

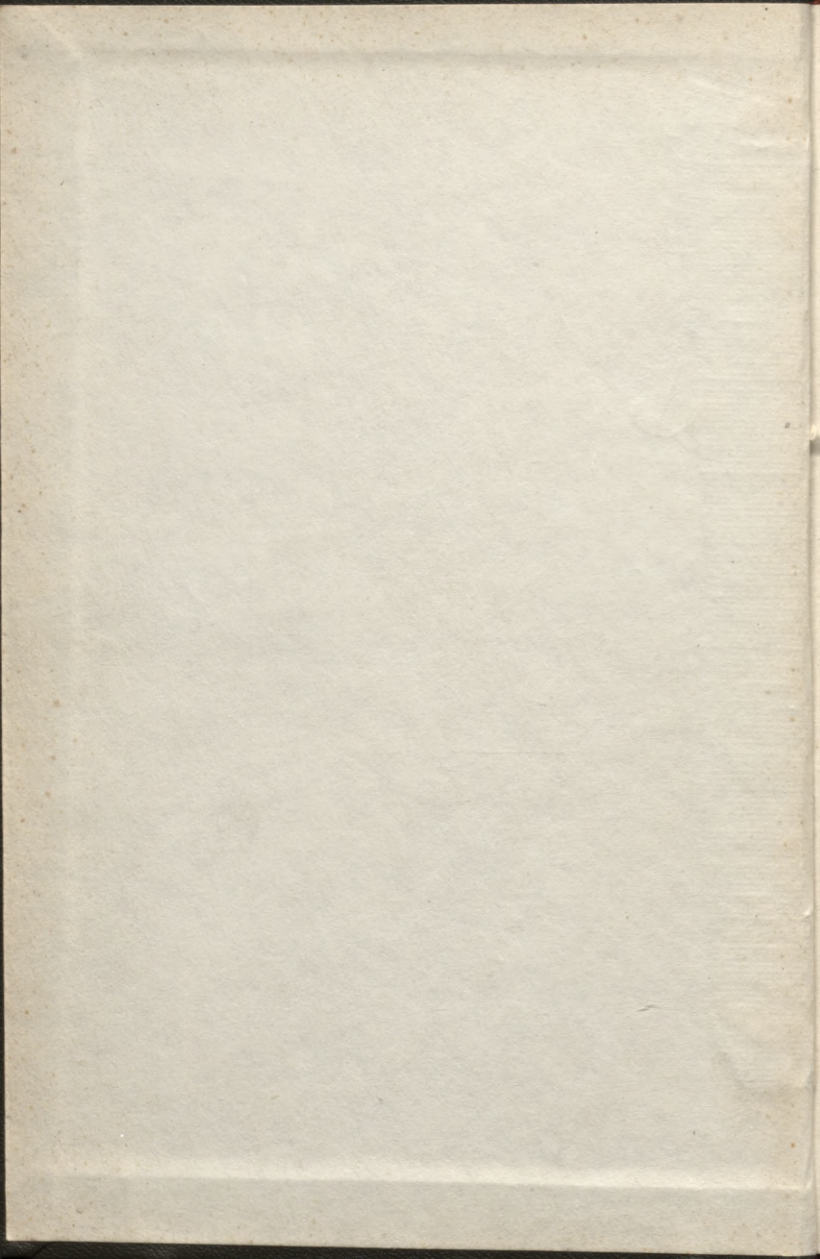
L 74-4  
65

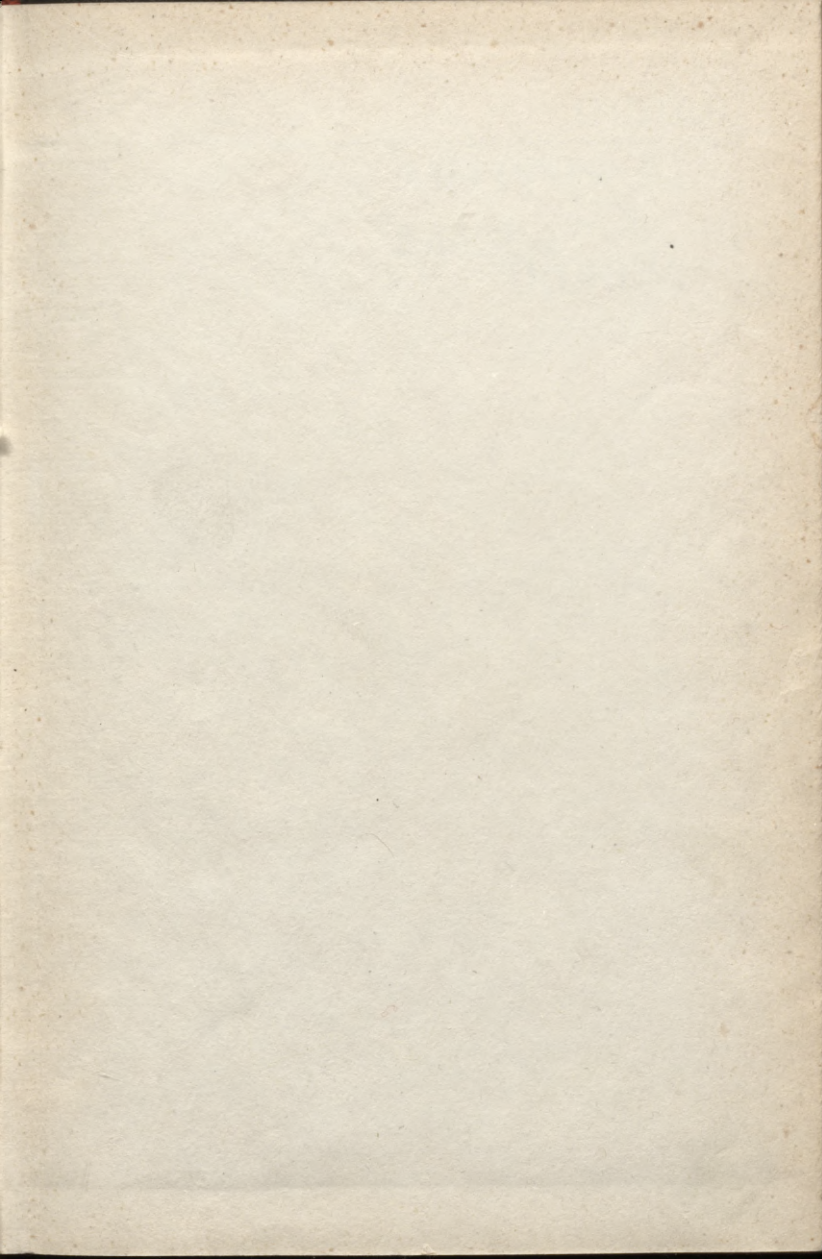
O.OZOLS

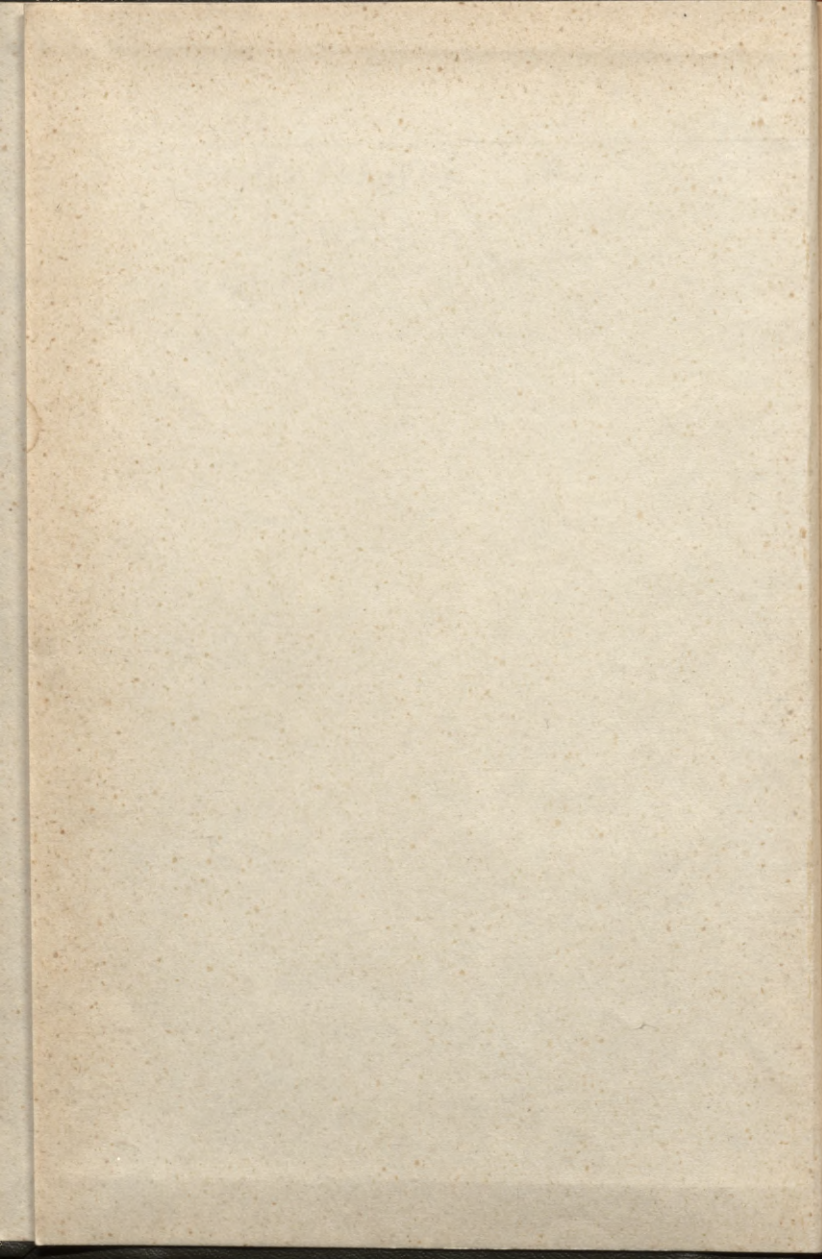
MEHĀNISMU  
UN  
MAŠĪNU  
TEORIJA

MS

MASĪNU







O.OZOLS

---

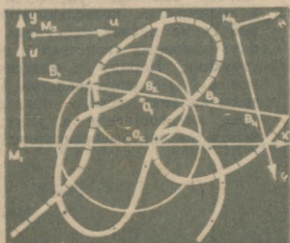
MEHĀNISMU  
UN  
MAŠĪNU  
TEORIJA

Latvijas PSR Augstākās un vidējās speciālās  
izglītības ministrija atļāvuši lietot par mācību grā-  
matu Latvijas PSR augstskolu tehnisko speciali-  
tāšu studentiem mehānismu un mašīnu teorijas  
kursa apguvei.

L  $\frac{74-A}{65}$

Dubl.  
L  
621

O. OZOLS  
MEHĀNISMU  
UN  
MAŠĪNU  
TEORIJA



IZDEVNIECIBA «ZVAIGZNE» RIGA 1974

prov. k.  
22

VIA LEĢA LATV. PSR  
VALSTĀS BIBLIOTĒKA

36.434  
0340016575

Книга предусмотрена для студентов технических специальностей, а также для инженеров производства и конструкторских бюро.

Изложенная в книге структурная теория относится ко всем современным механизмам, а классификация тесно связана с методами их расчета. Особое внимание уделяется учению о связях в механизмах, позволяющему уже по структурной схеме механизма судить о важных его эксплуатационных свойствах и технологичности конструкции. Наряду с классическими излагаются новые более универсальные и более точные методы кинематического анализа, метрического синтеза, кинестатики и динамики, удобные для использования вычислительной техники.

## SATURS

Priekšvārds . . . . .	9
Ievads . . . . .	11
1. Pamatjēdzieni . . . . .	11
2. Mehānismu un mašīnu teorijas kurša raksturojums . . .	13
3. Mehānismu un mašīnu teorijas vēsturiskā attīstība . . .	13

### I daļa. MEHĀNISMU STRUKTŪRA UN KLASIFIKĀCIJA

1. nodaļa. Struktūras teorijas pamatjēdzieni . . . . .	18
1-1. Mehānisma sastāvdaļas . . . . .	18
1-2. Kustīgie savienojumi . . . . .	19
1-3. Kinemātiskās ķēdes . . . . .	26
1-4. Mehānisma kinemātiskā un struktūras shēma . . . . .	29
2. nodaļa. Saites un mehānisma kustamība . . . . .	31
2-1. Kinemātisko saišu īpašības . . . . .	31
2-2. Atkārtotās saites . . . . .	34
2-3. Universālās struktūras formulas . . . . .	38
2-4. Plakanie, sfēriskie un cilindriskie mehānismi . . . . .	41
2-5. Atkārtoto saišu noteikšana un likvidēšana . . . . .	44
2-6. Dinamiskās saites . . . . .	47
2-7. Mehānismi ar ārējām saitēm . . . . .	50
3. nodaļa. Plakano mehānismu struktūra un klasifikācija . . . . .	55
3-1. Mehānisma uzbūves princips . . . . .	55
3-2. Plakanie zemāko pāru mehānismi . . . . .	57
3-3. Plakanie mehānismi ar augstākiem pāriem . . . . .	61
4. nodaļa. Mehānismu klasifikācijas un piemēri . . . . .	62
4-1. Mehānismu klasifikācijas viedokļi . . . . .	62
4-2. Galvenās mehānismu klasifikācijas un piemēri . . . . .	63

## II daļa. MEHĀNISMU KINEMĀTISKĀ ANALĪZE

5. nodaļa. Plakano mehānismu grafiskā kinemātika . . . . .	76
5-1. Mehānisma stāvokļi un punktu trajektorijas . . . . .	76
5-2. Ātrumu konstruēšanas teorētiskie pamati . . . . .	80
5-3. Paātrinājumu konstruēšanas teorētiskie pamati . . . . .	86
5-4. Mērogi grafiskās konstrukcijās . . . . .	89
5-5. Ātrumu un paātrinājumu konstruēšana diadu mehānismos . . . . .	90
5-6. Kinemātisko diagrammu metode . . . . .	95
5-7. Izciļņu mehānismu grafiskā kinemātika . . . . .	97
6. nodaļa. Plakano mehānismu analītiskā kinemātika . . . . .	99
6-1. Analītiskās kinemātikas metodes un jēdzieni . . . . .	99
6-2. Trīsstūru metode . . . . .	101
6-3. Diadu mehānismu analītiskā kinemātika . . . . .	108
6-4. Šarnīru četrstūris . . . . .	112
6-5. Kloķa-slīdņa mehānisms . . . . .	113
6-6. Svārstīklas-slīdņa mehānisms . . . . .	119
6-7. Augstāku klašu mehānismi . . . . .	120
7. nodaļa. Rotācijas pārvadu kinemātika . . . . .	125
7-1. Pārvadi ar nekustīgām asīm . . . . .	125
7-2. Pārvadi ar kustīgām asīm . . . . .	128
7-3. Zobratu-stieņu mehānismi . . . . .	135
7-4. Kardānpārvads . . . . .	137
8. nodaļa. Telpisko mehānismu kinemātika . . . . .	140
8-1. Telpisko mehānismu kinemātikas metodes . . . . .	140
8-2. Telpiskais šarnīru četrstūris . . . . .	145
8-3. Svārstīgās ripas un svārstīgās dakšas mehānismi . . . . .	148
8-4. Viņņu mehānismi . . . . .	150

## III daļa. SPĒKU NOTEIKŠANA PLAKANOS MEHĀNISMOS

9. nodaļa. Kinetostatikas metode un inerces spēki . . . . .	153
9-1. Mehānismu kinetostatika . . . . .	153
9-2. Locekļu inerces spēku aprēķins . . . . .	156
10. nodaļa. Zemāko pāru mehānismu kinetostatika . . . . .	161
10-1. Struktūras grupu nozīme kinetostatikā . . . . .	161
10-2. Diadu analītiskā un grafiskā kinetostatika . . . . .	162
10-3. Mehānismu kinetostatiskais aprēķins . . . . .	166
10-4. Reakciju aprēķins dubultšarnīrā . . . . .	169
10-5. Otrās klases struktūras grupu analītiskā kinetostatika . . . . .	171
10-6. Dalambēra—Lagranža princips un Žukovska svira . . . . .	173
11. nodaļa. Reakciju noteikšana mehānismos ar augstākiem pāriem . . . . .	176
11-1. Reakciju aprēķins izciļņu mehānismu kinemātiskos pāros . . . . .	176
11-2. Reakciju aprēķins zobratu mehānismu kinemātiskos pāros . . . . .	178
12. nodaļa. Berze kustīgos savienojumos . . . . .	182
12-1. Berzes veidi un īpašības . . . . .	182
12-2. Berze slīdpāros un uz slīpās plaknes . . . . .	187

12-3. Berze skrūves pāros . . . . .	193
12-4. Berze šarnīros . . . . .	195
12-5. Berze velšanās gultņos . . . . .	198
12-6. Berze un īpatnējais slīdes ātrums augstākos kinemātiskos pāros . . . . .	200
12-7. Braukšanas pretestība un veltņu transportieris . . . . .	202

#### IV daļa. MEHĀNISMU UN MASINU DINAMIKA

13. nodaļa. <b>Mehānisma kustības noteikšana</b> . . . . .	204
13-1. Mašīnagregāta raksturojums un vispārīgi apsvērumi . . . . .	204
13-2. Masu reducēšana uz galveno locekli . . . . .	209
13-3. Spēku reducēšana uz galveno locekli . . . . .	211
13-4. Mašīnagregāta kustības diferenciālvienādojumi un inerces spēku reducēšana . . . . .	214
13-5. Kustības diferenciālvienādojumu integrēšana . . . . .	219
13-6. Pozicionālu spēku radītas kustības noteikšana . . . . .	221
13-7. No ātruma atkarīgu spēku radītas kustības noteikšana . . . . .	224
13-8. No ātruma un stāvokļa atkarīgu spēku radītas kustības noteikšana . . . . .	226
13-9. Agregāti ar vairākām kustamībām. Elastīgs sajūgs . . . . .	231
14. nodaļa. <b>Mehānismu enerģētiskās lietderības kritēriji</b> . . . . .	236
14-1. Enerģētiskās lietderības kritēriji un sakarības starptiem . . . . .	236
14-2. Saliktas sistēmas lietderības koeficients . . . . .	238
14-3. Zemāko kinemātisko pāru un gliemežpārvada lietderības kritēriji . . . . .	240
14-4. Augstāko kinemātisko pāru lietderības kritēriji . . . . .	242
14-5. Planetāro zobratu mehānismu lietderības koeficients . . . . .	244
14-6. Mehānismu lietderības koeficienta aprēķināšana . . . . .	248
15. nodaļa. <b>Mašīnagregāta gaitas regulēšana</b> . . . . .	248
15-1. Stacionāras kustības ātruma nevienmērības noteikšana . . . . .	248
15-2. Spararata inerces momenta aprēķins . . . . .	253
15-3. Spararata izveidojums, novietojums un efektivitāte . . . . .	260
15-4. Neperiodisko ātruma svārstību regulēšana . . . . .	262
15-5. Centrbēdzes regulatora kinetostatika . . . . .	266
16. nodaļa. <b>Plakano mehānismu līdzsvarošana</b> . . . . .	268
16-1. Mehānisma iedarbība uz fundamentu un līdzsvarošanas uzdevums . . . . .	268
16-2. Masas centra stāvokļa un kustības noteikšana . . . . .	273
16-3. Mehānismu līdzsvarošanas kinemātiskā metode . . . . .	275
16-4. Mehānismu līdzsvarošanas spēku metode . . . . .	278
16-5. Rotoru līdzsvarošana . . . . .	284
16-6. Rotoru eksperimentālā līdzsvarošana . . . . .	288
17. nodaļa. <b>Mehānismu eksperimentāla pētīšana un modelēšana</b> . . . . .	294
17-1. Eksperimenta mērķis un metode . . . . .	294
17-2. Mehānisko lielumu mērīšana . . . . .	296
17-3. Fizikālā modelēšana . . . . .	301
17-4. Matemātiskā modelēšana . . . . .	304

## V d a | a. MEHĀNISMU SINTEZE

18. nodaļa. Mehānismu projektēšanas vispārīgie jautājumi . . . . .	307
18-1. Strukturālā un metriskā sintēze . . . . .	307
18-2. Optimālā sintēze . . . . .	312
18-3. Mehānisma kļūdas, drošums un svars . . . . .	313
19. nodaļa. Augstāko pāru mehānismu sintēze . . . . .	317
19-1. Centroīdu mehānismi . . . . .	317
19-2. Savstarpēji aptverošo likņu mehānismi . . . . .	319
19-3. Frikcijas mehānismi . . . . .	321
19-4. Maltas krusta mehānismi . . . . .	323
20. nodaļa. Izciļņu mehānismu sintēze . . . . .	327
20-1. Izciļņu mehānismu sintēzes uzdevums . . . . .	327
20-2. Bīdītāja kustības likumi . . . . .	329
20-3. Izciļņu mehānisma galvenie izmēri . . . . .	333
20-4. Izciļņa profila konstruēšana . . . . .	338
20-5. Atsperes aprēķins . . . . .	341
20-6. Bīdītāja elastības ietekme . . . . .	342
20-7. Izciļņu izgatavošana . . . . .	343
20-8. Izciļņu-frikcijas mehānismi . . . . .	344
20-9. Izciļņu-zobratu mehānismi . . . . .	345
21. nodaļa. Zobratu pārvadu sintēze . . . . .	346
21-1. Zobratu pārvadi un tiem uzstādāmās prasības . . . . .	346
21-2. Zobratu galvenie izmēri . . . . .	348
21-3. Evolventu sazobe . . . . .	349
21-4. Flanku dilšana un berze ārējā sazobē . . . . .	354
21-5. Minimālais zobu skaits . . . . .	356
21-6. Zobratu izgatavošana . . . . .	359
21-7. Koriģētie zobrati . . . . .	360
21-8. Zobrati ar slīpiem zobiem . . . . .	363
21-9. Novikova sazobe . . . . .	365
21-10. Koniskie zobrati . . . . .	366
21-11. Hiperbolrati, skrūvrati, hipoīdrati . . . . .	369
21-12. Gliemežpārvals . . . . .	372
21-13. Koaksialitātes, montāžas un kaimiņnoteikumi zobratu pārvados ar nekustīgām un kustīgām asīm . . . . .	374
22. nodaļa. Plakano stiegmehānismu sintēze . . . . .	376
22-1. Stiegmehānismu sintēzes uzdevumi un metodes . . . . .	376
22-2. Grashofa teorēma . . . . .	381
22-3. Robertsas—Cebiševa teorēma . . . . .	382
22-4. Cetrlocekļu mehānismu sintēze pēc dotā ražīguma koeficienta . . . . .	383
22-5. Kļoķa-slīdņa pārneshmehānismu sintēze . . . . .	385
22-6. Sarnīru četrstūra pārneshmehānismu sintēze . . . . .	388
22-7. Sarnīru četrstūra virzītājmehānismu sintēze . . . . .	392
Literatūra . . . . .	410
Mācību papildliteratūra . . . . .	417

## PRIEKŠVārds

Sajā grāmatā aplūkots mehānismu un mašīnu teorijas kurss visumā atbilst PSRS Augstākās un vidējās speciālās izglītības ministrijas apstiprinātajām programmām. Lai labāk izprastu kursu un lai grāmata būtu noderīga arī neklātienē un vakara nodaļu studentiem, tajā ievietoti 59 atrisināti piemēri. Grāmatā izklāstīta viela ilustrēta ar 374 zīmējumiem. Nobeigumā sniegts izplatītāko krievu valodā iznākušo mehānismu un mašīnu teorijas mācību grāmatu, uzdevumu krājumu, kursa projektu aprakstu un laboratorijas praktikumu saraksts.

Cerot, ka grāmata noderēs arī ražošanas un konstruktoru biroju inženieriem, grāmatā sniegts dažu teorijas jautājumu sīkāks izklāsts, kas, tāpat kā piemēri, iespiests petītā. Grāmatas beigās atzīmēti galvenie izmantotie literatūras avoti. Tie lasītājiem noderīgi papildstudijām. Tekstā norādes uz minētajiem literatūras avotiem ieslēgtas kvadrātiekvās.

Dažu teorijas jautājumu un piemēru izstrādāšanā palīdzēja inženieri V. Galvanovskis un H. Čākurs, bet recenzijā vērtīgas piezīmes sniedza kolēģis A. Zirnis. Par to patikami šeit visiem sirsnīgi pateikties.

Visi norādījumi par šīs grāmatas trūkumiem un kļūdām tiks ar pateicību pieņemti.

*Autors*

BRICKYARD

This building contains the remains of a brick factory which was established in 1825. It was one of the first of its kind in the city and was operated for many years. The building is now used as a warehouse and is in good condition.

The building was constructed of brick and is a fine example of the architecture of the period. It is situated on the corner of the street and is a prominent feature of the neighborhood. The building is well maintained and is a valuable addition to the city's heritage.

## IEVADS

### 1. Pamatjēdzieni

Vārdus mehānisms un mašīna bieži lieto kā sinonīmus tādu tehnisku iekārtu apzīmēšanai, kuru būtiska pazīme ir *mehāniskā kustība*. Šinī kursā šos vārdus lietosim atšķirīgās nozīmēs.

Vienosimies, ka *mehānisms ir kustīgi saistītu cietu un deformējamu ķermeņu sistēma, kas paredzēta vajadzīgo kustību un nepieciešamās spēku pārvešanas realizēšanai*.

Par *cietiem* ķermeņiem nosaukti ķermeņi, kas, ja tie tiešām būtu nedeformējami, netraucētu absolūti precīzi izgatavota mehānisma darbību, bet par *deformējamiem* ķermeņiem — ķermeņi, kuru deformējamība nepieciešama mehānisma darbībai.

No mehānikas viedokļa mehānisms ir *saistīta mehāniska sistēma*. Tomēr ne katra šāda sistēma ir mehānisms. Saistītu mehānisku sistēmu dabā ir milzīgs daudzums, un to uzbūve ir ļoti dažāda. Tehnikā lietojamo saistīto mehānisko sistēmu piemēri ir dažādas tehniskās iekārtas: celtnes, aparāti, ierīces, mašīnas, automātiskās plūsmas līnijas. Saskaņā ar minēto definīciju daudzas tehniskās iekārtas, piemēram, mašīnas, pēc savas uzbūves un darbības ir mehānismi vai mehānismu kompleksi. Dažās tehniskās iekārtās mehānismi ir šo iekārtu sastāvdaļas (ēkas durvis un veramie logi, līdzstrāvas transformatora pārtraucējs). Arī daudzi rīki, piemēram, knaibles, ir mehānismi.

Mehānisma jēdzienam nav cieša sakara ar tās tehniskās iekārtas pielietojumu, kurā sastopams dotais mehānisms. Vienu un to pašu mehānismu var izmantot daudzās un visai dažādās tehniskās iekārtās.

Visciešākais sakars ar pielietošanu ir jēdzienam mašīna. *Mašīna*

ir tehniska iekārta, kas paredzēta kāda procesa mehanizēšanai. Atkarībā no mehanizējamā procesa veida izšķir enerģētiskās, tehnoloģiskās, transporta, kontroles un vadības, kā arī loģiskās mašīnas.

Enerģētiskās mašīnas iedala spēka mašīnās jeb mašīnās dzinējos un transformējošās mašīnās. Spēka mašīnas dažāda veida enerģiju (termisko, elektrisko) pārvērš mehāniskā enerģijā vai kādas vides (ūdens, gaisa) mehānisko enerģiju pārveido pielietošanai nodēriģā mehāniskā enerģijā. Transformējošās mašīnas mehānisko enerģiju pārveido kādā citā enerģijā (elektroģenerator) vai izmaina mehāniskās enerģijas formu (kompresors, kas saspieģ gaisu pneimatisko mašīnu barošanaī).

Dzinēja apvienojumu ar mehāniskās enerģijas patērētāju mašīnu sauc par *mašīnagregātu*.

Par *riku* sauc objektu, kas pagarina, uzlabo vai pastiprina kādu cilvēka orgānu.

Tehnoloģiskās mašīnas, kurās veicamās operācijas izpilda mehānismi, bet kontroli un vadību — cilvēks, sauc par *pusautomātiem*. Par *automātu* sauc mašīnu, kuras mehānismi tehnoloģiskā procesa laikā izdara operāciju starpkontroles, reaģē uz novirzēm no normas un attiecīgi koriģē mašīnas režīmu, kā arī tad, ja nepieciešams, aptur mašīnu. Mašīnu kompleksus ar automātām līdzīgām īpašībām sauc par *automātiskām plūsmas līnijām*.

Kibernētikā, kas pēti visdaģādāko procesu norises likumus, par mašīnu sauc sistēmu, kas darbojoties spējģga virģitģes uz noteiktu mērģi.

Jēdzienu *mehānizācija* un *automatizācija* ilustrēšanaī sniegta tabula. Saskaņā ar šo tabulu mašīnas *A* ieviešana ir mazā mehanizācija, bet mašīnas *1* ieviešana — mehanizācija, mašīnas *2* ieviešana — automatizācija, mašīnas *3* ieviešana — kompleksā automatizācija. Ir procesi, kuri veicami tikai mehanizēti, piemēram, virpošana.

Ierģce	Operācijas enerģģju dod	Kontroles un vadģbas enerģģju dod	Ceģu uz mērģi atkarģba no apstākģliem izvģlas	Mērģi noteģc	Piemērs
Rģks	cģlvģks	cģlvģks	cģlvģks	cģlvģks	Izkģpts
Mašģna <i>A</i>	cģlvģks vai dzģvģnieks	"	"	"	Rokas vai zģrgvģlkmes plāujmašģna
Mašģna <i>1</i>	mašģna	"	"	"	Traktorvģlkmes plāujmašģna
Mašģna <i>2</i>	"	mašģna	"	"	Tvaģka mašģna
Mašģna <i>3</i>	"	"	mašģna	"	Ar ESM vadģta automatģskā plūsmas lģnģja

Mašģnas ir svarģga sabiedrģbas raģžošanas spēku sastāvdaģļa. Ilģstošā fizģskā darbā cģlvģks var attģstģt apmēram 0,1 ZS jaudu, bet

Latvijas laukos lietojamo dzinēju jauda uz katru lauksaimniecībā strādājošo ir 170 reižu lielāka. Šis piemērs raksturo mašīnu tehnikas milzīgo sabiedrisko nozīmi.

## 2. Mehānismu un mašīnu teorijas kursa raksturojums

*Mehānismu un mašīnu teorija ir zinātne, kas aplūko vispārējās mašīnu izpētišanas un konstruēšanas metodes.*

Visām mašīnām kopīgs ir tas, ka tās ir mehānismi vai sastāv no mehānismiem. Tāpēc mehānismu un mašīnu teorijas kursa divi galvenie uzdevumi ir šādi:

1) *mehānismu analīze*, t. i., eksistējošu vai projektējamu mehānismu struktūras, kinemātikas un dinamikas izpētišana, kuras nolūks ir pilnveidot mehānismus un to ekspluatāciju, kā arī iegūt datus mehānismu stiprības un darba procesa aprēķinam;

2) *mehānismu sintēze*, t. i., dotajiem noteikumiem atbilstošu jaunu mehānismu konstruēšanas metožu izstrādāšana.

Sintēze ir grūtāka un mazāk izstrādāta nekā analīze. Tomēr analīzē gūstamās atziņas palīdz risināt arī sintēzes uzdevumus.

Mehānismu un mašīnu teoriju dažreiz sauc par mašīnbūvniecības algebru. Tā ir vispārīgākā zinātne, kas sniedz mašīnu izpētišanas, konstruēšanas un pareizas ekspluatācijas teorētiskos pamatus. Tā kā mehānismi ir ne tikai mašīnās, tad šis kurss attiecas arī uz aparātiem, ierīcēm, instrumentiem, celtnēm un citām tehniskajām iekārtām.

Mašīnas un citas tehniskās iekārtas sakarā ar to pielietojanu aplūko speciālosursos (iekšdedzes motori, lauksaimniecības mašīnas, metālapstrādes mašīnas u. c.). Ļoti ciešas saites mehānismu un mašīnu teorijai ir ar teorētisko mehāniku, no kuras vēstures gaitā tā atdalījusies. Sākumā to sauca par pielietojamo mehāniku. Vēl šodien mehānismu un mašīnu teoriju bieži dēvē par mašīnu mehāniku.

## 3. Mehānismu un mašīnu teorijas vēsturiskā attīstība

Mehānismu un mašīnu teorijas vēsturi var iedalīt četros posmos, kuru beigu robežas ir šādas: I posmam — 19. gadsimta sākums, II posmam — 19. gadsimta vidus, III posmam — Lielā Oktobra sociālistiskā revolūcija, IV posmam — mūsdienas.

I posms. Mehānismu un mašīnu teorija varēja rasties tad, kad daudzu izgudrotāju paaužu intuitīvas radīšanas rezultātā cilvēces rīcībā bija pietiekams mehānismu daudzums un sabiedrības intereses prasīja mašīnbūvniecības attīstību. Pirms tam pagāja vairāk nekā divi gadi tūkstoši. So posmu var nosaukt par mašīnu mehānikas priekšvēsturi jeb empīriskās mašīnbūvniecības laikmetu.

Pirmās no koka, ādas un šķiedrām gatavotās mašīnas noderēja galvenokārt spēku pārnesšanai un pārveidošanai. Tāpēc Arhimēds

(3. gs. p. m. ē.) atzina, ka mašīnas sastāv no «vienkāršām mašīnām», t. i., no svirām, ķīļiem, skrūvēm, blokiem un grieztuvēm. Celšanas ierīču, dzirnavu un akmeņu mešanas mehānismus aprakstīja romietis Vitruvijs (1. gs. p. m. ē.).

Feodālisma apstākļos mašīnu tehnika attīstījās lēni. Pulksteņa mehānismu izgudroja 10. gadsimtā. Grāmatu iespiešana Ķīnā sākās 11. gs., bet Eiropā — 15. gadsimtā. No 13. gs. tehnikas attīstības tempi pieauga, sevišķi Ziemeļitālijā. Leonardo da Vinči (1452—1519) konstruēja daudzas jaunas mašīnas un mehānismus. Milānas ārsts Kardāno (1501—1576) definēja zobratu pārvada pārnese skaitli. 15. gs. Maskavā uzbūvēti lieli komplicēti pulksteņu mehānismi. 17. gs. Krievijā ūdens enerģiju izmantoja ne tikai malšanai, bet arī plēšu, kalšanas veseru, turpatpakaļkustošu zāģu un lielgabalurību piedziņai. 17. gs. beigās franču ārsts Papēns izgudroja tvaika mašīnu ūdens sūkņēšanai. Laikā no 1712. gada līdz 1725. gadam krievu inženieris Nartovs izgudroja virkni kopēšanas darbmašīnu ar suportiem.

1735. gadā angļis Vaiets izgudroja vērējamo mašīnu, kuras piedzišanai izmantoja ēzeli. Šīs mašīnas izgudrošanu K. Markss uzskata par 18. gs. rūpnieciskās revolūcijas sākumu. Ņūkomens (1711), Polzunovs (1763), Vats (1765) un citi neatlaidīgi turpināja tvaika mašīnas pilnveidošanu. 1782. gadā Vats patentēja dubultdarbības tvaikmašīnu, kas ātri kļuva par universālu dzinēju. Sākās strauja mašīnu tehnikas attīstība un kapitālisma ražošanas spēku veidošanās.

18. gs. Rietumeiropā un Krievijā radās pirmās kara, kalnu un celtniecības inženieru skolas, kurās mašīnas aplūkoja mehānikas kursā. 1724. gadā Leipcigā iznāca Leupolda (1674—1727) grandiozais darbs «Mašīnu teātris». 1675. gadā dāņu astronoms Rēmers ieteica pulksteņu zobratu zobu profiliem izmantot cikloīdas. Evolventes sazobes teoriju un mašīnu dinamikas problēmas savos darbos aplūkoja Eilers (1707—1783), kurš 35 gadus bija Pēterburgas Zinātņu akadēmijas loceklis.

Ilgī mašīnas kustības aprēķinu galvenais princips bija t. s. «mehānikas zelta likums» (ko iegūstam spēkā, to zaudējam ātrumā). Gadsimtu mijā Karno (1753—1823) nonāca pie mehāniskā darba jēdziena un mašīnas kustības vienādojuma spara teorēmas formā. Sakarā ar Amontona (1663—1705) un Kulona (1736—1806) pētījumiem, pirmā tuvinājumā noskaidrojās berzes likumi.

18. gadsimts beidzās ar buržuāzisko revolūciju Francijā.

II posms. 19. gadsimta pirmā puse ir mehānismu un mašīnu teorijas sākumposms.

Jaunā Francijas republika rūpējās par inženieru kadru sagatavošanu. 1794. gadā nodibinājās Parīzes Politehniskā skola, kurā ar 1808. gadu sāka lasīt mehānismu un mašīnu teorijas kursu. Šis kurss, kurā vairs nebija «vienkāršo mašīnu» teorijas, kur mehānismi («elementārās mašīnas») bija sistematizēti pēc kustības pārveidošanas funkcijas, kur ietverti bija mehānismi ar deformējamiem elementiem, radās Monža (1746—1818) un viņa līdzstrādnieku Ašeta, Lanca un Betankura (1758—1824) ilgstošu pūļu rezultātā. Spānis Betankurs savas dzīves pēdējos 17 gadus strādāja Pēterburgā, galvenokārt 1810.

gadā nodibinātajā Ceļu inženieru institūtā, kurā 1811. gadā sāka mācīt mehānismu un mašīnu teoriju. Pirmo oriģinālo mašīnu mehānikas mācību grāmatu Krievijā 1823. gadā publicēja Pēterburgas universitātes profesors D. Cižovs (1785—1853).

19. gs. pirmajā pusē mašīnu mehānika joprojām attīstījās galvenokārt Francijā, kaut gan tehnikas līmenis Anglijā bija augstāks. 1818.—1820. gadā Parīzē iznāca Bornji mašīnu mehānikas kurss astoņos sējumos, bet 1822. gadā — Kristiāna trīssējumu darbs. Šajā darbā vārds mehānisms lietots jau mūsdienu nozīmē. 1829. gadā Korioliss (1792—1843) publicēja darbu «Mašīnu kustības aprēķināšana», kur jau plaši izmantots mehāniskā darba jēdziens. Ponselē (1788—1867) pētīja inerces spēkus mašīnās, izstrādāja regulēšanas teorijas un spararata teorijas pamatus. Mehānismu teorijas kursu 1849. gadā publicēja Labulē; šeit sastopams jau kinemātiskā pāra jēdziens. Kinemātiskās ģeometrijas pamatu izstrādāšanā panākumus guva Savari (1797—1841) un Saļs (1793—1880). Olivjē (1793—1858) pētīja telpiskās sažobes.

Kamēr Francijā veidojās mašīnu mehānikas pamati, Anglijā jau konstruēja metālgriešanas mašīnas, hidraulisko presi, tvaika veseri, koka ēvelmašīnu, vītņu un zobratu izgatavošanas un daudz citas mašīnas un ierīces. Inženieru kadru gatavošanā Anglija atpalika no Francijas un Krievijas: pirmajā pasaules izstādē (1851) Anglijas izstrādājumi saņēma gandrīz visas medaļas, bet otrajā pasaules izstādē (1867) vairs tikai nelielu daļu. Tikai 1841. gadā Londonas universitātē nodibinājās pirmās tehniskās katedras. Šajā gadā iznāca Anglijas ievērojamākā mehānismu teorijas zinātnieka Villisa (1800—1875) darbs «Mehānismu principi».

Vācijā mehānismu mācības grāmatu trīs sējumos no 1845. līdz 1854. gadam publicēja Veisbahs (1806—1861).

Sevišķa nozīme krievu mašīnu mehānikas skolas radīšanā bija izcilajam Pēterburgas matemātiķim un mehāniķam Ostrogradskim (1801—1862). Divas mašīnu mehānikas mācību grāmatas 19. gs. pirmajā pusē sarakstīja viņa skolnieks Jastržembskis (1808—1872). Maskavas universitātē matemātikas un mehānikas lekcijas lasīja Brašmans (1796—1866). Viņa skolnieka Jeršova (1818—1867) ievērojamais mašīnu mehānikas kurss iznāca 1854. gadā. Tur izteiktās idejas tālāk attīstīja Maskavas Tehniskās augstskolas zinātnieki.

III posms. 19. gs. otrā pusē un 20. gs. sākums ir mehānismu un mašīnu teorijas fundamentālu sasniegumu laikmets, kurā visrezultatīvākie bija vācu un krievu zinātnieki.

Pēterburgas matemātiķis un mehāniķis Čebiševs (1821—1894) ar saviem izcilajiem pētījumiem lika pamatus struktūras teorijai, šarnīru mehānismu teorijai un mehānismu analītiskai sintēzei. Viņš konstruēja daudz interesantu mehānismu un 1869. gadā publicēja plakano mehānismu struktūras formulu. Mašīnu regulēšanas matemātiskos pamatus izveidoja Višņegradskis (1831—1895), bet hidrodinamiskās eļļošanas teorijas pamatus Petrovs (1836—1920); viņi abi bija Ostrogradska skolnieki. 1887. gadā Somovs (1852—1919) publicēja pirmo universālo mehānismu struktūras formulu. Gohmans (1851—1916) pirmoreiz

klasificēja kinemātiskos pārus pēc uzlikto saišu skaita. Viņa 1889. gada publikācijā dota matemātiska sakarība starp kinemātisko pāru, locekļu un slēgto kontūru skaitu mehānismos.

Sevišķu ievēribu guva vācu zinātnieka Relo (1829—1905) Braunšveigā 1875. gadā iznākusi grāmata «Teorētiskā kinemātika», kurā definēti kinemātiskā pāra un kinemātiskās ķēdes jēdzieni, kā arī aplūkoti daudzi citi vēlāk mehānismu teorijā ieviesušie jēdzieni. Tomēr matemātisku aprēķinu šajā grāmatā nav. Deformējamus elementus Relo pieņem par mehānismu locekļiem. Relo idejas tālāk attīstīja Grashofs (1826—1893) un citi zinātnieki. Griblers (1851—1935), kurš no 1886. gada līdz 1896. gadam bija Rīgas Politehniskā institūta profesors, 1883. gadā publicēja plakano mehānismu struktūras formulu. Čebiševa darbi toreiz bija maz pazīstami. Tāpēc ilgu laiku Griblera formulu uzskatīja par vēsturiski pirmo struktūras formulu. Ātrumu un paātrinājumu plānu metodi izstrādāja Mors (1835—1918) un Memke (1857—1944). Mehānismu ģeometriskās sintēzes teorētiskos pamatus radīja ievērojamais zinātnieks Burmesters (1840—1927), bet grafiskās dinamikas — Vitenbāuers (1857—1922).

Anglijā ar darbiem mehānismu kinemātikā pazīstami kļuva Keili (1821—1895), Silvestrs (1814—1897), Kempe (1849—1922), Roberts (1827—1913). Relo idejas 1886. gadā grāmatā «Mašīnu mehānika» popularizēja Kenedijs (1847—1928).

Lielu ieguldījumu hidromehānikā un mehānismu teorijā deva «krievu aviācijas tēvs» Zukovskis (1847—1921), bet mehānismu kinemātikā un mašīnu dinamikā — Mercalovs (1866—1948). Abi viņi bija Maskavas Tehniskās augstskolas profesori. Pirmā pasaules kara gados mehānismu struktūras teorijā un klasifikācijā racionālas idejas sniedza Petrogradas profesors Asurs (1878—1920).

IV posms. Pēc Lielās Oktobra sociālistiskās revolūcijas sākās straujš zinātnes uzplaukums Padomju Savienībā. Ātri tika izdotas daudzas mašīnu mehānikas mācības grāmatas, piemēram, otrās universālās struktūras formulas autora A. Mališeva (1879—1962) «Mehānismu kinemātika». Lauksaimniecības tehnikā un mehānismu teorijā nozīmīgi bija V. Gorjačkina (1868—1935) darbi. Gorjačkina un Mercalova skolnieks ir mūsdienu redzamākais mehānismu un mašīnu teorijas speciālists akadēmiķis I. Artoboļevskis. Viņa vadībā darbojas Mehānismu un mašīnu teorijas seminārs, kura publikācijas labi pazīstamas visā pasaulē.

Padomju zinātnieku pētījumiem raksturīgs augsts matemātiskais līmenis. Pētījumi aptver visas mašīnu un mehānismu teorijas nozares, kas daļēji atspoguļotas šīnī grāmatā. Arvien vairāk pētījumos ievēro mehānismu reālās īpašības un izvērš elektronisko skaitļošanas mašīnu lietošanu aprēķinos. Vērtīgus rezultātus pētījumos un pedagoģiskā darbā guvuši I. Artoboļevskis, S. Artoboļevskis (1908—1961), G. Baranovs (1899—1968), A. Bessonovs, A. Bogoļubovs, N. Brujevičs, A. Burgvics (Rīga), L. Čehnovičs, S. Čerkudinovs, F. Dimentbergs, V. Dobrovoļskis (1880—1957), K. Frolovs, V. Gavriļenko, E. Gerca, J. Geronimuss, A. Jasjuļonis, V. Judins, H. Ketovs (1887—1948), A. Kobrinskis, N. Kolčins, S. Koževņikovs, A. Kroļa (Rīga), E. La-

vendelis (Rīga), P. Ļebedevs, H. Lepiksons, N. Ļevitskis, F. Ļitvins, M. Movņins, L. Petrokass, K. Ragulskis, N. Rajevskis, L. Rešetovs, M. Semjenovs, V. Sergejevs, D. Tavhelidze, B. Turbins, V. Zinovjevs, A. Zirnis (Rīga) un daudzi citi padomju zinātnieki.

Ar pētījumiem mehānismu un mašīnu teorijā ievēribu guvuši H. Alts (1889—1954), R. Beiers (1892—1960), G. Begelzaks, J. Denavits, F. Freidenšteins, J. Folmers, K. Hains, R. Hartenbergs, Meier cur Kapellen, A. Moreckis, R. Krauss, F. Krosli, M. Konstantinovs, V. Lihtenhelts, K. Luks, J. Millers, J. Oderfelds, V. Resners, H. Rotbarts, B. Ross, N. Rozenauers (1890—1970, līdz 1944. gadam strādājis Rīgā), Z. Terplans un daudzi citi ārzemju zinātnieki.

1969. gadā nodibinājās starptautiskā mašīnu un mehānismu teorijas speciālistu federācija (IFTOMM), par kuras prezidentu ievēlēja akadēmiķi I. Artobojevski. Tādējādi padomju zinātnieki saņēma atbilstošu novērtējumu.

МЕХАНИЗМОВ СТРУКТУРА  
І ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ

СТРУКТУРА ТЕОРИЯ ТА МЕХАНИЗМІ

## MEHĀNISMU STRUKTŪRA UN KLASIFIKĀCIJA

Ar mehānismu struktūru jāiepazīstas, lai gūtu iespēju

- 1) izprast mehānismu uzbūves likumus un mehānismu darbību;
- 2) spriest par mehānismu konstrukcijas tehnoloģiskumu un mehānismu ekspluatācijas īpašībām;
- 3) izmantot radniecīgu mehānismu grupām līdzīgas analīzes un sintēzes metodes;
- 4) sistematizēt mehānismus un ar klasifikāciju palīdzību pārskatīt mehānismu milzīgo daudzumu.

### 1. NODAĻA

#### STRUKTŪRAS TEORIJAS PAMATJĒDIENI

##### 1-1. Mehānisma sastāvdaļas

Mehānisma sastāvdaļas sauc par *mehānisma elementiem*.

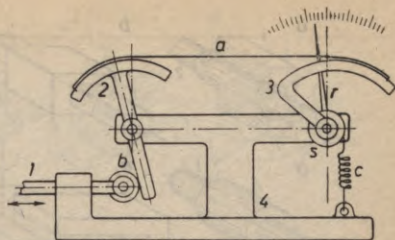
Lai mehānisms varētu izdarīt vajadzīgās kustības un pārnest nepieciešamos spēkus, vismaz dažiem tā elementiem jābūt pietiekami izturīgiem, t. i., tiem jābūt cietiem ķermeņiem. Galvenos mehānismā ietilpstošos cietos ķermeņus, kas savā starpā savienoti ar kustīgiem savienojumiem, sauc par *mehānisma locekļiem*.

Locekļi ir galvenie mehānisma elementi, jo bez tiem mehānisms nav iespējams.

Nav nepieciešams, lai loceklis būtu vienlaidus ciets ķermenis. Parasti loceklis sastāv no vairākiem cieši savienotiem mašīnu ele-

mentiem jeb *detaļām*. Visas locekļa detaļas kustas kopā kā viens ciets ķermenis.

Kustīgie savienojumi ierobežo locekļu savstarpējās kustības, pieļaujot tikai mehānisma funkcionēšanai nepieciešamās kustības. Tāpēc caur kustīgiem savienojumiem iespējams pārnest spēkus no viena locekļa uz otru.



1-1. zīm.

Gadās, ka dotā kustīgā savienojuma locekļi tieši nesaskaras. Ķermeņus, kas atrodas starp kustīgā savienojuma locekļiem un pārnēs spēkus no viena locekļa uz otru, sauc par *starpelementiem* (lodītes, rullīši, sikсна, trose, šķidrums, gāze, atspere).

Visbiežāk atsperes izmanto nevis spēku pārvešanai kustīgā savienojumā, bet gan kustīgā savienojuma slēgšanai, t. i., tāda spēka radišanai, kas nodrošina kustīgā savienojuma normālu darbību, piespiežot savienojuma locekļus citu pie cita un turot starpelementus saspīestā stāvoklī. Šādas atsperes, tāpat kā triecienu mīkstināšanai ierīkotos buferus un berzes samazināšanai lietojamās ziežvielas, sauc par *papildelementiem*.

Mehānisma locekli, kuru uzskata par mierā stāvošu, sauc par *statni*.

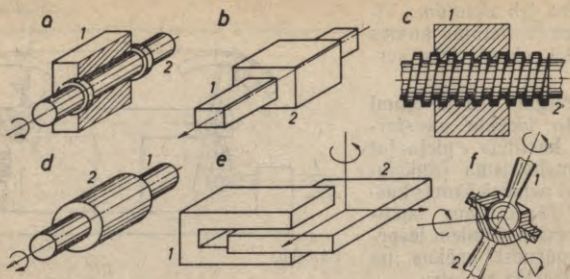
**1-1. piemērs.** Kāda fizikāla lieluma mēraparāta mehānisms attēlots 1-1. zīmējumā. Fizikālā lieluma devējs (nav parādīts zīmējumā) iedarbojas uz locekli 1, pārvietodams to virzes turpatpakaļkustībā. Loceklis 1 ar statni 4 veido kustīgu savienojumu 14, ko sauc par slīdpāri. Loceklis 1 caur starpelementu-rullīti *b* iedarbojas uz locekli 2, kuram ar statni ir kustīgs savienojums 24, ko sauc par šarnīru. Loceklis 2 caur starpelementu-lokano saitī *a* iedarbojas uz locekli 3, grozīdams to ap šarnīra 34 nekustīgo asi.

Kustīgo savienojumu 23 un 12 slēgšanai ierīkota atspere *c*, kura šajā gadījumā ir papildelements. Atsperes skrīmelītis *s* un mēraparāta rādītājs *r* ir detaļas, kas pieder loceklim 3. Locekļa 3 darba virsmas izliekums aprēķināts tāds, lai mēraparāta skalas iedaļas iznāktu vienādas, kaut gan devēja radītie locekļa 1 pārvietoņumi nav proporcionāli mērāmā fizikālā lieluma izmaiņām.

## 1-2. Kustīgie savienojumi

Ja vēlamies izprast mehānismu, ļoti uzmanīgi jāanalizē dotā mehānisma kustīgie savienojumi. No kustīgiem savienojumiem atkarīgas visas mehānisma galvenās īpašības.

Vispirms aplūkosim kustīgos savienojumus, kuru locekļi tieši



1-2. zīm.

saskaras. Šādus kustīgos savienojumus bez starpelementiem sauc par kinemātiskiem pāriem. Virsmas līnijas un punktus, kuros saskaras abi locekļi, sauc par kinemātiskā pāra elementiem. Runājot par virsmām, līnijām un punktiem, pieņemts, ka locekļi ir absolūti cieti un absolūti precīzi.

Kinemātiskos pārus, kuru elementi ir virsmas, sauc par zemākiem kinemātiskiem pāriem. Ja abi locekļi saskaras pa līnijām vai punktos, tad runājam par augstākiem kinemātiskiem pāriem.

Mašīnbūvē ļoti nozīmīgi ir zemākie kinemātiskie pāri, jo tie ļauj pārnest lielus spēkus, ir vieglāk izgatavojami un mazāk izdilst nekā augstākie pāri.

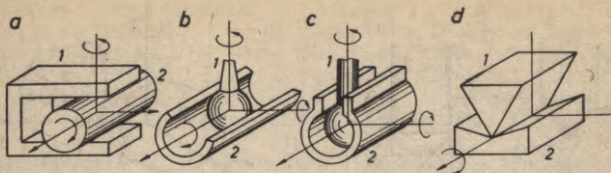
Zināmas trīs līknes, kurām visos punktos ir vienādi liekuma un vienādi vērpes rādiusi. Tās ir taisne, aploce un vienkāršā skrūves līnija. Šim liknēm piemīt sevišķa īpašība: līknes nogriežni iespējams pārbīdīt pa pašu likni. Tādēļ iespējams konstruēt zemākos kinemātiskos pārus, izvēloties šim nolūkam virsmas, kas sastāv no minētām trim līknēm atbilstošiem laukuma elementiem. Tādas virsmas ir plakne, apaļš cilindrs, lode un skrūvju virsma.

Sastopami seši zemākie kinemātiskie pāri. Atbilstoši 1-2. zīmējumam zemāko pāru nosaukumi šādi:

- a — šarnīrs jeb griezes pāris (cilindriskais šarnīrs),
- b — slīdpāris jeb virzes pāris,
- c — skrūves pāris,
- d — cilindriskais pāris,
- e — plakņu pāris un
- f — lodes pāris (sfēriskais šarnīrs).

Augstāko kinemātisko pāru skaits ir neierobežots. Daži no tiem attēloti 1-3. un 1-4. zīmējumā. Augstākie pāri sniedz milzīgu iespēju dažādību divu locekļu relatīvo kustību veidošanā. Ievērojamo kontaktsprīgumu dēļ augstāko pāru darbīgās virsmas rūpīgi jāapstrādā un jānocietina.

Kinemātiskais pāris eksistē, ja tā elementi tiešām saskaras. Saskašanās nodrošināšanu sauc par kinemātiskā pāra slēgšanu.



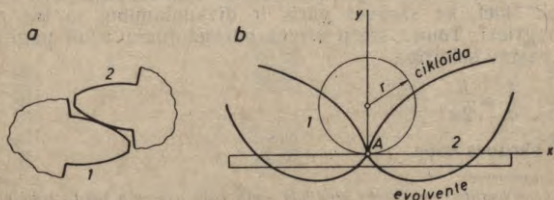
1-3. zīm.

Sastopami divi slēgšanas veidi — *slēgšana ar spēku* un *ģeometriskā slēgšana*. Ģeometriski slēgtu pāru elementi nevar atdalities viens no otra konstrukcijas īpatnību dēļ. Visi 1-2. zīmējumā dotie pāri ir parādīti ģeometriski slēgtā izpildījumā. Tādi ir arī 1-3. zīmējumā pāri *a*, *b*, *c*, bet pāris *d* jāslēdz ar smaguma, atsperes vai ar citu spēku.

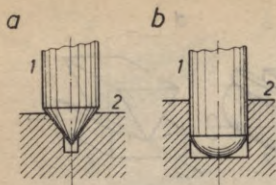
Ģeometriski slēgtus pārus iedala *patstāvīgi* un *nepatstāvīgi* slēgtos pāros. Patstāvīgi slēgts pāris izveidots tā, ka paši pāra elementi neļauj abu locekļu saskarei pārtrūkt. Nepatstāvīgi slēgta pāra ģeometriskā slēgšanā piedalās arī citi kustīgie savienojumi. Nepatstāvīgi slēgta pāra piemērs ir sažobes pāris (1-4. zīm. *a*).

Ja kinemātiskais pāris pieļauj vienādas abu locekļu punktu relatīvās trajektorijas, tad to sauc par *apgriežamu*. Apgriežama kinemātiskā pāra elementus konstruktors var apmainīt starp locekļiem, neizmainot ar to locekļu kustības. Apgriežami ir visi zemākie kinemātiskie pāri. Turpretī par augstākiem pāriem to vispār nevar teikt. Ja, piemēram, 1-4. zīmējumā cilindrs *I* bez slīdes veļas pa plakni *2*, tad cilindra punkta *A* trajektorija attiecībā pret plakni ir cikloīda, bet plaknes punkta *A* trajektorija attiecībā pret cilindru ir evolvente. Tātad viena un tā paša telpas punkta *A* trajektorijas kustībās *12* un *21* ir dažādas. Tāpēc aplūkotais frikcijas pāris nav apgriežams. Šī paša iemesla dēļ nevar apmainīt divu kopā strādājošu zobratu zobus.

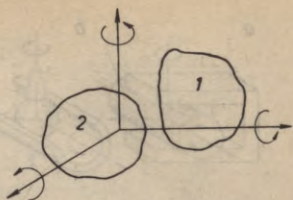
Kinemātiskā pāra galvenā īpašība ir relatīvā kustība, ko pāris pieļauj saviem locekļiem. Tā, piemēram, šarnīrs ļauj saviem locekļiem



1-4. zīm.



1-5. zīm.



1-6. zīm.

tikai griezi\* ap relatīvi nekustīgu asi. Tāpēc par šarnīriem saucami arī abi 1-5. zīmējumā attēlotie pāri. Pēdējam no tiem bez saskares virsmās ir saskare arī punktā.

Kustīgos savienojumus var iedalīt grupās pēc iespējamo kustamību skaita. Par kustamībām sauc brīvības pakāpes, kādas ir vienam pāra loceklim attiecībā pret otru.

Ja ar vienu no kustīgā savienojuma locekļiem, piemēram, ar locekli 2, saistām Dekarta koordinātu sistēmu, tad kustīgā savienojuma 12 kustamību skaits ir locekļa 1 brīvības pakāpju skaits kustībā 12. Katru no kustamībām var iedomāties kā virzi gar vienu no koordinātu asīm vai griezi ap kādu no koordinātu asīm. Katrai virzei jābūt neatkarīgai, t. i., izpildāmai atsevišķi bez citu kustību rašanās. Ja loceklis 1 kustībā 12 būtu brīvs (1-6. zīm.), tad šāda neparasta kustīgā savienojuma kustamību skaits  $f=6$ . Šīs kustamības būtu trīs virzes un trīs griezes, kas katra attēlota ar attiecīgu bultīņu. Ja  $f < 6$ , tad kustīgais savienojums uzliek saviem locekļiem  $s$  saites. Katram kustīgam savienojumam vienmēr

$$s + f = 6. \quad (1.1)$$

Kustīgā savienojuma uzlikto saišu skaitu pieņemts lietot kā savienojuma klases numuru.

Tātad eksistē piecas kustīgo savienojumu klases: V, IV, III, II un I, kurām atbilst savienojuma uzliktais saišu skaits  $s=5, 4, 3, 2, 1$  un savienojuma kustamību skaits  $f=1, 2, 3, 4, 5$ .

Sarnīrs, slīdpāris un skrūves pāris ir vienīgi zemākie vienkustamības pāri, kas vienlaikus ir V klases kinemātiskie pāri. Pirmajā acumirkli šķiet, ka skrūves pāris ir divkustamību, jo tas pieļauj virzi un griezi. Tomēr starp virzes pārvietojumu  $z$  un pagriezienu leņķi  $\varphi$  pastāv sakarība

$$\frac{z}{\varphi} = \frac{h}{2\pi}, \quad (1.2)$$

kur  $h$  — skrūves kāpe.

\* Griezes kustības un virzes kustības vietā šajā grāmatā lietoti termini grieze un virze.

Minētās divas kustamības ir neatkarīgas cilindriskā pāri, kurš tiešām ir divkustamību, t. i., IV klases pāris. Plakņu un lodes pāri ir trīskustamību, t. i., III klases pāri. Kinemātisko pāru kustamības parādītas ar bultiņām 1-2. un 1-3. zīmējumos. Tādējādi 1-3. zīmējumā augstākie pāri *a* un *b* ir četrkustamību, t. i., II klases pāri, *c* — trīskustamību, t. i., III klases pāris, *d* — divkustamību, t. i., IV klases pāris.

Sazobes pāris *a* 1-4. zīmējumā ir II klases, ja zobi saskaras pa taisni, bet I klases, ja zobi ir mucīņveida. Pareiza saskare pirmajā gadījumā atkarīga no zobratu asu paralelītātes. Frikcijas pāris *b* 1-4. zīmējumā ir V klases augstākais pāris, jo pieļauj tikai velšanos, t. i., velšanās virziena virzi, kas saistīta ar griezi. Virzes pārvietojumu un pagrieziena leņķi saista vienādojums

$$x = r\varphi. \quad (1.3)$$

Atzīmēsim ļoti svarīgu apstākli: kustīgā savienojuma uzlikto saišu skaits (klases numurs) vienāds ar neatkarīgu spēku un momentu (spēkpāru) skaitu, ko savienojuma viens loceklis var pārnēst uz otru loekli. Katra ar saiti likvidētā virzes kustamība ļauj attiecīgās ass virzienā pārnēst vienu spēku, bet katra likvidētā griezes kustamība — vienu momentu ap attiecīgo asi. Tātad *katra saite ļauj pārnēst caur kustīgo savienojumu vienu spēku vai momentu.* Tā, piemēram, šarnīrs ļauj pārnēst trīs spēkus un divus momentus, slīdpāris — trīs momentus un divus spēkus, lodes pāris trīs spēkus utt.

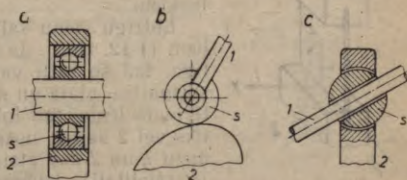
Vienosimies, ka *starp diviem locekļiem var būt tikai viens kustīgs savienojums.* Tas nozīmē, ka iespējami *sazaroti savienojumi.* Divzaru šarnīra piemēri: vārpsta divos gultņos, durvju viras.

Parasti kustīgie savienojumi ir *vienkārši*, t. i., tie savieno tikai divus locekļus. Tomēr iespējami arī vairākkārtīgi savienojumi. To piemērs ir 1-7. zīmējumā parādītais divkāršais šarnīrs, kas savieno trīs locekļus. Šādam šarnīram parasti ir starpelements — bulta *b*.

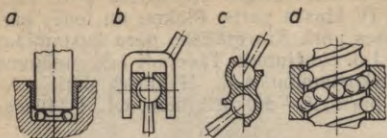
*Kustīgie savienojumi ar cietiem starpelementiem* ir ļoti izplatīti. Daži piemēri parādīti 1-8. zīmējumā: *a* — radiālais lodīšu gultnis (V kl.); *b* — savienojums ar rullīti, kas ierīkots berzes samazināšanai augstākā pāri (II kl., ja saskare pa taisni, I kl., ja saskare punktā); *c* — savienojums, kuram ir tādas pašas kustamības kā augstākam pārim *b* 1-3. zīmējumā (lodes veida starpelementa *s*



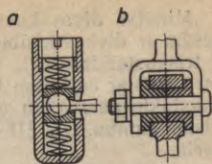
1-7. zīm.



1-8. zīm.



1-9. zīm.



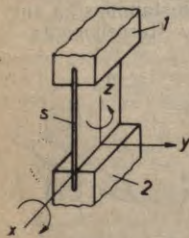
1-10. zīm.

papildu kustamību neievērojam). Pēdējais piemērs rāda, ka ar cietu starpelementu palīdzību dažus augstākos pārus var pārveidot par kustīgiem savienojumiem ar saskari virsmās, tādējādi samazinot dilšanu. Analogiski piemēri ir savienojumi *b* un *c* 1-9. zīmējumā. Ja ar lodītēm grib samazināt samērā lielo berzi skrūves pāri, tad 1-9. zīmējumā parādītā savienojuma *d* lodītēm jāierīko kanāls, pa kuru tās var noplūst no vītņēm un atgriezties vītņēs. 1-9. zīmējumā savienojumi *a* un *d* ir V klases, bet *b* un *c* — I klases.

*Kustīgie savienojumi ar elastīgiem starpelementiem* piemēru veidā parādīti 1-10. un 1-11. zīmējumā. Savienojumam *a* 1-10. zīmējumā ir tādas pašas kustamības kā augstākam pārim *b* 1-3. zīmējumā. Tomēr iepriekš saspriegtās atsperes ļauj aksiālā virzienā pārnest vēlamā lieluma spēkus. Ja spēki pārāk lieli, atsperes deformēdamās aizsargā mehānismu no pārslodzēm. Tātad līdz noteiktai robežai šāds savienojums darbojas kā lodes pāris. Savienojums *b* ir ļoti izplatītais šarnīrs ar gumijas buksēm.

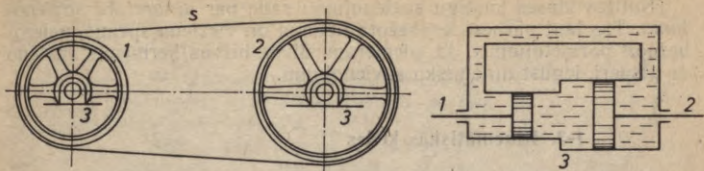
1-11. zīmējumā locekļi *1* un *2* savienoti ar elastīgu tērauda lentu *s*. Šāds savienojums pārnes spēkus gar *x* un *z* asi un momentu ap *y* asi. Tā kustamības ir virze gar *y* asi un griezes ap *x* un *z* asīm. Tātad spēku un kinemātiskā interpretācija sniedz vienu un to pašu rezultātu: dotais savienojums ir III klases kustīgs savienojums.

*Kustīgie savienojumi ar lokaniem starpelementiem* kopš seniem laikiem sastopami mašīnās, celšanas ierīcēs, aparātos. Mērāparātā 1-1. zīmējumā kustīgais savienojums 23 ir I klases, jo starpelements *a* ir tieva trosīte, kas saviem locekļiem spējīga uzlikt tikai vienu saiti. Šī saite izpaužas noteiktā sakarībā starp locekļu 2 un 3 pagriezienu leņķiem.



1-11. zīm.

Līdzīgu vienu saiti uzliek sikсна *s* skriemeļiem (1-12. zīm.). Ja sikсна tieva, gara un elastīga, tad šo saiti var uzskatīt par vienīgu. Ja sikсна īsa, plata un neelastīga vai siksnas vietā tērauda lenta, tad lokanais starpelements *s* uzliks vēl 2 saites, nosakot diezgan precīzu skriemeļu 1 un 2 asu atstatumu un leņķi starp asīm (paralelitāti). Ievērosim, ka šīs saites atkārtojas, jo tās jau uzliktas ar šarnīriem 13 un 23.



1-12. zīm.

*Kustīgie savienojumi ar šķidru starpelementu* sastopami retāk, jo ne katreiz šķidrums mehānismos ir starpelementa nozīme. 1-12. zīmējumā parādītajā hidromehānismā eļļa ļauj pārnest spēku starp virzuļiem un diezgan precīzi nosaka to relatīvo kustību. Tātad I klases kustīgais savienojums 12 šeit realizēts ar starpelementa — eļļas palīdzību.

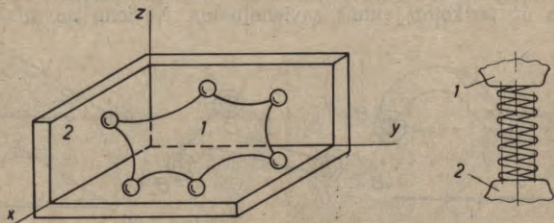
*Kustīgie savienojumi ar lokaniem vai šķidriem starpelementiem ir nekompakti*, t. i., savienotie locekļi atrodas samērā tālu viens no otra.

Kustīgos savienojumus, kuri saviem locekļiem uzliek vismaz vienu saiti, sauc par *kinemātiskiem savienojumiem*. Tādi ir visi iepriekš aplūkoti kustīgie savienojumi.

Šajā pārskatā iepazīnāties ar piecu klašu dažādu tipu kustīgiem savienojumiem. Noslēgumā var rasties jautājums: vai iespējami arī sestās un nulltās klases savienojumi. Jā, iespējami; to piemēri parādīti 1-13. zīmējumā.

*VI klases savienojums ir statiski noteicams nekustīgs savienojums*. Ja 1-13. zīmējumā ķermeņi 1 un 2 saskaras trīs punktos  $xy$  plaknē, divos punktos  $yz$  plaknē un vienā punktā  $xz$  plaknē, tad, berzi ignorējot, visas sešas reakcijas (starp ķermeņiem darbīgos spēkus) var aprēķināt ar ķermeņa 1 līdzsvara vienādojumiem.

Ja saskarpunktu  $xz$  plaknē likvidēsim, iegūsim  $y$  ass virziena augstāku slidpāri. Ja likvidēsim saskarpunktus  $xz$  un  $yz$  plaknēs, pāris 12 būs augstāks plakņu pāris. Redzams, ka *punktoveida saskares bezberzes pāra klase ir vienāda ar saskarpunktu skaitu*. Pāri 12 var uzlūkot par sazarotu pāri, kura katrs zars ir I klases pāris.



1-13. zīm.

Nulltās klases kustīgu savienojumu sauc par *dinamisku savienojumu*. Tas ļauj pārnest ierobežota lieluma un virziena spēkus, neierobežojot pārvietojumus. Ja, piemēram, divus brīvus ķermeņus savieno ar atsperi, iegūst dinamisku savienojumu.

### 1-3. Kinemātiskās ķēdes

Par kinemātisko ķēdi sauc ar kustīgiem savienojumiem savienotu locekļu sakopojumu.

Viena locekļa kustīgo savienojumu skaitu apzīmējam ar  $\alpha$ . Locekļus, kuriem  $\alpha=1$ , sauc par *puspavadām* (brīvi rotējošs skrīemelis, velosipēda pedālis), bet locekļus, kuriem  $\alpha=2$ , — par *pavadām*. Locekļus, kuriem  $\alpha>2$ , sauc par *bāzes locekļiem*. Kinemātisko ķēžu attēlos puspavadas un pavadas zīmē kā taisnes nogriežņus, bet bāzes locekļus — kā trīsstūrus, četrstūrus utt. (1-14. zīm.).

Ja, pētot kinemātiskās ķēdes, interesējas par to vispārīgajām īpašībām, tad šādos pētījumos lieto kinemātisko ķēžu *strukturās shēmas*, kurās visus kustīgos savienojumus attēlo ar aplīšiem. Vairākkārtīgos savienojumus parasti attēlo kā vienkāršus, piemēram, dubultšarnīru kā divus vienkāršus šarnīrus.

Ķēdes, kas sastāv tikai no pavadām un puspavadām, sauc par *vienkāršām ķēdēm*. Tās var būt *atklātas* un *slēgtas* (1-15. zīm.).

Ķēdes, kas satur bāzes locekļus, sauc par *sarežģītām ķēdēm*. Tās var būt  $a$  — *atklātas*,  $b$  — *pusatklātas*,  $c$  — *puslēgtas* un  $d$  — *slēgtas* (1-16. zīm.).

Visām minētajām kinemātiskajām ķēdēm (bez pārrāvumiem un ārējiem savienojumiem) derīga *galvenā ģeometriskā sakarība*

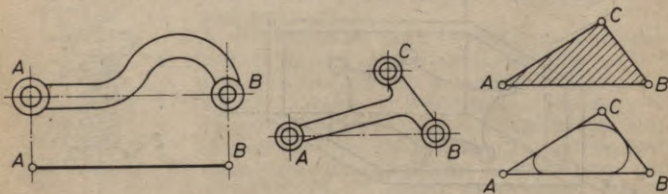
$$p = n + k - 1, \quad (1.4)$$

kur  $p$  — kustīgo savienojumu skaits (katrs vairākkārtīgs savienojums jāskaita tik reizi, cikārtīgs tas ir);

$n$  — locekļu skaits;

$k$  — slēgto kontūru skaits.

Tiešām, kā redzams 1-15. zīmējumā, vienkāršām ķēdēm formula (1.4) derīga, jo vienkāršai atklātai ķēdei  $p=n-1$ , bet slēgtai ķēdei  $p=n$ . Sarežģītas ķēdes no vienkāršām var iegūt, pievienojot jaunus locekļus un ierīkojot jaunus savienojumus. Neviena no minētajām



1-14. zīm.

operācijām neizjauc sakarību (1.4), jo, palielinot  $p$  par vienību, pirmajā gadījumā pieaug  $n$ , bet otrajā —  $k$ , arī par vienību.

Pēc Baranova priekšlikuma [9] kinemātiskās ķēdes klasi pieņem vienādu ar tās slēgto kontūru skaitu  $k$ .

Bāzes locekļus sauc par trijstūriem, četrstūriem utt., t. i., par  $\alpha$ -stūriem. Kinemātiskām ķēdēm, acīm redzot, derīgas šādas formulas:

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{\alpha_{\max}} = n, \quad (1.5)$$

$$n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + \alpha_{\max} n_{\alpha_{\max}} = 2p, \quad (1.6)$$

kur  $n_1$  — puspavadu skaits,  $n_2$  — pavadu skaits,  $n_3$  — trijstūru skaits utt. Formula (1.6) izteic ķēdes locekļu kustīgo savienojumu elementu (savienojuma pušu) skaitu. Ievietojot formulā (1.4) lielumus  $p$  un  $n$  no formulām (1.6) un (1.5), iegūst bāzes locekļu vienādojumu

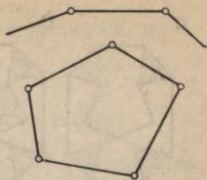
$$n_3 + 2n_4 + \dots + (\alpha_{\max} - 2)n_{\alpha_{\max}} = 2(k-1) + n_1, \quad (1.7)$$

kur slēgtām ķēdēm  $n_1 = 0$  un  $\alpha_{\max} \leq k+1$ , pusslēgtām ķēdēm  $n_1 = 0$  un  $\alpha_{\max} \leq 2k$ , pusatklātām ķēdēm  $n_1 = 0$  un  $\alpha_{\max} \leq 2k-1$ , bet atklātām ķēdēm  $k=0$  un  $\alpha_{\max} \leq n_1$ .

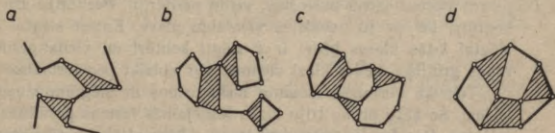
Var pierādīt, ka nepārstūrāinai bāzes locekļu skaits neatklātās kinemātiskās ķēdēs vienmēr ir pārskaitlis [73]. Šādās ķēdēs, vienreiz apstaigājot visus kontūrus un ķēdes perifēriju, katru savienojumu satiekam divas reizes. Tāpēc

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_k + \gamma_{k+1} = 2p, \quad (1.8)$$

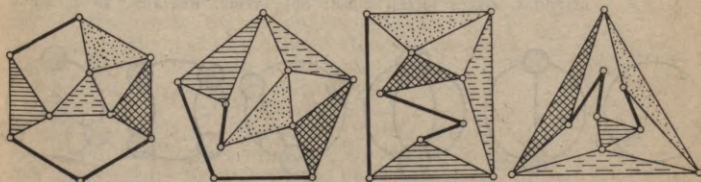
kur  $\gamma$  — attiecīgo kontūru un perifērijas malu skaits.



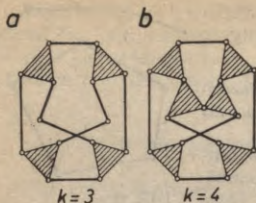
1-15. zīm.



1-16. zīm.



1-17. zīm.



1-18. zīm.

Kinemātisko ķēžu vispārīgo īpašību analizē pielieto topoloģiju. Topoloģija pēti objektu īpašības, kas saglabājas topoloģiskos pārveidojumos. Seit katram dotā objekta punktam atbilst viens noteikts pārveidotā objekta punkts — un otrādi; bez tam pārveidojums ir nepārtraukts. 1-17. zīmējumā parādīti kādas kinemātiskas ķēdes topoloģiskie pārveidojumi, kuros katrā kāds no kontūriem kļūvis par perifēriju. Pārveidojumus iegūst, doto ķēdi deformējot (var iedomāties, ka locekļi izveidoti no mīkstas gumijas), bet nepārraujot. Katrs bāzes loceklis visur

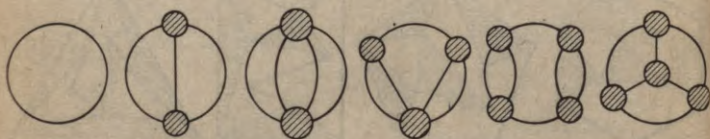
apzīmēts ar vienu un to pašu svītrojumu.

Kinemātiskā ķēde ir trīsdimensiju objekts. Tomēr tās *struktūras shēmu vienmēr var zīmēt plakānu*. Tiešām — katru savienojumu var uzskatīt par punktu; ar topoloģisku pārveidojumu visu bāzes locekļu, kuriem  $\alpha > 3$ , savienojumus pārnes plaknēs, kas šķēļ šos locekļus un saglabā tikai šo šķēlumu punktus, bet pārējos atmet. Tā iegūst telpisku ķēdi ar plakaniem bāzes locekļiem. Beidzot, ar topoloģisku pārveidojumu visus locekļus pārnes vienā plaknē un iegūst plakānu struktūras shēmu.

Ja struktūras shēmā locekļi nekrustojas vai krustojas var novērst ar topoloģisku pārveidojumu, tad atbilstošo kinemātisko ķēdi sauc par *vienslāņa*, pretējā gadījumā — par *vairākslāņa*. Var pierādīt [75], ka starp pirmo triju klašu ķēdēm vairākslāņu ķēžu nav, bet starp ceturrtās klases ķēdēm ir viena vairākslāņu ķēde (1-18. zīm. b). Ķēde a minētajā zīmējumā ir vienslāņa, jo to var veidot tā, ka nav locekļu krustojšanās.

Kinemātiskās ķēdes slēgto kontūru skaits  $k$  visērtāk noteicams ķēdes struktūras shēmā, iedomājoties, ka katra kontūra laukumus aizņemts ar plēvi, kas uzvilka uz kontūra malām. Malas, kuru locekļiem plēves vismaz vienā pusē nav, veido perifēriju. Perifērija arī ir slēgts kontūrs, bet uz to nebalstās vienlaidu plēve. Katrai slēgtai vai pus-slēgtai  $k$ -tās klases ķēdei ir  $k$  slēgti kontūri un viena perifērija. Ja rodas grūtības, ķēdes klasi vienmēr var noteikt pēc formulas (1.4).

Tehnikā visvairāk izmanto mehānismus ar slēgtām kinemātiskām ķēdēm. So ķēžu pirmo triju klašu iespējamās formas parādītas 1-19. zīmējumā. Par *formu* sauc vienkāršotu ķēdes attēlu, kurā parādīti tikai bāzes locekļi un iespējamās pavadu ķēdītes, atsevišķas pavadas nav uzrādītas. Bāzes locekļi zīmēti apļu veidā. Redzams, ka pirmajās



1-19. zīm.

divās klasēs katrā ir tikai viena forma, bet trešajā klasē četras. Augstākās klasēs formu skaits strauji aug, piemēram, slēgtām ceturtās klases ķēdēm ir 17 formas.

#### 1-4. Mehānisma kinemātiskā un struktūras shēma

Mehānisms un kinemātiskā ķēde ir tuvi jēdzieni. *Par mehānismu sauc tādu kinemātisku ķēdi, kas paredzēta vajadzīgo kustību un nepieciešamās spēku pārveidošanas sasniegšanai un kam uzrādīta statne, ja tāda ir.* Tātad ne katru kinemātisku ķēdi sauc par mehānismu.

Mehānismu var attēlot tehniskā rasējumā, puskonstruktīvā shēmā, kinemātiskā shēmā un struktūras shēmā.

Kinemātiskās shēmas sastādīšanas princips ir šāds: *kinemātiskā shēmā jāattēlo tikai tas, kam ir nozīme mehānisma kustības izpētīšanā.* Konkrēta mehānisma kinemātiskā shēmā jāparāda visi kustības noteikšanai vajadzīgie izmēri un tā jāzīmē mērogā. Vēlams atzīmēt arī kustīgo savienojumu klases (ja mehānisma struktūras shēma nav dota).

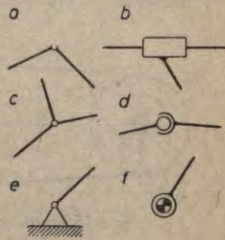
Kinemātiskā shēmā locekļus attēlo vienkāršoti (1-14. zīm.) un kustīgiem savienojumiem lieto nosacītus apzīmējumus. Daži no tiem parādīti 1-20. zīmējumā: *a* — šarnīrs, *b* — slīdpāris, *c* — dubultšarnīrs, *d* — lodes pāris, *e* un *f* — šarnīrs, kura viens loceklis ir statne. Statni pieņemts parādīt ar nelielu bārkstveida svītrojumu.

Kinemātiskā shēma ir mehānisma aprēķina pamats, bet struktūras analizē un aprēķinu metodes izvēlē noderīga ir *mehānisma struktūras shēma*, kurā simboliski parāda locekļus un kustīgos savienojumus. Struktūras shēmā jāatzīmē kustīgo savienojumu klases un vēlams parādīt arī vedošās ķēdes. Vairākkārtīgos šarnīrus nevajag sadalīt vienkāršos šarnīros.

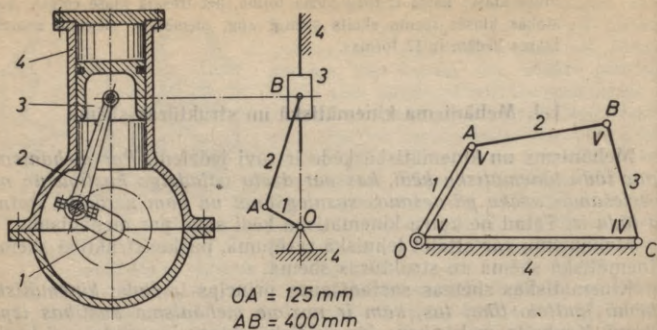
Par *vedošām ķēdēm sauc kinemātiskās ķēdes, kuru locekļu relatīvā kustība pieņemta par dotu.* Visparastākais vedošās ķēdes gadījums ir *vedošais locekļpāris*. Mehānisma vedošo ķēžu skaitu *N* saukšim par *mehānisma šķiru*.

Struktūras shēmās vedošo ķēžu pavadas un vedošos kustīgos savienojumus attēlosim ar dubultlīnijām; vedošo ķēžu bāzes locekļus neiesvītrosim, bet iepunktēsīm.

1-21. zīmējumā attēlota kompresora puskonstruktīvā, kinemātiskā un struktūras shēma. Aplūkojamo mehānismu sauc par kloķa-slīdņa mehānismu. Tas sastopams iekšdedzes dzinējos, tvaika mašīnās, sūkņos, štancēšanas presēs (bet ne ar apaļu slīdni) un daudzās citās mašīnās. Locekli 1 (kloķvārpstu) mehānismu teorijā sauc par kloķi, locekli 2 — par klani, locekli 3 — par slīdni. Vispār par kloķi sauc locekli, kas var rotēt, izdarot pilnus apgriezienus ap savu asi, bet par klani — locekli, kas atrodas sarežģītā komplānā vai



1-20. zīm.



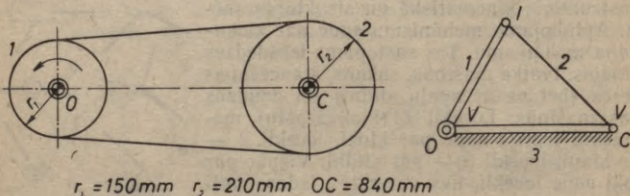
1-21. zīm.

telpiskā kustībā. Struktūras shēmā par vedošo uzrādīta ķēde 14. To bieži dara pat tad, ja dzenošais loceklis ir 3, kā tas ir dzinējos, jo rotāciju matemātiski vieglāk uzdot nekā virzes turpatpakaļkustību. Ja vedošā vai dzenošā ķēde satur statni, tad saskaņā ar tradīciju runā par vedošo vai dzenošo loekli, nevis par vedošo vai dzenošo ķēdi.

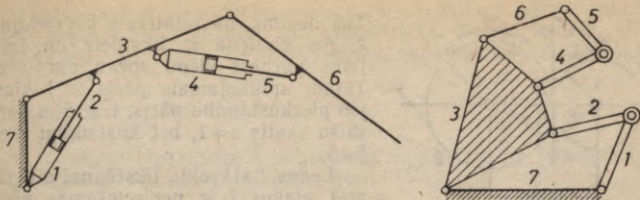
Par *dzenošiem locekļiem* sauc locekļus, uz kuriem darba ķermenis (2-7. §) iedarbojas ar dzinējspēku. Tādējādi vedošais loceklis un dzenošais loceklis ne vienmēr ir viens un tas pats.

1-22. zīmējumā attēlota siksnas pārvada kinemātiskā un struktūras shēma. Pārvada puskonstruktīvā shēma dota 1-12. zīmējumā. Pieņemts, ka sikсна ir šaura un elastīga, tāpēc kustīgam savienojumam 12 piešķirta I klase. Vedošā ķēde ir 13.

Abi iepriekš aplūkoti mehānismi ir pirmās šķiras, jo katram ir tikai viena vedošā ķēde. Otrās šķiras mehānisma kinemātiskā un struktūras shēma parādīta 1-23. zīmējumā. Tāds mehānisms sastopams ekskavatoros, iekrāvējos un citās mašīnās. Te ir divas vedošās



1-22. zīm.



1-23. zīm.

ķēdes — hidrocilindri, kas vienlaikus ir dzenošās ķēdes. No struktūras shēmas redzams, ka šajā mehānismā pielietota otrās klases pusslēgta kinemātiskā ķēde.

## 2. NODAĻA

### SAITES UN MEHĀNISMA KUSTAMĪBA

#### 2-1. Kinemātisko saišu īpašības

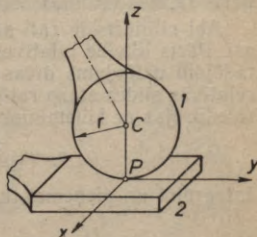
1. nodaļā atzīmējām, ka mehānisma īpašības atkarīgas no kustīgo savienojumu tipa. Redzējām, ka gandrīz visi kustīgie savienojumi uzliek saviem locekļiem vienu, divas, trīs, četras vai piecas saites. Katra uzliktā saite likvidē vienu no šesām neatkarīgām relatīvām kustībām, kādas būtu iespējamas, ja savienojuma nebūtu, un ļauj pārnest vienu patvaļīga lieluma (nepārsniedzot izturības robežu) spēku vai momentu no viena locekļa uz otru. Tādus kustīgus savienojumus nosaucām par kinemātiskiem savienojumiem.

Tagad aplūkosim kinemātisko savienojumu uzlikto saišu īpašības.

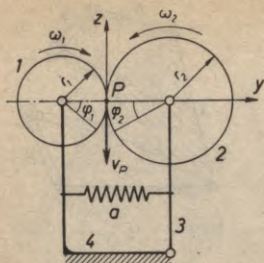
Mehānismos visizplatītākās ir *ģeometriskās saites*; tās ierobežo locekļu relatīvos pārvietojumus. Šādas saites uzliek visi parastie kinemātiskie pāri un kustīgie savienojumi ar cietiem starpelementiem. Tomēr te iespējams izņēmuma gadījums, kas iziet no ģeometrisko saišu robežām. Aplūkosim to.

2-1. zīmējumā attēlotais lodes-plaknes augstākais kinemātiskais pāris uzliek saviem locekļiem tikai vienu ģeometrisku saiti, kuras vienādojums ir

$$z_C - r = 0.$$



2-1. zīm.



2-2. zīm.

Tas nozīmē, ka relatīvais pārvietojums  $z$  ass virzienā ir likvidēts un iespējams pārnest vienu spēku gar  $z$  asi. Tātad, aplūkojamais pāris ir I klases jeb pieckustamību pāris, t. i., šim pārim saišu skaits  $s=1$ , bet kustamību skaits  $f=5$ .

Lodes 1 stāvokļa fiksēšanai attiecībā pret plakni 2 ir nepieciešamas piecas vispārinātās koordinātes:  $x_C, y_C$  un trīs Eilera leņķi. Tādējādi vispārināto koordinātu skaits iznāk vienāds ar kinemātiskā pāra kustamību.

Berzes dēļ iespējama nelielu spēku pārvešana  $x$  un  $y$  asu virzienos. Turpretī, ja berze tik liela, ka slide nav iespējama (frikcijas virsmas), tad pārnēsami spēki  $x$  un  $y$  asu virzienos var mainīties plašās robežās un relatīvā slide šajos virzienos nav iespējama.

Tas nozīmē, ka parādījušās divas jaunas saites. Šo saišu vienādojumi

$$\omega_x r + \dot{y}_C = 0, \quad \omega_y r - \dot{x}_C = 0$$

satur koordinātu atvasinājumus, bet nav integrējami. Sādas saites Hercs 1894. gadā nosauca par *neholonomām saitēm*. Tagad  $s=3$ ,  $f=3$ , bet lodes stāvokļa noteikšanai attiecībā pret plakni vajadzīgas tās pašas iepriekš minētās piecas koordinātes. Tātad *neholonomo saišu gadījumā kinemātiskā pāra kustamība ir mazāka par vispārināto koordinātu skaitu*. Vispār

$$f = n_q - s^{ne}, \quad (2.1)$$

kur  $n_q$  — vispārināto koordinātu skaits,  
 $s^{ne}$  — neholonomo saišu skaits.

2-2. zīmējumā parādīts cilindrisko berzes ratu jeb frikcijas pārvads, kas sastāv no četriem locekļiem un papildelementa  $a$ . Noskaidrosim, kādas saites saviem locekļiem uzliek augstākais kinemātiskais pāris 12, kas veidojas berzes ratu saskarvietā.

Abi cilindriskie rati saskaras pa kopējo veiduli, kas sakrīt ar  $x$  asi. Pāris likvidē relatīvo pārvietojumu gar  $y$  asi un griezi ap  $z$  asi, tādējādi uzlikdams divas ģeometriskas saites. Ja berze tik liela, ka relatīvās slides starp ratiem nav, tad tiek uzlikta vēl trešā saite, kas raksturojas ar kinemātisku sakarību

$$v_P = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \quad \text{jeb} \quad \dot{\varphi}_1 r_1 = \dot{\varphi}_2 r_2.$$

Integrējot un pieņemot, ka sākumā  $\varphi_1 = 0$  un  $\varphi_2 = 0$ , iegūstam

$$\varphi_2 = \frac{r_1}{r_2} \varphi_1.$$

Iegūtais saites vienādojums saista ratu leņķiskos pārvietojumus. Tāpēc trešā saite it kā būtu arī ģeometriskā. Tomēr faktiski slīde frikcijas pārvadā notiek, un trešās saites vienādojums izskatās šāds:

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{r_1}{r_2} \dot{\varphi}_1 (1 - \xi),$$

kur  $\xi$  — slīdes koeficients, kas atkarīgs no slodzes un frikcijas virsmu īpašībām. Praksē var pieņemt, ka

$$0 < \xi \leq 0,03.$$

Šādu saiti, kas tikai aptuveni ir ģeometriskā un kas ir arī sīkna pārvadā (1-22. zīm.), saucim par *pseudokinemātisku saiti*. Pseudokinemātiskas saites raksturīgas kinemātiskiem savienojumiem ar deformējamiem starpelementiem.

Ģeometriskās, neholonomās un pseudokinemātiskās saites sauc par *kinemātiskām saitēm*, jo, kā redzējām, tās uzliek ierobežojumus ātrumiem. Tiesa, ģeometrisko saišu vienādojumos ir tikai pārvietojumi, tomēr, tos diferencējot, varam iegūt sakarības starp ātrumiem. Tādējādi katra ģeometriskā saite ir kinemātiska, nevis otrādi, jo neholonomo saišu vienādojumi ir neintegrējami.

Tagad varam teikt, ka *kinemātiskie savienojumi uzliek saviem locekļiem kinemātiskas saites*.

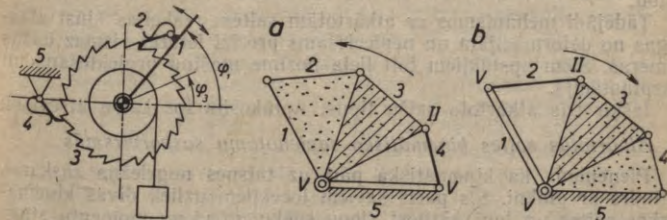
Parasti kinemātiskās saites sauc vienkārši par saitēm. Arī mēs visumā ievērosim šo tradīciju.

Saites mehānismos parasti ir *pastāvīgas*. Tomēr iespējamas arī *mainīgas saites*. Mehānismus ar mainīgām saitēm sauc par *mainīgas struktūras mehānismiem*. Parādīsim divus šādu mehānismu piemērus: vienu, kur saišu maiņu nosaka paša mehānisma konstrukcija, otru, kur saites maiņa cilvēks vai automātiska ierīce (regulators).

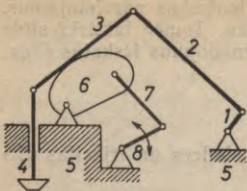
2-3. zīmējumā redzamā sprūdmehānisma vedošais loceklis 1 atrodas svārstīgā rotācijā un piedzen sprūdratu 3 vienvirziena rotācijā ar pārtraukumiem, realizējot sakarību

$$\dot{\varphi}_3 = \xi \dot{\varphi}_1,$$

kur ar lielu varbūtību koeficients  $\xi = 1$ , ja  $\dot{\varphi}_1 > 0$ , bet  $\xi = 0$ , ja  $\dot{\varphi}_1 < 0$ . Pirmajā gadījumā locekļi 1, 2 un 3 kustas kā viens vesels (struktūras



2-3. zīm.



2-4. zīm.

shēma a), bet otrajā gadījumā locekļi 3 un 4 pievienojas statnei (strukturā shēma b). Sprūdmehānismam piemīt kustības taisngrieža īpašība.

2-4. zīmējumā attēlots tvaika mašīnas iepļūdes vārsta darbināšanas mehānisms. Vārstu 4 piedzen loceklis 1, rotēdams ap nekustīgu asi 15. Vārsta kustība atkarīga no locekļu saskaršanās augstākā pāri 36. Ja saskares nav, tad vārsts netiek pacelts, jo locekļi 1, 2 un 3 var brīvi kustēties, nepaceļot vārstu. Saskari pāri 36 un līdz

ar to vārsta pacelšanas augstumu un ilgumu regulē cilvēks vai regulators, pagriežot locekli 8 vienā vai otrā virzienā.

Beidzot atzīmēsim, ka mehānisma īpašības atkarīgas ne tikai no katras mehānismam uzliktās saites īpašībām, bet ļoti ievērojami arī no saišu skaita un kopdarbības. Šo praksei un teorijai sevišķi svarīgo jautājumu aplūkosim nākošajā paragrāfā.

## 2-2. Atkārtotās saites

Mehānismos, kur ar kustīgiem savienojumiem uzlikts ievērojams kinemātisko saišu skaits, iespējams, ka dažas saites atkārtoti ierobežojumus, ko uzlikušas jau citas saites. Pirmās tad sauc par *atkārtotām saitēm*.

Protams, atkārtotās saites nelikvidē locekļu brīvības pakāpes, jo to izdarījušas jau citas saites. Šī iemesla dēļ atkārtotās saites sauc par pasīvām jeb liekām saitēm. Šos nosaukumus nelietosim, jo vēlamies ievērot locekļu deformējamības un neprecizitātes radītās parādības, kurās atkārtotās saites nav pasīvas, bet dažreiz arī nav mehānismā liekas. Iedomājamu mehānismu ar absolūti precīziem un absolūti cietiem locekļiem sauksim par *idealizētu mehānismu*.

Atkārtotām saitēm piemīt šādas īpašības:

1) atkārtoto saišu likvidēšana neietekmē idealizēta mehānisma kinemātiku,

2) katra atkārtota saite palielina mehānisma statisko nenoteicamību.

Tādējādi mehānismos ar atkārtotām saitēm reakcijas kļūst atkarīgas no deformācijām un nepieciešams precīzi ieturēt vismaz dažus izmērus. Šiem apstākļiem ļoti liela nozīme mašīnu projektēšanā un ekspluatācijā.

Izšķir trīs atkārtoto saišu tipus. Aplūkosim tos katru atsevišķi.

### A. Atkārtotās saites kinemātisko savienojumu saskarvīrmās

Pieņemam, ka kinemātiskā pāri uz taisnes nogriežņa saskaras cilindrs ar plakni. Šis pāris saviem locekļiem uzliek divas kinemātiskās saites un ļauj pārnest vienu spēku un vienu momentu starp locekļiem. Taču šīs funkcijas realizēšanai idealizētā mehānismā pie-

tiek ar abu locekļu saskari tikai divos minētā taisnes nogriežņa punktos.

Līdzīgi rīkojoties, ikvienā kinemātiskā pāri saskari virsmās var aizvietot ar saskari punktos, kuru skaits vienāds ar pāra klasi. Šis jautājums skarts 1-2. paragrāfa beigās un 1-13. zīmējumā, kur no-skaidrots, ka šādi punktveida saskares pāri ir statistiski noteicami. Tas pats attiecas uz cietu starpelementu saskari kinemātiskos savienojumos. Tātad saskare visos pārējos punktos rada atkārtotas saites neierobežotā daudzumā. Rezultātā virsmu reakcijas kļūst statistiski nenoteicamas un to aprēķinam jālieto hipotēzes par spriegumu sadalījumu kontakvirsmās.

Šis pirmā tipa atkārtotās saites ir vēlamas, jo tās samazina kontaktpiedienus, palielina uz kustīgiem savienojumiem pieļaujamo slodzi un samazina dilšanu. Šis saites var radīt ar rokas piestrādi (piešāberēšanu) vai uz metālapstrādes mašīnām. Šo saišu skaitu palielina, piestrādinot viegli slogotu mehānismu bagātīgas eļļošanas apstākļos.

### B. Atkārtotās saites sazarotos kustīgos savienojumos

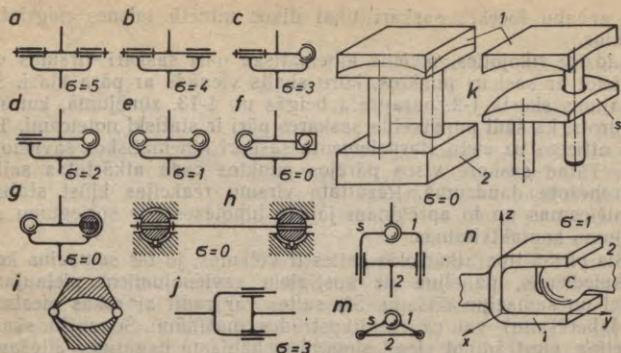
1-2. paragrāfā vienojāties, ka starp diviem locekļiem iespējams tikai viens kustīgs savienojums. Praksē bieži tas ir sazarots savienojums, kas sastāv no atsevišķiem daļsavienojumiem, ko saucam par zariem. Galvenais sazarota savienojuma konstrukcijas kvalitātes rādītājs ir atkārtoto saišu skaits  $\sigma$ . Jo  $\sigma$  dotajā savienojumā lielāks, jo precīzāk tas jāizgatavo, jo jutīgāks ir savienojums pret deformācijām un iesprūšanu, jo grūtāk montējams un demontējams. Atkārtoto saišu kaitīgā ietekme samazinās, ja locekļu elastības moduļi stipri atšķirīgi.

Šis otrā tipa atkārtotās saites sazarotos savienojumos rodas sazarā ar slēgto kontūru veidošanos savienojuma iekšienē. Šo kontūru skaits par vienu mazāks nekā savienojuma zaru skaits. 2-5. zīmējumā parādīta virkne divzaru savienojumu, kuru struktūras shēmā  $\delta$  ir viens kontūrs — divstūris. Katrai konstrukcijai pierakstīts tajā esošais atkārtoto saišu skaits  $\sigma$ , kuru var aprēķināt pēc formulas

$$\sigma = \sum s_1 - s, \quad (2.2)$$

kur  $\sum s_1$  — ar daļsavienojumiem faktiski uzliktais saišu skaits;  
 $s = 6 - f$  saskaņā ar formulu (1.1) ir minimālais saišu skaits, kas nepieciešams, lai sazarotā savienojuma kustamība būtu  $f$ .

2-5. zīmējumā redzama divzaru šarnīra evolūcija, kuras rezultātā rodas optimāla konstrukcija  $h$  vārpstas atbalstīšanai divos gultņos. Savienojot paralēli divus cilindriskos pārus, iegūst slīdpāri  $j$ , kuram diemžēl ir trīs atkārtotas saites. Lai tās likvidētu, var vienam no divzaru slīdpāra locekļiem trīs saites noņemt, piemēram, abu tā pušu nekustīgā savienojuma vietā (kuru var pieņemt par statistiski noteicamu, t. i., ar sešām saitēm) ierīkojot lodes pāri. Šādā nolūkā ierīkotus kustīgus savienojumus sauc par *atslodzes savienojumiem*. Tā iegūst labu konstrukciju  $m$ , kurā ir starpķermenis  $s$ . Stanču būvē



2-5. zīm.

ir noderīgs šīs konstrukcijas praktiskais variants *k*. Svarīgi ievērot, ka lodes pāra centrs nedrīkst atrasties vienā plaknē ar cilindrisko pāru asi. Šī noteikuma pamatojums kļūs saprotams, kad iepazīsimies ar universālo struktūras formulu lietošanu atkārtoto saišu skaita noteikšanā. Struktūras formulas pielietojamas sazarotiem savienojumiem, pieņemot tos par divlocekļu mehānismiem. 2-5. zīmējumā pirmās klases kinemātiskais pāris *n* saviem locekļiem uzliek *divpusīgu kinemātisku saiti*, bet tas, kā rāda formula (2.2), nav iespējams bez vienas atkārtotas saites parādīšanās. Tiešām, vienlaicīga saskare abos punktos prasa augstu izgatavošanas precizitāti un rada statisko nenoteicamību.

Abu daļsavienojumu uzlikto saišu vienādojumi (ja tos neraksta ar nevienādības zīmēm) ir  $z_c - r = 0$ , kur  $r$  — lodes rādiuss. Tātad otrā tipa atkārtotās saites apraksta identiski vienādojumi.

### C. Atkārtotas saites slēgtās kinemātiskās ķēdēs

Ja runā par atkārtotām saitēm, tad parasti domā šīs — trešā tipa atkārtotās saites. Tas tādēļ, ka tieši no šīm atkārtotām saitēm visvairāk atkarīgas mehānisma ekspluatācijas īpašības un tehnoloģiskums.

Trešā tipa atkārtotās saites veidojas kinemātisko ķēžu slēgtos kontūros, kad kustīgiem savienojumiem ir sevišķs novietojums vai locekļiem — sevišķi izmēri. Tās radniecīgas otrā tipa atkārtotām saitēm, bet grūtāk konstatējamās. Šo saišu parādīšanās padara saišu vienādojumus savstarpēji atkarīgus [81].

Trešā tipa atkārtoto saišu skaita noteikšanas galvenais līdzeklis ir universālās struktūras formulas, kuras aplūkosim nākamajā paragrāfā. Pagaidām atzīmēsim, ka mehānismiem bez atkārtotām saitēm jāizpilda šāds noteikums: *ja kādu mehānisma locekli pāršķēļ,*

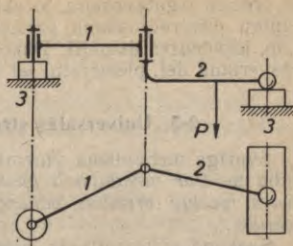
tad vienai pāršķeltā locekļa pusei pret otru ir visas sešas brīvības pakāpes (šķelšanas kritērijs).

2-6. zīmējumā divās projekcijās attēlots mehānisms, kas paredzēts spēka  $P$  pielikšanas punkta pārvietošanai horizontālā plaknē. Pāršķelot, piemēram, locekli 2, konstatējam, ka nav iespējams realizēt relatīvu vertikālu virzes pārvietojumu. Tātad mehānismā ir atkārtota saite. Ja, piemēram, lodes pāri 23 likvidētu, idealizēta mehānisma kinemātika saglabātos. Tomēr piepūles locekļos pieaugtu, ja vien mehānisma neprecīzas izgatavošanas dēļ tās jau sākotnējā mehānismā nebūtu bijušas pārāk lielas. Atkārtoto saiti var likvidēt arī citādi, piemēram, pārvēršot par cilindrisku pāri šarnīru 12 vai 13.

Slodzes, temperatūras un izgatavošanas neprecizitātes dēļ mehānismos ar atkārtotām saitēm rodas papildu spriegumi, kas palielina izdīlšanu un samazina lietderības koeficientu. Šādu mehānismu izgatavošana ir dārga, montāža un demontāža bieži vien apgrūtinātas, draud iesprūšana un lūzumi. Lai kaut daļēji novērstu minētos trūkumus, bieži palielina spēles kustīgos savienojumus, kas savukārt rada triecienus un paātrinātu izdīlšanu. Spiedienu sadalījums kinemātisko savienojumu saskarvirsmās jaunā mehānismā ļoti nevienmērīgs. Tāpēc vajadzīga ilgstoša mehānisma piestrādīšana. Lai deformācijas būtu mazākas, locekļi jāveido ar lielu stiprības rezervi. Atkārtoto saišu kaitīgo ietekmi mehānismos atzīmēja Rešetovs jau 1934. gadā [95].

Minēto iemeslu dēļ daudzos gadījumos jādod priekšroka mehānismiem bez atkārtotām saitēm. Sie statistiski noteicamie mehānismi viegli izgatavojami. Izmēru kļūdas nerada papildu spriegumus vai nevienmērīgu spriegumu sadalījumu. Reakcijas nav atkarīgas no deformācijām, bet tikai no slodzes; tādēļ tās viegli aprēķināmas. Locekļu deformācijas praktiski neietekmē mehānisma darbību. Kinemātisko savienojumu saskarvirsmas jau jaunā mehānismā saskaras visā laukumā, bet plestrāde vajadzīga tikai pirmā tipa atkārtoto saišu radīšanai. Ļoti vērtīga šo mehānismu īpašība ir locekļu pašiestādīšanās, t. i., locekļi slodzes iespaidā paši ieņem tādus stāvokļus, kuros spriegumu sadalījums visvienmērīgākais un spriegumi vismazākie. Diemžēl pašiestādīšanos vairāk vai mazāk traucē berze, kas jācenšas samazināt. Mehānismi bez atkārtotām saitēm ir droši darbā un kalpo ilgi. Tāpēc šie mehānismi maksimāli ieviešami tautsaimniecībā. Sevīši tas attiecas uz lauksaimniecības mašīnām, kurām jābūt vieglām, lētām un jāstrādā pārslodzēs, mašīnas korpusam stipri deformējoties.

Tomēr atsevišķos gadījumos minimālais skaits atkārtoto saišu jā saglabā, lai tādējādi palielinātu mehānisma pieļaujamo slodzi, ja



2-6. zīm.

ar precīzu izgatavošanu, locekļu palielinātu stingumu un mehānisma rūpīgu piestrādāšanu panākta atkārtoto saišu darbspēja (piemēram, iekšdedzes dzinēji). Dažreiz atkārtotās saites jā saglabā arī citu apsvērumu dēļ, piemēram, lai novērstu maiņas punktus (4-2. §).

### 2-3. Universālās struktūras formulas

Svarīgs mehānisma kinemātisks parametrs ir mehānisma kustamība  $w$ . Par mehānisma kustamību sauc mehānisma kinemātiskās ķēdes locekļu brīvības pakāpju skaitu attiecībā pret vienu no locekļiem.

Saskaņā ar teorētiskās mehānikas atziņām mehānisma kustamību var izteikt šādi:

$$w = n_q - s^{ne} + \sigma^{ne}, \quad (2.3)$$

kur  $n_q$  — vispārināto koordinātu skaits, t. i., minimālais koordinātu skaits, kas nepieciešams visu mehānisma locekļu relatīvā stāvokļa noteikšanai;

$s^{ne}$  — neholonomo saišu skaits;

$\sigma^{ne}$  — atkārtoto neholonomo saišu skaits.

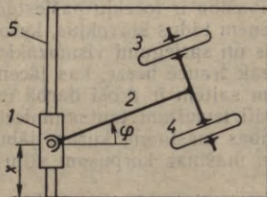
2-1. piemērs. Noteikt 2-7. zīmējumā dotā vienass piekabes pētišanas modeļa mehānisma kustamību.

Atbilstošā mehānisma stāvokli nosaka četras vispārinātās koordinātes:  $x$ ,  $\varphi$  un divi leņķi, kas fiksē riteņu stāvokli attiecībā pret locekli 2. Riepu saskarē ar pamatni 5 divas ģeometriskas saites novērs pārvietošanos perpendikulāri pamatnes plaknei, divas neholonomas saites nosaka riteņu griešanos, bet divas neholonomas saites novērs sānslīdi. Starp pēdējām viena atkārtojas, jo piekabes sānslīdes novērsšanai kinemātiski pietiku vienas saites. Ievietojot atrastās vērtības formulā (2.3), iegūstam mehānisma kustamību

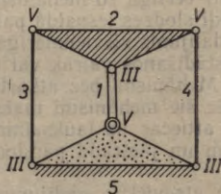
$$w = 4 - 4 + 1 = 1.$$

Piezīme. Riteņu saites ar pamatni noskaidrotas iepriekš, aplūkojot 2-1. zīmējumu.

Parasti neholonomo saišu mehānismos nav. Tad mehānisma kustamība vienāda ar vispārināto koordinātu skaitu, kas vairumam



2-7. zīm.



mehānismu ir 1. 1-21. zīmējumā dotam kloķa-slīdņa mehānismam  $\omega=1$ , jo pietiek uzdot, piemēram, kloķa leņķi, lai visu locekļu stāvoklis kļūtu zināms. Mehānismus, kuru kustamība  $\omega=1$ , sauc par *piespiestas kustības mehānismiem*.

No kustamības definīcijas izriet, ka mehānisma kustamība vienāda ar minimālo skaitu saišu, pēc kuru uzlikšanas visi mehānisma locekļi kļūst relatīvi nekustīgi.

Par struktūras formulām pieņemts saukt kustamības matemātiskās izteiksmes ar mehānisma struktūras parametriem.

Pazīstamas trīs dažādas universālās struktūras formulas: P. Somova 1887. gadā publicētā formula [98]

$$\omega = (n-1) + f - p - 5k + \sigma, \quad (2.4)$$

A. Mališeva 1923. gadā publicētā formula [59]

$$\omega = 6(n-1) - s + \sigma \quad (2.5)$$

un šī kursa autora 1962. gadā publicētā formula [71]

$$\omega = f - 6k + \sigma, \quad (2.6)$$

kurās  $n$  — locekļu skaits,  $p$  — kinemātisko savienojumu skaits,  $k$  — slēgto kontūru skaits,  $f$  — kinemātisko savienojumu kustamību kopskaits,  $s$  — kinemātisko savienojumu uzlikto saišu kopskaits,  $\sigma$  — atkārtoto saišu skaits. Somova un Mališeva formulas sniegtas nedaudz izmainītā veidā. Oriģinālo Mališeva formulu dabūjam, ja formulā (2.5) ievietojam

$$s = 5p_V + 4p_{IV} + 3p_{III} + 2p_{II} + p_I,$$

kur  $p_V, p_{IV}, \dots$  ir dažādu klašu kinemātisko savienojumu skaiti. Iespējams arī rakstīt

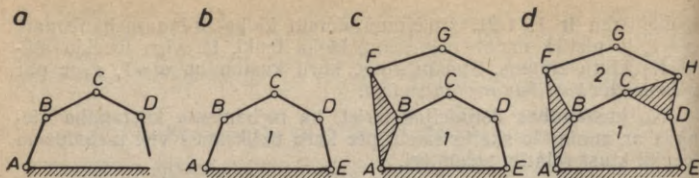
$$f = p_V + 2p_{IV} + 3p_{III} + 4p_{II} + 5p_I.$$

Izmantojot galveno ģeometrisku sakarību (1.4) un ievērojot, ka katrā mehānismā ir jābūt

$$f + s = 6p, \quad (2.7)$$

katrai no struktūras formulām var piešķirt pārējo divu formulu veidus. Tas nozīmē, ka struktūras formulas nav neatkarīgas. Tās visas izteic vienu un to pašu sakarību, tāpēc tās ir līdzvērtīgas. Dosim abu vienkāršāko formulu pierādījumus, jo tie palīdz izprast šo formulu saturu.

Mališeva formulas pierādījums:  $n$  locekļiem pirms kinemātisko savienojumu iebūves ir  $6(n-1)$  brīvības pakāpes, jo viens loceklis pieņemts par nekustīgu; kinemātisko savienojumu iebūve samazina brīvības pakāpju skaitu par  $(s-\sigma)$ , jo starp  $s$  saitēm ir  $\sigma$  atkārtotās



2-8. zīm.

saites, kas brīvības pakāpju skaitu nesamazina. Atņemot no pirmā skaitļa otro, iegūstam formulu (2.5).

Formulas (2.6) pierādījums ir šāds. Konstruējam mehānismu pakāpeniski saskaņā ar 2-8. zīmējumā parādītajiem soļiem. *Atklātā kinemātiskā ķēdē atkārtotu saišu nav.* Tāpēc sistēmas *a* kustamība

$$\omega_a = f_A + f_B + f_C + f_D = f_a.$$

Ja kinemātiskais savienojums *E* uzliek  $s_E = 6 - f_E$  saites, starp kurām  $\sigma_1$  saites atkārtō kādas citas kontūra *I* saites, tad

$$\omega_b = f_a - [(6 - f_E) - \sigma_1] = f_1 - 6 + \sigma_1.$$

Sistēmas *c* un sistēmas *d* kustamības ir

$$\omega_c = \omega_b + f_F + f_G,$$

$$\omega_d = \omega_c - [(6 - f_H) - \sigma_2] = f_1 + f_2 - 6 \cdot 2 + \sigma_1 + \sigma_2.$$

Redzams, ka visu četru 2-8. zīmējumā parādīto sistēmu kustamību izteiksmes atbilst formulai (2.6).

Vienkustamības pāru mehānismiem bez atkārtotām saitēm formula (2.6) ir šāda:

$$\omega = p - 6k.$$

Ievietojot šeit  $\omega = 1$  un  $k = 1$ , atrodam, ka *visvienkāršākais vienkustamības pāru mehānisms bez atkārtotām saitēm ir septiņlocekļu mehānisms.* Šāda mehānisma piemērs ir vārpstu šarnīrsajūgs (4-23. zīm.), kas ļauj vārpstām ieņemt jebkuru relatīvo stāvokli.

**2-2. piemērs.** Aprēķināt 2-7. zīmējumā dotā mehānisma atkārtoto saišu skaitu.

**Atrisinājums.** Jau 2-1. piemērā noskaidrojām, ka šī mehānisma kustamība  $\omega = 1$ . Vadoties no mehānisma struktūras shēmas, atbilstoši formulām (2.5) un (2.6) iegūstam šādus rezultātus:

$$\sigma = \omega - 6(n - 1) + s = 1 - 6(5 - 1) + 24 = 1,$$

$$\sigma = \omega - f + 6k = 1 - 12 + 6 \cdot 2 = 1.$$

Lietojot formulu (2.6), parasti jārikojas ar mazākiem skaitļiem.

## 2-4. Plakanie, sfēriskie un cilindriskie mehānismi

Katrs mehānisms ir trīsdimensionāls objekts, un uz to darbojas telpiska spēku sistēma. Tāpēc pilnīga mehānismu izpētīšana iespējama tikai trīsdimensionālu telpā, kurā brīvam ķermeņim ir 6 brīvības pakāpes.

Zināmas arī trīs divdimensionālu telpas — virsmas, kurās nemaināmai figūrai ir vairāk par vienu brīvības pakāpi, šīs virsmas ir plakne un lodes virsma, kurās brīvai figūrai ir 3 brīvības pakāpes, un apaļa cilindriskā virsma, kurā ir 2 brīvības pakāpes. Ir arī mehānismi, kuru locekļu punktu trajektorijas atrodas paralēlās plaknēs, koncentrisku ložu vai koaksiālu cilindru virsmās. Šajos mehānismos var novilkt minētās virsmas tā, ka tās šķel locekļus vai to turpinājumus un šķeluma figūras kustas virsmās kā nemaināmas figūras. Tā rodas mehānisma attēls uz noteiktas virsmas, kurā locekļi attēlojas ar figūrām, bet kustīgie savienojumi ar divdimensionāliem savienojumiem.

Redzams, ka pēc locekļu punktu trajektoriju veida mehānismus var iedalīt *tīlpuma* un *virsmu* mehānismos. Virsmu mehānismus savukārt iedala *plakanos*, *sfēriskos* un *cilindriskos* mehānismos. Visizplatītākie ir plakanie mehānismi, pie kuriem pieder vairums iepriekš aplūkoto mehānismu. Ar sfēriskiem un cilindriskiem mehānismiem sastapsimies tālāk šinī kursā.

Plakano mehānismu analīzes un sintēzes uzdevumos daudzreiz ir pietiekami un reizē izdevīgi operēt nevis ar īsteno mehānismu, bet ar tā attēlu, jo attēls ir vienkāršāks. Tas iespējams tāpēc, ka attēlam piemīt divas svarīgas īpašības:

1) *saites, ieskaitot atkārtotās, sadalās normālās un tangenciālās saitēs, tā rezultātā*

2) *attēla kustamība ir vienāda ar īstenā mehānisma kustamību.* Normālās saites nepieļauj virsmai perpendikulārus pārvietojumus. Pētot attēla kustību, normālās saites nav jāievēro. Atliek tikai pieņemt, ka figūras, t. i., locekļu attēli, spiesti kustēties virsmā.

*Tangenciālās saites* ierobežo locekļu attēlu kustību virsmā. Tās uzliek kustīgo savienojumu attēli, t. i., divdimensionālie savienojumi. Lai tos nesajauktu ar īstieniem savienojumiem, sauksim divdimensionālu savienojumu uzlikto tangenciālo saišu skaitu nevis par savienojuma klasi, bet gan *kārtu*. Plaknē un lodes virsmā iespējami pirmās un otrās kārtas savienojumi, bet cilindra virsmā — tikai pirmās kārtas. Plaknē otrās kārtas savienojumi rodas no šarnīriem, slīdpāriem, cilindriskiem un lodes pāriem, kā arī no tīras velšanās augstākiem pāriem, bet pirmās kārtas savienojumi — no augstākiem vienkontakta pāriem ar velšanos un slīdi. Tas liecina, ka attēls visai nepilnīgi atspoguļo īsteno plakano mehānismu. Tā, piemēram, šarnīrs, cilindriskais pāris un lodes pāris plaknē attēlojas kā divdimensionāls šarnīrs, bet cilindriskais pāris (virzuļmašīnas mehānismā) arī kā slīdpāris.

Rikojoties tāpat kā formulas (2.5) vai formulas (2.6) pierādījumos,

bet brīvības pakāpju skaita 6 vietā liekot brīvības pakāpju skaitu  $v$ , kas var būt 3 vai 2, iegūstam virsmas mehānismu struktūras formulas

$$w = v(n-1) - s_t + \sigma_t, \quad (1)$$

$$w = f_t - vk + \sigma_t, \quad (2)$$

kur  $s_t$  — tangenciālo saišu skaits,  $\sigma_t$  — tangenciālo atkārtoto saišu skaits,  $f_t$  — kustīgo savienojumu tangenciālo kustamību kopskaits. Protams, katrā atsevišķā savienojumā  $s_t + f_t = v$ , bet visā mehānismā

$$s_t + f_t = vp. \quad (3)$$

Ievietojot formulās (1) un (2)  $v=3$  un

$$s_t = 2p_2 + p_1, \quad f_t = p_2 + 2p_1,$$

kur  $p_2$  un  $p_1$  ir otrās un pirmās kārtas divdimensionālo kustīgo savienojumu skaits, iegūst plakano un sfērisko mehānismu struktūras formulas

$$w = 3(n-1) - 2p_2 - p_1 + \sigma_t, \quad (2.8)$$

$$w = p_2 + 2p_1 - 3k + \sigma_t. \quad (2.9)$$

Formulu (2.8) sauc par Čebiševa formulu, bet formulu (2.9) 1962. gadā publicēja šī kursa autors [71].

Vēsturiski pirmo struktūras formulu

$$3m - 2(n+v) = 1 \quad (4)$$

1869. gadā Maskavā dabaszinātnieku kongresā paziņoja un 1870. gadā publicēja Čebiševs [15]. Sajā formulā  $m$  — kustīgo locekļu skaits,  $n$  un  $v$  — kustīgo un nekustīgo plakano šarnīru skaits.

1883. gadā Grīblers publicēja analogisku formulu

$$2g - 3n + 4 = 0, \quad (5)$$

kur  $g$  — plakano šarnīru un slīdpāru skaits,  $n$  — locekļu skaits.

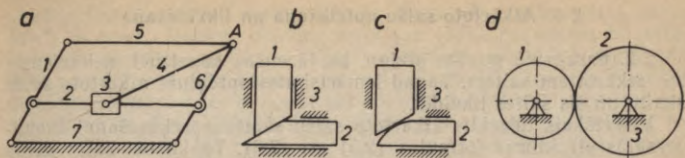
Formulas (4) un (5) piemērotas gadījumiem, kad  $w=1$ ,  $p_1=0$ ,  $\sigma_t=0$ . Tās sauc par plakano zemāko pāru mehānismu piespiestas kustības kritērijiem.

Ja formulā (2.9) ievieto  $p_1=0$ ,  $p_2=p=n+k-1$ ,  $\sigma_t=0$ , iegūst ļoti vienkāršu struktūras formulu

$$w = (n-1) - 2k, \quad (2.10)$$

kas derīga plakaniem un sfēriskiem mehānismiem ar vienkustamības pāriem un bez atkārtotām tangenciālām saitēm.

To, ka sfēriskiem mehānismiem derīga Čebiševa formula, pirmoreiz 1936. gadā pierādīja I. Artobolevskis [4].



2-9. zīm.

Ievietojot formulās (1) un (2)  $\nu=2$  un  $s_t=f_t=p$ , kur  $p$  — kustīgo savienojumu skaits, iegūst cilindrisko mehānismu struktūras formulas

$$\omega = 2(n-1) - p + \sigma_t, \quad (2.11)$$

$$\omega = p - 2k + \sigma_t. \quad (2.12)$$

Cilindriskiem mehānismiem formulu (2.11) sāka lietot V. Dobrovoļskis un I. Artoboļevskis, bet formulu (2.12) publicēja 1962. gadā šīs grāmatas autors [71].

Formulas (2.8) un (2.11) literatūrā parasti uzrāda bez pēdējā locekļa. Tas tādēļ, ka virsmu mehānismos tangenciālās atkārtotās saites sastopamas ne visai bieži.

Tangenciālās atkārtotās saites plakanos mehānismos parādās tad, kad tajos ir kinemātiski pasīvi locekļi vai pārāk cieši kinemātiskie savienojumi. Kinemātiski pasīvie locekļi savieno punktus, starp kuriem attālumus idealizētā mehānismā nemainītos un mehānisma kinemātika saglabātos arī tad, ja šo locekļu nebūtu. Ja kādu otrs kārtas kustīgu savienojumu var aizvietot ar pirmās kārtas savienojumu, neizmainot mehānismu kinemātiku, tad tāds savienojums ir pārāk ciešs.

2-9. zīmējumā parādītajos plakanajos mehānismos pasīvs ir locekļis 5 mehānismā *a*; pārāk ciešs ir kinemātiskais pāris 12 mehānismā *b*. Frikcijas mehānismā *d* ir atkārtotā tangenciālā saite, jo frikcijas pāris 12 ir pārāk ciešs un to var aizvietot ar sažobes pāri (4-11. zīm.).

Universālās struktūras formulas galvenokārt lieto tilpumu un virsmu mehānismu atkārtoto saišu skaita aprēķinam, bet virsmu mehānismu struktūras formulas vairāk izmanto mehānismu kustamības aprēķinam.

2-3. piemērs. Aprēķināt 2-9. zīmējumā doto plakano mehānismu kustamību.

Atrisinājums. Aprēķins izdarāms pēc formulām (2.8) vai (2.9), ievērojot, ka mehānismam *a*  $n=7$ ,  $p_2=9$  (šarnīrs *A* jāskaita divas reizes, jo tas ir dubultšarnīrs),  $p_1=0$ ,  $k=3$ ,  $\sigma_t=1$ ; ķīl mehānismam *b*  $n=3$ ,  $p_2=3$ ,  $p_1=0$ ,  $k=1$ ,  $\sigma_t=1$ ; ķīl mehānismam *c*  $n=3$ ,  $p_2=2$ ,  $p_1=1$ ,  $\sigma_t=0$ ; frikcijas mehānismam *d*  $n=3$ ,  $p_2=3$ ,  $p_1=0$ ,  $k=1$ ,  $\sigma_t=1$ . Tādējādi atrodam, ka visu doto mehānismu kustamība ir 1, t. i., tie visi ir piespiestas kustības mehānismi.

## 2-5. Atkārtoto saišu noteikšana un likvidēšana

2-2. paragrāfā guvām atziņu, ka jācenšas konstruēt mehānismus bez atkārtotām saitēm. Tagad iemācīsimies aprēķināt atkārtoto saišu skaitu un šīs saites likvidēt.

Visērtākais līdzeklis atkārtoto saišu skaita aprēķināšanai ir universālās struktūras formulas (2.5) un (2.6). Tā kā tās satur divus nezināmos: mehānisma kustamību  $w$  un atkārtoto saišu skaitu  $\sigma$ , tad  $w$  ir jāatrod iepriekš. Daudzos gadījumos to nav grūti veikt izmantojot koordinātu analīzi un pamatojoties uz formulu (2.3). Plakanos mehānismos  $w$  var aprēķināt pēc formulām (2.8) un (2.9), jo  $\sigma_t$  parasti var noteikt, uzmanīgi izstudējot kinemātisko shēmu. Tomēr, lai atrastu  $\sigma$ , nepietiek noteikt tikai galīgās mehānisma kustamības, bet jāatrod arī *elementārās kustamības*, kādas parādās sevišķos idealizēta mehānisma stāvokļos. Teikto vislabāk paskaidrot piemēros.

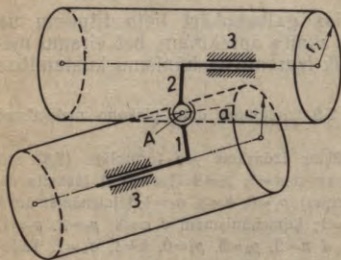
2-10. zīmējumā dots trīslocekļu mehānisms, kur lodes pāra  $A$  centrs spiests kustēties pa divu apaļu cilindru virsmu (ar rādiusiem  $r_1$  un  $r_2$ ) šķelšanās līkni  $a$ . Tāpēc  $w=1$  un saskaņā ar formulu (2.6) atkārtoto saišu skaits

$$\sigma = w + 6k - f = 1 + 6 \cdot 1 - 7 = 0.$$

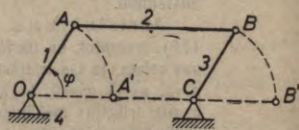
Pasekosim, kā izmainās  $w$  un  $\sigma$ , mainoties cilindru asu savstarpējam stāvoklim un rādiusiem.

Ja patvaļīgā (nespeciālā) asu stāvoklī  $r_2=0$ , tad līkne  $a$  ir punkts uz cilindra 1 virsmas, loceklis 1 nekustas, bet loceklis 2 var brīvi griezties ap savu asi. Tātad atkal  $w=1$  un  $\sigma=0$ . Ja bez tam arī  $r_1=0$ , tad ap savu asi griezties var arī loceklis 2; tāpēc  $w=2$  un  $\sigma=1$ . Šī atkārtotā saite neatvairāmi paaugstina nepieciešamo mehānisma izgatavošanas precizitāti: jāpanāk, lai abu cilindru asis krustotos punktā  $A$ .

Ja cilindru virsmas krustojas pa divām kopējām veidulēm, tad locekļi 1 un 2 kustas virzes kustībā kā viens vesels  $w=1$  un  $\sigma=0$ , un iegūstam kvalitatīvu sazarotu slīdpāri (2-5. zīm.  $m$ ). Ja cilindri saskaras pa kopējo veiduli, tad bez kopējās virzes kustības parādās



2-10. zīm.



2-11. zīm.

saistīta locekļu 1 un 2 elementāra griešanās ap savām asīm, tāpēc  $\omega=2$  un  $\sigma=1$ . Tiešām, cilindru asim tad jābūt paralēlām un attālumā  $r_1+r_2$  vienai no otras. Tagad saprotams, kāpēc 2-5. zīmējumā dotā sazarota slīdpāra lodes centrs un cilindrisko pāru ass nedrīkst atrasties vienā plaknē. Ja  $r_2=0$ , tad cilindra 2 ass kļūst par cilindra 1 veiduli un ir divas galīgas kustamības, t. i.,  $\omega=2$  un  $\sigma=1$ . Ja cilindru asiš sakrīt, bet  $r_1=r_2\neq 0$ , tad arī  $\omega=2$  un  $\sigma=1$ ; bet, ja  $r_1=r_2=0$ , tad  $\omega=3$  un  $\sigma=2$ .

Beidzot apskatīsim sevišķu gadījumu, kad abi cilindri saskaras vienā savu virsmu kopējā punktā. Ja cilindru asiš savstarpēji perpendikulāras, tad katram kustīgajam loceklim ir elementāra grieze un neatkarīga no tās elementāra virze, kas saistīta ar otra locekļa elementāru virzi un griezi; ja leņķis starp asīm cits, bet nav nulle, tad viena locekļa elementārā grieze un no tās neatkarīgā elementārā virze saistītas ar otra locekļa elementāro skrūves kustību. Tātad  $\omega=2$  un  $\sigma=1$ . Ja šajos gadījumos neievērotu elementārās kustamības, tad ne tikai neatrastu atkārtoto saiti, bet rastos arī maldīgs iespaids par šķietamu struktūras formulu nederīgumu, jo atbilstoši  $\omega=0$  iznāk  $\sigma=-1$ .

Elementārām kustamībām atbilstošas atkārtotās saites sauc par *elementārām atkārtotām saitēm*. Dotā mehānisma (2-10. zīm.) dažādos speciālos variantos tās ir pastāvīgas.

2-11. zīmējumā attēloto plakano mehānismu sauc par šarnīru paralelogramu. Tā kustamība  $\omega=1$ , jo pietiek ar vienu koordinātu mehānisma stāvokļa fiksēšanai. Pieņemam, ka visi kustīgie savienojumi ir īstēni šarnīri, t. i., V klases. Tad pēc formulas (2.6) atkārtoto saišu skaits

$$\sigma = \omega + 6k - f = 1 + 6 \cdot 1 - 4 = 3.$$

Mehānismā ir 20 saites: 8 tangenciālas un 12 normālas. Saskaņā ar formulu (2.9) tangenciālo atkārtoto saišu skaits

$$\sigma_t = \omega + 3k - f_t = 1 + 3 \cdot 1 - 4 = 0.$$

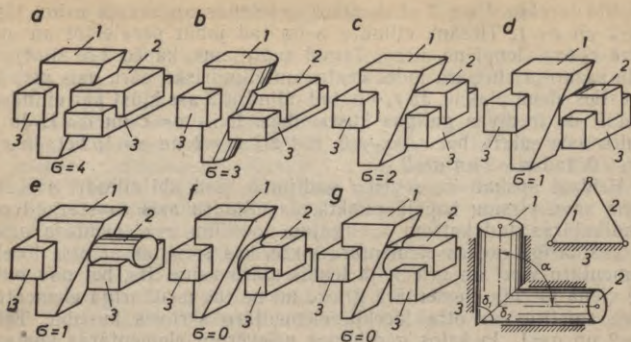
Tātad visas atkārtotās saites atrodas starp normālām saitēm. Tomēr mehānisma stāvoklī  $OA'B'C$  iestājas elementāra papildkustamība.

Ja šajā stāvoklī vedošo locekli 1 fiksēsīm, tad locekļi 2 un 3 varēs elementāri pagriezties ap šarnīriem  $A$  un  $C$ . Redzam, ka  $\omega=2$ , un pēc formulām (2.6) un (2.9) dabūjam, ka  $\sigma=4$ ,  $\sigma_t=1$ . Tātad šajā gadījumā elementārā atkārtotā saite ir acumirklīga, kas parādās, mehānismam ejot caur speciālo stāvokli.

Lai gūtu iespēju uzzināt, cik atkārtotu saišu vispār ir plakanos mehānismos, atskaitot formulu (2.9) no formulas (2.6), iegūst izteiksmi

$$\sigma = 3k - (f - f_t) + \sigma_t. \quad (2.13)$$

Tātad plakanos mehānismos bez tangenciālām atkārtotām saitēm ir 3 atkārtotās saites uz katru slēgto kontūru, ja divdimensionālo savienojumu kustamība neatšķiras no īsteno savienojumu kustamības.



2-12. zīm.

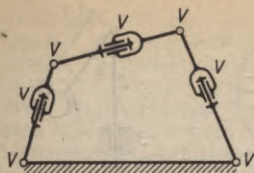
Atkārtoto saišu likvidēšanai ir divas galvenās metodes: 1) *kustīgo savienojumu klases pazemināšana* un 2) *atslodzes savienojumu ierīkošana*.

Likvidējot atkārtotās saites, kustīgos savienojumos tiek radītas nelielu kustību iespējas, kas, mehānismam darbojoties, tiek izmantotas mehānisma «elpošanai», t. i., deformāciju kustībām, kuru rezultātā realizējas locekļu pašiestādišanās. Tā, piemēram, ķīlmehānismā (2-9. zīm.) plakņu pāris 12 deformācijām atstāj divas kustamības: virzi — perpendikulāru zīmējumam un griezi — ap asi, kas perpendikulāra pāra plaknei. Pārveidojot pāri 12 par slidpāri, atkārtoto saišu skaits palielinās par 2 un rodas 2-12. zīmējumā attēlotais ķīlmehānisms  $\alpha$ , kuram ir 4 atkārtotas saites tā vienīgajā kontūrā.

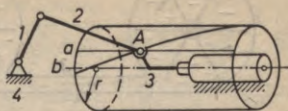
2-12. zīmējumā parādīta atkārtoto saišu likvidēšana ķīlmehānismā, pakāpeniski pazeminot kinemātiskā pāra 12 klasi. Konstrukcijā *e* pazemināta arī pāra 23 klase. Konstrukcijā *g* lietots starpelements, lai iegūtu saskari virsmās. Starpelementa saskarē ar locekli 2 veidojas lodes pāris, kuru var uzskatīt par locekli 2 ierīkoto atslodzes savienojumu. Tādējādi nonākam pie otrās atkārtoto saišu likvidēšanas metodes. Noskaidrots [81], ka cilindrisko ķīlu mehānismam  $\omega=1$  un  $\sigma=0$ . Tomēr izrādās [107], ja  $\delta_1+\delta_2=\alpha$ , tad rodas elementārā kustamība un  $\sigma=1$ ; tāpēc mehānisms jāizgatavo tā, lai  $\delta_1+\delta_2<\alpha$ ; tad tiešām  $\sigma=0$ .

Šarnīru četrlocekļu mehānisma trīs atkārtotās saites var likvidēt, pārveidojot šarnīrus *A* un *B* (2-11. zīm.) par lodes pāriem. Tad  $\omega=2$ , jo iestājas kļauņa *AB* peldošā griešanās,  $\sigma=0$  un mehānisms kļūst nejutīgs pret asu *O* un *C* stāvokļa maiņām. Tādu mehānismu var lietot arī kā telpisku mehānismu.

Šarnīru četrstūra atkārtoto saišu likvidēšana ar atslodzes šarnīriem parādīta 2-13. zīmējumā. Rezultātā iegūts 2-3. paragrāfā minētā vienkustamības pāru septiņlocekļu mehānisma piemērs. Fricijas



2-13. zīm.



2-14. zīm.

mehānismā tangenciālo atkārtoto saiti likvidē 2-2. zīmējumā parādītais atslodzes šarnīrs 34.

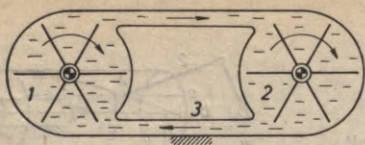
Virzuļmašīnas kloķa-slīdņa mehānismā (1-21. zīm.) ir 2 atkārtotas saites. Ja kinemātiskais pāris 34 būtu īstens slīdpāris, kā tas ir štancēšanas presēs, tad būtu  $\sigma=3$ . Novērst abas atkārtotās saites var, piemēram, pārveidojot pāri 23 par lodes pāri, bet, lai nerastos virzuļa peldošā griešanās, kam sekotu  $\sigma=1$ , mehānisms jāizveido, kā redzams 2-14. zīmējumā. Tad lodes pāra centrs A kustas pa iedomāta cilindra veiduli a, ja kloķa ass perpendikulāra slīdes 34 virzienam, vai pa skrūves līniju b, ja minētais noteikums nav izpildīts. Tomēr spēku pārvešana šādā mehānismā nav izdevīga. Tādēļ vēlams meklēt citu atrisinājumu.

## 2-6. Dinamiskās saites

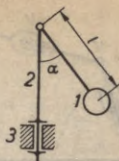
Kinemātiskās saites jēdziens ietver visu, ko parasti sauc par saitēm. Saite ierobežo saistīto ķermeņu pārvietojumus vai ātrumus un dod iespējas pārnest spēkus, ko sauc par saišu reakcijām. Saišu reakcijām piemīt sevišķas īpašības: *saišu reakcijas atkarīgas no citiem uz mehānismu darbīgiem spēkiem un no mehānisma kustības.*

Lietderīgi saites jēdzienu paplašināt un mehānismu un mašīnu teorijā ieviest dinamiskās saites jēdzienu. Pirmos pētījumus, izmantojot dinamiskās saites jēdzienu, veikuši Mališevs [59] un Koževņikovs [45].

2-15. zīmējumā dota hidrodinamiskā sajūga principiālā shēma. Sajūgs sastāv no sūkņa un turbīnas. Sūkņa rotoram 1 griežoties, mehānismā rodas šķidrums plūsma, kas cenšas griezt turbīnas rotoru 2. Hidrodinamiskais sajūgs ir trīslocekļu mehānisms, kurā ir šādi kustīgie savienojumi: šarnīri 13, 23 un dinamiskais savienojums 12. Dinamiskais savienojums neuzliek nevienu kinemātisku saiti, bet tomēr pārnēs spēku momentu no locekļa 1 uz locekli 2. Pārnests moments atkarīgs no locekļu kustības, no pretestības šķidrums kustībai un no loceklim 2 pieliktiem spēkiem. Tā kā caur savienojumu 12 pārnēstam momentam ir saišu reakciju īpašības, tad sakām, ka hidrodinamiskā sajūgā ir dinamiskā saite 12. Kustīgais savienojums 12 ir dinamiskais savienojums, t. i., nulltās klases



2-15. zīm.



2-16. zīm.

savienojums. Ja vārpstas 1 un 2 saistītu ar zobratu, ķēžu vai siksnās pārvadu, tad mehānismā dinamiskās saites vairs nebūtu un savienojums 12 kļūtu kinemātisks, jo starp diviem locekļiem iespējams tikai viens kustīgs savienojums (1-2. §).

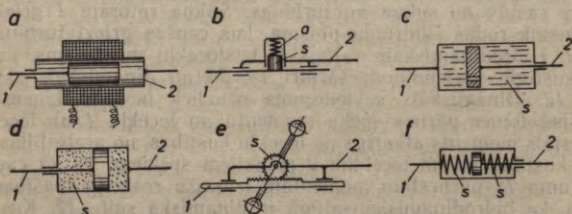
2-16. zīmējumā attēlotajam mehānismam ir 3 locekļi: statne 3, vertikāla vārpsta 2 un loceklis 1, kas var svārstīties šarnīrā 12. Mehānisma kustamība  $\omega = 2$ . Viena no kustamībām tiek izmantota vārpstas 2 piedzišanai ar leņķisko ātrumu  $\omega$ , bet otrai kustamībai ar Zemes smaguma spēka palīdzību uzlikta dinamiska saite, kuras vienādojums ir

$$\alpha = \arccos \frac{g}{l\omega^2}. \quad (6)$$

Saites vienādojuma izvedumā ignorēta berze šarnīrā 12 un locekļa 1 stienīša svars.

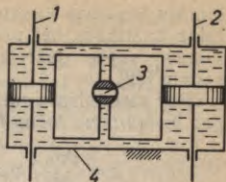
Sastopami arī citi mehānismi, kuros kustību pārnēs atspere (atsperes veseris) vai berze (berzes sajūgs). Centrālās regulators iedarbojas uz dzinēja ieplūdes orgāniem ar spēku, kas atkarīgs no griešanās ātruma, svarķermeņu smaguma un pretestības spēkiem. Viensliežu žiroskopiskais vagona negāžas. Vibratora dzītā locekļa kustība atkarīga no svarķermeņu griešanās ātruma, masām un pretestības spēkiem. Starp vairākiem atsevišķi piedzītiem vibratora svarķermeņiem notiek pašsynchronizācija. Sos un citus mehānismus ar dinamiskām saitēm pētījuši Kobrinskis [41], Lavendelis [52], Ragulskis [91] un citi zinātnieki.

Mehānismi ar dinamiskām saitēm slēpj sevī milzīgas iespējas



2-17. zīm.

visdažādākā rakstura kustību un spēku pārnesšanas realizēšanā. Par teikto var pārliecināties, aplūkojot kustīgos savienojumus (2-17. zīm.), kuros izmantoti elektromagnētiskie, berzes, plūstoša šķidrumsa pretestības, gāzu spiediena, inerces un elastības spēki. Šie savienojumi bez kinemātiskām saitēm uzliek arī katrs vienu dinamisko saiti. Tomēr jebkurš no tiem dinamisku saiti var uzlikt tikai tad, ja savienojuma locekļu 1 un 2 relatīvā kustība netiek uzspiesta ar mehānisma kinemātiskām saitēm.



2-18. zīm.

Sie un citi piemēri ļauj dinamiskās saites jēdzienu izteikt šādi: *ja mehānismā ir kustamība, kurai atbilstošo kustību nosaka spēki ar saīsu reakciju īpašībām, tad mehānismā ir dinamiskā saite.*

Redzams, ka dinamisko saiti var saukt par saiti tikai nosacīti, jo patiesībā tā ir brīvības pakāpe ar sevišķu spēku darbību. Tomēr termins dinamiskā saite saskan ar intuitīvo saites priekšstatu. Bez tam eksistē mehānismi, kuros atkarībā no slodzes vai noregulēšanas kinemātiskā saite pārvēršas par dinamisko, bet robeža atkarīga no pieņēmuma. Vēlams, lai šādos gadījumos visā regulēšanas diapazonā saglabātos kopējs nosaukums — saite. Šāds piemērs ir 2-18. zīmējuma attēlotais hidromehānisms. Ja krāns 3 aizvērts, slodze uz virzuli 2 neliela, noplūdes starp virzuliem un cilindriem praktiski nav, korpusa 4 stingums liels, tad savienojuma 12 uzliktās saites vienādojums ir šāds:

$$v_2 = v_1 \frac{F_1}{F_2} (1 - \xi), \quad (7)$$

kur  $v_1$  un  $v_2$  — virzuļu ātrumi,  $F_1$  un  $F_2$  — virzuļu darbīgie laukumi, bet  $\xi = 0$ . Tātad saite ir kinemātiska. Ja slodzi palielina, tad gar virzuli nedaudz plūst šķidrums, korpusa sienas mazliet deformējas, šķidrums nedaudz saspiežas un tādēļ  $\xi$  iegūst nelielu pozitīvu vērtību. Tādu saiti jau agrāk nosaucām par pseidokinemātisku. Ja atver krānu 3, koeficients  $\xi$  strauji pieaug un kļūst slodzes, šķidrumsa viskozitātes un ātruma  $v_1$  funkcija. Tagad saite ir dinamiska.

Kinemātiskās saites ierobežo locekļu relatīvos pārvietojumus un ātrumus, bet ļauj pārnest plašās robežās patvaļīgi izraudzītu spēku. Ja dotas vedošo locekļu kustības un šo locekļu skaits vienāds ar mehānisma kustamību, tad mehānismos ar kinemātiskām saitēm visu pārējo locekļu kustības var noteikt, izdarot kinemātisko aprēķinu.

Dinamiskās saites neierobežo ne pārvietojumus, ne ātrumus, bet ļauj pārnest tikai noteiktus spēkus, kas atkarīgi no relatīvās kustības, slodzes un no citiem faktoriem.

Mehānismos ar kinemātiskām saitēm dotai vedošo locekļu kustībai atbilst noteiktas vedamo locekļu kustības, kas neatkarīgas no pārnēsamiem spēkiem. Ja minētā atbilstība aptuvena, tad mehānismā ir pseidokinemātiskās saites. Dinamisku saišu gadījumā vedamo

locekļu kustības kinemātiski nav noteicamas atkarībā no vedošo locekļu kustībām, bet parasti nepieciešams integrēt diferenciālvienādojumus. Tāpēc dažreiz dinamiskās saites sauc par diferenciālām saitēm [52].

Par mehānisma saišu raksturu var spriest pēc parametra, ko sauc par *mehānisma lokanību* [90]. Tās matemātiskā izteiksme

$$z = \frac{\partial v_Q}{\partial Q}, \quad v_P = \text{const}, \quad (2.14)$$

kur  $Q$  — lietderīgā pretestība (slodze),  $v_Q$  — spēka  $Q$  pielikšanas punkta vidējais ātrums,  $v_P$  — dzinējspēka  $P$  pielikšanas punkta ātrums.

Mehānismos ar kinemātiskām saitēm lokanība ir nulle.

## 2-7. Mehānismi ar ārējām saitēm

Iepriekš aplūkotos mehānismos (izņemot 2-16. zīm.) ir tikai *iekšējas saites*, kas uzliktas ar kustīgiem savienojumiem un saista mehānisma locekļus. Tehnikā bieži sastopami mehānismi, kuros ir arī *ārējas saites*. *Ārējas saites* saista mehānisma locekļus ar ārējiem mehānismam nepiederošiem ķermeņiem un tiek uzliktas ar ārējiem kustīgiem savienojumiem.

Ārējie ķermeņi var būt 1) darba ķermeņi, 2) vide un 3) pārējie ārējie ķermeņi, ar kuriem saskaras vai kuru spēku laukā atrodas mehānisms.

Darba ķermeņi mehānismam pieliek dzinējspēku vai dzinējmomentu, kā arī lietderīgo pretestības spēku vai lietderīgās pretestības momentu; tos sauc par *galvenajiem spēkiem*. Darba ķermeņu iedarbība uz mehānismu var būt vienkārša (cilvēks griež kloķi, augsne iedarbojas uz arklu) vai dubulta (gāzes spiediena spēks darbojas uz virzuļa dibenu un cilindra vāku). Dažreiz darba ķermeņi ietilpst mehānisma sastāvā (elektromotora vai generatora elektromagnēti).

Vide iedarbojas uz mehānismu ar kaitīgās pretestības spēkiem, ar Arhimēda un hidrodinamiskiem cēlējspēkiem. Vide var būt arī darba ķermeņa lomā (vēja dzinējs, ventilators).

Parastos apstākļos mehānismi atrodas Zemes smagumspēka laukā un vairumā gadījumu mehānismiem pielikti arī ar Zemi saistītu ķermeņu kontaktspēki.

Ārējie ķermeņi var uzlikt mehānismam ārējas kinemātiskas saites tikai tad, ja tie ir cieti ķermeņi (sliedes, šoseja). Ārējas dinamiskas saites var uzlikt Zeme (koniskais centrālās regulators), vide (pie transporta līdzekļa piestiprināts propelleris rotē), darba ķermeņi.

Mehānismiem ar ārējām saitēm ne vienmēr ir statne (transporta līdzekļi). Katru mehānismu ar ārējām saitēm var aplūkot divējādi: 1) izolētu no ārējiem ķermeņiem un 2) darba stāvoklī, kad ārējas saites darbojas.

Vienosimies par mehānisma kustamību uzskatīt mehānisma brīvības pakāpju skaitu no ārējiem ķermeņiem izolētā stāvoklī, jo tieši tad atklājas visas mehānisma kustību iespējas; par atskaites ķermeni pieņemsim statni, bet, ja tās nav, — Zemi vai citu ārēju ķermeni. Tagad universālās struktūras formulas (2.5) un (2.6) rakstām šādi:

$$w = 6(n - \xi) - s_1 + \sigma_1, \quad (2.15)$$

$$w = f_1 - 6(k + \xi - 1) + \sigma_1, \quad (2.16)$$

kur  $\xi = 1$ , ja statne ir, un  $\xi = 0$ , ja statnes nav; ar indeksu  $i$  apzīmēti mehānisma iekšējie lielumi. Formula (2.3) tagad jāraksta šādi:

$$w = n_q - s_1^{ne} + \sigma_1^{ne}. \quad (2.17)$$

Konstruējot mehānismu, jā rūpējas, lai tā kustamība būtu pietiekama visa paredzētā brīvības pakāpju patēriņa segšanai. Šādi spriežot, iespējams uzrakstīt *mehānisma ārējo struktūras formulu*:

$$w = c + b + d + s_a - \sigma_a - w_a, \quad (2.18)$$

kur  $c$  — pamatkustamību skaits, kas par 1 mazāks nekā neatkarīgo galveno spēku skaits;  $b$  — papildkustamību skaits; tās piemīt atsevišķiem locekļiem vai locekļu grupām un paredzētas vajadzīgās mehānisma un ārējo ķermeņu kopdarbības sasniegšanai; šeit pieder arī locekļu peldošās kustības;  $d$  — dinamisko saišu skaits;  $s_a$  — ārējo kinemātisko saišu skaits;  $\sigma_a$  — ārējo atkārtoto saišu skaits;  $w_a$  — ārējo ķermeņu brīvības pakāpju skaita samazinājums mehānisma ārējo saišu darbības dēļ.

Mehānisma kustamību darba stāvoklī, kad ārējās saites darbojas, sauc par *darba kustamību*; tās izteiksme

$$w_D = c + b + d. \quad (2.19)$$

Ja ārējo saišu nav, tad  $w = w_D$ .

Pielīdzinot izteiksmes (2.15) un (2.18), iegūst *kustamību bilances vienādojumu*

$$6(n - \xi) + w_a = c + b + d + s - \sigma, \quad (2.20)$$

ko var izmantot mehānisma struktūras pareizības pārbaudei.

No abām pēdējām formulām izriet atkārtoto saišu skaita izteiksme

$$\sigma = s + w_D - w_a - 6(n - \xi), \quad (2.21)$$

kas, tāpat kā citas šī paragrāfa formulas, derīga visiem mehānismiem. Mehānisms ir  $\sigma$ -kārt statistiski nenoteicams, neieskaitot statnes balstu statistisko nenoteicamību. Ja arī balstu statistisko nenoteicamību gribam ievērot, tad saišu skaitā  $s$  jāiekļauj arī statnes balstu reakciju nezināmie lielumi un jāpieņem  $\xi = 0$ .

Kopējais atkārtoto saišu skaits ir iekšējo un ārējo atkārtoto saišu skaitu summa, t. i.,  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_a$ , kur

$$\sigma_1 = s_1 + \omega - 6(n - \xi), \quad (2.22)$$

$$\sigma_a = s_a - \omega_a - (\omega - \omega_D). \quad (2.23)$$

Noslēgumā atzīmēsim, ka saišu sastāva analīze ir katra mehānisma struktūras sintēzes neatņemama sastāvdaļa, jo tās gaitā konstruktors spiests rūpīgi apsvērt jautājumus, kas attiecas uz svarīgām mehānisma īpašībām. Saišu sastāva analīze noderīga arī jau uzbūvētu mehānismu novērtēšanai.

Aplūkojam trīs saišu sastāva analīzes piemērus.

**2-4. piemērs.** Izanalizēt nevadāmu ratiņu (2-19. zīm.) saites, kuri sastāv no korpusa un četriem riteņiem, kas rotē ap korpusam cieši piestiprinātām asīm.

**Atrisinājums.** Ratiņiem ir 5 locekļi un 8 kustīgie savienojumi: 4 iekšējie šarnīri (V kl.) un 4 ārējie savienojumi riteņiem ar ceļa virsmu. Ja kontaktu šajos savienojumos pieņemam punktveida un berzi tik lielu, ka slīdes nav, tie ir III klases savienojumi. Tātad  $\omega_D = 1$  un  $s = 32$ . Tā kā ārējās saites ārēju ķermeņu kustāmību nesamazina, tad  $\omega_a = 0$  un pēc formulas (2.21) atkārtoto saišu skaits

$$\sigma = 32 + 1 - 0 - 6(5 - 0) = 3.$$

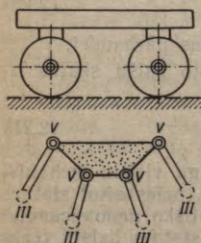
Iekšēju neholonomu saišu nav. Tāpēc saskaņā ar formulu (2.17) mehānisma kustāmība  $\omega = n_q = 10$ , jo korpusa stāvokļa noteikšanai vajadzīgas 6 koordinātes un riteņu stāvokļa noteikšanai attiecībā pret korpusu — 4 koordinātes. Pēc formulas (2.23)

$$\sigma_a = 12 - 0 - (10 - 1) = 3.$$

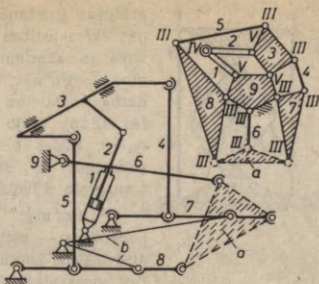
Tātad visas atkārtotās saites ir ārējas. Viegli iedomāties, ka viena no tām papildus ierobežo vertikālos pārvietojumus, kuru nepieļaušanai pietiktu trīs riteņu, bet divas pārējās papildus ierobežo horizontālos braukšanas virzienam perpendikulāros pārvietojumus, kuru novēršanai pietiktu divu riteņu — viena priekšējā un viena pakalējā. No 12 ārējām saitēm 8 ir neholonomas un divas no pēdējām atkārtojas.

Konstruktoram jāizšķiras, kādas atkārtotās saites likvidēt un kādas atstāt, nodrošinot to darba spēju.

Uz cietā ceļa vertikālā atkārtotā saite darbosies tikai tad, ja ceļa virsma būs plakana. Šī saite jālikvidē, piemēram, ierīkojot atslodzes šarnīru, kas ļauj priekšējo riteņu asi pagriezties ap horizontālu braukšanas virzienu asi. Tādā gadījumā  $n = 6$ ,  $s = 37$ ,  $\omega_D = 1$ ,  $\omega = 11$ . Pēc formulas (2.21) dabūjam  $\sigma = 2$ . Tātad palikušas divas atkārtotās saites, kuru darba spēja nodrošināta reizē ar vertikālās atkārtotās saites likvidēšanu. Šīs atkārtotās saites ir noderīgas, jo tās palīdz ratiņiem labāk turēties uz ceļa, samazinot sānslīdes briesmas.



2-19. zīm.



2-20. zīm.

Ja vēlams ratiņus izveidot vadāmus, tad jādod iespēja priekšējo riteņu asij griezties ap vertikālu šarnīru. Tādā gadījumā  $n=7$ ,  $s=42$ ,  $w_D=2$ ,  $\sigma=2$ .

**2-5. piemērs.** IZanalizēt 2-20. zīmējumā attēlotā traktora uzkares mehānisma saites.

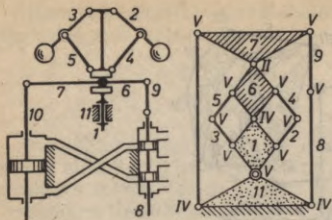
Atrisinājums. Mehānismam ir 9 locekļi. Saites uzliek 11 iekšējie ( $s_1=40$ ) un 3 ārējie ( $s_a=9$ ) kinemātiskie pāri. Pieņemot traktora korpusu par statni, atrodam, ka mehānisma kustamība (kad uzkarināmās mašīnas korpus, t. i., ķermeņa  $a$ , nav pievienots)  $w=n_q=10$ . Tās sastāvdaļas: pamatkustamība kopā ar vedošiem locekļiem 1 un 2, divas šķērskustamības locekļiem 4 un 7 un locekļiem 5 un 8, piecas peldošās griešanās kustības locekļiem 4, 5, 6, 7 un 8 un divas locekļa 6 griezes ap divām tiem perpendikulārām asīm. Pēc formulas (2.22) iekšējo atkārtoto saišu skaits

$$\sigma_1=40+10-6(9-1)=2.$$

Rodas jautājums, kur atrodas šīs atkārtotās saites.

Locekļus 4 un 5 saturošie slēgtie kontūri ir pārāk kustīgi, lai tajos varētu būt atkārtotās saites. Ar jebkuru no formulām (2.5), (2.6), (2.15), (2.16), (2.22) var aprēķināt, ka locekļu 1, 2, 3, 9 kontūrā  $\sigma=\sigma_1=2$ ; šim kontūram  $w=1$ ,  $n=4$ ,  $s=s_1=19$ ,  $f=f_1=5$ ,  $\xi=1$ . Šīs atkārtotās saites var likvidēt, piemēram, aizvietojojot šarnīrus 23 un 19 ar lodes pāriem. Tad noņemtas 4 saites likvidēs 2 atkārtotās saites un radīs 2 peldošās griešanās kustības locekļiem 1 un 2. Peldošās griešanās veicina vienmērīgu dilšanu, tāpēc nav kaitīgas.

Pievienojot uzkarināmo mašīnu, iedarbojas 9 ārējās saites. Sešas no tām likvidē darba mašīnas korpusa brīvības pakāpes ( $w_a=6$ ), jo tagad korpusu vairs nevar kustēties neatkarīgi no uzkares mehānisma, bet pārējās trīs samazina mehānisma kustamību un var radīt ārējās atkārtotās saites. Darba stāvoklī uzkares mehānismam pamatkustība  $c=1$  un papildkustības  $b=6$ ; tās sastāv no iepriekš minētajām piecām



2-21. zīm.

peldošās griešanās kustībām un no vienas šķērskustības locekļiem 4, 5, 6, 7, 8 kopā ar uzkarināmo mašīnu. Tā kā dinamisku saišu nav, tad pēc formulas (2.19) darba kustamība  $w_D=7$  un pēc formulas (2.23) ārējo atkārtoto saišu skaits  $\sigma_a=0$ . Kēdes  $b$  netika ievērotas, jo to uzdevums ir samazināt šķērskustības transporta stāvokli.

Piezīme. Šajā piemērā lietotais paņēmieni — meklēt atkārtotās saites pa atsevišķiem kontūriem nedod iespēju atrast visas atkārtotās saites tad, ja kādas no tām pieder vairākiem kontūriem. Tādēļ jāaplūko vienlaikus vairāki vai pat visi kontūri. Tāds gadījums ir nākamā piemērā centrālās regulatora kinemātiskā ķēdē.

**2-6. piemērs.** Iznalīzēt 2-21. zīmējumā attēlotā netiešās automātiskās regulēšanas mehānisma saites.

**Atrisinājums.** Mehānismam ir 11 locekļi un 14 kinemātiskie pāri, kuru klases parādītas struktūras shēmā. Lai atvieglotu mehānisma kustamības noteikšanu, pieņemam, ka vārpsta 1 nerotē. Iegūstam iedomātu plakanu mehānismu ar 10 locekļiem (locekļi 1 un 11 saplūst); šeit ir 12 otrās kārtas un 1 pirmās kārtas pāri. No kinemātiskās shēmas var spriest, ka atkārtoto tangenciālo saišu skaits  $\sigma_1=0$ . Iedomātā plakanā mehānisma kustamība pēc formulas (2.9) ir šāda:

$$w_1 = 12 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + 0 = 2.$$

Pievienojot iedomāti aizturēto regulatora griešanos, atrodam, ka īstenā mehānisma kustamība  $w=3$ . To var izskaidrot tā:  $w=c+d=1+2$ . Vienu dinamisko saiti uz regulatora svarķermeņiem uzliek Zeme ar savu smagumspēka lauku, otru — darba šķidrums, veidodams atgriezenisko saiti. Tātad abas dinamiskās saites ir ārējas, bet ārēju kinemātisko saišu nav. Saskaņā ar formulu (2.6) atkārtoto saišu skaits

$$\sigma = w + 6k - f = 3 + 6 \cdot 4 - 20 = 7.$$

Viegli konstatēt, ka piecas no tām satur centrālās regulators, kura rotējošā kinemātiskā ķēde atgādina kloķa-slīdņa mehānismu ar diviem kloķiem, diviem klaļiem un apaļu slīdni. Katrā kontūrā, tos atsevišķi aplūkojot, ir divas atkārtotās saites, bet abos kopā — piecas. Tātad viena atkārtota saite pieder vienlaikus abiem kontūriem. Regulatorus izgatavo specializētas rūpnīcas, tāpēc minēto piecu atkārtoto saišu jautājums ir aktuāls šīm rūpnīcām. Pārējās divas atkārtotās saites ir virzuļu ķēdē un tās var likvidēt, aizvietojo ar šarnīrus 7, 10 un 89 ar lodes pāriem.

Pārbaudām doto mehānismu ar kustamību bilances vienādojumu (2.20):

$$6(11-1) + 0 = 1 + 0 + 2 + 64 - 7.$$

Piezīme. Parastam neregulējamam mehānismam minimālā kustamība  $\omega_{\min}=1$ . Automātiskā regulēšana padara dzinēj spēku atkarīgu no slodzes vai otrādi. Tiešās regulēšanas gadījumā  $\omega_{\min}=2$ , bet netiešās —  $\omega_{\min}=3$ .

### 3. NODAĻA

## PLAKANO MEHĀNISMU STRUKTŪRA UN KLASIFIKĀCIJA

### 3-1. Mehānisma uzbūves princips

Neilgi pirms Lielās Oktobra sociālistiskās revolūcijas Asurs publicēja vispārīgu principu, kas saista mehānisma piedzīšanas veidu ar mehānisma struktūru [6, 8]. *Asura mehānismu veidošanas princips* ir šāds.

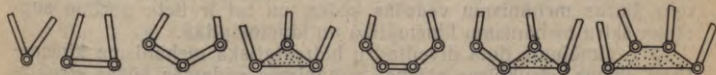
Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes un vedamās ķēdes. Vedošā ķēde jeb pamatmehānisms sastāv no statnes un tai pievienotiem viena vai vairākiem vedošiem locekļiem, kuru kustība dota. Vedošai ķēdei nepiederošie locekļi sastāda vedamo ķēdi. Ja vedamo ķēdi atvieno no vedošās ķēdes un ar tiem pašiem kustīgiem savienojumiem pievieno statnei un ja izrādās, ka vedamā ķēde veido plakanu statiski noteicamu kopni (fermu), tad daudzos gadījumos vedamo ķēdi var sadalīt daļās, kurām katrai piemīt tādas pašas vispārīgas īpašības kā visai vedamai ķēdei kopā. Šīs vedamās ķēdes «molekulas» sauc par *struktūras grupām*.

Ļoti svarīgi ir šādi apstākļi: 1) katras struktūras grupas kinemātisko un kinostatisko aprēķinu var veikt no mehānisma atvienotā stāvoklī un 2) praksē sastopamo struktūras grupu skaits ir mazs salīdzinājumā ar mehānismu milzīgo daudzumu. Tāpēc izdevīgi izstrādāt katrai struktūras grupai aprēķinu algoritmu un ar šiem algoritmiem aprēķināt visus mehānismus. Tādējādi iegūstam vienkāršu mehānismu aprēķināšanas principu, kas cieši saistās ar mehānisma struktūru.

Asura princips nav universāls. To jau 1955. gadā ievēroja Koževņikovs un Cehnovičs [42]. Izrādās, ka mūslaiku mašīnās sastopami mehānismi, kuru vedošā ķēde statni nesatur, un mehānismi, kuriem ir vairākas vedošās ķēdes. To ievērojot, izdevies izstrādāt Asura principa paplašinājumu [73, 83], kurš galvenos vilcienos ir šāds.

*Mehānisms sastāv no N vedošām ķēdēm un vienas vedamās ķēdes.* Vedošo ķēžu skaits N vienāds ar mehānisma šķiru, un tās var statni nesaturēt.

Vedošās ķēdes sastāv tikai no *vedošiem locekļiem*, kas savā starpā



3-1. zīm.

savienoti ar *vedošiem savienojumiem*. Par vedošiem sauc locekļus, kuru kustību ērti uzskatīt par uzdotu. Vienkāršākie iespējamie vedošo ķēžu veidi parādīti 3-1. zīmējumā. Starp mehānisma vedošo locekļu skaitu  $n_0$  un vedošo savienojumu skaitu  $p_0$  pastāv no 3-1. zīmējuma izrietoša sakarība:

$$p_0 = n_0 - N. \quad (3.1)$$

Redzams, ka viens atsevišķs vedošais loceklis nav iespējams. Saskaņā ar tradīciju par tādu var runāt tad, kad dotā vedošā ķēde satur statni. Ir mehānismi, kuriem neviena no vedošām ķēdēm statni nesatur.

Praksē var sastapt mehānismus, kas sastāv tikai no vedošās ķēdes. Pie tādiem pieder plaši pazīstami divlocekļu mehānismi: elektroģenerators, elektromotors, turbīna, centrālās sūkņi, gaļas maļamā mašīna, durvis, kņabīles un daudzi citi.

Vedamā ķēde satur visus locekļus un visus kustīgos savienojumus, izņemot vedošos locekļus un vedošos savienojumus. Augstāku šķiru mehānismos ( $N > 1$ ) vedamā ķēde var sastāvēt no vairākām daļām, starp kurām ir pārrāvumi. Ar *malējiem savienojumiem* vedamā ķēde pievienota vedošām ķēdēm un vedošās ķēdes savienotas savā starpā. Pēdējā gadījumā rodas *izolēti malējie savienojumi*, kas katrs rada vienu vedamās ķēdes pārrāvumu.

Pēc Artoboļevska priekšlikuma par vedamās ķēdes *kārtu* sauc tās malējo savienojumu skaitu [4, 9]. Kārta norāda, cik vietās vedamā ķēde savienojas ar vedošām ķēdēm. Tas nozīmē, ka izolēta malējā savienojuma kārta ir 2. Vispār vedamās ķēdes kārta

$$r = r_1 + 2r_2, \quad (3.2)$$

kur  $r_1$  — parasto malējo savienojumu skaits,  $r_2$  — izolēto malējo savienojumu skaits.

Var pierādīt [83], ka starp mehānisma un vedamās ķēdes struktūras parametriem pastāv šāda universāla sakarība:

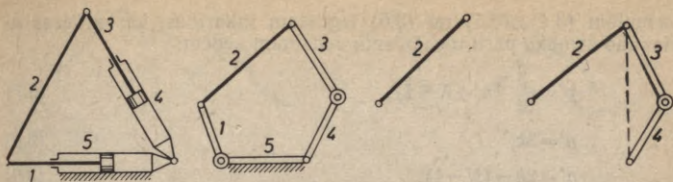
$$r = k - \kappa + N, \quad (3.3)$$

kur  $k$  — mehānisma kinemātiskās ķēdes slēgto kontūru skaits,  $\kappa$  — vedamās ķēdes slēgto kontūru skaits, pieņemot katru pārrāvumu par negatīvu kontūru.

Iespējami mehānismi, kas sastāv tikai no vedamās ķēdes, piemēram, automašīnas vienass piekabe (2-7. zīm.).

Ja vienu no  $N$  vedošām ķēdēm pieņem par galveno un atdala no mehānisma, bet katru no pārējām  $N-1$  vedošām ķēdēm uzskata par vienu mainīgu izmēru locekli, tad iegūst *nosacīto vedamo ķēdi*, kurai nav pārrāvumu un izolētu malējo locekļu. Nosacīto vedamo ķēdi daudzos gadījumos var sadalīt struktūras grupās tāpat kā pirmās šķiras mehānismu vedošās ķēdes, un tai ir liela nozīme augstāku šķiru mehānismu kinemātikā un kinetostatikā.

3-2. zīmējumā dota divcilindru hidrostatiskā mehānisma kinemātiskā shēma, struktūras shēma, mehānisma vedamās ķēdes struktūras shēma un nosacītās vedamās ķēdes struktūras shēma. Vedamā



3-2. zīm.

ķēde sastāv no locekļa 2 un izolēta malēja savienojuma 45, bet nosacītā vedamā ķēde — no diviem locekļiem: no locekļa 2 un no mainīga garuma locekļa 3-4. Darbinot abus cilindrus, šarnīru 23 iespējams pārvietot jebkurā plaknes punktā (robežās, kas atkarīgas no mehānisma izmēriem). Šim mehānismam  $N=2$ ,  $p_0=2$ ,  $n_0=4$ ,  $k=1$ ,  $\kappa=-1$ ,  $r_1=2$ ,  $r_2=1$ ,  $r=4$ .

Aprakstītais mehānismu uzbūves princips ir universāls. Taču tehnikā visizplatītākie ir plakanie mehānismi, kuriem galvenokārt velts šis kurss. Tādēļ tālāk aplūkosim plakano mehānismu struktūru un klasifikāciju.

### 3-2. Plakanie zemāko pāru mehānismi

Aplūkosim plakanos mehānismus, kam ir tikai plakanie šarnīri un slīdpāri vai tiem atbilstoši kinemātiski savienojumi, kam ir tikai iekšējas pastāvīgas kinemātiskas saites, ir statne, bet nav atkārtotu tangenciālu saišu. Šo mehānismu struktūras formulas (2-4. §) ir šādas:

$$\omega = 3(n-1) - 2p, \quad (3.4)$$

$$\omega = p - 3k, \quad (3.5)$$

$$\omega = (n-1) - 2k. \quad (3.6)$$

Ievietojot formulā (3.6)  $\omega=1$ , iegūstam izteiksmi

$$n = 2(k+1),$$

kas rāda, ka zemāko pāru piespiestas kustības plakano mehānismu locekļu skaits ir pārskaitlis.

Apzīmējam vedamās ķēdes locekļu skaitu ar  $n'$  un kustīgo savienojumu skaitu ar  $p'$ . Tad

$$n = n_0 + n', \quad p = p_0 + p'. \quad (1)$$

Aplūkojamiem mehānismiem kustamība vienāda ar vedošo pāru skaitu, t. i.,  $\omega = p_0$ . Ievērojot to un formulas (1) un (3.1), no

formulām (3.4), (3.5) un (3.6) iegūstam sakarības, kas attiecas uz plakano zemāko pāru mehānismu vedamām ķēdēm:

$$p' = \frac{3}{2} (n' + N - 1), \quad (3.7)$$

$$p' = 3k, \quad (3.8)$$

$$n' = 2k - (N - 1). \quad (3.9)$$

Struktūras grupās, kā bija minēts, var sadalīt tikai nosacītās vedamās ķēdes un pirmās šķiras mehānismu vedamās ķēdes. Atšķirība izpaužas tai apstākļi, ka pirmajās ir mainīgu izmēru locekļi, bet otrajā — nav. Tas nozīmē, ka, pētot vedamās ķēdes sadalīšanu struktūras grupās, pietiek izpētīt pirmās šķiras vedamās ķēdes.

Saskaņā ar pēdējām formulām pirmās šķiras vedamo ķēžu uzbūve pakļauta šādiem likumiem:

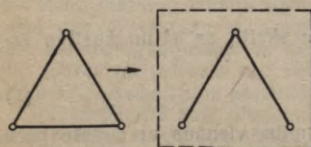
$$n' = 2k, \quad (3.10)$$

$$p' = 3k, \quad (3.11)$$

kur  $k$  — mehānisma slēgto kontūru skaits un vienlaikus arī *vedamās ķēdes kopnes* slēgto kontūru skaits. Par vedamās ķēdes kopni sauc sistēmu, ko iegūst, pievienojot vedamo ķēdi ar malējiem pāriem pie starnes. Formulām (3.10) un (3.11) atbilstošie lielumi parādīti tabulā.

$k$	1	2	3	4
$n'$	2	4	6	8
$p'$	3	6	9	12

Struktūras grupas atrod, *pakāpeniski* veidojot visas formulām (3.10) un (3.11) jeb tabulai atbilstošās vedamo ķēžu kopnes, kuras var konstruēt ar  $k$  kontūriem,  $n'+1$  locekļiem un  $p'$  kinemātiskiem savienojumiem saskaņā ar 1-19. zīmējumā dotajām kinemātisko ķēžu formām. No katras atrastās kopnes, atmetot pa vienu locekli, var iegūt vedamās ķēdes. Tās vedamās ķēdes, kuras jau iepriekš atrastās vienkāršākās ķēdēs nav iespējams sadalīt, sauc par struktūras grupām. Šo metodi ierosinājis Baranovs [9] un sācis kinemātiskās ķēdes slēgto kontūru skaitu saukt par ķēdes klasi, bet *vedamās ķēdes klasi pieņem vienādu ar attiecīgās vedamās ķēdes kopnes klasi.*

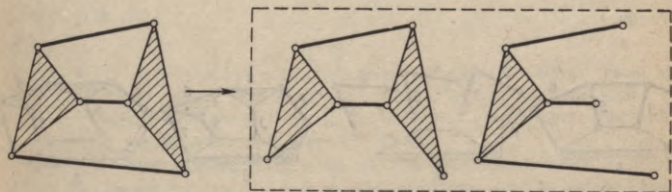


3-3. zīm.

3-3. zīmējumā parādīts, kā no vienīgās pirmās klases kopnes veidojas vienīgā pirmās klases vedamā ķēde, kas reizē ir pirmās



3-4. zīm.



3-5. zīm.

klases struktūras grupa jeb *diada*. Mehānismus, kuru īstenā vai nosacītā vedamā ķēde sastāv no diadām, sauc par *diadu mehānismiem* jeb par pirmās klases mehānismiem. Diadu mehānismi ir visizplatītākie plakanie zemāko pāru mehānismi.

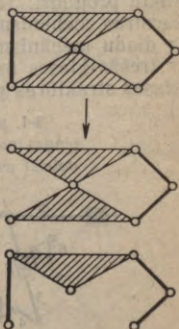
Aizvietojot vienu vai divus diadas šarnīrus ar slīdpāriem, iegūstam diadas pārējās četras modifikācijas, kas attēlotas 3-4. zīmējumā. Aizvietojot visus trīs šarnīrus ar slīdpāriem nav iespējams, jo pēc pievienošanas statnei iegūstam nevis statiski noteicamu nekustīgu kopni, bet mehānismu ar kustamību  $w=1$ . Tātad iespējamas tikai piecas diadas modifikācijas.

Labākai spēku pārņemšanai diadas modifikācijas cenšas izveidot tā, lai šarnīri atrastos uz slīdpāru asīm; tas nav ievērots 3-4. zīmējumā.

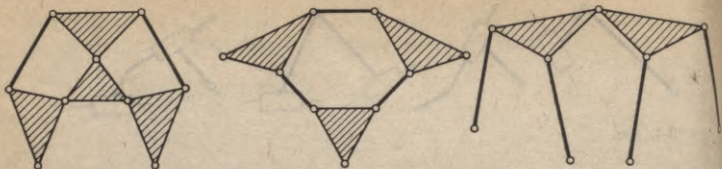
3-5. zīmējumā parādīts, kā no otrās klases kopnes veidojas divas vienīgās otrās klases struktūras grupas, viena — otrās kārtas, otra — trešās kārtas. Daļu šarnīru arī šeit var aizvietot ar slīdpāriem.

Iespējama vēl viena augšējiem noteikumiem atbilstoša otrās klases kopne (3-6. zīm.), bet no tās iegūstas vedamās ķēdes sastāv no diadām.

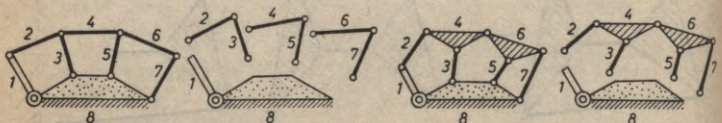
Mehānismus, kuros kāda no abām otrās klases grupām ir augstākās klases grupa, sauc par otrās klases mehānismiem. Tātad *mehānisma klase vienāda ar mehānisma īstenās vai nosacītās vedamās ķēdes augstākās klases struktūras grupas klasi*. Vispār mehānisma klase atkarīga no tā, kādi locekļi izvēlēti par vedošiem locekļiem.



3-6. zīm.



3-7. zīm.

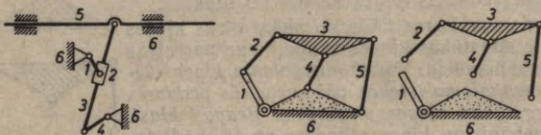


3-8. zīm.

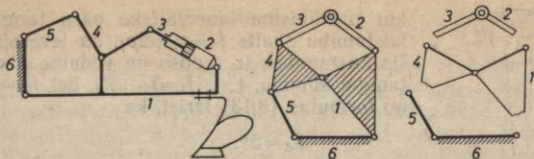
Trešās klases struktūras grupu skaits ir 11. Trīs no tām parādītas 3-7. zīmējumā. Pēc Baranova aprēķiniem, ceturtā klasē ir 161 struktūras grupa. Praksē galvenā nozīme ir pirmās un otrās klases struktūras grupām. Taču, piemēram, gateru mehānismos sastopamas arī trešās un ceturtās klases grupas.

Biežāk praksē sastopamām grupām izstrādāti kinemātiskā un kinetostatiskā aprēķina algoritmi [29, 76, 77]. Jo augstāka grupas klase, jo aprēķins ir komplicētāks un darbietilpīgāks. Tātad vedamās ķēdes struktūras analīze sniedz aprēķina metodikas prognozi. Taču, kā noskaidroja Dzintars [29], mehānisma struktūras shēma ir drošs aprēķina indikators tad, ja vairākkārtīgie šarnīri arī struktūras shēmā iezīmēti kā vairākkārtīgie šarnīri. Turpretī, ja, sekojot tradīcijai, vairākkārtīgos šarnīrus sadala vienkāršos, tad iegūst pārāk sliktu prognozi. Teiktais paskaidrots 3-8. zīmējumā: atstājot dubultšarnīrus mehānisma struktūras shēmā, konstatējam, ka mehānisms ir diadu mehānisms; bet, dubultšarnīrus sadalot, — ka mehānisms ir trešās klases mehānisms, jo satur 3-7. zīmējumā parādīto trešās klases struktūras grupu.

3-1. piemērs. 3-9. zīmējumā dots horizontālās ēvelmašīnas (šēpinga) mehānisms. Sadalīt mehānisma vedamo ķēdi struktūras grupās, noteikt mehānisma šķiru un klasi!



3-9. zīm.



3-10. zīm.

Atrisinājums. Uzzīmējam mehānisma struktūras shēmu, atdalām vedošo ķēdi 16 un konstatējam, ka vedamā ķēde sastāv no vienas otrās klases trešās kārtas struktūras grupas. Tātad mehānisms ir pirmās šķiras otrās klases mehānisms.

3-2. piemērs. 3-10. zīmējumā dots hidrauliskais arkla izcelšanas mehānisms. Sadalīt vedamo ķēdi struktūras grupās, noteikt mehānisma šķiru un klasi.

Atrisinājums. Rikojoties tāpat kā iepriekšējā piemērā, atrodam, ka mehānisma vedamā ķēde sastāv no divām diadām. Tātad mehānisms ir pirmās šķiras pirmās klases mehānisms (pirmās šķiras diadu mehānisms).

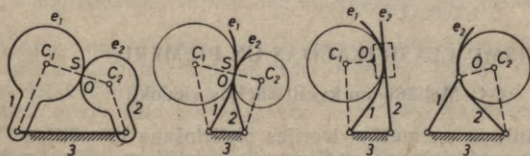
### 3-3. Plakanie mehānismi ar augstākiem pāriem

Aplūkosim plakanus mehānismus, kuros bez šarnīriem un slīd-pāriem ir vismaz viens augstāks pirmās kārtas kinemātiskais pāris, kas saviem locekļiem plaknē uzliek vienu tangenciālo saiiti. Tāds pāris ir vienkontakta, un tajā abi locekļi veļas un slīd viens pa otru; piemēram, sazobes pāris (1-4. zīm.), pāris starp izcilni un rullīti (1-8. zīm.). Turpretī frikcijas pāris (2-2. zīm. pāris 12) un vairāk-kontaktu augstākie pāri ir otrās kārtas pāri, kas aplūkojamo pāru kategorijā neietilpst.

Šādos mehānismos tangenciālo atkārtoto saišu parasti nav, tāpēc struktūras formulas (2.8) un (2.9) var rakstīt šādi:

$$w = 3(n-1) - 2p_2 - p_1, \quad (3.12)$$

$$w = f_t - 3k, \quad (3.13)$$



3-11. zīm.



3-12. zīm.

kur mehānisma kinemātisko pāru tangenciālo kustamību skaits  $f_t = p_2 + 2p_1$ . Ja ievērojam, ka šīs kustamības ir vedošo un vedamo pāru kustamību summa, t. i.,  $f_t = f_{ot} + f'_t$ , bet  $f_{ot} = \omega$ , tad no formulas (3.13) izriet, ka

$$f'_t = 3k. \quad (3.14)$$

Salīdzinot ar formulu (3.11), redzam, ka aplūkojamo mehānismu vedamā ķēdē kinemātisko pāru tangenciālo kustamību skaits uz katru mehānisma slēgto kontūru, tāpat kā plakanos zemāko pāru mehānismos, ir 3.

Plakanos mehānismos ar augstākiem pāriem kinemātisko aprēķinu iespējams izdarīt pēc plakanos zemāko pāru mehānismos lietojamām metodēm, ja iepriekš augstākos pārus iedomāti aizvieto ar zemākiem pāriem. So operāciju izpilda saskaņā ar 3-11. zīmējumu. Augstākā pāra likņu  $e_1$  un  $e_2$  saskarpunktā  $S$  novelk kopīgo normāli; uz tās atrodas likņu liekumcentri  $C_1$  un  $C_2$ . Liekumcentros iedomājas šarnīrus, kurus savieno ar fiktīvu locekli  $O$ . Ja liekuma rādiusi līknēm  $e_1$  un  $e_2$  nemainīgi, tad iegūtais aizvietošanas mehānisms, kura locekļi parādīti ar pārtrauktu līniju, derīgs neierobežoti daudziem stāvokļiem. Tāds ir pirmais 3-11. zīmējumā attēlotais mehānisms. Ja likņu liekuma rādiusi mainīgi, tad aizvietošanas mehānisms ir momentāns un derīgs tikai trim bezgalīgi tuviem dotā mehānisma stāvokļiem, jo liekuma aploces pieskaras līknēm  $e_1$  un  $e_2$  tikai trīs bezgalīgi tuvos punktos. Tādi ir pārējie trīs 3-11. zīmējumā attēlotie mehānismi. Ja kāda no līknēm ir taisne, šarnīra vietā jāņem slīdpāris, jo slīdpāri var uzlūkot kā bezgalīgi tālu šarnīru.

Aptuvena grafiska liekumcentra atrašana parādīta 3-12. zīmējumā. Saskarpunktā  $S$  novelkam nelielu aploci, kas likni  $e$  krusto punktos  $M$  un  $N$ . Ap tiem kā ap centriem novelkam tādas pašas aploces. Caur aploču krustpunktiem velkam taisnes, kas krustojas aptuveni līknes  $e$  punktam  $S$  atbilstošā liekumcentrā  $C$ .

Aizvietošanas rezultātā iegūstam fiktīvu noteiktas šķiras un klases zemāko pāru mehānismu, kuram derīgas attiecīgiem zemāko pāru mehānismiem izstrādātās kinemātiskā aprēķina metodes.

#### 4. NODAĻA

### MEHĀNISMU KLASIFIKĀCIJAS UN PIEMERI

#### 4-1. Mehānismu kvalifikācijas viedokļi

Mehānismu un mašīnu teorijas pielietošana un pētījumi šajā zinātnes nozarē vairumā gadījumu ir saistīti ar kādas mehānismu sistematizācijas jeb klasifikācijas lietošanu, jo parasti no milzīgā

mehānismu daudzuma pēc noteiktām pazīmēm jāizdala dotajam gadījumam atbilstošie mehānismi.

Pieņemot aksiomu, ka mehānisma galvenās īpašības atkarīgas no tā uzbūves, jau sen radās nepieciešamība izveidot vispārīgu mehānismu *strukturālu klasifikāciju*. Tomēr izveidot šādu klasifikāciju izrādījies ļoti grūti, jo šeit valda sava veida «burvju loks»: sistematiski pētīt mehānismus var tikai tad, ja lieto kādu klasifikāciju, bet zinātniski klasificēt var, ja balstās uz pētījumu rezultātiem.

Senās kultūrtautas uzskatīja, ka katra mašīna ir «vienkāršo mašīnu» (sviru, ķīļu, skrūvju, bloku, grieztuves) kombinācija. Uz šāda pamata kaut cik pieņemamu klasifikāciju izveidot neizdevās. Tāpēc līdz 19. gs. sākumam mehānismus un mašīnas klasificēja pēc to pielietošanas.

Monžs un tā līdzstrādnieki (ievada 3. §) visas esošās un iespējamās mašīnas iedalīja 420 grupās pēc kustības pārveidošanas principa. Vēlāk šo klasifikāciju pārstrādāja Villiss, neievērojot mehānismus ar deformējamiem elementiem un uzskatot tos kā nepiemērotus kvantitatīvai pētīšanai.

Pirmo daļēji strukturālo klasifikāciju 1875. gadā publicēja Relo [133]. Atkarībā no locekļu un kinemātisko pāru veida mehānismi iedalīti 6 grupās: skrūvmehānismi, kloķmehānismi, zobratu mehānismi, bloku un skriemeļu mehānismi, izciņņu mehānismi un sprūdmehānismi. Tomēr šajā klasifikācijā sprūdmehānismiem raksturīga funkcionāla pazīme (kustības pārveidošana).

Pirmo strukturālo klasifikāciju, kas saista mehānisma uzbūvi ar tā piedzišanas veidu, izstrādāja Asurs (3-1. §).

Vācu zinātnieks Franke 1943. gadā definēja mehānismu kā spēku un enerģijas pārveidotāju un uz šī pamata izstrādāja ļoti vispārīgu tehnisku ierīču klasifikācijas shēmu [123]. Dažas te ietilpstošās ierīces nesatur pat nevienu kustīgu elementu. Šī klasifikācija sniedzas pāri mehānismu un mašīnu teorijas robežām.

Inženieru un konstruktoru praksē par lietderīgām izrādījušās dažādas *funkcionālas klasifikācijas*, kurās mehānismus sadala grupās atkarībā no to funkcionālās nozīmes mašīnās (piemēram, bremzēšanas, fiksēšanas, satveršanas un citi mehānismi). Kombinējot funkcionālās un strukturālās pazīmes, iegūst jauktas klasifikācijas. Tās parasti izmanto mehānismu atlasu sastādīšanā [5, 44].

#### 4-2. Galvenās mehānismu klasifikācijas un piemēri

Aplūkosim nozīmīgākās mehānismu klasifikācijas. Līdztekus iepazīsimies ar mehānismu piemēriem, ar dažādu mehānismu veidošanu no dotās kinemātiskās ķēdes, ar dažādiem viena un tā paša mehānisma būvveidiem un ar miera un maiņas punktiem mehānismos.

Universālu strukturālo klasifikāciju var iegūt, sistematizējot mehānismus pēc saišu rakstura. Saites ir vispārīgas un reizē

abstraktas strukturālas pazīmes, no kurām būtiski atkarīgas mehānisma īpašības. Klasifikācijas pamatā liekam saišu tabulu:

- I. 1) mehānismi, kuriem ir tikai kinemātiskas saites,
- 2) mehānismi, kuriem ir arī dinamiskas saites;
- II. 1) mehānismi, kuriem ir tikai pastāvīgas saites,
- 2) mehānismi, kuriem ir arī mainīgas saites;
- III. 1) mehānismi, kuriem ir tikai iekšējas saites,
- 2) mehānismi, kuriem ir arī ārējas saites;
- IV. 1) mehānismi bez atkārtotām saitēm,
- 2) mehānismi, kuros ir atkārtotas saites.

Nemot no katras ar romiešu cipariem apzīmētās kopas vienu pazīmi, ar četriem arābu cipariem var raksturot ikvienu no 16 mehānismu grupām. Tā, piemēram, 1122 ir mehānismi, kuriem ir tikai kinemātiskas pastāvīgas saites, starp kurām ir ārējas un atkārtotas saites. Visi šajā klasifikācijā minētie saišu tipi aplūkoti 2. nodaļā.

Mehānisma kustīgo savienojumu uzliktās saites ierobežo locekļu relatīvās kustamības, bet atstāj locekļiem noteiktas absolūto kustību iespējas. Tāpēc atbilstoši 2-4. paragrāfam mehānismus var klasificēt pēc locekļu punktu trajektoriju rakstura šādi:

- 1) virsmu mehānismi: a) plakanie mehānismi,  
b) sfēriskie mehānismi,  
c) cilindriskie mehānismi;
- 2) tilpuma mehānismi.

Tilpuma mehānismi satur vienu vai vairākus locekļus, kuru punktu trajektorijas ir līknes, kas neatrodas paralēlās plaknēs, koncentrisku sfēru vai koaksiālu cilindru virsmās.

Bieži mehānismus iedala tikai divās grupās: 1) plakanie mehānismi un 2) telpiskie mehānismi. Telpiskie mehānismi aptver tilpuma, sfēriskos un cilindriskos mehānismus.

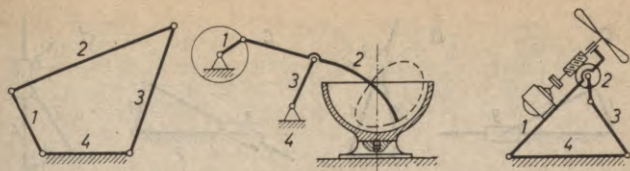
Katrai minētajām klasifikācijām atbilstoši mehānismu grupai ir atšķirīgas analīzes un sintēzes metodes. Ar mehānismu aprēķinu metodēm cieši saistās arī mehānismu iedalījums šķīrās pēc vedošo ķēžu skaita (3-1. §).

Aprēķinu metodes izvēlē nozīmīga ir mehānismu klasifikācija pēc statnes izvietojuma. Saskaņā ar šo viedokli mehānismus var sadalīt 3 saimēs:

- 1) mehānismi, kuriem statne ir vedošās ķēdes loceklis;
- 2) mehānismi, kuriem statne ir vedamās ķēdes loceklis;
- 3) mehānismi bez statnes.

Mehānisma aprēķinu metodes prognozēšanai ļoti noderīga ir Asura ierosinātā plakano zemāko pāru mehānismu klasifikācija (3-2. §) pēc vedamās ķēdes struktūras. Saskaņā ar šo klasifikāciju mehānisma klase ir vienāda ar īstenā vai nosacītā vedamā ķēdē ietilpstošās augstākās klases struktūras grupas klasi.

Mehānismus pēc locekļu, starpelementu un darba ķermeņa fizikālajām īpašībām iedala šādi: 1) mehānismi ar cietiem elementiem; 2) mehānismi, kuros ir elastīgi starpelementi; 3) mehānismi, kuros ir lokāni starpelementi; 4) hidrome-



4-1. zīm.

hānismi — hidrostatiskie un hidrodinamiskie mehānismi, kuros spēkus pārnes ar hidrostatisko vai hidrodinamisko spiedienu; 5) pneimatiskie mehānismi; 6) elektriskie mehānismi, kuros cieti darba ķermeņi rada elektromagnētisko lauku.

Mehānismu teorijā, mašīnbūvē un mašīnu ekspluatācijas praksē par nodēriģu izrādījies Relo strukturālās klasifikācijas uzlabots variants: pēc locekļu un kustīgo savienojumu veida mehānismus iedala šādās grupās:

- |                       |                                     |
|-----------------------|-------------------------------------|
| 1) stieņmehānismi,    | 4) frikcijas (berzes) mehānismi,    |
| 2) izciļņu mehānismi, | 5) lokanās saites mehānismi,        |
| 3) zobu mehānismi,    | 6) ķīļmehānismi un vītņu mehānismi. |

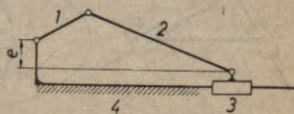
Bez tam iespējamās dažādas minēto mehānismu kombinācijas, piemēram, stieņu-zobratu mehānismi, stieņu-vītņu mehānismi u. c.

Stieņmehānismi raksturojas ar relatīvi lieliem locekļu garumiem. Locekļi parasti savienoti ar zemākiem kinemātiskiem pāriem. Locekli, kuram ir savienojums ar statni un kurš attiecībā pret statni var izdarīt pilnu apgriezīenu, sauc par *kloķi*. Ja ar statni savienotais loceklis apgriezīties nevar, tad to sauc par *svārstīklu*. Locekli, kas izdara sarežģītu kamplānu vai telpisku kustību, sauc par *klani*. Vienu no slīdpāra locekļiem sauc par *slīdni*, otru — par slīdstieni jeb vadotni. Virzuļmašīnās slīdni sauc par virzuli, bet vadotni par cilindru. Slīdpāri starp diviem kustīgiem locekļiem sauc par *kulisi*.

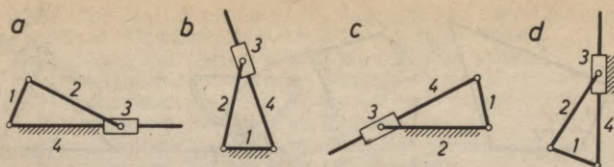
Visizplatītākie ir plakani četrlocekļu stieņmehānismi. Tie var būt ar četriem šarnīriem (šarnīru četrstūri), ar trim šarnīriem un vienu slīdpāri un ar diviem šarnīriem un diviem slīdpāriem.

4-1. zīmējumā parādīts vispārējās nozīmes šarnīru četrstūris, kura analīzei un jo sevišķi sintēzei veltīti ļoti daudzi pētījumi. Turpat parādīti divi šarnīru četrstūra pielietojumi: mīklas mīcāmā mašīna un klanīgais ventilators. Pirmajā gadījumā vedošā ķēde satur statni, bet otrajā — nē. Atkarībā no locekļu garumiem iespējami vienkloķa un divkloķa šarnīru četrstūri, kā arī tādi, kuriem kloķa nav.

4-2. zīmējumā attēlots ļoti izplatītais *kloķa-slīdņa mehānisms*; ja ekscentricitāte  $e \neq 0$ , tad to sauc par



4-2. zīm.

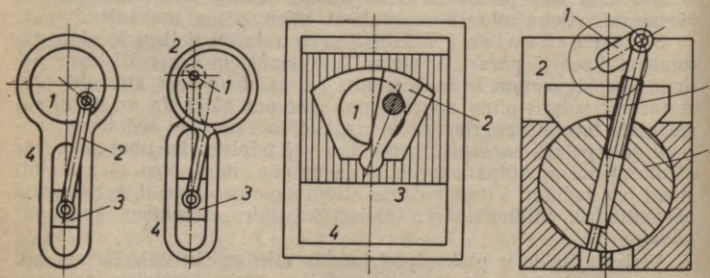


4-3. zīm.

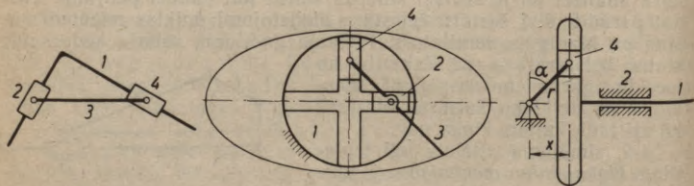
dezaksiālo, bet, ja  $e=0$ , tad par centrālo kloķa slīdņa mehānismu. Sarnirs 23 parasti atrodas uz slīdpāra ass.

4-3. zīmējumā parādīts, kā no vienas un tās pašas kinemātiskās ķēdes, katru reizi par statni izvēloties citu locekli, var iegūt dažādus mehānismus: *a* — centrālo kloķa-slīdņa mehānismu, *b* — rotējošās kulises mehānismu, *c* — svārstīgās kulises mehānismu un *d* — svārstīklas-slīdņa mehānismu.

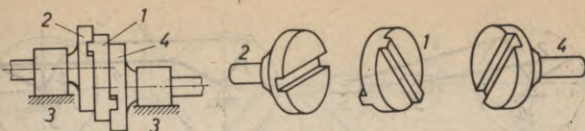
Sīs pašas kinemātiskās ķēdes četri dažādi būvveidi parādīti 4-4. zīmējumā. Pirmos divus no tiem sauc par *ekscentru mehānismiem*. Pirmajā būvveidā loceklis 4 aptver locekli 1 (ekscentru) un locekli 3. Otrajā būvveidā ekscentru aptver loceklis 2. Trešajā būvveidā loceklis 3 aptver locekli 2, bet ceturtajā būvveidā, kur parādīta plun-



4-4. zīm.



4-5. zīm.



4-6. zīm.

žersūkņa shēma, ir otrādi. Par plunžeri sauc virzuli, kura garums ievērojami lielāks par diametru.

Veidojot četrlocekļu mehānismus ar diviem slīdpāriem, jāievēro, ka abi slīdes virzieni nedrīkst būt paralēli. Pretējā gadījumā dažos kinemātiskos pāros relatīvā kustība nebūs iespējama.

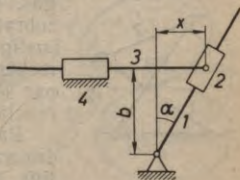
Ja abus slīdpārus piešķir vienam loceklim, tad dabū 4-5. zīmējumā redzamo kinemātisko ķēdi. Padarot šīs ķēdes locekli 1 par statni, iegūst mehānismu, kuram kļauņa 3 punktā kustas pa elipsēm. Padarot par statni locekli 2 vai locekli 4, iegūst *sinusa mehānismu* jeb Volfa kulisi, kur slīdņa 1 pārvietojums  $x = r \sin \alpha$ . Ja par statni padara locekli 3, tad izveidojams 4-6. zīmējumā attēlotais Oldhema sajūgs, kas noderīgs divu paralēlu vārpstu sajūgšanai, ja atstatums starp vārpstām mainīgs.

Ja katru slīdpāri piešķir savam loceklim, tad var iegūt 4-7. zīmējumā redzamo *tangensa mehānismu*, kam slīdņa 3 pārvietojums  $x = b \operatorname{tg} \alpha$ .

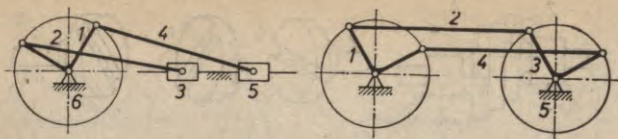
Stiepmehānismos dažkārt sastopami sevišķi (nenoteikti) stāvokļi, kurus sauc par miera punktiem un maiņas punktiem. Miera punktā nostādītu mehānismu nespēj iekustināt dzenošam loceklim pieliktais spēks. Izkustinot mehānismu no maiņas punkta, ir iespējami divi dažādi locekļu kustības virzieni. Ja, piemēram, centrālā kloķa-slīdņa mehānismā dzenošais loceklis ir slīdnis, tad mehānismam ir divi miera un divi maiņas punkti, kas atbilst slīdņa ceļa galapunktiem. Ja dzenošais loceklis ir kloķis, tad kloķa-slīdņa mehānismā nenoteiktu stāvokļu nav. Turpretī 2-11. zīmējumā attēlotam šarnīru paralelogramam ir maiņas punkti stāvokļos, kad visi šarnīri sakrīt ar vienu taisni.

Vajadzīgo kustību maiņas un miera punktos dažreiz panāk uz mehānisma kinētiskās enerģijas rēķina. Citos gadījumos lieto kinemātiskās metodes (4-8. zīm.). Vairākcilindru dzinējos starp kloķiem izveido leņķus, kas atšķirīgi no  $0^\circ$  un no  $180^\circ$ . Līdzīgu paņēmieni lieto, lai šarnīru paralelogramā likvidētu maiņas punktus (miera punktu šim mehānismam nav). Aplūkojamais paņēmieni parasti saistīts ar atkārtoto saišu skaita pieaugumu; šarnīru paralelogramā parādās pat viena tangenciāla atkārtota saite.

Cits kinemātisks paņēmieni ir robu un zobu izveidošana kļauņa poloīdās maiņas



4-7. zīm.



4-8. zīm.

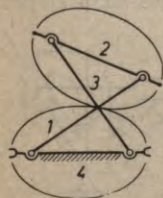
punktiem atbilstošās vietās. Kā piemērs 4-9. zīmējumā parādīts šarnīru antiparalelograma mehānisms, kuram pretmalas ir vienādas, bet nav paralēlas; kļauņa poloīdas ir elipses.

Izciļņu mehānismi dod iespēju vienkāršā veidā sasniegt iepriekš dotu vai izvēlētu sakarību starp vadošā un vedamā locekļa kustībām. Vadošais un vedamais loceklis saskaras augstākā pāri; abiem locekļiem ir zemākie pāri ar mehānisma trešo locekli, kas parasti ir statne. Augstākais pāris sastāv no speciāli veidotas vadošā locekļa darba virsmas (profila) un no vedamā locekļa rullīša vai profila. Rotējošu vadošo locekli sauc par izciļņvārpstu, izciļņripu, izciļņcilindru, izciļņkonusu vai citādi, bet virzē kustošu — vienkārši par *izcilni*. Dzīto locekli parasti sauc par *bīdītāju*.

Daži izciļņu mehānismu piemēri parādīti 4-10. zīmējumā. Mehānismi *a*, *b*, *f*, *g* vadošā locekļa 1 rotāciju pārveido bīdītāja 2 turpatpakal virzes kustībā, t. i., tie veic kustību transformāciju rotācija-virze. Mehānisms *c* veic pārveidojumu rotācija-rotācija, mehānisms *d* — virze-rotācija, mehānisms *e* — virze-virze. Ja ekscentricitāte  $e \neq 0$ , tad mehānismu *a* sauc par dezaksiālu (nobīdītu, ekscentrisku) izciļņu mehānismu, ja  $e = 0$ , tad — par centrālu. Mehānismos *f* un *g* augstākais pāris slēdzas geometriski. Mehānisma *f* izciļņu ripas profils sastāv no divu rādiusu aploču lokiem. Katra gājiena sākumā un beigās bīdītājs atrodas miera stāvoklī, kamēr izciļņu ripa pagriežas par  $60^\circ$  leņķi. Ierobežotas kustības rotācija-rotācija tipa izciļņu mehānismi parādīti 3-11. zīmējumā.

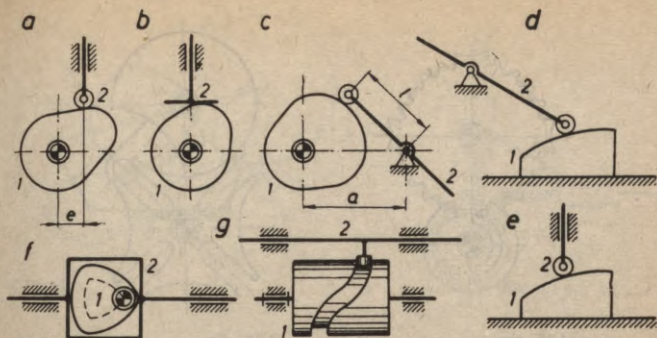
Zobu mehānismi aptver zobratu mehānismus, ķēžu pārvaodus, zvaigzņiņu mehānismus un zobu sprūdmehānismus.

Zobratu mehānismi tehnikā ir ļoti izplatīti. Tos izmanto griezes pārvešanai starp paralēlām un neparalēlām vārpstām. Minēto vārpstu asis nekustīgas vai arī dažas no tām kustīgas. Pēdējā gadījumā runājam par *planetāriem* zobratu mehānismiem. Zobratu, kas novietoti uz kustīgām asīm, sauc par *satelītiem*. Planetāros mehānismos, kam kustāmība lielāka par 1, sauc par *diferenciālpārvaadiem* vai vienkārši par *diferenciāliem*.



4-9. zīm.

Parasti zobratu zobi novietoti uz apaļa cilindra vai konusa. Ja cilindra rādiuss kļūst bezgalīgs, tad iegūstam *zobstieni*. Zobratu mehānismos, kuros ir tikai apaļi zobratu un zobstieņi, locekļu



4-10. zīm.

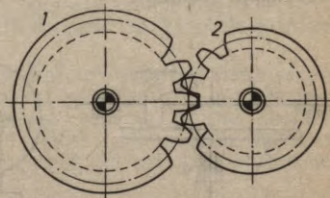
ātrumu attiecības ir nemainīgas. Lietojot neapaļus zobratu, ātrumu attiecības ir mainīgas.

Visizplatītākie ir cilindriskie un koniskie zobratu ar taisniem (4-11. zīm.) vai slīpiem zobiem. Šeit zobi veļas un radiāli slīd viens pret otru līdzīgi tam, kā tas ir izciļņu mehānismos bez rullīša. Šajos zobratos eksistē iedomāti veļšanās cilindri vai konusi, kas veļas viens pret otru tāpat kā frikcijas mehānismu cilindri (2-2. zīm.) vai konusi. Šos mehānismus precīzi izgatavojot, zobu saskare notiek pa līniju.

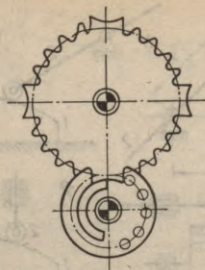
Zobratu ar vienu vai nedaudziem vītņveida zobiem (vītņēm) sauc par gliemezi un zobratu pārvadu, kur tāds ietilpst, — par gliemežpārvadu. Arī gliemežpārvadā zobi saskaras pa līniju. Cilindriskus zobratu ar neparalēlām asīm, ar vītņveida zobiem un punktvēda kontaktu sauc par skrūvratiem.

Ja zobratu asis nav paralēlas un nekrustojas vienā punktā, tad zobi slīd viens pret otru ne tikai radiāli, bet arī zobu garenvirzienā. Šādos gadījumos līnijas kontaktu iespējams panākt, ja zobus novieto uz vientelpas rotācijas hiperboloīdu virsmām. Tādus zobratu sauc par hiperbolzobratiem. Tos grūti izgatavot. Tāpēc hiperbolzobratu vietā lieto iepriekš minētos skrūvratu vai hipoīdzobratu (hipoīdratus). Hipoīdzobratiem zobi ierīkoti tajās hiperboloīda daļās, kuras aptuveni var aizvietot ar konusiem. Hipoīdzobratiem zobi ir vītņveida.

Ķēžu pārvadi atgādina siksnas pārvadus (1-22. zīm.), bet atšķirībā no tiem ķēdes slīde attiecībā pret ķēdes ratu, ko



4-11. zīm.



4-12. zīm.



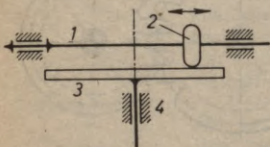
4-13. zīm.

sauc par *zvaigznīti*, nav iespējams. Jo mazāk zobu dzenošajai zvaigznītei, jo vairāk mainīga ir dzenošās un dzītās zvaigznītes ātrumu attiecība.

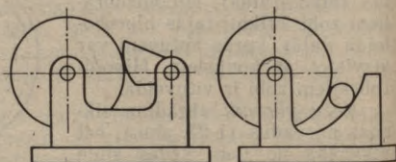
*Zvaigznīšu mehānismi* ļauj nepārtrauktu rotāciju pārveidot vienvirziena rotācijā ar pārtraukumiem (4-12. zīm.) vai, lietojot attiecīgu zobstieni, izdarīt kustību transformācijas virze-rotācija vai otrādi. Pie zvaigznīšu mehānismiem pieder arī Maltas krusta mehānismi (4-13. zīm.).

*Zobu sprūdmehānisms* attēlots 2-3. zīmējumā. Sprūdmehānismus lieto, 1) lai pārvērstu periodisku turpatpakaļ griezes vai virzes kustību vienvirziena griezes vai virzes kustībā ar pārtraukumiem, 2) lai nodrošinātu kādas kustības iespēju tikai vienā virzienā, 3) lai automātiski ieslēgtu un izslēgtu kustības pār vadu (frikcijas sprūdmehānisms velosipēda pakalējā rumbā), 4) lai pēkšņi apturētu kustību.

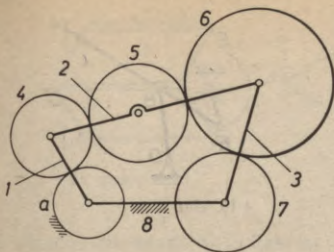
*Frikcijas mehānismus* lieto rotācijas pārvešanai starp divām vārpstām (2-2. zīm.). Cilindrisko vai konisko frikcijas ratu darba virsmas bieži pārklāj ar ādu vai citu līdzīgu materiālu, lai palielinātu berzi. 4-14. zīmējumā attēlots frikcijas variators. Pārbīdot ratu 2, kas rotē kopā ar vārpstu 1, iegūst vārpstu 1 un 3 griešanās ātrumu bezpakāpju izmaiņu. Sastopami arī citāda veida frikcijas bezpakāpju variatori.



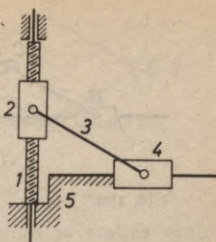
4-14. zīm.



4-15. zīm.



4-16. zīm.



4-17. zīm.

4-15. zīmējumā attēloti divi frikcijas sprūdmehānismi. To ieslēgšanās ir maigāka nekā zobu sprūdmehānismiem. Otrais attēlotais sprūdmehānisms aptuveni atbilst velosipēda brīvrumbas konstrukcijai.

Lokanās saites mehānismu izplatītākais piemērs ir siksnas pārvads (1-12. zīm.).

Ķīļmehānismu piemēri parādīti 2-12. zīmējumā.

Stieņu-zobratu mehānisma piemērs attēlots 4-16. zīmējumā. Mehānisms sastāv no šarnīru četrstūra, kura statnei pieder nekustīgs zobrats *a* (šādu zobratu sauc par saules ratu), no satelītiem 4, 5, 6 un zobrata 7. Piedzenot locekli 1, zobrats 7 iegūst noteiktu kustību, jo saskaņā ar formulu (3.12) šī mehānisma kustamība

$$w = 3(n - 1) - 2p_2 - p_1 = 3 \cdot (8 - 1) - 2 \cdot 8 - 4 = 1.$$

4-17. zīmējumā parādīts stieņu-vītņu mehānisma piemērs. Šādus mehānismus lieto dažādās presēs.

Atzīmēsim divus funkcionālo klasifikāciju piemērus; vienu ļoti vispārīgu, otru samērā detalizētu.

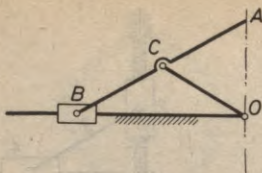
Saskaņā ar pirmo klasifikāciju izšķir divas lielas mehānismu grupas:

- 1) virzītājmehānismi,
- 2) pārnēsūmmehānismi.

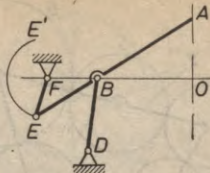
Virzītājmehānismos kāds punkts apraksta vēlamu trajektoriju vai kāds klanis ieņem pēc kārtas vajadzīgās pozīcijas. Virzītājmehānismi parasti ir stieņmehānismi.

Pārnēsūmmehānismi realizē nepieciešamo sakarību starp vedošo un vedamo locekļu pārvietojumiem vai ātrumiem. Ar pārnēsūmmehānismu palīdzību sasniedz vajadzīgo vedamo locekļu kustības likumu. Pie pārnēsūmmehānismiem pieder izciļņu, zobu, frikcijas, lokanās saites, ķīļu un vītņu mehānismi, kā arī daļa stieņmehānismu.

Kā virzītājmehānismu piemēru var minēt taisnvirzītājus. Dažādos pašrakstītājos aparātos un mašīnās nepieciešams kādu



4-18. zīm.



4-19. zīm.

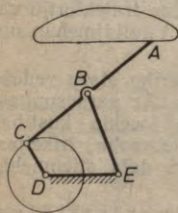
punktu pārvietot zināmā gabalā pa taisni. Parasti vēlams šo uzdevumu veikt ar mehānismu, kurā nav slīdpāru, jo slīdpāros samērā liela berze.

Visvienkāršāk uzkonstruēt ir 4-18. zīmējumā parādīto precīzo eliptisko taisnvirzītāju. Kā zināms no kinemātikas, ja nogrieznis  $AB$  ar saviem galiem slīd pa divām nekustīgām savstarpēji perpendikulārām taisnēm, tad neierobežoti garās taisnes  $AB$  punkti apraksta elipses, kuru asis ir nekustīgās taisnes, bet viduspunkts  $C$  kustas pa aploci ar centru abu taisņu krustpunktā  $O$ . Ja punktos  $C$  un  $O$  iekārto šarnīrus un punktā  $B$  slīdpāri, tad punkts  $A$  vairs nav jāvada pa taisni ar kinemātisko pāri, bet tas aprakstīs precīzu taisni  $AO$ . Šī taisnvirzītāja trūkumi ir slīdpāris un tas, ka aprakstāmā taisne iet caur šarnīru  $O$ .

Abi trūkumi novērsti tuvinātā eliptiskā taisnvirzītājā jeb Evansa taisnvirzītājā (4-19. zīm.). Tas panākts, punktā  $B$  taisno trajektoriju un elipses loku  $EE'$  aizvietojo ar aploču lokiem. Viens no risinājuma variantiem ir šāds:  $EF=1$ ,  $BE=1,92$ ,  $BA=2,92$ ,  $BD=2$ ,  $FD=2,3$ , tad trajektorija  $AO$  kādā gabalā maz atšķirsies no precīzas taisnes.

4-20. zīmējumā parādīts viens no Čebiševa taisnvirzītājiem, kuram  $CD=1$ ,  $DE=2$ ,  $BC=BA=BE=2,5$ .

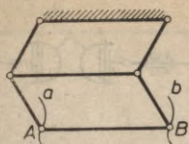
Pie virzītājmehānismiem pieder arī līkņu transformatori, kas doto likni pēc kāda likuma pārveido citā līknē. 4-21. zīmējumā parādīts *translator*, kas doto likni bez izmaiņām pārzīmē citā vietā. Translator sastāv no diviem paralelogramiem. Tāpēc locekļi  $AB$  atrodas virzes kustībā, kurā, kā zināms



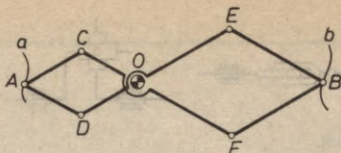
4-20. zīm.

no kinemātikas, visu cieta ķermeņa punktu trajektorijas ir kongruentas līknes. Turpat parādīts arī pantogrāfs, kas izmaina dotās līknes mērogu. Arī pantogrāfs sastāv no diviem paralelogramiem. Līkne  $b$  ir  $k$  reižu lielāka vai mazāka par līkni  $a$ , kur  $k=OE:OC$ . Translatora un pantogrāfa kustamības pakāpe  $w=2$ , kas nepieciešams, lai punktu  $A$  varētu vadīt pa patvaļīgi izvēlētu līkni.

Līkņu transformatoru grupā ietilpst *inversori*. Ja punktu  $A$  vada pa dotu līkni, bet punkts



4-21. zīm.



$B$  atrodas uz stara  $OA$ , kas iet caur nekustīgu inversijas centru  $O$ , un arvien

$$OA \cdot OB = \text{const},$$

tad punkta  $B$  aprakstīto līkni sauc par dotās līknes inversiju.

Ja 4-22. zīmējumā attēlotajam mehānismam, kuram  $OF = OD$  un  $AFBD$  ir rombs, atņem locekli  $CA$ , tad iegūst inversoru. Tiešām,

$$\begin{aligned} OB \cdot OA &= (OE + EB)(OE - EB) = OE^2 - EB^2 = \\ &= (OF^2 - FE^2) - (BF^2 - FE^2) = OF^2 - BF^2 = \text{const}. \end{aligned}$$

Inversora kustamība  $\omega = 2$ . Ja inversoram pievieno locekli  $CA = CO$ , tad punkts  $A$  tiek vadīts pa aploci, bet punkts  $B$  apraksta taisni  $BN$ . Tā kā taisnleņķa trijstūri  $OAM$  un  $ONB$  ir līdzīgi, tad  $OA : OM = ON : OB$ . Tādēļ  $ON \cdot OM = OA \cdot OB = \text{const}$  un arī  $ON = \text{const}$ . Tas nozīmē, ka caur inversijas centru ejošas aploces inversija ir taisne. Iegūto mehānismu sauc par Ponselē—Lipkina taisnvirzītāju. Ja aploce neiet caur inversijas centru, tad tās inversija, kā izrādās, ir cita aploce.

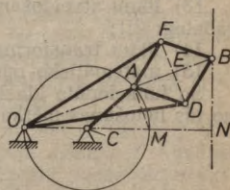
Nobeigumā atzīmēsim vēl vienu funkcionālo klasifikāciju, saskaņā ar kuru mehānismus iedala šādās grupās:

1) griezes kustības pārvadi, kas ļauj vedamam loceklim piešķirt vienmērīgu vai aptuveni vienmērīgu rotāciju (zobratu pārvadi ar apaļiem cilindriskiem vai koniskiem zobratiem, ar skrūvratiem vai hipoīdratiem; gliemežpārvalds; frikcijas pārvadi ar apaļām cilindriskām vai koniskām velšanās virsmām; siksnas, troses un ķēdes pārvadi);

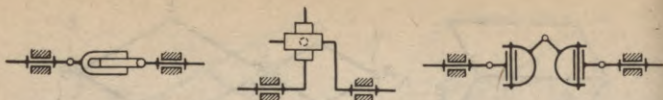
2) reduktori, kas ļauj pakāpjveidā mainīt vedamā locekļa griešanās ātrumu (zobratu ātrumkārbas, pakāpjveida siksnu pārvadi);

3) variatori, kas ļauj nepārtraukti mainīt vedamā locekļa griešanās ātrumu (hidrauliskie un frikcijas variatori, variatori ar lokano starpelementu, impulsvariatori);

4) mehānismi, kas piešķir vedamam loceklim rotāciju ar mainīgu leņķisko ātrumu (neapaļo zobratu un neapaļo ķēdes



4-22. zīm.



4-23. zīm.

zvaigznīšu pārvadi, izciļņu mehānismi ar svārstīklas tipa bīdītāju, divkloķu šarnīru četrstūri, rotējošās un svārstīgās kulises mehānismi, stieņu-zobratu mehānismi, zvaigznīšu mehānismi, izciļņu-zobratu mehānismi);

5) mehānismi, kas piešķir vedamam loceklim virzes turpatpakal kustību ar mainīgu vai kādā kustības daļā nemainīgu ātrumu (kloķa-slīdņa mehānisms, sinusa mehānisms, vairākkloķļu stieņmehānismi, izciļņu mehānismi, mehānismi ar zobstieni, hidrostatiskie mehānismi);

6) epizodiskās kustības mehānismi, kuros viens vai daži locekļi periodiski apstājas, stāv mierā un sāk kustību no jauna (izciļņu un zvaigznīšu mehānismi, sprūdmehānismi, stieņmehānismi ar dažu locekļu periodisku apstāšanos);

7) reversa mehānismi, kas ļauj pēc vēlēšanās mainīt viena vai vairāku locekļu kustības virzienu;

8) sajūgi, kas savieno vārpstas pastāvīgi, pieļaujot tām relatīvās kustības (Oldhema sajūgs, kardānsajūgs); sajūgi, kas ļauj vārpstas savienot un atvienot pēc vēlēšanās (frikcijas, zobu un izciļņu sajūgi); sajūgi, kas vārpstas savieno un atvieno automātiski (centrbēdzes sajūgi, brīvgaitas sajūgi, piemēram, velosipēda brīvrumbā, drošinātājsajūgi); trīs pirmā tipa sajūgi parādīti 4-23. zīmējumā, tiem nav atkārtoto saišu, tāpēc tie savām vārpstām pieļauj visas sešas relatīvās kustības (iedomājoties, ka vienas vārpstas gultnis kustīgs, t. i., ar iedomātu šķēlumu atdalīts no statnes), pēdējais no tiem ir 2-3. paragrāfā minētā septiņkloķļu mehānisma piemērs; ciešie vārpstu sajūgi pie mehānismiem nepieder;

9) regulatori un moderatori;

10) fiksācijas mehānismi;

11) satvērējmehānismi;

12) bremzēšanas mehānismi;

13) likņu atveidošanas mehānismi (taisnvirzītāji, elipsogrāfi, parabologrāfi);

14) likņu transformatori (translatore, pantogrāfi, inversori);

15) matemātisko operāciju un loģiskās vadības mehānismi.

Šo funkcionālo klasifikāciju var papildināt un detalizēt atkarībā no tās lietošanas mērķa.

## MEHĀNISMU KINEMĀTISKĀ ANALĪZE

Mehānismu kinemātiskās analīzes trīs galvenie uzdevumi ir šādi:

- 1) mehānisma stāvokļu un punktu trajektoriju noteikšana,
- 2) leņķisko un lineāro ātrumu noteikšana mehānisma locekļiem un to punktiem,
- 3) leņķisko un lineāro paātrinājumu noteikšana mehānisma locekļiem un to punktiem.

Kinemātiskās analīzes rezultāti nepieciešami mehānisma darba procesa izstrādāšanai un mehānisma projektēšanai. Mehānisma projektēšanā ātrumus izmanto spēku, jaudu un nodiluma izturības aprēķinos, kā arī mašīnas īstenās kustības un paātrinājumu noteikšanā; bez paātrinājumiem nevar aprēķināt locekļu un kustīgo savienojumu piepūles. Kinemātisko analīzi izdara jau esošam vai projektējamam mehānismam, ja dota vai pieņemta vedošo ķēžu kustība.

Kinemātiskās analīzes uzdevumus var atrisināt ar grafiskām vai analītiskām metodēm.

Grafiskās metodes ir uzskatāmas un daudzos gadījumos vienkāršas, bet iegūto rezultātu precizitāte ne vienmēr ir pietiekama. Grūtības rodas augstāku klašu un šķiru mehānismos, kā arī mehānismos, kuru vedošā ķēde nesatur statni. Grafiskās metodes kļūst neērtas, ja mehānisma locekļu izmēri ļoti atšķirīgi.

Minēto trūkumu gandrīz nav analītiskām metodēm. Tās ļauj ievērojamu kinemātiskā analīzē veicamā darba daļu mašinizēt. Analīzes gaitā iegūtās matemātiskās sakarības ir līdzeklis mehānisma kustības izprašanai un struktūras īpatnību, locekļu izmēru un vedošo ķēžu kustības ietekmes novērtēšanai.

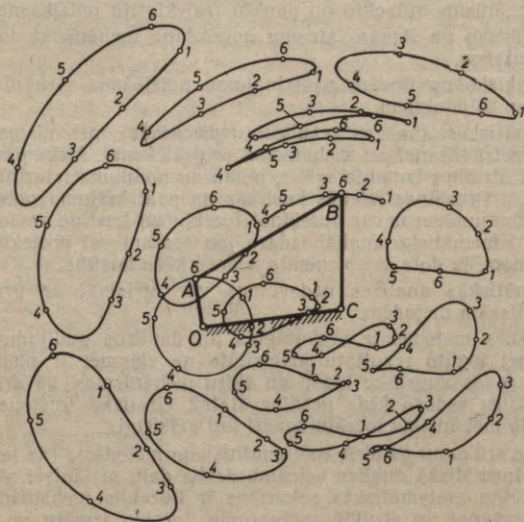
## PLAKANO MEHĀNISMU GRAFISKĀ KINEMĀTIKA

## 5-1. Mehānisma stāvokļi un punktu trajektorijas

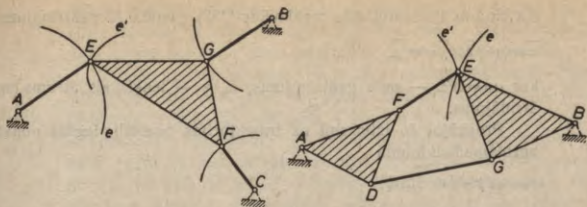
Mehānisma kinemātisko analīzi parasti izpilda veselam *kinemātiskam ciklam*, t. i., kustības posmam, kura beigās visi locekļi nonākuši sākuma stāvokļos un kustas sākuma virzienos. Par *mehānisma plānu* sauc dotam vedošo ķēžu stāvoklim atbilstošu mehānisma kinemātisko shēmu. Ja kinemātiskais cikls atbilst kāda ar statni saistīta locekļa apgriezīenam, tad parasti šo locekli pieņem par vedošo, tā apgriezīenu sadala 12 vai vairāk vienādās daļās un katram vedošā locekļa stāvoklim konstruē mehānisma plānu. Ja to skaitā neietilpst turpatpakal kustīgu locekļu malējiem stāvokļiem atbilstošie plāni, tad pēdējos konstruē papildus. Tādā veidā «liek mehānismam kustēties uz papīra».

Kinemātiskās analīzes nolūkiem katru mehānisma plānu uzrasē atsevišķi. Tomēr, ja nepieciešams uzrasēt kāda punkta trajektoriju, tad visus plānus savieto vienā rasējumā un šī punkta stāvokļus savieno ar līniju.

Diadu mehānismu plānus var uzrasēt ar t. s. *aizcirtumu metodi*: dotiem diadas malējo pāru elementu stāvokļiem atbilstošo vidējā



5-1. zīm.



5-2. zīm.

pāra stāvokli atrod, izdarot aploču un taisņu krustošanos vai pieskaršanos.

Vienā rasējumā savietoti šarnīru četrstūra plāni un kļauņa dažu punktu trajektorijas redzamas 5-1. zīmējumā. Katru atsevišķu plānu iegūst, pieņemot par četrstūra  $OABC$  kustīgām virsotnēm kļauņa šarnīra  $A$  aploces un svārstīklas šarnīra  $B$  loka vienāda nosaukuma punktus. Šarnīra  $A$  stāvokļi ir patvaļīgi izraudzīti, bet šarnīra  $B$  stāvokļi iegūti, aizcērtot šarnīra  $B$  loku ar kļauņa  $AB$  garumu no punktiem  $A$ . Svārstīklas malējie stāvokļi iestājas tad, kad kļauņa un klanis sakrīt uz vienas taisnes. Tāpēc tos konstruē, aizcērtot šarnīra  $B$  loku no kļauņa rotācijas centra  $O$  ar rādiusiem  $b-r$  un  $b+r$ , kur  $b=AB$  un  $r=OA$ . Kļauņa kāda punkta  $M$  trajektoriju dabū, krustojot ar rādiusiem  $AM$  un  $BM$  no punktiem  $A$  un  $B$  visos mehānisma stāvokļos novilkto lokus un caur iegūtiem punktiem novelkot likni. Šādas līknes sauc par *kļauņa līknēm*. Punkts  $M$  ir ikviens ar 6 apzīmētais punkts.

Otrās un augstāku kļauņu mehānismu plānus nav iespējams uzrādīt tikai ar aizcirtumu metodi, bet šeit lietojama ģeometriskā vietu metode, kuras princips parādīts 5-2. zīmējumā, nosakot abu otrās klases šarnīru grupu stāvokļi. Malējo šarnīru  $A, B, C$  stāvokļi doti. Jāatrod visu četru grupas locekļu stāvokļi. Abos gadījumos šarnīra  $E$  stāvoklis atrodas aploces  $e$  un līknes  $e'$  krustpunktā. Līkni  $e'$  iegūstam, atvienojot šarnīru  $E$ , un, pēc tam konstruējot plānus, iegūtam šarnīru četrstūrim. Trešās kārtas struktūras grupā līkne  $e'$  ir šarnīru četrstūra  $CFGB$  kļauņa punkta  $E$  trajektorija, bet otrās kārtas grupā — līkne, ko iegūstam, šarnīru četrstūrim  $ADGB$  kustoties un uz mainīgā garuma nogriežņa  $FE$  no punkta  $F$  atliekot locekļa  $FE$  īsteno garumu.

Mehānismu konstrukcijās plaši izmanto komplāni kustoša locekļa trajektoriju formu bagātību, par ko priekšstatu dod 5-1. zīmējums. Konstruējot epizodiskās kustības mehānismus, kā arī citos gadījumos, nepieciešams noteikt dotās trajektorijas liekumcentru dotajā punktā. To var izdarīt ar Eilera—Savari formulu [135, 136].

5-3. zīmējumā redzamas komplāni kustoša locekļa poloidas, pols  $P$ , infleksijas aploce ar diametru  $L$ , infleksijas centrs  $W_0$ , kāds locekļa punkts  $M$  un šī punkta trajektorijas liekumcentrs  $C$ .

Kā zināms no teorētiskās mehānikas [132], punkta  $M$  paātrinājums

$$\bar{a} = \bar{a}_P + \bar{\varepsilon} \times \bar{\rho} - \omega^2 \bar{\rho},$$

kur  $a_P = \omega^2 L$  — pola paātrinājums;  $\omega$ ,  $\varepsilon$  — leņķiskais ātrums un paātrinājums.

Projicējot šo izteiksmi uz trajektorijas normāli, iegūst punkta  $M$  normālpāātrinājumu

$$a_n = \omega^2 \rho - L \omega^2 \sin \psi.$$

No teorētiskās mehānikas zināms, ka

$$a_n = \frac{v^2}{Q} = \frac{(\rho \omega)^2}{Q}. \quad (5.0)$$

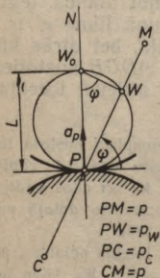
Vienādojot abas izteiksmes un ievērojot, ka  $L \sin \psi = \rho_w$ , iegūst Eilera—Savari formulu

$$Q = \frac{\rho^2}{\rho - \rho_w}. \quad (5.1)$$

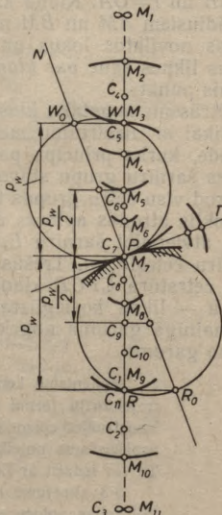
Ievietojot šeit  $Q = \rho + \rho_c$ , iegūst Eilera—Savari formulas citu veidu:

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_c} = \frac{1}{\rho_w}. \quad (5.2)$$

Ar formulu (5.2) iegūtie rezultāti attēloti 5-4. zīmējumā, kur parādīts viena stara dažādu punktu  $M_1, M_2, \dots$  trajektoriju liekumcentru  $C_1, C_2, \dots$  novietojums. Analogi apstākļi ir arī uz citiem stariem. Izņēmums ir poloīdu tangentes  $T$  punkti, kuriem  $\rho_w = 0$ , tāpēc  $Q = \rho$  saskaņā ar formulu (5.1). Tātad poloīdu tangentes punktu trajektoriju liekumcentri atrodas polā. Tas nozīmē, ka pola kā kustīgās plaknes punkta trajektorijas liekumrādītājs ir nulle, tādēļ ar polu sakrī-



5-3. zīm.



5-4. zīm.

tošais kustīgās plaknes punkts atrodas savas trajektorijas smailē. Tātad smailēs ir tikai kustīgās poloidas punktu trajektorijās. Nekustīgā plaknē visas smailes novietojas uz nekustīgās poloidas.

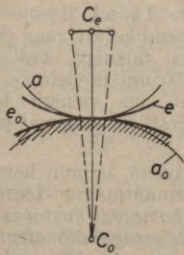
Punktiem, kas atrodas infleksijas aploces iekšpusē, trajektoriju izliekumi vērsti pret polu, bet punktiem ārpus infleksijas aploces trajektorijas ir ieliektas pret polu (5-4. zīm.). Infleksijas aploces punkti atrodas savu trajektoriju infleksijas punktus vai arī kustas pa taisnēm, tāpēc to liekumcentri atrodas bezgalībā. Jo tālāk punkts  $M$  atrodas no pola, jo tuvāk tā trajektorijas liekumcentrs dotā stara t. s. atgriezes punktam  $R$ . Ja  $p = \infty$ , tad  $p_c = p_w$ , kas 5-4. zīmējumā attēlots ar nogriezni  $PR$ . Redzam, ka atgriezes punkti novietojas uz aploces, kas ir tikpat liela kā infleksijas aploce, bet atrodas poloidu tangentes pretējā pusē. So aploci sauc par atgriezes aploci, bet punktu  $R_0$  — par atgriezes centru. Var teikt, ka atgriezes aploce ir bezgalīgi tālu punktu trajektorija liekumcentru ģeometriskā vieta.

Atgriezes punkti noderīgi infleksijas aploces noteikšanai, jo katram atgriezes punktam  $R$  atbilst pret polu simetrisks infleksijas punkts  $W$ . Atgriezes punktu noteikšanai jāzina aptveramās liekumcentra trajektorijas īpašība.

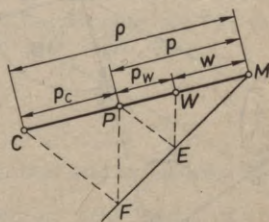
Ja kāda kustīgās plaknes līkne — aptveramā līkne  $e$  — saskaras ar nekustīgu līkni — aptverošo līkni  $e_0$ , tad trīs bezgalīgi tuviem stāvokļiem (5-5. zīm.) abas līknes var aizstāt ar atbilstošām liekumaplocēm  $a$  un  $a_0$ . Aptveramās liekumcentrs  $C_e$  apraksta elementāru loku ar centru aptverošās līknes liekumcentrā  $C_0$ . Tas nozīmē, ka aptverošās līknes liekumcentrs reizē ir liekumcentrs arī līknei, ko apraksta aptveramās līknes liekumcentrs. Ja aptveramā līkne ir taisne, tad  $C_e$  atrodas bezgalībā, bet  $C_0$  uz atgriezes aploces. Tātad, ja kāda kustīgas plaknes taisne pieskaras nekustīgai līknei, tad šīs līknes liekumcentrs atrodas uz atgriezes aploces. Iespējams arī, ka aptverošā ir punkts. Tādēļ, ja kāda kustīgās plaknes taisne iet caur nekustīgu punktu, tad tas atrodas uz atgriezes aploces.

Ja formulā (5.1) ieliekam  $p - p_w = w$ , tad Eilera—Savari formula pieņem veidu

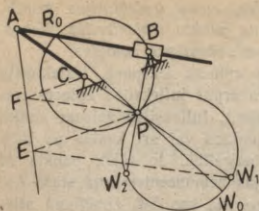
$$\frac{q}{p} = \frac{p}{w}, \quad (5.3)$$



5-5. zīm.



5-6. zīm.



5-7. zīm.

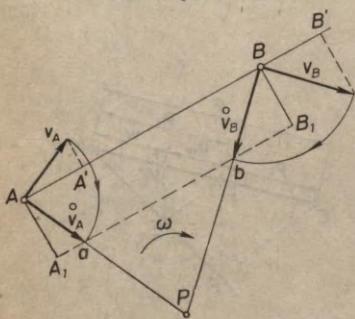
infleksijas aploces konstruēšanai. Šarnīru četrstūri ar tās palīdzību uz abu rotējošo locekļu stariem viegli atrast šo staru infleksijas punktus  $W_1$  un  $W_2$  un caur punktiem  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $P$  novilkt kļāņa infleksijas aploci. Kļāņa-slīdņa mehānismā  $W_1$  atrodam ar formulu (5.3) uz kļāņa stara, bet  $W_2$  atrodas slīdņa šarnīrā, jo tas kustas pa taisni.

Nēdaudz komplicētāk konstruējama infleksijas aploce svārstīgās kulises klanim (5-7. zīm.). Vispirms atrodam kļāņa polu  $P$  un infleksijas punktu  $W_1$  uz kļāņa stara. Tad ievērojam, ka punkts  $B$  ir atgriezies punkts, jo caur to iet kustīgās plaknes taisne  $AB$ . Atliekot  $PW_2 = PB$ , atrodam kļāņa plaknes infleksijas punktu  $W_2$  un caur punktiem  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $P$  novelkam infleksijas aploci. 5-7. zīmējumā parādīta arī kļāņa atgriezies aploce  $PBR_0$ .

## 5-2. Ātrumu konstruēšanas teorētiskie pamati

Ātrumu konstruēšana ar īsteno ātrumu plānu palīdzību aplūkota teorētiskās mehānikas kursā [132]. Šajā kursā lietosim *ortogonālo ātrumu metodi*, saskaņā ar kuru ātrumu konstruēšanu izdara mehānisma plānā.

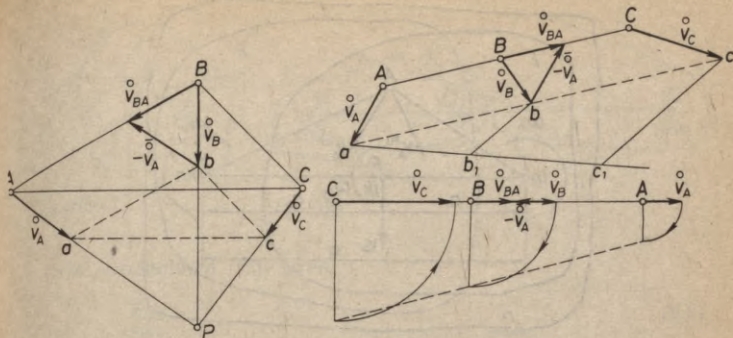
Ja mehānisma punktu īsteno ātrumu vektorus pagriež visus vienā virzienā par taisnu leņķi, iegūst pagrieztos jeb *ortogonālos ātrumus*  $\dot{v}$ . Tā kā īstēnie ātrumi ir perpendikulāri caur polu novilkām taisnēm, tad ortogonālie ātrumi novietojas uz šīm taisnēm un vienam loceklim visi vērsti uz polu vai prom no pola.



5-8. zīm.

Galvenā ātrumu konstrukcijās izmantojamā teorēma ir šāda: *komplāni kustošas taisnes punktu ortogonālo ātrumu gali atrodas uz paralēlas taisnes.*

Tiešām, taisnes  $AB$  punktu



5-9. zīm.

(5-8. zīm.) ģsteno ātrumu projekcijas uz šo taisni ir vienādas, t. i.,  $AA' = BB'$ , tāpēc ortogonālo ātrumu projekcijas uz taisnei  $AB$  perpendikulāru virzienu ir vienādas, t. i.,  $AA_1 = BB_1$ , kur  $AA_1 = AA'$  un  $BB_1 = BB'$ . Tātad taisne  $ab$ , ko veido taisnes  $AB$  ortogonālo ātrumu gali, ir paralēla taisnei  $AB$ .

No pierādītās teorēmas izriet secinājums: *figūra, ko veido locekļa punktu ortogonālo ātrumu gali ir līdzīga figūrai, ko veido paši punkti, un abu figūru attiecīgās malas ir paralēlas.*

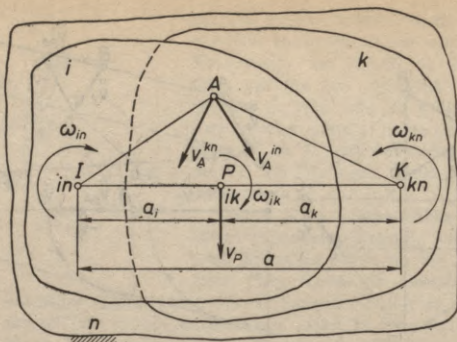
5-9. zīmējumā parādīta ātrumu konstruēšana vienam loceklim. Doti divu punktu  $A$  un  $B$  ortogonāli ātrumi; jāatrod šī paša locekļa trešā punkta ortogonālais ātrums un jāaprēķina locekļa leņķiskais ātrums. Punkta  $C$  ātrumu atrod, konstruējot  $\triangle abc \sim \triangle ABC$ . Ja punkti  $A, B, C$  atrodas uz vienas taisnes, tad, balstoties uz teorēmu par līdzīgām figūrām, caur punktu  $a$  velk patvaļīgu taisni; atliek uz tās nogriežņus  $ab_1$  un  $b_1c_1$ , proporcionālus nogriežņiem  $AB$  un  $BC$  vai vienādus ar tiem; savieno  $b_1$  ar  $b$  un, velkot no punkta  $c_1$  šim nogriežnim paralēlu taisni, iegūst meklējamā ortogonālā ātruma  $v_C$  galu  $c$ . Ja šādā gadījumā  $v_A$  un  $v_B$  atrodas uz taisnes  $ABC$ , tad  $v_C$  konstruē, pagriežot ortogonālos ātrumus par  $90^\circ$ , vai līdzīgi iepriekšējam gadījumam — ar patvaļīgu taisni  $ab_1c_1$ .

Locekļa leņķiskais ātrums

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} = \frac{v_{BA}}{AB}, \quad (5.4)$$

kur  $v_{BA} = |\bar{v}_B - \bar{v}_A|$  ir relatīvais griezes ātrums punktam  $B$  ap punktu  $A$ .

Lai ātrumu konstruēšanā pārietu no viena locekļa uz otru, jāatrod tāds punkts, kuram ātrumi abos locekļos ir vienādi. Šo punktu sauc par relatīvo polu.



5-10. zīm.

Noskaidrosim, kā atrast relatīvo polu divu patvaļīgi izvēlētu mehānisma locekļu  $i$  un  $k$  relatīvai kustībai. 5-10. zīmējumā parādīti locekļi  $i$  un  $k$ , to absolūtie poli  $I$  un  $K$  (kurus var apzīmēt arī ar  $in$  un  $kn$ , jo mehānisma statne ir  $n$ ) un relatīvais pols  $P$  jeb  $ik$ . Tā kā ir jābūt

$$\bar{v}_P^{in} = \bar{v}_P^{kn} = \bar{v}_P, \quad (1)$$

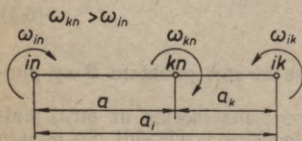
tad relatīvais pols var atrasties tikai uz *polu taisnes*  $IK$ , jo tikai tur locekļu  $i$  un  $k$  punktu ātrumi var būt ģeometriski vienādi. Saskaņā ar noteikumu (1) un 5-10. zīmējumu relatīvā pola atrašanās derīgi vienādojumi

$$\omega_{in} \cdot a_i = \omega_{kn} \cdot a_k, \quad (5.5)$$

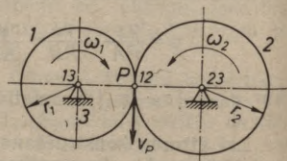
$$a_i + a_k = a. \quad (5.6)$$

Ja locekļu  $i$  un  $k$  leņķiskie ātrumi vienvirziena, tad relatīvais pols novietojas, kā parādīts 5-11. zīmējumā, bet vienādojuma (5.6) vietā jāraksta vienādojums

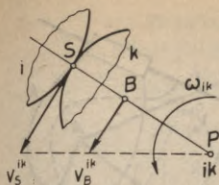
$$a_i - a_k = a. \quad (5.7)$$



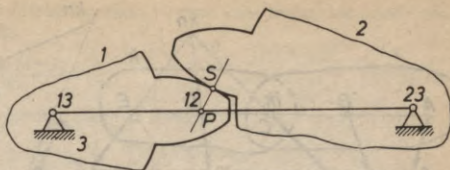
5-11. zīm.



5-12. zīm.



5-13. zīm.



5-14. zīm.

No vienādojuma (5.5) izriet

$$\frac{\omega_{in}}{\omega_{kn}} = \frac{a_k}{a_i} \quad (5.8)$$

Tātad relatīvais pols atrodas uz polu taisnes, kas iet caur absolūtiem poliem un daļa atstatumu starp tiem iekšēji vai ārēji pretēji proporcionāli absolūtiem leņķiskiem ātrumiem.

Relatīvo leņķisko ātrumu, ar kuru notiek griešanās ap relatīvo polu, nosaka pazīstamais leņķisko ātrumu paralelograma likums:

$$\bar{\omega}_{in} = \bar{\omega}_{ih} + \bar{\omega}_{kn} \quad (5.9)$$

Ne vienmēr relatīvā pola noteikšanai jālieto formulas (5.5) — (5.7). Atzīmēsim gadījumus, kad relatīvo polu var atrast vienkāršāk.

1. Ja divas kustošas līknes veļas viena pa otru bez slīdes, tad šīs līknes ir relatīvās poloīdas un to saskarpunkts ir relatīvais pols. Piemērs ir 5-12. zīmējumā attēlotais frikcijas pārvads, kur saskaņā ar formulu (1) relatīvā pola ātrums

$$v_P = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \quad (5.10)$$

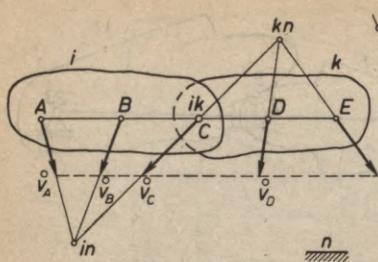
2. Ja divas kustošas līknes veļas un slīd viena pa otru, tad šīm līknēm piederošo locekļu relatīvais pols atrodas uz līkņu saskarpunkta kopējās normāles (5-13. zīm.) un saskarpunkta ātrums

$$v_S^{ik} = \omega_{ik} \cdot SP \quad (5.11)$$

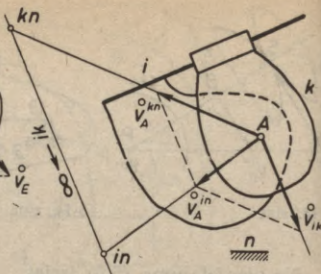
Teiktais izriet no apsvēruma, ka relatīvie ātrumi orientēti pret relatīvo polu tāpat kā absolūtie ātrumi pret absolūto polu. 5-14. zīmējumā parādīts, kā, izmantojot tikko aprakstīto īpašību, nosakāms zobratu pārvada relatīvais pols  $P$ .

3. Ja divi kustīgi locekļi savienoti ar šarnīru, tad šarnīra centrs ir relatīvais pols. Tāpēc, ja caur šarnīru novilkta taisnes viena daļa pieder vienam loceklim, bet otra — citam, tad šīs taisnes punktu ortogonālo ātrumu gali atrodas uz vienas paralēlas taisnes abos locekļos (5-15. zīm.).

4. Ja divi kustīgi locekļi savienoti ar slīdpāri (mehānismā ir kulise), tad relatīvais pols atrodas bezgalībā uz slīdes virzienam



5-15. zīm.



5-16. zīm.

perpendikulāras taisnes (5-16. zīm.). Šādos gadījumos ātrumu konstrukcijās jālieto ātrumu paralelograma likums

$$\bar{v}_A^{in} = \bar{v}_{ik} + \bar{v}_A^{kn}. \quad (5.12)$$

Par pārnesei kustības ķermeni  $k$  ieteicams izvēlēties to slīdpāra locekli, kura pols  $kn$  viegli atrodams mehānisma plānā.

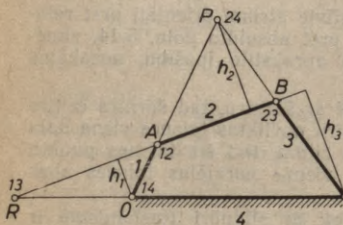
Lietojot formulu (5.12) citām vajadzībām, var gadīties, ka relatīvā kustība nav virze. Tad  $v_{ik}$  vietā jāraksta  $v_A^{ih}$ .

5. Ja divi locekļi tieši nesaskaras, tad to polu var noteikt ar polu taisīņu metodi: caur meklējamo polu iet taisnes, uz katras taisnes atrodas divi citi poli; ja šo polu apzīmējumos nosvītro vienādos ciparus, tad paliek meklējamā pola apzīmējums. Tā, piemēram, šarnīru četrstūra pols 24 atrodas polu taisīņu 12-14 un 23-34 krustpunktā (5-17. zīm.).

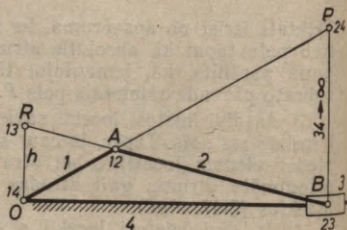
Katriem diviem locekļiem ir viens pols, tāpēc visu plakanā mehānisma polu skaits

$$P = C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}, \quad (5.13)$$

kur  $n$  — locekļu skaits.



5-17. zīm.



5-18. zīm.

Tā kā katriem trim locekļiem ir viena polu taisne, tad mehānisma polu taišņu skaits

$$T = C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}. \quad (5.14)$$

Abu pēdējo formulu rezultāti ir šādi:

$n$	2	3	4	5	6	10
$P$	1	3	6	10	15	45
$T$	0	1	4	10	20	120

Nobeigumā atzīmēsim dažu nogriežņu kinemātisko nozīmi četrlocekļu mehānismos.

Attiecinot formulu (1) uz šarnīru četrstūra (5-17. zīm.) relatīviem poliem  $R$  un  $A$ , var rakstīt, ka

$$v_R = \omega_1 \cdot OR = \omega_3 \cdot CR, \quad v_A = \omega_1 \cdot OA = \omega_2 \cdot PA.$$

No šīm vienādībām izriet proporcija

$$\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}. \quad (5.15)$$

Tātad šarnīru četrstūra leņķiskie ātrumi attiecas kā 5-7. zīmējumā redzamo trijstūra augstumu reciproklās vērtības.

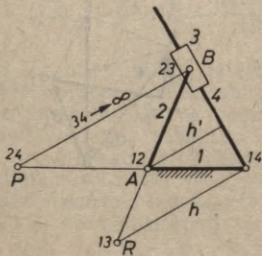
Attiecinot formulu (1) uz kloķa-slīdņa mehānisma (5-18. zīm.) relatīvo polu  $R$ , iegūst

$$v_B = \omega_1 h. \quad (5.16)$$

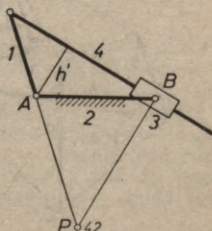
Var pierādīt [126], ka šarnīru četrstūra un kloķa-slīdņa mehānisma locekļu 1 un 3 ātrumu attiecībām ekstrēmi ir tad, kad  $PR \perp AB$ .

Ja nostāda 5-18. zīmējumā doto kloķa-slīdņa mehānismu uz locekļa 1, tad iegūst rotējošo kuli (5-19. zīm.). Tā kā relatīvais ātrums slīdpārī atkarīgs tikai no leņķiskā ātruma  $\omega_{14} = \omega_{41} = \omega_4$ , tad saskaņā ar formulu (5.16) rotējošā kulišē

$$v_{34} = \omega_4 h. \quad (5.17)$$



5-19. zīm.



5-20. zīm.

Attiecinot formulu (5.12) uz 5-19. zīmējuma punktu  $B$ , iegūst taisnleņķa paralelogramu  $\vec{v}_B^{31} = \vec{v}_{34} + \vec{v}_B^{41}$ , kura diagonāles virziens ir  $BA$ , bet viena mala perpendikulāra un otra — paralēla slīdes virzienam. No vienādībām

$$\frac{v_B^{31}}{v_{34}} = \frac{\omega_2 \cdot BA}{v_{34}} = \frac{BA}{h'}$$

secināms, ka

$$v_{34} = \omega_2 h'. \quad (5.18)$$

Tātad rotējošās kulises mehānismā saskaņā ar formulām (5.17) un (5.18)

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{h}{h'}. \quad (5.19)$$

Ja rotējošo kulisi (5-19. zīm.) nostāda uz locekļa 2, tad iegūst svārstīgo kulisi (5-20. zīm.), kurai saskaņā ar formulu (5.18)

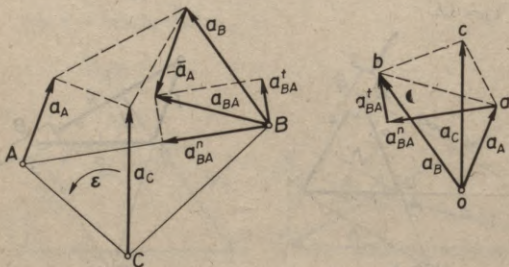
$$v_{43} = \omega_1 h', \quad (5.20)$$

jo relatīvais ātrums slīdpāri atkarīgs tikai no leņķiskā ātruma  $\omega_{21} = \omega_{12} = \omega_1$ .

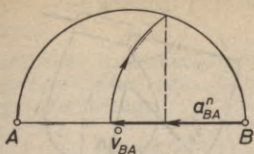
### 5-3. Paātrinājumu konstruēšanas teorētiskie pamati

Paātrinājumu vektorus konstruēsim ar paātrinājumu plāniem līdzīgi tam, kā darījām teorētiskās mehānikas kursā [132]. Papildus aplūkosim relatīvā normālpāātrinājuma un Koriolisa pāātrinājuma konstruēšanu, tieši izmantojot ātrumu vektorus.

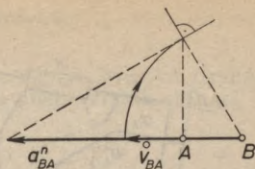
Iedomājoties, ka mehānisma locekļa (5-21. zīm.) komplānā kustība sastāv no koordinātu sistēmas virzes kustības kopā ar punktu  $A$  un no locekļa relatīvās griezes kustības ap punktu  $A$ , saskaņā ar paātrinājumu summēšanas likumu punkta  $B$  pāātrinājums  $\vec{a}_B = \vec{a}_A +$



5-21. zīm.



5-22. zīm.



$\vec{a}_{BA}$  sastāv no pārnese un relatīvā paātrinājuma, jo Koriolisa paātrinājums šajā gadījumā ir nulle. Tātad

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t, \quad (5.21)$$

kur relatīvais normālpāātrinājums un relatīvais tangenciālpāātrinājums izteicams kā rotācijas kustībā:

$$a_{BA}^n = \omega^2 \cdot AB, \quad a_{BA}^t = \varepsilon \cdot AB.$$

No pēdējās izteiksmes locekļa leņķiskais paātrinājums

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^t}{AB}, \quad (5.22)$$

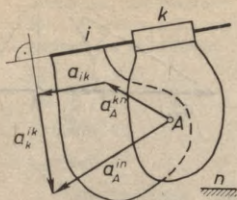
un tā virziens sakrīt ar  $a_{BA}^t$  virzienu iedomātā rotācijā ap punktu A kā ap nekustīgu punktu. Relatīvo tangenciālpāātrinājumu konstruējam paātrinājuma plānā. Turpat konstruējam arī aplūkojamā locekļa trešā punkta C paātrinājumu  $a_C$ , ievērojot, ka paātrinājuma plāna figūra ir līdzīga figūrai, ko veido paši pamati, t. i.,  $\Delta abc \sim \Delta ABC$ . Jāievēro, ka līdzīgās figūras virsotnēm jāseko vienādā kārtībā, ja figūras apiet vienā virzienā.

Relatīvo normālpāātrinājumu var aprēķināt pēc formulas

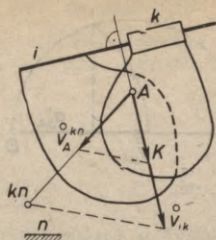
$$a_{BA}^n = \omega^2 \cdot AB = \frac{(\omega \cdot AB)^2}{AB} = \frac{v_{BA}^2}{AB} \quad (5.23)$$

vai arī konstruēt grafiski, ievērojot, ka relatīvais griezes ātrums  $v_{BA}$  ir vidējais proporcionālais starp  $a_{BA}^n$  un  $AB$ . Tā kā katete ir vidējais proporcionālais starp hipotenūzu un savu projekciju uz tās, tad relatīvais normālpāātrinājums konstruējams, kā redzams 5-22. zīmējumā. Pirmā konstrukcija lietojama gadījumā, kad vektors  $v_{BA}$  isāks par attālumu  $AB$ , bet otrā konstrukcija — pretējā gadījumā. Ja punkts A nekustas, tad  $v_{BA} = v_B$  un  $a_{BA}^n = a_B^n$ . Tātad arī punkta B absolūtais normālpāātrinājums konstruējams pēc aplūkotās metodes.

Ja starp diviem kustīgiem locekļiem ir slīdpāris (5-23. zīm.), tad



5-23. zīm.



5-24. zīm.

paātrinājumu konstruēšanai jālieto paātrinājumu summēšanas likums

$$\bar{a}_A^{in} = \bar{a}_{ik} + \bar{a}_A^{kn} + \bar{a}_h^{ik}. \quad (5.24)$$

Pirmo trīs locekļu indeksiem jāsakrīt ar šim slīdpārim lietotā ātruma paralelograma likuma (5.12) indeksiem. Koriolisa paātrinājumu var aprēķināt pēc formulas

$$\bar{a}_h^{ik} = 2\bar{\omega}_{kn} \times \bar{v}_{ik} \quad (5.25)$$

vai uzkonstruēt šādi (5-24. zīm.): relativā ortogonālā ātruma  $\bar{v}_{ik}$  galu savieno ar pārneses polu  $kn$  un no ortogonālā pārneses ātruma  $v_A^{kn}$  gala velk paralēli; šī paralēle uz relativā ortogonālā ātruma taisnes nogriež vektoru  $AK$ , kas ģeometriski vienāds ar Koriolisa paātrinājuma pusi. Tiešām,

$$\frac{AK}{v_{ik}} = \frac{v_A^{kn}}{Akn} = \omega_{kn}, \quad AK = \omega_{kn} v_{ik},$$

bet komplānā kustībā

$$a_h^{ik} = 2\omega_{kn} v_{ik}. \quad (5.26)$$

Pagriežot abus ortogonālos ātrumus vienā vai otrā virzienā par  $90^\circ$ , redzam, ka abos gadījumos formulas (5.25) virzienu likumība izpildās. Tātad

$$\overline{AK} = \frac{1}{2} \bar{a}_h^{ik}. \quad (5.27)$$

Ja relativā kustība nav virze, tad iepriekšējās formulās paātrinājumu  $a_{ik}$  un  $a_h^{ik}$  vietā jāraksta  $a_A^{ik}$  un  $a_{Ah}^{ik}$ .

Pāreja no viena locekļa uz otru paātrinājumu konstrukcijās notiek caur šarnīriem un slīdpāriem. Ja mehānismā ir augstāki pāri, tad tos iepriekš aizvieto ar zemākiem pāriem, kā parādīts 3-3. parafrāfā.

#### 5-4. Mērogi grafiskās konstrukcijās

Grafiskās konstrukcijas izpildāmas, stingri ievērojot izraudzītos vai aprēķinātos mērogos. Ja mehānisma plāns uzrasēts mērogā  $1 : M$ , tad garuma mērogs

$$k_s = 0,001M \left( \frac{\text{m}}{\text{mm}} \right) \quad (5.28)$$

un jebkura garuma  $b$  īstenā vērtība  $b = k_s \cdot \tilde{b}$  metri;  $\tilde{b}$  — attiecīgais garums milimetros mehānisma plānā.

Ja mehānisma plāns ir lielāks par tajā attēloto mehānismu, tad tā mērogu  $\mu : 1$  var pārrakstīt šādā veidā  $1 : \frac{1}{\mu}$ . Tātad šādos gadījumos  $M = \frac{1}{\mu}$ .

Ja ātrumu mērogs ir  $k_v \left( \frac{\text{m/s}}{\text{mm}} \right)$  un paātrinājumu mērogs  $k_a \left( \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}} \right)$ , tad punkta  $M$  ātrums un paātrinājums aprēķināms šādi:

$$v_M = k_v \tilde{v}_M \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right), \quad a_M = k_a \tilde{a}_M \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right), \quad (1)$$

kur  $\tilde{v}_M$  un  $\tilde{a}_M$  — grafiski konstruēto vektoru garumi (milimetros).

Ātruma mērogu var izvēlēties brīvi vai pieņemot rotējoša vedošā locekļa punkta  $A$  ātruma vektoru (5-25. zīm.) par  $k_1$ -to daļu no vedošā locekļa garuma, t. i., pieņemot

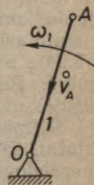
$$k_1 = \frac{\tilde{v}_A}{\tilde{OA}},$$

$$v_A = \omega_1 \cdot OA = \omega_1 k_s \cdot \tilde{OA}, \quad v_A = k_v \tilde{v}_A = k_v k_1 \tilde{OA}.$$

Vienādojot abas izteiksmes, dabūjam formulu ātruma mēroga aprēķinam:

$$k_v = \frac{\omega_1 k_s}{k_1} \left( \frac{\text{m/s}}{\text{mm}} \right). \quad (5.29)$$

Ja paātrinājumu plānus konstruē uz analītiski aprēķinātu paātrinājumu bāzes, tad paātrinājumu mērogu var izvēlēties brīvi. Ja normālpāātrinājumus un



5-25. zīm.

Koriolisa paātrinājumus konstruē grafiski, tad saskaņā ar 5-25. un 5-24. zīmējumu

$$a_{An} = \frac{v_A^2}{OA} = \frac{(k_v \tilde{v}_A)^2}{k_s \cdot \tilde{OA}} = \frac{k_v^2}{k_s} \frac{\tilde{v}_A^2}{\tilde{OA}} = \frac{k_v^2}{k_s} \tilde{a}_{An}$$

$$\frac{1}{2} a_{h^{ih}} = \omega_{hn} v_{ih} = \frac{v_A v_{ih}}{AP} = \frac{k_v^2}{k_s} \frac{\tilde{v}_A \tilde{v}_{ih}}{\tilde{AP}} = \frac{k_v^2}{k_s} \frac{1}{2} \tilde{a}_{h^{ih}}$$

Redzams, ka paātrinājumu mēroga aprēķina formula ir šāda:

$$k_a = \frac{k_v^2}{k_s} \left( \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}} \right) \quad (5.30)$$

Noskaidrosim, kāda daļa no locekļa  $OA$  garuma ir punkta  $A$  normālpāātrinājums. No formulām (5.30) un (5.29) secināms, ka

$$k_a = \frac{\omega_1^2 k_s}{k_1^2} \quad (5.31)$$

No izteiksmes (1)

$$k_a = \frac{a_{An}}{\tilde{a}_{An}} = \frac{\omega_1^2 k_s \tilde{OA}}{k_2 \tilde{OA}} = \frac{\omega_1^2 k_s}{k_2}$$

Iegūstam izteiksmi

$$k_2 = k_1^2, \quad (5.32)$$

kas rāda, ka paātrinājumu vektoru garumi maz atšķirsies no ātrumu vektoru garumiem tad, kad  $k_1 \approx 1$ .

### 5-5. Ātrumu un paātrinājumu konstruēšana diadu mehānismos

Ja pirmās šķiras diadu mehānismos vedošā ķēde satur statni un starp kustīgiem locekļiem slīdpāru (kulisu) nav, tad ātrumu konstruēšanai pietiek ar teorēmu par paralēlām taisnēm, bet paātrinājumu konstruēšanai — ar formulu (5.21); ja kulises ir, tad jāizmanto arī ātrumu paralelograma likums (5.12) un Koriolisa teorēma (5.24). Šādu uzdevumu risināšana parādīta 5-1., 5-2. un 5-4. piemērā. Pirmais no tiem atrisināts skaitliski, pārējie — vispārīgā veidā.

Pirmās šķiras diadu mehānismos, kuriem vedošā ķēde nesatur statni, sarežģītāka kļūst mehānisma stāvokļa konstruēšana; ātrumu paralelograma likums un Koriolisa teorēma šeit jālieto ne tikai kulisu gadījumos. Šādu mehānismu analīze aplūkota 5-3. un 5-5. piemērā. Līdzīgi apstākļi ir arī augstāku šķiru diadu mehānismos.

Ātrumu un paātrinājumu konstrukcijām vispirms jāizmanto šarnīru punkti un tikai tad pārējie interesējošie punkti.

Ja atrasts kāda punkta  $B$  ātrums un normālpāātrinājums, tad uz ortogonālā ātruma taisnes var atrast punkta  $B$  trajektorijas liekumcentru, liekumrādiusu aprēķinot no formulas (5.0) vai liekumcentru konstruējot grafiski kā punktu  $A$  5-22. zīmējumā.

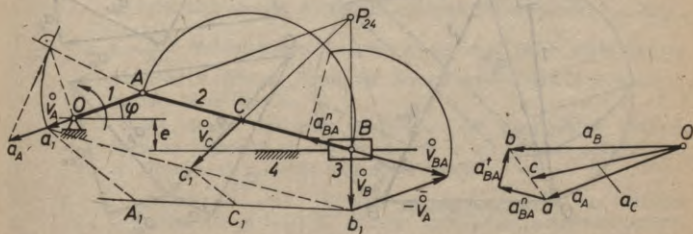
Augstāku klašu mehānismu grafiskās analīzes metodes ir ievērojami komplikētākas. Tomēr ātrumu konstruēšana ar ortogonālo ātrumu metodi šeit iespējama, izmantojot absolūtos un relatīvos polus. Ātrumu konstruēšanu var sākt no jebkura locekļa un ātrumu mērogu atrast pēc vedošā locekļa ātruma konstruēšanas. Dažos gadījumos minēto sākuma locekli var izvēlēties tā, ka samazinās mehānisma klase. Ja, piemēram, šepinga mehānismā (3-9. zīm.) par iesākšanas locekli izvēlas locekli 4 vai 5, tad ātrumu konstruēšana šajā otrās klases mehānismā veicama kā diadu mehānismā.

Ja mehānisma dažu šarnīru atstatumi ir nelieli salīdzinājumā ar pārējiem mehānisma izmēriem, tad ātrumu un paātrinājumu konstruēšanai, neradot ievērojamas kļūdas, iespējama mehānisma klases pazemināšana, apvienojot minētos šarnīrus. Ja, piemēram, 3-9. zīmējumā šepinga mehānisma struktūras shēma būtu kāda mehānisma kinemātiskā shēma, tad šarnīru 23 un 34 apvienošana vienā dubultšarnīrā pārvērstu otrās klases mehānismu par diadu mehānismu.

5-1. piemērs. Virzuļmašīnu (5-26. zīm.) piedzen kļokis 1, vienmērīgi rotēdams ar  $95 \frac{\text{apgr.}}{\text{min}}$ . Noteikt virzuļa 3 ātrumu  $v_B$  un paātrinājumu  $a_B$ , kļoņa 2 punkta  $C$  ātrumu  $v_C$  un paātrinājumu  $a_C$ , kā arī kļoņa leņķisko ātrumu  $\omega_2$  un paātrinājumu  $\epsilon_2$  momentā, kad  $\varphi = 20^\circ$ . Doti šādi izmēri:  $OA = 250$  mm,  $AB = 730$  mm,  $AC = 340$  mm,  $e = 107$  mm.

Atrisinājums. Ja mehānismu rasējam mērogā 1:10, tad  $k_s = 0,01 \frac{\text{m}}{\text{mm}}$ . Kļoķa leņķiskais ātrums  $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = 10 \text{ s}^{-1}$ . Pieņemam  $k_1 = 1,4$ , tad  $k_v = \frac{\omega_1 \cdot k_s}{k_1} = 0,0715 \frac{\text{m/s}}{\text{mm}}$  un  $k_a = \frac{k_v^2}{k_s} = 0,51 \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}}$ .

Ātrumus konstruējam pēc ortogonālo ātrumu metodes. Punkta  $C$  ātrumu atrodam, izmantojot polu  $P \equiv P_{24}$ , bet, ja pols nebūtu zīmējumā,

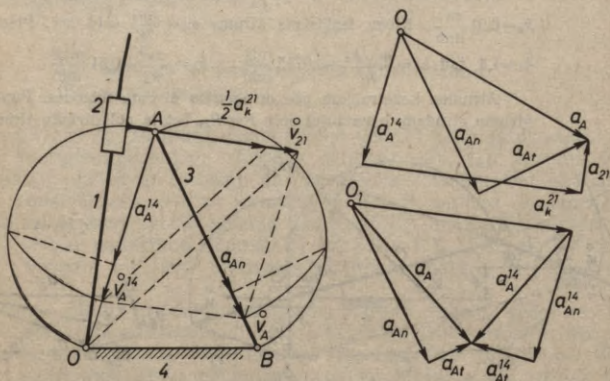


5-26. zīm.

tad, piemēram, caur  $b_1$  velk patvaļīgu taisni un uz tās atliek  $b_1C_1=BC$  un  $b_1A_1=BA$ , velk taisni  $A_1a_1$  un caur  $C_1$  tai paralēli  $C_1c_1$ . Izmērām konstruēto ātrumu vektoru garumus milimetros un aprēķinām ātrumu skaitliskās vērtības:  $v_B=k_v\tilde{v}_B=0,0715 \cdot 20,5=1,46$  m/s,  $v_C=k_v\tilde{v}_C=1,68$  m/s,  $v_{BA}=k_v\tilde{v}_{BA}=2,43$  m/s. Iestos ātrumus dabūjam, pagriežot visus ortogonālos ātrumus tādā virzienā, kādā jāgriež  $v_A$ , lai tas pārvērstos par īsto, t. i., šajā gadījumā — pulksteņa rādītāju kustības virzienā. Tātad virzulis kustas uz kreiso pusi, bet klanis, kā liecina  $v_{BA}$  virziens, griežas pulksteņa rādītāju virzienā ar leņķisko ātrumu  $\omega_2=\frac{v_{BA}}{AB}=\frac{2,43}{0,73}=3,34$  s<sup>-1</sup>. To pašu rezultātu dabūjam, rēķinot arī šādi:  $\omega_2=\frac{v_A}{AP}=\frac{v_B}{BP}$ .

Punktam  $A$  šajā gadījumā ir tikai normālpāātrinājums, ko konstruējam pēc 5-22. zīmējumā dotas metodes. Līdzīgi konstruējam  $a_{BA}^n$ . Atliekam  $a_A$  no patvaļīgi izvēlēta punkta  $O$  un konstruējam pāātrinājumu plānu saskaņā ar klanim atbilstošu vienādojumu  $\vec{a}_B=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}^n+\vec{a}_{BA}^t$ . Tā kā  $a_B$  virziens zināms, tad šo vienādojumu var konstruēt. Pāātrinājuma  $a_C$  galu atrodam uz taisnes  $ab$ , ievērojot, ka  $ac:ab=AC:AB$ . Iegūstam  $a_B=k_a\tilde{a}_B=0,51 \cdot 59=30,1$  m/s<sup>2</sup>,  $a_C=k_a\tilde{a}_C=27,0$  m/s<sup>2</sup>,  $a_{BA}^t=k_a\tilde{a}_{BA}^t=6,64$  m/s<sup>2</sup>,  $\epsilon_2=\frac{a_{BA}^t}{AB}=\frac{6,64}{0,73}=9,1$  s<sup>-2</sup>. Iedomājoties  $a_{BA}^t$  pieliktu punktā  $B$ , redzam, ka  $\epsilon_2$  vērstis pretēji  $\omega_2$  virzienam. Tātad klanā leņķiskais ātrums samazinās. Tā kā  $v_B$  un  $a_B$  vērsti vienā virzienā, tad virzulis kustas pāātrināti.

5-2. piemērs. Dezaksiālu rotējošās kulises mehānismu (5-27. zīm.) piedzen loceklis 1, rotēdams ar leņķisko ātrumu  $\omega_1=const$ . Atrast locekļa 2 relatīvo slīdes ātrumu  $v_{21}$  un pāātrinājumu  $a_{21}$ , kā arī locekļa 3 leņķisko ātrumu  $\omega_3$  un leņķisko pāātrinājumu  $\epsilon_3$ .



5-27. zīm.

Atrisinājums. Tā kā mehānismā ir kulise, tad konstruējam ātrumu paralelogramu  $\vec{v}_A^{24} = \vec{v}_{21} + \vec{v}_A^{14}$ , iepriekš izvēloties mērogu  $k_1$  un uz taisnes  $AO$  atliekot  $\vec{v}_A^{14}$ , kas ir punkta  $A$  kā loceklim  $l$  pieredīga punkta ātrums, t. i.,  $v_A^{14} = \omega_1 \cdot OA$ . Šis ātrums šajā gadījumā pieņemts par pārnese ātrumu, jo Koriolisa paātrinājuma konstruēšanai vajadzīgais pārnese pols  $l_4$ , t. i., punkts  $O$ , ir zīmējumā. Tādējādi atrodam  $v_{21}$  un  $v_A = v_A^{24} = v_A^{34}$ . Tāpēc  $\omega_3 = \frac{v_A}{AB}$ .

Saskaņā ar Koriolisa teorēmu  $\vec{a}_A^{24} = \vec{a}_{21} + \vec{a}_A^{14} + \vec{a}_k^{21}$ , kur  $\vec{a}_A^{24} = \vec{a}_A^{34} = \vec{a}_A$ . Konstruējam  $a_A^{14}$  kā normālpaātrinājumu un  $a_k^{21}$  pēc 5-24. zīmējumā dotās metodes. Tā kā summa nav atkarīga no saskaitāmo kārtības, tad no punkta  $O$  atliekam  $a_A^{14}$ , tam galā  $a_k^{21}$  un caur  $a_k^{21}$  galu velkam taisni, paralēlu slīdes virzienam. Bez tam  $\vec{a}_A^{24} = \vec{a}_A^{34} = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At}$ . Konstruējam  $a_{An}$ , atliekam no punkta  $O$  un caur  $a_{An}$  galu velkam taisni, perpendikulāru  $AB$ . Šī taisne krustojas ar iepriekš minēto taisni, un paātrinājumu plāns ir uzkonstruēts. No tā atrodam  $a_{21}$  un konstatējam, ka  $e_3 = \frac{a_{At}}{AB}$  ir vērstis pulksteņa rādītāju kustības virzienā. Izdarītās konstrukcijas derīgas abiem locekļa  $l$  rotācijas virzieniem.

**5-3. piemērs.** Rotējošās kulises mehānismu (5-27. zīm.) piedzen vedošā ķēde  $l_2$  (piem., hidrocilindrs), loceklim  $2$  slidot ar ātrumu  $v_{21} = \text{const}$  pa locekli  $l$ . Atrast locekļu  $l$  un  $3$  leņķiskos ātrumus un leņķiskos paātrinājumus.

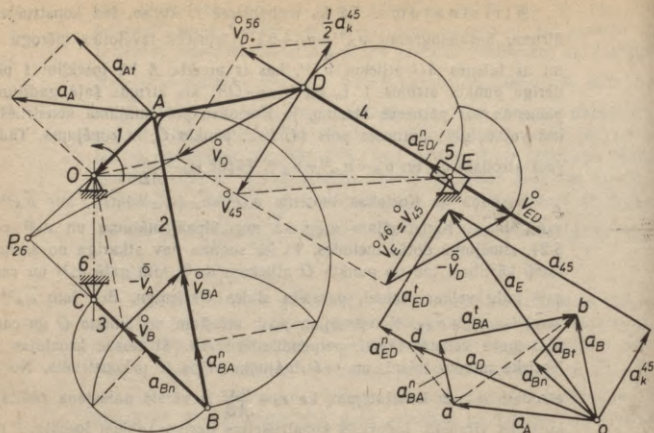
Atrisinājums. Izraudzītā ātruma mērogā atliekam  $v_{21}$  un konstruējam to pašu ātrumu paralelogramu kā iepriekšējā piemērā. Ar atrastajiem ātrumiem aprēķinām leņķiskos ātrumus:  $\omega_1 = \frac{v_A^{14}}{OA}$ ,

$$\omega_3 = \frac{v_A}{AB}.$$

Tā kā  $a_{21} = 0$ , Koriolisa teorēmu raksta šādi:  $\vec{a}_A^{24} = \vec{a}_{An}^{14} + \vec{a}_{At}^{14} + \vec{a}_k^{21}$ . Konstruējam  $a_k^{21}$  un atliekam no punkta  $O_1$ . Tam galā pievienojam  $a_{An}^{14}$ , ko konstruē tāpat kā iepriekšējā piemērā  $a_A^{14}$ . Caur  $a_{An}^{14}$  galu velkam taisni, perpendikulāru  $OA$ . Tā kā  $\vec{a}_A^{24} = \vec{a}_A^{34} = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At}$ , tad konstruējam  $a_{An}$  un paātrinājumu plānu noslēdzam tāpat kā iepriekšējā piemērā. Aprēķinām leņķiskos paātrinājumus:  $e_1 = \frac{a_{At}^{14}}{OA}$ ,  $e_3 = \frac{a_{At}}{AB}$ . Mehānisma vedošai ķēdei statnes nav. Tomēr grafiskās konstrukcijas ir līdzīgas iepriekšējā piemērā aplūkotajām, kur statne ir vedošās ķēdes loceklis.

**5-4. piemērs.** Sešlocekļu mehānismu (5-28. zīm.) piedzen kloķis  $l$ , rotēdams paātrināti ar leņķisko ātrumu  $\omega_1$  un leņķisko paātrinājumu  $e_1$ . Atrast  $\omega_5$  un  $e_5$  dotajā mehānisma stāvoklī.

Atrisinājums. Izvēlamies  $k_1 = 1$ ; tad  $v_A$  un  $a_{An}$  attēlojas ar vektoru  $AO$  un  $k_0 = \omega_1 k_0$ . Ātrumus konstruējam, izmantojot teorēmu par paralēlām taisnēm, bet kulisei rakstām  $\vec{v}_E^{40} = \vec{v}_{45} + \vec{v}_E^{50}$ , kur

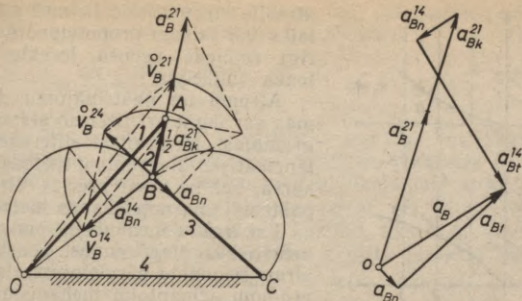


5-28. zīm.

$\overline{v}_E^{56} = 0$ . Slīdpāra dēļ  $\omega_5 = \omega_4 = \frac{v_{ED}}{DE}$  un, kā rāda  $v_{ED}$  virziens, tas vērstis pulksteņa rādītāju kustības virzienā.

Aprēķinām  $a_{At} = \varepsilon_1 \cdot OA$  un, izdalot ar paātrinājumu mērogu  $k_a = \frac{k_v^2}{k_s}$ , iegūstam  $a_{At}$  (milimetros); to atliekam zīmējumā un konstruējam  $\overline{a}_A = \overline{a}_{An} + \overline{a}_{At}$ . Punkta  $B$  paātrinājumu atrodam ar vienādojumu  $\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^t$  loceklim 2 un vienādojumu  $a_B = a_{Bn} + a_{Bt}$  loceklim 3. Atrodam  $a_D$ , konstruējot paātrinājumu plānā  $\triangle abd \sim \triangle ABD$ . Rakstot  $\overline{a}_E = \overline{a}_D + \overline{a}_{ED}^n + \overline{a}_{ED}^t$  loceklim 4, atrodam  $a_{ED}^t$  darbības taisni paātrinājumu plānā. Bez tam  $\overline{a}_E = \overline{a}_E^{46} = \overline{a}_{45} + \overline{a}_E^{56} + \overline{a}_k^{45}$ , kur  $a_E^{56} = 0$ . Bet Koriolisa paātrinājuma  $a_k^{45}$  konstruēšana punktā  $E$  šoreiz nav iespējama (visa konstrukcija sakrīt uz vienas taisnes). Tā kā relatīvā virzes kustībā 45 Koriolisa paātrinājumi visiem locekļa 4 punktiem ir vienādi, tad konstruējam  $a_k^{45}$  punktam  $D$ , iepriekš veidojot paralelogramu  $\overline{v}_D = \overline{v}_D^{46} = \overline{v}_{45} + \overline{v}_D^{56}$ , un noslēdzam paātrinājuma plānu. Slīdpāra dēļ  $\varepsilon_5 = \varepsilon_4 = \frac{a_{ED}^t}{DE}$ , un, kā rāda  $a_{ED}^t$  virziens, tas vērstis pretēji  $\omega_5$ .

**5-5. piemērs.** 5-29. zīmējumā attēlotais šarnīru četrstūris ir klainīga ventilatora (4-1. zīm.) stieņmehānisms. Mehānismu piedzen vedošā ķēde 12, loceklim 2 rotējot ar dotu  $\omega_{21} = \text{const}$  attiecībā pret locekli 1. Noteikt  $\omega_1, \omega_3, \varepsilon_1, \varepsilon_3$ .



5-29. zīm.

Atrisinājums. Pieņemam  $k_1=1,75$  un konstruējam paralelogramu  $\vec{v}_B = \vec{v}_B^{34} = \vec{v}_B^{24} = \vec{v}_B^{21} + \vec{v}_B^{14}$ . Ar mērogu  $k_v = \frac{\omega_{21} \cdot k_s}{k_1}$  nosakām konstruēto ātrumu  $v_B^{14}$  un  $v_B$  skaitliskās vērtības un aprēķinām leņķiskos ātrumus  $\omega_1 = \frac{v_B^{14}}{OB}$ ,  $\omega_3 = \frac{v_B}{CB}$ .

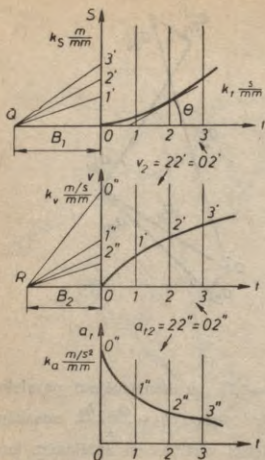
Punkta  $B$  relatīvo paātrinājumu  $a_B^{21}$  konstruējam kā normālpāātrinājumu. Koriolisa teorēmu rakstām formā  $\vec{a}_B = \vec{a}_B^{34} = \vec{a}_B^{24} = \vec{a}_B^{21} + \vec{a}_{Bn}^{14} + \vec{a}_{Bt}^{14} + \vec{a}_{Bk}^{21}$ . Konstruējam  $a_{Bn}^{14}$  un  $a_{Bk}^{21}$ , kā parasts. Pāātrinājumu plānā no punkta  $o$  atliekam  $a_B^{21}$ ,  $a_{Bk}^{21}$ ,  $a_{Bn}^{14}$  un atrodam  $a_{Bt}^{14}$  taisni, uz kuras atrodas  $a_B$  gals. Bez tam, loceklim 3  $\vec{a}_B = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Bt}$ . Konstruējam  $a_{Bn}$ , atliekam no punkta  $o$  un iegūstam  $a_{Bt}$  taisni, kas, krustojoties ar  $a_{Bt}^{14}$  taisni, dod  $a_B$  galu un reizē arī  $a_{Bt}^{14}$  un  $a_{Bt}$ . Ar mērogu  $k_a = \frac{k_v^2}{k_s}$  nosakām skaitliskās vērtības  $a_{Bt}^{14}$  un  $a_{Bt}$  un aprēķinām leņķiskos paātrinājumus  $\varepsilon_1 = \frac{a_{Bt}^{14}}{OB}$ ,  $\varepsilon_3 = \frac{a_{Bt}}{CB}$ .

Piezīme. Relatīvā kustība 21 ir rotācija, nevis virze, kā iepriekšējos piemēros. Tādēļ saskaņā ar 5-3. paragrāfu relatīvais ātrums, relatīvais paātrinājums un Koriolisa paātrinājums locekļa 2 punktiem ir dažādi un tie jāraksta ar attiecīgā punkta (šajā gadījumā — punkta  $B$ ) apzīmējumu.

Locekļa 2 absolūtais leņķiskais ātrums  $\omega_2 = \omega_1 \pm \omega_{21}$ , bet leņķiskais paātrinājums  $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$ . Augšējā zīme derīga tad, kad  $\omega_1$  un  $\omega_{21}$  ir vienvirziena, apakšējā zīme, — kad  $\omega_1$  un  $\omega_{21}$  pretēja virziena.

## 5-6. Kinemātisko diagrammu metode

Uzskatāmu priekšstatu par mehānisma kāda punkta vai locekļa stāvokļa, ātruma un paātrinājuma maiņu sniedz kinemātiskās diagrammas, kurās ar iepriekšējā paragrāfā aprakstīto vai citu metodi



5-30. zīm.

atbilstošos  $v=v(t)$  diagrammas abscisu ass punktus un tā konstruē ātruma-laika diagrammu. Līdzīgi rīkojoties, iegūstam  $a_t=a_t(t)$  diagrammu. Ja punkta  $A$  trajektorija ir taisne, tad tangenciālais paātrinājums  $a_t$  ir pilns paātrinājums.

Ātrumu mērogu nosaka šādi:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{k_s \tilde{ds}}{k_t \tilde{dt}} = \frac{k_s}{k_t} \operatorname{tg} \Theta = \frac{k_s}{k_t} \frac{\tilde{v}}{B_1} = k_v \tilde{v},$$

$$k_v = \frac{k_s}{k_t B_1} \left( \frac{\text{m/s}}{\text{mm}} \right). \quad (5.33)$$

Tāpat atrod paātrinājumu mērogu

$$k_a = \frac{k_v}{k_t B_2} \left( \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}} \right). \quad (5.34)$$

Konstruējot kinemātiskās diagrammas, jāievēro (6-19. zīm.), ka diferencējamās līknes infleksijas punktam atbilst diferencējot iegūtās līknes ekstrēms, bet diferencējamās līknes ekstrēma vietā diferencējot iegūstamā līkne krusto abscisu asi. Ja kustība ir periodiska, tad perioda sākumā un beigās līknei ir vienādas ordinātes un savstarpēji paralēlas pieskares. Ja kāda laika sprīža sākumā un beigās diferencējamās līknes ordinātes ir vienādas, tad šajā laika sprīdī diferencējot iegūtās līknes pozitīvo un negatīvo laukumu summa ir nulle.

Ja punkta  $A$  trajektorija ir taisne, tad, diferencējot  $a=a(t)$  diagrammu, iegūstam  $j=j(t)$  diagrammu. Vektoru

$$\vec{j} = \frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{d^2\vec{v}}{dt^2} = \frac{d^3\vec{r}}{dt^3} \quad (5.35)$$

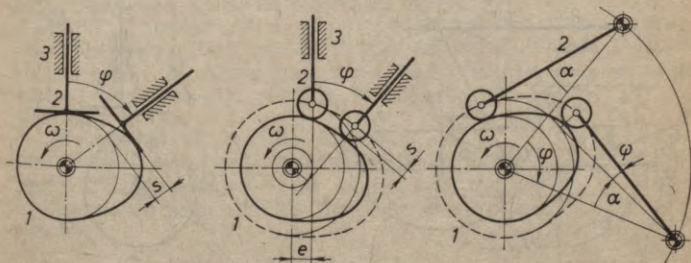
sauc par *rāvienu* jeb asumu (angliski — *jerk*), un tas raksturo spēku maiņu. Lielumu  $j$  sauc arī par paātrinājuma gradientu jeb pulsu. Jo tas ir lielāks, jo tuvāks triecienam ir aplūkojamais process.

Kinemātisko diagrammu metode derīga arī rotācijai, ievērojot pēdējās analogiju ar taisnu virzes kustību, tikai 5-30. zīmējumā un formulās (5.33), (5.34) pārvietojuma  $s$  vietā jāraksta dotā locekļa griezes leņķis  $\psi$  radiānos, ātruma  $v$  vietā leņķiskais ātrums  $\omega = \dot{\psi}$  un paātrinājuma vietā leņķiskais paātrinājums  $\epsilon = \dot{\omega}$ . Mērogu dimensijas tad ir šādas:  $k_\psi \left(\frac{\text{rad}}{\text{mm}}\right)$ ,  $k_\omega \left(\frac{\text{s}^{-1}}{\text{mm}}\right)$ ,  $k_\epsilon \left(\frac{\text{s}^{-2}}{\text{mm}}\right)$ .

### 5-7. Izciļņu mehānismu grafiskā kinemātika

Ar izciļņu mehānismiem iepazīnāties 4-2. paragrāfā. Ja šo mehānismu analīzei grib lietot kinemātisko diagrammu metodi, tad jāprot konstruēt bīdītāja pārvietojuma-laika diagrammu. Šim nolūkam ļoti noderīgs ir kustības apgriešanas princips: mehānisma statnei iedomāti piešķir tādu kustību, ka izcilnis kļūst nekustīgs, bet bīdītājs, saglabādams savu agrāko kustību, iegūst papildu kustību, kas pretēja izciļņa kustībai. Tādējādi rodas iespēja ērti noteikt katram izciļņa stāvoklim atbilstošo bīdītāja stāvokli.

Kustības apgriešanas principa lietošanas piemēri parādīti 5-31. zīmējumā. Seit redzams, kā atrast izciļņu ripas griezes leņķim  $\varphi$  atbilstošo bīdītāja virzes pārvietojumu  $s$  vai griezes pārvietojumu  $\psi$ . Ja rotācijas likums  $\varphi = \varphi(t)$  zināms (parasti  $\varphi = \omega(t)$ ), tad var uzrāsēt  $s = s(t)$  vai  $\psi = \psi(t)$  diagrammu un, to divreiz grafiski diferencējot,



5-31. zīm.

iegūt bīdītāja ātruma un paātrinājuma vai leņķiskā ātruma un leņķiskā paātrinājuma diagrammas.

Precīzākus rezultātus var iegūt, lietojot 5-5. paragrāfā aprakstīto kinemātiskās analīzes grafisko metodi, bet tad augstākais pāris iepriekš jāaizvieto ar zemākiem pāriem saskaņā ar 3-11. zīmējumu. Aplūkosim vienu šāda tipa piemēru.

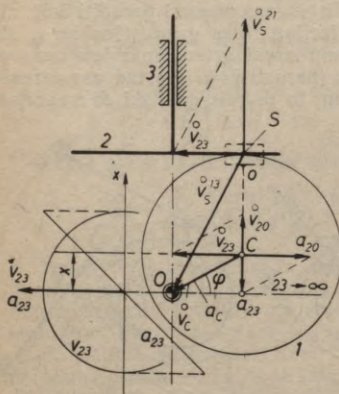
5-6. piemērs. Izciļņu mehānismu (5-32. zīm.) piedzen apaļa ekscentriskā izciļņu ripa, rotēdama ar leņķisko ātrumu  $\omega = \text{const}$ . Atrast bīdītāja ātrumu un paātrinājumu kā ripas griezes leņķa  $\varphi$  funkcijas.

Atrisinājums. Augstāko pāri 12 aizvietojam ar zemākiem pāriem, ievēdot fiktīvu papildu locekli  $O$ , kas iezīmēts ar pārtrauktu līniju. Iegūstam četrlocekļu zemāko pāru mehānismu, kas kinemātiski ekvivalents 4-5. zīmējumā attēlotajam sinusa mehānismam.

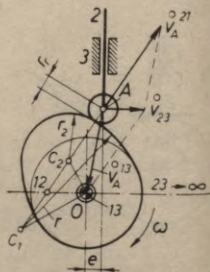
Mehānismā ir kulise, tāpēc iedomātam šarnīram  $C$  konstruējam ātrumu paralelogramu  $\vec{v}_{23} = \vec{v}_{20} + \vec{v}_C^{03}$ , kas dod bīdītāja ātrumu  $v_{23}$ . Ātrumu mērogs  $k_v = \omega k_s$ , jo pieņemts  $k_1 = 1$ . Tā kā  $v_{23} = v_C \cos \varphi = \omega \cdot OC \cos \omega t$ , tad bīdītājs kustas harmoniski. Bīdītāja ātruma-pārvietojuma diagramma ir aploce (ja  $k \neq 1$ , tad elipse).

Pārneses kustība 03 ir virze. Tāpēc Koriolisa paātrinājums ir nulle. Vienādojumam  $\vec{a}_{23} = \vec{a}_{20} + \vec{a}_C^{03}$  atbilstošo paātrinājumu plānu zīmējam, izejot no punkta  $C$ . Redzam, ka bīdītāja paātrinājums  $a_{23}$  vienāds ar bīdītāja koordināti  $x$ . Tātad  $a_{23} = a_{23}(x)$  diagramma ir taisne, kā tam harmoniskā kustībā arī jābūt. Tā kā  $k_1 = 1$ , tad šīs taisnes virziena leņķis ir  $45^\circ$ .

Istenajam mehānismam ir trīs poli: 13=O, 12 sakrīt ar vektora  $a_{23}$  galu, bet 23 atrodas bezgalībā uz polu taisnes. Liekuma rādiusi abiem augstākā pāra profiliem (aplocei un taisnei) ir nemainīgi, tāpēc



5-32. zīm.



5-33. zīm.

aizvietotājmehānisms derīgs visiem mehānisma stavokļiem. Pretējā gadījumā katrā stavoklī būtu cits aizvietotājmehānisms.

Piezīme. Ātrums  $v_{20}$  ir slīdes ātrums aizvietotājmehānisma kulīšē. Slīdes ātrumu  $v_s^{21}$  augstākā pāra saskarpunktā var iegūt, konstruējot paralelogramu  $\vec{v}_{23} = \vec{v}_s^{21} + \vec{v}_s^{13}$ , kur  $v_s^{13} = \omega \cdot OS$ .

Redzams, ka bīdītāja ātrumu var konstruēt bez augstākā pāra aizvietošanas ar zemākiem. Tā, piemēram, izciļņu mehānismā ar rullīti (5-33. zīm.) bīdītāja ātrums  $\vec{v}_{23} = \vec{v}_A^{21} + \vec{v}_A^{13}$ , kur  $v_A^{13} = \omega \cdot OA$ .

5-33. zīmējumā mehānisms parādīts stavoklī, kad rullītis saskaras ar izciļņa profila punktu, kurā sastopas no centriem  $C_1$  un  $C_2$  novilkto aplūces loki. Tāpēc šajā stavoklī notiek lēcienveida pāreja no aizvietotājmehānisma, ko veido kļokis  $OC_1$ , klanis  $C_1A$  un slīdnis 2 uz aizvietotājmehānismu, kas sastāv no kļoka  $OC_2$ , kļaua  $C_2A$  un slīdņa 2 (šie aizvietotājmehānismi ir dezaksiāli kļoka-slīdņa mehānismi). Šāda pāreja, kā redzams, neizmaina bīdītāja ātrumu, bet saskaņā ar 5-26. zīmējumu pēkšņi izmaina bīdītāja paātrinājumu. Tas nozīmē, ka pārejas momentā notiek trieciens, kura lielums atkarīgs no paātrinājuma izmaiņas un bīdītāja piedzīto masu lieluma.

## 6. NODAĻA

### PLAKANO MEHĀNISMU ANALĪTISKĀ KINEMĀTIKA

#### 6-1. Analītiskās kinemātikas metodes un jēdzieni

Mehānismu kinemātiskās analīzes analītiskajām metodēm piemīt ievērojamas priekšrocības, kas norādītas šīs daļas sākumā. Skaitļošanas tehnisko līdzekļu attīstība un izplatīšanās veicina šo metožu pilnveidošanu un ieviešanu.

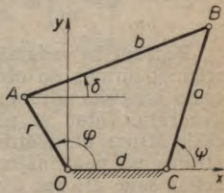
Atkarībā no lietojamo matemātisko paņēmieni veida plakano mehānismu kinemātikas analītiskās metodes var iedalīt vektorvienādojumu, komplekso skaitļu un koordinātu metodēs.

Analītisko metožu īsam raksturojumam aplūkosim šarnīru četrstūri (6-1. zīm.). Doti locekļu garumi un vedošā locekļa  $OA$  stavoklis, ātrums un paātrinājums, ko nosaka lielumi  $\varphi$ ,  $\omega = \dot{\varphi}$  un  $\varepsilon = \dot{\varphi}$ . Jāatrod pārējo locekļu stavokļi, ātrumi un paātrinājumi.

So kinemātiskās analīzes uzdevumu var atrisināt, sastādot vektorvienādojumu, piem.,  $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OC} + \vec{CB}$ , un projicējot to uz koordinātu asīm. Tā iegūstam vienādojumus

$$\left. \begin{aligned} r \cos \varphi + b \cos \delta &= d + a \cos \psi, \\ r \sin \varphi + b \sin \delta &= a \sin \psi, \end{aligned} \right\}$$

(6.1) 6-1. zīm.



kas nosaka mehānisma stāvokli, jo no tiem varam atrast nezināmos leņķus  $\delta$ ,  $\psi$  un aprēķināt šarnīra  $B$  koordinātes. Diferencējot stāvokļa vienādojumus (6.1) pēc laika, atrodam ātrumus un paātrinājumus.

Pieņemot  $y$  asi par imagināro lielumu asi un aprakstot mehānisma punktus ar kompleksiem skaitļiem, abus vienādojumus (6.1) varam izteikt ar vienu vienādojumu

$$re^{i\varphi} + be^{i\delta} = d + ae^{i\psi}, \quad (6.2)$$

kuru diferencējot pēc laika iegūstam sakarības starp ātrumiem un paātrinājumiem.

Koordinātu metodes ļauj noteikt mehānisma stāvokli bez vektoru un komplekso skaitļu starpniecības. Ar vienu no koordinātu metodēm — trīsstūru metodi — iepazīsimies šajā nodaļā.

Leņķi  $\varphi$  var pieņemt par mehānisma *vispārināto koordināti*. Vedamā locekļa koordinātes  $\psi$  izteiksmi

$$\psi = \psi(\varphi) \quad (6.3)$$

sauc par *stāvokļa funkciju*. Ja vedamais loceklis kustas virzē, tad stāvokļa funkcijai būs veids

$$s = s(\varphi). \quad (6.4)$$

Stāvokļa funkcijas pirmos divus atvasinājumus pēc vispārinātās koordinātes sauc par pirmās un otrās kārtas *pārnesuma funkcijām* [110]. Pārnesuma funkcijas atkarīgas no mehānisma struktūras un ģeometrijas, bet ne no kustības.

Vedamā locekļa ātrums vai leņķiskais ātrums

$$\left. \begin{aligned} \dot{s} &= \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{ds}{d\varphi}, \\ \dot{\psi} &= \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\psi}{d\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

Vedamā locekļa paātrinājums vai leņķiskais paātrinājums

$$\left. \begin{aligned} \ddot{s} &= \frac{d}{dt} \left[ \omega \frac{ds}{d\varphi} \right] = \varepsilon \frac{ds}{d\varphi} + \omega^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2}, \\ \ddot{\psi} &= \frac{d}{dt} \left[ \omega \frac{d\psi}{d\varphi} \right] = \varepsilon \frac{d\psi}{d\varphi} + \omega^2 \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Redzam, ka vedamā locekļa ātrumu un paātrinājumu varam iegūt, reizinot pirmās un otrās kārtas pārnesumu funkcijas ar vedošā locekļa leņķisko ātrumu, leņķisko paātrinājumu un leņķiskā ātruma kvadrātu. Tātad ar pārnesumu funkcijām izteicas tādi vedamā locekļa ātrumi un paātrinājumi, kādi būtu, ja vedošā locekļa leņķiskais ātrums un paātrinājums būtu vienādi ar 1. Tāpēc pārnesuma funkcijas sauc arī par *ātrumu un paātrinājumu analogiem*.

Tādējādi, nezinot mehānisma kustību, iespējams novērtēt tā ki-

nemātiskās īpašības. Ja  $\omega = \text{const}$ , tad stāvokļa un abu pārnese funkciju grafiskie attēli neatšķiras no vedamā locekļa kinemātiskajām diagrammām. Kloķa-slidņa mehānisma bezdimensionālās stāvokļa un pārnese funkcijas (ar kloķa garumu dalīta slidņa koordinātes  $s = x$  izteiksme un tās atvasinājumi pēc kloķa leņķa) attēlotas 6-19. zīmējumā.

Stāvokļa un pārnese funkciju matemātisko izteiksmju iegūšanai varam izmantot jebkuru no mehānismu kinemātikas analītiskajām metodēm. Šis izteiksmes vispār ir komplicētas pat četrlocekļu mehānismos, bet otrās un augstāku klašu mehānismos neeksistē kā atklātas funkcijas.

Sajā nodaļā vispirms aplūkosim diadu mehānismu kinemātisko analīzi ar trīsstūru metodi [29, 76, 77] un pēc tam dažu visbiežāk sastopamo četrlocekļu mehānismu stāvokļa un pārnese funkcijas. Izcilņu mehānismu analītisko kinemātiku atsevišķi neaplūkosim, jo tai pēc augstāko pāru formālas aizvietošanas ar zemākiem pāriem (3-3. §) noderīgas diadu mehānismos lietojamās metodes.

## 6-2. Trīsstūru metode

Diadu mehānismu ar trīsstūru metodi aprēķina pakāpeniski, līdzīgi grafiskajam aprēķinam, kur noteiktā secībā zīmē taisnes un aploces. Aprēķina formulas iepriekš izstrādātas visiem gadījumiem. Vienādojumu sistēmu risināšana un vienādojumu diferencēšana gandrīz nav vajadzīga. Metode vienlīdz noderīga kā parastiem diadu mehānismiem, kuriem vedošā ķēde satur statni, tā mehānismiem, kuriem statne ir vedamās ķēdes loceklis, un augstāku šķiru mehānismiem. Metode cieši saistīta ar mehānisma struktūru, jo diadas aprēķina tādā kārtībā, kādā no tām veidojas vedamā ķēde.

Augstāku šķiru mehānismos vienu no  $N$  vedošām ķēdēm pieņem par galveno, bet pārējo mehānisma daļu, ko sauc par nosacīto vedamo ķēdi (3-1. §), sadala diadās, katru no atlikušām  $N-1$  vedamām ķēdēm uzlūkojot par mainīga garuma locekli. Diada ar vienu mainīga garuma pavadu parādīta 3-2. zīmējumā.

Iepriekš nav zināms, kuri locekļi katrā konkrētajā mehānismā būs mainīga garuma. Tāpēc formulas izstrādātas, pieņemot, ka mainīgi ir visi locekļi. Tāds princips padara metodi universālu, bet dod garas formulas. Tomēr katram konkrētajam gadījumam šīs formulas ļoti ievērojami saīsinās.

Trīsstūru metodes trīs galvenās sastāvdaļas ir mainīgā trīsstūra formulas, diadu algoritmi un trešā punkta formulas. Pirms aplūkojam katru sastāvdaļu, rakstības saīsināšanai pieņemsim šādu kārtību: ja doti kādi mehānisma garumi vai leņķi, tad arī to pirmie divi atvasinājumi pēc laika uzskatāmi par dotiem; ja jāaprēķina kādi garumi vai leņķi, tad jāaprēķina arī to pirmie divi atvasinājumi pēc laika.

**Mainīgā trīsstūra formulas.** Trīsstūru metodi lietojot, jāaprēķina

mainīgā trīsstūra (6-2. zīm.) nezināmie malu garumi un leņķi. Sim nolūkam pietiek aplūkot trīs gadījumus.

*Pirmais gadījums.* Doti  $a, b, c$ ; atrast  $\alpha, \beta, \gamma$ :

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \\ \dot{\alpha} &= \frac{1}{bc \sin \alpha} [\dot{a}a - \dot{b}(b - c \cos \alpha) - \dot{c}(c - b \cos \alpha)], \\ \ddot{\alpha} &= \frac{1}{bc \sin \alpha} \{ \ddot{a}a - \ddot{b}(b - c \cos \alpha) - \ddot{c}(c - b \cos \alpha) + \\ &+ \dot{a}^2 - \dot{b}^2 - \dot{c}^2 - \dot{a}^2 bc \cos \alpha + \\ &+ 2[\dot{b}\dot{c} \cos \alpha - (\dot{b}c + \dot{c}b)\dot{\alpha} \sin \alpha] \}. \end{aligned} \right\} (6.7)$$

Ievietojot šajās formulās  $a = \beta, b = a, a = b$  vai  $a = \gamma, c = a, a = c$ , iegūstam formulas  $\beta$  un  $\gamma$  aprēķinam.

*Otrais gadījums.* Doti  $a, b, \gamma$ ; atrast  $c$ :

$$\left. \begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}, \\ \dot{c} &= \frac{1}{c} [\dot{a}(a - b \cos \gamma) + \dot{b}(b - a \cos \gamma) + ab \dot{\gamma} \sin \gamma], \\ \ddot{c} &= \frac{1}{c} \{ \ddot{a}(a - b \cos \gamma) + \ddot{b}(b - a \cos \gamma) + \dot{a}^2 + \dot{b}^2 - \dot{c}^2 + \\ &+ ab (\ddot{\gamma} \sin \gamma + \dot{\gamma}^2 \cos \gamma) + \\ &+ 2[(\dot{a}\dot{b} + \dot{b}\dot{a})\dot{\gamma} \sin \gamma - \dot{a}\dot{b} \cos \gamma] \}. \end{aligned} \right\} (6.8)$$

*Trešais gadījums.* Doti  $a, b, \alpha$ ; atrast  $\beta, c$ :

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \arcsin \left( \frac{b}{a} \sin \alpha \right), \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{a \cos \beta} (\dot{b} \sin \alpha - \dot{a} \sin \beta + b\dot{\alpha} \cos \alpha), \\ \ddot{\beta} &= \frac{1}{a \cos \beta} [\ddot{b} \sin \alpha - (\ddot{a} - a\dot{\alpha}^2) \sin \beta + \\ &+ b(\ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha) + 2(\dot{b}\dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{a}\dot{\beta} \cos \beta)]. \end{aligned} \right\} (6.9)$$

$$\left. \begin{aligned} c &= b \cos \alpha + a \cos \beta, \\ \dot{c} &= \dot{b} \cos \alpha + \dot{a} \cos \beta - b\dot{\alpha} \sin \alpha - a\dot{\beta} \sin \beta, \\ \ddot{c} &= (\ddot{b} - b\dot{\alpha}^2) \cos \alpha + (\ddot{a} - a\dot{\alpha}^2) \cos \beta - \\ &- (b\ddot{\alpha} + 2\dot{b}\dot{\alpha}) \sin \alpha - (a\ddot{\beta} + 2\dot{a}\dot{\beta}) \sin \beta. \end{aligned} \right\} (6.10)$$

Daudzos mehānismos slīpleņķa trīsstūra vietā ir taisnleņķa trīsstūri, kuriem iepriekšējās formulas vienkāršojas. Tāpēc ir lietderīgi sniegt arī mainīgā taisnleņķa trīsstūra formulas trim gadījumiem. Apzīmējumus izvēlamies, iedomājoties, ka 6-2. zīmējuma leņķis  $\gamma = 90^\circ$ .

*Pirmais gadījums.* Doti  $a, b$ ; atrast  $c, \alpha$ :

$$\left. \begin{aligned} c &= \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \dot{c} = \frac{1}{c} (a\dot{a} + b\dot{b}), \\ \ddot{c} &= \frac{1}{c} (a\ddot{a} + b\ddot{b} + \dot{a}^2 + \dot{b}^2 - \dot{c}^2); \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \arctg \frac{a}{b}, \quad \dot{\alpha} = \frac{1}{b} (\dot{a} - \dot{b} \operatorname{tg} \alpha) \cos^2 \alpha, \\ \ddot{\alpha} &= \frac{1}{b} [\ddot{a} \cos^2 \alpha - \ddot{b} (1 + \cos 2\alpha) - \left( \frac{\dot{b}}{2} + \dot{a}\dot{\alpha} \right) \sin 2\alpha]. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

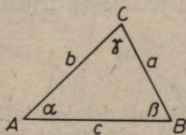
*Otrais gadījums.* Doti  $a, c$ ; atrast  $b, \alpha$ :

$$\left. \begin{aligned} b &= \sqrt{c^2 - a^2}, \quad \dot{b} = \frac{1}{b} (c\dot{c} - a\dot{a}), \\ \ddot{b} &= \frac{1}{b} (c\ddot{c} - a\ddot{a} + \dot{c}^2 - \dot{a}^2 - \dot{b}^2); \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

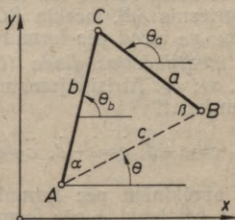
$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \arcsin \frac{a}{c}, \quad \dot{\alpha} = \frac{1}{c \cos \alpha} (\dot{a} - \dot{c} \sin \alpha), \\ \ddot{\alpha} &= \frac{1}{c \cos \alpha} [\ddot{a} - (\ddot{c} - c\dot{\alpha}^2) \sin \alpha - 2\dot{c}\dot{\alpha} \cos \alpha]. \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

*Trešais gadījums.* Doti  $a, \alpha$ ; atrast  $b$ :

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} = a \operatorname{tg} \beta, \quad \dot{b} = \dot{a} \operatorname{tg} \beta + \frac{a\dot{\beta}}{\cos^2 \beta}, \\ \ddot{b} &= \ddot{a} \operatorname{tg} \beta + \frac{a\ddot{\beta} + 2\dot{\beta}(\dot{a} + a\dot{\beta} \operatorname{tg} \beta)}{\cos^2 \beta}. \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$



6-2. zīm.



6-3. zīm.

**Diadu algoritmi** parāda, kā pēc diadas malējo kinemātisko pāru dotā stāvokļa un kustības var noteikt diadas locekļu stāvokli un kustību. Aplūkosim visu piecu modifikāciju diadas.

*Pirmās modifikācijas diada* (6-3. zīm.). Diadas ferma veido maiņīgu trīsstūri  $ABC$ . Doti  $x_A, y_A, x_B, y_B, a, b$ ; atrast  $\Theta_a, \Theta_b, x_C, y_C$ :

$$\Theta = \arctg \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad (6.16)$$

$$c = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}; \quad (6.17)$$

$$\dot{\Theta} = \frac{1}{c} [(\dot{y}_B - \dot{y}_A) \cos \Theta - (\dot{x}_B - \dot{x}_A) \sin \Theta], \quad (6.18)$$

$$\dot{c} = (\dot{x}_B - \dot{x}_A) \cos \Theta + (\dot{y}_B - \dot{y}_A) \sin \Theta; \quad (6.19)$$

$$\ddot{\Theta} = \frac{1}{c} [(\ddot{y}_B - \ddot{y}_A) \cos \Theta - (\ddot{x}_B - \ddot{x}_A) \sin \Theta - 2\dot{\Theta}\dot{c}], \quad (6.20)$$

$$\ddot{c} = (\ddot{x}_B - \ddot{x}_A) \cos \Theta + (\ddot{y}_B - \ddot{y}_A) \sin \Theta + \dot{c}\dot{\Theta}^2. \quad (6.21)$$

Ar formulām (6.7) atrodam  $\alpha, \beta$  un pēc tam aprēķinām

$$\left. \begin{aligned} \Theta_a &= \Theta - \beta + \pi, & \dot{\Theta}_a &= \dot{\Theta} - \dot{\beta}, & \ddot{\Theta}_a &= \ddot{\Theta} - \ddot{\beta}, \\ \Theta_b &= \Theta + \alpha, & \dot{\Theta}_b &= \dot{\Theta} + \dot{\alpha}, & \ddot{\Theta}_b &= \ddot{\Theta} + \ddot{\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

Ja trīsstūra  $ABC$  virsotnes seko pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tad leņķi  $\alpha$  un  $\beta$  jāņem kā negatīvi lielumi. Beidzot aprēķinām šarnīra  $C$  stāvokli un kustību:

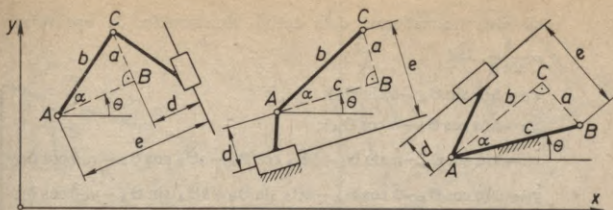
$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_A + b \cos \Theta_b, & \dot{x}_C &= \dot{x}_A + \dot{b} \cos \Theta_b - b \dot{\Theta}_b \sin \Theta_b, \\ y_C &= y_A + b \sin \Theta_b, & \dot{y}_C &= \dot{y}_A + \dot{b} \sin \Theta_b + b \dot{\Theta}_b \cos \Theta_b, \\ \ddot{x}_C &= \ddot{x}_A + \ddot{b} \cos \Theta_b - b (\ddot{\Theta}_b \sin \Theta_b + \dot{\Theta}_b^2 \cos \Theta_b) - 2\dot{b}\dot{\Theta}_b \sin \Theta_b, \\ \ddot{y}_C &= \ddot{y}_A + \ddot{b} \sin \Theta_b + b (\ddot{\Theta}_b \cos \Theta_b - \dot{\Theta}_b^2 \sin \Theta_b) + 2\dot{b}\dot{\Theta}_b \cos \Theta_b. \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

Ja diada satur statni, tad iedomājami, ka 6-3. zīmējumā statni attēlo nogrieznis  $AB$ , locekļa  $BC$  nav, bet attālums  $a$  dots. Nezināmos  $\Theta_b, x_C, y_C$  atrod pēc formulām (6.7), (6.22), (6.23).

*Otrās modifikācijas diada* (6-4. zīm.). Doti  $x_A, y_A, \Theta, b, d, e$ ; atrast  $\Theta_b, x_C, y_C$ . Atrisinājumam veidojam taisnleņķa trijstūri  $ABC$ . Aprēķinām kateti

$$c = e - d, \quad \dot{c} = \dot{e} - \dot{d}, \quad \ddot{c} = \ddot{e} - \ddot{d}. \quad (1)$$

Kateti  $a$  aprēķinām pēc formulām (6.13), aizvietojot tajās  $b = a, c = b, a = c$ , bet leņķi  $\alpha$  pēc formulām (6.14), aizvietojot tajās  $c = b$ . Aprēķinu nobeidzam, lietojot formulas (6.22), (6.23).



6-4. zīm.

Ja loceklis ar slīdpāri ir statne (6-4. zīm.), tad uzdevumu formulējam un atrisinām tāpat kā tikko aplūkoto, tikai formulās (6.24) aizvietojam  $c=a$  un formulās (6.13) aizvietojam  $b=c, c=b$ .

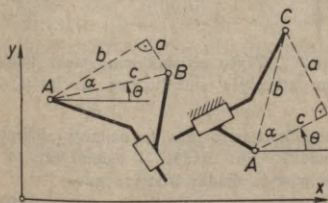
Ja statne ir loceklis bez slīdpāra (6-4. zīm.), tad  $x_A, y_A, \theta, d, c, e$  ir zināmi; jāatrod  $\theta_B$ . To atrodam pēc formulām (1), aizvietojojot  $c=a$ , un pēc formulām (6.13), (6.14) un (6.22).

Trešās modifikācijas diada (6-5. zīm.). Doti  $x_A, y_A, x_B, y_B, b$ ; atrast  $\theta_B$ . Atrodam  $\theta$  un  $c$  pēc formulām (6.16)–(6.21) un  $a$  pēc formulām (6.13), aizvietojojot tajās  $b=a, a=b$ ; aprēķinu nobeidzam ar formulām (6.14) un (6.22).

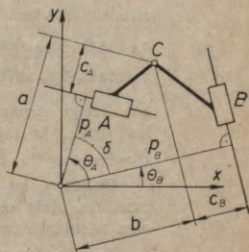
Ja viens no diadas locekļiem ir statne (6-5. zīm.), tad zināmi ir  $x_A, y_A, \theta, b, a$ ; jāatrod  $x_C, y_C$ . Atrodam  $c$  pēc formulām (6.13), aizvietojojot tajās  $b=c, c=b$ , un  $a$  pēc formulām (6.14), aizvietojojot tajās  $c=b$ . Aprēķinu nobeidzam ar formulām (6.22) un (6.23).

Ceturtais modifikācijas diada (6-6. zīm.). Seit mainīgā trijstūra nav. Doti  $p_A, p_B, \theta_A, \theta_B, c_A, c_B$ ; atrast  $x_C, y_C$ . Aprēķinām lielumus  $a=p_A+c_A, b=p_B-c_B, \delta=\theta_A-\theta_B$  un punktu  $C$  atrodam no vienādojumiem

$$\left. \begin{aligned} x_C \cos \theta_A + y_C \sin \theta_A &= a, \\ x_C \cos \theta_B + y_C \sin \theta_B &= b \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$



6-5. zīm.



6-6. zīm.

kā divu normālformā dotu taisņu krustpunktu. Ja apzīmējam  $\Delta = \frac{1}{\sin \delta}$ , tad

$$\left. \begin{aligned} x_C &= \Delta(b \sin \Theta_A - a \sin \Theta_B), \\ y_C &= \Delta(a \cos \Theta_B - b \cos \Theta_A); \\ \dot{x}_C &= \Delta(\dot{b} \sin \Theta_A - \dot{a} \sin \Theta_B + b \dot{\Theta}_A \cos \Theta_A - a \dot{\Theta}_B \cos \Theta_B - x_C \dot{\delta} \cos \delta), \\ \dot{y}_C &= \Delta(\dot{a} \cos \Theta_B - \dot{b} \cos \Theta_A - a \dot{\Theta}_B \sin \Theta_B + b \dot{\Theta}_A \sin \Theta_A - y_C \dot{\delta} \cos \delta); \\ \ddot{x}_C &= \Delta[\ddot{b} \sin \Theta_A - \ddot{a} \sin \Theta_B + b(\ddot{\Theta}_A \cos \Theta_A - \dot{\Theta}_A^2 \sin \Theta_A) - \\ &\quad - a(\ddot{\Theta}_B \cos \Theta_B - \dot{\Theta}_B^2 \sin \Theta_B) + 2(\dot{b} \dot{\Theta}_A \cos \Theta_A - a \dot{\Theta}_B \cos \Theta_B - \\ &\quad - \dot{x}_C \dot{\delta} \cos \delta) - x_C(\ddot{\delta} \cos \delta - \dot{\delta}^2 \sin \delta)], \\ \ddot{y}_C &= \Delta[\ddot{a} \cos \Theta_B - \ddot{b} \cos \Theta_A - a(\ddot{\Theta}_B \sin \Theta_B + \dot{\Theta}_B^2 \cos \Theta_B) + \\ &\quad + b(\ddot{\Theta}_A \sin \Theta_A + \dot{\Theta}_A^2 \cos \Theta_A) - 2(\dot{a} \dot{\Theta}_B \sin \Theta_B - \dot{b} \dot{\Theta}_A \sin \Theta_A + \\ &\quad + \dot{y}_C \dot{\delta} \cos \delta) - y_C(\ddot{\delta} \cos \delta - \dot{\delta}^2 \sin \delta)]. \end{aligned} \right\} \quad (6.25)$$

Parasti mehānismos šarnīrs  $C$  atrodas abu slīdpāru asu krustpunktā. Tad diadas aprēķins nav jāizdara, jo mainīgā trīsstūra formulas varam pielietot tieši kinemātiskās ķēdes kontūram. Ja viens no diadas locekļiem, piemēram,  $CB$ , ir statne, tad zināms ir  $\delta$ ,  $\Theta_B$ ,  $x_C$ ,  $y_C$ , bet nezināmais  $\Theta_A = \Theta_B + \delta$ .

*Piektās modifikācijas diada* (6-7. zīm.). Doti  $x_A$ ,  $y_A$ ,  $b$ ,  $\Theta_B$ ,  $a$ ,  $\delta$ ,  $e$ ; atrast  $\Theta_c$ ,  $c$ . Atrodam  $\Theta_c = \Theta_B + \delta$  un pēc tam aprēķinām

$$\left. \begin{aligned} c &= x_A \cos \Theta_c + y_A \sin \Theta_c + a, \\ \dot{c} &= \dot{x}_A \cos \Theta_c + \dot{y}_A \sin \Theta_c + \dot{a} - \dot{\Theta}_c(x_A \sin \Theta_c - y_A \cos \Theta_c), \\ \ddot{c} &= \ddot{x}_A \cos \Theta_c + \ddot{y}_A \sin \Theta_c + \ddot{a} - \ddot{\Theta}_c(x_A \sin \Theta_c - y_A \cos \Theta_c) - \\ &\quad - 2\dot{\Theta}_c(\dot{x}_A \sin \Theta_c - \dot{y}_A \cos \Theta_c) - \dot{\Theta}_c^2(c - a). \end{aligned} \right\} \quad (6.26)$$

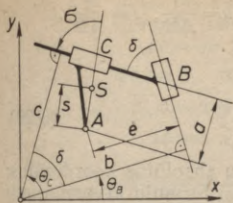
Ja loceklis  $AC$  ir statne, tad vienīgais nezināmais  $\Theta_B = \Theta_c - \delta$ . Ja loceklis  $BC$  ir statne, tad doti  $\Theta_c$ ,  $b$ ,  $\Theta_B$ ,  $a$ ,  $\delta$ ,  $e$ . Nezināmos  $x_A$ ,  $y_A$  atrodam no vienādojumiem

$$\left. \begin{aligned} x_A \cos \Theta_B + y_A \sin \Theta_B &= b - e, \\ x_A \cos \Theta_c + y_A \sin \Theta_c &= c - a, \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

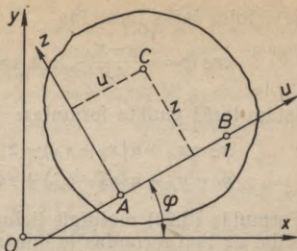
kas līdzīgi vienādojumiem (6.24). Tāpēc atrisinājumu sniedz formulas (6.25), ja tajās izdarām attiecīgās substitūcijas un ievērojam  $\dot{\Theta}_c = \dot{\Theta}_B$ ,  $\ddot{\Theta}_c = \ddot{\Theta}_B$ ,  $\dot{\delta} = 0$ ,  $\ddot{\delta} = 0$ .

Redzams, ka pirmās modifikācijas diadās ir mainīgs slīpleņķa trīsstūris, otrās un trešās modifikācijas diadās — iedomājams mainīgs taisnleņķa trīsstūris, bet pārejās diadās trīsstūra nav.

Ja vēlamies aprēķināt abu diadas locekļu jebkura punkta kustību ar tālāk dotām trešā punkta formulām, tad nepieciešams, lai katrā



6-7. zīm.



6-8. zīm.

locekļi divu punktu kustība būtu zināma. Tomēr, lietojot iepriekš dotos diadu algoritmus, loceklim ar vienu slīdpāri ir atrasta vai ir dota tikai viena punkta kustība, bet loceklim ar diviem slīdpāriem — neviena. Parādisim, kā panākt, lai katrā locekļi divu punktu kustība būtu zināma.

Locekļa AC kustība (6-7. zīm.) noteikta ar lielumiem  $x_A, y_A, \theta_C$ . Izvēlas punktu S, noteiktu ar koordinātēm  $s, \sigma$ , un aprēķinām tā kustību pēc formulām (6.23), aizvietojojot tajās  $C=S, b=s, \theta_b=\theta_C + \frac{\pi}{2} - \sigma, \dot{b}=0, \ddot{b}=0, \dot{\theta}_b=\dot{\theta}_C, \ddot{\theta}_b=\ddot{\theta}_C$ .

Locekļa BC kustība (6-7. zīm.) noteikta ar lielumiem  $\theta_B, b, \theta_C, c$ . Tāpēc punkta B kustību varam atrast no vienādojumiem

$$\left. \begin{aligned} x_B \cos \theta_B + y_B \sin \theta_B &= b, \\ x_B \cos \theta_C + y_B \sin \theta_C &= c, \end{aligned} \right\} \quad (6.28)$$

kas līdzīgi vienādojumiem (6.24). Tāpēc  $x_B, y_B$  atrodam ar formulām (6.25), izdarot tur attiecīgās substitūcijas un ievērojot, ka  $\dot{\theta}_C = \dot{\theta}_B, \ddot{\theta}_C = \ddot{\theta}_B, \delta = 0, \dot{\delta} = 0$ . Līdz ar to šis gadījums reducēts uz iepriekšējo.

**Trešā punkta formulas noderīgas trešā punkta C stāvokļa un kustības noteikšanai, ja divu tā paša locekļa punktu A un B stāvoklis un kustība zināmi.** So formulu izvedumam kustīgo koordinātu sistēmu *Auz* izvēlamies, kā redzams 6-8. zīmējumā. Par relatīvo koordinātu garumvienību pieņemam nogriezni AB. Ja relatīvās koordinātes mērītas absolūto koordinātu garumvienībās, tad tās apzīmējam ar  $u_1, z_1$ . Projicējot vektoriālo izteiksmi

$$\overline{OC} = \overline{OA} + \bar{u}_1 + \bar{z}_1$$

uz nekustīgās koordinātu sistēmas *Oxy* asīm, dabūjam

$$x_C = x_A + u_1 \cos \varphi - z_1 \sin \varphi,$$

$$y_C = y_A + u_1 \sin \varphi + z_1 \cos \varphi.$$

Ievietojot šajās formulās

$$\cos \varphi = \frac{x_B - x_A}{AB}, \quad \sin \varphi = \frac{y_B - y_A}{AB}, \quad u = \frac{u_1}{AB}, \quad z = \frac{z_1}{AB},$$

iegūstam trešā punkta formulas:

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_A + u(x_B - x_A) - z(y_B - y_A), \\ y_C &= y_A + u(y_B - y_A) + z(x_B - x_A). \end{aligned} \right\} \quad (6.29)$$

Formulās (6.29) mainīgie lielumi ir punktu absolūtās koordinātes; attiecībā uz tām formulas ir lineāras. Tāpēc šo formulu atvasinājumi pēc laika atšķiras no pašām formulām tikai ar to, ka absolūto koordinātu  $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C$  vietā ierakstīti šo koordinātu atvasinājumi. Tas nozīmē, ka formulas derīgas arī punktā  $C$  ātruma un paātrinājuma aprēķināšanai, ja punktu  $A$  un  $B$  ātrumi un paātrinājumi ir zināmi.

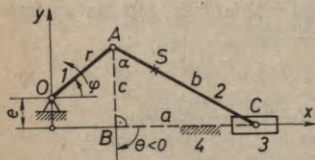
### 6-3. Diadu mehānismu analītiskā kinemātika

Lietojot trīsstūru metodi, mehānisma kinemātiskā analīze sākas ar mehānisma struktūras noskaidrošanu: noteic vedošās ķēdes un diadas. Garumus un leņķus diadām un mainīgiem trijstūriem vēlams apzīmēt ar 6-2. paragrāfā lietotiem simboliem; tas atvieglo tur doto pamatformulu izmantošanu. Ja diadas un mainīgie trīsstūri ir vairāki, tad var lietot indeksus.

Nosaka mehānisma stāvokli. Noteic vedošo ķēžu absolūtās vai relatīvās koordinātes un lieto diadu algoritmus. Ja šarnīri atrodas uz slīdpāru asīm, aprēķins vienkāršojas: diadu algoritmu vietā iespējams lietot mainīgā trīsstūra formulas kinemātiskās ķēdes kontūriem. Ja kādā locekļi divu punktu stāvoklis zināms, tad citu šī locekļa punktu stāvokli un pēc tam arī ātrumu un paātrinājumu noteic ar trešā punkta formulām.

Tālāk aprēķina ātrumus un tad paātrinājumus, ievietojot pamatformulās konkrētam gadījumam atbilstošās lielumu skaitliskās vērtības. Aprēķinam vajadzīgās formulas var arī iegūt, diferencējot iepriekš uzrakstītos stāvokļa vienādojumus; šo apstākli der izmantot formulu izvēles pareizības kontrolei.

Analītiskās trīsstūru metodes lietošana parādīta tālāk sniegtajos piemēros; starp tiem ir iepriekšējā nodaļā grafiski risinātie piemēri.



6-9. zīm.

**6-1. piemērs.** Virzuļmašīnu (6-9. zīm.) piedzen kloķis 1, vienmērīgi rotēdams ar 95 apgr./min. Aprēķināt virzuļa 3 ātrumu un paātrinājumu, klaņa 2 punkta S ātrumu un paātrinājumu, kā arī klaņa leņķisko ātrumu un paātrinājumu momentā, kad  $\varphi = 20^\circ$ . Doti  $OA = r = 250$  mm,  $AC = b = 730$  mm,  $AS = 340$  mm,  $e = 107$  mm.

Atrisinājums. Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes 14 un otrās modifikācijas diadas 23. Taisnleņķa trīsstūris  $ABC$  iezīmēts atbilstoši šīs diadas algoritma 6-4. zīmējumam un lietoti tur dotie apzīmējumi. Izraudzīta koordinātu sistēma.

**Stāvoklis.** Vedošā ķēde:  $x_A = r \cos \varphi = 0,235$  m;  $y_A = c = e + r \sin \varphi = 0,193$  m. Diada:  $a = \sqrt{b^2 - c^2} = 0,704$  m;  $\alpha = \arcsin \frac{a}{b} = 74,7^\circ$ ;  $x_C = x_A + a = 0,939$  m.

**Ātrumi.**  $\dot{x}_A = -r\dot{\varphi} \sin \varphi = -0,851 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , kur  $\dot{\varphi} = \frac{\pi n}{30} = 9,95 \text{ s}^{-1}$ ;  $\dot{y}_A = \dot{c} = r\dot{\varphi} \cos \varphi = 2,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\dot{a} = -\frac{c\dot{c}}{a} = -0,64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\dot{\theta}_b = \omega_2 = \dot{a} = \frac{\dot{a}}{b \cos \alpha} = -3,33 \text{ s}^{-1}$ ;  $\dot{x}_C = v_3 = \dot{x}_A + \dot{a} = -1,49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\dot{x}_S = \dot{x}_A + u(\dot{x}_C - \dot{x}_A) = -1,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\dot{y}_S = \dot{y}_A - u\dot{y}_A = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , kur  $u = \frac{AS}{AC} = 0,466$ ;  $v_S = \sqrt{\dot{x}_S^2 + \dot{y}_S^2} = 1,70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

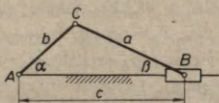
**Paātrinājumi.**  $\ddot{x}_A = -r\dot{\varphi}^2 \cos \varphi = -23,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $\ddot{y}_A = \dot{c} = -r\dot{\varphi}^2 \sin \varphi = -8,46 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $\ddot{a} = -\frac{1}{a}(c\ddot{c} + \dot{c}^2 + \dot{a}^2) = -6,07 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $\ddot{\theta}_b = \varepsilon_2 = \ddot{a} = \frac{\dot{a} + b\dot{a}^2 \sin \alpha}{b \cos \alpha} = 9,03 \text{ s}^{-2}$ ;  $\ddot{x}_C = a_3 = \ddot{x}_A + \ddot{a} = -29,32 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $\ddot{x}_S = \ddot{x}_A + u(\ddot{x}_C - \ddot{x}_A) = -26,08 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $\ddot{y}_S = \ddot{y}_A - u\ddot{y}_A = -4,52 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ;  $a_S = \sqrt{\ddot{x}_S^2 + \ddot{y}_S^2} = 26,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Piezīme.** Ja 6-9. zīmējumā ekscentricitāte  $e=0$ , tad ir centrālais kloķa-slīdņa mehānisms (6-10. zīm.), kura slēgtajam kontūram  $ABC$  izdevīgi pielietot mainīgā trīsstūra formulas. Ievietojot  $\dot{a}=0$ ,  $\dot{b}=0$ ,  $\dot{c}=0$  formulās (6.9), (6.10), tieši iegūstam klaņa leņķiskā ātruma un paātrinājuma (ar pretēju zīmi) un slīdņa ātruma un paātrinājuma izteiksmes.

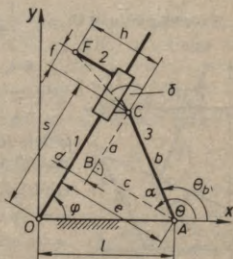
**6-2. piemērs.** 6-11. zīmējumā attēlots dezaksiāls rotējošās kulises mehānisms. Doti  $\varphi$ ,  $\dot{\varphi} = \text{const}$ ; ātrast  $v_C$ ,  $v_F$ ,  $v_{21}$ ,  $\omega_3$ ,  $a_C$ ,  $a_F$ ,  $a_{21}$ ,  $\varepsilon_3$ .

**Atrisinājums.** Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes 14 un otrās modifikācijas diadas 23. Tāpēc lietojam to pašu algoritmu kā iepriekšējā piemērā.

**Stāvoklis.**  $\theta = \varphi + 90^\circ$ ;  $e = l \sin \varphi$ ;  $c = e - d$ ;  $a = \sqrt{b^2 - c^2}$ ;  $\alpha = \arcsin \frac{a}{b}$ ;  $\theta_b = \theta - \alpha$ ;  $s = a + l \cos \varphi$ ;  $m = CF$ ;  $\delta = \arctg \frac{h}{f}$ ;



6-10. zīm.



6-11. zīm.

$\Theta_m = \varphi + \delta$ ;  $x_C = x_A + b \cos \Theta_b$ ;  $y_C = b \sin \Theta_b$ ;  $x_F = x_C + m \cos \Theta_m$ ;  $y_F = y_C + m \sin \Theta_m$ .

*Ātrumi.*  $\dot{\Theta} = \dot{\varphi}$ ;  $\dot{e} = l\dot{\varphi} \cos \varphi$ ;  $\dot{c} = \dot{e}$ ;  $\dot{a} = -\frac{\dot{c}c}{a}$ ;  $\dot{\alpha} = \frac{\dot{a}}{b \cos \alpha}$ ,  $\dot{\Theta}_b = \dot{\Theta} - \dot{\alpha} = \omega_3$ ;  $\dot{s} = \dot{a} - l\dot{\varphi} \sin \varphi = v_{21}$ ;  $v_C = b\dot{\Theta}_b$ ;  $\dot{\Theta}_m = \dot{\varphi}$ . Tālāk pēc formulu (6.23) parauga atrodam  $\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{x}_F, \dot{y}_F, v_F = \sqrt{\dot{x}_F^2 + \dot{y}_F^2}$ .

*Paātrinājumi.*  $\ddot{\Theta} = \ddot{\varphi} = 0$ ;  $\ddot{e} = -l\dot{\varphi}^2 \sin \varphi$ ;  $\ddot{c} = \ddot{e}$ ;  $\ddot{a} = -\frac{1}{a}(\dot{a}^2 + \dot{c}^2 + \dot{c}\ddot{c})$ ;  $\ddot{\alpha} = \frac{\dot{a} + b\dot{\alpha}^2 \sin \alpha}{b \cos \alpha}$ ;  $\ddot{\Theta}_b = -\ddot{\alpha} = \varepsilon_3$ ;  $\ddot{s} = \ddot{a} - l\dot{\varphi}^2 \cos \varphi = a_{21}$ ;  $a_C = b\sqrt{\omega_3^4 + \varepsilon_3^2}$ ;  $\ddot{\Theta}_m = 0$ . Aprēķinām  $\ddot{x}_C, \ddot{y}_C, \ddot{x}_F, \ddot{y}_F$  pēc formulu (6.23) parauga un  $a_F = \sqrt{\ddot{x}_F^2 + \ddot{y}_F^2}$ .

*Piezīme.* Ja aplūkoto mehānismu piedzen hidrocilindrs, tad vedošā ķēde ir 12, bet vedamā ķēde sastāv no pirmās modifikācijas diadas 34, kas satur statni. Šādā gadījumā doti  $s, \dot{s}, \ddot{s}$ ; jāatrod  $\omega_1, \omega_3, \varepsilon_1, \varepsilon_3$ . Atrisinājums ir vienkāršāks. Tā kā leņķis  $OAC$

$$\beta = \arccos \frac{b^2 + l^2 - s^2 - d^2}{2bl},$$

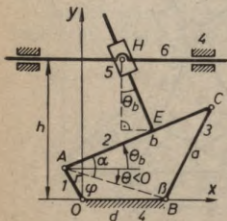
tad  $\omega_3 = -\dot{\beta}$  un  $\varepsilon_3 = -\ddot{\beta}$  aprēķinām tieši pēc formulām (6.7). Tā kā  $\varphi = \psi + \kappa$ , kur  $\psi = \arcsin \frac{b \sin \beta}{\sqrt{s^2 + d^2}}$  un  $\kappa = \arctg \frac{d}{s}$ , tad  $\omega_1 = \dot{\varphi}$  un  $\varepsilon_1 = \dot{\varphi}$  aprēķinām pēc formulām (6.9) un (6.12).

**6-3. piemērs.** 6-12. zīmējumā attēloto mehānismu piedzen kļokšis 1. Doti  $\varphi, \dot{\varphi} = \text{const}$ ; atrast slīdņa 6 ātrumu un paātrinājumu.

*Atrisinājums.* Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes 14, pirmās modifikācijas diadas 23 un ceturtās modifikācijas diadas 56.  $x_A = r \cos \varphi, y_A = r \sin \varphi$ . Lielumus  $\Theta, c = AB, \alpha, \Theta_b, x_E, y_E$  un to atvasinājumus atrodam pēc formulām (6.16)–(6.23) un (6.7). Tā kā  $x_H = x_E - (h - y_E) \text{tg } \Theta_b$ , tad saskaņā ar formulām (6.15)

$$v_6 = \dot{x}_E + \dot{y}_E \text{tg } \Theta_b - \frac{(h - y_E) \dot{\Theta}_b}{\cos^2 \Theta_b},$$

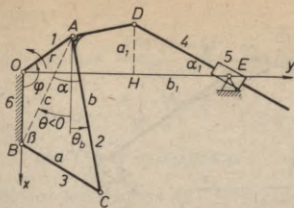
$$a_6 = \ddot{x}_E + \ddot{y}_E \text{tg } \Theta_b + \frac{1}{\cos^2 \Theta_b} [2\dot{y}_E \dot{\Theta}_b - (h - y_E) (\ddot{\Theta}_b + 2\dot{\Theta}_b^2 \text{tg } \Theta_b)].$$



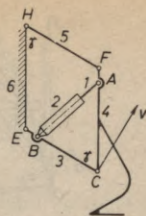
6-12. zīm.

**6-4. piemērs.** Sešlocekļu mehānismu (6-13. zīm.) piedzen kļokšis 1. Doti  $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ ; atrast  $\omega_5, \varepsilon_5$ .

*Atrisinājums.* Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes 16, pirmās modifikācijas diadas 23 un trešās modifikācijas diadas 45. Koordinātu asis izvēlamies atbilstoši 6-13. zīm.  $x_A = r \cos \varphi, \dot{x}_A = -r\dot{\varphi} \sin \varphi, \ddot{x}_A = -r(\dot{\varphi} \sin \varphi + \ddot{\varphi} \cos \varphi)$ ;  $y_A = r \sin \varphi, \dot{y}_A = r\dot{\varphi} \cos \varphi, \ddot{y}_A = r(\dot{\varphi} \cos \varphi - \ddot{\varphi} \sin \varphi)$ . Lielumus  $\Theta, c, \alpha, \Theta_b, x_C, y_C$  un to atvasinājumus atrodam pēc formulām (6.16)–(6.23) un (6.7), bet  $x_D, y_D$  pēc formulām (6.29). No



6-13. zīm.



6-14. zīm.

mainīgā taisnleņķa trīsstūra  $DHE$ , kuram  $a_1 = -x_D$ ,  $b_1 = OE - y_D$ , pēc formulām (6.12) aprēķinām  $\alpha_1$ ,  $\dot{\alpha}_1 = -\omega_5$ ,  $\ddot{\alpha}_1 = -\varepsilon_5$ .

**6-5. piemērs.** Atrisināt 5-5. piemēru analītiski.

**Atrisinājums.** Klanīgā ventilatora mehānisms (5.29. zīm.) sastāv no vedošās ķēdes 12 un pirmās modifikācijas diadas 34, kura satur statni. Doti  $\angle OAB = \varphi$ ,  $\dot{\varphi} = \text{const}$ . Aprēķinām no vedošās ķēdes kustības atkarīgo garumu  $c = OB$  un tā atvasinājumus pēc formulām (6.8), bet leņķus  $\alpha = \angle COB$ ,  $\beta = \angle OCB$ ,  $\delta = \angle BOA$  un to atvasinājumus pēc formulām (6.7). Atbilde:  $\omega_1 = \dot{\alpha} + \dot{\delta}$ ,  $\varepsilon_1 = \ddot{\alpha} + \ddot{\delta}$ ,  $\omega_3 = -\dot{\beta}$ ,  $\varepsilon_3 = -\ddot{\beta}$ .

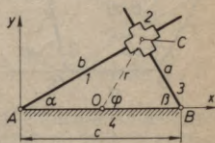
**6-6. piemērs.** Arkla izcelšanas mehānismu (6-14. zīm.) piedzen hidrocilindrs. Doti  $AB = c$ ,  $\dot{c} = \text{const}$ ; atrast arkla izcelšanas ātrumu  $v$  un paātrinājumu  $a$ .

**Atrisinājums.** Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes 12 un divām pirmās modifikācijas diadām 34 un 56. Apzīmējam  $BC = a$ ,  $AC = b$  un pēc formulām (6.7) aprēķinām  $\gamma$ ,  $\dot{\gamma}$ ,  $\ddot{\gamma}$ . Atbilde:  $v = v_c = \dot{\gamma} \cdot EC$ ;  $a = a_c = EC \sqrt{\dot{\gamma}^4 + \dot{\gamma}^2}$ .

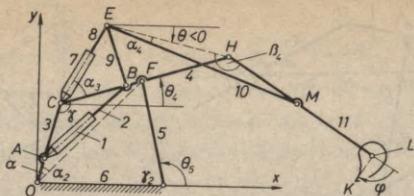
**6-7. piemērs.** 6-15. zīmējumā attēloto mehānismu piedzen loceklis 1. Doti  $a$ ,  $\dot{a}$ ,  $\ddot{a}$ ; atrast  $v_c$ ,  $a_c$  un relatīvos slīdes ātrumus un paātrinājumus.

**Atrisinājums.** Mehānisms sastāv no vedošās ķēdes 14 un piektās modifikācijas diadas 23. Kontūrs  $ABC$  ir mainīgs taisnleņķa trīsstūris ar nemainīgu hipotenūzu  $c$ . Tāpēc punkta  $C$  trajektorija ir aploce ar centru hipotenūzas viduspunktā un rādiusa  $r = OC$  leņķis  $\varphi = 2\alpha$ . Tātad  $v_c = \dot{\varphi}r = \dot{a}c$ ,  $a_c = r \sqrt{\dot{\varphi}^4 + \dot{\varphi}^2} = c \sqrt{4\dot{\alpha}^4 + \dot{\alpha}^2}$ . Tā kā  $b = c \cos \alpha$ ,  $a = c \sin \alpha$ , tad relatīvie slīdes ātrumi  $v_{21} = \dot{b} = -\dot{\alpha} \sin \alpha$ ,  $v_{23} = \dot{a} = \dot{\alpha} \cos \alpha$  un relatīvie slīdes paātrinājumi  $a_{21} = \ddot{b} = -c(\ddot{\alpha} \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 \cos \alpha)$ ,  $a_{23} = \ddot{a} = c(\ddot{\alpha} \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \sin \alpha)$ .

**6-8. piemērs.** Ekskavatora mehānismu (6-16. zīm.) vienlaikus piedzen divi



6-15. zīm.



6-16. zīm.

hidrocilindri. Doti atstatumi  $AB$ ,  $CE$  un to konstantie izmaiņas ātrumi. Izdarīt mehānisma kinemātisko analīzi.

Atrisinājums. Šis otrās šķiras mehānisms satur divas vedošās ķēdes 12 un 78. Ja par galveno vedošo ķēdi izvēlamies 12, tad nosacītā vedamā ķēde sastāv no pirmās modifikācijas diadām 34, 56, 7-8, 9 un 10, 11. Aprēķina gaita ir šāda.

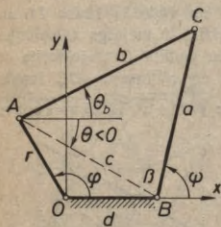
Pēc formulām (6.7) un (6.8) aprēķinām  $\gamma$ ,  $OF$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_2$ ,  $\gamma_2$ ; tad  $\Theta_3 = \alpha + \alpha_2$ ,  $\Theta_5 = \pi - \gamma_2$  un  $x_C = OC \cos \Theta_3$ ,  $y_C = OC \sin \Theta_3$ ,  $x_F = GF \cos \Theta_5$ ,  $y_F = GF \sin \Theta_5$ ; pēc formulām (6.29) atrodam  $x_B$ ,  $y_B$ ,  $x_H$ ,  $y_H$  un pēc (6.16), (6.18), (6.20) aprēķinām  $\Theta_4$ . Pēc formulām (6.7) aprēķinām  $\alpha_3$ , tad  $\Theta_7 = \Theta_4 + \alpha_3$ ,  $x_E = x_C + CE \cos \Theta_7$ ,  $y_E = y_C + CE \sin \Theta_7$ . Izejot no atstastās punktu  $E$  un  $H$  kustības, aprēķinām diadu  $EMH$  pēc formulām (6.16)–(6.23), atrodot lielumus  $\Theta < 0$ ,  $\alpha_4 < 0$ ,  $\beta_4 < 0$ ,  $\Theta_{10}$ ,  $\Theta_{11}$ ,  $x_M$ ,  $y_M$ . Kausa centra kustību nosaka  $x_L = x_M + ML \cos \Theta_{11}$ ,  $y_L = y_M + ML \sin \Theta_{11}$ . Visas uzrādītās formulas dod ne tikai stāvokli, bet arī ātrumus un paātrinājumus. Ja zināms kausa relatīvās rotācijas likums  $\varphi = \varphi(t)$ , tad kausa zobu stāvokli un kustību nosaka  $x_K = x_L + LK \cos(\Theta_{11} - \varphi)$ ,  $y_K = y_L + LK \sin(\Theta_{11} - \varphi)$ .

#### 6-4. Šarnīru četrstūris

Ar šarnīru četrstūri — šo ļoti izplatīto mehānismu iepazīnāties 4-2. paragrāfā. Četros no iepriekšējiem piemēriem šarnīru četrstūris ir mehānisma kinemātiskās ķēdes sastāvdaļa. Šarnīru četrstūri izmanto gan kā virzītājmehānismu, gan kā pārnēsūmehānismu. Sevišķi pēdējā gadījumā svarīgi zināt šī mehānisma stāvokļa un pārnēsūma funkcijas.

Lai iegūtu stāvokļa funkcijas  $\psi = \psi(\varphi)$  analītiskās izteiksmes, izmantosim trīsstūru metodi. Tā kā 6-17. zīmējumā  $\Theta < 0$ , tad  $\beta = \pi - \psi + \Theta$  un

$$\begin{aligned} \cos \beta &= -\cos(\Theta - \psi) = \\ &= -\cos \Theta \cos \psi - \sin \Theta \sin \psi. \end{aligned} \quad (1)$$



6-17. zīm.

Bez tam

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad \sin \Theta = -\frac{r \sin \varphi}{c}, \\ \cos \Theta &= \frac{d - r \cos \varphi}{c}, \quad \sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi}, \\ c^2 &= r^2 + d^2 - 2rd \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Ievietojot izteiksmes (2) formulā (1), iegūstam stāvokļa funkciju atklātā veidā:

$$\psi = \arccos \frac{m \pm k \sqrt{1 + k^2 - m^2}}{1 + k^2}, \quad (6.30)$$

kur

$$m = \frac{B^2 - A^2 - D^2 - 1 + 2D \cos \varphi}{2A(D - \cos \varphi)}, \quad k = \frac{\sin \varphi}{D - \cos \varphi},$$

$$A = \frac{a}{r}, \quad B = \frac{b}{r}, \quad D = \frac{d}{r}.$$

Izslēdzot leņķi  $\delta$  no vienādojumiem (6.1), iegūstam stāvokļa funkciju apslēptā veidā:

$$C - D_1 \cos \varphi + D \cos \psi = \cos(\varphi - \psi), \quad (6.31)$$

$$\text{kur } C = \frac{r^2 + a^2 + d^2 - b^2}{2ar}, \quad D_1 = \frac{d}{a}.$$

Diferencējot vienādojumu (6.31) pēc laika, atrodam abas pārnesuma funkcijas:

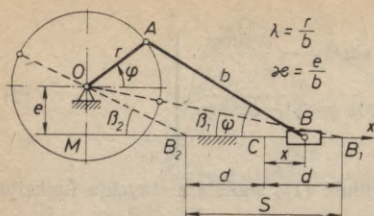
$$\dot{\psi} = \dot{\varphi} \frac{D_1 \sin \varphi + \sin(\varphi - \psi)}{D \sin \psi + \sin(\varphi - \psi)} = \dot{\varphi} \Phi; \quad (6.32)$$

$$\ddot{\psi} = \ddot{\varphi} \Phi + \frac{D_1 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi - D \dot{\psi}^2 \cos \psi + (\dot{\varphi} - \dot{\psi})^2 \cos(\varphi - \psi)}{D \sin \psi + \sin(\varphi - \psi)}. \quad (6.33)$$

Formulas (6.30), (6.32), (6.33) izteic vedamā locekļa  $BC$  stāvokli, leņķisko ātrumu un paātrinājumu kā vedošā locekļa  $OA$  stāvokļa leņķiskā ātruma un paātrinājuma un mehānisma izmēru atklātas funkcijas.

## 6-5. Kloķa-slidņa mehānisms

Kloķa-slidņa mehānisms ir visizplatītākais stienmehānisms. Tāpēc liela nozīme ir slidņa kustības izpētīšanai atkarībā no kloķa kustības un mehānisma izmēriem [63, 64, 65].



6-18. zīm.

Ieņķa trīsstūriem  $OMB_1$  un  $OMB_2$ , kuriem  $OB_1 = b+r$  un  $OB_2 = b-r$ , atrodam

$$S = 2r\sigma_3 \quad (6.34)$$

$$\text{kur } \sigma = \frac{1}{2\lambda} [\sqrt{(1+\lambda)^2 - \kappa^2} - \sqrt{(1-\lambda)^2 - \kappa^2}].$$

Koeficienta  $\sigma$  vērtības dotas 6-1. tabulā. Redzams, ka centrālā kloķa-slīdņa mehānisma slīdņa gājiens  $S=2r$ , bet dezaksiālā —  $S > 2r$ .

6-1. tabula

$\lambda \backslash \kappa$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	1	1	1	1	1	1
0,1	1,0050	1,0051	1,0053	1,0056	1,0060	1,0068
0,2	1,0206	1,0209	1,0216	1,0228	1,0249	1,0284
0,3	1,0483	1,0489	1,0506	1,0541	1,0598	1,0697
0,4	1,0911	1,0924	1,0964	1,1041	1,1180	1,1457

Relatīvi gariem kļāņiem  $\lambda$  ir mazs un  $\sigma$  gandrīz nav atkarīgs no  $\lambda$ ; tā kā

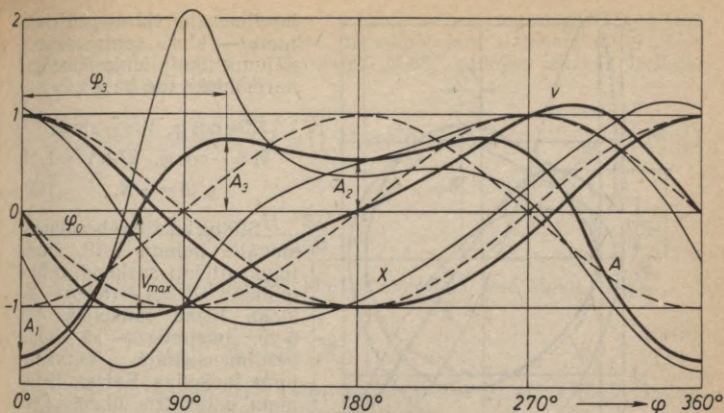
$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sigma = \frac{1}{\sqrt{1-\kappa^2}} \approx 1 + \frac{\kappa^2}{2},$$

tad lauksaimniecības mašīnās šādos gadījumos lieto formulu

$$S \approx 2r \left( 1 + \frac{\kappa^2}{2} \right). \quad (6.35)$$

Kloķa-slīdņa mehānisma stāvokļa funkciju izsakām kā slīdņa šarnīra  $B$  novirzi no slīdņa gājiens viduspunkta  $C$ , t. i.,

$$x = MB - MB_2 - d = r \cos \varphi + b \cos \psi - (b-r) \cos \beta_2 - r\sigma$$



6-19. zīm.

jeb

$$x = r \left( \cos \varphi + \frac{\cos \psi}{\lambda} + K \right), \quad (6.36)$$

kur  $K = \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right) \cos \beta_2 - \sigma$  un  $\beta_2 = \arcsin \frac{\kappa}{1 - \kappa}$  ir konstanti, bet  $\psi = \arcsin(\kappa + \lambda \sin \varphi)$  mainīgs. Diferencējot izteiksmi (6.36) pēc laika, iegūstam abas pārnesešanas funkcijas — slīdņa ātruma un paātrinājuma izteiksmes:

$$v = -r\omega (\sin \varphi + \cos \varphi \operatorname{tg} \psi), \quad (6.37)$$

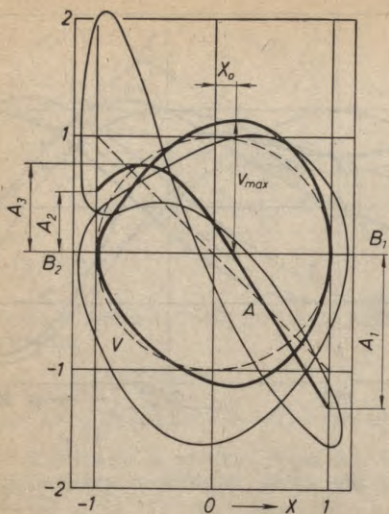
$$a = -r\varepsilon (\sin \varphi + \cos \varphi \operatorname{tg} \psi) - r\omega^2 \left( \cos \varphi - \sin \varphi \operatorname{tg} \psi + \frac{\lambda \cos^2 \varphi}{\cos^3 \psi} \right), \quad (6.38)$$

kur  $\omega$  un  $\varepsilon$  ir kloķa leņķiskais ātrums un paātrinājums.

Tālāk aplūkosim tikai kloķa vienmērīgu rotāciju ( $\varepsilon = 0$ ). Tad slīdņa pārvietojumu, ātrumu un paātrinājumu varam izteikt šādi:

$$x = rX, \quad v = r\omega V, \quad a = r\omega^2 A. \quad (6.39)$$

Seit  $X$ ,  $V$ ,  $A$  ir bezdimensionāli lielumi, kuru izteiksmes redzamas iepriekšējās formulās. Bezdimensionālā pārvietojuma vienība ir kloķa garums, bezdimensionālā ātruma — kloķa centra ātrums,



6-20. zīm.

bezdimensionālā paātrinājuma — kloķa centra paātrinājums. Ja slīdnis kustētos harmoniski, tad būtu

$$\begin{aligned} X &= \cos \varphi, \quad V = -\sin \varphi, \\ A &= -\cos \varphi, \quad X^2 + V^2 = 1, \\ A &= -X. \end{aligned}$$

Slīdņa kustības bezdimensionālie lielumi 6-19. zīmējumā attēloti saskaņā ar formulām (6.36)–(6.39) kā kloķa leņķa funkcijas, bet 6-20. zīmējumā — kā slīdņa bezdimensionālā pārvietojuma funkcijas. Katram lielumam dotas trīs līknes: dezaksiālā mehānisma ar  $\alpha=0,4$  un  $\lambda=0,5$  līkne (tieva līnija), centrālā mehānisma ar  $\alpha=0$  un  $\lambda=0,5$  līkne (resna līnija) un harmoniskās kustības līkne (pārtraukta līnija). Redzams (6-19. zīm.), ka centrālā mehānisma slīdņa kus-

tība ir simetriska pret gājienu galapunktiem. Harmoniskā kustībā simetrija bez tam ir arī pret gājienu viduspunktu, jo  $X, V, A$  līknes 6-19. zīmējumā ir sinusoidas, bet 6-20. zīmējumā  $V$  līkne ir aploce ar rādīusa garumu 1 un centru gājienu viduspunktā, bet līkne  $A$  ir taisne, kas iet  $45^\circ$  leņķī caur gājienu viduspunktu.

Aplūkosim centrālo kloķa-slīdņa mehānismu, kuram  $\alpha=0, \beta_2=0, \sigma=1$ , bet  $0 \leq \lambda \leq 1$ , jo pretējā gadījumā nav iespējams pilns kloķa apgrieziena.

Ja  $\lambda=0$  un  $\epsilon=0$ , tad formulas (6.36)–(6.38) apraksta harmonisko kustību; to kloķa vienmērīgas rotācijas gadījumā dod sinusa mehānisms (4-5. zīm.). Tāpēc sinusa mehānismu sauc arī par kloķa-slīdņa mehānismu ar bezgalīgi garu klani. Tātad, *jo mazāks ir  $\lambda$ , jo tuvāka ir slīdņa kustība harmoniskai*. Parametram  $\lambda$  palielinoties, slīdņa kustība arvien vairāk atšķiras no harmoniskās, bet, kad  $\lambda=1$ , pēkšņi kļūst atkal harmoniska. Sajā sevišķā robežgadījumā kloķis ar klani ir vienāda garuma (4-18. zīm.), klaņa punkti apraksta elipses un slīdņa gājienu garums  $S=4r$ .

Centrālā kloķa-slīdņa mehānisma slīdņa vidējais ātrums

$$v_{\text{vid}} = \frac{2S}{T} = \frac{2 \cdot 2r}{2\pi/\omega} = r\omega \frac{2}{\pi} = 0,6366 r\omega, \quad (6.40)$$

bet maksimālo ātrumu varam aprēķināt pēc formulas (6.37), ja tajā ievieto  $\varphi = \varphi_0$ , kur  $\varphi_0$  ir slīdņa maksimālajam ātrumam atbilstošais kloķa leņķis. Pielīdzinot formulas (6.38) pēdējās iekavās ieslēgto izteiksmi nullei, atrodam

$$\sin \varphi_0 = \pm \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{3} [1 + 4 \cos(\delta - 120^\circ)]}, \quad (6.41)$$

kur

$$\delta = \frac{1}{3} \arccos \frac{11 - 27\lambda^2}{16}.$$

Kloķis ir perpendikulārs klanim momentā, kad kloķa leņķis

$$\varphi_s = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}; \quad (6.42)$$

tas izriet (6-18. zīm., kad  $e=0$ ) no taisnleņķa trīsstūra  $OAB$ . Slīdņa gājiņa viduspunktam  $C$  atbilstošais leņķis

$$\varphi_c = \arccos \frac{\lambda}{2}, \quad (6.43)$$

kas secināms no vienādsānu trīsstūra  $OAB$ . Ievietojot  $\varphi_0$  un  $\varphi_s$  formulā (6.36), atrodam koordināti maksimālā ātruma momentā un momentā, kad kloķis perpendikulārs klanim. Šie lielumi doti 6-2. ta-

6-2. tabula

$\lambda$	$\varphi_0$	$\varphi_s$	$\varphi_c$	$X_0$	$X_s$	$V_{\max}$
0	90°	90°	90°	0	0	1
0,2	79°07'	78°41'	84°16'	0,0916	0,0990	1,020
0,4	70°33'	68°12'	78°28'	0,1484	0,1926	1,079
0,6	65°28'	59°02'	72°32'	0,1451	0,2770	1,180
0,8	63°26'	51°20'	66°25'	0,0703	0,3508	1,352
1	90°	45°	60°	-1	0,4142	2

bulā. Redzams, ka kustībā uz kloķa pusi slīdnis sasniedz maksimālo ātrumu pēc momenta, kad kloķis perpendikulārs klanim. Parasti tas notiek pirms gājiņa viduspunkta, bet, ja  $\lambda > 0,864$ , tad pēc viduspunkta. Minimālais  $\varphi_0$  ir mehānismā ar  $\lambda = 0,7906$ , bet maksimālais  $X_0 = 0,152$  ir mehānismā ar  $\lambda \approx 0,5$ .

Slīdņa paātrinājuma ekstrēmiem atbilstošos kloķa leņķus atrodam, atvasinot formulas (6.38) pēdējās iekavās ieslēgto izteiksmi pēc  $\varphi$  un pielīdzinot to nullei. Divi ekstrēmi

$$a_1 = -r\omega^2(1 + \lambda), \quad a_2 = r\omega^2(1 - \lambda) \quad (6.44)$$

atrodas miera punktos  $B_1, B_2$ , kad  $\varphi_1=0$  un  $\varphi_2=180^\circ$ , bet trešais — pie leņķa  $90^\circ < \varphi_3 < 180^\circ$  iestājas mehānismos, ja  $\lambda > 0,2638$ . Šis trešais ekstrēms  $a_3$  kļūst pēc absolūtās vērtības vislielākais, ja  $\lambda > 0,88$ .

Slīdņa kustības aprēķinam bieži lieto aptuvenās formulas. Ja formulā (6.36) ievieto  $\cos \psi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$ , izvirzītu Ņūtona binoma rindā, un izvirzījuma sinusus aizvieto ar kosinusiem, tad iegūstam

$$x = r \left[ \cos \varphi - \frac{1}{\lambda} (1 - A_0 - A_2 \cos 2\varphi - A_4 \cos 4\varphi - \dots) \right]. \quad (6.45)$$

Diferencējot šo formulu pēc laika, atrodam, ka

$$v = -r\omega \left[ \sin \varphi + \frac{1}{\lambda} (2A_2 \sin 2\varphi + 4A_4 \sin 4\varphi + \dots) \right], \quad (6.46)$$

$$a = -r\omega^2 \left[ \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} (4A_2 \cos 2\varphi + 16A_4 \cos 4\varphi + \dots) \right]. \quad (6.47)$$

Sajās formulās koeficienti

$$A_0 = 1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4 - \frac{5}{256} \lambda^6 - \dots,$$

$$A_2 = \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{16} \lambda^4 + \frac{15}{512} \lambda^6 + \dots,$$

$$A_4 = -\frac{1}{64} \lambda^4 - \frac{3}{256} \lambda^6 - \dots,$$

indeksam augot, ļoti strauji dilst (sk. 6-3. tabulu).

6-3. tabula

$\lambda$	$A_0$	$A_2$	$A_4$	$A_6$
0,143	0,994874	0,005126	-0,000007	0,00000002
0,286	0,979272	0,020838	-0,000111	0,00000110

Ja formulā (6.36) ievietojam  $\cos \psi$  izvirzījuma pirmos divus locekļus, tad

$$x \approx r \left( \cos \varphi - \frac{\lambda}{2} \sin^2 \varphi \right). \quad (6.48)$$

Diferencējot šo izteiksmi pēc laika, iegūstam formulas

$$v \approx -r\omega \left( \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right), \quad (6.49)$$

$$a \approx -r\omega^2 (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi), \quad (6.50)$$

kuras plaši lieto virzuļmašīnu teorijā. Šo formulu kļūdas raksturo 6-4. tabula.

6-4. tabula

$\lambda$	$(\delta X)_{\max}$	$\Psi_{\delta X_{\max}}$	$(\delta V)_{\max}$	$\Psi_{(\delta V)_{\max}}$	$(\delta A)_{\max}$	$\Psi_{\delta A_{\max}}$
0	0	} 90°	0	60°	0	} 90°
0,1	0,0001		0,0002	60°03'	0,0005	
0,3	0,0035		0,0047	60°28'	0,0145	
0,5	0,0179		0,0237	61°21'	0,0774	
0,7	0,0584		0,0791	63°13'	0,2802	
0,9	0,1768		0,2546	68°08'	1,1647	
1	0,5		1	90°	$\infty$	

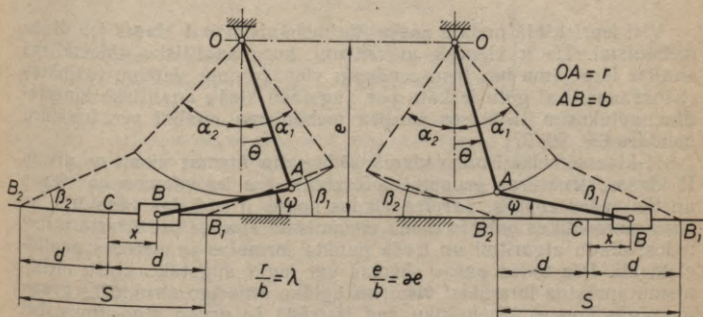
### 6-6. Svārstīklas-slīdņa mehānisms

Ja dezaksiālam kloķa-slīdņa mehānismam (6-18. zīm.) klanis ir tik īss, ka kloķis pilnu apgriezīenu nevar izdarīt, tad to sauc par svārstīklas-slīdņa mehānismu. Parametrs  $\lambda$  šeit ir tuvs 1 vai lielāks par 1. Tāpēc aptuvenās formulas dod lielas kļūdas. Precīzās formulas, kas izvestas saskaņā ar 6-21. zīmējumu tāpat kā formulas (6.36) — (6.38), ir šādas:

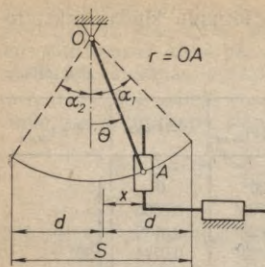
$$S = 2r\sigma, \quad (6.51)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \left[ \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 \mp \frac{1}{\lambda} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) \right], \quad (6.52)$$

$$x = r \left( \sin \theta \mp \frac{\cos \psi}{\lambda} \pm K \right), \quad (6.53)$$



6-21. zīm.



6-22. zīm.

$$v = r\dot{\theta}(\cos \theta \pm \sin \theta \operatorname{tg} \psi), \quad (6.54)$$

$$a = r\ddot{\theta}(\cos \theta \pm \sin \theta \operatorname{tg} \psi) \pm \pm r\dot{\theta}^2(\mp \sin \theta + \cos \theta \operatorname{tg} \psi + \frac{\lambda \sin^2 \theta}{\cos^3 \psi}), \quad (6.55)$$

kur augšējās zīmes attiecas uz kreiso mehānismu, bet apakšējās — uz labo. Kreisajam mehānismam  $K = \sin \alpha_2 +$

$$+ \frac{\cos \beta_2}{\lambda} - \sigma, \text{ labajam — } K = \sin \alpha_1 +$$

$$+ \frac{\cos \beta_1}{\lambda} - \sigma. \text{ Ja } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \text{ tad } \beta_1 = \beta_2 = \beta, \sigma = \sin \alpha, K = \frac{\cos \beta}{\lambda}.$$

Iepriekšējās formulas ievērojami vienkāršojas, ja kļauņa garums  $b \rightarrow \infty$ . Tad rodas 6-22. zīmējumā attēlotais mehānisms, kuram

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2), \quad (6.56)$$

$$x = r(\sin \theta + K), \quad (6.57)$$

$$v = r\dot{\theta} \cos \theta, \quad (6.58)$$

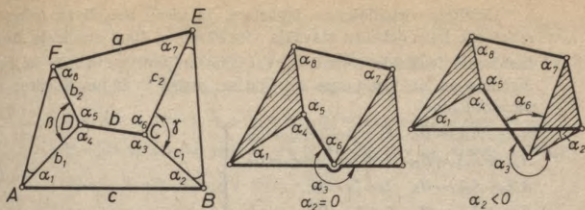
$$a = r(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta). \quad (6.59)$$

Šeit  $K = \sigma - \sin \alpha_1 = \sin \alpha_2 - \sigma$ . Pēdējās formulas var lietot formulu (6.51) — (6.55) vietā tikai pie maziem  $\lambda$ .

## 6-7. Augstāku kļauņu mehānismi

Visi iepriekšējā nodaļā apskatītie mehānismi ir I klases jeb diadu mehānismi. Tie ir vienīgie mehānismi, kuru analītiska kinemātiskā analīze iespējama bez transcendentu vienādojumu sistēmu tuvinātas risināšanas. Lai gūtu ieskatu par augstāku kļauņu analītisko kinemātiku, aplūkosim II klases šarnīru mehānismu analīzi pēc trīsstūru metodes [29, 76, 77].

II klases mehānismu vedamā ķēde satur vismaz vienu no divām II klases struktūras grupām (3-5. zīm.), kas iegūstamas no vienas un tās pašas kopnes. Šarnīru diadas kopne ir mainīgs trīsstūris, uz kura kinemātikas balstās diadu mehānismu analīze pēc trīsstūru metodes; diadu algoritmi un trešā punkta formulas ir metodes papild-elementi. Pēc tādas pašas shēmas var iegūt augstāku kļauņu mehānismu aprēķina formulas: vispirms aplūko attiecīgo struktūras grupu mainīgās kopnes kinemātiku, tad izstrādā šo grupu algoritmus, bet formulas (6.29) noderīgas aprēķinu veikšanai vienam loceklim.



6-23. zīm.

II klases šarnīru grupu fermā (6-23. zīm.) ir divi slēgti kontūri, kuru iekšējie leņķi  $\alpha_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ) jāaprēķina; daži no tiem var būt negatīvi vai nulle.

Vienādojumu, kas saista četrstūra diagonālei pretleņķus ar četrstūra malām, sauc par *diagonāles vienādojumu*. Tā, piemēram, diagonāles  $BD$  vienādojums ir

$$BD^2 = c^2 + b_1^2 - 2cb_1 \cos \alpha_1 = b^2 + c_1^2 - 2bc_1 \cos \alpha_3.$$

Leņķu  $\alpha_i$  aprēķināšanai varam uzrakstīt šādus *stāvokļa vienādojumus*:

$$\left. \begin{aligned} a_1 \cos \alpha_1 + a_3 \cos \alpha_3 + b_{13} &= 0, & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 - 2\pi &= 0, \\ a_2 \cos \alpha_2 + a_4 \cos \alpha_4 + b_{24} &= 0, & \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 - 2\pi &= 0, \\ a_5 \cos \alpha_5 + a_7 \cos \alpha_7 + b_{57} &= 0, & \alpha_3 + \alpha_6 - (2\pi - \gamma) &= 0, \\ a_6 \cos \alpha_6 + a_8 \cos \alpha_8 + b_{68} &= 0, & \alpha_4 + \alpha_5 - (2\pi - \beta) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.60)$$

Pirmie četri vienādojumi ir diagonāļu vienādojumi, piektais un sestais — *kontūru slēgšanās vienādojumi*, septītais un astotais — iekšējo šarnīru  $C$  un  $D$  *apejas vienādojumi*. Vienādojumu (6.60) koeficientu izteiksmes ir šādas:

$$\left. \begin{aligned} a_1 = cb_1, & a_5 = bb_2, & b_{13} &= 1/2(b^2 - c^2 - b_1^2 + c_1^2), \\ a_2 = cc_1, & a_6 = bc_2, & b_{24} &= 1/2(b^2 - c^2 - c_1^2 + b_1^2), \\ a_3 = -bc_1, & a_7 = -ac_2, & b_{57} &= 1/2(a^2 + b^2 - b_2^2 + c_2^2), \\ a_4 = -bb_1, & a_8 = -ab_2, & b_{68} &= 1/2(a^2 + b^2 - c_2^2 + b_2^2). \end{aligned} \right\} \quad (6.61)$$

Stāvokļa vienādojumus (6.60) varam atrisināt tikai tuvināti, bet ar nepieciešamo precizitāti. Atbilstoši Ņūtona metodei nezināmos  $\alpha_i$  aizvieto ar tuvinātām vērtībām, kuras varam iegūt kaut vai no fermas rasējuma. Tad vienādojumu labās puses nebūs nulle, bet līdzināsies lielumiem  $f_i$ , kurus sauc par kļūdām. Kļūdu samazināšanai sastādām katram stāvokļa vienādojumam  $f_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8) = 0$  atbilstošu korekciju vienādojumu

$$\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_1} \Delta \alpha_1 + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_2} \Delta \alpha_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_8} \Delta \alpha_8 + f_i = 0,$$

kurā lielumi  $\Delta \alpha_i$  ir leņķu  $\alpha_i$  korekcijas.

Līdzīgus vienādojumus iegūstam, ja vienu vai divas reizes diferencē pēc laika jebkuru stāvokļa vienādojumu, tikai korekciju  $\Delta\alpha_i$  vietā iņem leņķiskie ātrumi  $\dot{\alpha}_i$  vai paātrinājumi  $\ddot{\alpha}_i$ . Tāpēc korekcijas, ātrumu un paātrinājumus aprēķinām, atrisinot šādus lineārus darba vienādojumus:

$$\left. \begin{aligned} A_1\dot{\xi}_1 + A_3\dot{\xi}_3 &= B_1, & \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 &= B_5, \\ A_2\dot{\xi}_2 + A_4\dot{\xi}_4 &= B_2, & \xi_5 + \xi_6 + \xi_7 + \xi_8 &= B_6, \\ A_5\dot{\xi}_5 + A_7\dot{\xi}_7 &= B_3, & \xi_3 + \xi_6 &= B_7, \\ A_6\dot{\xi}_6 + A_8\dot{\xi}_8 &= B_4, & \xi_4 + \xi_5 &= B_8, \end{aligned} \right\} \quad (6.62)$$

kur visos gadījumos

$$A_i = a_i \sin \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, 8.$$

Ja darba vienādojumus lietojam kā korekciju vienādojumus, tad  $B_i = f_i, i = 1, 2, 3, 4; B_i = -f_i, i = 5, 6, 7, 8.$

Darba vienādojumu (6.62) atrisinājumā iegūtās korekcijas  $\Delta\alpha_i = \dot{\xi}_i$  pieskaitām leņķu  $\alpha_i$  sākotnējām vērtībām un iegūstam uzlabotas šo leņķu vērtības. Pēdējās ievieto stāvokļa vienādojumos (6.60) un aprēķinām samazinātās kļūdas  $f_i$ . Ja tās pieļaujamas, tad stāvokļa aprēķins izdarīts. Pretējā gadījumā korekciju uzlabošana jāatkārto. Iegūtā tuvinājuma precizitāti raksturo tikai visu kļūdu kopā; iespējams, ka, kļūdu vidējai vērtībai samazinoties, kāda no kļūdām  $f_i$  palielinās.

Leņķisko ātrumu  $\dot{\alpha}_i = \dot{\xi}_i$  aprēķināšanai darba vienādojumus koeficienti  $B_i$  ir šādi:

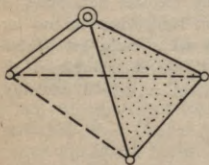
$$B_1 = \dot{b}(b - c_1 \cos \alpha_3) - \dot{c}(c - b_1 \cos \alpha_1) + \dot{c}_1(c_1 - b \cos \alpha_3) - \dot{b}_1(b_1 - c \cos \alpha_1),$$

$$B_2 = \dot{b}(b - b_1 \cos \alpha_4) - \dot{c}(c - c_1 \cos \alpha_2) + \dot{b}_1(b_1 - b \cos \alpha_4) - \dot{c}_1(c_1 - c \cos \alpha_2),$$

$$B_3 = \dot{a}(a - c_2 \cos \alpha_7) - \dot{b}(b - b_2 \cos \alpha_5) + \dot{c}_2(c_2 - a \cos \alpha_7) - \dot{b}_2(b_2 - b \cos \alpha_5),$$

$$B_4 = \dot{a}(a - b_2 \cos \alpha_8) - \dot{b}(b - c_2 \cos \alpha_6) + \dot{b}_2(b_2 - a \cos \alpha_8) - \dot{c}_2(c_2 - b \cos \alpha_6),$$

$$B_5 = 0, \quad B_6 = 0, \quad B_7 = -\dot{\gamma}, \quad B_8 = -\dot{\beta}.$$



6-24. zīm.

Jāatzīmē, ka augstāku klašu augstāku šķiru mehānismos nosacītā vedamā ķēdē var būt ne tikai mainīga garuma pavadas, bet arī mainīgi bāzes locekļi (6-24. zīm.). Tāpēc leņķi  $\gamma$  un  $\beta$  jāuzskata par mainīgiem.

Leņķisko paātrinājumu  $\ddot{\alpha}_i = \ddot{\xi}_i$  aprēķināšanai koeficienti  $B_i$  darba vienādojumos ir šādi:

$$B_1 = \ddot{b}(b - c_1 \cos \alpha_3) - \ddot{c}(c - b \cos \alpha_1) + \ddot{c}_1(c_1 - b \cos \alpha_3) -$$

$$-\ddot{b}_1(b_1 - c \cos \alpha_1) + \dot{b}^2 - c^2 - \dot{b}_1^2 + \dot{c}_1^2 - a_1 \dot{a}_1^2 \cos \alpha_1 - a_3 \dot{a}_3^2 \cos \alpha_3 + \\ + 2[\dot{c} \dot{b}_1 \cos \alpha_1 - \dot{b} \dot{c}_1 \cos \alpha_3 + (\dot{b} \dot{c}_1 + \dot{c}_1 \dot{b}) \dot{a}_3 \sin \alpha_3 - (\dot{c} \dot{b}_1 + \dot{b}_1 \dot{c}) \dot{a}_1 \sin \alpha_1];$$

$$B_2 = [c_1 = b_1, \alpha_3 = \alpha_4, b_1 = c_1, \alpha_1 = \alpha_2, a_1 = a_2, \alpha_3 = \alpha_4];$$

$$B_3 = [b = a, c_1 = c_2, \alpha_3 = \alpha_7, c = b, b_1 = b_2, \alpha_1 = \alpha_5, a_1 = a_5, \alpha_3 = a_7];$$

$$B_4 = [b = a, c_1 = b_2, \alpha_3 = \alpha_8, c = b, b_1 = c_2, \alpha_1 = \alpha_6, a_1 = a_6, \alpha_3 = a_8];$$

$$B_5 = 0, B_6 = 0, B_7 = -\ddot{\gamma}, B_8 = -\ddot{\beta}.$$

Koeficientu  $B_2, B_3, B_4$  dabūjam no  $B_1$ , izdarot kvadrātiekvāvis norādītās izmaiņas.

Darba vienādojumu sistēmai (6.62) piemīt šāda īpašība: ja divi nezināmie  $\xi_3$  un  $\xi_4$  vai  $\xi_5$  un  $\xi_8$  atrasti, tad pēdējie divi un pirmie četri vienādojumi kļūst par pārējo sešu nezināmo atklātām izteiksmēm. Minētos divus nezināmos atrodam ar Krāmera formulām:

$$\xi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad \xi_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta},$$

kuru determinanti ir

$$\Delta = C_7 \Delta_3 + C_8 \Delta_4, \quad \Delta_3 = \sum_1^8 C_i \Delta_3 B_i, \quad \Delta_4 = \sum_1^8 C_i \Delta_4 B_i.$$

Determinantu aprēķināšanai vajadzīgie koeficienti  $C_i$  doti 6-5. tabulā.

6-5. tabula

	$C_1$	$C_3$	$C_5$	$C_7$
$\Delta_3$	$A_2 A_8 (A_5 - A_7)$	$A_1 A_8 (A_4 - A_2)$	$A_1 A_2 A_8 (A_7 - A_5)$	$A_1 A_7 (A_2 - A_4) (A_6 - A_8)$
$\Delta_4$	$A_2 A_7 (A_8 - A_6)$	$A_2 A_8 (A_1 - A_3)$	$A_1 A_2 A_7 (A_6 - A_8)$	$A_2 A_7 (A_3 - A_1) (A_6 - A_8)$
	$C_2$	$C_4$	$C_6$	$C_8$
$\Delta_3$	$A_1 A_8 (A_5 - A_7)$	$A_1 A_7 (A_4 - A_2)$	$A_1 A_7 A_8 (A_2 - A_4)$	$A_1 A_8 (A_2 - A_4) (A_5 - A_7)$
$\Delta_4$	$A_1 A_7 (A_8 - A_6)$	$A_2 A_7 (A_1 - A_3)$	$A_2 A_7 A_8 (A_3 - A_1)$	$A_2 A_8 (A_3 - A_1) (A_5 - A_7)$

Kad visi nezināmie  $\xi_i$  aprēķināti, piekto darba vienādojumu var izmantot atrisinājuma pareizības pārbaudei.

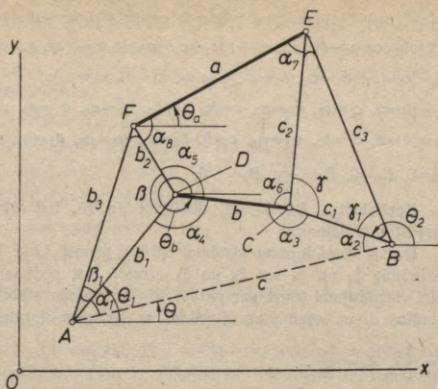
**II klases šarnīru struktūras grupu algoritmi. 2. kārtas grupa** (6-25. zīm.). Doti  $x_A, y_A, x_B, y_B, a, b, b_1, b_2, \beta, c_1, c_2, \gamma$ . Atrast  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_b, \Theta_a, x_C, y_C, x_D, y_D, x_E, y_E, x_F, y_F$ .

Pēc formulām (6.16)–(6.21) atrodam  $\Theta$  un  $c$ , bet pēc tam iepriekš aprakstītā veidā aprēķinām  $a_i$ . Tagad

$$\Theta_1 = \Theta + \alpha_1, \quad \Theta_2 = \Theta - \alpha_2 + \pi, \quad \Theta_b = \Theta_1 + \alpha_4 - \pi, \quad \Theta_a = \Theta_1 + \alpha_8 - \beta;$$

$$x_C = x_B + c_1 \cos \Theta_2, \quad y_C = y_B + c_1 \sin \Theta_2; \quad x_D = x_A + b_1 \cos \Theta_1,$$

$$y_D = y_A + b_1 \sin \Theta_1;$$



6-25. zīm.

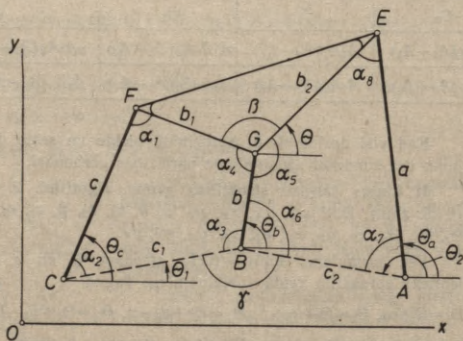
$$x_F = x_A + b_3 \cos(\Theta_1 + \beta_1), \quad y_F = y_A + b_3 \sin(\Theta_1 + \beta_1);$$

$$x_E = x_B + c_3 \cos(\Theta_2 - \gamma_1), \quad y_E = y_B + c_3 \sin(\Theta_2 - \gamma_1).$$

So formulu atvasinājumus varam uzrakstīt pēc formulu (6.22) un (6.23) parauga.

3. kārtas grupa (6-26. zīm.). Doti  $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, a, b, c, b_1, b_2, \beta$ . Atrast  $\Theta_a, \Theta_b, \Theta_c, \Theta, x_E, y_E, x_F, y_F, x_G, y_G$ .

Pēc formulām (6.16)–(6.21) nosakām  $\Theta_1, \Theta_2, c_1, c_2$  un  $\gamma = \Theta_2 - \Theta_1$ , bet pēc tam  $\alpha_i$  kā iepriekšējā gadījumā. Tagad  $\Theta_a = \Theta_2 - \alpha_1$ ,  $\Theta_b = \Theta_1 - \alpha_3 + \pi$ ,  $\Theta_c = \Theta_1 + \alpha_2$ ,  $\Theta = \Theta_b + \alpha_5 - \pi$ ;



6-26. zīm.

$$x_E = x_A + a \cos \Theta_a, y_E = y_A + a \sin \Theta_a; x_F = x_C + c \cos \Theta_c,$$

$$y_F = y_C + c \sin \Theta_c;$$

$$x_G = x_B + b \cos \Theta_b, y_G = y_B + b \sin \Theta_b.$$

So formulu atvasinājumus varam uzrakstīt tāpat kā iepriekšējā gadījumā. Redzam, ka no vienas kopnes veidotu struktūras grupu kinemātiskais aprēķins ir gandrīz identisks.

Dzintars izstrādājis metodi [29], kas ļauj augstāku klašu struktūras grupas ar slīdpāriem reducēt uz šarnīru struktūras grupām; viņš izstrādājis arī dažu trešās klases struktūras grupu algoritmus. Var pierādīt [76], ka šeit aprakstītā metode ļauj izdarīt jebkuras klases struktūras grupas kinemātisko analīzi. Aprēķinu darba daudzums pieaug līdz ar grupas klasi. Stāvokļa vienādojumos parādās augstākas kosinusa pakāpes, ja pieaug grupas kopnes slēgto kontūru malu skaits. Taču darba vienādojumi vienmēr ir lineāri.

## 7. NODAĻA

### ROTĀCIJAS PĀRVADU KINEMĀTIKA

#### 7-1. Pārvadi ar nekustīgām asīm

Rotācijas pārvadus lieto griezes pārnesšanai no dzinējvārpstas uz dzīto vārpstu. Pārnesšanu izdara tāpēc, ka dzītai vārpstai nepieciešams citāds griešanās ātrums, citāds griešanās virziens, citāds griezes ass stāvoklis nekā dzenošai vārpstai. Rotācijas pārnesšana iespējama ar zobratu, frikcijas, lokanās saites vai citiem mehānismiem (4-2. §).

Vienkāršā pārvadā ir tikai divas vārpstas. Ja pārvadā bez malējām vārpstām ir arī starpvārpstas, tad tas ir *salikts pārvads*.

Par griezes pārvada *pārnesuma attiecību* sauc dzinējvārpstas  $l$  un dzītās vārpstas  $n$  griešanās ātrumu attiecību, t. i.,

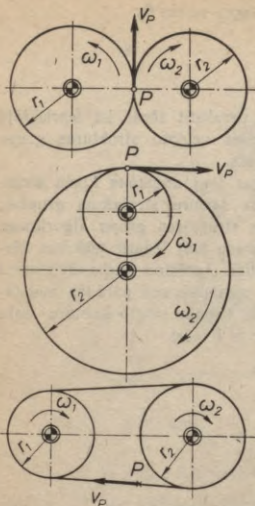
$$i_{ln} = \frac{\omega_l}{\omega_n} = \frac{n_l}{n_n} \quad (7.1)$$

Ja tam pašam pārvadam piedzen  $n$ -to vārpstu, tad

$$i_{n1} = \frac{\omega_n}{\omega_1} = \frac{1}{i_{1n}}.$$

Tātad no pretējiem rotācijas pārvada galiem aprēķinātas pārnesuma attiecības ir reciproki lielumi. Bieži pārnesuma attiecības jēdzienu lieto, nesaistot to ar pārvada piedzišanas virzienu.

Pārvados, kuriem malējās vārpstas vārpstas paralēlas, lieto šādu likumu:  $i_{1n} > 0$ , ja malējās vārpstas griežas vienā virzienā;  $i_{1n} < 0$ , ja — pretējos virzienos. Parasti griezes pārvados pārnesuma attiecība



7-1. zīm.

$i_{1n} = \text{const}$  un tās skaitliskā vērtība atkarīga no dažiem griezes pārvada raksturlielumiem.

Visbiežāk sastopamo vienkāršo griezes pārvadu kinemātiskās shēmas attēlotas 7-1. zīmējumā; pirmie divi ir frikcijas vai zobratu pārvadi, pēdējais — siksna vai ķēdes pārvads. Abos pirmajos pārvados aploces attēlo relatīvās poloīdas; tas frikcijas pārvados sakrīt ar berzes virsmām, bet zobratu pārvados — ar iedomājamām velšanās aplocēm, kas saskaras relatīvā polā  $P$  (5-14. zīm.). Punkta  $P$  ātrums visos trijos pārvados  $v_P = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ . Tāpēc šo pārvadu pārnese attiecības absolūtā vērtība

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

bet zīme — pirmajam pārvadam mīnuss, abiem pārējiem pluss. Diametri  $d$  un zobu skaiti  $z$  ir proporcionāli rādiusiem  $r$ , tāpēc vienkāršos pārvados

$$i_{12} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (7.2)$$

Zobratu pārvados pārnese attiecības izteiksme ar rādiusiem un diametriem ir pareiza tikai tad, ja nav slīdes zobu garenvirzienā (cilindriskie un koniskie zobrati); turpretī izteiksme ar zobu skaitiem ir universāla (gliemeži var uzskatīt par zobratu, kura zobu skaits vienāds ar vītnes vijumu skaitu, bieži  $z=1$ ); tā derīga arī ķēdes pārvadiem.

Saskaņā ar GOCT 16530-70 lielākā un mazākā zobrata zobu skaitu attiecību sauc par *pārnese skaitli* un apzīmē ar  $u$ . Tātad  $u \geq 1$ .

Saliktā pārvadā ar  $n$  vārpstām katras divas blakusvārpstas veido vienkāršu pārvadu; to pārnese attiecību reizinājums ir

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \dots \frac{\omega_{n-2}}{\omega_{n-1}} \cdot \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}.$$

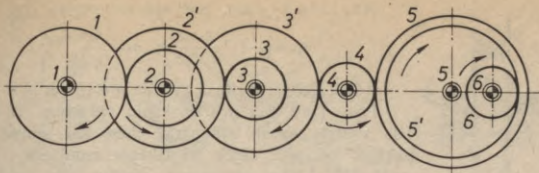
Tātad

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{23} \dots i_{(n-1)n}, \quad (7.3)$$

t. i., salikta pārvada pārnese attiecība vienāda ar visu pārvadā ietilpstošo vienkāršo pārvadu pārnese attiecību reizinājumu.

Pielietojot šo formulu 7-2. zīmējumā dotajam zobratu pārvadam,

$$i_{16} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z'_2}\right) \left(-\frac{z_4}{z'_3}\right) \left(-\frac{z_5}{z_4}\right) \left(+\frac{z_6}{z'_5}\right) = \frac{z_2 z_3 z_5 z_6}{z_1 z'_2 z'_3 z'_5}.$$



7-2. zīm.

Redzam, ka pārnesuma attiecības skaitlisko vērtību neietekmē starpzobrats 4. Tādus zobratu, kas pa vienam atrodas uz starpvārpstām, sauc par *parazītzobratiem*; tie noderīgi rotācijas virziena maiņai un atstatuma aizpildīšanai. Parasti uz katras starpvārpstas cieši nostiprināti divi zobrati; tad katras divas salikta pārveda blakusvārpstas veido *pakāpi*. Pakāpju skaits 7-2. zīmējumā ir četras.

Salikta zobrata pārvedam ar paralēlām vārpstām pārnesuma attiecības aprēķināšanai ērta ir no 7-2. zīmējuma izrietošā formula:

$$i_{1n} = (-1)^k \frac{z_n}{z_1 \dots} \quad (7.4)$$

kur  $k$  — ārējās sažobes vietu skaits, skaitītājā visu dzīto, bet saucējā visu dzenošo zobratu zobu skaitu reizinājums, parazītzobratu neievērojot. 7-2. zīmējumā  $k=4$ . Reizinātāja  $(-1)^k$  vietā varam lietot zīmējumā parādīto bultiņu metodi.

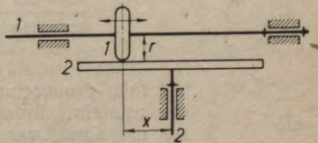
Konisko zobratu pārvedos reizinātājs  $(-1)^k$  nav lietojams, bet bultiņu metode derīga. Tā, piemēram, 7-3. zīmējumā  $i_{13} = -z_3/z_1 = -1$ , jo zobrats 2 ir parazītzobrats.

Rotācijas pārvedus, kuriem dzenošās un dzītās vārpstas ass sakrīt, sauc par *atgriezeniskiem* jeb saasotiem pārvediem (7-3. un 7-5. zīm.). Ja pārveds griešanās ātrumu palielina, tad to sauc par *multiplikatoru*, ja samazina, — par *reduktoru*. Pārvedus, kas ļauj pakāpjveidā vai nepārtraukti mainīt pārnesuma attiecību, sauc par *variatoriem*. Bezpakāpju frikcijas variatora piemērs dots 7-4. zīmējumā, kur  $i_{12} = x/r$ ; ratu 1 pārbīda pa rievotu vārpstu 1 un nepārtraukti izmaina  $x$ , reizē izmainot arī pārnesumu attiecību.

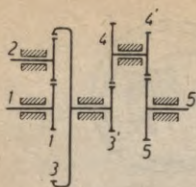
7-1. piemērs. Aprēķināt 7-5. zīmējumā dotā reduktora dzītās vārpstas 5 griešanās ātrumu un virzienu, ja dzenošā vārpsta griežas ar  $n_1$  apgr./min.



7-3. zīm.



7-4. zīm.



7-5. zīm.

Atrisinājums. Saskaņā ar formulu (7.4)

$$i_{15} = (-1)^3 \frac{z_2 z_4 z_5}{z_1 z_3 z_4}; \quad n_5 = \frac{n_1}{i_{15}}.$$

Tātad dzītā vārpsta 5 griežas pretēji vārpstai 1.

Piezīme. Šis ir trīspakāpju reduktors. Tā kā lielais zobrats nevar būt pārāk liels, tad praksē vienai pakāpei  $i_{\max} \approx 5$ , tāpēc trīspakāpju reduktoram  $i_{\max} \approx 5^3 = 125$ . Lielus pārneseuma skaitļus var sasniegt ar mazu zobratu skaitu, ja lieto zobratu pārvadus ar kustīgām asīm.

## 7-2. Pārvadi ar kustīgām asīm

Rotācijas pārvadus, kuriem viena vai dažu zobratu griežas ass ir kustīga, sauc par *planetāriem pārvadiem*, bet zobratu ar kustīgām asīm — par *satelītiem*. Satelītu skaits parasti 2...4, un to assi fiksētas rotējošā locekļī, ko sauc par *vadiklu*. Ja pārvadā ir nekustīgs zobrats, tad to sauc par *saulesratu*. Planetāros pārvadus var iedalīt šādās grupās: 1) planetpārvadi, 2) diferenciālpārvadi, 3) slēgtie diferenciālpārvadi, 4) kombinētie planetārie pārvadi. Visu šo pārvadu kinemātiku balstīsim uz iepriekšējā paragrāfā sniegto teoriju un Villisa formulu.

Villisa formulas izvedumam aplūkosim 7-6. zīmējumā doto planetāro mehānismu. Vadikla  $H$  un centrālais zobrats  $n$  rotē ap vienu un to pašu nekustīgu asi. Pārējie zobrati ir satelīti. Mehānismam ir  $n+2$  locekļi; saskaņā ar formulu (3.12) tā kustamība  $\omega = 3(n+1) - 2(n+1) - (n-1) = 2$ . Tādēļ, ja vadiklu apturēsim, mehānisms pārvērtīsies par zobratu pārvadu ar nekustīgām asīm un tā pārneseuma attiecība atbilstoši formulai (7.4) ir

$$i_{1n}^H = (-1)^k \frac{z_n}{z_1 \dots} \quad (7.5)$$

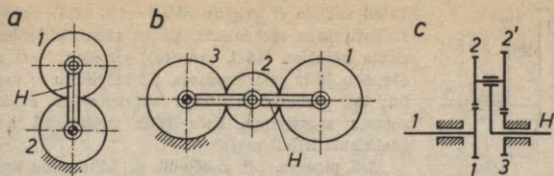
Mehānismam kustoties, tā malējo zobratu un vadiklas absolūtie leņķiskie ātrumi ir  $\omega_1$ ,  $\omega_n$ ,  $\omega_H$ . Ja dodam visam mehānismam kopīgu leņķisko ātrumu  $-\omega_H$  ap nekustīgo asi, tad vadikla kļūst nekustīga, bet malējie zobrati iegūst leņķiskos ātrumus  $\omega_1 - \omega_H$  un  $\omega_n - \omega_H$ , kuru attiecība

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = i_{1n}^H. \quad (7.6)$$

Villisa formulā (7.6) leņķisko ātrumu vietā var likt tiem proporcionālos apgrīzietu skaitus minūtē; var apmainīt indeksus 1 un  $n$  vietām, mehānismā tos nemainot; var indeksu 1 piešķirt kādam starpzobratam, lai aprēķinātu tā griešanās ātrumu. Villisa



7-6. zīm.



7-7. zīm.

formula paliek pareiza arī tad, ja mehānismu pārveido tā, ka zobrata 1 ass sakrīt ar nekustīgo zobrata  $n$  un vadīklas  $H$  asi; tad arī zobrats 1 ir centrāls un mehānisms pārvēršas par atgriezenisku planetāro pārvedu, kādus tehnikā visvairāk lieto.

**Planētpārvedi.** Planētpārvedus sauc arī par vienkāršiem planētāriem pārvediem; to raksturīga pazīme ir saulesrats. Ja zobratu  $n$  padara nekustīgu (7-6. zīm.), tad iegūst planētpārvedu. Planētpārveda kustamība  $\omega = 1$ . Tāpēc tam ir tikai divas malējās vārpstas: uz vienas novietots zobrats 1, uz otras — vadīkla  $H$ . Pārnesuma attiecību starp šīm vārpstām iegūst, ja Villisa formulā (7.6) ievieto  $\omega_n = 0$ :

$$i_{1H} = 1 - i_{1n}^H. \quad (7.7)$$

So formulu sauc par planētpārveda formulu.

**7-2. piemērs.** Planētpārveds sastāv no diviem vienādiem zobratiem (7-7. zīm. a). Cik reižu apgriežas zobrats 1, noveļoties vienu reizi ap nekustīgo zobratu 2?

**Atrisinājums.** Saskaņā ar formulu (7.7) dotā planētpārveda pārnesuma attiecība  $i_{1H} = 1 - i_{12}^H = 1 - (-1)^1 \frac{z_2}{z_1} = 2$ . Tātad  $\omega_1 = 2\omega_H$ , t. i., vadīklas  $H$  vienam apgriezienam atbilst divi satelīta 1 apgriezieni.

**7-3. piemērs.** Fergusona mehānismam (7-7. zīm. b) zobratu 1 un 3 ir vienādi. Aprēķināt zobrata 1 leņķisko ātrumu.

**Atrisinājums.**

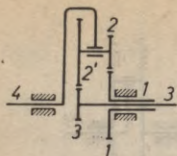
$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - (-1)^2 \frac{z_3}{z_1} = 1 - 1 = 0 = \frac{\omega_1}{\omega_H}.$$

Tātad  $\omega_1 = 0$ . Satelīts 1 atrodas virzes kustībā, t. i., riņķo bez griešanās.

**7-4. piemērs.** Devida mehānismam (7-7. zīm. c) ir četri zobratu ar šādiem zobu skaitiem:  $z_1 = 100$ ,  $z_2 = 101$ ,  $z'_2 = 100$ ,  $z_3 = 99$ . Aprēķināt pārnesuma attiecību.

**Atrisinājums.**

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - (-1)^2 \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2} = \frac{1}{10000} = \frac{\omega_1}{\omega_H}.$$



7-8. zīm.

Tātad vadīkla  $H$  griežas 10 000 reižu ātrāk nekā zobrats  $I$ . Taču šāds mehānisms, kā to rāda lietderības koeficienta aprēķins (14-3. piemērs), virzienā  $I-H$  nav piedzenams, jo ir pašbremzējošs. Kā reduktoru to var izmantot; tad vadīklaš  $H$  10 000 apgriezieniem atbilst viens zobrata apgrieziens. Taču šāda mehānisma lietderības koeficients ir ļoti mazs.

**7-5. piemērs.** 7-8. zīmējumā parādīts vītņu iegriešanas mehānisms. Iegriežot vītņi uzgriezņi vīturbis sajūgts ar vārpstu  $I$ , bet vārpsta  $3$  nobremzēta. Atpakaļgājienā vīturbis sajūgts ar vārpstu  $3$ , bet vārpsta  $I$  nobremzēta. Aprēķināt vīturbja griešanās ātrumu darba gājienā un atpakaļgājienā. Noteikt satelīta  $2$  griešanās ātrumu gultnī. Dots  $z_1=100$ ,  $z_2=50$ ,  $z'_2=100$ ,  $z_3=50$ ,  $n_4=100$  apgr./min.

Atrisinājums. Darba gājienā

$$i_{14}=1-i_{13}^{(4)}=1-(-1)^2 \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}; n_1=75 \text{ apgr./min.}$$

Atpakaļgājienā

$$i_{34}=1-i_{31}^{(4)}=1-\frac{1}{i_{13}^{(4)}}=1-4=-3; n_3=-300 \text{ apgr./min.}$$

Satelīta griešanās ātrums gultnī  $24$  ir  $n_{24}=n_2-n_4$ . Saskaņā ar Villisa formulu

$$\frac{n_2-n_4}{n_3-n_4}=i_{23}^{(4)}; n_2-n_4=i_{23}^{(4)}(n_3-n_4); i_{23}^{(4)}=-\frac{z_3}{z'_2}.$$

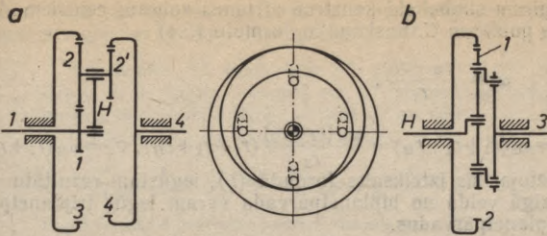
Ievietojot  $n_3=0$  un  $n_3=-300$  apgr./min., atrodam, ka darba gājienā  $n_{24}=50$  apgr./min., bet atpakaļgājienā  $n_{24}=200$  apgr./min.

Piezīme. 7-8. zīmējumā parādītais mehānisms ir diferenciālpārvals, kas par planetpārvalu pārvēršas tikai pēc vārpstas  $3$  vai vārpstas  $I$  nobremzēšanas.

Sastopami arī planetpārvaldi ar atslogotu vadīklu (7-9. zīm. *a*) un planetpārvaldi, kuriem viena no centrālajām vārpstām sajūgta ar satelītu, izmantojot nevis zobratus, bet kādu citu mehānismu, piemēram, šarnīru paralelogramu sajūgu (7-9. zīm. *b*).

Planetpārvalu ar atslogoto vadīklu var pieņemt par divu vienkāršu planetpārvalu savienojumu, kuriem abiem ir kopējs saulesrats un vadīkla. Šo vienkāršo pārvalu pārnesuma attiecību reizinājums atbilstoši formulai (7.3) ir saliktā pārvalda pārnesuma attiecība, t. i.,

$$i_{14}=i_{1H} \cdot i_{H4}=\frac{i_{1H}}{i_{4H}}=\frac{1-i_{13}^H}{1-i_{43}^H}=\frac{1+\frac{z_3}{z_1}}{1-\frac{z'_2 z_3}{z_4 z_2}}.$$



7-9. zīm.

Planētpārvadā ar piejūgto satelītu vārpsta 3 un satelīts 1 griežas vienādi, t. i.,

$$i_{1H} = 1 - i_{12}^H = 1 - \frac{z_2}{z_1} = i_{3H}.$$

Sevišķi komplicētu trajektoriju sasniegšanai dažreiz lieto biplanētpārvadus, kuri sastāv no ārējā un iekšējā planētpārvada. Ārējam planētpārvadam ir vadīkla, satelīti un nekustīgs saulesrats. Iekšējā planētpārvada saulesrats cieši saistīts ar ārējā planētpārvada vadīklu, bet iekšējā planētpārvada vadīklas funkciju izpilda ārējā planētpārvada satelīts. Iekšējā planētpārvada satelīts tad iegūst komplicētu komplānu kustību, kuras leņķisko ātrumu var noteikt, dubulti izmantojot planētpārvada formulu.

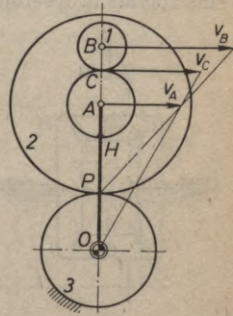
Biplanētpārvada piemērs parādīts 7-10. zīmējumā. Šeit ārējais planētpārvads sastāv no saulesrata 3, vadīklas H un satelīta 2, bet iekšējais — no saulesrata H, vadīklas 2 un satelīta 1, kura punkti apraksta komplicētas trajektorijas. Dotā biplanētpārvada pārnēsuma attiecība

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - i_{12}^H i_{23}^H;$$

$$i_{12}^H = 1 - i_{1H}^{(2)}; \quad i_{1H}^{(2)} = -\frac{r_H}{r_1};$$

$$i_{23}^H = -\frac{r_3}{r_2};$$

$$i_{1H} = 1 + \left(1 + \frac{r_H}{r_1}\right) \frac{r_3}{r_2}. \quad (a)$$



7-10. zīm.

Tāpat kā citus šī paragrāfa uzdevumus arī šo uzdevumu var atrisināt ar ātrumu plānu metodi.

Vispirms simboliski konstruē ātrumus zobratu centriem  $A$ ,  $B$  un sazobes punktam  $C$ . Saskaņā ar formulu (5.4)

$$\omega_1 = \frac{v_B - v_C}{r_1}, \quad (b)$$

kur  $v_B = \omega_2(r_1 + r_2 + r_H) = \frac{\omega_H(r_2 + r_3)}{r_2}(r_1 + r_2 + r_H)$ ,  $v_C = \omega_H(r_2 + r_3 + r_H)$ .

Ievietojot šīs izteiksmes formulā (b), iegūstam rezultātu (a).

Līdzīgā veidā no biplanetpārveda varam iegūt triplanetpārvedu un poliplanetpārvedus.

**Diferenciālpārvedi.** Par diferenciālpārvediems sauc planetāros mehānismus, kuriem kustamība  $\omega=2$ . Tāpat mehānisms (7-6. zīm.), ko lietojām Villisa formulas izvedumam ir diferenciālpārveds. Bieži diferenciālpārveds izveidots tā, ka visu trīs tā malējo vārpstu ģeometriskās asi sakrīt (7-8. zīm.).

Diferenciālpārvedu lieto, ja nepieciešams 1) no divām neatkarīgi rotējošām vārpstām piedzīt trešo vārpstu, 2) no vienas vārpstas piedzīt divas vārpstas, ļaujot tām griezties ar dažādiem ātrumiem, kas atkarīgi no šīm vārpstām pieliktiem pretestības spēkiem.

Pirmā lietošanas tipa piemērs ir diferenciālpārveds-summators, kas noderīgs matemātiskās izteiksmes

$$\varphi_H = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 \quad (1)$$

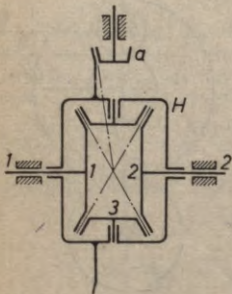
realizēšanai. Tiešām, Villisa formulai (7.6) var piešķirt šādu veidu:

$$\omega_H = \frac{1}{1 - i_{1n}^H} \omega_1 + \frac{1}{1 - i_{n1}^H} \omega_n. \quad (7.8)$$

So izteiksmi integrējot un liekot  $n=2$ , iegūstam izteiksmi (1).

Otrā lietošanas tipa piemērs ir automašīnas diferenciālpārveds (7-11. zīm.). Pusasu 1 un 2 galos nostiprināti koniskie zobrati, kas ir sazobē ar satelītiem 3. Kārbveida vadīklu  $H$  piedzen kardānvārpstas zobrats  $a$ . Ievērojot 7-3. zīmējumu, ievietojam  $i_{12}^H = -z_2/z_1 = -1$  formulā (7.8) un iegūstam automobiļa diferenciāla formulu

$$\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_H. \quad (7.9)$$



7-11. zīm.

Ja automobilis brauc taisni un abi dzenošie riteni veļas bez slīdes, tad  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_H$ , t. i., diferenciālpārveds kustas kā ciets ķermenis. Turpretī ceļa likumos katrs dzenošais ritenis griežas ar savu ātrumu. Ja vienu no riteņiem aptur ( $\omega_1 = 0$ ), tad  $\omega_2 = 2\omega_H$ , t. i., otrs ritenis griežas divas reizes ātrāk. Ja  $\omega_H = 0$ , tad  $\omega_1 = -\omega_2$ , t. i., ja dzenošos riteņus atbrīvo no

saskares ar ceļa virsmu, bet kardānvārpstu nosprosto un vienu riteni griež, tad otrs griežas pretējā virzienā tikpat ātri.

**7-6. piemērs.** Kā pagrieziesies 7-5. piemērā aplūkotā mehānisma vārpsta 4, ja vārpstu 1 pagriež par  $60^\circ$  virzienā, kas pieņemts par pozitīvu, bet vārpstu 3 pretējā virzienā arī par  $60^\circ$ ?

Atrisinājums. Saskaņā ar formulu (7.8)

$$\varphi_4 = \frac{1}{1-i_{13}^{(4)}}\varphi_1 + \frac{1}{1-i_{31}^{(4)}}\varphi_3 = \frac{4}{3} \cdot 60^\circ - \frac{1}{3} (-60^\circ) = 100^\circ.$$

Tātad vārpsta 4 pagriežas pozitīvā virzienā par  $100^\circ$ .

**Slēgtie diferenciālpārvadi.** Diferenciālpārvadam ir 3 malējās vārpstas — divas dzenošās un viena dzītā vai otrādi. Ja piedzen vienu vārpstu, tad abas pārējās griežas ar ātrumiem, kas atkarīgi no spēkiem. Bet, ja starp jebkurām divām vārpstām ierīko saiti zobratu pārvada veidā, tad iegūst slēgto diferenciālpārvadu, kura kustamība  $w=1$ .

Slēgtā diferenciālpārvada piemērs parādīts 7-12. zīmējumā. Pa labi no šķeluma  $a-a$  atrodas diferenciālpārvads ar malējām vārpstām 1, 3, 5; pa kreisi — saite starp vārpstām 1 un 3, ko realizē zobratu 3, 2', 2, 1 pārvads ar nekustīgām asīm. Villisa formula un saites vienādojums

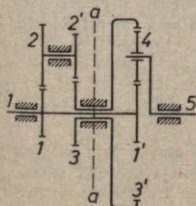
$$\frac{\omega_1 - \omega_5}{\omega_3 - \omega_5} = i_{13}^{(5)} = (-1)^1 \frac{z'_3}{z_1}, \quad i_{31} = (-1)^2 \frac{z'_2 z_1}{z_3 z_2}$$

ļauj aprēķināt šī pārvada pārnese attiecību

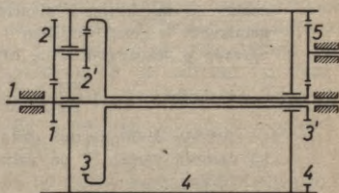
$$i_{15} = \frac{i_{13}^{(5)} - 1}{i_{13}^{(5)} i_{31} - 1}$$

**7-7. piemērs.** Aprēķināt elektroceltna (7-13. zīm.) spoles 4 apgriezienu skaitu minūtē, ja vārpstu 1 piedzen ar  $n_1=880$  apgr./min. Doti  $z_1=24$ ,  $z_2=52$ ,  $z'_2=21$ ,  $z_3=78$ ,  $z'_3=18$ ,  $z_4=78$ ,  $z_5=30$ .

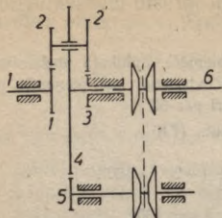
Atrisinājums. Mehānisms ir slēgts diferenciālpārvads, kas



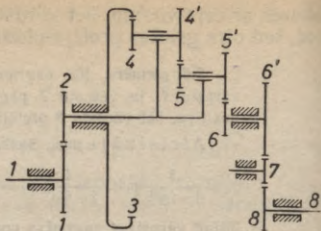
7-12. zīm.



7-13. zīm.



7-14. zīm.



7-15. zīm.

sastāv no diferenciālpārveda ar malējiem locekļiem 1, 3, 4 un no saites zobratiem 4, 5, 3'. Lietojot Villisa formulu diferenciālpārvedam

$$\frac{n_1 - n_4}{n_3 - n_4} = i_{13}^{(4)}, \quad \frac{i_{14} - 1}{i_{34} - 1} = i_{13}^{(4)}, \quad i_{14} = 1 + i_{13}^{(4)}(i_{34} - 1),$$

kur  $i_{13}^{(4)} = (-1)^1 \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z'_2}$ , un saites vienādojumu  $i_{34} = (-1)^1 \frac{z_4}{z'_3}$ , aprēķinām

$$i_{14} = 44 = n_1/n_4. \quad \text{Tātad } n_4 = \frac{n_1}{i_{14}} = +20 \text{ apgr./min.}$$

**Kombinētie pārvedi** ir dažādu pārvedu apvienojums vienā pārvadā. Lai noteiktu šādu pārvedu pārnēsumu attiecību vispirms jāizstudē pārveda sastāvs, tad, balstoties uz formulu (7.3), jāuzraksta pārveda kopējās pārnēsumu attiecības izteiksme un jāizteic katrs tās reizinātājs ar pārveda raksturlielumiem — zobu skaitiem, velšanās aploču rādiusiem vai diametriem, izmantojot formulas (7.2), (7.4), (7.6), (7.7).

7-8. piemērs. Aprēķināt 7-14. zīmējumā dotā multiplikatora dzitās vārpstas 6 apgriezienus minūtē. Starp vārpstām 5 un 6 iekārtots ķīl-siksna bezpakāpju variators, kura acumirkļīgais pārnēsma skaitlis atkarīgs no divdalīgo šķīvju abu daļu savstarpējā attāluma. Doti  $n_1 = 90$  apgr./min.,  $z_1 = z'_2 = 25$ ,  $z_2 = z_3 = 20$ ,  $z_4 = 100$ ,  $z_5 = 20$ ,  $d_5 = 600$  mm,  $d_6 = 150$  mm.

Atrisinājums. Ievērojam, ka mehānismā ir saulesrats 3. Tas nozīmē, ka mehānisms ir planetpārveds vai satur planetpārvedu. Planetpārveds ir starp vārpstām 1 un 4, bet vārpstas 4 un 6 savieno pārveds ar nekustīgām asīm. Tātad  $i_{16} = i_{14}i_{46}$ ;

$$i_{14} = 1 - i_{13}^{(4)} = 1 - (-1)^2 \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2} = \frac{9}{25}; \quad i_{46} = (-1)^2 \frac{z_5 d_6}{z_4 d_5} = \frac{1}{20}.$$

Atbilde: Multiplikatora dzītā vārpsta 6 griežas tajā pašā virzienā kā dzenošā vārpsta 1 un variatora 56 dotajā stāvoklī izdara  $n_6 = 5000$  apgr./min.

7-9. piemērs. Aprēķināt 7-15. zīmējumā dotā pārveda pārnēsma attiecību  $i_{18}$ .

Atrisinājums. Mehānisms sastāv no planetpārveda 26 un pārvadiem 12 un 68 ar nekustīgām asīm. Tādēļ  $i_{18} = i_{12}i_{26}i_{68}$ . Pirmajam pārvadam  $i_{12} = (-1)^1 \frac{z_2}{z_1}$ . Planetpārvadam

$$i_{62} = 1 - i_{63}^{(2)} = 1 - (-1)^2 \frac{z'_5 z'_4 z_3}{z_6 z_5 z_4}; \quad i_{26} = \frac{1}{i_{62}}.$$

Trešajam pārvadam  $i_{68} = (-1)^2 \frac{z_8}{z'_6}$ .

Piezīme. Planetpārveda formula (7.7) izsaka pārnese attiecību starp zobratu, kas atrodas vistālāk no saulesrata, un vadīklu. Šajā piemērā parādīts, kā jārikojas, ja, pārnese attiecības sastādot, planetpārvedu sastop no vadīklas puses.

### 7-3. Zobratu-stieņu mehānismi

Zobratu-stieņu mehānismi noder komplicētu kustības likumu vai trajektoriju realizēšanai, kā arī mainīga āttāluma vārpstu savienošanai. Šo mehānismu kinemātiskā aprēķinā izmantojamās stieņmehānismu un zobratu pārvadu kinemātiskās analīzes metodes.

Aplūkosim 7-16. zīmējumā attēloto zobratu-stieņu mehānismu, kas veidots uz šarnīru četrstūra bāzes. Mehānismu piedzen ekscentrisks zobrats 1, kas reizē ir šarnīru četrstūra OABC kloķis. Zobratu 1, 2 un 3 asis sakrīt ar šarnīru A, B un C asīm. Saskaņā ar formulu (3.12) mehānisma kustamība  $\omega = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 - 2 = 1$ . Aprēķināsim dzītā zobrata 3 leņķisko ātrumu dotā stāvoklī grafiski un analītiski, pieņemot, ka  $\omega_1$  ir zināms.

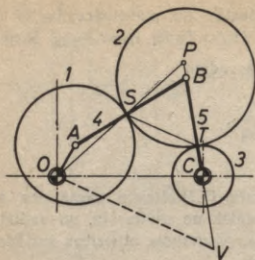
Grafiskais aprēķins šajā gadījumā vienkāršs. Pieņemam, ka punkta A ortogonālais ātrums  $v_A = \omega_1 \cdot OA = AO$ . Tā kā pieņemts, ka  $\omega_1 = 1$ , tad zobrata 1 punktu ortogonālo ātrumu gali atrodas zobrata 1 polā O. Tāpēc zobratu 1 un 2 relatīvā pola ātrumu, kas abiem zobratiem vienāds, attēlo nogrieznis  $SO = v_S$ . Zobrata 2 centra B ortogonālais ātrums atrodas uz taisnes BC. Tas nozīmē, ka punkts P ir zobrata 2 absolūtais pols. Zobrata 2 punkta T ortogonālo ātrumu  $v_T = TV$  konstruē ar paralēlo taišņu metodi (5-8. zīm.). Punkts T ir zobratu 2 un 3 relatīvais pols, tāpēc  $\omega_3 = +v_T/CT$ .

Analītiskajā aprēķinā vispirms nosakām šarnīra četrstūra locekļu leņķiskos ātrumus  $\omega_4$  un  $\omega_5$ , izmantojot iepriekšējā nodaļā doto teoriju. Katru no locekļiem 4 un 5 ar to galos iemontētiem zobratiem varam uzskatīt kā diferenciālpārvadu un katram no tiem uzrakstīt Villisa formulu:

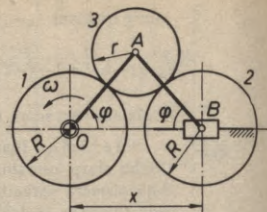
$$\frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = i_{21}^{(4)} = (-1)^1 \frac{z_1}{z_2}; \quad \frac{\omega_3 - \omega_5}{\omega_2 - \omega_5} = i_{32}^{(5)} = (-1)^1 \frac{z_2}{z_3}.$$

Uzdevumu atrisinām, aprēķinot  $\omega_2$  no pirmā vienādojuma un pēc tam  $\omega_3$  no otrā vienādojuma.

Mainot mehānisma stieņu un zobratu izmērus, varam iegūt ļoti dažādu zobrata 3 rotāciju, pat ar apstāšanos un reversiju.



7-16. zīm.



7-17. zīm.

7-10. piemērs. Mehānisms (7-17. zīm.) paredzēts rotācijas pārnesīšanai no vārpstas 1 uz vārpstu 2; attālums starp tām mainās. Zobrati 1 un 2 vienādi;  $\omega_1 = \text{const}$ . Aprēķināt  $\omega_2$  kā leņķa  $\varphi$  un ātruma  $v_B = \dot{x}$  funkciju.

Atrisinājums. Zobrata 3 absolūto leņķisko ātrumu aprēķinām ar Villisa formulu, ievērojot, ka  $\omega_H = \dot{\varphi}$ :

$$\frac{\omega_3 - \dot{\varphi}}{\omega_1 - \dot{\varphi}} = i_{31}^H = -\frac{R}{r}; \quad \omega_3 = \dot{\varphi} \left(1 + \frac{R}{r}\right) - \frac{R}{r} \omega_1.$$

Analoģiski aprēķinām  $\omega_2$ , ievērojot, ka  $\omega_H = -\dot{\varphi}$ :

$$\frac{\omega_2 + \dot{\varphi}}{\omega_3 + \dot{\varphi}} = i_{23}^H = -\frac{r}{R}; \quad \omega_2 = -\dot{\varphi} \left(1 + \frac{r}{R}\right) - \frac{r}{R} \omega_3.$$

Ievietojot pēdējā izteiksmē  $\omega_3$  izteiksmi, iegūstam

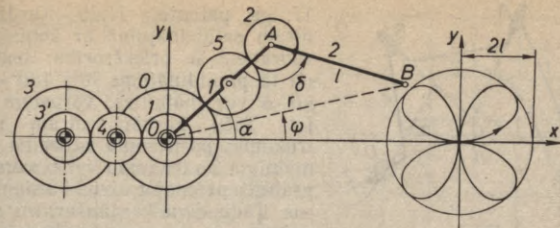
$$\omega_2 = \omega_1 - 2\dot{\varphi} \left(1 + \frac{r}{R}\right).$$

Tā kā  $x = 2(r+R) \cos \varphi$ , tad  $\dot{x} = -2(r+R) \dot{\varphi} \sin \varphi$  un

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{x}}{R \sin \varphi}.$$

7-11. piemērs. Mehānismu (7-18. zīm.) piedzen vārpsta 3, uz kuras cieši nostiprināti zobrati 3 un 3'. Ap asi O ar dažādiem ātrumiem griežas zobrati O un 1; pēdējais cieši saistīts ar stieni 1. Arī zobrati 2 kustas kopā ar stieni 2. Stieņu 1 un 2 garumi l vienādi. Doti  $z_1 = z_2 = z'_3$ ,  $z_0 = z_3 = 2z_1$ . Sākumā abi stieņi sakrīt ar y asi, t. i.,  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\delta = 0$ , un kustas šādi:  $\alpha = 90^\circ - kt$ ,  $\delta = -ikt$ , kur  $i = \frac{\delta}{\alpha}$  ir stieņa 2 relatīvā leņķiskā ātruma pret stieni 1 un stieņa 1 absolūtā leņķiskā ātruma attiecība. Dotie kustības likumi rāda, ka punkts B izies no punkta O un sākumā kustēsies pirmajā kvadrantā. Noteikt punkta B trajektoriju.

Atrisinājums. Punkta B trajektorija atkarīga ne tikai no



7-18. zīm.

mehānisma sākuma stāvokļa, bet arī no pārnesumā attiecības  $i$ ; to aprēķinām vispirms.

Stienis 1 ar zobratiem 0, 2, 5 ir līdzīgs 7-6. zīmējumā attēlotajam diferenciālpārvadam. Zobrati 3, 3', 4 uzliek saiti starp vadīklu 1 un centrālo zobratu 0. Tātad dotais zobratu-stieņu mehānisms ir slēgts diferenciālpārvads, Tāpēc

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0 - \omega_1} = \frac{\delta}{\omega_0 - \alpha} = \frac{\delta/\alpha}{\omega_0/\alpha - 1} = \frac{i}{i_{01} - 1} = i_{20}^{(1)},$$

no kurienes  $i = i_{20}^{(1)} (i_{01} - 1)$ . Ievietojot šeit

$$i_{20}^{(1)} = (-1)^2 \frac{z_0}{z_2} = \frac{2z_1}{z_1} = 2, \quad i_{01} = (-1)^3 \frac{z_3 z_1}{z_0 z'_3} = -\frac{2z_1^2}{2z_1^2} = -1,$$

dabūjam  $i = -4$ . Tagad abu stieņu leņķiskās kustības likumi izsakāmi šādi:  $\alpha = 90^\circ - kt$ ,  $\delta = 4 kt$ .

7-18. zīmējumā redzams, ka  $r = 2l \sin \frac{\delta}{2}$  un  $\psi = \alpha + \frac{\delta}{2} - 90^\circ$  vai, konkrētāk,  $r = 2l \sin 2kt$  un  $\psi = kt$ . Tātad punkta B trajektorijas vienādojums polārkoordinātēs ir

$$r = 2l \sin 2\psi.$$

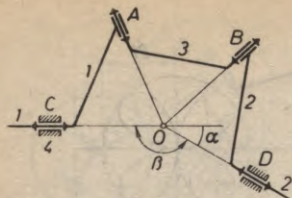
Pārrakstot šo vienādojumu Dekarta koordinātēs, iegūstam ( $l=1$ )

$$(x^2 + y^2)^3 = 16x^2 y^2.$$

Šī sestās kārtas likne — viena no Gvido Grandi rozēm [82], parādīta 7-18. zīmējumā.

## 7-4. Kardānpārvads

Rotācijas kustības pārvešana starp vārpstām 1 un 2, kuru asis krustojas vienā punktā, ar konisko zobratu pārvadu kļūst neizdevīga, ja leņķis  $\beta$  starp šīm vārpstām tuvojas  $180^\circ$ ; zobrati iznāk ļoti lieli. Šādos gadījumos lieto kardānšarnīru, ko sauc arī par univeršālo šarnīru jeb Huka šarnīru. Pirmās ziņas par kardānšarnīru attiecas uz 13. gs.; matemātiķis Kardano to aprakstīja 16 gs., bet



7-19. zīm.

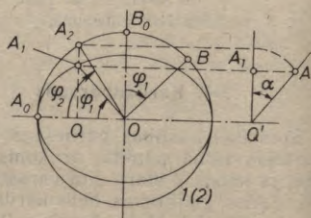
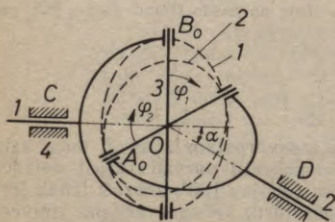
17. gs. patentēja Huks. Kardānšarnīram salīdzinājumā ar koniskajiem zobratiem ir priekšrocība: leņķis  $\beta$  un tā papildinājums līdz  $180^\circ$  — leņķis  $\alpha$  var mainīties, vārpstām rotējot. Taču kardānšarnīram piemīt trūkums: pārnesuma attiecība  $i_{12}$  ir mainīga. Šo trūkumu var novērst, saprātīgi apvienojot divus kardānšarnīrus. Tādu divu kardānšarnīru apvienojumu sauc par kardānpārvadu.

Kardānšarnīrs pieder pie sfēriskiem mehānismiem (2-4. §) un pēc savas struktūras ir sfērisks šarnīru četrstūris (7-19. zīm.). Visu četru šarnīru asis krustojas vienā punktā  $O$ . Ja šis punkts aiziet bezgalībā, tad sfēriskais šarnīru četrstūris pārvēršas par plakānu šarnīru četrstūri. Labākas spēku pārnesanas dēļ abus kustīgos sfēriskā šarnīru četrstūra šarnīrus izveido kā divzaru šarnīrus un iegūst 7-20. zīmējumā attēloto mehānismu — kardānšarnīru. Sfēriskā šarnīru četrstūra klanis 3 pārvērties par kardānšarnīra krusteni, bet kļoķi 1 un 2 — par dakšām.

Noskaidrosim kardānšarnīra stāvokļa funkciju, t. i., sakarību starp vārpstu 1 un 2 pagriezienu leņķiem  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$ , kurus mērīsim tā, kā 7-20. zīmējumā parādīts; šeit dakša 1 atrodas zīmējuma plaknē, bet dakša 2 plakne ir perpendikulāra tai.

Ja vārpsta 1 pagriežas par leņķi  $\varphi_1$ , tad punkts  $B$  no stāvokļa  $B_0$  pāriet stāvoklī  $B$ , bet punkts  $A$  no stāvokļa  $A_0$  nonāk stāvoklī  $A$  un projicējas uz punkta  $B$  kustības plakni 1 punktā  $A_1$ . Šarnīra  $B$  dēļ leņķis  $BOA_1$  ir taisns. Punkta  $A$  kustības plakne 2 krustojas ar plakni 1 pa taisni  $A_0O$ . Ja plakni 2 pagriež ap šo taisni par leņķi  $\alpha$ , tad plakne 2 sakrīt ar plakni 1 un punkts  $A_1$  nonāk punktā  $A_2$ . Tātad, kamēr vārpsta 1 pagriežas par leņķi  $\varphi_1 = B_0OB$ , vārpsta 2 pagriežas par leņķi  $\varphi_2 = A_0OA_2$  un

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{QA_2}{QA_1} = \frac{Q'A}{Q'A_1} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$



7-20. zīm.

Kardānšarnīra stāvokļa funkcija

$$\varphi_2 = \arctg \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\cos \alpha} \quad (7.10)$$

Redzam, ka abas vārpstas neriežas vienādi. To vislabāk raksturo pārnesuma attiecība. Diferencējot stāvokļa funkciju pēc laika un pieņemot, ka  $\alpha = \text{const}$ , iegūstam

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} \quad (7.11)$$

no kurienes pārnesuma attiecība

$$i_{12} = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1}{\cos \alpha} \quad (7.12)$$

Grafika, kas attēlo pārnesuma attiecības izmaiņu, dota 7-21. zīmējumā. Turpat ar pārtrauktu līniju parādīta  $i_{21}$  līkne, kas izsaka  $\omega_2 = f(\varphi_1)$ , ja  $\omega_1 = \text{const} = 1$ . Tātad vienā apgriezienā vārpsta 2 saņiedz divreiz  $\omega_{2 \max} = \omega_1 / \cos \alpha$  un divreiz  $\omega_{2 \min} = \omega_1 \cos \alpha$ , t. i., vārpstas 2 leņķiskā ātruma svārstību periods ir pusapgrieziena laiks un rotācijas nevienmērības pakāpe

$$\delta = \frac{\omega_{2 \max} - \omega_{2 \min}}{\omega_2 \text{ vid}} = \frac{\omega_1 (1/\cos \alpha - \cos \alpha)}{\omega_1} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad (7.13)$$

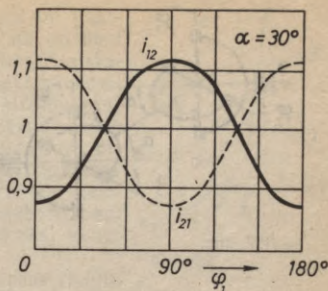
Formula (7.13) raksturojama ar šādu tabulu:

$\alpha$	0	5°	10°	15°	20°	30°
$\delta$	0	0,0076	0,0306	0,0693	0,1245	0,2887

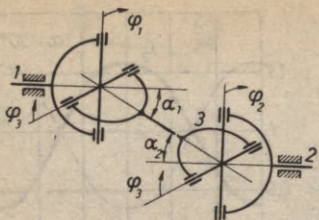
Tātad, leņķim  $\alpha$  palielinoties, vārpstas 2 rotācijas nevienmērība strauji pieaug. Tas ir liels kardānšarnīra trūkums. Ja kardānšarnīru lietosim smagāku masu piedzišanai, tad, šīm masām kustoties ar nemitīgiem paātrinājumiem, radīsies vibrācijas un ievērojami dinamiskie spēki, kas papildus slogos kardānšarnīru un citus mehānisma elementus.

Minēto trūkumu var novērst, kardānšarnīra vietā lietojot kardānpārvadu (17-22. zīm.), kuram starpvārpstas 3 dakšas atrodas vienā plaknē. Saskaņā ar formulu (7.10) varam rakstīt, ka

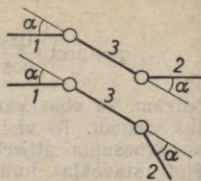
$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \operatorname{tg} \varphi_3 \cos \alpha_1, \\ \operatorname{tg} \varphi_2 &= \operatorname{tg} \varphi_3 \cos \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (7.14)$$



7-21. zīm.



7-22. zīm.



7-23. zīm.

Ja  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , tad  $\varphi_1 = \varphi_2$  un  $\omega_1 = \omega_2$ . Tātad, ja starpvārpstas dakšas vienā plaknē un starpvārpstas leņķi ar vārpstām 1 un 2 ir vienādi (7-23. zīm.), tad vārpstas 1 un 2 rotē sinhroni. Šādā gadījumā vārpstai 1 rotējot vienmērīgi, vienmērīgi rotē arī vārpsta 2, bet nevienmērīgi griežas tikai starpvārpsta 3. Tās leņķisko paātrinājumu var aprēķināt, diferencējot pēc laika izteiksmi (7.11):

$$\varepsilon = \frac{\omega_1^2 c (1 - c^2) \sin 2\varphi_1}{(\cos^2 \varphi_1 + c^2 \sin^2 \varphi_1)^2}, \quad (7.15)$$

kur  $c = \frac{1}{\cos \alpha}$ .

Šī formula, kas pareiza nemainīgiem  $\alpha$  un  $\omega_1$ , derīga arī vārpstas 2 leņķiskā paātrinājuma aprēķināšanai, ja kardānpārvalda vietā lieto kardānšarnīru.

Ja  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , tad, izslēdzot no formulām (7.14) leņķi  $\varphi_3$ , var iegūt stāvokļa funkciju  $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1, \alpha_1, \alpha_2)$ , un to diferencējot, aprēķināt vārpstas 2 leņķisko ātrumu un leņķisko paātrinājumu.

## 8. NODAĻA

### TELPISKO MEHĀNISMU KINEMĀTIKA

#### 8-1. Telpisko mehānismu kinemātikas metodes

Nepieciešamība realizēt telpiskas kustības un atveidot vēlamās kustības likumus veicina telpisko mehānismu arvien straujāku izplatīšanos, neraugoties uz ievērojami sarežģītu šo mehānismu aprēķinu.

Mehānisma locekļu stāvokļus trīsdimensiju telpā matemātiski ir grūtāk aprakstīt nekā plaknē. Plaknē locekli var attēlot ar taisnes nogriezni vai vektoru, bet telpā vajadzīgs trīsstūris vai trīssasu koordinātu sistēma. Telpā locekļu punktu ātrumu un paātrinājumu vektoru lauki ir complicētāki nekā plaknē [67, 132], kaut gan cieta ķer-

meņa ikvienas taisnes punktu ātrumu un paātrinājumu vektoru gali arī atrodas uz taisnēm un atstatumi starp tiem ir proporcionāli atstatumiem starp ķermeņa punktiem tāpat kā kompānā kustībā. Arī taisnes punktu ātrumu projekcijas uz taisnes ir vienādas. Divu taisnes punktu paātrinājumu projekcijas uz taisnes atšķiras par relatīvā astieces paātrinājuma projekciju uz šīs taisnes. Cieta ķermeņa ikvienas plaknes punktu ātrumu un paātrinājumu vektoru gali atrodas attiecīgās plaknēs, tomēr līdzīgas figūras vispār neveido.

Minētie apstākļi apgrūtinā grafiskos risinājumus. Tomēr ir izstrādātas metodes, kā telpisko mehānismu plānus, ātrumus un paātrinājumus konstruēt grafiski, lietojot tēlotājas ģeometrijas paņēmienus [1,67]. No šīm konstrukcijām var iegūt arī analītiskas sakarības. Taču perspektīvākas ir analītiskās metodes [53].

Telpisko mehānismu kinemātiskās analīzes analītiskās metodes var iedalīt trīs grupās: 1) metodes, kas balstās uz analītiskās ģeometrijas un vektoru rēķinu izmantošanu, 2) metodes, kur lieto hiperkompleksus skaitļus un duālus skaitļus, bivektorus un skrūves, un 3) metodes, kur lieto matricas un tenzoros. Sastopamas arī minēto metožu kombinācijas.

Aplūkosim dažus minēto metožu pamatelementus.

1. Punktu  $A, B, \dots$  koordinātes apzīmēsim ar  $x_A, y_A, z_A, x_B, \dots$ . Taisnes  $AB$  orta (vienības vektora)  $e_{AB}$  projekcijas uz koordinātu asīm  $x_{AB}, y_{AB}, z_{AB}$  ir šīs taisnes virziena kosinusi. Tāpēc

$$\bar{e}_{AB} = x_{AB}\bar{i} + y_{AB}\bar{j} + z_{AB}\bar{k}.$$

Vektoru  $AB$  un  $CD$  starpleņķa kosinusu izsaka šādi:

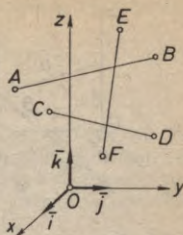
$$\cos \delta = \bar{e}_{AB}\bar{e}_{CD} = x_{AB}x_{CD} + y_{AB}y_{CD} + z_{AB}z_{CD}. \quad (8.1)$$

Ja 8-1. zīmējumā vektors  $EF$  ir perpendikulārs taisnēm  $AB$  un  $CD$ , tad tā ors

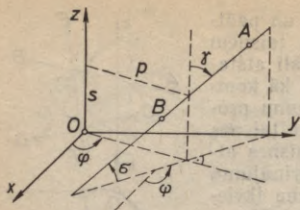
$$\begin{aligned} \bar{e}_{EF} &= \frac{\bar{e}_{AB} \times \bar{e}_{CD}}{\sin \delta} = \frac{y_{AB}z_{CD} - z_{AB}y_{CD}}{\sin \delta} \bar{i} + \frac{z_{AB}x_{CD} - x_{AB}z_{CD}}{\sin \delta} \bar{j} + \\ &+ \frac{x_{AB}y_{CD} - y_{AB}x_{CD}}{\sin \delta} \bar{k} = x_{EF}\bar{i} + y_{EF}\bar{j} + z_{EF}\bar{k}. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Ja orta  $\bar{e}_{EF}$  taisne krusto taisnes  $AB$  un  $CD$  punktos  $E$  un  $F$ , tad nogriežnis  $EF$  ir taisņu  $AB$  un  $CD$  visīsākais attālums. Nogriežņu  $AE = l_{AE}$ ,  $EF = l_{EF}$  un  $CF = l_{CF}$  garumus atrod, projicējot slēgto vektoru kontūru

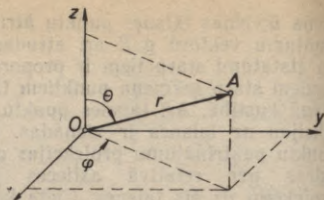
$$\bar{l}_{AE} + \bar{l}_{EF} - \bar{l}_{AC} - \bar{l}_{CF} = 0$$



8-1. zīm.



8-2. zīm.



8-3. zīm.

uz koordinātu asīm

$$\left. \begin{aligned} l_{AEx_{AB}} + l_{EFx_{EF}} - l_{CFx_{CD}} &= l_{ACx_{AC}}, \\ l_{AEy_{AB}} + l_{EFy_{EF}} - l_{CFy_{CD}} &= l_{ACy_{AC}}, \\ l_{AEz_{AB}} + l_{EFz_{EF}} - l_{CFz_{CD}} &= l_{ACz_{AC}} \end{aligned} \right\} \quad (8.3)$$

un šos vienādojumus atrisinot pēc Krāmera formulām vai pēc Gausa metodes.

Taisni  $AB$  telpā var noteikt (8-2. zīm.) ar divu tās punktu koordinātēm vai ar kāda tās punkta  $A$  koordinātēm un leņķiem  $\sigma$  un  $\varphi$ . Taču 6 vai 5 parametru vietā var iztikt ar 4, piemēram, ar  $\varphi$ ,  $p$ ,  $s$ ,  $\gamma$ . Ja taisne  $AB$  atrodas  $Oxy$  plaknē, tad  $s=0$ ,  $\gamma=90^\circ$ , bet  $\varphi$  un  $p$  ir taisnes normālformas parametri plaknē.

Dažreiz izdevīgi lietot sfēriskās koordinātes (8-3. zīm.), ar kurām Dekarta koordinātes izsaka šādi:

$$x = r \sin \Theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \Theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \Theta. \quad (8.4)$$

Ja vektori  $a_1$  un  $a_2$  Dekarta koordinātēs uzdoti ar savām projekcijām  $x_1, y_1, z_1$  un  $x_2, y_2, z_2$ , tad to starpleņķa kosinuss

$$\cos \delta = \frac{\vec{a}_1 \vec{a}_2}{|a_1| |a_2|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2)}}. \quad (8.5)$$

Piešķirot visiem formulu (8.4) lielumiem indeksus 1 un pēc tam 2 un ievietojot formulā (8.5), iegūst

$$\cos \delta = \sin \Theta_1 \sin \Theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos \Theta_1 \cos \Theta_2. \quad (8.6)$$

2. Dekarta un sfērisko koordinātu apvienojums ļauj veidot hiperkompleksus skaitļus, kas noderīgi telpisko mehānismu kinemātikā.  $Oxy$  plakni (8-3. zīm.) pieņem par Gausa skaitļu plakni, kur  $Ox$  ir reālā ass un  $Oy$  imaginārā ass; imaginārā ass vienība ir  $i = \sqrt{-1}$ . Arī  $Oz$  asi pieņem par imagināru asi ar vienību  $j$ . Tad punktu  $A$  var uz-

lūkot par hiperkompleksa skaitļa  $r$  attēlu; šī skaitļa modulis  $r_0 = OA$ . Hiperkompleksais skaitlis ir

$$r = x + iy + jz = r_0 \sin \Theta e^{i\varphi} + jr_0 \cos \Theta = r_0 (e^{i\varphi} \sin \Theta + j \cos \Theta), \quad (8.7)$$

kur  $\varphi = \arctg \frac{y}{x}$ ,  $\Theta = \arctg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$ ,  $r_0 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

Telpiska mehānisma slēgtu kontūru dažreiz ērti uzrakstīt kā hiperkompleksu skaitļu summu, kas vienāda ar nulli. Pielīdzinot šīs summas reālo un imaginārās daļas nullei, iegūst trīs stāvokļa vienādojumus. Tos diferencējot, pēc laika iegūst ātrumus un paātrinājumus.

3. Telpisko mehānismu kinemātiskās analīzes vienādojumu sastādīšanai var izmantot matricu algebru. Tādējādi panāk skaitļošanas operāciju vienkāršību, kas ērta šo operāciju mašīnizēšanai. Aplūkosim koordinātu transformāciju ar matricām un slēgta kinemātiskās ķēdes kontūra matricu vienādojumu.

8-4. zīmējumā parādīta vecā koordinātu sistēma  $O_2x_2y_2z_2$  un jaunā sistēma  $O_1x_1y_1z_1$ , kurās punktu  $A$  nosaka rādiusvektori  $\vec{r}_1$  un  $\vec{r}_2$ ; vecās sistēmas sākumpunktu jaunajā sistēmā nosaka rādiusvektors  $\vec{r}_{02}$ .

Lai iegūtu kvadrātisku matricu, pieņemam, ka telpas punktiem visās koordinātu sistēmās ir vēl ceturtā koordināte  $t$ , kuras ords  $\vec{m}$  ir perpendikulārs visiem pārējiem ortiem. Šīs koordinātes skaitliskā vērtība visās koordinātu sistēmās ir  $t_1 = t_2 = \dots = 1$ . Saskaņā ar teikto vienādība

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_{02} \quad (8.8)$$

izvērstā veidā ir šāda:

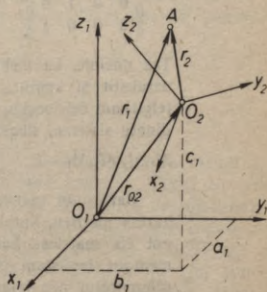
$$\begin{aligned} x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1 + z_1\vec{k}_1 + t_1\vec{m}_1 &= \\ = x_2\vec{i}_2 + y_2\vec{j}_2 + z_2\vec{k}_2 + t_2\vec{m}_2 + a_1\vec{i}_1 + b_1\vec{j}_1 + c_1\vec{k}_1 + t_1\vec{m}_1. \end{aligned}$$

Skalāri reizinot šī vienādojuma abas puses pēc kārtas ar  $\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1, \vec{m}_1$ , iegūstam

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \vec{i}_2\vec{i}_1x_2 + \vec{j}_2\vec{i}_1y_2 + \vec{k}_2\vec{i}_1z_2 + a_1, \\ y_1 &= \vec{i}_2\vec{j}_1x_2 + \vec{j}_2\vec{j}_1y_2 + \vec{k}_2\vec{j}_1z_2 + b_1, \\ z_1 &= \vec{i}_2\vec{k}_1x_2 + \vec{j}_2\vec{k}_1y_2 + \vec{k}_2\vec{k}_1z_2 + c_1, \\ 1 &= 0 + 0 + 0 + 1. \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

Sos vienādojumus apvienojam vienā matricu vienādojumā

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{vmatrix}$$



8-4. zīm.

ko īsi uzrakstām šādi:

$$\vec{r}_1 = M_{12} \vec{r}_2. \quad (8.10)$$

Tātad pāreja no vecās koordinātu sistēmas 2 uz jauno sistēmu 1 veicama, reizinot kvadrātisko matricu  $M_{12}$  ar stabiņmatricu  $\vec{r}_2$ . Ja koordinātu asis  $x, y, z$  apzīmē attiecīgi ar cipariem 1, 2, 3, tad saskaņā ar vienādojumiem (8.9) matricas  $M_{12}$  elements  $a_{uv}$  ( $u, v = 1, 2, 3$ ) ir kosinuss leņķim, ko veido jaunās sistēmas ass  $u$  ar vecās sistēmas asi  $v$ , bet  $a_{14}, a_{24}, a_{34}$  ir vecās sistēmas sākumpunkta  $O_2$  koordinātes jaunajā sistēmā.

Pārejai no sistēmas 1 uz sistēmu 2 izsakām no vienādojuma (8.8)

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 - \vec{r}_{02} = \vec{r}_1 + \vec{r}_{01}$$

vai izvērstā veidā

$$\begin{aligned} x_2 \vec{i}_2 + y_2 \vec{j}_2 + z_2 \vec{k}_2 + t_2 \vec{m}_2 = \\ = x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1 + t_1 \vec{m}_1 + a_2 \vec{i}_2 + b_2 \vec{j}_2 + c_2 \vec{k}_2 + t_2 \vec{m}_2. \end{aligned}$$

Skalāri reizinot šī vienādojuma abas puses pēc kārtas ar  $\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2, \vec{m}_2$ , iegūstam vienādojumu

$$\vec{r}_2 = M_{21} \vec{r}_1. \quad (8.11)$$

Izrādās, ka matrica  $M_{21}$  ir matricas  $M_{12}$  apvērstā matrica, t. i.,  $M_{21} = M_{12}^{-1}$ . Ievietojot izteiksmi (8.11) formulā (8.10), iegūstam

$$\vec{r}_1 = M_{12} M_{21} \vec{r}_1 = M_{12} M_{12}^{-1} \vec{r}_1 = M_{11} \vec{r}_1 = E \vec{r}_1.$$

Tātad 1) vairākkārtīgās pārejas matrica ir daļu pāreju matricu reizinājums un 2) atgriešanās sākuma sistēmā notiek, izmantojot vienības matricu

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Tas nozīmē, ka mehānismam, kura locekļi veido slēgtu kontūru, var uzrakstīt šī kontūra slēgšanās matricu vienādojumu. Tā, piemēram, telpiskam četrlocekļu mehānismam, kam ar katru locekli saistīta koordinātu sistēma, slēgšanās vienādojums ir šāds:

$$M_{12} M_{23} M_{34} M_{41} = E. \quad (8.12)$$

Sareizinot matricas, iegūstam kreisajā pusē kvadrātisku ceturrtās kārtas matricu, kuras elementi satur mehānisma parametrus. Pielīdzinot šīs matricas katru elementu vienības matricas atbilstošam elementam, iegūstam virkni mehānisma stāvokļa vienādojumu. Pēdējos diferencējot pēc laika, atrodam sakarības starp ātrumiem un paātrinājumiem.

Ja vienādojumu (8.12) lieto plakanam šarnīru četrstūrim, tad iegūst sakarības (6.1), kas daudz vienkāršāk iegūstamas, projicējot uz koordinātu asīm šarnīru četrstūra locekļiem atbilstošo slēgto vektoru poligону.

4. Pieņemam, ka ir vektors  $\overline{AB} = \overline{q}$ , kas sistēmā  $O_2x_2y_2z_2$  uzdots ar savām projekcijām  $x_2, y_2, z_2$ . Sistēmā  $O_1x_1y_1z_1$  šī vektora projekcijas nav atkarīgas no abu sistēmu sākumpunktu relatīvā novietojuma. Tāpēc vienādojumi (8.9) vienkāršojas:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_{11}x_2 + a_{12}y_2 + a_{13}z_2, \\ y_1 &= a_{21}x_2 + a_{22}y_2 + a_{23}z_2, \\ z_1 &= a_{31}x_2 + a_{32}y_2 + a_{33}z_2. \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

Ja nepieciešams pēc divu punktu  $A$  un  $B$  koordinātēm sistēmās  $O_2x_2y_2z_2$  un  $O_1x_1y_1z_1$  aprēķināt abu sistēmu relatīvo pagriezīenu, t. i., kosinusus  $a_{uv}$  formulās (8.13), tad  $x_2, y_2, z_2$  un  $x_1, y_1, z_1$  ir abu punktu vienāda nosaukuma koordinātu starpības katrā sistēmā, tātad zināmi lielumi. Deviņu nezināmo virziena kosinusu aprēķināšanai vienādojumiem (8.13) pievienojam sešus analītiskās ģeometrijas vienādojumus:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 &= 1, & a_{11}a_{21} + a_{12}a_{22} + a_{13}a_{23} &= 0, \\ a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 &= 1, & a_{11}a_{31} + a_{12}a_{32} + a_{13}a_{33} &= 0, \\ a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 &= 1; & a_{21}a_{31} + a_{22}a_{32} + a_{23}a_{33} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.14)$$

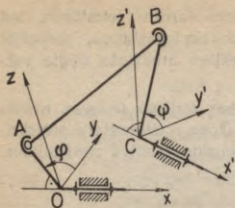
Starp asu virziena kosinusiem un Eilera leņķiem pastāv šādas sakarības [53]:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \cos \Theta, \\ a_{12} &= -(\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \cos \Theta), & a_{13} &= \sin \varphi \sin \Theta, \\ a_{21} &= \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \cos \Theta, \\ a_{22} &= -(\sin \varphi \sin \psi - \cos \varphi \cos \psi \cos \Theta), & a_{23} &= -\cos \varphi \sin \Theta, \\ a_{31} &= \sin \psi \sin \Theta, & a_{32} &= \cos \psi \sin \Theta, & a_{33} &= \cos \Theta. \end{aligned} \right\}$$

Izmantojot iepriekš atrastos virziena kosinusus un dažas no piedējamām formulām, varam aprēķināt abu sistēmu relatīvā pagrieziena Eilera leņķus.

## 8-2. Telpiskais šarnīru četrstūris

Par šarnīru četrstūriem sauc četrlocekļu mehānismus, kuru kustīgie savienojumi ir cilindriskie un sfēriskie šarnīri. Tikai ar cilindriskiem šarnīriem ir zināmas trīs šarnīru četrstūra modifikācijas: plakana šarnīru četrstūris (šarnīru asis paralēlas), sfēriskais šarnīru četrstūris (šarnīru asis krustojas vienā punktā) un 20. gs. sākumā atklātais Beneta—Verhovska mehānisms [116]. Ja par locekļa garumu pieņemam visīsāko atstatumu starp divām blakus asīm un par locekļa savērpumu leņķi starp šīm asīm, tad Beneta—Verhovska



8-5. zīm.

mehānisms ir tāds telpisks šarnīrū četrstūris, kura pretējie locekļi ir vienāda garuma un ar vienādu savērpumu. Visiem minētajiem mehānismiem ir trīs atkārtotas saites.

Mašīnās bieži sastopams telpiskais šarnīrū četrstūris bez atkārtotām saitēm; tam ir divi cilindriskie šarnīri statnei un divi sfēriskie šarnīri klanim (8-5. zīm.); klanis tādēļ var peldoši griezties ap savu garenasi. Aplūkosim šī mehānisma kinemātisko analīzi pēc Zinovjeva [36] metodes, kas pieskaitāma pie pirmās (no trim

iepriekšējā paragrāfā minētajām) metožu grupas. Doti visi izmēri un kloķa  $OA$  kustība. Sāksim ar stāvokļa noteikšanu, kas ir viskomplicētākā un sagatavo bāzi ātrumu un paātrinājumu aprēķinam.

Projicējot uz koordinātu, asim  $Oxyz$  vektoru kontūru

$$\vec{l}_{OA} + \vec{l}_{AB} - \vec{l}_{CB} - \vec{l}_{OC} = 0,$$

iegūstam šādus vienādojumus:

$$\left. \begin{aligned} l_{OA}x_{OA} + l_{AB}x_{AB} - l_{CB}x_{CB} - l_{OC}x_{OC} &= 0, \\ l_{OA}y_{OA} + l_{AB}y_{AB} - l_{CB}y_{CB} - l_{OC}y_{OC} &= 0, \\ l_{OA}z_{OA} + l_{AB}z_{AB} - l_{CB}z_{CB} - l_{OC}z_{OC} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.15)$$

Šajos vienādojumos

$$x_{OA} = 0, \quad y_{OA} = \cos \varphi, \quad z_{OA} = \sin \varphi,$$

bet  $x_{AB}$ ,  $y_{AB}$ ,  $z_{AB}$  un  $x_{CB}$ ,  $y_{CB}$ ,  $z_{CB}$  ir nezināmi virzienu kosinusi. Lai noteiktu pēdējos trīs nezināmos, papildus izvēlamies labo koordinātu sistēmu  $Cx'y'z'$  tā, ka  $Cx'$  ass sakrīt ar svārstīklas griezes asi un  $Cy'$  ass perpendikulāra  $Oz$  asij. Papildus sistēmā

$$x'_{CB} = 0, \quad y'_{CB} = \cos \psi, \quad z'_{CB} = \sin \psi.$$

Pārreķinām šos lielumus, kas ir orta  $\vec{e}_{CB}$  projekcijas papildsistēmā, uz pamatsistēmu  $Oxyz$ . Pēc formulām (8.13)

$$\left. \begin{aligned} x_{CB} &= x_x' x'_{CB} + x_y' y'_{CB} + x_z' z'_{CB}, \\ y_{CB} &= y_x' x'_{CB} + y_y' y'_{CB} + y_z' z'_{CB}, \\ z_{CB} &= z_x' x'_{CB} + z_y' y'_{CB} + z_z' z'_{CB}. \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

$Cx'$  ass virziena kosinusi  $x_x'$ ,  $y_x'$ ,  $z_x'$  ir zināmi, jo tie izriet no mehānisma izmēriem.  $Cy'$  ass virziena kosinusus aprēķinām pēc formulas (8.2), liekot tajā  $AB = Oz = z$ ,  $CD = Cx' = x'$  un ievērojot, ka  $x_z = 0$ ,  $y_z = 0$ ,  $z_z = 1$ :

$$x_y' = -\frac{y_x'}{\sin(zx')}, \quad y_y' = \frac{x_x'}{\sin(zx')}, \quad z_y' = 0. \quad (8.17)$$

$Cz'$  ass virziena kosinusus arī aprēķinām pēc formulas (8.2), liekot tajā  $AB=Cx'=x'$ ,  $CD=Cy'=y'$ :

$$\left. \begin{aligned} x_{z'} &= y_{x'} z_{y'} - z_{x'} y_{y'}, \\ y_{z'} &= z_{x'} x_{y'} - x_{x'} z_{y'}, \\ z_{z'} &= x_{x'} y_{y'} - y_{x'} x_{y'}. \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

Ievietojot rezultātus (8.17) un (8.18) formulās (8.16), tās pārveidojam par trīs nezināmo kosinusu atklātām izteiksmēm ar zināmiem lielumiem un ar  $\cos \psi$  un  $\sin \psi$ . No vienādojumiem (8.15) kļauja ass virziena kosinusi

$$\left. \begin{aligned} x_{AB} &= \frac{1}{l_{AB}} (l_{CB} x_{CB} + l_{OC} x_{OC} - l_{OA} x_{OA}), \\ y_{AB} &= \frac{1}{l_{AB}} (l_{CB} y_{CB} + l_{OC} y_{OC} - l_{OA} y_{OA}), \\ z_{AB} &= \frac{1}{l_{AB}} (l_{CB} z_{CB} + l_{OC} z_{OC} - l_{OA} z_{OA}). \end{aligned} \right\} \quad (8.19)$$

Kāpinot šīs izteiksmes kvadrātā un ievērojot, ka

$$x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2 = 1,$$

iegūstam vienādojumu (stāvokļa funkciju), kas ļauj aprēķināt katram  $\varphi$  atbilstošo  $\psi$ . Kļauja virzienu aprēķinām ar formulām (8.19), iepriekš izskaitļojot izteiksmes (8.16).

Ātrumus un paātrinājumus aprēķinām, diferencējot pēc laika atbilstošos vienādojumus un lietojot cieti ķermeņa kinemātikas formulas.

Aprakstītais aprēķins aptver visus iespējamus telpiskos šarnīru četrstūrus, jo 8-5. zīmējumā šis mehānisms attēlots vispārīgā veidā. Daudz vienkāršāks kļūst aprēķins, ja kļauja un svārstīklas ass ir perpendikulāras [66]. Šāda bieži sastopama telpiskā šarnīru četrstūra modifikācija parādīta 8-6. zīmējumā. Aprēķināsim svārstīklas  $CB$  kustību, pieņemot, ka kļauks  $OA$  rotē ar leņķisko ātrumu  $\omega = \text{const}$ .

Mehānismam ir 5 bezdimensionāli parametri

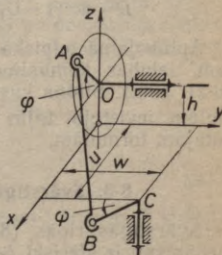
$$B = \frac{b}{r}, \quad C = \frac{c}{r}, \quad U = \frac{u}{r},$$

$$W = \frac{w}{r}, \quad H = \frac{h}{r},$$

kur  $r = OA$ ,  $b = AB$ ,  $c = CB$ .

Ja vienādojumā

$$\begin{aligned} (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + \\ + (z_B - z_A)^2 = b^2 \end{aligned}$$



8-6. zīm.

ievieto  $x_A = r \cos \varphi$ ,  $y_A = 0$ ,  $z_A = h + r \sin \varphi$ ,  $x_B = u + c \sin \psi$ ,  $y_B = \omega - c \cos \psi$ ,  $z_B = 0$  un lieto apzīmējumus

$$A = \frac{1}{2C} (B^2 - C^2 - U^2 - W^2 - H^2 - 1), \quad U_1 = \frac{u}{c}, \quad H_1 = \frac{h}{c},$$

$$\Phi = U - \cos \varphi, \quad \Phi_1 = A + U_1 \cos \varphi - H_1 \sin \varphi,$$

$$Q = W^2 + \Phi^2,$$

tad iegūstam vienādojumu

$$\Phi \sin \psi - W \cos \psi = \Phi_1,$$

kura atrisinājums sniedz šādu stāvokļa funkciju

$$\psi = \arctg \frac{W}{\Phi} + \arcsin \frac{\Phi_1}{\sqrt{Q}}. \quad (8.20)$$

Diferencējot šo vienādojumu pēc laika, iegūstam svārstīklas leņķiskā ātruma un paātrinājuma izteiksmes:

$$\dot{\psi} = -\omega \frac{W+S}{Q} \sin \varphi, \quad (8.21)$$

$$\ddot{\psi} = -\frac{\omega^2 \sin^2 \varphi}{Q} \left[ \frac{D\Phi_1}{R^3} + \left( Q \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} - 2\Phi \right) \frac{W+S}{Q} \right]. \quad (8.22)$$

Šajās formulās

$$S = \frac{PQ + \Phi\Phi_1}{R}, \quad P = U_1 + H_1 \operatorname{ctg} \varphi, \quad R = \sqrt{Q - \Phi_1^2},$$

$$D = W^2(1 - P^2) - (P\Phi - \Phi_1)^2 - \frac{QH_1R^2}{\Phi_1 \sin^2 \varphi}.$$

Ja  $h=0$ , tad

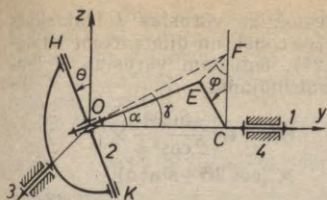
$$P = U_1 = \operatorname{const}, \quad \Phi_1 = A + U_1 \cos \varphi,$$

$$D = W^2(1 - U_1^2) - (A + U_1 \cos \varphi)^2 = \operatorname{const}.$$

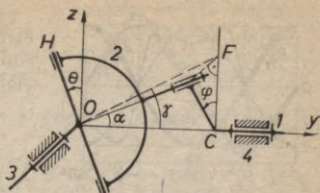
Aplūkojamā telpiskā šarnīru četrstūra svārstīkla dažreiz (piemēram, labības kombainu griezējaparātos) piedzen klani un slīdni (6-21. zīm.). Slīdņa kustību varam aprēķināt pēc 6-6. paragrāfa formulām, ievietojot tajās  $\Theta$ ,  $\dot{\Theta}$ ,  $\ddot{\Theta}$  vietā  $\psi$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\ddot{\psi}$ , aprēķinātus pēc šeit dotajām formulām.

### 8-3. Svārstīgās ripas un svārstīgās dakšas mehānismi

Svārstīgās ripas (8-7. zīm.) un svārstīgās dakšas (8-8. zīm.) mehānismi ir sfēriski četrlocekļu mehānismi, jo visu trīs kustīgo locekļu absolūtās un relatīvās griezes asis krustojas vienā punktā  $O$ .



8-7. zīm.



8-8. zīm.

Abi mehānismi noderīgi vārpstas 1 nepārtrauktās rotācijas pārveidošanai vārpstas 3 svārstībās. Šos mehānismus lieto lauksaimniecības mašīnās, sūkņos, hidromotoros u. c. Kinemātiskā ziņā abi mehānismi ir vienādi. Tāpēc pietiek aplūkot tikai vienu no tiem. Aplūkosim svārstīgās ripas mehānismu. Visas tālāk sniegtās formulas derīgas arī svārstīgās dakšas mehānismam; par to var pārliecināties, ja salīdzina abu mehānismu kinemātiskās shēmas.

Svārstīgās ripas mehānisma vārpstas 1 galā O cieši nostiprināta ripa, kuras plaknei perpendikulārā simetrijas ass sakrīt ar taisni OE un veido ar vārpstas 1 asi leņķi  $\alpha$ . Mehānisma kinemātiskā shēmā (8-7. zīm.) šo ripu var iedomāties, ja iedomājas, ka šarnīra O diametrs aizņem lielāko dakšas 3 atvēruma HK daļu. Šarnīrs O parasti ir lodīšu vai rullīšu gultnis, bet klanis 2 — šī gultņa ārējais gredzens, kuram izveidotas divas radiālas rēdzes, kas ieiet cilindriskos pāros H un K. Cilindrisko pāru vietā var lietot šarnīrus, bet tad palielinās atkārtoto saišu skaits.

Mehānismam ir divi nemainīgi parametri: leņķis  $\alpha$  un leņķis starp vārpstām 1 un 3, kas gan var mehānisma darba laikā arī mainīties; taču parasti tas ir  $90^\circ$ . Šim pēdējam gadījumam dota tālāk sekojošā kinemātiskā analīze. Vispirms noskaidrosim mehānisma stāvokļa funkciju  $\Theta = \Theta(\varphi)$ .

Nogrieznis OH svārstās Oyz plāknē, kas perpendikulāra vārpstai 3. Šarnīra O dēļ  $OH \perp OE$ . Caur vārpstas 3 asi un taisni OE novilktais plaknes pēda OF arī ir perpendikulāra nogrieznim OH, jo OH ir novilktais plaknes normāle, tāpēc ka tā perpendikulāra divām šīs plaknes taisnēm — taisnei OE un vārpstas 3 asij. Tas nozīmē, ka

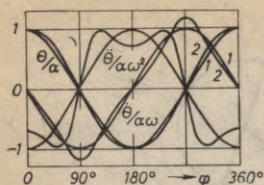
$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \Theta = \frac{FC}{OC} = \frac{EC \cos \varphi}{OC} = \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi.$$

Tātad

$$\Theta = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha \cos \varphi). \quad (8.23)$$

Diferencējot šo izteiksmi pēc laika, iegūstam vārpstas 3 leņķisko ātrumu

$$\dot{\Theta} = -\omega \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \Theta \sin \varphi. \quad (8.24)$$



8-9. zīm.

Pieņemot, ka vārpstas 1 leņķiskais ātrums  $\omega = \text{const}$ , un diferencējot izteiksmi (8.24), iegūstam vārpstas 3 leņķisko paātrinājumu

$$\ddot{\Theta} = -\omega^2 \frac{\sin 2\Theta}{2 \cos^2 \alpha} \times (\cos 2\Theta + \sin^2 \alpha). \quad (8.25)$$

Pēc pēdējām trim formulām aprēķinātie bezdimensionālie lielumi  $\Theta/\alpha$ ,  $\dot{\Theta}/\alpha\omega$ ,  $\ddot{\Theta}/\alpha\omega^2$  attēloti 8-9. zīmējumā gadījumiem, kad  $\alpha = 10^\circ$  (līknes 1) un  $\alpha = 40^\circ$  (līknes 2). Līknes 1 maz atšķiras no sinusoidām, bet līknes 2 — ļoti ievērojami. Pārejot no  $\alpha = 10^\circ$  uz  $\alpha = 40^\circ$ , pieaug vārpstas 3 maksimālais leņķiskais ātrums, leņķiskā paātrinājuma ekstrēmu skaits pieaug no 2 uz 6 ciklā un leņķiskā paātrinājuma maiņa kļūst daudz straujāka mehānisma stāvokļu  $\varphi = 90^\circ$  un  $\varphi = 270^\circ$  tuvumā.

Pēdējais apstāklis rāda, ka leņķa  $\alpha$  palielināšana izraisa rāvienu (5-6. §.) pieaugumu un mehānisma ilgzturības samazināšanos. Ja  $\alpha \leq 24^\circ 06'$ , tad vārpstai 3 ir tikai divi leņķiskā paātrinājuma ekstrēmi ciklā [55].

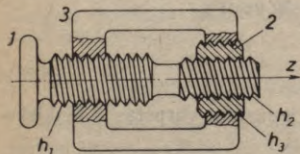
Lauksaimniecības mašīnu griezējaparātos svārstīkla 3 piedzen klani un slīdni (6-21. zīm.). Slīdņa kustību var aprēķināt pēc 6-6. paragrāfa formulām, ievietojot tajās šeit atrastos  $\Theta$ ,  $\dot{\Theta}$ ,  $\ddot{\Theta}$ .

#### 8-4. Vītņu mehānismi

Starp mehānismiem ar kustamību  $\omega = 1$  un locekļu skaitu, lielāku par 2, ir tādi, kam visi kustīgie savienojumi ir tikai šarnīri vai tikai slīdpāri (2-12. zīm.). Taču ir iespējami arī tādi vairāklocekļu mehānismi, kuriem visi kustīgie savienojumi ir tikai skrūves pāri (8-10. zīm.). Sāodus mehānismus sauc par vītņu mehānismiem, un tie pieder pie cilindriskiem mehānismiem. Tāpēc to kustamību var aprēķināt pēc formulām (2.11) un (2.12). Tā, piemēram, trīslotekļu vītņu mehānismam (8-10. zīm.)

$$\omega = 2(n-1) - p = 2(3-1) - 3 = 1;$$

$$\omega = p - 2k = 3 - 2 \cdot 1 = 1.$$



8-10. zīm.

Tas nozīmē, ka eksistē viennozīmīga stāvokļa funkcija

$$z_{23} = f(h_1, h_2, h_3, \varphi_{13}),$$

kur  $z$  — aksiālais pārvietojums,  $h$  — vītnes kāpe,  $\varphi$  — pagriezienu leņķis. Noskaidrosim šo funkciju.

Labās vītnes kāpi pieņem par pozitīvu, kreisās — par negatīvu. Griežot labās vītnes skrūvi vai uzgriezni pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tā attālinās. Tā kā 8-10. zīmējumā  $z$  ass vērsta pa labi, tad pulksteņa rādītāju kustības virziens, ja skatās  $z$  ass virzienā, jāpieņem par pozitīvu.

No lineāro un leņķisko ātrumu paralelogramu likumiem izriet, ka

$$v_{23} = v_{21} + v_{13}; \quad \omega_{23} = \omega_{21} + \omega_{13}.$$

Reizinot šos vienādojumus ar laika sprīdi  $\Delta t$ , iegūstam analogiskas sakarības starp pārvietojumiem:

$$z_{23} = z_{21} + z_{13}, \quad (1)$$

$$\varphi_{23} = \varphi_{21} + \varphi_{13}. \quad (2)$$

Saskaņā ar formulām (1.2) un (2)

$$\begin{aligned} z_{21} &= \varphi_{21} \frac{h_2}{2\pi} = (\varphi_{23} - \varphi_{13}) \frac{h_2}{2\pi} = \\ &= \left( z_{23} \frac{2\pi}{h_3} - \varphi_{13} \right) \frac{h_2}{2\pi} = z_{23} \frac{h_2}{h_3} - \varphi_{13} \frac{h_2}{2\pi}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$z_{13} = \varphi_{13} \frac{h_1}{2\pi}. \quad (4)$$

Ievietojot izteiksmes (3) un (4) izteiksmē (1), iegūstam meklējamo stāvokļa funkciju

$$z_{23} = \frac{h_1 - h_2}{1 - \frac{h_2}{h_3}} \cdot \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (8.26)$$

Šīs funkcijas praktiskās realizācijas iespēja ir atkarīga no vītņu kāpju vērtībām un berzes starp vītnēm.

Šarnīru un slīdpāri var uzlūkot par skrūves pāra robežgadījumiem, kad kāpe  $h=0$  vai  $h=\infty$ . Aizvietojojot trislocekļu vītņu mehānisma (8-10. zīm.) vienu vai divus skrūves pārus ar šarnīriem vai slīdpāriem, dabūjam 8-11. zīmējumā parādītos gadījumus.

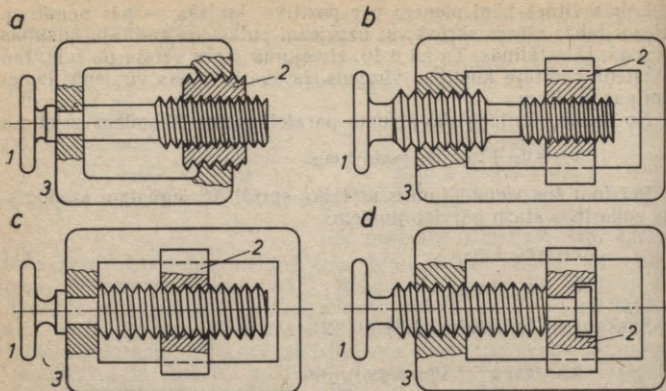
Gadījumā  $a$  kāpe  $h_1=0$ . Gadījumā  $b$  kāpe  $h_3=\infty$  un

$$z_{23} = (h_1 - h_2) \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (8.27)$$

Ja  $h_1$  un  $h_2$  ar vienādām zīmēm, tad gadījums  $b$  reprezentē t. s. diferenciālskrūvi, kas ļauj ar rupjām vītnēm sasniegt mazus aksiālos pārvietojumus, t. i., ar nelieliem griezes momentiem lielus aksiālos spēkus.

Gadījumā  $c$  kāpes  $h_1=0$ ,  $h_3=\infty$  un

$$z_{23} = -h_2 \frac{\varphi_{13}}{2\pi}.$$



8-11. zīm.

Gadījumā  $d$  kāpes  $h_2=0$ ,  $h_3=\infty$  un

$$z_{23} = h_1 \frac{\Psi_{13}}{2\pi} .$$

Visos šeit aplūkotajos mehānismos ir 4 atkārtotas saites, kas prasa ievērot stingru visu kinemātisko pāru asu sakrišanu uz vienas taisnes. Iepriekšējos aprēķinos nekas nemainās, ja trīsstūra vītnes vietā lieto taisnstūra, trapeces vai citas formas vītnes.

## SPĒKU NOTEIKŠANA PLAKANOS MEHĀNISMOS

Kustošā mehānismā darbīgo spēku noteikšana ir nepieciešama

- 1) mehānisma locekļu un citu elementu šķērsriezumu un saskarvirsmu laukumu aprēķināšanai,
- 2) pareizas eļļošanas un siltuma novadīšanas izveidošanai,
- 3) mašīnas fundamenta aprēķinam,
- 4) projektējamai mašīnai atbilstoša dzinēja vai darba mašīnas izvēlei.

Spēku noteikšana kustošā mehānismā visērtāk izdarāma pēc kinetostatikas metodes grafiski vai analītiski.

### 9. NODAĻA

#### KINETOSTATIKAS METODE UN INERCES SPĒKI

##### 9-1. Mehānismu kinetostatika

Uz mehānisma locekļiem darbīgie spēki iedalāmi sešās grupās:

1) dzinējspēks  $P$  (piemēram, gāzes spiediena spēks uz iekšdedzes motora virzuli, arklam pieliktais traktora vilkmes spēks) vai dzinējmomenta  $M_P$  (elektromotora enkuram pieliktais statora elektromagnētiskā lauka moments, darba mašīnas skriemelim ar siksnu pieliktais moments);

2) lietderīgās pretestības spēks  $Q$  (ūdens spiediena spēks uz sūkņa virzuli) vai lietderīgās pretestības moments  $M_Q$  (centrbēdzes sūkņa rotoram pieliktais ūdens pretestības moments);

3) locekļu smagumspēki  $G$ ;

4) kaitīgās pretestības (berze kustīgos savienojumos un vides pretestība) spēki  $F$  un momenti  $M_F$ ;

5) elastības spēki  $T$  un momenti  $M_T$ , ko rada mehānisma potenciālās enerģijas akumulatori, elastīgi starpelementi dinamiskos savienojumos (elastīgs sajūgs) vai papildelementi (augstāko pāru slēgšanas atsperes);

6) normālreakcijas  $R$ , ar kurām kustīgos savienojumos locekļi darbojas viens uz otru.

Pirmo triju grupu un daļēji arī ceturrtās grupas spēkus mehānismam pieliek ārējie ķermeņi (2-7. §), bet kustīgos savienojumos darbīgie berzes spēki un momenti, elastības spēki un normālreakcijas ir mehānisma iekšējie spēki, kas mehānismā parādās III Ņūtona likumam atbilstošos pāros. Sajā kursa daļā noskaidrosim normālreakciju un berzes spēku aprēķinu.

Vislielāko uzmanību veltīsim normālreakciju noteikšanai, jo tās ir strauji mainīgi spēki, kas mehānisma kustībā ir citādi nekā miera stāvoklī; no tām galvenokārt atkarīgs locekļu un kustīgo savienojumu izveidojums. Normālreakcijas aprēķina, ignorējot berzi kustīgos savienojumos, bet pēc tam ar aprēķinātām normālreakcijām noteic berzes spēkus un momentus. Berze daļēji ietekmē normālreakcijas. Tāpēc vajadzības gadījumā normālreakciju aprēķinu atkārtoti, iepriekš pieliekot locekļiem atrastos berzes spēkus un momentus.

Ja mehānisms ir miera stāvoklī, tad visi tam pieliktie spēki ir līdzsvarā. Kustībā līdzsvara vispār nav, jo daļa spēku tiek izlietota masu paātrināšanai vai palēnināšanai. Taču spēku līdzsvaru kustībā var formāli atjaunot, ja lieto kinetostatikas metodi.

Kinetostatika ir uz Dalambēra principu [132] pamatota mācība par spēku aprēķināšanu kustošā mehāniskā sistēmā. Mehānismu teorijā Dalambēra princips izteicams šādi: *ja visiem uz mehānismu darbīgiem spēkiem (tie ir minēto sešu grupu spēki) pievieno kustošo masu inerces spēkus, tad iegūst līdzsvarā esošu spēku sistēmu un dažus nezināmus mehānismam īstenībā pieliktus spēkus var noteikt pēc statikas metodēm.*

Ja iedomājami inerces spēkus, kas pielikti visām ar paātrinājumiem kustošām masas daļiņām, tad iespējams aprēķināt ne tikai nezināmos locekļiem īstenībā pieliktus spēkus, bet arī locekļu iekšējos spriegumus un deformācijas. Šis pārsteidzošais rezultāts izskaidrojams ar to, ka, lietojot kinetostatikas metodi, izdarām divas kļūdas, kas viena otru kompensē: 1) pieliekam inerces spēkus un pēc tam 2) izdarām aprēķinu, pieņemot, ka mehānisms atrodas miera stāvoklī.

Normālreakcijas pēc kinetostatikas metodes iespējams aprēķināt, ja izpildīti šādi noteikumi:

- 1) mehānisma kustība zināma,
- 2) zināmas locekļu masas un masas izkārtojums locekļos,
- 3) zināms dzinējspēks vai lietderīgā pretestība,
- 4) mehānisms plāknē ir statiski noteicams.

Pirmais noteikums nepieciešams inerces spēku un citu no kustības

atkarīgu spēku noteikšanai, otrs — inerces un smaguma spēku noteikšanai, trešai — mehānisma slodzei atbilstošu normālreakciju noteikšanai, ceturtais — statikas metožu lietošanai.

Projektējamā mehānisma kinetostatiskam aprēķinam mehānisma kustību pieņem tādu, kas tuva sagaidāmai īstenai kustībai; parasti tā atbilst vedošā kloķa vienmērīgai rotācijai. Locekļu masas, masu centrus un inerces momentus izvēlās saskaņā ar pieredzi un prakses datiem. Dzinējspēks vai lietderīgā pretestība izriet no projektēšanas uzdevuma; kinetostatiskam aprēķinam vajadzīgs tikai viens no minētajiem galvenajiem spēkiem, jo, pieliekot mehānismam abus, nebūs spēku līdzsvara, tāpēc ka abiem galvenajiem spēkiem atbilst noteikta mehānisma kustība, kas vispār nesakrīt ar kinetostatiskā aprēķinā pieņemto kustību. Pēc dotā viena galvenā spēka kinetostatiskā aprēķina rezultātā atrod ne tikai nezināmās normālreakcijas, bet arī otru galveno spēku, kas atbilst pieņemtai mehānisma kustībai un ko sauc par līdzsvarotājspēku (līdzsvarotājmomentu). Vispār galveno spēku skaits mehānismā ir  $c+1$ , kur  $c$  — mehānisma pamatkustāmību skaits atbilstoši formulai (2.18). Mehānisms plaknē ir statiski noteicams, ja tajā nav tangenciālas atkārtotās saites (2-4. §). Šāda mehānisma kinetostatisko aprēķinu var izdarīt noteiktā kārtībā pa struktūras grupām.

Kinetostatiskais aprēķins veicams grafiski vai analītiski. Analītiskā kinetostatikā bieži jārikojas ar spēkiem, kas sadalīti divos savstarpēji perpendikulāros komponentos. Parādīsim, kā aprēķināt šādos komponentos sadalīta spēka projekciju uz izvēlētas ass un momentu pret izvēlēto punktu.

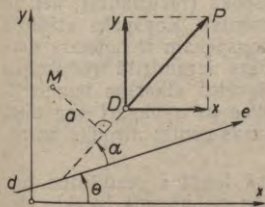
Spēka  $\vec{P} = \vec{X} + \vec{Y}$  projekcija (9-1. zīm.) uz ass  $d-e$  un moments pret punktu  $M$ , acīm redzot, ir

$$P \cos \alpha = X \cos \theta + Y \sin \theta, \quad (9.1)$$

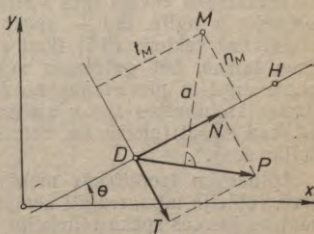
$$Pa = (x_D - x_M)Y - (y_D - y_M)X. \quad (9.2)$$

Spēka  $\vec{P} = \vec{N} + \vec{T}$  moments (9-2. zīm.) pret punktu  $M$  ir

$$Pa = Nn_M + Tt_M. \quad (9.3)$$



9-1. zīm.



9-2. zīm.

Plecu  $n_M$  un  $t_M$  aprēķinām lietojamas šādas formulas [77]:

$$\left. \begin{aligned} n_M &= |m(Ax_M + By_M + C)|, \\ t_M &= |m[A(y_D - y_M) - B(x_D - x_M)]|; \end{aligned} \right\} \quad (9.4)$$

ja taisne  $DH$  uzdota ar punktiem  $D$  un  $H$ , tad

$$\begin{aligned} A &= y_D - y_H, \\ B &= x_H - x_D, \\ C &= x_D y_H - y_D x_H, \end{aligned} \quad m = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}};$$

ja taisne  $DH$  uzdota ar punktu  $D$  un leņķi  $\Theta$ , tad

$$A = \operatorname{tg} \Theta, \quad B = -1, \quad C = y_D - x_D \operatorname{tg} \Theta, \quad m = \cos \Theta.$$

Ja ar kinetostatiskā aprēķinā atrastiem spēkiem dimensionēto locekļu masas parametri nepieļaujami daudz atšķiras no sākumā pieņemtiem, tad kinetostatiskais un stiprības aprēķins jāatkārto.

## 9-2. Locekļu inerces spēku aprēķins

Lietojot kinetostatikas metodi, elementārs inerces spēks  $dJ = adm$  jāpieliek ikvienam masas elementam  $dm$ , kas kustas ar paātrinājumu  $a$ . Šo elementāro inerces spēku galvenais vektors

$$\bar{J} = -m\bar{a}_c, \quad (9.5)$$

kur  $m$  — mehāniskās sistēmas masa un  $a_c$  — šīs sistēmas masas centra paātrinājums. Formula (9.5) derīga visām mehāniskām sistēmām visās iespējamās kustībās.

Tātad *plakana vai telpiska mehānisma locekļa kopējais inerces spēks ir vienāds šī locekļa masas reizinājumam ar locekļa masas centra pretēji vērstu paātrinājumu.*

Plakanu mehānismu locekļi kustas komplāni. Ja pieņem, ka mehānismam ir komplānas kustības plaknei paralēla simetrijas plakne, tad elementārie inerces spēki atrodas vienā plaknē. Plaknes spēku visvienkāršākā ekvivalentā sistēma ir kopspēks (rezultante), bet, ja kopspēks ir nulle, tad — spēkpāris (moments). Kopspēks atšķiras no galvenā vektora (9.5) tikai ar to, ka kopspēkam ir noteikta darbības taisne, bet galvenais vektors pielikts izraudzītā redukcijas centrā un tam pievienojas no šī centra izvēles atkarīgs moments. Elementāro inerces spēku sistēma reducēties uz spēkpāri var tikai tad, kad  $a_c = 0$  (piemēram, rotors, kura masas centrs atrodas uz rotācijas ass).

Aplūkosim teorētiskās mehānikas kursā iegūtos rezultātus par virzē, rotācijā un sarežģīti komplāni kustošu mehānisma locekļu elementāro inerces spēku redukciju uz doto centru un redukciju uz kopspēku.

Virzē kustoša locekļa inerces kopspēka (9.5) darbības taisne iet caur locekļa masas centru.

Rotējoša locekļa elementārie inerces spēki reducējas uz galveno vektoru (9.5), kas pielikts rotācijas asij (9-3. zīm. a) un kam pievienojas locekļa leņķiskajam paātrinājumam  $\epsilon$  pretī vērstš tangenciālo inerces spēku galvenais moments (tā apzīmējums atgādina apgrieztu burtu  $M$ ):

$$W_0 = -I_0 \epsilon, \quad (9.6) \quad 9-3. \text{ zīm.}$$

kur  $I_0$  — inerces moments pret rotācijas asi, vai arī (9-3. zīm. b) uz inerces kopspēku (9.5), kas pielikts locekļa svārstību vai trieciena centrā  $S$ . Atstatums

$$OS = \frac{i_0^2}{OC}, \quad (9.7)$$

kur  $i_0$  — locekļa inerces rādiuss pret rotācijas asi.

Komplāni kustoša locekļa  $AB$  elementārie inerces spēki reducējas uz locekļa masas centrā  $C$  pieliktu galveno vektoru (9.5) un galveno momentu (9-4. zīm. a)

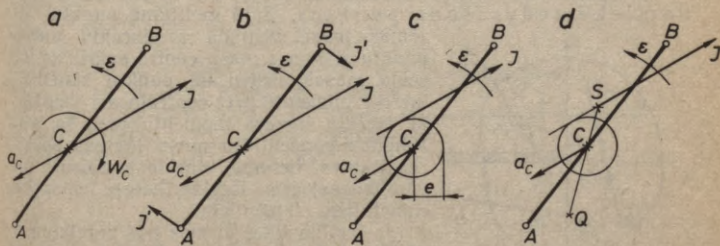
$$W_C = -I_C \epsilon, \quad (9.8)$$

kur  $I_C$  — inerces moments pret centrālo asi, kas perpendikulāra komplānās kustības plaknei. So momentu var aizvietot (9-4. zīm. b) ar spēkpāri  $J'AB$ , kur

$$J' = \frac{W_C}{AB}. \quad (9.9)$$

Inerces kopspēks (9.5) pieskaras ap masas centru ar rādiusu

$$e = \frac{I_C \epsilon}{J} = \frac{i_C^2 \epsilon}{a_c} \quad (9.10)$$



9-4. zīm.

novilktaī aplocei (9-4. zīm. *c*) tā, ka tā moments pret punktu *C* vērst pretēji locekļa leņķiskajam paātrinājumam *e*.

Zināms, ka komplānā kustībā paātrinājumu aina attiecībā pret paātrinājumu centru *Q* ir tāda, it kā ķermenis rotētu ap nekustīgu asi punktā *Q*. Tāpēc saskaņā ar 9-3. zīmējumu *b* kopspēks (9.5) iet caur acumirkliġam paātrinājumu centram atbilstošo svārstību centru (9-4. zīm. *d*) un

$$QS = \frac{i_Q^2}{QC}. \quad (9.11)$$

Paātrinājumu un svārstību centri atrodas uz vienas taisnes ar masu centru, katrs savā pusē pēdējam.

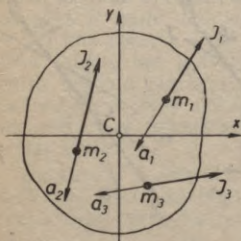
Anālītiski inerces spēkus komplānā kustībā aprēķina pēc formulām

$$J_x = -m\ddot{x}_C, \quad J_y = -m\ddot{y}_C, \quad W = -Ie. \quad (9.12)$$

Komplāni kustoša locekļa inerces spēku aprēķinam var lietot metodi, kas neprasa masas centra paātrinājuma un leņķiskā paātrinājuma noteikšanu. Locekli aizstāj ar *n* materiālu punktu sistēmu tā (9-5. zīm.), ka šo punktu inerces spēki ir ekvivalenti (no cieta ķermeņa mehānikas viedokļa) locekļa elementāriem inerces spēkiem; punktu masām un koordinātēm jāapmierina šādi noteikumi:

$$\left. \begin{aligned} \sum_1^n m_i &= m, \\ \sum_1^n m_i x_i &= 0, \\ \sum_1^n m_i y_i &= 0, \\ \sum_1^n m_i (x_i^2 + y_i^2) &= I_C. \end{aligned} \right\} \quad (9.13)$$

Ja izpilda visus četrus noteikumus (9.13), tad notiek masu dinamiskā reducēšana punktos. Šajā gadījumā punktu sistēmas masa vienāda ar locekļu masu, punktu sistēmas masu centrs sakrīt ar locekļa masas centru un punktu sistēmas inerces moments pret centrālo asi vienāds ar locekļa inerces momentu pret šo asi. Punktos koncentrēto masu inerces spēku rezultantes lielums, darbības taisne un vērsums sakrīt ar locekļa inerces kopspēka minētajiem elementiem.



9-5. zīm.

Ja izpilda tikai pirmos trīs noteikumus (9.13), tad ir masu statiskā reducēšana punktos. Šajā gadījumā punktos

koncentrēto masu inerces spēku rezultante ir ģeometriski vienāda ar locekļa inerces kospēku, bet vispār nedarbojas uz kospēka taisnes. Komplāni kustoša locekļa kinētiskā enerģija

$$E = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}.$$

Redzams, ka masu dinamiskā reducēšana punktos locekļa kinētisko enerģiju saglabā, bet statiskā nesaglabā.

Visbiežāk masu reducēšanā punktus izvēlas uz kopīgas taisnes ar masu centru. Tad katram punktam ir divi parametri:  $x_i$ ,  $m_i$ , kuru aprēķinam ir 3 vienādojumi, dinamiski reducējot, un 2 vienādojumi, statiski reducējot. Tas nozīmē, ka brīvi izraudzīto parametru skaits ir  $p=2n-3$ , dinamiski reducējot, bet  $p=2n-2$ , statiski reducējot. Ja  $n=2$ , tad abu punktu novietojumu brīvi izraudzīties var, tikai statiski reducējot.

**9-1. piemērs.** Virzuļkompresoru (9-6. zīm.) piedzen kļokis 1, vienmērīgi rotēdams ar  $n=3000$  apgr./min. Nelīdzsvarotā kļoka, kļoņa un slīdņa (krustenes, virzuļa kāta un virzuļa) smagumcentri ir  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ . Doti izmēri  $OA=200$  mm,  $OC_1=60$  mm,  $AB=480$  mm,  $AC_2=160$  mm; locekļu masas  $m_1=40$  kg,  $m_2=20$  kg,  $m_3=30$  kg un kļoņa inerces rādiuss  $i_{C_2}^2=0,5 AB^2$ . Noteikt mehānisma locekļu inerces spēkus grafiski un analītiski stāvokli, kad  $\alpha=30^\circ$ .

Piezīme. Virzuļdzinēja kļoņiem  $i_C^2 \approx 0,17 AB^2$  un  $AC \approx 0,35 AB$ .

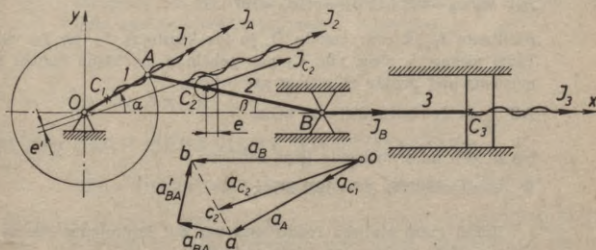
Grafiskais atrisinājums. Konstruējot ātrumus un paātrinājumus pēc 5-1. piemēra parauga, iegūstam 9-6. zīmējumā doto paātrinājumu plānu, kur  $a_A=196$  m/s<sup>2</sup>,  $a_{C_1}=60$  m/s<sup>2</sup>,  $a_{C_2}=195$  m/s<sup>2</sup>,  $a_B=220$  m/s<sup>2</sup>,  $a_{BA}^t=83$  m/s<sup>2</sup>.

Kļoņa inerces spēks (vērstis kļoņa virzienā)

$$J_1 = m_1 a_{C_1} = 2400 \text{ N} = 245 \text{ kG}.$$

Kļoņa inerces spēks (vērstis pretēji paātrinājumam  $a_{C_1}$ )

$$J_2 = m_2 a_{C_2} = 3900 \text{ N} = 398 \text{ kG}$$



9-6. zīm.

pieskaras ap smagumcentru  $C_2$  ar rādiusu

$$e = \frac{i^2_{C_2} \varepsilon}{a_{C_2}} = 0,0306 \text{ m} = 30,6 \text{ mm}$$

aprakstītai aplocei tā, ka  $J_2$  moments pret  $C_2$  ir vērsts pretēji klaņa leņķiskajam paātrinājumam

$$\varepsilon = \frac{a_B A^4}{AB} = 173 \text{ s}^{-2}.$$

Slīdņa inerces spēks

$$J_3 = m_3 a_B = 6600 \text{ N} = 674 \text{ kG}.$$

Inerces spēki  $J_1, J_2, J_3$  attēloti 9-6. zīmējumā ar viļņotu līniju, lai atšķirtos no tālāk aprēķinātajiem klaņa inerces spēkiem.

Aprēķinām klaņa inerces spēku, klaņa masu dinamiski reducējot punktos  $A, B, C_2$ . Apzīmē  $AC_2 = a, BC_2 = b$  un atbilstoši formulām (9.13) rakstām vienādojumus

$$m_A + m_{C_2} + m_B = m_2, \quad m_A a - m_B b = 0, \quad m_A a^2 + m_B b^2 = m_2 i^2_{C_2},$$

un no tiem aprēķinām punktos dinamiski reducētās masas:

$$m_A = m_2 \frac{i^2_{C_2}}{a(a+b)} = 9,0 \text{ kg}, \quad m_B = m_A \frac{a}{b} = 4,5 \text{ kg}, \quad m_{C_2} = 6,5 \text{ kg}.$$

So masu inerces spēku

$$J_A = m_A a_A = 179 \text{ kG}, \quad J_{C_2} = m_{C_2} a_{C_2} = 129 \text{ kG}, \quad J_B = m_B a_B = 101 \text{ kG}$$

rezultante ir iepriekš atrastais spēks  $J_2$  (ieskaitot darbības taisni).

Klaņa masu statiskā redukcija punktos  $A$  un  $B$  ir šāda:

$$m_A + m_B = m_2, \quad m_A a - m_B b = 0; \quad m_A = \frac{m_2 b}{a+b} = 13,3 \text{ kg}, \quad m_B = \frac{m_2 a}{a+b} = 6,7 \text{ kg}.$$

So masu inerces spēku

$$J_A = m_A a_A = 265 \text{ kG}, \quad J_B = m_B a_B = 151 \text{ kG}$$

rezultante  $J_2$  iet caur punktu  $O$ , jo tur krustojas  $J_A$  un  $J_B$  virzieni. Tādēļ pieaug  $J_2$  plecs pret  $C_2$  par gabalu  $e'$  un klaņa inerces spēku moments pret punktu  $C_2$  pieaug par lielumu

$$\Delta W_{C_2} = e' J_2 = 0,016 \cdot 398 = 6,4 \text{ kGm};$$

tas ir 52% no šī momenta istās vērtības:

$$W_{C_2} = e' J_2 = 0,0306 \cdot 398 = 12,2 \text{ kGm};$$

Tātad masu statiskā reducēšana var dot ievērojamu inerces kopspēka darbības taisnes novietojuma kļūdu.

Analītiskais atrisinājums. Apzīmējam  $OA=b$ ,  $AB=a$ ,  $OB=c$  un aprēķinām

$$\dot{\alpha} = \frac{\pi n}{30} = 31,4 \text{ s}^{-1}, \quad a_{C_1} = OC_1 \cdot \dot{\alpha}^2 = 59 \text{ m/s}^2, \quad a_A = b\dot{\alpha}^2 = 197 \text{ m/s}^2.$$

Aprēķinām pēc mainīgā trīsstūra formulām (6.9) un (6.10):

$$\beta = \arcsin \frac{b \sin \alpha}{a} = 12^\circ, \quad \dot{\beta} = \frac{b\dot{\alpha} \cos \alpha}{a \cos \beta} = 13,4 \text{ s}^{-1}.$$

$$e = -\ddot{\beta} = -\frac{1}{a \cos \beta} (a\dot{\beta}^2 \sin \beta - b\dot{\alpha}^2 \sin \alpha) = 168 \text{ s}^{-2}.$$

$$a_B = \ddot{c} = -b\dot{\alpha}^2 \cos \alpha - a\dot{\beta}^2 \cos \beta - a\dot{\beta} \sin \beta = -239 \text{ m/s}^2.$$

Pēc formulām (6.29)

$$\ddot{x}_{C_2} = a_A \cos \alpha (u-1) + ua_B = -193 \text{ m/s}^2, \quad y_{C_2} = a_A \sin \alpha (u-1) = -66 \text{ m/s}^2, \text{ kur } u = \frac{AC_2}{AB} = \frac{1}{3}; \quad a_{C_2} = \sqrt{193^2 + 66^2} = 204 \text{ m/s}^2.$$

Kustošo locekļu inerces spēki

$$J_1 = m_1 a_{C_1} = 240 \text{ kG}, \quad J_{2x} = -m_2 \ddot{x}_{C_2} = 394 \text{ kG}, \quad J_{2y} = -m_2 \ddot{y}_{C_2} = 135 \text{ kG},$$

$$J_2 = m_2 a_{C_2} = 415 \text{ kG}, \quad W_{C_2} = -m_2 \dot{c}^2 e = 11,8 \text{ kGm},$$

$$J_3 = -m_3 a_B = 730 \text{ kG}.$$

Piezīme. Saskaņā ar formulām (6.44) slīdņa maksimālais inerces spēks

$$J_{3 \max} = m_3 b \dot{\alpha}^2 \left(1 + \frac{b}{a}\right) = \frac{30}{9,81} 0,2 \cdot 986 \left(1 + \frac{200}{480}\right) = 854 \text{ kG},$$

kas iestājas slīdņa vistālākā stāvoklī no kloķvārpstas un ir 28,5 reizes lielāks par slīdņa svaru.

Turpretī, ja automobiļa virzuldzinējam kloķa garums ir 46 mm, klaņa garums 161 mm un tas griežas ar 4000 apgr./min., tad virzuļa maksimālais paātrinājums

$$a_{B \max} = 0,046 \left(\frac{\pi 4000}{30}\right)^2 \left(1 + \frac{46}{161}\right) = 10\,400 \text{ m/s}^2.$$

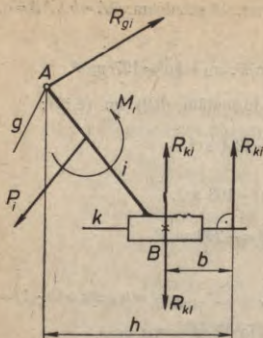
Tādat virzuļa maksimālais inerces spēks vairāk nekā 1000 reizu pārsniedz virzuļa svaru. Tas nozīmē, ka ātrgaitas mašīnu kinetostatiskā aprēķinā locekļu pašsvars ir ignorējams.

## 10. NODAĻA

### ZEMĀKO PĀRU MEHĀNISMU KINETOSTATIKA

#### 10-1. Struktūras grupu nozīme kinetostatikā

Plakanos zemāko pāru mehānismos locekļi savienoti tikai ar plakaniem šarnīriem un slīdpāriem vai ar tiem kinemātiski ekvivalentiem kustīgiem savienojumiem. Sajā nodaļā iepazīsimies ar minētos



10-1. zīm.

kinemātiskos pāros darbīgo spēku, t. i., normālreakciju (berzi ignorējam) aprēķinu.

Vispirms pārlicināsimies, ka katrai šarnīra vai slīdpāra reakcijai ir divi nezināmi lielumi Šajā nolūkā apskatām (10-1. zīm.) locekli  $i$ , kurš ar locekli  $g$  savienots šarnīrā  $A$ , bet ar locekli  $k$  — slīdpārī  $B$ . Loceklim  $i$  pielikts zināms spēks  $P_i$  (smaguma, inerces un citu spēku rezultante) un zināms moments (spēkpāris)  $M_i$ . Loceklis  $g$  uz locekli  $i$  iedarbojas ar nezināmu reakciju  $R_{gi}$ , kurai divi nezināmi lielumi — modulis un virziens (jeb divi izvēlētu virzienu komponenti). Loceklis  $k$  uz locekli  $i$  iedarbojas ar nezināmu reakciju  $R_{ki}$ , kurai arī ir divi nezināmi lielumi — modulis un novietojums (plecs  $h$ ).

Slīdpāra reakcijas novietojumam ir liela nozīme. Ja reakcijas attālums  $b$  no slīdpāra centra ir nulle, tad spiedienu slīdvirsmās sadalīts vienmērīgi. Ja  $b \neq 0$ , tad slīdpāra centrā var pielikt divus vienādus pretēji vērstus spēkus  $R_{hi}$  un ievērot, ka ekscentriskas reakcijas darbība ir centriska spēka  $R_{hi}$  un spēkpāra  $b R_{hi}$  darbību summa.

Loceklim  $i$  plaknē ir 3 līdzsvara vienādojumi, no kuriem nevar aprēķināt minētos 4 nezināmos. Tātad atsevišķi ņemts mehānisma loceklis ir statiski nenoteicams, kaut arī mehānisms bez atkārtotām tangenciālām saitēm (3-2. §) ir statiski noteicams.

Ja statiski noteicama mehānisma struktūras grupu pievieno statnei, tad saskaņā ar formulu (3.4) sakarība starp grupas locekļu skaitu  $n$  un kinemātisko pāru skaitu  $p$  ir šāda:

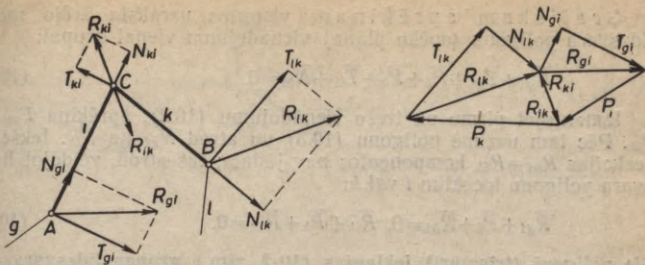
$$3n - 2p = 0. \quad (10.1)$$

Kreisās puses pirmais loceklis izteic grupai uzrakstāmo līdzsvara vienādojumu skaitu, bet otrais — grupas kinemātisko pāru reakciju nezināmo skaitu. Abi locekļi ir vienādi. Tātad *struktūras grupa ir vismazākā no mehānisma izdalāmā statiski noteicamā sistēma*, tādēļ tā noderīga kinetostatiskam aprēķinam.

Tālāk aplūkosim visbiežāk sastopamo struktūras grupu, vispirms diadu kinetostatisko aprēķinu.

## 10-2. Diadu analītiskā un grafiskā kinetostatika

Tālāk sniegtā diadu kinetostatiskā aprēķina algoritmu [77] izklāstā diadu locekļi apzīmēti ar  $i$  un  $k$ , bet kaimiņlocekļi — ar  $g$  un  $l$ . Vienkāršības dēļ locekļiem pieliktie (10-1. zīm.) zināmie



10-2. zīm.

spēki  $P_i$ ,  $P_h$  un spēkpāru momenti  $M_i$ ,  $M_h$  turpmāk diadu zīmējumos nav parādīti, bet  $P_i$  un  $P_h$  redzami tikai līdzsvara poligonos. Līdzsvara vienādojumos visus locekļus rakstām pozitīvus neatkarīgi no momentu un projekciju virzieniem zīmējumos, kaut konkrētu uzdevumu risinājumos stingri jāievēro zīmes. Sarnīrus apzīmējam ar  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , bet spēka plecus līdz tiem — ar  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Katram skalāram līdzsvara vienādojumam kreisā pusē pirms identitātes zīmes  $\equiv$  dots simbols  $M$  vai  $P$ , kas raksturo vienādojuma saturu. Tā, piemēram,  $M_C^k$  — visu loceklim  $k$  pielikto spēku kopmoments pret punktu  $C$ ,  $P_{AB}^i$  — visu loceklim  $i$  pielikto spēku projekciju summa uz taisnes  $AB$ . Ja augšējā indeksa šiem simboliem nav, tad vienādojums attiecas uz visu grupu. Analītiskā aprēķina vienādojumi sastādīti tā, ka tajos katrā ir tikai viens nezināmais, ja vienādojumus risina dotajā kārtībā. Šis vienīgais nezināmais rakstīts kā pirmais pa labi no zīmes  $\equiv$ .

**Pirmās modifikācijas diada** (10-2. zīm.). Nezināmās reakcijas  $R_{gi}$ ,  $R_{lh}$  un  $\bar{R}_{hi} = -\bar{R}_{ih}$  sadala katru divos komponentos. «Tangenciālais» komponents  $T$  ir perpendikulārs locekļa (pavadas) garenasij, bet «normālais» komponents  $N$  sakrīt ar to.

Analītiskā aprēķina vienādojumi ir šādi:

$$\left. \begin{aligned} M_C^i &\equiv T_{gi} \cdot AC + P_i c_i + M_i = 0, \\ M_B &\equiv N_{gi} n_B + T_{gi} t_B + P_i b_i + P_h b_h + M_i + M_h = 0, \\ M_C^h &\equiv T_{lh} \cdot BC + P_h c_h + M_h = 0, \\ M_A &\equiv N_{lh} n_A + T_{lh} t_A + P_i a_i + P_h a_h + M_i + M_h = 0, \\ M_A^i &\equiv T_{hi} \cdot AC + P_i a_i + M_i = 0, \\ P_{AC}^i &\equiv N_{hi} + N_{gi} + P_i \cos \alpha_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.2)$$

Ja pleci  $n$  un  $t$  mehānisma kinemātiskā shēmā nav viegli nosakāmi, tad to aprēķināšanai noder formulas (9.4).

Grafiskam aprēķinam vispirms uzraksta ārējo spēku līdzsvara poligona (spēku plāna) vienādojumu vienai grupai:

$$\bar{N}_{gi} + \bar{T}_{gi} + \bar{P}_i + \bar{P}_h + \bar{T}_{lh} + \bar{N}_{lh} = 0. \quad (10.3)$$

Izmantojot pirmo un trešo vienādojumu (10.2), aprēķina  $T_{gi}$  un  $T_{lh}$ . Pēc tam uzzīmē poligону (10.3) un atrod  $N_{gi}$  un  $N_{lh}$ . Iekšējās reakcijas  $R_{hi} = R_{ih}$  komponentos nav jādala; tās atrod, veidojot līdzsvara poligону locekļim  $i$  vai  $k$ :

$$\bar{R}_{gi} + \bar{P}_i + \bar{R}_{hi} = 0, \quad \bar{R}_{lh} + \bar{P}_h + \bar{R}_{ih} = 0. \quad (10.4)$$

Šie poligoni (trīsstūri) iekļaujas (10-2. zīm.) grupas līdzsvara poligonā (10.3).

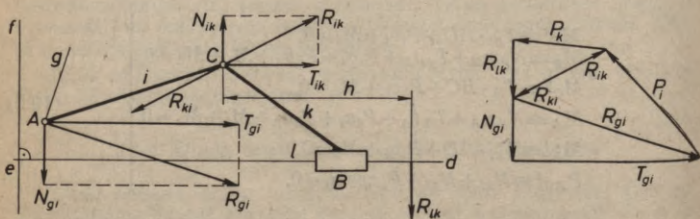
Otrās modifikācijas diada (10-3. zīm.). Reakcijas sadala komponentos  $T$  un  $N$ , kas paralēli vai perpendikulāri slīdes virzienam  $ed$ . Analitiskā aprēķina vienādojumi:

$$\left. \begin{aligned} P_{ed} &\equiv T_{gi} + P_i \cos \alpha_i + P_h \cos \alpha_h = 0, \\ M_{C^i} &\equiv N_{gi} n_C + T_{gi} t_C + P_i c_i + M_i = 0, \\ P_{ef} &\equiv R_{lh} + N_{gi} + P_i \sin \alpha_i + P_h \sin \alpha_h = 0, \\ M_{C^h} &\equiv h R_{lh} + P_h c_h + M_h = 0, \\ P_{ed}^h &\equiv T_{ih} + P_h \cos \alpha_h = 0, \\ P_{ef}^h &\equiv N_{ih} + R_{lh} + P_h \sin \alpha_h = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

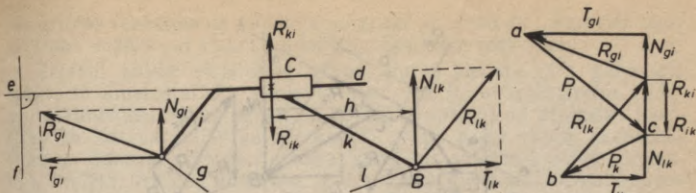
Grafiskā aprēķinā veido ārējo spēku poligonu

$$\bar{N}_{gi} + \bar{T}_{gi} + \bar{P}_i + \bar{P}_h + \bar{R}_{lh} = 0, \quad (10.6)$$

atliekot spēkus  $P_i$ ,  $P_h$  un no to galiem velkot taisnes, kas paralēlas un perpendikulāras slīdes virzienam, iegūst  $T_{gi}$ . Komponentu  $N_{gi}$  aprēķina no otrā vienādojuma (10.5) un, atliekot to spēku plānā, atrod  $R_{lh}$ . Šīs reakcijas plecu  $h$  aprēķina no ceturrtā vienādojuma (10.5). Iekšējās reakcijas  $R_{hi} = R_{ih}$  uzkonstruē spēku plānā saskaņā ar vienādojumiem (10.4).



10-3. zīm.



10-4. zīm.

Trešās modifikācijas diada (10-4. zīm.). Analītiskā aprēķina vienādojumi:

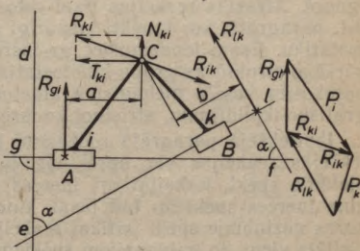
$$\left. \begin{aligned} P_{ed}^i &\equiv T_{gi} + P_i \cos \alpha_i = 0, \\ M_B &\equiv N_{gi} n_B + T_{gi} t_B + P_i b_i + P_h b_h + M_i + M_h = 0, \\ P_{ed}^h &\equiv T_{lh} + P_h \cos \alpha_h = 0, \\ P_{ef}^h &\equiv N_{lh} + N_{gi} + P_i \sin \alpha_i + P_h \sin \alpha_h = 0, \\ P_{ef}^i &\equiv R_{ih} + N_{lh} + P_h \sin \alpha_h = 0, \\ M_B^h &\equiv h R_{ih} + P_h b_h + M_h = 0. \end{aligned} \right\} (10.7)$$

Grafiskā aprēķinā konstruē poligону (10.3), velkot caur  $P_i$  un  $P_h$  galiem slīdes virzienam paralēlas un perpendikulāras taisnes; tādējādi atrod  $T_{gi}$  un  $T_{lh}$ . Aprēķina  $N_{gi}$  no otrā vienādojuma (10.7), atliekot to spēku plānā, atrod  $N_{lh}$ . Iekšējās reakcijas noteic kā iepriekš.

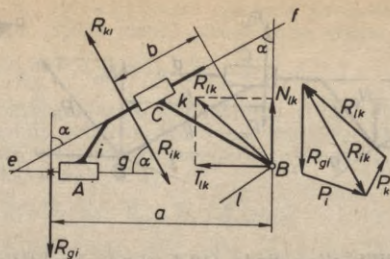
Ceturtais modifikācijas diada (10-5. zīm.). Analītiskie līdzsvara vienādojumi:

$$\left. \begin{aligned} P_{el} &\equiv R_{gi} \cos \alpha + P_i \cos \alpha_i + P_h \cos \alpha_h = 0, \\ P_{gf} &\equiv R_{lh} \cos \alpha + P_i \cos \alpha'_i + P_h \cos \alpha'_h = 0, \\ M_C^i &\equiv a R_{gi} + P_i c_i + M_i = 0, \\ M_C^h &\equiv b R_{lh} + P_h c_h + M_h = 0, \\ P_{gf}^i &\equiv T_{hi} + P_i \cos \alpha'_i = 0, \\ P_{ed}^i &\equiv N_{hi} + R_{gi} + P_i \sin \alpha'_i = 0. \end{aligned} \right\} (10.8)$$

Ārējo spēku poligону iespējams uzkonstruēt bez papildu aprēķiniem, novelkot caur doto spēku  $P_i, P_h$  galiem slīdes virzieniem perpendikulāras taisnes, iegūst  $R_{gi}$  un  $R_{lh}$ . So ārējo reakciju plecus aprēķina no trešā un ceturta vienādojuma (10.8). Iekšējās reakcijas nosaka kā iepriekš.



10-5. zīm.



10-6. zīm.

**Piektās modifikācijas diada (10-6. zīm.).** Analītiskie līdzsvara vienādojumi:

$$\left. \begin{aligned}
 P_{ef}^i &\equiv R_{gi} \cos \alpha + P_i \cos \alpha_i = 0, \\
 M_B &\equiv a R_{gi} + P_i b_i + P_h b_h + M_i + M_h = 0, \\
 P_{eg}^i &\equiv R_{hi} \cos \alpha + P_i \cos \alpha'_i = 0, \\
 M_B^h &\equiv b R_{ih} + P_h b_h + M_h = 0, \\
 P_{eg} &\equiv T_{lk} + P_i \cos \alpha'_i + P_h \cos \alpha'_h = 0, \\
 P_{ef}^h &\equiv N_{lk} \cos \alpha + T_{lk} \sin \alpha + P_h \cos \alpha_h = 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (10.9)$$

Spēku poligonu vispirms konstruē loceklim  $i$  un pēc tam visai grupai (10-6. zīm.).

### 10-3. Mehānismu kinetostatiskais aprēķins

Kinetostatikā aprēķina mērķis ir normālreakciju noteikšana mehānismu kustīgos savienojumos. Sajā operācijā berzes spēkus parasti ignorē. Atrastās reakcijas tikai retos gadījumos koriģē, kā norādīts 9-1. paragrāfā, kur izteikti vispārīgi apsvērumi par mehānismu kinetostatiku. Esam iepazinušies ar inerces spēku aprēķinu un ar vienkāršāko struktūras grupu kinetostatiskā aprēķina algoritmiem. Tagad aplūkosim vesela mehānisma kinetostatiskā aprēķina analītisko un grafisko izpildījumu, atrisinot konkrētus piemērus.

Iepriekšējā paragrāfā redzējām, ka struktūras grupas ārējās un iekšējās reakcijas var aprēķināt, ja zināmi visi grupas locekļiem pieliktie spēki, ieskaitot arī inerces spēkus. Tātad vispirms jāaprēķina inerces spēki un tad jāsāk kinetostatiskais aprēķins ar grupu, kuras nezināmie spēki ir tikai reakcijas. Parasti tā būs grupa, kurai pielikts viens no galvenajiem spēkiem, t. i., dzinējspēks vai lietderīgā pretestība (9-1. §). Tālāk jāpāriet uz blakus esošo grupu. Aprēķinā-

tās grupas reakcijas uz aplūkojamo grupu ir zināmas: jāapgriež tikai vērsums dažām vai visām iepriekš aprēķinātām reakcijām.

Beidzot paliks struktūras grupa, kurai pielikts otrs galvenais spēks; to kinetostatiskā aprēķinā sauc par līdzsvarotājspēku (līdzsvarotājmomentu). Aprēķinot šo pēdējo grupu, atrod atlikušās reakcijas un līdzsvarotājspēku. Parasti šī grupa satur statni; tad reakcijas un līdzsvarotājspēku nosaka, aprēķinot grupas kustīgā locekļa, t. s. malējā locekļa, līdzsvaru. Līdzsvarotājspēks nodrošina inerces spēku aprēķinā pieņemto mehānisma kustību, ja kustīgos savienojumus berzi ignorē.

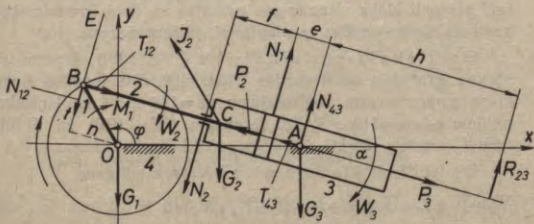
Kinetostatiskā aprēķina rezultātā kļūst zināmi visi uz katru locekli darbīgie spēki. Tie noderīgi locekļa stiprības aprēķinam. Pēdējais būs pareizāks, ja ievērosim, ka inerces spēki nav pielikti atsevišķos punktos, bet gan izkliedēti pa visu locekļa masu.

**10-1. piemērs.** Virzuļkompresoru ar svārstīgo cilindru (10-7. zīm.) piedzen kļokis 1, kas griežas ar 300 apgr./min. Izdarīt kinetostatisko aprēķinu stāvoklī, kad leņķis  $\varphi = 120^\circ$  un komprimējamā gāze spiež uz virzuli 2 un cilindru 3 dībeni ar spēkiem  $P_2 = P_3 = 150$  kG. Dots  $OB = r = 0,2$  m,  $OA = b = 0,5$  m,  $BC = s = 0,4$  m; C — virzuļa smagumcentrs, bet locekļu 1 un 3 smagumcentri atrodas punktos O un A. Locekļu masas  $m_1 = 50$  kg,  $m_2 = 10$  kg,  $m_3 = 40$  kg; centrālie inerces momenti  $I_2 = 0,4$  kgm<sup>2</sup>,  $I_3 = 1,2$  kgm<sup>2</sup>.

Anālītiskais atrisinājums. Izdarot kinemātisko aprēķinu pēc trīsstūru metodes, iegūstam, ka  $\angle OAB = \alpha = 16,1^\circ$ ,  $AB = c = 0,625$  m,  $x_B = -0,1$  m,  $y_B = 0,173$  m,  $x_C = 0,284$  m,  $y_C = 0,062$  m,  $\omega_1 = \dot{\varphi} = -31,4$  s<sup>-1</sup>,  $v_{23} = -\dot{c} = 4,33$  ms<sup>-1</sup>,  $\omega_2 = \omega_3 = -\dot{\alpha} = -7,2$  s<sup>-1</sup>,  $\dot{x}_C = 4,63$  ms<sup>-1</sup>,  $\dot{y}_C = 0,37$  ms<sup>-1</sup>,  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\ddot{\alpha} = 114$  s<sup>-2</sup>,  $\ddot{x}_C = 91,8$  ms<sup>-2</sup>,  $\ddot{y}_C = -119$  ms<sup>-2</sup>.

Inerces spēkus aprēķinām pēc formulām (9.12):  $J_{2x} = -m_2 \ddot{x}_C = -94$  kG,  $J_{2y} = -m_2 \ddot{y}_C = 121$  kG,  $W_2 = -I_2 \epsilon_2 = -4,7$  kGm,  $W_3 = -I_3 \epsilon_3 = -14,0$  kGm.

Kinetostatisko aprēķinu sākam ar trešās modifikācijas diadu 23, kurai pielikta lietderīgā pretestība  $P_2$  un tās pretspēks  $P_3$ . Vienādojumus uzrakstām pēc algoritma (10.7), lietojot formulas (9.1), (9.2)



10-7. zīm.

un ievērojot, ka taisnes  $BA$  un  $BE$  ar  $Ox$  asi veido leņķus  $\Theta_1 = -\alpha$  un  $\Theta_2 = 90^\circ - \alpha$ :

$$P_{BA}^2 = T_{12} + J_{2x} \cos \Theta_1 + I_{2y} \sin \Theta_1 + G_2 \sin \alpha - P_2 = 0,$$

$$M_A = N_{12}c + W_2 + W_3 + G_2 \cdot AC \cdot \cos \alpha + (x_C - x_A)J_{2y} - (y_C - y_A)J_{2x} = 0,$$

$$P_{BA}^3 = T_{43} + P_3 + G_3 \sin \alpha = 0,$$

$$P_{BE} = N_{43} - N_{12} - (G_2 + G_3) \cos \alpha + I_{2x} \cos \Theta_2 + I_{2y} \sin \Theta_2 = 0,$$

$$P_{BE}^3 = R_{23} + N_{43} - G_3 \cos \alpha = 0,$$

$$M_A^3 = hR_{23} + W_3 = 0.$$

Atrisinot šos vienādojumus pēc kārtas, iegūstam, ka  $T_{12} = 273$  kG,  $N_{12} = 59$  kG,  $T_{43} = 161$  kG,  $N_{43} = 12$  kG,  $R_{23} = 27$  kG un  $h = 0,52$  m ar 10-7. zīmējumā attēlotiem vērsumiem.

Iekšējo slīdpāra reakcija  $R_{23}$  jāaizvieto ar tās komponentiem  $N_1$  un  $N_2$  saskaņā ar statikas vienādojumiem:  $N_1 - N_2 = R_{23}$  un  $N_2 f = R_{23}(h + e)$ . Ja  $e = 0,1$  m un  $f = 0,17$  m, tad  $N_1 = 125$  kG un  $N_2 = 98$  kG. Tas nozīmē, ka virzuļa kāta un cilindra saskarē nevar būt tikai blīvslēgs, bet jāizveido arī virsma šķērsspēka pārnesšanai.

Tālāk jāaprēķina atlikusī dauda 14, kas satur statni. Uzrakstām malējā locekļa 1 līdzsvara vienādojumus, iepriekš apgriezot reakciju  $T_{12}$  un  $N_{12}$  vērsumus:

$$P_{BA}^1 = T_{41} + G_1 \sin \alpha - T_{21} = 0,$$

$$P_{BE}^1 = N_{41} - G_1 \cos \alpha + N_{21} = 0,$$

$$M_0^1 = M_1 + T_{21}t - N_{21}n = 0.$$

Pirmie divi vienādojumi dod:  $T_{41} = 259$  kG,  $N_{41} = -11$  kG; tātad  $T_{41}$  vērsta  $BA$  virzienā, bet  $N_{41}$  vērsta  $EB$  virzienā. Plecu  $n$  un  $t$  aprēķināšanai lietojot formulas (9.4) attiecībā pret taisni  $BE$ , kurai  $m = \cos \Theta_2 = 0,277$ ,  $A = \operatorname{tg} \Theta_2 = 3,47$ ,  $B = -1$ ,  $C = y_B - x_B \operatorname{tg} \Theta_2 = 0,52$ , iegūstam, ka

$$n = |m(Ax_0 - By_0 + C)| = 0,144 \text{ m},$$

$$t = |m[A(y_B - y_0) - B(x_B - x_0)]| = 0,138 \text{ m}.$$

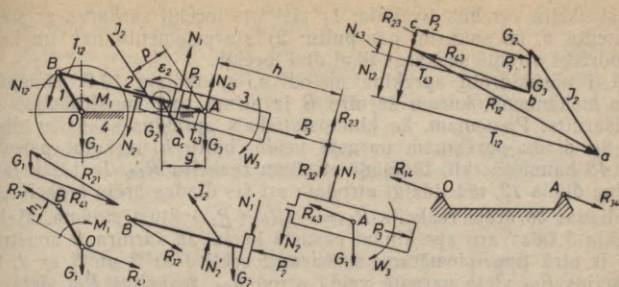
No trešā vienādojuma aprēķinātais līdzsvarotājmoments  $M_1 = -29,2$  kGm. Sāds dzinējmoments jāpieliek kloķim mehānisma dotajā stāvoklī kloķa vienmērīgas rotācijas un dotā komprimēšanas (gāzes saspiešanas) spēka sasniegšanai, ja ignorē berzi.

Grafiskais atrisinājums (10-8. zīm.). Ātrumu un paātrinājumu grafiskās konstrukcijas (skat. 5-28. zīm. locekļus 4 un 5) dod kļauņa smagumcentra paātrinājumu  $a_C = 158 \text{ ms}^{-2}$  un leņķisko paātrinājumu  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 110 \text{ s}^{-2}$ . Pēc formulām (9.5), (9.6) un (9.10) aprēķinām  $J_2 = m_2 a_C = 160$  kG,  $W_3 = I_3 \varepsilon_3 = 13,5$  kGm,  $e = 28$  mm.

Diadai 23 pielikto ārējo spēku līdzsvara poligону

$$\bar{N}_{12} + \bar{T}_{12} + \bar{J}_2 + \bar{G}_2 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \bar{G}_3 + \bar{T}_{43} + \bar{N}_{43} = 0 \quad (1)$$

konstruējam saskaņā ar 10-4. zīmējumu: atliekam zināmos spēkus



10-8. zīm.

$J_2, G_2, P_2, P_3, G_3$ ; caur punktiem  $a$  un  $b$  velkam slides virzianam paralēlas taisnes, bet caur punktu  $c$  — perpendikulāru taisni; iegūstam  $T_{12}=272$  kG,  $T_{43}=161$  kG. No vienādojuma

$$M_A = N_{12} \cdot AB - J_2 p + G_2 g - W_3 = 0$$

aprēķinām  $N_{12}=62$  kG; atliekam to poligonā (1) un atrodam  $N_{43}=15$  kG.

Līdzsvara poligoni locekļiem 2 un 3

$$\bar{R}_{12} + \bar{J}_2 + \bar{G}_2 + \bar{P}_2 + \bar{R}_{32} = 0, \quad \bar{P}_3 + \bar{G}_3 + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{23} = 0$$

dod  $R_{32}=R_{23}=25$  kG. Šīs reakcijas plecu aprēķinām no

$$M_A^3 = h R_{23} - W_3 = 0;$$

$h=0,54$  m. Iekšējo reakciju  $R_{23}$  sadalām komponentos  $N_1$  un  $N_2$  tāpat kā analītiskā atrisinājumā.

Mehānisma kinetostatisko aprēķinu nobeidz, aplūkojot diadu 14, t. i., malējā locekļa 1 līdzsvaru. Konstruējot līdzsvara poligonu un lietojot momentu līdzsvara vienādojumu

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{41} = 0, \quad M_0 = -M_1 + R_{21}h = 0,$$

atrodam reakciju  $R_{41}=270$  kG un līdzsvarotājmomentu  $M_1=28,5$  kGm.

Piezīme. 10-7. zīmējumā atsevišķi parādīts katrs mehānisma loceklis ar visiem tam pieliktiem dotiem un aprēķinātiem spēkiem.

#### 10-4. Reakciju aprēķins dubultšarnīrā

Reakciju aprēķins dubultšarnīrā atkarīgs no dubultšarnīra konstrukcijas un no tā, vai dubultšarnīrs ir kinetostatiski aprēķināmās struktūras grupas ārējais vai iekšējais šarnīrs. Dubultšarnīra

konstrukcija var būt divējāda: 1) visi trīs locekļi saskaras ar starplelementu  $b$ , ko sauksim par bultu; 2) starplelementa nav un katrā cilindriskā virsmā saskaras tikai divi locekļi.

Lai noskaidrotu aprēķina metodiku, aplūkojam 10-9. zīmējumā doto mehānismu, kuram šarnīrs  $B$  ir pirmā tipa konstrukcijas dubultšarnīrs. Pieņemam, ka kinetostatiskais aprēķins sākas ar diadu 45. Šo diadu aprēķinām parastā veidā, bultu  $b$  uzskatot par diadas 45 kaimiņlocekli, tādējādi atrodam reakciju  $R_{b4}$ . Ja tālāk jāaprēķina diada 12, tad līdzīgi atrodam arī šīs diadas ārējo reakciju  $R_{b2}$  un diadas 36 ārējā reakcija  $\bar{R}_{b3} = -(\bar{R}_{b2} + \bar{R}_{b4})$  kļūst zināma. Malējā locekļa 3 līdzsvaru aprēķinām parastā kārtā. Ja šarnīra  $B$  konstrukcija ir otrā tipa, piemēram, saskaras locekļi 4 ar 3 un 3 ar 2, tad reakcijas  $R_{b4}$  vietā parastā veidā atrod  $R_{34}$ , reakcijas  $R_{b2}$  vietā  $R_{32}$  un reakcijas  $R_{b3}$  vietā atrod reakciju  $\bar{R}_{24,3} = -(\bar{R}_{34} + \bar{R}_{32})$ . Aplūkotos gadījumos šarnīrs  $B$  visām trim diadām ir ārējais šarnīrs.

Pieņemam, ka konstrukcija ir pirmā tipa, bet pēc diadas 45 jāaprēķina diada 23. Tad šarnīrs  $B$  ir diadas 23 iekšējais šarnīrs. Diadai 23 ārējo spēku poligons šāds:

$$\bar{N}_{12} + \bar{T}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{R}_{b2} + \bar{R}_{b3} + \bar{P}_3 + \bar{T}_{63} + \bar{N}_{63} = 0. \quad (1)$$

Poligonu (1) konstruēt nevar, jo divi vidējie spēki nav zināmi. Taču, ievērojot bultas līdzsvaru  $\bar{R}_{2b} + \bar{R}_{3b} + \bar{R}_{4b} = 0$ , abus vidējos spēkus varam aizvietot ar iepriekš aprēķinātās diadas 45 ārējās reakcijas  $R_{b4}$  apvērsumu  $\bar{R}_{4b} = \bar{R}_{b2} + \bar{R}_{b3}$  un poligona (1) vietā konstruēt poligonu (10-9. zīm.)

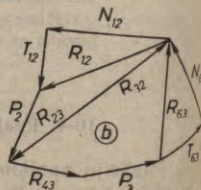
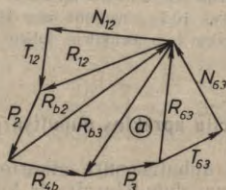
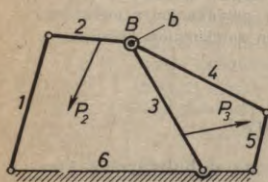
$$\bar{N}_{12} + \bar{T}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{R}_{4b} + \bar{P}_3 + \bar{T}_{63} + \bar{N}_{63} = 0, \quad (a)$$

kurā ietilpst visu trīs diadas 23 ķermeņu atsevišķie poligoni:  $\bar{R}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{R}_{b2} = 0$ ,  $\bar{R}_{2b} + \bar{R}_{4b} + \bar{R}_{3b} = 0$  un  $\bar{R}_{63} + \bar{R}_{b3} + \bar{P}_3 = 0$ .

Analitiski risinot, šādā gadījumā otrajā un ceturtajā vienādojumā (10.2) jāraksta papildu locekļi, kas izteic  $R_{4b}$  momentus pret malējiem šarnīriem, piektajā un sestajā vienādojumā  $T_{hi}$  un  $N_{hi}$  vietā jāraksta  $T_{bi}$  un  $N_{bi}$  un jāpievieno divi jauni vienādojumi:

$$M_B^h \equiv T_{bh} \cdot BC + P_h b_h + M_h = 0,$$

$$P_{BC}^h \equiv N_{bh} + N_{lh} + P_h \cos \alpha_h = 0.$$



10-9. zīm.

Ja aplūkojamai diadu aprēķināšanas kārtībai šarnīra  $B$  konstrukcija ir otrā tipa (saskaras locekļi 4 ar 3 un 3 ar 2), tad poligonā ( $a$ ) reakcijas  $R_{4b}$  vietā jāliek  $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ , kur  $R_{34}$  atrasta diadas 45 aprēķinā. Poligona ( $a$ ) vietā iegūstam (10-9. zīm.) poligonu ( $b$ ), kur diadas 23 iekšējās reakcijas atbilst poligoniem  $\bar{R}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{R}_{32} = 0$  un  $\bar{R}_{43} + \bar{P}_3 + \bar{R}_{63} + \bar{R}_{23} = 0$ .

Analitiskā aprēķinā (10.2) šinī gadījumā, ja pieņem  $k \equiv 3$ , otrajā un ceturtajā vienādojumā papildus jāraksta  $\bar{R}_{43}$  moments pret attiecīgo malējo šarnīru.

### 10-5. Otrās klases struktūras grupu analitiskā kinostatika

No augstāku klašu struktūras grupām mehānismos visbiežāk sastopamas abas otrās klases šarnīru grupas (3-5. zīm.), kurām katrai ir 12 nezināmu reakciju komponentu; to aprēķinam nepieciešami 12 līdzsvara vienādojumi.

Otrās kārtas otrās klases struktūras grupas (10-10. zīm.) kinostatiskam aprēķinam sastāda šādus vienādojumus:

$$M_B \equiv T_A \cdot AB + \sum_1^4 (P_i b_i + M_i) = 0, \quad (1)$$

$$M_F^1 \equiv T_{41} \cdot EF + P_1 f_1 + M_1 = 0, \quad (2)$$

$$M_D^2 \equiv T_{42} \cdot CD + P_2 d_2 + M_2 = 0, \quad (3)$$

$$M_A \equiv T_B \cdot AB + \sum_1^4 (P_i a_i + M_i) = 0, \quad (4)$$

$$M_E^1 \equiv T_{31} \cdot EF + P_1 e_1 + M_1 = 0, \quad (5)$$

$$M_C^2 \equiv T_{32} \cdot CD + P_2 c_2 + M_2 = 0, \quad (6)$$

$$M_A^3 \equiv N_{23} n_{AD} + N_{13} n_{AF} + T_{23} t_{AD} + T_{13} t_{AF} + P_3 a_3 + M_3 = 0, \quad (7)$$

$$M_D^3 \equiv N_A n_{DA} + N_{13} n_{DF} + T_A t_{DA} + T_{13} t_{DF} + P_3 d_3 + M_3 = 0, \quad (8)$$

$$M_F^3 \equiv N_A n_{FA} + N_{23} n_{FD} + T_A t_{FA} + T_{23} t_{FD} + P_3 f_3 + M_3 = 0, \quad (9)$$

$$P_{EF}^1 \equiv N_{41} + N_{31} + P_1 \cos \alpha_1 = 0, \quad (10)$$

$$P_{CD}^2 \equiv N_{42} + N_{32} + P_2 \cos \alpha_2 = 0, \quad (11)$$

$$M_E^4 \equiv N_B n_{EB} + T_B t_{EB} + N_{24} n_{EC} + T_{24} t_{EC} + P_4 e_4 + M_4 = 0. \quad (12)$$

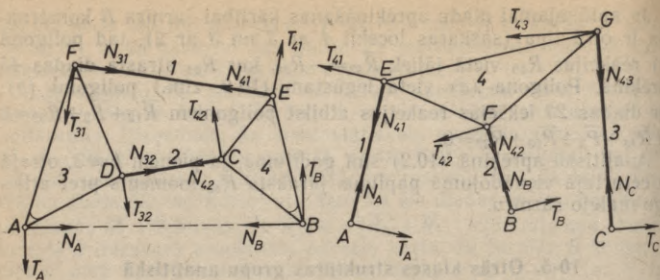
Trešās kārtas otrās klases struktūras grupas (10-10. zīm.) reakciju aprēķinam sastāda šādus vienādojumus:

$$M_E^1 \equiv T_A \cdot AE + P_1 e_1 + M_1 = 0, \quad (1')$$

$$M_F^2 \equiv T_B \cdot BF + P_2 f_2 + M_2 = 0, \quad (2')$$

$$M_G^3 \equiv T_C \cdot CG + P_3 g_3 + M_3 = 0, \quad (3')$$

$$M_A^1 \equiv T_{41} \cdot AE + P_1 a_1 + M_1 = 0, \quad (4')$$



10-10. zīm.

$$M_B^2 \equiv T_{42} \cdot BF + P_2 b_2 + M_2 = 0, \quad (5')$$

$$M_C^3 \equiv T_{43} \cdot CG + P_3 c_3 + M_3 = 0, \quad (6')$$

$$M_E^4 \equiv N_{24} n_{EF} + N_{34} n_{EG} + T_{24} t_{EF} + T_{34} t_{EG} + P_4 e_4 + M_4 = 0, \quad (7')$$

$$M_F^4 \equiv N_{14} n_{FE} + N_{34} n_{FG} + T_{14} t_{FE} + T_{34} t_{FG} + P_4 f_4 + M_4 = 0, \quad (8')$$

$$M_G^4 \equiv N_{14} n_{GE} + N_{24} n_{GF} + T_{14} t_{GE} + T_{24} t_{GF} + P_4 g_4 + M_4 = 0, \quad (9')$$

$$P_{AE}^1 \equiv N_A + N_{41} + P_1 \cos \alpha_1 = 0, \quad (10')$$

$$P_{BF}^2 \equiv N_B + N_{42} + P_2 \cos \alpha_2 = 0, \quad (11')$$

$$P_{CG}^3 \equiv N_C + N_{43} + P_3 \cos \alpha_3 = 0. \quad (12')$$

Abu struktūras grupu kinetostatikas vienādojumos izmantota 10-2. paragrāfā lietotā simbolika, tikai pleciem  $n$  un  $t$  pie momenta centra apzīmējuma pievienots otrs indekss, kas norāda spēka pielikšanas punktu.

Vienādojumiem (7), (8), (9) un (7'), (8'), (9') ir vienāds veids, ko var izteikt šādi:

$$\left. \begin{aligned} a_2 N_2 + a_3 N_3 &= a, \\ b_1 N_1 + b_3 N_3 &= b, \\ c_1 N_1 + c_2 N_2 &= c. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Saskaņā ar Krāmēra formulām

$$N_1 = \frac{a_2 b_3 c + a_3 b c_2 + a b_3 c_2}{a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2}. \quad (14)$$

Tātad vispirms atrisina katras grupas pirmos sešus vienādojumus, kuros katrā viens nezināmais; tad pēc formulām (14) un (13) atrisina nākamo trīs vienādojumu sistēmu, kur katrā vienādojumā divi nezināmie, un, beidzot, pēdējos trīs vienādojumus, kuros katrā viens nezināmais.

## 10-6. Dalambēra—Lagranža princips un Žukovska svira

Mehānisma kinetostatiskā aprēķina gaitā, kā redzējām, iegūst normālreakcijas, kas darbojas locekļu kustīgos savienojumos, un šī aprēķina noslēgumā — līdzsvarotājspēku vai līdzsvarotājmomentu. Atbilstoši teorētiskās mehānikas vispārinātā spēka jēdzienam, abus pēdējos var nosaukt vienkārši par līdzsvarotājspēku.

Aplūkosim metodi, kas ļauj līdzsvarotājspēku noteikt daudz vienkāršāk, nesaistot tā aprēķinu ar normālreakciju aprēķinu. Šī metode noderīga mehānisma kinetostatiskā aprēķina pārbaudei, atsevišķu normālreakciju noteikšanai (neaprēķinot pārējās reakcijas [101]), kā arī citos gadījumos (mašīnas jaudas un dzinēja tipa noteikšana u. c.), kad jāatrod tikai līdzsvarotājspēks, bet reakcijas nav jāzina.

Ja virtuālo pārvietojumu principu attiecinām uz mehāniskās sistēmas kinetostatisko līdzsvaru, tad iegūstam Dalambēra—Lagranža principu, saskaņā ar kuru mehāniskai sistēmai īstenībā pielikto spēku un iedomāti pielikto inerces spēku elementārais darbs vienmēr ir nulle, t. i.,

$$\Sigma (P_i \delta s_i \cos \alpha_i + M_j \delta \varphi_j) = 0, \quad (10.10)$$

kur  $P_i$  — punktā  $i$  pieliktais spēks,  $\delta s_i$  — šī punkta virtuālais pārvietojums,  $\alpha_i$  — leņķis starp spēka  $P_i$  un pārvietojuma  $\delta s_i$  virzienu,  $M_j$  — loceklim  $j$  pieliktais moments (spēkpāris),  $\delta \varphi_j$  — šī locekļa virtuālais pagrieziena leņķis.

Aizvietojot virtuālos pārvietojumus ar īstajiem un izdalot vienādojumu (10.10) ar laika diferenciāli, iegūstam citu Dalambēra—Lagranža principa izteiksmi:

$$\Sigma (P_i v_i \cos \alpha_i + M_j \omega_j) = 0. \quad (10.11)$$

Tātad *kustošā mehānismā aktīvo spēku, pretestības spēku un inerces spēku acumirkīgā jauda vienmēr ir nulle.*

Plakanu mehānismu analītiskiem aprēķiniem vienādojumam (10.11) varam piešķirt ērtāku formu:

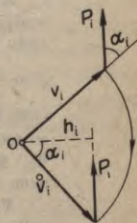
$$\Sigma [(X_i + J_{ix}) \dot{x}_i + (Y_i + J_{iy}) \dot{y}_i + (M_j + W_j) \omega_j] = 0, \quad (10.12)$$

kur inerces spēki  $J$  un inerces spēku momenti  $W$  parādīti atsevišķi.

Ja mehānisma kustība ir zināma, tad no vienādojuma (10.11) vai (10.12) varam aprēķināt vienu nezīnāmu spēku (ja tā virziens zināms) vai momentu, kas var būt arī līdzsvarotājspēks. Normālreakciju šajos vienādojumos nav, jo tās darbu nedara un to jauda ir nulle.

Iepazīsimies ar Dalambēra—Lagranža principa grafisko interpretāciju, ko sniedzis Žukovskis.

Atliekam (10-11. zīm.) spēka  $P_i$  iedarbes punkta ātrumu  $v_i$  no brīvi izvēlēta punkta  $o$  un šī ātruma



10-11. zīm.

vektora galā spēku  $P_i$ . Pagriežam ātrumu  $v_i$  ortogonāli, saglabājot spēka virzienu nemainītu. Redzam, ka

$$P_i v_i \cos \alpha_i = P_i \dot{v}_i \cos \alpha_i = P_i h_i, \quad (1)$$

t. i., ja ortogonālo ātrumu plānā spēku pieliek šī spēka iedarbes punkta ortogonālā ātruma galā, tad *spēka jaudu izsaka moments pret plāna polu*.

Polāro ortogonālo ātrumu plānu, kurā attēloti spēku iedarbes punktu ātrumi un to galos pielikti attiecīgie spēki, sauc par *Zukovska sviru*. Tāds nosaukums radies tāpēc, ka šādu ātrumu plānu var uzskatīt par cietu ķermeni ar nekustīgu šarnīru plāna polā, t. i., par sviru.

Vienosimies, ka, Žukovska sviru lietojot, visus momentus aizvietojam ar tiem atbilstošiem spēkpāriem (iespējama arī cita noruna). Tad, ievērojot izteiksmi (1), vienādojumu (10.11) izsakām šādi:

$$\Sigma P_i h_i = 0. \quad (10.13)$$

Tādējādi iegūts Dalambēra—Lagranža principa grafiskais variants: *kustoša mehānisma Žukovska svira vienmēr ir līdzsvarā*.

Ja Dalambēra—Lagranža principā inerces spēkus neietver, tad tas ir virtuālo pārvietojumu princips, kas ar Žukovska sviru izteicams šādi: Žukovska svira ir līdzsvarā tikai tad, ja līdzsvarā ir mehānismam pieliktie spēki. Spēku līdzsvars ir mierā esošā mehānismā un mehānismā, kurā visi locekļi ir izbalansēti un kustas vienmērīgi.

Formula (10.13) ir pareiza neatkarīgi no mēroga. Tāpēc, konstruējot ātrumus Žukovska svirai, pirmā ātruma moduli varam izvēlēties patvaļīgi; šim nolūkam varam konstruēt ātrumus arī mierā esošā mehānismā. Arī formulas (10.11) un (10.12), kas aizvieto Žukovska sviru analītiskā aprēķinā, paliek pareizas, ja tās izdalām ar kādu no ātrumiem. Bet ātrumu attiecības (pārnesumu attiecības) nav atkarīgas no mehānisma kustības. Tāpēc minētos aprēķinos mehānisma kustība nav jāzina.

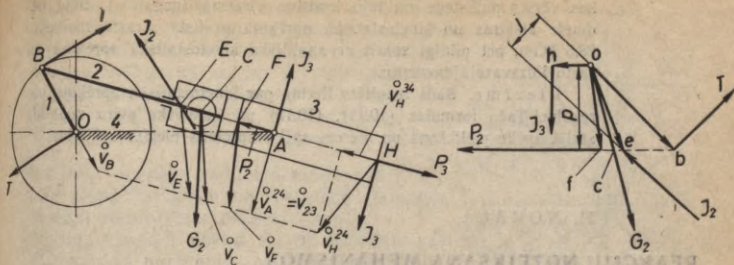
**10-2. piemērs.** Noteikt līdzsvarotājmomentu  $M_1$  virzuļkompresoram ar svārstīgo cilindru, kura kinetostatiskais aprēķins izdarīts 10-1. piemērā.

**Atrisinājums.** Visvienkāršāk līdzsvarotājmomentu aprēķināt analītiski. Šajā nolūkā sastādām formulām (10.11) un (10.12) atbilstošu vienādojumu

$$M_1 \omega_1 + (W_2 + W_3) \omega_2 + J_{2x} \dot{x}_c + J_{2y} \dot{y}_c + G_2 y_c + P_2 v_{23} = 0, \quad (2)$$

kurā vienīgais nezināmais ir līdzsvarotājmoments  $M_1$ , jo  $\omega_1$ ,  $G_2$ ,  $P_2$  ir doti uzdevumā;  $\omega_2$ ,  $\dot{x}_c$ ,  $\dot{y}_c$ ,  $v_{23}$  ir noteikti kinemātiskā aprēķinā;  $W_2$ ,  $W_3$ ,  $J_{2x}$ ,  $J_{2y}$  — aprēķināti, gatavojoties kinetostatiskam aprēķinam; visu minēto lielumu vērtības atrodamas 10-1. piemērā.

Vienādojuma (2) locekļi izsaka jaudas. Jauda ir pozitīva, ja spēka un ātruma projekcijām, kā arī momentam un leņķiskam ātrumam vienādas zīmes. Ja minētos lielumus ar to pareizām zīmēm ievie-



10-12. zīm.

tojam vienādojumā (2), tad katram loceklim atbilstošās jaudas zīme būs pareiza. Taču uzmanību prasa divi pēdējie locekļi. Lai  $G_2$  kļūtu par projekciju 10-6. zīmējumā dotajā koordinātu sistēmā, kurā zīmes noteiktas citiem lielumiem,  $G_2$  jāņem negatīvs. Pēdējā locekli  $P_2$  un  $v_{23}$  nav izteikti projekcijās; abu lielumu vērsumi ir pretēji; tātad pēdējais loceklis ir negatīvs. Ievērojot, ka  $\omega_1$  ir negatīvs, no vienādojuma (2) izrēķinātais līdzsvarotājmoments  $M_1 = -29,1$  kGm.

Līdzsvarotājmomenta noteikšana ar Zukovska sviru parādīta 10-12. zīmējumā. Seit izraudzītā mērogā uzzīmēta mehānisma kinemātiskā shēma un pielikti spēki  $P_2, P_3, J_2, G_2$ . Nav parādīti spēki  $G_1$  un  $G_3$ , jo to pielikšanas punkti nekustas, tāpēc šo spēku jauda ir nulle. Inerces spēku moments  $W_3$  aizvietots ar spēkpāri  $J_3 \cdot AH$ , kur plecu  $AH$  varam izvēlēties brīvi (taču mehānisma kinemātiskā shēmā tas jāattēlo mērogā), bet  $J_3 = W_3/AH$ . Vienu no spēkiem  $J_3$  pieliekam nekustīgam punktam A, lai šī spēka jauda būtu nulle. Arī nezināmais līdzsvarotājmoments aizvietots ar spēkpāri  $M = T \cdot OB$ , kura viens spēks  $T$  pieliekts nekustīgam punktam O. Tātad ar Zukovska sviru jāmeklē punktā B pieliktais līdzsvarotājspēks  $T$ .

Konstruējam ortogonālos ātrumus spēku pielikšanas punktiem B, E, C, F, H. So kļauja 2 punktu ortogonālie ātrumi krustojas kļauja polā, kas nav zīmējuma robežās, bet gali atrodas uz kļauja-cilindra asij paralēlas taisnes. Minēto punktu ātrumu vektorus atliekam no brīvi izvēlēta punkta o un iegūstam polāro ortogonālo ātruma plānu, kur  $ob = \overset{\circ}{v}_B$ ,  $oe = \overset{\circ}{v}_E$  utt. Ortogonālo ātrumu vektora galos pieliekam spēkus  $T, J_2, G_2, P_2, J_3$  un tādējādi iegūstam Zukovska sviru. No sviras līdzsvara vienādojuma

$$T \cdot ob - P_2 p - J_2 j - G_2 g + J_3 \cdot oh = 0$$

atrodam  $T = 146$  kG. Tātad meklējamais līdzsvarotājmoments

$$M_1 = T \cdot OB = 146 \cdot 0,2 = 29,2 \text{ kGm,}$$

kas vērsts pulksteņa rādītāju kustības virzienā (negatīvs), tikai nedaudz atšķiras no kinetostatiskā aprēķinā grafiski atrastā momenta 28,5 kGm, bet pilnīgi sakrīt ar analītiskā kinetostatiskā aprēķinā atrasto līdzsvarotājmomentu.

Piezīme. Šāds rezultāts liecina par kinetostatiskā aprēķina pareizību. Taču formulas (10.11), (10.12) un Zukovska svira nepalīdz atklāt spēku pielikšanā un inerces spēku aprēķinā pieļautās kļūdas.

## 11. NODAĻA

### REAKCIJU NOTEIKŠANA MEHĀNISMOS AR AUGSTĀKIEM PĀRIEM

#### 11-1. Reakciju aprēķins izciļņu mehānismu kinemātiskos pāros

Plakanos izciļņu mehānismos (4-2. un 5-7. §) parasti ir locekļi ar vienu augstāko pirmās kārtas pāri un vienu zemāko pāri. Šādu locekļu normālreakcijām ir 3 nezināmie. Plaknē cietam ķermeņim ir 3 līdzsvara vienādojumi. Tātad šādi locekļi paši par sevi ir statiski noteicami. Tas liecina, ka mehānismiem ar augstākiem pāriem kinetostatika visumā ir vienkāršāka nekā zemāko pāru mehānismiem.

Mašīnās bieži sastopams centrālais izciļņu mehānisms (11-1. zīm.), kurā izciļņu ripa 1 rotē ar leņķisko ātrumu  $\omega$ , bet bīdītājs 2 kustas virzē ar ātrumu  $v$ . Mehānismam ir štatne 3 un starpelements — rullītis. Kā izciļņu mehānismu kinetostatikas paraugu aplūkosim šī mehānisma reakciju aprēķinu, reizē iepazīstoties ar dažiem izciļņu mehānismu teorijas pamatjēdzieniem.

Rullīša centrs  $A$ , rullītim veļoties pa izciļņu ripas profilu, attiecībā pret ripu apraksta profilam ekvidistanto svītrlīnijas līkni, ko sauc par *centrprofilu* jeb teorētisko profilu. Centrprofila jēdzienu izdevīgi lietot, ja bīdītājam ir rullītis vai tā profils ir aploces loks. Kinemātiskos un kinetostatiskos aprēķinos var pieņemt, ka mehānismam ir smailes bīdītājs, kura smaile  $A$  slīd pa izciļņu ripas centrprofilu.

Ar minimālo centrprofila rādiusvektoru  $r_0$  ap ripas rotācijas centru  $O$  novilkto aploci sauc par *pamataplaci*; tās rādiuss ir vienāds ar bīdītāja punkta  $A$  vismazāko attālumu no ripas rotācijas centra. Pārvietojumu  $s = OA - r_0$  sauc par bīdītāja *pacēlumu*, bet maksimālo pacēlumu  $s_{\max} = H$  sauc par bīdītāja *gājienu*.

Izciļņu mehānismu kinetostatiskā aprēķinā berzi un parasti arī locekļu pašsvaru ignorē.

Uz bīdītāju darbojas spēks  $\bar{P}_2 = \bar{Q} + \bar{J}_2$ , kur  $Q$  — lietderīgā pretestība (pieskaitot atsperes spēku) un  $J_2$  — bīdītāja inerces spēks. Ja lietderīgā pretestība nav pielikta bīdītājam, bet vienam vai vairākiem locekļiem, kurus bīdītājs piedzen, tad spēks  $Q$  ir uz bīdītāju reducētā lietderīgā pretestība (13-3. §) un  $J_2$  — uz bīdītāju redu-

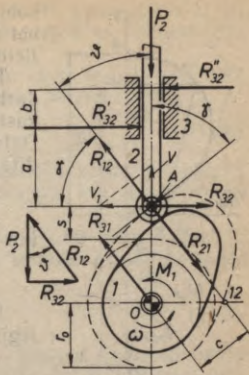
cētais inerces spēks. Pēdējo var aprēķināt, pie bīdītāja inerces spēka pieskaitot uz bīdītāju reducētos bīdītāja piedzīto locekļu inerces spēkus, kā arī pēc pirmās formulas (13.22) vai pēc formulas

$$\bar{J}_2 = -m'_r \bar{a}_2, \quad (11.1)$$

kur  $m'_r$  — spēka reducētā masa (13-4. §), kas vispār atšķiras no parastās (enerģētiskās) reducētās masas (13-2. §).

Bez zināmā spēka  $P_2$  uz bīdītāju sakarpunktā normāles virzienā darbojas izciļņu ripas reakcija  $R_{12}$  un slīdes virzienam perpendikulārā statnes reakcija  $R_{32}$ . Abu reakciju modulūsus aprēķina ar līdzsvara vienādojumiem vai grafiski — ar 11-1. zīmējumā parādīto spēku trīsstūri:

$$\bar{R}_{12} + \bar{P}_2 + \bar{R}_{32} = 0. \quad (11.2)$$



11-1. zīm.

Reakcijas  $R_{32}$  darbības taisne iet caur punktu  $A$ , jo trīs līdzsvarā esoši spēki krustojas vienā punktā. Bīdītājam nav pielikta reakcija  $R_{32}$ , bet gan tās komponenti, kurus aprēķina ar statikas vienādojumiem:

$$R''_{32}b = R_{32}a, \quad R'_{32} = R_{32} + R''_{32}. \quad (11.3)$$

Atstatumus  $a$  un  $b$  var noteikt pēc 12-6. zīmējuma parauga.

Uz izciļņu ripu darbojas jau atrastās reakcijas pretspēks  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ , statnes reakcija  $R_{31}$  un līdzsvarotājmoments  $M_1$ . Tā kā uz izciļņu ripu darbojas tikai divi spēki, tad tie ir vienādi un pretēji vērsti, t. i.,  $\bar{R}_{31} = -\bar{R}_{21} = \bar{R}_{12}$ . Pieņemot, ka  $\omega = \text{const}$ , no līdzsvara vienādojuma

$$M_1 - R_{21}c = 0 \quad (11.4)$$

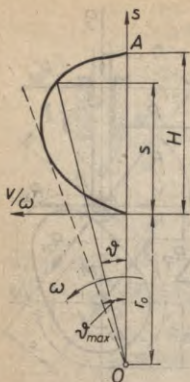
aprēķina līdzsvarotājmomentu  $M_1$ .

Veikto kinetostatisko aprēķinu pārbauda ar Žukovska sviru vai Dalambēra—Lagranža principu (10.11). Saskaņā ar pēdējo

$$M_1\omega - P_2v = 0; \quad M_1 - P_2 \frac{v}{\omega} = 0.$$

Ievietojot šeit  $P_2 = R_{21} \cos \theta$  un  $v = v_1 \text{tg} \theta = \omega \cdot OA \cdot \text{tg} \theta$ , iegūst vienādojumu (11.4). Tātad aprēķins izdarīts pareizi. Analogiski veicams citu tipu izciļņu mehānismu kinetostatiskais aprēķins.

Svarīgs izciļņu mehānismu parametrs ir *spiediena leņķis*  $\theta$ , kas veidojas starp bīdītājam pielikto izciļņu ripas reakciju  $R_{12}$  un bīdītāja ātrumu  $v$ . Jo mazāks ir spiediena leņķis, jo labāk darbojas mehānisms [54], tāpēc ka labāka ir spēku pārnešana: lielāks  $R_{12}$



11-2. zīm.

komponents tiek izlietots bīdītāja pārvietošanai, bet mazāks — bīdītāja kaitīgai piepūlei un palielinātu statnes reakciju radišanai.

Kaut gan spiediena leņķis raksturo spēku darbību, taču tam ir ciešs sakars ar mehānisma kustību. Šī sakara noskaidrošanai attiecina Dalambēra—Lagranža principu (10.11) uz bīdītāju:

$$R_{12}v_1 \cos(90^\circ - \theta) - P_2v = 0, \quad (1)$$

kur saskaņā ar 11-1. zīmējumu

$$v_1 = \omega(r_0 + s), \quad P_2 = R_{12} \cos \theta. \quad (2)$$

Ievietojot izteiksmes (2) vienādojumā (1), iegūst izteiksmi

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v}{\omega(r_0 + s)}. \quad (11.5)$$

Šī izteiksme ērti lietojama spiediena leņķa maiņas noteikšanai un maksimālā spiediena leņķa atrašanai (11-2. zīm.) aplūkojamā tipa izciļņu mehānismos. Redzams, ka maksimālais spiediena leņķis iestājas bīdītāja maksimālā ātruma tuvumā.

Izņēmums ir izciļņu mehānisms ar plakanu bīdītāju (4-10. zīm. b), kuram spiediena leņķis vienmēr ir nulle.

Spiediena leņķa papildinājumu līdz  $90^\circ$  sauc par kustības pārnesšanas leņķi, t. i.,  $\gamma = 90^\circ - \theta$ . Jo tuvāks  $90^\circ$  ir kustības pārnesšanas leņķis, jo labāk darbojas mehānisms.

Kustības pārnesšanas leņķi var definēt neatkarīgi no spiediena leņķa: *par kustības pārnesšanas leņķi sauc to mazāko par  $90^\circ$  leņķi, kas veidojas augstākā pāri starp dzītā locekļa absolūtā un relatīvā ātruma virzieniem.* Arī starp taisnēm, kas no saskarpunkta iet uz relatīvo polu un dzītā locekļa absolūto polu veidojas leņķis  $\gamma$ . Spiediena un kustības pārnesšanas leņķi parādīti arī 12-15. zīmējumā a.

## 11-2. Reakciju aprēķins zobratu mehānismu kinemātiskos pāros

Apājo zobratu mehānismos dzenošā zobrata vienmērīgai rotācijai atbilst visu pārējo zobratu vienmērīga rotācija. Zobratu smagumcentri parasti atrodas uz to rotācijas asīm. Tāpēc zobratu pārvados ar nekustīgām asīm locekļu inerces kopspēks un inerces spēku moments ir nulle. Šo mehānismu vienmērīgā kustībā valda istens spēku līdzsvars un kinetostatikas vietā stājas statika. Taču planetāros mehānismos jāievēro arī satelītu inerces spēki (centrbēdzes spēki). Berzi, kā parasts, reakciju aprēķinā ignorē.

Katrs zobrats plaknē ir statistiski noteicams to pašu iemeslu dēļ kā izciļņu mehānismu locekļi. Tādēļ reakciju aprēķins vienkāršojas salīdzinājumā ar zemāko pāru mehānismiem.

Ja dzenošo zobratu apzīmē ar  $1$ , bet dzīto ar  $n$ , tad ikvienā zobratu pārvadā saskaņā ar Dalambēra—Lagranža principu (10.11)

$$M_1\omega_1 - M_n\omega_n = 0, \quad (11.6)$$

kur  $M_1$  ir dzinējmomenta, kas darbojas dzenošā zobrata leņķiskā ātruma  $\omega_1$  virzienā, bet  $M_n$  — līdzsvarotājmomenta, kas vērst pretēji dzītās vārpstas leņķiskajam ātrumam  $\omega_n$ .

Vienādojums (11.6) izteic abu momentu jaudu vienlīdzību, jo enerģijas zudumus kinetostatiskā aprēķinā ignorē. No šī vienādojuma līdzsvarotājmomenta

$$M_n = M_1 i_{1n}, \quad (11.7)$$

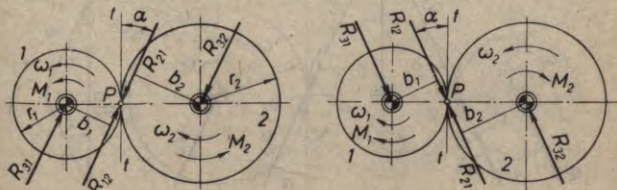
t. i., zobratu pārvada līdzsvarotājmomenta vienāds ar dzinējmomenta un pārnēsumu attiecības reizinājumu. Ja vēlas, lai šī formula dotu arī līdzsvarotājmomenta virzienu, tad  $i_{1n}$  jāievieto ar tā zīmi (7-1. §) un labajai pusei priekšā jāraksta mīnusa zīme.

Zobratu pārvados Žukovska sviru nevajag lietot, jo kinetostatisko aprēķinu vienmēr ērti pārbaudīt ar formulu (11.7).

Reakciju aprēķinu aplūkosim apaļiem cilindriskiem zobratiem ar taisniem zobiem, kuru flankas (zobu darbīgo virsmu šķēluma līnijas ar zobrata plakni) izveidotas kā evolventes. Evolvente ir gandrīz vienīgā mašīnās lietojamās zobratos sastopamā flanku līkne. Šo zobratu sevišķa īpašība ir šāda: caur zobu saskarpunktu  $S$  (sazobes punktu) un relatīvo polu  $P$  (velšanās punktu) novilkta zobu flanku normāle (5-14. zīm.), zobratiem darbojoties, savu novietojumu un virzienu nemaina. Zobi saskaras tikai uz šīs relatīvi nekustīgās normāles (sazobes līnijas), kas ar zobratu asiņ perpendikulāru taisni veido leņķi  $\alpha$  (sazobes leņķi). Mirkli, kad punkti  $S$  un  $P$  sakrīt, sa-zobes leņķis ir vienāds ar spiediena leņķi (11-1. §).

Zobratu attēlosim ar to relatīvām poloīdām (velšanās aplocēm), kas 4-11. zīmējumā parādītas ar svītrlīniju.

11-3. zīmējumā attēlots vienkāršs zobratu pārvads. Sazobes punktā  $S$  abi zobratu darbojas viens uz otru ar reakcijām  $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ , kas, tāpat kā punkts  $S$ , atrodas uz sa-zobes līnijas. Statiskā spēks ir



11-3. zīm.

slidošs vektors, tāpēc abas reakcijas var pielikt velšanās punktā  $P$ . So reakciju vērtības aprēķina no rata 1 līdzsvara vienādojuma

$$M_1 - R_{21}b_1 = 0, \quad (1)$$

kur  $b_1 \equiv r_1 \cos \alpha$ . Tātad

$$R_{21} = R_{12} = \frac{M_1}{r_1 \cos \alpha}. \quad (11.8)$$

Momentus  $M_1$  un  $M_2$  līdzsvaro spēkpāri. Tāpēc arī statnes reakcijas  $R_{31}$  un  $R_{32}$  ir tā paša lieluma un virziena. Visas četras reakcijas nebūs vienādas, ja momentu  $M_1$  un  $M_2$  vietā zobratiem būs pielikti spēki.

No zobrata 2 līdzsvara vienādojuma

$$M_2 - R_{12}b_2 = 0, \quad (2)$$

ievērojot izteiksmi (11.8), līdzsvarotājmoments

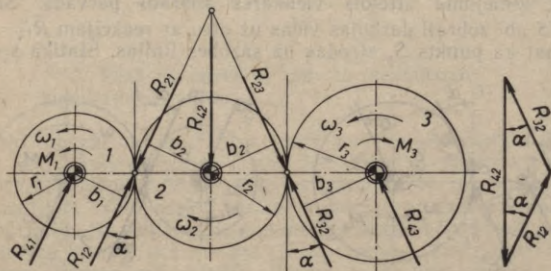
$$M_2 = R_{12}b_2 = \frac{M_1}{r_1 \cos \alpha} r_2 \cos \alpha = M_1 \frac{r_2}{r_1} = M_1 i_{12},$$

tas saskan ar formulu (11.7).

Atzīmēsim, ka sazobes reakcijas (šajā gadījumā arī pārējās reakcijas) novirzās no velšanās aploču tangentes  $t-t$  par sazobes leņķi  $\alpha$  uz vienu vai uz otru pusi atkarībā no dzenošā zobrata rotācijas virziena. Abi 11-3. zīmējumā dotie pārvadi ir vienādi; tikai dzenošais zobrats 1 griežas dažādos virzienos. Novirzes noteikšanai var lietot šādu kārtulu: *katrs zobrats darbojas uz savu pretratu ar reakciju, kas vērsta uz pretrata pusi.*

11-4. zīmējumā parādītas reakcijas pārvadā ar parazītzobratu 2. Tāpat kā iepriekš no vienādojuma (1) aprēķina  $R_{21} = R_{12}$ . Zobrata 2 līdzsvara vienādojums

$$R_{12}b_2 - R_{32}b_2 = 0$$



11-4. zīm.

liecina, ka  $R_{32}=R_{12}=R$ . Tātad sešu reakciju vērtības ir vienādas, bet septītās reakcijas vērtība

$$R_{42}=2R \cos \alpha. \quad (11.9)$$

Divpakāpju pārvadā (11-5. zīm. a) starpzobrati 2 un 2' ir viens vienīgs loceklis 2. Tāpat kā iepriekš no vienādojuma (1) aprēķina  $R_{21}=R_{12}$  un tad ar zobrata 2 līdzsvara vienādojumu

$$R_{12}b_2 - R_{32}b'_2 = 0$$

aprēķina reakciju

$$R_{32}=R_{23}=R_{12} \frac{b_2}{b'_2} = R_{12} \frac{r_2}{r'_2} = \frac{M_1 r_2}{r_1 r'_2 \cos \alpha}. \quad (11.10)$$

Velšanās aploču rādiusi  $r$  un reakciju pleci  $b$  11-5. zīmējumā nav parādīti. Reakciju  $R_{42}$  atrod grafiski vai analītiski saskaņā ar zīmējumu. Līdzsvarotājmomentu  $M_3$  aprēķina no zobrata 3 līdzsvara vienādojuma

$$R_{23}b_3 - M_3 = 0.$$

$$M_3 = R_{23}b_3 = M_1 \frac{r_2 r_3}{r_1 r'_2} = M_1 i_{12} i_{23} = M_1 i_{13};$$

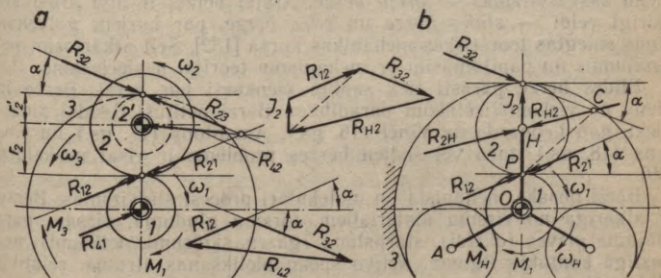
tas saskan ar formulu (11.7).

Planētpārvadā (11-5. zīm. b) pieņem, ka visi trīs satelīti slogoti vienādi. No zobrata 1 līdzsvara vienādojuma (1) ar formulu (11.8) aprēķināto reakciju daļa ar 3 un iegūst

$$R_{21}=R_{12} = \frac{M_1}{3r_1 \cos \alpha}. \quad (11.11)$$

Aprēķina satelīta centrbēdzes spēku

$$J_2 = AO \cdot \omega_H^2 m_2$$



11-5. zīm.

un konstruē satelīta līdzsvara poligону: atliek  $J_2$ ,  $R_{12}$  un novelk svitrliņijas taisnes nogriežni  $\overline{J_2} + \overline{R_{12}}$ ; no velšanās punkta novelk tam paralēlu taisni  $PC$ , kas dod punktu  $C$  un reakcijas  $R_{H2}$  virzienu; poligonu noslēdzot, iegūst reakcijas  $R_{32}$  un  $R_{H2}$ .

Analītiski rēķinot, no satelīta līdzsvara momentu vienādojuma pret satelīta centru atrod, ka  $R_{32} = R_{12} = R$ , tad

$$R_{H2} = \sqrt{J_2^2 + (2R \cos \alpha)^2}.$$

No vadīklas līdzsvara vienādojuma

$$M_H - 3(2R \cos \alpha) \cdot OA = 0,$$

$$\text{kur } OA = r_3 - \frac{r_3 - r_1}{2} = \frac{r_3 + r_1}{2},$$

atrod līdzsvarotājmomentu

$$M_H = 6R \cos \alpha \cdot OA = 6 \frac{M_1}{3r_1 \cos \alpha} \cos \alpha \frac{r_3 + r_1}{2} = M_1 \left( 1 + \frac{r_3}{r_1} \right),$$

kas, ievērojot formulu (7.7), saskan ar Dalambēra—Lagranža principu, ko zobratu pārvadiem izteic formula (11.7).

## 12. NODAĻA

### BERZE KUSTĪGOS SAVIENOJUMOS

#### 12-1. Berzes veidi un īpašības

Dabā un tehnikā ik uz soļa sastopams ķermeņu un to daļiņu līdzsvars tangenciālo spēku ietekmē un mehāniskās enerģijas pārvēršanās siltumā un izkliedēšanās (disipācija). Šo parādību cēlonis ir berze. Gāzēs, šķidrums un cietos ķermeņos ir *iekšējā berze*, bet ķermeņu saskarvirsmās — *ārējā berze*. Ārējai berzei ir divi krasi atšķirīgi veidi — *slides berze* un *rites berze*, par kuriem galvenās ziņas sniegtas teorētiskās mehānikas kursā [132]. Šeit atkārtosim secinājumus un papildināsim ar mehānismu teorijai nepieciešamo.

**Slides berze** parasti tiek saukta vienkārši par berzi. Berze ir viena no viskomplicētākām parādībām. Berzi pētījuši daudzi zinātnieki, gan Leonardo da Vinči (16. gs.), Amontons (17. gs.) un Kulons (18. gs.), taču vēl šodien berzes problēma ir visai neskaidra [49].

Berzi nosaka mehāniski un molekulāri procesi slīdvirsmās. Berze ir atkarīga no virsmu materiāliem, virsmu gluduma, virsmu pārklājuma plēves (oksīdi), starpslāņa (gāzes, šķidrums, netīrumi), nekustīgā kontakta ilguma, aktīvo spēku pielikšanas ātruma, relatīvā slides ātruma, temperatūras, normālreakcijas vai spiediena starp virsmām.

Ne katra tangenciāla pretestība ir berze. Ja, piemēram, virsmās rodas jūtami mikrobojājumi vai tās sāk sametināties, tad tā nav berze.

Berze nav atkarīga no virsmu saskaršanās nominālā laukuma, bet no faktiskā kontaktaukuma, kas savukārt atkarīgs no virsmu materiāliem, gluduma, normālreakcijas un sastāda 0,001% līdz 10% no nominālā laukuma. Virsmu negludumi mašīnbūvniecībā ir 0,1... 200 mikronu augsti.

Berze kustīgos savienojumos saistīta ar dilšanu, t. i., ar virsmu materiāla fragmentu atdalīšanos, un ar siltuma rašanos. Sakarst gultņi, berzes sajūgi un bremzes. Tāpēc jā rūpējas par vēlamā temperatūru diapazona uzturēšanu. Bremžu slidvirsmās rodas temperatūras līdz 1000°, bet to materiāli sakarst pat līdz 400°.

Berze mehānismos ir gan kaitīga, gan lietderīga. No berzes vienkārša kustīgos savienojumus var iedalīt antifrikcijas un frikcijas savienojumos.

Zemākos kinemātiskos pārus, lielāko daļu augstāko pāru un citus kustīgos savienojumus izveido kā *antifrikcijas savienojumus*: izvēlas piemērotus saskarvirsmu materiālus, ziežvielas un to pievadīšanas veidu. Viena slidvirsmā ir no tērauda, bet otra no babīta (alvas, svina, antimona, vara un citu elementu sakausējums), bronzas (alvas un vara sakausējums ar fosfora vai citu elementu piejaukumu), misiņa (varš ar cinku), metālkeramiskiem vai grafīta materiāliem (var iztikt pat bez eļļošanas), cietgumijas (ziežviela-ūdens), plastmasas, plastificētās koksnes vai cita antifrikcijas materiāla. Lieto tērauda virsmu galvaniskos pārklājumus (alva, kadmijs) un gultņu plānos ieliktnus. Augstākos pāros abas saskarvirsmas parasti ir tērauda un rūpīgi mehāniski un termokīmiski apstrādātas. Dažos gadījumos ārējo berzi aizvieto ar iekšējo, lietojot elastīgus (tērauda, koka, gumijas) kustīgo savienojumu starpelementus.

Mehānismos bez atkārtotām saitēm berze traucē locekļu pašiestādīšanos. Tāpēc ieteicams kustīgos savienojumus attiecīgi aprēķināt [95].

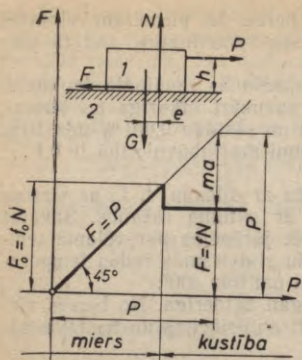
*Frikcijas savienojumus* izveido velšanās nodrošināšanai frikcijas mehānismos, kā arī vajadzīgo tangenciālo spēku sasniegšanai siksnu pārvados, bremzēs, sajūgos un citos mehānismos. Arī šeit viena virsmā parasti tērauda, bet otra no kāda frikcijas materiāla (čuguns, āda, azbestkaučuka un azbestsveķu materiāli, metālkeramika ar plastmasu pildījumu u. c.). Frikcijas un antifrikcijas teoriju izstrādāt vēl nav izdevies.

Berzei ir pozitīva nozīme arī pašbremzējošos mehānismos, kas neļauj lietderīgai pretestībai mehānismu iekustināt (nostiprināšanas skrūvsavienojumi, celšanas mehānismi, saspiedējmehānismi).

Bieži berze mehānismos (bremzēs, sajūgos, durvju virās) rada autosvārstības ar tām raksturīgo skaņu. Autosvārstību rašanās apstākļi nav pietiekami izpētīti.

Berzi iedala sausā, pussausā, pusšķidrā un šķidrā berzē.

Sausās berzes modifikācijas ir tīrā berze un robežberze. Tīrā berze praksē nav sastopama, jo tīras virsmas ar



12-1. zīm.

pieaugošs tangenciāls aktīvais spēks  $P$ .

Kamēr spēks  $P$  ir mazs, tas ķermeni iekustināt nespēj, jo atbalsts 2 uz ķermeni 1 iedarbojas ar miera berzes spēku  $F$ . Miera berzes spēku varam aprēķināt tikai no ķermeņa līdzsvara noteikumiem, kuri aplūkojamā vienkāršajā gadījumā ir šādi:

$$P - F = 0, \quad N - G = 0, \quad eG - hP = 0,$$

kur  $N$  — normālreakcija,  $G$  — ķermeņa svars.

Iekustināšanas momentā miera berzes spēks sasniedz maksimālo vērtību, ko sauc par *iekustināšanas berzes spēku*  $F_0$ . Tas ir jo lielāks, jo ilgāks bijis relatīvais miera stāvoklis. Spēkam  $P$  turpinot augt, līdzsvars izbeidzas un sākas ķermeņa 1 pātrināšana. Kustības laikā uz ķermeni 1 darbojas *kustības berzes spēks*  $F$ , kuru tehniskos aprēķinos parasti pieņem par nemainīgu. Kustības berzes spēks parasti ir mazāks par iekustināšanas berzes spēku.

Ievērojot to, ka berzes parādība nepietiekami izpētīta un berzes spēks atkarīgs no daudziem faktoriem, kustības berzes spēku aprēķina pēc Kulona likuma

$$F = fN. \quad (12.1)$$

Tāpat arī aprēķina iekustināšanas berzes spēku

$$F_0 = f_0 N. \quad (12.2)$$

Mehānismos gandrīz vienmēr ir satricinājumi. Tāpēc formulas (12.2) vietā parasti lieto formulu (12.1), t. i., iekustināšanas berzes koeficienta  $f_0$  vietā lieto kustības berzes koeficientu  $f$ .

Kulona likums abu berzes spēku aprēķinu padara ļoti vienkāršu. Taču lielas grūtības sagādā konkrētiem apstākļiem atbilstošu berzes

grūtībām var iegūt tikai laboratorijās. Berze tīrās virsmās ir liela; tā pieaug līdz ar virsmu gluduma palielināšanos, jo sāk darboties abu ķermeņu vielu molekulārie spēki un draud sametināšanās. Parastos apstākļos saskarvirsmas pārklāj plēves un sausā berze eksistē kā robežberze.

Pussausā un pusšķidrā berze iestājas tad, kad starp saskarvirsmām atrodas eļļa vai cita zieļviela un vienlaikus saskaras ar plēvēm pārklātie virsmu nelīdzenumi. Šie berzes veidi mehānismos sastopami visbiežāk.

Sausās, pussausās un pusšķidrās berzes tehnisko aprēķinu noskaidrošanai aplūkosim (12-1. zīm.) uz horizontālas plaknes novietotu ķermeni, kuram pielikts monotoni no nulles

koeficientu atrašana rokasgrāmatās [48]. Aptuveniem aprēķiniem var lietot 12-1. tabulā dotās berzes koeficientu vērtības.

12-1. tabula

Materiāli	$f$		$f_0$	
	sausī	ieziesti	sausī	ieziesti
Tērauds — tērauds	0,13	0,10	0,15	0,11
Tērauds — bronza	0,10	0,09	0,11	0,10
Cuguns — koks	0,32		0,3—0,5	
Cuguns — āda	0,26		0,3—0,5	
Tērauds — ledus	0,014		0,027	

Ja ķermeņu 1 un 2 saskarvirisma veido ar horizontālu plakni leņķi  $\varphi$ , spēks  $P=0$  un ķermenis 1 slīd vienmērīgi, tad leņķi  $\varphi$  sauc par *berzes leņķi*. Berzes leņķa tangenss ir vienāds ar berzes koeficientu:

$$f = \operatorname{tg} \varphi. \quad (12.3)$$

Kustības laikā ķermenis 2 uz ķermeni 1 iedarbojas ar kopreakciju  $\bar{R} = \bar{N} + \bar{F}$ . Kopreakcija veido ar virsmu normāli leņķi, kura tangenss ir  $F/N$ . Tātad *kopreakcijas leņķis ar saskarvirsmu normāli ir vienāds ar berzes leņķi*. Ja ķermenis 1 maina slīdes virzienu, tad kopreakcija ap saskarvirsmu normāli apraksta *berzes konusu*.

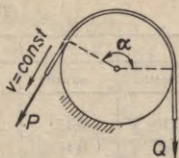
Līdzsvara stāvokli pirmsiekustināšanas brīdī arī aktīvais kopspēks  $\bar{P} + \bar{G} = -\bar{R} = -(\bar{N} + \bar{F})$  atrodas uz berzes konusa virsmas, bet paastrinātas kustības laikā iziet ārpus konusa. Tātad berzes konusa iekšienē darbīgs aktīvais kopspeks ķermeni iekustināt nevar. Tas ir pašbremzēšanās vienkāršs gadījums.

Ja saskarvirisma nav plakne, tad Kulona likums (12.1) derīgs tikai tāda tās elementa robežās, ko var uzlūkot par plakānu. Šādi rīkojoties [132], ar integrēšanu iegūst Eilera formulu

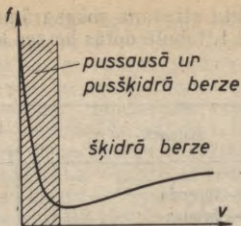
$$P = Qe^{f\alpha} \quad (12.4)$$

lokānas saites aptveres berzei (12-2. zīm.), kur  $P$  ir minimālais spēks, ar kuru var panākt lokānas saites slīdēšanu pa nekustīgu cilindru,  $f$  — berzes koeficients starp lokāno saiti un cilindra virsmu,  $\alpha$  — aptveres leņķis,  $Q$  — saites otrā galā pielikts spēks,  $e$  — natūralo logaritmu bāze.

Sķidrā jeb hidrodinamiskā berze ir antifrikcijas savienojumos visvēlamākais berzes veids, jo starp slīdvirsmām atrodas eļļas kārtiņa, tādēļ berzes koeficients ir mazs (12-3. zīm.) un dilšana minimāla. Arējo berzi šeit aizvieto ar eļļas iekšējo berzi. Lai tas būtu iespējams, slīdvirsmās jāveidojas noteiktu izmēru ķīļveida spraugai un relatīvam slīdes ātrumam jābūt pietiekami lielam.



12-2. zīm.



12-3. zīm.

Šķidrā berzē darbīgu gultņu izmēri un citi parametri aprēķināmi atbilstoši teorijai [24], kuras pamatlicēji ir Petrovs (1836—1920) un Reinoldss (1842—1912). Šķidrās berzes teoriju aplūko mašīnu elementu kursā.

Hydrodinamiskās berzes paveids ir aerodinamiskā berze, kad slīdvirsmas atdala gaisa starpslānis. Gultņi ar aerodinamisko berzi ir lietderīgi aparātos, kur stingri jāievēro tīrība, ja rotora apgriezīnu skaits minūtē ir liels (3000—260 000), it sevišķi, ja rotoru piedzen gaisa turbīna [134]. Arī slīdpārus var izveidot ar gaisa starpslāni [19].

Rites berze ir velšanās pretestība, kuras cēlonis ir ķermeņu deformēšanās to kontakta vietā. Ja, piemēram, ar vertikālu centrisku spēku  $Q$  slogots cilindrs atrodas miera stāvoklī (12-4. zīm. a), tad arī normālreakcija  $N$  ir centriska un spiedienu epīra ir simetriska tai. Ja cilindrs veļas (12-4. zīm. b), tad spiedienu epīra kļūst nesimetriska, normālreakcija  $N$  pavirzās uz priekšu cilindra centra ātruma  $v_C$  virzienā par atstatumu  $k$ , ko sauc par rites berzes koeficientu. Velšanās uzturēšanai cilindram jāpieliek aktīvs moments  $M$ , kas līdzsvaro velšanās pretestības momentu

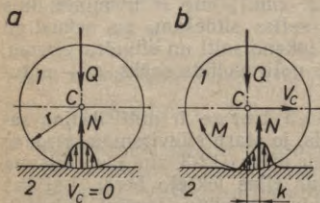
$$M_k = kN, \quad (12.5)$$

ko rada spēkpāris ( $Q, N$ ).

Ja vienmērīgās velšanās uzturēšanai momenta  $M$  vietā cilindra centrā pieliek ātruma  $v_C$  virzienā vērstu spēku  $P$ , tad kontakta vietā ķermenis 2 iedarbojas uz cilindru ar pretēji vērstu berzes spēku  $F = P$  un atkal rodas aktīvais spēkpāris  $Pr = kN$ , no kurienes

$$P = \frac{k}{r} N. \quad (12.6)$$

Ja aktīvais spēks  $P$  ir lielāks par maksimālo iespējamo berzes



12-4. zīm.

spēku  $F=fN$ , tad reizē ar velšanos notiek slīde. Tīras velšanās gadījumā ir jābūt  $fN > P$  vai, ievērojot formulu (12.6),

$$f > \frac{k}{r}. \quad (12.7)$$

Tātad ar cilindra centrā pieliktu spēku tīru velšanos var panākt, ja izpildīts noteikums (12.7).

12-2. tabula

Velšanās pāra raksturojums	$k$ (cm)
Rūdīts tērauds — rūdīts tērauds	0,0005—0,0010
Tērauds — tērauds, čuguns — čuguns	0,005
Pneimatiskās riepas — šoseja	0,24
Pneimatiskās riepas — zālājs	1,0—1,5

Dažas orientējošas rites berzes koeficientu vērtības dotas 12-2. tabulā. Rites pretestības ziņā nav sevišķas starpības starp pneimatisķām un cietā materiāla riepām. Vagonu riteņiem ar slīdēm, ievērojot riteņu atmalu ietekmi, pieņem  $k=0,05$  cm.

## 12-2. Berze slīdpāros un uz slīpās plaknes

Kustībā katrs no slīdpāra locekļiem darbojas uz otru ar berzes spēku, kas atkarīgs ne tikai no berzes koeficienta slīdvirsmā un normālreakcijas, bet vispār arī no slīdvirsmas veida, no spēku darbības taišņu stāvokļa un no lietojamās hipotēzes par spiediena sadalījumu slīdvirsmās, t. i., berzes spēks

$$F = F(f, Q, a, b, \dots), \quad (1)$$

kur  $Q$  — slīdvirsmāi perpendikulārs aktīvais spēks (slodze), kas skaitliski vienāds ar kopīgo normālreakciju.

Ja slīdvirsmā ir plakne, tad saskaņā ar Kulona likumu (12.1) funkcija (1) pieņem visvienkāršāko veidu:

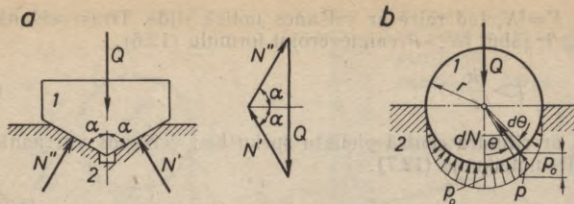
$$F = fQ. \quad (12.8)$$

Šo vienkāršo berzes spēka izteiksmi var lietot arī visos citos gadījumos, rakstot to šādā veidā:

$$F = f'Q, \quad (12.9)$$

bet tad berzes koeficienta vietā stājas lielums

$$f' = \frac{F}{Q} = f'(f, a, b, \dots), \quad (12.10)$$



12-5. zīm.

ko sauc par *reducēto berzes koeficientu*. Analogiski reducēto berzes koeficientu definē arī citos kustīgos savienojumos. Konkrētā gadījumā reducētais berzes koeficients ļauj ērti salīdzināt berzi slīdpārī ar berzi plakanā slīdvirsnā.

Slīdpāri bieži izveido ar ķīļveida slīdni un vadotni (12-5. zīm. a). Slīdnim 1 kustoties perpendikulāri zīmējuma plaknei, uz to darbojas berzes spēks

$$F = F' + F'' = f(N' + N''). \quad (2)$$

No spēku līdzsvara trīsstūra izriet, ka

$$N' = N'' = \frac{Q}{2 \sin \alpha}.$$

Ievietojot šo izteiksmi formulā (2), iegūst

$$F = \frac{f}{\sin \alpha} Q,$$

kur ķīļveida slīdpāra reducētais berzes koeficients

$$f' = \frac{f}{\sin \alpha}. \quad (12.11)$$

Ķīļveida rievā palielina berzi: ja  $\alpha \rightarrow 0$ , tad  $f' \rightarrow \infty$ . Šo efektu izmanto ķīļsīksnās, nostiprināšanas skrūvēs u. c.

Plakanos mehānismos bieži sastopami slīdpāri, kas īstenībā ir cilindriskie pāri (piem., virzuļmašīnās). Noskaidrosim apaļa cilindriskā slīdpāra (12-5. zīm. b) reducēto berzes koeficientu, aplūkojot trīs dažādus gadījumus.

1. Slīdvirsnu rādiusu atšķirības (spraugas) dēļ locekļi 1 un 2 saskaras pa taisnes nogriezni, kas uzlūkojams par šauru plakni, tāpēc berzes spēku aprēķinām ar formulu (12.8) un nav atšķirības starp īsteno un reducēto berzes koeficientu.

2. Slīdņa visa puscilindriskā virsma saskaras ar tādu pašu vadotnes virsmu. Šādu slīdpāri varam uzskatīt par bezgalīgi daudzu ķīļveida slīdpāru apvienojumu, jo katrs centra leņķim  $d\theta$  atbilsto-

šais slīdvirsmas elements  $lrd\theta$  ir šaura elementāra plakne ar garumu  $l$ , kurā darbojas normālreakcija

$$dN = plrd\theta \quad (3)$$

un kurai derīgs Kulona likums

$$dF = fdN = fplrd\theta, \quad (4)$$

pieņemot, ka spiediens  $p$  slīdvirsmas elementa visos punktos vienāds.

Ja spiediens visā slīdvirsmā vienāds (Veisbaha hipotēze), tad, integrējot izteiksmi (4) un ievērojot spēku simetriju pret garenšķēluma plakni, iegūstam

$$F = 2f \int_0^{\frac{\pi}{2}} dN = 2flrp \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = \pi flrp. \quad (5)$$

Slīdņa  $l$  līdzsvara noteikums ir šāds:

$$Q = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dN \cos \theta = 2lrp \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = 2lrp, \quad (6)$$

no kurienes

$$p = \frac{Q}{2rl}. \quad (7)$$

Tātad vienmērīgi pa puscilindra virsmu sadalītais spiediens ir vienāds ar spiedienu spēkam  $Q$  perpendikulārā šī cilindra garenšķēluma plaknē. Izdalot (5) ar (6), iegūstam reducēto berzes koeficientu

$$f' = \frac{\pi}{2} f = 1,57f. \quad (12.12)$$

3. Slīdvirsmas saskaras kā iepriekš, bet spiediens katrā vietā proporcionāls izdilumam, kurā forma atbilst slīdņa  $l$  nelielam pārvietojumam spēka  $Q$  virzienā (Reies hipotēze). Šajā gadījumā (12-5. zīm. *b*) spiediens

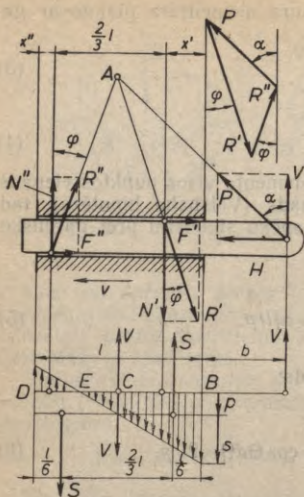
$$p = p_0 \cos \theta. \quad (8)$$

Ievietojot šo izteiksmi formulā (3) un integrējot pēc formulu (5) un (6) parauga, iegūstam

$$F = 2flrp_0, \quad Q = \frac{\pi}{2} lrp_0$$

un saskaņā ar formulu (12.10) arī reducēto berzes koeficientu

$$f' = \frac{4}{\pi} f = 1,27f. \quad (12.13)$$



12-6. zīm.

Taču līdzsvara gadījumā jāslēdzas ne tikai spēku trīsstūrim, bet arī visiem trim spēkiem  $P$ ,  $R'$ ,  $R''$  jākrustojas vienā punktā  $A$ , kurā stāvoklis atkarīgs no spiedienu sadalījuma slīdvirsma. Tāpēc dotam spēkam  $P$  un leņķim  $\alpha$  atbilst tikai viens slīdņa līdzsvarotais kustības stāvoklis, kas noteikts ar attālumu  $b$ , un reducētais berzes koeficients ir attāluma  $b$  un vadotnes garuma  $l$  funkcija. Atradīsim šo funkciju.

Ja slīdņa šķērsizmērus neievēro, tad normālreakcijas un spiedienus slīdvirsma izraisa tikai komponents  $V$ . Pieliekam vadotnes centrā atbilstošā slīdņa punktā  $C$  divus pretēji vērstus spēkus  $V$ . Tāgad uz slīdni darbojas centriskais spēks  $V$ , kas rada visā vadotnes garumā vienādu spiedienu  $p$ , un spēkpāris

$$V \left( b + \frac{l}{2} \right) = S \frac{2}{3} l. \quad (10)$$

Pieņemot spiediena lineārā sadalījuma hipotēzi, spēki  $S$  iet caur šī spēkpāra radīto spiedienu epīru — divu vienādu taisnleņķa trīsstūru laukumu smagumcentriem; trijstūru augstumiem vadotnes ārējās malās atbilst spiediens  $s = cp$ , kur  $c$  — pagaidām nezināms koeficients. Summējot spiedienus  $p$  ar minēto trīsstūru spiedienu, iegūst kopspiedienu epīras — divus nevienādus taisnleņķa trīsstūrus ar pa-

Redzam, ka apaļa cilindriska slīdņa pāra reducēto berzes koeficientu var izteikt formā

$$f' = cf, \quad (12.14)$$

kur reininātājs  $c$  aplūkotos trīs gadījumos pieņem vērtības 1; 1,57; 1,27. Visvairāk lietojama pēdējā vērtība.

Aplūkojam slīdņpāri ar ekscentrisku slodzi (12-6. zīm.), ignorējot slīdņa šķērsizmēru ietekmi. Slīdnim pielikts aktīvais kopspēks  $\bar{P} = \bar{V} + \bar{H}$ , un slīdnis kustas komponenta  $H$  virzienā. Tāpēc kopreakcijas  $R'$  un  $R''$  veido ar slīdvirsma normālēm berzes leņķus  $\varphi = \arctg f$ . Ja  $v = \text{const}$ , tad līdzsvara trīsstūris dod kopreakcijas  $R'$ ,  $R''$ , normālreakcijas  $N'$ ,  $N''$  un berzes spēkus  $F'$ ,  $F''$ . Berzes kopspēks  $F = F' + F'' = H = P \sin \alpha$  un reducētais berzes koeficients

$$f' = \frac{F}{V} = \frac{f(N' + N'')}{V} = \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \text{tg } \alpha. \quad (9)$$

matiem  $BE$  un  $DE$ . Slīdnim pieliktie kopspiedieni dod normālreakcijas  $N'$  un  $N''$ , kas iet caur šo trīsstūru smagumcentriem, kas noteikti ar koordinātēm  $x'$  un  $x''$ . Garumus  $BE$  un  $DE$  aprēķina no vienādojumiem

$$\frac{BE}{DE} = \frac{s+p}{s-p} = \frac{c+1}{c-1}, \quad BE+DE=l,$$

un tad

$$x' = \frac{1}{3}BE = \frac{l}{6} \frac{c+1}{c}, \quad x'' = \frac{1}{3}DE = \frac{l}{6} \frac{c-1}{c}, \quad (11)$$

kur  $c$  atrodams no vienādojuma (10):

$$\frac{S}{V} = \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{b}{l} \right) = \frac{sl}{4pl} = \frac{s}{4p}; \quad c = \frac{s}{p} = 3 \left( 1 + \frac{2b}{l} \right). \quad (12)$$

No līdzsvara vienādojumiem

$$N' \frac{2}{3} l = V \left( b + x' + \frac{2}{3} l \right), \quad N'' \frac{2}{3} l = V(b + x')$$

atrod normālās reakcijas

$$N' = V \left[ 1 + \frac{3}{2l} (b + x') \right], \quad N'' = V \frac{3}{2l} (b + x'). \quad (13)$$

Ievietojot izteiksmes (13) formulā (9) un ievērojot formulas (11) un (12), iegūst reducētā berzes koeficienta izteiksmi

$$f' = f \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{(1+3k)^2}{1+2k} \right], \quad (12.15)$$

kur  $k = b/l$ .

Spēks  $P$  varēs slīdni iekustināt, ja  $H > F = Vf'$ , t. i., ja  $V \operatorname{tg} \alpha > Vf'$  vai

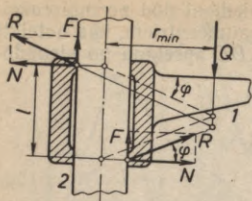
$$\operatorname{tg} \alpha > f'. \quad (12.16)$$

Nosaucot leņķi  $\varphi' = \operatorname{arctg} f'$  par *reducēto berzes leņķi*, iekustināšanas noteikums iznāk vēl vienkāršāks:

$$\alpha > \varphi'. \quad (12.17)$$

Ja  $\alpha < \varphi'$ , tad slīdpārī iestājas pašbremzēšanās un nekāda liela spēks  $P$  nevar slīdni iekustināt.

Glūži tas pats notiks ar kloķa-slīdņa mehānismu (6-18. zīm.), ja to piedzen kloķis un kādā mehānisma stāvoklī klaņa leņķis  $\psi > 90^\circ - \varphi'$ ; klaņa virzienā darbīgais spēks iekļūs berzes konusa iekšienē un nevarēs slīdni iekustināt.



12-7. zīm.

Pašbremzēšanos slīdpāros izmanto praksē. Ja, piemēram, (12-7. zīm.), locēklis 1 slodzes un pašsvara rezultantes  $Q$  ietekmē nedrīkst slīdēt pa kolonnu 2, tad spēks  $Q$  nedrīkst tuvojies kolonnas asij līdz attālumam  $r_{\min}$ , ko aprēķina no noteikuma, ka, vienmērīgi slīdot spēkpāri ( $Q, 2F$ ) ar plecu  $r_{\min}$  līdzsvaro spēkpāris  $Nl$ :

$$Qr_{\min} = Nl = \frac{F}{f} l = \frac{Q}{2f} l,$$

no kurienes

$$r_{\min} = \frac{l}{2f}. \quad (12.18)$$

To pašu rezultātu iegūst, izsakot no vienādsānu trīsstūra ar pamatu  $l$  šim pamatam pretējās virsotnes pusleņķa tangensu:

$$\operatorname{tg} \varphi = f = \frac{l}{2r_{\min}}.$$

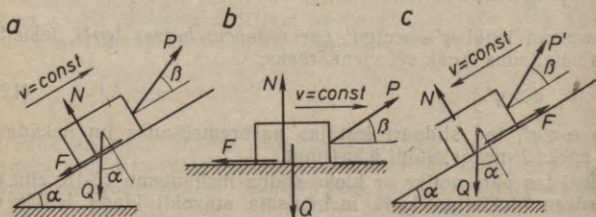
Tātad spēkam  $Q$  arvien jāpaliek tik tālu no kolonnas ass, lai kopreakcijas  $R$  atrastos berzes konusu iekšienē.

Ja slīdēšana notiek vienmērīgā kustībā pa slīpo plakni uz augšu (12-8. zīm. a), tad slīdņa līdzsvara noteikums projicējas uz tangenciālo un normālo virzienu šādi:

$$P \cos \beta - F - Q \sin \alpha = 0, \quad N + P \sin \beta - Q \cos \alpha = 0.$$

Ievietojot pirmajā vienādojumā  $F = fN$ , kur  $N$  izteikts no otrā vienādojuma, dabū, ka

$$P(\cos \beta + f \sin \beta) = Q(\sin \alpha + f \cos \alpha).$$



12-8. zīm.

Ievietojot šeit  $f = \operatorname{tg} \varphi$  un reizinot ar  $\cos \varphi$ , iegūst slīdņa līdzsvartai kustībai uz augšu nepieciešamo spēku

$$P = Q \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)}. \quad (12.19)$$

Analoģiski rīkojoties (12-8. zīm. c), dabū spēku

$$P' = Q \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)}. \quad (12.20)$$

kas nepieciešams slīdņa vienmērīgai nolaišanai pa slīpo plakni. Tātad, mainoties kustības virzienam, mainās tikai berzes leņķa  $\varphi$  zīme. Ja  $P' < 0$ , tad slīpā plakne ir pašbremzētāja un nekāda slodze  $Q$  nevar izraisīt slīdņa kustību uz leju. Pašbremzēšanās noteikums slīpai plaknei, kā redzams, ir

$$\alpha < \varphi. \quad (12.21)$$

Pašbremzēšanās apstākļos slīdnim jāpieliek uz leju vērsts spēks

$$P'' = |-P'| = Q \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos(\beta + \varphi)}. \quad (12.22)$$

Ja formulā (12.19) ievieto  $\alpha = 0$  un skaitītāju un saucēju izdala ar  $\cos \varphi$ , tad iegūst vienmērīgai kustībai pa horizontālu plakni (12-8. zīm. b) vajadzīgo spēku

$$P = \frac{Qf}{\cos \beta + f \sin \beta}. \quad (12.23)$$

Rodas jautājums: ar kāda virziena spēku  $P$  visvieglāk vilkt ķermeni pa horizontālu plakni. Atbildi iegūst no vienādojuma

$$\frac{d}{d\beta} \left( \frac{Q}{P} \right) = \frac{1}{f} (-\sin \beta + f \cos \beta) = 0,$$

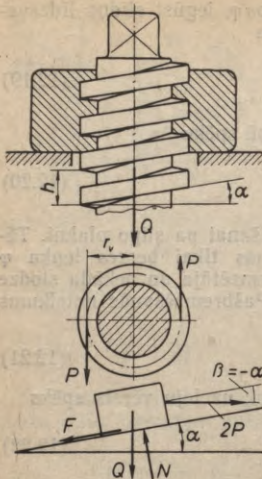
un tā ir šāda:  $\beta = \varphi$ . Tātad visvieglāk vilkt ar spēku, kura virziens ar horizontālo plakni veido uz augšu vērstu berzes leņķi, jo tāds spēks ne tikai velk, bet reizē samazina normālo reakciju un no tās atkarīgo berzes spēku.

### 12-3. Berze skrūves pāros

Aplūkojam skrūvi ar taisnstūrveida vītņi (12-9. zīm.). Skrūves kāpe ir  $h$ , bet vidējās vītnes līnijas kāpes leņķis

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{h}{2\pi r_v}; \quad (12.24)$$

kur  $r_v$  — cilindra rādiuss, uz kura virsmas novietojas vidējā vītne



12-9. zīm.

Ievietojot izteiksmi (15) formulā (14), iegūstam, ka

$$M = Q r_v \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \quad (12.25)$$

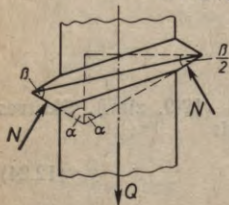
Šāds moments nepieciešams skrūves pievilkšanai, t. i., stiepes spēka  $Q$  radišanai skrūvē un berzes pārvarēšanai vītņēs.

Spēka  $Q$  ietekmē skrūvei atskrūvējoties, no paātrinātas atskrūvēšanās tā jāattur ar momentu

$$M' = Q r_v \operatorname{tg}(\alpha - \varphi). \quad (12.26)$$

Ja skrūve ir pašbremzējoša, tad tās atskrūvēšanai vajadzīgs moments

$$M'' = Q r_v \operatorname{tg}(\varphi - \alpha). \quad (12.27)$$



12-10. zīm.

linija. Tās izklājums plaknē ir taisne (tāpat kā citām vītnes virsmā esošām skrūves līnijām).

Skrūve slogota ar aksiālu spēku  $Q$ ; skrūves un uzgriežņa slīdvirsmas berzes koeficients ir  $f$ . Skrūvi griežot, tai jāpieliek moments  $M$  spēka  $Q$  iedarbes punkta pārvietošanai un berzes pārvarēšanai vītņēs. Šo momentu var iedomāties kā spēkpāri, kura spēki pielikti skrūvei uz vidējās vītnes līnijas, t. i.,

$$M = 2P r_v. \quad (14)$$

Momenta  $M$  noteikšanai pieņemam, ka uzgriežņa vītnes nesošā virsma ir slīpa plakne ar slīpuma leņķi  $\alpha$ , bet skrūve ir slīdnis uz tās. Tad saskaņā ar formulu (12.19) skrūves pievilkšanai vajadzīgs spēks

$$\begin{aligned} 2P &= Q \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(-\alpha - \varphi)} = \\ &= Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \end{aligned} \quad (15)$$

Abas pēdējās izteiksmes izriet no formulām (12.20) un (12.22). Lai nebūtu jāievēro berze starp skrūvi un vēl kādu citu ķermeni, pieņemts, ka spēks  $Q$  skrūvei pielikts kā piekārtā sloga smagums un slogs kustas kopā ar skrūvi. Ja šis noteikums nav izpildīts vai ja griež uzgriežņi, bet skrūve ir miera stāvoklī, tad jāievēro berze arī attiecīgās balstvirsmās (12-4. §).

Skrūve ar trīsstūrveida vītņi (12-10. zīm.) savā uzgrieznī ir it kā slīdnis ķīļveida rievā (12-5. zīm. a). Tādēļ iepriekšējās formulas derīgas arī trīsstūrveida vītnei, ja tajās berzes leņķa  $\varphi$  vietā liekam reducēto berzes leņķi

$$\varphi' = \arctg \frac{f}{\cos \frac{\beta}{2}} \quad (12.28)$$

Iepriekšējās formulas derīgas gliemežim vai gliemežratam pieliekamā griezes momenta aprēķināšanai; pirmajā gadījumā  $Q$  ir gliemežrata, bet otrajā — gliemeža aploces spēks.

#### 12-4. Berze šarnīros

Šarnīrā savienoto locekļu saskarē esošās daļas sauc par *rēdzi* un *gultni*. Gultnis uzņem rēdzes radiālo slodzi, aksiālo slodzi vai abas reizē. Katras slodzes radīto berzes momentu aprēķina atsevišķi.

Radiālās slodzes radīto berzes momentu aprēķina pēc formulas

$$M_F = f' Q r, \quad (12.29)$$

kur  $Q$  — radiālā slodze,  $r$  — rēdzes un gultņa rādiuss, bet

$$f' = c f \quad (12.14)$$

ir reducētais berzes koeficients, kas proporcionāls īstenam berzes koeficientam  $f$ . Reizinātājs  $c$ , tāpat kā tas bija apaļā cilindriskā slīd-pārī (12-5. zīm. b), atkarīgs no pieņemtās hipotēzes par spiediena sadalījumu slīdvirsmā.

Ja starp rēdzi un gultni ir sprauga (12-11. zīm. a), tad berzes moments  $M_F = Fr = fNr$ . Tā kā

$$R = Q = \sqrt{N^2 + F^2} = N\sqrt{1 + f^2} \approx N,$$

tad

$$M_F = f' Q r$$

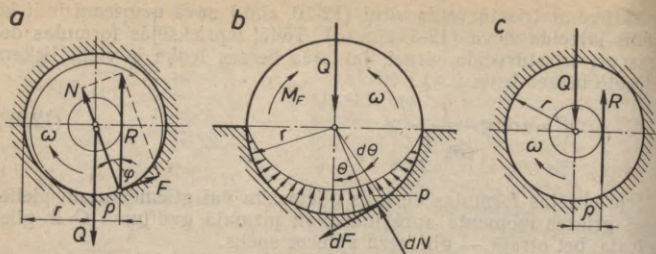
un šajā gadījumā  $c = 1$ . Redzam, ka  $f'Q$  formulā (12.29) ir tāds berzes spēks, kuru reizinot ar rēdzes rādiusu iegūst berzes momentu.

Ja rēdzes un gultņa virsmas saskaras (12-11. zīm. b), tad

$$dM_F = r dF = r f dN = r f l r d\theta,$$

kur  $l$  — rēdzes un gultņa slīdvirsmas garums. Spiediena sadalījumu pieņem simetrisku garenšķēluma plaknei, kurā darbojas slodze  $Q$ , tad

$$M_F = 2f l r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} p d\theta. \quad (16)$$



12-11. zīm.

No rēdes līdzsvara noteikuma (spēku  $dF$  projekcijas uz  $Q$  virzienu līdzsvarojas pašas par sevi)

$$Q = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dN \cos \Theta = 2lr \int_0^{\frac{\pi}{2}} p \cos \Theta d\Theta$$

izsakot  $2lr$  un ievietojot formulā (16), iegūst formulu (12.29), kur

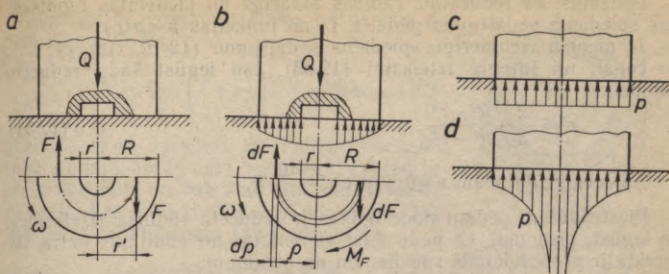
$$c = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} p d\Theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} p \cos \Theta d\Theta} \quad (12.30)$$

Ievietojot šeit  $p = \text{const}$  vai nodiluma hipotēzei (8) atbilstošo spiedienu  $p = p_0 \cos \Theta$ , atrodam tās pašas reizinātāja  $c$  vērtības kā apakšam slīdpārim: 1,57 un 1,27.

Berzes momentu radiālgultnī var izteikt (12-11. zīm. *a* un *c*) kā spēkpāri ( $Q, R$ ), kura plecu  $q$  sauc par berzes aploces rādiusu. Tā kā  $M_F = f' Q r = q Q$ , tad berzes aploces rādiuss

$$q = f' r \quad (12.31)$$

atkarīgs tikai no reducētā berzes koeficienta un gultņa rādiusa. Grafiskā kinetostatikā ar berzes aplocēm var noteikt reakcijas, ievērojot reizē arī berzi šarnīros. Ja kopreakcija  $R$  krusto berzes aploci, tad tā atrodas berzes konusa iekšienē (12-11. zīm. *a*) un šarnīrs ir pašbremzējošs. Šī iemesla dēļ, piemēram, uz motora virzuli darbojošais spēks nevar iekustināt mehānismu ne tikai vienā punktā (4-2. §), bet arī šī punkta tuvumā. Dažādu piespiedējmehānismu šarnīrus konstruē kā pašbremzētājus.



12-12. zīm.

Aksiālās slodzes radīto berzes momentu (12-12. zīm. a) aprēķina pēc formulas

$$M_F = r' f Q, \quad (12.32)$$

kur  $r'$  — pēdas *reducētais rādiuss* ir tāda spēkpāra pleca puse, kura moments vienāds ar šarnīra aksiālās slīdvirsmas (pēdas) berzes momentu, ja spēkpāra spēkus katrai pēdas pusei aprēķina pēc Kulona likuma, t. i.,

$$M_F = 2r'F = 2r'f \frac{Q}{2} = r'fQ.$$

Reducētā rādiusa aprēķinam pieņem, ka spiedienu slīdvirsmā ir simetriski šarnīra asij; tad bezgalīgi šaura gredzena (12-12. zīm. b) ar rādiusu  $Q$  un platumu  $dQ$  visos punktos spiediens ir vienāds. Tāpēc šajā elementārā gredzenā rodas berzes moments

$$dM_F = 2QdF = 2f \frac{dQ}{2} = Qf p 2\pi Q dQ,$$

no kurienes berzes moments

$$M_F = 2\pi f \int_r^R p Q^2 dQ. \quad (17)$$

No līdzsvara vienādojuma

$$Q = \int_r^R p 2\pi Q dQ = 2\pi \int_r^R p Q dQ$$

izsakot  $2\pi$  un ievietojot formulā (17), iegūst formulu (12.32), kur

$$r' = \frac{\int_r^R p Q^2 dQ}{\int_r^R p Q dQ}. \quad (12.33)$$

Redzams, ka reducētais rādiuss atkarīgs no pieņemtās hipotēzes par spiediena sadalījumu pēdā, t. i., no funkcijas  $p=p(\varrho)$ .

Ja pieņem vienmērīgu spiediena sadalījumu (12-12. zīm. c), t. i.,  $p=\text{const}$ , un integrē izteiksmi (12.33), tad iegūst šādu reducēto rādiusu:

$$r' = \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}. \quad (12.34)$$

Aploces veida pēdai  $r=0$ , tāpēc  $r' = \frac{2}{3} R$ .

Piestrādātām pēdām noderīgākas ir reducētā rādiusa izteiksmes, ko iegūst, pieņemot, ka pēda dilst vienmērīgi un nodilums katrā tās punktā ir proporcionāls spiedienam un ātrumam:

$$y = kp v = kp \omega \varrho = k' p \varrho.$$

Tas nozīmē, ka pēdā spiediens sadalās pēc hiperbolas (12-12. zīm. d):

$$p = \frac{c}{\varrho}, \quad (18)$$

un  $c=\text{const}$ . Ievietojot šo spiediena izteiksmi formulā (12.33) un integrējot, iegūst gredzenveida pēdai

$$r' = \frac{1}{2} (R+r) \quad (12.35)$$

un aploces veida pēdai  $r'=0,5R$ .

Uzskata, ka hipotēzi (18) apstiprina praksē novērojami aploces veida pēdas centra ieēšanās gadījumi. Tāpēc parasti lieto gredzenveida pēdu. Formulas (12.34) un (12.35) noderīgas arī berzes momenta aprēķinam uzgriežņu un skrūvju balstvirsmās.

## 12-5. Berze velšanās gultņos

Aplūkojam lodīšu (rullīšu) radiālgultni (12-13. zīm.), kas sastāv no iekšējā gredzena 1, lodītēm 2 un ārējā gredzena 3. Gredzenu un lodītes saskarpunktos A un B saskaņā ar formulu (12.5) darbojas velšanās pretestības momenti  $M_A = M_B = kS$ , kur  $k$  — rites berzes koeficients, bet  $S$  — spēks (slodze), kas darbojas uz lodīti. Saskarpunkta A ātrums  $v_A = \omega_1 R = \omega_2 2r$ ; tāpēc

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{R}{2r}.$$

Ievērojot, ka relatīvais leņķiskais ātrums  $\omega_{21} = \omega_1 + \omega_2$ , jaudas pārtēriņš vienas lodītes velšanās kustībā ir šāds:

$$N_2 = N_A + N_B = kS(\omega_1 + \omega_2) + kS\omega_2 = kS\omega_1 \left(1 + \frac{R}{r}\right).$$

Visa gultņi rites pretestības pārvarēšanai patērējamā jauda

$$N_F = k\omega_1 \left(1 + \frac{R}{r}\right) \Sigma S = M_F \omega_1. \quad (19)$$

Spēku  $S$ , kas darbojas uz lodītēm, aritmētisko summu aprēķinām, pieņemot, ka lodiņu skaits ļoti liels un katra no tām uzņem spēku  $dS = dN$ , kas atbilst dilšanas hipotēzes (8) spiedienu sadalījumam (12-5. zīm. b):

$$dS = plrd\theta = p_0lr \cos \theta d\theta.$$

No līdzsvara noteikuma

$$\begin{aligned} Q &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dS \cos \theta = \\ &= 2p_0lr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta = p_0lr \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

atrodam, ka

$$p_0 = \frac{2Q}{\pi rl},$$

$$\Sigma S \approx 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dS = 2p_0lr \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = 2p_0lr = \frac{4}{\pi} Q. \quad (20)$$

Ievietojot šo rezultātu formulā (19), iegūstam radiālgultņa velšanās pretestības momentu

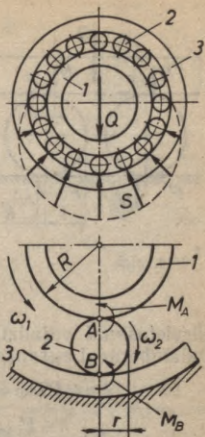
$$M_F = f'QR, \quad (12.29)$$

kur reducētais berzes koeficients

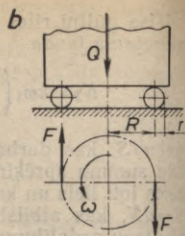
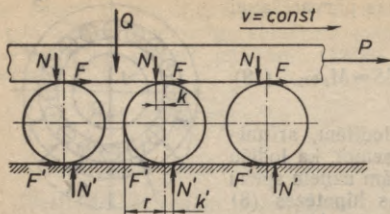
$$f' = 1,27 \frac{k}{R} \left(1 + \frac{R}{r}\right). \quad (12.36)$$

Lodiņu gultņiem reducētā berzes koeficienta orientējošās vērtības ir 0,001—0,004, bet rullīšu gultņiem 0,0025—0,01; tātad pat simtkārt mazākas nekā pusšķidrās berzes slīdgultņiem.

Rites berzes tikko minētās priekšrocības dēļ, lielus smagumus bieži pārvieto uz veltņiem (12-14. zīm. a). Slodzes  $Q$  vienmērīgai



12-13. zīm.



12-14. zīm.

pārvietošanai vajadzīgo spēku  $P = \Sigma F = \Sigma F'$  aprēķinām saskaņā ar Dalambēra—Lagranža principu (10.11):

$$Pv = P2r\omega = \Sigma Nk\omega + \Sigma N'k'\omega = (k+k')\omega Q,$$

$$P = \frac{k+k'}{2r} Q, \quad (12.37)$$

kur daļskaitlis ir reducētais berzes koeficients.

Attiecinām šo formulu uz aksiālu lodīšu gultni (12-14. zīm. b):

$$M_F = 2FR = 2 \frac{2k}{2r} \cdot \frac{Q}{2} R = \frac{k}{r} QR.$$

Tātad berzes moments veļšanās aksiālgultņos aprēķināms pēc radiālgultņu formulas (12.29), ievietojot tajā reducēto berzes koeficientu

$$f' = \frac{k}{r}. \quad (12.38)$$

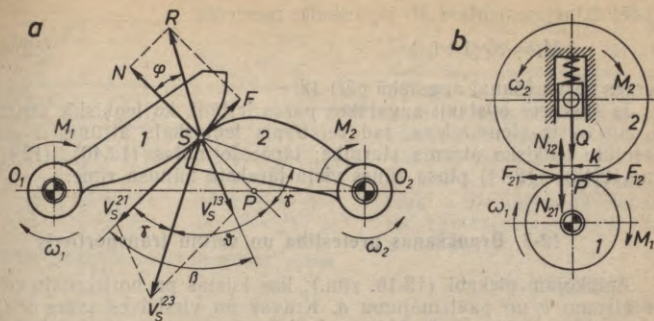
### 12-6. Berze un īpatnējais slīdes ātrums augstākos kinemātiskos pāros

Augstākos kinemātiskos pāros, kuru locekļi slīd un veļas viens uz otra (12-15. zīm. a), saskarpunktā S slīdes un rites berzes dēļ rodas jaudas zudumi

$$N_F = Fv_S^{21} + Nk\omega_{21}. \quad (12.39)$$

Ar otro locekli izteiktā rites berzes jauda ir daudz mazāka par slīdes berzes jaudu. Tāpēc aprēķinos parasti ievērojam tikai slīdes berzes jaudu:

$$N_F = Fv_S^{21} = F\omega_{21} \cdot SP = fN(\omega_1 + \omega_2) \cdot SP. \quad (12.40)$$



12-15. zīm.

Redzam, ka berzes zudumi augstākā pāri ir proporcionāli ne tikai berzes koeficientam, slodzei un relatīvam griešanās ātrumam, bet arī saskarpunkta attālumam no relatīvā pola  $P$ . Izdalot  $N_F$  ar  $\omega_1$ , iegūstam momentu

$$M_F = fN(1 + i_{21}) \cdot SP, \quad (12.41)$$

kas jāpieskaita dzinējmomentam  $M_1$  berzes pārvarēšanai augstākā kinemātiskā pāri 12. Bez jau minētajiem lielumiem 12-15. zīmējumā parādīti arī izcilņu mehānisma locekļu 1 un 2 relatīvais pols  $P$ , spiediena leņķis  $\vartheta$  un kustības pārvešanas leņķis  $\gamma$  (11-1. §).

Berze augstākos pāros ir saistīta ar dilšanu. Parasti abas augstākā pāra darba virsmas neizdilst vienādi. Tas tādēļ, ka katrai no tām ir citāds īpatnējais slīdes ātrums.

Par augstākā pāra virsmas saskarpunkta īpatnējo slīdes ātrumu sauc relatīvā slīdes ātruma attiecību pret šīs virsmas saskarpunkta absolūtā ātruma projekciju uz virsmu tangenti saskarpunktā. Saskaņā ar 12-15. zīmējumu locekļu 1 un 2 saskarvirsmu īpatnējie slīdes ātrumi ir

$$c_1 = \frac{v_S^{21}}{v_S^{13} \cos \beta}, \quad c_2 = \frac{v_S^{21}}{v_S^{23} \cos \gamma}. \quad (12.42)$$

Jo lielāks kādā punktā ir dotās virsmas relatīvais slīdes ātrums, jo vairāk šinī punktā izdilst dotā virsma. Ja, piemēram, slīpriņa 1 apstrādā nekustīgu ķermeni 2, tad  $v_S^{21} = v_S^{13}$ ,  $\beta = 0$ ,  $v_S^{23} = 0$ , tātad  $c_1 = 1$ ,  $c_2 = \infty$ . Tātad ķermenis 2 «dilst» daudz vairāk nekā slīpriņa. Tīras velšanās gadījumos abi īpatnējie slīdes ātrumi ir nulle.

Augstākos kinemātiskos pāros (centroīdu pāros), kuru locekļi velas bez slīdes viens uz otru (12-15. zīm. b), saskarpunkts ir relatīvais pols  $P$  un šeit rites berzes dēļ rodas jaudas zudumi

$$N_F = kN_{21}\omega_1 + kN_{12}\omega_2 = kQ(\omega_1 + \omega_2). \quad (12.43)$$

Tādēļ dzinējmomentam  $M_1$  jāpieskaita moments

$$M_F = kQ(1 + i_{21}) \quad (12.44)$$

berzes pārvarēšanai augstākā pāri 12.

Ja saskares apstākļi augstākos pāros ir tādi, ka leņķiskie ātrumi  $\omega_1$  un  $\omega_2$  ir vienvirziena, tad relatīvais leņķiskais ātrums ir abu absolūto leņķisko ātrumu starpība; tāpēc formulas (12.40), (12.41) un (12.43), (12.44) plusa zīmes vietā jāraksta mīnusa zīme.

### 12-7. Braukšanas pretestība un veltņu transportieris

Aplūkojam piekabi (12-16. zīm.), kas kustas pa horizontālu ceļu ar ātrumu  $v$  un paātrinājumu  $a$ . Kravas un virsbūves svars ir  $Q$ ; katra riteņa svars ir  $G$ , rādiuss  $R$ , inerces moments pret relatīvās griezes asi  $I$ , gultņa rādiuss  $r$  un gultņa reducētais berzes koeficients  $f'$ . Vilkšanai vajadzīgā spēka  $P$  aprēķinam izmantojam D'alambēra—Lagranža principu (10.11):

$$Pv = \sum_1^4 N'f'r\omega + \sum_1^4 Nk\omega + (J+4J')v + 4W\omega.$$

Ievietojot šeit

$$v = \omega R, \quad J = \frac{Q}{g}a, \quad J' = \frac{G}{g}a, \quad W = Ie = I \frac{a}{R},$$

iegūstam, ka

$$P = f' \frac{r}{R} \sum_1^4 N' + \frac{k}{R} \sum_1^4 N + \frac{Q+4G}{g}a + 4I \frac{a}{R^2},$$

no kurienes

$$P = \mu Q + \lambda ma, \quad (12.45)$$

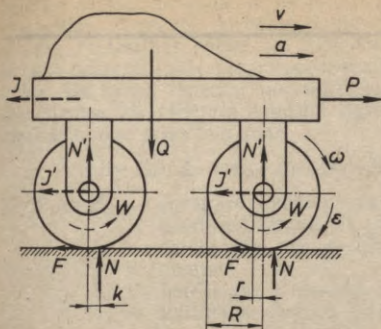
kur

$$\mu = \frac{f'r + \xi k}{R}, \quad \xi = 1 + \frac{4G}{Q}, \quad \lambda = 1 + \frac{4I}{mR^2},$$

bet  $m$  ir visa kustošā masa.

Bezdimensionālo lielumu  $\mu$  sauc par *braukšanas pretestības koeficientu*; aptuvenas tā vērtības ir šādas [112]: transporta līdzekļiem ar tērauda vai gumijas riepām

pa sliedēm . . . . .	0,007
pa asfaltu . . . . .	0,010
pa betonu . . . . .	0,011
pa koku . . . . .	0,018
pa labu grunts ceļu . . . . .	0,060
pa sliktu grunts ceļu . . . . .	0,160
pa irdeņu smilti . . . . .	0,3



12-16. zīm.

velšanās pretestības samazināšanos uz slīpuma).

Ja piekabe neatrodas vilcēja aizsegā vai arī transporta līdzeklis ir pašbraucējs, tad ātrākās kustībās ievērojamu pārvietošanās spēka daļu sastāda gaisa pretestība. Gaisa pretestība palielina pārvietošanās spēku (12.45) par lielumu

$$\Delta P_2 = cLq, \quad (12.47)$$

kur  $c$  — formas koeficients (automašīnām  $c$  ir robežās no 0,3 līdz 1,0),  $L$  — transporta līdzekļa projekcijas laukums uz ātruma perpendikulāru plakni ( $m^2$ ) un

$$q = \frac{\rho v_r^2}{2}$$

ir ātruma spiediens; šeit  $\rho$  — gaisa blīvums (aptuveni  $1,25 \text{ kg/m}^3$  jeb  $0,125 \text{ kGs}^2/\text{m}^4$ ) un  $v_r$  — gaisa relatīvais ātrums. Ja  $v_r$  vērsts kustības virzienā, tad vēja spiediens samazina pārvietošanai vajadzīgo spēku.

Ja 12-16. zīmējumā parādītos ratiņus apgriez ar riteņiem uz augšu, tad iegūst veltņu transportieri. Rīkojoties tāpat kā iepriekš, atrodam, ka slodzes  $Q$  pārvietošanai vajadzīgs spēks

$$P = \frac{k + \xi F' r}{R} Q + \lambda ma, \quad (12.48)$$

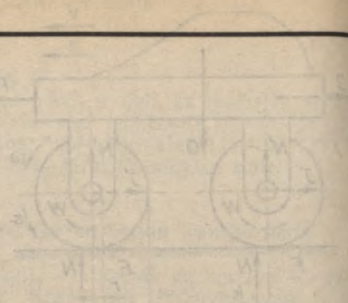
koeficienti  $\xi$  un  $\lambda$  aprēķināmi kā formulā (12.45), tikai skaitļa 4 vietā jāliek veltņu skaits.

Ja riteņu rādiusi ir dažādi, tad  $\mu$  atkarīgs arī no slodzes novietojuma. Ja braukšana ir palēnināta, tad paātrinājums un reizē arī viss otrais loceklis formulā (12.45) maina zīmi.

Braucot pa slīpumu ar leņķi  $\alpha$  uz augšu, pārvietošanai vajadzīgais spēks (12.45) palielinās par

$$\Delta P_1 = \xi Q \sin \alpha, \quad (12.46)$$

bet, braucot uz leju, — samazinās par to pašu lielumu (neievērojam parasti niecīgo



## MEHĀNISMU UN MAŠĪNU DINAMIKA

No teorētiskās mehānikas zināms, ka dinamikai ir divi pamatuzdevumi: 1) atrast dotai mehāniskās sistēmas kustībai atbilstošus spēkus; 2) atrast dotiem spēkiem atbilstošo mehāniskās sistēmas kustību. Pirmā uzdevuma atrisinājumam mehānismos ir veltīta šī kursa III daļa, bet otrā uzdevuma atrisinājums ir IV daļas galvenais saturs.

Kad projektējamā mehānisma kustība noskaidrota, izvirzās nepieciešamība ietekmēt šo kustību vēlamā virzienā. Tādējādi mehānisma kustības noteikšana ir cieši saistīta ar spararata aprēķinu un mašīnagregāta gaitas regulēšanu, kas arī — kaut ļoti īsi — ietilpst šajā kursa daļā.

Minētajai galveno problēmu grupai piekļaujas mehānismu enerģētiskās lietderības novērtēšana, mehānisma iedarbības uz apkārtni samazināšana, līdzsvarojot masas, kā arī mašīnu pētīšanas eksperimentālo metožu īss apraksts.

Automātiskās regulēšanas teorija un svārstību teorija mehānismu un mašīnu teorijas kursā neietilpst; tās kļuvušas par patstāvīgām zinātnes disciplīnām.

### 13. NODAĻA

#### MEHĀNISMA KUSTĪBAS NOTEIKSANA

##### 13-1. Mašīnagregāta raksturojums un vispārīgi apsvērumi

Kustības noteikšanas problēmas risinājuma objekts ir dzinēja un darbmašīnas apvienojums, ko sauc par mašīnagregātu. Mašīnagregāts jeb vienkārši — agregāts ir mehānisms vai mehānismu apvie-

nojums, kuram saskaņā ar formulu (2.18) parasti ir viena pamatkustamība. Agregātā darbojas dzinējspēks vai dzinējmoments, lietderīgās pretestības spēks vai moments, kaitīgās pretestības spēki, locekļu smagumspēki un normālreakcijas (9-1. §). Agregātam kustoties, šie spēki, izņemot normālreakcijas, veic pozitīvu vai negatīvu darbu un tādējādi ietekmē agregāta kustību. To apstiprina kinētiskās enerģijas teorēma:

$$E - E_0 = A_P + A_Q + A_F + A_G + A_T, \quad (13.1)$$

kur  $E$  un  $E_0$  — agregāta kinētiskā enerģija aplūkojamā laika momentā un izraudzītā sākuma momentā;

$A_P$  — dzinējdarbs, ko pastrādā dzinējspēks vai dzinējmoments;

$A_Q$  — lietderīgās pretestības darbs,

$A_F$  — kaitīgo pretestību darbs, ko pastrādā berzes un vides pretestības spēki,

$A_G$  — locekļu smagumspēku pastrādātais darbs,

$A_T$  — elastības spēku un momentu darbs (9-1. §).

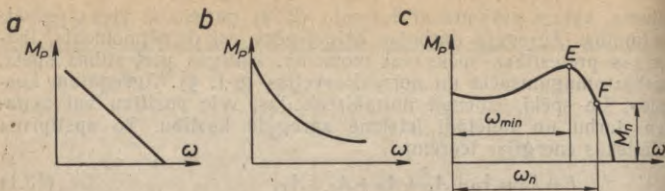
Minēto spēku darbs, pastrādāts laika sprīdī starp abiem laika momentiem.

Vienādojums (13.1) derīgs ne tikai agregātam, bet ikvienai mehāniskai sistēmai, arī atsevišķai mašīnai un mehānismam. Taču parasti to lieto agregātam, jo tad dzinējdarbu nosaka dzinējā notiekošie procesi, bet lietderīgo darbu — darba mašīnas tehnoloģiskais vai transporta process. Turpretī, ja aplūko atsevišķu mašīnu vai mehānismu, tad vismaz viens no minētajiem galvenajiem spēkiem ir iepriekš jāaprēķina vai jāatrod eksperimentāli.

Kustības posmu, kurā visi agregāta vai mašīnas locekļi atgriežas sākuma stāvokļos un kustas sākuma virzienos, sauc par *ciklu*. Tā, piemēram, divtaktu iekšdedzes motora cikls atbilst vienam kloķvārpstas apgriezienam, bet četraktu — diviem. Ciklu laiku  $T$  sauc par kustības *periodu*.

Katrā ciklā  $A_P$  ir pozitīvs, bet  $A_Q$  — negatīvs. Taču patvaļīgi izvēlētos kustības posmos var būt otrādi. Tā, piemēram, iekšdedzes motora ieplūdes, kompresijas un izplūdes taktī dzinējdarbs ir negatīvs, bet salmu preses virzuļa atpakaļgājiena sākumā lietderīgās pretestības darbs ir pozitīvs saspiesto salmu elastības dēļ. Kaitīgo pretestību darbs  $A_F$  ir negatīvs, jo pretestības spēki vienmēr vērsti pretēji savu iedarbes punktu ātrumiem. Patvaļīgi izraudzītos laika sprīžos locekļu smagumspēku un elastības spēku darbs  $A_G$  un  $A_T$  var būt pozitīvs vai negatīvs; tomēr perioda kopumā tie vienmēr ir nulle, jo veselā ciklā locekļu smagumcentri un elastības spēku iedarbes punkti apraksta slēgtas trajektorijas, bet konservatīva spēka darbs uz slēgtas trajektorijas ir nulle [132].

Dzinējspēks un dzinējmoments parasti mainās atkarībā no dzeņošā locekļa stāvokļa, ātruma vai abiem reizē. Virzuļdzinējos katram mehānisma stāvoklim atbilstošo dzinējspēku nosaka indikatora diagramma. Mainoties kloķvārpstas ātrumam, mainās fizikāli ķīmiskie procesi cilindros un dzinējspēks kļūst arī ātruma funkcija.



13-1. zīm.

Par dzinējmomenta maiņu var spriest arī no dzinēja *mehāniskā raksturojuma*, kur dzinējmoments izteikts kā dzinēja vārpstas leņķiskā ātruma funkcija. 13-1. zīmējumā attēloti paralēlas ierosmes (a) un virknes ierosmes (b) līdzstrāvas elektromotoru, kā arī trīsfāzu maiņstrāvas asinhronā elektromotora (c) mehāniskie raksturojumi. Šādus raksturojumus sauc par *statiskiem*, jo tie iegūti eksperimentāli pa punktiem, uzturot katrā punktā leņķisko ātrumu nemainīgu.

Dzinēji, kuru dzinējmoments atkarīgs no ātruma, mainīgu slodžu gadījumā darbojas stabili, ja statiskais raksturojums ir lejupslidošs. Tāpēc asinhronā motora raksturojumā darbam noderīga tikai pa labi no punkta E esošā līknes daļa; šīs daļas punktam F atbilst dzinēja normālais leņķiskais ātrums  $\omega_n$ .

Darbmašīnām pieliktais lietderīgās pretestības spēks vai moments var būt konstants (ceļamās mašīnas, virpas), var mainīties atkarībā no stāvokļa (virzu/kompresori, virzu/sūkņi, šepingi), ātruma (ventilatori, centrālās sūkņi, arkli) un laika (ripzāģi, akmeņdrupinātāji) vai atkarībā no vairākiem argumentiem vienlaicīgi. No ātruma atkarīga lietderīgā pretestība parasti attēlojas ar augšupejošu likni.

Lai noskaidrotu iespējamās agregāta kustības režīmus, vienādojumu (13.1) pārrakstām formā

$$E - E_0 = \Sigma A.$$

Ja kādā laika sprīdī agregātam pielikto spēku darbs  $\Sigma A > 0$ , tad  $E > E_0$  un agregāta kinētiskā enerģija aug; notiek agregāta ieskriešanās. Ja  $\Sigma A < 0$ , tad  $E < E_0$  un kinētiskā enerģija samazinās; agregāts apstājas.

Ja  $\Sigma A = 0$ , tad  $E = E_0$  un agregāta kustība var turpināties ilgi, saglabājoties nemainīgai kinētiskajai enerģijai. Tas ir agregāta normālā darba posms.

Agregāta ieskriešanās un apstāšanās kustību sauc par *nestacionāru kustību*, bet normālā darba posmu — par *stacionāru kustību*.

Spēku mainīguma dēļ un arī tāpēc, ka mehānismā parasti ir locekļi, kas kustas ar nemitīgiem paātrinājumiem (klatņi, slīdņi, svārstīklas), agregātam nestacionāri vai stacionāri kustoties, notiek

kinētiskās enerģijas svārstības. Gadījumos, kad dzinējspēks un pretestības spēki ir konstanti un agregātā nav mainīgi kustošu locekļu (piemēram, zobratu mehānismos), iespējama vienmērīga stacionāra kustība, kurai katrā laika sprīdī

$$\Sigma A = 0. \quad (13.2)$$

Tādu stacionāru kustību sauc par *līdzsvarotu kustību*, jo atbilstoši virtuālo pārvietojumu principam visi agregātam pieliktie spēki šādā kustībā līdzsvarojas.

Parasti stacionārā kustībā spēku līdzsvara nav, kinētiskā enerģija mainās, bet katra cikla sākumā un beigās tā ir vienāda, t. i., noteikums (13.2) ir izpildīts katrā stacionāras kustības ciklā. Tātad *agregātam pielikto spēku darbs stacionāras kustības ciklā ir nulle*. Locekļu smagumspēku darbs un elastības spēku darbs ciklā ir nulle neatkarīgi no agregāta kustības. Tāpēc vienādojumu (13.2) stacionāras kustības ciklam var rakstīt formā

$$A_P = A_Q + A_F. \quad (13.3)$$

Šo darba bilances vienādojumu ar vārdiem var izteikt šādi: *stacionāras kustības ciklā dzinējdarbs tiek patērēts tikai lietderīgās un kaitīgās pretestības pārvarēšanai*, jo masu pātrināšanai cikla laikā papildus patērēto dzinējdarbu kompensē dzinējdarba samazinājums, masām palēninoties.

Izdalot vienādojumu (13.3) ar stacionārās kustības periodu  $T$ , iegūst vidējo jaudu bilances vienādojumu

$$N_P = N_Q + N_F. \quad (13.4)$$

Šis vidējās jaudas lieto praksē kā mašīnu enerģētiskos raksturojumus. Tās var aprēķināt arī, dalot vairākos ciklos veiktā darbu ar atbilstošo laiku.

Virzuļdzinējos dzinējjaudu  $N_P$  sauc par *indicēto jaudu*, jo to noteic ar sevišķu ierīci — indikatoru, bet lietderīgo jaudu  $N_Q$ , ko var noņemt no dzinēja vārpstas, — par *efektīvo jaudu*. Tā, piemēram, iekšdedzes motora efektīvo jaudu aprēķina šādi:

$$N_e \equiv N_Q = \frac{A}{75 \cdot 60} = \frac{p_e \frac{\pi d^2}{4} s n k}{4500 \tau} \quad (ZS), \quad (1)$$

kur  $A$  — motora vienā minūtē veiktais darbs (kG·m/min);

$p_e$  — vidējais efektīvais spiediens uz virzuli (kG/cm<sup>2</sup>), t. i., vidējais indicētais spiediens pazemināts par berzes zudumiem atbilstošo daļu;

$d$  — cilindra diametrs (cm);

$s$  — virzuļa gājiens (m);

$n$  — kloķvārpstas apgriezienu skaits minūtē;

$k$  — cilindru skaits; divtaktu motoriem  $\tau = 1$ , četraktu —  $\tau = 2$ .

Ja formulā (1) ievieto  $s$  centimetros, tad

$$N_e = \frac{\rho_e V n}{450\,000\tau} \text{ (ZS)}, \quad (2)$$

kur  $V$  — motora cilindru tilpums ( $\text{cm}^3$ ).

Ja šo tilpumu izteic litros, tad

$$N_e = \frac{\rho_e V n}{450\tau} \text{ (ZS)}. \quad (3)$$

Automobiļu benzīna motoriem  $\rho_e \approx 10 \text{ kG/cm}^2$  un viena litra efektīvā jauda apmēram 30 ZS.

Ja vienādojumu (13.1) diferencē:

$$dA_P + dA_Q + dA_F + dA_G + dA_T - dE = 0$$

un izdala ar  $dt$ , tad iegūst Dalambēra—Lagranža principu jeb acumirkliġo jaudu bilances vienādojumu

$$N_P + N_Q + N_F + N_G + N_T + N_J = 0, \quad (13.5)$$

saskaņā ar kuru (10-6. §) mehānismam pielikto spēku un inerces spēku acumirkliġā jauda vienmēr ir nulle. Vienādojumā (13.5) jaudas  $N_Q$  un  $N_F$  vispārīgi ir negatīvas, bet  $N_G$ ,  $N_T$  un  $N_J$  var būt gan pozitīvas, gan negatīvas. Redzam, ka patvaļīgi izraudzītā laika sprīdī dzinējdarbs tiek patērēts ne tikai lietderiġās un kaitiġās pretestības pārvarēšanai, bet arī locekļu smagumspēku pārvarēšanai, elastīgu elementu deformēšanai un masu paātrināšanai. Tātad darba bilances vienādojums (13.3) un vidējo jaudu bilances vienādojums (13.4) derīgs tikai tādiem laika sprīžiem, kuros smagumspēku, elastības spēku un inerces spēku darbs ir nulle, t. i., pirmām kārtām — vienam vai vairākiem veseliem cikliem.

Vienādojums (13.1) liecina, ka no agregātam pielikto spēku darba ir atkarīġa tā kustība. Šis kustības atrašanas ērts paņēmiens ir šāds.

Vienu no agregāta rotējošiem vai virzē kustošiem locekļiem izvēlas par galveno locekli. Kustīġo locekļu masas reducē uz galveno locekli tā, lai reducēto masu kinētiskā enerġija būtu vienāda ar mehānisma kinētisko enerġiju. Vienādojumā (13.1) atzīmētos spēkus reducē uz galveno locekli tā, lai reducēto spēku elementārais darbs būtu tikpat liels kā īsteno spēku elementārais darbs. Pēc tam agregāta vietā aplūko tikai galveno locekli un ar dinamikas metodēm atrod tā kustību. Pārējo locekļu kustības atrod kinemātiski.

Tikko minēto agregāta kustības noteikšanas metodi aplūkosim nākamajos šīs nodaļas paragrāfos, pēdējā paragrāfā apskatīsim mehānismus ar vairākām pamatkustībām. Mehānismus ar neholonomām saitēm [62], kas pieminētas 2-1. paragrāfā, un mehānismus ar mainīġu masu [13, 38], šajā kursā neaplūkojam.

## 13-2. Masu reducēšana uz galveno locekli

Mehānisma kinētiskās enerģijas izteiksme vajadzīga mehānisma kustības atrašanai un citiem dinamiskiem aprēķiniem. Mehānisma kinētisko enerģiju var noteikt, aprēķinot katra locekļa kinētisko enerģiju un iegūtos rezultātus aritmētiski summējot. Šādi aprēķināta kinētiskā enerģija satur visu kustīgo locekļu ātrumus, kurus kinemātiski var izteikt caur vienu — galvenā locekļa ātrumu (aplūkojam mehānismu ar vienu pamatkustamību). To pašu rezultātu var iegūt ērtāk, izraudzītajam galvenajam loceklim aprēķinot tādu reducēto masu vai reducēto inerces momentu, ka galvenā locekļa kinētiskā enerģija ir vienāda ar mehānisma kinētisko enerģiju.

Aplūkojam plakanu mehānismu, kura virzē kustošo locekļu skaits ir  $\alpha$ , rotējošo locekļu skaits  $\beta$  un sarežģīti komplāni kustošo locekļu skaits  $\gamma$ . Šāda mehānisma kinētiskā enerģija

$$E = \frac{1}{2} \left( \sum_1^{\alpha} m_i v_i^2 + \sum_1^{\beta} I_i \omega_i^2 + \sum_1^{\gamma} m_i v_{C_i}^2 + \sum_1^{\gamma} I_{C_i} \omega_i^2 \right), \quad (13.6)$$

kur  $C$  apzīmē locekļa smagumcentru.

Ja par galveno locekli izvēlas virzē kustošu locekli  $I$ , tad mehānisma kinētiskā enerģija

$$E = \frac{1}{2} m_r v_1^2, \quad (13.7)$$

kur  $m_r$  — uz galveno locekli  $I$  reducētā masa. Tās izteiksmi iegūst, pielīdzinot abu vienādojumu labās puses:

$$m_r = m_1 + \sum_2^{\alpha} m_i \frac{v_i^2}{v_1^2} + \sum_1^{\beta} I_i \frac{\omega_i^2}{v_1^2} + \sum_1^{\gamma} m_i \frac{v_{C_i}^2}{v_1^2} + \sum_1^{\gamma} I_{C_i} \frac{\omega_i^2}{v_1^2}. \quad (13.8)$$

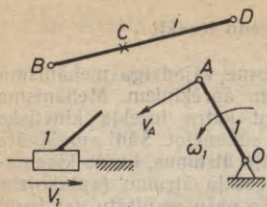
Ja par galveno locekli izvēlas rotējošu locekli  $I$ , tad mehānisma kinētiskā enerģija

$$E = \frac{1}{2} I_r \omega_1^2, \quad (13.9)$$

kur  $I_r$  — uz galveno locekli  $I$  reducētais inerces moments. Tā izteiksmi iegūst, pielīdzinot vienādojumu (13.9) un (13.6) labās puses:

$$I_r = I_1 + \sum_2^{\beta} I_i \frac{\omega_i^2}{\omega_1^2} + \sum_1^{\alpha} m_i \frac{v_i^2}{\omega_1^2} + \sum_1^{\gamma} m_i \frac{v_{C_i}^2}{\omega_1^2} + \sum_1^{\gamma} I_{C_i} \frac{\omega_i^2}{\omega_1^2}. \quad (13.10)$$

Aplūkojot izteiksmes (13.8) un (13.10), redzam, ka reducētā masa un reducētais inerces moments nav atkarīgi no mehānisma



13-2. zīm.

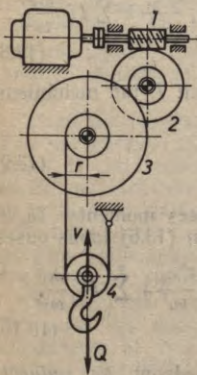
Reducētās masas un reducētā inerces momenta aprēķinam vajadzīgās ātrumu attiecības var aprēķināt analītiski vai atrast no ātrumu grafiskām konstrukcijām, ņemot ātrumu vektoru garumus milimetros. Tā, piemēram, kļauņa  $i$  masas (13-2. zīm.) reducēšanai uz virzē kustošu galveno locekli  $l$  vai rotējošu galveno locekli  $l$  konstruētos ātrumus izmantojam šādi:

$$\frac{\omega_i}{v_1} = \frac{\tilde{v}_{DB}}{\tilde{v}_1} \frac{l}{BD}; \quad \frac{v_C}{\omega_1} = \frac{\tilde{v}_C}{\tilde{v}_A} \cdot OA; \quad \frac{\omega_i}{\omega_1} = \frac{\tilde{v}_{DB}}{\tilde{v}_A} \frac{OA}{BD},$$

kur ātrumi  $v_1$  un  $v_A$  pieņemti patvaļīgi. Kļauņa punktu ātrumi nav zīmējumā parādīti.

Dažreiz reducēto masu iedomājas koncentrētu rotējoša galvenā locekļa (13-2. zīm.) punktā  $A$ . Tad formulā (13.7) jāliek  $v_1 = v_A$ , bet formula (13.8) jāraksta šādi:

$$m_r = \sum_1^{\alpha} m_i \frac{v_i^2}{v_A^2} + \sum_1^{\beta} I_i \frac{\omega_i^2}{v_A^2} + \sum_1^{\gamma} m_i \frac{v_{C_i}^2}{v_A^2} + \sum_1^{\delta} I_{C_i} \frac{\omega_i^2}{v_A^2}. \quad (13.11)$$



13-3. zīm.

kustības, bet tikai no locekļu masām un ātrumu attiecībām (pārnesuma attiecībām), kuras savukārt ir atkarīgas no mehānisma stāvokļa, bet mehānismos ar nemainīgu pārnesuma skaitli ir konstantas. Tāpēc lielumus  $m_r$  un  $I_r$  var aprēķināt, nezinot mehānisma kustību. Par galveno locekli ērti izvēlēties vienā virzienā rotējošu locekli, jo tas mehānisma kustības laikā neapstājas, tāpēc  $I_r$  nekļūst bezgalīgs, ko parasti nevar teikt par  $m_r$ .

Lielumi  $I_r$  un  $m_r$  ir mehānisma vispārīgās koordinātes funkcijas, tātad mainīgi lielumi. Šos aprēķinos lietojamos lielumos nedrīkst identificēt ar īsteni mainīgām masām, kas sastopamas dažos mehānismos. Tāpat jāievēro, ka  $m_r$  un  $I_r$  lietojami tikai tādos dinamikas aprēķinos, kur šie lielumi izteic kinētisko enerģiju. Lietojot II Ņūtona likumu vai Dalambēra principu, masas jāreducē citādi (13-4. §).

**13-1. piemērs.** Aprēķināt uz elektromotora vārpstu reducēto inerces momentu celšanas mašīnai (13-3. zīm.), ja centrālie inerces momenti  $I_1 = 0,7 \text{ kgm}^2$ ,  $I_2 = 1,8 \text{ kgm}^2$ ,  $I_3 = 107 \text{ kgm}^2$ ,  $I_4 = 2 \text{ kgm}^2$ , bloka un kāša masa  $m_4 = 80 \text{ kg}$ , ceļamā smaguma masa  $m_Q = 44 \text{ tonnas}$ , gliemeža vijumu skaits  $z_1 = 1$ , gliemežrata zobu skaits  $z_2 = 37$ , zobratu zobu skaits  $z'_2 = 12$ ,  $z_3 = 76$ , spoles un bloka rādiuss  $r = 20 \text{ cm}$ .

Atrisinājums. Pēc formulas (13.10) reducētais inerces moments

$$I_r = I_1 + I_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + I_3 \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + m_4 \left( \frac{v}{\omega_1} \right)^2 + I_4 \left( \frac{\omega_4}{\omega_1} \right)^2 + m_Q \left( \frac{v}{\omega_1} \right)^2.$$

Ātrumu attiecības aprēķinām šādi:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = i_{21} = \frac{z_1}{z_2} = 0,027, \quad \frac{\omega_3}{\omega_1} = i_{31} = i_{32} \cdot i_{21} = \frac{z'_2}{z_3} \cdot i_{21} = 0,0045,$$

$$v = \frac{\omega_3 r}{2}, \quad \frac{v}{\omega_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1} \frac{r}{2} = 0,00045 \text{ m}, \quad \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{r}{2\omega_1} = \frac{\omega_3}{2\omega_1} = 0,00225.$$

$$I_r = 0,7 + 0,0013 + 0,0022 + 0,00002 + 0,00001 + 0,0088 = 0,7123 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Redzam, ka lēnāk kustošās masas maz ietekmē reducēto inerces momentu, kurš šai gadījumā ir konstants.

**13-2. piemērs.** Aprēķināt uz kloķvārpstu  $I$  reducēto inerces momentu un uz slīdni  $3$  reducēto masu kloķa-slīdņa mehānismam (5-26. zīm.).

Atrisinājums. Reducētais inerces moments pēc formulas (13.10) ir

$$I_r = I_1 + m_2 \left( \frac{v_C}{\omega_1} \right)^2 + I_C \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left( \frac{v_B}{\omega_1} \right)^2,$$

kur

$$\frac{v_C}{\omega_1} = \frac{\tilde{v}_C}{\tilde{v}_A} \cdot OA, \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\tilde{v}_{BA}}{\tilde{v}_A} \frac{OA}{AB}, \quad \frac{v_B}{\omega_1} = \frac{\tilde{v}_B}{\tilde{v}_A} \cdot OA.$$

Reducētā masa pēc formulas (13.8)

$$m_r = m_3 + m_2 \left( \frac{v_C}{v_B} \right)^2 + I_C \left( \frac{\omega_2}{v_B} \right)^2 + I_1 \left( \frac{\omega_1}{v_B} \right)^2,$$

kur

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{\tilde{v}_C}{\tilde{v}_B}, \quad \frac{\omega_2}{v_B} = \frac{\tilde{v}_{BA}}{\tilde{v}_B} \frac{1}{AB}, \quad \frac{\omega_1}{v_B} = \frac{\tilde{v}_A}{\tilde{v}_B} \cdot \frac{1}{OA}.$$

Šajā gadījumā  $I_r$  un  $m_r$  ir kloķa leņķa  $\varphi$  funkcijas, jo tikai pirmais loceklis katrā izteiksmē ir konstants.

### 13-3. Spēku reducēšana uz galveno locekli

Uz galveno locekli  $I$  reducētais spēks  $P_r$  vai reducētais moments  $M_r$  ir tangenciāls spēks vai moments, kura elementārais darbs vienāds ar reducējamo spēku un momentu elementāro darbu algebrisko summu, t. i.,

$$P_r \delta s_1 = \sum (P_i \delta s_i \cos \alpha_i + M_j \delta \varphi_j),$$

$$M_r \delta \varphi_1 = \sum (P_i \delta s_i \cos \alpha_i + M_j \delta \varphi_j),$$

kur  $\delta s_1$  — reducētā spēka pielikšanas punkta virtuālais pārvietojums,

$\delta\varphi_1$  — galvenā locekļa leņķiskais virtuālais pārvietojums, bet labās puses lielumu apzīmējumi ir tādi kā formulā (10.10).

Rīkojoties tāpat kā formulas (10.11) izvedumā, iegūstam ka

$$\begin{aligned} P_r v_1 &= \Sigma (P_i v_i \cos \alpha_i + M_j \omega_j), \\ M_r \omega_1 &= \Sigma (P_i v_i \cos \alpha_i + M_j \omega_j); \end{aligned} \quad (13.12)$$

no šejienes

$$P_r = \frac{\Sigma N}{v_1}, \quad M_r = \frac{\Sigma N}{\omega_1}. \quad (13.13)$$

Tātad *reducētā spēka vai momenta acumirkīgā jauda ir vienāda ar reducējamo spēku un momentu acumirkīgo jaudu algebrisko summu.*

Reducētā spēka noteikšanai var izmantot arī 10-6. paragrāfā aplūkoto Žukovska sviru, jo tajā katra spēka jauda attēlojas ar šī spēka momentu pret ortogonālo ātrumu plāna polu. Tāpēc reducētā spēka moments pret Žukovska sviras polu ir vienāds ar reducējamo spēku kopmomentu pret to pašu punktu. Lietojot Žukovska sviru, visus momentus ieteicams iepriekš aizvietot ar spēkiem (10-2. piemērs).

**13-3. piemērs.** Aprēķināt uz kloķa kakliņa centru  $A$  reducēto dzinējspēku  $P_r$  un uz kloķvārpstu  $I$  reducēto dzinējmomentu  $M_P$  virzuļmotoram (13-4. zīm.).

**Atrisinājums.** Uz virzuli 3 darbīgo dzinējspēku  $P$  saskaņā ar formulām (13.13) uz kloķa kakliņa centru reducē šādi:

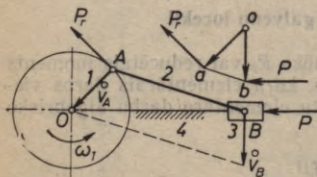
$$P_r = \frac{P v_B}{v_A}, \quad M_P = \frac{P v_B}{\omega_1}.$$

Tādu pašu rezultātu dod Žukovska svira, jo

$$P_r \cdot oa = P \cdot ob; \quad M_P = OA \cdot P_r.$$

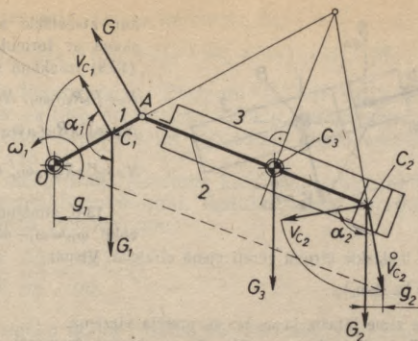
Uz kloķvārpstu  $I$  reducētais dzinējmoments  $M_P$  zīmējumā nav parādīts.

**Piezīme.**  $P_r$  un  $M_P$  izteic dzinējspēka  $P$  statisko iedarbību uz kloķi ideālā mehānismā. Ja nebūtu locekļiem masu un nebūtu berzes spēku, tad motora cilindrā darbīgais gāzu spiediena spēks tiešām grieztu kloķi ar tangenciālu spēku  $P_r$  jeb momentu  $M_P$ .



13-4. zīm.

**13-4. piemērs.** Aprēķināt uz kloķa kakliņa centru  $A$  reducēto locekļu smagums spēku  $G_r$  un uz kloķi  $I$  reducēto smagums spēku momentu  $M_G$  virzuļmašīnai ar svārstīgo cilindru (13-5. zīm.).



13-5. zīm.

Atrisinājums. Meklējamos lielumus aprēķinām šādi:

$$G_r = \frac{\Sigma N}{v_A}, \quad M_G = \frac{\Sigma N}{\omega_1},$$

$$\text{kur } \Sigma N = G_1 v_{C_1} \cos \alpha_1 + G_2 v_{C_2} \cos \alpha_2.$$

Isteno ātrumu projekcijas uz vertikālo virzienu ir vienādas ar ortogonālo ātrumu projekcijām  $g_i$  uz horizontālo virzienu. Tāpēc saskaņā ar 13-5. zīmējumu

$$\Sigma N = -G_1 g_1 + G_2 g_2;$$

$$G_r = -G_1 \frac{\tilde{g}_1}{v_A} + G_2 \frac{\tilde{g}_2}{v_A}; \quad M_G = OA \cdot G_r.$$

Lietderīgi ir ievērot, ka negatīvās projekcijas  $g_i$  un pozitīvās projekcijas  $g_i$  novietojas pretējās pusēs no smagumspekā  $G_i$  vertikāles.

Reducētais smagumspekā  $G_r$  vai tā moments  $M_G$  izteic mehānisma locekļu smagumspekā  $G_i$  statisko iedarbību uz kloķvārpstu 1 ideālā mehānismā.

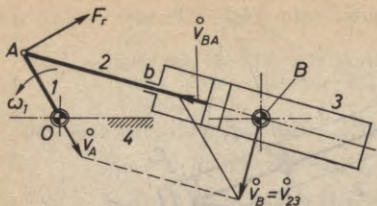
13-5. piemērs. Aprēķināt uz kloķa kakliņa centru  $A$  reducēto berzes spēku  $F_r$  un uz kloķi 1 reducēto berzes momentu  $M_F$  virzuļmašīnai ar svārstīgo cilindru (13-6. zīm.). Doti šarnīru rādiusi  $r$ , reducētie berzes koeficienti slīdvirsmās, berzes spēks  $F_b$  virzuļa kāta blīvumā un normālreakcijas  $R$  kinemātiskos pāros.

Atrisinājums. Tāpat kā iepriekšējos piemēros

$$F_r = \frac{\Sigma N}{v_A}, \quad M_F = \frac{\Sigma N}{\omega_1},$$

Summārā berzes jauda mehānismā

$$\Sigma N = N_0 + N_A + N_B + N_{23} + N_b,$$



13-6. zīm.

lūtie leņķiskie ātrumi vērsti vienā virzienā. Vispār

$$\omega_{12} = |\omega_1 \pm \omega_2|,$$

plusa zīme jāņem, ja  $\omega_1$  un  $\omega_2$  pretēja virziena.

Reducētais berzes spēks  $F_r$  vai berzes moments  $M_F$  izteic visu mehānisma berzes spēku un momentu iedarbību uz kloķi 1. Berzes pārvarēšanai mehānismā kloķim jāpieliek pretēja virziena tangenciālais spēks  $-F_r$  vai moments  $-M_F$ .

#### 13-4. Mašīnagregāta kustības diferenciālvienādojumi un inerces spēku reducēšana

Aplūkojam mašīnagregātu ar vienu kustamību. Šāda mehānisma stāvokļi noteicams ar vienu vispārināto koordināti  $q$ . Visērtāk par koordināti  $q$  pieņemti kāda rotējoša locekļa griezes leņķi  $\varphi$  vai kāda virzē kustīga locekļa atstatumu  $s$  no izvēlētā punkta. Minēto locekli sauc par galveno locekli. Iepriekšējos divos paragrāfos noskaidrojām, kā agregāta kustīgo locekļu masas un agregātam pieliktos spēkus reducēt uz galveno locekli. Tagad aplūkosim kustības diferenciālvienādojuma sastādīšanu galvenajam loceklim. Diferenciālvienādojums noderīgs agregāta kustības noteikšanai vai kāda nezināma spēka vai momenta aprēķināšanai, ja dota mehānisma kustība.

Daudzos gadījumos agregāta kustību varam ērti atrast ar kinētiskās enerģijas teorēmu (13.1). Virzē kustīgam galvenajam loceklim formulu (13.1) tagad varam uzrakstīt šādi:

$$\frac{m_r v^2}{2} - \frac{m_{r_0} v_0^2}{2} = \int_0^s R_r ds, \quad (13.14)$$

kur  $m_r$  — reducētā masa, bet

$$R_r = P_r - (Q_r + F_r + G_r + T_r) = P_r - S \quad (13.15)$$

ir reducētais kopspēks. Rotējošam galvenajam loceklim formulu (13.1) rakstām šādi

$$\frac{I_r \omega^2}{2} - \frac{I_{r_0} \omega_0^2}{2} = \int_0^\varphi M_r d\varphi, \quad (13.16)$$

kur atsevišķie saskaitāmie saskaņā ar formulām (12.29) un (12.9) izsakāmi šādi:

$$N_0 = f'_0 R_{41} r_0 \omega_1, \quad N_{23} = f' R_{23} v_{23},$$

$$N_A = f'_A R_{12} r_A \omega_{12}, \quad N_B = F_B v_{23};$$

$$N_B = f'_B R_{43} r_B \omega_3, \quad \omega_3 = \omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB}.$$

13-6. zīmējumā attēlotā stāvoklī  $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$ , jo abi abso-

kur  $I_r$  — reducētais inerces moments, bet

$$M_r = M_P - (M_Q + M_F + M_G + M_T) = M_P - M_S \quad (13.17)$$

ir reducētais kopmoments. Formulu (13.15) un (13.17) iekavās ir lietderīgo un kaitīgo pretestību, locekļu smagumspēku un elastības spēku reducētais kopspēks un reducētais kopmoments atbilstoši vienādojumam (13.1).

Efektīvs mehāniskās sistēmas kustības atrašanās līdzeklis ir Lagranža diferenciālvienādojumi. Aplūkojamam agregātam pietiek ar vienu Lagranža vienādojumu

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial E}{\partial q} = Q. \quad (13.18)$$

Vispārināto spēku  $Q$ , kā zināms no teorētiskās mehānikas, reprezentē koeficients pie vispārinātā virtuālā pārvietojuma mehāniskai sistēmai pielikto spēku elementārā darba izteiksmē, t. i.,

$$\delta A = Q \delta q.$$

Bez tam lielumi  $R_r$  un  $M_r$  ir aprēķināti tā, ka

$$\delta A = R_r \delta s = M_r \delta \varphi.$$

Tātad vispārinātais spēks nav nekas cits kā reducētais kopspēks vai reducētais kopmoments.

Ievērojot tikko teikto un ievietojot vienādojumā (13.18)  $q = s$ ,  $\dot{q} = v$ ,  $E = \frac{m_r v^2}{2}$ ;  $q = \varphi$ ,  $\dot{q} = \omega$ ,  $E = \frac{I_r \omega^2}{2}$ , iegūstam agregāta kustības diferenciālvienādojumus:

$$m_r a + \frac{v^2}{2} \frac{dm_r}{ds} = R_r, \quad (13.19)$$

$$I_r \varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_r}{d\varphi} = M_r, \quad (13.20)$$

kur  $a$  un  $\varepsilon$  — galvenā locekļa lineārais un leņķiskais paātrinājums.

Sos vienādojumus var iegūt arī tieši no kinētiskās enerģijas teorēmas, ja to uzraksta formā  $dE = dA$ . Iespējams rīkoties arī pretēji, piemēram, vienādojumu (13.20) var pārrakstīt formā

$$d\left(\frac{I_r \omega^2}{2}\right) = M_r d\varphi$$

un integrējot iegūt vienādojumu (13.16). Šī iemesla dēļ kinētiskās enerģijas teorēmu sauc par integrējošu teorēmu. Tātad vienādojums (13.16) ir vienādojuma (13.20) pirmais integrālis.

Vienādojumi (13.19) un (13.20) rāda, ka reducētais kopspēks un reducētais kopmoments tiek izmantoti 1) galvenā locekļa un visa

mehānisma masu pātrināšanai un 2) mainīgi kustošu locekļu pātrināšanai, kad galvenais loceklis kustas vienmērīgi. Iedomātu kustību ar  $\omega=0$ ,  $\varepsilon \neq 0$  Žukovskis nosauca par sākotnējo jeb papildu kustību, bet kustību ar  $\varepsilon=0$ ,  $\omega \neq 0$  — par permanento jeb galveno kustību.

Dalambēra princips agregātam izsakāms šādi:

$$R_r + J_r = 0; M_r + W_r = 0. \quad (13.21)$$

Tas nozīmē, ka uz galveno loekli reducētais inerces kopspēks un inerces spēku kopmoments

$$J_r = -m_r a - \frac{v^2}{2} \frac{dm_r}{ds}; W_r = -I_r \varepsilon - \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_r}{d\varphi}. \quad (13.22)$$

Ja vienādojumiem (13.19) un (13.20) piešķir II Ņūtona likuma formu [84]

$$m'_r a = R_r; I'_r \varepsilon = M_r, \quad (13.23)$$

tad

$$J_r = -m'_r a; W_r = -I'_r \varepsilon. \quad (13.24)$$

Sie vienādojumi satur sevišķu spēka reducēto masu  $m'_r$  un spēka reducēto inerces momentu  $I'_r$ , kas atšķiras no parasti lietojamiem analogiskiem lielumiem  $m_r$  un  $I_r$ ; pēdējos varētu nosaukt par enerģētiskiem. Vienādojumi (13.19), (13.20) un (13.23) sniedz šādas sakarības:

$$m'_r = m_r + \frac{v^2}{2a} \frac{dm_r}{ds}; I'_r = I_r + \frac{\omega^2}{2\varepsilon} \frac{dI_r}{d\varphi}. \quad (13.25)$$

Redzams, ka spēka reducētā masa vienāda ar enerģētisko tikai tad, ja pēdējā konstanta; tas pats attiecas uz reducētiem inerces momentiem.

Lielumus  $m'_r$  un  $I'_r$  varam aprēķināt arī bez lielumu  $m_r$  un  $I_r$  starpniecības. Plakana mehānisma inerces spēku acumirkīgā jauda

$$N = \sum_1^{\alpha} m_i a_{it} v_i + \sum_1^{\beta} I_i \varepsilon_i \omega_i + \sum_1^{\gamma} (m_i a_{C_i t} v_{C_i} + I_{C_i} \varepsilon_i \omega_i), \quad (13.26)$$

kur  $\alpha$  — virzē kustošo locekļu,  $\beta$  — rotējošo,  $\gamma$  — sarežģīti komplāni kustošo locekļu skaits un indekss  $t$  apzīmē pātrinājumu tangenciālos komponentus. So jaudu virzē kustošam un rotējošam galvenajam loceklim varam izteikt šādi:

$$N = m'_r a v; N = I'_r \varepsilon \omega. \quad (13.27)$$

No izteiksmēm (13.26) un (13.27) iegūstam, ka

$$m'_r = m_1 + \sum_2^{\alpha} m_i \frac{a_{it} v_i}{av} + \sum_1^{\beta} I_i \frac{\varepsilon_i \omega_i}{av} + \sum_1^{\gamma} \left( m_i \frac{a_{C_i t} v_{C_i}}{av} + I_{C_i} \frac{\varepsilon_i \omega_i}{av} \right); \quad (13.28)$$

$$I'_r = I_1 + \sum_2^{\beta} I_i \frac{\varepsilon_i \omega_i}{\varepsilon \omega} + \sum_1^{\alpha} m_i \frac{a_{i1} v_i}{\varepsilon \omega} + \sum_1^{\gamma} \left( m_i \frac{a_{C_i 1} v_{C_i}}{\varepsilon \omega} + I_{C_i} \frac{\varepsilon_i \omega_i}{\varepsilon \omega} \right). \quad (13.29)$$

Salīdzinot šīs izteiksmes ar izteiksmēm (13.8) un (13.10), redzam, ka lielumi  $m_r$  un  $I_r$  ir atkarīgi tikai no mehānisma stāvokļa vai ir konstanti, bet lielumi  $m'_r$  un  $I'_r$  bez tam vēl ir atkarīgi arī no paātrinājumu attiecībām. Lielumi  $m_r$  un  $I_r$  kļūst bezgalīgi tikai tad, kad galvenā locekļa ātrums, mehānismam kustoties, ir nulle, bet lielumi  $m'_r$  un  $I'_r$  bez tam vēl arī tad, kad galvenais loceklis kustas vienmērīgi, bet ne visu pārējo locekļu paātrinājumi ir nulle. Tas nozīmē, ka lielumi  $m'_r$  un  $I'_r$  ērti lietojami tad, kad mehānisma kustība zināma, galvenais loceklis kustas nevienmērīgi un jāatrod kāds nezināms spēks vai moments. Taču šim nolūkam ne mazāk noderīgi ir vienādojumi (13.19) un (13.20), kas nesatur lielumus  $m'_r$  un  $I'_r$ .

**13-6. piemērs.** Sastādīt sinusa mehānisma (13-7. zīm.) kustības diferenciālvienādojumu un aprēķināt dzinējmomentu  $M_P$ , kas jāpieļiek kloķim, mehānismu iekustinot ar leņķisko paātrinājumu  $\varepsilon = 35,8 \text{ s}^{-2}$ , kā arī kloķim vienmērīgi rotējot ar leņķisko ātrumu  $\omega = 15 \text{ s}^{-1}$ . Lietderīgā pretestība  $Q = 102 \text{ kG} = 1000 \text{ N}$  vienmēr vērsta pretēji slīdņa ātrumam. Berzi un locekļu smagumu spēkus ignorēt. Doti  $I_1 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}$ ,  $m_2 = 0$ ,  $m_3 = 100 \text{ kg}$ ,  $r = OA = 0,2 \text{ m}$ . Aprēķināt arī abu veidu reducētās masas un reducētos inerces momentus.

Atrisinājums. Saskaņā ar formulu (13.20) mehānisma kustības diferenciālvienādojums neizvērsta veidā ir šāds:

$$M_r = M_P - M_Q = I_r \varepsilon + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dI_r}{d\varphi}. \quad (1)$$

Ievērojot, ka

$$v_A = r\omega, \quad x = r \cos \varphi, \quad v_3 = -r\omega \sin \varphi,$$

pēc formulas (13.10) aprēķinām uz kloķi reducēto inerces momentu

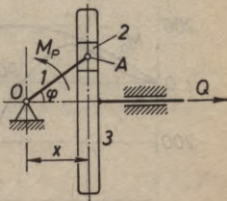
$$I_r = I_1 + m_2 \frac{v_A^2}{\omega^2} + m_3 \frac{v_3^2}{\omega^2} = I_1 + m_2 r^2 + m_3 r^2 \sin^2 \varphi, \quad (2)$$

bet pēc otrās formulas (13.13) — uz kloķi reducēto lietderīgās pretestības momentu

$$M_Q = \left| \frac{Q v_3}{\omega} \right| = Q r |\sin \varphi| = 200 |\sin \varphi| \text{ N} \cdot \text{m}. \quad (3)$$

Tā kā

$$\frac{dI_r}{d\varphi} = m_3 r^2 \sin 2\varphi, \quad (4)$$



13-7. zīm.

tad mehānisma kustības diferenciālvienādojums galīgā veidā ir šāds:

$$(I_1 + m_2 r^2 + m_3 r^2 \sin^2 \varphi) \ddot{\varphi} + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} m_3 r^2 \sin 2\varphi - M_P + Q_r |\sin \varphi| = 0. \quad (5)$$

Ja dzinējmomenta  $M_P$  maiņas likums ir zināms, tad, integrējot vienādojumu (5), varam atrast sinusa mehānisma kustību.

Aplūkojamā uzdevumā mehānisma kustība dota, bet jāatrod dzinējmoments, kuru saskaņā ar vienādojumu (5) varam izteikt kā trīs momentu summu:

$$M_P = M_Q + M_E + M_\omega, \quad (6)$$

kur  $M_Q$  izteiksme ir (3), bet

$$M_E = (I_1 + m_2 r^2 + m_3 r^2 \sin^2 \varphi) \varepsilon = 358 + 143,2 \sin^2 \varphi \text{ (N} \cdot \text{m)}, \quad (7)$$

$$M_\omega = \frac{\omega^2}{2} m_3 r^2 \sin 2\varphi. \quad (8)$$

Tātad dzinējmoments tiek patērēts lietderīgās pretestības pārvarēšanai, mehānisma iekustināšanai un slīdņa paātrināšanai kā mehānisma iekustināšanas, tā stacionāras kustības laikā.

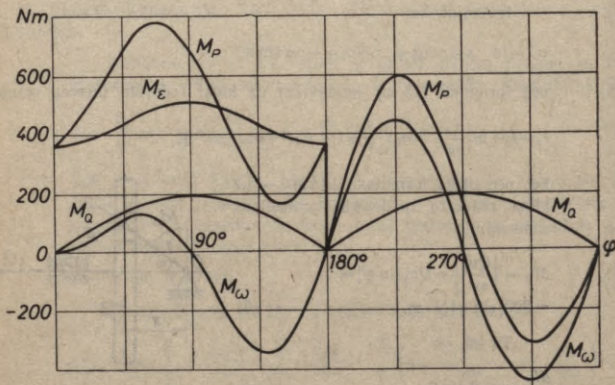
Atbilstoši uzdevuma noteikumiem iekustināšanas laiks  $t_1 = \frac{15}{35,8} = 0,42$  s, šajā laikā kļūcis pagriežas par leņķi  $\varphi_1 = \frac{\varepsilon t_1^2}{2} = \pi$ . Iekustinā-

šanas laikā  $\frac{\omega^2}{2} = \frac{\varepsilon^2 t^2}{2} = \varepsilon \varphi$ , tāpēc

$$M_\omega = \varepsilon \varphi m_3 r^2 \sin 2\varphi = 143,2 \varphi \sin 2\varphi \text{ (N} \cdot \text{m)}. \quad (9)$$

Stacionāras kustības laikā pēc formulas (8)

$$M_\omega = 450 \sin 2\varphi \text{ (N} \cdot \text{m)}. \quad (10)$$



13-8. zīm.

Vienādojuma (6) momenti attēloti 13-8. zīmējumā. Lai uzturētu vienmērīgu kloķa rotāciju, dzinējamam jāsvārstās plašās robežās. Šo svārstību galvenais cēlonis ir  $M_\omega$ , kas tiek patērēts nemitīgai slīdņa paātrināšanai.

Uz slīdni reducēto masu aprēķinām pēc formulas (13.8):

$$m_r = m_3 + m_2 \frac{v_A^2}{v_3^2} + I_1 \frac{\omega^2}{v_3^2} = m_3 + \left( m_2 + \frac{I_1}{r^2} \right) \frac{1}{\sin^2 \varphi}, \quad (11)$$

bet spēka reducēto masu pēc formulas (13.28):

$$m'_r = m_3 + m_2 \frac{a_{A1} v_A}{a_3 v_3} + I_1 \frac{\varepsilon \omega}{a_3 v_3}. \quad (12)$$

Uz kloķa reducēto inerces momentu izteic formula (2). Pēc formulas (13.29)

$$I'_r = I_1 + m_2 \frac{a_{A1} v_A}{\varepsilon \omega} + m_3 \frac{a_3 v_3}{\varepsilon \omega}.$$

Tā kā  $a_3 = \ddot{x} = -r(\omega^2 \cos \varphi + \varepsilon \sin \varphi)$ , tad

$$I'_r = I_1 + m_2 r^2 + m_3 r^2 (\sin^2 \varphi + \frac{\omega^2}{2\varepsilon} \sin 2\varphi). \quad (13)$$

Redzam, ka reducētās masas  $m_r$  un  $m'_r$ , kā arī reducētie inerces momenti  $I_r$  un  $I'_r$  ievērojami atšķiras viens no otra.

### 13-5. Kustības diferenciālvienādojumu integrēšana

Mašīnagregāta kustības diferenciālvienādojumi parasti ir otrās kārtas nelineāri diferenciālvienādojumi ar mainīgiem koeficientiem; tos iespējams integrēt tikai skaitliski vai grafiski. Taču gadījumā, kad reducētais inerces moments  $I_r = \text{const}$  un reducētais moments  $M_r = \text{const}$  vienādojuma (13.20) vispārīgo atrisinājumu var iegūt galīgā veidā, dabūjot pazīstamās vienmērīgi mainīgās kustības formulas:

$$\varepsilon = \frac{M_r}{I_r} = \text{const}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (13.30)$$

Ja  $M_r = 0$ , tad  $\varepsilon = 0$  un šīs formulas apraksta vienmērīgu rotāciju.

Gadījumos, kad  $I_r = \text{const}$ , bet  $M_r = M_r(\varphi)$  vai  $M_r = M_r(\omega)$  vai  $M_r = M_r(t)$ , kā arī gadījumos, kad  $I_r = I_r(\varphi)$  un  $M_r = M_r(\varphi)$ , diferenciālvienādojums (13.20) integrējas kvadrātūrās, t. i., tā vispārīgo atrisinājumu var iegūt noteikto integrāli saturošas formulas veidā.

Vispārīgā gadījumā, kad  $I_r = I_r(\varphi)$  un  $M_r = M_r(\varphi, \omega, t)$ , diferenciālvienādojums

$$M_r(\varphi, \omega, t) = I_r \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dI_r}{d\varphi} \quad (13.20)$$

integrējams skaitliski pēc Eilera, Runge-Kuta vai citas metodes.

Atzīmēsim šeit Baranova metodi [10], kuras algoritmu iegūst, vienādojumu (13.20) pārrakstot formā

$$\frac{2M_r(\varphi, \omega, t)}{\omega} d\varphi = 2I_r d\omega + \omega dI_r$$

un pēc tam formā

$$\frac{2M_r(\varphi_i, \omega_i, t_i)}{\omega_i} \Delta\varphi = 2I_{r_i}(\omega_{i+1} - \omega_i) + \omega_i(I_{r(i+1)} - I_{r_i}), \quad (1)$$

kur  $\Delta\varphi$  — integrēšanas solis, ko izvēlas pietiekami mazu, bet ar indeksiem  $i$  un  $i+1$  apzīmētie lielumi atbilst diviem mehānisma stāvokļiem, kas sakrīt ar soļa  $\Delta\varphi$  sākumu un beigām. Skaitliskās integrēšanas algoritmu iegūst, izsakot no vienādojuma (1) galvenā locekļa leņķisko ātrumu šī soļa beigās un nākamā soļa sākumā:

$$\omega_{i+1} = \frac{M_r(\varphi_i, \omega_i, t_i)}{I_{r_i}\omega_i} \Delta\varphi + \frac{3I_{r_i} - I_{r(i+1)}}{2I_{r_i}} \omega_i. \quad (13.31)$$

Soļa  $\Delta\varphi$  beigām atbilstošo laiku aprēķina, aizvietojot izteiksmē

$$dt = \frac{d\varphi}{\omega}$$

diferenciāļus ar galīgiem pieaugumiem, bet leņķisko ātrumu ar aritmētisko vidējo ātrumu dotā soļa robežās:

$$t_{i+1} = t_i + \frac{2\Delta\varphi}{\omega_i + \omega_{i+1}}. \quad (13.32)$$

Soli  $\Delta\varphi$  parasti ņem visās vietās vienādu, bet vajadzības gadījumā, ja integrāllikne  $\omega = \omega(\varphi)$  sāk uzrādīt reāliem apstākļiem neatbilstošas svārstības, soļi jāsamazina. Izejot no bīstamā rajona, soļi var atkal palielināt.

Skaitliskās integrēšanas stabilitāte ir atkarīga ne tikai no soļa garuma, bet arī no integrēšanā lietojamā skaitļu ciparu skaita un integrālliknes stāvuma [72]. Skaitļu noapaļošanas dēļ radīto periodisko «trīcienu» izsauktās svārstības ir jo lielākas, jo lielāks ir solis un lēzenāka dotā vietā ir integrāllikne. Skaitliskā integrēšanā lietotajai daudzciparu skaitļi arī tad, ja diferenciālvienādojuma koeficienti ir visai aptuveni.

Lielumu  $I_r$  un  $M_r$  noteikšanai vajadzīgās ātrumu attiecības ērti aprēķināmas ar trīsstūru metodi [28].

Viss šajā paragrāfā teiktais attiecas arī uz virzē kustošu galveno locekli, tikai reducētais inerces moments  $I_r$  jāaizvieto ar reducēto masu  $m_r$ , reducētais moments  $M_r$  — ar reducēto kopspēku  $R_r$  un formula (13.20) ar formulu (13.19). Šo taisnas virzes kustības un rotācijas analogiju ievērojot, turpmāk aplūkosim tikai agregātus ar rotējošu galveno locekli.

### 13-6. Pozicionālu spēku radītas kustības noteikšana

Daudzos gadījumos vismaz aptuveni var pieņemt, ka reducētais moments  $M_r = M_p - M_s$  atkarīgs tikai no mehānisma stāvokļa (pozīcijas), ko raksturo galvenā locekļa griezes leņķis  $\varphi$ . Tad saskaņā ar formulu (13.16) galvenā locekļa leņķiskais ātrums

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{I_r} \int_0^\varphi M_r d\varphi + \frac{I_{r0}}{I_r} \omega_0^2} = \omega(\varphi). \quad (13.33)$$

Parasti  $M_r = M_r(\varphi)$  un  $I_r = I_r(\varphi)$  doti grafiku vai tabulu veidā. Pat ja šie lielumi izteikti formulu veidā, darba integrālis izteiksmē (13.33) parasti nebūs atrodams elementārās funkcijās. Tāpēc funkcija  $\omega = \omega(\varphi)$  aprēķināma skaitliski vai grafiski.

Izmantojot formulu

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

aprēķina agregāta kustības laiku

$$t = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)} = t(\varphi). \quad (13.34)$$

Šo integrāli skaitliski var aprēķināt pēc formulas (13.32). Izslēdzot no funkcijām (13.33) un (13.34) leņķi  $\varphi$ , iegūst funkciju  $\omega = \omega(t)$ . Galvenā locekļa leņķisko paātrinājumu var aprēķināt pēc formulas

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \quad \text{vai} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi}.$$

Līdz ar to dotā agregāta kustība ir noteikta.

Tagad aplūkosim šī uzdevuma grafoanalītisku risinājumu, kura galveno daļu sastāda četru savstarpēji saistītu diagrammu konstruēšana (13-9. zīm.).

Vispirms konstruējam uz galveno locekli reducēto momentu diagrammu: izvēlamies momentu mērogu  $k_M \frac{\text{kG} \cdot \text{m}}{\text{mm}}$  (vai  $\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{mm}}$ ) un griezes leņķa  $\varphi$  mērogu  $k_\varphi = \frac{1}{\text{mm}}$  (t. i.,  $\frac{\text{rad}}{\text{mm}}$ ), uzzīmējam dzinējmomenta  $M_p = M_p(\varphi)$  un pretstības spēku momenta  $M_s = M_s(\varphi)$  liknes. Spēka momenta darbs

$$A = \int_0^\varphi M d\varphi = \int_0^\varphi k_M \tilde{M} k_\varphi d\tilde{\varphi} = k_M k_\varphi \int_0^\varphi \tilde{M} d\tilde{\varphi}.$$

Tas nozīmē, ka laukums  $L \text{ mm}^2$  zem momenta  $M$  līknes izteic šī momenta veikto darbu

$$A = k_A L \text{ kG} \cdot \text{m} \text{ (N} \cdot \text{m)}, \quad (13.35)$$

kur darba mērogs

$$k_A = k_M k_\varphi \frac{\text{kG} \cdot \text{m}}{\text{mm}^2} \left( \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{mm}^2} \right). \quad (13.36)$$

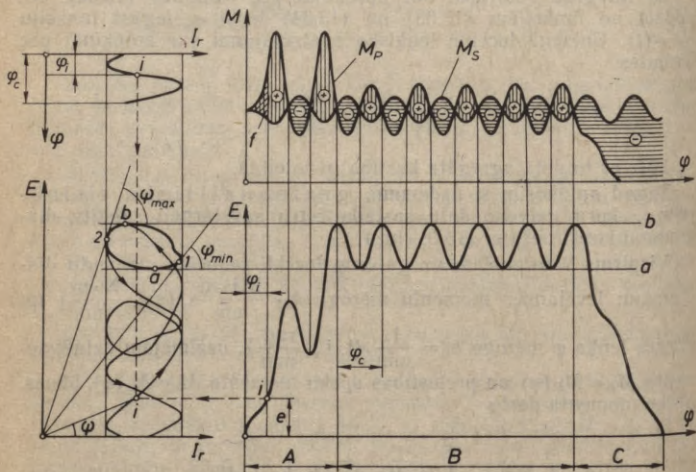
Dzinējmomenta  $M_P$  darbs ir pozitīvs, bet pretestības momenta  $M_S$  darbs negatīvs. Tāpēc laukumi starp  $M_P$  un  $M_S$  līknēm izteic darba pārpalikumu (+) vai iztrūkumu (-), kas saskaņā ar formulu (13.16) pāriet kinētiskās enerģijas pieaugumā vai samazinājumā.

Konstruējam kinētiskās enerģijas  $E = \bar{E}(\varphi)$  līkni brīvi pieņemtā mērogā  $k_E \frac{\text{kGm}}{\text{mm}} \left( \frac{\text{Nm}}{\text{mm}} \right)$ . Izraudzītam griezes leņķim  $\varphi_i$  atbilstošā līknes punkta  $i$  ordināte

$$e = \frac{k_A}{k_E} f \text{ mm},$$

kur  $f$  — no ordinātes  $e$  pa kreisi esošais starplīkņu laukums ( $\text{mm}^2$ ), kas 13-9. zīmējumā dubultsvītrots.

Tāpat atrod citas ordinātes un uzzīmē  $E = E(\varphi)$  līkni. Līknes posms  $A$  attēlo agregāta iekustināšanu,  $B$  — stacionāro kustību,  $C$  — apstāšanos. Līknes  $E = E(\varphi)$  ekstrēmu punktu abscisas vienādas ar



13-9. zīm.

likņu  $M_P = M_P(\varphi)$  un  $M_S = M_S(\varphi)$  krustpunktu abscisām. Kinētiskās enerģijas līkne neraksturo galvenā locekļa leņķiskā ātruma  $\omega$  maiņu pareizi. Pat šīs līknes ekstrēmu abscisas vispār nesakrīt ar līknes  $\omega = \omega(\varphi)$  ekstrēmu abscisām, jo kinētiskā enerģija ir proporcionāla ne tikai  $\omega^2$ , bet arī reducētam inerces momentam  $I_r$ , kas vispār mainās atkarībā no leņķa  $\varphi$ .

Konstruējam reducētā inerces momenta  $I_r = I_r(\varphi)$  likni izraudzītā mērogā  $k_I \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{mm}} \left( \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{mm}} \right)$  vienam agregāta ciklam. Cikla laikā galvenais loceklis pagriežas par leņķi  $\varphi_c$ .

Beidzot konstruējam kinētiskās enerģijas un reducētā inerces momenta likni  $E = E(I_r)$ , kas pazīstama kā Vitenbauera diagramma vai kā enerģijas-masas diagramma. Diagrammas punkta  $i$  konstrukcija parādīta 13-9. zīmējumā. Agregātam kustoties, diagrammu aprakstošais punkts  $i$  kustas pa līkni. Ieskriešanās un apstāšanās kustībai atbilstošās līknes daļas šis punkts pārstaigā tikai vienreiz, bet stacionārai kustībai atbilstošo slēgto līknes daļu — daudz reizi.

Ja Vitenbauera līknes punktu savieno ar koordinātu sākumu, tad savienotāja taisne veido ar abscisu asi leņķi  $\psi$  un

$$\text{tg } \psi = \frac{e}{\tilde{I}_r} = \frac{\tilde{E}}{\tilde{I}_r} = \frac{E/k_E}{I_r/k_I} = \frac{k_I}{k_E} \cdot \frac{E}{I_r}.$$

Tā kā

$$E = \frac{I_r \omega^2}{2}, \quad \omega^2 = 2 \frac{E}{I_r};$$

tad pēc Vitenbauera diagrammas iespējams aprēķināt galvenā locekļa leņķim  $\varphi$  atbilstošo šī locekļa leņķisko ātrumu

$$\omega = \sqrt{2 \frac{k_E}{k_I} \text{tg } \psi}. \quad (13.37)$$

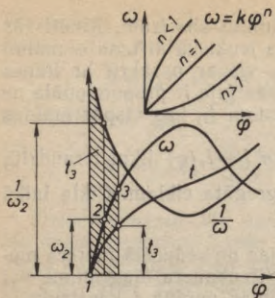
Novelkot pieskares līknes slēgtajai daļai, konstatējam, ka stacionārās kustības laikā galvenā locekļa leņķiskais ātrums mainās robežās

$$\omega_{\max} = \sqrt{2 \frac{k_E}{k_I} \text{tg } \psi_{\max}}, \quad \omega_{\min} = \sqrt{2 \frac{k_E}{k_I} \text{tg } \psi_{\min}}. \quad (13.38)$$

Tādējādi iespējams aprēķināt agregāta *nevienmērības pakāpi*

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{vid}}}. \quad (13.39)$$

Ar Vitenbauera diagrammu un formulu (13.37) var noteikt funkcijas  $\omega = \omega(\varphi)$  vērtības un uzzīmēt līkni  $\frac{1}{\omega} = f(\varphi)$ . Laukums zem



13-10. zīm.

šīs līknes izsaka agregāta kustības laiku saskaņā ar formulu (13.34). Konstruējot līkni  $t=t(\varphi)$  nobeidzam agregāta kustības noteikšanu.

Vēl daži vārdi par pēdējo operāciju. Grūtības šeit rodas ar pirmās strēmēlītes laukuma noteikšanu (13-10. zīm.), jo ordinātu ass ir līknes  $\frac{1}{\omega} = f(\varphi)$  asimptota. Tāpēc izdevīgi pirmajai strēmēlītei atbilstošo laiku aprēķināt analītiski [72].

Sajā nolūkā līkni  $\omega = \omega(\varphi)$  pirmo divu strēmēlīšu robežās aizvieto ar parabolu

$$\omega = k\varphi^n, \quad (a)$$

kas iet caur koordinātu sākumu 1 un punktiem 2 un 3. Ievietojot izteiksmi (a) formulā (13.34) un integrējot, atrod, ka no kustības sākuma līdz stāvoklim  $\varphi_3$  ir pagājis laiks

$$t_3 = \frac{\varphi_3^{1-n}}{k(1-n)}. \quad (13.40)$$

Redzams, ka aizvietotājai parabolai  $n < 1$ , jo tikai tad laiks  $t_3$ , kas 13-10. zīmējumā attēlojas kā pirmo divu strēmēlīšu laukums un kā integrāllīknes (13.34) attiecīgā ordināte, būs pozitīvs un galīgs. Parabolas (a) pieskares virziena leņķa tangenss koordinātu sākumā

$$\operatorname{tg} \kappa = \left( \frac{d\omega}{d\varphi} \right)_{\varphi=0} = (kn\varphi^{n-1})_{\varphi=0} = \infty.$$

Tāpēc visas parabolas ar  $n < 1$ , pieskares ordinātu asij koordinātu sākumā, un tas pats attiecas uz ātruma-ceļa līknēm, arī uz līkni  $\omega = \omega(\varphi)$ , ja kustība sākas no miera stāvokļa.

Formulas (13.40) lietošanai nepieciešamās konstantes  $n$  un  $k$  aprēķina pēc formulām

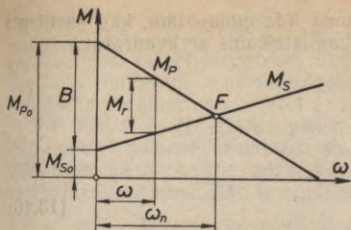
$$n = \frac{\lg \omega_3 - \lg \omega_2}{\lg \varphi_3 - \lg \varphi_2}, \quad \lg k = \frac{\lg \varphi_3 \lg \omega_2 - \lg \varphi_2 \lg \omega_3}{\lg \varphi_3 - \lg \varphi_2}, \quad (13.41)$$

kuras iegūst, atrisinot vienādojumu sistēmu

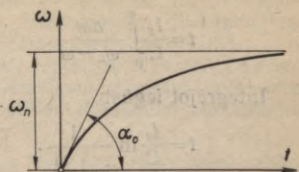
$$\omega_2 = k\varphi_2^n, \quad \omega_3 = k\varphi_3^n.$$

### 13-7. No ātruma atkarīgu spēku radītas kustības noteikšana

Elektromotoru dzinējmoments ir enkura leņķiskā ātruma dilstoša funkcija (13-1. zīm.). Daudzu darbmašīnu lietderīgās pretestības moments ir konstants vai leņķiskā ātruma augoša funkcija. Minēto mašīnu agregātam piemīt pašregulēšanās īpašība: agregāts ieskrienas līdz nominālam leņķiskam ātrumam  $\omega_n$  un tālāk kustas ar šo ātrumu.



13-11. zīm.



13-12. zīm.

Nominālais leņķiskais ātrums ir vienāds ar dzinējmomenta liknes  $M_P = M_P(\omega)$  un ar tajā pašā kvadrantā iezīmētas prettestības momenta  $M_S = M_S(\omega)$  liknes krustpunkta  $F$  abscisu.

Noskaidrosim dotā tipa agregāta kustības galvenās īpašības, aplūkojot agregātu, kura reducētais inerces moments  $I_r = \text{const}$ , bet dzinējmoments un prettestības moments ir galvenā locekļa leņķiskā ātruma  $\omega$  lineāras funkcijas (13-11. zīm.). Ja īstenībā šīs funkcijas būtu nelineāras, tad aptuvenu aprēķinu vajadzībām tās var lineārizēt, liknes aizvietojojot ar taisnēm. Āsinhronā motora raksturojumu (13-1. zīm. c) mēdz aizvietot ar taisni, kas iet caur punktiem  $E$  un  $F$ .

Lietojot pat īstenos mašīnu mehāniskos raksturojumus  $M = M(\omega)$ , iegūtie kustības diferenciālvienādojuma atrisinājumi ir aptuveni, jo šie raksturojumi, kā minēts 13-1. paragrāfā, ir statistiski. Iegūtie kustības likumi atšķiras no īstieniem jo vairāk, jo straujāk mainās agregāta ātrums.

Aplūkojamam agregātam kustības diferenciālvienādojums (13.20) vienkāršojas:

$$I_r \varepsilon = M_r, \quad (13.42)$$

kur  $M_r = M_P - M_S = (M_{P0} - K\omega) - (M_{S0} + k\omega) = (M_{P0} - M_{S0}) - (K + k)\omega$ ;

$$M_r = B - C\omega, \quad (13.43)$$

$K$  un  $k$  — tangensi šauriem leņķiem, ko  $M_P$  un  $M_S$  taisnes veido ar abscisu asi. Ja  $M_S = \text{const}$ , tad  $k = 0$ . Ievietojot  $M_r = 0$  vienādojumā (13.43), atrod nominālo leņķisko ātrumu

$$\omega_n = \frac{B}{C}. \quad (13.44)$$

Agregāta kustības diferenciālvienādojums (13.42) pieņem šādu veidu

$$I_r \frac{d\omega}{dt} = C(\omega_n - \omega). \quad (13.45)$$

No agregāta ieskriešanās sākuma līdz momentam, kad sasniegts leņķiskais ātrums  $\omega$ , paiet laiks, kas izteicams ar kvadrātūru

$$t = \frac{I_r}{C} \int_0^{\omega} \frac{d\omega}{\omega_n - \omega}$$

Integrējot iegūst

$$t = \frac{I_r}{C} \ln \frac{1}{1 - \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (13.46)$$

Redzam, ka nominālā leņķiskā ātruma sasniegšanai vajadzīgs bezgalīgs laiks (13-12. zīm.). Taču ļoti ātri var sasniegt leņķisko ātrumu, kas praktiski neatšķiras no nominālā. Tā, piemēram,  $\omega = 0,99 \omega_n$  var sasniegt laikā

$$t = \frac{I_r}{C} \ln \frac{1}{1 - 0,99} = \frac{I_r}{C} \ln 100 = 4,6 \frac{I_r}{C}$$

Vislielākais leņķiskais paātrinājums, kas aprēķināms no vienādojuma (13.45)

$$\varepsilon_0 = \operatorname{tg} \alpha_0 = \left( \frac{d\omega}{dt} \right)_{\omega=0} = \frac{C}{I_r} \omega_n$$

ir kustības sākuma momentā (13-12. zīm.).

Sajā gadījumā diferenciālvienādojumu (13.20) izdevās integrēt galīgā veidā. Bet, ja kaut viena no funkcijām  $M_p = M_p(\omega)$  vai  $M_s = M_s(\omega)$  ir nelineāra vai  $I_r = I_r(\varphi)$ , tad integrēšana veicama tikai skaitliski vai grafiski.

### 13-8. No ātruma un stāvokļa atkarīgu spēku radītas kustības noteikšana

Reducētais moments  $M_r = M_p - M_s$  mašīnagregātos bieži ir galvenā locekļa leņķa  $\varphi$  un leņķiskā ātruma  $\omega$  funkcija tādēļ, ka attiecīgajiem locekļiem pieliktie nereducētie dzinējspēki un pretestības ir gan  $\varphi$  un  $\omega$ , gan  $\varphi$  vai  $\omega$  funkcijas. Taču iespējams, ka nereducētais loceklim  $i$  pieliktais spēks vai moments ir tikai  $\omega$  funkcija, bet, reducējot šo spēku vai momentu uz galveno locekli, atbilstoši formulām

(13.12) tas jāreizina ar ātrumu attiecību  $\frac{v_i}{\omega}$  vai  $\frac{\omega_i}{\omega}$ , kas vispār ir leņķa  $\varphi$  funkcijas. Tādējādi tikai no ātruma atkarīgie spēki un momenti reducēšanas procesā kļūst atkarīgi arī no mehānisma stāvokļa. Līdzīga parādība novērojama, kad, reducējot locekļu konstantās masas, iegūst  $m_r = m_r(\varphi)$  vai  $I_r = I_r(\varphi)$ .

Arī dotā tipa agregātu kustība atrodama pēc 13-1. paragrāfā

minētās vispārīgās metodes, tikai diferenciālvienādojums (13.20), kā norādīts 13-5. paragrāfā, parasti integrējams skaitliski, izmantojot aritmometru vai elektroniskās skaitļošanas mašīnas. Darba samazināšanai ieteicams maz mainīgos un maznozīmīgos diferenciālvienādojuma parametrus aizvietot ar to vidējām vērtībām.

Pie dotā tipa agregātiem pieder plaši izplatītie hidrostatiskie mehānismi. Konkrētu šo mehānismu pārstāvi aplūkosim nākamajā piemērā, kur parādīsim kustības diferenciālvienādojuma sastādīšanu un skaitlisko integrēšanu.

**13-7. piemērs.** 13-13. zīmējumā dota hidrociēlāja shēma. Strēles  $OE$  un  $EC_1$  parādītas augšējā stāvoklī; leņķis  $OEC_1$  nemainās un tā maiņai paredzētais hidrociēlānds nav parādīts. Sarnīrā  $C_1$  piestiprināts greifers, kura masa iedomāti koncentrēta punktā  $C_1$ . Hidrociēlānds  $I$  ir vienpusīgas darbības,  $2$  — plūsmdalis,  $3$  — pārplūdes vārsts,  $4$  — zobratu eļļas sūknis,  $5$  — eļļas tvertne,  $6$  — filtrs,  $7$  — eļļas atplūdes šķērsriezuma regulēšanas vārsts,  $C$  — ap asi  $O$  rotējošās sistēmas un punktā  $C_1$  koncentrētās masas smagumu centrs.

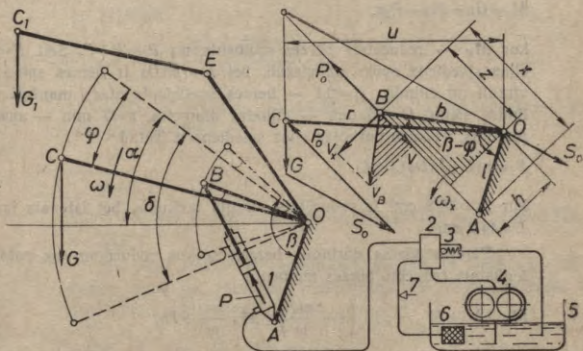
Sloga celšanas kustību, pieņemot, ka eļļas sūknis rotē vienmērīgi un noplūde caur sūkņa neblīvumiem ir dota eļļas spiediena funkcija, varam aprēķināt, neizmantojot diferenciālvienādojumu [72]. Šeit aplūkosim tukša greifera nolaišanu, integrējot diferenciālvienādojumu (13.20).

Mehānisma konstantie parametri ir  $G=187$  kG,  $G_1=68$  kG,  $\alpha=48,5^\circ$ ,  $\delta=81,5^\circ$ ,  $\beta=135^\circ$ ,  $r=2,78$  m,  $b=1,44$  m,  $l=0,65$  m, bet mainīgie parametri

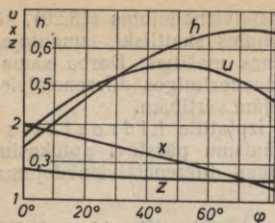
$$u = r \cos(\alpha - \varphi), \quad (1)$$

$$x = \sqrt{b^2 + l^2 - 2bl \cos(\beta - \varphi)}, \quad (2)$$

$$h = \frac{bl}{x} \sin(\beta - \varphi), \quad (3)$$



13-13. zīm.



13-14. zīm.

$$z = \sqrt{b^2 - h^2} \quad (4)$$

attēloti 13-14. zīmējumā. No svītrotiem trišstūriem (13-13. zīm.) izriet, ka

$$\frac{v}{v_B} = \frac{h}{b}; \quad \frac{v_x}{v} = \frac{z}{h}$$

Tā kā  $v_B = \omega b$ , tad

$$v = \omega h. \quad (5)$$

Reducētais inerces moments

$$I_r = I + I_x \left( \frac{\omega_x}{\omega} \right)^2, \quad (6)$$

kur  $I = 194 \text{ kG} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$  ir rotora inerces moments pret asi  $O$ . Pieņemot hidrocilindru ar virzuli un tā kātu par homogēnu stieni,

$$I_x = \frac{m_x x^2}{3},$$

kur  $m_x = 2$  ir minētā stieņa masa. Tā kā

$$\frac{\omega_x}{\omega} = \frac{v_x}{x\omega} = \frac{z}{x},$$

tad

$$I_r = I + \frac{m_x z^2}{3} \approx 195 \text{ (kG} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2) \approx \text{const},$$

jo, kā redzams 13-14. zīmējumā, garums  $z \approx \text{const}$ . Tāpēc diferenciālvienādojums (13.20) iegūst formu

$$I_r \varepsilon = M_r. \quad (7)$$

Reducētais moments

$$M_r = Gu - M_F - P_1 h, \quad (8)$$

kur  $M_F$  — reducētais berzes moments un  $P_1 = P + F$ . Šeit  $P = pL$  ir eļļas spiediena spēks uz virzuli, bet  $F = f p \pi D s$  ir berzes spēks starp virzuli un cilindru ( $f = 0,1$  — berzes koeficients starp manšeti un cilindra sienu,  $D = 75 \text{ mm}$  — cilindra diametrs,  $s = 7 \text{ mm}$  — manšetes plātums, uz kuru darbojas eļļas spiediens  $p$ ). Tātad

$$P_1 = p(L + f \pi D s) = p L_1, \quad (9)$$

kur  $L_1 = 45,8 \text{ cm}^2$  ir reducētais virzuļa laukums, bet īstētais laukums  $L = 44,2 \text{ cm}^2$ .

Pārējās vietās darbīgos berzes spēkus reducējam uz rotoru un iegūstam reducēto berzes momentu

$$M_F = M_0 + M_{C_1} + M_B \left( 1 - \frac{\omega_x}{\omega} \right) + M_A \frac{\omega_x}{\omega} + Th,$$

kur  $M_0$ ,  $M_{C_1}$ ,  $M_B$  un  $M_A$  — berzes momenti attiecīgos šarnīros, bet

$T=20$  kG — berzes spēks virzuļa kāta blīvījumā. Saskaņā ar 13-13. zīmējumu konstruēto statisko spēku trīsstūri

$$M_0=f'r_0S_0, M_B=f'r_BP_0, M_{C_1}=f'r_{C_1}G_1, M_A=f'r_AP_0.$$

Ja šarnīru rādījumus pieņemam  $r_0=r_B=r_{C_1}=r_A=0,02$  m, tad

$$M_F=Th+\xi f'r_0G, \quad (10)$$

$$\text{kur } \xi = \frac{G_1+S_0+P_0}{G}. \quad (11)$$

Ja ignorējam eļļas paātrināšanai vajadzīgo spiedienu, kas dotajā gadījumā ir apmēram 4% kopējā spiediena  $p$ , tad

$$p=p_i+p_r, \quad (12)$$

kur  $p_i$  — eļļas berzes zudumu spiediens,  $p_r$  — eļļas vietējo zudumu spiediens.

Izdarot hidraulisko aprēķinu [72], atrodam, ka

$$p=K_1v+K_2v^2, \quad (13)$$

$$\text{kur } K_1=3,48 \cdot 10^5, K_2 = \frac{1,1 \cdot 10^6}{v^{0,285}}.$$

Hidraulika dod arī citu mazāk precīzu koeficientu  $K'_2=16 \cdot 10^5$ , ko varam lietot  $K_2$  vietā.

Eļļas statiskais spiediens izsakāms šādi:

$$p' = \frac{Gu-M_F}{hL_1}. \quad (14)$$

Varam pierādīt [72], ka visam kustības laikam  $p'_{v1d}=p_{v1d}$  un ar labu tuvinājumu

$$K_1v_{v1d}+K'_2v_{v1d}^2+p'_{v1d}, \quad (15)$$

no kurienes

$$v_{v1d} = \frac{-K_1 + \sqrt{K_1^2 + 4K'_2p'_{v1d}}}{2K'_2}.$$

Tādējādi greifera nolaišanas laiku varam aprēķināt ar kļūdu, mazāku par 10%:

$$\tau = \frac{S}{v_{v1d}}, \quad (17)$$

kur  $S=0,78$  m — virzuļa gājiens,  $p'_{v1d}=18,4$  at,  $v_{v1d}=0,248$  m/s un  $\tau=3,12$  s.

Ja vēlas noskaidrot nolaišanas kustību un iegūt pareizāku nolaišanas laiku, tad jāintegrē vienādojums (7), kurš, ievērojot formulas (8), (13) un (5), iegūst veidu

$$I_r \frac{d\omega}{dt} = Gu - M_F - B_1h^2\omega - B_2h^3\omega^2, \quad (18)$$

kur  $B_1 = K_1 L_1$ ,  $B_2 = K_2 L_1$ . Vienkāršības dēļ vienādojumā (18) ievietojam

$$M_F = T h_{v1d} + f' \xi_{v1d} r_0 G, \quad K_2 = \frac{1,1 \cdot 10^6}{v_{v1d}^{0,265}},$$

kur  $v_{v1d}$  aprēķināts pēc formulas (16), bet  $h_{v1d} = 0,538$  m un  $\xi_{v1d} = 0,9$  ir stāvokļu  $\varphi = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots$  aritmētiskie vidējie; tad  $M_F = 14,2$  kG · m.

Ar substitūcijām

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(\omega^2)}{d\varphi}, \quad \omega^2 = y$$

diferenciālvienādojums (18) iegūst galīgo veidu

$$\frac{dy}{d\varphi} = \frac{2}{I_r} (Gu - M_F - B_1 h^2 \sqrt{y} - B_2 h^3 y). \quad (19)$$

Integrēsim šo vienādojumu skaitliski pēc Eilera metodes. Izvēlamies integrēšanas soli  $\Delta\varphi = 2^\circ = 0,0349066$  un aizpildām 13-1. tabulas stabiņu 1. Lietojot formulas (1) un (3), aizpildām stabiņus 4 un 5, bet pēc tam — stabiņus 6 un 8. Ar to sagatavošanās integrēšanai nobeigta. Integrēšanas procesā pakāpeniski jāaizpilda pārējie stabiņi.

13-1. tabula

1	2	3	4	5	6	7
$\varphi^\circ$	$\omega$ (s <sup>-1</sup> )	$y$ (s <sup>-2</sup> )	$Gu$ (kG · m)	$h$ (m)	$B_1 h^2$ (kG · m · s)	$B_1 h^2 \sqrt{y}$ (kG · m)
0	0	0	344,562	0,338170	182,403	0
2	0,343911	0,118275	357,945	0,351934	197,554	67,941
4	0,450529	0,202976	370,890	0,365529	213,110	96,012
6	0,518986	0,269346	383,384	0,378946	229,042	118,870
80	0,329017	0,108252	443,373	0,641063	655,483	215,665
81,5	0,327607	0,107326	436,108	0,638036	649,309	—

8	9	10	11	12	13	14
$B_2 h^3$ (kG · m · s <sup>2</sup> )	$B_2 h^3 y$ (kG · m)	$\frac{dy}{d\varphi}$	$\Delta y$ (s <sup>-1</sup> )	$\frac{1}{\omega}$ (s)	$\Delta t$ (s)	$t$ (s)
294,200	0	3,388332	0,118275	$\infty$	—	—
331,604	39,221	2,426495	0,084701	2,9077	—	—
370,958	75,296	1,901359	0,066370	2,2196	0,0724	0,2544
413,970	111,501	1,423726	0,049697	1,9268	0,0645	0,3268
2004,189	216,957	-0,035381	-0,000926	3,0394	0,1097	3,2727
1975,932	—	—	—	3,0524	—	3,3524

Vienādojuma (19)

$$\frac{dy}{d\varphi} = f(\varphi, y)$$

integrēšanu sāk ar to, ka atbilstoši sākuma noteikumiem pirmajā rindā stabiņos 2, 3, 7 un 9 ierakstām nulles un no vienādojuma (19) aprēķinām atvasinājumu

$$\left(\frac{dy}{d\varphi}\right)_1 = f(0,0).$$

Saskaņā ar Eilera metodi

$$\Delta y_1 = y_2 = \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)_1 \Delta\varphi; \quad \omega_2 = \sqrt{y_2}.$$

Indeksi šeit un tālāk apzīmē rindas numuru. Tālāk aizpildām pirmajā rindā stabiņus 10 un 11 un otrajā rindā — stabiņus 2, 3, 7 un 9.

Izmantojot  $\varphi_2 = \Delta\varphi$  un  $y_2$ , atrodam  $\left(\frac{dy}{d\varphi}\right)_2 = f(\varphi_2, y_2)$ ,  $\Delta y_2 = \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)_2 \Delta\varphi$ ,  $y_3 = y_2 + \Delta y_2$ ,  $\omega_3 = \sqrt{y_3}$ . Aizpildām otrajā rindā stabiņus 10 un 11, trešajā rindā stabiņus 2, 3, 7 un 9. Izmantojot  $\varphi_3 = 2\Delta\varphi$  un  $y_3$ , integrēšanas procesu turpinām, kamēr tabulas pirmie 11 stabiņi aizpildīti.

No ailēm 1 un 2 iegūstam meklēto funkciju  $\omega = \omega(\varphi)$ , kuras grafiskais attēls parādīts 13-15. zīmējumā. Atzīmēsīm, ka stabiņā 10 dots divkārtš strēles leņķiskais paātrinājums, jo

$$\frac{dy}{d\varphi} = \frac{d(\omega^2)}{d\varphi} = 2\omega \frac{d\omega}{d\varphi} = 2 \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{\omega}{d\varphi/dt} = 2e.$$

Lai atrastu funkciju  $t = t(\varphi)$  un strēles nolaišanas laiku, tad atbilstoši formulai (13.34) aizpildām stabiņus 12, 13 un 14. Pēc formulām (13.41) aprēķinām aizvietotājas parabolas parametrus  $n = 0,3897$  un  $k = 1,272$  un pēc formulas (13.40) ar leņķi  $\varphi_3 = 2\Delta\varphi$  aprēķinām  $t_3 = 0,2544$  s. Tālāk saskaņā ar 13-10. zīmējumu

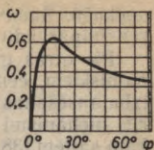
$$\Delta t_3 = \left(\frac{1}{\omega_3} + \frac{1}{\omega_4}\right) \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad t_4 = t_3 + \Delta t_3 \text{ utt.}$$

Pēdējais stabiņa 14 skaitlis izteic strēles nolaišanas laiku  $\tau = 3,35$  s. Ar mehānisko aritmometru aprakstīto skaitlisko integrēšanu var veikt 8 stundās.

### 13-9. Agregāti ar vairākām kustamībām. Elastīgs sajūgs

Agregātus ar vairākām kustamībām var iedalīt trijās grupās: 1) agregāti, kuriem pielikti vairāk nekā divi neatkarīgi galvenie spēki, 2) agregāti, kas satur dinamiskās saites (2-6. §), 3) agregāti — mainīgas struktūras mehānismi (2-1. §).

Pirmās grupas agregātiem ir vairāki savstarpēji neatkarīgi dzinēji vai viens dzinējs piedzen vairākus locekļus, kas var kustēties ar dažādiem ātrumiem atkarībā no šiem locekļiem pieliktiem pretestības



13-15. zīm.

spēkiem. Šāda tipa mehānisms ir diferenciālpārvads (7-2. §). Diferenciālpārvadu dinamiskais aprēķins sniegts darbos [4, 37, 38].

Pie otrās grupas pieder agregāti ar berzes, elastīgiem, hidrodinamiskiem, centrālbedzes, magnētiskiem sajūgiem, rotoru dinamiskās izbalansēšanas mehānismi, vibratori, vibrotransportieri un daudzi citi mehānismi ar elastīgiem starpelementiem vai citādām dinamiskām saitēm [38, 41, 52, 68, 90, 91].

Trešās grupas agregātu piemērs ir inerciālais bezpakāpju variators [38], agregātu ar zobu vai berzes sprūdmehānismiem.

Minēto agregātu kustības noteikšanai derīga Lagranža diferenciālvienādojumu sistēma

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial E}{\partial q_j} = Q_j; \quad j=1, 2, \dots, (c+d), \quad (13.47)$$

kur  $c$  — agregāta pamatkustamību skaits saskaņā ar formulu (2.18),

$d$  — dinamisko saišu skaits, bet pārējie apzīmējumi kā vienādojumā (13.18).

Mehānismus ar papildkustamībām (2-7. §) neaplūkojam, jo tām atbilstošās kustības mehānisma darba procesā nosakāmas kinemātiski vai arī tās ir maznozīmīgas un parasti netiek aprēķinātas.

Nodaļas noslēgumā izpētīsim vienu otrās grupas agregātu ar divām kustamībām. Šis pētījums sniegs dažas vērtīgas atziņas ar vispārīgu nozīmi.

Agregāts sastāv no mašīnām  $a$  un  $b$ , kas savienotas ar lineāru elastīgu sajūgu. Mašīna  $a$  ir dzinējs,  $b$  — darba mašīna vai otrādi. Doti uz sajūga vārpstu reducētie momenti

$$M_a = M_0 + M \sin pt, \quad M_b = M_0, \quad (1)$$

kur  $M_0$ ,  $M$ ,  $p$  — konstanti lielumi,  $t$  — laiks. Jāizpēta šī agregāta stacionāra kustība, pieņemot, ka reducētie inerces momenti  $I_a$  un  $I_b$  nemainās un sajūga elastības konstante ir  $c$ .

Sajūga savērpes leņķis

$$\varphi' = \varphi_0 + \varphi = \varphi_a - \varphi_b, \quad (2)$$

kur  $\varphi_a$  un  $\varphi_b$  ir mašīnu  $a$  un  $b$  sajūga vārpstas griezes leņķi, bet sajūga savērpes leņķis

$$\varphi_0 = \frac{M_0}{c}$$

atbilst konstantai pārnesamās slodzes  $M_0$  daļai. Lai uzdevums būtu tuvs reāliem apstākļiem, pieņemsim, ka abu savu pušu relatīvai savērpei sajūgs pretojas ne tikai ar elastības spēku momentu  $c\varphi'$ , bet arī ar viskozās pretestības momentu  $f\dot{\varphi}'$ , kur  $f$  — viskozās pretestības koeficients. Diferencējam vienādojumu (2) pēc laika:

$$\ddot{\varphi}' = \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_a - \ddot{\varphi}_b; \quad \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_a - \ddot{\varphi}_b. \quad (3)$$

Sajūga viena puse darbojas uz otru ar momentu

$$M'_a = c\varphi_0 + (c\varphi + f\dot{\varphi}) = M_0 + M_s. \quad (4)$$

Ja mašīnu  $a$  un  $b$  kustības diferenciālvienādojumos (13.20)

$$I_a \ddot{\varphi}_a = M_a - M'_s, \quad I_b \ddot{\varphi}_b = M'_s - M_b$$

ievietojam izteiksmes (1) un (4), tad

$$I_a \ddot{\varphi}_a = M \sin pt - c\varphi - f\dot{\varphi}, \quad I_b \ddot{\varphi}_b = c\varphi + f\dot{\varphi}. \quad (5)$$

Izteicot no šiem vienādojumiem  $\ddot{\varphi}_a$  un  $\ddot{\varphi}_b$  un ievietojot tos otrajā vienādojumā (3), iegūstam abu sajūgu pušu relatīvās kustības diferenciālvienādojumu

$$\ddot{\varphi} + \mu f \dot{\varphi} + \mu c \varphi = \mu M_1 \sin pt, \quad (6)$$

$$\text{kur } \mu = \frac{1}{I_a} + \frac{1}{I_b}, \quad M_1 = \frac{M}{\mu I_a}.$$

Vienādojums (6) atšķiras no teorētiskā mehānikā aplūkojamā uzspiesto svārstību diferenciālvienādojuma tikai ar koeficientiem; tā vispārīgais atrisinājums ir

$$\varphi = A \sin(pt + \Theta), \quad (7)$$

kur integrācijas konstantes — relatīvo svārstību leņķiskā amplitūda un svārstību nobīdes leņķis attiecībā pret momentu  $M_a$  izteicas šādi:

$$A = \frac{\mu M_1}{\gamma(\mu c - p^2)^2 + (pf\mu)^2}, \quad \Theta = -\arctg \frac{pf\mu}{\mu c - p^2}.$$

Relatīvais leņķiskais ātrums

$$\dot{\varphi} = pA \cos(pt + \Theta). \quad (8)$$

Ja lietojam bezdimensionālus parametrus

$$\beta = \frac{p^2 I_b}{c}, \quad \beta_r = 1 + \frac{I_b}{I_a}, \quad \lambda = \frac{1}{1 + \left(\frac{pf}{c}\right)^2}. \quad (9)$$

kur  $\beta_r$  ir parametra  $\beta$  vērtība rezonanses gadījumā, kad  $\mu c = p^2$ , tad relatīvo svārstību amplitūdu izsaka šādi:

$$A = \Phi \gamma \lambda \frac{M_1}{c}. \quad (10)$$

Parametrs

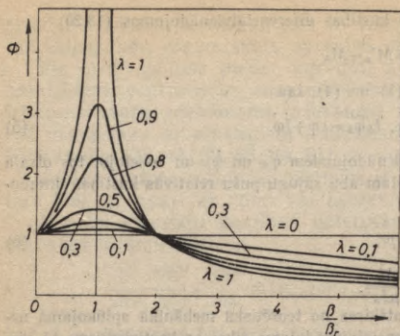
$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\lambda \frac{\beta}{\beta_r} + \lambda \frac{\beta^2}{\beta_r^2}}} \quad (11)$$

attēlots 13-16. zīmējumā.

Ievietojot otrajā vienādojumā (5) izteiksmes (7) un (8) un integrējot, iegūstam mašīnas  $b$  leņķisko ātrumu

$$\dot{\varphi}_b = \omega_{vid} + \frac{AB}{I_b} \sin(pt + \chi), \quad (12)$$

$$\text{kur } B = \frac{f}{\gamma(1 - \lambda)}, \quad \chi = \Theta - \arctg \sqrt{\frac{1}{\lambda} - 1}.$$



13-16. zīm.

$$(I_a + I_b) \ddot{\varphi}_1 = M_a - M_b = M \sin pt,$$

iegūstam abu mašīnu kopīgo leņķisko ātrumu

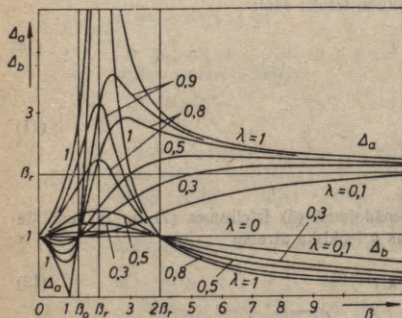
$$\dot{\varphi}_1 = \omega_{v1d} - \frac{M}{(I_a + I_b)p} \cos pt. \quad (15)$$

Lietojot apzīmējumu

$$H = \frac{M}{\mu p I_a I_b},$$

no formulām (12), (13), (15) atrodam, ka mašīnu leņķiskie ātrumi svārstās robežās

$$\dot{\varphi}_a = \omega_{v1d} \pm \frac{\Phi H}{\psi}, \quad \dot{\varphi}_b = \omega_{v1d} \pm \Phi H, \quad \dot{\varphi}_1 = \omega_{v1d} \pm H.$$



13-17. zīm.

Ievietojot izteiksmes (12) un (8) pirmajā vienādojumā (3), iegūstam mašīnas  $a$  leņķisko ātrumu

$$\dot{\varphi}_a = \omega_{v1d} + \frac{AB}{I_b \psi} \sin(pt + \sigma), \quad (13)$$

$$\text{kur } \psi = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\lambda\beta + \lambda\beta^2}},$$

$$\sigma = \Theta + \arctg \frac{\beta - 1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda} - 1}}. \quad (14)$$

Ja elastīgā sajūga vietā starp mašīnām  $a$  un  $b$  ir ciešs sajūgs, tad, integrējot vienādojumu

Šīm svārstībām saskaņā ar formulu (13.39) atbilst nevienmērības pakāpes

$$\delta_a = \frac{2\Phi H}{\psi \omega_{v1d}}, \quad \delta_b = \frac{2\Phi H}{\omega_{v1d}}, \quad (16)$$

$$\delta_1 = \frac{2H}{\omega_{v1d}}$$

Tagad varam aprēķināt relatīvās nevienmērības pakāpes

$$\Delta_a = \frac{\delta_a}{\delta_1} = \frac{\Phi}{\psi}, \quad \Delta_b = \frac{\delta_b}{\delta_1} = \Phi, \quad (17)$$

kas attēlotas 13-17. zīmējumā.

Formulas (17), (9), (11), (14) un abi zīmējumi ļauj izdarīt dažus secinājumus.

1. Intervālā

$$0 < \beta < \beta_0 = \frac{2}{1 + \frac{1}{\beta_r}}$$

mašīna *a* rotē vienmērīgāk, bet mašīna *b* nevienmērīgāk, kā cieša sajūga gadījumā.

2. Intervālā  $\beta_0 < \beta < 2\beta_r$  abas mašīnas griežas nevienmērīgāk kā cieša sajūga gadījumā. Šeit notiek rezonanse. Elastīgs sajūgs ar šādu parametru  $\beta$  nav derīgs.

3. Intervālā  $2\beta_r < \beta < \infty$  mašīna *b* rotē vienmērīgāk, bet mašīna *a* nevienmērīgāk, kā cieša sajūga gadījumā. Šis intervāls ir vispiemērotāks praktiskām konstrukcijām. Šeit slāpēšana samazina mašīnas *a* nevienmērību, bet palielina mašīnas *b* nevienmērību. Kā aprēķināt slāpēšanas koeficientu  $\lambda$  dažādām neviskozām slāpēšanām, parādīts darbā [68].

4. Ja intervālā  $\beta > 2\beta_r$  palielina  $I_a$ , tad samazinās  $\beta_r$  un  $\Phi$ , tāpēc spararata uzstādīšana uz mašīnas *a* šādos apstākļos samazina abu mašīnu nevienmērību. Ja šajā intervālā palielina  $I_b$ , tad palielinās  $\beta$  un  $\beta_r$ , samazinās  $\Phi$ , bet straujāk samazinās  $\psi$ . Tāpēc spararata uzstādīšana uz mašīnas *b* samazina tās nevienmērību, palielinot mašīnas *a* nevienmērību.

5. Lietojot formulas (4), (7), (8), var atrast, ka sajūgu sloģo moments

$$M'_s = M_0 + \left(1 - \frac{1}{\beta_r}\right) \Phi M \sin(pt + \kappa),$$

$$\text{kur } \kappa = \Theta + \arctg \sqrt{\frac{1}{\lambda} - 1}.$$

Tātad elastīgā sajūga maksimālā slodze

$$M_{s_{\max}} = M_0 + \left(1 - \frac{1}{\beta_r}\right) \Phi M.$$

Ja mašīnas savienotas bez elastīga starpelementa, tad  $c = \infty$ ,  $\beta = 0$  un  $\Phi = 1$ . Redzams (13-16. zīm.), ka tikai intervālā  $\beta > 2\beta_r$  elastīgais sajūgs piepūlēts mazāk nekā ciešais.

Ja elastīga sajūga vietā ir dinamometrs momentu  $M_a$  vai  $M_b$  momentāno vai ekstremālo vērtību mērīšanai, tad tas uzrādīs  $M_a$  tikai tad, kad būs izpildīts noteikums

$$\left(1 - \frac{1}{\beta_r}\right) \Phi = 1,$$

bet  $M_b$  — tad, kad

$$\left(1 - \frac{1}{\beta_r}\right) \Phi = 0.$$

Šie noteikumi noderīgi dinamometra izvēlei un mērīšanas kļūdu novērtēšanai.

## MEHĀNISMU ENERĢĒTISKĀS LIETDERĪBAS KRITĒRIJI

## 14-1. Enerġētiskās lietderības kritēriji un sakarības starp tiem

Kaitīgās pretestības, kas darbojas kustīgos savienojumos un ārpus tiem, palielina mehānisma enerģijas patēriņu, rada silšanu un dilšanu. Tāpēc, jo mazāks ir kaitīgo pretestību darbs  $A_F$  vai jauda  $N_F$ , jo labāk. Taču mehānismu salīdzināšanai šie lielumi maz noderīgi, jo paliek neskaids, kāda pievadītās enerģijas daļa zūd kaitīgo pretestību pārvarēšanā. Minētā trūkuma nav tālāk aplūkojamiem bezdimensionālajiem kritērijiem.

Visizplatītākais enerģētiskās lietderības kritērijs ir *mehāniskais lietderības koeficients*

$$\eta = \frac{A_Q}{A_P} = \frac{N_Q}{N_P}, \quad (14.1)$$

ko turpmāk sauksim vienkārši par lietderības koeficientu. Lielumi  $A_Q$  un  $A_P$  ir vienā vai vairākos stacionāras kustības ciklos pastrādātā lietderīgās pretestības darba un dzinējdarba absolūtās vērtības;  $N_Q$  un  $N_P$  — attiecīgās vidējās jaudas. Lietojot darba bilances vienādojumu (13.3) un vidējo jaudu bilances vienādojumu (13.4), izteiksmi (14.1) var pārveidot formā

$$\eta = 1 - \frac{A_F}{A_P} = 1 - \frac{N_F}{N_P}, \quad (14.2)$$

kur  $A_F$  un  $N_F$  — kaitīgās pretestības darba un jaudas absolūtās vērtības. Lielumu

$$\psi = \frac{A_F}{A_P} = \frac{N_F}{N_P} \quad (14.3)$$

sauc par *zudumu koeficientu*. Acīm redzot,

$$\eta = 1 - \psi. \quad (14.4)$$

Nevienā mehānismā nevar būt  $A_F=0$ . Tāpēc vienmēr  $\eta < 1$  un  $\psi > 0$ . Tukšgaitā  $A_P=A_F$ ,  $\eta=0$ ,  $\psi=1$ . Iespējams, ka pareiza aprēķina rezultātā iegūst  $A_F > A_P$ ,  $\eta < 0$ ,  $\psi > 1$ . Tātad abu koeficientu diapazoni ir

$$0 \leq \eta < 1, \quad 0 > \psi \geq 1.$$

Mehānismus ar  $\eta < 0$  sauc par *pašbremzējošiem mehānismiem*. Šajos mehānismos nekāda lieluma dzinējspēks kustību savā virzienā radīt nevar, bet šim nolūkam jāpieliek papildu spēks citam loceklim vai tam pašam loceklim citā virzienā. Ja lietderīgā pretestība kļūst

par dzinējspēku, šāds mehānisms var kustēties pretējā virzienā, tad mehānisma lietderības koeficients ir pozitīvs, bet parasti mazāks par 0,5. Tomēr pašbremzējošie mehānismi bieži sastopami, piemēram, celšanas ierīcēs, ja nevēlamies ierīkot bremzi sloga turēšanai paceltā stāvoklī. Taču tad pareizi jānosaka berzes koeficienta iespējamā samazināšanās slīdvirsmu eļļošanas un piestrādāšanas dēļ. Tātad koeficienti  $\eta$  un  $\psi$  vispār ir atkarīgi no mehānisma kustības virziena.

Lietderības un zudumu koeficienti derīgi tikai vienāda rakstura mašīnu un ierīču salīdzināšanai. Dažās mašīnās lietderīgā pretestība ir niecīga (piem., poligrāfiskās un tekstilmašīnās), tādēļ lietderības koeficients mazs. Transporta mašīnām pārvietojoties pa horizontālu ceļu, kravas smagumspēka  $Q$  darbs ir nulle, tādēļ  $\eta=0$  un  $\psi=1$ . Šo mašīnu salīdzināšanai noder formulā (12.45) ietvertais braukšanas pretestības koeficients  $\mu$ , ja tas aprēķināts vienādas kvalitātes ceļiem.

Pretestību darbu un dzinējdarbu formulās (14.1) un (14.2) var izteikt kā vidējo reducēto spēku vai momentu reizinājumu ar ciklā noieto galvenā locekļa ceļu vai leņķi, tad

$$\eta = \frac{Q_{r \text{ vid}}}{P_{r \text{ vid}}} = \frac{M_{Q \text{ vid}}}{M_{P \text{ vid}}} = 1 - \frac{F_{r \text{ vid}}}{P_{r \text{ vid}}} = 1 - \frac{M_{F \text{ vid}}}{M_{P \text{ vid}}}. \quad (14.5)$$

Mehānismos ar nemainīgu pārnese skaitli vidējie reducētie spēki un momenti līdzinās acumirkļīgiem un visas iepriekšējās formulas derīgas ikvienam stacionāras kustības laika sprīdim vai momentam. Šādiem mehānismiem

$$\eta = \frac{Qv_Q}{Pv_P} = \frac{M_Q\omega_Q}{M_P\omega_P} = \frac{Q}{i'P} = \frac{M_Q}{iM_P}, \quad (14.6)$$

kur  $Q$  un  $P$  — tangenciālā lietderīgā pretestība un dzinējspēks,  
 $v_Q$  un  $v_P$  — šo spēku iedarbes punktu ātrumi,  
 $M_Q$  un  $M_P$  — lietderīgās pretestības un dzinējmomenti,  
 $\omega_Q$  un  $\omega_P$  — leņķiskie ātrumi locekļiem, kuriem pielikti minētie momenti.

Ideālai mašīnai  $\eta=1$ , tādēļ  $Qv_Q=Pv_P$  vai  $Q_0v_Q=Pv_P$ , kur  $P_0$  un  $Q_0$  ir spēki, kas ideālā mašīnā aizvieto spēkus  $Q$  un  $P$ . Ievietojot šīs izteiksmes formulā (14.6), iegūstam vēl vienu lietderības koeficienta izteiksmi mehānismiem ar konstantu pārnese skaitli:

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{Q}{Q_0}. \quad (14.7)$$

Nestacionārā kustībā koeficientiem  $\eta$  un  $\psi$  vispār nav jēgas, bet stacionārā kustībā mehānismos ar mainīgu pārnese skaitli nav jēgas šo koeficientu vērtībām, kas aprēķinātas ar acumirkļīgiem lielumiem. Saskaņā ar formulu (13.5) dzinējs minētajos gadījumos pārvar ne tikai kaitīgo un lietderīgo pretestību, bet paātrina arī masas, paceļ locekļu smagumcentrus un saspiež elastīgus elementus vai notiek pretējie procesi. Tādēļ lietderības koeficients var iznākt gan ļoti

mazs, gan lielāks par 1. Lietderības un zudumu koeficientu par mehānismu enerģētiskās lietderības kritērijiem var uzskatīt tikai tad, ja tie attiecas uz laika sprīdi, kurā derīgs darba bilances vienādojums (13.3). Taču kinemātiskos pārus var raksturot ar acumirkļīgiem koeficientiem, jo te nāv minēto faktoru, kas šiem koeficientiem neļauj būt par enerģētiskās lietderības kritērijiem, vai arī to nozīme ir ignorējama.

Mehānismu teorijā dažkārt lieto spēku pieauguma koeficientu

$$\kappa = \frac{P}{Q} = \frac{M_P}{M_Q}, \quad (14.8)$$

kur spēki  $P$  un  $Q$  var nebūt tangenciāli. Ja tie ir tangenciāli, tad, ievērojot formulu (14.6), mehānismiem ar konstantu pārneseuma attiecību

$$\eta \kappa = 1. \quad (14.9)$$

Šī formula saista dažādu parādību kritērijus.

## 14-2. Saliktas sistēmas lietderības koeficients

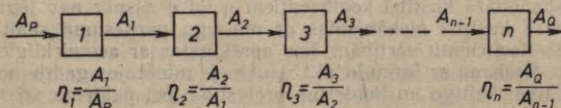
Izgatavotai mašīnai lietderības koeficientu var atrast eksperimentāli — uz spēku un ātrumu mērījumu pamata. Jaunkonstruējamai mašīnai, agregātam, plūsmas līnijai, lietderības koeficientu aprēķina, izejot no atsevišķu mehānismu lietderības koeficientiem. Mehānisma lietderības koeficientu var aprēķināt, izmantojot kustīgo savienojumu lietderības koeficientus.

Lai izdarītu minētos aprēķinus, jāzina, kā sistēmas lietderības koeficients saistīts ar sistēmas daļu (mašīnu, mehānismu, kustīgo savienojumu) lietderības koeficientiem. Atbilde uz šo jautājumu atkarīga no sistēmas daļu savienojuma veida. Iespējami trejādi savienojumu veidi: virknes, paralēlais un kombinētais savienojums.

Virknes savienojumā (14-1. zīm.) enerģijas plūsma iet cauri ikvienai sistēmas daļai nesazarodamās. Redzams, ka, sareizinot atsevišķu daļu lietderības koeficientus, iegūst sistēmas lietderības koeficientu, t. i.,

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n. \quad (14.10)$$

No šīs formulas izriet svarīgs secinājums: sistēmas lietderības koeficients ir sliktāks par vissliktākās daļas lietderības koeficientu.



14-1. zīm.

Tādēļ vispirms jācenšas uzlabot tieši vissliktākās daļas lietderības koeficientu. Jo sistēmā vairāk daļu, jo grūtāk sasniegt augstu sistēmas lietderības koeficientu.

Aizvietojot formulā (14.10) lietderības koeficientus ar zudumu koeficientiem atbilstoši formulai (14.4), izdarot reizināšanu un atmetot zudumu koeficientu reizinājumus, iegūst formulu

$$\psi \approx \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \dots + \psi_n. \quad (14.11)$$

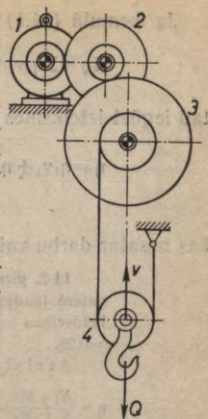
14-1. piemērs. Aprēķināt sloga  $Q=10$  tonnas celšanai vajadzīgā motora jaudu (14-2. zīm.), ja celšanas ātrums  $v=12$  m/min. un daļu pārvažu lietderības koeficienti šādi:  $\eta_{12}=\eta_{23}=0,95$ ,  $\eta_{34}=0,90$ .

At risinājums.

$$\eta = \frac{N_Q}{N_P}, \quad N_Q = \frac{Qv}{60 \cdot 75} = 26,5 \text{ ZS,}$$

$$\eta = 0,95^2 \cdot 0,9 = 0,81.$$

$$N_P = \frac{N_Q}{\eta} = 33 \text{ ZS} = 24 \text{ kW.}$$



14-2. zīm.

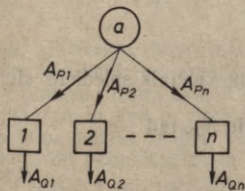
Paralēlā savienojumā (14-3. zīm.) enerģija  $A_P$ , kas izplūst no enerģijas avota  $a$ , un enerģija  $A_Q$ , kas izplūst no sistēmas, ir sadalītas paralēlās plūsmās:

$$A_P = \sum A_{P_i} = v_1 A_{P1} + v_2 A_{P2} + \dots + v_n A_{Pn}, \quad v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1,$$

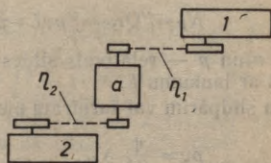
$$A_Q = \sum A_{Q_i} = \mu_1 A_{Q1} + \mu_2 A_{Q2} + \dots + \mu_n A_{Qn}, \quad \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n = 1,$$

kur  $v_i$  un  $\mu_i$  ir sadales koeficienti. Redzams, ka sistēmas lietderības koeficients

$$\eta = \frac{A_{Q_1} + A_{Q_2} + \dots + A_{Q_n}}{A_{Q_1} + \frac{A_{Q_2}}{\eta_2} + \dots + \frac{A_{Q_n}}{\eta_n}}. \quad (14.12)$$



14-3. zīm.



14-4. zīm.

Ja formulā (14.1) ievieto

$$A_Q = \sum \eta_i v_i A_P \text{ vai } A_Q = \sum \mu_i A_{Q_i}, \quad A_P = \sum \frac{\mu_i A_Q}{\eta_i},$$

tad iegūst izteiksmes

$$\eta = \eta_1 v_1 + \eta_2 v_2 + \dots + \eta_n v_n, \quad \eta = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n}{\frac{\mu_1}{\eta_1} + \frac{\mu_2}{\eta_2} + \dots + \frac{\mu_n}{\eta_n}}, \quad (14.13)$$

kas nesatur darbu vai jaudu absolūtās vērtības.

**14-2. piemērs.** Dzinējs *a* piedzen (14-4. zīm.) sūkņus 1 un 2, kas patērē jaudas  $N_1=15$  ZS un  $N_2=20$  ZS. Aprēķināt pārvadu sistēmas lietderības koeficientu un dzinēja efektīvo jaudu, ja  $\eta_1=0,95$  un  $\eta_2=0,98$ .

Atrisinājums.

$$\eta = \frac{N_1 + N_2}{\frac{N_1}{\eta_1} + \frac{N_2}{\eta_2}} = 0,97; \quad N_P = \frac{N_1 + N_2}{\eta} = 36 \text{ ZS.}$$

Kombinētais savienojums ir virknes un paralēlo savienojumu kombinācija. Šādi savienotas sistēmas lietderības koeficienta aprēķināšanai lietojamas virknes un paralēlā savienojuma formulas.

### 14-3. Zemāko kinemātisko pāru un gliemežpārveda lietderības kritēriji

Kinemātiskā pāra lietderības un zudumu koeficientus izteikt kā mehānisma parametru funkcijas ne vienmēr ir iespējams. To nevar izdarīt, piemēram, šarnīriem un slīdpāriem.

Berzes spēku, momentu un jaudas noteikšana kinemātiskos pāros aplūkota 12. nodaļā. Ievērojot formulas (12.9) un (12.29), berzes jauda slīdpārī

$$N_F = f' Q v = f' \rho v L = \psi N_P$$

un šarnīrā

$$N_F = f' Q r \omega = f' \rho v L = \psi N_P,$$

kur  $v$  un  $p$  — relatīvais slīdes ātrums un vidējais spiediens slīdvirsmā ar laukumu  $L$ .

Ja slīdpārī vai šarnīram pievada jaudu  $N_P$ , tad

$$\rho v = \frac{\psi}{f' L} N_P. \quad (14.14)$$

No lieluma  $\rho v$  ir atkarīga dilšana un kinemātiskā pāra kalpoša-

nas laiks. Konstruējot slīdpārus un šarnīrus, ievēro pieļaujamās  $\rho v$  vērtības. Koeficienti  $\eta$  un  $\psi$ , kā redzams, slīdpāros un šarnīros atkarīgi no pārvadamās jaudas.

Skrūves pāros minētos koeficientus nosaka tikai paša kinemātiskā pāra parametri. Pieņemot formulā (12.25) berzes leņķi  $\varphi=0$ , konstatējam, ka skrūves pievilkšanā lietderīgi tiek patērēta jauda  $N_Q = \omega M_Q = \omega Q r_v \operatorname{tg} \alpha$ , bet vajadzīgā dzinējauda  $N_P = \omega M_P$ , kur  $M_P$  no-

teic formula (12.25). Ievietojot šos lielumus formulā (14.1), iegūst lietderības koeficientu skrūves pievilkšanai:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)} \quad (14.15)$$

Skrūves pievilkšana nebūs iespējama pašbremzēšanās dēļ, ja  $\eta < 0$ , t. i., ja  $\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) < 0$  jeb  $\alpha > 90^\circ - \varphi$ . Ja vītne tik stāva, tad pagrieziet uzgriezni pret skrūvi vai skrūvi pret uzgriezni nevar.

Lietderības koeficients  $\eta=0$ , kad  $\alpha=0$  un kad  $\alpha=90^\circ - \varphi$ . Tas nozīmē, ka minētajā intervālā atrodas kāpes leņķis  $\alpha_m$ , kam atbilst maksimālais lietderības koeficients. Diferencējot izteiksmi (14.15) pēc  $\alpha$  un pielīdzinot nullei, atrodam

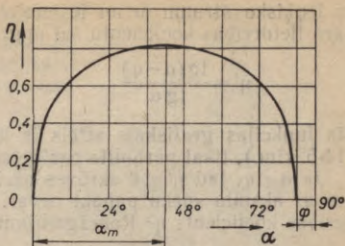
$$\alpha_m = 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \quad (14.16)$$

Ievietojot šo izteiksmi formulā (14.15), iegūst vislielāko iespējamo skrūves pāra lietderības koeficientu:

$$\eta_{\max} = \frac{\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)} = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (14.17)$$

Ja, piemēram, taisnstūrveida vītņēs ir berzes koeficients  $f=0,1$ , tad berzes leņķis  $\varphi = \operatorname{arctg} f = 6^\circ$  un  $\alpha_m = 42^\circ$ ,  $\eta_{\max} = 0,81$ . Šim gadījumam sniegts formulas (14.15) attēls 14-5. zīmējumā. Ja vītne nav taisnstūrveida, tad  $\varphi$  vietā jāliek pēc formulas (12.28) aprēķinātais reducētais berzes leņķis. Formula (14.15) derīga aptuvenai berzes ievērošanai gliemežpārvalda sažobē, ja dzenošais ir gliemezis.

Ja skrūves vai uzgriežņa griešanos grib panākt ar aksiālu spēku  $Q$ , tad šis spēks rada dzinējmomentu  $M_P = Q r_v \operatorname{tg} \alpha$ , bet lietderīgās pretestības momentu nosaka formula (12.26). Reizinot šos momentus



14-5. zīm.

ar leņķisko ātrumu  $\omega$  un ievietojot formulā (14.1), iegūst skrūves pāra lietderības koeficientu šai apgrieztajai kustībai:

$$\eta' = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \varphi)}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (14.18)$$

Šīs funkcijas grafiskais attēls ir līdzīgs funkcijas (14.15) attēlam (14-5. zīm.), tikai pārbidīts par berzes leņķi  $\varphi$  uz labo pusi.

Ja  $\alpha < \varphi$ , tad  $\eta' < 0$  skrūves pāris ir pašbremzējošs, kurā griešanos ar aksiālu spēku panākt nevar. Kāds ir šāda skrūves pāra lietderības koeficients  $\eta$ ? Robežgadījumā  $\alpha = \varphi$  un

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{2} - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{2}.$$

Tātad, ja skrūve no aksiāla spēka neatskrūvējas, tad skrūves pāra lietderības koeficients skrūves pievilksanai ir mazāks par 0,5.

Formula (14.18) derīga gliemežpārvaldu sažobei, ja dzenošais ir gliemežrats.

#### 14-4. Augstāko kinemātisko pāru lietderības kritēriji

Augstāko pāru lietderības, zudumu un spēku pieauguma koeficientus parasti var izteikt kā berzes koeficientu un dažu mehānisma izmēru funkcijas. Velšanās pretestību augstākos pāros ignorē, jo tā ir daudz mazāka par slīdes berzi.

Aplūkojam izcilņu mehānismu (14-6. zīm.) ar plakanu bīdītāju. Uz bīdītāju darbīgo spēku  $Q$  pieņemam par pāru 12 un 23 lietderīgo pretestību, bet normālreakciju  $N_{12}$  — par dzinējspēku. Sastādām bīdītāja līdzsvara vienādojumus:

$$\left. \begin{aligned} N_{12} - f'_{32} N'_{32} - f'_{32} N''_{32} &= Q, \\ f_{12} N_{12} + N'_{32} - N''_{32} &= 0, \\ x N_{12} + (l - y) N'_{32} - (l - y + b) N''_{32} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Pēdējā vienādojumā ignorēts bīdītāja kāta šķērsizmērs. Izslēdzot no pirmajiem diviem un pēdējiem diviem vienādojumiem normālreakciju  $N'_{32}$ , pieņemot reizinājumu  $f_{12} f'_{32}$  par nulli un izslēdzot reakciju  $N''_{32}$  no iegūtajiem diviem vienādojumiem, dabūjam vienādojumu

$$N_{12} - 2f'_{32} \frac{x}{b} N_{12} = Q. \quad (2)$$

Spēki  $Q$  un  $N_{12}$  pielikti vienam loceklim un to iedarbes punkti kustas ar vienu ātrumu. Tāpēc jaudu attiecība ir vienāda ar spēku attiecību un minēto pāru lietderības koeficients

$$\eta = 1 - 2f'_{32} \frac{x}{b}. \quad (14.19)$$

Sis lietderības koeficients atbilst mehānisma acumirkīgam stāvoklim, jo lielumi  $x$  un  $y = r_0 + s$  mainās. Bīdītāja ātrums  $v = v_S \cos \alpha = \omega \cdot OS \cdot \cos \alpha = \omega x$ , tātad

$$x = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\varphi} \quad (14.20)$$

Spēku pieauguma koeficients

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{R_{12}}{Q} = \frac{N_{12}}{Q} \sqrt{1 + f_{12}^2} = \\ &= \frac{\sqrt{1 + f_{12}^2}}{\eta} \end{aligned} \quad (14.21)$$

Garums  $b$  ir slīdpāra 23 aprēķina lielums, kura noteikšana parastam slīdpārim aplūkota 12-2. paragrāfā.

Ja bīdītājam ir rullītis (11-1. zīm.), tad kustīgo savienojumu 12 un 23 lietderības koeficientu, kura izvedums dots darbā [110], izsaka šādi:

$$\eta = 1 - f'_{32} \left( 1 + 2 \frac{a}{b} \right) \operatorname{tg}(\theta + \varphi). \quad (14.22)$$

Šeit  $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Q}{r}$ , kur  $Q$  — rulliņa šarnīra berzes aploces rādiuss un  $r$  — rulliņa rādiuss. Spēku pieauguma koeficients

$$\kappa = \frac{1}{\eta \cos \theta}. \quad (14.23)$$

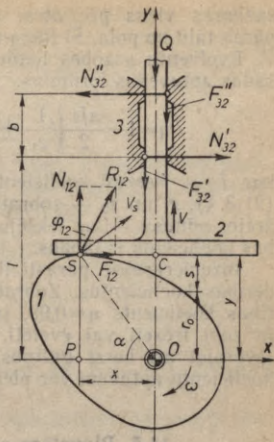
Augstākam pārim, kas atrodas starp diviem rotējošiem locekļiem (12-15. zīm.), lietderības koeficients

$$\eta = 1 - \frac{N_F}{M_1 \omega_1}.$$

Izsakot berzes jaudu  $N_F$  ar formulu (12.40) un  $M_1$  ar spēkiem  $N$  un  $F$ , iegūstam, ka

$$\eta = 1 - \frac{f_{12} \cdot SP}{n + m f_{12}} (1 + i_{21}), \quad (14.24)$$

kur  $n$  un  $m$  — spēku  $N$  un  $F$  pleci pret locekļa 1 rotācijas asi. Redzam, ka lietderības koeficients samazinās, palielinoties pārnesuma attiecībai  $i_{21}$  un pieaugot saskarpunkta  $S$  atstatumam no relatīvā pola  $P$ . Pēdējā apstākļa dēļ izdevīgi lietot vairākus izciļņus, kas



14-6. zīm.

saskaras viens pēc otra, tādējādi neļaujot saskarpunktam aiziet pārāk tālu no pola. Šī ideja realizējas zobratu pārvados.

Evolventu sazobes lietderības koeficientu var aprēķināt [94] pēc šādas aptuvenas formulas:

$$\eta = 1 - \frac{\pi f \varepsilon}{2} \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right), \quad (14.25)$$

kur  $f$  — berzes koeficients sazobē,  $\varepsilon$  — pārseguma koeficients (21-3. §),  $z_1$  un  $z_2$  — zobratu zobu skaiti, bet plusa zīme attiecas uz ārējo, mīnusa — uz iekšējo sazobi. Tātad iekšējās sazobes lietderības koeficients ir labāks.

Inženierpraksē parasti lieto eksperimentāli atrastos sazobju lietderības koeficientus. Zobratiem ar taisniem zobiem sazobes lietderības koeficients  $\eta \approx 0,99$ , ja zobu darba virsmas slīpētas;  $\eta \approx 0,98$ , ja zobi frēzēti vai ēvelēti. Zobratiem ar slīpiem zobiem  $\eta \approx 0,97$ . Ievērojot arī berzi gultņos, vienkārša zobratu pārvada lietderības koeficientu aptuveni var pieņemt robežās no 0,95 līdz 0,98.

#### 14-5. Planetāro zobratu mehānismu lietderības koeficients

Šajos mehānismos ar nedaudz zobratiem var sasniegt ļoti lielas un ļoti mazas pārnesumu attiecības (7-2. §). Lai varētu spriest par šo iespēju praktisku izmantošanu, jāaprēķina izraudzītā planetārā pārvada lietderības koeficients, jo var gadīties, ka tas ir pārāk zems vai pat negatīvs (pārvads ir pašbremzējošs).

Aplūkojam planetpārvadu (14-7. zīm.), kuram pārnesumu attiecība

$$i_{1H} = 1 - i_{1n}^H. \quad (7.7)$$

Zobratam 1 un vadīklai H pieliktos ārējo spēku momentus apzīmējam ar  $M_1$  un  $M_H$ . Ja dzenošais ir zobrats 1, t. i., piedzīšanas virziens ir 1-H, tad vienmērīgā kustībā

$$M_1 \omega_1 \eta + M_H \omega_H = 0,$$

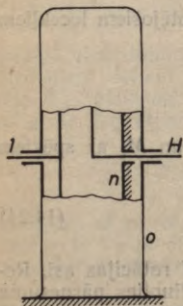
kur  $\eta$  — planetpārvada lietderības koeficients. Ja dzenošais ir vadīkla, tad

$$M_1 \omega_1 + M_H \omega_H \eta = 0.$$

Abus pēdējos vienādojumus apvienojam vienā vienādojumā

$$M_1 i_{1H} \eta^k + M_H = 0, \quad (1)$$

kur kāpinātājs  $k=1$  atbilst piedzīšanas virzienam 1-H, bet  $k=-1$  piedzīšanas virzienam H-1.



14-7. zīm.

Izdarot inversiju, t. i., piešķirot mehānismam iedomātu rotāciju ap asi  $l-H$  ar leņķisko ātrumu  $-\omega_H$ , iegūstam apgriezto pārvadu ar nekustīgām asīm, kura zobrata  $l$ , saulesrata  $n$  un vadīklas  $H$  leņķiskie ātrumi ir šādi:

$$\omega'_1 = \omega_1 - \omega_H, \quad \omega'_n = -\omega_H, \quad \omega'_H = 0.$$

Pieņemsim, ka apgrieztā pārvada zobratam  $l$  pielikts iepriekšējais moments  $M_1$  un pārvada lietderības koeficients ir  $\eta_H$ . Piedzišanas virzieniem  $l-n$  un  $n-l$  atbilst vienādojumi

$$M_1 \omega'_1 \eta_H + M_n \omega'_n = 0, \quad M_1 \omega'_1 + M_n \omega'_n \eta_H = 0,$$

kurus apvienojam vienā vienādojumā

$$M_1 i_{1n}^H \eta_H^h + M_n = 0, \quad (2)$$

kur  $h=1$  atbilst piedzišanas virzienam  $l-n$ , bet  $h=-1$  piedzišanas virzienam  $n-l$ .

Vienmērīgā kustībā kā īstenam, tā apgrieztam pārvadam pieliktie ārējie momenti līdzsvarojas

$$M_1 + M_H + M_n = 0. \quad (3)$$

Istenībā pārvadā  $M_n$  ir zobratam  $n$  pieliktais balsta  $O$  reakcijas moments. Ievietojot vienādojumā (3) no vienādojumiem (1) un (2) izteiktos momentus  $M_H$  un  $M_n$ , iegūstam planetpārvada lietderības koeficienta aprēķināšanas formulu

$$i_{1H} \eta^h = 1 - i_{1n}^H \eta_H^h, \quad (4)$$

kas atgādina planetpārvada pārnesuma attiecības izteiksmi (7.7). Ievietojot šeit  $i_{1n}^H = 1 - i_{1H}$ , formulu (4) galīgā veidā rakstām šādi:

$$i_{1H} \eta^h = 1 - (1 - i_{1H}) \eta_H^h. \quad (14.26)$$

Šīs formulas lietošanai jāiemācas noteikt kāpinātāja  $h = \pm 1$  zīmes, kas attiecas uz apgrieztā pārvada piedzišanas virzieniem  $l-n$  un  $n-l$ . Kā zināt, kad katrs no šiem virzieniem būs? Atbildes atrašanās jāievēro, ka dzenošam ratam pieliktā momenta virziens sakrīt ar dzenošā rata leņķiskā ātruma virzienu, bet dzītajam ratam — nesakrīt.

Ja īstenā pārvadā zobrats  $l$  ir dzenošais ( $k=1$ ) un

$$\frac{\omega'_1}{\omega_1} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_1} = 1 - i_{H1} = 1 - \frac{1}{i_{1H}} > 0, \quad (5)$$

tad leņķiskais ātrums  $\omega'_1$  ies momenta  $M_1$  virzienā un  $h=1$ . Nevienlīdzība (5) apmierināta tad, kad planetpārvada pārnesuma attiecība  $i_{1H} < 0$  un kad  $i_{1H} > 1$ . Ja  $0 < i_{1H} < 1$ , tad nevienlīdzība (5) nav apmierināta un  $h=-1$ .

Ja īstenā pārvadā vadītāja  $H$  ir dzenošā ( $k = -1$ ), tad  $M_1$  vērts pretēji  $\omega_1$  un arī apgrieztā pārvadā zobrats  $I$  būs dzītais ( $h = -1$ ), ja apmierināta nevienlīdzība (5). Pretējā gadījumā  $h = 1$ .

Tagad formulas (14.26) lietošanas pamācību var izteikt tabulas veidā.

Piedzīšanas virziens	$k$	$h$	
		$0 < i_{IH} < 1$	pārējos gadījumos
$1-H$	1	-1	1
$H-1$	-1	1	-1

Apgrieztais pārvads ir parasts zobratu pārvads ar nekustīgām asīm. Tāpēc tā lietderības koeficientu aprēķina pēc formulas (14.10):

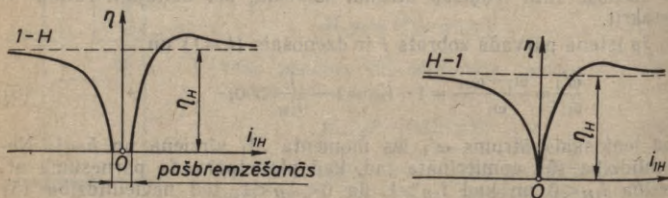
$$\eta_H = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_m,$$

kur  $m$  — apgrieztā pārvada pakāpju skaits. Vienas šī pārvada pakāpes lietderības koeficientu var pieņemt iepriekšējā paragrafa beigās uzrādītās robežās.

14-8. zīmējumā formula (14.26) attēlota grafiski katram planetpārvada piedzīšanas virzienam. Redzam, ka pašbremzēšanās iespējama tikai tad, kad zobrats  $I$  ir dzenošais: ja  $k = 1$  un  $0 < i_{IH} < 1$ , tad atbilstoši tabulai  $h = -1$  un lietderības koeficients (14.26) ir negatīvs, ja  $i_{IH} < 1 - \eta_H$ ; pārējos gadījumos  $h = 1$  un  $\eta < 0$  tad, kad  $i_{IH} > 1 - \frac{1}{\eta_H}$ . Tātad pašbremzēšanās diapazons

$$1 - \frac{1}{\eta_H} < i_{IH} < 1 - \eta_H. \quad (14.27)$$

Redzam, ka planetpārvada lietderības koeficients var būt lielāks par tam atbilstošā zobratu pārvada ar nekustīgām asīm lietderības koeficientu  $\eta_H$ .



14-8. zīm.

Diferenciālpārvals rodas, ja 14-7. zīmējumā arī zobrats  $n$  ir kustīgs. Sakarības starp momentiem  $M_1$ ,  $M_H$  un  $M_n$  noteic vienādojumi (2) un (3), kur  $h=1$ , ja

$$\frac{N_1^H}{N_1} = \frac{M_1(\omega_1 - \omega_H)}{M_1\omega_1} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_1} > 0,$$

bet pretējā gadījumā  $h=-1$ .

Ja dzenošie ir zobrats  $n$  un vadikla  $H$ , tad saskaņā ar formulu (14.1) diferenciālpārvalda lietderības koeficients

$$\eta = - \frac{M_1\omega_1}{M_n\omega_n + M_H\omega_H}. \quad (6)$$

Mīnusa zīme ir tāpēc, ka atšķirībā no formulas (14.1) šeit jaudas ir algebriski lielumi. Ievietojot formulā (6) no vienādojumiem (2) un (3) izteiktus momentus  $M_n$  un  $M_H$ , iegūst

$$\eta = \frac{1}{i_{1n}^H \eta_H^h \frac{\omega_n}{\omega_1} + (1 - i_{1n}^H \eta_H^h) \frac{\omega_H}{\omega_1}}. \quad (14.28)$$

Ja dzinēji ir zobrati  $I$  un  $n$ , tad

$$\eta = - \frac{M_H\omega_H}{M_1\omega_1 + M_n\omega_n}$$

un, rikojoties kā iepriekš, dabū

$$\eta = \frac{1 - i_{1n}^H \eta_H^h}{\frac{\omega_1}{\omega_H} - i_{1n}^H \eta_H^h \frac{\omega_n}{\omega_H}}. \quad (14.29)$$

Diferenciālpārvaldos, tāpat kā planetpārvaldos, apzīmējumus  $I$  un  $n$  var mainīt ar vietām.

14-3. piemērs. Aprēķināt 7-4. piemērā aplūkotā planetpārvalda lietderības koeficientu abiem piedzišanas virzieniem, pieņemot, ka planetpārvaldam atbilstošā zobratu pārvalda ar nekustīgām asīm lietderības koeficients  $\eta_H=0,98$ .

Atrisinājums. Lietojot formulu (14.27), noskaidrojam, ka piedzišanas virzienam  $I-H$  un dotajam  $\eta_H=0,98$  katrs planetpārvalds ir pašbremzējošs, ja tā pārnesuma attiecība atrodas robežās  $-0,0204 < i_{IH} < 0,02$ . Aplūkojam planetpārvaldam  $i_{IH}=0,0001$ . Tātad šis planetpārvalds nav piedzenams virzienā  $I-H$ . Ja dzinējs ir vadikla  $H$ , tad saskaņā ar tabulu  $k=-1$ ,  $h=1$  un pēc formulas (14.26) iegūstam  $\eta=0,005$ .

## 14-6. Mehānismu lietderības koeficienta aprēķināšana

Vispārīgā metode mehānismu lietderības koeficienta aprēķināšanai ir šāda. Ignorējot berzi, izdara mehānisma kinetostatisko aprēķinu pietiekami daudziem mehānisma stāvokļiem vienā stacionāras kustības ciklā. Lietojot kinetostatiskā aprēķinā atrastās normālreakcijas un dotos vai izvēlētos berzes koeficientus, aprēķina uz galveno locekli reducēto berzes momentu (13-5. piemērs) tiem pašiem mehānisma stāvokļiem. Grafiski vai skaitliski integrējot, nosaka berzes darbu ciklā:

$$A_F = \int_0^{\varphi_c} M_F d\varphi.$$

Izmantojot doto dzinējspēka vai lietderīgās pretestības spēka maiņas likumu, aprēķina uz galveno locekli reducēto dzinējmomentu  $M_P$  vai lietderīgās pretestības momentu  $M_Q$  pietiekami daudziem mehānisma stāvokļiem vienam stacionāras kustības ciklam. Integrējot atrod, ka

$$A_P = \int_0^{\varphi_c} M_P d\varphi \quad \text{vai} \quad A_Q = \int_0^{\varphi_c} M_Q d\varphi,$$

un pēc formulas (14.2) vai (14.1) aprēķina mehānisma lietderības koeficientu. Analogiski rikojas, ja galvenais loceklis kustas virzes kustībā.

Darbus  $A_P$ ,  $A_Q$ ,  $A_F$  saista darba bilances vienādojums (13.3), tāpēc vienu no tiem var aprēķināt no šī vienādojuma.

Minētais mehānisma lietderības koeficienta aprēķins prasa diezgan daudz pūļu. Iegūtā rezultāta pareizība atkarīga galvenokārt no aprēķinā lietoto berzes koeficientu atbilstības īstenībai. Ievērojot minētās grūtības, konstruktori bieži izmanto eksperimentāli iegūtās lietderības koeficientu vērtības dažāda tipa mehānismiem vai to mezgliem. Tādā gadījumā kopējo mehānisma lietderības koeficientu aprēķina atkarībā no mezglu savienojuma veida (14-2. §).

## 15. NODAĻA

### MASINAGREGĀTA GAITAS REGULĒŠANA

#### 15-1. Stacionāras kustības ātruma nevienmērības noteikšana

Mašīnagregātā stacionārā kustība tikai retos gadījumos ir vienmērīga (13-1. §). Parasti agregātā darbojas mainīgi spēki un ir locekļi, kas kustas ar paātrinājumiem arī tad, kad galvenais loceklis kustas vienmērīgi. Abu iemeslu dēļ galvenā locekļa leņķiskais

ātrums stacionārā kustībā periodiski mainās, cikla sākumā un beigās saglabājot vienu un to pašu vērtību  $\omega_0$ . Šo maiņu pieņemts raksturot ar ātruma nevienmērības pakāpi (nevienmērības koeficientu)

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{vid}}} ; \quad (13.39)$$

kur  $\omega_{\max}$  un  $\omega_{\min}$  — absolūtie ātruma ekstrēmi ciklā (15-1. zīm.); 15-1. zīm.

$\omega_{\text{vid}}$  — vidējais ātrums.  
Istenais vidējais ātrums

$$\omega_{\text{vid}} = \frac{\varphi_c}{T}, \quad (15.1)$$

kur  $\varphi_c$  — galvenā locekļa pagriezienu leņķis ciklā,  $T$  — periods jeb cikla laiks. Tā kā

$$\varphi_c = \int_0^T \omega dt,$$

tad leņķi  $\varphi_c$  izsaka (15-1. zīm.) vienam periodam atbilstošais laukums zem līknes  $\omega = \omega(t)$ . Vispār līkni  $\omega = \omega(t)$  sauc par *tahogrammu*; to eksperimentāli var pierakstīt ar tahogrāfu.

Aprēķinot agregāta kustību (13. nod.), parasti iegūst funkciju  $\omega = \omega(\varphi)$ , kuru izmantojot var aprēķināt periodu

$$T = \int_0^{\varphi_c} \frac{d\varphi}{\omega}$$

un tad pēc formulas (15.1) vidējo ātrumu. Taču vienkāršāk ir aprēķināt līknes  $\omega = \omega(\varphi)$  vidējo ordināti un pieņemt to par vidējā ātruma aptuvenu vērtību:

$$\omega_{\text{vid}} \approx \frac{1}{\varphi_c} \int_0^{\varphi_c} \omega d\varphi. \quad (15.2)$$

Izteiksmes labo pusi sauc par *planimetrisko vidējo ātrumu*.

Tuvs īstenam vidējam ātrumam ir agregāta galvenās vārpstas *nominālais ātrums*

$$\omega_{\text{vid}} \approx \frac{\pi n}{30}. \quad (15.3)$$

Nevienmēribas pakāpes aprēķinos īstenā vidējā ātruma vietā parasti lieto *aritmētisko vidējo ātrumu*

$$\omega_{\text{vid}} \approx \frac{\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}}{2} \quad (15.4)$$

Nevienmēribas pakāpe ir svarīgs stacionāras kustības parametrs. Ātruma nevienmēriba rada dinamiskās papildpiepūles mehānisma elementos, izraisa to elastīgās svārstības, pazemina lietderības koeficientu un daudzus gadījumos negatīvi ietekmē darba mašīnas tehnoloģisko procesu. Minēto iemeslu dēļ dažādiem mašīnu tipiem pieņemti nevienmēribas pakāpes pieļaujamo vērtību intervāli, piemēram: maiņstrāvas ģeneratoriem 1/300—1/200, līdzstrāvas ģeneratoriem 1/200—1/100, iekšdedzes motoriem 1/80—1/50, metālapstrādes mašīnām 1/50—1/20, lauksaimniecības mašīnām 1/50—1/10, sūkņiem 1/30—1/5. Arī pārāk maza nevienmēribas pakāpe nav izdevīga, jo tā, kā vēlāk redzēsīm, palielina mašīnas svaru.

Nevienmēribas pakāpe raksturo agregāta stacionāro kustību nepilnīgi. Ja, piemēram, cikla tahogrammai ar absolūtiem ekstrēmiem  $\omega_{\text{max}}$  un  $\omega_{\text{min}}$  būtu nevis četri ekstrēmi (15-1. zīm.), bet vairāk, tad agregāts darbotos ar lielākiem paātrinājumiem, kaut gan nevienmēribas pakāpe tā pati. Tāpēc vēlams noteikt arī *dinamiskuma koeficientu*

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{\text{max}}}{\omega_{\text{vid}}^2} \quad (15.5)$$

kur  $\varepsilon_{\text{max}}$  — galvenā locekļa maksimālais leņķiskais paātrinājums stacionārās kustības ciklā. Ja reizina skaitītāju un saucēju ar vidējo reducēto inerces momentu, tad  $\kappa$  aptuveni izsaka maksimālā reducētā momenta un divkāršas agregāta vidējās kinētiskās enerģijas attiecību.

Ātrumiem  $\omega_{\text{min}}$  un  $\omega_{\text{max}}$  atbilstošie leņķi  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$  analītiski aprēķināmi kā transcendentu vienādojumu saknes. Lai izvairītos no šīs neērtības, dažreiz nevienmēribas pakāpes vietā lieto *nevienmēribas mēru*:

$$\Delta = \frac{1}{\varphi_c} \int_{\varphi_0}^{\varphi_c} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{\text{vid}}}\right)^2 d\varphi \quad (15.6)$$

kas ir relatīvā vidējā kvadrātiskā novirze no vidējā ātruma.

Aplūkosim agregāta ātruma nevienmēribas pakāpes aprēķināšanu.

So uzdevumu var atrisināt, integrējot agregāta kustības diferenciālvienādojumu no kustības sākuma. Iegūst tahogrammu  $\omega = \omega(t)$  kā ieskriešanās, tā stacionārās kustības posmam. Ar stacionārās kustības ātruma absolūtiem ekstrēmiem  $\omega_{\text{max}}$  un  $\omega_{\text{min}}$  pēc formulas (13.39) aprēķina nevienmēribas pakāpi. Šāda tipa atrisinājums parādīts 13-9. zīmējumā, kur tahogrammas vietā konstruēta Viten-

bauera diagramma; tās slēgtajai daļai no koordinātu sākuma novilktais tangentes arī dod iespēju noteikt  $\omega_{\max}$  un  $\omega_{\min}$  pēc formulām (13.38).

Minētais atrisinājums ir darbietilpīgs, un tā rezultātā iegūst pilnīgu ieskriešanās un stacionāras kustības ainu, kas nebija prasīta. Uzdevuma vienkāršākie atrisinājumi aptver tikai stacionārās kustības ciklu. Aplūkosim divus šī tipa atrisinājumus.

Integrē agregāta kustības diferenciālvienādojumu stacionārai kustībai skaitliski vai grafiski, iegūstot periodisku atrisinājumu tahogrammas  $\omega = \omega(t)$  veidā. Grūtības sagādā sākuma leņķiskā ātruma  $\omega_0$  noteikšana, jo jāintegrē tā, lai iegūtajai tahogrammai ordiņnāte cikla sākumā un beigās būtu vienāda (15-1. zīm.). Sākuma leņķiskā ātruma noteikšanai izstrādātas dažādas metodes [10, 45, 110].

Pārskatāmāks un secinājumiem bagātāks ir otrais atrisinājums, kur konstruē Vitenbauera diagrammu stacionārai kustībai, veidojot tikai daļu no 13-9. zīmējuma. Vispirms konstruē reducēto momentu diagrammu vienam ciklam tā, lai laukumi starp reducētā dzinējmomenta  $M_P$  un reducētā pretestības momenta  $M_S$  līknēm būtu vienādi. Tad reducētā momenta  $M_r = M_P - M_S$  darbs ciklā būs nulle un kinētiskā enerģija cikla sākumā un beigās būs vienāda. Uzzīmē arī reducētā inerces momenta  $I_r$  līkni ciklam.

Pakāpeniski summē laukumu strēmelītes starp  $M_P$  un  $M_S$  līknēm un pēc 13-6. paragrāfā aprakstītās metodes konstruē kinētiskās enerģijas pieauguma  $\Delta E$  līkni, pieņemot cikla sākumā  $\Delta E = 0$ . Šīs līknes aizņemtā taisnstūra garums ir  $\varphi_c$ , bet augstumu nosaka taisnes  $a$  un  $b$ , kas pieskaras līknei tās absolūto ekstrēmu punktus, kuros agregāta kinētiskā enerģija ir  $E_{\min}$  un  $E_{\max}$ .

Izmantojot  $\Delta E$  un  $I_r$  līknes, konstruē Vitenbauera diagrammu; tā stacionārai kustībai ir slēgta līkne, kas iekļaujas taisnstūrī, kura garumu nosaka reducētā inerces momenta svārstības, bet augstumu — kinētiskās enerģijas svārstības starp taisnēm  $a$  un  $b$ .

Lai  $\Delta E$  līkne kļūtu par pilnas kinētiskās enerģijas  $E$  līkni, jāatrod  $E$  līknes koordinātu sākums, t. i.,  $\varphi$  ass novietojums. Šai nolūkā atstatumu starp taisnēm  $a$  un  $b$  daļa uz pusēm un no dalījuma punkta atliek uz leju agregāta vidējai kinētiskai enerģijai

$$E_{\text{vid}} = \frac{I_r \text{ vid } \omega_{\text{vid}}^2}{2} \quad (15.7)$$

atbilstošu atstatumu, tā iegūstot  $\varphi$  ass novietojumu un Vitenbauera diagrammas koordinātu sākumu  $O$  uz  $\varphi$  ass turpinājuma. Šai formulai  $I_r \text{ vid}$  atrod no  $I_r$  līknes, bet  $\omega_{\text{vid}}$  pēc formulas (15.3). No punkta  $O$  novelk pieskares Vitenbauera līknei, nosaka to leņķus  $\psi_{\max}$  un  $\psi_{\min}$  un pēc formulām (13.38), (15.4), (13.39) aprēķina agregāta nevienmērības pakāpi.

So principiāli precīzo metodi var uzlūkot par vispārīgu, jo stacionārā kustībā visi reducētie momenti ir periodiskas leņķa  $\varphi$  funkcijas

pat tad, ja kāds no tiem atkarīgs, no laika vai ātruma. Tiesa, pēdējā gadījumā būs grūtības ar attiecīgā reducētā momenta liknes kaut aptuvenu konstruēšanu, jo funkcija  $\omega = \omega(\varphi)$  nav vēl zināma. Pirmā tuvinājumā attiecīgo reducēto momentu var pieņemt ciklā par konstantu, aprēķinot tā vērtību ar fomulai (15.3) atbilstoši  $\omega_{vid}$ .

Iegūtais atrisinājums sniedz ne tikai nevienmērības pakāpi, bet ļauj arī noskaidrot trīs svarīgus apstākļus.

1. Stacionārai kustībai konstruētās Vitenbauera liknes (13-9. zīm.) punkti  $a$  un  $b$  atbilst galvenā locekļa leņķiem  $\varphi_a$  un  $\varphi_b$ , kuros agregāta kinētiskā enerģija ir  $E_{min}$  un  $E_{max}$ , bet punkti 1 un 2 atbilst leņķiem  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$ , kuros galvenā locekļa leņķiskais ātrums ir  $\omega_{min}$  un  $\omega_{max}$ . Minētos leņķus atrod tāpat kā Vitenbauera diagrammas punktam  $i$  atbilstošo galvenā locekļa leņķi  $\varphi_i$ . To atrašana parādīta arī 15-2. zīmējumā.

Tātad vispār  $\varphi_1 \neq \varphi_a$  un  $\varphi_2 \neq \varphi_b$ , t. i., agregāta kustības ātrums nesasniedz ekstremālās vērtības tajos pašos mehānisma stāvokļos, kur agregāta kinētiskā enerģijai ir ekstrēmi. Redzams, ka minētajiem ekstrēmiem atbilstošie stāvokļi sakrīt tad, ja stacionārās kustības Vitenbauera likne ir vertikāls ( $I_r = \text{const}$ ), horizontāls ( $M_r = 0$ ) vai slīps taisnes nogrieznis vai arī tāds liknes segments ar galiem uz taisnēm  $a$  un  $b$ , ka no punkta  $O$  novilktais taisnes pieskaras galos; iespējams arī slēgts poligons, kura divas virsotnes atrodas uz taisnēm  $a$  un  $b$ . Interesants ir gadījums  $M_r = 0$ , kad agregāta kinētiskā enerģija nemainās, bet kustības ātrums mainās.

2. Nevienmērības pakāpe ir nulle tikai tad, kad stacionārās kustības Vitenbauera likne ir punkts ( $I_r = \text{const}$ ,  $M_r = 0$ ) vai caur koordinātu sākumu  $O$  novilktais taisnes nogrieznis. Tātad iespējama tāda  $I_r$  un  $M_r$  savstarpēji atkarīga maiņa, kas rada vienmērīgu galvenā locekļa kustību.

3. Iespējams arī atbildēt uz jautājumu, kas jādara, lai agregāts, saglabājot to pašu  $\omega_{vid}$ , kustētos ar dotu nevienmērības pakāpi  $\delta$ . Tai atbilstošos ātruma absolūtos ekstrēmumus var aprēķināt no formulām (13.39) un (15.4):

$$\omega_{max} = (1 + \frac{\delta}{2}) \omega_{vid}, \quad \omega_{min} = (1 - \frac{\delta}{2}) \omega_{vid}. \quad (15.8)$$

Siem  $\omega_{max}$  un  $\omega_{min}$  pēc formulām (13.38) aprēķināmi jauni Vitenbauera liknes pieskaru virziena leņķi  $\psi_{max}$  un  $\psi_{min}$ . Jaunās pieskares krustojas jaunā punktā  $O$ , kas parasti atrodas pa kreisi no vecā atstatumā  $\tilde{I}_s$  mm un zemāk par veco atstatumā  $\tilde{E}_s$  mm. Tas nozīmē, ka reducētais inerces moments jāpalielina par  $I_s = k_I \tilde{I}_s$  un sakarā ar to agregāta kinētiskā enerģija pieaugs par  $E_s = k_E \tilde{E}_s$ .

Reducēto inerces momentu palielina, ievēdot papildu masas mehānismā, parasti novietojot uz galvenās vārpstas spararatu ar inerces momentu  $I_s$ .

## 15-2. Spararata inerces momenta aprēķins

Iepriekšējā paragrāfa beigās noskaidrots, ka sparrats ir līdzeklis agregāta ātruma svārstību samazināšanai stacionāras kustības ciklā. Spararata inerces momenta aprēķināšanai izstrādātas daudzas metodes. Šeit aprakstīsim tikai dažas no tām. Sāksim ar Vitenbauera metodi, kuras apraksts ir iepriekšējā paragrāfa turpinājums.

Vitenbauera metode [140] parādīta 15-2. zīmējumā, kas konstruēts analogiski 13-9. zīmējumam, tikai visi reducētie momenti apvienoti vienā reducētā momentā, agregāta kinētiskās enerģijas vietā konstruēts kinētiskās enerģijas pieaugums un visas konstrukcijas izdarītas tikai vienam stacionārās kustības ciklam.

Vispirms izraudzītos mērogos  $k_M$  un  $k_\varphi$  konstruē reducētā momenta

$$M_r = M_P + M_Q + M_F + M_G + M_T \quad (15.9)$$

likni, kur galvenā locekļa kustības virzienā vērstie momenti ir pozitīvi, pārējie — negatīvi. So momentu apzīmējumi atbilst vienādojumam (13.1). Ja labās puses locekļiem atbilstošās līknes uzzīmētas, tad laukumiem zem  $M_G$  un  $M_T$  līknēm jābūt nulle.

Parasti no reducēto momentu  $M_P$  un  $M_Q$  līknēm ir dota tikai viena, bet otra jākonstruē tā, lai cikla darbs būtu nulle. Sastopami divējāda tipa gadījumi.

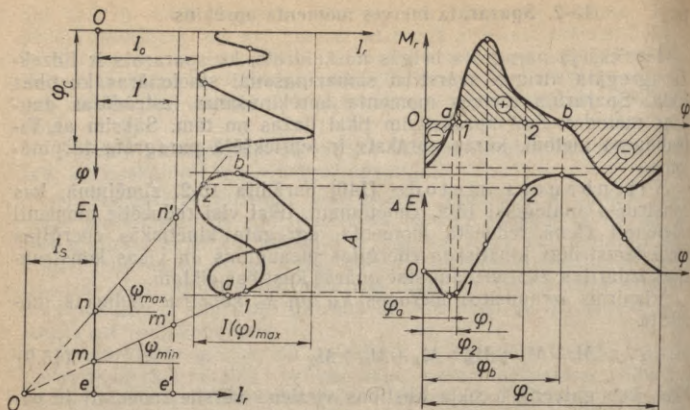
1. Dota līkne  $M_P = M_P(\varphi)$  un zināms, ka  $M_Q = \text{const}$ . Konstruē likni  $M'_P = M_P + M_F + M_G + M_T$  ciklam un, planimetrējot laukumu zem tās, noteic cikla darbu  $A'_P = A_Q$ . Aprēķina  $M_Q$  no vienādojuma  $M_Q \varphi_C = A_Q$  un, lietojot vienādojumu  $M_r = M'_P + M_Q$ , konstruē likni  $M_r = M_r(\varphi)$ . Ja  $M_Q \neq \text{const}$ , tad iepriekš atrastais  $M_Q$  ir vidējā vērtība, kuru var izmantot līknes  $M_Q = M_Q(\varphi)$  konstruēšanai stacionāras kustības ciklam un pēc tam konstruēt  $M_r = M'_P + M_Q$ .

2. Dota līkne  $M_Q = M_Q(\varphi)$  un zināms, ka  $M_P = \text{const}$ . Konstruē likni  $M'_Q = M_Q + M_F + M_G + M_T$  un nosaka cikla darbu  $A'_Q = A_P$ . Aprēķina  $M_P$  no vienādojuma  $M_P \varphi_C = A_P$  un, lietojot vienādojumu  $M_r = M_P + M'_Q$ , konstruē likni  $M_r = M_r(\varphi)$ . Ja  $M_P \neq \text{const}$ , tad rīkojas analogiski iepriekšējam gadījumam.

Abos minētajos gadījumos var dalīt cikla darbu  $A_Q$  vai  $A_P$  ar periodu  $T$ , iegūstot jaudu  $N_Q$  vai  $N_P$ , un meklējamo reducēto momentu aprēķināt no vienādojuma  $M_Q \omega_{\text{vid}} = N_Q$  vai  $M_P \omega_{\text{vid}} = N_P$ . Dzinējjauda  $N_P$  un lietderīgā jauda  $N_Q$  ir svarīgi agregāta raksturlielumi.

Ja papildus aprēķina laukumam zem  $M_F = M_F(\varphi)$  līknes atbilstošo kaitīgās pretestības darbu  $A_F$  ciklam vai jaudu  $N_F$  un ievēro darba bilances vienādojumu (13.3) vai vidējo jaudu bilances vienādojumu (13.4), tad pēc formulām (14.1) vai (14.2) iegūst agregāta lietderības koeficientu.

Likni  $M_r = M_r(\varphi)$  grafiski integrējot, iegūst kinētiskās enerģijas pieauguma  $\Delta E$  likni mērogā  $k_E$ , kura noteikšanu un grafisko



15-2. zīm.

integrēšanu aplūkosim Vitenbauera metodes apraksta beigās. Mērogā  $k_I$  konstruē reducētā inerces momenta  $I_r = I_r(\varphi)$  likni un, beidzot, Vitenbauera likni.

No formulām (13.38) un (15.8) izriet, ka Vitenbauera liknei noveltamo pieskaru virziena leņķu tangensi aprēķināmi šādi:

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} = \frac{k_I}{2k_E} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2 \omega_{\text{vid}}^2, \quad (15.10)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{k_I}{2k_E} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2 \omega_{\text{vid}}^2.$$

Aprēķinātos leņķos novilktais pieskares krustojas punktā  $O$  un dod meklējamo sparrata inerces momentu

$$I_s = k_I \tilde{I}_s = k_I \cdot e\tilde{O}. \quad (1)$$

Ar to aprēķinu varētu uzskatīt par nobeigtu, ja punkts  $O$  neatrastos bieži vien tālu ārpus rasējuma. Nolūkā iegūt ērtāku  $I_s$  aprēķināšanas formulu, nevienmērības pakāpi izsaka šādi:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{vid}}} \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}} = \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2\omega_{\text{vid}}^2}. \quad (15.11)$$

Ievietojot šeit izteiksmes (13.38), iegūst formulu

$$\delta = \frac{k_E}{k_I} \frac{\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min}}{\omega_{\text{vid}}^2}. \quad (15.12)$$

15-2. zīmējumā redzams, ka

$$\operatorname{tg} \psi_{\max} - \operatorname{tg} \psi_{\min} = \frac{\tilde{e}n}{\tilde{e}O} - \frac{\tilde{e}m}{\tilde{e}O} = \frac{\tilde{m}n}{\tilde{e}O}. \quad (2)$$

Ja formulā (15.12) ievieto izteiksmi (2) un ievēro formulu (1), tad

$$\delta = \frac{k_E \cdot \tilde{m}n}{I_s \omega_{\text{vid}}^2} \quad (15.13)$$

un spararata inerces moments

$$I_s = \frac{k_E \cdot \tilde{m}n}{\delta \omega_{\text{vid}}^2}, \quad (15.14)$$

kur  $\tilde{m}n$  — nogriežņa garums milimetros, ko nogriež Vitenbauera liknes pieskares uz  $E$  ass, kas atbilst  $I_r=0$ .

Dažreiz ir izdevīgi izvēlēties tādu mērogu  $k_I$ , ka  $E$  ass atrodas ārpus rasējuma. Tad  $E$  ass vietā izvēlas kādu citu tai paralēlu taisni, kas atbilst reducētā inerces momenta vērtībai  $I'$ , un nogriežņa  $mn$  vietā lieto nogriežni  $m'n'$ . Ievērojot, ka  $k_I \cdot \tilde{e}O = I_s + I'$ , sastādot formulu, kas analogiska formulai (2), un izmantojot formulu (15.12), iegūst

$$I_s = \frac{k_E \cdot \tilde{m}'n'}{\omega_{\text{vid}}^2} - I'. \quad (15.15)$$

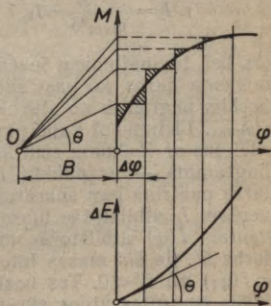
Ja aprēķina rezultātā iznāk  $I_s=0$  vai  $I_s<0$ , tad spararats nav vajadzīgs.

Grafiskā integrēšana parādīta 15-3. zīmējumā, kur pola  $O$  atstātums ir  $B$  mm. Laukums zem  $M$  līknes izteic momenta veikto darbu vai tam ekvivalento kinētiskās enerģijas pieaugumu. Formula (13.16) sniedz šī darba mērogu  $k_A = k_M k_\varphi$  kG·m/mm<sup>2</sup>. Jāaprēķina integrējot iegūtās  $\Delta E$  līknes ordinātu mērogs  $k_E$ . Šajā nolūkā ievērosim, ka leņķi  $\theta$  augšējā un apakšējā diagrammā vienādi, tāpēc

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\tilde{M}}{B} = \frac{\tilde{\Delta E}}{\tilde{\Delta \varphi}},$$

$$\tilde{\Delta E} = \frac{\tilde{M} \tilde{\Delta \varphi}}{B} = \frac{\tilde{\Delta A}}{B},$$

$$\frac{\Delta E}{k_E} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta A}{k_A}.$$



15-3. zīm.

Tā kā  $\Delta E = \Delta A$ , tad

$$k_E = Bk_A = Bk_M k_\varphi \frac{\text{kG} \cdot \text{m} \left( \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{mm}} \right)}{\text{mm}}. \quad (15.16)$$

Integrējot jāievēro (15-2. zīm.), kur  $M_r = 0$ , tur  $\Delta E$  liknei ir ekstrēms; kur  $M_r$  liknei ekstrēms, tur  $\Delta E$  liknei infleksijas punkts.

Vitenbauera metodē nav tuvinājumu. Rezultātu noteiktība atkarīga no izejas datu un grafisko konstrukciju precizitātes. Metodes trūkums, ka formulās (15.14) un (15.15) skaitītāja fizikālā nozīme paliek apslēpta. Lai to noskaidrotu, sastādīsim analītisku spararata inerces momenta izteiksmi. Sai nolūkā lietojam formulu (13.16):

$$I_r(\varphi_2) \frac{\omega_{\max}^2}{2} - I_r(\varphi_1) \frac{\omega_{\min}^2}{2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_r d\varphi.$$

Ievietojot šeit (15-2. zīm.)

$$I_r = I_s + I_0 + I(\varphi), \quad (3)$$

iegūstam vienādojumu

$$(I_s + I_0) \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_r d\varphi - \left[ I(\varphi_2) \frac{\omega_{\max}^2}{2} - I(\varphi_1) \frac{\omega_{\min}^2}{2} \right], \quad (4)$$

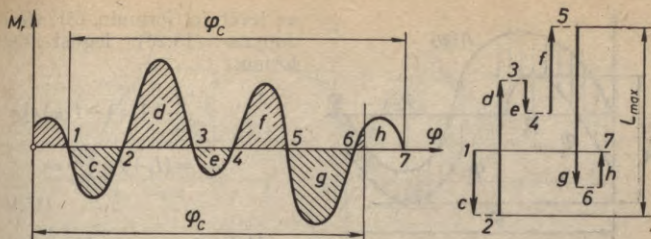
ko, ievērojot formulu (15.11), rakstām formā

$$(I_s + I_0) \delta\omega_{\text{vid}}^2 = A - E'$$

un iegūstam meklējamo spararata inerces momenta izteiksmi

$$I_s = \frac{A - E'}{\omega_{\text{vid}}^2 \delta} - I_0, \quad (15.17)$$

kas bez tuvinājumiem ievēro visus faktorus. Lielums  $A$  ir reducētā momenta darbs, ko pastrādā agregātam pieliktie spēki, ja galvenais loceklis pagriežas no stāvokļa  $\varphi_1$ , kur  $\omega = \omega_{\min}$ , stāvoklī  $\varphi_2$ , kur  $\omega = \omega_{\max}$ . Lielumu  $A$  sauc par *pārpalikušo darbu*; 15-2. zīmējumā tas attēlojas ar laukumu zem  $M_r$  liknes starp ordinātēm 1 un 2, bet  $\Delta E$  diagrammā — ar punktu 1 un 2 ordinātu diferenci. Pārpalikušais darbs paātrina gan spararatu un konstantam reducētam inerces momentam  $I_0$  atbilstošās masas, gan mainīgam reducētam inerces momentam  $I(\varphi)$  atbilstošās masas. Pēdējo paātrināšanai tiek iztērēts darbs  $E'$ . Ja šīs masas intervālā  $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$  palēninās, tad  $I(\varphi_2) < I(\varphi_1)$  un  $E' < 0$ . Tas nozīmē, ka minētās masas daļu savas kinētiskās enerģijas atdos pārējo masu paātrināšanai. Šī enerģija summējas klāt pārpalikušajam darbam, tāpēc dotās nevienmērības uztu-



15-4. zīm.

rēšanai vajadzīgs lielāks spararats. Tieši šāds gadījums parādīts 15-2. zīmējumā.

Formula (15.15) kļūst ekvivalenta formulai (15.17), ja  $I' = I_0$ . Tādā gadījumā Vitenbauera formulas skaitītājs izsaka lielumu  $A - E'$  tad, kad nogrieznis  $m'n'$  ņemts uz taisnes  $I_r = I_0$ , kas pieskaras Vitenbauera liknei no koordinātu sākuma puses.

Formula (15.17) lietojama, ja iepriekš noteikti leņķi  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$ . To var izdarīt, lietojot tālāk aplūkojamo Gutjara metodi.

Visvienkāršākā metode spararata inerces momenta noteikšanai balstās uz formulu

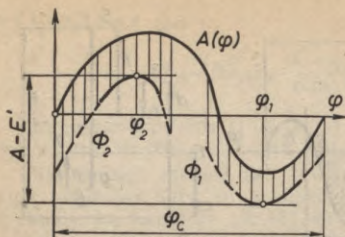
$$I_s = \frac{A}{\delta \omega_{\text{vid}}^2}, \quad (15.18)$$

$$\text{kur } A = \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} (M_P - M_Q) d\varphi.$$

Šī metode ignorē  $I_0$ ,  $M_G$ ,  $M_F$ ,  $M_T$  un pieņem, ka  $I_r = \text{const}$ , kas daudzos gadījumos pieļaujams. Šāda pieņēmuma dēļ ātruma un kinētiskās enerģijas ekstrēmi sakrīt, t. i.,  $\varphi_1 = \varphi_a$ ,  $\varphi_2 = \varphi_b$ . Pārpalikuma darbu  $A$  tad parasti izsaka ar  $M_r(\varphi)$  līknes lielāko laukumu. Tā, piemēram, 15-2. zīmējumā tas ir laukums starp punktiem  $a$  un  $b$ . Taču ir iespējami gadījumi, kad darbu  $A$  izteic vairāki laukumi. Tāpēc darbam  $A$  atbilstošā laukuma  $L_{\text{max}}$  noteikšanai ieteicama 15-4. zīmējumā parādītā metode. Vispirms  $M_r$  diagrammu pārveido tā, lai ciklā ietilptu tikai veseli laukumi, t. i., laukumi starp mezglu punktiem, kuros  $M_r$  līkne krusto asi. Tad konstruē laukumiem atbilstošo vektoru diagrammu, kuras augstums izteic  $L_{\text{max}}$  un ārējās robežas satur mezglus, starp kuriem  $L_{\text{max}}$  ielēgts. 15-4. zīmējumā  $L_{\text{max}} = d - e + f$  un atrodas starp mezgliem 2 un 5.

Gutjara metode [27] balstās uz agregāta kustības diferenciālvienādojumu (13.20). Lietojot substitūcijas

$$\frac{\omega^2}{2} = y, \quad \frac{dy}{d\varphi} = \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon, \quad \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_r d\varphi = A(\varphi)$$



15-5. zīm.

un ievērojot formulu (3), vienādojums (13.20) iegūst šādu formu:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi}[A(\varphi) - I(\varphi)y] &= \\ &= (I_s + I_0) \frac{dy}{d\varphi}. \end{aligned} \quad (15.19)$$

Mehānisma stāvokļos, ko izteic leņķi  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$ , leņķiskais paātrinājums ir nulle. Tāpēc funkcijām

$$\Phi_1 = A(\varphi) - I(\varphi) \frac{\omega_{\max}^2}{2}, \quad \Phi_2 = A(\varphi) - I(\varphi) \frac{\omega_{\min}^2}{2} \quad (15.20)$$

šajos stāvokļos ir ekstrēmi (15-5. zīm.).

Metodes algoritms šāds: konstruē liknes  $I_r = I_r(\varphi)$ ,  $M_r = M_r(\varphi)$ ,  $A = \Delta E = A(\varphi)$ , tāpat kā lietojot Vitenbauera metodi; liknes  $A(\varphi)$  absolūto ekstrēmu tuvumā konstruē likņu  $\Phi_1$  un  $\Phi_2$  segmentus, kuru ekstrēmi dod leņķus  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$  un atstatums starp ekstrēmu pieskarēm mērogā  $k_E$  ir formulās (15.17) skaitītājs  $A - E'$ . Tiešām, izteiksmes labā puse

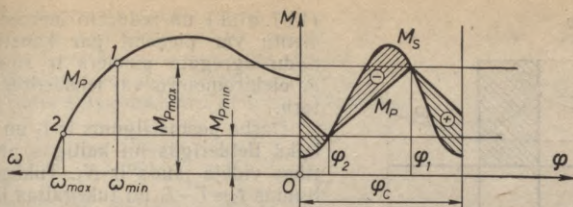
$$\begin{aligned} \Phi_2(\varphi_2) - \Phi_1(\varphi_1) &= \left[ A(\varphi_2) - I(\varphi_2) \frac{\omega_{\max}^2}{2} \right] - \left[ A(\varphi_1) - \right. \\ &\quad \left. - I(\varphi_1) \frac{\omega_{\min}^2}{2} \right] \end{aligned}$$

ir vienāda ar vienādojuma (4) labo pusi.

Agregātiem ar ļoti mainīgu reducēto inerces momentu leņķi  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$  atrodas tālu no  $A(\varphi)$  ekstrēmiem; tad liknes  $\Phi_1$  un  $\Phi_2$  jākonstruē visam ciklam.

Agregātiem ar elektromotoru vai citu dzinēju ar līdzīgu raksturojumu, ja var pieņemt, ka  $I_r = \text{const}$ , noderīga 15-6. zīmējumā parādītā metode [37]. Konstruē elektromotora statisko raksturojumu  $M_P = M_P(\omega)$ . Pēc formulām (15.8) aprēķina  $\omega_{\max}$  un  $\omega_{\min}$ . Līdz ar to kļūst zināms, ka elektromotora moments stacionārā kustībā svārstīsies starp punktiem 1 un 2. Konstruē reducētā pretestības momenta likni  $M_S = M_S(\varphi)$  un arī likni  $M_P = M_P(\varphi)$ , pieņemot, ka šī likne sastāv no taisnes nogriežņiem. Noteic lielākam svīrotam laukumam atbilstošo darbu  $A$  un pēc formulas (15.17) aprēķina spārta inerces momentu, ievērojot, ka  $E' = 0$ . Metode satur hipotēzi par  $M_P$  lineāro maiņu, bet citādu tuvinājumu nav.

Analogiski var rīkoties, ja  $M_S$  ir laika funkcija. Tad  $\varphi$  vietā būs abscisa  $t$ . Taču lielākais laukums tad neizteic darbu, bet impulsu,



15-6. zīm.

kas vienāds ar kustības daudzuma momenta (kinētiskā momenta) pieaugumu  $K$ . Tiešām, saskaņā ar vienādojumu (13.20)

$$M_r dt = I_r d\omega, \quad \int_{\omega_1}^{\omega_2} M_r dt = K = (I_s + I_0) (\omega_{\max} - \omega_{\min}).$$

Ievērojot formulu (13.39), sparrata inerces moments

$$I_s = \frac{K}{\delta\omega_{\text{vid}}} - I_0. \quad (15.21)$$

Ja  $M_s$  ir tik liels, ka  $M_p$  iziet ārpus motora raksturojuma stabilās daļas, tad jālieto reduktors.

Traktoriem sparratu parasti aprēķina tādu, ka tā kinētiskā enerģija iekustina traktoru ar piekabi no miera stāvokļa ( $v_1=0$ ) līdz ātrumam  $v_2$ , kam atbilst sparrata leņķiskais ātrums  $\omega_2$  pēc sajūga ieslēgšanas. Tātad

$$\frac{1}{2} I_s (\omega_1^2 - \omega_2^2) \eta = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} I_r \omega_2^2, \quad (5)$$

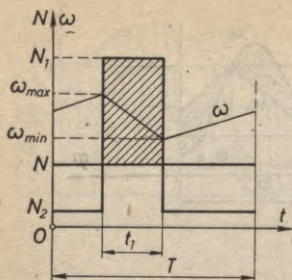
kur  $\omega_1$  — sparrata leņķiskais ātrums pirms sajūga ieslēgšanas,  $m$  — traktora un piekabes masa,  $\eta$  — lietderības koeficients pārvadam no motora uz ritošo daļu, ievērojot braukšanas pretestību. No vienādojuma (5)

$$I_s = \frac{1}{\eta} \frac{I_r}{\xi^2 - 1}, \quad (15.22)$$

kur  $\xi = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ .

Automobiļiem sparrata lielumu parasti noteic eksperimentāli. Tam jābūt pietiekami lielam, lai motors strādātu stabili tukšgaitā ar nelielu ātrumu un būtu ērti palaižams. Pārāk liels sparrats nepieļaujami palielina automobiļa iekustināšanas laiku.

Jaudu metode [101] sparrata inerces momenta aprēķināšanai izdevīga, kad cikls sadalās darba un tukšgaitas posmos



15-7. zīm.

(15-7. zīm.) un reducēto inerces momentu var pieņemt par konstantu. Šādu agregātu piemērs ir ripzāģis ar elektromotoru vai iekšdedzes motoru.

Darba posma ilgums ir  $t_1$  un šajā laikā lietderīgās un kaitīgās pretestības vidējā jauda ir  $N_1$ . Tukšgaitas ilgums  $t_2 = T - t_1$  un tukšgaitas jauda  $N_2$ . Spararats ļauj motora nominālo jaudu  $N$  izvēlēties atbilstošu lietderīgās un kaitīgās pretestības darbam ciklā:  $N(t_1 + t_2) = N_1 t_1 + N_2 t_2$ . Tātad motora jauda

$$N = \frac{N_1 t_1 + N_2 t_2}{t_1 + t_2}. \quad (15.23)$$

Svītrotam laukumam atbilstošo pārpalikuma darbu  $A = (N_1 - N) t_1$ , ko var izteikt arī šādi:

$$A = \frac{(N_1 - N_2) t_1 t_2}{t_1 + t_2}, \quad (15.24)$$

veic iekustinātās masas, atdodot daļu savas kinētiskās enerģijas. Saskaņā ar kinētiskās enerģijas teorēmu un formulu (15.11)

$$A = \frac{1}{2} I_r (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = (I_s + I_0) \delta \omega_{\text{vid}}^2,$$

no kurienes izraudzītai nevienmērības pakāpei atbilstošais spararata inerces moments

$$I_s = \frac{A}{\delta \omega_{\text{vid}}^2} - I_0. \quad (15.25)$$

Ja reducētais inerces moments  $I_r \neq \text{const}$ , tad aprēķinā lietojama tā vidējā vērtība un iegūtais rezultāts būs aptuvens.

### 15-3. Spararata izveidojums, novietojums un efektivitāte

Spararata svars  $G$  ir atkarīgs no spararata izveidojuma. Sastopami divi galvenie varianti — diskevida un gredzenveida spararats. Pēdējā gadījumā rumbas un spieķu daļu inerces momentā  $I_s$  ignorē. Ar masīva cilindra un plāna cilindra masu  $m$  un ārējo rādiusu  $R_a$  spararata inerces momentu abiem variantiem izsaka šādi:

$$I_s = \frac{m}{2} R_a^2, \quad I_s = m R_a^2.$$

Tātd diskveida spararats aptuveni divas reizes smagāks par gredzenveida spararatu. Tāpēc parasti lieto gredzenveida spararatu. Vispār  $I_s = mi^2$ , kur  $i$  — inerces rādiuss.

Gredzenveida spararatam  $i \approx R = D/2$ , kur  $R$  — vainaga šķērs-griezuma smagumcentru aploces rādiuss, kur

$$I_s = \frac{GD^2}{4g}. \quad (15.26)$$

Redzams, ka spararata svars ir pretēji proporcionāls tā diametra kvadrātam — divas reizes lielāks spararats ir četras reizes vieglāks. Lielumu  $GD^2$  sauc par *spara momentu*.

Ievietojot formulā (15.26)

$$G = \gamma\pi Dbh, \quad b = \beta D, \quad h = \xi D,$$

iegūst

$$D = \sqrt[5]{\frac{4gI_s}{\pi\gamma\beta\xi}}, \quad (15.27)$$

kur  $\gamma$  — spararata materiāla tilpuma svars,  $b$  un  $h$  — vainaga šķērs-griezuma platums un augstums.

Spararatam rotējot, vainagā rodas stiepes spriegums  $\sigma = \rho v^2$ , kur  $\rho$  — materiāla tilpuma vienības masa (blīvums), bet  $v$  — vainaga šķērs-griezuma smagumcentra ātrums. Pieļauj  $v < 40$  m/s čuguna spararatiem,  $v < 100$  m/s — tērauda un  $v < 150$  m/s hromniķeļa spararatiem.

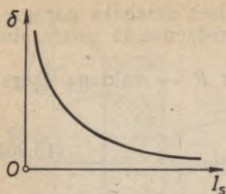
Iepriekšējā paragrāfā aprēķinātais spararata inerces moments  $I_s$  domāts spararatam, kas novietots uz galvenās vārpstas, kuru var izraudzīties brīvi. Formula (15.14) liecina, ka spararata inerces moments apgriezti proporcionāls galvenās vārpstas vidējā leņķiskā ātruma kvadrātam. Tātd no mašīnas svara samazināšanas viedokļa izdevīgi spararatu novietot uz ātrāk rotējošas vārpstas  $I$ . Uz šīs vārpstas novietojamā spararata inerces moments

$$I_{s1} = \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 I_s, \quad (15.28)$$

kur iekavās ieslēgta pārnesumu attiecība no galvenās vārpstas uz spararata vārpstu. Šī formula izriet no abu spararatu kinētiskās enerģijas vienādības.

Spararata novietojums jāapsver no elastīgo svārstību viedokļa. Kinemātiskā ķēde starp spararatu un nevienmērības cēloni darbojas kā 13-9. paragrāfā aplūkots elastīgais sajūgs. Par nevienmērības cēloni nosaukts loceklis, uz kuru darbojas mainīgi spēki vai kurš kustas ar nemitīgiem paātrinājumiem, kaut galvenais loceklis rotē vienmērīgi.

13-9. paragrāfā nevienmērības cēlonis ir mašīna  $a$ , bet mašīnas  $b$  moments  $M_b = \text{const}$ . Pieņemot  $M_b = 0$ , formulas nemainās; tātd tās



15-8. zīm.

nevienmērība var būt daudz lielāka par formulai (15.13) atbilstošo. Intervālā  $\beta > 2\beta_r$  spararats visefektīvāk samazina agregāta nevienmērību, ja tas novietots iespējami tuvu nevienmērības cēlonim.

Formulu (15.13) var uzrakstīt šādi

$$\delta = \frac{k}{I_s}$$

Šai sakarībai atbilstošā hiperbola (15-8. zīm.) rāda, ka spararats efektīvi samazina nevienmērību tikai tad, ja tā ir liela.

Laika sprīdī, kad  $M_p > M_s$ , neizbēgami rodas kinētiskās enerģijas pieaugums  $\Delta E = A_p - A_s$ . Tā kā  $E = 0,5I_r\omega^2$ , tad  $\Delta E \approx I_r\omega\Delta\omega$  un

$$\Delta\omega \approx \frac{\Delta E}{I_r\omega} \quad (15.29)$$

Tātad, jo lielāks spararats un jo ātrāk kustas agregāts, jo mazāk redzamā veidā parādās dotais kinētiskais enerģijas pieaugums.

#### 15-4. Neperiodisko ātruma svārstību regulēšana

Iepriekšējos šīs nodaļas paragrāfos aplūkotas mašīnagregāta momentānā leņķiskā ātruma  $\omega$  svārstības stacionārā kustībā. Šīs periodiskās svārstības atkārtojas katrā ciklā. Spararats kopā ar citām masām, kuru reducētais inerces moments konstants, notur svārstīgo lielumu pieļaujamai ātruma nevienmērības pakāpei  $\delta$  atbilstošā intervālā

$$\omega_{\min} < \omega < \omega_{\max} \quad (1)$$

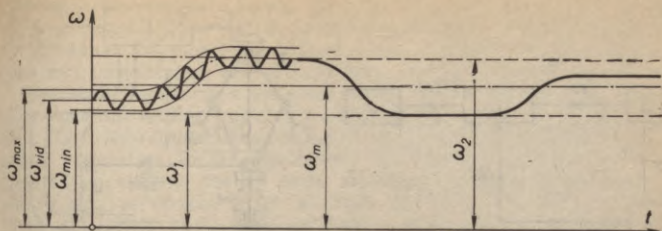
ja vidējais ātrums  $\omega_{\text{vid}}$  nemainās. Istenībā  $\omega_{\text{vid}}$  mainās un intervāla robežas aptuveni saglabājas tikai attiecībā pret mainīgo vidējo ātrumu (15-9. zīm.).

Vidējā ātruma svārstības ir neperiodiskas. To cēlonis — dzinējspēka vai lietderīgās pretestības (slodzes) cikla vidējo vērtību izmaiņšanās. Ja, piemēram, stacionāras kustības cikla vidējais reducētais lietderīgās pretestības moments samazinās, tad šī slodzes

derīgas pārvadam starp spararatu un nevienmērības cēloni. Šī pārvada ietekme atkarīga no parametra

$$\beta = \frac{p^2 I_s}{c}$$

kur  $p$  — mainīgā momenta  $M_a = M \sin pt$  cikliskā frekvence un  $c$  — pārvada elastības konstante. Saurā intervālā  $0 < \beta < \beta_0$  nevienmērības cēlonis kustas vienmērīgāk nekā tad, ja pārvads būtu neelastīgs. Intervālā  $\beta_0 < \beta < 2\beta_r$  ir rezonanse un īstenā



15-9. zīm.

samazinājuma dēļ katrā ciklā  $A_p \neq A_s$ ; radies darba pārpalikums pārīet agregāta kinētiskās enerģijas pieaugumā, stacionārā kustība izbeidzas un agregāta galvenā locekļa vidējais ātrums sāk palielināties. Lai šo t. s. *pārejas procesu* likvidētu, jāsamazina dzinējspēks vai jāpalielina slodze. Pirmo operāciju veic *regulators*, otro — *moderators*. Bieži arī moderatoru sauc par regulatoru.

Regulators izmaina dzinējam pievadāmās enerģijas nesēja (degvielas, tvaika, saspiesta gaisa, ūdens) pieplūdes intensitāti un atjauno stacionāro kustību. Atjaunotās stacionārās kustības vidējais ātrums parasti atšķiras no iepriekšējās stacionārās kustības vidējā ātruma, un regulēšanas procesam ir 15-9. zīmējumā attēlotais veids. Saskaņā ar šo zīmējumu vidējā ātruma maiņas raksturo *ātruma nepastāvības pakāpe*

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_m}, \quad (15.30)$$

kur  $\omega_m = \omega_{vid}$  vid aprēķināms šādi

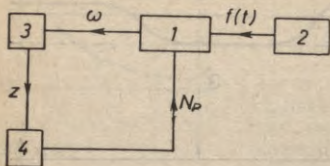
$$\omega_m = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}. \quad (15.31)$$

Virzu[dzinēju agregātiem  $\varepsilon \approx 0,02 \dots 0,08$ . Elektrodzinēju agregātiem, līdzīgi 13-11. zīmējumā attēlotajam, piemīt *pašregulēšanās*, un tiem regulators nav vajadzīgs. Pašregulēšanās notiek agregātos, kuriem vismaz dzinējspēks (elektromotoriem) vai lietderīgā pretestība (automobiļiem) ir ātruma funkcija.

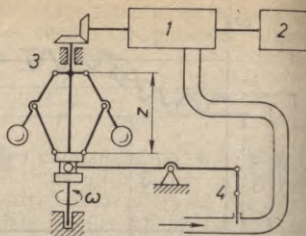
Sevišķs pašregulēšanās veids ir *pašsynchronizācija* [91]. Divi uz kopīga elastīgi atbalstīta pamata nostiprināti elektromotori ar ekscentriskiem rotoriem noteiktos apstākļos rotē vienādi vai to ātrumu attiecība ir vesels skaitlis 2, 3, ...

Jā spararata uzdevums ierobežojas ar stacionāro kustības ciklu un formulējas ar noteikumu (1), tad regulatora uzdevums attiecas uz visu agregāta darbības laiku un formulējas ar noteikumu

$$\omega_1 < \omega_{vid} < \omega_2. \quad (2)$$



15-10. zīm.

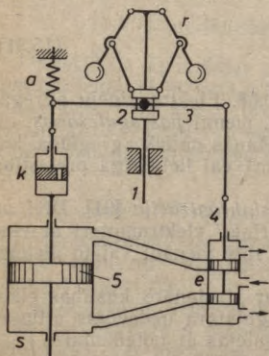


15-11. zīm.

Šo uzdevumu var veikt, izveidojot *tiešas* vai *netiešas* automātiskās regulēšanas sistēmu.

Tiešās regulēšanas sistēmas shēma dota 15-10. zīmējumā. Tās sastāvdaļas, kuras sauc par regulēšanas sistēmas locekļiem, ir šādas: 1 — regulējamais objekts (dzinējs), 2 — ierosinājumu avots (darba mašīna), 3 — jutīgais elements (regulators), 4 — regulējošais orgāns. Šīs shēmas realizēšana ar jutīgo elementu centrālās regulatoru parādīta 15-11. zīmējumā. Locekļu ieejas un izejas lielumi:  $f(t) = M_Q$  — slodze,  $\omega$  — leņķiskais ātrums,  $z$  — uzdevuma koordināte,  $N_p$  — dzinējjauda. Regulēšanas sistēmas shēma satur slēgtu kontūru, kas ir *atgriezeniskās saites* pazīme. Atgriezeniskā saite izpaužas šādi: dzinējs iedarbojas uz regulatoru, bet tas atkarībā no cikla vidējā ātruma  $\omega = \omega_{vid}$  nesaskaņas ar nominālo vidējo ātrumu  $\omega = \omega_m$ , iedarbojas uz dzinēju.

Kopš Vata laikiem automātiskās ātruma regulēšanas sistēmās par jutīgo elementu parasti lieto centrālās regulatoru, kurā izmanto



15-12. zīm.

rotējošo masu centrālās spēkus. Ir *koniskie* centrālās regulatori (15-11. zīm.), kur minētās masas pārvietojas caur regulatora rotācijas asi novilkta plaknē, un *plakanie* centrālās regulatori, kur šīs masas pārvietojas regulatora rotācijas asij perpendikulārā plaknē. Centrālās regulatoru vārpstas leņķiskā ātruma maiņas saistītas ar atbilstošām rotējošo masu atstatuma maiņām no rotācijas ass. Dažreiz kā jutīgie elementi sastopami *inerčiālie regulatori*, kuru masas reaģē atkarībā no regulatora vārpstas leņķiskā paātrinājuma; šeit izmanto tangenciālos inerces spēkus. Sastopami arī *tahogeneratori*, kas  $\omega$  izmaiņas pārvērš elektriskā sprieguma izmaiņās.

Netiešo regulēšanu parasti lieto gadījumos, kad jutīgā elementa signāli jāpastiprina, jo tie nav pietiekami regulējošā orgāna darbināšanai. Tā, piemēram, hidroturbīnas vadlāpstiņu pārstādīšanas gredzena pagriešanai var būt vajadzīgi vairākas tonnas lieli spēki.

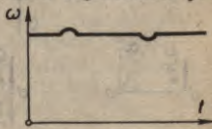
Netiešās regulēšanas sistēmās starp jutīgo elementu un regulējošo orgānu ieslēdz impulsu pastiprinātāju, ko sauc par *servomotoru*. Bieži lieto hidraulisku servomotoru, kura eļļdaļi pārstāda centrālās regulators. Šādas regulēšanas sistēmas daļa parādīta 2-21. zīmējumā; šī sistēma realizē *ciešu atgriezenisko saiti*. Regulators ar hidraulisku servomotoru un *elastīgu atgriezenisko saiti* parādīts 15-12. zīmējumā, kur  $r$  — regulators,  $a$  — atspere,  $k$  — katarakts,  $s$  — servomotora cilindrs,  $e$  — servomotora eļļdaļis. Katarakts ir neliels hidrocilindrs, kura virzulī ierīkotais urbums ļauj eļļai pārplūst. Šāda netiešās regulēšanas sistēma veic t. s. *izodromo regulēšanu*.

Izodromās regulēšanas sistēma darbojas šādi. Ja, piemēram, slodze samazinās, regulatora vārpsta 1 sāk rotēt ātrāk un uzmava 2 kustas uz augšu, tad svira 3 pārbīda uz augšu eļļdaļi virzuli 4 un servomotora virzulis 5 sāk kustību uz leju, izstiepdams atspere (kataraktā eļļa nepaspēj pārplūst) un samazinādams enerģijas nesēja pieplūdi dzinējam. Ciešās atgriezeniskās saites gadījumā pārejas process ar to beidzas un pārregulēšanas dēļ (iekustinātās masas nespēj savlaicīgi apstāties) agregāts kustas ar mazāku ātrumu nekā pirms slodzes samazināšanās. Turpretī izodromā sistēmā pārejas process turpinās: kataraktam darbojoties, izstieptā atspere saraujas, eļļdaļis pārvietojas uz leju, bet servomotora virzulis uz augšu, palielinādams enerģijas nesēja pieplūdi dzinējam; vārpsta 1 sāk rotēt ātrāk, uzmava ceļas uz augšu un izbeidz eļļas pieplūdi servomotoram. Izodromo regulēšanas sistēmu var iestādīt tā, ka agregāta vidējais leņķiskais ātrums aptuveni konstants (15-13. zīm.) ar novirzēm pārejas procesa laikā.

Ja dzinēja iepļūdes orgānu pārstādīšanai vajadzīgi ļoti lieli spēki, tad var izveidot *divpakāpju netiešo regulēšanu*, kur galvenā servomotora eļļdaļi pārstāda papildu servomotoros, bet papildu servomotora eļļdaļi regulators.

Sekmīga regulēšanas procesa svarīgi priekšnoteikumi ir regulatora *statiskā stabilitāte* un visas automātiskās regulēšanas sistēmas *dinamiskā stabilitāte*. Regulatora statisko stabilitāti aplūkosim nākamajā paragrāfā, bet sistēmas dinamiskās stabilitātes noteikšana ir sevišķas tehnisko zinātņu disciplīnas — automātiskās regulēšanas teorijas uzdevums. Šī zinātne nodarbojas ne tikai ar ātruma, bet arī ar spiediena, temperatūras un citu fizikālu lielumu regulēšanas problēmām [31, 50].

Statiski stabila sistēma atgriežas līdzsvara stāvoklī, ja to nedaudz novirza no šī stāvokļa. Dinamiskā stabilitāte ir kustības stabilitāte. Dinamiski stabilā sistēmā dažādu cēloņu radītās sistēmas kustības novirzes no nominālās kustības (pārejas procesi)



15-13. zīm.

aperiodiski vai ar dziestošu svārstīšanos norimst. Dinamiskās stabilitātes noskaidrošanai sastāda sistēmas locekļu kustības linearizētus diferenciālvienādojumus un apvieno tos vienā regulēšanas sistēmas lineārā  $n$ -tās kārtas diferenciālvienādojumā [4, 37], kuram atbilstošā raksturojošā vienādojuma saknēm ir jāatrodas komplekso skaitļu plaknes negatīvā pusplaknē. Šī apstākļa noskaidrošanai izstrādāti Višņegradska, Rausa, Gurvica, Mihailova un citi dinamiskās stabilitātes kritēriji.

### 15-5. Centrālās regulatora kinetostatika

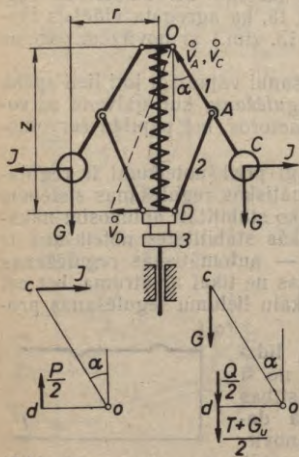
Centrālās regulatora (15-14. zīm.) statiskās stabilitātes un citu īpašību noskaidrošanai aplūko regulatora vienas puses, kas ir kloka-slīdņa mehānisms, relatīvo līdzsvaru. Statiski reducē (9-2. §) relatīvi kustīgo locekļu masas punktus:

$$m_D = \frac{m_3}{2} + \frac{m_2}{2}; \quad m_C = m + \frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2} \cdot \frac{OA}{OC},$$

kur  $m$  — lodes masa. Lodes reducētais svars  $G = m_C g$ ; uznavas reducētais svars  $G_u = m_D g$ .

Ar Zukojska svīru (13-3. §) aprēķina uz uznavu reducēto augšpēcēļspēku  $P$ , kas rodas no pārnesei inerces spēka, t. i., no centrālās spēka  $J = m_C \omega^2 r$  darbības:

$$P = 2J \frac{OC}{OD} \cos \alpha = \omega^2 2m_C r \frac{OC}{OD} \cos \alpha = \omega^2 B, \quad (1)$$



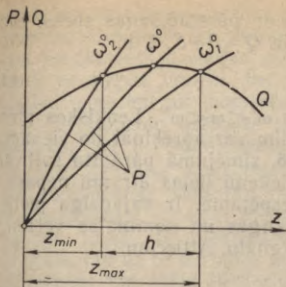
kur  $B = B(z)$ . Tāpat aprēķina uznavu lejupvirzītājspēku  $Q$ , kas rodas no smagums spēku  $G$ ,  $G_u$  un atsperes spēka  $T$  darbības:

$$Q = T + G_u + 2G \frac{OC}{OD} \sin \alpha = Q(z). \quad (2)$$

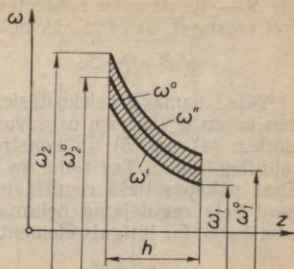
Attēlojot reducētos spēkus  $P$  un  $Q$  grafiski (15-15. zīm.), iegūst regulatora statiskās raksturliķnes. Līķne  $Q = Q(z)$  ir tikai viena, bet  $P = P(\omega, z)$  līķnes ir katram regulatora vārpstas leņķiskam ātrumam  $\omega^0$  sava; augšējais indekss norāda, ka aprēķinā nav ievērota berze. Lielumu

$$\beta = \omega^2 \frac{dB}{dz} - \frac{dQ}{dz} \quad (15.32)$$

15-14. zīm.



15-15. zīm.



15-16. zīm.

sauc par *regulatora stabilitātes faktoru*. Geometriski  $\beta$  izsaka dotās  $P$  līknes un  $Q$  līknes krustpunktā novilkto pieskaru virziena leņķu tangensu diferenci. Ja  $\beta > 0$ , tad līknes krustojas kā 15-15. zīmējumā un regulators ir stabils. Tiešām, ja, piemēram, īslaicīgs spēks novirza uzmavu uz leju ( $z$  pieaug) no līdzsvara stāvokļa, kur  $P=Q$ , tad rodas nevienādība  $P > Q$ , kas atgriež uzmavu līdzsvara stāvoklī. Regulatoram jābūt stabilam visā uzmavas darba gājiena garumā  $h$ . Ja kādā uzmavas stāvoklī  $\beta < 0$ , tad regulators ir nestabils un nav regulēšanai derīgs.

Regulatoru, kuram  $\beta = 0$ , sauc par *astatisku*. Šeit līdzsvars ir dažādos uzmavas stāvokļos, bet tikai vienam rotācijas ātrumam. Parastai ātrumu regulēšanai astatisks regulators neder.

Raksturlikņu saime (15-15. zīm.) sniedz funkciju  $\omega^0 = f(z)$ , kas 15-16. zīmējumā attēlota ar vidējo līkni. Šī līkne parāda katram uzmavas stāvoklim atbilstošo «ideālo» leņķisko ātrumu  $\omega^0$ . Par regulēšanas koeficientu sauc attiecību

$$\epsilon_0 = \frac{\omega_2^0 - \omega_1^0}{\omega_m^0}, \quad (15.33)$$

$$\text{kur } \omega_m^0 = \frac{\omega_2^0 + \omega_1^0}{2} \approx \omega_m = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}. \quad (3)$$

Jo  $\omega^0$  — līkne stāvāka, jo lielāks ir regulēšanas koeficients. Astatiskam regulatoram  $\epsilon_0 = 0$ , t. i.,  $\omega^0$  — līkne ir  $z$  asij paralēla taisne.

Tikko aprakstītais «ideālais» regulators reaģē uz vismazākām ātruma maiņām; katram uzmavas stāvoklim atbilst noteikts regulatora vārpstas leņķiskais ātrums  $\omega^0$  un spēku līdzsvars  $P=Q$ .

Istenībā regulatoram jāpārvar berzes un regulējošā orgāna pārstādīšanas spēki. Tāpēc, slodzei samazinoties, uzmava sāks celties uz augšu tikai tad, kad sasniegta vienādība  $P=Q+S$ , t. i.,

$$\omega'' B = Q + S, \quad (4)$$

kur  $S$  — uz uzmavu reducētais berzes un pārstādīšanas spēks. Slo-  
dzei pieaugot, uzmava sāk nolaisties, ja  $Q = P + S$ , t. i.,

$$\omega'' B = Q - S. \quad (5)$$

Tātad uzmava neiekustēsies, kamēr  $\omega' < \omega < \omega''$ . Leņķiskos ātrumu  $\omega'$  un  $\omega''$  katram uzmavas stāvoklim var aprēķināt no vienādojumiem (4) un (5) un konstruēt 15-16. zīmējumā parādīto svītrotu nejutības lauku. Tas rāda, ka bez pietiekami lielas ātrumu nepastāvības pakāpes tiešā regulēšana nav iespējama. Ir vajadzīga pietiekami liela regulējamā lieluma acumirkīgās un nominālās vērtības nesaskaņa, lai jutīgais elements dotu signālu. Attiecību

$$v = \frac{\omega'' - \omega'}{\omega^0} \quad (15.34)$$

sauc par regulatora *nejutības koeficientu*. Seit

$$\omega^0 \approx \frac{\omega'' + \omega'}{2}. \quad (6)$$

No formulām (15.34) un (6) izriet, ka

$$\omega'' = \omega^0 \left( 1 + \frac{v}{2} \right); \quad \omega' = \omega^0 \left( 1 - \frac{v}{2} \right). \quad (7)$$

Attiecinām šīs formulas uz uzmavas robežstāvokļiem:

$$\omega''_{\max} = \omega_2 = \omega_2^0 \left( 1 + \frac{v}{2} \right), \quad \omega'_{\min} = \omega_1 = \omega_1^0 \left( 1 - \frac{v}{2} \right). \quad (8)$$

Ievietojot šīs izteiksmes formulā (15.30) un ievērojot formulu (3), iegūstam, ka

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + v. \quad (15.35)$$

Tātad regulatora *ātrumu nepastāvības pakāpe ir vienāda ar regulēšanas un nejutības koeficientu summu*.

Nejutībai ir pozitīva nozīme regulēšanas procesā. Nejutības dēļ pārregulēšanas noviržu svārstības ātri vai pat aperiodiski norimst.

## 16. NODAĻA

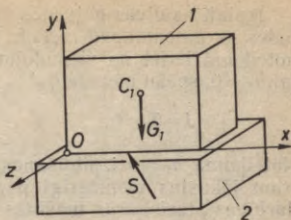
### PLAKANO MEHĀNISMU LIDZSVAROŠANA

#### 16-1. Mehānisma iedarbība uz fundamentu un līdzsvarošanas uzdevums

Aplūkojam (16-1. zīm.) plakānu mehānismu  $I$ , kas nostiprināts uz fundamenta 2. Mehānisma locekļi un arī tā masas centrs  $C_1$  kustas paralēli  $Oxy$  plaknei. Noskaidrosim, ar kādiem spēkiem un mo-

mentiem mehānisms darbojas uz fundamentu. Atbilstoši III Ņūtona likumam fundamenta darbojas uz mehānismu ar tikpat lieliem, bet pretēji vēršiem spēkiem un momentiem.

Uz mehānismu darbojas tā smagums spēks  $G_1$  un fundamenta reakcija  $\bar{S} = \bar{S}_{stat} + \bar{S}_{din}$ . Reakcijas statistiskais komponents darbojas vienmēr, bet dinamiskais — tikai mehānisma kustības laikā. Ja mehānisms nav agregāts, tad uz to darbojas arī ārējs dzinējspēks vai ārēja lietderīgā pretestība, vai šo spēku momenti. Tie parasti nav ātri mainīgi lielumi un tos ignorēsim. Vajadzības gadījumā to ietekmi var noskaidrot atsevišķi.



16-1. zīm.

Mehānismam pielikto spēku galvenais vektors

$$\bar{R} = \bar{G}_1 + \bar{S} = \bar{G}_1 + \bar{S}_{stat} + \bar{S}_{din} = \bar{S}_{din},$$

jo smagums spēks līdzsvarojas ar fundamenta statisko reakciju. Saskaņā ar III Ņūtona likumu un masas centra kustības teorēmu

$$\bar{R} = m_1 \bar{a}_{C_1} \quad (1)$$

mehānisms darbojas uz fundamentu ar spēku

$$\bar{B} = -\bar{S} = -\bar{S}_{stat} - \bar{S}_{din} = \bar{G}_1 - m_1 \bar{a}_{C_1},$$

Uz mehānisma masu  $m_1 = m_0 + m$ , kur  $m_0$  — statnes masa un  $m$  — kustīgo locekļu masa, attiecinām statisko momentu likumu

$$m_1 \bar{r}_{C_1} = m_0 \bar{r}_{C_0} + m \bar{r}_C.$$

Diferencējot šo izteiksmi divreiz pēc laika, iegūstam, ka

$$m_1 \bar{a}_{C_1} = m \bar{a}_C,$$

kur  $a_C$  — kustīgo locekļu masas centra paātrinājums.

Tātad mehānisms darbojas uz fundamentu ar spēku

$$\bar{B} = \bar{G}_1 + \bar{J}, \quad (16.1)$$

kur  $\bar{J} = -m \bar{a}_C$  (16.2)

ir kustīgo locekļu inerces spēku galvenais vektors, kas ierosina virzes svārstībās fundamentu un apkārtējās būvkonstrukcijas. Rezonanses gadījumā šīs svārstības var apdraudēt būvkonstrukciju izturību.

Mehānisma dinamisko iedarbību uz fundamentu var samazināt vai pat novērst, izdarot *mehānisma līdzsvarošanu*.

Izplatītas divas galvenās mehānismu līdzsvarošanas aprēķinu metodes — *kinemātiskā metode* un *spēku metode*. Abu metožu pamatnoteikumi izriet no vienādojuma (16.2). Kinemātiskā metode prasa, lai  $a_c=0$ , spēku metode, lai

$$J=0, \quad (16.3)$$

Noteikuma  $a_c=0$  izpildīšanas gadījumā kustīgo locekļu masas centram jākustas vienmērīgi pa taisni vai jāatrodas mierā. Cikliskas darbības stacionārās mašīnās noderīgs tikai pēdējais noteikums

$$v_c=0, \quad (16.4)$$

uz kuru balstās kinemātiskā metode.

Noteikumi (16.3) un (16.4) ir ekvivalenti. To izpildīšana pasargā fundamentu no ātri mainīgiem spēkiem. Šādu līdzsvarošanu sauc par *statisku līdzsvarošanu*. Statiski līdzsvarota mehānisma locekļu smagums spēki nevar iekustināt mehānismu; tas ir līdzsvarā smagums spēku iedarbībā ikvienā stāvoklī. Taču mehānisms uz fundamentu un fundamentu uz mehānismu var darboties ne tikai ar spēkiem, bet arī ar spēkpāriem (momentiem), kas izraisa fundamenta leņķiskās svārstības. Minēto spēkpāru likvidēšanu sauc par mehānisma *dinamisku līdzsvarošanu*. Dinamiskā līdzsvarotība vai nelīdzsvarotība atklājas tikai mehānisma kustībā. Parasti mehānismu uzskata par dinamiski līdzsvarotu, ja spēkpāru momenti pret  $Ox$  un  $Oy$  asīm vienādi ar nulli.

Saskaņā ar kinētiskā momenta (kustības daudzuma momenta) teorēmu ārējie ķermeņi darbojas uz mehānismu ar galveno momentu

$$M = \frac{dL}{dt}, \quad (2)$$

kura projekcijas uz koordinātu asīm (momenti pret koordinātu asīm) ir šādas:

$$M_x = \frac{dL_x}{dt}, \quad M_y = \frac{dL_y}{dt}, \quad M_z = \frac{dL_z}{dt}. \quad (3)$$

Ja  $J=0$  un  $G_1$  neievērojam, tad  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  ir spēkpāra momenti pret koordinātu asīm, ar kuriem fundamentu darbojas uz mehānismu. Uzlūkojot mehānismu par  $n$  materiālu punktu sistēmu, mehānisma kinētiskais moments pret nekustīgo punktu  $O$  ir

$$\bar{L} = \sum \bar{r}_i \times m_i \bar{v}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ievērojot, ka komplānā kustībā  $v_{iz} = \dot{z}_i = 0$ , kinētiskie momenti pret koordinātu asīm izsakāmi šādi:

$$L_x = -\sum m_i z_i \dot{y}_i, \quad L_y = \sum m_i z_i \dot{x}_i, \quad L_z = \sum m_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i). \quad (4)$$

Formulas (3), (4) un III Ņūtona likums dod spēkpāra momentus, ar kuriem mehānisms darbojas uz fundamentu:

$$W_x = \frac{d^2}{dt^2} I_{yz}, \quad W_y = -\frac{d^2}{dt^2} I_{xz}, \quad W_z = \sum m_i (y_i \ddot{x}_i - x_i \ddot{y}_i), \quad (16.5)$$

kur  $I_{yz}$  un  $I_{xz}$  — centrālās inerces momenti. Momenti  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$  ir inerces spēkpāru momenti. Momenti  $W_x$  un  $W_y$  ir nulle, ja centrālās inerces momenti proporcionāli laikam vai

$$I_{xz} = \text{const}, \quad I_{yz} = \text{const}. \quad (16.6)$$

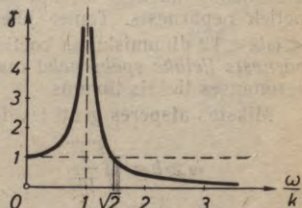
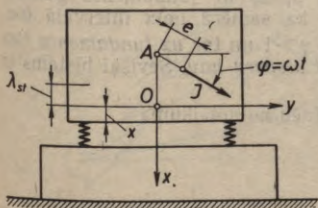
Tātad *plakanu mehānismu var uzskatīt par statiski un dinamiski līdzsvarotu, ja mehānisma kustīgo locekļu masas centrs nekustas un komplānās kustības plaknei perpendikulāro koordināti saturošie centrālās inerces momenti ir konstanti.*

Saskaņā ar Heigensa—Šteinera teorēmām

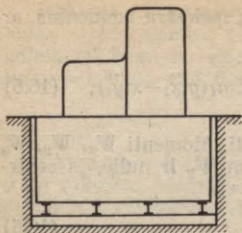
$$I_{xz} = I_{xz}^C + m x_C z_C, \quad I_{yz} = I_{yz}^C + m y_C z_C.$$

Ar augšējo indeksu  $C$  apzīmēti mehānisma centrālās inerces momenti pret centrālām asiņ, kas paralēlas  $Oxy$  asiņ. Praktiski ļoti svarīgs noteikumu (16.6) izpildīšanās gadījums ir, ja  $Cxy$  plakne ir mehānisma simetrijas plakne (tad  $I_{xz}^C = 0$ ,  $I_{yz}^C = 0$ ) un masas centrs nekustas ( $x_C$ ,  $y_C$ ,  $z_C$  ir konstanti), t. i., noteikums (16.6) ietver sevī arī noteikumu (16.4).

Mehānisma dinamisko iedarbību uz fundamentu var samazināt ne tikai ar mehānisma līdzsvarošānu, bet arī ar *elastīgiem balstiem*. Kā piemēru aplūkosim mašīnu (16-2. zīm.), kurai ir nelīdzsvarots rotors ar masu  $m$  un ekscentricitāti  $e$ . Statora masa ir  $m_0$ . Noskaidrosim statora vertikālo virzes kustību, balstoties uz teorēmu par relatīviem inerces spēkiem [69]. *Ja mehāniskā sistēma sastāv no pamatķermeņa, kas var kustēties tikai virzes kustībā, un no relatīvi pret pamatķermeni kustīgiem ķermeņiem, tad pamatķermenis kustas kā ķermenis, kam ir visas sistēmas masa, kurai pielikti visi sistēmas ārējie spēki un relatīvi kustīgo ķermeņu relatīvie inerces spēki.*



16-2. zīm.



16-3. zīm.

Saskaņā ar minēto teorēmu statora kustības diferenciālvienādojums ir šāds:

$$m_1 \ddot{x} = G_1 - c(\lambda_{st} + x) + J \sin \omega t, \quad (5)$$

kur  $m_1 = m_0 + m$ ,  $G_1 = gm_1$ ,  $c$  — mašīnas balstu elastības konstante,  $\lambda_{st}$  — balstu statiskā deformācija un  $J = me\omega^2$  ir rotora relatīvais inerces spēks. Ievērojot, ka  $c\lambda_{st} = G_1$ , un apzīmējot  $c = m_1 k^2$ , vienādojums (5) gūst veidu

$$\ddot{x} + k^2 x = \frac{J}{m_1} \sin \omega t. \quad (6)$$

Sis ir pazīstamais uzspiesto svārstību (bez pretestības) diferenciālvienādojums, kura atrisinājums

$$x = A \sin(kt + \alpha) + \frac{J \sin \omega t}{m_1(k^2 - \omega^2)}. \quad (7)$$

Pirmais labās puses loceklis pretestību dēļ, kā zināms, norimst. Tāpēc statora svārstības izteic otrais loceklis. Šajās svārstībās

$$x_{\max} = \pm \frac{J}{m_1 k^2} \left| \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{k}\right)^2} \right| = \pm \frac{J}{c} \gamma, \quad (8)$$

kur  $\gamma$  — dinamiskuma koeficients (16-2. zīm.).

Tagad redzams, ka uz fundamentu caur atsperēm pārnestais maksimālais spēks

$$B_{\max} = c(\lambda_{st} + x_{\max}) = G_1 + J\gamma. \quad (16.7)$$

Ja atsperu nav, tad  $c = \infty$ ,  $k = \infty$ ,  $\gamma = 1$  un uz fundamentu tiek pārņemts viss inerces spēks  $J$ , kā tas tam jābūt saskaņā ar formulu (16.1). Ja atsperes pietiekami mīkstas, t. i.,  $c \rightarrow 0$ , tad arī  $\gamma \rightarrow 0$  un mehānisma kustīgo locekļu inerces spēks uz fundamentu gandrīz netiek nepārņemts. Tomēr jāievēro, ka samērā lielā intervālā  $0 < \omega/k < \sqrt{2}$  dinamiskuma koeficients  $\gamma > 1$  un tur uz fundamentu tiek pārņemts lielāks spēks nekā tad, kad atsperu nav. Sevišķi bīstams ir rezonanses tiešais tuvums.

Mīkstas atsperes grūti izveidot. Taču no noteikuma

$$\omega \gg k = \sqrt{\frac{c}{m_1}}$$

redzams, ka minēto atsperu efektu var sasniegt, arī palielinot mašīnas masu  $m_1$ . Šādas konstrukcijas piemērs parādīts 16-3. zīmējumā.

## 16-2. Masas centra stāvokļa un kustības noteikšana

Iepriekšējā paragrāfā noskaidrots, ka, mehānismu līdzsvarojot, jāpanāk kustīgo locekļu masas centra nekustīgums un ka uz fundamentu tiek pārnests kustīgo locekļu inerces kopspēks. Tādēļ aplūkosim kustīgo locekļu masas centra stāvokļa un paātrinājuma noteikšanu.

No masas centra rādiusvektora definīcijas

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{\sum m_i}, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

izriet, ka šis vektors ir vektoru poligona

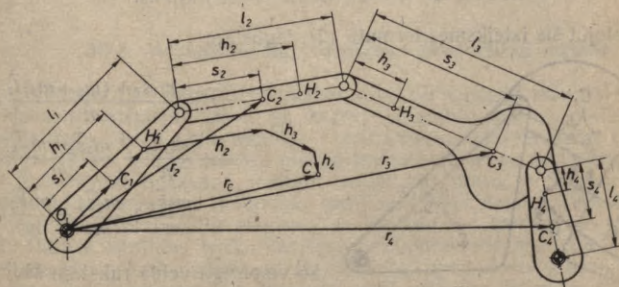
$$\bar{r}_c = \frac{m_1}{m} \bar{r}_1 + \frac{m_2}{m} \bar{r}_2 + \dots + \frac{m_n}{m} \bar{r}_n = \bar{r}'_1 + \bar{r}'_2 + \dots + \bar{r}'_n \quad (2)$$

noslēdzošā mala. Šeit  $n$  — kustīgo locekļu skaits,  $m_i$  un  $r_i$  ir  $i$ -tā locekļa masa un tās centra rādiusvektors,  $m = \sum m_i$  — kustīgo locekļu masa. Konstruējot poligonu (2), iegūst ar vektoru  $r_c$  noteiktu masas centra stāvokli; projicējot šo poligonu uz koordinātu asīm, iegūst masas centra koordinātes  $x_c$  un  $y_c$ . Taču šis paņēmieni nav ērts, jo mainīgie poligona malu  $r'_i$  virzieni uzskatāmi nesaistās ar mehānisma kinemātisko shēmu.

Minētā trūkuma nav tālāk aplūkotajai Fišera [122] galveno vektoru metodei.

Pieņemam, ka locekļu masas centri  $C_i$  atrodas uz taisnēm (locekļu asīm), kas savieno katra locekļa šarnīru centrus (16-4. zīm.). Tad izteiksmes (2) locekļu masas centru rādiusvektorus varam izteikt šādi:

$$\bar{r}_1 = \bar{s}_1, \quad \bar{r}_2 = \bar{l}_1 + \bar{s}_2, \quad \bar{r}_3 = \bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{s}_3, \quad \bar{r}_4 = \bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \bar{s}_4. \quad (3)$$



16-4. zīm.

Ievietojot šīs sakarības izteiksmē (2) un savelkot vienāda virziena locekļus, iegūstam izteiksmi

$$\begin{aligned} \bar{r}_c = & \frac{m_1 \bar{s}_1 + (m_2 + m_3 + m_4) \bar{l}_1}{m} + \frac{m_2 \bar{s}_2 + (m_3 + m_4) \bar{l}_2}{m} + \\ & + \frac{m_3 \bar{s}_3 + m_4 \bar{l}_3}{m} + \frac{m_4 \bar{s}_4}{m}, \end{aligned}$$

ko īsāk rakstām šādi:

$$\bar{r}_c = \bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 + \bar{h}_4. \quad (16.8)$$

Vektorus  $h_i$  sauc par galvenajiem vektoriem un tiem atbilstošos punktus  $H_i$  — par galvenajiem punktiem. Sevišķa galveno vektoru īpašība ir tā, ka tie vērsti locekļu asu virzienos un, mehānismam kustoties, savus garumus nemaina. Nemainās arī galveno punktu novietojums locekļos. *Mehānisma kustīgo locekļu masas centra rādusvektors  $r_c$  ir galveno vektoru ģeometriskā summa.*

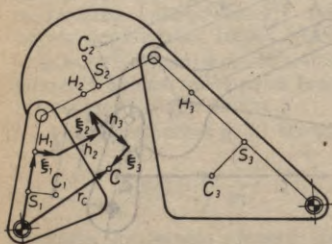
Ja pirmo galveno vektoru atliek no pirmā locekļa nekustīgā šarnīra  $O$ , tad, mehānismam kustoties, poligons (16.8) kustas līdzī, galveniem vektoriem paliekot paralēliem attiecīgo locekļu asīm, un pēdējā galvenā vektora gals kustas kopā ar kustīgo locekļu masas centru  $C$ .

Viegli pārliecināties, ka galveniem punktiem ir šāda fizikāla nozīme: ja locekļa kreisajā šarnīrā iedomājas koncentrētas pa kreisi esošo kustīgo locekļu masas, labajā šarnīrā — pa labi esošo kustīgo locekļu masas un locekļa masas centrā — paša locekļu masu, tad locekļa galvenais punkts ir šo trīs masu centrs.

Noskaidrosim, kā jārikojas, ja locekļu masu centri neatrodas uz locekļu asīm (16-5. zīm.). Āpziņējot novirzes vektorus  $S_i C_i = k_i$ , izteiksmes (3) pārveidojas šādi:

$$\bar{r}_1 = \bar{s}_1 + \bar{k}_1, \quad \bar{r}_2 = \bar{l}_1 + \bar{s}_2 + \bar{k}_2, \quad \bar{r}_3 = \bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{s}_3 + \bar{k}_3.$$

Ievietojot šīs izteiksmes formulā (2), iegūstam

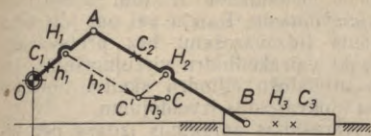


16-5. zīm.

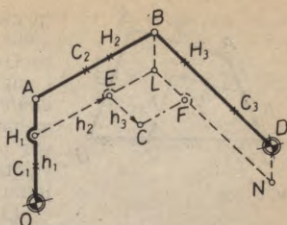
$$\begin{aligned} \bar{r}_c = & \frac{m_1 \bar{s}_1 + (m_2 + m_3) \bar{l}_1}{m} + \\ & + \frac{m_1 \bar{k}_1}{m} + \frac{m_2 \bar{s}_2 + m_3 \bar{l}_2}{m} + \\ & + \frac{m_2 \bar{k}_2}{m} + \frac{m_3 \bar{s}_3}{m} + \frac{m_3 \bar{k}_3}{m}; \end{aligned}$$

ko vispārīgā veidā rakstām šādi:

$$\bar{r}_c = \sum \bar{h}_i + \sum \bar{\xi}_i. \quad (16.9)$$



16-6. zīm.



16-7. zīm.

Poligons (16.9) parādīts 16-5. zīmējumā. Šādos gadījumos galvenie punkti zaudē iepriekš minēto fizikālo nozīmi.

Galveno vektoru metode ļauj noteikt kustīgo locekļu masas centra  $C$  ātrumu un paātrinājumu ar parastām 5. un 6. nodaļā aprakstītajām metodēm. Mehānismam iedomāti pievieno papilddiadas, tādējādi pārvēršot punktu  $C$  par papildinātā mehānisma locekļu punktu.

Kloķa-slidņa mehānismam (16-6. zīm.) pietiek pievienot diadu  $H_1C'H_2$ , lai iedomātā šarnīra centrs  $C'$  kustētos tāpat kā smagumcentrs  $C$ , jo punktā  $C'$  pieliktais vektors  $h_3=BH_3$  atrodas virzes kustībā. Šarnīru četrstūrī (16-7. zīm.) jāpievieno diadas  $H_1LB$ ,  $LND$  un  $ECF$ .

Masas centra  $C$  paātrinājumu var noteikt arī ar kinemātisko diagrammu metodi (5-6. §). Izmantojot galveno vektoru metodi, konstruē  $x_C=x_C(t)$  un  $y_C=y_C(t)$  liknes; tās divreiz grafiski diferencējot, atrod masas centra paātrinājuma projekcijas  $\ddot{x}_C$  un  $\ddot{y}_C$ . Uz mašīnas statni un fundamentu saskaņā ar formulu (16.1) darbojas spēki

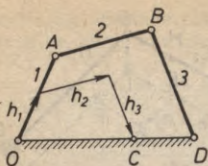
$$J_x = -m\ddot{x}_C, \quad J_y = -m\ddot{y}_C,$$

kurus var samazināt vai likvidēt, izdarot mehānisma līdzsvarošanu.

### 16-3. Mehānismu līdzsvarošanas kinemātiskā metode

Nelīdzsvarotu mehānismu inerces spēki un spēkpāri iedarbojas uz mehānisma apkārtni (16-1. §), radot vibrācijas, troksni, materiālu nogurumu. Tādēļ nepieciešama ir mehānismu līdzsvarošana [100], kas daļēji vai pilnīgi novērš mehānisma iedarbību uz apkārtni.

Mehānismu līdzsvaro, mainot mehānisma masu un tās sadalījumu. Līdzsvarošanai lietojamās papildu masas sauc par *pretsvariem*. Parasti pretsvarus pievieno jau esošiem mehānisma locekļiem, bet dažreiz papildus ierīko sevišķus *pretsvaru rotorus*. Izplatīta ir galvenokārt pirmā metode, jo tā nesarežģī mehānisma kinemātisko shēmu. Taču pretsvaru pievienošana bieži palielina mainīgos spēkus mehānisma iekšienē, t. i., statnei nepiederošos kustīgos savienojumos;



16-8. zīm.

pieaug mehānisma svars un statiskie spiediņi. Pilnīgi līdzsvarotu mehānismu bez pretsvariem var izveidot, ja apvieno vienā kompleksā mehānismu ar tam simetrisku *dublētājmehānismu*. Daļēju vai pat ļoti labu mehānisma līdzsvarošanu bez pretsvariem var panākt vairākcilindru virzuļmašīnās, izvēloties atbilstošu cilindru skaitu, novietojumu un kloķvārpstas izveidojumu.

Līdzsvarošanas aprēķinus izdara pēc kinemātiskās vai spēku metodes, aprēķinus lietojot reālos vai kompleksos skaitļus [105, 118]. Šeit aplūkosim mehānisma locekļiem piedienojamo pretsvaru aprēķinu pēc galveno vektoru (16-2. §) metodes, kas ir viena no kinemātiskās metodes modifikācijām. Nākamajā paragrāfā lietošim spēku metodi, aprēķinot pretsvarus, pretsvaru rotorus un pieskaroties no līdzsvarošanas viedokļa lietderīgai mehānisma kompozīcijai.

Sarnīru četrstūra līdzsvarošana pēc galveno vektoru metodes ir ļoti uzskatāma: mehānisma masas centrs nekustēsies, ja galveno vektoru poligons būs līdzīgs kustīgo locekļu asu poligonam, t. i., kad

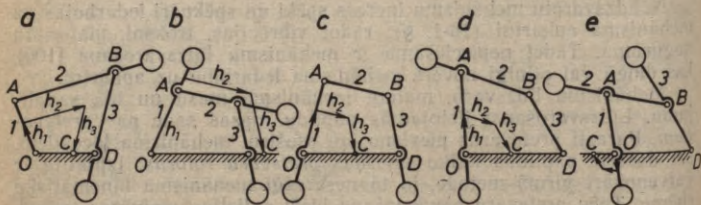
$$\frac{h_1}{l_1} = \frac{h_2}{l_2} = \frac{h_3}{l_3}, \quad (1)$$

$$\text{kur } h_1 = \frac{m_1 s_1 + (m_2 + m_3) l_1}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad h_2 = \frac{m_2 s_2 + m_3 l_2}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$h_3 = \frac{m_3 s_3}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (2)$$

Ja izteiksmes (2) ievieto formulā (1), tad iegūst divus vienādojumus

$$\left. \begin{aligned} m_1 s_1 &= m_2 l_1 \left( \frac{s_2}{l_2} - 1 \right), \\ m_2 s_2 &= m_3 l_2 \left( \frac{s_3}{l_3} - 1 \right), \end{aligned} \right\} \quad (16.10)$$



16-9. zīm.

kuros ir seši nezināmie: kustīgo locekļu masas  $m_1, m_2, m_3$  un šo masu centru koordinātes  $s_1, s_2, s_3$ ; tātad četrus no tiem var izvēlēties patvaļīgi. Tādējādi šarnīru četrstūra līdzsvarošanas uzdevumam ir bezgalīgi daudz atrisinājumu, kas atbilst pieciem 16-1. tabulā atzīmētajiem un 16-9. zīmējumā attēlotajiem variantiem.

16-1. tabula

Variants	$s_1$		$s_2$		$s_3$	
<i>a</i>	+	$< l_1$	+	$> l_2$	+	$> l_3$
<i>b</i>	+	$> l_1$	+	$> l_2$	+	$> l_3$
<i>c</i>	-		+	$< l_2$	+	$> l_3$
<i>d</i>	-		-		+	$< l_3$
<i>e</i>	-		-		-	

Lielumi  $m_1, m_2, m_3$  un  $l_1, l_2, l_3$  ir pozitīvi. Tādēļ, ja viena no koordinātēm  $s$  ir pozitīva un mazāka par attiecīgā locekļa garumu (šie varianti tabulā pasvītroti), tad abas pārējās koordinātes  $s$  ir negatīvas vai lielākas par attiecīgā locekļa garumu.

Redzams, ka šarnīru četrstūra statiskai līdzsvarošanai vajadzīgi vismaz divi pretsvāri. Parasti izdevīgākais ir variants *c*, jo nav saistīts ar lieliem slodžu pieaugumiem iekšējos šarnīros *A, B* un pretsvāri nav pārāk lieli.

Iespējams arī atrisinājums

$$\bar{r}_c = \bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 = 0.$$

Tad mehānisma masas centrs novietojas šarnīrā *O* un, ievietojot  $h_1 = h_2 = h_3 = 0$  izteiksmēs (2), iegūst  $s_1 < 0, s_2 < 0, s_3 = 0$ . To var sasniegt ar trim pretsvāriem, kas novietojas atbilstoši variantam *e*.

Kloķa-slīdņa mehānisma līdzsvarošana iespējama, izpildot noteikumus (16-6. zīm.).

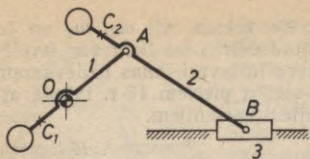
$$h_1 = \frac{m_1 s_1 + (m_2 + m_3) l_1}{m_1 + m_2 + m_3} = 0, \quad h_2 = \frac{m_2 s_2 + m_3 l_2}{m_1 + m_2 + m_3} = 0. \quad (3)$$

Tad punkts *C'* nonāk nekustīgā šarnīrā *O* un mehānisma masas centrs *C* atrodas atstatumā

$$h_3 = \frac{m_3 s_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

pa labi no punkta *O*. Vienādojumus (3) pārrakstām šādi:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= -\frac{m_2 + m_3}{m_1} l_1, \\ s_2 &= -\frac{m_3}{m_2} l_2. \end{aligned} \right\} \quad (16.11)$$



16-10. zīm.

Šiem vienādojumiem atbilstošais atrisinājums parādīts 16-10. zīmējumā. Redzam, ka *kloķa-slīdņa mehānisma statiskai līdzsvarošanai vajadzīgi divi pretsvari.*

Sevišķi nepatīkams ir *klaņa pretsvars*, kas parasti iznāk liels un ievērojami palielina šarnīra A slodzi. Tādēļ bieži samierinās ar *kloķa-slīdņa mehānisma daļēju līdzsvarotību*, prasot lai (16-6. zīm.)

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{m_1 s_1 + (m_2 + m_3) l_1}{m_2 s_2 + m_3 l_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad (4)$$

Tad  $\triangle OH_1 C' \sim \triangle OAB$ , punkti  $C'$  un  $C$  kustas paralēli slīdņa slīdes virzienam un nelīdzsvaroti paliek slīdes virziena inerces spēki. Vienādojumu (4) rakstām šādi:

$$m_1 s_1 = m_2 l_1 \left( \frac{s_2}{l_2} - 1 \right) \quad (16.12)$$

Ja vēlamies iztikt bez *klaņa pretsvara* ( $0 < s_2 < l_2$ ), tad  $s_1 < 0$ . Tātad statiski daļēji līdzsvarot *kloķa-slīdņa mehānismu* var tikai ar vienu uz *kloķa* novietotu pretsvaru, ko sauc par *galveno pretsvaru*. Šeit teiktais attiecas kā uz *dezaksiālo*, tā uz *centrālo kloķa-slīdņa mehānismu*.

#### 16-4. Mehānismu līdzsvarošanas spēku metode

Saskaņā ar vienādojumu (16.3) mehānisms ir statiski līdzsvarots, ja *kustīgo locekļu inerces kopspeks* ir nulle. Šī atziņa ir mehānismu līdzsvarošanas spēku metodes pamatā. Spēku metodi parādīsim *centrālā kloķa-slīdņa mehānisma līdzsvarošanā* (16-11. zīm.).

Inerces spēku aprēķināšanai mehānisma *kustīgo locekļu masas* statiski reducējam (9-2. §) *kustīgo šarnīru centros A un B*:

$$m_A = m_1 \frac{s_1}{r} + m_2 \frac{b}{l}, \quad m_B = m_3 + m_2 \frac{s_2}{l} \quad (16.13)$$

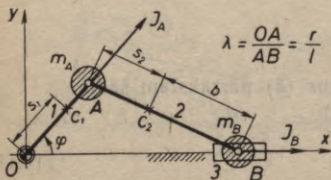
Masu  $m_A$  sauc par *rotējošo masu*, bet masu  $m_B$  — par *oscilējošo masu*.

Mehānismu inerces kopspeka

$$\begin{aligned} \bar{J} &= \bar{J}_A + \bar{J}_B = \\ &= -m_A \bar{a}_A - m_B \bar{a}_B \end{aligned}$$

projekcijas uz koordinātu asīm ir šādas:

$$\begin{aligned} J_x &= -m_A a_{Ax} - m_B a_{Bx}, \\ J_y &= -m_A a_{Ay} - m_B a_{By}. \end{aligned} \quad (1)$$



16-11. zīm.

Līdzsvarošanas vajadzībām inerces spēkus var aprēķināt jebkurai patvaļīgi pieņemtai mehānisma kustībai, jo noteikuma (16.3) izpildīšana vienmēr padara kustīgo locekļu masas centru nekustīgu, bet šī īpašība nav atkarīga no mehānisma kustības likuma. Visērtāk ir pieņemt, ka kloķis rotē vienmērīgi, t. i.,  $\varphi = \omega t$ . Tad

$$a_{Ax} = -r\omega^2 \cos \varphi, \quad a_{Ay} = -r\omega^2 \sin \varphi, \quad (2)$$

bet šarnīra  $B$  paātrinājums izsakāms ar jau agrāk doto formulu

$$a_B = -r\omega^2 \left[ \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} (4A_2 \cos 2\varphi + 16A_4 \cos 4\varphi + \dots) \right]. \quad (6.47)$$

Ievietojot izteiksmes (2) un (6.47) izteiksmēs (1) aprēķinām mainīgos spēkus, ar kuriem mehānisms iedarbojas uz fundamentu:

$$\left. \begin{aligned} J_x &= m_A r \omega^2 \cos \varphi + m_B r \omega^2 \left[ \cos \varphi + \frac{4}{\lambda} (A_2 \cos 2\varphi + \right. \\ &\quad \left. + 4A_4 \cos 4\varphi + \dots) \right], \\ J_y &= m_A r \omega^2 \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Izteiksmju (3) atsevišķos locekļus sauc par dažādu kārtu inerces spēkiem. Locekļus, kuros ir  $\sin \varphi$  vai  $\cos \varphi$ , sauc par *pirmās kārtas inerces spēkiem*. Tā kā  $\varphi = \omega t$ , tad to frekvence vienāda ar kloķvārpstas apgriezību skaitu sekundē. Pirmās kārtas inerces spēku skaitliskās vērtības ir vislielākās. Locekļus, kuros ir  $\cos 2\varphi$ , sauc par *otrās kārtas inerces spēkiem*. To vērtības ir daudz mazākas, bet frekvence divreiz lielāka nekā pirmās kārtas inerces spēkiem. Locekļus, kuros ir  $\cos 4\varphi$ , sauc par *ceturtais kārtas inerces spēkiem*. To vērtības vēl mazākas, bet frekvence četrreiz lielāka par kloķvārpstas apgriezību skaitu sekundē. No 6-3. tabulas secināms, ka sestās un augstāku kārtu inerces spēki ir vēl daudz mazāki. Slīdņa kustības (mehānisma ass) virzienā darbojas pirmās un augstāku kārtu inerces spēki, bet perpendikulāri mehānisma asij tikai pirmās kārtas inerces spēki.

Dažādu kārtu inerces spēku maksimālās vērtības sauc par *spēku amplitūdām*. No rotējošās masas rodas tikai pirmās kārtas spēks ar amplitūdu

$$D_1^A = m_A r \omega^2.$$

No oscilējošās masas rodas spēki ar amplitūdām

$$D_1^B = m_B r \omega^2,$$

$$D_2 = m_B \frac{4}{\lambda} A_2 r \omega^2 = \frac{4}{\lambda} A_2 D_1^B,$$

$$D_4 = m_B \frac{16}{\lambda} A_4 r \omega^2 = \frac{16}{\lambda} A_4 D_1^B.$$

Izteiksmes (3) tagad iegūst šādu veidu:

$$\left. \begin{aligned} J_x &= D_1^A \cos \varphi + D_1^B \cos \varphi + D_2 \cos 2\varphi + D_4 \cos 4\varphi + \dots, \\ J_y &= D_1^A \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (16.14)$$

Šīs izteiksmes izteic nelīdzsvarota kloķa-slīdņa mehānisma dinamisko iedarbību uz fundamentu. Mehānisma ass virzienā šīs iedarbības maksimumi atbilst  $\varphi = 0^\circ, 180^\circ, \dots$ , bet asij perpendikulārā virzienā  $\varphi = 90^\circ, 270^\circ, \dots$ .

**16-1. piemērs.** Aprēķināt uz fundamentu darbīgos maksimālos dinamiskos spēkus horizontālam dīzeļmotoram, ja kloķvārpstas masa  $m_1 = 20$  kg, kloķa masa  $m_2 = 30$  kg, virzuļa, virzuļa kāta un krustenes masa  $m_3 = 40$  kg, virzuļa gājiens  $S = 200$  mm,  $\lambda = 0,22$ ,  $s_1 = 40$  mm,  $s_2/l = 0,35$ ,  $n = 500$  apgr./min.

**Atrisinājums.** Pēc formulām (16.13) aprēķinām rotējošo masu  $m_A = 27,5$  kg un oscilējošo masu  $m_B = 50,5$  kg, bet pēc formulas (6.47) koeficientu izteiksmēm atrodam  $A_2 = 0,01225$  un  $A_4 = -0,00004$ . Kloķa kakliņa centra paātrinājums  $r\omega^2 = 274$  m/s<sup>2</sup>. Inerces spēku amplitūdas ir  $D_1^A = 770$  kG,  $D_1^B = 1410$  kG,  $D_2 = 314$  kG,  $D_4 = -4$  kG. Pēc formulām (16.14) maksimālais horizontālais un maksimālais vertikālais spēks ir

$$J_{x \max} = 2490 \text{ kG}, \quad J_{y \max} = 770 \text{ kG}.$$

Tikko aplūkotais piemērs rāda, ka, inerces spēka kārtai augot, strauji samazinās tā amplitūda. Daudzos gadījumos jau ceturrtās kārtas inerces spēkus var ignorēt.

Rotējošās masas inerces spēku  $D_1^A$  var līdzsvarot ar galveno pret svaru, ko novieto uz kloķa pleciem (16-12. zīm.). Galvenā pretsvara centrālās spēkam  $J_0 = m_0 r_0 \omega^2$  jābūt vienādam ar  $D_1^A$ . Tādēļ galvenā pretsvara masa

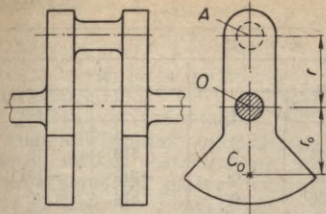
$$m_0 = m_A \frac{r}{r_0}. \quad (16.15)$$

Ar galveno pret svaru daļēji līdzsvarota kloķa-slīdņa mehānisma dinamiskā iedarbība uz fundamentu aprēķināma šādi:

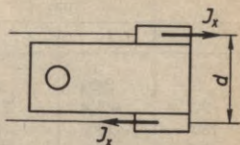
$$\left. \begin{aligned} J_x &= D_1^B \cos \varphi + D_2 \cos 2\varphi + \dots, \\ J_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16.16)$$

Tātad uz fundamentu darbojas tikai aksiālie inerces spēki, kas visi ceļas no oscilējošās masas.

16-11. zīmējumā redzams, ka aksiālo spēku  $J_B$  var samazināt, palielinot galveno pret svaru. Taču tad rodas jauns nelīdzsvarots rotējošās masas inerces spēks  $J'$ , kas vērsts pretēji spēkam  $J_A$ . Ja pievieno tādu papildu pret svaru, ka oscilējošās masas pirmās kārtas spēks mehānisma ass virzienā vairs nedarbojas, bet pāriet uz asij



16-12. zīm.



16-13. zīm.

perpendikulāru virzienu, tad papildu pretsvara inerces spēkam  $J' = m' r_0 \omega^2$  jābūt vienādam ar  $D_1^B$ . Tādēļ papildu pretsvara masa

$$m' = m_B \frac{r}{r_0}. \quad (16.17)$$

Ar galveno un papildu pretsvaru daļēji līdzsvarota kloķa-slidņa mehānisma iedarbība uz fundamentu izsakāma šādi:

$$\left. \begin{aligned} J_x &= D_2 \cos 2\varphi + \dots \\ J_y &= -D_1^B \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (16.18)$$

Tātad ar galveno pretsvaru uz kloķa pleciem var līdzsvarot kloķa-slidņa mehānisma asij perpendikulāro spēku un rotējošās masas radiālo aksiālo spēku. Pievienojot papildu pretsvaru, var līdzsvarot abus aksiālos pirmās kārtas spēkus, bet tad oscilējošās masas pirmās kārtas spēks tiek pārnestis mehānisma asij perpendikulārā virzienā. Otrās un augstāku kārtu spēkus ar vienu pretsvaru līdzsvarot nav iespējams. Statiski pilnīgi līdzsvarot kloķa-slidņa mehānismu var ar diviem pretsvariem (16-10. zīm.), no kuriem viens pievienots kloķim, otrs — klanim.

Papildu pretsvarus lieto tvaika lokomotīvēs, jo spēkpāris  $J_x d$  ierosina lokomotīves svaidīšanos pa labi un pa kreisi (16-13. zīm.). Pārnesot  $D_1^B$  uz vertikālo virzienu, pieaug spiediena maiņa uz sliedēm, kas daudz mazāk bīstama. Taču papildu pretsvari ierobežo lokomotīves maksimālo ātrumu, jo riteņu saskare ar sliedēm nedrīkst zust.

**16-2. piemērs.** Izdarīt 16-1. piemērā dotā dīzeļmotora līdzsvarošanu 1) ar galveno pretsvaru un 2) ar galveno un papildu pretsvaru, pieņemot  $r_0 = r$ . Salīdzināt līdzsvarota un nelīdzsvarota motora iedarbību uz fundamentu.

**Ātrisinājums.** Pēc formulām (16.15) un (16.17) galvenā un papildu pretsvara masa  $m_0 = 27,5$  kg,  $m' = 50,0$  kg. Pēc formulām (16.14), (16.16) un (16.18), aprēķinām uz fundamentu darbīgos ekstremālos inerces spēkus, kuru kilogramos izteiktās vērtības sakopotas 16-2. tabulā.

$\varphi$	Pretsvars					
	nav		$m_0$		$m_0 + m'$	
	$J_x$	$J_y$	$J_x$	$J_y$	$J_x$	$J_y$
$0^\circ$	2494	0	1744	0	314	0
$90^\circ$	-314	770	-314	0	-314	-1410
$180^\circ$	-1866	0	-1096	0	314	0
$270^\circ$	-314	-770	-314	0	-314	1410

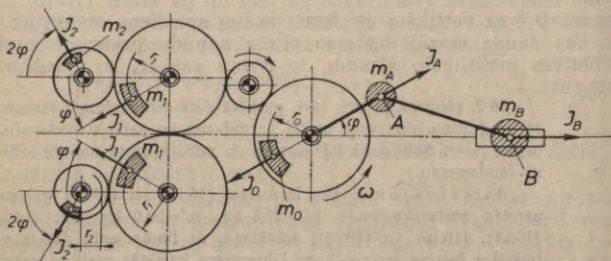
Tikko aplūkotais piemērs rāda, ka ar vienu pretsvaru daļēji līdzsvarots kloķa-slīdņa mehānisms darbojas uz apkārtni ar visai ievērojamiem spēkiem. Pilnīga līdzsvarošana ar diviem pretsvāriem (16-3. §) ir neizdevīga. Tāpēc dažādu kārtu inerces spēku līdzsvarošanai mehānismos lieto pretsvaru rotorus. Katra  $k$ -tās kārtas inerces spēka līdzsvarošanai vajadzīgi divi pretējos virzienos ar leņķisko ātrumu  $\omega_k$  rotējoši pretsvaru rotorī. Rotoru kopīgās ass virzienā abu pretsvaru inerces spēki savstarpēji līdzsvarojas, bet šai asij perpendikulārā virzienā — ģeometriski summējas, tādējādi radot līdzsvarotājspēku. Kloķa-slīdņa mehānisma visu pirmās un otrās kārtas inerces spēku līdzsvarošana ar galveno pretsvaru un diviem pretsvaru rotoru pāriem parādīta 16-14. zīmējumā. Šādu mehānismu parasti var uzskatīt par praktiski līdzsvarotu.

Pretsvarus 16-14. zīmējumā attēlotajai shēmai aprēķina saskaņā ar noteikumiem  $2J_1 = D_1^B$  un  $2J_2 = D_2$ , t. i.,

$$2m_1 r_1 \omega^2 = m_B r \omega^2, \quad 2m_2 r_2 4\omega^2 = \frac{4}{\lambda} A_2 m_B r \omega^2,$$

no kurienes

$$m_1 = \frac{m_B r}{2 r_1}, \quad m_2 = \frac{A_2 m_B r}{\lambda 2 r_2}. \quad (16.19)$$



16-14. zīm.

Pilnīgi var līdzsvarot mehānismu, ja tam pievieno simetrisku dublētā mehānismu. Šī ideja parādīta 16-15. zīmējumā.

Daļēju vai pat praktiski pilnīgu vairākcilindru virzuļmašīnu līdzsvarošanu var sasniegt nelietojot pretsvarus.

Lai noskaidrotu minētās iespējas, aplūkosim 16-16. zīmējumā parādītās divcilindru, četrcilindru un sešcilindru virzuļmašīnas, kur cilindri novietoti vienā rindā, t. i., cilindru ass atrodas vienā plaknē. Pieņemsim, ka divcilindru un četrcilindru mašīnu virzuļi atrodas savu gājienu galapunktos. Tad visu trīs mašīnu kloķvārpstām viena no simetrijas plaknēm sakrīt ar zīmējuma plakni, bet otra — zīmējumam perpendikulāra simetrijas plakne iet caur kloķvārpstas viduspunktu; pēdējās simetrijas plaknes nav divcilindru mašīnai.

Ja cilindru skaits ir pārskaitlis un kloķvārpstai ir divas minētās simetrijas plaknes, tad rotējošo masu inerces spēki savstarpēji līdzsvarojas. Divcilindru mašīnā vienas no minētajām plaknēm nav, tāpēc nelīdzsvarots paliek rotējošo masu inerces spēku pāris ar plecu  $d$ . Ievērojot teikto, pietiek aplūkot cilindru ass virzienā darbīgos oscilējošo masu pirmās, otrās, ceturtās, sestās un augstāku kārtu inerces spēkus

$$J_1 = D_1^B \cos \varphi, J_2 = D_2 \cos 2\varphi, J_4 = D_4 \cos 4\varphi,$$

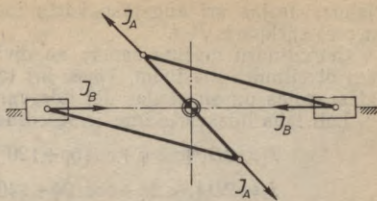
$$J_6 = D_6 \cos 6\varphi, \dots$$

Divcilindru mašīnās pirmās kārtas inerces spēki līdzsvarojas, jo

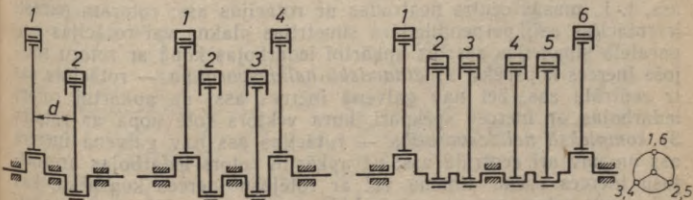
$$J_1 \equiv D_1^B [\cos \varphi + \cos (\varphi + 180^\circ)] = 0,$$

bet otrās kārtas inerces kospēks

$$J_2 \equiv D_2 [\cos 2\varphi + \cos (2\varphi + 360^\circ)] \neq 0.$$



16-15. zīm.



16-16. zīm.

Nelīdzsvaroņas arī augstāko kārtu inerces spēki un pirmās kārtas inerces spēkpāris  $J_1 d$ .

Cetrcilindru mašīna sastāv no divām simetriski blakus novietotām divcilindru mašīnām. Tāpēc arī tās pirmās kārtas inerces spēki līdzsvaroņas un simetrijas dēļ līdzsvaroņas arī šo spēku pāri.

Ļoti laba līdzsvarošanās ir sešcilindru mašīnai, jo

$$J_1 \equiv 2D_1^2 [\cos \varphi + \cos (\varphi + 120^\circ) + \cos (\varphi + 240^\circ)] = 0,$$

$$J_2 \equiv 2D_2^2 [\cos 2\varphi + \cos (2\varphi + 240^\circ) + \cos (2\varphi + 480^\circ)] = 0,$$

$$J_4 \equiv 2D_4^2 [\cos 4\varphi + \cos (4\varphi + 480^\circ) + \cos (4\varphi + 960^\circ)] = 0.$$

Taču sestās kārtas inerces kopspēks

$$J_6 \equiv 2D_6^2 [\cos 6\varphi + \cos (6\varphi + 720^\circ) + \cos (6\varphi + 1440^\circ)] \neq 0.$$

Sādi var pierādīt, ka 16-16. zīmējumā dotā sešcilindru virzuma mašīnā nelīdzsvaroņas tikai 6., 12., 18. utt. kārtas inerces spēki, bet visi pārējie līdzsvaroņas.

### 16-5. Rotoru līdzsvarošana

Ap nekustīgu asi rotējošiem mehānisma locekļiem piemīt sevišķa īpašība — tos var līdzsvarot neatkarīgi no pārējiem locekļiem, ar pretsvaru pārvēršot rotācijas asi par centrālo galveno inerces asi un tādējādi izpildot vispārīgos mehānisma līdzsvarošanas noteikumus (16.4) un (16.6).

Rotoru līdzsvarošanai ir liela praktiska nozīme. Rotori pieder pie visizplatītākajiem un visātrāk kustošiem mehānismu locekļiem. Vairākcilindru virzuļdzinēju kloķvārpstas rotē ar 2000—5000 apgr./min. Sevišķi ātra rotācija sastopama mehānismos, kas sastāv tikai no rotora un statora: elektromotoru un turbīnu rotoru sasniedz 30 000 apgr./min., bet ultracentrifūgu — pat 60 000 un vairāk apgr./min. Lielo ātrumu dēļ pat tikai nedaudz nelīdzsvarots rotors var iedarboties uz apkārtni ar lieliem dinamiskiem spēkiem un momentiem.

Izšķir trejādus rotoru nelīdzsvarotības veidus: 1) *statiskā nelīdzsvarotība* — rotācijas ass ir galvenā inerces ass, bet nav centrālā ass, t. i., masas centrs neatrodas uz rotācijas ass; rotoram parasti ir rotācijas asij perpendikulāra simetrijas plakne vai rotācijas asij paralēla simetrijas ass; uz apkārtni iedarbojas kopā ar rotoru rotējošs inerces kopspēks; 2) *dinamiskā nelīdzsvarotība* — rotācijas ass ir centrālā ass, bet nav galvenā inerces ass; uz apkārtni rotors iedarbojas ar inerces spēkpāri, kura vektors rotē kopā ar rotoru; 3) *kompleksā nelīdzsvarotība* — rotācijas ass nav galvenā inerces ass un nav arī centrālā ass; uz apkārtni rotors iedarbojas ar rotējošu inerces spēku dinamisku vai ar rotējošu inerces kopspēku, kas neiet caur rotora masas centru. Līdzsvarots rotors iedarbojas uz apkārtni tikai ar smagumspēku.

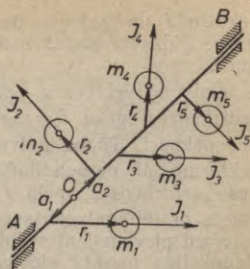
Rotoru līdzsvarošanas aprēķinos lietojam spēku metodi. Saskaņā ar 16-4. paragrāfā izteikto principu, līdzsvarošanas aprēķina rezultāts nav atkarīgs no aprēķinā pieņemtās mehānisma kustības. Tādēļ līdzsvarosim vienmērīgi rotējošus rotorus, kuru masām ir tikai centrālās spēki.

Līdzsvarošanas aprēķinam rotors jāsadala daļās, kuru masas un masu centri zināmi. Lai rotora daļu centrālās spēki ietu caur masas centriem, nepieciešams [132], lai katrai rotora daļai būtu rotācijas asiņ paralēla galvenā centrālā inerces ass.

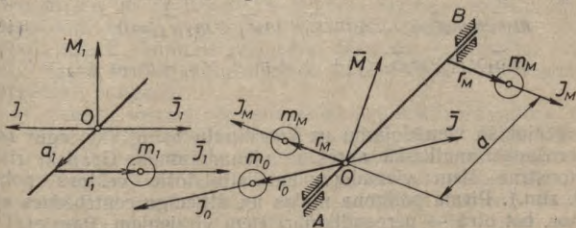
Aplūkojam 16-17. zīmējumā shematiski attēloto rotoru. Šeit parādītas rotora nelīdzsvaroto sastāvdaļu masas  $m_i$ , to centru rādiusvektori  $r_i$ , kas perpendikulāri rotācijas asiņ, redukcijas punkts  $O$  uz rotācijas asi un daļēji — arī vektori  $a_i$ , kas vērsti no redukcijas punkta pa rotācijas asi uz vektoru  $r_i$  sākumpunktiem. Šāds rotors reprezentē vispārīgo kompleksās nelīdzsvarotības gadījumu. Noskaidrosim šāda rotora līdzsvarošanu. Tad kļūs arī redzams, kā jārikojas vienkāršākajos statiskās un dinamiskās nelīdzsvarotības gadījumos.

Katru centrālās spēku  $\vec{J}_i = m_i \vec{r}_i \omega^2$  pēc statiskā aplūkotās metodes pārnes uz redukcijas punktu. Šai nolūkā redukcijas punktā pieliek divus pretēja virziena spēkus  $\vec{J}_i$  un  $-\vec{J}_i$ . Spēks  $-\vec{J}_i$  kopā ar masas  $m_i$  centrā pielikto spēku  $\vec{J}_i$  veido spēkpāri. Tādējādi pēc spēka  $\vec{J}_i$  pārnesšanas uz redukcijas punktu, tajā izrādās pielikts ne tikai spēks  $\vec{J}_i$ , bet arī spēkpāra momenta vektors  $\vec{M}_i = \vec{a}_i \times \vec{J}_i$ , kuru kā brīvu vektoru var pielikt jebkurā punktā. 16-17. zīmējumam atbilstošā centrālās spēka  $J_1$  pārnesšana uz punktu  $O$  parādīta 16-18. zīmējumā.

Pēc visu rotora centrālās spēku pārnesšanas uz brīvi izvēlēto redukcijas punktu  $O$ , tajā ir pielikti  $n$  spēku un  $n$  momentu vektori, tos ģeometriski saskaitot, iegūst rotora centrālās spēku galveno



16-17. zīm.



16-18. zīm.

vektoru  $\bar{J}$  un galveno momentu  $\bar{M}$ , kas abi parādīti 16-18. zīmējumā. Līdzsvarošanas uzdevums ir pārvērst abus šos vektorus par nulli.

Galveno vektoru  $\bar{J}$  varam līdzsvarot ar pretsvaru  $m_0$ , kas dod centrālās spēku  $\bar{J}_0 = m_0 \bar{r}_0 \omega^2 = -\bar{J}$ . Spēkpāri varam līdzsvarot tikai ar spēkpāri. Tāpēc galveno momentu  $\bar{M}$  līdzsvarojam ar diviem vektoram  $\bar{M}$  perpendikulārā plaknē novietotiem pretsvariem  $m_M$ , kuru centrālās spēki  $J_M = m_M \bar{r}_M \omega^2$  veido spēkpāri  $a J_M = M$ , kas vērsts pretēji galvenajam momentam  $\bar{M}$ . Vienu no pretsvariem  $m_M$  rotoram pievienojam redukcijas punktā, bet otru atstatumā  $a$  no tā. Redukcijas punktā pievienotos pretsvarus  $m_0$  un  $m_M$  apvienojam vienā pretsvarā; tā masu  $m_I$  nosaka vienādojums

$$m_I \bar{r}_I \omega^2 = m_0 \bar{r}_0 \omega^2 + m_M \bar{r}_M \omega^2, \quad (1)$$

kur  $\bar{r}_M$  ir redukcijas punktā pievienotā pretsvara  $m_M$  rādiusvektors.

Rotora asij perpendikulārās plaknes, kurās pievienojam pretsvarus, apzīmējam ar  $I$  un  $II$ . Redukcijas punkts atrodas plaknē  $I$ ; te pielikts pretsvars ar masu  $m_I$ . Plaknē  $II$  pieliekamā pretsvara masu  $m_M$  turpmāk atzīmēsim ar  $m_{II}$ ; tai atbilstošais centrālās spēks  $J_{II} = m_{II} \bar{r}_{II} \omega^2 = J_M$ . Tagad redzam, ka kompleksi vai dinamiski līdzsvarotu rotoru var līdzsvarot ar diviem pretsvariem, kas novietojami divās brīvi izraudzītās rotora asij perpendikulārās plaknēs. Statiski var līdzsvarot ar vienu brīvi izraudzītā plaknē rotoram pievienojamo pretsvaru.

Noskaidrosim, kā noteikt plaknēs  $I$  un  $II$  pievienojamo pretsvaru masas un rādiusvektorus. Pēc šo pretsvaru pievienošanas rotora inerces spēku galvenajam vektoram  $\bar{J}$  un galvenajam momentam  $\bar{M}$  jābūt vienādiem ar nulli, t. i.,

$$\bar{J} \equiv \bar{J}_1 + \bar{J}_2 + \dots + \bar{J}_n + \bar{J}_I + \bar{J}_{II} = 0,$$

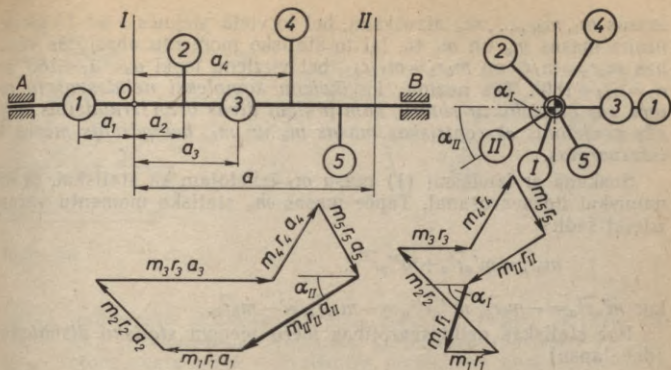
$$\bar{M} \equiv \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n + \bar{M}_{II} = 0.$$

Saīsinot ar  $\omega^2$ , šos vienādojumus pārrakstām šādi:

$$m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 + \dots + m_n \bar{r}_n + m_I \bar{r}_I + m_{II} \bar{r}_{II} = 0, \quad (16.20)$$

$$m_1 \bar{a}_1 \times \bar{r}_1 + m_2 \bar{a}_2 \times \bar{r}_2 + \dots + m_n \bar{a}_n \times \bar{r}_n + m_{II} \bar{a} \times \bar{r}_{II} = 0. \quad (16.21)$$

Projicējot šo vienādojumu uz koordinātu asīm, var iegūt rotora līdzsvarošanas analītiskā aprēķina vienādojumus. Grafiski risinot, ir jākonstruē šiem vienādojumiem atbilstošie vektoru poligoni (16-19. zīm.). Pirmā poligona malas iet attiecīgo centrālās spēku virzienos, bet otrā — perpendikulāri šiem virzieniem. Pagriežot otro poligonu par  $90^\circ$  pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, ska-



16-19. zīm.

toties no gultņa  $A$  puses, redzam, ka pa labi no plaknes  $I$  esošo masu centrālās spēku momentu vektoru virzieni un vērsumi ir tādi paši kā centrālās spēkiem, bet pa kreisi esošo vektoru vērsumi ir pretēji centrālās spēkiem. Ievērojot izteikto likumu, vienādojumu (16.21) rakstām šādi:

$$\overline{m_1 a_1 r_1} + \overline{m_2 a_2 r_2} + \dots + \overline{m_n a_n r_n} + \overline{m_{II} a r_{II}} = 0. \quad (16.22)$$

Vispirms konstruējam poligону (16.22), jo tam ir tikai viena nezināma mala  $\overline{m_{II} a r_{II}}$ , kas iet pretsvara  $II$  rādiusvektora  $r_{II}$  virzienā. Konstruējot šo malu un izdalot tās vērtību ar  $a$ , iegūst pretsvara masas statisko momentu  $m_{II} r_{II}$ ; tas dod iespēju noteikt pretsvara masu un rādiusvektora garumu, vienu no šiem lielumiem izvēloties. Lietojot atrasto vektoru  $m_{II} r_{II}$ , konstruē poligonu (16.20); tas dod otra pretsvara masas statisko momentu  $m_I r_I$ . Ar to rotoru kompleksās nelīdzsvarotības novēršanas problēma ir atrisināta.

Rotoru dinamiskā līdzsvarošanā, konstruējot poligonu (16.22), atrodam  $m_{II} r_{II}$  un ievērojam, ka  $m_I r_I = -m_{II} r_{II}$ . Rotoru statiskā līdzsvarošanā viena pretsvara masu pielīdzinām nullei, bet otru pretsvaru, kas ir vienīgais pretsvars, nosakām, konstruējot poligonu (16.20). Tātad statiski vai dinamiski līdzsvarojoš, konstruējams tikai viens vektoru poligons.

Atgriežamies vēlreiz pie kompleksī nelīdzsvarota rotora (16-19. zīm.), kura nelīdzsvarotību rada masas  $m_1, m_2, \dots, m_n$ . So masu skaits var būt neierobežots. Tāpēc ikvienu kompleksī nelīdzsvarotu rotoru varam līdzsvarot ar diviem brīvi izraudzītās plaknēs  $I$  un  $II$  novietotiem pretsvariem, kuru masu statisko momentu absolūtās vērtības ir  $m_I r_I$  un  $m_{II} r_{II}$ , bet virzienus noteic leņķi  $\alpha_I$  un  $\alpha_{II}$ .

Aplūkotais rotors paliks līdzsvarots arī tad, ja ekscentriskās

masas  $m_1, m_2, \dots, m_n$  aizvāksim, bet to vietā plaknēs  $I$  un  $II$  pievienosim masas  $m_a$  un  $m_b$  tā, lai to statisko momentu absolūtās vērtības  $m_a r_a = m_I r_I$  un  $m_b r_b = m_{II} r_{II}$ , bet virzienu leņķi  $\alpha_a = \alpha_I + 180^\circ$  un  $\alpha_b = \alpha_{II} + 180^\circ$ . Tas nozīmē, ka ikvienu kompleksi nelīdzsvarotu rotoru var aizvietot ar rotoru, kam ir tikai divas brīvi izraudzītās plaknēs novietotas ekscentriskas masas  $m_a$  un  $m_b$ , bet pārējās masas ir līdzsvarotas.

Saskaņā ar izteiksmi (1) masu  $m_I$  izlietojam kā statiskai, tā dinamiskai līdzsvarošanai. Tāpēc masas  $m_a$  statisko momentu varam izteikt šādi:

$$m_a \bar{r}_a = m'_a \bar{r}'_a + m''_a \bar{r}''_a,$$

kur  $m'_a \bar{r}'_a = -m_0 \bar{r}_0$ ,  $m''_a \bar{r}''_a = -m_M \bar{r}_M = -m_b \bar{r}_b$ .

Par statiskās nelīdzsvarotības mēru pieņem *statisko disbalansu* (debalansu)

$$\Delta_{st} = m'_a r'_a = m_0 r_0, \quad (16.23)$$

bet par dinamiskās nelīdzsvarotības mēru — *dinamisko disbalansu*

$$\Delta_{din} = m''_a r''_a = m_b r_b a, \quad (16.24)$$

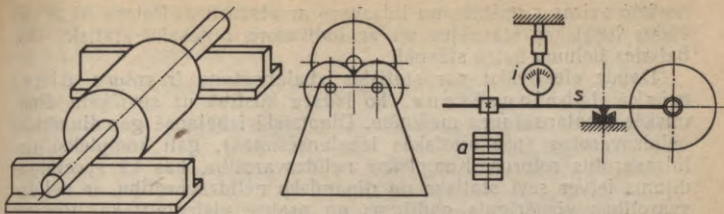
kur  $a$  — atstatums starp plaknēm  $I$  un  $II$ . Statiskā disbalansu mērvienība parasti ir  $g \cdot \text{cm}$ , bet dinamiskā disbalansa mērvienība —  $g \cdot \text{cm}^2$ . Statiskais disbalans ir nelīdzsvarotās masas statiskais moments pret rotācijas asi.

## 16-6. Rotoru eksperimentālā līdzsvarošana

Pareizi aprēķināts (16-5. §) rotors pēc izgatavošanas ir tomēr vairāk vai mazāk kompleksi nelīdzsvarots materiāla nehomogenitātes un apstrādes kļūdu dēļ. Tāpēc ātrgaitas rotorus līdzsvaro eksperimentāli. Šādu līdzsvarošanu sauc par izbalansēšanu. Izbalansēšanu veic, rotoram pievienojot vai no rotora atdalot (nourbjot) masu.

Relatīvi īsiem un ne pārāk ātrgaitīgiem rotoriem dažreiz izdara tikai statisko izbalansēšanu, kuras rezultātā rotora masas centra attālums  $r_c$  no rotācijas ass tiek padarīts pietiekami mazs. Statiskai izbalansēšanai lieto dažādas ierīces (16-20. zīm.).

Viena no jutīgākām statiskās izbalansēšanas ierīcēm ir paralēlprizmas, kas noderīgas atsevišķu rotoru individuālai izbalansēšanai, ja rotora vārpstas diametri uz abām prizmām ir vienādi. Prizmām jābūt horizontālām un pietiekami stingām. Prizmām un vārpstai jābūt ģeometriski pareizām, nebojātām un tīrām. Uz prizmām novietots rotors pēc neilgām velšanās svārstībām nostājas tā, ka tā masas centrs atrodas caur rotora asi novilkta vertikālā plaknē zem rotora ass. Šai plaknē virs rotora ass piestiprina pretsvaru vai zem ass izdara urbumu, tādējādi ar vairākiem eksperimentiem panākot



16-20. zim.

rotora indiferentu līdzsvaru ikvienā stāvoklī. Tagad aktīvais moments  $Qr_c$  ir vienāds ar velšanās pretestības momentu  $Qk$ , kur  $Q$  — rotora svars un  $k$  — velšanās pretestības koeficients. Tātad rotora statisko disbalansu iespējams samazināt līdz vērtībai  $\Delta_{st} = Qk$  un optimālos apstākļos rotora masas centru pievirzīt rotora asij līdz  $r_c = k \approx 0,01$  mm, sasniedzot t. s. *apslēpto statisko nelīdzsvarotību*.

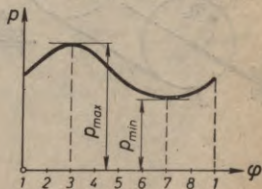
Apslēpto statisko nelīdzsvarotību var samazināt, lietojot mēģinājumpsvaru metodi. Rotora aploci parasti sadala 8 vienādās daļās un dalījuma punktus numurē pēc kārtas. Punktu 1 novieto horizontālā caur rotora asi novilkta plaknē un šinī punktā piestiprina mēģinājumpsvaru  $p_1$ , kas pagriež rotoru par nelielu leņķi ( $10^\circ - 15^\circ$ ). Pēc tam pretsvaru  $p_1$  noņem un minēto operāciju atkārtoti attiecībā uz pārējiem punktiem. Uzzīmē 16-21. zīmējumā parādīto likni. Rotora masas centrs atrodas pretsvaru  $p_{\max}$  un  $p_{\min}$  plaknē. Piestiprinot mēģinājumpsvara  $p_{\max}$  vietā paliekošu pretsvaru

$$p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2},$$

labvēlīgos apstākļos  $r_c$  var samazināt līdz dažām tūkstošdaļām milimetra.

Lielāku ražīgumu sniedz statistiskās izbalansēšanas statne (16-20. zim.), kur rotors katrā galā balstās uz diviem diskiem. Sajā ierīcē rotora vārpstas diametri var būt dažādi. Ierīce samērā nejutīga, jo velšanās pretestībai pievienojas berze disku gultņos un balstu reakciju aritmētiskā summa ir lielāka nekā paralēlprizmām. Reakciju summu var samazināt, ja vienu disku katrā rotora galā ņem lielāku nekā otru.

Masveida statistiskai līdzsvarošanai lieto dažādas konstrukcijas izbalansēšanas statnes. Viena no tām shematiski attēlota 16-20. zīmējumā. Te rotoru



16-21. zim.

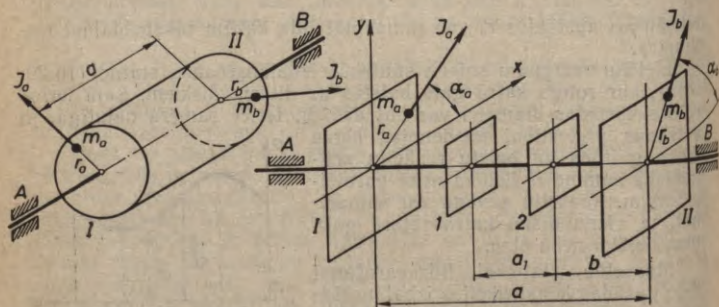
novieto sviras  $s$  gultņos un līdzsvaro ar atsvaru  $a$ . Rotoru fiksē dažādos leņķiskos stāvokļos un ar indikatoru  $i$  nosaka statiskā disbalansa lielumu katrā stāvoklī.

Daudz efektīvāka par statisko izbalansēšanu ir rotoru dinamiskā izbalansēšana, ko izdara kustībā uz sevišķām dinamiskās izbalansēšanas mašīnām. Dinamiski izbalansē gan dinamiski nelīdzsvarotus (pēc statiskās izbalansēšanas), gan kompleksi nelīdzsvarotus rotorus. Kompleksā nelīdzsvarotība, kas kā speciālgadījums ietver sevī statisko un dinamisko nelīdzsvarotību, ir nelīdzsvarotības vispārīgais gadījums un praksē visizplatītākā. Parasti statisko izbalansēšanu nemaz neizdara, bet izbalansē tikai dinamiski. Tāpēc aplūkosim kompleksi nelīdzsvarotu rotoru dinamisko izbalansēšanu.

Iepriekšējā paragrāfā noskaidrojām, ka par kompleksās nelīdzsvarotības cēloni var pieņemt (16-22. zīm.) divas nelīdzsvarotas masas  $m_a$  un  $m_b$ , kas atrodas brīvi izraudzītās plaknēs  $I$  un  $II$ . Šīs masas rada centrālās spēkus  $\bar{J}_a = m_a \bar{r}_a \omega^2$  un  $\bar{J}_b = m_b \bar{r}_b \omega^2$ , kuru moduļi proporcionāli masu statiskajiem momentiem  $m_a r_a$  un  $m_b r_b$ . Ja abas masas atrodas vienā caur rotora asi novilkta plaknē un  $m_a \bar{r}_a = -m_b \bar{r}_b$ , tad rotors ir dinamiski nelīdzsvarots. Statiskās nelīdzsvarotības cēlonis ir viena jebkurā plaknē novietota nelīdzsvarota masa.

Doto komplekso nelīdzsvarotību varam izteikt arī ar citās divās plaknēs  $I$  un  $2$  novietotām ekscentriskām masām  $m_1$  un  $m_2$ , kuru radītie centrālās spēki  $\bar{J}_1 = m_1 \bar{r}_1 \omega^2$  un  $\bar{J}_2 = m_2 \bar{r}_2 \omega^2$  ir ekvivalenti spēku  $\bar{J}_a$  un  $\bar{J}_b$  sistēmai (16-22. zīm.). Lai aprēķinātu statiskos momentus  $m_1 \bar{r}_1$  un  $m_2 \bar{r}_2$ , apzīmējam spēku projekcijas uz  $x$  un  $y$  asīm ar  $X$  un  $Y$  un rakstām ekvivalences vienādojumus:

$$\left. \begin{aligned} X_1 + X_2 &= X_a + X_b, & X_1 a_1 &= X_a (a - b) - X_b b, \\ Y_1 + Y_2 &= Y_a + Y_b, & Y_1 a_1 &= Y_a (a - b) - Y_b b, \end{aligned} \right\} \quad (16.25)$$



16-22. zīm.



$\bar{A}_2 = \bar{A}_1 + \bar{A}$ , kas ir spēku  $J_a$  un  $J = mr\omega^2$  kopdarbības rezultāts. Tādā no mēģinājumpsvars rodas vektors  $A$ . Līdzsvars būs tad, kad  $A_2 = 0$ . Lai to sasniegtu, jāpagriež vektors  $A$  par leņķi  $\alpha$  un jāpanāk, lai jaunais vektors  $\bar{A}' = -\bar{A}_1$ . Tāpēc mēģinājumpsvaru noņem un pievieno līdzsvarojošo pretsvaru ar masu  $m_1$  uz rādiusa, kas par leņķi  $\alpha$  novirzīts no rādiusa  $Om$ . Līdzsvarojošā pretsvara masu aprēķina no proporcijas

$$\frac{m_1 r}{mr} = \frac{A_1}{A}. \quad (16.26)$$

Maksimālo atzīmju metodi lieto abu tipu dinamiskās izbalansēšanas mašīnās. Metodes trūkums — maksimālo atzīmju pareizība atkarīga no operatora pieredzes.

Otra vienkārša disbalansu noteikšanas metode ir trīs ieskrējienų metode, kas balstās tikai uz amplitūdu mērījumiem. Aplūkosim šīs metodes lietošanu rāmja tipa dinamiskās izbalansēšanas mašīnā (16-24. zīm.). Ja rāmja svārstības nelielas, tad varam pieņemt, ka uz rotoru un rāmi, rotoram griežoties ar leņķisko ātrumu  $\omega$ , darbojas periodisks ierosinātais moments

$$M_1 = P_1 a = J_a a \sin \omega t = m_a r_a a \omega^2 \sin \omega t.$$

Bez tam uz rāmi un rotoru darbojas atsperes elastības spēka moments

$$M_2 = -c \Delta s l = -c \Theta l^2$$

un, pieņemot, ka pretestība proporcionāla ātrumam, pretestības spēku moments ir

$$M_3 = -f \dot{\Theta},$$

kur  $c$  — atsperes elastības konstante,  $\Theta$  — rāmja novirzes leņķis no līdzsvara stāvokļa,  $f$  — viskozās pretestības koeficients. Ja rāmja un rotora inerces momentu pret rāmja svārstīšanās asi  $O$  apzīmējam ar  $I$ , tad rāmja kustības diferenciālvienādojums

$$I \ddot{\Theta} = M_1 + M_2 + M_3$$

iegūst pazīstamā uzspiesto svārstību diferenciālvienādojuma veidu:

$$\ddot{\Theta} + 2n\dot{\Theta} + k^2\Theta = h \sin \omega t, \quad (16.27)$$

kur  $n = \frac{f}{2I}$ ,  $k^2 = \frac{cl^2}{I}$ ,  $h = \frac{a\omega^2}{I} m_a r_a$ .

Šī vienādojuma atrisinājums, kā zināms no teorētiskās mehānikas, sniedz uzspiesto svārstību amplitūdu un fāzu nobīdi leņķi:

$$\Theta_u = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 n^2}}, \quad \delta = \arctg \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2}.$$



Tagad var aprēķināt proporcionalitātes koeficientu

$$\beta = \frac{A}{mr} \quad (16.30)$$

un meklējamo disbalansu, kas vienāds ar pretsvara statisko momentu

$$m_a r = m_1 r = \frac{A_1}{\beta}. \quad (16.31)$$

Pretsvara piestiprināšanas leņķis

$$\alpha = \arccos \frac{A_1^2 + A^2 - A_2^2}{2A_1 A}. \quad (16.32)$$

Pēdējā formula sniedz divas atbildes. Uz kuru pusi no vektora  $J'$  jāatliek aprēķinātais leņķis  $\alpha$ , tas jāatrod eksperimentāli, izdarot vēl ceturto ieskrējieni. Ja pretsvars piestiprināts pareizi, tad rāmis jūtami nesvārstās. Pēc tam rotoru apgriez; tāpat izdara arī līdzsvārošanu plaknē  $II$ .

Ir izstrādātas metodes un palīgierīces rotoru dinamiskai izbalansēšanai, neizņemot tos no mašīnas [105].

Lai samazinātu dinamiskās izbalansēšanas darba ietilpību, ir konstruētas ļoti pilnīgas eksperimentālās līdzsvārošanas mašīnas. Dažas no tām darbojas tālu no rezonanses vai stacionārā rezonanses režīmā. Ir mašīnas, kas automātiski uzrāda disbalansa lielumu un virzienu abās līdzsvārošanas plaknēs, bet pretsvāru piestiprināšana vai masas atdalīšana jāveic atsevišķi. Vispilnīgākās rotoru dinamiskās izbalansēšanas mašīnās, kurām ir skaitļojamās ierīces un atgriezeniskā saite, arī masas izmaiņas operācijas (elektrometināšanas, elektroerozijas vai noubšanas veidā) tiek veiktas automātiski.

## 17. NODAĻA

### MEHĀNISMU EKSPERIMENTĀLA PĒTĪSANA UN MODEĻSANA

#### 17-1. Eksperimenta mērķis un metode

Zinātnes attīstība iet pa eksperimenta un teorijas mijiedarbības ceļu. Kad nepazīstamā parādība novērota cilvēka apzinīgi neietekmētas norises apstākļos, tad ar domāšanas (dedukcijas) vai intuīcijas (indukcijas) palīdzību tiek meklēts tās izskaidrojums, balstoties uz jau zināmiem dabas likumiem un vispārīgiem domāšanas principiem. Parasti tā rodas hipotēzes par sakarībām starp parādībā iesaistītiem fizikāliem lielumiem (parametriem). Hipotēžu pieņemšanai vai noraidīšanai ir nepieciešami papildu novērojumi, noteiktā

veidā ietekmējot parādības norisi, t. i., nepieciešams izdarīt *eksperimentus*. Atkarībā no eksperimentu rezultātiem tiek veidota teorija. Teoriju cenšas izteikt nepārprotamā un lakoniskā veidā — matemātiskas vienādojumos un nevienādībās. Parasti vienādojumos izdodas ietvert tikai vissvarīgākos parametrus, parādības aprakstu vienkāršojot un reālos objektus un procesus aizvietojo ar idealizētām abstrakcijām. Pieļaujamas idealizācijas pakāpes un vienādojumu koeficientu skaitlisko vērtību noteikšanai atkal ir vajadzīgi eksperimenti. Eksperimentu rezultāti izraisa teorijas pilnveidošanu — dažu iepriekšējo koncepciju maiņu vai atmešanu un jaunu koncepciju rašanos. Jaunās koncepcijas atkal prasa eksperimentālu pārbaudi un tā nebeidzami turpinās zinātnes attīstība, radot arvien pilnīgāku teoriju. Dažās zinātnēs (teorētiskā mehānika, termodinamika) gadsimtu gaitā izdevies atklāt ļoti vispārīgus likumus — postulātus (aksiomas), uz kuriem balstās visa dotās zinātnes likumu sistēma.

Mehānismu un mašīnu teorijas problēmu risināšanas metodiskais pamats ir teorētiskās mehānikas likumu un metožu lietošana aplūkojamās saistītās mehāniskās sistēmās — mehānismos un mašīnās. Tas veicina teorētiskās mehānikas metožu attīstību specifiskā virzienā. Taču mašīnās noris ne tikai cietu ķermeņu pārvietošanās, bet arī deformācijas, hidrauliski, aerodinamiski, termiski, ķīmiski, elektriski un pat bioloģiski procesi. Šis apstāklis būtiski sarežģī mašīnas kustības pētīšanu, jo prasa ievērot kā teorētiskās mehānikas, tā attiecīgo zinātnes nozaru teoriju. Jautājumu komplicē arī spēles kustīgos savienojumos, berzes spēki un locekļu izmēru kļūdas.

Minēto iemeslu dēļ bieži jāatsakās no mehānismu un mašīnu problēmu tīri analītiskiem risinājumiem un jāizdara eksperimenti ar pašām mašīnām un mehānismiem vai to fizikāliem modeļiem. Mašīnu un mehānismu īpašību pētīšanai lieto arī matemātisko modelēšanu, ko par eksperimentu parastā nozīmē uzskatīt nevar.

Eksperimenta mērķis var būt ne tikai teorijas pilnveidošana. Jaunkonstruētu mašīnu paraugus pārbauda, lai izlemtu jautājumu par šo mašīnu sērijveida ražošanu. Salīdzinošās pārbaudēs nosaka konstrukcijas uzlabojumu efektivitāti. Pieņemšanas pārbaudē noskaidro, vai izgatavotā mašīna atbilst garantijas noteikumiem. Profilaktiskā un pirmsremonta pārbaudē nosaka ekspluatācijas gaitā radušās mašīnas parametru izmaiņas (mašīnu diagnostika). Dažreiz novēro mašīnas izturēšanos pārslodzes vai avārijas apstākļos. Izmēģinājumus izdara arī eksperimenta aparatūras graduēšanai un noregulēšanai, kā arī mācību nolūkā.

Eksperimentēšanas teorētiskais pamats ir matemātiskā statistika, kas savukārt balstās uz varbūtību teoriju. Ja agrāk matemātisko statistiku lietoja tikai eksperimentu rezultātu izteikšanai koncentrētā un viegli saprotamā veidā, tad tagad matemātiskā statistika sniedz arī eksperimentu plānošanas vispārīgo teoriju [61, 102].

Racionāli plānota eksperimenta stratēģija, kur vienā eksperimentu sērijā maina vairākus vai pat visus galvenos argumentus, ļauj iegūt vēlamās noteiktības rezultātu ar nelielu mērījumu skaitu. Šādi organizētos eksperimentos var atklāt argumentu kompleksus,

no kuriem pētāmā parādība atkarīga; ar klasisko viena argumenta maiņas metodi tas gandrīz nav iespējams. Ar argumentu kompleksiem iepazīnāties 13-9. paragrāfā, aplūkojot elastīgo sajūgu.

Eksperimentos par nejausiem izdevīgi uzskatīt lielumus, kuru funkcionālā atkarība no argumentiem ir ļoti sarežģīta, jo tad to pētīšanai var izlietot nejaušo lielumu likumsakarības (randomizācijas princips). Daudzreiz eksperimentēšanā izdevīgi lietot soļu stratēģiju, kur pēc katra soļa seko rezultātu analīze un no tās secināta tālākā rīcība.

Arvien vairāk eksperimentos fizikālo lielumu mērīšanai lieto pašrakstītājus aparātus. Tie zīmē reģistrogrammas, kas parasti ir determinēta argumenta (laika) nejaušas funkcijas. Nejaušo funkciju (procesu) teorija ir jaunākā matemātiskās statistikas nozare [12, 96]. Tās attīstību veicināja automātiski regulējami sistēmu straujā izplatīšanās. Nejaušo funkciju teorija ātri kļuvis par spēcīgu metodisku ieroci eksperimentālā zinātniskā pētniecībā.

## 17-2. Mehānisko lielumu mērīšana

Mehānismu un mašīnu eksperimentālos pētījumos visbiežāk jānoteic šādi lielumi: masa, masas centra koordinātes, inerces momenti; laiks; lineārie un leņķiskie pārvietojumi, ātrumi un paātrinājumi; spēki un momenti, spiediens, jauda.

Pirmie trīs lielumi mehānisma locekļiem parasti ir konstanti. Masu noteic ar svēršanu. Locekļa vai mašīnas masas centru var noteikt, ja objektu novieto uz diviem balstiem un viena balsta reakciju izmēra ar svāriem. Var izmantot faktu, ka trīs vieglās lokanās saitēs uzkārtā ķermeņa masas centrs atrodas šo saišu virzienu krustpunktā. Inerces momentu noteikšanas metodes aplūko fizikas un teorētiskās mehānikasursos [132]. Cauruļvada šķērsgriezumam caurplūstošās gāzes vai šķidrums masu nosaka [131] ar tilpuma (mērķameru, membrānu, zobratu, lāpstiņu un spārnu tipa skaitītāji) vai dinamiskām metodēm (Prandtl un Pito caurules, droselēšanas diafragmas un sprausļi, strāvpārgāzes).

Laika sprīžus, ne īsakus par sekundes simtdaļu, var noteikt ar mehāniskiem pulksteņiem, hronometriem un sekundmēriem. Pārējos gadījumos jālieto elektromehāniski vai elektriski laika mērinstrumenti.

Mainīgu mehānisko lielumu reģistrēšanai bieži lieto cilpas oscilogrāfu. Reģistrējamus lielumus ar devēju palīdzību iepriekš pārveido elektriskos lielumus [92]. Par devējiem var izmantot nelielus līdzstrāvas vai maiņstrāvas ģeneratorus, kuru EDS vērtība vai frekvence ir proporcionāla enkura leņķiskajam ātrumam. Magnetoelektriska devēja spolei kustoties pastāvīga magnēta homogēnā magnētiskajā laukā, spolē inducējas kustības ātrumam proporcionāls spriegums. Uz pjezoelektriskā devēja kvarca vai Segneta sāls kristāla virsmas rodas elektriskais lādiņš, kas proporcionāls uz kristālu darbīgajam spēkam. Vēl plašāk lieto induktīvos, kapacitatīvos un jo

sevišķi omiskos devējus. Devēju sniegtie impulsi pirms oscilogrāfa parasti jāpastiprina.

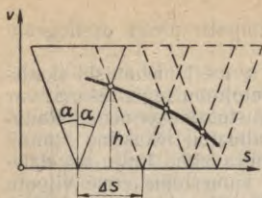
Transporta mašīnu pārvietojumus mērī mehāniski skaitītāji. Relatīvi lielu lineāru un leņķisku pārvietojumu reģistrēšanai var ierīkot kontaktus, kurus īslaicīgi savieno kustošais ķermenis. Radušies strāvas impulsi ar elektromagnēta palīdzību iekustina zīmuli, kas uz kimogrāfa vienmērīgi rotējošā cilindra zīmē līniju ar «izlēcieniem». Uz tā paša cilindra elektriskais kamertonis zīmē viļņotu līniju, kurās periods ir zināms laika sprādis. No abiem pierakstiem var iegūt pārvietojumu kā laika funkciju. Oscilogrāfiskai pārvietojumu reģistrēšanai par devēju var izmantot reohordu vai lietot induktīvu devēju, kura serde pārvietojas attiecībā pret mierā esošas spoles tinumiem. Mazu pārvietojumu (spēles šarnīros, pārvietojumi miera punktos) reģistrēšanai lieto jutīgākus devējus, piemēram, konsoli, kurai abās pusēs uzlīmēti omiskie devēji. Mikropārvietojumu mērīšanai konsoles vietā ņem lodzē piepūlētu stienīti.

Kustību pētīšanai var izmantot foto un kino reģistrāciju. Ja kino kadri uzņemti ar biežumu, kas lielāks par normālo (16 vai 24 kadri/s), tad uz ekrāna novērojamais process notiek palēnināti. Līdz 300 kadru/s var sasniegt ar speciāliem kino uzņemšanas aparātiem, kuros saglabāts filmas lēcienveida kustības princips, kam robežu nosaka filmas mehāniskā izturība. Tādējādi var pētīt cilvēku, dzīvnieku un lēngaitas mehānismu kustības. Iekārtas, kurās filma uzņemšanas laikā kustas vienmērīgi vai atrodas mierā, sauc par «laika lupām». Pirmā tipa iekārtās var sasniegt līdz 16 000 kadru/s, bet, ar atsevišķu optisku papildierīci daļot kadrus daļās, — pat līdz 40 000 kadru/s. Šāds biežums parasti ir pietiekams mehānismu kustības, ķermeņu krišanas, triecienu, kustības šķidrumā, degšanas un citu procesu pētīšanai. Miljoniem kadru sekundē var sasniegt iekārtās ar nekustīgu filmu, uz kuras attēlu pārvieto rotējoša optiska sistēma ar spoguļi.

Lineāro un leņķisko ātrumu var noteikt, grafiski diferencējot (5-6. §) eksperimentāli iegūtās pārvietojuma-laika līknes. Taču pareizākas ātruma vērtības iegūst, tieši izmērot.

Vidējo ātrumu atrod, izmērot pārvietojumu un tam atbilstošo laika sprādi un daļot pārvietojumu ar laiku. Tādējādi, piemēram, ar apgriezīgu skaitītāju un hronometru vai pulksteni, nosaka vārpstas vidējo apgriezīgu skaitu minūtē.

Acumirkliģo leņķisko ātrumu mērī ar *tahometru* un pieraksta ar *tahogrāfu*. So instrumentu konstrukcija un jutība ir dažāda. Sastopami centrālās, Fuko strāvu, berzes, gaisa, hidrauliskie un citi tahometri [109]. Elektriskai leņķiskā ātruma mērīšanai par devēju var lietot mazu elektrogeneratoru. Rotācijas nevienmērības noteikšanai lieto magnetoelektrisko devēju, kur, zobratveida rotora zobiem ejot gar pastāvīga magnēta poliēm, magnēta spoles tinumos inducējas ar oscilogrāfu pierakstāmie sprieguma impulsi. Minētajam nolūkam var izmantot arī fotoelektriskus impulsus, ko dod gaismas stars, kas, izgājis caur rotējošā diskā vienādos attālumos izurbtiem caurumiem, krit uz fotoelementu. Šie impulsi pirms oscilogrāfa ir



17-1. zīm.

jāpastiprina. Leņķiskā ātruma mērīšanai dažreiz izmanto *stroboskopisko efektu*: ja acs ierauga rotoru īslaicīgi ik pēc viena vai vairākiem veseliem apgriezieniem, tad rodas rotora miera stāvokļa ilūzija.

Arī lineāro ātrumu var izmērīt ar tahometru, ja iepriekš to pārveido leņķiskā ātrumā (automobiļa spidometrs). Pārvietošanās ātrumu gaisā un ūdenī mēri ar anemometru vai Pito cauruli. Lineāro ātrumu nelielos pārvietojumos

mēri elektriski, lietojot induktīvo devēju, kura tinumi kustas attiecībā pret nekustīgu pastāvīgo magnētu vai otrādi.

Ātrumu kā pārvietojuma funkciju var iegūt ar Raguļska metodi [91]. Ja virzē kustošam loceklim piestiprina vienādsānu trīsstūri ar virsotnes pusleņķi  $\alpha$ , šo trīsstūri ik pēc laika sprīža  $\Delta t$  momentāni apgaismo un fotografē ar garu ekspozīciju, tad iegūst 17-1. zīmējumam līdzīgu attēlu. Savienojot divu blakus esošu trīsstūru pretējo sānu krustpunktus, iegūst pārvietojumiem  $\Delta s$  atbilstošu vidējo ātrumu līkni. Tiešām,  $\Delta s = 2h \operatorname{tg} \alpha$ ; tāpēc vidējais ātrums

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\Delta t} h \quad (17.1)$$

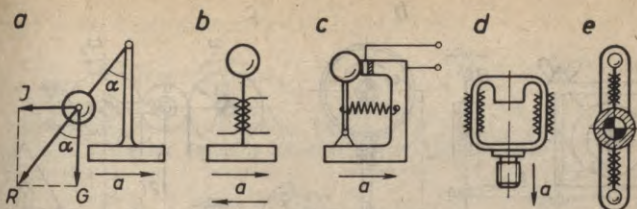
ir proporcionāls ordinātām  $h$ . Jo mazāks  $\Delta t$ , jo tuvāks ir  $v$  īstēnajam ātrumam. Analogiski var iegūt leņķiskā ātruma polāro diagrammu, ja trīsstūra vietā lieto divas simetriskas Arhimēda spirāles, kas iziet no rotācijas centra.

Lineāro un leņķisko paātrinājumu mērīšanai lieto *akselometrus* un *akselerogrāfus*. Visvienkāršākais akselerometrs ir matemātiskais svārstis (17-2. zīm. a), kas derīgs tikai konstantu vai lēni mainīgu taisnas virzes kustības paātrinājumu mērīšanai:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J}{G} = \frac{ma}{mg}; \quad a = g \operatorname{tg} \alpha. \quad (17.2)$$

Daudz universālāks ir akselerometrs (17-2. zīm. b), kas sastāv no elastīgai vienādas pretestības konsolei (tās liektā ass ir aploces loks) piestiprinātas masas. Konsolei abās pusēs pielīmēti omiskie devēji. Svārstību slāpēšanai konsole ar piestiprināto masu ievietota slēgtā traukā, kas pildīts ar viskozu šķidrumu. Lai rezonanse jūtamī neizkropļotu mērījumus, mērāmā paātrinājuma frekvencei jābūt vismaz 3 reizes mazākai par akselerometra pašsvārstību frekvenci. Akselerometram ir arī fāzu nobīde, t. i., rādījumi nokavējas.

Lai samazinātu minētos izkropļojumus ātri mainīgās kustībās dažreiz lieto *robežakselometrus*, kuru piemērs  $c$  dots 17-2. zīmējumā. Kad paātrinājums sasniedz noteiktu robežvērtību, tad svirai piestiprinātā masa atraujas no atduras un elektriskās strāvas ķēde



17-2. zīm.

tiek pārtraukta. Apvienojot vienā kompleksā vairākus robežakselerometrus, gūst iespēju reģistrēt paātrinājumu pa punktiem.

Mehānismu kustībās paātrinājums sasniedz vērtību  $a=100$  g un vairāk, bet triecienos —  $a=1000$  g un vairāk. Trieciena akselerometra piemērs  $d$  parādīts 17-2. zīmējumā. Sastopami arī trieciena akselerometri ar pjezokeramiskiem devējiem.

Aptuveni var noteikt tangenciālo paātrinājumu, grafiski vienreiz diferencējot eksperimentāli atrasto  $v=v(t)$  likni vai divreiz diferencējot  $s=s(t)$  likni, kā arī konstruējot subnormāles  $v=v(s)$  liknei. Ja pārvietojumus reģistrē ar iepriekš minēto elektrokontaktu paņēmieni, tad vidējo tangenciālo paātrinājumu starp blakusintervālu  $i$  un  $k$  viduspunktiem, acīm redzot, var aprēķināt šādi:

$$a_{ik} = 2 \frac{v_k - v_i}{t_i + t_k}; \quad v_i = \frac{s_i}{t_i}; \quad v_k = \frac{s_k}{t_k}. \quad (17.3)$$

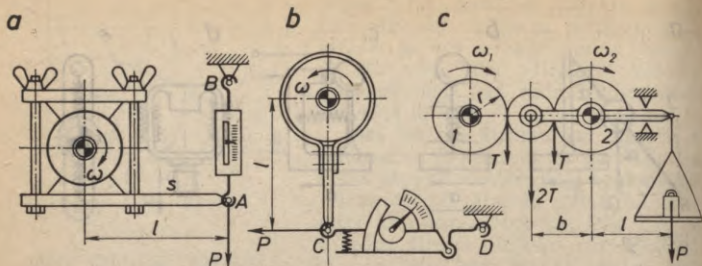
Normālpāātrinājumus parasti nevajag mērīt, jo tos viegli aprēķināt no ātrumu un trajektorijas liekumrādus mērījumiem.

Leņķisko paātrinājumu akselerometri  $e$  parādīts 17-2. zīmējumā. Tas, kā redzams, ir divu taisnas virzes kustības akselerometru (17-2. zīm.  $b$ ) apvienojums.

Reizinot atrasto paātrinājumu ar locekļa masu vai leņķisko paātrinājumu ar inerces momentu, iegūst loceklim pielikto kopspēku vai kopmomentu. Šādu paņēmieni sauc par spēku un momentu dinamisko vai netiešo mērīšanu.

Spēkus un momentus tieši mēri ar *dinamometriem* un pieraksta ar *dinamogrāfiem*. Vienkāršākie spēku mērīšanas instrumenti ir atsperes dinamometri. Tādi ir 17-3. zīmējumā punktos  $A, B$  un  $C, D$  pievienotie dinamometri, kas rāda spēku  $P$ . Ar tiem var noteikt arī dzinēja attīstīto momentu  $M=Pl$ . Spēku vai momentu elektriskai mērīšanai uz liecē vai vērpe deformējama locekļa uzlīmē omiskos devējus. Sastopami arī vērpe darbīgi mehāniski momentu dinamometri.

Spēku mērīšanai lieto arī hidrauliskos dinamometrus un hidrauliskās mērkārbas, kur spēka saspīstās eļļas spiedienu izmēra ar manometru, ko graduē spēka vienībās, jo spēks ir proporcionāls spiedinam.



17-3. zīm.

Dzinēju jaudas un griezes momentus mēri ar *bremzes dinamometriem*. Visvecākais, taču vēl šodien lietotais bremzes dinamometrs ir Proni bremze (17-3. zīm. a), kas pirmoreiz izmēģināta Parīzē 1794. gadā. Ja ar spānu uzgriežņiem pievelk skrūves un tādējādi piespiež bremzes klučus rotējošam skrīmelim, tad bremzes spēku moments  $Pl$  cenšas griezt sviru  $s$ , bet to neļauj dinamometrs  $AB$ . Dzinēja nodotā jauda uz bremzes skrīmeli ir

$$N = Pl\omega. \quad (17.4)$$

Šai jaudai atbilstošā mehāniskā enerģija mērīšanas procesā pārvēršas siltumā. Tāpēc bremze jādzesē. Empīriski atrasts [131], ka, ievērojot siltuma novadišanu, pieļaujama bremzes moments ir

$$M = abd \text{ kGm},$$

kur  $d$  — skrīmeļa diametrs (m),  $b$  — skrīmeļa platums (mm),  $a$  — koeficients; dzesēšanai ar gaisu  $a = 0,5 \dots 0,1$ , dzesēšanai ar ūdeni  $a = 2 \dots 1$ , ja  $n = 200 \dots 1000$  apgr./min.

Lieliem leņķiskiem ātrumiem piemērotākas ir hidrodinamiskās, aerodinamiskās vai Fuko strāvas bremzes, bet lielām jaudām — elektriskā jaudas mērīšana. Pēdējā gadījumā dzinējs griež elektrisko ģeneratoru, kura ražotās strāvas jaudu izmēra un daļa ar ģeneratora lietderības koeficientu. Ģeneratora ražoto strāvu nodod tiklām vai pārvērš siltumā ar reostatu.

17-3. zīmējumā  $b$  parādīta dzinēja jaudas mērīšana tad, kad tas griež darba mašīnu. Dzinēja stators atbalstīts tā, ka tam iespējams pagriezties ap dzinēja galvenās vārpstas asi. Izmēra reaktīvo momentu  $M = Pl$  un leņķisko ātrumu  $\omega$  un aprēķina jaudu pēc formulas (17.4). Dzinēja ražoto enerģiju nepārvērš siltumā, bet izmanto lietderīgi. Tāda pati īpašība ir transmisijām jaudas dinamometram (17-3. zīm. c), kur starp dzinēja zobratu 1 un darba mašīnas zobratu 2 ieslēgts nedaudz svārstīgs svirā iestiprināts parazītzobrats, uz kuru

darbojas zobratu 1 un 2 tangenciālie spēki  $T$ . Sviru līdzsvaru ar atsvāriem vai citādi, tāpēc  $2Tb = Pl$ . Dzinēja jauda

$$N = Tr\omega_1 = \frac{Plr}{2b} \omega_1. \quad (17.5)$$

No dzinēja uz darbmašīnu pārnesto momentu var izmērīt, arī uzlīmējot vārpstai omiskos devējus un aprēķinot jaudu pēc formulas  $N = M\omega$ .

### 17-3. Fizikālā modelēšana

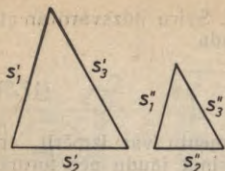
Mehānismu un mašīnu kustības pētījumi var būt ļoti sarežģīti, it sevišķi tad, kad locekļu mehāniskā kustība saistīta ar hidrauliskiem, termiskiem, ķīmiskiem procesiem. Daudzos gadījumos neizdodas kustības diferenciālvienādojumus integrēt vai pat sastādīt. Tad kustības likumsakarības un parametri jāmeklē eksperimentāli. Taču arī eksperimentēt ar doto oriģinālo objektu ne vienmēr ir izdevīgi, bet dažreiz — pat neiespējami. Tad jāizgatavo modelis — laboratorijas vai pusrūpnieciska iekārta un jāeksperimentē ar to. Eksperimentēšanu ar šādu fizikālu modeli sauc par *fizikālo modelēšanu*.

Fizikālās modelēšanas pamatjautājums ir šāds: kādiem noteikumiem jābūt izpildītiem, lai modelējot atrastās sakarības un parametri būtu pārrēķināmi oriģinālam un tamlīdzīgiem objektiem, un kā to izdarīt. Atbildi uz šo jautājumu sniedz *līdzības teorija*, kuras sākumi atrodami jau Galileja darbos. Līdzības teorijas pamatus likuši Fruds, Reinoldss, Nuselts un tālāk attīstījuši akadēmiķis Kirpičovs un citi padomju zinātnieki [40, 97].

Fizikālo modelēšanu var uzlūkot par dotās problēmas zināmo vai nezināmo diferenciālvienādojumu integrēšanu un eksperimentējot iegūtās sakarības — par šo diferenciālvienādojumu partikulāriem atrisinājumiem. Diferenciālvienādojumi apraksta veselu fizikālo parādību klasi. Tā, piemēram, II Ņūtona likumam atbilstošu diferenciālvienādojumu sistēma var aprakstīt jebkuru mehānisko kustību. Nosakot diferenciālvienādojumu atrisinājumiem tādu formu, lai atrastās funkcijas būtu derīgas sākumbrīdī un uz virsmas, kas ierobežo aplūkojamā procesa telpu, ar t. s. laika un telpisko *robežnoteikumu* palīdzību no parādību klases izdala šaurāku parādību kopu. Robežnoteikumus, papildinātus ar fizikālo konstanšu un telpas norobežojuma aprakstu, sauc par *viennozīmības noteikumiem*.

Visu vienas klases parādību kopu, kuras robežās var vispārināt eksperimenta rezultātus, sauc par *grupu*. Lai noskaidrotu, kādas īpašības piemīt grupai, sāksim ar ģeometrisku analogiju.

Pieņemsim, ka eksperimentāli atrasta trīsstūra laukuma aprēķināšanas formula  $L = 0,5b^2$ , kur  $b$  — vienas trīsstūra malas garums. Atrastā formula, kā redzams, nav derīga visiem trīsstūriem, bet gan visiem līdzīgiem vienādkatetu taisnleņķa trīsstūriem.



17-4. zīm.

Katru divu objektu ģeometrisko līdzību raksturo līdzības konstante (17-4. zīm.)

$$c_s = \frac{s''_1}{s'_1} = \frac{s''_2}{s'_2} = \dots,$$

kas ir mēroga skaitlis. Līdzības konstantes vērtība, katram ģeometriski līdzīgu objektu pārim vispār ir cita. Taču eksistē arī tādi bezdimensionāli lielumi, kas visiem ģeometriski līdzīgiem objektiem ir vienādi. Tos sauc par *līdzības kritērijiem*. Ģeometriskās līdzības kritērija piemērs ir viena un tā paša objekta divu noteiktu garumu attiecība:

$$\Pi_{12} = \frac{s'_1}{s'_2} = \frac{s''_1}{s''_2} = \text{idem},$$

kur idem apzīmē nemainību telpā, tāpat kā const laikā.

Redzam, ka ģeometriski līdzīgi objekti veido parādību grupu. Grupas objektus var definēt ar līdzības konstanšu vai līdzības kritēriju palīdzību.

Līdzības jēdzienu var paplašināt, attiecinot to uz jebkuru fizikālu parādību. Ģeometriskās līdzības vietā tad stājas plašāks jēdziens — *fizikālā līdzība*, ko sauksim vienkārši par līdzību. Katram fizikālam lielumam ir sava līdzības konstante. Vektoriālo lielumu lauki ir ģeometriski līdzīgi, bet skalāro lielumu lauku līdzība iegūst ģeometrisku priekšstatu ar gradientu laukiem. Arī šeit līdzīgas parādības veido grupu, kurai vispārināmi modelēšanas rezultāti. Tāpēc ļoti svarīgi ir atrast līdzības kritērijus.

Pieņemam, ka kādai parādību klasei fizika sniedz vienādojumu (parasti tas būs diferenciālvienādojums)

$$p_1 + p_2 + \dots + p_N = 0, \quad (1)$$

kura locekļi ir lielumu  $u_1, u_2, \dots, u_n$  funkcijas (pakāpju reizinājumi). Dalot ar  $p_N$ , vienādojums iegūst bezdimensionālu formu:

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \dots + 1 = 0. \quad (2)$$

Tādējādi fizikas likumus varam izteikt matemātiskās sakarībās, kas nav atkarīgas no lietojamām lielumu  $u_1, u_2, \dots, u_n$  mērvienībām.

Lai vienādojums (2) būtu derīgs grupai, tad ir jābūt

$$\Pi'_1 + \Pi'_2 + \dots + 1 = 0, \quad (3)$$

$$\Pi''_1 + \Pi''_2 + \dots + 1 = 0, \quad (4)$$

kur  $\Pi'_i$  ir reizinātājus  $u'_1, u'_2, \dots, u'_n$ , bet  $\Pi''_i$  — reizinātājus  $u''_1 = c_1 u'_1, u''_2 = c_2 u'_2, \dots, u''_n = c_n u'_n$  saturoši monomi. Iznesot līdzības

konstanšu pakāpju reizinājumus vienādojuma (4) locekļu priekšā, iegūstam vienādojumu

$$C_1\Pi'_1 + C_2\Pi'_2 + \dots + 1 = 0. \quad (5)$$

Salīdzinot vienādojumus (3) un (5) redzam, ka vienas parādību grupas robežās visiem līdzības konstanšu pakāpju reizinājumiem  $C_i$  ir jābūt vienādiem ar 1, tāpēc

$$\Pi'_1 = \Pi''_1 = \Pi_1 = \text{idem}, \quad \Pi'_2 = \Pi''_2 = \Pi_2 = \text{idem}, \dots$$

Tātad bezdimensionālā vienādojuma (2) locekļi ir līdzības kritēriji. Fakts, ka līdzīgu parādību kritēriji ir vienādi, pazīstams kā Ņūtona teorēma. Svarīgākie līdzības kritēriji nosaukti ievērojamu zinātnieku vārdos, un tos parasti apzīmē ar diviem burtiem. Tā, piemēram, pārrakstot Ņūtona likumu  $P - ma = 0$  bezdimensionālā formā

$$\frac{P}{ma} - 1 = 0$$

un ievietojot  $a = \frac{v}{t}$ ,  $t = \frac{s}{v}$ , iegūstam Ņūtona kritēriju

$$Ne = \frac{Ps}{mv^2}, \quad (17.6)$$

kura skaitliskai vērtībai līdzīgās mehāniskās parādībās jābūt vienai un tai pašai.

Ja parādība ir tik complicēta, ka nav zināmas matemātiskas sakarības, kas fizikas likumu veidā apraksta parādību klasi, tad līdzības kritērijus atrod ar dimensiju metodi, veidojot no parādībā iesaistītiem fizikāliem lielumiem  $u_1, u_2, \dots, u_n$  bezdimensionālus kompleksus.  $\Pi$ -teorēma apgalvo [97], ka bezdimensionālo kompleksu (līdzības kritēriju) skaits ir  $n - k$ , kur  $k$  — tādu lielumu skaits, kuriem ir neatkarīgas dimensijas, t. i., dimensijas, kas nav citu lielumu dimensiju pakāpju reizinājumi. Tā, piemēram, garuma un ātruma dimensijas ir neatkarīgas, bet paātrinājuma dimensija ir atkarīga no tām.

Redzam, ka modelējot atrastie lielumi oriģinālam jāpārrēķina ar līdzības konstanšu palīdzību, bet grupai derīgās sakarības var izteikt kā līdzības kritēriju funkcijas.

Panākt eksperimentos visu kritēriju vienādību ir ļoti grūti un daudzos gadījumos tas nemaz nav vajadzīgs. Ir t. s. *noteicošie kritēriji*, kuriem aplūkojamā parādībā ir sevišķi liela nozīme. Turpretī daži kritēriji var būt maznozīmīgi. Dažreiz visi kritēriji ir maznozīmīgi; tad dotajai parādībai piemīt *automodelisms* — parādība modelī un oriģinālā vienmēr norisinās vienādi.

Saskaņā ar Kirpičova teorēmu parādības ir līdzīgas, ja noteicošie kritēriji ir vienādi un viennozīmības noteikumi līdzīgi.

## 17-4. Matemātiskā modelēšana

Iepriekšējā paragrāfā aplūkojām fizikālo modelēšanu, kur modeļi notiek tādas pašas dabas (mehāniski, hidrauliski, termiski, ķīmiski, elektriski) procesi kā oriģinālā. Pētāmās parādības diferenciālvienādojumi var būt gan zināmi, gan nezināmi. Matemātiski modelējot, parādības diferenciālvienādojumiem vai algebriskiem vienādojumiem un nevienādībām ir jābūt zināmiem, bet modeļi notiek citas dabas (parasti elektriski) fizikāli procesi nekā oriģinālā. Ja pētāmās parādības matemātiskais apraksts nav zināms, tad to sastāda hipotēzes veidā.

Matemātiskā modelēšana balstās uz faktu, ka visai dažādus procesus var aprakstīt ar vienām un tām pašām matemātiskām sakarībām. Tā, piemēram, diferenciālvienādojumi

$$P = m \frac{dv}{dt}, \quad U = L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

ir viena un tā pati matemātiskā sakarība, kas uzrakstīta dažādos apzīmējumos un izsaka divas dažādas parādības — mehāniskas un elektriskas. Pirmais vienādojums ir II Ņūtona likums, bet otrais — sakarība starp spriegumu  $U$  un elektriskās strāvas stiprumu  $i$  spolē ar pašindukciju  $L$ . Tādējādi vienādojumi (1) atklāj divu fizikālu parādību *analoģiju*.

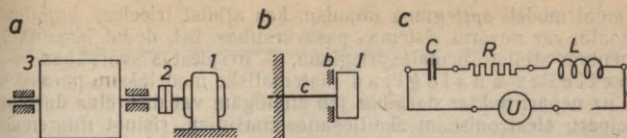
Ērti realizējami un labi izpētīti ir elektriskie procesi. Tāpēc matemātiskai modelēšanai bieži lieto elektriskos *modeļus-analogus*. Tāda matemātiskā modelēšana balstās uz *tiešās analoģijas* izmantošanu starp pētāmo un modeļi notiekošo procesu. Taču vēl izplatītāka ir uz *netiešo analoģiju* balstīta matemātiskā modelēšana, kur pētāmais process tiek atveidots, izdarot matemātiskas darbības — parasti ar elektroniskām skaitļošanas mašīnām.

Tiešās un netiešās analoģijas modelēšanu lieto mehānismu svārstību, trieciena un citu dinamikas (dažreiz arī kinemātikas), kā arī optimizācijas uzdevumu risināšanai.

Tiešās analoģijas modeļus lieto ar parciāliem diferenciālvienādojumiem aprakstāmo potenciālo lauku modelēšanai, izmantojot analoģiju starp strāvas līnijām pusvadītājas vides modeļi (izolatora vannā ieliets elektrolīts, pusvadītājpapīrs) un spēka vai šķidruma plūsmas līnijām oriģinālā.

Mehānismu un mašīnu dinamikas pētījumos tiešās analoģijas elektriskos modeļus sastāda no divpolu elementiem — spolēm, kondensatoriem, omiskām pretestībām, sprieguma avota, balstoties uz vienu no divām mehānisko un elektrisko lielumu analoģijas sistēmām. Pirmajā sistēmā spēkam vai momentam atbilst spriegums, masai — pašindukcija, ātrumam — strāvas stiprums, ..., bet otrajā sistēmā minētajiem mehāniskiem lielumiem attiecīgi atbilst strāvas stiprums, kapacitāte, spriegums, ...

Tiešās analoģijas modeļa veidošanai do to mehānisko sistēmu aizvieto ar vienkāršotu aptuveni *dinamiski ekvivalentu sistēmu* un sa-



17-5. zīm.

stāda tai diferenciālvienādojumus [11, 43]. Veido diferenciālvienādojumiem atbilstošu elektrisko ķēdi tā, lai tās un oriģināla līdzības kritēriji būtu vienādi. Modelēšanu izdara kvalitatīvu un kvantitatīvu novērojumu iegūšanai. Teikto ilustrēsim ar vienkāršu piemēru.

Pieņemsim, ka vēlamies izpētīt svārstības mehānismā (17-5. zīm. a), kas sastāv no elektromotora 1, elastīga sajūga 2 un rotora 3. Rotorā inerces moments ir ļoti liels salīdzinājumā ar motora enkura inerces momentu  $I$ , bet sajūga inerces moments — niecīgs. Tāpēc dinamiski ekvivalento shēmu (17-5. zīm. b) sastādām no enkura masas ar inerces momentu  $I$ , kura nostiprināta uz iespīlētas vārpstas ar elastības konstanti  $c$ , un vienkāršības dēļ pieņemam, ka mehānismā darbojas viskozā berze, kuras koeficients ir  $b$ .

Formulā (13.20) ievietojot  $I_r = I$  un  $M_r = M - c\varphi - b\dot{\varphi}$ , kur  $M$  — aktīvais ierosinātājmomentis un  $\varphi$  — enkura novirzes leņķis no līdzsvara stāvokļa, iegūstam dotās mehāniskās sistēmas kustības diferenciālvienādojumu

$$I\ddot{\varphi} + b\dot{\varphi} + c\varphi = M.$$

Šo vienādojumu rakstām šādi:

$$I \frac{d\omega}{dt} + b\omega + \frac{1}{p} \int_0^t \omega dt = M, \quad (2)$$

kur  $p = \frac{1}{c}$  ir elastīgās vārpstas padevīgums  $\frac{\text{rad}}{\text{N} \cdot \text{m}}$  vai  $\frac{\text{rad}}{\text{kG} \cdot \text{m}}$ . Lietojot mehānisko un elektrisko lielumu pirmo analogijas sistēmu, vienādojumam (2) atbilst vienādojums

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i dt = U, \quad (3)$$

kur  $R$  — omiskā pretestība un  $C$  — kapacitāte.

Veidojam elektrisko modeli (17-5. zīm. c) tā, lai pēc iepriekšējā paragrāfā dotās metodes noteiktie līdzības kritēriji būtu vienādi:

$$\frac{Mt}{I\omega} = \frac{Ut}{Li}, \quad \frac{M}{b\omega} = \frac{U}{Ri}, \quad \frac{Mp}{\omega t} = \frac{UC}{it}.$$

Dodot modeli sprieguma impulsu, kas atbilst trieciena impulsam oriģinālā, var novērot sistēmas pašsvārstības, bet, dodot ierosinātājmomentam atbilstošu maiņspriegumu, — uzspiestās svārstības.

Netiešās analogijas matemātisko modelēšanu parasti izdara uz nepārtrauktas darbības jeb analogām vai diskrētas darbības jeb ciparu elektroniskām skaitļošanas mašīnām, risinot diferenciālvienādojumus, algebriskus vienādojumus un vienādojumu sistēmas. Komplicētākos gadījumos izsmeloju un stingri pareizu matemātisko sakarību vietā lieto aptuvenas un hipotētiskas sakarības. Šīs sakarības definē vienkāršotu un abstraktu pētāmās parādības modeli.

Matemātiskā modelēšanā matemātisko sakarību sastādīšanai ir izšķiroši svarīga nozīme. Tādēļ modeļa jēdzienu bieži pārnes uz pētāmās parādības matemātisko aprakstu. Matemātiskos modeļus arvien vairāk lieto ne tikai tehnikā, bet arī daudzās citās zinātnes nozarēs, ekonomikā, tautsaimniecībā un pat psiholoģijā un pedagoģijā.

## MEHĀNISMU SINTĒZE

Pēdējos gadsimtos radīts milzīgs mehānismu daudzums. Taču tehniskais progress, ražošanas procesu mehanizācija un automatizācija prasa arvien jaunu mehānismu konstruēšanu ar noteiktām īpašībām. Tāpēc nepārtraukti attīstās mehānismu projektēšanas teorija — mehānismu sintēze.

Mehānismu sintēze ir sarežģītākā mehānismu un mašīnu teorijas nozare, jo projektējamam mehānismam uzstādāmās prasības var būt ļoti dažādas un to īstenošanas ceļi neierobežoti daudzveidīgi. Sintēzes uzdevumu formulējumi un risinājumi skar dažādas zinātnes disciplīnas un izmanto dažādas matemātikas nozares. Šajā kursā iespējams aplūkot tikai nelielu sintēzes jautājumu loku, sniedzot reize arī dažu mehānismu aprakstu.

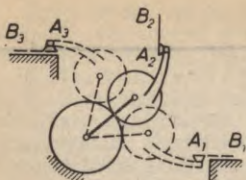
### 18. NODAĻA

## MEHĀNISMU PROJEKTĒŠANAS VISPĀRIGIE JAUTĀJUMI

### 18-1. Strukturālā un metriskā sintēze

Mehānismu projektēšana ir kompleksa problēma, kas risināma uz vairāku zinātnes disciplīnu bāzes. Taču mehānismu un mašīnu teorijai mehānismu projektēšanā ir fundamentāla nozīme, it sevišķi projektēšanas sākumposmā, kad norisinās mehānisma strukturālā un metriskā sintēze.

Mehānisma projektēšanas uzdevums noteic veicamo kustību



18-1. zīm.

sastopami arī kustības pārveidojumi rotācija-virze, virze-rotācija, virze-virze.

Minēto un citu uzdevumu atrisināšanai vispirms jāizdara strukturālā sintēze, t. i., jāizvēlas mehānisma tips un jā sastāda projektējamā mehānisma kinemātiskās shēmas skice un struktūras shēma.

Šajā nolūkā, ievērojot mehanizējamā procesa īpatnības un automatizācijas prasības, jāizšķiras starp plakanēm un telpiskiem mehānismiem, kā arī starp zemāko pāru mehānismiem un mehānismiem, kuros ir augstākie kinemātiskie pāri. Pēdējos saucsim vienkārši par augstāko pāru mehānismiem.

Virzītājmehānismi parasti ir zemāko pāru mehānismi, bet pāresummehānismos bieži izmanto augstākos pārus. Taču sastopami arī augstāko pāru virzītājmehānismi (18-1. zīm.). Virzītājmehānismu sintēzi ir iespējams reducēt uz pāresummehānismu sintēzi [82].

Vislabāk izpētīti un vieglāk projektējami ir plakanie mehānismi, kaut arī telpiskie mehānismi slēpj sevī lielas pagaidām vēl visai nepilnīgi izmantotas iespējas. Noteiktu kustības pārveidojumu realizēšanai visvieglāk sintezējami ir augstāko pāru mehānismi. Taču pēc izgatavošanas, dilšanas un ekspluatācijas īpašībām labāki parasti ir zemāko pāru mehānismi. Tāpēc bieži ir lietderīgi uzņemt ar pēdējo projektēšanu saistītās papildu grūtības. Daudzos gadījumos izdevīgi ir mehānismi ar deformējamiem elementiem (1-2. §).

Jāizšķiras par centralizētu, individuālu vai kombinētu piedziņu. Sakarā ar hidrauliskās un elektriskās piedziņas attīstību arvien vairāk sastopami mehānismi, kuriem statne nav vedošās ķēdes loceklis, un augstāku šķiru mehānismi (3-1. §). Šo mehānismu kinemātiskās ķēdēs iemontētie dzinēji pārvietojas. Izmantojot šādus mehānismus, var sasniegt lielu izpildāmo kustību dažādību ar vienkāršām kinemātiskām ķēdēm, kā arī var izveidot modeļvadību, kur darba orgāns seko cilvēka rokas kustībai modeļi. Modeļvadība palielina mehānizētā darba procesa ražību, darba kvalitāti un atbrīvo operatoru no pārāk lielas nervu piepūles.

Projektējamais mehānisms jācenšas izveidot maksimāli vienkāršs, ievērojot ekspluatācijas drošumu, kā arī enerģētiskās un ekonomiskās prasības.

Strukturālās sintēzes gaitā jāizdara rūpīga projektējamā mehā-

nisma saišu analīze (2. nod.), jo saltes noteic daudzas mehānisma īpašības. Sevišķa vēriba jāveltī atkārtotām saitēm [81, 95, 106].

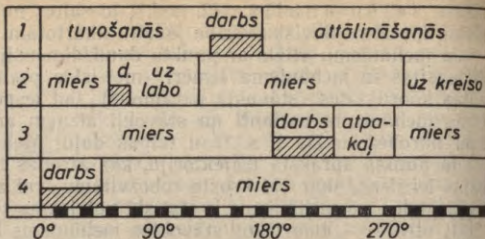
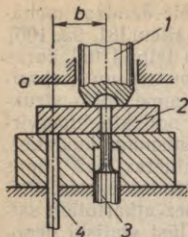
Ja mehānismu attēlo ar punktu daudzdimensiju telpā [107], kuras dimensijas ir mehānisma izmēri (metriskie parametri) un vispārinātās koordinātes (stāvokļa parametri), tad iespējamie dotās struktūras mehānisma varianti un stāvokļi aizņem ar noteiktu hipervirsmu norobežotu šīs t. s. fāzu telpas daļu. Mehānismam kustoties, attēla punkts apraksta trajektoriju, kas atrodas minētās fāzu telpas daļas iekšienē, skar vai krusto robežvirsmu, vai atrodas uz tās. Pirmais gadījumā mehānisms ir statistiski noteicams (bez atkārtotām saitēm), otrajā — atsevišķos stāvokļos mehānisms kļūst statistiski nenoteicams, bet trešajā — mehānisms ir statistiski nenoteicams. Tādējādi uz robežvirsmas mehānisma struktūrā notiek būtiskas pārmaiņas. Kustības nodrošināšanai robežvirsmā jāievēro precīzas sakarības starp mehānisma metriskiem parametriem un vispārinātām koordinātēm. Šo sakarību realizēšanu apgrūtina mehānisma izgatavošanas kļūdas, bet atvieglo spēles kustīgos savienojumos. Mehānisma elementu spēja deformēties var darboties abos virzienos. Minēto apstākļu dēļ statistiski nenoteicams mehānisms var eksistēt ne tikai tieši uz robežvirsmas, bet arī nelielā attālumā no tās, veidojot eksistences slāni. Domājams, nākotnē izdosies radīt matemātisku mehānismu konstruēšanas teoriju, kas ļaus mehānisma izmērus noteikt tā, ka statistiski nenoteicama mehānisma kustība iekļausies optimāla biežuma eksistences slānī. Tā kā šī teorija vēl izveidota visai nepilnīgi, daudzos gadījumos priekšroka jādod statistiski noteicamiem mehānismiem, kuru izmērus, sintēzes uzdevumus risinot, var brīvi variēt plašā diapazonā.

Metriskā sintēze ir mehānisma galveno izmēru noteikšana nolūkā iegūt mehānismu, kas precīzi vai tuvināti izpilda uzstādītās kinemātiskās, dinamiskās un citas prasības. Metrisko sintēzi izdara, lietojot grafiskas, analītiskas vai kombinētas metodes. Minētās metodes vispilnīgāk izstrādātas mehānismu kinemātiskajai sintēzei. Tāpēc kinemātiskās sintēzes rezultātu variantus izmanto mehānisma konstrukcijas optimizācijai pēc dinamiskām vai citām prasībām.

Kinemātiskās sintēzes gaitā jāveic mašīnā notiekošo procesu koordinācija. Sevišķi tas attiecas uz pusautomātiem, automātiem un automātiskām plūsmas līnijām, kuru, tāpat kā daudzu citu mašīnu darbība ir cikliska. Agrāk sniegtā cikla definīcija (13-1. §) attiecas uz kinemātisko ciklu, kas stacionārā kustībā sakrīt ar enerģētisko ciklu. Par darba ciklu vai tehnoloģisko ciklu sauc kustības posmu, kurā apstrādājamais ražojums atrodas mašīnā.

Procesu un operāciju koordinācijas realizēšanai projektēšanas sākumā jāizstrādā mašīnas ciklogramma. Ciklogramma ir mašīnas darba programma un tā cieši saistās ar kinemātisko shēmu. Ciklogrammu sastāda tainstūra vai apaļas tabulas veidā.

18-2. zīmējumā parādīta kniežu ražošanas pusautomāta ciklogramma. Darba cikls atbilst galvenās vārpstas vienam apgriezīnam. Pusautomātā notiekošās operācijas izteiktas atkarībā no mašīnas galvenās vārpstas pagrieziena leņķa. Cikla sākumā puansons *I*



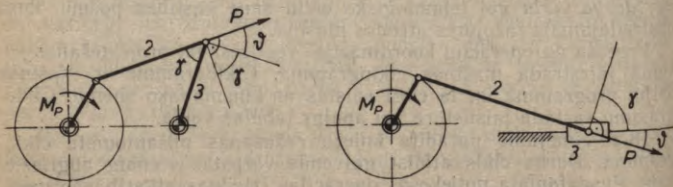
18-2. zīm.

tuvojas kreisā pozīcijā mierā stāvošam slīdnim 2, kura urbumā līdz atdurai  $a$  tiek padots mīksta materiāla stienis 4. Kad stienis padots, slīdnis 2 sāk kustēties uz labo pusi, nogriež materiāla gabalu un, nogājis attālumu  $b$ , nostāda sagatavi apstrādes pozīcijā. Pienākušais puansons izveido kniedes galvu un sāk attālināties. Izsviedējs 3 izgrūž gatavo kniedi un atgriežas miera pozīcijā. Pēc tam arī slīdnis atgriežas kreisajā pozīcijā, un darba cikls sākas no jauna. Konstruktoram jāizveido pusautomāta mehānisms saskaņā ar šo ciklogrammu.

Spēku pārnesanas kvalitāti mehānismos pieņemts raksturot [115] ar kustības pārnesanas leņķi  $\gamma$  vai spiediena leņķi  $\theta$ . Šie leņķi augstākam kinemātiskam pārim aprakstīti 11-1. paragrāfā un attēloti 11-1. un 12-15. zīmējumā. Zemāko pāru mehānismos (18-3. zīm.) kustības pārnesanas leņķi visērtāk definēt ar spiediena leņķa palīdzību, jo vienmēr

$$\gamma + \theta = 90^\circ.$$

Par spiediena leņķi sauc leņķi starp dzītam loceklim pieliktā aktīvā spēka un pielikšanas punkta ātruma virzieniem, pieņemot, ka mehānisma locekļiem nav masas un ka mehānismā nav berzes. Vislabākā spēku pārnesana ir tad, kad  $\gamma = 90^\circ$  un  $\theta = 0^\circ$ . Ja kustības pārnesanas leņķis ir mazs un spiediena leņķis liels, tad pat neliela momenta vai tangenciālā spēka pārnesanai uz dzīto locekli ir jāpieliek liels dzinējmoments  $M_p$  mehānisma dzenošajam loceklim. Šādos



18-3. zīm.

gadījumos uz dzīto locekli pārnestsais spēks  $P$  ir liels, bet tā veiktais darbs

$$A = \int_0^s P \cos \vartheta ds$$

ir mazs. Tātad, izmantojot leņķi  $\gamma$  vai  $\vartheta$ , jau kinemātiskās sintēzes gaitā var aptuveni spriest par to, cik liels katrā mehānisma stāvoklī vajadzīgs dzinējmoments vai dzinējspēks. Pareizākas šo lielumu vērtības iegūstamas ar kinetostatisko aprēķinu un berzes ievērošanu kustīgos savienojumos.

Izdarot kinetostatisko aprēķinu, iespējams arī noskaidrot, vai mehānisma kustīgos savienojumos ir spēku slēgšanās visā stacionārās kustības ciklā, t. i., vai kontakts saskarvirsmās saglabājas visos mehānisma stāvokļos. Nepārtraukta spēku slēgšanās ir tad, kad reakcija nevienā kustīgā savienojumā cikla laikā nekļūst nulle. Pretējā gadījumā saskarvirsmas atraujas, spēļu un deformāciju dēļ rodas triecieni, vibrācijas, troksnis.

Par mašīnas klusas gaitas sasniegšanu jādodomā jau projektēšanas sākumā. Troksnis samazina darba ražīgumu un rada veselības traucējumus (galvassāpes, nogurums, bezmiegs, dzirdes traucējumi). Labāk nepieļaut trokšņa rašanos, nekā rūpēties par trokšņa ierobežošanu. Tāpēc jau projektēšanas uzdevumā jādod priekšroka klusākiem darba procesiem. Triecienapstrādes vietā var lietot spiediena apstrādi, kniedēšanas vietā — metināšanu vai līmēšanu.

Troksni rada cietu ķermeņu vibrācijas, ierosinātas ar triecienu, berzi un mehāniski vai elektromagnētiski izraisītu spēku maiņu, kā arī gāzes, tvaika vai šķidrums turbulenta plūsma, kavitācija, straujas spiediena maiņas. Trokšņa rašanās, vadišanas, izstarošanas, slāpēšanas, absorbijas un izolācijas problēmas pēti zinātnes disciplīna — tehniskā akustika.

Trokšņa samazināšanai konstruktors var izvēlēties piemērotos kustīgos savienojumus (slīdgultņus velšanās gultņu vietā, šarnīrus ar gumijas vai cita nemetāliska materiāla ieliktniem, zobratus ar slīpiem zobiem, nemetāliskus zobratus); nepieļaut pārāk lielus cietu, šķidru un gāzveida ķermeņu ātrumus; rūpēties par berzes samazināšanu, spēku slēgšanu un masu līdzsvarošanu; izvairīties no rezonanses ar pietiekami stingām vai pietiekami padevīgām konstrukcijām; lietot troksni izolējošus iekapselējumus.

Visgrūtāk troksni apkarot, ja darba procesā izmanto triecienus un vibrācijas (mehāniskie veseri, vibrotransportieri, vibroselektori, vibrogriezēji, vibroblīvētāji). Tad jācenšas izolēt operatoru (no traktora korpusa izolēta kabīne), darba procesu automatizēt un ierīkot tālvadību.

Mehānisms jāprojektē tā, lai tas būtu ērti ekspluatējams, viegli regulējams un pilnīgi atbilstu darba drošības noteikumiem. Vēlams mehānismu izveidot tādu, ka nekvalificēts strādnieks ar nemākulīgu apkalpošanu to nevarētu nopietni sabojāt. Vajadzības gadījumā jāiekārto aizsardzība pret lūzumiem, ierīkojot mehānisma

automātisku izslēgšanos pārslodzē. Var ierīkot mehāniskos drošinātājus, kas pārslodzē iet bojā un tādējādi aizsargā mehānismu. Parasti mehānismam jābūt ērti montējamam un demontējamam, kā arī viegli remontējamam. Jācenšas, lai tehniskās apkopes būtu vajadzīgas reti un tās būtu vienkāršas.

Projektējot mehānismu, arvien jāapsver mehānisma konstrukcijas tehnoloģiskums. Locekļi un pārējie mehānisma elementi jāizveido tā, lai tos varētu viegli izgatavot ar pieejamām tehnoloģiskām iekārtām, konstrukcijā izmantojot standartizētos mašīnu elementus.

Metriskās sintēzes gaitā konstruktors noteic tikai mehānisma locekļu galvenos izmērus. Pārējos izmērus sniedz stiprības, dilšanas, silšanas un citi aprēķini, ko aplūko materiālu stiprības, mašīnu elementu un speciālo mašīnu kursus.

Taču tikai daļa mehānisma ģeometrisko parametru ir atkarīgi no mehānisma izpildāmās funkcijas, kā arī no kinemātiskiem, dinamiskiem un stiprības apsvērumiem. Pārējie jāizvēlas saskaņā ar tehniskās estētikas prasībām, realizējot skaistuma un lietderības, formas un funkcijas vienības principu, kas ir dizaina teorijas pamatā. Arvien vairāk mašīna kļūst par emocionāla baudījuma objektu un tehniskās estētikas prasību izpildīšanai ir ražošanas intensitātes kāpināšanas faktora loma.

## 18-2. Optimālā sintēze

Iepriekšējā paragrāfā redzējām, ka mehānisma projektēšana ir uzdevums ar daudziem nezināmiem. Projektēšanas gaitā var iegūt dažādus mehānisma variantus. Intuitīvi ir grūti pateikt, kurš no tiem vislabākais un vai nav iespējams vēl kāds labāks variants. Protams, jautājums jāprecizē: no kāda viedokļa vislabākais. Nav iedomājams mehānisms, kas no visiem viedokļiem būtu vislabākais. Tāpēc vispirms jānosaka parametrs, kura vislielāko vai vismazāko vērtību, ko nosacīti saucam par ekstrēmu, vēlamies sasniegt savā konstrukcijā. Šo parametru sauc par *optimizācijas kritēriju*, bet tā ekstrēma noteikšanu — par *optimizāciju*. Optimizācijā jāsasniedz ne tikai optimizācijas kritērija ekstrēms, bet reizē jāizpilda arī ierobežojumi, ko diktē teorija un prakse. Par optimizācijas kritērijiem var būt darba ražīgums, operācijas laiks, mehānisma cena, enerģijas patēriņš, svars, kustības pārnesšanas leņķis, dinamiskuma koeficients (16-1. §), pārējas procesa laiks u. c.

Ja variantu skaits nav liels, tad tos visus var pārbaudīt un izvēlēties vislabāko. Parasti iespējamo variantu ir neierobežots skaits. Tad optimizācijas uzdevums jāformulē un jārisina matemātiski.

Visvecākā matemātiskā optimizācijas metode ir variāciju reķini [108]. Attīstoties automātiskās vadības teorijai, plānošanas teorijai un kibernetikai, izstrādātas jaunas efektīvas optimizācijas metodes: lineārā programmēšana [111], dinamiskā programmēšana un optimā-

lās vadības teorija [16], operāciju pētišanas teorija [21]. Optimizācijai var izmantot arī nejausās meklēšanas metodi [93].

Optimizācijā parasti izmanto kibernetikas priekšstatus. Projektējamo mehānismu uzlūko par sistēmu, kuras ieejas ir vadošie parametri, bet izejas — vadāmie parametri. Mehānismu attēlo ar punktu fāzu telpā, kuras dimensijas ir vadāmie parametri (fāzes koordinātes). Mainot vadošos parametrus, attēla punkts apraksta trajektoriju fāzu telpā. Vienai no trajektorijām atbilst optimizācijas parametra ekstrēms. Tādējādi optimizācijas uzdevums kļūst līdzīgs Johana Bernulli 1696. gadā formulētajam uzdevumam par brahistohronu. Brahistohrona ir vertikālā plaknē izveidota līkne, pa kuru, kustoties bez pretestības, tikai smagumspēka un normālreakcijas ietekmēs materiāls punkts visīsākā laikā no dotā sākumpunkta nonāk dotā beigu punktā. Izrādās, ka brahistohrona ir cikloīda, nevis taisne, kā varētu domāt, pavirši spriežot. Šis uzdevums ierosināja Eileru un Lagranžu izveidot variāciju rēķinu pamatus. Brahistohronas gadījumā vadošie parametri ir brahistohronas punktu koordinātes, vadāmais parametrs — ātrums, optimizācijas parametrs — kustības laiks.

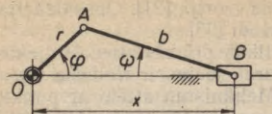
Tikko aplūkotā optimizācijas uzdevuma risinājums balstās uz intuitīvi vai uz pieredzes pamata izraudzītas mehānisma struktūras shēmas. Taču iespējams arī vispirms izvēlēties optimizācijas kritēriju, tad — mehānisma tipu, noteikt darba orgāna optimālo kustības likumu un, beidzot, aprēķināt projektējamā optimālā mehānisma parametrus tā, lai darba orgāna īstenais kustības likums vismazāk atšķirtos no ātrastā optimālā kustības likuma [52]. Šī divpakāpju optimizācija ir efektīvāka par iepriekš minēto vienpakāpes optimizāciju.

Liela nozīme ir «vēsturiskai optimizācijai», ko, doto mehānismu un mašīnu pilnveidojot, veikušas iepriekšējās paauzes. Minētais process ir līdzīgs dzīvā dabā valdošam dabiskās izlases likumam. Dzīvās dabas miljoniem gadu ilgas optimizācijas rezultāta izmantošanu tehnikā pēti bionika [33]. Par šīs zinātnes sākumu pieņemts uzskatīt 1960. gadu. Daudz agrāk Leonardo da Vinči un Žukovskis jau veica bionikas rakstura pētījumus. Taču vēl šodien cilvēks pa zemi, ūdeni un gaisu mehānizēti pārvietojas citādi nekā dzīvnieki, jo lietojamie materiāli un mehānismi neļauj kopēt dzīvnieku kustības. Tomēr interesanti un daudzsoļi ir enerģijas un informācijas pārveidošanas, lokācijas, navigācijas, bioloģisko sistēmu miniaturizācijas un drošuma, kā arī smadzeņu darbības pētījumi.

### 18-3. Mehānismu kļūdas, drošums un svars

Mehānismu cenšas projektēt ar minimālo locekļu skaitu. Tādēļ mehānismu sintēzē ne vienmēr izdodas precīzi sasniegt izraudzītas locekļu punktu trajektorijas, locekļu stāvokļus un kustības likumus. Taču arī šo — mehānisma kustību nav iespējams precīzi realizēt mehānisma izgatavošanas kļūdu, spēku un temperatūras izraisīto deformāciju, kā arī izdilumu dēļ.

Nedēformējamu un absolūti precīzi izgatavotu mehānismu sauc



18-4. zīm.

vokļa koordināte ir (vedošo locekļu stāvoklis fiksēts) mehānisma elementu izmēru funkcija, t. i.,

$$p = f(q_1, q_2, \dots, q_m).$$

Kļūdu vērtības ir mazas salīdzinājumā ar parametru vērtībām. Tādēļ vedamā locekļa stāvokļa kļūdas aprēķināšanai var lietot funkcijas pilna diferenciāļa izteiksmi

$$\Delta p = \frac{\partial f}{\partial q_1} \Delta q_1 + \frac{\partial f}{\partial q_2} \Delta q_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial q_m} \Delta q_m, \quad (18.1)$$

kur katrs labās puses loceklis izsaka attiecīgās primārās kļūdas radīto vedamā locekļa stāvokļa daļējo kļūdu, t. i.,

$$\Delta p = (\Delta p)_{q_1} + (\Delta p)_{q_2} + \dots + (\Delta p)_{q_m}.$$

Mazi pārvietojumi iet ātrumu virzienos. Tāpēc daļējās kļūdas var konstruēt grafiski kā ātrumus, lietojot katrai daļējai kļūdai savu pārveidoto mehānismu [17].

**18-1. piemērs.** Noteikt analītiski un grafiski centrālā kļoņa-slīdņa mehānisma (18-4. zīm.) slīdņa stāvokļa kļūdu, kas rodas no kļoņa un slīdņa garumu kļūdām.

Analītiskais atrisinājums. Saskaņā ar formulu (18.1) slīdņa stāvokļa kļūda

$$\Delta x = \frac{\partial f}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial f}{\partial b} \Delta b.$$

Funkciju  $f$  veidojam šādi:

$$x = r \cos \varphi + b \cos \psi, \quad \sin \psi = \frac{r \sin \varphi}{b}, \quad \cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi},$$

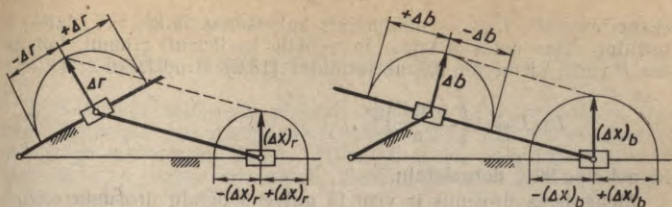
$$x = f(r, b) = r \cos \varphi + \sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \varphi}.$$

Tātad

$$\Delta x = \left( \cos \varphi - \frac{r \sin^2 \varphi}{\sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \varphi}} \right) \Delta r + \frac{b}{\sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \varphi}} \Delta b. \quad (1)$$

Ievietojot formulā (1) izmēru nominālās vērtības  $r$ ,  $b$  un dotās šo izmēru kļūdas

$$\Delta r = r' - r, \quad \Delta b = b' - b,$$



18-5. zīm.

kur  $r'$ ,  $b'$  — reālā mehānisma izmēri, aprēķinām slīdņa stāvokļa kļūdu

$$\Delta x = (\Delta x)_r + (\Delta x)_b$$

kā parciālo kļūdu summu katram vedošā locekļa leņķim  $\varphi$ .

Grafiskais atrisinājums. Parciālās kļūdas  $(\Delta x)_r$  un  $(\Delta x)_b$  var konstruēt pēc ortogonālo ātrumu metodes (5-2. §), iepriekš veidojot 18-5. zīmējumā redzamos pārveidotos mehānismus.

Ja mehānismā ir augstāki pāri, tad tos var aizvietot ar zemākiem pāriem (3-3. §) un mehānisma kļūdas noteikt analogiski. Līdzīgi noteicamas arī kustīgo savienojumu spēļu izraisītās parciālās kļūdas, spēles dēļ radušos pārvietojumu ņemot reakcijas virzienā. Tātad iepriekš jāizdara mehānisma kinetostatiskais aprēķins.

Lai garantētu vēlamo noteiktību un nodrošinātu detaļu apmaināmību, mehānisma elementus izgatavo ar izraudzītajai precizitātes klasei atbilstošām pielaidēm, kas nosaka dotā izmēra pieļaujamo augšējo un apakšējo novirzi no nominālā izmēra. Tādējādi izmēru faktiskās kļūdas un to zīmes nav zināmas. Ir zināmas tikai iespējamās šo kļūdu maksimālās absolūtās vērtības, kas ir visai maz varbūtīgas. Tāpēc ar statistikas metodēm izdarīti kļūdu aprēķini sniedz pilnīgāku priekšstatu par mehānisma īsteno kustību.

Ja mehānismā ir atkārtotas saites, tad izmēru novirzes rada ne tikai mehānisma kinemātiskās kļūdas, bet ievērojami palielina arī mehānismā darbīgos spēkus locekļa papildu deformāciju dēļ. Tāpēc statistiski noteicamos mehānismos pielaidēm jābūt mazām.

Varbūtību  $P$ , ka mehānisms noteiktu stundu skaitu  $L$  nostrādās tehniskiem noteikumiem atbilstošā režīmā, sauc par mehānisma drošumu. Mehānisma drošums atkarīgs no mehānisma detaļu drošuma. Pēdējais svārstās lielās robežās. Vienas un tās pašas detaļas dažādu paraugu kalpošanas laiks var atšķirties desmitiem reižu. Tāpēc aritmētiskais vidējais kalpošanas laiks nepietiekami raksturo detaļas drošumu. Praksē lieto statistiski pamatotas drošuma un kalpošanas laika sakarības formulas, piemēram,

$$P = \exp[-a(L - L_{\min})^k], \quad (18.2)$$

kur  $a$ ,  $k$ ,  $L_{\min}$  — dotām detaļām raksturīgi koeficienti, kas nosakāmi

eksperimentāli;  $L_{\min}$  — minimālais kalpošanas laiks, t. i., laiks, ko nokalpo visas dotās detaļas. Ja minētie koeficienti zināmi, tad, liekot  $P$  vietā, piemēram 0,9, no formulas (18.2) atrod laiku

$$L = L_{\min} + \left( -\frac{\ln P}{a} \right)^{\frac{1}{k}},$$

ko nokalpo 90% doto detaļu.

Mehānisma drošums ir visu tā galveno detaļu drošumu reizinājums [18]. Par galvenajām detaļām sauc detaļas, kurām sabojājoties mehānisms nespēj pareizi darboties. Tātad mehānisma drošums ir mazāks par jebkuras galvenās detaļas drošumu. Izņēmums ir parāli slēgtas detaļas [103]. Šie apstākļi jāievēro, mehānismus projektējot.

Daudzos gadījumos ļoti nozīmīgs parametrs ir mehānisma *svars*. Sevišķi tas attiecas uz transporta, lauksaimniecības un celšanas mašīnām [34].

Aplūkojam ārēji līdzīgas mašīnas, kuru kādu galveno lineāro izmēru apzīmējam ar  $b$ . Mašīnas sastāv no masīvām detaļām, kuru svars proporcionāls  $b^3$ , un no kārbveida un plānām detaļām, kuru svars proporcionāls  $b^2$ . Mašīnas statne ir vissmagākā detaļa. Tāpēc var pieņemt, ka līdzīgu mašīnu svars aptuveni proporcionāls  $b^2$ .

Mašīnas stiprību un pieļaujamās spēku vērtības nosaka detaļu šķērsriezumi, kuru laukumi proporcionāli  $b^2$ . Ja ātrumi salīdzināmās mašīnās vienādi, tad jauda arī ir proporcionāla  $b^2$ . Tas nozīmē, ka līdzīgu mašīnu svars aptuveni proporcionāls jaudai, t. i.,

$$G = kN, \quad (18.3)$$

kur  $k$  — proporcionalitātes koeficients. Izteikts kg/ZS, šis koeficients dažām mašīnām ir šāds: metālapstrādāšanas virpām 200, frēzmašīnām 180, apaļslīpējamām mašīnām 250, smago automobiļu motoriem 10, vieglo automobiļu motoriem 3, lidmašīnu motoriem 0,8.

Reduktoriem var lietot formulu

$$G = cN^{\alpha} \left( \frac{i^2}{n} \right)^{\beta}, \quad (18.4)$$

kur  $N$  — jauda kilovatos,  $i \geq 1$  — pārnesuma attiecība,  $n$  — ātrāk rotējošās vārpstas apgriezienu skaits minūtē. Koeficienti  $c$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  cilindrisko zobratu reduktoriem ar nekustīgām asīm attiecīgi ir 70; 0,9; 0,4; cilindrisko zobratu planetpārvadiem 45; 0,75; 0,35; vienpakāpes konisko zobratu reduktoriem 45; 0,85; 0,35 un gliemežpārvadam 0,45; 0,95; 0,35. Šie skaitļi domāti kalpošanas laikam  $10^4$  stundu. Ja kalpošanas laiku palielina 3 reizes, tad formulā (18.4) jaudas  $N$  vietā jāraksta  $1,12N$ ; ja samazina 3 reizes, tad  $N$  vietā jāliek  $0,82N$ .

Projektējot jācenšas veidot kārbveida un bezrāmja konstrukcijas, jālieto viegli materiāli un individuālā piedziņa.

## AUGSTĀKO PĀRU MEHĀNISMU SINTEZE

Sajā nodaļā aplūkosim plakanu augstāko pāru mehānismu sintēzes vispārīgos jautājumus un iepazīsimies ar dažiem šo un tiem radniecīgo mehānismu tiptiem. Visizplatītākiem augstāko pāru mehānismiem — izciļņu un zobratu mehānismiem — veltīsim tālākās divas nodaļas.

Plakanos augstāko pāru mehānismos bez šarnīriem un slīdpāriem ir pirmās vai otrās kārtas vienkontakta augstākie kinemātiskie pāri, kas, kā zināms, saviem locekļiem uzliek vienu vai divas tangenciālās saites. Šķeļot šos pārus ar komplānās kustības plakni, iegūst divas saskarē esošas liknes.

Pirmās kārtas augstākā pāri minētās liknes veļas un slīd viena pa otru. Līkņu relatīvā kustībā ikviens no tām aptver otras dažādos stāvokļus. Tāpēc mehānismus ar pirmās kārtas augstākiem pāriem sauc par *savstarpīgi aptverošo līkņu mehānismiem*.

Otrās kārtas augstākā pāri minētās liknes veļas bez slīdes viena pa otru. Tātad tās ir relatīvās poloīdas jeb centroīdas. Mehānismus ar otrās kārtas augstākiem pāriem sauc par *centroīdu mehānismiem*.

## 19-1. Centroīdu mehānismi

Centroīdu mehānismu projektēšanas galvenais uzdevums ir noteikt dotajam kustību pārveidojumam atbilstošās relatīvās poloīdas. Atrisināsim šo uzdevumu vispārīgs kustību pārveidojumam rotācija-rotācija.

Pieņemam, ka jāpārnes rotācija (19-1. zīm.) starp divām paralēlām attālumā  $a$  esošām vārpstām  $O_1$  un  $O_2$ . Šo vārpstu leņķisko ātrumu maiņas likumi  $\omega_1 = \omega_1(t)$  un  $\omega_2 = \omega_2(t)$  ir doti. Zinām, ka relatīvais pols  $P$  atrodas uz polu taisnes  $O_1O_2$  un daļa atstatumu  $a$  pretēji proporcionāli leņķiskiem ātrumiem (5-2. §). No vienādojumiem

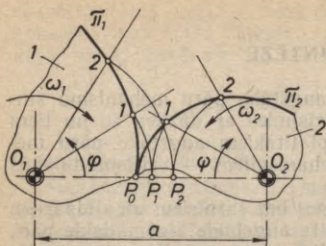
$$\frac{O_1P}{O_2P} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad O_1P + O_2P = a \quad (19.1)$$

iegūstam formulu

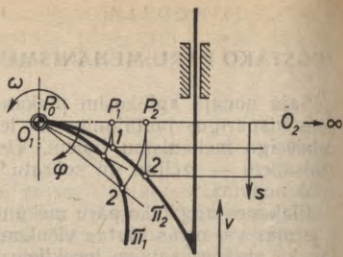
$$O_1P = \frac{a}{1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}}, \quad (19.2)$$

ar kuru aprēķinām pola stāvokli uz polu taisnes laika momentos  $0, t_1, t_2, \dots$  un iegūstam relatīvo polu stāvokļus  $P_0, P_1, P_2, \dots$ .

Polu taisnes nogriežni, pa kuru pārvietojas relatīvais pols, sauc par *bicentroīdu*. Bicentroīda ir relatīvo poloīdu saskares līnija, jo pa bicentroīdu kustas locekļu 1 un 2 saskarpunkts  $P$  nekustīgā plaknē.



19-1. zīm.



19-2. zīm.

Relatīvo poloīdu atrašanai aprēķinām locekļu 1 un 2 griezes leņķus

$$\varphi = \int_0^t \omega_1 dt, \quad \psi = \int_0^t \omega_2 dt \quad (19.3)$$

un atliekam tos no taisnes  $O_1O_2$  pretēji vārpstu griešanās virzieniem. Uz iegūtiem stariem pārnēsim attiecīgos relatīvos polus, tādējādi konstruējot poloīdu  $\pi_1$  un  $\pi_2$  punktus. Aprēķinātie lielumi  $O_1P$ ,  $\varphi$  un  $O_2P$ ,  $\psi$  ir relatīvo poloīdu polārkoordinātes.

Izveidojot līknes  $\pi_1$  un  $\pi_2$  materiāli un novēršot to slīdēšanu, iegūst centroīdu mehānismu rotācijas pārveidošanai rotācijā.

Ja vārpstām 1 un 2 jārotē vienā virzienā un  $\omega_1 < \omega_2$ , tad formulas (19.1) un (19.2) plusa zīmes vietā jāņem mīnusa zīme un poloīdām būs *iekšējā saskare*, kur izliekta poloīda saskaras ar ieliektu.

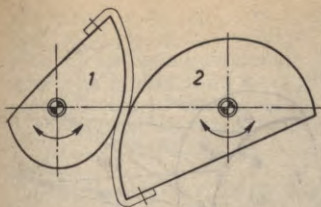
Analoģiski konstruē centroīdas kustību pārveidojumiem rotācija-virze un virze-rotācija (19-2. zīm.). Bicentroīda ir perpendikulāra slīdes virzienam; relatīvais pols uz tās ir punkts, kuram locekļos 1 un 2 ātrumi ir ģeometriski vienādi, t. i.,  $\omega \cdot O_1P = v$ . Izteiksme

$$O_1P = \frac{v}{\omega} \quad (19.4)$$

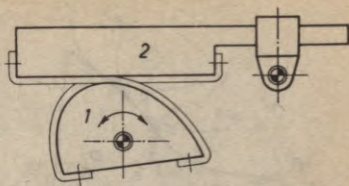
nosaka pola stāvokli ikvienā laika momentā, jo funkcijas  $v = v(t)$  un  $\omega = \omega(t)$  dotas projektēšanas uzdevumā. Aprēķina griezes leņķi un virzes pārvietojumu

$$\varphi = \int_0^t \omega dt, \quad s = \int_0^t v dt \quad (19.5)$$

un atliek tos no taisnes  $O_1O_2$  pretēji locekļu 1 un 2 kustības virzieniem. Uz iegūtajām taisnēm pārnēsim pola stāvokļus no bicentroīdas un tādējādi konstruē centroīdas  $\pi_1$  un  $\pi_2$  kā pola  $P$  ģeometriskās vietas locekļos 1 un 2.



19-3. zīm.



19-4. zīm.

Kustību pārveidojums virze-virze ar centroīdu mehānismiem nav iespējams, jo relatīvais pols atrodas bezgalībā. Turpretī vēlamo komplāno kustību ar centroīdu mehānismiem var iegūt (19-4. zīm.).

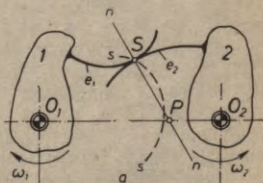
Centroīdu slīdēšanu cenšas novērst, pārklājot centroīdu darba virsmas (aksoīdas) ar frikcijas materiāliem (āda, ferodo) un saspiežot tās ar pietiekami lielu spēku. Periodiskā turpatpakal kustībā centroīdu izslīdēšanu var novērst, lietojot starpelementu — lokanu saiti (trosi, lentu). Tādējādi panāk centroīdu pāra vienpusīgu (19-3. zīm.) vai divpusīgu (19-4. zīm.) slēgšanu.

## 19-2. Savstarpēji aptverošo likņu mehānismi

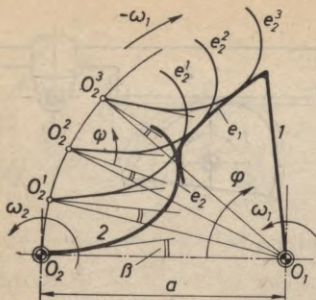
Centroīdu mehānismu lietošanu ierobežo kustības pārnesanas neprecizitātes, kas rodas centroīdu slīdēšanas dēļ, kā arī no realizējamiem kustības likumiem stingri atkarīgās un bieži vien neizdevīgās centroīdu formas. Centroīdu mehānismi nav piemēroti lielāku spēku pārnesšanai.

Minēto trūkumu nav savstarpēji aptverošo likņu mehānismiem. Saskarē esošās liknes  $e_1$  un  $e_2$  sauc par profiliem. Kustības pārveidojumam rotācija-rotācija šīs liknes parādītas 19-5. zīmējumā. Likņu saskarpunktā  $S$  novilkta normāle  $n-n$  polu taisni  $O_1O_2$  krusto relatīvā polā  $P$ ; formulas (19.1) arī šeit derīgas (5-2. §). Tātad *divu savstarpēji aptverošo likņu saskarpunkta normāle daļa atstatumu starp absolūtiem poliem daļās, pretēji proporcionālās leņķiskiem ātrumiem, un dalījuma punkts ir relatīvais pols.* Ar to izteikta Villisa teorēma. Lokējiem 1 un 2 rotējot, profili slīd un veļas viens pa otru un saskarpunkts  $S$  pārvietojas pa kādu likni  $s-s$ , ko sauc par *saskarliniju*.

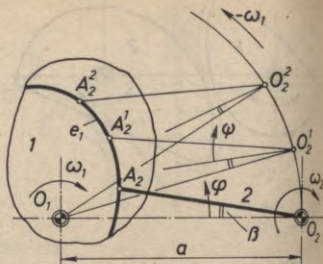
Aplūkosim dažas profilu konstruēšanas metodes. Konstruktoram šeit ir lielāka brīvība nekā centroīdu mehānismos, jo iespējams



19-5. zīm.



19-6. zīm.



19-7. zīm.

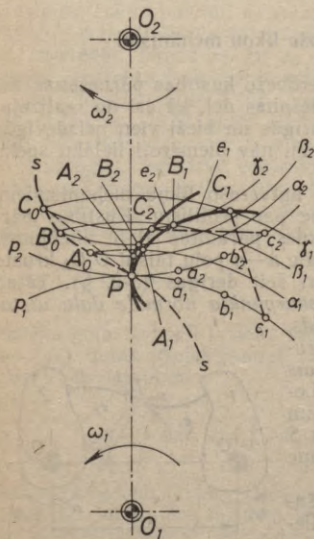
- 1) vienu profilu izvēlēties un konstruēt otru,
- 2) izvēlēties saskarliniju un konstruēt abus profilus.

Pieņem, ka doti  $a$ ,  $\omega_1 = \omega_1(t)$ ,  $\omega_2 = \omega_2(t)$  un profils  $e_2$ ; jākonstruē profils  $e_1$ . Visvienkāršāk uzdevums risināms ar *kustības apgriešanas principu* (19-6. zīm.). Piešķir visam mehānismam rotāciju ap asi  $O_1$  ar leņķisko ātrumu  $-\omega_1$ . Tad konstruējama profils  $e_1$  kļūst nekust-

tīgs, bet dotais profils  $e_2$  izdara divas kustības: tā rotācijas centrs  $O_2$  pārvietojas pa aploci, rādiusam  $O_1O_2 = a$  rotējot ar leņķisko ātrumu  $-\omega_1$ , un profils  $e_2$  rotē attiecībā pret rādiusu  $O_1O_2$  ar leņķisko ātrumu  $\omega_2$ . Aprēķina izraudzītajiem laika momentiem atbilstošos leņķus  $\varphi$  un  $\psi$  pēc formulām (19.3) un atliek, kā 19-6. zīmējumā parādīts. Tādējādi iegūst virkni profila  $e_2$  stāvokļu, kuru aptverošā ir meklējamais profils  $e_1$ .

Ja dotais profils  $e_2$  ir punkts  $A_2$ , tad tam atbilstošais profils  $e_1$  ir punkta  $A_2$  relatīvā trajektorija locekli  $I$ . Iepriekšējai analogiskā relatīvās trajektorijas konstruēšana parādīta 19-7. zīmējumā.

Pieņem, ka doti  $a = O_1O_2$ ,  $\omega_1 = \text{const}$ ,  $\omega_2 = \text{const}$  un saskarlinija  $s-s$ ; konstruēt profilus  $e_1$  un  $e_2$ . Saskaņā ar formulu (19.2) relatīvais pols šajā gadījumā nekustas, bimotoīda ir punkts  $P$ , bet relatīvās poloīdas  $p_1$  un  $p_2$  ir aploces (19-8. zīm.). Izvēlas uz poloīdas



19-8. zīm.

$p_1$  punktus  $a_1, b_1, c_1, \dots$  un konstruē uz poloīdas  $p_2$  tiem atbilstošos punktus  $a_2, b_2, c_2, \dots$ , atliekot lokus  $Pa_2 = Pa_1, a_2b_2 = a_1b_1, \dots$ . Izvēlas uz saskarlinijas punktus  $A_0, B_0, C_0, \dots$ , kuros saskarsies konstruējamo profilu  $e_1$  un  $e_2$  punkti  $A_1, B_1, C_1, \dots$  un  $A_2, B_2, C_2, \dots$  tad, kad centroidu punkti  $a_1, a_2; b_1, b_2; \dots$  būs nonākuši polā  $P$ . Profilu  $e_1$  un  $e_2$  konstruēšanai jānoskaidro, kur patlaban atrodas punkti  $A_1, B_1, C_1, \dots$  un  $A_2, B_2, C_2, \dots$ , kas vēl punktus  $A_0, B_0, C_0, \dots$  nav bijuši.

Minētie profilu  $e_1$  un  $e_2$  punkti atrodas uz aplocēm  $a_1, \beta_1, \gamma_1, \dots$  un  $a_2, \beta_2, \gamma_2, \dots$  tur, kur atstatumi  $a_1 A_1 = a_2 A_2 = PA_0, b_1 B_1 = b_2 B_2 = PB_0, c_1 C_1 = c_2 C_2 = PC_0, \dots$ . Pēdējai vienādībai atbilstošie nogriežņi 19-8. zīmējumā attēloti ar pārtrauktu līniju. Savienojot punktus  $A_1, B_1, C_1, \dots$  un  $A_2, B_2, C_2, \dots$ , iegūst profilus  $e_1$  un  $e_2$ .

Tādējādi profilu konstruēšana kustību pārveidojumam rotācija-rotācija ir aplūkota. Līdzīgi konstruējami profili kustību pārveidojumiem rotācija-virze un virze-rotācija. Kustības pārveidojumam virze-virze profilus nevar konstruēt ar poloīdu starpniecību, jo tās atrodas bezgalībā, bet nezināmais profils jākonstruē kā dotā profila aptverošā.

Visvairāk izplatītie savstarpēji aptverošo līkņu mehānismu piemēri ir izciļņu un zobratu mehānismi, ko aplūkosim tālākās nodaļās.

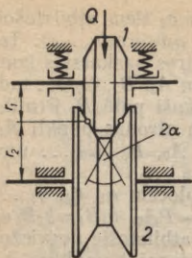
### 19-3. Frikcijas mehānismi

Frikcijas mehānismus lieto rotācijas pārveidošanai rotācijā (berzes ratu pārvadi), leņķiskā ātruma bezpakāpju maiņai (frikcijas variatori), kustības pieļaušanai tikai vienā virzienā (frikcijas sprūdmehānismi — 4-15. zīm.). Frikcijas mehānismi ir vienkārši, un tiem piemīt drošinātāju īpašība: pārslodzes un triecienveida slodzes gadījumos tie izslīd, aizsargā pārējās mehānisma daļas un izlīdzina pārnestos spēku momentus. Trūkums — gandrīz nenovēršamās, kaut nelielās slīdes dēļ nevar rēķināties ar precīziem pārnese skaitļiem (2-1. §).

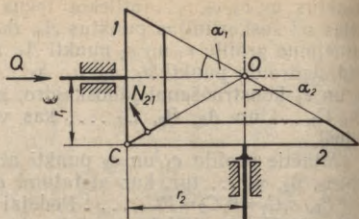
Frikcijas mehānismu augstākā pāra darba virsmas parasti satur aploces, bet ne vienmēr šīs virsmas ir aksoīdas. Tās ir aksoīdas, ja relatīvie ātrumi kontakta taisnes punktiem ir nulle. Cilindrisku aksoīdu šķēlumi ar veidulēm perpendikulāru plakni ir centroidas. Tādējādi daudzi frikcijas mehānismi ir centroidu mehānismi.

Vispirms šie pieskaitāmi cilindrisko berzes ratu pārvadi. Aksoīdu labas saskares nodrošināšanai jāizvairās no atkārtotām saitēm. Visļauņākās ir tangenciālās atkārtotās saites, tāpēc 5-12. zīmējumā parādītās shēmas vietā jālieto 2-2. zīmējumā vai 12-15. zīmējumā  $b$  dotās shēmas.

Cilindrisko berzes ratu pārvadā (12-15. zīm.  $b$ ) slīdes berzes spēks  $F_{12} = F_{21} = F$  ir lietderīgs spēks, kura augšējā robeža  $F_{\max} = fQ$ . Attiecību  $c = F_{\max} : F$  sauc par saķeršanās rezerves koeficientu. Lai varētu pārnest vajadzīgo jaudu  $N = Fv_P$  un saķeršanās rezerves koeficients būtu pietiekami liels, berzes rati jāsaspiež ar spēku



19-9. zīm.

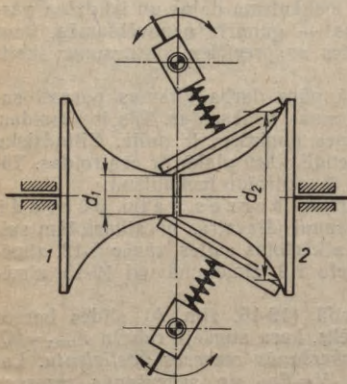


19-10. zīm.

$Q = F_{\max} : f$ , kas diemžēl rada berzes zudumus gultņos un ratu kontakta zonā (12-6. §).

Nepieciešamo saspiešanas spēku  $Q$  var samazināt, izveidojot berzes ratus ar ķīļveida saskari (19-9. zīm.); tad  $F_{\max} = f'Q$ , kur reducētais berzes koeficients  $f'$  aprēķināms pēc formulas (12.11). Taču šādu berzes ratu darba virsmās nav iespējama tīra velšanās, jo tās nav aksoīdas un mehānisms nav centroidu mehānisms. Neizbēgamās slīdes (büksēšanas) dēļ darba virsmas ātrāk nolietojas. Ja kontakta zonas platums nav liels, tad var pieņemt, ka slīdes uz kontakta zonas vidējām aplocēm ar rādiusiem  $r_1$  un  $r_2$  nav, un šos rādiusus izmantot pārnesuma attiecības noteikšanai.

Minētā trūkuma nav koniskiem berzes ratiem (19-10. zīm.), jo šeit darba virsmas ir aksoīdas — divi konusi, kas veļas viens pa otru bez slīdes. Tāpēc  $v_c = r_1\omega_1 = r_2\omega_2$  un pārnesuma attiecība



19-11. zīm.

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}, \quad (19.6)$$

jo  $r_2 = OC \cdot \sin \alpha_2$ ,  $r_1 = OC \cdot \sin \alpha_1$ . Berzes ratu saspiešanas spēks  $Q = N_{21} \sin \alpha_1$  un jaudas pārnesšanai izlietojamais berzes spēks

$$F_{\max} = fN_{21} = \frac{f}{\sin \alpha_1} Q = f'Q. \quad (19.7)$$

Redzam, ka koniskos berzes rati ir sasniegts ķīļveida rievās efekts, saglabājot tīro velšanos.

Frikcijas bezpakāpju variators parādīts 7-4. zīmējumā. Lai novērstu ātrumu starpības radīto slīdešanu kontakta zonā, pārēdāmā rata darba virsma izgatavota torveida. Šis variators nav centroīdu mehānisms. Ķīšsiksna bezpakāpju variatora princips paskaidrots 7-14. zīmējumā un 7-8. piemērā, bet 19-11. zīmējumā sniegta toroidālā bezpakāpju variatora shēma. Abi tie nav centroīdu mehānismi. Sastopamas arī citas frikcijas bezpakāpju variatoru konstrukcijas [54].

#### 19-4. Maltas krusta mehānismi

Darba procesu mehanizācijā un automatizācijā bieži vajadzīga rotācija ar pārtraukumiem. Nepārtrauktu rotāciju pārveidot rotācijā ar pārtraukumiem var ar Maltas krusta mehānismu. Nosaukums radies no pārtraukti rotējošā locekļa līdzības ar viduslaikos Maltas salā nodibinātā bruņinieka ordeņa krustveida nozīmi. Maltas krusti izplatīti automātiskās virpās, iesaiņošanas un dozēšanas automātos, dažos kinoaparātos — filmas pārvietošanai ar pārtraukumiem, kā arī citās mašīnās un aparātos [99].

Kinematiski Maltas krusta kustība atbilst rotējošās kulises mehānisma (5-19. zīm.) dzītā locekļa kustībai. Tā kā kulises akmeņa nav, tad Maltas krusta mehānisms ir trīslocekļu mehānisms. Mehānisma struktūra ir mainīga.

Visbiežāk sastopami *homogēni* Maltas krusti ar *ārējo saskari* (19-12. zīm.). Par homogēniem sauc krustus, kuriem leņķi  $\beta$  starp robiem ir vienādi. Kloķim 1 rotējot, tā pirksts ieiet krusta 2 robā un krusts sāk rotēt. Kloķim pagriežoties par leņķi  $\alpha$ , krusts pagriežas par leņķi  $\beta$  un pēc tam paliek mierā līdz nākamā kustības cikla sākumam. Stāvēšanas laikā kloķis pagriežas par leņķi  $\alpha_0$  un krusta stāvokli fiksē kloķim piestiprināts lokveida vairogs (4-13. zīm.). Krusta robu skaits  $z$  parasti ir no 3 līdz 15. Kā redzams,

$$\alpha + \alpha_0 = 2\pi, \quad \beta = \frac{2\pi}{z}. \quad (19.8)$$

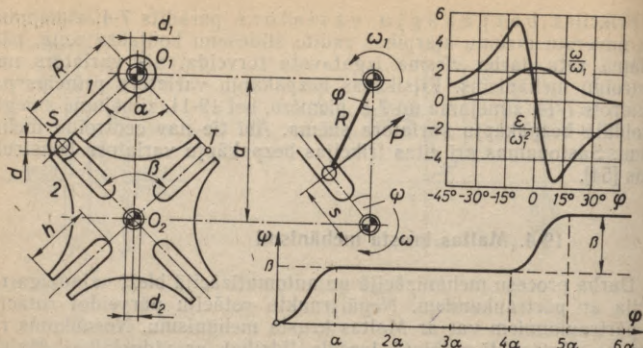
Lai saskares sākumā un beigās nebūtu lielu triecienu, pirksta centra  $S$  trajektorijas tangentei jāsakrīt ar roba asi, t. i., leņķiem  $O_1SO_2$  un  $O_1TO_2$  jābūt taisniem. Tādēļ  $\alpha + \beta = \pi$  un

$$\alpha = \pi - \beta = \pi - \frac{2\pi}{z}, \quad \alpha_0 = 2\pi - \alpha = \pi + \frac{2\pi}{z}. \quad (19.9)$$

Darba laika koeficients

$$k = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{z-2}{z+2} \quad (19.10)$$

kloķa vienmērīgās rotācijas gadījumā izsaka krusta kustības un miera stāvokļa laiku attiecību.



19-12. zīm.

Mehānisma galvenos izmērus saskaņā ar 19-12. zīmējumu aprēķina šādi:

$$\left. \begin{aligned} R &= a \sin \frac{\pi}{z}, \quad r = a \cos \frac{\pi}{z} = O_2S, \\ h &> R + r - a, \quad d_1 < 2(a - r), \quad d_2 < 2\left(a - r - \frac{d}{2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (19.11)$$

Maltas krusta mehānisma bezdimensionāls parametrs ir

$$\lambda = \frac{R}{a} = \sin \frac{\pi}{z}.$$

Kloķa un krusta stāvokļus saista vienādojums

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{R \sin \varphi}{a - R \cos \varphi} = \frac{\lambda \sin \varphi}{1 - \lambda \cos \varphi},$$

no kura iegūstam stāvokļa funkciju

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\lambda \sin \varphi}{1 - \lambda \cos \varphi}. \quad (19.12)$$

Diferencējot šo izteiksmi pēc laika, aprēķinām krusta leņķisko ātrumu

$$\omega = \omega_1 \frac{\lambda (\cos \varphi - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \varphi + \lambda^2} \quad (19.13)$$

un leņķisko paātrinājumu

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \frac{\lambda (\cos \varphi - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \varphi + \lambda^2} - \omega_1^2 \frac{\lambda (1 - \lambda^2) \sin \varphi}{(1 - 2\lambda \cos \varphi + \lambda^2)^2}. \quad (19.14)$$

Parasti kloķis rotē vienmērīgi; tad  $\varepsilon_1=0$ . Tālāk aplūkojam tikai šo gadījumu.

Krusta leņķiskais ātrums, acīm redzot, vislielākais tad, kad kloķa un roba asis sakrīt. Ievietojot  $\varphi=0$  izteiksmē (19.13), iegūst, ka

$$\omega_{\max} = \omega_1 \frac{\lambda}{1-\lambda}, \quad (19.15)$$

kur dāļskaitlis ir Maltas krusta mehānisma maksimālā pārnesuma attiecība.

Krusta leņķiskais paātrinājums kustības posma sākumā un beigās nav nulle, jo, ievietojot  $\varphi = \pm \alpha/2$  izteiksmē (19.14), iegūst

$$\varepsilon_0 = \omega_1^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{z}. \quad (19.16)$$

Tātad, kaut gan pirksts tangenciāli ieiet robā un iziet no tā, šajos acumirkļos paātrinājums un līdz ar to inerces spēki iegūst galīgu izmaiņu. Šādu parādību sauc par *miksto triecienu*.

Ieicot  $\varepsilon_1=0$  izteiksmē (19.14), diferencējot to pēc laika un pielīdzinot nullei, aprēķina leņķus  $\varphi = \varphi'$ , kam atbilst krusta leņķiskā paātrinājuma ekstrēmi. Ievietojot atrastos  $\varphi'$  izteiksmē (19.14), atrod krusta leņķiskā paātrinājuma ekstremālās vērtības, ko nosacīti apzīmē ar  $\varepsilon_{\max}$ .

Izteiksmes (19.12), (19.13) un (19.14) attēlotas grafiski 19-12. zīmējumā homogēnam Maltas krustam ar robu skaitu  $z=4$ . Dažādu homogēnu Maltas krusta mehānismu ģeometriskie un kinemātiskie parametri sakopoti 19-1. tabulā.

19-1. tabula

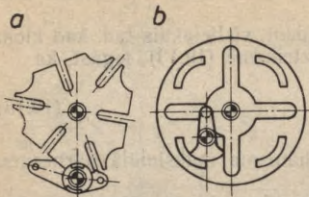
$z$	$\alpha$	$\beta$	$k$	$\frac{\omega_{\max}}{\omega_1}$	$\frac{\varepsilon_0}{\omega_1^2}$	$\frac{\varepsilon_{\max}}{\omega_1^2}$	$\varphi'$	$\psi'$
3	60°	120°	0,20	6,46	1,73	31,40	4°15'	27°41'
4	90°	90°	0,33	2,41	1,00	5,41	11°28'	24°36'
5	108°	72°	0,43	1,43	0,73	2,30	17°34'	21°59'
6	120°	60°	0,50	1,00	0,58	1,35	22°54'	19°50'
12	150°	30°	0,71	0,35	0,27	0,35	44°00'	12°28'

Kloķa pirksts uz krusta robu darbojas ar spēku  $P$ . Tādējādi krustam pielikts moments  $M=Ps$ . Pieņemot uz krustu reducēto inerces momentu  $I_r = \text{const}$  un berzi ignorējot,

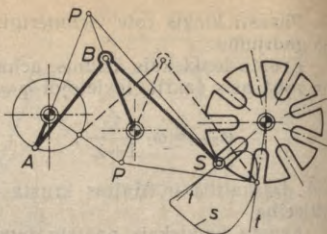
$$I_r \varepsilon = M - M_Q, \quad M = M_Q + I_r \varepsilon, \quad P = \frac{M}{s},$$

kur  $M_Q$  — uz krustu reducētais lietderīgās pretestības moments. Spēka  $P$  plecs

$$s = a \sqrt{1 - 2\lambda \cos \varphi + \lambda^2}. \quad (19.17)$$



19-13. zīm.



19-14. zīm.

Stiprības aprēķinam vajadzīgo  $P_{\max}$  atrod, nosakot spēku  $P$  dažādos mehānisma stāvokļos.

Maltas krusta mehānisma kloķa piedzišanai vajadzīga jauda

$$N = M_1 \text{ vid} \omega_1. \quad (19.18)$$

Kloķa vidējais griezes moments aptuveni līdzinās uz kloķvārpstu reducēto krusta griezes momentu aritmētiskajam vidējam. Ar lietderības koeficientu ievērojot berzes zudumus,

$$M_1 \text{ vid} \approx \frac{1}{n\eta} \Sigma M \frac{\omega}{\omega_1}; \quad (19.19)$$

kur  $n$  — mehānisma stāvokļu skaits ciklā.

Asinhronā elektromotora izvēlei vajadzīga ne tikai jauda, bet arī pārslodzes koeficients

$$u = \frac{M_1 \max}{M_1 \text{ vid}}; \quad (19.20)$$

kas parastiem elektromotoriem ar formulai (19.18) atbilstošo nominālo jaudu  $N$  nav lielāks par 2. Tāpēc mazam robu skaitam motora nominālā jauda dažreiz būs jāņem lielāka.

*Nehomogēna* Maltas krusta piemērs *a* dots 19-13. zīmējumā. Tur parādīts arī homogēns Maltas krusts *b* ar *iekšējo saskari*. Šādam krustam leņķiskā paātrinājuma ekstrēmi ir lielāki nekā krustam ar ārējo saskari. Krusti ar nepāru robu skaitu bieži darbojas, kloķim regulāri vienu robu izlaižot.

Ja dzītajai vārpstai katrā nepārtrauktās kustības posmā jāpagriežas par lielu vai mazu leņķi, tad uz krusta vārpstas nostiprina zobratu, kas piedzen mehānisma dzīto vārpstu.

Lai sasniegtu izdevīgu krusta kustības likumu, dažreiz konstruē krustu ar likmiem robiem vai arī piedzen kloķi nevienmērīgā rotācijā ar neapaļu zobratu pārvedu. Taču biežāk minētā nolūkā pārvieto kloķa pirksta centru  $S$  nevis pa aploci, bet pa citu likni. To sasniedz ar

planetpārvada (pirksts izveidots satelītam), izciļņu mehānisma vai stienmehānisma palīdzību. Pēdējais variants parādīts 19-14. zīmējumā. Kļaņa  $AB$  punkta  $S$  trajektorijas tangentei  $t$  krusta kustības sākuma un beigu momentā jāsakrīt ar roba asi.

## 20. NODAĻA

### IZCIĻŅU MEHĀNISMU SINTĒZE

#### 20-1. Izciļņu mehānismu sintēzes uzdevums

Izciļņu mehānismi pieder pie savstarpīgi aptverošo likņu mehānismiem. Tie ļoti izplatīti mašīnās un automātos, jo vēlamu kustību realizēšanā tie paver plašas iespējas un neprasa lielu konstruktora darbu. Izciļņu mehānismi programmē tehnoloģisko procesu, izpilda vadības funkcijas, ieslēdz un izslēdz kustības pārvadus.

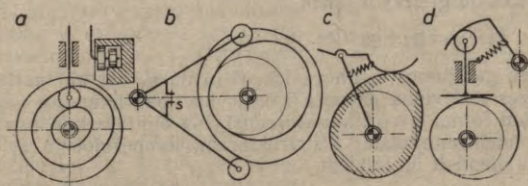
Izciļņu mehānismu projektēšanas galvenie etapi ir

- 1) mehānisma tipa izvēle,
- 2) dzītā locekļa (bīdītāja) kustības likuma izvēle un pamatojums,
- 3) locekļu galveno izmēru noteikšana,
- 4) dzenošā locekļa profila konstruēšana grafiski vai analītiski,
- 5) mehānisma elementu izmēru noteikšana, izdarot stiprības un svārstību aprēķinus.

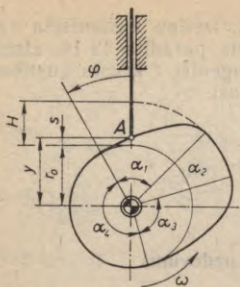
Izciļņu mehānisma tipu izvēlas atkarībā no sintēzes uzdevuma, kas parasti satur datus par vēlamo bīdītāja kustības veidu (virze, rotācija utt.) un kustības likumu, par dzenošā locekļa kustību un dažus izmērus.

Sajā kursā aplūkojam plakanos izciļņu mehānismus, kuru galvenie tipi parādīti 4-10. zīmējumā; starp tiem ir arī telpisko izciļņu mehānismu piemērs. Augstākā pāra slēgšana šeit paredzēta ar atsperes spēku (atsperes nav parādītas), izņemot mehānismus  $f$  un  $g$ , kuros ir ģeometriskā slēgšanās. Ģeometrisko slēgšanos parasti lieto tad, kad turpgaitā un atpakaļgaitā bīdītājs veic darbu, pārvarēdams lietderīgo pretestību.

Ģeometrisko slēgšanos var panākt arī ar rievu, pa kuru pārvietojas viens vai divi rullīši. Lai bīdītāja kustības virziena maiņas



20-1. zīm.



20-2. zīm.

momentos spēļu dēļ nebūtu ievērojamu triecienu, vēlams lietot nevis vienu, bet divus uz vienas ass novietotus rullīšus (20-1. zīm. *a*). Tad katrs rullītis veļas pa savu rievas pusi. Rievas puses ir divi ekvidistanti dzenošā locekļa profili; viens no tiem slogots bīdītāja turpgaitā, otrs — atpakaļgaitā.

Cits izplatīts ģeometriskās slēgšanas veids parādīts 20-1. zīmējumā *b*. Šeit bīdītājam ir divi uz dažādām asīm novietoti rullīši, kas veļas katrs pa savu bīdītāja turpgaitai vai atpakaļgaitai paredzēto profilu. Šie profili vispār nav ekvidistanti. Savelkot bīdītāja puses ar skrūvi *s*, novērš spēles un triecienus divzaru augstākā

pārī. Aplūkotā veida slēgšanu var izveidot ne tikai bīdītājam-svārstīklai, bet arī bīdītājam-slīdnim.

Dažreiz lieto mehānismus ar nekustīgu izcilni (20-1. zīm. *c*), kā arī divkārtīgus (20-1. zīm. *d*) izcilņu mehānismus.

Atkarībā no bīdītāja profila veida izšķir 1) *punktveida mehānismus*, kur šis profils ir aploce vai tās loks, un 2) *profilētos mehānismus*, kur bīdītāja profils ir cita likne. Kā zināms (19-2. §), vienu no savstarpēji aptverošām liknēm (šajā gadījumā bīdītāja profilu) var izvēlēties brīvi.

Visbiežāk par bīdītāja profilu izvēlas aploci, jo tad var lietot rullīti, kas samazina berzes zudumus. Rodas punktveida izcilņu mehānisms, kura rullīša centrs apraksta izcilņa profilam ekvidistantu likni — *centrprofilu*. Analīzes un sintēzes uzdevumu risinājumos ir izdevīgi īstena mehānisma vietā rīkoties ar iedomātu mehānismu, kura bīdītāja smaile *A* slīd pa centrprofilu. Tādējādi, piemēram, 11-1. zīmējumā attēlotā mehānisma vietā iegūst 20-2. zīmējumā attēloto mehānismu.

Izšķir četrus bīdītāja kustības posmus: attālināšanās, tālstāvēšana, tuvošanās, tuvstāvēšana. Minētajiem posmiem atbilst izcilņa profila leņķi

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 2\pi,$$

kas centrālā punktveida mehānismā (20-2. zīm.) sakrīt ar attiecīgiem dzenošā locekļa griezes leņķiem

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 2\pi.$$

Atsevišķos gadījumos  $\alpha_2$  un  $\varphi_2$ , kā arī  $\alpha_4$  un  $\varphi_4$  var būt nulle.

Sintēzes uzdevumā dzenošā locekļa kustības likumu  $\varphi = \varphi(t)$  parasti uzdo formā  $\varphi = \omega t$ , kur  $\omega = \text{const}$ , bet bīdītāja kustības likuma  $s = s(t)$  noteikšanu atstāj konstruktoram, ierobežojot to ar uzdotu bīdītāja gājienu *H* un laikiem

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = T,$$

kas proporcionāli attiecīgi griezes leņķiem. Acīm redzot,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (20.1)$$

Vārstu pacelšanas mehānismos uzstāda prasību, lai t. s. *laika šķēlums*

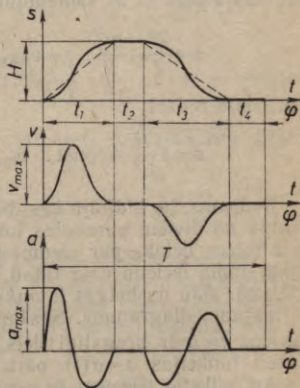
$$L = \int_0^{t_1} s dt \quad (20.2)$$

būtu pēc iespējas liels. Jo lielāks  $L$ , jo mazāka ir pretestība gāzes vai šķidrums plūsmā caur vārstu (mazāka droselēšana).

## 20-2. Bīdītāja kustības likumi

Izciļņu mehānismi ļauj realizēt neierobežotu bīdītāja kustības likumu dažādību. Konstruktoram no šī daudzuma jāizvēlas tāds kustības likums, kas vislabāk atbilst maksimāli ražīgam ar doto mehānismu veicamam darba procesam un minimālam enerģijas patēriņam mehānisma darbināšanai; reizē jānodrošina mehānisma elementu nepieciešamā stiprība un ilgziturbība, kā arī — izciļņa vienkārša izgatavošana.

Vienmērīgi rotējošas izciļņu ripas piedzīta slīdņa tipa bīdītāja kinemātiskās diagrammas pilnam izciļņa apgriezienam parādītas 20-3. zīmējumā: levērojot teorētiskās mehānikas sakarības, ātruma diagrammas abi laukumi ir vienādi. Paātrinājuma diagrammā vienādi ir abi attālināšanās posma laukumi, kā arī abi tuvošanās posma laukumi; katra attālināšanās posma laukuma attiecība pret tuvošanās posma laukumu ir vienāda ar abu posmu maksimālo ātrumu attiecību. Viens no posmiem ir darba, otrs — tukšgaitas posms vai arī abi ir darba posmi. Darba procesa ražīguma celšanai tukšgaitas posmu cenšas saīsināt, cik to ļauj saīsināšanas dēļ radies paātrinājuma (inerces spēka) pieaugums. Ļoti bieži katram bīdītāja kustības posmam izvēlas *simetrisku* kustības likumu; tad ātruma diagramma ir ortogonāli simetriska, bet pārvietojuma un paātrinājuma diagrammas slīpi simetriskas pret ordinātu asij paralēlu taisni, kas novilkta caur posma viduspunktu. Tā kā izciļņa kustības likums ir  $\varphi = \omega t$ , tad abscisu asi var iedalīt gan laika, gan izciļņu ripas griezes leņķa vienībās.



20-3. zīm.

Lai varētu spriest par dažādu bīdītāja kustības likumu noderīgumu sākumā minēto prasību izpildīšanai, aplūkosim četrus vienkāršākos simetriskos kustības likumus attālināšanās posmam. Reizē parādīsim kustības likumu analītisko un grafisko sintēzi.

Visvienkāršākais ir lineārais kustības likums (20-4. zīm. a)

$$s = vt, \quad (20.3)$$

kur bīdītāja ātrums

$$v = \frac{H}{t_1} = \text{const}, \quad (20.4)$$

bet kustības sākumā un beigās lēcienveidā mainās. Tādēļ paātrinājums šajos momentos kļūst bezgalīgi liels, kaut arī pārējā kustības laikā ir nulle. Deformāciju dēļ ne paātrinājums, ne tam proporcionālais uz bīdītāju reducētais inerces spēks īstenībā nav bezgalīgi, taču rodas t. s. *cietais trieciens*. Tātad funkcijas  $v = v(t)$  lēcienis (pārtraukums) ir cietā trieciena pazīme.

Centrālā izciļņu mehānismā (20-2. zīm.) bīdītāja vienmērīgai kustībai atbilstošais izciļņa profils ir Arhimēda spirāle, bet ekscentriskā mehānismā (4-10. zīm. a) un mehānismā ar plakanu bīdītāju (4-10. zīm. b) — evolvente. Šādas izciļņu ripas ar cietiem triecieniem pieļaujamas tikai maziem bīdītāja ātrumiem ( $v < 0,2$  m/s).

Simetrisks paraboliskais kustības likums (20-4. zīm. b) pirmajā attālināšanās posma pusē raksturojas ar vienādojumiem

$$s = \frac{at^2}{2}, \quad v = at, \quad (20.5)$$

bet otrajā pusē — ar vienādojumiem

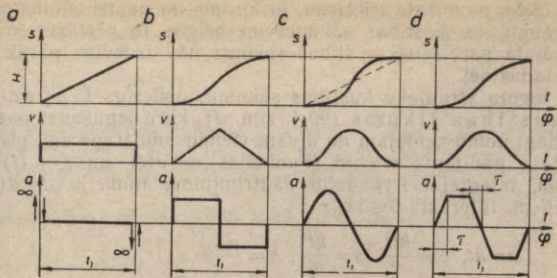
$$s = \frac{H}{2} - \frac{at^2}{2}, \quad v = v_{\max} - at, \quad (20.6)$$

kur, acīm redzot,

$$a = 4 \frac{H}{t_1^2} = \text{const}, \quad v_{\max} = 2 \frac{H}{t_1}. \quad (20.7)$$

Redzams, ka bīdītāja kustība ir vienmērīgi mainīga,  $s = s(t)$  likne sastāv no diviem parabolas lokiem un maksimālais bīdītāja ātrums ir 2 reizes lielāks par vienmērīgās kustības ātrumu (20.4). Ātruma diagrammā lēcieni nav; tātad nav arī cieto triecienu. Taču kustības sākumā, vidū un beigās ir *mīkstie triecieni*, kas atbilst lēcieniem paātrinājumu diagrammā. Saskaņā ar formulu (5.35) šajos momentos rāviens  $j = \dot{a}$  ir bezgalīgi liels, bet inerces spēka lēcienis ir galīgs. Tātad funkcijas  $a = a(t)$  pārtraukums ir mīkstā trieciena pazīme.

Arī mīkstie triecieni ir nevēlami, jo, periodiski atkārtojoties, tie rada vibrācijas, troksni un papildu dilšanu. Bīdītāja beztriecienu



20-4. zīm.

kustības likuma iegūšanai izdevīgi vispirms konstruēt nepārtrauktu paātrinājuma funkciju  $a=a(t)$ . Analītisku beztriecienu kustības likuma sintēzi parādīsim divos piemēros.

Pirmais piemērs ir sinusoidālais kustības likums (20-4. zīm. c). Tā iegūšanai izvēlamies paātrinājuma funkciju

$$a = a_{\max} \sin 2\pi \frac{t}{t_1}. \quad (20.8)$$

Bīdītāja ātrums

$$v = \int_0^t a dt = \frac{a_{\max} t_1}{2\pi} \left( 1 - \cos 2\pi \frac{t}{t_1} \right) \quad (20.9)$$

un pārvietojums

$$s = \int_0^t v dt = \frac{a_{\max} t_1^2}{2\pi} \left( t - \frac{t_1}{2\pi} \sin 2\pi \frac{t}{t_1} \right). \quad (20.10)$$

Izteiksmē (20.10) ievietojot  $s=H$  un  $t=t_1$  un izteiksmē (20.9) ievietojot  $t=t_1/2$ , iegūstam

$$a_{\max} = 2\pi \frac{H}{t_1^2}, \quad v_{\max} = 2 \frac{H}{t_1}.$$

Salīdzinājumā ar izteiksmēm (20.7) redzam, ka sinusoidālā kustības likuma maksimālais paātrinājums ir 1,57 reizes lielāks par paraboliskā likuma konstanto paātrinājumu, bet maksimālie ātrumi abās kustībās ir vienādi. Izsakot šādus slēdzienus, iepriekš, šeit un turpmāk pieņemam, ka bīdītāja gājiens  $H$  un attālināšanās ilgums  $t_1$  salīdzināmās kustībās ir vienādi.

Bīdītāja pārvietojuma funkciju (20.10) attēlo sinusoīda, kas «uzklāta» ar pārtrauktu līniju zīmētai slīpai taisnei. Sinusoīdālā kustībā

nav ne cieto, ne mīksto triecienu, jo ātrums un paātrinājums mainās nepārtraukti, un kustības sākumā un beigās tās vērtības ir nulle. Taču vārsta pacelšanai kustības sākums nav izdevīgs pārāk lielās drošēšanas dēļ.

Lai iegūtu straujāku kustības sākumu, noderīgs trapecoidālais kustības likums (20-4. zīm. d), kura iegūšanai paātrinājuma diagrammu veidojam no divām vienādsānu trapecēm, pieņemot konkrētajā gadījumā  $\tau = t_1/8$ . Funkcijas  $v = v(t)$  un  $s = s(t)$  konstruējam, integrējot izraudzīto paātrinājuma funkciju  $a = a(t)$  pa intervāliem. Intervālā  $0 \leq t \leq \tau$

$$a = kt, \quad v = \frac{kt^2}{2}, \quad s = \frac{kt^3}{6}, \quad k = \frac{a_{\max}}{\tau},$$

kur  $a_{\max}$  pagaidām nav zināms. Ievietojot šeit  $t$  vietā  $\tau$ , atrodam ātrumu  $v_1$  un pārvietojumu  $s_1$  intervāla beigās.

Otrajā intervālā  $\tau \leq t \leq 3\tau$

$$a = a_{\max} = k\tau = \text{const}, \quad v = v_1 + k\tau(t - \tau),$$

$$s = s_1 + v_1(t - \tau) + \frac{k\tau}{2}(t - \tau)^2,$$

bet intervāla beigās

$$v_2 = \frac{5}{2}k\tau^2, \quad s_2 = \frac{19}{6}k\tau^3.$$

Trešajā intervālā  $3\tau \leq t \leq 5\tau$

$$a = a_{\max} - k(t - 3\tau),$$

$$v = v_2 + k\tau(t - 3\tau) - \frac{k}{2}(t - 3\tau)^2,$$

$$s = s_2 + v_2(t - 3\tau) + \frac{k\tau}{2}(t - 3\tau)^2 - \frac{k}{6}(t - 3\tau)^3.$$

Trešā intervāla vidū, kur  $t = 4\tau$ ,

$$v = v_{\max} = 3k\tau^2, \quad s = \frac{H}{2} = 6k\tau^3.$$

Tagad iegūstam

$$k = \frac{128}{3} \frac{H}{t_1^3}, \quad a_{\max} = \frac{16}{3} \frac{H}{t_1^2}, \quad v_{\max} = 2 \frac{H}{t_1}.$$

Redzam, ka maksimālais bīdītāja ātrums ir tāds pats kā paraboliskam un sinusoidālam kustības likumam; maksimālais paātrinājums ir 1,33 reizes lielāks par paraboliskā kustības likuma konstanto paātrinājumu, bet sastāda 85% no sinusoidālās kustības maksimālā paātrinājuma.

Dotās simetriskās trapeceidālās kustības rāviens  $j=k=\text{const}$  ir nedaudz lielāks par sinusoidālās kustības maksimālo rāvienu

$$j_{\max} = 4\pi^2 \frac{H}{t_1^3},$$

kas iestājas kustības sākuma momentā. Tāpēc dotās trapeceidālās kustības sākums ir tikai nedaudz straujāks par sinusoidālās kustības sākumu. Padarīt pirmo straujāku var, saīsinot sākuma intervālu.

Saskaņā ar formulu (20.2) kopējais laika šķēlums

$$L = \frac{1}{2} H t_1$$

visās četrās aplūkotajās kustībās ir vienāds. To palielināt var tikai ar nesimetrisku attālināšanās posma kustību (20-3. zīm.), kuras sākuma rāviens pietiekami liels. Taču aplūkoto četru kustību sākumā laika šķēlumi ir dažādi; piemēram, intervālam  $0 \leq t \leq 0,125 t_1$  laika šķēlumi 20-4. zīmējumā attēlotajiem kustības likumiem  $a, b, c, d$  attiecas kā 6:1:0,3:0,35.

Bez aplūkotajiem četriem kustības likumiem literatūrā aprakstīti daudzi citi kustības likumi [54, 130].

Funkcijas  $v=v(t)$  un  $s=s(t)$  var iegūt, arī grafiski integrējot izraudzītās formas paātrinājuma diagrammu (integrēšanas pola atstatums  $B_2$ ) un pēc tam — iegūto ātruma diagrammu (pola atstatums  $B_1$ ). Pēc abu integrēšanu veikšanas atrod garuma mērogu

$$k_s = \frac{H}{\tilde{H}} \frac{\text{m}}{\text{mm}} \quad (20.11)$$

no iegūtās  $s=s(t)$  diagrammas. Formula (15.16) liecina, ka  $k_s = B_1 k_v k_t$  un  $k_v = B_2 k_a k_t$ . Tāpēc ātruma un paātrinājuma mērogi izsakāmi šādi:

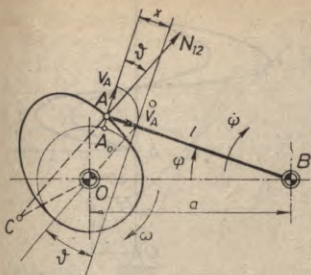
$$k_v = \frac{k_s}{B_1 k_t} \frac{\text{m/s}}{\text{mm}}, \quad k_a = \frac{k_v}{B_2 k_t} \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}} \quad (20.12)$$

Iepriekšējais kustības likumu apskats attiecināms arī uz kustību pārveidojumu rotācija-rotācija, tikai simboli  $s, v, a$  jāaizvieto ar 20-7. zīmējumam atbilstošiem simboliem  $\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}$ . Līdzīgi var aplūkot jautājumu par kustības likumiem, ja izcilnis kustas virzēs kustībā.

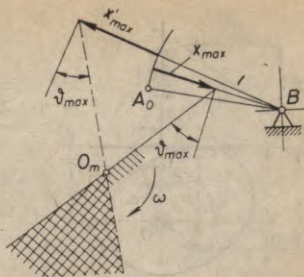
### 20-3. Izcilņu mehānisma galvenie izmēri

Spēku pārnesēšanas apstākļus mehānismā raksturo spiediena leņķis  $\theta$ , kas veidojas starp bīdītāja punkta  $A$  ātrumu  $v$  un bīdītājam šajā punktā pieliktās normālreakcijas  $N_{12}$  virzieniem (20-5. zīm.). Jau 11-1. paragrāfā noskaidrots, ka spiediena leņķis izcilņu mehānismā vispār mainās un ir atkarīgs no izcilņa pamataploces rādiusa





20-7. zīm.



20-8. zīm.

Ja vēlas, lai nevienā mehānisma stāvoklī spiediena leņķis nebūtu lielāks par  $\vartheta_{\max}$ , tad izraudzītā garumu mērogā konstruē  $x=x(s)$  diagrammu (20-6. zīm.) un ar  $\vartheta_{\max}$  noteiktā virzienā velk tai pieskari. Uz šīs pieskares izraudzītajam izciļņa rotācijas centram  $O$  atbilst minimālais pieļaujamais pamataploces rādiuss  $r_0=OA_0$ . Nepārtrauktās līnijas  $x=x(s)$  likne atbilst bīdītāja attālināšanās, bet pārtrauktās līnijas — tuvošanās kustībai, ja izcilnis rotē norādītā virzienā. Mainoties izciļņa rotācijas virzienam, liknes mainās vietām.

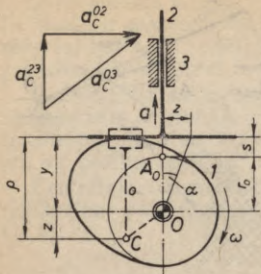
Tuvošanās liknei ir nozīme, ja augstākais pāris slēgts ģeometriski un arī tuvošanās kustībā bīdītājam jāpārvar pretestība. Sajā gadījumā izciļņa rotācijas centrs jāizvēlas dubultsvītrotā laukumā, bet minimālā gabarīta mehānismam punktā  $O_m$ ; ja minimālā gabarīta mehānismam jābūt centrālam, tad — punktā  $O_2$ , bet, ja ar dota lieluma un virziena ekscentricitāti, tad — punktā  $O_4$ . Turpretī, ja augstākais pāris slēgts ar atsperi, tad izciļņa rotācijas centram jāatrodas vienkārtēji svītrotā laukumā, bet minimālā gabarīta centrālajam mehānismam — punktā  $O_1$  un nobīdītajam mehānismam — punktā  $O_3$ . Tātad spēka slēgšanās gadījumā ar pozitīvu ekscentricitāti var samazināt mehānisma gabarītus.

Izciļņa rotācijas centra noteikšanā nerodas liela kļūda, ja  $x=x(s)$  diagrammas vietā konstruē tikai  $x_{\max}$  un vajadzības gadījumā arī  $x'_{\max}$  vektorus un caur to galiem  $\vartheta_{\max}$  virzienā velk taisnes. Šī tuvinātā metode sevišķi ērta ir punktveidīgiem mehānismiem ar bīdītāju svārstīklu (20-7. zīm.). Aizvietošanas mehānisms ir šarnīru četrstūris  $OCAB$  un  $x:CO=v_A:v_C$ , no kurienes

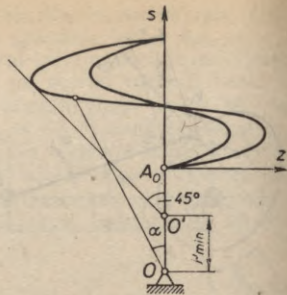
$$x = \frac{\psi}{\omega} l = \frac{d\psi}{d\varphi} l. \quad (20.15)$$

Atbilstošā grafiskā konstrukcija izciļņa rotācijas centra noteikšanai parādīta 20-8. zīmējumā.

Izciļņu mehānismam ar plakanu bīdītāju (20-9. zīm.) spiediena



20-9. zīm.



20-10. zīm.

leņķis vienmēr ir nulle. Tā ir vērtīga šo mehānismu īpašība. Minimālo pamataploces rādiusu  $r_0 = OA_0$  šeit atrod no noteikuma, ka izciļņa profils nevienā vietā nedrīkst būt ieliekts. Šim nolūkam derīga Geronimusa metode [22].

Aizvietošanas mehānisms ir sinusa mehānisms ar kloķi  $OC$ , kur  $C$  ir izciļņa profila liekumcentrs locekļu  $1$  un  $2$  saskarpunktā. Locekļis  $o$  ir fiktīvs. Paātrinājumu summēšanās likums punktam  $C$

$$\bar{a}_c^{03} = \bar{a}_c^{02} + \bar{a}_c^{23}$$

attēlojas ar trīsstūri, jo Koriolisa paātrinājums ir nulle bīdītāja virzes kustības dēļ. Šajā izteiksmē  $a_c^{03} = \omega^2 \cdot CO$ , bet  $a_c^{23} = a$  ir slīdņa paātrinājums. Tā kā  $z : CO = a_c^{23} : a_c^{03}$ , tad

$$z = \frac{a}{\omega^2} = \frac{d^2 s}{d\varphi^2} \quad (20.16)$$

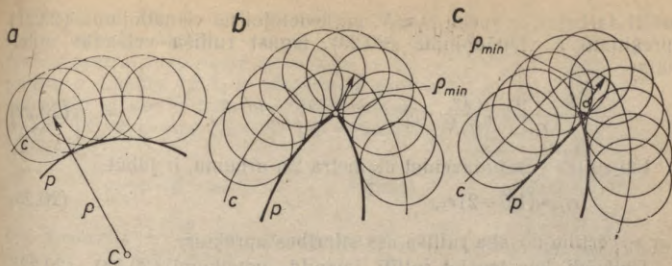
Profils ir ieliekts, ja

$$q = z + y > 0.$$

Sis noteikums var neizpildīties, ja  $z < 0$ , jo vienmēr  $y > 0$ . Šādos apstākļos ir jābūt

$$|z| < y, \quad \frac{|z|}{y} < 1, \quad \alpha = \arctg \frac{|z|}{y} < 45^\circ. \quad (20.17)$$

Tātad, ja uzzīmējam funkcijas  $z = z(s)$  likni (20-10. zīm.) un tās negatīvajā daļā novelkam pieskari, kas veido  $45^\circ$  leņķi ar slīdņa kustības virzienu, tad minimālais pamataploces rādiuss ir  $r'_0 = O'A_0$ . Ja punktā  $O'$  novietosim izciļņa rotācijas centru, tad vienā izciļņa profila vietā profila liekumrādiuss būs nulle. Tādēļ izvēlamies minimālo profila liekumrādiusu  $q_{\min}$ , atliekam to uz leju no punkta  $O'$  un iegūstam īsteno rotācijas centru  $O$  un reizē arī minimālo pieļaujamo pamataploces rādiusu  $r_0 = OA_0$ .



20-11. zīm.

Izciļņa īstenais profils  $p$  ir no centrprofila  $c$  punktiem ar rullīša rādiusu  $r_r$  novilkto aploču aptverošā (20-11. zīm. a). Ja rullīša rādiuss vienāds ar centrprofila minimālo liekumrādiusu, tad īstenam profilam ir smaile (20-11. zīm. b), kas nav pieļaujama no triecienu un kontaktspriegumu viedokļa. Ja  $r_r > \rho_{\min}$ , tad izliekts centrprofils rada īstenā profila paškrustošanos (20-11. zīm. c) un izraudzītais kustības likums nav realizējams. Tādēļ rullīša rādiusa izvēli ierobežo noteikums

$$r_r < \rho_{\min}. \quad (20.18)$$

Vismazākie kontaktspriegumi ir tad, kad īstenā profila minimālais rādiuss  $\rho_{p \min} = r_r$ . Tā kā  $\rho_{p \min} = \rho_{\min} - r_r$ , tad vēlams izpildīt noteikumu

$$r_r = 0,5 \rho_{\min}. \quad (20.19)$$

Bez tam rullīša rādiuss jāizvēlās tāds, lai rullītis veltos. Tas notiks, ja izcilnis uz rullīti darbosies ar berzes spēku  $F$ , mazāku par berzes spēka iespējamo maksimālo vērtību, t. i.,

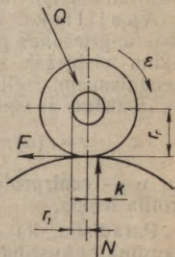
$$F < fN, \quad (20.20)$$

kur  $f$  — berzes koeficients starp rullīti un izcilni,  $N$  — normāreakcija, ar kuru izcilnis darbojas uz rullīti.

Velšanās nodrošināšanai vajadzīgo berzes spēku  $F$  aprēķina no rullīša kinetostatikas vienādojuma, kas saskaņā ar 20-12. zīmējumu ir šāds:

$$Fr_r - kN - Qf'_1 r_1 - I\varepsilon = 0, \quad (20.21)$$

kur  $I$  — rullīša inerces moments,  $\varepsilon$  — leņķiskais paātrinājums,  $f'_1$  — reducētais berzes koeficients rullīša gultnī. Pieņemot, ka bīdītājs uz



20-12. zīm.

rullīti darbojas ar spēku  $Q \approx N$ , un ievietojot no vienādojuma (20.21) aprēķināto  $F$  vienādojumā (20.20), iegūst rullīša velšanās noteikumu

$$\frac{k + f' r_1}{r_r} + \frac{I_E}{r_r N} < f. \quad (20.22)$$

Lai rullīti varētu izveidot diametra  $2r_1$  urbumu, ir jābūt

$$r_r > (1,6 + 2)r_1, \quad (20.23)$$

kur  $r_1$  vērtību nosaka rullīša ass stiprības aprēķins.

Tādējādi, konstruējot rullīti, jāizpilda noteikumi (20.18), (20.22), (20.23), ievērojot arī noteikumu (20.19), un jāpārbauda, vai spriegumi nepārsniedz pieļaujamos.

#### 20.4. Izciļņa profila konstruēšana

Kad izciļņa kustības likums kādā no formām  $s = s(\varphi)$ ,  $\psi = \psi(\varphi)$ ,  $\psi = \psi(x)$  vai  $s = s(x)$ , kas attiecīgi atbilst 4-10. zīmējumā dotajiem mehānismiem  $a$  un  $b, c, d, e$ , ir izraudzīts vai konstruēts, ir noteikts izciļņa pamataploces rādiuss  $r_0$ , rullīša rādiuss  $r_r$ , ekscentricitāte  $e$  vai rotācijas centru attālums  $a$  un svārstīklas garums  $l$  ir noteikti, tad var konstruēt izciļņa profilu.

Grafiski šo uzdevumu visērtāk risināt ar kustības apgriešanas metodi, kas parādīta 5-31., 19-6., 19-7. zīmējumā. Ja pēdējā zīmējumā punkts  $A_2$  ir rullīša centrs, tad tā relatīvā trajektorija  $e_1$  ir centrprofils. Kustības apgriešanas metode ir vienkārša un papildu paskaidrojumus neprasa. Pārveidojumam virze-virze kustības likuma  $s = s(x)$  grafiskais attēls reizē ir meklējamais izciļņa profils.

Jāatzīmē, ka grafiski iegūtā izciļņa profila precizitāte parasti būs pietiekama tikai orientēšanās nolūkam, bet ne izciļņa darba rašējuma izgatavošanai. Grafiski konstruēta izciļņa īstenais kustības likums ievērojami atšķiras no izraudzītā nenovēršamo kļūdu dēļ. Tāpēc grafiski konstruēti izciļņi lietojami tikai nelieliem ātrumiem un mazām kustīgām masām.

Anālītiskā izciļņa konstruēšanas metode arī balstās uz kustības apgriešanas principu. Aplūkosim izciļņa punktu koordinātu aprēķinu visbiežāk sastopamiem punktveida un profilētiem izciļņu mehānismiem. Izciļņu centrprofils un īstenais profils polārkoordinātēs izsakāms ar vienādojumiem

$$r = r(\alpha), \quad r_p = r_p(\alpha), \quad (1)$$

kur  $\alpha$  — centrprofila vai īstenā profila rādiusvektoram atbilstošais profila leņķis.

Parādīsim, kā aprēķināt vienādojumiem (1) atbilstošo punktu koordinātes kustības pārveidojumam rotācija-virze, ja kustības likums  $s = s(\varphi)$  dots un punktveida mehānisma lielumi  $e, r_0, r_r$  ir zināmi.

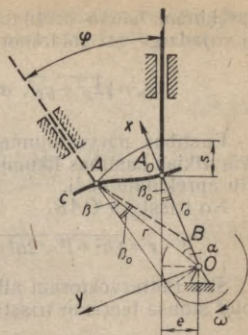
Piešķirot visam mehānismam (20.13. zīm.) leņķisko ātrumu  $-\omega$  ap centru  $O$ , rulliņa centrs  $A$  apraksta nekustīgu centrprofilu  $c$ . Leņķis  $ABA_0$  ir vienāds ar griezes leņķi  $\varphi$  un ir trīsstūra  $ABO$  ārējais leņķis. Tāpēc  $\varphi = \alpha + (\beta_0 - \beta)$ , un iegūstam izteiksmi

$$\alpha = \varphi + \beta - \beta_0, \quad (20.24)$$

$$\text{kur } \beta = \arctg \frac{e}{s + \sqrt{r_0^2 - e^2}}, \quad \beta_0 = \arcsin \frac{e}{r_0}.$$

Tāpat zīmējumā redzams, ka

$$r = \sqrt{e^2 + (s + \sqrt{r_0^2 - e^2})^2} = \frac{e}{\sin \beta}. \quad (20.25)$$



20-13. zīm.

Pēc formulām (20.24) un (20.15) aprēķinām centrprofila koordinātes kā dezaksiālam ( $e \neq 0$ ), tā centrālam ( $e = 0$ ) izciļņu mehānismam. Centrālprofila Dekarta koordinātes ir

$$x = r \cos \alpha, \quad y = r \sin \alpha. \quad (20.26)$$

Istenais profils ir aploču saimes aptverošā. Tāpēc tā koordinātu  $x_p, y_p$  aprēķinām jādiferencē aploču saimes vienādojums

$$(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 - r^2 = 0 \quad (2)$$

pēc saimes mainīgā parametra (par to varam pieņemt leņķi  $\varphi$ ) un jāpielīdzina nullei. Iegūto vienādojumu

$$(x_p - x)x' + (y_p - y)y' = 0$$

atrisinot kopā ar vienādojumu (2), iegūstam īstenā profila koordinātes

$$x_p = x \pm \frac{y' r_r}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}, \quad y_p = y \mp \frac{x' r_r}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}. \quad (20.27)$$

Augšējās zīmes attiecas uz vienu, bet apakšējās — uz otru aptverošo. Saskaņā ar formulām (20.26) un (20.24)

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{dx}{d\varphi} = \frac{dr}{d\varphi} \cos \alpha - r \left( 1 + \frac{d\beta}{d\varphi} \right) \sin \alpha, \\ y' &= \frac{dy}{d\varphi} = \frac{dr}{d\varphi} \sin \alpha + r \left( 1 + \frac{d\beta}{d\varphi} \right) \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (20.28)$$

Ievietojot šim izteiksmēm atbilstošās vērtības formulās (20.27),

aprēķinām īstenā profila punktu Dekarta koordinātes un pēc tam, ja vajadzīgs, arī polārkoordinātes

$$r_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{y_p}{x_p}. \quad (20.29)$$

Kustības pārveidojumam rotācija-rotācija (20-14. zīm.), ja dots svārstīklas kustības likums  $\psi = \psi(\varphi)$  un lielumi  $r_0$ ,  $a$ ,  $l$ ,  $r_r$ , izciļņa profilu aprēķinām šādi.

No trīsstūra  $OAB_1$

$$r = \sqrt{a^2 + l^2} = 2al \cos(\psi + \psi_0). \quad (20.30)$$

Šim rādiusvektoram atbilstošo centrprofila leņķi iegūstam, pielie-tojot sinusa teorēmu trīsstūrim  $OAB_1$ :

$$\alpha = \arcsin \left[ \frac{l}{r} \sin(\psi + \psi_0) \right] + \varphi - \alpha_0, \quad (20.31)$$

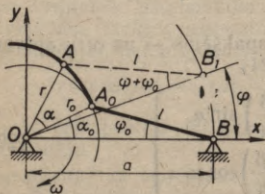
kur  $\alpha_0 = \arccos \frac{r_0^2 + a^2 - l^2}{2r_0 a}$ .

Centrprofila Dekarta koordinātes ir

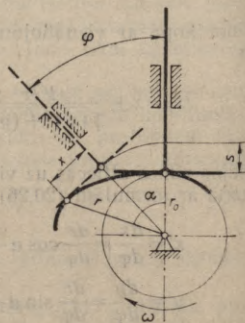
$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \varphi - l \cos(\psi + \psi_0 - \varphi), \\ y &= a \sin \varphi + l \sin(\psi + \psi_0 - \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (20.32)$$

un to atvasinājumi

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{dx}{d\varphi} = -a \sin \varphi + l \left( \frac{d\psi}{d\varphi} - 1 \right) \sin(\psi + \psi_0 - \varphi), \\ y' &= \frac{dy}{d\varphi} = a \cos \varphi + l \left( \frac{d\psi}{d\varphi} - 1 \right) \cos(\psi + \psi_0 - \varphi). \end{aligned} \right\} \quad (20.33)$$



20-14. zīm.



20-15. zīm.

Ievietojot izteiksmēm (20.32) un (20.33) atbilstošās vērtības formulās (20.27) iegūstam īstenā profila Dekarta koordinātes, pēc tam polārkoordinātes

$$r_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{y_p}{x_p} - \alpha_0. \quad (20.34)$$

Izciļņu mehānismam ar plakānu virzē kustīgu bīdītāju īstenā profila polārkoordinātes aprēķinām saskaņā ar 20-15. zīmējumu:

$$\alpha = \varphi + \arctg \frac{x}{r_0 + s}, \quad (20.35)$$

$$r = \sqrt{(r_0 + s)^2 + x^2}, \quad (20.36)$$

kur pēc formulas (14.20) jeb (20.14)

$$x = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\varphi}.$$

Līdzīgi veicama izciļņu profilu sintēze kustību pārveidojumiem virze-rotaācija un virze-virze.

Iepriekšējās formulas varam izmantot arī analīzes uzdevuma analītiskai risināšanai; tad nezināmie ir  $s$  un  $\varphi$ .

## 20-5. Atsperes aprēķins

Ja izciļņu mehānisma augstāko pāri slēdz ar atsperes spēku, tad atsperē jāņem tāda, lai bīdītāja profils vai rullītis attālināšanās posma beigu daļā vai tuvošanās sākumdaļā neatrautos no izciļņa profila. Atraušānās nebūs, ja atsperes spēks  $T$  kopā ar bīdītājam pielikto spēku  $Q$  un izciļņa normālreakciju  $R_{12}$  bīdītāja masai  $m$  uzspiežīs kustības likumā paredzēto paātrinājumu  $a$ . Saskaņā ar II Ņūtona likumu

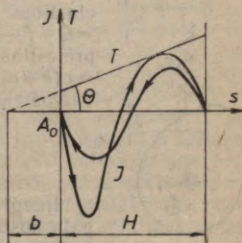
$$T + Q - R_{12} \cos \theta = ma. \quad (20.37)$$

Atraušānās brīdī  $R_{12} = 0$ . Atsperes aprēķinā parasti pieņem  $Q = 0$ , prasot, lai atsperes spēks ir lielāks par inerces spēka maksimālo vērtību.

Aprēķinu visērtāk veikt grafiski (20-16. zīm.). Uzzīmē inerces spēka  $J = -ma = -J(s)$  likni attālināšanās un tuvošanās posmiem un novelk atsperes spēkam

$$T = c(b + s) \quad (20.38)$$

atbilstošo taisni kā pieskari šai liknei. Atsperes elastības konstante  $c = \text{tg } \theta$ . Inerces



20-16. zīm.

spēka likne 20-16. zīmējumā atbilst 20-3. zīmējumā dotajam bīdītāja kustības likumam.

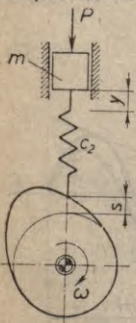
Ja spēks  $Q$  vērst pretēji bīdītāja ātrumam un  $J=J(s)$  likne taisnes (20.38) pieskaršanās daļā, bīdītājam tuvojoties, neiet zem attālināšanās liknes, kā tas ir 20-16. zīmējumā, tad iegūtā atspere attālināšanās posmam būs par spēcīgu, bet tuvošanās posmā notiks bīdītāja atrašanās un tai sekojošs trieciens. Tā novēršanai atspere jāņem tāda, lai bīstamajā vietā  $T \geq ma + Q$ .

Atspēri raksturo divi parametri — iepriekšējā deformācija  $b$  un elastības konstante  $c$ , no kuriem vienu vār izvēlēties. Palielinot  $b$ , iegūst mīkstāku atspēri, bet pieaug atspēres saspiēšanai patērējamais darbs, ko nosaka ar trapeceveida laukumu zem taisnes (20.38). Taču šis darbs nav zaudēts, jo tuvošanās posmā atspēres spēks darbojas kā dzinējspēks. Analogiski aprēķina atspēri svārstīklas tipa bīdītājam.

## 20-6. Bīdītāja elastības ietekme

Bīdītāja elastības dēļ var rasties ievērojamas novirzes no izraudzītā bīdītāja kustības likuma. Visvairāk tas attiecas uz gadījumiem, kad izcilņu mehānismā ir mīkstie vai cietie trieciēni, t. i., kad pārātrinājuma vai ātruma diagrammās ir pārtraukumi. Lai vieglāk izgatavotu izcilni, dažreiz sintezēto beztriecienu profilu aizvieto ar profilu, kas sastādīts no aploces lokiem. Kaut arī loki saduras tangenciāli, taču sadurvietās (5-33. zīm.) rodas mīkstie trieciēni. Periodiski atkārtojoties, trieciēni ierosina svārstībās mehānisma masas un izkropļo bīdītāja kustību. Līdzīga parādība norisinās, arī bīdītāja pārātrinājumam pulsējot bez lēcieniem.

Izcilņu mehānisma dinamiski ekvivalentā shēma attēlota 20-17. zīmējumā. Bīdītāja augšgala kustības diferenciālvienādojumu sniedz II Ņūtona likums:



20-17. zīm.

$$m\ddot{y} = c_2(s - y) - P, \quad (20.39)$$

kur  $m$  — uz bīdītāju reducētā masa,  $c_2$  — bīdītāja elastības konstante. Masai  $m$  pieliktais spēks  $P = Q + F + T$ , kur  $Q$  — uz bīdītāju reducētā lietderīgā pretestība,  $F$  — reducētais berzes spēks,  $T = c(b + y)$  — atspēres spēks. Vienādojumu (20.39) var pārrakstīt šādi:

$$\ddot{y} + \frac{c + c_2}{m}y = -\frac{Q + F + cb - c_2s}{m}. \quad (20.40)$$

Integrējot šo vienādojumu, iegūst bīdītāja augšgala kustības likumu  $y = y(t)$ , kas vispār atšķiras no apakšgala kustības likuma  $s = s(t)$ . Redzams, ka atrisinājums  $y = y(t)$  atkarīgs ne tikai no  $s = s(t)$ ,

$m$ ,  $c$ ,  $c_2$ , bet arī no spēku  $Q$  un  $F$  maiņas likumiem. Mehānisma locekļi, izņemot bīdītāju, pieņemti kā nedeformējami.

Bez integrēšanas ar vienādojumu (20.40) var aprakstīt masas  $m$  maksimālo paātrinājumu  $\ddot{y}_{\max}$  un tad noteikt mehānisma dinamiskuma koeficientu

$$\gamma = \frac{y_{\max}}{a_{\max}}, \quad (20.41)$$

kas rāda, cik reižu pieaug mehānisma dinamiskā slodze (inerces spēki), ja ievēro bīdītāja elastību. Dinamiskuma koeficients, kā jau redzējam 16-1. paragrāfā, ir atkarīgs no tā, cik tuvu rezonansei darbojas mehānisms, t. i., no triecienu cikliskās frekvences  $p$  attiecības pret mehānisma pašsvārstību ciklisko frekvenci

$$k = \sqrt{\frac{c + c_2}{m}}. \quad (20.42)$$

Jo lielāks ir dinamiskuma koeficients, jo vairāk bīdītāja augšgala kustība  $y = y(t)$  atšķiras no apakšgala kustības  $s = s(t)$ . Pēc pētījumu rezultātiem [54], ja  $p \ll k$ , tad  $\gamma \approx 1$  beztriecienu profiļiem un  $\gamma \approx 2$  vai  $\gamma \approx 3$  profiļiem ar mīksti triecienu, kuros momentāni mainās tikai paātrinājuma vērtība vai virziens. Turpretī rezonanses tuvumā dinamiskuma koeficients visos gadījumos ievērojami pieaug.

## 20-7. Izciļņu izgatavošana

Izciļņu izgatavošanas metodes var iedalīt četrās grupās: 1) aizzīmēšanas metode, 2) mazo dalījumu metode, 3) kopēšanas metode, 4) kinemātiskā metode.

Aizzīmēšanas metode ir mazražīga un samērā neprecīza. Izciļņa profilu izgatavo pēc zīmējuma, veicot sagataves apstrādi no rokas vai ar mašīnām. Precizitātes palielināšanai dažreiz lieto lupu. Izciļņa profilu šim izgatavošanas veidam var konstruēt grafiski.

Lietojot mazo dalījumu metodi, izciļņa sagatavei pakāpeniski piešķir nelielus lineāros un leņķiskos pārvietojumus attiecībā pret griezējinstrumentu, vadoties no darba rasējuma. Ja frēzes vai slīpripas diametrs vienāds ar rullīša diametru, tad minēto griezējinstrumentu centru novada rasējumam atbilstošos centrprofila punktus. Dažreiz griezējinstrumentu vada pa profila tangenti. Šādas apstrādes rezultātā iegūtais profils sastāv no aploču lokiem vai taisņu nogriežņiem, kas pieskaras izciļņa īstenajam profilam. Parasti vēl vajadzīga pēc-apstrāde. Metode mazražīga, un izciļņa izgatavošanas darbs nogurdinošs. Abus trūkumus daļēji var novērst, lietojot metālapstrādāšanas mašīnas ar programmēto vadību. Apgādātas ar soļu elektrodziņņu šīs mašīnas strādā pēc mazo dalījumu metodes.

Ražīga un precīza ir kopēšanas metode, ja lieto izgatavotu



Pielietojot Pitagora teorēmu trīsstūrim  $OAP$ , aprēķinām

$$SP = \frac{1}{1-c^2} [-R \pm \sqrt{R^2 - (1-c^2)(R^2 - y^2)}], \quad (20.46)$$

kur  $y = R + r_0 + s$  ir zināms lielums. Tā kā

$$AP = c \cdot SP, \quad \beta = \arctg \frac{AP}{y}, \quad (20.47)$$

tad sintezējamā profila polārkoordinātes ir

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{R^2 + y^2 - 2Ry \cos \beta}, \\ \alpha &= \psi + \arcsin \left( \frac{R}{r} \sin \beta \right), \end{aligned} \right\} \quad (20.48)$$

kur leņķis  $\psi$  aprēķināms pēc formulas

$$\psi = \frac{1}{\omega} \int_0^\varphi \frac{v}{AP} d\varphi, \quad (20.49)$$

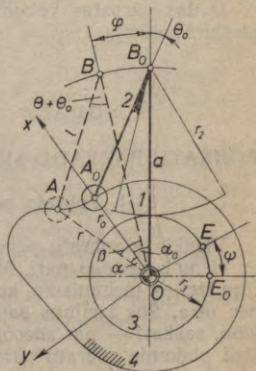
kas izriet no izteiksmes  $v = \dot{\psi} \cdot AP$ .

Praktiski svarīga izciļņu frikcijas mehānismu priekšrocība ir tā, ka lielāku skaitu šo mehānismu var piedzīt no viena rotējoša cilindra.

## 20-9. Izciļņu-zobratu mehānismi

Izciļņu-zobratu mehānismi parasti ir diferenciālpārvalda un izciļņu mehānisma apvienojums. Šādi var panākt dzītā locekļa nevienmērigu rotāciju, kā arī apstāšanos un īslaicīgu reversu, t. i., pretēja virziena rotāciju. Izciļņu-zobratu mehānismi sastopami automātos, mašīnās un aparātos; tos lieto arī ķēžu pārvados. Ja ķēdei ir liels solis (gari locekļi), tad, dzenošai zvaigznītei rotējot vienmēri, ķēde un dzītā zvaigznīte kustas nevienmēri. So trūkumu var novērst, piešķirot dzenošai zvaigznītei nevienmērigu rotāciju. No dažādiem izciļņu-zobratu mehānismu tipiem [45], aplūkosim tikai vienu.

Izciļņu-zobratu mehānisms ar nekustīgu izcilni 4 parādīts 20-19. zīmējumā. Mehānismu piedzen vadītā 1, kurai šarnīrā  $B$  pievienots sektorveida satelīts 2, kas reizē ir arī izciļņu mehānisma svārstītā. Satelīta kustību attiecībā pret vadītā nosaka izciļņa profils. Ja



20-19. zīm.

tas ir aploce, tad  $\omega_3 = \omega_1$ , t. i., dzītā vārpsta 3 rotē kopā ar dzenošo vārpstu 1 kā viens ciets ķermenis.

Pieņemam, ka mehānisma kustību novēro, sākot ar stāvokli  $OB_0A_0$ . Kad loceklis 1 pagriežas par leņķi  $\varphi$ , tad mehānisms nonāk stāvoklī  $OBA$ , loceklis 3 pagriežas par leņķi  $\psi$ , zobrata 3 punktam  $E$  noeļot loku  $E_0E = r_3\psi = r_3\varphi + r_2\Theta$ . Tātad

$$\psi = \varphi + \frac{r_2}{r_3}\Theta = \varphi + \frac{z_2}{z_3}\Theta, \quad (20.50)$$

kur  $z_2$  un  $z_3$  — attiecīgie zobu skaiti. Šo izteiksmi var iegūt arī ar Villisa formulu (7.6).

Konstruējamam izciļņa profilam jāapmierina sintēzes uzdevumā dotais dzītās vārpstas rotācijas likums  $\psi = \psi(\varphi)$ . Ja izmēri  $a, l, r_0, r_2, r_3$  doti vai izraudzīti un, ievietojot  $\psi = \psi(\varphi)$  izteiksmē (20.50), at-rasts relatīvās kustības likums  $\Theta = \Theta(\varphi)$ , tad šīs kustības realizēšanai vajadzīgā centrprofila polārkoordinātes katram leņķim  $\varphi$  aprē-ķina šādi:

$$r = \sqrt{a^2 + l^2 - 2al \cos(\Theta + \Theta_0)}, \quad (20.51)$$

kur  $\Theta_0 = \arcsin\left(\frac{r_0}{l} \sin \alpha_0\right)$ ,  $\alpha_0 = \arccos \frac{a^2 + r_0^2 - l^2}{2ar_0}$ ;

$$\alpha = \varphi + \beta - \alpha_0, \quad (20.52)$$

kur  $\beta = \arcsin\left[\frac{l}{r} \sin(\Theta + \Theta_0)\right]$ .

Aprēķinātās centrprofila polārkoordinātes  $r, \alpha$  var pārveidot De-karta koordinātēs ar formulām (20.26) un pēc 20-4. paragrāfā ap-rakstītās metodes iegūt īstenā profila koordinātes.

Dzītās vārpstas vēlamās kustības sasniegšanai arī izcilnim var piešķirt/rotāciju.

## 21. NODAĻA

### ZOBRATU PĀRVADU SINTĒZE

#### 21-1. Zobratu pārvadi un tiem uzstādāmās prasības

Vienkāršs zobratu pārvads (21-1. zīm.) ir trīslocekļu mehānisms ar vienu augstāko pāri. Minēto pārvadu var uzlūkot par daudz-kār-tīgu izciļņu mehānismu, kurā izciļņi saskarē nonāk pakāpeniski viens pēc otra. Sos izciļņus sauc par *zobiem*, zobu profilus — par *flan-kām*, saskari — par *sazobi*, saskarliniju — par *sazobes līniju*. Tādē-jādi plakanie zobratu pārvadi ir savstarpēji aptverošo līkņu mehā-nismi (19-2. §) un to flanku konstruēšanas pamatprincipi jau zi-nāmi.

Ar zobratu pārvadiem iepazīnāties 4-2., 7-1. un 11-2. paragrāfā, aplūkojot mehānismu klasifikācijas, kinemātisko analīzi un kinostatiku. Šajā nodaļā īsi aplūkosim visvairāk izplatīto zobratu pārvadu kinemātisko sintēzi. Dinamisko sintēzi, neelvoventu sazobes, neapalo zobratu, viļņu pārvadus un citus speciālus jautājumus neaplūkosim, jo zobratu pārvadu teorija ir svarīga mašīnu elementu kursa sastāvdaļa un minētie jautājumi plaši atspoguļoti literatūrā [2, 35, 45, 57, 89]. Pirmajos astoņos šīs nodaļas paragrāfos aplūkosim cilindriskos evolventu zobratu, bet pēdējos trijos — telpiskos zobratu pārvadus.

Zobu flanku konstruēšana ir galvenais zobratu kinemātiskās sintēzes uzdevums. Šim uzdevumam, kā noskaidrojām 19-2. paragrāfā, ir bezgalīgi daudz atrisinājumu, jo brīvi var izvēlēties viena zoba flanku vai sazobes līniju. Taču izvēles brīvību ierobežo daudzas prakses diktētas prasības, kas jāizpilda zobratu pārvadiem kā mašīnās, ierīcēs un aparātos ļoti izplatītiem mehānismiem.

Lai izvairītos no nemitīgiem paātrinājumiem, dinamiskiem papildspēkiem, vibrācijām un trokšņa, parastiem zobratu pārvadiem uzstāda prasību, lai to pārnesuma attiecība

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const.} \quad (21.1)$$

Tas nozīmē, ka saskaņā ar formulām (19.1) zobratu relatīvais pōls (5-14. un 19-5. zīm.) nedrīkst pārvietoties un relatīvās poloīdas ir aploces. Šīs aploces zobratu teorijā bieži sauc par *velšanās aplocēm*, bet relatīvo polu — par *velšanās punktu*. No tikko teiktā izriet t. s. galvenais sazobes kinemātikas likums: *zobu flankām saskarpunktā novilktaī normālei arvien jāiet caur nekustīgu velšanās punktu, kas dala attālumu starp zobratu centriem daļās, kas pretēji proporcionālas zobratu leņķiskiem ātrumiem*.

Galveno sazobes kinemātikas likumu var izpildīt neierobežots dažādas formas flanku daudzums, bet flankām jābūt savstarpēji atbilstošām. Izgatavošanas kļūdu un dilšanas rezultātā prasību (21.1) iespējams izpildīt tikai aptuveni. Sakarā ar to izriet prasība, lai zobrati būtu precīzi izgatavojami ar vienkāršām metodēm.

Ne mazāk svarīgas ir ekspluatācijas prasības. Statnes un citu locekļu neizbēgamo deformāciju un izmēru kļūdu dēļ nepieciešams, lai zobrati būtu nejutīgi pret nelielām rotācijas asu atstatuma maiņām. Vajadzīgs, lai nolietotā vai salūzušā zobrata vietā viegli varētu izgatavot citu. Bieži ir nepieciešams, lai dotais zobrats varētu pārmaiņus strādāt kopā ar citiem dažāda diametra zobratiem, arī ar citu tādu pašu zobratu, t. i., lai zobrati veidotu *komplektu*.

Minētajām prasībām kā zobu flanku līkne labi atbilst aploces *evolvente*, ko jau savā laikā ieteica Eilers. Mašīnbūvniecībā tā šodien ir gandrīz vienīgā zobratu flanku līkne.

## 21-2. Zobratu galvenie izmēri

Normālos zobratos, kurus sauc arī par nullratiem, velšanās aploce reizē ir arī *dalījuma aploce*, jo uz tās mēri zobrata dalījumu jeb soli. Dalījums ir pa dalījuma aploces loku mērīts attālums starp divu blakus zobu analogiskiem punktiem. Kopā strādājošu zobratu dalījumiem jābūt vienādiem.

Zobrata dalījuma aploces diametru  $d$ , zobu skaitu  $z$  un dalījumu saista vienādojums

$$zt = \pi d. \quad (21.2)$$

Attālums starp zobratu asīm

$$a = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{1}{2} (z_1 + z_2) \frac{t}{\pi}.$$

Ja zobratu dalījumu izvēlētos kā racionālu skaitli, tad  $a$  un  $d$  būtu transcendentī skaitļi. Lai izvairītos no šīs neērtības, pieņemts attiecībai

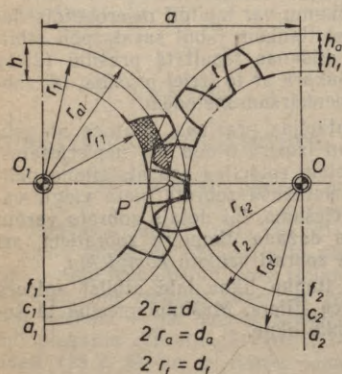
$$m = \frac{t}{\pi} \quad (21.3)$$

dot racionālas, standartizētas, milimetros izteiktas vērtības un nosaukt to par zobratu *moduli*. Tagad dalījuma aploces diametrs

$$d = mz \quad (21.4)$$

un modulis

$$m = \frac{d}{z}. \quad (21.5)$$



21-1. zīm.

Tātad modulis ir milimetros izteikts garums, kas  $\pi$  reizi mazāks par dalījumu; modulis rāda, cik milimetru no dalījuma aploces diametra pienākas uz vienu zobu. Dalījums  $t = \pi m$  ir transcendentis skaitlis.

Dažās zemēs (ASV, Anglijā) moduļa vietā lieto t. s. diametrālo soli jeb piču (*pitch*). Pičs ir zobu skaits, kas pienākas uz vienu dalījuma aploces diametra collu, t. i.,

$$p = \frac{z}{d_{\text{collās}}} = \frac{d_{\text{mm}}}{d_{\text{collās}}} \frac{1}{m} = \frac{25,4}{m}.$$

Tāda ir sakarība starp piču un moduli.

Vienkārši svitroto zoba daļu (21.1. zīm.) sauc par zoba *galvu*, bet dubultsvitroto — par *kāju*. Galvas, kājas un zoba augstumi standartizēti kā moduļa lineāras funkcijas:

$$h_a = m, h_f = 1,25 m, h = 2,25 m. \quad (21.6)$$

Galvas un kājas aploču diametri šādi:

$$d_a = d + 2h_a, d_f = d - 2h_f. \quad (21.7)$$

Pa daļījuma aploci mērītais zoba biezums un roba platums ir aptuveni vienādi ar  $0,5 t$ ; starp nestrādājošām flankām paredzēta spēle, kas standartizēta atkarībā no moduļa un zobu apstrādes precizitātes.

**21-1. piemērs.** Kāda diametra tērauda ripa jānovirpo normāla zobrata izgatavošanai, kuram  $z=30$  un  $m=5$  mm?

Atrisinājums. Saskaņā ar iepriekšējām formulām

$$d_a = d + 2h_a = mz + 2m = m(z+2) = 160 \text{ mm.}$$

Piezīme. Tāpat normāliem zobratiem moduli var aprēķināt arī pēc formulas

$$m = \frac{d_a}{z+2}.$$

Zobrata biezumu noteic zobu stiprības aprēķins.

### 21-3. Evolventu sazobe

No diferenciālģeometrijas zināms: ja kāda līkne ir kādas citas līknes liekuma centru ģeometriskā vieta, tad pirmo līkni sauc par otrās evolūtu, bet otro — par pirmās evolventi. Zobratu teorijā sevišķa nozīme ir aploces evolventei, ko parasti sauc vienkārši par evolventi. Ja izstieptu diegu notin no aploces, tad katrs diega punkts apraksta evolventi. Ja taisni vel bez slīdes uz aploces, tad katrs taisnes punkts apraksta evolventi. Visas vienas un tās pašas aploces  $b$  evolventes ir ekvidistantas.

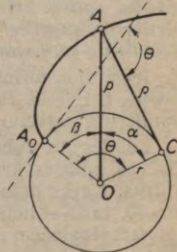
Evolventes (21-2. zīm.) liekuma rādiuss  $q$  ir vienāds ar aploces loku  $A_0C$ . Tāpēc

$$q = r\theta, p = \sqrt{r^2 + q^2}, \theta = \frac{q}{r} = \text{tg } \alpha.$$

Leņķis  $\beta = \theta - \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha$ . Šādu funkciju sauc par involūtu jeb evolventes funkciju un raksta

$$\beta = \text{inv } \alpha.$$

$$(1) \quad 21-2. \text{ zīm.}$$



Evolventu ārējās sazobes veidošanās parādīta 21-3. zīmējumā. Velšanās aplocēm polā  $P$  novelk kopīgu tangenti. Pieņemot, ka augšējais rats ir dzenošais, caur polu velk taisni  $s$ , kas veido leņķi  $\alpha$  ar kopīgo tangenti. Taisni  $s$  izvēlas par *sazobes līniju* un konstruē tai atbilstošās flankas. Šādu konstrukcijas uzdevumu jau risinājam 19-8. zīmējumā. Leņķi  $\alpha$  sauc par *sazobes leņķi*. Tā standartizētā vērtība ir  $\alpha=20^\circ$ ; senāk bija  $\alpha=15^\circ$ .

Izraudzītajai sazobes līnijai (saskarlīnijai) atbilstošās flankas konstruē šādi. No zobratu centriem novelk aploces  $b_1$  un  $b_2$ , kas pieskaras sazobes līnijai punktos  $N_1$  un  $N_2$ . Šīs aploces sauc par *pamataplocēm*; to rādiusi

$$r_{b_1} = r_1 \cos \alpha, \quad r_{b_2} = r_2 \cos \alpha. \quad (21.8)$$

Zobu flankas iegūst, veļot sazobes līniju gan uz vienas, gan uz otras pamataploces. Velšanas laikā sazobes līnijas punkts  $P$  apraksta evolventes  $E_1E_1$  un  $E_2E_2$ , kas ir konstruējamās flankas. Pierādīsim, ka šīs flankas izpilda galveno sazobes kinemātikas likumu.

Uzzīmētā zobratu stāvoklī minētais likums ir izpildīts, jo sazobe notiek polā. Lai pārbaudītu citu stāvokli, pagriez dzenošo ratu par leņķi  $\varphi_1$  rotācijas virzienā. Tad punkts  $A_1$  nonāk punktā  $N_1$ , punkts  $a_1$  — punktā  $P$ , punkts  $q_1$  — punktā  $S$  un dzenošā rata profilmāle  $A_1q_1$  sakrīt ar sazobes līniju  $s$ . Ja uz dzītā rata poloīdas atliek loku  $Pa_2$ , vienādu ar loku  $Pa_1$ , un velk no  $a_2$  pieskari pamataplocei  $b_2$ , tad iegūst dzītā rata pagriezienu leņķi  $\varphi_2$ . Pagriežoties par šo leņķi punkts  $a_2$  nonāk polā  $P$  un dzītā rata flankas profilmāle arī sakrīt ar sazobes līniju  $s$ . Vēl tikai jāpārlicinās, vai abas flankas tiešām saskaras punktā  $S$ . Tas, acīm redzot, notiks tad, kad nogriežņi  $a_1q_1 = a_2q_2 = PS$ . Tā kā flankas ir evolventes, tad

$$a_1q_1 = \widehat{A_1N_1} = \varphi_1 r_{b_1}, \quad a_2q_2 = \widehat{A_2N_2} = \varphi_2 r_{b_2}.$$

Jāpierāda, ka

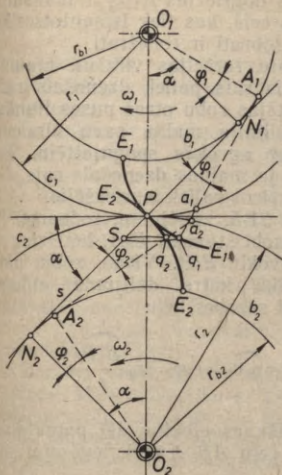
$$\varphi_1 r_{b_1} = \varphi_2 r_{b_2}, \quad (21.9)$$

t. i., ka, *ratiem griežoties, sazobes līnijai piederošais sazobes punkts  $S$  virzās pa sazobes līniju tā, it kā sazobes līnija kā diegs pārtītos no dzinējrata pamataploces uz dzītā rata pamataploci.*

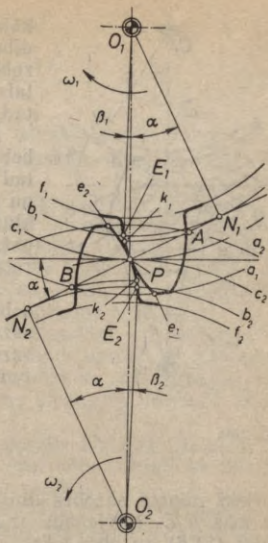
Ievietojot formulā (21.9) izteiksmes (21.8), redzams, ka  $\varphi_1 r_1 = \varphi_2 r_2$ , t. i., loks  $Pa_1$  ir vienāds ar loku  $Pa_2$ . Tātad evolventu flankas apmierina galveno sazobes kinemātikas likumu.

Lai iegūtu zobus, novelk galvas un kājas aploces (21-4. zīm.). Galvas aploces krusto evolventes punktos  $e_1$  un  $e_2$ , kas veido zobu stūrus. Kājas aploces parasti ir mazākas par pamataplocēm, bet, ja  $z > 40$ , tad — lielākas ( $\alpha=20^\circ$ ). Evolventu sākumpunktus  $E_1$  un  $E_2$  uz pamataplocēm nosaka leņķi

$$\beta_1 = \beta_2 = \text{inv } \alpha.$$



21-3. zīm.



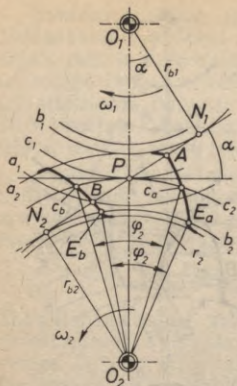
21-4. zīm.

Zobu kājas flankas nedarbīgo daļu no punktiem  $k$  vēl turpina kā evolventi līdz punktiem  $E$ , bet tālāk — kā radiālu taisni, kaktu pie kājas aploces noapaļojot ar rādiusu  $r_0 = (0,15 \dots 0,3)$  m. Ja zobratu izgatavo pēc novelšanas metodes (21-6. §), tad darba rīks pats izveido vajadzīgo roba formu.

Ja augšējais zobrats ir dzenošais rats, tad sazobe sākas punktā  $A$ , kur dzītā rata galvas aploce krusto sazobes līniju  $N_1N_2$ . Punktā  $A$  dzītā rata zobu stūris  $e_2$  satiekas ar dzenošā rata kājas flankas punktu  $k_1$ . Sazobe beidzas punktā  $B$ , kad dzenošā rata zobu stūris  $e_1$  saskaras ar dzītā rata kājas flankas punktu  $k_2$ . Sazobes līnijas nogriezni  $AB$  sauc par sazobes ceļu jeb *aktīvo sazobes līniju*.

Viena zobu pāra sazobes laikā sazobes punkts nostaigā ceļu  $AB$ , sadarbojoties flanku daļām  $k_1P$  ar  $e_2P$  un  $Pe_1$  ar  $Pk_2$ . Tādējādi neizmantotas paliek evolventu daļas  $E_1k_1$  un  $E_2k_2$  abu zobu kājās. Izmantot visu kājas flankas evolventi un līdz ar to visu zoba evolventi var tad, kad pretrata galvas aploce iet caur punktu  $N$ . Zobratu, kuram izmantota visa zoba evolvente līdz pamataplocei, sauc par *ro-bežratu*.

Ja veido pretrata zobu galvas vēl augstākas (punkts  $N$  paliek galvas aploces iekšienē), tad paaugstinātās galvas stūris izgriež zobu zoba kājā punkta  $E$  rajonā, vājinādams zobu un samazinādams



21-5. zīm.

kājas darbīgās flankas garumu. Šo parādību sauc par *apakšgriezumu*. Tātad sažobes līnijas nogrieznis  $N_1N_2$  ir maksimālais sažobes ceļš, kas tiek izmantots tikai tad, ja abi zobrati ir robežrati.

Ja zobratu rotācijas virzieni mainās, bet augšējais rats paliek dzeņošais rats, tad darbā stājas zobu otras puses flankas un sažobes līnija maina savu virzienu, kļūstama par agrākās spoguļattēlu. Tas pats notiek, ja mainās dzeņošais rats, bet rotācijas virzieni paliek iepriekšējie.

Apskatot 21-5. zīmējumu, redzams, ka zobs sāk sažobi stāvoklī  $E_aA$ , bet iziet no sažobes stāvoklī  $E_bB$ . Viena zobu pāra sažobes laikā katrs dalījuma aploces punkts noiet sažobes loku

$$c = \widehat{c_a c_b} = r_2 \varphi_2 = r_2 \frac{E_a E_b}{r_{b_2}}$$

Iepriekš minētā sažobes līnijas «pārtišanas efekta» dēļ pamataploces loks  $E_a E_b$  ir vienāds ar sažobes ceļu  $AB$ . Tādēļ, ievērojot formulas (21.8), sažobes loks

$$c = \frac{AB}{\cos \alpha} \quad (21.10)$$

Sažobes loka attiecību pret dalījumu

$$\varepsilon = \frac{c}{t} = \frac{AB}{t \cdot \cos \alpha} \quad (21.11)$$

sauc par *pārseguma koeficientu*. Lai zobrati varētu darboties, vismaz jābūt  $\varepsilon = 1$ , tad sažobē atrodas tikai viens zobu pāris; nākamais zobu pāris sažobi sāk momentā, kad iepriekšējais iziet no sažobes. Ievērojot dilšanu, izgatavošanas un montāžas kļūdas, nepieciešams, lai  $\varepsilon > 1$ . Cilindriskiem zobratiem ar taisniem zobiem  $\varepsilon = 1,4 \dots 2$ . Ja  $\varepsilon = 2$ , tad sažobē vienmēr atrodas divi zobu pāri.

Ja sažobes ceļa izteiksmē

$$AB = N_1 B + N_2 A - N_1 N_2$$

ievieto

$$N_1 B = \sqrt{(O_1 B)^2 - r_{b_1}^2}, \quad N_2 A = \sqrt{(O_2 A)^2 - r_{b_2}^2},$$

$$N_1 N_2 = r_1 \sin \alpha + r_2 \sin \alpha = a \sin \alpha,$$

tas iegūst pārseguma koeficienta izteiksmi

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a_1}^2 - r_{b_1}^2} + \sqrt{r_{a_2}^2 - r_{b_2}^2} - a \sin \alpha}{t \cos \alpha}, \quad (21.12)$$

kas atbrīvo no sažobes ceļa grafiskās noteikšanas formulai (21.11).

Nobeidzot evolventu ārējās sažobes apskatu, izdarīsim dažus secinājumus.

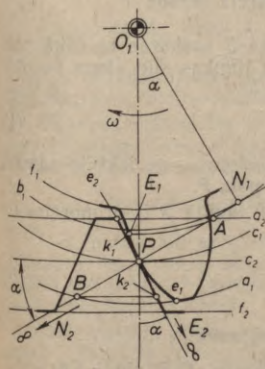
Jo lielāks ir sažobes leņķis  $\alpha$ , jo 1) augstākus var iegūt zobus un mazāku to skaitu, tāpēc ka mazākas kļūst pamataploces un mazākas var ņemt kājas aploces; 2) garāka kļūst kājas flanks darbīgā daļa  $Pk$ , līdz ar to mazāka ir kājas dilšana; 3) īsāks kļūst sažobes ceļš  $AB$ , saskarpunkts  $S$  neaiziet tālu no relatīvā pola  $P$ , saskaņā ar formulu (12.40) samazinās berzes jauda un siltuma rašanās.

Minētie trīs apstākļi ir  $\alpha=20^\circ$  priekšrocības salīdzinājumā ar agrāk lietoto  $\alpha=15^\circ$ . Taču  $AB$  samazināšanās saistīta ar pārseguma samazināšanos, jo formulā (21.11) samazinās  $AB$  straujāk nekā  $\cos \alpha$ . Palielinot zobu skaitu, pārsegums pieaug, jo formulā (21.11) samazinās dalījums  $t$ .

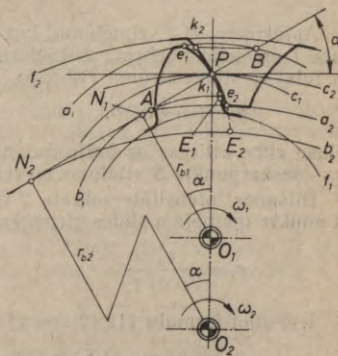
Zināms (19-2. §), ka saskarlīnija nosaka kopā strādājošās savstarpēji aptverošās liknes. Tādēļ visi evolventu zobrati ar taisniem zobiem veido komplektu, ja to moduļi ir vienādi.

Ja iedomājas, ka zobrata 2 diametrs (21.5. zīm.) neierobežoti aug, tad punkts  $N_2$  aiziet bezgalībā, zobu flanku evolventes pārvēršas par sažobes līnijai perpendikulārām taisnēm un zobrata 2 vietā rodas evolventes zobstienis (21-6. zīm.).

Tā kā punkts  $N_2$  ir bezgalībā, tad zobrata 1 galvas aploce  $a_1$  to nevar sasniegt un apakšgriezumi zobstienā zobos nevar būt. Tātad, jo lielāks ir kāds zobrats, jo mazāk tajā iespējami apakšgriezumi.



21-6. zīm.



21-7. zīm.

Redzams arī, ka zobstienis savam pretratam var radīt vislielākos apakšgriezumus, jo dotajam galvas augstumam atbilstošā taisne  $a_2$  atrodas tuvāk punktam  $N_1$  nekā aploce. Tātad, ja kāds zobrats var strādāt kopā ar zobstieni, tad tas var strādāt kopā ar visiem dotā moduļa evolventes zobratiem ar taisniem zobiem, nebīstoties no apakšgriezumiem. Turpretī, ja zobstienis strādā kopā ar zobratu, tad var gadīties, ka šis zobstienis apakšgriezumu dēļ nevar strādāt kopā ar kādu mazāku dotā moduļa zobratu.

Tā kā evolventes zobstienī flanks ir taisnes, tad iespējams evolventes zobratu precīzi izgatavot ar vienkāršu darba rīku (21-6. §).

Arī iekšējās sazobes evolventes zobratu flanks iegūst (21-7. zīm.), novelot sazobes līniju pa pamataplocēm  $b_1$  un  $b_2$ , kuru punktos  $E_1$  un  $E_2$  sākas evolventes. Uz ārēni evolventes turpinās neierobežoti un nav jāizpilda noteikums, ka sazobes ceļam  $AB$  jāatrodas starp punktiem  $N_1$  un  $N_2$ . Tādēļ no apakšgriezumiem lielā zobrata kājā nav jābīstas. Lai lielā zobrata galvas stūris  $e_2$  neiegrieztos mazā zobrata kājā, lielā zobrata galvas aploce  $a_2$  drīkst tuvoties centram  $O_2$  tikai līdz punktam  $N_1$ . Ja  $a_2$  iet caur punktu  $N_1$ , tad  $N_1$  sakrīt ar sazobes ceļa sākumpunktu  $A$  un mazais zobrats ir robežrats. Tādējādi daļu lielā zobrata galvas flanks evolventes nav iespējams izmantot.

Iekšējā sazobe sniedz kompakto zobratu pārvada konstrukciju. Izdevīgi ir flanku saskaršanās apstākļi, jo izliekta virsma saskaras ar ieliektu virsmu, tādēļ mazāki ir kontaktspriegumi. Pārsegums iekšējai sazobei lielāks nekā ārējai. Taču iekšējās sazobes zobi ir grūtāk izgatavojami un abu ratu vārpstas dotajā konstrukcijā nevar abās pusēs atbalstīt gultņos.

#### 21-4. Flanku dilšana un berze ārējā sazobē

Aplūkojam 21-8. zīmējumu, kur punktā  $S$  saskaras mazākā zobrata 1 un lielākā zobrata 2 flanks. Abas flanks slid viena pa otru ar relatīvo slīdes ātrumu (12-6. §)

$$v_s = (\omega_1 \pm \omega_2) b. \quad (1)$$

Plusa zīme attiecas uz ārējo, bet mīnusa zīme — uz iekšējo sazobi;  $b$  — saskarpunkta  $S$  attālums no relatīvā pola  $P$ .

Dilšanas intensitāte zobrata 2 flanks punktā  $S$  ir proporcionāla šī punkta īpatnējam slīdes ātrumam

$$c_2 = \frac{v_s}{v_2 \cos \gamma}. \quad (2)$$

Ievērojot formulu (12.42) un 21-8. zīmējumu,

$$\begin{aligned} v_2 \cos \gamma &= \omega_2 \cdot O_2 S \cos(90^\circ - \alpha - \beta) = \omega_2 \cdot O_2 S \cdot \sin(\alpha + \beta) = \\ &= \omega_2 Q_2, \end{aligned} \quad (3)$$



polu, spēks  $Q$  maina virzienu par divkārtīgu berzes leņķi, t. i., par leņķi  $2\varphi$ . Pēkšņā spēka virziena maiņa ir līdzvērtīga mikstam trieciēnam. Triecienu frekvence var būt liela, jo trieciens notiek katra zobu pāra sazobes laika vidusdaļā. Tātad berzes dēļ sazobe ir vibrāciju ierosmes avots.

Tehniskos aprēķinos lieto aploces spēku

$$P = \frac{M_1}{r_1}, \quad (21.15)$$

ar kuru relatīvā polā zobrats 2 darbojas uz zobratu 1, bet pēdējais ar tikpat lielu pretēja virziena spēku uz zobratu 2. Noskaidrosim, kā sazobes spēks  $Q$  saistīts ar šo tangenciālo spēku.

Abu minēto spēku enerģētiskās līdzvērtības dēļ to momentiem pret punktu  $O_1$  jābūt vienādiem. Tādēļ  $Qq = Pr_1$  un

$$Q = P \frac{r_1}{q}, \quad (4)$$

kur plecs  $q = O_1S \cdot \cos(\alpha + \varphi - \Theta)$ . Lietojot sinusa teorēmu trīsstūrī  $O_1PS$ , atrodam, ka  $O_1S : \cos \alpha = r_1 : \cos(\alpha - \Theta)$ . Ievērojot abas pēdējās sakarības, iegūstam meklēto izteiksmi

$$Q = P \frac{\cos(\alpha - \Theta)}{\cos \alpha \cos(\alpha + \varphi - \Theta)}. \quad (21.16)$$

Kreisajā pusē no relatīvā pola leņķi  $\Theta$  un  $\varphi$  maina zīmes.

Punktam  $S$  ieejot polā, sazobes spēks sasniedz maksimālo vērtību

$$Q = \frac{P}{\cos(\alpha + \varphi)}. \quad (21.17)$$

Ja šo spēku sadalām divos savstarpēji perpendikulāros komponentos, iegūstam ar formulu (21.15) noteikto tangenciālo spēku  $P$  un centra  $O_1$  virzienā vērstu spēku  $P_0 = Q \sin(\alpha + \varphi)$  jeb

$$P_0 = P \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \quad (21.18)$$

Jaudas pārvešanā piedalās tikai spēks  $P$ . Taču zobratu vārpstas un gultņus sloģo gan  $P$ , gan  $P_0$ .

## 21-5. Minimālais zobu skaits

Ja zobratu galvas aploces  $a_1$  un  $a_2$  sniedzas līdz sazobes līnijas maksimālā sazobes ceļa galapunktiem  $N_2$  un  $N_1$ , tad viss nogrieznis  $N_1N_2$  ir izmantots kā sazobes ceļš, abu zobratu evolventu flankas visā garumā ir darbīgas un abi zobrati ir robežrati (21-11. zīm.).

Zoba galvas augstumu mēdz izteikt kā moduļa lineāru funkciju:

$$h_a = \chi m, \quad (21.19)$$

kur  $\kappa$  — zobu galvas augstuma koeficients, kas maksimālās vērtības sasniedz robežratiem, tad

$$h_{a_1 \max} = \kappa_1 \max m, \quad h_{a_2 \max} = \kappa_2 \max m.$$

Parasti abu zobratu zobu galvu augstumi ir vienādi, t. i.,  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ . Normāliem zobratiem  $\kappa = 1$ . Automobiļos, traktoros un citās mašīnās lieto zobratu ar saīsinātu zobu galvu; šiem zobratiem  $\kappa = 0,8$ .

Ja zobu galvu augstumi abiem zobratiem vienādi, tad tikai mazo zobratu var izveidot kā robežratu. Lielākā zobrata galvas aploce  $a_2$  tad sniedzas līdz punktam  $N_1$  un mazajam zobratam visa flankas evolvente ir darbīga. Vienādiem galvu augstumiem apakšgriezumi vispirms iestājas mazajam ratam un jo ātrāk, jo mazāks ir mazais rats; jo lielāks ir lielais rats, mazāks sazobes leņķis  $\alpha$  un jo lielāks ir galvu augstuma koeficients  $\kappa$ . Apakšgriezumi samazina pārsegumu un zoba stiprību. Ja apakšgriezumus zobrata apstrādes laikā nav izveidojis darba rīks, tad zobrati nevar strādāt zobu iekļēšanās dēļ. Zobs ar apakšgriezumiem attēlots 20-10. zīmējumā.

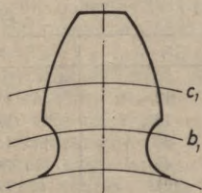
Zobratu pārvada pārnesuma skaitlis (7-1. §)

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} \geq 1.$$

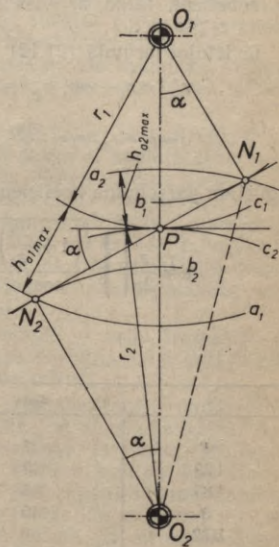
Projektējot zobratu, pārvadu pārnesuma skaitlis ir dots vai izraudzīts (parasti  $u = 1 \dots 7$ ), bet moduli nosaka stiprības aprēķins. Lai sasniegtu vismazāko zobratu asu attālumu

$$a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2),$$

mazo zobratu cenšas projektēt ar minimālo zobu skaitu  $z_1 = z_{\min}$ , t. i., cenšas veidot mazo ratu kā robežratu.



21-10. zīm.



21-11. zīm.

Noskaidrosim, kāds ir vismazākais iespējamais mazā zobrata zobu skaits  $z_{\min}$ , lai tajā vēl nebūtu apakšgriezumu.

No 21-11. zīmējumā dotā trisstūra  $O_1O_2N_1$  izriet, ka

$$(O_2N_1)^2 = (O_1O_2)^2 + (O_1N_1)^2 - 2(O_1O_2)(O_1N_1)\cos\alpha.$$

Ievietojot šeit

$$O_2N_1 = r_2 + \kappa m, \quad O_1O_2 = r_1 + r_2, \quad O_1N_1 = r_1 \cos\alpha,$$

$$r_2 = ur_1 = u \frac{d_1}{2} = \frac{m}{2} uz_{\min},$$

iegūstam minimālā zobu skaita izteiksmi

$$z_{\min} = \frac{2\kappa}{\sqrt{u^2 + (2u+1)\sin^2\alpha} - u}. \quad (21.20)$$

Ja  $R_2 \rightarrow \infty$ , tad  $u \rightarrow \infty$  un  $z_{\min} \rightarrow z_{\min}^\infty$ , kur

$$z_{\min}^\infty = \frac{2\kappa}{\sin^2\alpha}. \quad (21.21)$$

ir tāda mazā zobrata minimālais zobu skaits, kas var strādāt kopā ar zobstieni, tātad ar visiem dotā moduļa zobratiem, kuru zobu skaits  $z_2 > z_{\min}^\infty$ .

Ievietojot formulā (21.12)

$$r_{a_1} = r_1 + \kappa m, \quad r_{a_2} = r_2 + \kappa m, \quad r_{b_1} = r_1 \cos\alpha, \quad r_{b_2} = r_2 \cos\alpha,$$

$$a = r_1 + r_2, \quad r_1 = \frac{mz_1}{2}, \quad r_2 = \frac{mz_2}{2}, \quad \frac{z_2}{z_1} = u, \quad t = \pi m,$$

iegūstam pārseguma koeficienta izteiksmi

$$\varepsilon = \frac{z_1}{2\pi} \left[ \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{2\kappa}{z_1}\right)^2}{\cos^2\alpha}} - 1 \pm \sqrt{\frac{\left(u + \frac{2\kappa}{z_1}\right)^2}{\cos^2\alpha}} - u^2 - (1 \pm u)\operatorname{tg}\alpha \right]. \quad (21.22)$$

21-1. tabula

$u$	$z_{\min}$	$z_2$	$\varepsilon$
1	12	12	1,42
1,23	13	16	1,47
1,85	14	26	1,54
3	15	45	1,61
6,32	16	101	1,68
$\infty$	17	$\infty$	1,75

Apakšējās mīnusa zīmes attiecas uz evolventu iekšējo sazobi, kura nav še aplūkota. Ja šajā formulā ievietojam  $z_1 = z_{\min}$ , tad varam aprēķināt minimālam zobu skaitam atbilstošo pārseguma koeficientu.

Ar formulām (21.20) un (21.22) normāliem ārējās sazobes zobratiem ( $\alpha = 20^\circ$ ,  $\kappa = 1$ ) aprēķinātās vērtības dotas 21-1. tabulā.

Redzam, ka ārējās sazobes normāla zobrata minimālais zobu skaits  $z_{\min} = 12$ . Taču, ja vēlamies, lai mazais zobrats var strādāt kopā ar visiem dotā moduļa evolventu zobratiem ar taisniem zobiem, tad tā minimālais zobu skaits  $z_{\min}^\infty = 17$ . Vēl mazākus zobu skaitus var iegūt, lietojot koriģētos zobratu.

## 21-6. Zobratu izgatavošana

Zobratu izgatavošanas metodes var iedalīt divās grupās — kopēšanas metodes un novelšanas metodes.

Kopēšanas metodes izplatītākais piemērs ir zobratu frēzēšana ar ripas frēzēm. Vispirms rūpīgi izgatavo roba rasējumu un pēc tā — divus savstarpēji pieguļošus roba šablonu. Pēc iekšējā šablona izgatavo fasongriezni ripas frēzes apstrādei, bet ārējo šablonu izmanto izgatavojamās ripas frēzes profila kontrolei. Novirpo ārējam šablonam atbilstošā profila frēzes ripu un izveido tai sektorveida izgriezumus. So ripu apstrādā ar fasongriezni uz aizmugures virpām, kur, ripai griežoties grieznis tuvojas ripas asij un sektorveida izgriezumā atlec atpakaļ. Tā izgatavotās ripas frēzes virsma satur sevī Arhimēda spirāles. Virsmas profils nemainās, ja frēzi uzasina, noslīpējot izgriezuma plaknes, kas iet caur frēzes rotācijas asi.

Lai nebūtu katram modulim un katram zobu skaitam vajadzīga atsevišķa frēze, tad katru frēzi lieto vairākiem šī moduļa zobu skaitiem, tā apzināti pieļaujot flanku kļūdas. Katra moduļa zobratu izgatavošanai vajadzīgs savs frēžu komplekts. Ir komplekti, kas sastāv no 8, 15 vai 26 frēzēm. Jo vairāk komplektā frēžu, jo precīzāki izgatavotie zobrati. Tādējādi dažādu moduļu un dažādu zobu skaitu zobratu izgatavošanai nepieciešamo frēžu daudzums ir liels. Nenovēršamo flanku kļūdu dēļ pēc aprakstītās metodes izgatavotie zobrati nav piemēroti lielu jaudu pārvešanai.

Samērā reti lieto citu kopēšanas metodi — zobu frēzēšanu ar pirkstfrēzēm. Zobratu liešanai vajadzīgos modeļus arī izgatavo pēc zobu profilu rasējuma, tātad ar kopēšanas metodi.

Novelšanas metodes zobratu izgatavošanai ir daudz ērtākas un precīzākas. Darba rīks ir zobrata vai zobstieņa veidā. Apstrādes laikā starp divām skaidas noņemšanas kustībām tiek realizēta darba rīka un sagataves soļveida relatīvā kustība, kas atbilst kustībai ekspluatācijas apstākļos. Tādējādi apstrādājamā zobrata flankas iegūst kā darba rīka flanku aptverošās līknes, darba rīka un apstrādājamā zobrata poloidām veļoties vienai pa otru bez slīdes.

Darba rīku zobrata veidā sāka lietot 1899. gadā (Fellova metode).

Iekšējās sazobes lielā zobrata izgatavošanai vēl šodien nav citas ērtākas metodes.

Vēlāk evolventu zobratu izgatavošanai sāka lietot darba rīku zobstieņa veidā (Maaga metode). Šī metode ir sevišķi precīza, jo evolventes zobstieņa flankas ir taisnes, tādēļ darba rīks ir viegli izgatavojams un kontrolējams.

Zobstieņa vietā var lietot gliemežfrēzi ar trapecveida vītni un vidējo kāpes leņķi  $\delta \leq 5^\circ$ . Frēzi nostāda leņķi  $\delta$  pret apstrādājamā zobrata asij perpendikulāro plakni. Šāda zobu frēzēšana pēc novelšanas metodes ir visai ražīga.

Rūdītu zobratu apstrāde ar slīpēšanu arī notiek pēc novelšanas metodes.

Ar novelšanas metodēm iegūst visprecīzākos zobratu. Katra moduļa zobratu izgatavošanai vajadzīgs tikai viens darba rīks. Zobstieņa gadījumā šis darba rīks ir ļoti vienkāršs. Darba rīka zobu galvas ir pagarinātas vajadzīgās radiālās spēles radīšanai. Šīs pagarinātās galvas izveido arī zobu kāju nedarbīgo daļu.

Sevišķa novelšanas metodes priekšrocība, ja lieto zobstieņveida darba rīku, vēl ir tāda, ka var izgatavot t. s. korigētos zobratu, par kuriem būs runa nākamajā paragrāfā.

### 21-7. Korigētie zobrati

Prasība konstruēt minimāla gabarīta kompakts zobratu pārvadus rada nepieciešamību samazināt mazā rata zobu skaitu, lai lielais rats neiznāktu pārāk liels. Taču, kā redzējam, normāla zobrata zobu skaits nevar būt mazāks par  $z_{\min}^\infty = 17$ , jo zobratu izgatavošanas standartriks ir zobstienis.

Praksē pieļauj nelielus apakšgriezumus. Izrādās, ka pārsegums jūtami nesamazinās, izgatavojot ar zobstieni, un zobu iekļīšanās vēl nenotiek, izgatavojot zobratu pēc citas metodes, ja minimālā zobu skaita vietā lieto robežzobskaitu

$$z_{\text{rob}} = \frac{5}{6} z_{\min}^\infty, \quad (21.23)$$

kas normāliem zobratiem ir 14.

Ja vēlas iegūt zobratu ar mazāku zobu skaitu, tad jāatsakās no normāliem zobratiem un jālieto korigētie zobrati. Korigēšana, kā vēlāk redzēsīm, notiek arī citu apsvērumu dēļ.

Vienkāršākais korigēšanas veids ir zobu galvu augstuma korekcijas. Agrāk minētajiem standartizētajiem zobratiem ar saīsinātām zobu galvām  $\kappa_1 = \kappa_2 = 0,8$  un pēc formulām (21.21) un (21.23) iznāk  $z_{\min}^\infty = 14$  un  $z_{\text{rob}} = 12$ . Šāds paņēmieni samazina ne tikai minimālo zobu skaitu, bet reizē arī pārsegumu.

Lai novērstu minēto trūkumu, tad, samazinot zobu galvu augstumu lielam ratam, dažreiz vienlaikus palielina to mazam ratam. Tā, piemēram, lieto  $\kappa_1 = 1,5$ ,  $\kappa_2 = 0,7$ .

Maksimālo pārsegumu ar normāliem zobratiem neatbilstošiem galvu augstumiem var sasniegt, ja abus zobratus izveido kā robežratus. Tad saskaņā ar formulu (21.11)

$$\varepsilon = \frac{N_1 N_2}{t \cos \alpha} = \frac{(r_1 + r_2) \sin \alpha}{t \cos \alpha} = (z_1 + z_2) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2\pi}. \quad (21.24)$$

Iegūtā formula derīga minimālās zobu skaitu summas aprēķinam, prasot, lai robežratu pārvada pārsegums  $\varepsilon > 1$ . Šai prasībai atbilst

$$(z_1 + z_2)_{\min} > \frac{2\pi}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (21.25)$$

Ievietojot šeit  $\alpha = 20^\circ$ , atrodam, ka minimālā zobu skaitu summa ir 18; tai pēc formulas (21.24) atbilst pārseguma koeficients  $\varepsilon = 1,04$ . Tas tad arī ir viss, ko varam sasniegt ar zobu galvu augstuma korekcijām.

Formula (21.25) parāda, ka sazobes leņķa palielināšana samazina minimālo zobu skaitu summu. To iespējams sasniegt no  $K$  ratiem sastādītos pārvados. Burts  $K$  šeit apzīmē korekciju, t. i., zobstieņa pārbīdi. Burta  $K$  vietā lieto arī burtu  $V$ , kas atbilst vācu vārdam *Verschlebung*.

Visvairāk izplatītais zobratu korekcijas paņēmieni ir  $K$  ratu izgatavošana, zobus apstrādājot pēc novelšanas metodes ar atbīdītu vai zobrata centram piebīdītu zobstieni. Zobstieņa pārbīdi virzienā no apstrādājamā zobrata centra pieņem par pozitīvu, bet uz centru — par negatīvu. Iegūtos zobratus atbilstoši sauc par  $K_+$  ratiem vai  $K_-$  ratiem.

Zobratus, kas izgatavoti bez zobstieņa pārbīdes, sauc par *nullratiem*. Nullrati ir jau aplūkoti normālie zobrati, kuru zobu skaits nevar būt mazāks par  $z_{\min}^\infty$  vai  $z_{\text{rob}}$ . No nullratiem sastādītus pārvadus sauc par *nullpārvadiem*, bet no  $K$  ratiem sastādītus — par *K pārvadiem*. Iespējami arī *KO pārvadi*, kuros pārbīdes kompensējas. No tīriem nullpārvadiem tie atšķiras tikai ar īpatnējām zobu formām.  $K_+$  ratiem zobi ir platāki par robiem, bet  $K_-$  ratiem — otrādi.

Izdarot pārbīdi, relatīvo kustību starp zobstieni un apstrādājamo zobratu atstāj nemainītu. Tas nozīmē, ka zobrata dalījuma aploce paliek vecajā vietā, jo relatīvās poloīdas nemainās, kaut arī darba rīka zobstieņa viduslīnija vairs nepieskaras dalījuma aplocei. Tātad dalījuma aploce ar diametru  $d = mz$  ir velšanās aploce zobrata izgatavošanas stāvoklī. Turpretī darba stāvoklī velšanās aploces un sazobes leņķis ir atkarīgi no zobratu asu attāluma.  $K$  pārvadu var sastādīt no visdažādākajiem  $K$  ratiem, kas izgatavoti ar vienu un to pašu zobstieni.

Ar pozitīvu pārbīdi (21-12. zīm.) novērš apakšgriezumus, atbīdot zobstieņa galvas līniju  $a_2$  līdz punktam  $N_1$ , tādējādi ievirzot sazobes ceļu  $AB$  nogriežņa  $N_1 N_2$  robežās un pārvēršot apstrādājamo zobratu par robežratu. Pozitīvo pārbīdi var taisīt arī lielāku, kamēr zobi kļūst smaili un pārsegums vēl ir pietiekams.

Negatīvu pārbīdi var lietot tikai tad, ja apstrādājamā zobrata zobu skaits ir lielāks par  $z_{rob}$ . Izdarot negatīvu pārbīdi, zobstieņa galvas līnija nedrīkst pāriet punktu  $N_1$ ; pretējā gadījumā radīsies apakšgriezumi.

Pārbīdi mēdz izteikt kā lineāru moduļa funkciju

$$b = xm, \quad (21.26)$$

kur  $x$  — pārbīdes koeficients.

Līdz punktam  $N_1$  korigēta zobrata zobu skaitu apzīmēsim ar  $z_k$  un meklēsim sakarību starp  $x$  un  $z_k$ . Saskaņā ar 21-12. zīmējumu  $b = PM = FM - FP = xm - N_1P \sin \alpha = xm - r \sin^2 \alpha$ . Ievērojot formulas (21.26) un (21.4),

$$x = m - z_k \frac{\sin^2 \alpha}{2}.$$

Sai izteiksmei ar formulas (21.21) palīdzību piešķiram veidu

$$x = m \frac{z_{\min}^{\infty} - z_k}{z_{\min}^{\infty}}. \quad (21.27)$$

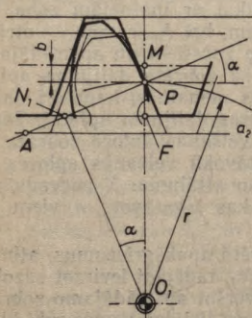
Standartizētām zobstienim ar  $\alpha = 20^\circ$  un  $m = 1$ , iegūstam

$$x = \frac{17 - z_k}{17}, \quad (21.28)$$

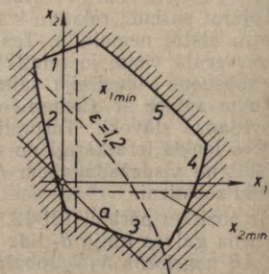
bet, ja pieļauj nelielus apakšgriezumus,

$$x = \frac{14 - z_k}{14}. \quad (21.29)$$

Pārbīdes maksimālo vērtību nosaka flanku krustošanās. Zobi kļūst asi, kad atbilstoši formulai (21.29) pārbīdes koeficients  $x = 0,529$  un



21-12. zīm.



21-13. zīm.

$K$  rata zobu skaits  $z_k=8$ . Sevišķas nepieciešamības gadījumos pieļauj jūtamus apakšgriezumus un iegūst

$$z_k = z_{\min \min} = 5.$$

Flanku krustošanās dēļ šādu zobu augstums ir samazināts un pārsegums sasniedz minimālo robežu  $\epsilon=1$ .

$K$  ratu izgatavošanas mērķis ne vienmēr ir zobu skaita samazināšana. Ar  $K$  ratiem var sasniegt dažas vēlamas zobratu pārvada īpašības. Šim nolūkam ērta ir bloķējošo kontūru metode [47].

Bloķējošo kontūru diagrammu (21-13. zīm.) konstruē koordinātu asīs, uz kurām atlikti abu kopā strādājošo  $K$  ratu pārbīdes koeficienti  $x_1$  un  $x_2$ . Katrs diagrammas punkts attēlo kādu  $K$  ratu pārvadu. Tā, piemēram, koordinātu sākums attēlo nullpārvadu. Caur koordinātu sākumu novilkta taisnes  $a$  punkti satur  $KO$  pārvadus. Šī taisne ar  $x_1$  asi veido  $-45^\circ$  leņķi. Līnijas 1 un 2 norobežo pārvadus, kuriem zobrats 1 rada zobrata 2 zobu kājās apakšgriezumus. Līnijām 3 un 4 līdzīga nozīme attiecībā uz apakšgriežumiem zobratā 1. Līnija 5 satur pārvadus, kuru pārseguma koeficients  $\epsilon=1$ . Svītrotā laukuma punkti attēlo lietošanai nederīgus pārvadus.

Bloķējošo kontūru diagrammā iezīmētas līnijas  $x_{1 \min}$  un  $x_{2 \min}$ , kas norāda darba rīka zobstieņa izdarīto apakšgriežumu sākumus. Var iezīmēt arī konstanta pārseguma, konstanta zobu platuma, minimālā īpatnējā slides ātruma un citas līnijas. Izmantojot šīs līnijas, var konstruēt  $K$  pārvadus ar vēlamās lieces un dilšanas izturības zobiem, kas strādā pieļaujama pārseguma apstākļos. Lai iegūtu  $K$  pārvadu ar vēlamo zobratu asu attālumu  $a$ , diagrammā jānovelk taisnei  $a$  paralēla taisne caur kādu punktu, kam atbilstošās pārbīdes dod vēlamo  $a$ . Uz šīs taisnes izvēlas optimālos  $x_1$  un  $x_2$ , kas reizē apmierina arī citus noteikumus.

Korigēto ārējās sazobes zobratu aprēķinu nosaka valsts standarts GOCT 16532-70. Tur sniegti arī šim nolūkam lietojamie bloķējošie kontūri.

## 21-8. Zobrati ar slīpiem zobiem

Līdz šim aplūkoti zobrati ar taisniem zobiem saskaras pa zobratu asīm paralēlu taisni. Katrs zobs sazobē iestājas pēkšņi visā garumā un pēkšņi arī no sazobes iziet. Nelielā pārseguma dēļ sazobē vienlaikus atrodas tikai viens vai divi zobu pāri. Tādēļ flanku kļūdas stipri jūtamas un izpaužas vibrācijās un troksnī.

Minētā trūkuma novēršanai senāk lietoja pakāpju zobratu. Tos iegūst, sastiprinot vienā blokā vairākus samērā plānus savstarpēji pagrieztus taisno zobu zobratu. Tagad pakāpju zobratu vietā lieto zobratu ar slīpiem zobiem, kurus var uzlūkot par pakāpju zobratiem, kas sastādīti no bezgalīgi daudziem un bezgalīgi plāniem taisno zobu zobratiem, kas viens pret otru pagriezti par bezgalīgi mazu leņķi.

Slīpo zobu zobratu flanku kinemātiskā veidošana parādīta 21-14. zīmējumā *a*. Ja lentē, kas pārtinas no viena pamatcilindra uz otru iezīmē zobratu asīm paralēlu taisni  $e_{of}$ , tad tā veido taisna zoba evolventu flankas. Ja tajā pašā lentē iezīmē slīpu taisni  $ef$ , tad tā veido slīpa zoba flankas. Tātad katrā slīpo zobu zobrata asij perpendikulārā šķēlumā  $s$ , ko sauksim par transversālšķēlumu, notiek iepriekšējos paragrāfos aprakstītā evolventu sazobe. Zobu flankas satur evolventes un zobrata asij neparalēlas taisnes, pa kurām saskaras viens zobrats ar otru. Šis acumirkīgās kontakttaisnes parādītas 21-14. zīmējumā *b*.

Ja zobus šķeļ ar koaksiāliem cilindriem, tad iegūst skrūves līnijas. Tādēļ slīpo zobu zobratu dažreiz sauc par skrūvratiem ar paralēlām asīm. Taču no īsteniem skrūvratiem (21-11. §) tie ievērojami atšķiras.

Skrūves līniju savērpes leņķis ir atkarīgs no šķeļošā cilindra rādīdusa. Uz pamatcilindra  $b$  virsmas tas ir  $\beta_b$ , bet uz dalījuma cilindra (21-14. zīm. *f*) virsmas ir cits savērpes leņķis  $\beta$ . Abus savērpes leņķus saista sazobes leņķis  $\alpha$ . Tiešām (21-4. zīm. *c*), eksistē proporcija  $\operatorname{tg} \beta : \operatorname{tg} \beta_b = 2\pi r : 2\pi r_b = r : r \cos \alpha$ , tādēļ

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta_b}{\cos \alpha} \quad (21.30)$$

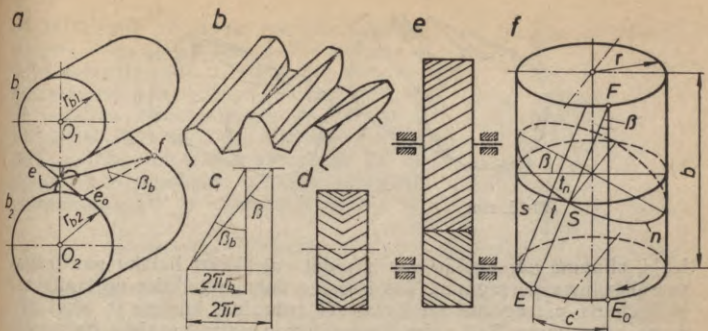
Noskaidrosim slīpo zobu zobratu pārsegumu. Pieņemsim, ka mālējās dalījuma aploces punkts  $E$  jau nogājis sazobes loku  $c$  un aplūkojamais zobu pāris gala transversālšķēlumā jau iziet no sazobes punktā  $E_0$ . Taču šī zobu pāra sazobe vēl turpinās citos transversālšķēlumos un beidzas tikai punktā  $F$ , kad punkts  $E$  nogājis pa savu dalījuma aploci papildu sazobes loku  $c' = b \operatorname{tg} \beta$ . Tātad slīpo zobu zobrata kopējais pārseguma koeficients

$$\varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \frac{c}{t} + \frac{b \operatorname{tg} \beta}{t} \quad (21.31)$$

ir transversālšķēluma un slīpuma pārseguma koeficientu summa. Taisno zobu zobratiem slīpuma pārseguma koeficients  $\varepsilon_\beta = 0$ . Jo lielāks savērpes leņķis un zobrata garums, jo lielāks ir  $\varepsilon_\beta$ . Slīpo zobu zobratu vienlaikus sazobē var atrasties pat 10 zobu pāri. Tādēļ zobratu gaita ir mīksta un klusa, tie piemēroti lielu jaudu pārņemšanai.

Atšķirībā no taisno zobu zobratiem uz slīpo zobu zobratu darbojas otrs zobrats ar aksiālspekku. Aksiālspekks jālidzsvaro ar aksiālgultni vai jālieto skujiņveida zobrati (21-14. zīm. *d*). Pēdējie ir sevišķi piemēroti lielām un triecienuveida slodzēm. Lai nodrošinātu šo zobratu pašiestādīšanos, viena zobrata vārpstai jānodod nelielas aksiālas kustības iespēja. Zoba leņķa virsotnei jāļauj skriet pa priekšu, jo tad gaita ir mīkstāka. Lai būtu ērtāka izgatavošana, dažreiz ierīko rata vidū zobu pārtraukumu.

Viena moduļa slīpo zobu zobrati komplektu neveido, jo zobrats nevar strādāt kopā ar savu kopiju. Tas tādēļ, ka sazobē esošajiem zobratiem ir pretēja virziena vitnes (21-14. zīm. *e*).



21-14. zīm.

Slīpo zobu zobratu izgatavo ar novelšanas un kopēšanas meto-  
dēm. Abos gadījumos zobratam pret darba riku jāpiešķir papildu  
relatīvā kustība, kuras taisno zobu apstrādē nav.

Ja slīpos zobus frēzē ar ripfrēzi, tad frēzes modulis un zobu  
skaits jāņem atbilstoši normālšķēluma  $n$  datiem (21-14. zīm.  $f$ ). Nor-  
mālšķēluma dalījums un modulis saistīti ar attiecīgiem transversāl-  
šķēluma lielumiem, kā redzams, šādi:

$$t_n = t \cos \beta, \quad m_n = m \cos \beta. \quad (21.32)$$

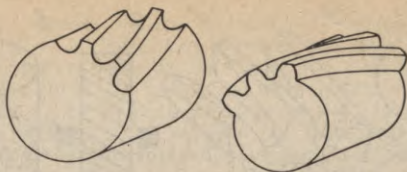
Normālšķēluma zobu skaits ir tāda iedomāta zobrata zobu skaits,  
kura dalījuma aploces rādiuss vienāds ar normālšķēluma elipses  
līkumrādiusu  $R_n$  sazobes punktā  $S$ . No diferenciālģeometrijas zi-  
nāms, ka  $R_n = a^2/b$ , kur  $a$  un  $b$  ir elipses pusasis. Mūsu gadī-  
jumā  $a = r/\cos \beta$ ,  $b = r$  un  $R_n = r/\cos^2 \beta$ . Tātad frēzes izvēlei vajadzī-  
gais normālgriezuma fiktīvais jeb ekvivalentais zobu skaits

$$z_v = \frac{2\pi R_n}{t_n} = \frac{2\pi r}{t \cos^3 \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta}. \quad (21.33)$$

Taisnu zobu normālos zobratos nevar sasniegt katru vēlamu zob-  
ratu asu attālumu  $a$  moduļu normēšanas dēļ. Slīpu zobu nekorigētos  
zobratos tas iespējams, jo normēti ir tikai normālgriezuma moduļi,  
bet  $a$  atkarīgs no transversālgriezuma moduļa, ko var izmainīt, mai-  
not savērpes leņķi. No savērpes leņķa ir atkarīgs arī minimālais  
zobu skaits, kas ir mazāks kā taisnu zobu zobratiem.

### 21-9. Novikova sazobe

Slīpo zobu zobratu pāseguma koeficients saskaņā ar formulu  
(21.31) ir transversālšķēluma un slīpuma pārseguma koeficientu  
summa. Izvēloties pietiekamu zobrata garumu un zobu savērpes



21-15. zīm.

leņķi, slīpuma pārsegumu var izveidot vairākkārt lielāku par transversālšķēluma pārsegumu. Tas ierosina domu atteikties no transversālšķēluma pārseguma un konstruēt zobratu, kuriem ir tikai slīpuma pārsegums. Tad zobu flanku formu vairs nesaista galvenais sazobes kinemātikas likums un flankas var izvēlēties daudz brīvāk, vadoties no stiprības un ilgzturības apsvērumiem. Šādu jauna tipa sazobi 1955. gadā ierosināja padomju zinātnieks Novikovs un pierādīja tās pielietojamību zobratiem ar paralēlām asīm, kā arī zobratiem, kuru asis krustojas vai šķērsojas. Novikova idejas realizāciju dažus gadus vēlāk Rietumvācijā sāka izstrādāt Vildhābers.

Novikova zobratu teorija būtiski atšķiras no evolventu, cikloīdu un citu zobratu teorijas. Novikova zobratu pārvads nav savstarpēji aptverošo līkņu ne centroīdu mehānisms. Sazobes ceļš transversālšķēlumā ir tuvs nullei. Pārsegums rodas no flanku saskarpunkta pārvietošanās zobratu aksiālvirzienā zobu slīpuma dēļ. Novikova zobrati ar taisniem zobiem nav iespējami.

Novikova zobratu teorijā saglabājas velšanās cilindru un moduļa jēdzieni. Zobu flanku darbīgās daļas parasti veido no aploču lokiem (20-15. zīm.). Izliektai virsmai saskaroties ar ieliektu, ievērojami samazinās Novikova sazobes trūkums — punktveida saskare. Saskarpunkta vietā rodas saskares laukumiņš un kontaktpiedieni samazinās. Tiesa, evolventu zobratiem ir līnijas saskare, bet zobratu asu virziena kļūdu dēļ ne vienmēr tā pilnībā realizējas.

Novikova zobratu apstrādā pēc kopēšanas vai novelšanas metodes, bet katrā kopā strādājošā zobrata izgatavošanai ir vajadzīgs savs darba rīks.

## 21-10. Koniskie zobrati

Tehniško uzdevumu — pārnest rotāciju no vārpstas 1 uz vārpstu 2, kuras abas krustojas punktā  $O$  un starp kurām ir leņķis  $\delta$ , izpildot noteikumu

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const},$$

var atrisināt ar konisko zobratu pārvadu. Uzdevuma atrisināšanai lielosim kustības apgriešanas metodi.

Ja visam pārvadam piešķir leņķisko ātrumu  $-\omega_2$  ap vārpstu 2, tad vārpsta 2 kļūst nekustīga (21-16. zīm.), bet vārpsta 1 piedalās reizē divās rotācijās: ap savu asi ar leņķisko ātrumu  $\omega_1$  un ap vārpstu 2 ar leņķisko ātrumu  $-\omega_2$ . Vārpstas 1 absolūtā kustība minētajos apstākļos, kā ziņāms no kinemātikas, ir rotācija ap momentānu asi  $OP$  ar leņķisko ātrumu

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_{12} = \bar{\omega}_1 + (-\bar{\omega}_2).$$

Istenībā tā ir vārpstas 1 relatīvā kustība pret vārpstu 2, kas nemainās no leņķiskā ātruma  $-\omega_2$  piešķiršanas visam pārvadam. Tātad vārpstu 1 un 2 relatīvā kustība ir kustība ap nekustīgu punktu  $O$  jeb sfēriskā kustība. Sfēriskās kustības aksoidas vispār ir koniskas virsmas. Konkrētajā gadījumā tās ir apaļi konusi ar virsotņu pusleņķiem  $\delta_1$  un  $\delta_2$ , jo pārvada īstenajā kustībā punkta  $P$  ātrums

$$v_p = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

un

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{OP \cdot \sin \delta_2}{OP \cdot \sin \delta_1} = \text{const.}$$

Aksoīdas sauc par velšanās konusiem. Tie ir analogiski iepriekš aprakstītajiem velšanās cilindriem zobratu pārvados ar paralēlām asīm. Zobu skaits ir proporcionāls velšanās konusu rādiusiem brīvi izraudzītā velšanās punktā  $P$ , tādēļ konisko pārvadu pārnesuma attiecība

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad (21.34)$$

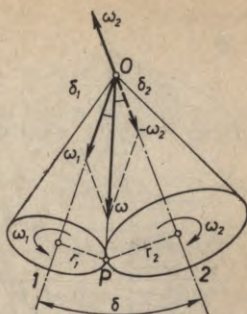
Pievienojot šai izteiksmei vienādojumu

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta,$$

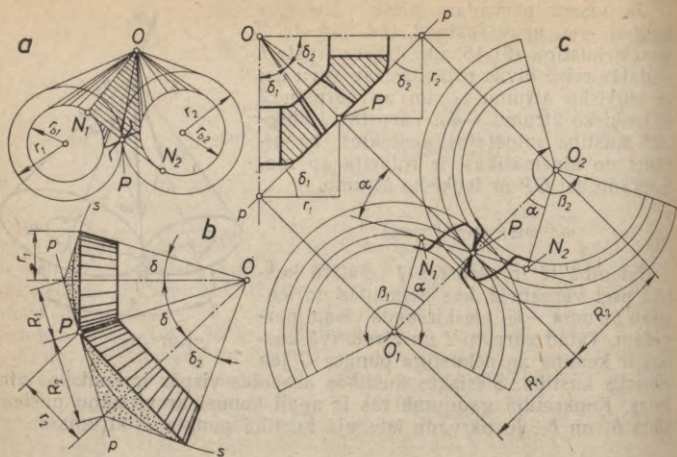
iespējams noteikt leņķus  $\delta_1$  un  $\delta_2$  pēc dotajiem  $i$  un  $\delta$ .

Konisko zobratu zobu flanku kinemātiskā veidošana parādīta 21-17. zīmējumā *a*. Zobu darba virsmas iegūst, noveļot uz pamatkonusiem plakni, kurā iezīmēta taisne  $PO$ . Katrs šis taisnes punkts apraksta *sfērisko evolventi*.

Sfēra nav izklājama plaknē. Tāpēc precīza konisko zobratu projektēšana sagādā grūtības. Parasti lieto tuvināto Tredgolda metodi: sfērisko virsmu  $s-s$  aizvieto ar sfēras pieskarplakni  $p-p$  un sfēriskās evolventes — ar plakanajām. Velšanās konusiem pievieno papildkonusus, kas 21-17. zīmējumā ir punktēti. Zobi šķēļ sfēras un



21-16. zīm.



21-17. zīm.

papildkonusu virsmās. Skēlumu liknes maz atšķiras savā starpā. Tāpēc zobus projektē šādi. Papildkonusus pārgriež pa veiduli un izklāj pieskarplaknē  $p-p$ , iegūstot sektorveida zobratus (21-17. zīm. c) ar velšanās aploču rādiusiem

$$R_1 = \frac{r_1}{\cos \delta_1}, \quad R_2 = \frac{r_2}{\cos \delta_2}. \quad (21.35)$$

Iegūto zobratu zobu skaitī (pieņemot, ka izgriezumu nav)

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (21.36)$$

No stiprības apsvērumiem noteic moduli  $m$  un tad pieskarplaknē  $p-p$  konstruē parasto evolventu sazobi.

Iegūtās zobu flankas var pārnest uz papildkonusiem, kurus izveido arī praksē, un zobus izvēlēt pēc aizzīmējuma. Griežnim jākustas pa taisnēm, kas iet caur punktu  $O$ , jo katra zoba virsma ir neapaļš konuss ar virsotni punktā  $O$ . Protams, zobratu izgatavošana pēc minētās kopēšanas metodes ir visai neprecīza. Parasti zobus izvēlē pēc novelšanas metodes ar taisna profila griežni, nekādu aizzīmēšanu neizdarot.

Ja  $\delta_1$  vai  $\delta_2$  ir  $90^\circ$ , tad attiecīgais koniskais zobrats pārvēršas par t. s. plānratu, kas atbilst zobstienim cilindrisko zobratu teorijā.

Sazobes apstākļus nosaka pieskarplaknē mēritie lielumi. Arī apakšgriezumi atkarīgi no tiem. Tā kā

$$z_{1 \text{ min}} = z_{v1 \text{ min}} \cos \delta_1, \quad z_{2 \text{ min}} = z_{v2 \text{ min}} \cos \delta_2,$$

tad iznāk, ka koniskiem zobratiem īstenais minimālais zobu skaits ir mazāks un pārsegums lielāks nekā cilindriskiem zobratiem ar taisniem zobiem.

Pareiza konisko zobratu pārvada darbība iespējama tikai tad, kad zobratu asis tiešām krustojas tajā pašā punktā  $O$ , kurā krustojas zobu virsmās esošās taisnes. Tas jāievēro, montējot un regulējot konisko zobratu pārvadu. Sazobes aksiālspekā jālīdzsvaro ar atbalstgultņiem.

Beidzot jāatzīmē, ka koniskie zobрати ar taisniem zobiem nav vienīgais iespējamais konisko zobratu veids. Pa pamatkonusiem noņemamā plaknē (21-17. zīm. a) var iezīmēt ne tikai taisni  $OP$ , bet citu likni un iegūt lauztus vai spirālveida zobus. Šādus zobus un arī taisnos zobus pēdējā laikā arvien vairāk izgatavo uz speciālām zobu izgriešanas un slīpēšanas mašīnām ar konisku darba rīku [89], līnijas kontakta vietā iegūstot lokalizētu laukumveida kontaktu. Tā izgatavotie zobрати ir mazāk jutīgi pret statnes deformācijām un montāžas kļūdām.

## 20-11. Hiperbolrati, skrūvrati, hipoidrati

Pārnest rotāciju starp asīm 1 un 2, kas nekrustojas, nav paralēlas, bet šķērsojas (21-18. zīm.), iespējams ar t. s. *skrūves-velšanās pārvadiem*. Šie pārvadi atšķiras no iepriekš aplūkotajiem velšanās pārvadiem ar to, ka bez slīdes zobrata radiālvirzienā ir slīde arī zoba garenvirzienā.

Sintēzes uzdevums formulējams šādi: jākonstruē zobratu pārvads, kura vārpstas 1 un 2, starp kurām ir leņķis  $\delta$ , rotē ar leņķiskiem ātrumiem  $\omega_1$  un  $\omega_2$  un ir izpildīts noteikums

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const.} \quad (1)$$

Uzdevuma risinājumam atliek abus leņķisko ātrumu vektorus punktos  $A$  un  $B$ , kur nogrieznis  $AB = a$  ir visīsākais attālums starp vārpstām un tādēļ perpendikulārs abām vārpstām.

Lai noskaidrotu vārpstu relatīvo kustību, izmanto kustības apgriešanas metodi.

Piešķir visam pārvadam leņķisko ātrumu  $-\omega_2$  ap vārpstu 2. Tad vārpsta 2 kļūst nekustīga, bet vārpsta 1 piedalās divās rotācijās: ap savu asi ar leņķisko ātrumu  $\omega_1$  un ap vārpstu 2 ar leņķisko ātrumu  $-\omega_2$ . Vārpstas 1 kustība šādos apstākļos, kā zināms no kinemātikas [132], ir momentāna skrūves kustība ap asi, kas iet caur



relatīvi mazāks, arī spēki sazobē ir mazāki un mazāka dilšana. Hiperbolratiem ir līnijas saskare.

Hiperbolratu projektēšana un izgatavošana nav vienkārša. Tāpēc hiperbolratu vietā bieži lieto skrūvratus, ko var uzskatīt par hiperbolratu tuvinājumu. Skrūvratus izgriež no hiperboloīdiem vārpstu vissīkākā attāluma vietā, t. i., hiperboloīdu centrālajā daļā, un hiperboloīdu virsmas aizvieto ar cilindriskām. Tā iegūst 21-20. zīmējumā redzamo skrūvratu dalījuma cilindrus.

Lai iegūtu skrūvratu zobu līnijas, iedomājas, ka abiem cilindriem pieskaras plakne  $T$ , kurā iezīmētai taisnei  $s$  ar cilindru veidulēm ir leņķi  $\delta_1$  un  $\delta_2$ , kas atbilst vienādojumiem (21.38) un (21.39). Cilindru rādiusus nosaka formulas (21.40), t. i.,

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\operatorname{tg} \delta_2}, \quad r_1 + r_2 = a. \quad (21.41)$$

Ja uztin plakni  $T$  pārmaiņus uz abiem dalījuma cilindriem, tad taisne  $s$  veido skrūves līnijas ar savērpes leņķiem  $\delta_1$  un  $\delta_2$ . Šīs skrūves līnijas, kā redzams, atšķirībā no slīpo zobu zobratiem ir ar vienāda virziena vītnēm, t. i., abiem ratiem ir labā (21-20. zīm.) vai kreisā vītne. Skrūvratu zobu projektēšana aplūkota darbā [57].

Dalījuma cilindru aploču garumi

$$2\pi r_1 = z_1 t_1, \quad 2\pi r_2 = z_2 t_2, \quad (3)$$

kur  $t_1$  un  $t_2$  ir dalījums jeb solis zobratu asīm perpendikulāros šķēlumos (transversālšķēlumos). Lai būtu iespējama sazobe, zobu normālšķēluma dalījumiem  $t_n$  abos zobratos jābūt vienādam. Saskaņā ar 21-14. zīmējumu un formulām (21.32) normālšķēluma un transversālšķēluma dalījumus saista formula

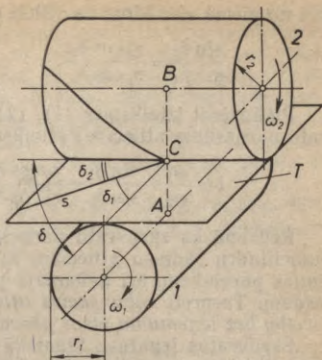
$$t_n = t_1 \cos \delta_1 = t_2 \cos \delta_2. \quad (21.42)$$

tādēļ

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\cos \delta_2}{\cos \delta_1}. \quad (21.43)$$

No vienādojumiem (3) un (21.43) izriet, ka

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2 \cos \delta_2}{r_1 \cos \delta_1},$$



21-20. zīm.

bet no pirmā vienādojuma (21.41), ka

$$\frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{r_2 \cos \delta_2}{r_1 \cos \delta_1}.$$

Pielīdzinot izteiksmes (1), (21.38) un abas pēdējās, iegūst skrūvratu pārnesuma attiecības izteiksmes dažādus variantus:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{r_2 \cos \delta_2}{r_1 \cos \delta_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (21.44)$$

Redzam, ka skrūvratu pārnesuma attiecība nav vienāda ar dalījuma cilindru rādiusu attiecību. Šī īpašība piemīt visiem skrūves-velšanās pārvadiem, arī nākamajā paragrāfā aplūkojamam gliemežpārvadam. Turpretī *zobu skaita attiecība ir vienāda ar pārnesuma attiecību bez iņņēmuma visos pārvados.*

Skrūvratus izgatavo tāpat kā slīpo zobu zobratu. Tāpēc vienāda normālgriezuma moduļa skrūvrati un slīpo zobu zobrati, ja vītņu virzieni to ļauj, noderīgi rotācijas pārnesšanai gan starp paralēlām asīm, gan starp asīm, kas šķērsojas. Taču pirmajā gadījumā ir līnijas kontakts, bet otrajā — punktteida kontakts. Šī iemesla dēļ skrūvratus lieto īslaicīgai darbībai un nelielu jaudu pārnesšanai. Aksiālspekšs jālīdzsvaro ar atbalstgultņiem.

Pēdējā laikā skrūvratu un konisko zobratu vietā arvien biežāk lieto hipoīdratus [89]. Uz speciālām mašīnām izgriež zobus konusiem, kas aizvieto hiperboloīdus zināmā attālumā no to centriem, t. i., no vārpstu visīsākā attāluma  $AB$ . Ārēji hipoīdrati atgādina koniskos zobratu ar spirālveida zobiem. Taču zobi ir nesimetriski, un zobratu asis nekrustojas. Hipoīdratiem ir punktteida saskare, bet sākumā ar izdevīgiem flanku saskaršanās apstākļiem rodas lokalizēts laukumveida kontakts. Hipoīdratu gaita ir klusa, minimālais zobu skaits mazāks nekā koniskiem zobratiem, konstrukcija kompakta. Var pat abus zobratu vajadzības gadījumā abās pusēs atbalstīt gultņos. Kaut gan ir zobu garenslīde, hipoīdratu lietderības koeficients ir tikai nedaudz mazāks kā labiem koniskiem zobratiem.

## 21-12. Gliemežpārvads

Gliemežpārvadu, tāpat kā iepriekšējā paragrāfā aplūkotos zobratu, lieto rotācijas pārnesšanai starp divām vārpstām, kas šķērsojas. Pēc savas ģeometrijas gliemežpārvads vistuvāks skrūvratu pārvadam, jo skrūvveida zobratu zobu vītņu līniju veidošanās uz dalījuma cilindriem abos pārvados notiek vienādi, t. i., atbilstoši 21-20. zīmējumam. Gliemežpārvadā dalījuma cilindra rādiuss  $r_1$  ir ievērojami mazāks par  $r_2$ , bet savērpes leņķis  $\delta_1$  ievērojami lielāks par  $\delta_2$ . Ratu 1, kas atgādina skrūvi, sauc par *gliemezi*, bet ratu 2 — par *gliemežratu*. Tādējādi gliemezi var uzlūkot par zobratu, kura zobu skaits  $z_1$  ir vienāds ar vītņu vījumu skaitu, t. i., ar vītņu galu skaitu, ko var redzēt, skatoties uz gliemezi tā ass virzienā.

Taču gliemežpārvals atšķiras no skrūvratu pārvalda, pirmkārt, ar to, ka punktveida saskares vietā gliemežpārvaldā ir līnijas saskare. Pēdējo panāk, frēzējot gliemežratu ar frēzi, kas atšķiras no paša gliemeža tikai ar skaidas noņemšanai un zobu galvas spēles radīšanai vajadzīgajiem papildinājumiem. Otrkārt, gliemežpārvaldu konstruējot, parasti nerēķinās ar gliemeža un gliemežrata relatīvās kustības aksoīdām, tāpēc formulas (21.38), (21.40) un (21.41) šeit vispār nav lietojamas un no pārnesuma attiecības izteiksmes (21.44) ir jāizņem savērpuma leņķu sinusu attiecība.

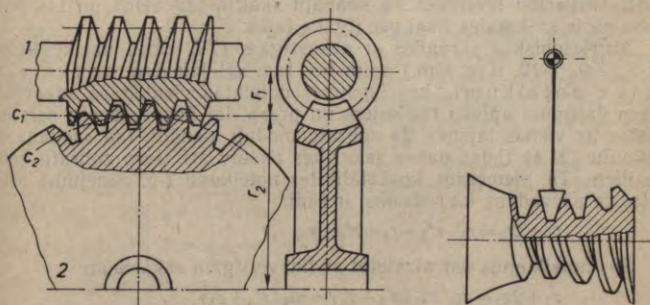
Parasti gliemežpārvaldos leņķis starp ratu asīm  $\delta = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ . Ja aprobežojamies ar šo gadījumu, tad formulu (21.44) gliemežpārvaldam var rakstīt šādi:

$$i = u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{z_2}{z_1}. \quad (21.45)$$

Gliemeži bieži izveido kā skrūvi ar trapecveida vītņiem, kuru profili aksiālā šķēlumā ir taisnes, bet gliemeža asij perpendikulārā šķēlumā — Arhimēda spirāles. Šāda gliemežpārvalda galvenajā šķēlumā (21-21. zīm.) veidojas evolventes zobstienā un zobrata sazobe, bet citos paralēlos šķēļumos evolventu sazobes nav. Tāpēc gliemežpārvaldam nepiemīt evolventu cilindrisko zobratu labā īpašība, kas pieļauj zobratu asu atstatumu maiņas.

Ja gliemeži izveido kā skrūvi, kuras vītņu profili ir taisnes plaknē, kas pieskaras ap gliemeža asi aprakstītam cilindram, tad aksiālā šķēlumā vītņu profili ir izliekti tāpat kā cilindrisko zobratu slīpo zobu flankas, bet gliemeža asij perpendikulārā šķēlumā tie ir evolventes.

Ja gliemeži virpo ar taisnšķautnainu griezni, kura plakne perpendikulārā vītnes līnijai uz daļējuma cilindra, tad iegūst t. s. konvolūtas gliemeži. Pēdējā laikā ieviešas arī t. s. globoidālie gliemeži [10], kuru saskare ar gliemežratu iespējama pilnīgāka un eļļošanas apstākļi labāki. Tie piemēroti sevišķi lielu spēku pārnesšanai. Globoidālā



21-21. zīm.

gliemeža vītņveida zobu izvirpošanas shēma parādīta 21-21. zīmējumā.

Gliemežpārveda vērtīga īpašība ir kompakta konstrukcija, kas ļauj nelielā tilpumā koncentrēt lielu pārnese skaitli. Gliemežpārvadiem  $u=10 \dots 100$  un vairāk, turpretim vienpakāpes zobratu pārvadā  $u=1 \dots 10$ . Dažreiz izdevīga ir gliemežpārveda pašbremzēšanās spēja. To izmantojot, var iztikt bez bremses vai sprūdmehānisma, kas neļautu gliemežpārvadam griezties pretējā virzienā gadījumos, kad tas nedrīkst notikt.

Gliemeža vītņu skaits parasti  $z_1=1 \dots 6$ , bet gliemežrata — lielāks par 17. Gliemeža un gliemežrata aksiālspeks jālīdzsvaro ar atbalstgultņiem.

Parasti gliemezis ir dzinējs. Pašbremzēšanās gadījumā  $z_1=1 \dots 2$ . Ja  $z_1$  ir ievērojami lielāks, tad pašbremzēšanās nebūs un gliemežpārvedu var piedzīt gliemežrats (piena separatoros).

Lielās zobu garenslīdes dēļ gliemežpārveda lietderības koeficients nav augsts (14-3. §). Pašbremzējošam gliemežpārvadam  $\eta < 0,5$ . Berzes samazināšanai gliemežrata zobu vainagu izgatavo no bronzas vai no cita antifrikcijas materiāla.

### 21-13. Koaksialitātes, montāžas un kaimiņnoteikumi

zobratu pārvados ar nekustīgām un kustīgām asīm

Aplūkosim zobratu zobu skaita noteikšanu plakaniem zobratu pārvadiem, kas sastādīti no nullratiem ar taisniem zobiem. Ja lieto koriģētos vai slīpo zobu zobratu, tad minētais uzdevums ir vieglāk atrisināms.

Projektējamā zobratu pārvada zobratu zobu skaita noteikšana ir vienkārša tikai parastos virknes pārvados (7-2. zīm.). Tad pietiek ievērot, ka neviena zobrata zobu skaits nedrīkst būt mazāks par 21-7. paragrāfā minēto  $z_{rob}$  un jāpanāk vajadzīgā pārnese attiecība, nepārsniedzot pieļaujamos mehānisma gabarītus. Lai dilšana būtu vienmērīgāka, cenšas katru divu kopā strādājošo zobratu zobu skaitu attiecību izvēlēties kā neapaļu skaitli, tad viens un tas pats zobu pāris saskarsies tikai pēc ilgāka laika.

Atgriezeniskos pārvados ar nekustīgām (7-5. zīm.) vai kustīgām (7-8., 7-9., 7-12. u. c. zīm.) asīm bez tam vēl jāievēro koaksialitātes noteikumi, kas izpaužas noteiktās vienkāršās sakarībās starp dalījuma aploču rādiusiem un prasa, lai dažu zobratu asis atstātos uz vienas taisnes. Ja zobratu moduļi vienādi, tad saskaņā ar formulu (21.4) tādas pašas sakarības pastāv arī starp zobratu zobu skaitiem. Tā, piemēram, koaksialitātes noteikumi 7-5. zīmējumā attēlotajam pārvadam, kā redzams, ir šādi:

$$r_1 + 2r_2 = r_3, \quad r'_3 + r_4 = r'_4 + r_5.$$

Sos noteikumus var aizvietot ar līdzvērtīgām sakarībām

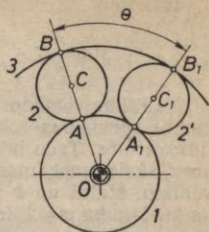
$$z_1 + 2z_2 = z_3, \quad m_1(z'_3 + z_4) = m_2(z'_4 + z_5),$$

kur  $m_1$  un  $m_2$  — attiecīgiem zobratu pāriem atbilstošie moduļi.

Planetāros pārvados ar vairākiem satelītiem bez koaksialitātes noteikumiem jāievēro arī montāžas noteikums. Montāžas noteikuma izpildīšana nodrošina vairāku vienādos attālumos novietotu satelītu sazobi ar centrāliem zobratiem, no kuriem viens var būt saulesrats.

Noskaidrosim montāžas noteikumu, aplūkojot 21-22. zīmējumu un pieņemot, ka satelītu skaits ir  $k$ . Tad leņķis

$$\Theta = \frac{2\pi}{k},$$



21-22. zīm.

bet centrālo zobratu dalījuma aploču loku garumu summa starp diviem kaimiņu satelītiem

$$\widehat{AA_1} + \widehat{BB_1} = \Theta(r_1 + r_3) = \frac{2\pi}{k}(z_1 + z_3) \frac{m}{2} = \frac{t}{k}(z_1 + z_3),$$

kur  $t$  — zobratu solis. Tā pati summa izsakāma arī citādi:

$$\widehat{AA_1} + \widehat{BB_1} = (at + c_1) + (bt + c_2),$$

kur  $a$  un  $b$  — veseli skaitļi, bet  $c_1 + c_2 < 2t$ . Pielīdzinot abas pēdējās izteiksmes, iegūstam, ka

$$z_1 + z_3 = \left( a + b + \frac{c_1 + c_2}{t} \right) k.$$

Tas nozīmē, ka iekavās ieslēgtā izteiksme ir vesels skaitlis  $n = a + b + 1$  un montāžas noteikums izsakāms šādi:

$$\frac{z_1 + z_2}{k} = n. \quad (21.46)$$

Tātad vairākus starp diviem centrāliem zobratiem ieslēgtus un vienādos attālumos novietotus satelītus var iemontēt, ja abu centrālo zobratu zobu skaitu summas dalījums ar satelītu skaitu ir vesels skaitlis. Viena satelīta gadījumā montāžas noteikums arvien ir izpildīts. Ja satelītu novietojums vadīklā ir regulējams, tad no montāžas noteikuma izpildīšanas var izvairīties.

Lai satelīti (21-22. zīm.) neskartu viens otru, ir jāizpilda kaimiņnoteikums: satelītu centru attālumam jābūt lielākam par divkāršu satelītu galvas aploces rādiusu, t. i.,

$$CC_1 > 2r_a = d_a = m(z_2 + 2). \quad (1)$$

Vienādsānu trīsstūrī  $OCC_1$

$$CC_1 = 2(r_1 + r_2) \sin \frac{\Theta}{2} = (z_1 + z_2) m \sin \frac{\pi}{k}. \quad (2)$$

Ievietojot izteiksmi (2) nevienādībā (1), iegūst kaimiņnoteikumu

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}; \quad k = 2, 3, \dots \quad (21.47)$$

Vairākus vienādos attālumos novietotus satelītus lieto, lai samazinātu spiedienus zobu saskarvirsmās un lai satelītu inerces spēki līdzsvarotos. Taču līdz ar to parādās tangenciālās atkārtotās saites, kuru skaits mehānismā ar diviem kustīgiem centrāliem zobratiem, vadīklu, statni un  $k$  satelītiem saskaņā ar formulu (2.8), ievērojot, ka kustamība  $\omega = 2$ , ir šāds:

$$\sigma_i = 2 - 3(k+3) + 2(k+3) + 2k = k - 1.$$

Tātad, ja satelītu skaits lielāks par 1, tad katrs «liekais» satelīts rada vienu tangenciālu atkārtoto saiti. Katra atkārtotā saite prasa ievērojamu mehānisma izgatavošanas precizitātes pieaugumu.

Atkārtoto saišu lietderīgai izmantošanai vajadzīgo precizitāti ir grūti sasniegt. Tādēļ satelītu vienmērīga sloģojuma panākšanai lieto «peldošu» centrālo zobratu vai mehānismu pārveido, ierīkojot papildlocekļus, un tādējādi iegūst jaunu mehānismu, kas nodrošina satelītu pašiestādīšanos. Abos gadījumos atkārtotās saites tiek novērstas.

## 22. NODAĻA

### PLAKANO STIEŅMEHĀNISMU SINTĒZE

#### 22-1. Stieņmehānismu sintēzes uzdevumi un metodes

Sajā nodaļā iepazīsimies ar vienu no mehānismu teorijas sarežģītākām problēmām — ar zemāko pāru plakano mehānismu (stieņmehānismu) metrisko sintēzi. Metriskās sintēzes gaitā konstruktors nosaka izraudzītās kinemātiskās shēmas izmērus tā, lai konstruējams mehānisms izpildītu sintēzes uzdevumā uzstādītās prasības.

Stieņmehānismiem mašīnbūvē ir sevišķa nozīme, jo to kinemātikie pāri — šarnīri un slīdpāri — ir vienkārši izgatavojami un spēj pārnest lielus spēkus, darbojas klusi. Pēc funkcionālās pazīmes stieņmehānismus iedala *virzītājmehānismos* un *pārnesummehānismos* (4-2. §). Virzītājmehānismi atveido trajektorijas un dzītā locekļa stāvokļus, bet pārnesummehānismi — kustības likumus. Doto trajektoriju, stāvokļu un kustības likumu atveidošana ir stieņmehānismu metriskās sintēzes uzdevumu galvenais saturs.

Stieņmehānismu metriskai sintēzei, ko turpmāk sauksim vienkārši par sintēzi, veselu gadsimtu savus pētījumus veltījuši daudzi zinātnieki; viņu pētījumu rezultāti aprakstīti šādos darbos: [3, 14, 58, 104, 125, 127]. Sintēzes uzdevumu risināšanai izstrādātas *ģeometriskās metodes*, kuras lietojot, sintēzes operācijas veic grafiski, balstoties

uz kinemātisko ģeometriju [23], projektīvo ģeometriju, uz kustības apgrīšanas principu un citiem paņēmieniem. Ģeometrisko metožu izveidošanā daudz darījuši Burmesters, Alts un citi vācu zinātnieki. *Analītisko metožu* pamatlicējs ir krievu matemātiķis Cebiševs. Praksē lieto arī *ģeometriski analītiskās* [104], kā arī *empīriskās metodes*. Pēdējām raksturīga ir mehānismu izmēru mēģinājumuveida pielaiķšana, izmantojot speciālas ierīces, tabulas, liknes un nomogrammas [139].

Ģeometriskās un analītiskās sintēzes metodes var iedalīt precīzās un tuvinātās.

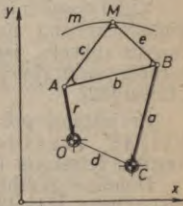
Mašīnu un aparātu būvniecības precizitātes prasību un skaitļošanas tehnikas iespēju pieaugums arvien lielāku nozīmi piešķir analītiskām metodēm. Arī ar tuvinātām analītiskām metodēm var iegūt vajadzīgās precizitātes rezultātus. Analītiskās metodes lieto ne tikai patstāvīgi, bet arī empīriskās vai ģeometriskās sintēzes rezultātu precizēšanai. Sintēzes uzdevumu analītiskais formulējums ļauj spriest par atrisināšanas iespējām.

Pēc dažos vārdos sniegtā sintēzes uzdevumu un metožu raksturojuma, aplūkosim šos jautājumus mazliet detalizētāk.

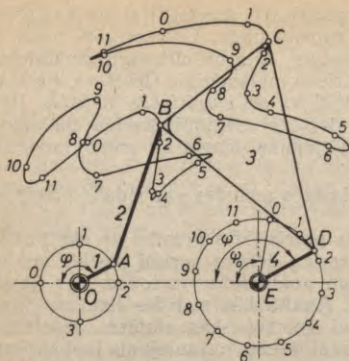
Stieņmehānismi nav spējīgi realizēt jebkura sintēzes uzdevuma precīzu atrisinājumu. Taču daudzos gadījumos var iegūt prakses vajadzībām atbilstošus tuvinātus atrisinājumus.

Daudzu sintēzes uzdevumu risinājuma vispārīgā shēma ir šāda. Noskaidro, cik mehānisma konstanto parametru — garumu un leņķu — ietekmē dotā sintēzes uzdevuma atrisinājumu. Sastāda vienādojumu, kurā ietilpst visi konstantie parametri un arī mainīgie, no mehānisma stāvokļa atkarīgie parametri. Piešķirot pēdējiem uzdevumam atbilstošās skaitliskas vērtības, uzraksta tik vienādojumu, cik ir konstanto parametru. Atrisinot šo vienādojumu sistēmu, aprēķina konstantos parametrus un tādējādi atrisina sintēzes uzdevumu.

Teiktā piemērs ir virzītājmehānismu sintēzē sastopamais trajektoriju atveidošanas uzdevums. Pieņemam, ka jākonstruē šarnīru četrstūris, kura klaņa punkts  $M$  apraksta doto trajektoriju  $m$ . Sinī gadījumā (22-1. zīm.) nozīmīgi ir 9 parametri:  $x_0, y_0, x_c, y_c, a, b, r, c, e$ . Jāsastāda vienādojums, kurā bez šiem parametriem ieiet tikai punkta  $M$  koordinātes  $x, y$ . Piešķirot tām 9 pārus dotai trajektorijai  $m$  atbilstošu vērtību, iegūst deviņu vienādojumu sistēmu; to atrisinot, iespējams aprēķināt visus 9 parametrus. Iegūtā mehānisma klaņa punkts  $M$  aprakstīs trajektoriju, kas iet caur deviņiem iepriekš ar izraudzītiem koordinātu  $x, y$  pāriem noteiktiem liknes  $m$  punktiem, bet pārējos mehānisma stāvokļos klaņa punkts  $M$  vispār nesakrītīs ar likni  $m$ . Protams, var dažus konstantos parametrus izvēlēties patvaļīgi un tādējādi samazināt atrisināmās sistēmas vienādojumu skaitu. Taču par tikpat daudz punktiem samazināsies klaņa punkta  $M$  liknes un dotās liknes  $m$  mezglu skaits.



22-1. zīm.



22-2. zīm.

žādība. Pārsteidzoši ir tas, ka katru no šīm liknēm var iegūt ar trim dažādiem šarnīru četrstūriem (22-3. §).

Vēl sarežģītākas trajektorijas sniedz 22-2. zīmējumā attēlotais divkloķu šarnīru piecstūris, kura kloķi sajūgti ar zobratu pārvalu, kas zīmējumā nav parādīts. Trajektorijas atkarīgas ne tikai no mehānisma stieņu garumiem, bet arī no abu kloķu pārnese attiecības  $i_{14}$  un sākuma fāzes  $\psi_0$ . Dotajā gadījumā  $i_{14}=3$  un  $\psi_0=100^\circ$ . Tādējādi, apvienojot stieņmehānismus ar zobratu mehānismiem, atveidojamo likņu bagātību var ievērojami palielināt [39].

1878. gadā angļu zinātnieks Kempe pierādīja, ka ar stieņmehānismiem principiāli iespējams atveidot ikvienu algebrisku likni. Taču šī teorēma neko nesaka par mehānisma locekļu skaitu un sintēzes metodi. Daudzkloķļu mehānismi nav praksē izdevīgi gan komplikētības, gan kļūdu summēšanas dēļ (18-3. §).

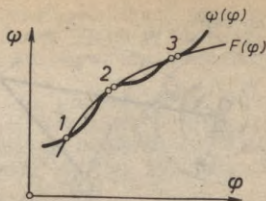
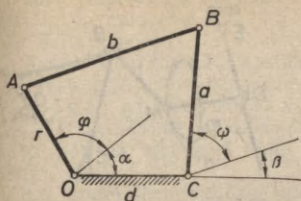
1888. gadā vācu zinātnieks Burmesters izvīrēja un ģeometriski atrisināja šarnīru četrstūra sintēzes uzdevumu par dotu klaņa stāvokļu atveidošanu. Daudzi darbi veltīti Burmestera teorijas izteikšanai analītiskā formā [104, 128]. Šī uzdevuma atrisinājums aplūkots 22-7. paragrāfā [85], neizmantojot Burmestera teoriju.

Virzītājmehānismu sintēze visumā ir komplikētāka nekā pārnesummehānismu sintēze, sevišķi, ja par pārnesummehānismiem izmanto zobratu, izciļņu un citus mehānismus. Tādēļ interesi rada iespēja virzītājmehānismu sintēzi reducēt uz pārnesummehānismu sintēzi [82].

Projektējot pārnesummehānismus, izvīrās dotās funkcijas atveidošanas uzdevums. Tā, piemēram, jākonstruē šarnīru četrstūris (22-3. zīm.) dotās funkcijas  $\psi=F(\varphi)$  atveidošanai.

Daudzos gadījumos pietiek, ja dotā funkcija realizējas tikai dažos mehānisma stāvokļos, t. i., ja leņķiem  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$  atbilst leņķi  $\psi_1=F(\varphi_1), \psi_2=F(\varphi_2), \dots$ . Tādējādi dotās funkcijas  $\psi=F(\varphi)$  un mehā-

Aprakstītais risinājums nav vienkāršs, bet iegūtais mehānisms var būt praktiski nederīgs, jo aprēķinātie izmēri ir nepieņemami, ir pārāk lieli spiediena leņķi un dzenošais loceklis nav apgrīzams (22-2. §). Tādēļ parasti vēlamo trajektoriju cenšas iegūt vienkāršāk, lietojot pat eksperimentālas metodes. Var, piemēram, izgatavot eksperimentālu šarnīru četrstūri ar maināmiem parametriem un, pēdējos mainot, pielairot kāda klaņa punkta trajektoriju uzdevuma prasībām. Par šī uzdevuma atrisināšanas lielajām iespējām liecina 5-1. zīmējumā parādītā klaņa likņu formu da-



22-3. zīm.

nisma stāvokļa funkcijas  $\psi = \psi(\varphi)$  attēli krustojas dažos punktos. Krustpunktu maksimālais skaits atkarīgs no mehānisma nemainīgo parametru skaita.

Sajā uzdevumā nekustīgo šarnīru koordinātēm, kā redzams, nav nozīmes un visiem ģeometriski līdzīgiem šarnīru četrstūriem stāvokļa funkcija  $\psi = \psi(\varphi)$  ir identiska. Tā kā locekļu absolūtajiem garumiem nav nozīmes, tad pieņem  $d=1$  un uzdevuma atrisināšanai paliek 5 nemainīgie parametri:  $a, b, r, \alpha, \beta$ . Tas nozīmē, ka iespējams sastādīt piecu vienādojumu sistēmu:

$$\psi_i = \psi(\varphi_i, a, b, r, \alpha, \beta), \quad i=1, 2, 3, 4, 5, \quad (1)$$

kur  $\psi_i = F(\varphi_i)$ , bet  $\varphi_i$  izraudzīti brīvi. Vienādojumu (1) formu nosaka attiecīgā mehānisma stāvokļa funkcija. Gadījumam, kad  $\alpha=0$  un  $\beta=0$  šarnīru četrstūra atklātu stāvokļa funkciju izsaka formula (6.30), bet apslēptu — formula (6.31). Atrisinot sistēmu (1), atrod nezināmos  $a, b, r, \alpha, \beta$ . Aplūkoto sintēzes uzdevuma atrisinājumu sauc par interpolāciju ar vienkāršiem mezgliem.

Vienkāršo mezglu vietā var lietot divkāršus un vairākkārtīgus mezglus. 22-3. zīmējumā mezgli 2 un 3 ir divkārši. Šajos mezglos ne tikai funkciju  $\psi = \psi(\varphi)$  un  $\psi = F(\varphi)$  vērtības ir vienādas, bet arī šo funkciju atvasinājumu  $\psi' = \psi'(\varphi)$  un  $\psi' = F'(\varphi)$  vērtības ir vienādas. Atvasinājums

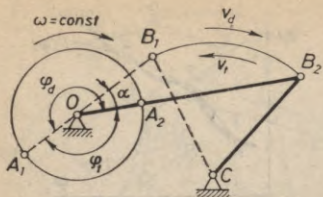
$$\psi' = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\dot{\psi}}{\dot{\varphi}} = i_{ar}$$

izsaka mehānisma momentāno pārnese attiecību starp locekļiem  $CB$  un  $OA$ . Šarnīru četrstūra sintēzei vienādojumu sistēmas (1) vietā tagad sastādām sistēmu

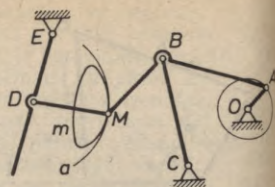
$$\left. \begin{aligned} \psi_i &= \psi(\varphi_i, a, b, r, \alpha, \beta), \quad i=1, 2, 3, \\ \psi'_i &= \psi'(\varphi_i, a, b, r, \alpha, \beta), \quad i=2, 3, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

no kuras aprēķina piecus nezināmos mehānisma parametrus.

Interpolācijas metodi lietojot, netiek ierobežota stāvokļa funkcijas



22-4. zīm.



22-5. zīm.

$\psi = \psi(\varphi)$  novirze no dotās funkcijas  $\psi = F(\varphi)$  starp mezglu punktiem. Tāpēc daudzos gadījumos mehānisma nemainīgos parametrus aprēķina no noteikuma, ka dotajā intervālā  $\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_m$  stāvokļa funkcijas vidējā kvadrātiskā novirze no dotās funkcijas vai šīs novirzes absolūtā vērtība ir minimālā. Pirmo sintēzes metodi sauc par funkciju kvadrātisko tuvināšanu, otro — par funkciju vislabāko tuvināšanu (Čebiševa metode). Interpolācija un abas tuvināšanas metodes aprakstītas darbā [3], bet interpolācija ar vienkāršiem mezgliem arī 22-5. un 22-6. paragrāfā.

Ja dzītais loceklis, kustoties vienā virzienā, veic darbu, bet pretējā virzienā kustas tukšgaitā, tad darba gājiena un tukšgaitas laiku attiecību

$$k = \frac{t_d}{t_t} \quad (22.1)$$

sauc par mehānisma *darba ražīguma koeficientu*. Darba ražīguma koeficients ir vienāds ar tukšgaitas un darba gaitas vidējo ātrumu attiecību, jo šie vidējie ātrumi  $v_d = s/t_d$  un  $v_t = s/t_t$ , kur  $s$  ir dzītais locekļa gājiena garums.

Tā, piemēram, šarnīru četrstūrim (22-4. zīm.)

$$k = \frac{t_d}{t_t} = \frac{v_t}{v_d} = \frac{\varphi_d}{\varphi_t} = \frac{180^\circ + \alpha}{180^\circ - \alpha}, \quad (22.2)$$

no kurienes t. s. *novirzes leņķis*

$$\alpha = 180^\circ \frac{k-1}{k+1}. \quad (22.3)$$

Mehānismu konstruēšana pēc dotā darba ražīguma koeficienta aplūkota 22-4. paragrāfā.

Iespējams konstruēt stieņmehānismus, kuru dzītais loceklis kustas epizodiski, t. i., dzītais locekļa kustībā ir periodiskas ilgstošas (nemomentānas) apstāšanās [26]. So pārnese mehānismu sintēzes uzdevumu var risināt arī ar virzītāj mehānismu sintēzes metodēm. Tā, piemēram, šarnīru četrstūra klanī atrod tādu punktu

$M$ , kura trajektoriju pietiekami lielā gabalā pietiekami precīzi var aizvietot ar aploces loku (22-5. zīm.). Kamēr punkts  $M$  kustas pa šo loku, dzītais loceklis  $DE$  nekustas. Redzams, ka ar stieņmehānismiem var panākt tikai tuvinātu apstāšanos.

Dažos gadījumos pārnenumehānismu sintēzes mērķis ir ne mainīga pārnenumskaitļa sasniegšana kādā cikla daļā. Tā, piemēram, nepieciešams, lai šepinga mehānisma (3-9. zīm.) darba gājienā slidnis 5 kopā ar griezni kustētos apmēram vienmērīgi.

Bez minētajiem sintēzes uzdevumiem sastopami vēl citi, kurus risinot jārealizē dotās sakarības starp paātrinājumiem, spēkiem un momentiem.

## 22-2. Grashofa teorēma

Noskaidrosim, kādiem jābūt šarnīru četrstūra locekļu garumiem, lai šarnīru četrstūrim būtu kloķis, kas attiecībā pret blakuslocekli, ar kuru tam ir šarnīrs, var izdarīt pilnu apgriezību (4-2. §).

22-6. zīmējumā attēloti trīs no vienām no tām pašām malām sastādīti šarnīru četrstūri. Katrā no tiem locekļa  $a$  pretloceklis ir cits loceklis. Tie ir visi četrstūri, ko var sastādīt no dotajām malām. Malu garumi apzīmēti tā, ka

$$a < b < c < d. \quad (1)$$

Šarnīru četrstūrim  $I$  ir kloķis  $a$  attiecībā pret locekli  $d$  tikai tad, kad

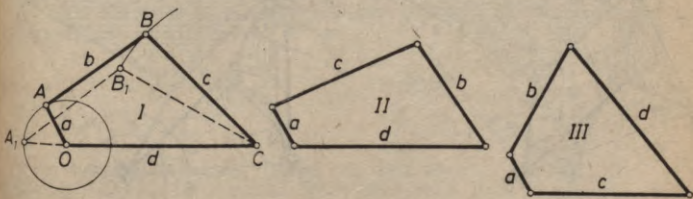
$$a + d \leq b + c. \quad (22.4)$$

Tad  $a$  ir kloķis arī pret locekli  $b$ , bet locekļi  $b$  un  $d$  kloķi pret locekli  $a$ .

Ja noteikums (22.4) izpildīts, tad, kā viegli pārlicināties, tās pašas īpašības attiecībā uz locekli  $a$  un tā blakuslocekļiem piemīt arī šarnīru četrstūriem  $II$  un  $III$ .

Tikko iegūtās atziņas var izteikt kā *Grashofa teorēmu*.

Visus šarnīru četrstūrus var iedalīt divās grupās. Pie pirmās grupas pieder tie šarnīru četrstūri, kam īsākā un garākā locekļa



22-6. zīm.

garumu summa ir mazāka par abu pārējo locekļu garumu summu vai abas summas vienādas. Otrās grupas šarnīru četrstūriem pirmā summa lielāka par otro.

Ja pirmās grupas šarnīru četrstūra īsākais loceklis ir statne, tad veidojas divkloķu mehānisms; ja īsākā locekļa blakus loceklis ir statne, tad īsākais loceklis ir kloķis, bet tam pretējais — svārstīkļa un, beidzot, ja īsākā locekļa pretloceklis ir statne, tad rodas divu svārstīkļu mehānisms.

Visi otrās grupas šarnīru četrstūri ir divu svārstīkļu mehānismi un tiem kloķa nav.

### 22-3. Robertsas—Čebiševa teorēma

Pirms aplūkojam Robertsas—Čebiševa teorēmu, iepazīsimies ar Silvestra pantogrāfu (22-7. zīm.). Pantogrāfam ir četri kustīgi locekļi, kas veido šarnīru paralelogramu  $CBMB_1$ ; divi no tiem izgatavoti kā līdzīgi trīsstūri, t. i.,  $\triangle ABM \sim \triangle MB_1A_1$ . Tāpēc  $BA : BM = B_1M : B_1A_1$ . Tā kā  $BM = B_1C$  un  $B_1M = BC$ , tad  $BA : B_1C = BC : B_1A_1$  un  $BA : BC = B_1C : B_1A_1$ . Pēdējā proporcija liecina, ka  $\triangle CBA \sim \triangle A_1B_1C$ , ja ievēro, ka leņķi  $\mu$  abos trīsstūros vienādi. Silvestra pantogrāfa transformācijas koeficients

$$k = \frac{BA}{CA} = \frac{CB_1}{A_1B_1} = \frac{CA}{CA_1}$$

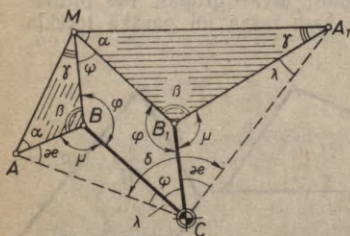
un leņķis

$$\delta = \alpha + \psi + \lambda = \beta = \text{const},$$

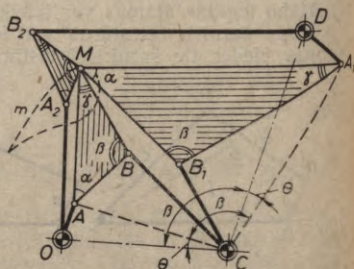
jo  $\alpha = \pi - \mu - \lambda$  un  $\psi = \pi - \varphi = \pi - 2\pi + \beta + \mu = \beta - \pi + \mu$ .

Robertsas—Čebiševa teorēma apgalvo, ka vienu un to pašu kļauņa līkni vispār var iegūt ar trim dažādiem šarnīru četrstūriem.

Lai pierādītu teorēmu, aplūkojam (22-8. zīm.) šarnīru četrstūri  $OABC$ , kura kļauņa  $AB$  punkts  $M$  apraksta kļauņa līkni  $m$ . Veidojam



22-7. zīm.



22-8. zīm.

šarnīru paralelogramu  $CBMB_1$  un trīsstūri  $MB_1A_1$ , līdzīgu trīsstūrim  $ABM$ . Redzam, ka kinemātiskā ķēde  $CBAMB_1A_1C$  ir Silvestra pantogrāfs. Tāpēc punktu  $A$  un  $A_1$  trajektorijas ir līdzīgas. Punkts  $A$  kustas pa aploci: tāpat arī punkts  $A_1$  apraksta aploci. Pēdējās aploces centru  $D$  atrodam, atliekot leņķi  $\beta$  no taisnes  $CO$  un ievērojot, ka  $CD : CO = CA_1 : CA$ . Tātad eksistē otrs šarnīru četrstūris  $CB_1A_1D$ , kura klaņa  $B_1A_1$  punkts  $M$  apraksta to pašu līkni  $m$ , ko šarnīru četrstūra  $OABC$  klaņa  $AB$  punkts  $M$ . Ja vēl pievienojam diadas  $OA_2M$  un  $DB_2M$ , veidojot paralelogramus  $OA_2MA$  un  $DB_2MA_1$ , tad leņķis  $A_2MB_2$  trīsstūru  $CAO$  un  $CA_1D$  līdzības dēļ nemainās un ir vienāds ar  $\beta$ . Tādēļ locekļus  $A_2M$  un  $B_2M$  var apvienot. Redzam, ka arī trešā šarnīru četrstūra  $OA_2B_2D$  klaņa  $A_2B_2$  punkts  $M$  apraksta to pašu līkni  $m$ .

Ja punkts  $M$  atrodas uz taisnes  $AB$ , tad abi ar Robertsā—Čebiševa pārveidojumu iegūtie šarnīru četrstūri sakrīt. Šādā gadījumā vienu un to pašu klaņa līkni iegūst tikai ar diviem mehānismiem. Ja četrlocekļu mehānismā ir slīdpāris, arī tad tikai divi mehānismi (dotais un pārveidotais) zīmē vienu un to pašu klaņa līkni, bet, ja punkts  $M$  atrodas uz šarnīru centru taisnes, tad — tikai viens.

Robertsā—Čebiševa teorēma dod iespēju izvēlēties optimālo mehānismu dotās trajektorijas aprakstīšanai. Taču nav teikts, ka ar Robertsā—Čebiševa pārveidojumu iegūtie mehānismi izpilda Graschofa teorēmu, ja dotais mehānisms to izpilda.

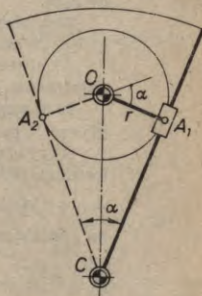
#### 22-4. Četrlocekļu mehānismu sintēze pēc dotā ražīguma koeficienta

Par ražīguma koeficientu, kā zināms, sauc ar formulu (22.1) izteikto darba un tukšgaitas laiku attiecību mehānismos, kur dzītais loceklis atrodas nevienmērīgā turpatpakaļ kustībā, bet dzenošais loceklis rotē vienmērīgi. Pieņemts, ka darba gaitā dzītais loceklis kustas ilgāk nekā tukšgaitā. Ja dots ražības koeficients  $k$ , tad pēc formulas (22.3) aprēķināms novirzes leņķis  $\alpha$ , kas savukārt atkarīgs no mehānisma izmēriem (22-4. zīm.).

Svārstīgās kulises mehānismā (22-9. zīm.) novirzes leņķis ir vienāds ar svārstīklas vēzienu. Ja dots kloķa garums  $r$  un ražīguma koeficients  $k$ , tad pēc formulas (22.3) aprēķina  $\alpha$  un pēc tam attālumu starp nekustīgiem šarnīriem

$$OC = \frac{r}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (22.5)$$

Ar to svārstīgās kulises sintēze pēc dotā ražīguma koeficienta ir veikta. 22-9. zīmējumā attēlots mehānisms, kuram  $k = 1,61$  un  $\alpha = 42^\circ$ .



22-9. zīm.



## 22-5. Kloķa-slīdņa pārnesummehānismu sintēze

Aplūkosim kloķa-slīdņa mehānisma sintēzi pēc dotajiem kloķa un slīdņa stāvokļu pāriem. Šādu sintēzes uzdevumu, kā zināms (22-1. §), sauc par dotās funkcijas atveidošanu, interpolējot ar vienkāršiem mezgliem. Tā iegūto mehānismu sauc par pārnesummehānismu atšķirībā no virzītājmehānisma, kas atveido doto trajektoriju vai doto kloķa stāvokļu virkni.

Ja doto kloķa un slīdņa stāvokļu pāru skaits nav lielāks par trīs, tad aplūkojamo sintēzes uzdevumu vienkārši un uzskatāmi var atrisināt grafiski, lietojot kustības apgriešanas metodi.

**22-4. piemērs.** Dots kloķa nekustīgais šarnīrs  $O$ , ekscentricitāte  $e$ , kloķa stāvokļi  $a_1$  un  $a_2$ , un tiem atbilstošie slīdņa šarnīru stāvokļi  $B_1$  un  $B_2$ . Sintezēt grafiski mehānismu divu doto mehānisma stāvokļu (22-12. zīm.) realizēšanai.

**Atrisinājums.** Kloķim pagriežoties par leņķi  $\varphi$ , slīdnim jāveic pārvietojums  $s$ . Ja piešķir visam mehānismam pretēja virziena pagriezienu ap centru  $O$  par leņķi  $-\varphi$ , tad kloķis paliek nekustīgs stāvokļi  $a_1$ , bet slīdņa šarnīrs izdara pārvietojumu  $s$  un attiecībā pret kloķi nonāk punktā  $B'_2$ . Kloķa šarnīrs  $A_1$  atrodas kloķa garuma attālumā no punktiem  $B_1$  un  $B'_2$ , tātad nogriežņa  $B_1B'_2$  vidusperpendikula un stara  $a_1$  krustpunktā.

**22-5. piemērs.** Uzdevums līdzīgs iepriekšējam, tikai divu sintezējamā mehānisma stāvokļu vietā doti trīs (22-13. zīm.).

**Atrisinājums.** Divreiz atkārtojot iepriekšējā piemērā lietoto paņēmieni, kloķa-kloķa šarnīru iegūst punktā  $A_1$ , kas vispār nav uz stara  $a_1$ .

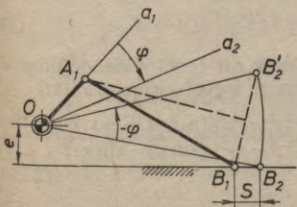
Atverot iekavas 21-14. zīmējumam atbilstošās Pitagora teorēmas izteiksmei

$$(x-r \cos \varphi)^2 + (e+r \sin \varphi)^2 = b^2, \quad (1)$$

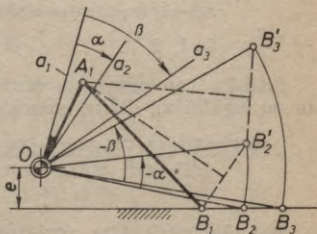
iegūst vienādojumu

$$x^2 - 2r(x \cos \varphi - e \sin \varphi) = b^2 - r^2 - e^2, \quad (2)$$

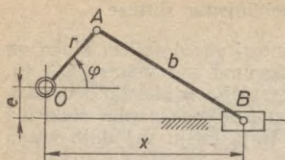
kas satur visus mehānisma parametrus un tādēļ noderīgs aplūkojamā sintēzes uzdevuma analītiskai atrisināšanai.



22-12. zīm.



22-13. zīm.



22-14. zīm.

Atveidojamā funkcija  $x=F(\varphi)$  šajā gadījumā dota ar atsevišķiem punktiem  $\varphi_i, x_i$ , kur  $i=1, 2, \dots$ . Mehānisma nemainīgie parametri  $r, e, b$  jānosaka tā, lai sintezētā mehānisma stāvokļa funkcijas  $x=x(\varphi)$  likne, ko apslēptā veidā izsaka vienādojums (2), ietu caur minētajiem punktiem. Katrs punkts apraksta vienu sintezes uzdevumā prasītu projektējamo me-

hānisma stāvokli. Atrisināsim uzdevumu analītiski dažādam prasīto stāvokļu skaitam [78].

**Divi stāvokļi.** Doti  $\varphi_1, x_1; \varphi_2, x_2$ . Noteikt parametrus mehānismam, kas var atveidot šos stāvokļus.

Uzraksta divu vienādojumu sistēmu

$$\left. \begin{aligned} x_1^2 - 2r(x_1 \cos \varphi_1 - e \sin \varphi_1) &= b^2 - r^2 - e^2 \\ x_2^2 - 2r(x_2 \cos \varphi_2 - e \sin \varphi_2) &= b^2 - r^2 - e^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

kas satur 3 nezināmos. Tāpēc viens no tiem jāizvēlas. Izslēdzot  $b$  no vienādojumiem (3), iegūst ekscentricitāti

$$e = \frac{2r(x_2 \cos \varphi_2 - x_1 \cos \varphi_1) - (x_2^2 - x_1^2)}{2r(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)} \quad (22.6)$$

un kloķa garumu

$$r = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2[x_2 \cos \varphi_2 - x_1 \cos \varphi_1 - e(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)]} \quad (22.7)$$

No vienādojuma (1)

$$b = \sqrt{(x_1 - r \cos \varphi_1)^2 + (e + r \sin \varphi_1)^2} \quad (22.8)$$

Pēdējās trīs formulas sniedz sintezes uzdevuma analītisko atrisinājumu, ļaujot izraudzīties  $r$  vai  $e$ .

**Trīs stāvokļi.** Doti  $\varphi_i, x_i$ , kur  $i=1, 2, 3$ . Atrast  $e, r, b$ .

Uzraksta vienādojumu sistēmu

$$\left. \begin{aligned} x_i^2 - 2r(x_i \cos \varphi_i - e \sin \varphi_i) &= b^2 - r^2 - e^2; \\ i &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Izslēdzot no pirmā un otrā un pirmā un trešā vienādojuma  $b$  un no iegūtajiem diviem vienādojumiem  $r$ , iegūst ekscentricitāti

$$e = \frac{(x_3^2 - x_1^2)(x_2 \cos \varphi_2 - x_1 \cos \varphi_1) - (x_2^2 - x_1^2)(x_3 \cos \varphi_3 - x_1 \cos \varphi_1)}{(x_3^2 - x_1^2)(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) - (x_2^2 - x_1^2)(\sin \varphi_3 - \sin \varphi_1)} \quad (22.9)$$

Pēc ekscentricitātes aprēķināšanas uzdevums reducējas uz divu stāvokļu gadījumu, un atrisinājumu sniedz formulas (22.7) un (22.8).

Četri stāvokļi. Vienādojums (2) satur tikai trīs nemainīgos mehānisma parametrus un tādēļ dod iespēju sintezējamam mehānismam uzdot ne vairāk kā trīs stāvokļus. Taču, rīkojoties tāpat kā 22-3. zīmējumā, par nezināmo var izvēlēties leņķu  $\varphi$  atskaites sākumu  $\alpha = \varphi_1$  un sintēzes uzdevumu formulēt šādi: doti trīs kloķa pagriezieni  $k_1, k_2, k_3$  un četri slīdņa stāvokļi  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , kas atbilst leņķiem

$$\varphi_1, \varphi_2 = \varphi_1 + k_1, \varphi_3 = \varphi_1 + k_2, \varphi_4 = \varphi_1 + k_3. \quad (5)$$

Atrast  $r, b, e$  un sākuma leņķi  $\varphi_1$ .

Uzdevuma atrisināšanai sastāda vienādojumu sistēmu

$$x_i^2 - 2r(x_i \cos \varphi_i - e \sin \varphi_i) = b^2 - r^2 - e^2; \\ i = 1, 2, 3, 4. \quad (6)$$

Izslēdz  $b$  no pirmā un otrā, pirmā un trešā un pirmā un ceturtā vienādojuma. No iegūtajiem trīs tipa (22.7) vienādojumiem izslēdz  $r$  un iegūst divus tipa (22.9) vienādojumus. No tiem izslēdz  $e$  un iegūst vienādojumu

$$(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)[a_4(x_3 \cos \varphi_3 - x_1 \cos \varphi_1) - a_3(x_4 \cos \varphi_4 - x_1 \cos \varphi_1)] + (\sin \varphi_3 - \sin \varphi_1)[a_2(x_4 \cos \varphi_4 - x_1 \cos \varphi_1) - a_4(x_2 \cos \varphi_2 - x_1 \cos \varphi_1)] + (\sin \varphi_4 - \sin \varphi_1)[a_3(x_2 \cos \varphi_2 - x_1 \cos \varphi_1) - a_2(x_3 \cos \varphi_3 - x_1 \cos \varphi_1)] = 0, \quad (7)$$

kur  $a_2 = x_2^2 - x_1^2$ ,  $a_3 = x_3^2 - x_1^2$ ,  $a_4 = x_4^2 - x_1^2$ .

Ievietojot pēdējā vienādojumā izteiksmes (5), iegūst vienādojumu

$$A \operatorname{tg}^2 \varphi_1 + B \operatorname{tg} \varphi_1 + C = 0, \quad (8)$$

kur  $A = (1 - \cos k_1)m_1 + (1 - \cos k_2)m_2 + (1 - \cos k_3)m_3$ ,

$$B = (1 - \cos k_1)n_1 + (1 - \cos k_2)n_2 + (1 - \cos k_3)n_3 - m_1 \sin k_1 - m_2 \sin k_2 - m_3 \sin k_3,$$

$$C = -n_1 \sin k_1 - n_2 \sin k_2 - n_3 \sin k_3;$$

$$m_1 = -a_4 x_3 \sin k_2 + a_3 x_4 \sin k_3,$$

$$m_2 = -a_2 x_4 \sin k_3 + a_4 x_2 \sin k_1,$$

$$m_3 = -a_3 x_2 \sin k_1 + a_2 x_3 \sin k_2;$$

$$n_1 = a_4 x_3 \cos k_2 - a_3 x_4 \cos k_3 + (a_3 - a_4)x_1,$$

$$n_2 = a_2 x_4 \cos k_3 - a_4 x_2 \cos k_1 + (a_4 - a_2)x_1,$$

$$n_3 = a_3 x_2 \cos k_1 - a_2 x_3 \cos k_2 + (a_2 - a_3)x_1.$$

Risinot sintēzes uzdevumu, vispirms aprēķina

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (22.10)$$

Atrastās  $\varphi_1$  vērtības ievieto izteiksmēs (5), un tad leņķus  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  — pirmajos trīs sistēmas (6) vienādojumos. Tādējādi iegūst sistēmu (4) un uzdevums reducējas uz trīs stāvokļu gadījumu.

**Pieci stāvokļi.** Vienādojums (2) satur piecus parametrus. Tāpēc vislielākais uzdodamo stāvokļu skaits, sintezējot kloka-slīdņa pārnesummehānismu, ir pieci. Sintēzes uzdevumu formulējam šādi: doti četri kloka pagriezieni  $k_1, k_2, k_3, k_4$  un tiem atbilstošie slīdņa pārvietojumi  $s_1, s_2, s_3, s_4$ ; pieciem kloka leņķiem

$$\varphi_1, \varphi_2 = \varphi_1 + k_1, \varphi_3 = \varphi_1 + k_2, \varphi_4 = \varphi_1 + k_3, \varphi_5 = \varphi_1 + k_4 \quad (9)$$

atbilst pieci slīdņa stāvokļi:

$$x_1, x_2 = x_1 + s_1, x_3 = x_1 + s_2, x_4 = x_1 + s_3, x_5 = x_1 + s_4. \quad (10)$$

Jāatrod  $r, b, e, \varphi_1, x_1$ .

Uzdevuma atrisināšanai sastāda vienādojumu sistēmu

$$x_i^2 - 2r(x_i \cos \varphi_i - e \sin \varphi_i) = b^2 - r^2 - e^2,$$

$$i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (11)$$

Tāpat kā iepriekšējā gadījumā izslēdz  $b$  un iegūst četrus tipa (22.7) vienādojumus. No tiem izslēdz  $r$  un iegūst trīs (22.9) tipa vienādojumus. No pēdējiem izslēdz  $e$  un iegūst divus (7) tipa vienādojumus; pirmais no tiem identisks (7), bet otrais atšķiras ar to, ka  $\varphi_4, x_4$  un  $a_4$  vietās ir lielumi  $\varphi_5, x_5, a_5 = x_5^2 - x_1^2$ . Ievietojot šajos divos vienādojumos izteiksmes (9), iegūst vienādojumu (22.10) un vienādojumu

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{-B_0 \pm \sqrt{B_0^2 - 4A_0C_0}}{2A_0}, \quad (12)$$

kur  $A_0, B_0, C_0$  atšķiras no  $A, B, C$  tikai ar to, ka  $x_4, \sin k_3, \cos k_3$  vietās ir  $x_5, \sin k_4, \cos k_4$ .

Izslēdzot  $\varphi_1$  no vienādojumiem (22.10) un (12), iegūst vienādojumu

$$y^4 - 2y^2(A^2z + A_0^2u) + (A^2z - A_0^2u)^2 = 0, \quad (22.11)$$

$$\text{kur } y = A_0B - AB_0, z = B_0^2 - 4A_0C_0, u = B^2 - 4AC.$$

Ievietojot vienādojumā (22.11) izteiksmes (10), iegūst sešpadsmitās pakāpes algebrisku vienādojumu, kas satur tikai nezīnāmo  $x_1$ . To aprēķina un pēc izteiksmēm (10) atrod  $x_2, x_3, x_4, x_5$ . Pirmos četrus lielumus ievieto pirmajos četros sistēmas (11) vienādojumos. Tādējādi iegūst sistēmu (6) un uzdevums reducējas uz četrus stāvokļu gadījumu.

## 22-6. Šarnīru četrstūra pārnesummehānismu sintēze

Aplūkosim šarnīru četrstūra sintēzi pēc dotiem rotējošo locekļu stāvokļu pāriem. Dzenošo locekli  $OA$  nosacīti sauksim par kloķi neatkarīgi no tā, vai tas sintezētā mehānismā var izdarīt pilnu apgriezību vai nevar. Ja doto kloķa un svārstīklas pāru skaits nav lie-

lāks par trīs, tad sintēzes uzdevumu vienkārši un uzskatāmi var atrisināt grafiski, lietojot kustības apgrīšanas metodi.

**22-6. piemērs** (22-15. zīm.). Doti nekustīgie šarnīri  $O$  un  $C$ , kļoņa stāvokļi  $a_1$  un  $a_2$  un tiem atbilstošie svārstīklas stāvokļi  $b_1$  un  $b_2$ , kā arī kļoņa garums  $OA$ . Sintezēt grafiski šarnīru četrstūri divu doto mehānisma stāvokļu realizēšanai.

**Atrisinājums.** Kļoķim pagriežoties par leņķi  $\varphi$ , svārstīklai jāpagriežas par leņķi  $\psi$ . Ja piešķir visam mehānismam pretēja virziena pagriezienu par leņķi  $-\psi$  ap centru  $C$ , tad svārstīkla paliek nekustīga stāvoklī  $b_1$ , statnei pagriežoties, kļoķis pagriežas pret to par leņķi  $\varphi$  un šarnīrs  $A$  nonāk punktā  $A'_2$ . Šarnīram  $B$  jāatrodas vienādos attālumos no punktiem  $A_1$  un  $A'_2$ , jo punktus  $A$  un  $B$  savieno klanis. Tas nozīmē, ka šarnīru  $B$  var izvēlēties uz nogriežņa  $A_1A'_2$  vidusperpendikula, piemēram, punktā  $B_1$ .

**22-7. piemērs** (22-16. zīm.). Uzdevums līdzīgs iepriekšējam, tikai divu sintezējamā mehānisma stāvokļu vietā doti trīs.

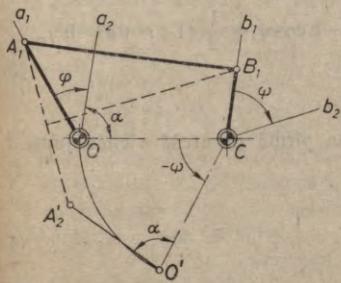
**Atrisinājums.** Divreiz atkārtojot iepriekšējā piemērā lietoto paņēmieni, svārstīklas šarnīru iegūst punktā  $B_1$ , kas vispār nesakrīt ar staru  $b_1$ .

Analitiskam atrisinājumam aplūkojamo sintēzes uzdevumu formulējam šādi: konstruēt šarnīru četrstūri (22-17. zīm.) ar leņķiem  $\varphi_i, \psi_i$  doto mehānisma stāvokļu  $i=1, 2, \dots$  realizēšanai. Šī sintēzes uzdevuma risināšanas metodika aplūkota 22-1. paragrāfā, kur sakarā ar 22-3. zīmējumu noskaidrots, ka mehānisma locekļu absolūtiem garumiem šajā uzdevumā nav nozīmes. Tāpēc izdevīgi pieņemt  $d=1$ , tas nozīmē, ka sintēzes gaitā jāatrod parametri  $r, a, b$ , par garuma vienību lietojot  $d$ .

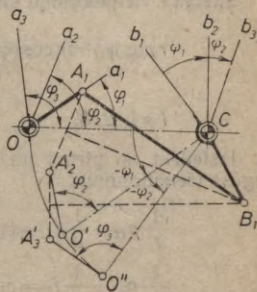
Ievietojot formulā (6.31) statnes izmēru  $d=1$ , iegūst sintēzei derīgu stāvokļa funkcijas izteiksmi

$$r \cos \varphi + ar \cos(\varphi - \psi) - a \cos \psi = \frac{1}{2} (1 + r^2 + a^2 - b^2). \quad (22.12)$$

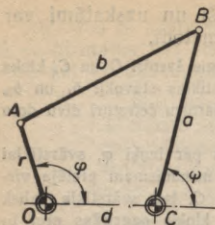
Atrisināsim uzdevumu dažādam prasīto stāvokļu skaitam.



22-15. zīm.



22-16. zīm.



22-17. zīm.

**Divi stāvokļi.** Doti  $\varphi_1, \psi_1; \varphi_2, \psi_2$ . Noteikt parametrus mehānismam, kas var atveidot šos stāvokļus.

Uzraksta divu vienādojumu sistēmu:

$$\left. \begin{aligned} r \cos \varphi_1 + ar \cos (\varphi_1 - \psi_1) - \\ - a \cos \psi_1 &= \frac{1}{2} (1 + r^2 + a^2 - b^2), \\ r \cos \varphi_2 + ar \cos (\varphi_2 - \psi_2) - \\ - a \cos \psi_2 &= \frac{1}{2} (1 + r^2 + a^2 - b^2), \end{aligned} \right\} (1)$$

kas satur 3 nezināmos  $r, a, b$ . Tāpēc viens no tiem jāizvēlas. Izslēdzot  $b$  no vienādojumiem (1), iegūst vienādojumu

$$r f_{12} + ar c_{12} - ap_{12} = 0, \quad (2)$$

kur  $f_{12} = \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2,$   
 $c_{12} = \cos (\varphi_1 - \psi_1) - \cos (\varphi_2 - \psi_2),$   
 $p_{12} = \cos \psi_1 - \cos \psi_2.$

No vienādojuma (2) atrod

$$r = \frac{ap_{12}}{f_{12} + ac_{12}}, \quad a = \frac{r f_{12}}{p_{12} - r c_{12}}. \quad (22.13)$$

Kad  $a$  un  $r$  noteikti, vienu no tiem izvēloties, tad, piemēram, no pirmā vienādojuma (1) aprēķina

$$b = \sqrt{1 + r^2 + a^2 - m}, \quad (22.14)$$

kur  $m = 2[r \cos \varphi_1 + ar \cos (\varphi_1 - \psi_1) - a \cos \psi_1]$ .

**Trīs stāvokļi.** Doti  $\varphi_i, \psi_i$ , kur  $i = 1, 2, 3$ . Atrast  $r, a, b$ .

Sastāda vienādojumu sistēmu

$$r \cos \varphi_i + ar \cos (\varphi_i - \psi_i) - a \cos \psi_i = \frac{1}{2} (1 + r^2 + a^2 - b^2), \quad (3)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Izslēdzot no pirmā un otrā un pirmā un trešā vienādojuma  $b$ , iegūst vienādojumus

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} p_{12} - \frac{1}{a} f_{12} &= c_{12}, \\ \frac{1}{r} p_{13} - \frac{1}{a} f_{12} &= c_{12}, \end{aligned} \right\} (4)$$

no kuriem

$$r = \frac{\begin{vmatrix} p_{12}f_{12} \\ p_{13}f_{13} \\ c_{12}f_{12} \\ c_{13}f_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} p_{12}f_{12} \\ p_{13}f_{13} \\ c_{12}p_{12} \\ c_{13}p_{13} \end{vmatrix}}, \quad a = \frac{\begin{vmatrix} p_{12}f_{12} \\ p_{13}f_{13} \\ c_{12}p_{12} \\ c_{13}p_{13} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} p_{12}f_{12} \\ p_{13}f_{13} \\ c_{12}p_{12} \\ c_{13}p_{13} \end{vmatrix}}. \quad (22.15)$$

Seit  $f_{13}$ ,  $c_{13}$ ,  $p_{13}$  sastādīti pēc vienādojuma (2) simbolu parauga. Kļaņa garumu  $b$  sniedz izteiksme (22.14).

**Četri stāvokļi.** Vienādojumā (22.12) ievēd ceturto nemainīgo parametru — kloķa sākuma leņķi  $\varphi_1$ . Sintēzes uzdevumu formulē šādi: doti trīs kloķa pagriezieni  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  un četri svārstīklas stāvokļi  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$ ,  $\psi_4$ , kas atbilst kloķa leņķiem

$$\varphi_1, \varphi_2 = \varphi_1 + k_1, \varphi_3 = \varphi_1 + k_2, \varphi_4 = \varphi_1 + k_3. \quad (5)$$

Atrast  $r$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\varphi_1$ .

Sastāda vienādojumu sistēmu

$$r \cos \varphi_i + ar \cos (\varphi_i - \psi_i) - a \cos \psi_i = \frac{1}{2} (1 + r^2 + a^2 - b^2), \quad (6)$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

Izslēdzot  $b$ , iegūst trīs tipa (4) vienādojumus. Izslēdz no tiem  $a$  un iegūst divus vienādojumus, kas satur  $r$ . Izslēdzot  $r$ , iegūst vienādojumu

$$f_{12} \begin{vmatrix} p_{13}c_{13} \\ p_{14}c_{14} \end{vmatrix} + p_{12} \begin{vmatrix} f_{13}c_{13} \\ f_{14}c_{14} \end{vmatrix} + c_{12} \begin{vmatrix} p_{13}f_{13} \\ p_{14}f_{14} \end{vmatrix} = 0. \quad (22.16)$$

Ja šajā vienādojumā ievieto izteiksmes (5), tad tas satur tikai vienu nezināmo  $\varphi_1$  un tam var piešķirt šādu veidu:

$$E \operatorname{tg}^2 \varphi_1 + F \operatorname{tg} \varphi_1 + G = 0, \quad (22.17)$$

kur  $E = d_1 \sin k_1 + d_2 \sin k_2 + d_3 \sin k_3$ ,

$$F = d_1 (1 - \cos k_1) + d_2 (1 - \cos k_2) + d_3 (1 - \cos k_3) + D_1 \sin k_1 + D_2 \sin k_2 + D_3 \sin k_3,$$

$$G = D_1 (1 - \cos k_1) + D_2 (1 - \cos k_2) + D_3 (1 - \cos k_3);$$

$$d_1 = \begin{vmatrix} p_{13}s_{13} \\ p_{14}s_{14} \end{vmatrix}, \quad d_2 = \begin{vmatrix} p_{12}s_{12} \\ p_{14}s_{14} \end{vmatrix}, \quad d_3 = \begin{vmatrix} s_{12}p_{12} \\ s_{13}p_{13} \end{vmatrix},$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} p_{13}k_{13} \\ p_{14}k_{14} \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} p_{12}k_{12} \\ p_{14}k_{14} \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} k_{12}p_{12} \\ k_{13}p_{13} \end{vmatrix};$$

$$s_{12} = \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2, \quad s_{13} = \sin \alpha_1 - \sin \alpha_3, \quad s_{14} = \sin \alpha_1 - \sin \alpha_4;$$

$$k_{12} = \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2, \quad k_{13} = \cos \alpha_1 - \cos \alpha_3, \quad k_{14} = \cos \alpha_1 - \cos \alpha_4;$$

$$\alpha_1 = \psi_1, \quad \alpha_2 = \psi_2 - k_1, \quad \alpha_3 = \psi_3 - k_2, \quad \alpha_4 = \psi_4 - k_3.$$

Aprēķina  $\varphi_1$  pēc formulas

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{-F \pm \sqrt{F^2 - 4EG}}{2E} \quad (22.18)$$

un, izmantojot izteiksmes (5), atrod  $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ . Ar vērtībām  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  un  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  uzdevums reducējas uz trīs stāvokļu gadījumu. Tāpēc  $r$  un  $a$  aprēķina pēc formulām (22.15), bet  $b$  — pēc formulas (22.14).

Pieci stāvokļi aprēķināmi pēc 22-5. paragrāfa parauga.

## 22-7. Šarnīru četrstūra virzītājmehānismu sintēze

Virzītājmehānismu sintēzes svarīga problēma ir doto klaņa plaknes stāvokļu atveidošana. Tai pieder klasiskais uzdevums: konstruēt šarnīru četrstūri, kura klaņa plakne, mehānismam kustoties, ieņem pēc kārtas  $n$  dotus stāvokļus, kas atrodas galīgā attālumā cits no cita. Aplūkosim šī uzdevuma risinājumu [78, 85].

Katru klaņa plaknes stāvokli  $i$  uzdosim ar kustīgās koordinātu sistēmas uz sākumpunkta  $M$  koordinātēm un ar leņķi  $\varphi$  starp nekustīgo  $x$  asi un kustīgo  $u$  asi (22-18. zīm.). Tātad doti  $x_{M_i}, y_{M_i}, \varphi_i$ , kur  $i=1, 2, \dots, n$ ; jāatrod šarnīru četrstūra parametri.

Uzdevums būs atrisināts, ja klaņa plaknē būs atrasti punkti  $A$  un  $B$ , kuru katra visi  $n$  stāvokļi atrodas uz savas aploces, un atrasti arī šo aploču centri  $O$  un  $C$ . Punktu  $A$  un  $B$  absolūtās un relatīvās koordinātes saista pazīstamās analitiskās ģeometrijas formulas:

$$\left. \begin{aligned} x_A &= x_M + u_A \cos \varphi - z_A \sin \varphi, \\ y_A &= y_M + u_A \sin \varphi + z_A \cos \varphi, \\ x_B &= x_M + u_B \cos \varphi - z_B \sin \varphi, \\ y_B &= y_M + u_B \sin \varphi + z_B \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ievietojot šīs izteiksmes punktu  $A$  un  $B$  aprakstāmo aploču vienādojumos

$$\left. \begin{aligned} (x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2 &= r^2, \\ (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 &= a^2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

iegūst divus vienādojumus (2), kas satur 10 nezināmus konstantus parametrus

$$u_A, z_A, u_B, z_B, x_O, y_O, x_C, y_C, r, a. \quad (3)$$

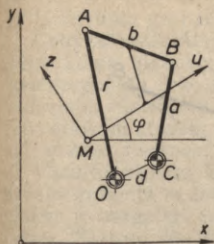
Katrs uzdotais klaņa plaknes stāvoklis ļauj uzrakstīt divus vienādojumus (2). Tātad visu 10 nezināmo aprēķināšanai jāuzdod pieci klaņa plaknes stāvokļi. Ja doto stāvokļu skaits  $n < 5$ , tad ir

$$f = 2(5 - n) \quad (4)$$

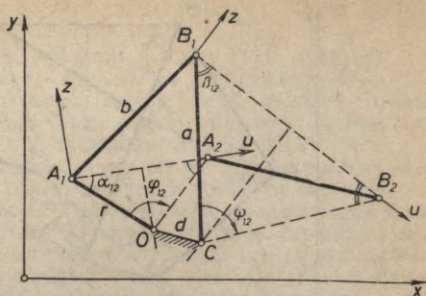
brīvo parametru, kuri jāizvēlas, vadoties no konstruktīviem apsvērumiem.

Lielumi  $b$  un  $d$  nav patstāvīgi nezināmie; ja atrasti lielumi (3), tad  $b$  un  $d$  var aprēķināt pēc distances formulas:

$$b^2 = (u_A - u_B)^2 + (z_A - z_B)^2, \quad d^2 = (x_O - x_C)^2 + (y_O - y_C)^2. \quad (5)$$



22-18. zīm.



22-19. zīm.

Aplūkosim šarnīru četrstūra konstruēšanu dažādām doto kļāņa plaknes stāvokļi skaitam.

**Divi stāvokļi.** Šajā gadījumā brīvo parametru skaits  $f=6$ . Par tiem izvēlamies kustīgo šarnīru  $A$  un  $B$  koordinātes, jo caur kļāņa plaknes ikviena punkta diviem stāvokļiem var novilkt aploci, un — rotējošo locekļu pagriezienu leņķus  $\varphi_{12}$  un  $\psi_{12}$ . Tad saskaņā ar 22-19. zīmējumu

$$\alpha_{12} = \frac{1}{2} (180^\circ - \varphi_{12}), \quad \beta_{12} = \frac{1}{2} (180^\circ - \psi_{12}). \quad (22.19)$$

Sos leņķus var izmantot uzdevuma grafiskai risināšanai.

Cetrus nezināmos — nekustīgo šarnīru  $O$  un  $C$  koordinātes aprēķina ar trešā punkta formulām (6.29), ievietojot tajās  $u_O = \frac{1}{2}$

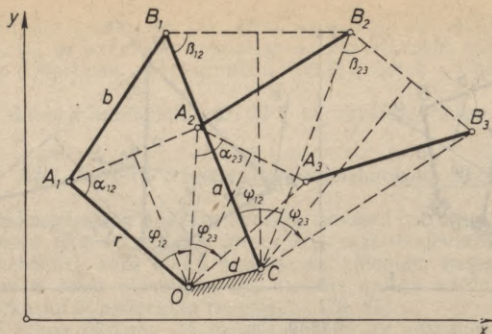
$$z_O = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_{12}}{2}, \quad u_C = \frac{1}{2}, \quad z_C = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\psi_{12}}{2}.$$

Tā rikojojies, iegūst, ka

$$\left. \begin{aligned} x_O &= \frac{1}{2} \left[ x_{A_2} + x_{A_1} + (y_{A_2} - y_{A_1}) \operatorname{ctg} \frac{\varphi_{12}}{2} \right], \\ y_O &= \frac{1}{2} \left[ y_{A_2} + y_{A_1} - (x_{A_2} - x_{A_1}) \operatorname{ctg} \frac{\varphi_{12}}{2} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (22.20)$$

$$\left. \begin{aligned} x_C &= \frac{1}{2} \left[ x_{B_2} + x_{B_1} + (y_{B_2} - y_{B_1}) \operatorname{ctg} \frac{\psi_{12}}{2} \right], \\ y_C &= \frac{1}{2} \left[ y_{B_2} + y_{B_1} - (x_{B_2} - x_{B_1}) \operatorname{ctg} \frac{\psi_{12}}{2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (22.21)$$

Locekļu garumus aprēķina pēc formulām (2) un (5).



22-20. zīm.

**Trīs stāvokļi.** Arī šoreiz izraugās kustīgo šarnīru  $A$  un  $B$  koordinātes, jo caur katriem punktu  $A$  un  $B$  trim stāvokļiem var novilkt savu aploci. Tādējādi izmantots viss brīvo parametru skaits  $f=4$ . Pārējie 6 parametri — nekustīgo šarnīru koordinātes un rotējošo locekļu pagriezienu leņķi, jāaprēķina. Šajā nolūkā vienādojumiem (22.20), (22.21) pievieno vienādojumus:

$$\left. \begin{aligned} x_O &= \frac{1}{2} \left[ x_{A_3} + x_{A_2} + (y_{A_3} - y_{A_2}) \operatorname{ctg} \frac{\varphi_{13}}{2} \right], \\ y_O &= \frac{1}{2} \left[ y_{A_3} + y_{A_2} - (x_{A_3} - x_{A_2}) \operatorname{ctg} \frac{\varphi_{13}}{2} \right]; \end{aligned} \right\} \quad (22.22)$$

$$\left. \begin{aligned} x_C &= \frac{1}{2} \left[ x_{B_3} + x_{B_2} + (y_{B_3} - y_{B_2}) \operatorname{ctg} \frac{\psi_{13}}{2} \right], \\ y_C &= \frac{1}{2} \left[ y_{B_3} + y_{B_2} - (x_{B_3} - x_{B_2}) \operatorname{ctg} \frac{\psi_{13}}{2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (22.23)$$

No izteiksmēm (22.20) un (22.22), (22.21) un (22.23) iegūst nezināmo pagriezienu leņķu aprēķināšanai noderīgas izteiksmes:

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi_{12}}{2} = \frac{(x_{A_3} - x_{A_1})(x_{A_3} - x_{A_2}) + (y_{A_3} - y_{A_1})(y_{A_3} - y_{A_2})}{(x_{A_3} - x_{A_2})(y_{A_2} - y_{A_1}) - (x_{A_2} - x_{A_1})(y_{A_3} - y_{A_2})}, \quad (22.24)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\psi_{12}}{2} = \frac{(x_{B_3} - x_{B_1})(x_{B_3} - x_{B_2}) + (y_{B_3} - y_{B_1})(y_{B_3} - y_{B_2})}{(x_{B_3} - x_{B_1})(y_{B_2} - y_{B_1}) - (x_{B_2} - x_{B_1})(y_{B_3} - y_{B_2})}. \quad (22.25)$$

Atrastos kotangensus ievieto formulās (22.20) (22.21) un aprēķina nekustīgo šarnīru koordinātes. Pēc tam aprēķina pagriezienu

leņķus  $\varphi_{13}, \psi_{13}$ , izmantojot pa vienai no formulām (22.22) un (22.23).  
Locekļu garumus aprēķina pēc formulām (2) un (5).

Uzdevuma grafiskais atrisinājums redzams 22-20. zīmējumā.

**Četri stāvokļi.** Atšķirībā no iepriekšējiem gadījumiem kustīgos šarnīrus klaņa plaknē tagad nevar izvēlēties brīvi, jo klaņa plaknes ikviena punkta četri stāvokļi vairs neatrodas uz vienas aploces. Lai uzdevumu atrisinātu, jāatrod tādi klaņa plaknes punkti, kuru visi četri stāvokļi atrodas uz vienas aploces vai taisnes. Šos punktus sauc par *aploces punktiem*, un tikai tie noder par kustīgiem šarnīriem.

Vācu zinātnieks Burmesters parādīja 1888. gadā Leipcigā iznākušajā grāmatā «Lehrbuch der Kinematik», ka aploces punktu klaņa plaknē ir bezgalīgi daudz un tie visi atrodas uz t. s. *aploces punktu liknes*. Katram šīs liknes punktam atbilst attiecīgās aploces *centrs*. Visi centri nekustīgā plaknē novietojas uz *centru liknes*, kas ir nekustīgo šarnīru ģeometriskā vieta.

Starp bezgalīgi daudzajiem aploces punktiem ir t. s. *Bolla punkts*, kura visi četri stāvokļi atrodas uz vienas taisnes. Ja vienu kustīgo šarnīru izvēlas Bolla punktā, tad šarnīru četrstūra vietā sintēzes rezultātā iegūst četrlocekļu mehānismu ar vienu slīdpāri, t. i., kloķa-slīdņa vai svārstiklas-slīdņa mehānismu.

Sintēzes uzdevumu saskaņā ar 22-18. zīmējumu formulējam šādi. Doti  $x_M, y_M, \varphi_i$ , kur  $i=1, 2, 3, 4$ . Noteikt aploces punktu un centru liknes, kā arī Bolla punktu. Ja minētie objekti būs atrasti, tad no bezgalīgi daudziem iespējamiem sintezējamā mehānisma variantiem varēsīm izraudzīties dotajai praktiskajai vajadzībai piemērotāko.

Meklējamo aploces punktu koordinātes nekustīgā plaknē turpmāk apzīmēsim ar  $x, y$ , bet kustīgā ar  $u, z$ . Atbilstoši formulām (1)

$$\left. \begin{aligned} x &= x_M + u \cos \varphi - z \sin \varphi, \\ y &= y_M + u \sin \varphi + z \cos \varphi. \end{aligned} \right\} (6)$$

Atšķirībā no trešā punkta formulām (6.29) šeit  $u$  un  $z$  mērītas nekustīgo koordinātu garuma vienībās.

Noskaidrosim, kā savā starpā jāsaistās aploces punkta  $A(x, y)$  četrus stāvokļu koordinātēm, lai tas tiešām būtu aploces punkts.

Aploces punkta četrus stāvokļu koordinātēm ir jāapmierina vienādojumu sistēma

$$(x_i - x_C)^2 + (y_i - y_C)^2 = a^2, \quad i=1, 2, 3, 4, \quad (7)$$

kur  $C$  — aploces punktam  $A$  atbilstošās aploces centrs un  $a$  — šīs aploces rādiuss. Izslēdzot  $a, x_C, y_C$  no vienādojumiem (7), iegūstam vienādojumu [85]:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 + y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 + y_2^2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 + y_3^2 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4^2 + y_4^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (22.26)$$

Sis vienādojums ļauj pārbaudīt, vai četri punkti atrodas uz vienas aploces vai taisnes. Ceturtās kārtas determinantu (22.26) varam pārveidot par trešās kārtas determinantu un iegūt vienādojumu

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_4 & y_1 - y_4 & r_1 - r_4 \\ x_2 - x_4 & y_2 - y_4 & r_2 - r_4 \\ x_3 - x_4 & y_3 - y_4 & r_3 - r_4 \end{vmatrix} = 0, \quad (8)$$

kur  $r_i = x_i^2 + y_i^2$ . Īsāk vienādojumu (8) varam uzrakstīt šādi:

$$|x_{i4} \ y_{i4} \ r_{i4}| = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Meklēsim aploces punktu liknes vienādojumu kustīgo koordinātu sistēmā. Atbilstoši formulām (6) aploces punktu absolūtās un relatīvās koordinātes saistās šādi:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \xi_i + \varkappa_i u - \sigma_i z, \\ y_i &= \eta_i + \sigma_i u + \varkappa_i z, \end{aligned} \right\} i = 1, 2, 3, 4, \quad (22.27)$$

kur  $\xi_i = x_{M_i}$ ,  $\eta_i = y_{M_i}$ ,  $\varkappa_i = \cos \varphi_i$ ,  $\sigma_i = \sin \varphi_i$ . Ievietojot izteiksmes (22.27) vienādojumā (8), iegūstam aploces punktu liknes vienādojumu

$$a_0 + a_1 u + a_2 z + a_{11} u^2 + a_{12} u z + a_{22} z^2 + a_{13} u(u^2 + z^2) + a_{23} z(u^2 + z^2) = 0. \quad (22.28)$$

Sī vienādojuma koeficienti ir doto lielumu  $\xi_i$ ,  $\eta_i$ ,  $\varkappa_i$ ,  $\sigma_i$  funkcijas, kur  $i = 1, 2, 3, 4$ . Ja lieto apzīmējumus

$$\xi_{i4} = \xi_i - \xi_4, \quad \eta_{i4} = \eta_i - \eta_4, \quad \varkappa_{i4} = \varkappa_i - \varkappa_4, \quad \sigma_{i4} = \sigma_i - \sigma_4,$$

$$Q_{i4} = Q_i - Q_4 = (\xi_i^2 + \eta_i^2) - (\xi_4^2 + \eta_4^2),$$

$$\mu_{i4} = \mu_i - \mu_4 = (\xi_i \sigma_i - \eta_i \varkappa_i) - (\xi_4 \sigma_4 - \eta_4 \varkappa_4),$$

$$\nu_{i4} = \nu_i - \nu_4 = (\xi_i \varkappa_i + \eta_i \sigma_i) - (\xi_4 \varkappa_4 + \eta_4 \sigma_4),$$

tad aploces punktu vienādojuma koeficienti izsakāmi kā trešās kārtas determinantu lineāras funkcijas:

$$a_0 = | \xi_{i4} \eta_{i4} Q_{i4} |,$$

$$a_1 = 2 | \xi_{i4} \eta_{i4} \nu_{i4} | - | \eta_{i4} \varkappa_{i4} Q_{i4} | + | \xi_{i4} \sigma_{i4} Q_{i4} |,$$

$$a_2 = -2 | \xi_{i4} \eta_{i4} \mu_{i4} | + | \eta_{i4} \sigma_{i4} Q_{i4} | + | \xi_{i4} \varkappa_{i4} Q_{i4} |,$$

$$a_{11} = 2 ( | \xi_{i4} \sigma_{i4} \nu_{i4} | - | \eta_{i4} \varkappa_{i4} \nu_{i4} | ) + | \varkappa_{i4} \sigma_{i4} Q_{i4} |,$$

$$a_{12} = 2 ( | \xi_{i4} \varkappa_{i4} \nu_{i4} | + | \eta_{i4} \sigma_{i4} \nu_{i4} | - | \xi_{i4} \sigma_{i4} \mu_{i4} | + | \eta_{i4} \varkappa_{i4} \mu_{i4} | ),$$

$$a_{22} = -2 ( | \xi_{i4} \varkappa_{i4} \mu_{i4} | + | \eta_{i4} \sigma_{i4} \mu_{i4} | ) + | \varkappa_{i4} \sigma_{i4} Q_{i4} |,$$

$$a_{13} = 2 | \varkappa_{i4} \sigma_{i4} \nu_{i4} |,$$

$$a_{23} = -2 | \varkappa_{i4} \sigma_{i4} \mu_{i4} |.$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Aploces punktu liknes koordinātu atrašanai varam izraudzīties koordinātes  $u$ , bet tām atbilstošās  $z$  koordinātes aprēķināt no vienādojuma

$$az^3 + bz^2 + cz + d = 0, \quad (22.29)$$

kur  $a = a_{23}$ ,

$$b = a_{22} + a_{13}u,$$

$$c = a_2 + a_{12}u + a_{23}u^2,$$

$$d = a_0 + a_{11}u + a_{11}u^2 + a_{13}u^3.$$

Tādējādi varam aprēķināt vēlamo daudzumu aploces punktu un konstruēt kļāpla plaknē līkni (22.28).

Nākamais jautājums — aploces punktiem  $A(u, z)$  atbilstošo centru  $C(x_C, y_C)$  noteikšana. Šie centri atrodas uz centra liknes nekustīgajā plaknē. Atradīsim funkcijas  $x_C = x_C(u, z)$ ,  $y_C = y_C(u, z)$ .

Aploces punkta  $A(x, y)$  trīs stāvokļu attālums no centra  $C(x_C, y_C)$  nekustīgā plaknē ir vienāds, t. i.,

$$\left. \begin{aligned} (x_1 - x_C)^2 + (y_1 - y_C)^2 &= (x_2 - x_C)^2 + (y_2 - y_C)^2, \\ (x_1 - x_C)^2 + (y_1 - y_C)^2 &= (x_3 - x_C)^2 + (y_3 - y_C)^2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

No šiem vienādojumiem atrodam

$$x_C = - \frac{\begin{vmatrix} 1 & y_1 & x_1^2 + y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2^2 + y_2^2 \\ 1 & y_3 & x_3^2 + y_3^2 \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}}, \quad y_C = \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 + y_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 + y_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 + y_3^2 \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}}. \quad (22.30)$$

Šīs izteiksmes derīgas nekustīgo šarnīru koordinātu tiešam aprēķinam iepriekš aplūkotajā trīs stāvokļu uzdevumā. Pazeminot determinantu kārtu tāpat kā vienādojumā (22.26), iegūstam

$$x_C = - \frac{\begin{vmatrix} y_{13} & r_{13} \\ y_{23} & r_{23} \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} x_{13} & y_{13} \\ x_{23} & y_{23} \end{vmatrix}} = - \frac{D_x}{2D}, \quad y_C = \frac{\begin{vmatrix} x_{13} & r_{13} \\ x_{23} & r_{23} \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} x_{13} & y_{13} \\ x_{23} & y_{23} \end{vmatrix}} = \frac{D_y}{2D}. \quad (22.31)$$

Ievietojot šeit izteiksmes (22.27), iegūstam meklētās funkcijas  $x_C = x_C(u, z)$ ,  $y_C = y_C(u, z)$ . Ievietošanas rezultāts ir šāds:

$$D_x = b_0 + b_1 u + b_2 z + b_{11} u^2 + b_{12} u z + b_{22} z^2; \quad (11)$$

$$b_0 = \begin{vmatrix} \eta_{13} & Q_{13} \\ \eta_{23} & Q_{23} \end{vmatrix}, \quad b_1 = \begin{vmatrix} \sigma_{13} & Q_{13} \\ \sigma_{23} & Q_{23} \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} \eta_{13} & v_{13} \\ \eta_{23} & v_{23} \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
b_2 &= \begin{vmatrix} \kappa_{13} & Q_{13} \\ \kappa_{23} & Q_{23} \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} \eta_{13} & \mu_{13} \\ \eta_{23} & \mu_{23} \end{vmatrix}, & b_{11} &= 2 \begin{vmatrix} \sigma_{13} & \nu_{13} \\ \sigma_{23} & \nu_{23} \end{vmatrix}, \\
b_{12} &= 2 \left( \begin{vmatrix} \kappa_{13} & \nu_{13} \\ \kappa_{23} & \nu_{23} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \sigma_{13} & \mu_{13} \\ \sigma_{23} & \mu_{23} \end{vmatrix} \right), & b_{22} &= -2 \begin{vmatrix} \kappa_{13} & \mu_{13} \\ \kappa_{23} & \mu_{23} \end{vmatrix}; \\
D_y &= c_0 + c_1 u + c_2 z + c_{11} u^2 + c_{12} u z + c_{22} z^2; & (12) \\
c_0 &= \begin{vmatrix} \xi_{13} & Q_{13} \\ \xi_{23} & Q_{23} \end{vmatrix}, & c_1 &= \begin{vmatrix} \kappa_{13} & Q_{13} \\ \kappa_{23} & Q_{23} \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} \xi_{13} & \nu_{13} \\ \xi_{23} & \nu_{23} \end{vmatrix}, \\
c_2 &= - \begin{vmatrix} \sigma_{13} & Q_{13} \\ \sigma_{23} & Q_{23} \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} \xi_{13} & \mu_{13} \\ \xi_{23} & \mu_{23} \end{vmatrix}, & c_{11} &= 2 \begin{vmatrix} \kappa_{13} & \nu_{13} \\ \kappa_{23} & \nu_{23} \end{vmatrix}, \\
c_{12} &= -2 \left( \begin{vmatrix} \sigma_{13} & \nu_{13} \\ \sigma_{23} & \nu_{23} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \kappa_{13} & \mu_{13} \\ \kappa_{23} & \mu_{23} \end{vmatrix} \right), & c_{22} &= 2 \begin{vmatrix} \sigma_{13} & \mu_{13} \\ \sigma_{23} & \mu_{23} \end{vmatrix}; \\
D &= d_0 + d_1 u + d_2 z + d_3 (u^2 + z^2); & (13) \\
d_0 &= \begin{vmatrix} \xi_{13} & \eta_{13} \\ \xi_{23} & \eta_{23} \end{vmatrix}, & d_1 &= \begin{vmatrix} \xi_{13} & \sigma_{13} \\ \xi_{23} & \sigma_{23} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \eta_{13} & \kappa_{13} \\ \eta_{23} & \kappa_{23} \end{vmatrix}, \\
d_2 &= \begin{vmatrix} \xi_{13} & \kappa_{13} \\ \xi_{23} & \kappa_{23} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \eta_{13} & \sigma_{13} \\ \eta_{23} & \sigma_{23} \end{vmatrix}, & d_3 &= \begin{vmatrix} \kappa_{13} & \sigma_{13} \\ \kappa_{23} & \sigma_{23} \end{vmatrix}.
\end{aligned}$$

Tādējādi varam aprēķināt katram aploces punktam  $A(u, z)$  atbilstošo centru  $C(x_c, y_c)$  un konstruēt centru līkni nekustīgā plaknē.

Ja iepriekšējās formulās indeksa 3 vietā rakstām indeksu 4, tad katram aploces punktam jāiegūst tas pats centrs. So apstākli varam izmantot aprēķinu pareizības pārbaudei. Bez tam indeksu 4 izdevīgi lietot jau sākumā, jo tad formulu (11), (12), (13) koeficientu aprēķinām derīgas aploces punktu vienādojuma koeficientos agrāk lietotās skaitliskās vērtības.

Bolla punktam  $A(u_B, z_B) \equiv B$  atbilstošais centrs atrodas bezgalībā. Tāpēc Bolla punkta koordinātes apmierina ne tikai vienādojumu (22.28), bet arī vienādojumu

$$d_0 + d_1 u + d_2 z + d_3 (u^2 + z^2) = 0. \quad (22.32)$$

Sis vienādojums izsaka aploci ar rādiusu

$$R = \frac{1}{2d_3} \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 4d_0 d_3} \quad (22.33)$$

un centru punktā  $O(u_0, z_0)$ , kur

$$u_0 = -\frac{d_1}{2d_3}, \quad z_0 = -\frac{d_2}{2d_3}. \quad (22.34)$$

Izteiksmju (22.30) saucēju determinants  $D$  izsaka aploces punkta

trīs stāvokļiem atbilstošā trīsstūra divkāršu laukumam. Tā kā Bolla punkta trīs stāvokļi atrodas uz vienas taisnes, tad

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

Taču uz vienas taisnes atrodas ne tikai Bolla punkta, bet visu aploces (22.32) punktu trīs stāvokļi. Tas nozīmē, ka triju stāvokļu uzdevumā «Bolla punktu» ir bezgalīgi daudz un tie visi atrodas uz vienas aploces.

Aploce (22.32) krustojas ar aploces punktu līkni (22.28) vairākos punktos. Tāpēc ir lietderīgi caur Bolla punktu novilkt vēl vienu aploci

$$d''_0 + d''_1 u + d''_2 z + d''_3 (u^2 + z^2) = 0 \quad (22.35)$$

no četrām iespējamām. Šīs aploces vienādojuma koeficientus iegūst, aizvietojojot indeksus 3 ar indeksiem 4 vienādojuma (13) koeficientu izteiksmēs. Aploces (22.32) un (22.35) krustojas divos punktos, no kuriem viens ir Bolla punkts.

Izslēdzot  $u^2 + z^2$  no vienādojumiem (22.32) un (22.35), iegūstam izteiksmi

$$z = m + pu, \quad (22.36)$$

kur

$$m = - \frac{\begin{vmatrix} d_0 d_3 \\ d''_0 d''_3 \\ d_2 d_3 \\ d''_2 d''_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_0 d_3 \\ d''_0 d''_3 \\ d_2 d_3 \\ d''_2 d''_3 \end{vmatrix}}, \quad p = - \frac{\begin{vmatrix} d_1 d_3 \\ d''_1 d''_3 \\ d_2 d_3 \\ d''_2 d''_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} d_0 d_3 \\ d''_0 d''_3 \\ d_2 d_3 \\ d''_2 d''_3 \end{vmatrix}}.$$

Ievietojot izteiksmi (22.36) vienādojumā (22.32), iegūstam kvadrātviensējumu, kura saknes

$$u_{1,2} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4B_0 B_2}}{2B_2}, \quad (22.37)$$

kur  $B_1 = d_1 + p d_2 + 2mp d_3$ ,  $B_2 = (1 + p^2) d_3$ ,  
 $B_0 = d_0 + m d_2 + m^2 d_3$ .

Ar formulām (22.36) un (22.37) aprēķinām abu aploču krustpunktus  $u_1, z_1$  un  $u_2, z_2$  un pārbaudām, kurš no tiem ir Bolla punkts.

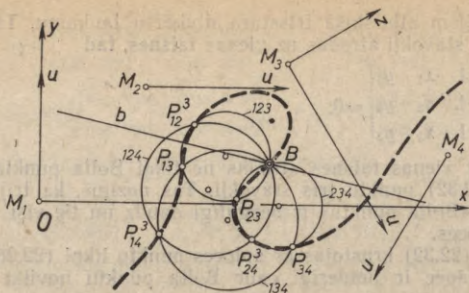
Tā kā Bolla punkta četri stāvokļi atrodas uz vienas taisnes, tad

$$\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = \frac{x_1 - x_3}{y_1 - y_3} = \frac{x_1 - x_4}{y_1 - y_4}. \quad (15)$$

Ievietojot šeit izteiksmes (22.27), iegūstam sakarību

$$\frac{\xi_{12} + u\chi_{12} - z\sigma_{12}}{\eta_{12} + u\sigma_{12} + z\chi_{12}} = \frac{\xi_{13} + u\chi_{13} - z\sigma_{13}}{\eta_{13} + u\sigma_{13} + z\chi_{13}} = \frac{\xi_{14} + u\chi_{14} - z\sigma_{14}}{\eta_{14} + u\sigma_{14} + z\chi_{14}}, \quad (22.38)$$

ko apmierina tikai Bolla punkta koordinātes.



22-21. zīm.

Redzams, ka Bolla punkta četri stāvokļi atrodas uz taisnes

$$\frac{x - (\xi_1 + u_B \kappa_1 - z \sigma_1)}{\xi_{12} + u_B \kappa_{12} - z_B \sigma_{12}} = \frac{y - (\eta_1 + u_B \sigma_1 + z_B \kappa_1)}{\eta_{12} + u_B \sigma_{12} + z_B \kappa_{12}}, \quad (22.39)$$

kurās virziena koeficients

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\eta_{ik} + u_B \sigma_{ik} + z_B \kappa_{ik}}{\xi_{ik} + u_B \kappa_{ik} - z_B \sigma_{ik}}; \quad (22.40)$$

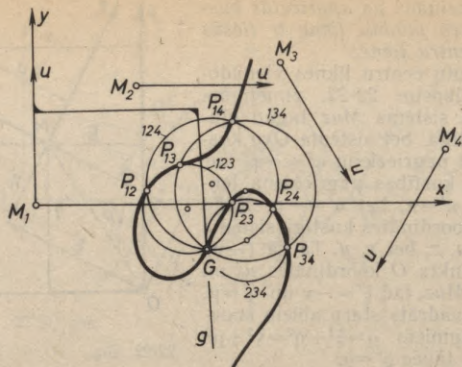
šeit  $i$  un  $k$  jebkuri divi no indeksiem 1, 2, 3, 4.

Kombinējot šos indeksus pa trim vienādojuma (13) koeficientu aprēķinā, iegūstam četras aploces (22.32), kas krustojas septiņos punktos: Bolla punktā un sešos no kinemātikas pazīstamos pagrieziena centros, kurus pieņemts saukt par *poliem*. Tā kā šo četru aploču katra punkta trīs stāvokļi vispārīgi atrodas uz vienas taisnes, tad, pēc analogijas ar trīs bezgalīgi tuvu stāvokļu kinemātiku, sauksim šīs aploces par *infleksijas aplocēm*.

Teiktais ilustrēts 22-21. zīmējumā. Kustīgā koordinātu sistēma *Muz*, aploces punktu līkne, infleksijas aploces un Bolla punkts *B* parādīti stāvoklī 3. Katrs tikai divu infleksijas aploču krustpunkts ir pols, kam ir abu aploču vienādie indeksi. Ja šie divi indeksi nesatur sistēmas *Muz* stāvokļa indeksu, tad to kā augšējo indeksu pievieno pola apzīmējumam *P*, tādējādi rorādot, ka šis pols parādīts dotajā sistēmas *Muz* stāvoklī, bet nekustīgajā koordinātu sistēmā *Oxy* atrodas citā vietā. Poli, kuriem ir tikai apakšējie indeksi, abās koordinātu sistēmās sakrīt. Poli ir aploces punktu līknes punkti. *Aploces punktu līknes vienādojuma* (22.28) *koeficienti nav atkarīgi no nekustīgās koordinātu sistēmas Oxy izvēles*. Šajā sistēmā parādīta Bolla taisne *b*.

Ja šarnīru četrstūra klani padarīsim par statni, bet statni — par klani, tad kustīgie šarnīri kļūs nekustīgi, bet nekustīgie — kustīgi.





22-23. zīm.

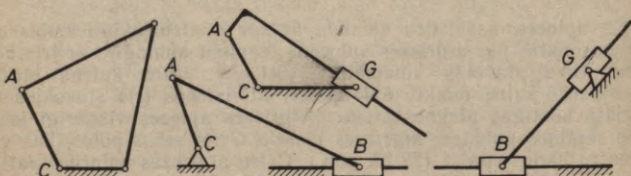
piederošā atgriezes taisne  $g$ , kuras virziena koeficients koordinātu sistēmā  $Muz$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_{ik} - x_G \sigma_{ik} + y_G \kappa_{ik}}{-v_{ik} + x_G \kappa_{ik} + y_G \sigma_{ik}} \quad (22.44)$$

iegūstams, izdarot formulā (22.40) substitūciju (16).

Tagad redzams, ka dotos četrus kustīgās plaknes stāvokļus var atveidot ne tikai ar šarnīru četrstūri un kloķa-slīdņa vai svārstīklas-slīdņa mehānismiem, bet arī ar kloķa-svārstīgās kulises vai svārstīklas-svārstīgās kulises un ar slīdņa-svārstīgās kulises mehānismiem. Minēto četru tipu mehānismi attēloti 22-24. zīmējumā. Atsevišķos gadījumos iespējami arī divslīdņu un divu svārstīgo kulīšu mehānismi.

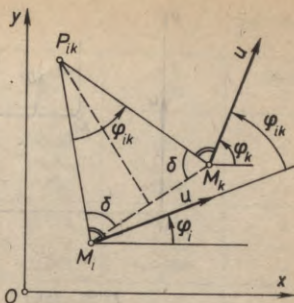
Ja vienādojumu (22.28) un (22.41) pēdējie divi koeficienti ir nulle, tad aplocēs punktu un centru liknes ir koniskie šķēļumi. Šīs liknes var saskaldīties koniskos šķēļumos un atsevišķās taisnēs arī tad, ja minētais noteikums nav izpildīts.



22-24. zīm.

Poli ir centru liknes un aploces punktu liknes punkti, kas atrodami neatkarīgi no šo likņu vienādojumiem. Pola  $P_{ik}$  koordinātes nekustīgā plaknē (22-25. zīm.) aprēķināmas pēc formulu (22-20) parauga:

$$\left. \begin{aligned} x_{ik} &= \frac{1}{2} [\xi_i + \xi_k + \\ &+ (\eta_i - \eta_k) a_{ik}], \\ y_{ik} &= \frac{1}{2} [\eta_i + \eta_k - \\ &- (\xi_i - \xi_k) a_{ik}], \end{aligned} \right\} \quad (22.45)$$



22-25. zīm.

kur  $a_{ik} = \operatorname{tg} \delta = \operatorname{ctg} \frac{\varphi_{ik}}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\varphi_k - \varphi_i}{2}$ .

Pola koordinātu izteiksmes kustīgā plaknē izriet no formulām (22.45) un (22.27):

$$\left. \begin{aligned} u_{ik} &= \frac{1}{2} [(\xi_k - \xi_i)(\alpha_i + \sigma_i a_{ik}) + (\eta_k + \eta_i)(\sigma_i - \alpha_i a_{ik})], \\ z_{ik} &= \frac{1}{2} [(\eta_k - \eta_i)(\alpha_i + \sigma_i a_{ik}) - (\xi_k - \xi_i)(\sigma_i - \alpha_i a_{ik})]. \end{aligned} \right\} \quad (22.46)$$

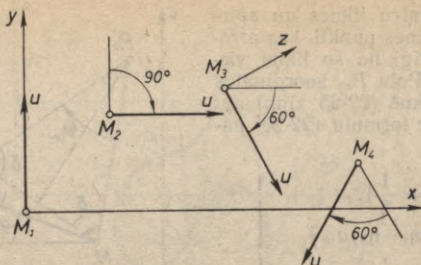
Polus var aprēķināt arī kā attiecīgo aploču krustpunktus pēc vienādojumu (22.36) un (22.37) parauga.

Aplūkoto aploces punktu un centru likņu aprēķina metodi ar labiem panākumiem var lietot arī dažādu pārnesummehānismu projektēšanai, kur četriem vedošā locekļa stāvokļiem atbilst doti četri vedamā locekļa stāvokļi. Šādos gadījumos vispirms ar kustības apgriešanas metodi, kas parādīta 22-12., 22-13., 22-15. un 22-16. zīmējumā, noskaidrojām vedošā locekļa četrus relatīvos stāvokļus attiecībā pret iedomāti nekustīgu vedamo locekli vai otrādi un tādejādi reducējam pārnesummehānisma sintēzes uzdevumu uz virzītājmehānisma sintēzes uzdevumu. Ar šo metodi iegūtie atrisinājumi atšķiras no tieši iegūtiem atrisinājumiem, kuru piemēri aplūkoti iepriekšējos divos paragrāfos, ar lielām optimizācijas iespējām, jo četru stāvokļu pāru gadījumā iegūstam neierobežoti daudz atrisinājumu.

Pielietosim aplūkoto teoriju konkrēta piemēra atrisināšanā.

22-8. piemērs. Saskaņā ar 22-26. zīmējumu doti četri plaknes stāvokļi:

$$\begin{array}{cccc} \xi_1 = 0 & \xi_2 = 5,6 & \xi_3 = 13,45 & \xi_4 = 22,25 \\ \eta_1 = 0 & \eta_2 = 6,4 & \eta_3 = 7,6 & \eta_4 = 2,95 \end{array}$$



22-26. zīm.

$$\begin{aligned} \kappa_1=0 & \quad \kappa_2=1 & \quad \kappa_3=0,5 & \quad \kappa_4=-0,5 \\ \sigma_1=1 & \quad \sigma_2=0 & \quad \sigma_3=-0,866 & \quad \sigma_4=-0,866 \end{aligned}$$

Punkta  $M(\xi, \eta)$  koordinātes dotas decimetros. Konstruēt četrlocekļu mehānismu doto kļaua stāvokļa realizēšanai.

Atrisinājums. Aprēķinām aploces punktu vienādojuma (22.28) koeficientu sastāvdaļas:

$$\begin{aligned} Q_1=0 & \quad Q_2=72,320 & \quad Q_3=238,663 & \quad Q_4=503,765 \\ \mu_1=0 & \quad \mu_2=-6,4 & \quad \mu_3=-15,447 & \quad \mu_4=-17,794 \\ v_1=0 & \quad v_2=5,6 & \quad v_3=0,1434 & \quad v_4=-13,680 \end{aligned}$$

ko izmantojam 22-1. tabulā sakopto diferencu aprēķinam.

22-1. tabula

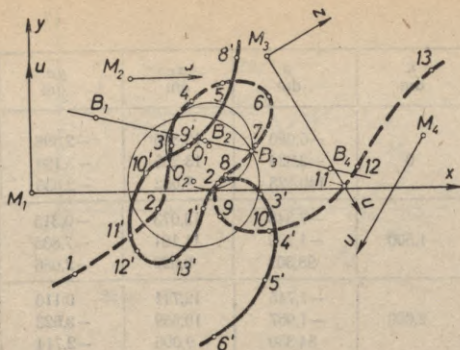
$i$	$\xi_{i4}$	$\eta_{i4}$	$\kappa_{i4}$	$\sigma_{i4}$	$Q_{i4}$	$\mu_{i4}$	$v_{i4}$
1	-22,25	-2,95	0,5	1,866	-503,765	17,794	13,680
2	-16,65	3,45	1,5	0,866	-431,445	11,394	19,280
3	-8,80	4,65	1	0	-265,113	2,347	13,823

Ar 22-1. tabulas skaitļiem aprēķinām aploces punktu līknes vienādojuma koeficientus:

$$\begin{aligned} a_0=1240,853 & \quad a_{12}=-109,315 \\ a_1=-790,203 & \quad a_{22}=79,746 \\ a_2=662,845 & \quad a_{13}=-17,152 \\ a_{11}=223,039 & \quad a_{23}=-0,602 \end{aligned}$$

Izvēlamies virkni  $u$  vērtību un ar kubisko vienādojumu (22.29) atrodam tām atbilstošās  $z$  vērtības. Tā iegūto aploces punktu

Nr. p. k.	$u$ dm	$z$ dm	$x_c$ dm	$y_c$ dm	Punkta nr.
1	0	-5,020	13,846	-2,896	4
		-2,924	13,265	-5,193	5
		140,523	9,052	-2,635	—
2	1,500	-7,348	13,073	-0,315	3
		-1,150	11,191	-7,835	—
		98,303	9,022	-2,686	—
3	2,000	-7,745	12,711	0,110	—
		-1,057	10,559	-8,523	6
		84,350	9,006	-2,714	—
4	4,000	-9,359	10,961	0,572	—
		-3,154	0,789	-44,160	7
		31,031	8,814	-3,020	—
5	4,200	-9,791	10,748	0,405	2
		-3,770	37,463	121,234	—
		26,376	8,762	-3,096	—
6	4,500	-10,959	10,407	-0,018	—
		-4,831	13,165	13,282	—
		20,050	8,654	-3,246	—
7	4,700	-12,360	10,177	-0,407	—
		-5,511	11,734	7,605	8
		16,428	8,557	-3,370	—
8	5,000	-15,824	9,875	-1,003	1
		-6,270	10,824	4,690	—
		12,096	8,369	-3,584	—
9	5,500	-25,038	9,561	-1,656	—
		-6,853	10,058	3,295	—
		7,635	7,968	-3,919	13
10	6,500	-49,774	9,332	-2,117	—
		-6,934	8,947	2,564	9
		3,938	7,089	-4,150	—
11	8,000	-90,881	9,235	-2,303	—
		-5,932	7,300	1,723	—
		1,270	5,915	-3,415	12
12	8,641	-108,829	9,216	-2,339	—
		-4,992	6,510	1,052	10
		0,000	5,523	-2,630	11



22-27. zīm.

koordinātes sakopotas 22-2. tabulā, bet punkti attēloti 22-27. zīmējumā; tur konstruēta svitrliņijas aploces punktu likne klaņa plaknes trešajam stāvoklim.

Atrastajiem aploces punktiem atbilstošo centru koordinātes aprēķinām pēc formulām (22.31), aizvietojot tajās indeksu 3 ar indeksu 4, jo tad varam izmantot 22-1. tabulas pirmo divu rindu skaitļus vienādojumu (11), (12) un (13) koeficientu aprēķinam. Tā iegūti šādi koeficienti:

$b_0 = 3010,752$	$c_0 = 1211,964$	$d''_0 = -125,880$
$b_1 = -576,956$	$c_1 = 137,512$	$d''_1 = 17,950$
$b_2 = 729,922$	$c_2 = 283,528$	$d''_2 = -34,042$
$b_{11} = 48,259$	$c_{11} = -21,759$	$d''_3 = -2,366$
$b_{12} = -33,462$	$c_{12} = -6,272$	
$b_{13} = 41,987$	$c_{22} = 11,702$	

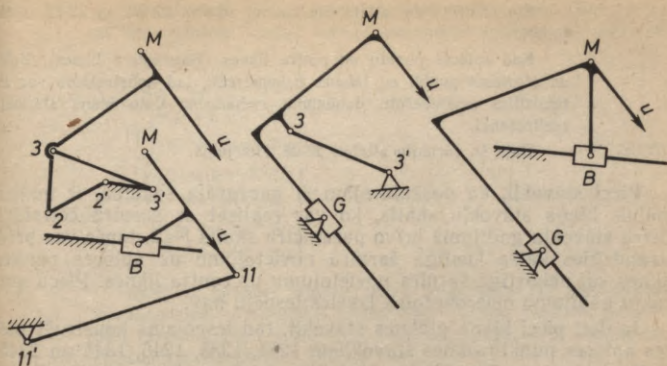
Aprēķinātās centru koordinātes  $x_c, y_c$  atzīmētas 22-2. tabulā, bet centri  $1', 2', \dots$  attēloti 22-27. zīmējumā, kur parādīta nepārtrauktas līnijas centru likne.

Centru liknes gaita rāda, ka liknes bezgalīgi tālais punkts atrodas starp punktiem  $6'$  un  $8'$ . Tātad Bolla punktam jāatrodas starp punktiem 6 un 8 uz aploces punktu liknes. Šaurākas Bolla punkta atrašanās robežas sniedz 22-2. tabula: tam jāatrodas starp punktiem A (4; -3,154) un A (4,2; -3,770).

Precīzai Bolla punkta noteikšanai aprēķināti vienādojuma (22.32) koeficienti

$$d_0 = -43,520, d_1 = 7,400, d_2 = -14,992, d_3 = -1,366,$$

izmantojot lielumus  $\xi_{i3}, \eta_{i3}, \alpha_{i3}, \sigma_{i3}$ . Pēc formulām (22.37) un (22.36) aprēķinātās aploču (22.32) un (22.35) krustpunktu koordinātes, no



22-28. zīm.

kurām  $u=4,152$  un  $z=-3,632$  apmierina sakarību (22.38). Tātad punkts  $B$  (4,152; -3,632) ir meklētais Bolla punkts.

Aploces (22.32) un (22.35) ar centriem  $O_1(2,709; -5,488)$  un  $O_2(3,793; -7,194)$  un rādiusiem  $R_1=2,365$  un  $R_2=3,598$  parādītas 22-27. zīmējumā.

Šīs aploces ir stāvokļu 124 un 123 infleksijas aploces. Aizvietojot formulas (13) koeficientu izteiksmēs indeksus 13, 23 ar indeksiem 14, 34 un 24, 34 un ievietojot aprēķinātos koeficientus vienādojumā (22.32), var iegūt pārējo divu — stāvokļiem 134 un 234 atbilstošo infleksijas aploču vienādojumus.

Izmantojot, piemēram, 22-1. tabulas pirmās rindas skaitļus, atrod pēc formulas (22.40) Bolla taisnes virziena koeficientu  $\operatorname{tg} \beta = -0,2228$ .

Izdarot substitūcijas (16) formulas (13) koeficientu izteiksmēs un izmantojot 22-1. tabulas pirmo divu, pēdējo divu un pirmās un pēdējās rindu skaitļus, atrod atgriezes aploču vienādojuma (22.43) koeficientus stāvokļiem 124, 234 un 134. Pēc formulu (22.36) un (22.37) parauga aprēķina, piemēram, pirmās un otrās un pirmās un trešās aploču četrus krustpunktus. Divi no tiem sakrīt. Šis dubultkrustpunkts ir atgriezes punkts  $G(x_G, y_G)$ . Mūsu gadījumā  $x_G = -9,122$  dm un  $y_G = -2,511$  dm. Pēc šīs metodes var aprēķināt arī Bolla punkta koordinātes, izmantojot trīs infleksijas aploces.

Ja vēlas atrast arī ceturto — stāvokļiem 123 atbilstošo atgriezes aploci, tad no uzdevuma izejas datiem papildus jāveido  $\mu_{13}$ ,  $\nu_{13}$ ,  $\kappa_{13}$  un  $\sigma_{13}$  vienādojuma (22.43) koeficientu aprēķināšanai.

Beidzot, izmantojot 22-1. tabulas, piemēram, pirmās rindas skaitļus, pēc formulas (22.44) aprēķinam atgriezes taisnes  $g$  virziena koeficientu kustīgā plāknē  $\operatorname{tg} \alpha = 0,0351$ .

Šim uzdevumam atbilstošie lielumi attēloti 22-21. un 22-23. zīmējumos.

Kad aploces punktu un centru liknes (Burmestera liknes), Bolla un atgriezes punkti un taisnes uzkonstruēti, tad konstruktors var izraudzīties neierobežotu daudzumu mehānismu doto kļauņa stāvokļu realizēšanai.

Daļa šo variantu attēloti 22-28. zīmējumā.

**Pieci stāvokļi**, kā noskaidrojām šī paragrāfa sākumā, ir maksimālais kļauņa stāvokļu skaits, ko var realizēt ar šarnīru četrstūri. Četru stāvokļu gadījumā brīvo parametru skaits  $f=2$ , tāpēc var brīvi izraudzīties katra kustīgā šarnīra novietojumu uz aploces punktu liknes vai nekustīgā šarnīra novietojumu uz centra liknes. Piecu stāvokļu gadījumā neierobežotas izvēles iespēju nav.

Ja doti pieci kļauņa plaknes stāvokļi, tad iespējams konstruēt piecas aploces punktu liknes stāvokļiem 1234, 1235, 1245, 1345 un 2345. Katras divas no šīm liknēm krustojas punktā, kuru pieci stāvokļi atrodas uz vienas aploces.

Taču starp šiem krustpunktiem vispār ir trīs tādi, kuru divi stāvokļi sakrīt. Tie ir poli. Ja, piemēram, aplūkojam aploces punktu liknes 1234 un 1235, tad tās krustojas kustīgai plaknei piederošos polos  $P_{12}$ ,  $P_{13}$  un  $P_{23}$ , kas kopīgi abām četrstāvokļu grupām. Tādējādi divu aploces punktu likņu katrs minētā tipa krustpunkts kustīgās plaknes piecos stāvokļos ieņem tikai četrus stāvokļus uz vienas aploces.

Katras divas aploces punktu liknes krustojas ne tikai polos, bet vispār vēl arī t. s. Burmestera punktā, kuru skaits var būt četri, divi vai neviens. Caur katru Burmestera punktu iet visas piecas aploces punktu liknes un katra šī punkta pieci stāvokļi atrodas uz vienas aploces.

Burmestera punktā var ierīkot kustīgos šarnīrus un tiem atbilstoši nekustīgo šarnīru koordinātes aprēķināt pēc formulām (22.31).

Divu un trīs kļauņa plaknes stāvokļu realizēšanai sintezējam šarnīru četrstūrus dažreiz izdevīgi aprēķināt šādi.

**Divi stāvokļi.** Izvēlas katra nekustīgā šarnīra koordinātes  $x_c, y_c$  un šim šarnīram atbilstošā kustīgā šarnīra koordināti  $u$  vai  $z$ , bet otru kustīgā šarnīra koordināti aprēķina pēc formulas

$$z = \frac{2(v_{12} - v_{12})u + (Q_{12} - 2p_{12})}{2(\mu_{12} - m_{12})} \quad (22.47)$$

vai pēc formulas

$$u = \frac{2(\mu_{12} - m_{12})z - (Q_{12} - 2p_{12})}{2(v_{12} - v_{12})} \quad (22.48)$$

kur  $p_{12} = x_c \xi_{12} + y_c \eta_{12}$ ,

$$m_{12} = x_c \sigma_{12} - y_c \kappa_{12},$$

(17)

$$v_{12} = x_c \kappa_{12} + y_c \sigma_{12}.$$

Trīs stāvokļi. Izvēlas katra nekustīgā šarnīra koordinātes  $x_c, y_c$  un tam atbilstošā kustīgā šarnīra koordinātes aprēķina pēc formulām

$$u = \frac{\begin{vmatrix} \mu_{12} - m_{12} & Q_{12} - 2p_{12} \\ \mu_{13} - m_{13} & Q_{13} - 2p_{13} \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} v_{12} - v_{12} & \mu_{12} - m_{12} \\ v_{13} - v_{13} & \mu_{13} - m_{13} \end{vmatrix}}, \quad (22.49)$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} v_{12} - v_{12} & Q_{12} - 2p_{12} \\ v_{13} - v_{13} & Q_{13} - 2p_{13} \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} v_{12} - v_{12} & \mu_{12} - m_{12} \\ v_{13} - v_{13} & \mu_{13} - m_{13} \end{vmatrix}}.$$

Aprēķinu formulas iegūtas, izejot no sistēmai (7) analogiskiem vienādojumiem un rīkojoties līdzīgi četrus stāvokļu gadījumā izdarītajiem pārveidojumiem. Lielumu  $p_{13}, m_{13}$  un  $v_{13}$  izteiksmes iegūstamas, apmainot izteiksmēs (17) indeksu 2 ar 3.

Grāmatas noslēgumā aplūkotā plakanu stieņmehānismu četrus stāvokļu analītiskā sintēzes metode ir vienkārša, vispārīga un ar plašām optimizācijas iespējām. Nav jāapgūst Burmestera teorijas izpratnei nepieciešamās papildzināšanas [23]. Metode derīga četrus un vairāklekļu virzītājmehānismu un pārnēsmechānismu sintēzei, ja doti vai noteikti jebkuru divu locekļu atveidojamie četri relatīvie stāvokļi. Aprēķinu gaitā iegūtas Burmestera līknes, Bolla un atgriezes punkti un taisnes ļauj uzdevuma atrisinājumam izvēlēties optimālo izmēru un optimālās struktūras mehānismu.

## LITERATURA

1. *Ананов Г. Д.* Кинематика пространственных шарнирных механизмов сельскохозяйственных машин. М.—Л., Машгиз, 1963. 220 с.
2. Зубчатые и червячные передачи. Некоторые вопросы теории, расчета и производства. Под ред. Н. И. Колчина. М.—Л., Машгиз, 1959. 220 с. Авт.: В. Д. Андожский, А. И. Белянин, В. Л. Вейц и др.
3. *Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А.* Синтез плоских механизмов. М., Физматгиз, 1959. 1084 с.
4. *Артоболевский И. И.* Теория механизмов. Учебник для вузов. Изд. 2-е, испр. М., «Наука», 1965. 719 с.
5. *Артоболевский И. И.* Механизмы в современной технике. Пособие для инженеров, конструкторов и изобретателей. В 3-х т. Т. 1—3. М., «Наука», 1970—1973.
6. *Артоболевский И. И., Боголюбов А. Н.* Леонид Владимирович Ассур. М., «Наука», 1971. 264 с.
7. *Арутюнов С. С.* Структурный синтез и кинематический анализ пространственных механизмов на базе метода разложения. — «Механика машин», 1969, вып. 21—22, с. 97—119.
8. *Ассур Л. В.* Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. М., Изд-во АН СССР, 1952. 588 с.
9. *Баранов Г. Г.* Классификация, строение, кинематика и кинестатика механизмов с парами первого рода. — «Труды семинара ТММ», 1952, вып. 46, с. 15—39.
10. *Баранов Г. Г.* Курс теории механизмов и машин. Учебник для вузов. М., Машгиз, 1959, 488 с.
11. Теория плоских механизмов и динамика машин. Учебное пособие для вузов. Под ред. А. В. Желиговского. М., «Высшая школа», 1961. 336 с. Авт.: Г. А. Барсов, Л. В. Безменова, Л. С. Гродзенская и др.

12. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. Перевод с англ. М., «Мир», 1971. 498 с.

13. Бессонов А. П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев. М., «Наука», 1967. 279 с.

14. Бейер Р. Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза плоских механизмов. Перевод с нем. Я. Л. Геронимуса. Киев—М., Машгиз, 1959. 318 с.

15. Боголюбов А. Н. История механики машин. Киев, «Наукова думка», 1964. 464 с. (АН УССР. Сектор истории естествознания и техники ин-та истории).

16. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., «Наука», 1969. 408 с. (Физико-математическая библиотека инженера.)

17. Бруевич Н. Г. Точность механизмов. М.—Л., ОГИЗ, 1946. 352 с.

18. Бруевич Н. Г. О надежности и точности автоматического производства. — В кн.: Вопросы точности и надежности в машиностроении. М., Изд-во АН СССР, 1962, с. 5—26. (АН СССР. Гос. ком. СМ СССР по автоматизации и машиностроению. Ин-т машиноведения).

19. Бушта Л. А. Поведение системы на открытой аэростатической опоре. — «Вибротехника», 1971, 3(12), 73—79. Вильнюс.

20. Теория механизмов и детали машин. Ч. 3. Детали, обслуживающие вращательные движения. Соединения. Основы конструирования. Под ред. А. А. Кроль и И. И. Чулкова. Рига, Рижский ин-т инж. гражд. возд. флота, 1961. 292 с. Авт.: Р. М. Вахитов, А. А. Кроль, И. Б. Пясик, И. И. Чулков.

21. Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М., «Наука», 1971. 384 с. (Серия: «Оптимизация и исследование операций».)

22. Геронимус Я. Л. Нахождение профиля кулачка по заданному движению толкателя. — «Техника воздушного флота», 1933, № 3.

23. Геронимус Я. Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов. М., Физматгиз, 1962. 340 с.

24. Гидродинамическая теория смазки. Под ред. Л. С. Лейбензона. М.—Л., Гос. техн.-теор. изд-во, 1934. 575 с. Авт.: Н. П. Петров, О. Рейнольдс, А. Зоммерфельд, Н. Е. Жуковский, С. А. Чаплыгин, Л. С. Лейбензон.

25. Теория механизмов и детали машин. Ч. 2. Зубчатые и планетарные передачи. Под ред. А. А. Кроль и И. И. Чулкова. Рига, Рижский ин-т гражд. возд. флота, 1961. 274 с. Авт.: В. Ф. Головкин, Г. Л. Ефремова, А. А. Кроль, П. А. Паньков, И. И. Попов.

26. Гродзенская Л. С. Применение методов проектирования шарнирных механизмов с остановкой. — «Труды ин-та машиноведения. Семинар по ТММ», 1959, вып. 76, с. 34—45.

27. Гуляр Е. М. Уточнение расчета маховика по методу проф. Н. И. Мерцалова. — «Вестник металлопромышленности», 1939, № 3.

28. *Дзинтарс У. Я.* О динамическом расчете механизмов с подвижными гидроцилиндрами. — «Труды Латв. СХА», 1967, вып. 19, с. 43—59.

29. *Дзинтарс У. Я.* Аналитический метод кинематического и кинестатического расчета сложных механизмов с подвижными гидроцилиндрами. — «Труды Латв. СХА», 1967, вып. 19, с. 27—42.

30. *Дзинтарс У., Тухерм Х.* Аналитический способ расчета плоских механизмов с поступательными и вращательными парами. — «Проблемы механизации сельскохозяйственного производства. Труды Латв. СХА», 1971, вып. 32, с. 31—40.

31. *Егоров К. В.* Основы теории автоматического регулирования. Учебное пособие для вузов. Издание 2-е, переработанное и дополненное. М., «Энергия», 1967. 648 с.

32. *Жегалова Т. С.* Использование полюсов мгновенного вращения при кинематическом исследовании механизмов. — «Механика машин», 1967, вып. 5—6, с. 115—130.

33. *Жерарден Л.* Бионика. Перевод с франц. М., «Мир», 1971. 232 с.

34. *Журавлев В. Н.* Снижение веса машиностроительных конструкций. Изд. 2-е, перераб. и дополн. М.—Свердловск, Машгиз, 1961. 240 с.

35. *Зак П. С.* Глобондная передача. М., Машгиз, 1962, 256 с.

36. *Зиновьев Вяч. А.* Пространственные механизмы с низшими парами. Кинематический анализ и синтез. М.—Л., Гос. изд-во техн.-теор. мат., 1952. 432 с.

37. *Зиновьев В. А.* Курс теории механизмов и машин. Изд. 2-е, перераб. М., «Наука», 1972. 384 с.

38. *Зиновьев Вяч. А., Бессонов А. П.* Основы динамики машинных агрегатов. М., «Машиностроение», 1964. 240 с.

39. *Карелин В. С.* Синтез плоских механизмов, шатунные кривые которых мало отличаются от правильных многоугольников. — «Механика машин», 1967, вып. 11—12, с. 5—16.

40. *Кирпичев М. В.* Теория подобия. М., Изд-во АН СССР, 1953. 96 с.

41. *Кобринский А. Е.* Механизмы с упругими связями. Динамика и устойчивость. М., «Наука», 1964. 392 с.

42. *Кожевников С. Н., Цехнович Л. И.* Механизмы с заданным относительным движением подвижных звеньев. — «Труды ин-та машиноведения. Семинар по ТММ», 1955, вып. 56, с. 59—89.

43. *Кожевников С. Н.* Аппаратура и механизмы гидро-пневмо-и электроавтоматики металлургических машин. Учебное пособие для вузов. М. — Киев, Машгиз, 1961. 550 с.

44. *Кожевников С. Н., Есипенко Я. И., Раскин Я. М.* Механизмы. Изд. 3-е, дополн. и перераб. М., «Машиностроение», 1965. 1058 с.

45. *Кожевников С. Н.* Теория механизмов и машин. Учебное пособие для вузов. Изд. 4-е, исправл. М., «Машиностроение», 1973. 592 с.

46. *Колчин Н. И.* Механика машин. Т. I. Структура и кинематика механизмов. Геометрический и кинематический анализы и синтез механизмов. Изд. 3-е, перераб. Л., «Машиностроение», 1971. 560 с.
47. *Колчин Н. И., Мовнин М. С.* Теория механизмов и машин. Л., Судпромгиз, 1962. 616 с.
48. *Крагельский И. В., Виноградова И. Э.* Коэффициенты трения. Справочное пособие. М., Машгиз, 1962. 220 с.
49. *Крагельский И. В.* Трение и износ. М., Машгиз, 1962. 384 с.
50. *Кринецкий И. И.* Регулирование двигателей внутреннего сгорания. М.—Киев, Машгиз, 1960. 192 с.
51. *Кудрявцев В. Н.* Планетарные передачи. М.—Л., Машгиз, 1960. 280 с.
52. *Лавендел Э. Э.* Синтез оптимальных вибромашин. Рига, «Зинатне», 1970. 252 с.
53. *Лебедев П. А.* Кинематика пространственных механизмов. М.—Л. «Машиностроение», 1966. 280 с.
54. *Левитский Н. И.* Кулачковые механизмы. М., «Машиностроение», 1964. 288 с.,
55. *Летошнев М. Н.* Аналитический метод исследования механизма качающейся шайбы. — «Сб. трудов по сельскохозяйственной механике», 1954, т. 2, 337—363 с.
56. *Литвин Ф. Л.* Некруглые зубчатые колеса. Проектирование, теория зацепления и производство. Изд. 2-е, перераб. и дополн. М.—Л., Машгиз, 1956. 312 с.
57. *Литвин Ф. Л.* Теория зубчатых зацеплений. М., Физматгиз, 1960. 444 с.
58. *Лихтенхельдт В.* Синтез механизмов. Перевод с нем. Я. Л. Геронимуса. М., «Наука», 1964. 228 с.
59. *Мальшев А. П.* Прикладная механика. Структура и синтез механизмов. Новониколаевск, Сибирское обл.-ное гос. изд-во, 1923. 88 с.
60. *Мирзаханян А. А.* Некоторые вопросы проектирования четырехзвенных механизмов. — «Механика машин», 1968, вып. 13—14, с. 6—13.
61. *Налимов В. В.* Теория эксперимента. М., «Наука», 1971. 208 с. (Физико-математическая библиотека инженера.)
62. *Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А.* Динамика неголономных систем. М., «Наука», 1967. 520 с.
63. *Озол О. Г.* Точное аналитическое исследование движения ползуна кривошипно-шатунного механизма. — «Труды Латв. СХА», 1957, вып. 6, с. 133—149.
64. *Озол О. Г.* Кинематические характеристики движения ползуна кривошипно-шатунного механизма. — «Труды Латв. СХА», 1958, вып. 7, с. 143—157.
65. *Озол О. Г.* Движение ползуна центрального кривошипно-шатунного механизма. — «Изв. АН Латв. ССР», 1959, № 7, с. 37—48.

66. *Озол О. Г.* Движение ножа некоторых режущих аппаратов. — «Труды Латв. СХА», 1959, вып. 8, с. 45—61.
67. *Озол О. Г.* Некоторые новые теоремы о свойствах векторов скоростей и ускорений точек твердого тела. — «Труды Латв. СХА», 1960, вып. 9, с. 229—239.
68. *Озол О. Г.* Влияние упругой линейной муфты на неравномерность хода машинного агрегата. — «Труды Латв. СХА», 1961, вып. 10, с. 127—143.
69. *Озол О. Г.* Об использовании относительных сил инерции в динамических расчетах. — «Вопросы динамики и прочности», 1962, вып. 8, с. 77—96. (АН ЛатвССР. Ин-т автоматики и механики.)
70. *Озол О. Г.* Опыт построения схемы общей классификации механизмов. — «Труды Латв. СХА», 1962, вып. 11, с. 95—112.
71. *Озол О. Г.* Новая структурная формула механизмов и ее теоретическое и практическое значение. — «Труды Латв. СХА», 1962, вып. 11, с. 113—129.
72. *Озол О. Г., Радзинь З. Э.* Исследование движения стрелы гидравлического погрузчика. — «Труды Латв. СХА», 1963, вып. 13, с. 3—29.
73. *Озол О. Г.* Расширение структурной теории и классификации плоских механизмов с низшими парами. — «Труды Латв. СХА», 1963, вып. 13, с. 71—91.
74. *Озол О. Г.* О новой структурной формуле механизмов. — «Изв. ВУЗов СССР. Машиностроение», 1963, № 2, с. 35—42.
75. *Озол О. Г.* Исследование топологических свойств кинематических цепей. — «Труды Латв. СХА», 1965, вып. 17, с. 3—17.
76. *Озол О. Г.* Аналитический метод треугольников в кинематике плоских механизмов. — В кн.: Анализ и синтез механизмов. М., 1966, с. 128—144.
77. *Озол О. Г.* Кинематический и кинетостатический расчет плоских механизмов по методу треугольников. — «Труды Латв. СХА», 1967, вып. 19, с. 3—25.
78. *Озол О. Г.* Аналитический метод треугольников в метрическом синтезе плоских шарнирных механизмов. — «Труды Латв. СХА», 1968, вып. 21, с. 405—424.
79. *Озол О. Г.* Аналитическое решение задачи Бурместера использованием формул Сомова. — В кн.: Анализ и синтез механизмов, М., 1969, с. 137—150.
80. *Озол О. Г.* Связи — носители свойств механизма. — «Труды Латв. СХА», 1969, вып. 23, с. 161—176.
81. *Озол О. Г.* Повторяющиеся связи в механизмах. — «Труды Латв. СХА», 1970, вып. 27, с. 3—13.
82. *Озол О. Г.* О перспективном направлении синтеза механизмов. — «Проблемы механизации сельскохозяйственного производства. Труды Латв. СХА», 1971, вып. 32, с. 3—17.
83. *Озол О. Г.* Об образовании механизмов. — «Вопросы механизации животноводческих ферм. Труды Латв. СХА», 1971, вып. 38, с. 3—21.
84. *Озол О. Г.* О силовой приведенной массе. — «Проблемы ме-

ханнизации сельского хозяйства. Труды Латв. СХА», 1972, вып. 48, с. 16—26.

85. *Озол О. Г., Галвановский В. Я.* Аналитический метод определения кривых Бурместера и точки Болла. — «Проблемы механизации сельского хозяйства. Труды Латв. СХА», 1972, вып. 48, с. 3—15.

86. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний. Учебное пособие для втузов, М., «Наука», 1971. 240 с.

87. *Партенский Б. М.* Рычажные механизмы. Кинематическое исследование и синтез. М., «Машиностроение», 1964, 180 с.

88. *Петрокас Л. В.* К расчету кулачково-фрикционных механизмов. — В кн.: Современные проблемы теории машин и механизмов. М., 1965, с. 108—114.

89. Проектирование зубчатых конических и гипоидных передач. Перевод с англ. М., Машгиз, 1963, 244 с.

90. *Прокофьев В. Н.* Основы теории гидромеханических передач. Учебное пособие для втузов. М., Машгиз, 1957, 424 с.

91. *Рагульскис К. М.* Механизмы на вибрирующем основании. Каунас, 1963. 232 с. (АН Лит. ССР. Ин-т. энергетики и электротехники.)

92. *Раевский Н. П.* Методы экспериментального исследования механических параметров машин. М., Изд-во АН СССР, 1952. 236 с.

93. *Растринин Л. А.* Случайный поиск в задачах оптимизации многопараметрических систем. Рига, «Зинатне», 1965. 212 с. (АН Латв. ССР. Ин-т электроники и вычислительной техники.)

94. *Решетов Л. Н.* Трение в зубцах с эвольвентным зацеплением. — «Труды семинара по ТММ», 1947, т. I, вып. 2, с. 70—80.

95. *Решетов Л. Н.* Конструирование рациональных механизмов. Изд. 2-е, перераб. и дополн. М., «Машиностроение», 1972, 256 с. (Библиотека конструктора.)

96. *Свешников А. А.* Прикладные методы теории случайных функций. Изд. 2-е, перераб. и дополн. М., «Наука», 1968. 464 с. (Физико-математическая библиотека инженера.)

97. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. Изд. 2-е, дополн. М.—Л., Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1951. 196 с.

98. *Сомов П. О.* О степенях свободы кинематической цепи. — «Журнал рус. физ.-хим. об-ва», 1887, т. 19, вып. 9, с. 443—478.

99. *Сперанский Н. В.* Проектирование малтийских механизмов. М., Изд-во АН СССР, 1960. 96 с.

100. Теория и практика уравновешивания машин и приборов. Под ред. В. А. Щепетильникова. М., «Машиностроение», 1970. 440 с.

101. *Турбин Б. И., Карлин В. Д.* Теория механизмов и машин. Учебник для с.-х. вузов. М., «Высшая школа», 1968. 336 с.

102. *Финни Д.* Введение в теорию планирования экспериментов. Перевод с англ. М., «Наука», 1970. 288 с.

103. *Хан Г., Шапиро С.* Статистические модели в инженерных задачах. Перевод с англ. М., «Мир», 1969, 396 с.

104. Черкудинов С. А. Синтез плоских шарнирно-рычажных механизмов. М., Изд-во АН СССР, 1959. 323 с.

105. Штейнвольф Л. И. Динамические расчеты машин и механизмов. Учебное пособие для вузов. М.—Киев, Машгиз, 1961. 340 с.

106. Шукелис Н. О. Метод точечных отображений звеньев в кинематике пространственных механизмов. — «Проблемы сельскохозяйственного производства. Труды Латв. СХА», 1971, вып. 32, с. 18—30.

107. Шукелис Н. О. Устойчивость структуры механизмов и проектирование оптимального клинового механизма. — «Проблемы механизации сельского хозяйства. Труды Латв. СХА», 1972, вып. 48, с. 27—43.

108. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление. Издание 2-е, исправленное. М., Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1958. 164 с. (Физико-математическая библиотека инженера.)

109. Юдин В. А. Механизмы приборов. Справочник. М., Машгиз, 1952. 488 с.

110. Юдин В. А., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин. Учебник для вузов. М., «Высшая школа», 1967. 528 с.

111. Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. Теория, методы и приложения. М., «Наука», 1969. 424 с.

112. Янте А. Механика движения автомобиля. Ч. I. Перевод с нем. М., Машгиз, 1958. 264 с.

113. Ясюленис А. И. Матричный прием гармонического анализа механизмов и его применение для четырехзвенных механизмов. — «Механика машин», 1967, вып. 5—6, с. 26—45.

114. Allen S., Hall Jr. Mechanisms and their Classification. — «Machine Design», 1953, No 12, p. 174—180.

115. Alt. H. Der Übertragungswinkel und seine Bedeutung für das Konstruieren periodischer Getriebe. — «Werkstattstechnik und Maschinenbau», 1932, 26.

116. Bennet G. T. A New Mechanism. — «Engineering», 1903, vol. 76, p. 777—778.

117. Bereis R. Aufbau einer Theorie der ebenen Bewegung mit Verwendung komplexer Zahlen. — «Oesterreichisches Ingenieur-Archiv», 1951, Bd. 5, H. 3.

118. Berkof R. S., Lowen G. G. A New Method for Completely Force Balancing Simple Linkages. — «Journal of Engineering for Industry. Transactions of the ASME», 1969, Series B, No 1, p. 21—27.

119. Beyer R. Das Matrizenkalkül als Hilfsmittel zur Untersuchung räumlicher Gelenkgetriebe. — «Feinwerktechnik», 1957, 61, Nr. 9, S. 318—327.

120. Bögelsack G. Zur Konstruktion von Reibkurvengetrieben. — «Maschinenbautechnik», 1964, H. 7, S. 377—378.

121. Denavit J., Hartenberg R. S. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices. — «Journal of Applied Mechanics», 1955, vol. 22, No 2, p. 215—222.

122. Fischer O. Über die reduzierten Systeme und die Hauptpunkte

der Glieder eines Gelenkmechanisms. — «Zeitschr. für Math. und Phys.», 1902, Bd. 47.

123. *Franke R.* Vom Aufbau der Getriebe. Bd. 1. Berlin, VDI-Verlag, 1943. 208 S.

124. *Grübler M.* Getriebelehre. Eine Theorie des Zwanglaufes und der ebenen Mechanismen. Berlin, Springer-Verlag, 1917. 154 S.

125. *Hain K.* Angewandte Getriebelehre. 2. neubearbeitete und ergänzte Auflage. Düsseldorf, VDI-Verlag, 1961. 592 S.

126. *Koenig L. R.* A Uniform Method for Determining Angular Accelerations in Mechanisms. — «Journal of Applied Mechanics», 1946, vol. 68.

127. *Kraus R.* Getriebelehre. Bd. 3. Massbestimmung. Berlin, VEB Verlag Technik, 1956. 336 S.

128. *Luck K.* Zur rechnerischen Ermittlung der Abmessungen von ebenen Gelenkgetrieben. — «Wissenschaftliche Zeitschr. der Techn. Hochschule Dresden», 1961, 10, H. 1, S. 109—122.

129. *Müller J.* Begriffe für Kurvengetriebe. — «Maschinenbautechnik», 1969, H. 9, S. 489—493.

130. *Nerge G.* Tafel der Kennwerte Symmetrischer Bewegungsgesetze für Kurvenmechanismen. — «Maschinenbautechnik», 1962, H. 8, S. 433—437.

131. *Oehmichen M.* Maschinenuntersuchungen. T. 1. Messverfahren. Leipzig, Teubner-Verlag, 1959. 268 S.

132. Teorētiskās mehānikas kurss. Otrs pārstrādāts izdevums. R., izd. «Zvaigzne», 1966. 616 lpp. Aut.: O. Ozols, A. Strēķis, J. Vasermanis, A. Muižnieks.

133. *Reuleaux F.* Lehrbuch der Kinematik. Bd. 1—2. Braunschweig, Verlag von F. Vieweg und Sohn, 1875—1900.

134. *Rogal R.* Anwendung hochtouriger Luftlager. — «Maschinenbautechnik», 1971, H. 7, S. 351—354.

135. *Rosenauers N.* Mehānismu kinemātika. R., Latv. Univ., 1938, 272 lpp.

136. *Rosenauer N., Willis A. H.* Kinematics of Mechanisms. New York, Dover Publications, 1967. 396 p.

137. *Rössner W.* Zur strukturellen Ordnung der Getriebe. — «Wissensch. Zeitschr. der Techn. Universität Dresden», 1961, 10, H. 5, S. 1101—1115.

138. *Roth B.* On the Screw Axes and Other Special Lines Associated with Spatial Displacements of a Rigid Body. — «Journal of Engineering for Industry. Transactions of the ASME», 1967, Series B, No 1, p. 120—128.

139. *Volmer J.* Bedeutung rechnererzeugter Bildarstellungen in der Getriebetechnik. — «Maschinenbautechnik», 1972, H. 8, S. 344—345.

140. *Wittenbauer F.* Graphische Dynamik. Ein Lehrbuch für studierende und Ingenieure. Berlin, J. Springer, 1923. 797 S.

Kā mācību pamatliteratūru var izmantot ar numuriem 4, 10, 37, 45, 47, 101, 110 apzīmētās grāmatas un arī šādas grāmatas:

Теория механизмов. Учебное пособие для втузов. Под ред. В. А. Гавриленко. М. «Высшая школа», 1973, 512 с.

Теория механизмов и машин. Проектирование. Под ред. О. И. Кульбачного. М., «Высшая школа», 1970. 288 с.

Костюк Д. И., Голдаева О. И., Яковлев Ю. В. Руководство к курсовому проектированию по теории механизмов и машин. Харьков, Изд-во Харьковского университета, 1961. 267 с.

Юденич В. В. Лабораторные работы по теории механизмов и машин. М., «Высшая школа», 1962. 288 с.

Юдин В. А., Петрокас Л. В. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин. М., Физматгиз, 1960. 172 с.

Соловьев А. И. Лабораторный практикум по теории механизмов и деталям приборов. М., Машгиз, 1963. 14 с.

Артоблевский И. И., Эдельштейн Б. В. Сборник задач по теории механизмов и машин. М., Изд-во «Наука», 1973. 256 с.

Озол Ольгерт Густавович

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования Латвийской ССР в качестве учебника для студентов технических специальностей высших учебных заведений Латвийской ССР при изучении курса теории механизмов и машин

Издательство «Звайгзне»

Рига 1974

На латышском языке

Olgerts Ozols

MEHĀNISMU UN MASINU TEORIJA

Vāku zīm. A. Alksne

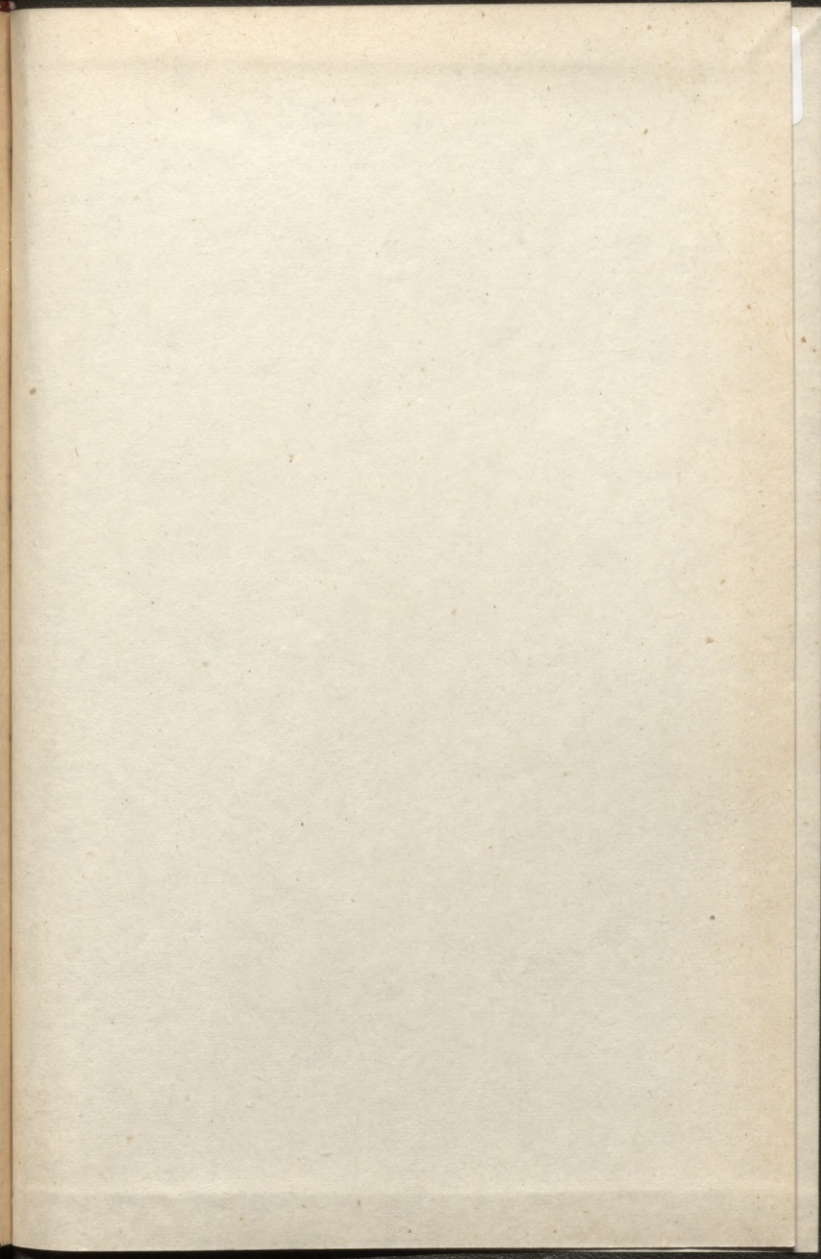
Redaktors K. Ziņģis

Māksl. redaktore A. Lubgāne

Tehn. redaktors J. Čakšs

Korektore I. Briede

Nodota salikšanai 1972. g. 27. novembrī. Parakstīta iespiešanai 1974. g. 19. martā. Papīra formāts 60×90/16. Tipogr. papīrs Nr. 2. 26,25 fiz. iespiedl.; 26,25 uzsk. iespiedl.; 25,6 izdevn. l. Metiens 4000 eks. JT 18102. Maksā 1 rbl. 14 kap. Izdevniecība «Zvaigzne» Rīgā, Gorkija ielā 105. Izdevn. Nr. 2369/TM16. Iespiesta Latvijas PSR Ministru Padomes Valsts izdevniecību, poligrāfijas un grāmatu tirdzniecības lietu komitejas tipogrāfijā «Cīņa» Rīgā, Blaumaņa ielā 38/40. Pasūt. Nr. 654-L.



37228

LATVIJAS NACIONĀLĀ BIBLIOTĒKA



0311016575

