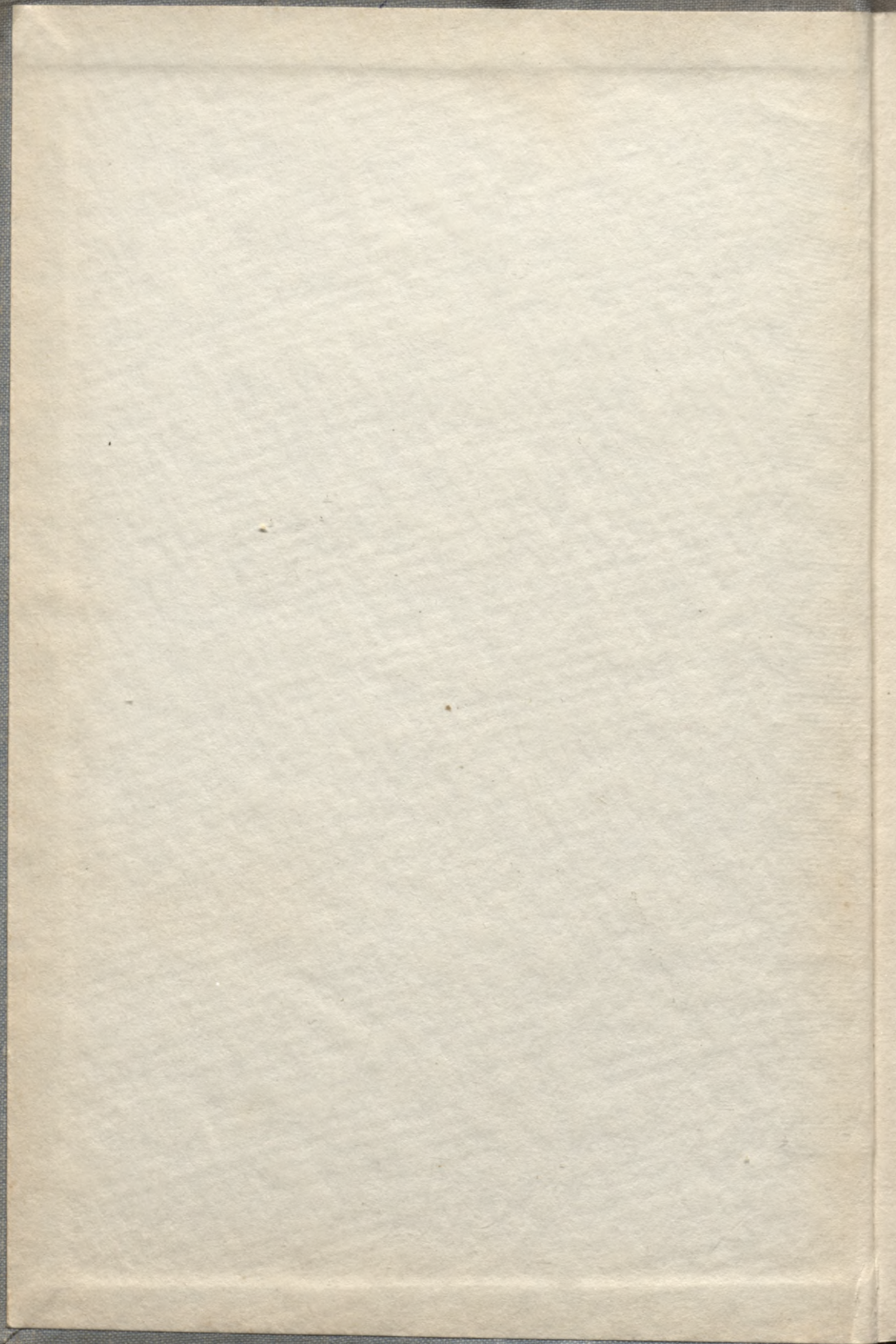
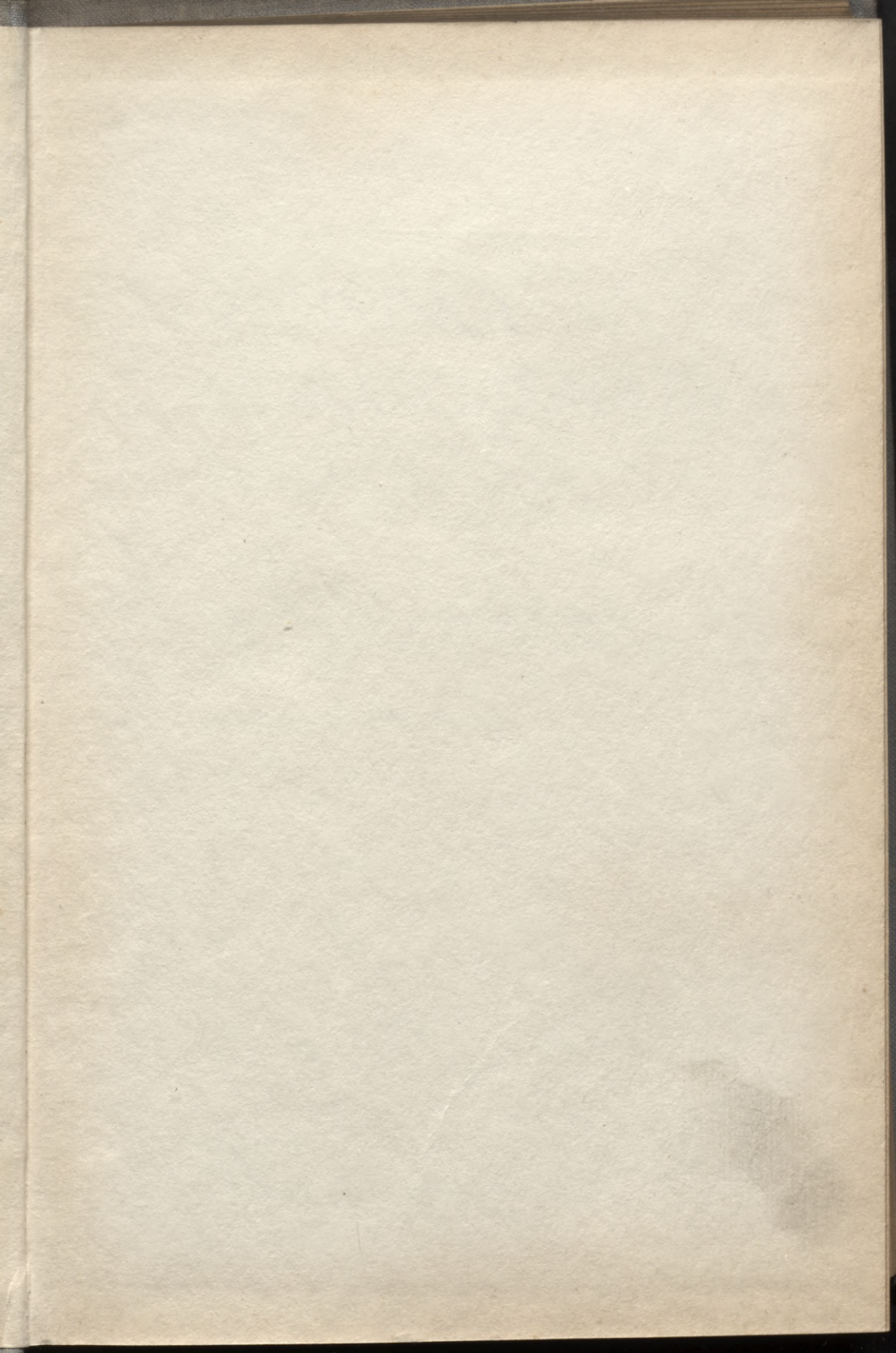


L $\frac{71-4}{109I}$

TEHNISKĀ ROKASGRĀMATA

1. daļa





L

L $\frac{71-4}{109}$

dubl.
L
6

TEHNISKĀ ROKASGRĀMATA

I DAĻA

*Sastādījuši Rīgas Politehniskā institūta un
Pēteru Stučkas Latvijas Valsts universitātes
mācību spēki*

Rediģējis V. IVANOVSKIS



IZDEVNIECIBA «LIESMA» RIGĀ 1971

L-4

Vija Lāča Latv. PSR
Valsts bibliotēka

72 ~~40.238~~
0308124124

В справочнике изложены основы общетехнических дисциплин, необходимые специалисту технику, инженеру, работающему на машиностроительном или приборостроительном предприятии. Его смогут использовать также студенты технических вузов и учащиеся техникумов.

В справочнике рассматриваются следующие дисциплины: математика, физика, химия, механика, сопротивление материалов, технология металлов и теплотехника.

PRIEKŠVārds

Tehniskās rokasgrāmatas I daļa iznāk otrajā — pilnīgi pārstrādātajā izdevumā. Tehnikas straujā attīstība, sevišķi pēdējos divos gadu desmitos, nosaka citu pieeju rokasgrāmatas izveidošanā. Sakarā ar informācijas apjoma ievērojamu palielināšanos viela jādod konspektīvi, šaurā izlasē.

Arī otrais grāmatas izdevums domāts rūpnīcu un uzņēmumu darbiniekiem ar vidējo tehnisko izglītību. Grāmatu varēs lietot arī tehnikumu audzēkņi un tehnisko fakultāšu studenti.

Salīdzinājumā ar pirmo izdevumu šajā izdevumā viela izklāstīta augstākā teorētiskā līmenī, pievienota nodaļa par fiziku un ķīmiju, kā arī par mašīnu un mehānismu teoriju. Grāmatā nav ziņu par elektrotehniku, jo šis materiāls plašākā apjomā ievietots Tehniskās rokasgrāmatas III daļā (1965. gadā).

Grāmatas autori ir Rīgas Politehniskā institūta un Pēteru Stačas Latvijas Valsts universitātes mācību spēki.

Pirmo nodaļu — *Matemātika* — sarakstījis A. Bunga (RPI). Bez parastā materiāla šajā nodaļā īsi aplūkoti matemātiskās loģikas, varbūtības teorijas un matemātiskās statistikas elementi, kam liela nozīme daudzās tehnikas jomās.

Otro nodaļu — *Fizika* — sarakstījis J. Eiduss (LVU), īsumā aplūkojot optiku un akustiku.

Trešo nodaļu — *Ķīmija* — sarakstījis RPI Ķīmijas fakultātes kolektīvs: J. Eiduks (3.8.1....3.8.4. apakšnodaļu), V. Karlivāns (3.7., 3.8.5....3.8.7. apakšnodaļu), O. Neilands (3.4. apakšnodaļu) un J. Putniņš (3.1....3.3., 3.5. un 3.6. apakšnodaļu).

Ceturto nodaļu — *Mehānika* — sarakstījuši RPI mācību spēki A. Strēķis (4.1 apakšnodaļu) un A. Zirnis (4.2 un 4.3. apakšnodaļu).

Piekto nodaļu — *Mehānismu un mašīnu teorija* — sarakstījis A. Zirnis (RPI).

Sesto nodaļu — *Materiālu pretestība* — sarakstījuši RPI mācību spēki A. Strēķis (6.1....6.8. apakšnodaļu) un V. Ivanovskis (6.9. un 6.10. apakšnodaļu).

Septīto nodaļu — *Metālu tehnoloģija* — sarakstījis V. Biķernieks (RPI).

Astoto nodaļu — *Siltummācība* — sarakstījis RPI Siltumenerģētikas katedras kolektīvs: J. Nagla (8.1. apakšnodaļu), F. Jankēvičs (8.2. apakšnodaļu) un P. Saveljevs (8.3. apakšnodaļu).

Zīmējumu tehnisko apdari veicis E. Ziediņš.

Autori pateicas par vērtīgajiem norādījumiem, ko devuši grāmatas recenzenti V. Bērenfelds, V. Grīslis, E. Kronbergs, E. Laven-
delis, J. Platacis un J. Vasermans.

Ierosinājumus rokasgrāmatas uzlabošanai un papildināšanai lūdzam sūtīt izdevniecībai «Liesma» Rīgā, Padomju bulvārī 24.

1970. g. 1. decembrī

Redaktors

SATURS

Pirmā nodaļa. MATEMĀTIKA

	lpp.
1.0. Skaitļu tabulas	1
Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.	1
Skaitļu decimālogaritmu mantisas	21
Trigonometrisko funkciju vērtības	24
Bieži sastopamie skaitļi un to decimālogaritmi	28
1.1. Matemātikā lietotie apzīmējumi	28
1.2. Romiešu skaitļu zīmes	29
1.3. Grieķu alfabēts	30
1.4. Skaitīšanas sistēmas un matemātiskās loģikas elementi	30
1.4.1. Skaitīšanas sistēmas	30
1.4.2. Matemātiskās loģikas elementi	31
1.5. Tuvināti izskaitļojumi	32
1.5.1. Skaitļu noapaļošana	32
1.5.2. Absolūtā un relatīvā kļūda	32
1.5.3. Precīzo ciparu noteikšana	33
1.5.4. Darbības ar tuvinātiem skaitļiem	34
1.5.4.1. Saskaitīšana	34
1.5.4.2. Atņemšana	34
1.5.4.3. Reizināšana	35
1.5.4.4. Dalīšana	35
1.5.4.5. Kāpināšana un saknes vilkšana	35
1.5.5. Aptuvenās formulas	36
1.6. Algebra	37
1.6.1. Reizināšanas un dalīšanas formulas	37
1.6.2. Proporcijas	37
1.6.3. Aritmētiskā un ģeometriskā progresija	38
1.6.3.1. Aritmētiskā progresija	38
1.6.3.2. Ģeometriskā progresija	38
1.6.4. Kombinatorika	38
1.6.4.1. Permutācijas	38
1.6.4.2. Variācijas	39
1.6.4.3. Kombinācijas	39
1.6.5. Darbības ar pakāpēm un saknēm	39
1.6.6. Vienādojumu atrisināšana	40
1.6.6.1. Pirmās pakāpes vienādojumi	40
1.6.6.2. Kvadrātvienādojums	40
1.6.7. Kompleksie skaitļi	41
1.6.8. Logaritmi	42
1.6.9. Skaitļa e pakāpes	43
1.6.10. Naturālie logaritmi	44
1.6.11. Determinanti	44
1.6.12. Vektoru algebra	46
1.6.12.1. Skalāri un vektori	46
1.6.12.2. Vektoru apzīmējumi	46
1.6.12.3. Vektoru saskaitīšana un atņemšana	47
1.6.12.4. Vektoru projekcijas uz koordināšu asīm	47

1.6.12.5. Vektora reizināšana ar skalāru	49
1.6.12.6. Divu vektoru skalārais reizinājums	49
1.6.12.7. Divu vektoru vektoriālais reizinājums	50
1.6.12.8. Trīs vektoru jauktais reizinājums	50
1.6.13. Matricas	51
1.7. Ģeometrija	54
1.7.1. Līnijas	54
1.7.2. Laukumi	54
1.7.3. Virsmu laukumi un tilpumi	55
1.8. Trigonometrija	58
1.8.1. Leņķu mērīšana radiānos	58
1.8.2. Trigonometriskās funkcijas	58
1.8.3. Trigonometrisko funkciju vērtības	59
1.8.4. Redukcijas formulas	60
1.8.5. Viena un tā paša leņķa trigonometrisko funkciju sakarības	60
1.8.6. Leņķu $\alpha \pm \beta$, 2α un $\frac{\alpha}{2}$ trigonometriskās funkcijas	61
1.8.7. Trigonometrisko funkciju summu un starpību pārveidošana	61
1.8.8. Ciklometriskās funkcijas	62
1.8.9. Trijstūru aprēķināšana	63
1.8.9.1. Taisnleņķa trijstūru aprēķināšana	63
1.8.9.2. Slīpleņķu trijstūru aprēķināšana	64
1.8.10. Regulāro daudzstūru aprēķināšana	66
1.8.11. Trigonometriskie vienādojumi	66
1.8.11.1. Trigonometrisko vienādojumu risināšanas pamatmetodes	66
1.8.11.2. Vispārīgi norādījumi trigonometrisko vienādojumu atrisināšanai	67
1.9. Analītiskā ģeometrija	70
1.9.1. Koordināšu metode un pamatuzdevumi	70
1.9.1.1. Dekarta koordināšu sistēma	70
1.9.1.2. Polārā koordināšu sistēma	71
1.9.1.3. Dekarta koordināšu transformācija	71
1.9.1.4. Divu punktu attālums	72
1.9.1.5. Nogriežņa dalīšana dotā attiecībā	72
1.9.1.6. Trijstūra laukums	73
1.9.2. Taisnes vienādojumi	73
1.9.3. Otrās kārtas līkņu vienādojumi	74
1.9.3.1. Riņķa līnijas vienādojums	74
1.9.3.2. Elipses vienādojums	74
1.9.3.3. Hiperbolas vienādojums	75
1.9.3.4. Parabolas vienādojums	75
1.9.3.5. Elipses, hiperbolas un parabolas polārie vienādojumi	76
1.10. Diferenciālrēķini	76
1.10.1. Funkcijas atvasinājuma un diferenciāļa jēdziens	76
1.10.2. Diferencēšanas formulas	78
1.10.3. Grafiskā diferencēšana	79
1.10.4. Funkcijas ekstrēmi	80
1.10.5. Vienādojuma reālo sakņu aptuvena aprēķināšana	82
1.10.5.1. Grafiskā resp. intervālu metode	82
1.10.5.2. Hordu metode	82
1.10.5.3. Pieskaru metode	83
1.10.6. Elementāro funkciju izvērzišana pakāpju rindās	84
1.10.7. Vektorfunkcija un tās atvasinājums	85
1.11. Integrālrēķini	88
1.11.1. Integrēšanas formulas	88
1.11.2. Integrēšanas pamatmetodes	89
1.11.3. Dažu algebrisku un transcendentu funkciju integrēšana	90
1.11.4. Noteiktā integrāļa jēdziens un aprēķināšana	92

1.11.4.1. Noteiktā integrāļa jēdziens	92
1.11.4.2. Noteiktā integrāļa īpašības	93
1.11.4.3. Noteiktā integrāļa aprēķināšana	93
1.11.5. Noteiktā integrāļa aptuvena aprēķināšana	95
1.11.5.1. Trapecu formula	95
1.11.5.2. Simpsona formula	95
1.11.5.3. Pakāpju rindu lietošana	95
1.11.6. Grafiskā integrēšana	96
1.11.7. Noteiktā integrāļa pielietojumi ģeometrijā	97
1.11.7.1. Plaknes figūras laukuma aprēķināšana	97
1.11.7.2. Ķermeņa tilpuma aprēķināšana	98
1.11.7.3. Plaknes līknes loka garuma aprēķināšana	98
1.11.7.4. Rotācijas ķermeņa virsmas laukuma aprēķināšana	99
1.11.8. Noteiktā integrāļa lietošana mehānikā	99
1.11.8.1. Smagumcentra koordinātu aprēķināšana	99
1.11.8.2. Plaknes figūru inerces momentu aprēķināšana	100
1.12. Diferenciālvienādojumi	101
1.12.1. Diferenciālvienādojumu jēdziens	101
1.12.2. Pirmās kārtas diferenciālvienādojumi	102
1.12.2.1. Vienādojumi ar atdalāmiem mainīgiem	102
1.12.2.2. Homogēnie vienādojumi	103
1.12.2.3. Pirmās kārtas lineārie vienādojumi	105
1.12.3. Eilera metode diferenciālvienādojumu skaitliskai integrēšanai	107
1.12.4. Gadījumi, kad diferenciālvienādojuma kārtu var pazemināt	107
1.12.4.1. $y^{(n)}=f(x)$	107
1.12.4.2. $F(x, y', y'')=0, F(x, y'')=0, F(y', y'')=0$	107
1.12.4.3. $F(y, y', y'')=0, F(y, y'')=0, F(y', y'')=0$	107
1.12.5. Diferenciālvienādojumu tuvināta atrisināšana ar rindu palīdzību	108
1.12.6. Homogēnie lineārie diferenciālvienādojumi ar konstantiem koeficientiem	109
1.12.7. Nehomogēnie lineārie diferenciālvienādojumi ar konstantiem koeficientiem	110
1.12.8. Lagranža konstantu variācijas metode	113
1.12.9. Eilera vienādojums	114
1.13. Varbūtības teorija un matemātiskā statistika	115
1.13.1. Varbūtības teorijas elementi	115
1.13.1.1. Pamatjēdzieni	115
1.13.1.2. Varbūtību saskaitīšana	115
1.13.1.3. Varbūtību reizināšana	116
1.13.2. Sadalījuma funkcijas	117
1.13.2.1. Pamatjēdzieni	117
1.13.2.2. Binomiālais sadalījums	117
1.13.2.3. Normālais jeb Gausa sadalījums	118
1.13.3. Kļūdu teorija matemātiskā novērojumu apstrādē	120
1.13.4. Mazāko kvadrātu metode	121
1.13.4.1. $y=ax+b$	121
1.13.4.2. $y=ax^2+bx+c$	122
1.13.5. Matemātiskās statistikas elementi	123
1.13.5.1. Pamatjēdzieni	123
1.13.5.2. Jēdziens par korelāciju	125
1.13.6. Produkcijas kvalitātes kontrole ar statistisko metodi	125
Funkcijas $\varphi(x)$ vērtības	126
Funkcijas $\Phi(x)$ vērtības	127

Otrā nodaļa. FIZIKA

2.1. Optika	128
2.1.1. Gaisma	128
2.1.2. Gaismas izplatīšanās ātrums	129
2.1.3. Ģeometriskā optika	129

2.1.3.1.	Gaismas laušana	129
2.1.3.2.	Gaismas stara laušana (atstarošana) uz sfēriskas virsmas	132
2.1.3.3.	Plāna lēca	133
2.1.3.4.	Optiskās sistēmas	133
2.1.3.5.	Optiskie instrumenti	134
2.1.4.	Interference un difrakcija	139
2.1.5.	Polarizācija	141
2.1.6.	Fotometrija	143
2.1.6.1.	Mērvienības	143
2.1.6.2.	Absolūti melns ķermenis	144
2.1.6.3.	Gaismas avoti un apgaismojums	145
2.1.7.	Luminiscence	147
2.1.8.	Fotoefekts	147
2.1.8.1.	Fotoelementi	148
2.1.8.2.	Fotoelektronu pavairotāji (daudzkaršotāji)	150
2.1.8.3.	Fotoprestības	151
2.2.	Akustika	152
2.2.1.	Dažādi akustiski procesi	152
2.2.2.	Skaņas izplatīšanās	152
2.2.3.	Akustiskie pamatlielumi un mērvienības	154
2.2.4.	Fizioloģiskā un runas akustika	157
2.2.5.	Dažādu trokšņu skaņas stiprums	158
2.2.6.	Čiņa pret ražošanas trokšņiem	159
2.2.6.1.	Čiņa pret trokšņiem trokšņu avotā	160
2.2.6.2.	Amortizācija	160
2.2.6.3.	Skaņas izolācija	161
2.2.6.4.	Ventilatoru trokšņu noslāpēšana	161
2.2.6.5.	Motoru izplūdes trokšņu noslāpēšana	161
2.2.6.6.	Individuālie aizsarglidzekļi pret troksni	162
2.2.7.	Būvakustika	162
2.2.8.	Ultraskaņa	165
2.2.8.1.	Ultraskaņas iegūšana	166
2.2.8.2.	Ultraskaņas izmantošana	166

Trešā nodaļa. ĶĪMIJA

3.1.	Pamatjēdzieni, definīcijas un likumi	167
3.2.	Svarīgāko elementu un to savienojumu īpašības	170
3.3.	Neorganisko savienojumu īpašības	183
3.4.	Organisko savienojumu īpašības	197
3.5.	Ķīmisko savienojumu tehniskie nosaukumi	201
3.6.	Dažu elementu, ķīmisko savienojumu un maisījumu īpašības	206
3.7.	Plastmasas	212
3.7.1.	Poliolfēni	212
3.7.2.	Polistirols	217
3.7.3.	Polivinilhlorīds	220
3.7.4.	Fluoroplasti	221
3.7.5.	Poliakrilāti	221
3.7.6.	Poliamīdi	221
3.7.7.	Poliformaldehīds un polikarbonāti	221
3.7.8.	Fenoplasti	223
3.7.9.	Aminoplasti	223
3.8.	Dažādi materiāli	228
3.8.1.	Azbests	228
3.8.2.	Stikls	230
3.8.3.	Emaljas	233
3.8.4.	Keramiskie materiāli un izstrādājumi	235

3.8.5. Gumija	240
3.8.5.1. Gumija un tās īpašības	240
3.8.5.2. Gumijas izstrādājumi	241
3.8.6. Sintētiskās līmes	243
3.8.7. Lakas un krāsas	250

Ceturtnā nodaļa. MEHĀNIKA

4.1. Statika	268
4.1.1. Spēku iedalījums	268
4.1.2. Spēku sistēmas un to iedalījums	268
4.1.3. Spēka moments pret punktu	268
4.1.4. Varijona teorēma	269
4.1.5. Spēkpāris	269
4.1.6. Plaknē izkaisītu spēku analītiska saskaitīšana	270
4.1.7. Telpas spēku virzienleņķu kosinusi	271
4.1.7.1. Divu punktu koordināšu paņēmieni	271
4.1.7.2. Divu kosinusu sareizināšanas paņēmieni	271
4.1.8. Telpas saejošu spēku analītiska saskaitīšana	272
4.1.9. Spēka moments pret asi	273
4.1.9.1. Spēka momenti pret trim savstarpēji perpendikulārām asīm	274
4.1.10. Telpā izkaisītu spēku analītiska saskaitīšana	274
4.1.11. Ķermeņa smagumcentrs	275
4.1.11.1. Ķermeņa smagumcentra koordinātes	275
4.1.11.2. Teorēmas par smagumcentra atrašanās vietu	275
4.1.11.3. Parastāko homogēno līniju smagumcentrs	276
4.1.11.4. Parastāko homogēno laukumu smagumcentrs	276
4.1.11.5. Parastāko homogēno ķermeņu smagumcentrs	278
4.1.12. Balsti un to reakcijas	280
4.1.12.1. Balstu veidi	280
4.1.12.2. Līdzsvara vienādojumi	282
4.1.12.3. Balstu reakciju aprēķināšanas piemēri	285
4.1.13. Slīdes berze	288
4.1.13.1. Amantona—Kulona likums. Slīdes berzes koeficients	288
4.1.13.2. Balstu reakcijas ar slīdes berzi	289
4.1.14. Plaknes kopnes (fermas)	289
4.1.14.1. Vispārīgi jēdzieni	289
4.1.14.2. Analītiskās metodes kopnes stieņu spēku aprēķināšanai	291
4.1.15. Telpas kopnes	293
4.2. Kinematika	294
4.2.1. Materiāla punkta kustības kinemātiskie noteikšanas paņēmieni	294
4.2.1.1. Vektoriālais paņēmieni	294
4.2.1.2. Koordināšu paņēmieni	294
4.2.2. Materiāla punkta taisnvirziena kustība	295
4.2.2.1. Vienmērīga taisnvirziena kustība	295
4.2.2.2. Nevienmērīga taisnvirziena kustība	295
4.2.2.3. Brīvā krišana	296
4.2.3. Materiāla punkta liklīnijas kustība	296
4.2.3.1. Nevienmērīga liklīnijas kustība	296
4.2.3.2. Griešanās jeb rotācijas kustība	297
4.2.4. Cieta ķermeņa rotācijas kustība ap nekustīgu asi	298
4.2.5. Cieta ķermeņa komplāna kustība	299
4.2.5.1. Galīga pārvietojuma pagriezienu centrs	299
4.2.5.2. Sakarība starp divu punktu ātrumiem un paātrinājumiem komplānā kustībā	299
4.2.5.3. Kloķa virzūmehānisma ātruma un paātrinājuma plāni	300
4.2.5.4. Sarnīru četrstūris	301

4.2.6. Relatīvā, pārnese un absolūtā kustība	303
4.2.6.1. Pārnese kustība virzes kustībā	303
4.2.6.2. Pārnese kustība ir rotācijas kustība	303
4.2.7. Skrūves kustība	304
4.2.8. Divu rotācijas kustību saskaitīšana	305
4.2.8.1. Rotācijas asis krustojas	305
4.2.8.2. Rotācijas asis paralēlas	305
4.3. Dinamika	307
4.3.1. Materiālā punkta dinamikas pamatvienādojums	307
4.3.2. Brīva materiālā punkta kustības diferenciālvienādojumi	307
4.3.2.1. Dekarta koordinātēs	307
4.3.2.2. Naturālās koordinātēs	307
4.3.3. Dinamikas divi pamatzdevumi	308
4.3.3.1. Spēka aprēķināšana	308
4.3.3.2. Kustības noteikšana	308
4.3.4. Materiālā punkta kustība vakuumā	308
4.3.4.1. Punkta kustība nelielā attālumā no Zemes	308
4.3.5. Punkta vertikāla kustība lielā augstumā	310
4.3.6. Materiālā punkta vertikāla kustība uz leju vidē ar pretestību	310
4.3.7. Matemātiskais svārstis	311
4.3.8. Mehāniskās sistēmas statistiskie momenti un masas centri	311
4.3.9. Inerces momenti	312
4.3.10. Sistēmas masas centra kustības teorēma	312
4.3.11. Kustības dinamiskie raksturotāji	313
4.3.12. Dinamikas vispārīgās teorēmas	314
4.3.13. Griešanās kustības diferenciālvienādojums	314
4.3.14. Fizikālais svārstis	314
4.3.15. Inerces spēki	315
4.3.15.1. Virzes kustība	315
4.3.15.2. Rotācijas kustība ap masas centru	315
4.3.15.3. Rotācijas kustība ap asi, kas neiet caur masas centru	315
4.3.15.4. Komplāna kustība	316
4.3.16. Aizstājēja punkta metode	316
4.3.17. Dalambēra princips	316
4.3.18. Reakciju noteikšana mehānisma kinemātiskajos pāros	317
4.3.19. Trieciens	318
4.3.20. Jēdziens par svārstībām	320
4.3.20.1. Materiālā punkta harmoniskas svārstības	320
4.3.20.2. Lieces svārstības	321
4.3.20.3. Materiālā punkta uzspiestas svārstības	321
4.3.21. Žiroskopiskais efekts	322

Piektā nodaļa. MEHĀNISMU UN MAŠĪNU TEORIJA

5.1. Vienkāršo zobmehānismu ar nekustīgām asīm pārnese attiecība	325
5.2. Daudzlocekļu zobmehānismu pārnese attiecība (asis nekustīgas)	325
5.3. Planetāro pārvadu pārnese attiecība (cilindriski zobratī ar kustīgām asīm)	326
5.3.1. Vienkāršo planetāro pārvadu pārnese attiecība	326
5.4. Zobratu diferenciāla pārnese attiecība	329
5.4.1. Diferenciālis ar divām kustības brīvībām	329
5.4.2. Diferenciālis ar vienu kustības brīvību — noslēgts diferenciālis	329
5.5. Konisko zobratu pārnese attiecība	330
5.5.1. Pārvads ar nekustīgām asīm	330
5.5.2. Planetārais pārvads	331
5.6. Skrūves zobratu mehānisms	333
5.7. Gliemežpārvads	333

5.8. Universālais šarnīra mehānisms	335
5.8.1. Vienkāršais universālais šarnīra mehānisms	335
5.8.2. Divkāršais universālais šarnīra mehānisms	336
5.9. Trislocekļu skrūves mehānismi	336
5.10. Maltas mehānismi	337
5.10.1. Ārējā sazobe	337
5.10.2. Iekšējā sazobe	338
5.11. Izciļņa mehānismi	338
5.11.1. Izciļņa pagriezienu leņķi	338
5.11.2. Kustības diagrammas	339
5.11.3. Grafiskā integrēšana	340
5.11.4. Spiediena un kustības pārnese leņķi	341
5.11.5. Izciļņa griešanās ass grafiska noteikšana	341
5.11.6. Izciļņa profila grafiskā konstruēšana	342
5.11.7. Izciļņa griešanās ass analītiska noteikšana un izciļņa profila koordinātu aprēķins	343
5.12. Mehānismu inerces spēku līdzsvarošana	344

Sestā nodaļa. MATERIĀLU PRETESTĪBA

6.1. Laukuma inerces momenti	347
6.1.1. Laukuma aksiālie inerces momenti	347
6.1.2. Laukuma centrifugālais inerces moments	347
6.1.3. Inerces momenti pret paralēlām koordinātu asīm	348
6.1.4. Inerces momenti pret pagrieztām koordinātu asīm	348
6.1.5. Galvenās centrālās inerces ass un galvenie centrālie inerces momenti	349
6.1.6. Salikta (komplicēta) laukuma inerces momenti	349
6.1.7. Laukuma aksiālie pretestības momenti	350
6.1.8. Laukuma inerces rādiusi	350
6.1.9. Laukuma polārais inerces moments	350
6.1.10. Laukuma polārā un aksiālo inerces momentu sakarība	350
6.1.11. Parastāko laukumu inerces un pretestības momenti	351
6.1.11.1. Taisnstūra laukums	351
6.1.11.2. Vienādsānu trijstūra laukums	351
6.1.11.3. Vienādsānu trapeces laukums	352
6.1.11.4. Riņķa laukums	352
6.1.11.5. Riņķa gredzena laukums	352
6.1.11.6. Elipses laukums	353
6.1.11.7. T veida laukums	353
6.1.11.8. Riņķa sektora laukums	354
6.1.11.9. Riņķa segmenta laukums	354
6.1.11.10. Augstsprieguma līnijas balsta traversas šķērs-griezuma laukums	354
6.1.11.11. Riņķa dubultsegmenta laukums	355
6.1.11.12. Regulāra daudzstūra laukums	356
6.1.12. Inerces un pretestības momentu tabulas	357
6.1.12.1. Vienādmalu leņķa profila centrifugālais inerces moments	369
6.1.12.2. Dažādmalu leņķa profila centrifugālais inerces moments	369
6.2. Stiepe un spiede	370
6.2.1. Vispārīgi jēdzieni. Normālais un tangenciālais spriegums	370
6.2.2. Stiepes (spiedes) noslogojums un deformācijas	371
6.2.3. Stiepes (spiedes) spriegums normālajā šķēlumā. Huka likums	372
6.2.4. Aksiālais spēks	373
6.2.5. Izmēru aprēķināšana stiepē (spiedē)	374

6.2.6. Stiepes (spiedes) noslogojums plaknē	375
6.2.6.1. Relatīvās deformācijas galveno spriegumu virzienos	375
6.2.6.2. Spriegumi slīpos šķēlumos	375
6.2.6.3. Galvenie spriegumi	376
6.2.7. Stiepes (spiedes) noslogojums telpā	377
6.2.7.1. Relatīvās deformācijas galveno spriegumu virzienos	377
6.2.7.2. Maksimālie tangenciālie spriegumi	377
6.2.8. Izturības teorijas	378
6.2.8.1. Vispārīgi jēdzieni	378
6.2.8.2. Reducētie spriegumi	378
6.2.9. Tīrā bīde	379
6.3. Cilindrisku ķermeņu vērpe	380
6.3.1. Vērpes moments	380
6.3.2. Vērpes deformācijas	381
6.3.3. Vērpes spriegums	382
6.3.4. Galvenie vērpes spriegumi	383
6.3.5. Izmēru aprēķināšana vērpē	383
6.3.5.1. Diametra aprēķināšana pēc pieļaujamā vērpes sprieguma	383
6.3.5.2. Diametra aprēķināšana pēc pieļaujamā relatīvā savērpes leņķa	383
6.3.6. Neapaļu stieņu vērpe	384
6.3.7. Cilindriska spirālatspere	385
6.3.7.1. Atsperes deformācija un spriegums	385
6.3.7.2. Atsperes izturības aprēķins	385
6.3.7.3. Saliktas atsperes aprēķins	386
6.4. Taisna stieņa (sijas) liece	387
6.4.1. Vispārīgi jēdzieni	387
6.4.2. Šķērsspēks un lieces moments	387
6.4.3. Lieces momenta, šķērsspēka un izkliedēta spēka sakarības	390
6.4.4. Normālais spriegums tīrā liecē	392
6.4.5. Tangenciālais spriegums liecē	393
6.4.5.1. Formulas tangenciālā sprieguma aprēķināšanai liecē	393
6.4.5.2. Tangenciālais spriegums liecē parastākajos sijas šķēlumos	393
6.4.6. Galvenie lieces spriegumi	395
6.4.7. Sijas izmēru izturības aprēķins liecē	395
6.4.8. Sijas lieces deformācijas	397
6.4.8.1. Vispārīgie vienādojumi sijas lieces deformāciju aprēķināšanai	397
6.4.8.2. Šķērsspēks, lieces moments un deformācijas parastākos noslogojuma gadījumos	399
6.5. Saliktie noslogojumi	402
6.5.1. Saliktais stiepes (spiedes) un lieces noslogojums	403
6.5.1.1. Koordināšu asu virzieni	403
6.5.1.2. Normālais spriegums	403
6.5.1.3. Neitrālā ass	404
6.5.1.4. Neitrālās ass virzienleņķis	404
6.5.1.5. Maksimālais normālais spriegums	404
6.5.1.6. Izmēru aprēķināšana	404
6.5.1.7. Greizā liece	405
6.5.2. Saliktais stiepes (spiedes) un vērpes noslogojums	406
6.5.3. Saliktais lieces un vērpes noslogojums	407
6.6. Statiski noteicami rāmji un liki stieņi plaknē	410
6.6.1. Statiski noteicamo plakano rāmju iekšējo spēku epīras	410
6.6.2. Liku stieņu iekšējo spēku epīras	411
6.6.3. Spriegumi plakanos rāmjos un likos stieņos	413
6.6.4. Plakanu rāmju un liku stieņu deformācijas	414
6.6.4.1. Mora metode	414
6.6.4.2. Verešcagina metode	416

6.7. Ļodze	418
6.7.1. Kritiskais Ļodzes spēks	418
6.7.2. Izmēru aprēķināšana Ļodzē	419
6.7.3. Pieļaujamais Ļodzes spēks	421
6.7.4. Kritiskais Ļodzes spēks vērpē noslogotam stienim	423
6.7.5. Kritiskais Ļodzes spēks ap savu asi rotējošam stienim	424
6.7.6. Stieņa pašsvara ietekme uz kritisko Ļodzes spēku	424
6.7.7. Kritiskais Ļodzes spēks stienim ar mainīgu šķēsgriezuma inerces momentu	424
6.8. Dinamiskie noslogojumi	426
6.8.1. Ķermeņa paātrināta kustība	427
6.8.1.1. Vispārīgi jēdzieni	427
6.8.1.2. Parastākie ķermeņa paātrinātas kustības gadījumi	427
6.8.2. Ķermeņu trieciens	431
6.8.2.1. Vispārīgi jēdzieni	431
6.8.2.2. Parastākie ķermeņa trieciena gadījumi	431
6.9. Vietējie spriegumi	433
6.9.1. Koncentrācijas spriegumi	433
6.9.1.1. Sprieguma koncentrācijas teorētiskais koeficients	434
6.9.1.2. Sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients	434
6.9.2. Kontaktspriegumi	441
6.9.2.1. Kontaktspriegumi un kontaktvirsmas ķermeņiem, kas pirms noslodzes saskaras vienā punktā	441
6.9.2.2. Kontaktspriegumi un kontaktvirsmas ķermeņiem, kas pirms noslodzes saskaras pa taisni	444
6.9.2.3. Kontaktķermeņu izturība	445
6.10. Laikā mainīgie spriegumi	446
6.10.1. Materiāla nogurums	446
6.10.2. Ciklu veidi	446
6.10.3. Materiāla ilgizturība	448
6.10.3.1. Ilgizturība simetriskā ciklā	448
6.10.3.2. Ilgizturība nesimetriskā ciklā. Robežciklu diagrammas	450
6.10.4. Faktori, kas ietekmē ilgizturības robežu	451
6.10.4.1. Priekšmeta formas ietekme; sprieguma koncentrācija	451
6.10.4.2. Priekšmeta lieluma ietekme	452
6.10.4.3. Priekšmeta virsmas apstrādes ietekme	452
6.10.4.4. Citas ietekmes	453
6.10.5. Ilgizturības palielināšanas paņēmieni	454
6.10.6. Ilgizturības aprēķini	455
6.10.6.1. Drošības koeficienta noteikšana simetriskā noslodzē	455
6.10.6.2. Drošības koeficienta noteikšana nesimetriskā noslodzē	455
6.10.6.3. Drošības koeficienta noteikšana saliktā noslodzē	457
6.10.6.4. Piemēri izturības aprēķinam laikā mainīgā noslodzē	457

Septītā nodaļa. METĀLU TEHNOĻĪJA

7.1. Mehānisko īpašību pārbaudes	462
7.1.1. Statiskās pārbaudes	462
7.1.1.1. Stiepes pārbaude (ГОСТ 1497-61)	462
7.1.1.2. Spiedes pārbaude (ГОСТ 2055-43)	465
7.1.1.3. Lieces pārbaude (ГОСТ 2055-43)	465
7.1.1.4. Pārbaude ar ķīļu spiedienu (ГОСТ 2861-45)	466
7.1.1.5. Cietības noteikšana	466

7.1.2. Dinamiskās pārbaudes	470
7.1.2.1. Aptuvena cietības noteikšanas metode ar sitienu	470
7.1.2.2. Stigribas pārbaude (ГОСТ 9454-60)	471
7.1.3. Noguruma jeb ilgizturības pārbaude	471
7.1.4. Materiālu berzes un dilšanas pārbaudes	472
7.2. Tehnoloģisko īpašību pārbaudes	473
7.2.1. Saliekšana aukstā vai karstā stāvoklī (ГОСТ 14019-68)	473
7.2.2. Skārda izvilšanas pārbaude (ГОСТ 10510-63)	474
7.2.3. Stieples un citu materiālu locīšanas pārbaude (ГОСТ 1579-63)	474
7.2.4. Stieples savēršanas pārbaude (ГОСТ 1545-63)	474
7.2.5. Caurrūdišanas pārbaude (ГОСТ 3728-66)	475
7.2.6. Caurrūdišanas pārbaude	475
7.2.7. Sametināšanas pārbaude	476
7.2.7.1. Tērauda plaisāšanas tieksmes noteikšana	476
7.2.7.2. Metinātā savienojuma saliekšanas pārbaude (ГОСТ 6996-66)	478
7.3. Tērauds	478
7.3.1. Dzelzs un oglekļa sakausējumu stāvokļa diagramma	478
7.3.2. Termiskās apstrādes pamati	481
7.3.2.1. Vispārīgie norādījumi	481
7.3.2.2. Oglekļa tērauda galvenie termiskās apstrādes veidi	482
7.3.3. Vispārīgas ziņas par dzelzs un oglekļa sakausējumiem	485
7.3.3.1. Oglekļa tērauds	486
7.3.3.2. Leģētais tērauds	486
7.3.3.3. Čuguns	488
7.3.4. Tērauda klasifikācija	489
7.3.4.1. Tērauda klasifikācijas shēma	489
7.3.4.2. Tērauda šķirņu apzīmējumi	491
7.3.4.3. Būvniecības tērauds	492
7.3.4.4. Mašīnbūves konstrukciju tēraudi	492
7.3.4.5. Instrumentu tērauds	503
7.3.4.6. Tēraudi ar speciālām fizikālām īpašībām	508
7.3.4.7. Grafitizētais tērauds	509
7.4. Čuguns	510
7.4.1. Vispārīgas ziņas un čuguna šķirņu apzīmējumi	510
7.4.2. Pelēkais un lielas izturības čuguns	511
7.4.3. Pelēkā un lielas izturības čuguna klasifikācija	511
7.4.4. Kaļamais čuguns	515
7.4.5. Baltais čuguns	517
7.4.6. Balinātas virskārtas čuguns	517
7.5. Krāsainie metāli un to sakausējumi	518
7.5.1. Varš un tā sakausējumi	518
7.5.1.1. Tehniskais varš	518
7.5.1.2. Misiņš	520
7.5.1.3. Bronza	522
7.5.2. Alumīnijs un tā sakausējumi	527
7.5.2.1. Deformējamie alumīnija sakausējumi	528
7.5.2.2. Lejamie alumīnija sakausējumi	528
7.5.3. Magnijs un tā sakausējumi	534
7.5.4. Niķeļa sakausējumi	534
7.5.5. Svins, alva un to sakausējumi	536
7.5.5.1. Svins un alva	536
7.5.5.2. Gultņu sakausējumi un lodēšanas materiāli	537
7.5.6. Cinks un tā sakausējumi	538
7.6. Metālkeramika un cietsakausējumi	539
7.6.1. Antifrikcijas materiāli	541
7.6.2. Frikcijas materiāli	541
7.6.3. Kontaktmateriāli un filtrmateriāli	541
7.6.4. Cietsakausējumi (ГОСТ 3882-67)	541

Astotā nodaļa. SILTUMMĀCĪBA

8.1. Vielu termiskās īpašības	545
8.1.1. Termiskā izplešanās	545
8.1.2. Maisījumu temperatūra	547
8.1.3. Vielu kušanas, vārīšanās, iztvaikošanas temperatūras. Kušanas un iztvaikošanas siltumi	547
8.2. Tehniskā termodinamika	548
8.2.1. Ideālās gāzes	548
8.2.2. Gāzu īpatnējais siltums	549
8.2.3. Gāzu maisījumi	550
8.2.4. Pirmais termodinamikas likums	552
8.2.5. Ideālo gāzu procesi	553
8.2.6. Otrais termodinamikas likums	556
8.2.7. Iekšdedzes virzuldzinēju cikli	558
8.2.8. Gāzes turbīnu cikli	560
8.2.9. Reaktīvo dzinēju cikli	561
8.2.10. Viencilindra kompresors	562
8.2.11. Daudzpakāpju kompresors	563
8.2.12. Centrbēdzes kompresors	564
8.2.13. Reālās gāzes	564
8.2.14. Ūdens tvaiks	565
8.2.15. Gāzu un tvaiku izplūde	571
8.2.15.1. Gāzes izplūde	571
8.2.15.2. Tvaika izplūde	573
8.2.16. Tvaika dzinēju cikli	574
8.2.17. Binārie cikli	576
8.2.18. Saldēšanas mašīnu cikli	576
8.2.19. Mitrš gaiss	579
8.3. Siltuma pāreja	580
8.3.1. Siltuma vadīšana	580
8.3.2. Siltuma pāreja ar konvekciju	586
8.3.3. Konvektīvās siltuma pārejas aprēķina formulas	588
8.3.4. Siltuma atdeve iztvaikošanas apstākļos	591
8.3.5. Siltuma atdeve kondensējoties	592
8.3.6. Siltuma starošana	593
8.3.7. Siltuma kompleksā pāreja	596
8.3.8. Cauruļvadu siltuma izolācijas biežums	597
8.3.9. Siltumapmaiņas aparātu termiskais aprēķins	597
1. pielikums. Sakarības starp fizikālo lielumu mērvienībām	599
2. pielikums. Ķīmisko elementu raksturotāji lielumi	601
Literatūra	604

MATEMĀTIKA

1.0. SKAITĻU TABULAS

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
1	1	1	1,0000	1,0000	1000,000	3,142	0,7854	1
2	4	8	1,4142	1,2599	500,000	6,283	3,1416	2
3	9	27	1,7321	1,4422	333,333	9,425	7,0686	3
4	16	64	2,0000	1,5874	250,000	12,566	12,5664	4
5	25	125	2,2361	1,7100	200,000	15,708	19,6350	5
6	36	216	2,4495	1,8171	166,667	18,850	28,2743	6
7	49	343	2,6458	1,9129	142,857	21,991	38,4845	7
8	64	512	2,8284	2,0000	125,000	25,133	50,2655	8
9	81	729	3,0000	2,0801	111,111	28,274	63,6173	9
10	100	1 000	3,1623	2,1544	100,0000	31,416	78,5398	10
11	121	1 331	3,3166	2,2240	90,9091	34,558	95,0332	11
12	144	1 728	3,4641	2,2894	83,3333	37,699	113,097	12
13	169	2 197	3,6056	2,3513	76,9231	40,841	132,732	13
14	196	2 744	3,7417	2,4101	71,4286	43,982	153,938	14
15	225	3 375	3,8730	2,4662	66,6667	47,124	176,715	15
16	256	4 096	4,0000	2,5198	62,5000	50,265	201,062	16
17	289	4 913	4,1231	2,5713	58,8235	53,407	226,980	17
18	324	5 832	4,2426	2,6207	55,5556	56,549	254,469	18
19	361	6 859	4,3589	2,6684	52,6316	59,690	283,529	19
20	400	8 000	4,4721	2,7144	50,0000	62,832	314,159	20
21	441	9 261	4,5826	2,7589	47,6190	65,973	346,361	21
22	484	10 648	4,6904	2,8020	45,4545	69,115	380,133	22
23	529	12 167	4,7958	2,8439	43,4783	72,257	415,476	23
24	576	13 824	4,8990	2,8845	41,6667	75,398	452,389	24
25	625	15 625	5,0000	2,9240	40,0000	78,540	490,874	25
26	676	17 576	5,0990	2,9625	38,4615	81,681	530,929	26
27	729	19 683	5,1962	3,0000	37,0370	84,823	572,555	27
28	784	21 952	5,2915	3,0366	35,7143	87,965	615,752	28
29	841	24 389	5,3852	3,0723	34,4828	91,106	660,520	29
30	900	27 000	5,4772	3,1072	33,3333	94,248	706,858	30
31	961	29 791	5,5678	3,1414	32,2581	97,389	754,768	31
32	1 024	32 768	5,6569	3,1748	31,2500	100,53	804,248	32
33	1 089	35 937	5,7446	3,2075	30,3030	103,67	855,299	33
34	1 156	39 304	5,8310	3,2396	29,4118	106,81	907,920	34
35	1 225	42 875	5,9161	3,2711	28,5714	109,96	962,113	35
36	1 296	46 656	6,0000	3,3019	27,7778	113,10	1 017,88	36
37	1 369	50 653	6,0828	3,3322	27,0270	116,24	1 075,21	37
38	1 444	54 872	6,1644	3,3620	26,3158	119,38	1 134,11	38
39	1 521	59 319	6,2450	3,3912	25,6410	122,52	1 194,59	39
40	1 600	64 000	6,3246	3,4200	25,0000	125,66	1 256,64	40

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
40	1 600	64 000	6,3246	3,4200	25,0000	125,66	1 256,64	40
41	1 681	68 921	6,4031	3,4482	24,3902	128,81	1 320,25	41
42	1 764	74 088	6,4807	3,4760	23,8095	131,95	1 385,44	42
43	1 849	79 507	6,5574	3,5034	23,2558	135,09	1 452,20	43
44	1 936	85 184	6,6332	3,5303	22,7273	138,23	1 520,53	44
45	2 025	91 125	6,7082	3,5569	22,2222	141,37	1 590,43	45
46	2 116	97 336	6,7823	3,5830	21,7391	144,51	1 661,90	46
47	2 209	103 823	6,8557	3,6088	21,2766	147,65	1 734,94	47
48	2 304	110 592	6,9282	3,6342	20,8333	150,80	1 809,56	48
49	2 401	117 649	7,0000	3,6593	20,4082	153,94	1 885,74	49
50	2 500	125 000	7,0711	3,6840	20,0000	157,08	1 963,50	50
51	2 601	132 651	7,1414	3,7084	19,6078	160,22	2 042,82	51
52	2 704	140 608	7,2111	3,7325	19,2308	163,36	2 123,72	52
53	2 809	148 877	7,2801	3,7563	18,8679	166,50	2 206,18	53
54	2 916	157 464	7,3485	3,7798	18,5185	169,65	2 290,22	54
55	3 025	166 375	7,4162	3,8030	18,1818	172,79	2 375,83	55
56	3 136	175 616	7,4833	3,8259	17,8571	175,93	2 463,01	56
57	3 249	185 193	7,5498	3,8485	17,5439	179,07	2 551,76	57
58	3 364	195 112	7,6158	3,8709	17,2414	182,21	2 642,08	58
59	3 481	205 379	7,6811	3,8930	16,9492	185,35	2 733,97	59
60	3 600	216 000	7,7460	3,9149	16,6667	188,50	2 827,43	60
61	3 721	226 981	7,8102	3,9365	16,3934	191,64	2 922,47	61
62	3 844	238 328	7,8740	3,9579	16,1290	194,78	3 019,07	62
63	3 969	250 047	7,9373	3,9791	15,8730	197,92	3 117,25	63
64	4 096	262 144	8,0000	4,0000	15,6250	201,06	3 216,99	64
65	4 225	274 625	8,0623	4,0207	15,3846	204,20	3 318,31	65
66	4 356	287 496	8,1240	4,0412	15,1515	207,35	3 421,19	66
67	4 489	300 763	8,1854	4,0615	14,9254	210,49	3 525,65	67
68	4 624	314 432	8,2462	4,0817	14,7059	213,63	3 631,68	68
69	4 761	328 509	8,3066	4,1016	14,4928	216,77	3 739,28	69
70	4 900	343 000	8,3666	4,1213	14,2857	219,91	3 848,45	70
71	5 041	357 911	8,4261	4,1408	14,0845	223,05	3 959,19	71
72	5 184	373 248	8,4853	4,1602	13,8889	226,19	4 071,50	72
73	5 329	389 017	8,5440	4,1793	13,6986	229,34	4 185,39	73
74	5 476	405 224	8,6023	4,1983	13,5135	232,48	4 300,84	74
75	5 625	421 875	8,6603	4,2172	13,3333	235,62	4 417,86	75
76	5 776	438 976	8,7178	4,2358	13,1579	238,76	4 536,46	76
77	5 929	456 533	8,7750	4,2543	12,9870	241,90	4 656,63	77
78	6 084	474 552	8,8318	4,2727	12,8205	245,04	4 778,36	78
79	6 241	493 039	8,8882	4,2908	12,6582	248,19	4 901,67	79
80	6 400	512 000	8,9443	4,3089	12,5000	251,33	5 026,55	80
81	6 561	531 441	9,0000	4,3267	12,3457	254,47	5 153,00	81
82	6 724	551 368	9,0554	4,3445	12,1951	257,61	5 281,02	82
83	6 889	571 787	9,1104	4,3621	12,0482	260,75	5 410,61	83
84	7 056	592 704	9,1652	4,3795	11,9048	263,89	5 541,77	84
85	7 225	614 125	9,2195	4,3968	11,7647	267,04	5 674,50	85
86	7 396	636 056	9,2736	4,4140	11,6279	270,18	5 808,80	86
87	7 569	658 503	9,3274	4,4310	11,4943	273,32	5 944,68	87
88	7 744	681 472	9,3808	4,4480	11,3636	276,46	6 082,12	88
89	7 921	704 969	9,4340	4,4647	11,2360	279,60	6 221,14	89
90	8 100	729 000	9,4868	4,4814	11,1111	282,74	6 361,73	90

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
90	8 100	729 000	9,4868	4,4814	11,1111	282,74	6 361,73	90
91	8 281	753 571	9,5394	4,4979	10,9890	285,88	6 503,88	91
92	8 464	778 688	9,5917	4,5144	10,8696	289,03	6 647,61	92
93	8 649	804 357	9,6437	4,5307	10,7527	292,17	6 792,91	93
94	8 836	830 584	9,6954	4,5468	10,6383	295,31	6 939,78	94
95	9 025	857 375	9,7468	4,5629	10,5263	298,45	7 088,22	95
96	9 216	884 736	9,7980	4,5789	10,4167	301,59	7 238,23	96
97	9 409	912 673	9,8489	4,5947	10,3093	304,73	7 389,81	97
98	9 604	941 192	9,8995	4,6104	10,2041	307,88	7 542,96	98
99	9 801	970 299	9,9499	4,6261	10,1010	311,02	7 697,69	99
100	10 000	1 000 000	10,0000	4,6416	10,0000	314,16	7 853,98	100
101	10 201	1 030 301	10,0499	4,6570	9,9010	317,30	8 011,85	101
102	10 404	1 061 208	10,0995	4,6723	9,8039	320,44	8 171,28	102
103	10 609	1 092 727	10,1489	4,6875	9,7087	323,58	8 332,29	103
104	10 816	1 124 864	10,1980	4,7027	9,6154	326,73	8 494,87	104
105	11 025	1 157 625	10,2470	4,7177	9,5238	329,87	8 659,01	105
106	11 236	1 191 016	10,2956	4,7326	9,4340	333,01	8 824,73	106
107	11 449	1 225 043	10,3441	4,7475	9,3458	336,15	8 992,02	107
108	11 664	1 259 712	10,3923	4,7622	9,2593	339,29	9 160,88	108
109	11 881	1 295 029	10,4403	4,7769	9,1743	342,43	9 331,32	109
110	12 100	1 331 000	10,4881	4,7914	9,0909	345,58	9 503,32	110
111	12 321	1 367 631	10,5357	4,8059	9,0090	348,72	9 676,89	111
112	12 544	1 404 928	10,5830	4,8203	8,9286	351,86	9 852,03	112
113	12 769	1 442 897	10,6301	4,8346	8,8496	355,00	10 028,7	113
114	12 996	1 481 544	10,6771	4,8488	8,7719	358,14	10 207,0	114
115	13 225	1 520 875	10,7238	4,8629	8,6957	361,28	10 386,9	115
116	13 456	1 560 896	10,7703	4,8770	8,6207	364,42	10 568,3	116
117	13 689	1 601 613	10,8167	4,8910	8,5470	367,57	10 751,3	117
118	13 924	1 643 032	10,8628	4,9049	8,4746	370,71	10 935,9	118
119	14 161	1 685 159	10,9087	4,9187	8,4034	373,85	11 122,0	119
120	14 400	1 728 000	10,9545	4,9324	8,3333	376,99	11 309,7	120
121	14 641	1 771 561	11,0000	4,9461	8,2645	380,13	11 499,0	121
122	14 884	1 815 848	11,0454	4,9597	8,1967	383,27	11 689,9	122
123	15 129	1 860 867	11,0905	4,9732	8,1301	386,42	11 882,3	123
124	15 376	1 906 624	11,1355	4,9866	8,0645	389,56	12 076,3	124
125	15 625	1 953 125	11,1803	5,0000	8,0000	392,70	12 271,8	125
126	15 876	2 000 376	11,2250	5,0133	7,9365	395,84	12 469,0	126
127	16 129	2 048 383	11,2694	5,0265	7,8740	398,98	12 667,7	127
128	16 384	2 097 152	11,3137	5,0397	7,8125	402,12	12 868,0	128
129	16 641	2 146 689	11,3578	5,0528	7,7519	405,27	13 069,8	129
130	16 900	2 197 000	11,4018	5,0658	7,6923	408,41	13 273,2	130
131	17 161	2 248 091	11,4455	5,0788	7,6336	411,55	13 478,2	131
132	17 424	2 299 968	11,4891	5,0916	7,5758	414,69	13 684,8	132
133	17 689	2 352 637	11,5326	5,1045	7,5188	417,83	13 892,9	133
134	17 956	2 406 104	11,5758	5,1172	7,4627	420,97	14 102,6	134
135	18 225	2 460 375	11,6190	5,1299	7,4074	424,12	14 313,9	135
136	18 496	2 515 456	11,6619	5,1426	7,3529	427,26	14 526,7	136
137	18 769	2 571 353	11,7047	5,1551	7,2993	430,40	14 741,1	137
138	19 044	2 628 072	11,7473	5,1676	7,2464	433,54	14 957,1	138
139	19 321	2 685 619	11,7898	5,1801	7,1942	436,68	15 174,7	139
140	19 600	2 744 000	11,8322	5,1925	7,1429	439,82	15 393,8	140

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
140	19 600	2 744 000	11,8322	5,1925	7,1429	439,82	15 393,8	140
141	19 881	2 803 221	11,8743	5,2048	7,0922	442,96	15 614,5	141
142	20 164	2 863 288	11,9164	5,2171	7,0423	446,11	15 836,8	142
143	20 449	2 924 207	11,9583	5,2293	6,9930	449,25	16 060,6	143
144	20 736	2 985 984	12,0000	5,2415	6,9444	452,39	16 286,0	144
145	21 025	3 048 625	12,0416	5,2536	6,8966	455,53	16 513,0	145
146	21 316	3 112 136	12,0830	5,2656	6,8493	458,67	16 741,5	146
147	21 609	3 176 523	12,1244	5,2776	6,8027	461,81	16 971,7	147
148	21 904	3 241 792	12,1655	5,2896	6,7568	464,96	17 203,4	148
149	22 201	3 307 949	12,2066	5,3015	6,7114	468,10	17 436,6	149
150	22 500	3 375 000	12,2474	5,3133	6,6667	471,24	17 671,5	150
151	22 801	3 442 951	12,2882	5,3251	6,6225	474,38	17 907,9	151
152	23 104	3 511 808	12,3288	5,3368	6,5789	477,52	18 145,8	152
153	23 409	3 581 577	12,3693	5,3485	6,5359	480,66	18 385,4	153
154	23 716	3 652 264	12,4097	5,3601	6,4935	483,81	18 626,5	154
155	24 025	3 723 875	12,4499	5,3717	6,4516	486,95	18 869,2	155
156	24 336	3 796 416	12,4900	5,3832	6,4103	490,09	19 113,4	156
157	24 649	3 869 893	12,5300	5,3947	6,3694	493,23	19 359,3	157
158	24 964	3 944 312	12,5698	5,4061	6,3291	496,37	19 606,7	158
159	25 281	4 019 679	12,6095	5,4175	6,2893	499,51	19 855,7	159
160	25 600	4 096 000	12,6491	5,4288	6,2500	502,65	20 106,2	160
161	25 921	4 173 281	12,6886	5,4401	6,2112	505,80	20 358,3	161
162	26 244	4 251 528	12,7279	5,4514	6,1728	508,94	20 612,0	162
163	26 569	4 330 747	12,7671	5,4626	6,1350	512,08	20 867,2	163
164	26 896	4 410 944	12,8062	5,4737	6,0976	515,22	21 124,1	164
165	27 225	4 492 125	12,8452	5,4848	6,0606	518,36	21 382,5	165
166	27 556	4 574 296	12,8841	5,4959	6,0241	521,50	21 642,4	166
167	27 889	4 657 463	12,9228	5,5069	5,9880	524,65	21 904,0	167
168	28 224	4 741 632	12,9615	5,5178	5,9524	527,79	22 167,1	168
169	28 561	4 826 809	13,0000	5,5288	5,9172	530,93	22 431,8	169
170	28 900	4 913 000	13,0384	5,5397	5,8824	534,07	22 698,0	170
171	29 241	5 000 211	13,0767	5,5505	5,8480	537,21	22 965,8	171
172	29 584	5 088 448	13,1149	5,5613	5,8140	540,35	23 235,2	172
173	29 929	5 177 717	13,1529	5,5721	5,7803	543,50	23 506,2	173
174	30 276	5 268 024	13,1909	5,5828	5,7471	546,64	23 778,7	174
175	30 625	5 359 375	13,2288	5,5934	5,7143	549,78	24 052,8	175
176	30 976	5 451 776	13,2665	5,6041	5,6818	552,92	24 328,5	176
177	31 329	5 545 233	13,3041	5,6147	5,6497	556,06	24 605,7	177
178	31 684	5 639 752	13,3417	5,6252	5,6180	559,20	24 884,6	178
179	32 041	5 735 339	13,3791	5,6357	5,5866	562,35	25 164,9	179
180	32 400	5 832 000	13,4164	5,6462	5,5556	565,49	25 446,9	180
181	32 761	5 929 741	13,4536	5,6567	5,5249	568,63	25 730,4	181
182	33 124	6 028 568	13,4907	5,6671	5,4945	571,77	26 015,5	182
183	33 489	6 128 487	13,5277	5,6774	5,4645	574,91	26 302,2	183
184	33 856	6 229 504	13,5647	5,6877	5,4348	578,05	26 590,4	184
185	34 225	6 331 625	13,6015	5,6980	5,4054	581,19	26 880,3	185
186	34 596	6 434 856	13,6382	5,7083	5,3763	584,34	27 171,6	186
187	34 969	6 539 203	13,6748	5,7185	5,3476	587,48	27 464,6	187
188	35 344	6 644 672	13,7113	5,7287	5,3191	590,62	27 759,1	188
189	35 721	6 751 269	13,7477	5,7388	5,2910	593,76	28 055,2	189
190	36 100	6 859 000	13,7840	5,7489	5,2632	596,90	28 352,9	190

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
190	36 100	6 859 000	13,7840	5,7489	5,2632	596,90	28 352,9	190
191	36 481	6 967 871	13,8203	5,7590	5,2356	600,04	28 652,1	191
192	36 864	7 077 888	13,8564	5,7690	5,2083	603,19	28 952,9	192
193	37 249	7 189 057	13,8924	5,7790	5,1813	606,33	29 255,3	193
194	37 636	7 301 384	13,9284	5,7890	5,1546	609,47	29 559,2	194
195	38 025	7 414 875	13,9642	5,7989	5,1282	612,61	29 864,8	195
196	38 416	7 529 536	14,0000	5,8088	5,1020	615,75	30 171,9	196
197	38 809	7 645 373	14,0357	5,8186	5,0761	618,89	30 480,5	197
198	39 204	7 762 392	14,0712	5,8285	5,0505	622,04	30 790,7	198
199	39 601	7 880 599	14,1067	5,8383	5,0251	625,18	31 102,6	199
200	40 000	8 000 000	14,1421	5,8480	5,0000	628,32	31 415,9	200
201	40 401	8 120 601	14,1774	5,8578	4,9751	631,46	31 730,9	201
202	40 804	8 242 408	14,2127	5,8675	4,9505	634,60	32 047,4	202
203	41 209	8 365 427	14,2478	5,8771	4,9261	637,74	32 365,5	203
204	41 616	8 489 664	14,2829	5,8868	4,9020	640,88	32 685,1	204
205	42 025	8 615 125	14,3178	5,8964	4,8780	644,03	33 006,4	205
206	42 436	8 741 816	14,3527	5,9059	4,8544	647,17	33 329,2	206
207	42 849	8 869 743	14,3875	5,9155	4,8309	650,31	33 653,5	207
208	43 264	8 998 912	14,4222	5,9250	4,8077	653,45	33 979,5	208
209	43 681	9 129 329	14,4568	5,9345	4,7847	656,59	34 307,0	209
210	44 100	9 261 000	14,4914	5,9439	4,7619	659,73	34 636,1	210
211	44 521	9 393 931	14,5258	5,9533	4,7393	662,88	34 966,7	211
212	44 944	9 528 128	14,5602	5,9627	4,7170	666,02	35 298,9	212
213	45 369	9 663 597	14,5945	5,9721	4,6948	669,16	35 632,7	213
214	45 796	9 800 344	14,6287	5,9814	4,6729	672,30	35 968,1	214
215	46 225	9 938 375	14,6629	5,9907	4,6512	675,44	36 305,0	215
216	46 656	10 077 696	14,6969	6,0000	4,6296	678,58	36 643,5	216
217	47 089	10 218 313	14,7309	6,0092	4,6083	681,73	36 983,6	217
218	47 524	10 360 232	14,7648	6,0185	4,5872	684,87	37 325,3	218
219	47 961	10 503 459	14,7986	6,0277	4,5662	688,01	37 668,5	219
220	48 400	10 648 000	14,8324	6,0368	4,5455	691,15	38 013,3	220
221	48 841	10 793 861	14,8661	6,0459	4,5249	694,29	38 359,6	221
222	49 284	10 941 048	14,8997	6,0550	4,5045	697,43	38 707,6	222
223	49 729	11 089 567	14,9332	6,0641	4,4843	700,58	39 057,1	223
224	50 176	11 239 424	14,9666	6,0732	4,4643	703,72	39 408,1	224
225	50 625	11 390 625	15,0000	6,0822	4,4444	706,86	39 760,8	225
226	51 076	11 543 176	15,0333	6,0912	4,4248	710,00	40 115,0	226
227	51 529	11 697 083	15,0665	6,1002	4,4053	713,14	40 470,8	227
228	51 984	11 852 352	15,0997	6,1091	4,3860	716,28	40 828,1	228
229	52 441	12 008 989	15,1327	6,1180	4,3668	719,42	41 187,1	229
230	52 900	12 167 000	15,1658	6,1269	4,3478	722,57	41 547,6	230
231	53 361	12 326 391	15,1987	6,1358	4,3290	725,71	41 909,6	231
232	53 824	12 487 168	15,2315	6,1446	4,3103	728,85	42 273,3	232
233	54 289	12 649 337	15,2643	6,1534	4,2918	731,99	42 638,5	233
234	54 756	12 812 904	15,2971	6,1622	4,2735	735,13	43 005,3	234
235	55 225	12 977 875	15,3297	6,1710	4,2553	738,27	43 373,6	235
236	55 696	13 144 256	15,3623	6,1797	4,2373	741,42	43 743,5	236
237	56 169	13 312 053	15,3948	6,1885	4,2194	744,56	44 115,0	237
238	56 644	13 481 272	15,4272	6,1972	4,2017	747,70	44 488,1	238
239	57 121	13 651 919	15,4596	6,2058	4,1841	750,84	44 862,7	239
240	57 600	13 824 000	15,4919	6,2145	4,1667	753,98	45 238,9	240

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
240	57 600	13 824 000	15,4919	6,2145	4,1667	753,98	45 238,9	240
241	58 081	13 997 521	15,5242	6,2231	4,1494	757,12	45 616,7	241
242	58 564	14 172 488	15,5563	6,2317	4,1322	760,27	45 996,1	242
243	59 049	14 348 907	15,5885	6,2403	4,1152	763,41	46 377,0	243
244	59 536	14 526 784	15,6205	6,2488	4,0984	766,55	46 759,5	244
245	60 025	14 706 125	15,6525	6,2573	4,0816	769,69	47 143,5	245
246	60 516	14 886 936	15,6844	6,2658	4,0650	772,83	47 529,2	246
247	61 009	15 069 223	15,7162	6,2743	4,0486	775,97	47 916,4	247
248	61 504	15 252 992	15,7480	6,2828	4,0323	779,11	48 305,1	248
249	62 001	15 438 249	15,7797	6,2912	4,0161	782,26	48 695,5	249
250	62 500	15 625 000	15,8114	6,2996	4,0000	785,40	49 087,4	250
251	63 001	15 813 251	15,8430	6,3080	3,9841	788,54	49 480,9	251
252	63 504	16 003 008	15,8745	6,3164	3,9683	791,68	49 875,9	252
253	64 009	16 194 277	15,9060	6,3247	3,9526	794,82	50 272,6	253
254	64 516	16 387 064	15,9374	6,3330	3,9370	797,96	50 670,7	254
255	65 025	16 581 375	15,9687	6,3413	3,9216	801,11	51 070,5	255
256	65 536	16 777 216	16,0000	6,3496	3,9062	804,25	51 471,9	256
257	66 049	16 974 593	16,0312	6,3579	3,8911	807,39	51 874,8	257
258	66 564	17 173 512	16,0624	6,3661	3,8760	810,53	52 279,2	258
259	67 081	17 373 979	16,0935	6,3743	3,8610	813,67	52 685,3	259
260	67 600	17 576 000	16,1245	6,3825	3,8462	816,81	53 092,9	260
261	68 121	17 779 581	16,1555	6,3907	3,8314	819,96	53 502,1	261
262	68 644	17 984 728	16,1864	6,3988	3,8168	823,10	53 912,9	262
263	69 169	18 191 447	16,2173	6,4070	3,8023	826,24	54 325,2	263
264	69 696	18 399 744	16,2481	6,4151	3,7879	829,38	54 739,1	264
265	70 225	18 609 625	16,2788	6,4232	3,7736	832,52	55 154,6	265
266	70 756	18 821 096	16,3095	6,4312	3,7594	835,66	55 571,6	266
267	71 289	19 034 163	16,3401	6,4393	3,7453	838,81	55 990,2	267
268	71 824	19 248 832	16,3707	6,4473	3,7313	841,95	56 410,4	268
269	72 361	19 465 109	16,4012	6,4553	3,7175	845,09	56 832,2	269
270	72 900	19 683 000	16,4317	6,4633	3,7037	848,23	57 255,5	270
271	73 441	19 902 511	16,4621	6,4713	3,6900	851,37	57 680,4	271
272	73 984	20 123 648	16,4924	6,4792	3,6765	854,51	58 106,9	272
273	74 529	20 346 417	16,5227	6,4872	3,6630	857,65	58 534,9	273
274	75 076	20 570 824	16,5529	6,4951	3,6496	860,80	58 964,6	274
275	75 625	20 796 875	16,5831	6,5030	3,6364	863,94	59 395,7	275
276	76 176	21 024 576	16,6132	6,5108	3,6232	867,08	59 828,5	276
277	76 729	21 253 933	16,6433	6,5187	3,6101	870,22	60 262,8	277
278	77 284	21 484 952	16,6733	6,5265	3,5971	873,36	60 698,7	278
279	77 841	21 717 639	16,7033	6,5343	3,5842	876,50	61 136,2	279
280	78 400	21 952 000	16,7332	6,5421	3,5714	879,65	61 575,2	280
281	78 961	22 188 041	16,7631	6,5499	3,5587	882,79	62 015,8	281
282	79 524	22 425 768	16,7929	6,5577	3,5461	885,93	62 458,0	282
283	80 089	22 665 187	16,8226	6,5654	3,5336	889,07	62 901,8	283
284	80 656	22 906 304	16,8523	6,5731	3,5211	892,21	63 347,1	284
285	81 225	23 149 125	16,8819	6,5808	3,5088	895,35	63 794,0	285
286	81 796	23 393 656	16,9115	6,5885	3,4965	898,50	64 242,4	286
287	82 369	23 639 903	16,9411	6,5962	3,4843	901,64	64 692,5	287
288	82 944	23 887 872	16,9706	6,6039	3,4722	904,78	65 144,1	288
289	83 521	24 137 569	17,0000	6,6115	3,4602	907,92	65 597,2	289
290	84 100	24 389 000	17,0294	6,6191	3,4483	911,06	66 052,0	290

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	$\sqrt[n]{n}$	$\frac{3}{\sqrt[n]{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
290	84 100	24 389 000	17,0294	6,6191	3,4483	911,06	66 052,0	290
291	84 681	24 642 171	17,0587	6,6267	3,4364	914,20	66 508,3	291
292	85 264	24 897 088	17,0880	6,6343	3,4247	917,35	66 966,2	292
293	85 849	25 153 757	17,1172	6,6419	3,4130	920,49	67 425,6	293
294	86 436	25 412 184	17,1464	6,6494	3,4014	923,63	67 886,7	294
295	87 025	25 672 375	17,1756	6,6569	3,3898	926,77	68 349,3	295
296	87 616	25 934 336	17,2047	6,6644	3,3784	929,91	68 813,4	296
297	88 209	26 198 073	17,2337	6,6719	3,3670	933,05	69 279,2	297
298	88 804	26 463 592	17,2627	6,6794	3,3557	936,19	69 746,5	298
299	89 401	26 730 899	17,2916	6,6869	3,3445	939,34	70 215,4	299
300	90 000	27 000 000	17,3205	6,6943	3,3333	942,48	70 685,8	300
301	90 601	27 270 901	17,3494	6,7018	3,3223	945,62	71 157,9	301
302	91 204	27 543 608	17,3781	6,7092	3,3113	948,76	71 631,5	302
303	91 809	27 818 127	17,4069	6,7166	3,3003	951,90	72 106,6	303
304	92 416	28 094 464	17,4356	6,7240	3,2895	955,04	72 583,4	304
305	93 025	28 372 625	17,4642	6,7313	3,2787	958,19	73 061,7	305
306	93 636	28 652 616	17,4929	6,7387	3,2680	961,33	73 541,5	306
307	94 249	28 934 443	17,5214	6,7460	3,2573	964,47	74 023,0	307
308	94 864	29 218 112	17,5499	6,7533	3,2468	967,61	74 506,0	308
309	95 481	29 503 629	17,5784	6,7606	3,2362	970,75	74 990,6	309
310	96 100	29 791 000	17,6068	6,7679	3,2258	973,89	75 476,8	310
311	96 721	30 080 231	17,6352	6,7752	3,2154	977,04	75 964,5	311
312	97 344	30 371 328	17,6635	6,7824	3,2051	980,18	76 453,8	312
313	97 969	30 664 297	17,6918	6,7897	3,1949	983,32	76 944,7	313
314	98 596	30 959 144	17,7200	6,7969	3,1847	986,46	77 437,1	314
315	99 225	31 255 875	17,7482	6,8041	3,1746	989,60	77 931,1	315
316	99 856	31 554 496	17,7764	6,8113	3,1646	992,74	78 426,7	316
317	100 489	31 855 013	17,8045	6,8185	3,1546	995,88	78 923,9	317
318	101 124	32 157 432	17,8326	6,8256	3,1447	999,03	79 422,6	318
319	101 761	32 461 759	17,8606	6,8328	3,1348	1 002,2	79 922,9	319
320	102 400	32 768 000	17,8885	6,8399	3,1250	1 005,3	80 424,8	320
321	103 041	33 076 161	17,9165	6,8470	3,1153	1 008,5	80 928,2	321
322	103 684	33 386 248	17,9444	6,8541	3,1056	1 011,6	81 433,2	322
323	104 329	33 698 267	17,9722	6,8612	3,0960	1 014,7	81 939,8	323
324	104 976	34 012 224	18,0000	6,8683	3,0864	1 017,9	82 448,0	324
325	105 625	34 328 125	18,0278	6,8753	3,0769	1 021,0	82 957,7	325
326	106 276	34 645 976	18,0555	6,8824	3,0675	1 024,2	83 469,0	326
327	106 929	34 965 783	18,0831	6,8894	3,0581	1 027,3	83 981,8	327
328	107 584	35 287 552	18,1108	6,8964	3,0488	1 030,4	84 496,3	328
329	108 241	35 611 289	18,1384	6,9034	3,0395	1 033,6	85 012,3	329
330	108 900	35 937 000	18,1659	6,9104	3,0303	1 036,7	85 529,9	330
331	109 561	36 264 691	18,1934	6,9174	3,0211	1 039,9	86 049,0	331
332	110 224	36 594 368	18,2209	6,9244	3,0120	1 043,0	86 569,7	332
333	110 889	36 926 037	18,2483	6,9313	3,0030	1 046,2	87 092,0	333
334	111 556	37 259 704	18,2757	6,9382	2,9940	1 049,3	87 615,9	334
335	112 225	37 595 375	18,3030	6,9451	2,9851	1 052,4	88 141,3	335
336	112 896	37 933 056	18,3303	6,9521	2,9762	1 055,6	88 668,3	336
337	113 569	38 272 753	18,3576	6,9589	2,9674	1 058,7	89 196,9	337
338	114 244	38 614 472	18,3848	6,9658	2,9586	1 061,9	89 727,0	338
339	114 921	38 958 219	18,4120	6,9727	2,9499	1 065,0	90 258,7	339
340	115 600	39 304 000	18,4391	6,9795	2,9412	1 068,1	90 792,0	340

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
340	115 600	39 304 000	18,4391	6,9795	2,9412	1 068,1	90 792,0	340
341	116 281	39 651 821	18,4662	6,9864	2,9326	1 071,3	91 326,9	341
342	116 964	40 001 688	18,4932	6,9932	2,9240	1 074,4	91 863,3	342
343	117 649	40 353 607	18,5203	7,0000	2,9155	1 077,6	92 401,3	343
344	118 336	40 707 584	18,5472	7,0068	2,9070	1 080,7	92 940,9	344
345	119 025	41 063 625	18,5742	7,0136	2,8986	1 083,8	93 482,0	345
346	119 716	41 421 736	18,6011	7,0203	2,8902	1 087,0	94 024,7	346
347	120 409	41 781 923	18,6279	7,0271	2,8818	1 090,1	94 569,0	347
348	121 104	42 144 192	18,6548	7,0338	2,8736	1 093,3	95 114,9	348
349	121 801	42 508 549	18,6815	7,0406	2,8653	1 096,4	95 662,3	349
350	122 500	42 875 000	18,7083	7,0473	2,8571	1 099,6	96 211,3	350
351	123 201	43 243 551	18,7350	7,0540	2,8490	1 102,7	96 761,8	351
352	123 904	43 614 208	18,7617	7,0607	2,8409	1 105,8	97 314,0	352
353	124 609	43 986 977	18,7883	7,0674	2,8329	1 109,0	97 867,7	353
354	125 316	44 361 864	18,8149	7,0740	2,8249	1 112,1	98 423,0	354
355	126 025	44 738 875	18,8414	7,0807	2,8169	1 115,3	98 979,8	355
356	126 736	45 118 016	18,8680	7,0873	2,8090	1 118,4	99 538,2	356
357	127 449	45 499 293	18,8944	7,0940	2,8011	1 121,5	100 098	357
358	128 164	45 882 712	18,9209	7,1006	2,7933	1 124,7	100 660	358
359	128 881	46 268 279	18,9473	7,1072	2,7855	1 127,8	101 223	359
360	129 600	46 656 000	18,9737	7,1138	2,7778	1 131,0	101 788	360
361	130 321	47 045 881	19,0000	7,1204	2,7701	1 134,1	102 354	361
362	131 044	47 437 928	19,0263	7,1269	2,7624	1 137,3	102 922	362
363	131 769	47 832 147	19,0526	7,1335	2,7548	1 140,4	103 491	363
364	132 496	48 228 544	19,0788	7,1400	2,7473	1 143,5	104 062	364
365	133 225	48 627 125	19,1050	7,1466	2,7397	1 146,7	104 635	365
366	133 956	49 027 896	19,1311	7,1531	2,7322	1 149,8	105 209	366
367	134 689	49 430 863	19,1572	7,1596	2,7248	1 153,0	105 785	367
368	135 424	49 836 032	19,1833	7,1661	2,7174	1 156,1	106 362	368
369	136 161	50 243 409	19,2094	7,1726	2,7100	1 159,2	106 941	369
370	136 900	50 653 000	19,2354	7,1791	2,7027	1 162,4	107 521	370
371	137 641	51 064 811	19,2614	7,1855	2,6954	1 165,5	108 103	371
372	138 384	51 478 848	19,2873	7,1920	2,6882	1 168,7	108 687	372
373	139 129	51 895 117	19,3132	7,1984	2,6810	1 171,8	109 272	373
374	139 876	52 313 624	19,3391	7,2048	2,6738	1 175,0	109 858	374
375	140 625	52 734 375	19,3649	7,2112	2,6667	1 178,1	110 447	375
376	141 376	53 157 376	19,3907	7,2177	2,6596	1 181,2	111 036	376
377	142 129	53 582 633	19,4165	7,2240	2,6525	1 184,4	111 628	377
378	142 884	54 010 152	19,4422	7,2304	2,6455	1 187,5	112 221	378
379	143 641	54 439 939	19,4679	7,2368	2,6385	1 190,7	112 815	379
380	144 400	54 872 000	19,4936	7,2432	2,6316	1 193,8	113 411	380
381	145 161	55 306 341	19,5192	7,2495	2,6247	1 196,9	114 009	381
382	145 924	55 742 968	19,5448	7,2558	2,6178	1 200,1	114 608	382
383	146 689	56 181 887	19,5704	7,2622	2,6110	1 203,2	115 209	383
384	147 456	56 623 104	19,5959	7,2685	2,6042	1 206,4	115 812	384
385	148 225	57 066 625	19,6214	7,2748	2,5974	1 209,5	116 416	385
386	148 996	57 512 456	19,6469	7,2811	2,5907	1 212,7	117 021	386
387	149 769	57 960 603	19,6723	7,2874	2,5840	1 215,8	117 628	387
388	150 544	58 411 072	19,6977	7,2936	2,5773	1 218,9	118 237	388
389	151 321	58 863 869	19,7231	7,2999	2,5707	1 222,1	118 847	389
390	152 100	59 319 000	19,7484	7,3061	2,5641	1 225,2	119 459	390

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
390	152 100	59 319 000	19,7484	7,3061	2,5641	1 225,2	119 459	390
391	152 881	59 776 471	19,7737	7,3124	2,5575	1 228,4	120 072	391
392	153 664	60 236 288	19,7990	7,3186	2,5510	1 231,5	120 687	392
393	154 449	60 698 457	19,8242	7,3248	2,5445	1 234,6	121 304	393
394	155 236	61 162 984	19,8494	7,3310	2,5381	1 237,8	121 922	394
395	156 025	61 629 875	19,8746	7,3372	2,5316	1 240,9	122 542	395
396	156 816	62 099 136	19,8997	7,3434	2,5253	1 244,1	123 163	396
397	157 609	62 570 773	19,9249	7,3496	2,5189	1 247,2	123 786	397
398	158 404	63 044 792	19,9499	7,3558	2,5126	1 250,4	124 410	398
399	159 201	63 521 199	19,9750	7,3619	2,5063	1 253,5	125 036	399
400	160 000	64 000 000	20,0000	7,3681	2,5000	1 256,6	125 664	400
401	160 801	64 481 201	20,0250	7,3742	2,4938	1 259,8	126 293	401
402	161 604	64 964 808	20,0499	7,3803	2,4876	1 262,9	126 923	402
403	162 409	65 450 827	20,0749	7,3864	2,4814	1 266,1	127 556	403
404	163 216	65 939 264	20,0998	7,3925	2,4752	1 269,2	128 190	404
405	164 025	66 430 125	20,1246	7,3986	2,4691	1 272,3	128 825	405
406	164 836	66 923 416	20,1494	7,4047	2,4631	1 275,5	129 462	406
407	165 649	67 419 143	20,1742	7,4108	2,4570	1 278,6	130 100	407
408	166 464	67 917 312	20,1990	7,4169	2,4510	1 281,8	130 741	408
409	167 281	68 417 929	20,2237	7,4229	2,4450	1 284,9	131 382	409
410	168 100	68 921 000	20,2485	7,4290	2,4390	1 288,1	132 025	410
411	168 921	69 426 531	20,2731	7,4350	2,4331	1 291,2	132 670	411
412	169 744	69 934 528	20,2978	7,4410	2,4272	1 294,3	133 317	412
413	170 569	70 444 997	20,3224	7,4470	2,4213	1 297,5	133 965	413
414	171 396	70 957 944	20,3470	7,4530	2,4155	1 300,6	134 614	414
415	172 225	71 473 375	20,3715	7,4590	2,4096	1 303,8	135 265	415
416	173 056	71 991 296	20,3961	7,4650	2,4038	1 306,9	135 918	416
417	173 889	72 511 713	20,4206	7,4710	2,3981	1 310,0	136 572	417
418	174 724	73 034 632	20,4450	7,4770	2,3923	1 313,2	137 228	418
419	175 561	73 560 059	20,4695	7,4829	2,3866	1 316,3	137 885	419
420	176 400	74 088 000	20,4939	7,4889	2,3810	1 319,5	138 544	420
421	177 241	74 618 461	20,5183	7,4948	2,3753	1 322,6	139 205	421
422	178 084	75 151 448	20,5426	7,5007	2,3697	1 325,8	139 867	422
423	178 929	75 686 967	20,5670	7,5067	2,3641	1 328,9	140 531	423
424	179 776	76 225 024	20,5913	7,5126	2,3585	1 332,0	141 196	424
425	180 625	76 765 625	20,6155	7,5185	2,3529	1 335,2	141 863	425
426	181 476	77 308 776	20,6398	7,5244	2,3474	1 338,3	142 531	426
427	182 329	77 854 483	20,6640	7,5302	2,3419	1 341,5	143 201	427
428	183 184	78 402 752	20,6882	7,5361	2,3364	1 344,6	143 872	428
429	184 041	78 953 589	20,7123	7,5420	2,3310	1 347,7	144 545	429
430	184 900	79 507 000	20,7364	7,5478	2,3256	1 350,9	145 220	430
431	185 761	80 062 991	20,7605	7,5537	2,3202	1 354,0	145 896	431
432	186 624	80 621 568	20,7846	7,5595	2,3148	1 357,2	146 574	432
433	187 489	81 182 737	20,8087	7,5654	2,3095	1 360,3	147 254	433
434	188 356	81 746 504	20,8327	7,5712	2,3041	1 363,5	147 934	434
435	189 225	82 312 875	20,8567	7,5770	2,2989	1 366,6	148 617	435
436	190 096	82 881 856	20,8806	7,5828	2,2936	1 369,7	149 301	436
437	190 969	83 453 453	20,9045	7,5886	2,2883	1 372,9	149 987	437
438	191 844	84 027 672	20,9284	7,5944	2,2831	1 376,0	150 674	438
439	192 721	84 604 519	20,9523	7,6001	2,2779	1 379,2	151 363	439
440	193 600	85 184 000	20,9762	7,6059	2,2727	1 382,3	152 053	440

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
440	193 600	85 184 000	20,9762	7,6059	2,2727	1 382,3	152 053	440
441	194 481	85 766 121	21,0000	7,6117	2,2676	1 385,4	152 745	441
442	195 364	86 350 888	21,0238	7,6174	2,2624	1 388,6	153 439	442
443	196 249	86 938 307	21,0476	7,6232	2,2573	1 391,7	154 134	443
444	197 136	87 528 384	21,0713	7,6289	2,2523	1 394,9	154 830	444
445	198 025	88 121 125	21,0950	7,6346	2,2472	1 398,0	155 528	445
446	198 916	88 716 536	21,1187	7,6403	2,2422	1 401,2	156 228	446
447	199 809	89 314 623	21,1424	7,6460	2,2371	1 404,3	156 930	447
448	200 704	89 915 392	21,1660	7,6517	2,2321	1 407,4	157 633	448
449	201 601	90 518 849	21,1896	7,6574	2,2272	1 410,6	158 337	449
450	202 500	91 125 000	21,2132	7,6631	2,2222	1 413,7	159 043	450
451	203 401	91 733 851	21,2368	7,6688	2,2173	1 416,9	159 751	451
452	204 304	92 345 408	21,2603	7,6744	2,2124	1 420,0	160 460	452
453	205 209	92 959 677	21,2838	7,6801	2,2075	1 423,1	161 171	453
454	206 116	93 576 664	21,3073	7,6857	2,2026	1 426,3	161 883	454
455	207 025	94 196 375	21,3307	7,6914	2,1978	1 429,4	162 597	455
456	207 936	94 818 816	21,3542	7,6970	2,1930	1 432,6	163 313	456
457	208 849	95 443 993	21,3776	7,7026	2,1882	1 435,7	164 030	457
458	209 764	96 071 912	21,4009	7,7082	2,1834	1 438,8	164 748	458
459	210 681	96 702 579	21,4243	7,7138	2,1786	1 442,0	165 468	459
460	211 600	97 336 000	21,4476	7,7194	2,1739	1 445,1	166 190	460
461	212 521	97 972 181	21,4709	7,7250	2,1692	1 448,3	166 914	461
462	213 444	98 611 128	21,4942	7,7306	2,1645	1 451,4	167 639	462
463	214 369	99 252 847	21,5174	7,7362	2,1598	1 454,6	168 365	463
464	215 296	99 897 344	21,5407	7,7418	2,1552	1 457,7	169 093	464
465	216 225	100 544 625	21,5639	7,7473	2,1505	1 460,8	169 823	465
466	217 156	101 194 696	21,5870	7,7529	2,1459	1 464,0	170 554	466
467	218 089	101 847 563	21,6102	7,7584	2,1413	1 467,1	171 287	467
468	219 024	102 503 232	21,6333	7,7639	2,1368	1 470,3	172 021	468
469	219 961	103 161 709	21,6564	7,7695	2,1322	1 473,4	172 757	469
470	220 900	103 823 000	21,6795	7,7750	2,1277	1 476,5	173 494	470
471	221 841	104 487 111	21,7025	7,7805	2,1231	1 479,7	174 234	471
472	222 784	105 154 048	21,7256	7,7860	2,1186	1 482,8	174 974	472
473	223 729	105 823 817	21,7486	7,7915	2,1142	1 486,0	175 716	473
474	224 676	106 496 424	21,7715	7,7970	2,1097	1 489,1	176 460	474
475	225 625	107 171 875	21,7945	7,8025	2,1053	1 492,3	177 205	475
476	226 576	107 850 176	21,8174	7,8079	2,1008	1 495,4	177 952	476
477	227 529	108 531 333	21,8403	7,8134	2,0964	1 498,5	178 701	477
478	228 484	109 215 352	21,8632	7,8188	2,0921	1 501,7	179 451	478
479	229 441	109 902 239	21,8861	7,8243	2,0877	1 504,8	180 203	479
480	230 400	110 592 000	21,9089	7,8297	2,0833	1 508,0	180 956	480
481	231 361	111 284 641	21,9317	7,8352	2,0790	1 511,1	181 711	481
482	232 324	111 980 168	21,9545	7,8406	2,0747	1 514,2	182 467	482
483	233 289	112 678 587	21,9773	7,8460	2,0704	1 517,4	183 225	483
484	234 256	113 379 904	22,0000	7,8514	2,0661	1 520,5	183 984	484
485	235 225	114 084 125	22,0227	7,8568	2,0619	1 523,7	184 745	485
486	236 196	114 791 256	22,0454	7,8622	2,0576	1 526,8	185 508	486
487	237 169	115 501 303	22,0681	7,8676	2,0534	1 530,0	186 272	487
488	238 144	116 214 272	22,0907	7,8730	2,0492	1 533,1	187 038	488
489	239 121	116 930 169	22,1133	7,8784	2,0450	1 536,2	187 805	489
490	240 100	117 649 000	22,1359	7,8837	2,0408	1 539,4	188 574	490

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
490	240 100	117 649 000	22,1359	7,8837	2,0408	1 539,4	188 574	490
491	241 081	118 370 771	22,1585	7,8891	2,0367	1 542,5	189 345	491
492	242 064	119 095 488	22,1811	7,8944	2,0325	1 545,7	190 117	492
493	243 049	119 823 157	22,2036	7,8998	2,0284	1 548,8	190 890	493
494	244 036	120 553 784	22,2261	7,9051	2,0243	1 551,9	191 665	494
495	245 025	121 287 375	22,2486	7,9105	2,0202	1 555,1	192 442	495
496	246 016	122 023 936	22,2711	7,9158	2,0161	1 558,2	193 221	496
497	247 009	122 763 473	22,2935	7,9211	2,0121	1 561,4	194 000	497
498	248 004	123 505 992	22,3159	7,9264	2,0080	1 564,5	194 782	498
499	249 001	124 251 499	22,3383	7,9317	2,0040	1 567,7	195 565	499
500	250 000	125 000 000	22,3607	7,9370	2,0000	1 570,8	196 350	500
501	251 001	125 751 501	22,3830	7,9423	1,9960	1 573,9	197 136	501
502	252 004	126 506 008	22,4054	7,9476	1,9920	1 577,1	197 923	502
503	253 009	127 263 527	22,4277	7,9528	1,9881	1 580,2	198 713	503
504	254 016	128 024 064	22,4499	7,9581	1,9841	1 583,4	199 504	504
505	255 025	128 787 625	22,4722	7,9634	1,9802	1 586,5	200 296	505
506	256 036	129 554 216	22,4944	7,9686	1,9763	1 589,6	201 090	506
507	257 049	130 323 843	22,5167	7,9739	1,9724	1 592,8	201 886	507
508	258 064	131 096 512	22,5389	7,9791	1,9685	1 595,9	202 683	508
509	259 081	131 872 229	22,5610	7,9843	1,9646	1 599,1	203 482	509
510	260 100	132 651 000	22,5832	7,9896	1,9608	1 602,2	204 282	510
511	261 121	133 432 831	22,6053	7,9948	1,9569	1 605,4	205 084	511
512	262 144	134 217 728	22,6274	8,0000	1,9531	1 608,5	205 887	512
513	263 169	135 005 697	22,6495	8,0052	1,9493	1 611,6	206 692	513
514	264 196	135 796 744	22,6716	8,0104	1,9455	1 614,8	207 499	514
515	265 225	136 590 875	22,6936	8,0156	1,9417	1 617,9	208 307	515
516	266 256	137 388 096	22,7156	8,0208	1,9380	1 621,1	209 117	516
517	267 289	138 188 413	22,7376	8,0260	1,9342	1 624,2	209 928	517
518	268 324	138 991 832	22,7596	8,0311	1,9305	1 627,3	210 741	518
519	269 361	139 798 359	22,7816	8,0363	1,9268	1 630,5	211 556	519
520	270 400	140 608 000	22,8035	8,0415	1,9231	1 633,6	212 372	520
521	271 441	141 420 761	22,8254	8,0466	1,9194	1 636,8	213 189	521
522	272 484	142 236 648	22,8473	8,0517	1,9157	1 639,9	214 008	522
523	273 529	143 055 667	22,8692	8,0569	1,9120	1 643,1	214 829	523
524	274 576	143 877 824	22,8910	8,0620	1,9084	1 646,2	215 651	524
525	275 625	144 703 125	22,9129	8,0671	1,9048	1 649,3	216 475	525
526	276 676	145 531 576	22,9347	8,0723	1,9011	1 652,5	217 301	526
527	277 729	146 363 183	22,9565	8,0774	1,8975	1 655,6	218 128	527
528	278 784	147 197 952	22,9783	8,0825	1,8939	1 658,8	318 956	528
529	279 841	148 035 889	23,0000	8,0876	1,8904	1 661,9	219 787	529
530	280 900	148 877 000	23,0217	8,0927	1,8868	1 665,0	220 618	530
531	281 961	149 721 291	23,0434	8,0978	1,8832	1 668,2	221 452	531
532	283 024	150 568 768	23,0651	8,1028	1,8797	1 671,3	222 287	532
533	284 089	151 419 437	23,0868	8,1079	1,8762	1 674,5	223 123	533
534	285 156	152 273 304	23,1084	8,1130	1,8727	1 677,6	223 961	534
535	286 225	153 130 375	23,1301	8,1180	1,8692	1 680,8	224 801	535
536	287 296	153 990 656	23,1517	8,1231	1,8657	1 683,9	225 642	536
537	288 369	154 854 153	23,1733	8,1281	1,8622	1 687,0	226 484	537
538	289 444	155 720 872	23,1948	8,1332	1,8587	1 690,2	227 329	538
539	290 521	156 590 819	23,2164	8,1382	1,8553	1 693,3	228 175	539
540	291 600	157 464 000	23,2379	8,1433	1,8519	1 696,5	229 022	540

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
540	291 600	157 464 000	23,2379	8,1433	1,8519	1 696,5	229 022	540
541	292 681	158 340 421	23,2594	8,1483	1,8484	1 699,6	229 871	541
542	293 764	159 220 088	23,2809	8,1533	1,8450	1 702,7	230 722	542
543	294 849	160 103 007	23,3024	8,1583	1,8416	1 705,9	231 574	543
544	295 936	160 989 184	23,3238	8,1633	1,8382	1 709,0	232 428	544
545	297 025	161 878 625	23,3452	8,1683	1,8349	1 712,2	233 283	545
546	298 116	162 771 336	23,3666	8,1733	1,8315	1 715,3	234 140	546
547	299 209	163 667 323	23,3880	8,1783	1,8282	1 718,5	234 998	547
548	300 304	164 566 592	23,4094	8,1833	1,8248	1 721,6	235 858	548
549	301 401	165 469 149	23,4307	8,1882	1,8215	1 724,7	236 720	549
550	302 500	166 375 000	23,4521	8,1932	1,8182	1 727,9	237 583	550
551	303 601	167 284 151	23,4734	8,1982	1,8149	1 731,0	238 448	551
552	304 704	168 196 608	23,4947	8,2031	1,8116	1 734,2	239 314	552
553	305 809	169 112 377	23,5160	8,2081	1,8083	1 737,3	240 182	553
554	306 916	170 031 464	23,5372	8,2130	1,8051	1 740,4	241 051	554
555	308 025	170 953 875	23,5584	8,2180	1,8018	1 743,6	241 922	555
556	309 136	171 879 616	23,5797	8,2229	1,7986	1 746,7	242 795	556
557	310 249	172 808 693	23,6008	8,2278	1,7953	1 749,9	243 669	557
558	311 364	173 741 112	23,6220	8,2327	1,7921	1 753,0	244 545	558
559	312 481	174 676 879	23,6432	8,2377	1,7889	1 756,2	245 422	559
560	313 600	175 616 000	23,6643	8,2426	1,7857	1 759,3	246 301	560
561	314 721	176 558 481	23,6854	8,2475	1,7825	1 762,4	247 181	561
562	315 844	177 504 328	23,7065	8,2524	1,7794	1 765,6	248 063	562
563	316 969	178 453 547	23,7276	8,2573	1,7762	1 768,7	248 947	563
564	318 096	179 406 144	23,7487	8,2621	1,7730	1 771,9	249 832	564
565	319 225	180 362 125	23,7697	8,2670	1,7699	1 775,0	250 719	565
566	320 356	181 321 496	23,7908	8,2719	1,7668	1 778,1	251 607	566
567	321 489	182 284 263	23,8118	8,2768	1,7637	1 781,3	252 497	567
568	322 624	183 250 432	23,8328	8,2816	1,7606	1 784,4	253 388	568
569	323 761	184 220 009	23,8537	8,2865	1,7575	1 787,6	254 281	569
570	324 900	185 193 000	23,8747	8,2913	1,7544	1 790,7	255 176	570
571	326 041	186 169 411	23,8956	8,2962	1,7513	1 793,8	256 072	571
572	327 184	187 149 248	23,9165	8,3010	1,7483	1 797,0	256 970	572
573	328 329	188 132 517	23,9374	8,3059	1,7452	1 800,1	257 869	573
574	329 476	189 119 224	23,9583	8,3107	1,7422	1 803,3	258 770	574
575	330 625	190 109 375	23,9792	8,3155	1,7391	1 806,4	259 672	575
576	331 776	191 102 976	24,0000	8,3203	1,7361	1 809,6	260 576	576
577	332 929	192 100 033	24,0208	8,3251	1,7331	1 812,7	261 482	577
578	334 084	193 100 552	24,0416	8,3300	1,7301	1 815,8	262 389	578
579	335 241	194 104 539	24,0624	8,3348	1,7271	1 819,0	263 298	579
580	336 400	195 112 000	24,0832	8,3396	1,7241	1 822,1	264 208	580
581	337 561	196 122 941	24,1039	8,3443	1,7212	1 825,3	265 120	581
582	338 724	197 137 368	24,1247	8,3491	1,7182	1 828,4	266 033	582
583	339 889	198 155 287	24,1454	8,3539	1,7153	1 831,5	266 948	583
584	341 056	199 176 704	24,1661	8,3587	1,7123	1 834,7	267 865	584
585	342 225	200 201 625	24,1868	8,3634	1,7094	1 837,8	268 783	585
586	343 396	201 230 056	24,2074	8,3682	1,7065	1 841,0	269 703	586
587	344 569	202 262 003	24,2281	8,3730	1,7036	1 844,1	270 624	587
588	345 744	203 297 472	24,2487	8,3777	1,7007	1 847,3	271 547	588
589	346 921	204 336 469	24,2693	8,3825	1,6978	1 850,4	272 471	589
590	348 100	205 379 000	24,2899	8,3872	1,6949	1 853,5	273 397	590

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	$\sqrt[n]{n}$	$\frac{3}{\sqrt[n]{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
590	348 100	205 379 000	24,2899	8,3872	1,6949	1 853,5	273 397	590
591	349 281	206 425 071	24,3105	8,3919	1,6920	1 856,7	274 325	591
592	350 464	207 474 688	24,3311	8,3967	1,6892	1 859,8	275 254	592
593	351 649	208 527 857	24,3516	8,4014	1,6863	1 863,0	276 184	593
594	352 836	209 584 584	24,3721	8,4061	1,6835	1 866,1	277 117	594
595	354 025	210 644 875	24,3926	8,4108	1,6807	1 869,2	278 051	595
596	355 216	211 708 736	24,4131	8,4155	1,6779	1 872,4	278 986	596
597	356 409	212 776 173	24,4336	8,4202	1,6750	1 875,5	279 923	597
598	357 604	213 847 192	24,4540	8,4249	1,6722	1 878,7	280 862	598
599	358 801	214 921 799	24,4745	8,4296	1,6694	1 881,8	281 802	599
600	360 000	216 000 000	24,4949	8,4343	1,6667	1 885,0	282 743	600
601	361 201	217 081 801	24,5153	8,4390	1,6639	1 888,1	283 687	601
602	362 404	218 167 208	24,5357	8,4437	1,6611	1 891,2	284 631	602
603	363 609	219 256 227	24,5561	8,4484	1,6584	1 894,4	285 578	603
604	364 816	220 348 864	24,5764	8,4530	1,6556	1 897,5	286 526	604
605	366 025	221 445 125	24,5967	8,4577	1,6529	1 900,7	287 475	605
606	367 236	222 545 016	24,6171	8,4623	1,6502	1 903,8	288 426	606
607	368 449	223 648 543	24,6374	8,4670	1,6474	1 906,9	289 379	607
608	369 664	224 755 712	24,6577	8,4716	1,6447	1 910,1	290 333	608
609	370 881	225 866 529	24,6779	8,4763	1,6420	1 913,2	291 289	609
610	372 100	226 981 000	24,6982	8,4809	1,6393	1 916,4	292 247	610
611	373 321	228 099 131	24,7184	8,4856	1,6367	1 919,5	293 206	611
612	374 544	229 220 928	24,7386	8,4902	1,6340	1 922,7	294 166	612
613	375 769	230 346 397	24,7588	8,4948	1,6313	1 925,8	295 128	613
614	376 996	231 475 544	24,7790	8,4994	1,6287	1 928,9	296 092	614
615	378 225	232 608 375	24,7992	8,5040	1,6260	1 932,1	297 057	615
616	379 456	233 744 896	24,8193	8,5086	1,6234	1 935,2	298 024	616
617	380 689	234 885 113	24,8395	8,5132	1,6207	1 938,4	298 992	617
618	381 924	236 029 032	24,8596	8,5178	1,6181	1 941,5	299 962	618
619	383 161	237 176 659	24,8797	8,5224	1,6155	1 944,6	300 934	619
620	384 400	238 328 000	24,8998	8,5270	1,6129	1 947,8	301 907	620
621	385 641	239 483 061	24,9199	8,5316	1,6103	1 950,9	302 882	621
622	386 884	240 641 848	24,9399	8,5362	1,6077	1 954,1	303 858	622
623	388 129	241 804 367	24,9600	8,5408	1,6051	1 957,2	304 836	623
624	389 376	242 970 624	24,9800	8,5453	1,6026	1 960,4	305 815	624
625	390 625	244 140 625	25,0000	8,5499	1,6000	1 963,5	306 796	625
626	391 876	245 314 376	25,0200	8,5544	1,5974	1 966,6	307 779	626
627	393 129	246 491 883	25,0400	8,5590	1,5949	1 969,8	308 763	627
628	394 384	247 673 152	25,0599	8,5635	1,5924	1 972,9	309 748	628
629	395 641	248 858 189	25,0799	8,5681	1,5898	1 976,1	310 736	629
630	396 900	250 047 000	25,0998	8,5726	1,5873	1 979,2	311 725	630
631	398 161	251 239 591	25,1197	8,5772	1,5848	1 982,3	312 715	631
632	399 424	252 435 968	25,1396	8,5817	1,5823	1 985,5	313 707	632
633	400 689	253 636 137	25,1595	8,5862	1,5798	1 988,6	314 700	633
634	401 956	254 840 104	25,1794	8,5907	1,5773	1 991,8	315 696	634
635	403 225	256 047 875	25,1992	8,5952	1,5748	1 994,9	316 692	635
636	404 496	257 259 456	25,2190	8,5997	1,5723	1 998,1	317 690	636
637	405 769	258 474 853	25,2389	8,6043	1,5699	2 001,2	318 690	637
638	407 044	259 694 072	25,2587	8,6088	1,5674	2 004,3	319 692	638
639	408 321	260 917 119	25,2784	8,6132	1,5649	2 007,5	320 695	639
640	409 600	262 144 000	25,2982	8,6177	1,5625	2 010,6	321 699	640

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
640	409 600	262 144 000	25,2982	8,6177	1,5625	2 010,6	321 699	640
641	410 881	263 374 721	25,3180	8,6222	1,5601	2 013,8	322 705	641
642	412 164	264 609 288	25,3377	8,6267	1,5576	2 016,9	323 713	642
643	413 449	265 847 707	25,3574	8,6312	1,5552	2 020,0	324 722	643
644	414 736	267 089 984	25,3772	8,6357	1,5528	2 023,2	325 733	644
645	416 025	268 336 125	25,3969	8,6401	1,5504	2 026,3	326 745	645
646	417 316	269 586 136	25,4165	8,6446	1,5480	2 029,5	327 759	646
647	418 609	270 840 023	25,4362	8,6490	1,5456	2 032,6	328 775	647
648	419 904	272 097 792	25,4558	8,6535	1,5432	2 035,8	329 792	648
649	421 201	273 359 449	25,4755	8,6579	1,5408	2 038,9	330 810	649
650	422 500	274 625 000	25,4951	8,6624	1,5385	2 042,0	331 831	650
651	423 801	275 894 451	25,5147	8,6668	1,5361	2 045,2	332 853	651
652	425 104	277 167 808	25,5343	8,6713	1,5337	2 048,3	333 876	652
653	426 409	278 445 077	25,5539	8,6757	1,5314	2 051,5	334 901	653
654	427 716	279 726 264	25,5734	8,6801	1,5291	2 054,6	335 927	654
655	429 025	281 011 375	25,5930	8,6845	1,5267	2 057,7	336 955	655
656	430 336	282 300 416	25,6125	8,6890	1,5244	2 060,9	337 985	656
657	431 649	283 593 393	25,6320	8,6934	1,5221	2 064,0	339 016	657
658	432 964	284 890 312	25,6515	8,6978	1,5198	2 067,2	340 049	658
659	434 281	286 191 179	25,6710	8,7022	1,5175	2 070,3	341 084	659
660	435 600	287 496 000	25,6905	8,7066	1,5152	2 073,5	342 119	660
661	436 921	288 804 781	25,7099	8,7110	1,5129	2 076,6	343 157	661
662	438 244	290 117 528	25,7294	8,7154	1,5106	2 079,7	344 196	662
663	439 569	291 434 247	25,7488	8,7198	1,5083	2 082,9	345 237	663
664	440 896	292 754 944	25,7682	8,7241	1,5060	2 086,0	346 279	664
665	442 225	294 079 625	25,7876	8,7285	1,5038	2 089,2	347 323	665
666	443 556	295 408 296	25,8070	8,7329	1,5015	2 092,3	348 368	666
667	444 889	296 740 963	25,8263	8,7373	1,4993	2 095,4	349 415	667
668	446 224	298 077 632	25,8457	8,7416	1,4970	2 098,6	350 464	668
669	447 561	299 418 309	25,8650	8,7460	1,4948	2 101,7	351 514	669
670	448 900	300 763 000	25,8844	8,7503	1,4925	2 104,9	352 565	670
671	450 241	302 111 711	25,9037	8,7547	1,4903	2 108,0	353 618	671
672	451 584	303 464 448	25,9230	8,7590	1,4881	2 111,2	354 673	672
673	452 929	304 821 217	25,9422	8,7634	1,4859	2 114,3	355 730	673
674	454 276	306 182 024	25,9615	8,7677	1,4837	2 117,4	356 788	674
675	455 625	307 546 875	25,9808	8,7721	1,4815	2 120,6	357 847	675
676	456 976	308 915 776	26,0000	8,7764	1,4793	2 123,7	358 908	676
677	458 329	310 288 733	26,0192	8,7807	1,4771	2 126,9	359 971	677
678	459 684	311 665 752	26,0384	8,7850	1,4749	2 130,0	361 035	678
679	461 041	313 046 839	26,0576	8,7893	1,4728	2 133,1	362 101	679
680	462 400	314 432 000	26,0768	8,7937	1,4706	2 136,3	363 168	680
681	463 761	315 821 241	26,0960	8,7980	1,4684	2 139,4	364 237	681
682	465 124	317 214 568	26,1151	8,8023	1,4663	2 142,6	365 308	682
683	466 489	318 611 987	26,1343	8,8066	1,4641	2 145,7	366 380	683
684	467 856	320 013 504	26,1534	8,8109	1,4620	2 148,8	367 453	684
685	469 225	321 419 125	26,1725	8,8152	1,4599	2 152,0	368 528	685
686	470 596	322 828 856	26,1916	8,8194	1,4577	2 155,1	369 605	686
687	471 969	324 242 703	26,2107	8,8237	1,4556	2 158,3	370 684	687
688	473 344	325 660 672	26,2298	8,8280	1,4535	2 161,4	371 764	688
689	474 721	327 082 769	26,2488	8,8323	1,4514	2 164,6	372 845	689
690	476 100	328 509 000	26,2679	8,8366	1,4493	2 167,7	373 928	690

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
690	476 100	328 509 000	26,2679	8,8366	1,4493	2 167,7	373 928	690
691	477 481	329 939 371	26,2869	8,8408	1,4472	2 170,8	375 013	691
692	478 864	331 373 888	26,3059	8,8451	1,4451	2 174,0	376 099	692
693	480 249	332 812 557	26,3249	8,8493	1,4430	2 177,1	377 187	693
694	481 636	334 255 384	26,3439	8,8536	1,4409	2 180,3	378 276	694
695	483 025	335 702 375	26,3629	8,8578	1,4388	2 183,4	379 367	695
696	484 416	337 153 536	26,3818	8,8621	1,4368	2 186,5	380 459	696
697	485 809	338 608 873	26,4008	8,8663	1,4347	2 189,7	381 553	697
698	487 204	340 068 992	26,4197	8,8706	1,4327	2 192,8	382 649	698
699	488 601	341 532 099	26,4386	8,8748	1,4306	2 196,0	383 746	699
700	490 000	343 000 000	26,4575	8,8790	1,4286	2 199,1	384 845	700
701	491 401	344 472 101	26,4764	8,8833	1,4265	2 202,3	385 945	701
702	492 804	345 948 408	26,4953	8,8875	1,4245	2 205,4	387 047	702
703	494 209	347 428 927	26,5141	8,8917	1,4225	2 208,5	388 151	703
704	495 616	348 913 664	26,5330	8,8959	1,4205	2 211,7	389 256	704
705	497 025	350 402 625	26,5518	8,9001	1,4184	2 214,8	390 363	705
706	498 436	351 895 816	26,5707	8,9043	1,4164	2 218,0	391 471	706
707	499 849	353 393 243	26,5895	8,9085	1,4144	2 221,1	392 580	707
708	501 264	354 894 912	26,6083	8,9127	1,4124	2 224,2	393 692	708
709	502 681	356 400 829	26,6271	8,9169	1,4104	2 227,4	394 805	709
710	504 100	357 911 000	26,6458	8,9211	1,4085	2 230,5	395 919	710
711	505 521	359 425 431	26,6646	8,9253	1,4065	2 233,7	397 035	711
712	506 944	360 944 128	26,6833	8,9295	1,4045	2 236,8	398 153	712
713	508 369	362 467 097	26,7021	8,9337	1,4025	2 240,0	399 272	713
714	509 796	363 994 344	26,7208	8,9378	1,4006	2 243,1	400 393	714
715	511 225	365 525 875	26,7395	8,9420	1,3986	2 246,2	401 515	715
716	512 656	367 061 696	26,7582	8,9462	1,3966	2 249,4	402 639	716
717	514 089	368 601 813	26,7769	8,9503	1,3947	2 252,5	403 765	717
718	515 524	370 146 232	26,7955	8,9545	1,3928	2 255,7	404 892	718
719	516 961	371 694 959	26,8142	8,9587	1,3908	2 258,8	406 020	719
720	518 400	373 248 000	26,8328	8,9628	1,3889	2 261,9	407 150	720
721	519 841	374 805 361	26,8514	8,9670	1,3870	2 265,1	408 282	721
722	521 284	376 367 048	26,8701	8,9711	1,3850	2 268,2	409 415	722
723	522 729	377 933 067	26,8887	8,9752	1,3831	2 271,4	410 550	723
724	524 176	379 503 424	26,9072	8,9794	1,3812	2 274,5	411 687	724
725	525 625	381 078 125	26,9258	8,9835	1,3793	2 277,7	412 825	725
726	527 076	382 657 176	26,9444	8,9876	1,3774	2 280,8	413 965	726
727	528 529	384 240 583	26,9629	8,9918	1,3755	2 283,9	415 106	727
728	529 984	385 828 352	26,9815	8,9959	1,3736	2 287,1	416 248	728
729	531 441	387 420 489	27,0000	9,0000	1,3717	2 290,2	417 393	729
730	532 900	389 017 000	27,0185	9,0041	1,3699	2 293,4	418 539	730
731	534 361	390 617 891	27,0370	9,0082	1,3680	2 296,5	419 686	731
732	535 824	392 223 168	27,0555	9,0123	1,3661	2 299,6	420 835	732
733	537 289	393 832 837	27,0740	9,0164	1,3643	2 302,8	421 986	733
734	538 756	395 446 904	27,0924	9,0205	1,3624	2 305,9	423 138	734
735	540 225	397 065 375	27,1109	9,0246	1,3605	2 309,1	424 293	735
736	541 696	398 688 256	27,1293	9,0287	1,3587	2 312,2	425 447	736
737	543 169	400 315 553	27,1477	9,0328	1,3569	2 315,4	426 604	737
738	544 644	401 947 272	27,1662	9,0369	1,3550	2 318,5	427 762	738
739	546 121	403 583 419	27,1846	9,0410	1,3532	2 321,6	428 922	739
740	547 600	405 224 000	27,2029	9,0450	1,3514	2 324,8	430 084	740

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
740	547 600	405 224 000	27,2029	9,0450	1,3514	2 324,8	430 084	740
741	549 081	406 869 021	27,2213	9,0491	1,3495	2 327,9	431 247	741
742	550 564	408 518 488	27,2397	9,0532	1,3477	2 331,1	432 412	742
743	552 049	410 172 407	27,2580	9,0572	1,3459	2 334,2	433 578	743
744	553 536	411 830 784	27,2764	9,0613	1,3441	2 337,3	434 746	744
745	555 025	413 493 625	27,2947	9,0654	1,3423	2 340,5	435 916	745
746	556 516	415 160 936	27,3130	9,0694	1,3405	2 343,6	437 087	746
747	558 009	416 832 723	27,3313	9,0735	1,3387	2 346,8	438 259	747
748	559 504	418 508 992	27,3496	9,0775	1,3369	2 349,9	439 433	748
749	561 001	420 189 749	27,3679	9,0816	1,3351	2 353,1	440 609	749
750	562 500	421 875 000	27,3861	9,0856	1,3333	2 356,2	441 786	750
751	564 001	423 564 751	27,4044	9,0896	1,3316	2 359,3	442 965	751
752	565 504	425 259 008	27,4226	9,0937	1,3298	2 362,5	444 146	752
753	567 009	426 957 777	27,4408	9,0977	1,3280	2 365,6	445 328	753
754	568 516	428 661 064	27,4591	9,1017	1,3263	2 368,8	446 511	754
755	570 025	430 368 875	27,4773	9,1057	1,3245	2 371,9	447 697	755
756	571 536	432 081 216	27,4955	9,1098	1,3228	2 375,0	448 883	756
757	573 049	433 798 093	27,5136	9,1138	1,3210	2 378,2	450 072	757
758	574 564	435 519 512	27,5318	9,1178	1,3193	2 381,3	451 262	758
759	576 081	437 245 479	27,5500	9,1218	1,3175	2 384,5	452 453	759
760	577 600	438 976 000	27,5681	9,1258	1,3158	2 387,6	453 646	760
761	579 121	440 711 081	27,5862	9,1298	1,3141	2 390,8	454 841	761
762	580 644	442 450 728	27,6043	9,1338	1,3123	2 393,9	456 037	762
763	582 169	444 194 947	27,6225	9,1378	1,3106	2 397,0	457 234	763
764	583 696	445 943 744	27,6405	9,1418	1,3089	2 400,2	458 434	764
765	585 225	447 697 125	27,6586	9,1458	1,3072	2 403,3	459 635	765
766	586 756	449 455 096	27,6767	9,1498	1,3055	2 406,5	460 837	766
767	588 289	451 217 663	27,6948	9,1537	1,3038	2 409,6	462 041	767
768	589 824	452 984 832	27,7128	9,1577	1,3021	2 412,7	463 247	768
769	591 361	454 756 609	27,7308	9,1617	1,3004	2 415,9	464 454	769
770	592 900	456 533 000	27,7489	9,1657	1,2987	2 419,0	465 663	770
771	594 441	458 314 011	27,7669	9,1696	1,2970	2 422,2	466 873	771
772	595 984	460 099 648	27,7849	9,1736	1,2953	2 425,3	468 085	772
773	597 529	461 889 917	27,8029	9,1775	1,2937	2 428,5	469 298	773
774	599 076	463 684 824	27,8209	9,1815	1,2920	2 431,6	470 513	774
775	600 625	465 484 375	27,8388	9,1855	1,2903	2 434,7	471 730	775
776	602 176	467 288 576	27,8568	9,1894	1,2887	2 437,9	472 948	776
777	603 729	469 097 433	27,8747	9,1933	1,2870	2 441,0	474 168	777
778	605 284	470 910 952	27,8927	9,1973	1,2853	2 444,2	475 389	778
779	606 841	472 729 139	27,9106	9,2012	1,2837	2 447,3	476 612	779
780	608 400	474 552 000	27,9285	9,2052	1,2821	2 450,4	477 836	780
781	609 961	476 379 541	27,9464	9,2091	1,2804	2 453,6	479 062	781
782	611 524	478 211 768	27,9643	9,2130	1,2788	2 456,7	480 290	782
783	613 089	480 048 687	27,9821	9,2170	1,2771	2 459,9	481 519	783
784	614 656	481 890 304	28,0000	9,2209	1,2755	2 463,0	482 750	784
785	616 225	483 736 625	28,0179	9,2248	1,2739	2 466,2	483 982	785
786	617 796	485 587 656	28,0357	9,2287	1,2723	2 469,3	485 216	786
787	619 369	487 443 403	28,0535	9,2326	1,2706	2 472,4	486 451	787
788	620 944	489 303 872	28,0713	9,2365	1,2690	2 475,6	487 688	788
789	622 521	491 169 069	28,0891	9,2404	1,2674	2 478,7	488 927	789
790	624 100	493 039 000	28,1069	9,2443	1,2658	2 481,9	490 167	790

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
790	624 100	493 039 000	28,1069	9,2443	1,2658	2 481,9	490 167	790
791	625 681	494 913 671	28,1247	9,2482	1,2642	2 485,0	491 409	791
792	627 264	496 793 088	28,1425	9,2521	1,2626	2 488,1	492 652	792
793	628 849	498 677 257	28,1603	9,2560	1,2610	2 491,3	493 897	793
794	630 436	500 566 184	28,1780	9,2599	1,2594	2 494,4	495 143	794
795	632 025	502 459 875	28,1957	9,2638	1,2579	2 497,6	496 391	795
796	633 616	504 358 336	28,2135	9,2677	1,2563	2 500,7	497 641	796
797	635 209	506 261 573	28,2312	9,2716	1,2547	2 503,8	498 892	797
798	636 804	508 169 592	28,2489	9,2754	1,2531	2 507,0	500 145	798
799	638 401	510 082 399	28,2666	9,2793	1,2516	2 510,1	501 399	799
800	640 000	512 000 000	28,2843	9,2832	1,2500	2 513,3	502 655	800
801	641 601	513 922 401	28,3019	9,2870	1,2484	2 516,4	503 912	801
802	643 204	515 849 608	28,3196	9,2909	1,2469	2 519,6	505 171	802
803	644 809	517 781 627	28,3373	9,2948	1,2453	2 522,7	506 432	803
804	646 416	519 718 464	28,3549	9,2986	1,2438	2 525,8	507 694	804
805	648 025	521 660 125	28,3725	9,3025	1,2422	2 529,0	508 958	805
806	649 636	523 606 616	28,3901	9,3063	1,2407	2 532,1	510 223	806
807	651 249	525 557 943	28,4077	9,3102	1,2392	2 535,3	511 490	807
808	652 864	527 514 112	28,4253	9,3140	1,2376	2 538,4	512 758	808
809	654 481	529 475 129	28,4429	9,3179	1,2361	2 541,5	514 028	809
810	656 100	531 441 000	28,4605	9,3217	1,2346	2 544,7	515 300	810
811	657 721	533 411 731	28,4781	9,3255	1,2330	2 547,8	516 573	811
812	659 344	535 387 328	28,4956	9,3294	1,2315	2 551,0	517 848	812
813	660 969	537 367 797	28,5132	9,3332	1,2300	2 554,1	519 124	813
814	662 596	539 353 144	28,5307	9,3370	1,2285	2 557,3	520 402	814
815	664 225	541 343 375	28,5482	9,3408	1,2270	2 560,4	521 681	815
816	665 856	543 338 496	28,5657	9,3447	1,2255	2 563,5	522 962	816
817	667 489	545 338 513	28,5832	9,3485	1,2240	2 566,7	524 245	817
818	669 124	547 343 432	28,6007	9,3523	1,2225	2 569,8	525 529	818
819	670 761	549 353 259	28,6182	9,3561	1,2210	2 573,0	526 814	819
820	672 400	551 368 000	28,6356	9,3599	1,2195	2 576,1	528 102	820
821	674 041	553 387 661	28,6531	9,3637	1,2180	2 579,2	529 391	821
822	675 684	555 412 248	28,6705	9,3675	1,2165	2 582,4	530 681	822
823	677 329	557 441 767	28,6880	9,3713	1,2151	2 585,5	531 973	823
824	678 976	559 476 224	28,7054	9,3751	1,2136	2 588,7	533 267	824
825	680 625	561 515 625	28,7228	9,3789	1,2121	2 591,8	534 562	825
826	682 276	563 559 976	28,7402	9,3827	1,2107	2 595,0	535 858	826
827	683 929	565 609 283	28,7576	9,3865	1,2092	2 598,1	537 157	827
828	685 584	567 663 552	28,7750	9,3902	1,2077	2 601,2	538 456	828
829	687 241	569 722 789	28,7924	9,3940	1,2063	2 604,4	539 758	829
830	688 900	571 787 000	28,8097	9,3978	1,2048	2 607,5	541 061	830
831	690 561	573 856 191	28,8271	9,4016	1,2034	2 610,7	542 365	831
832	692 224	575 930 368	28,8444	9,4053	1,2019	2 613,8	543 671	832
833	693 889	578 009 537	28,8617	9,4091	1,2005	2 616,9	544 979	833
834	695 556	580 093 704	28,8791	9,4129	1,1990	2 620,1	546 288	834
835	697 225	582 182 875	28,8964	9,4166	1,1976	2 623,2	547 599	835
836	698 896	584 277 056	28,9137	9,4204	1,1962	2 626,4	548 912	836
837	700 569	586 376 253	28,9310	9,4241	1,1947	2 629,5	550 226	837
838	702 244	588 480 472	28,9482	9,4279	1,1933	2 632,7	551 541	838
839	703 921	590 589 719	28,9655	9,4316	1,1919	2 635,8	552 858	839
840	705 600	592 704 000	28,9828	9,4354	1,1905	2 638,9	554 177	840

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
840	705 600	592 704 000	28,9828	9,4354	1,1905	2 638,9	554 177	840
841	707 281	594 823 321	29,0000	9,4391	1,1891	2 642,1	555 497	841
842	708 964	596 947 688	29,0172	9,4429	1,1876	2 645,2	556 819	842
843	710 649	599 077 107	29,0345	9,4466	1,1862	2 648,4	558 142	843
844	712 336	601 211 584	29,0517	9,4503	1,1848	2 651,5	559 467	844
845	714 025	603 351 125	29,0689	9,4541	1,1834	2 654,6	560 794	845
846	715 716	605 495 736	29,0861	9,4578	1,1820	2 657,8	562 122	846
847	717 409	607 645 423	29,1033	9,4615	1,1806	2 660,9	563 452	847
848	719 104	609 800 192	29,1204	9,4652	1,1792	2 664,1	564 783	848
849	720 801	611 960 049	29,1376	9,4690	1,1779	2 667,2	566 116	849
850	722 500	614 125 000	29,1548	9,4727	1,1765	2 670,4	567 450	850
851	724 201	616 295 051	29,1719	9,4764	1,1751	2 673,5	568 786	851
852	725 904	618 470 208	29,1890	9,4801	1,1737	2 676,6	570 124	852
853	727 609	620 650 477	29,2062	9,4838	1,1723	2 679,8	571 463	853
854	729 316	622 835 864	29,2233	9,4875	1,1710	2 682,9	572 803	854
855	731 025	625 026 375	29,2404	9,4912	1,1696	2 686,1	574 146	855
856	732 736	627 222 016	29,2575	9,4949	1,1682	2 689,2	575 490	856
857	734 449	629 422 793	29,2746	9,4986	1,1669	2 692,3	576 835	857
858	736 164	631 628 712	29,2916	9,5023	1,1655	2 695,5	578 182	858
859	737 881	633 839 779	29,3087	9,5060	1,1641	2 698,6	579 530	859
860	739 600	636 056 000	29,3258	9,5097	1,1628	2 701,8	580 880	860
861	741 321	638 277 381	29,3428	9,5134	1,1614	2 704,9	582 232	861
862	743 044	640 503 928	29,3598	9,5171	1,1601	2 708,1	583 585	862
863	744 769	642 735 647	29,3769	9,5207	1,1587	2 711,2	584 940	863
864	746 496	644 972 544	29,3939	9,5244	1,1574	2 714,3	586 297	864
865	748 225	647 214 625	29,4109	9,5281	1,1561	2 717,5	587 655	865
866	749 956	649 461 896	29,4279	9,5317	1,1547	2 720,6	589 014	866
867	751 689	651 714 363	29,4449	9,5354	1,1534	2 723,8	590 375	867
868	753 424	653 972 032	29,4618	9,5391	1,1521	2 726,9	591 738	868
869	755 161	656 234 909	29,4788	9,5427	1,1507	2 730,0	593 102	869
870	756 900	658 503 000	29,4958	9,5464	1,1494	2 733,2	594 468	870
871	758 641	660 776 311	29,5127	9,5501	1,1481	2 736,3	595 835	871
872	760 384	663 054 848	29,5296	9,5537	1,1468	2 739,5	597 204	872
873	762 129	665 338 617	29,5466	9,5574	1,1455	2 742,6	598 575	873
874	763 876	667 627 624	29,5635	9,5610	1,1442	2 745,8	599 947	874
875	765 625	669 921 875	29,5804	9,5647	1,1429	2 748,9	601 320	875
876	767 376	672 221 376	29,5973	9,5683	1,1416	2 752,0	602 696	876
877	769 129	674 526 133	29,6142	9,5719	1,1403	2 755,2	604 073	877
878	770 884	676 836 152	29,6311	9,5756	1,1390	2 758,3	605 451	878
879	772 641	679 151 439	29,6479	9,5792	1,1377	2 761,5	606 831	879
880	774 400	681 472 000	29,6648	9,5828	1,1364	2 764,6	608 212	880
881	776 161	683 797 841	29,6816	9,5865	1,1351	2 767,7	609 595	881
882	777 924	686 128 968	29,6985	9,5901	1,1338	2 770,9	610 980	882
883	779 689	688 465 387	29,7153	9,5937	1,1325	2 774,0	612 366	883
884	781 456	690 807 104	29,7321	9,5973	1,1312	2 777,2	613 754	884
885	783 225	693 154 125	29,7489	9,6010	1,1299	2 780,3	615 143	885
886	784 996	695 506 456	29,7658	9,6046	1,1287	2 783,5	616 534	886
887	786 769	697 864 103	29,7825	9,6082	1,1274	2 786,6	617 927	887
888	788 544	700 227 072	29,7993	9,6118	1,1261	2 789,7	619 321	888
889	790 321	702 595 369	29,8161	9,6154	1,1249	2 792,9	620 717	889
890	792 100	704 969 000	29,8329	9,6190	1,1236	2 796,0	622 114	890

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	$\sqrt[n]{n}$	$\frac{3}{\sqrt[n]{n}}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
890	792 100	704 969 000	29,8329	9,6190	1,1236	2 796,0	622 114	890
891	793 881	707 347 971	29,8496	9,6226	1,1223	2 799,2	623 513	891
892	795 664	709 732 288	29,8664	9,6262	1,1211	2 802,3	624 913	892
893	797 449	712 121 957	29,8831	9,6298	1,1198	2 805,4	626 315	893
894	799 236	714 516 984	29,8998	9,6334	1,1186	2 808,6	627 718	894
895	801 025	716 917 375	29,9166	9,6370	1,1173	2 811,7	629 124	895
896	802 816	719 323 136	29,9333	9,6406	1,1161	2 814,9	630 530	896
897	804 609	721 734 273	29,9500	9,6442	1,1148	2 818,0	631 938	897
898	806 404	724 150 792	29,9666	9,6477	1,1136	2 821,2	633 348	898
899	808 201	726 572 699	29,9833	9,6513	1,1123	2 824,3	634 760	899
900	810 000	729 000 000	30,0000	9,6549	1,1111	2 827,4	636 173	900
901	811 801	731 432 701	30,0167	9,6585	1,1099	2 830,6	637 587	901
902	813 604	733 870 808	30,0333	9,6620	1,1086	2 833,7	639 003	902
903	815 409	736 314 327	30,0500	9,6656	1,1074	2 836,9	640 421	903
904	817 216	738 763 264	30,0666	9,6692	1,1062	2 840,0	641 840	904
905	819 025	741 217 625	30,0832	9,6727	1,1050	2 843,1	643 261	905
906	820 836	743 677 416	30,0998	9,6763	1,1038	2 846,3	644 683	906
907	822 649	746 142 643	30,1164	9,6799	1,1025	2 849,4	646 107	907
908	824 464	748 613 312	30,1330	9,6834	1,1013	2 852,6	647 533	908
909	826 281	751 089 429	30,1496	9,6870	1,1001	2 855,7	648 960	909
910	828 100	753 571 000	30,1662	9,6905	1,0989	2 858,8	650 388	910
911	829 921	756 058 031	30,1828	9,6941	1,0977	2 862,0	651 818	911
912	831 744	758 550 528	30,1993	9,6976	1,0965	2 865,1	653 250	912
913	833 569	761 048 497	30,2159	9,7012	1,0953	2 868,3	654 684	913
914	835 396	763 551 944	30,2324	9,7047	1,0941	2 871,4	656 118	914
915	837 225	766 060 875	30,2490	9,7082	1,0929	2 874,6	657 555	915
916	839 056	768 575 296	30,2655	9,7118	1,0917	2 877,7	658 993	916
917	840 889	771 095 213	30,2820	9,7153	1,0905	2 880,8	660 433	917
918	842 724	773 620 632	30,2985	9,7188	1,0893	2 884,0	661 874	918
919	844 561	776 151 559	30,3150	9,7224	1,0881	2 887,1	663 317	919
920	846 400	778 688 000	30,3315	9,7259	1,0870	2 890,3	664 761	920
921	848 241	781 229 961	30,3480	9,7294	1,0858	2 893,4	666 207	921
922	850 084	783 777 448	30,3645	9,7329	1,0846	2 896,5	667 654	922
923	851 929	786 330 467	30,3809	9,7364	1,0834	2 899,7	669 103	923
924	853 776	788 889 024	30,3974	9,7400	1,0823	2 902,8	670 554	924
925	855 625	791 453 125	30,4138	9,7435	1,0811	2 906,0	672 006	925
926	857 476	794 022 776	30,4302	9,7470	1,0799	2 909,1	673 460	926
927	859 329	796 597 983	30,4467	9,7505	1,0787	2 912,3	674 915	927
928	861 184	799 178 752	30,4631	9,7540	1,0776	2 915,4	676 372	928
929	863 041	801 765 089	30,4795	9,7575	1,0764	2 918,5	677 831	929
930	864 900	804 357 000	30,4959	9,7610	1,0753	2 921,7	679 291	930
931	866 761	806 954 491	30,5123	9,7645	1,0741	2 924,8	680 752	931
932	868 624	809 557 568	30,5287	9,7680	1,0730	2 928,0	682 216	932
933	870 489	812 166 237	30,5450	9,7715	1,0718	2 931,1	683 680	933
934	872 356	814 780 504	30,5614	9,7750	1,0707	2 934,2	685 147	934
935	874 225	817 400 375	30,5778	9,7785	1,0695	2 937,4	686 615	935
936	876 096	820 025 856	30,5941	9,7819	1,0684	2 940,5	688 084	936
937	877 969	822 656 953	30,6105	9,7854	1,0672	2 943,7	689 555	937
938	879 844	825 293 672	30,6268	9,7889	1,0661	2 946,8	691 028	938
939	881 721	827 936 019	30,6431	9,7924	1,0650	2 950,0	692 502	939
940	883 600	830 584 000	30,6594	9,7959	1,0638	2 953,1	693 978	940

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
940	883 600	830 584 000	30,6594	9,7959	1,0638	2 953,1	693 978	940
941	885 481	833 237 621	30,6757	9,7993	1,0627	2 956,2	695 455	941
942	887 364	835 896 888	30,6920	9,8028	1,0616	2 959,4	696 934	942
943	889 249	838 561 807	30,7083	9,8063	1,0604	2 962,5	698 415	943
944	891 136	841 232 384	30,7246	9,8097	1,0593	2 965,7	699 897	944
945	893 025	843 908 625	30,7409	9,8132	1,0582	2 968,8	701 380	945
946	894 916	846 590 536	30,7571	9,8167	1,0571	2 971,9	702 865	946
947	896 809	849 278 123	30,7734	9,8201	1,0560	2 975,1	704 352	947
948	898 704	851 971 392	30,7896	9,8236	1,0549	2 978,2	705 840	948
949	900 601	854 670 349	30,8058	9,8270	1,0537	2 981,4	707 330	949
950	902 500	857 375 000	30,8221	9,8305	1,0526	2 984,5	708 822	950
951	904 401	860 085 351	30,8383	9,8339	1,0515	2 987,7	710 315	951
952	906 304	862 801 408	30,8545	9,8374	1,0504	2 990,8	711 809	952
953	908 209	865 523 177	30,8707	9,8408	1,0493	2 993,9	713 306	953
954	910 116	868 250 664	30,8869	9,8443	1,0482	2 997,1	714 803	954
955	912 025	870 983 875	30,9031	9,8477	1,0471	3 000,2	716 303	955
956	913 936	873 722 816	30,9192	9,8511	1,0460	3 003,4	717 804	956
957	915 849	876 467 493	30,9354	9,8546	1,0449	3 006,5	719 306	957
958	917 764	879 217 912	30,9516	9,8580	1,0438	3 009,6	720 810	958
959	919 681	881 974 079	30,9677	9,8614	1,0428	3 012,8	722 316	959
960	921 600	884 736 000	30,9839	9,8648	1,0417	3 015,9	723 823	960
961	923 521	887 503 681	31,0000	9,8683	1,0406	3 019,1	725 332	961
962	925 444	890 277 128	31,0161	9,8717	1,0395	3 022,2	726 842	962
963	927 369	893 056 347	31,0322	9,8751	1,0384	3 025,4	728 354	963
964	929 296	895 841 344	31,0483	9,8785	1,0373	3 028,5	729 867	964
965	931 225	898 632 125	31,0644	9,8819	1,0363	3 031,6	731 382	965
966	933 156	901 428 696	31,0805	9,8854	1,0352	3 034,8	732 899	966
967	935 089	904 231 063	31,0966	9,8888	1,0341	3 037,9	734 417	967
968	937 024	907 039 232	31,1127	9,8922	1,0331	3 041,1	735 937	968
969	938 961	909 853 209	31,1288	9,8956	1,0320	3 044,2	737 458	969
970	940 900	912 673 000	31,1448	9,8990	1,0309	3 047,3	738 981	970
971	942 841	915 498 611	31,1609	9,9024	1,0299	3 050,5	740 506	971
972	944 784	918 330 048	31,1769	9,9058	1,0288	3 053,6	742 032	972
973	946 729	921 167 317	31,1929	9,9092	1,0277	3 056,8	743 559	973
974	948 676	924 010 424	31,2090	9,9126	1,0267	3 059,9	745 088	974
975	950 625	926 859 375	31,2250	9,9160	1,0256	3 063,1	746 619	975
976	952 576	929 714 176	31,2410	9,9194	1,0246	3 066,2	748 151	976
977	954 529	932 574 833	31,2570	9,9227	1,0235	3 069,3	749 685	977
978	956 484	935 441 352	31,2730	9,9261	1,0225	3 072,5	751 221	978
979	958 441	938 313 739	31,2890	9,9295	1,0215	3 075,6	752 758	979
980	960 400	941 192 000	31,3050	9,9329	1,0204	3 078,8	754 296	980
981	962 361	944 076 141	31,3209	9,9363	1,0194	3 081,9	755 837	981
982	964 324	946 966 168	31,3369	9,9396	1,0183	3 085,0	757 378	982
983	966 289	949 862 087	31,3528	9,9430	1,0173	3 088,2	758 922	983
984	968 256	952 763 904	31,3688	9,9464	1,0163	3 091,3	760 466	984
985	970 225	955 671 625	31,3847	9,9497	1,0152	3 094,5	762 013	985
986	972 169	958 585 256	31,4006	9,9531	1,0142	3 097,6	763 561	986
987	974 169	961 504 803	31,4166	9,9565	1,0132	3 100,8	765 111	987
988	976 144	964 430 272	31,4325	9,9598	1,0121	3 103,9	766 662	988
989	978 121	967 361 669	31,4484	9,9632	1,0111	3 107,0	768 214	989
990	980 100	970 299 000	31,4643	9,9666	1,0101	3 110,2	769 769	990

1.1. tabula. Skaitļu pakāpes, saknes, apgriezti skaitļi utt.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1000}{n}$	πd	$\frac{\pi d^2}{4}$	d
990	980 100	970 299 000	31,4643	9,9666	1,0101	3 110,2	769 769	990
991	982 081	973 242 271	31,4802	9,9699	1,0091	3 113,3	771 325	991
992	984 064	976 191 488	31,4960	9,9733	1,0081	3 116,5	772 882	992
993	986 049	979 146 657	31,5119	9,9766	1,0070	3 119,6	774 441	993
994	988 036	982 107 784	31,5278	9,9800	1,0060	3 122,7	776 002	994
995	990 025	985 074 875	31,5436	9,9833	1,0050	3 125,9	777 564	995
996	992 016	988 047 936	31,5595	9,9866	1,0040	3 129,0	779 128	996
997	994 009	991 026 973	31,5753	9,9900	1,0030	3 132,2	780 693	997
998	996 004	994 011 992	31,5911	9,9933	1,0020	3 135,3	782 260	998
999	998 001	997 002 999	31,6070	9,9967	1,0010	3 138,5	783 828	999
1000	1 000 000	1 000 000 000	31,6228	10,0000	1,0000	3 141,6	785 398	1000

1.2. tabula. Skaitļu decimālogaritmu mantisas

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039
101	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082
102	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124
103	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166
104	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208
105	0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249
106	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290
107	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330
108	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370
109	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410
110	0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962

1.2. tabula. Skaitļu decimālogaritmu mantisas

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	9713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445

1.2. tabula. Skaitļu decimālogaritmu mantisas

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

1.3. tabula. Trigonometrisko funkciju vērtības

α°	S i n u s s							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	86
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	80
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2391	0,2419	76
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	72
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	70
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	66
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4643	0,4669	0,4695	62
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46
44	0,6947	0,6967	0,6988	0,7009	0,7030	0,7050	0,7071	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
	K o s i n u s s							α°

1.3. tabula. Trigonometrisko funkciju vērtības

α°	K o s i n u s s							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	89
1	0,9998	0,9998	0,9997	0,9997	0,9996	0,9995	0,9994	88
2	0,9994	0,9993	0,9992	0,9990	0,9989	0,9988	0,9986	87
3	0,9986	0,9985	0,9983	0,9981	0,9980	0,9978	0,9976	86
4	0,9976	0,9974	0,9971	0,9969	0,9967	0,9964	0,9962	85
5	0,9962	0,9959	0,9957	0,9954	0,9951	0,9948	0,9945	84
6	0,9945	0,9942	0,9939	0,9936	0,9932	0,9929	0,9925	83
7	0,9925	0,9922	0,9918	0,9914	0,9911	0,9907	0,9903	82
8	0,9903	0,9899	0,9894	0,9890	0,9886	0,9881	0,9877	81
9	0,9877	0,9872	0,9868	0,9863	0,9858	0,9853	0,9848	80
10	0,9848	0,9843	0,9838	0,9833	0,9827	0,9822	0,9816	79
11	0,9816	0,9811	0,9805	0,9799	0,9793	0,9787	0,9781	78
12	0,9781	0,9775	0,9769	0,9763	0,9757	0,9750	0,9744	77
13	0,9744	0,9737	0,9730	0,9724	0,9717	0,9710	0,9703	76
14	0,9703	0,9696	0,9689	0,9681	0,9674	0,9667	0,9659	75
15	0,9659	0,9652	0,9644	0,9636	0,9628	0,9621	0,9613	74
16	0,9613	0,9605	0,9596	0,9588	0,9580	0,9572	0,9563	73
17	0,9563	0,9555	0,9546	0,9537	0,9528	0,9520	0,9511	72
18	0,9511	0,9502	0,9492	0,9483	0,9474	0,9465	0,9455	71
19	0,9455	0,9446	0,9436	0,9426	0,9417	0,9407	0,9397	70
20	0,9397	0,9387	0,9377	0,9367	0,9356	0,9346	0,9336	69
21	0,9336	0,9325	0,9315	0,9304	0,9293	0,9283	0,9272	68
22	0,9272	0,9261	0,9250	0,9239	0,9228	0,9216	0,9205	67
23	0,9205	0,9194	0,9182	0,9171	0,9159	0,9147	0,9135	66
24	0,9135	0,9124	0,9112	0,9100	0,9088	0,9075	0,9063	65
25	0,9063	0,9051	0,9038	0,9026	0,9013	0,9001	0,8988	64
26	0,8988	0,8975	0,8962	0,8949	0,8936	0,8923	0,8910	63
27	0,8910	0,8897	0,8884	0,8870	0,8857	0,8843	0,8829	62
28	0,8829	0,8816	0,8802	0,8788	0,8774	0,8760	0,8746	61
29	0,8746	0,8732	0,8718	0,8704	0,8689	0,8675	0,8660	60
30	0,8660	0,8646	0,8631	0,8616	0,8601	0,8587	0,8572	59
31	0,8572	0,8557	0,8542	0,8526	0,8511	0,8496	0,8480	58
32	0,8480	0,8465	0,8450	0,8434	0,8418	0,8403	0,8387	57
33	0,8387	0,8371	0,8355	0,8339	0,8323	0,8307	0,8290	56
34	0,8290	0,8274	0,8258	0,8241	0,8225	0,8208	0,8192	55
35	0,8192	0,8175	0,8158	0,8141	0,8124	0,8107	0,8090	54
36	0,8090	0,8073	0,8056	0,8039	0,8021	0,8004	0,7986	53
37	0,7986	0,7969	0,7951	0,7934	0,7916	0,7898	0,7880	52
38	0,7880	0,7862	0,7844	0,7826	0,7808	0,7790	0,7771	51
39	0,7771	0,7753	0,7735	0,7716	0,7698	0,7679	0,7660	50
40	0,7660	0,7642	0,7623	0,7604	0,7585	0,7566	0,7547	49
41	0,7547	0,7528	0,7509	0,7490	0,7470	0,7451	0,7431	48
42	0,7431	0,7412	0,7392	0,7373	0,7353	0,7333	0,7314	47
43	0,7314	0,7294	0,7274	0,7254	0,7234	0,7214	0,7193	46
44	0,7193	0,7173	0,7153	0,7133	0,7112	0,7092	0,7071	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	α°

S i n u s s

1.3. tabula. Trigonometrisko funkciju vērtības

α°	T a n g e n s s							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	77
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	75
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	73
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	68
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	67
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	66
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	60
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	58
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
K o t a n g e n s s								α°

1.3. tabula. Trigonometrisko funkciju vērtības

α°	Kotangenss							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	∞	343,7737	171,8854	114,5887	85,9398	68,7501	57,2900	89
1	57,2900	49,1039	42,9641	38,1885	34,3678	31,2416	28,6363	88
2	28,6363	26,4316	24,5418	22,9038	21,4704	20,2056	19,0811	87
3	19,0811	18,0750	17,1693	16,3499	15,6048	14,9244	14,3007	86
4	14,3007	13,7267	13,1969	12,7062	12,2505	11,8262	11,4301	85
5	11,4301	11,0594	10,7119	10,3854	10,0780	9,7882	9,5144	84
6	9,5144	9,2553	9,0098	8,7769	8,5555	8,3450	8,1443	83
7	8,1443	7,9530	7,7704	7,5958	7,4287	7,2687	7,1154	82
8	7,1154	6,9682	6,8269	6,6912	6,5606	6,4348	6,3138	81
9	6,3138	6,1970	6,0844	5,9758	5,8708	5,7694	5,6713	80
10	5,6713	5,5764	5,4845	5,3955	5,3093	5,2257	5,1446	79
11	5,1446	5,0658	4,9894	4,9152	4,8430	4,7729	4,7046	78
12	4,7046	4,6382	4,5736	4,5107	4,4494	4,3897	4,3315	77
13	4,3315	4,2747	4,2193	4,1653	4,1126	4,0611	4,0108	76
14	4,0108	3,9617	3,9136	3,8667	3,8208	3,7760	3,7321	75
15	3,7321	3,6891	3,6470	3,6059	3,5656	3,5261	3,4874	74
16	3,4874	3,4495	3,4124	3,3759	3,3402	3,3052	3,2709	73
17	3,2709	3,2371	3,2041	3,1716	3,1397	3,1084	3,0777	72
18	3,0777	3,0475	3,0178	2,9887	2,9600	2,9319	2,9042	71
19	2,9042	2,8770	2,8502	2,8239	2,7980	2,7725	2,7475	70
20	2,7475	2,7228	2,6985	2,6746	2,6511	2,6279	2,6051	69
21	2,6051	2,5826	2,5605	2,5386	2,5172	2,4960	2,4751	68
22	2,4751	2,4545	2,4342	2,4142	2,3945	2,3750	2,3559	67
23	2,3559	2,3369	2,3183	2,2998	2,2817	2,2637	2,2460	66
24	2,2460	2,2286	2,2113	2,1943	2,1775	2,1609	2,1445	65
25	2,1445	2,1283	2,1123	2,0965	2,0809	2,0655	2,0503	64
26	2,0503	2,0353	2,0204	2,0057	1,9912	1,9768	1,9626	63
27	1,9626	1,9486	1,9347	1,9210	1,9074	1,8940	1,8807	62
28	1,8807	1,8676	1,8546	1,8418	1,8291	1,8165	1,8040	61
29	1,8040	1,7917	1,7796	1,7675	1,7556	1,7437	1,7321	60
30	1,7321	1,7205	1,7090	1,6977	1,6864	1,6753	1,6643	59
31	1,6643	1,6534	1,6426	1,6319	1,6212	1,6107	1,6003	58
32	1,6003	1,5900	1,5798	1,5697	1,5597	1,5497	1,5399	57
33	1,5399	1,5301	1,5204	1,5108	1,5013	1,4919	1,4826	56
34	1,4826	1,4733	1,4641	1,4550	1,4460	1,4370	1,4281	55
35	1,4281	1,4193	1,4106	1,4019	1,3934	1,3848	1,3764	54
36	1,3764	1,3680	1,3597	1,3514	1,3432	1,3351	1,3270	53
37	1,3270	1,3190	1,3111	1,3032	1,2954	1,2876	1,2799	52
38	1,2799	1,2723	1,2647	1,2572	1,2497	1,2423	1,2349	51
39	1,2349	1,2276	1,2203	1,2131	1,2059	1,1988	1,1918	50
40	1,1918	1,1847	1,1778	1,1708	1,1640	1,1571	1,1504	49
41	1,1504	1,1436	1,1369	1,1303	1,1237	1,1171	1,1106	48
42	1,1106	1,1041	1,0977	1,0913	1,0850	1,0786	1,0724	47
43	1,0724	1,0661	1,0599	1,0538	1,0477	1,0416	1,0355	46
44	1,0355	1,0295	1,0235	1,0176	1,0117	1,0058	1,0000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	α°

Tangenss

1.4. tabula. Bieži sastopamie skaitļi un to decimāllogaritmi

n	n vērtības	$\lg n$	n	n vērtības	$\lg n$
π	3,14159	0,49715	$\sqrt{\pi}$	1,77245	0,24857
2π	6,28319	0,79818	$1 : \sqrt{\pi}$	0,56419	1,75143
3π	9,42478	0,97427	$\sqrt[3]{\pi}$	1,46459	0,16572
4π	12,56637	1,09921	$\pi\sqrt{2}$	4,44288	0,64767
$1 : \pi$	0,31831	1,50285	$\pi : \sqrt{2}$	2,22144	0,34663
$2 : \pi$	0,63662	1,80388	g	9,81	0,99167
$3 : \pi$	0,95493	1,97997	g^2	96,2361	1,98335
$4 : \pi$	1,27324	0,10491	$1 : 2g$	0,05097	2,70731
$\pi : 2$	1,57080	0,19612	$\sqrt[3]{g}$	3,13209	0,49583
$\pi : 3$	1,04720	0,02003	$\sqrt[3]{2g}$	4,42945	0,64635
$\pi : 4$	0,78540	1,89509	e	2,71828	0,43429
$\frac{4}{3}\pi$	4,18879	0,62209	$1 : e$	0,36788	1,56571
π^2	9,86960	0,99430	$\sqrt[3]{e}$	1,64872	0,21715
π^3	31,00628	1,49145	$\sqrt[3]{e}$	1,39561	0,14477
$1 : \pi^2$	0,10132	1,00570	e^2	7,38906	0,86859
$4\pi^2$	39,47842	1,59636	$1 : e^2$	0,13534	1,13141
$\pi^2 : 4$	2,46740	0,39214	$1 : \sqrt[3]{e}$	0,60653	1,78285

1.1. MATEMĀTIKĀ LIETOTIE APZĪMĒJUMI

- = vienāds
- ≠ nav vienāds
- ≈ aptuveni vienāds
- ⊂ līdzīgs
- ≡ kongruents
- ≡ līdzvērtīgs
- > lielāks
- ≫ daudzkārt lielāks
- < mazāks
- ≪ daudzkārt mazāks
- ≥ lielāks vai vienāds
- ≤ mazāks vai vienāds
- ∴ utt.; no — līdz, piem., 3 ... 10
- ∞ bezgalīgs
- Δx x pieaugums
- dx x diferenciālis
- Σ summas simbols
- \int integrāļa simbols
- ∥ paralēls
- ⊥ perpendikulārs
- ∠ leņķa apzīmējums

Δ	trijstūra apzīmējums
\cup	loka apzīmējums
$3^{\circ}4'15''$	3 grādi 4 minūtes 15 sekundes
a^n	a n -tā pakāpe
$\sqrt{\quad}$	kvadrātsaknes simbols
$\sqrt[n]{\quad}$	n -tās saknes simbols
$\log_a N$	logaritms pie bāzes a no N
lg	decimāllogaritma simbols
ln	naturālā logaritma simbols
\in	piederības simbols
$a \in A$	elements a pieder kopai A
\supset	ietveršanas simbols
$D \supset D_1$	apgabals D ietver apgabalu D_1
\subset	cēlonības un seku simbols
$A \subset B$	notikums A izsauc notikumu B
\cap	notikumu savienojamības simbols
$A \cap B$	A un B
\cup	notikumu apvienojamības simbols
$A \cup B$	A vai B .

1.2. ROMIEŠU SKAITĻU ZĪMES

I	1	LX	60
II	2	LXX	70
III	3	LXXX	80
IV	4	XC	90
V	5	IC	99
VI	6	C	100
VII	7	CC	200
VIII	8	CCC	300
IX	9	CD	400
X	10	D	500
XI	11	DC	600
XIX	19	DCC	700
XX	20	DCCC	800
XXX	30	CM	900
XL	40	XM	990
L	50	M	1000
		MCMLXX	1970

Piezīme. Simbolus V, L, D nedrīkst likt priekšā, piem., 950 ir CML, nevis LM; arī simbolus I, X, C nedrīkst likt priekšā vairāk par vienu, piem., 8 ir VIII, nevis IIX.

1.3. GRIEĶU ALFABĒTS

A	α	alfa	N	ν	ni
B	β	beta	Ξ	ξ	ksi
Γ	γ	gamma	O	o	omikrons
Δ	δ	delta	Π	π	pi
E	ϵ	epsilon	P	ρ	ro
Z	ζ	dzeta	Σ	σ	sigma
H	η	eta	T	τ	tau
Θ	θ	teta	Υ	υ	ipsilons
I	ι	jota	Φ	ϕ	fi
K	κ	kappa	X	χ	hi
Λ	λ	lambda	Ψ	ψ	psi
M	μ	mi	Ω	ω	omega

1.4. SKAITĪŠANAS SISTĒMAS UN MATEMĀTISKĀS LOĢIKAS ELEMENTI

1.4.1. SKAITĪŠANAS SISTĒMAS

Par naturālo (dabisko) skaitļu virkni sauc virkni $1, 2, 3, \dots$, kur katru tās skaitli dabū, palielinot iepriekšējo skaitli par vienu vienību. Naturālos skaitļus raksta, izmantojot desmit ciparus: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Šādu skaitļu sistēmu sauc par decimālo (desmitu) sistēmu, jo tās pamats (bāze) ir skaitlis 10 . Ikkatru skaitli — pozitīvu vai negatīvu, veselu vai daļskaitli — var izteikt kā skaitļa 10 pakāpju summu.

Piemēram,

$$543,268 = 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3}.$$

Decimālo sistēmu lieto gan ikdienas dzīvē, gan arī zinātnē. Tomēr dažkārt skaitļus raksta arī citās sistēmās, kuru bāze ir nevis 10 , bet kāds cits naturāls skaitlis. Kā piemēru var minēt bināro jeb divnieku sistēmu. Šajā sistēmā ir tikai divas zīmes: 0 un 1 . Šo sistēmu plaši lieto skaitļošanas tehnikā, kur nepieciešami tikai divi signāli: 1 (piem., ķēdē plūst strāva), 0 (ķēdē strāvas nav).

Piemēram, bināro skaitli 10111 izsaka decimālā skaitlī šādi:

$$1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23.$$

Lai pārvērstu decimālo skaitli binārā skaitlī, doto decimālo skaitli vajadzīgo skaitu reizes daļa ar 2 , bet katras dalīšanas atlikumu (nulli vai vieninieku) pieraksta blakus stabiņā. Šis stabiņš tad arī dod iegūto bināro skaitli.

Piemērs. Pārvērst skaitli 69 binārā skaitlī.

rezultāts	69	atlikums
34		1
17		0
8		1
4		0
2		0
1		0
0		1
69 →	1000101	↑

Bināro skaitļu saskaitīšanu izdara pēc šādiem likumiem:

$$0+0=0; \quad 1+0=1; \quad 0+1=1; \quad 1+1=10.$$

Piemēram,

$$\begin{array}{r} 10111 \\ 10001 \\ \hline 101000 \end{array}$$

Bināro skaitļu reizināšanas tabula:

$$0 \cdot 0 = 0; \quad 1 \cdot 0 = 0; \quad 0 \cdot 1 = 0; \quad 1 \cdot 1 = 1.$$

Piemēram,

$$\begin{array}{r} 10100 \cdot 1011 = 11011100 \\ \hline 10100 \\ 10100 \\ 10100 \\ \hline 11011100 \end{array}$$

Sagatavojot uzdevumu izskaitļošanai ar elektronu skaitļojamo mašīnu (uzdevumu programmējot), bieži lieto astoņnieka sistēmu, no kuras viegli pāriet uz bināro sistēmu, ievērojot, ka katru viencipara skaitli astoņnieku sistēmā var uzrakstīt kā trīsciparu skaitli binārā sistēmā.

Piemērs. $14035_{(8)} = 1 \cdot 100 \cdot 000 \cdot 011 \cdot 101_{(2)}$ saskaņā ar tabulu

$\langle 8 \rangle$	1	4	0	3	5
$\langle 2 \rangle$	001	100	000	011	101

1.4.2. MATEMĀTISKĀS LOĢIKAS ELEMENTI

Katrs izteikums var būt patiess (pareizs) vai aplams (nepareizs).

$A=1$ nozīmē, ka izteikums A ir patiess.

$A=0$ nozīmē, ka izteikums A ir aplams.

1. Izteikuma A noliegumu apzīmē ar \bar{A} .

A	\bar{A}
0	1
1	0

2. Izteikumu A un B konjunkciju apzīmē ar simboliem A jeb $A \& B$, jeb AB . Konjunkcija nozīmē *un*.

Konjunkcija ir patiesa tad, kad A un B abi ir patiesi (sk. tabulas 1. un 2. aili).

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \sim B$	$A \oplus B$	$A \rightarrow B$	A/B
0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0

3. Izteikumu A un B disjunktiju apzīmē ar simbolu $A \vee B$. Disjunktija nozīmē *vai*. Disjunktija ir patiesa tad, kad A vai B ir patiesi vai arī A un B abi ir patiesi, un nepatiesa tad, kad A un B abi ir nepatiesi (sk. tabulas 1. un 3. aili).

4. Izteikumu A un B ekvivalenci apzīmē ar simboliem $A \sim B$ jeb $A \equiv B$. Ekvivalence ir patiesa, ja A un B abi ir patiesi vai abi nepatiesi (sk. tabulas 1. un 4. aili).

5. Izteikumu A un B ekvivalences noliegumu apzīmē ar simbolu $A \oplus B$ jeb $A \approx B$ (sk. tabulas 4. un 5. aili).

6. Izteikumu A un B implikāciju apzīmē ar simboliem $A \rightarrow B$ jeb $A \supset B$. Implikācija ir patiesa tad, kad no A var izrietēt B . Implikācija ir nepatiesa tad, kad A patiess un B nepatiess (sk. tabulas 1. un 6. aili).

7. Izteikumu A un B konjunkcijas noliegumu $\overline{A \wedge B}$ sauc par Šēfera funkciju (Šēfera svītra) A/B (sk. tabulas 2. un 7. aili).

4., 5., 6., un 7. operāciju var izteikt ar pamatoperācijām 1. (nolieguma), 2. (konjunkcijas) un 3. (disjunktijas).

$$A \sim B = AB \vee \overline{A} \overline{B}, \quad A \oplus B = AB \vee \overline{A} \overline{B}, \quad A \rightarrow B = \overline{A} \vee B, \quad A/B = \overline{A} \overline{B}.$$

1.5. TUVINĀTI IZSKAITĻOJUMI

1.5.1. SKAITĻU NOAPAĻOŠANA

Atmetot skaitlim vienu vai vairākus ciparus, pēdējo paliekošo ciparu nemaina, ja aiz tā sekojošais pirmais atmetamais cipars ir mazāks par 5; ja pirmais atmetamais cipars ir 5 vai lielāks par 5, tad pēdējo paliekošo ciparu palielina par vienu vienību.

Piemēri. $\pi \approx 3,14159$; $\pi \approx 3,1416$; $\pi \approx 3,142$; $\pi \approx 3,14$

1.5.2. ABSOLŪTĀ UN RELATIVĀ KĻŪDA

Ja kādam lielumam, kura īstā vērtība ir A , zināma aptuvenā vērtība a , tad skaitļu A un a starpības absolūto lielumu sauc par skaitļa a absolūto kļūdu. Skaitļa absolūto kļūdu apzīmējot ar α , dabū

$$\alpha = |A - a|.$$

Pēc iespējas mazu skaitli, par kuru var galvot, ka absolūtā kļūda to nepārsniedz, sauc par absolūtās kļūdas robežu. Absolūtās kļūdas robežu apzīmējot ar Δ_a , dabū

$$a \leq \Delta_a.$$

Par kāda lieluma aptuvenās vērtības relatīvo kļūdu sauc absolūtās kļūdas attiecību pret aptuveno vērtību.

Pēc iespējas mazu skaitli, par kuru var galvot, ka relatīvā kļūda to nepārsniedz, sauc par relatīvās kļūdas robežu. Relatīvās kļūdas robežu apzīmē ar δ_a .

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a}.$$

Relatīvo kļūdu parasti izteic procentos.

Piemēri.

$$1) a \approx 127\text{g} \pm 0,5\text{g}; \quad \Delta_a = 0,5\text{g}; \quad \delta_a = \frac{0,5}{127} \approx 0,0039; \quad \delta_a \approx 0,4\%.$$

$$2) a \approx 5'12'' \pm 1''; \quad \Delta_a = 1''; \quad \delta_a = \frac{1}{312} \approx 0,0032; \quad \delta_a \approx 0,3\%.$$

1.5.3. PRECIZO CIPARU NOTEIKŠANA

Katru skaitli var uzskatīt kā summu, ko veido skaitļa ciparu reizinājumi ar skaitļa 10 pozitīvām vai negatīvām pakāpēm.

1.5. tabula. Relatīvās kļūdas (procentos) atkarība no a_1 un n

$a_1 \backslash n$	1	2	3	4	5
1	50	5,0	0,5	0,05	0,005
2	25	2,5	0,25	0,025	0,0025
3	17	1,7	0,17	0,017	0,0017
4	12	1,2	0,12	0,012	0,0012
5	10	1,0	0,1	0,01	0,001
6	8,3	0,83	0,083	0,0083	0,00083
7	7,1	0,71	0,071	0,0071	0,00071
8	6,3	0,63	0,063	0,0063	0,00063
9	5,6	0,56	0,056	0,0056	0,00056

Vispārīgā veidā:

$$a = a_1 \cdot 10^{m-1} + a_2 \cdot 10^{m-2} + \dots + a_n \cdot 10^{m-n},$$

kur a ir kāda skaitļa aptuvenā vērtība;

a_1, a_2, \dots — skaitļa zīmīgie cipari;

m — skaitļa veselās daļas ciparu skaits;
 n — skaitļa visu ciparu skaits.

$$\Delta_a \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n},$$

$$\delta_a \leq \frac{\Delta_a}{a} < \frac{\Delta_a}{a_1 \cdot 10^{m-1}} \leq \frac{1}{2a_1 \cdot 10^{n-1}}.$$

1.5. tabula rāda, ka parasti pietiek, ja lieto skaitļus ar 2 līdz 3 ticamiem cipariem. Tad relatīvā kļūda nepārsniedz 1%.

1.5.4. DARBĪBAS AR TUVINĀTIEM SKAITĻIEM

1.5.4.1. Saskaitīšana

Aptuveno skaitļu summas absolūtās kļūdas robeža nepārsniedz saskaitāmo absolūto kļūdu robežu summu. Summas relatīvās kļūdas robeža nepārsniedz saskaitāmo lielāko relatīvās kļūdas robežu.

Lai dabūtu dažu (ne vairāk par 20) saskaitāmo summu ar n ticamiem cipariem, tad raksta vispirms lielāko saskaitāmo ar $n+1$ ticamu ciparu un pārējos zem tā, atmetot ar noapaļošanu visus ciparus, kas seko aiz lielākā saskaitāmā pēdējā cipara.

Piemērs. $a = 41,7228 + 3,2457 + 3445,72 + 0,00329$, $n = 5$.

$$\begin{array}{r} 3445,72 \\ 41,72 \\ 3,25 \\ 0,00 \\ \hline 3490,69 \approx 3490,7 \end{array}$$

1.5.4.2. Atņemšana

Divu aptuveno skaitļu starpības absolūtās kļūdas robeža nepārsniedz to absolūto kļūdu robežu summu.

Ja mazināmais stipri atšķiras no mazinātāja, tad starpības relatīvās kļūdas robeža ir apmēram vienāda ar mazināmā relatīvās kļūdas robežu. Ja turpretī mazināmais un mazinātājs maz atšķiras, tad starpības relatīvās kļūdas robeža var būt ļoti liela.

Lai dabūtu divu skaitļu starpību ar n ticamiem cipariem, tad mazināmo raksta ar n cipariem un mazinātāju zem tā, atmetot ar noapaļošanu visus ciparus, kas seko aiz mazināmā pēdējā cipara.

Piemērs. $a = 1541,23 - 20,114$, $n = 5$.

$$\begin{array}{r} 1541,2 \\ 20,1 \\ \hline 1521,1 \end{array}$$

1.5.4.3. Reizināšana

Aptuveno skaitļu reizinājuma relatīvās kļūdas robeža nepārsniedz reizinātāju relatīvo kļūdu robežu summu.

Lai dabūtu divu skaitļu reizinājumu ar n ticamiem cipariem, vajag reizinātājus ņemt ar $n+1$ ticamu ciparu.

Reizināmā un reizinātāja komatus ieteicams pārcelt tā, lai reizinātāja veselajā daļā būtu tikai viens cipars.

Piemērs. $a = 0,37445 \cdot 0,09247$, $n = 3$.

$a = 0,003745 \cdot 9,247$

$$\begin{array}{r} 3745 \\ 7429 \text{ (reizinātājs apgriezts otrādi)} \\ \hline 33705 \\ 748 \text{ (ar 2 reizina 374)} \\ 148 \text{ (ar 4 reizina 37)} \\ 21 \text{ (ar 7 reizina 3)} \\ \hline 0,034622 \approx 0,0346 \end{array}$$

1.5.4.4. Dalīšana

Aptuveno skaitļu dalījuma relatīvās kļūdas robeža nepārsniedz dalāmā un dalītāja relatīvo kļūdu robežu summu.

Lai dabūtu divu skaitļu dalījumu ar n ticamiem cipariem, vajag dalāmo ņemt ar $n+2$ ticamiem cipariem, bet dalītāju ar $n+2$ vai $n+1$ ticamiem cipariem (ja, neievērojot komatu, dalītājs lielāks par dalāmo).

Dalāmajā un dalītājā komatus ieteicams pārcelt tā, lai dalītāja veselajā daļā būtu tikai viens cipars.

Piemērs. $a = 1,97632 : 0,21636$, $n = 3$.

$a = 19,7632 : 2,1636$

$$\begin{array}{r|l} 19,763 & 2,164 \\ 19476 & 9,13 \\ \hline 287 \\ 216 \\ \hline 71 \\ 63 \end{array}$$

Dalot dalītāja ciparus pakāpeniski nosvītro.

1.5.4.5. Kāpināšana un saknes vilkšana

Aptuvenā skaitļa pakāpes relatīvā kļūda nepārsniedz pamatskaitļa (bāzes) relatīvās kļūdas reizinājumu ar kāpinātāju.

Aptuvenā skaitļa saknes relatīvā kļūda nepārsniedz zemsaknes skaitļa relatīvās kļūdas dalījumu ar saknes rādītāju.

Piemērs. $a = \frac{45\pi^2}{25,673 \cdot 12,304}$; rezultāts jāapņēma ar tuvinājumu līdz 0,1.

Rupjš tuvinājums: $a \approx \frac{45 \cdot 10}{26 \cdot 12} \approx 1,5$.

Relatīvās kļūdas robeža $\delta_a \approx \frac{0,05 \cdot 100}{1,5} \% \approx 3,3\%$.

Šī relatīvā kļūda jāsadala starp 4 skaitļiem, uz katru iznāk apmēram 0,8%. Atbilstošais tuvinājums:

$$a \approx \frac{45 \cdot 3,14^2}{25,7 \cdot 12,3} \approx \frac{45 \cdot 9,85}{316} \approx \frac{4,43}{3,16} \approx 1,4.$$

1.5.5. APTUVENĀS FORMULAS

Izskaitļojumi ar maziem skaitļiem ($\alpha \ll 1$) un skaitļiem, kas maz atšķiras no 1.

1) $(1 \pm \alpha)^n \approx 1 \pm n\alpha$,

2) $\frac{1}{(1 \pm \alpha)^n} \approx 1 \mp n\alpha$,

3) $\sqrt[n]{1 \pm \alpha} \approx 1 \pm \frac{1}{n}\alpha$,

4) $\frac{1}{\sqrt[n]{1 \pm \alpha}} \approx 1 \mp \frac{1}{n}\alpha$,

5) $\sqrt[n]{a^n \pm b} = a \left(1 \pm \frac{b}{a^n} \right)^{\frac{1}{n}} \approx a \pm \frac{b}{na^{n-1}}$.

Jo mazāks b salīdzinājumā ar a^n , jo precīzāks rezultāts.

Piemēri.

$$\sqrt[3]{1,0015} = \sqrt[3]{1+0,0015} \approx 1 + \frac{1}{3} \cdot 0,0015 = 1,0005,$$

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{128}{64}} = \frac{1}{4} \sqrt[3]{5^3+3} \approx \frac{1}{4} \left(5 + \frac{3}{3 \cdot 5^2} \right) = \frac{1}{4} \cdot 5,04 = 1,26.$$

1.6. tabula. Dažu funkciju aptuvenās vērtības un to relatīvās kļūdas

Formulas	Relatīvā kļūda nepārsniedz		
	0,1%	1%	10%
$\sin x \approx x$	$ x < 0,077 (4^\circ)$	$ x < 0,245 (14^\circ)$	$ x < 0,785 (45^\circ)$
$\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$	$ x < 0,580 (33^\circ)$	$ x < 1,005 (58^\circ)$	$ x < 1,632 (94^\circ)$
$\cos x \approx 1$	$ x < 0,045 (3^\circ)$	$ x < 0,141 (8^\circ)$	$ x < 0,451 (26^\circ)$
$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$	$ x < 0,386 (22^\circ)$	$ x < 0,661 (38^\circ)$	$ x < 1,036 (59^\circ)$

Formulas	Relatīvā kļūda nepārsniedz		
	0,1%	1%	10%
$\operatorname{tg} x \approx x$	$ x < 0,054 (3^\circ)$	$ x < 0,172 (10^\circ)$	$ x < 0,517 (30^\circ)$
$\operatorname{tg} x \approx x + \frac{x^3}{3}$	$ x < 0,293 (17^\circ)$	$ x < 0,519 (30^\circ)$	$ x < 0,895 (51^\circ)$
$\sqrt{a^2+x} \approx a + \frac{x}{2a}$	$-0,085a^2 < x < 0,093a^2$	$-0,247a^2 < x < 0,326a^2$	$-0,607a^2 < x < 1,542a^2$
$\frac{1}{\sqrt{a^2+x}} \approx \frac{1}{a} - \frac{x}{2a^3}$	$-0,052a^2 < x < 0,052a^2$	$-0,157a^2 < x < 0,166a^2$	$-0,449a^2 < x < 0,530a^2$
$\frac{1}{a+x} \approx \frac{1}{a} - \frac{x}{a^2}$	$-0,031a < x < 0,031a$	$-0,099a < x < 0,099a$	$-0,301a < x < 0,301a$
$e^x \approx 1+x$	$-0,045 < x < 0,045$	$-0,135 < x < 0,148$	$-0,337 < x < 0,502$
$\ln(1+x) \approx x$	$-0,002 < x < 0,002$	$-0,020 < x < 0,020$	$-0,176 < x < 0,230$

1.6. ALGEBRA

1.6.1. REIZINĀŠANAS UN DALĪŠANAS FORMULAS

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$$

$$(a \pm b)^n = a^n \pm na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2}b^2 \pm \\ \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{n-3}b^3 + \dots + (\pm 1)^n b^n.$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).$$

$$(a^n - b^n) : (a - b) = a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1}.$$

$$(a^{2n+1} + b^{2n+1}) : (a + b) = a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + b^{2n}.$$

$$(a^{2n} - b^{2n}) : (a + b) = a^{2n-1} - a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 - \dots - b^{2n-1}.$$

1.6.2. PROPORCIJAS

Ģeometriskā proporcija: $a : b = c : d$ jeb $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Proporcijas pamatīpašība: $ad = bc$.

Nepārtraukta proporcija: $a : b = b : c$ jeb $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$.

$b = \sqrt{ac}$ sauc par skaitļu a un c ģeometrisko vidusskaitli (vidējo proporcionālo).

Atvasinātās proporcijas:

$$\text{ja } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ tad } \frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}, \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}, \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

$$\text{Ja } \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}, \text{ tad } \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}.$$

1.6.3. ARITMĒTISKĀ UN ĢEOMETRISKĀ PROGRESIJA

1.6.3.1. Aritmētiskā progresija

Apzīmējumi: n — progresijas locekļu skaits; d — progresijas diference; a_n — progresijas n -tais loceklis; S_n — progresijas n locekļu summa.

Formulas: $a_n = a_1 + d(n-1)$;

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = [2a_1 + d(n-1)] \frac{n}{2}.$$

1.6.3.2. Ģeometriskā progresija

Apzīmējumi: n — progresijas locekļu skaits; q — progresijas kvocients; a_n — progresijas n -tais loceklis; S_n — progresijas n locekļu summa.

Formulas: $a_n = a_1 q^{n-1}$;

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{jeb}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q} = \frac{a_1 (1 - q^n)}{1 - q}.$$

Bezgalīgi dilstošās ģeometriskās progresijas summa

$$S = \frac{a_1}{1 - q}.$$

1.6.4. KOMBINATORIKA

1.6.4.1. Permutācijas

Par n elementu *permutācijām* sauc savienojumus, kuri katrs satur visus šos elementus un atšķiras viens no otra vienīgi ar elementu kārtību.

Tā, piemēram, trīs elementu a, b, c permutācijas ir: $abc, bca, cab, cba, bac, acb$.

n elementu permutāciju skaitu apzīmē ar P_n un aprēķina ar formulu

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n = n!$$

($n!$ sauc par n — faktoriālu).

Piemērs. $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

Ja starp n elementiem k elementi ir savā starpā vienādi, tad iespējamo permutāciju skaits

$$P_{n(k)} = \frac{P_n}{P_k} = \frac{n!}{k!}.$$

1.6.4.2. Variācijas

Par n elementu *variācijām* ar m elementiem katrā sauc savienojumus, kuri katrs satur m elementus un atšķiras viens no otra gan ar elementiem, gan to kārtību.

Tā, piemēram, trīs elementu a, b, c variācijas ar divi elementiem katrā ir: ab, ac, bc, ca, cb, ba .

n elementu variāciju skaitu ar m elementiem katrā apzīmē ar A_n^m jeb V_n^m un aprēķina ar formulu

$$V_n^m = n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1).$$

Piemērs. $V_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

1.6.4.3. Kombinācijas

Par n elementu *kombinācijām* ar m elementiem katrā sauc savienojumus, kuri katrs satur m elementus un atšķiras viens no otra vismaz ar vienu elementu.

Tā, piemēram, trīs elementu a, b, c kombinācijas ar divi elementiem katrā ir: ab, ac, bc .

n elementu kombināciju skaitu ar m elementiem katrā apzīmē ar C_n^m un aprēķina ar formulu

$$C_n^m = \frac{V_n^m}{P_m} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Kombināciju pamatīpašība:

$$C_n^m = C_n^{n-m}.$$

Piemērs. $C_7^5 = C_7^2 = \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 21$.

1.6.5. DARBĪBAS AR PAKĀPĒM UN SAKNĒM

$$a^m a^n = a^{m+n}; \quad a^m : a^n = a^{m-n}; \quad (ab)^m = a^m b^m; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m};$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}.$$

$$\sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{b}; \quad \sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}; \quad \sqrt[m]{a^n} = (\sqrt[m]{a})^n;$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}.$$

$$a^0 = 1; \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}; \quad a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}; \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; \quad a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}.$$

1.6.6. VIENĀDOJUMU ATRISINĀŠANA

1.6.6.1. Pirmās pakāpes vienādojumi

Pirmās pakāpes vienādojums ar vienu nezināmo:

$$ax = b; \quad x = \frac{b}{a} \quad (a \neq 0).$$

Divu pirmās pakāpes vienādojumu sistēma ar diviem nezināmajiem:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}; \quad y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

Izteiksmes $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} c_1 & b_2 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ un $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

sauc par otrās kārtas determinantiem un apzīmē saīsināti ar Δ , Δ_x un Δ_y .

Tad $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ un $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$.

Ja $\Delta \neq 0$, tad sistēmai ir noteikts atrisinājums (ģeometriskā atēlojumā dabū divas krustojošās taisnes).

Ja $\Delta = 0$, bet $\Delta_x \neq 0$ un $\Delta_y \neq 0$, tad sistēmai atrisinājuma nav (divas paralēlas taisnes).

Ja $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$, tad sistēmai ir bezgalīgi daudz atrisinājumu (divas sakrītošās taisnes).

1.6.6.2. Kvadrātvienādojums

Pilnā kvadrātvienādojuma $ax^2 + bx + c = 0$ atrisinājums (saknes) ir:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Ja $b^2 - 4ac \geq 0$, tad vienādojuma saknes ir reālas, ja $b^2 - 4ac < 0$, tad — kompleksas.

Sakņu īpašības:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Reducētā (vienkāršotā) kvadrātvienādojuma $x^2 + px + q = 0$ saknes ir

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}; \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Sakņu īpašības: $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 x_2 = q$.

Otrās pakāpes trinoms $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, kur x_1 un x_2 ir kvadrātvienādojuma $ax^2 + bx + c = 0$ saknes.

Nepilnā kvadrātvienādojuma $ax^2 + bx = 0$ jeb $x(ax + b) = 0$ saknes ir $x_1 = 0$ un $x_2 = -\frac{b}{a}$.

Nepilnā kvadrātvienādojuma $ax^2 + c = 0$ saknes ir $x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ un $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$.

1.6.7. KOMPLEKSIE SKAITĻI

Imaginārā vienība $i = \sqrt{-1}$.

Elektrotehnikā imagināro vienību apzīmē ar j , lai nesajauktu ar strāvas stipruma apzīmējumu i .

$i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$; vispārīgi $i^{4n} = 1$, $i^{4n+1} = i$, $i^{4n+2} = -1$, $i^{4n+3} = -i$, kur $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Kompleksā skaitļa vispārīgais veids ir $a + bi$, kur a un b ir reāli skaitļi.

$a + bi = 0$, ja $a = 0$ un $b = 0$.

$a_1 + b_1 i = a_2 + b_2 i$, ja $a_1 = a_2$ un $b_1 = b_2$.

$(a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$.

$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$.

$\frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{(a_2 + b_2 i)(a_2 - b_2 i)} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$.

$a + bi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) = r e^{i\varphi}$, kur $r = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\cos \varphi = \frac{a}{r}$,

$\sin \varphi = \frac{b}{r}$, $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots \approx 2,71828$.

$r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \cdot r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2) = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$.

$$r_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) : r_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2) = \frac{r_1}{r_2} [\cos (\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin (\varphi_1 - \varphi_2)].$$

$$[r (\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi).$$

$$\sqrt[n]{r (\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right), \text{ kur lie-$$

kot $k=0, 1, 2, \dots, n-1$, dabū n saknes vērtības.

1.6.8. LOGARITMI

Definīcija: ja $N = a^n$, tad $n = \log_a N$; par dotā skaitļa N logaritmu pie bāzes a sauc kāpinātāju n , ar kuru jākāpina bāze, lai dabūtu doto skaitli.

Saskaņā ar logaritma definīciju

$$a^{\log_a b} = b.$$

Ja par bāzi izvēlēts skaitlis 10, tad atbilstošos logaritmus sauc par decimāllogaritmiem un apzīmē ar \lg .

Ja par bāzi izvēlēts iracionālais skaitlis $e \approx 2,71828$, tad atbilstošos logaritmus sauc par naturāliem logaritmiem un apzīmē ar \ln .

$$\ln 10 \cdot \lg e = 1.$$

Skaitli $M = \lg e = \frac{1}{\ln 10} \approx 0,434294$ sauc par decimāllogaritmu moduli.

$$\frac{1}{M} = \ln 10 = \frac{1}{\lg e} \approx 2,302585.$$

Naturālos un decimāllogaritmus saista šādas sakarības:

$$\lg N = M \cdot \ln N \approx 0,434294 \ln N,$$

$$\ln N = \frac{1}{M} \cdot \lg N \approx 2,302585 \lg N.$$

$$\lg 10 = 1, \quad \lg 1 = 0, \quad \lg 0 = -\infty, \quad \lg \infty = \infty;$$

$$\ln e = 1, \quad \ln 1 = 0, \quad \ln 0 = -\infty, \quad \ln \infty = \infty.$$

Negatīvu skaitļu decimāllogaritmi un naturālie logaritmi ir kompleksi.

Darbības ar logaritmiem:

$$\begin{aligned} \log(AB) &= \log A + \log B; & \log \frac{A}{B} &= \log A - \log B; & \log A^n &= \\ &= n \log A; & \log \sqrt[n]{A} &= \frac{1}{n} \log A. \end{aligned}$$

Šīs sakarības ir pareizas pie jebkuras bāzes. Ja skaitlis N nav skaitļa 10 vesela pozitīva vai negatīva pakāpe, tad tā decimāllogarītmis ir iracionāls skaitlis, kuru var izteikt aptuveni decimāldaļskaitļa veidā.

Piemēram, $\lg 25 \approx 1,3979$.

Veselo daļu sauc par logaritma raksturojumu, decimālzīmes — par mantisu. Decimāllogarītmā raksturojumu nosaka atkarībā no skaitļa 10 kāpinātājiem, starp kuru atbilstošajām pakāpēm atrodas dotais skaitlis.

Piemēri. $\lg 43,7$ raksturojums ir 1, jo $10 < 43,7 < 10^2$; $\lg 0,065$ raksturojums ir -2 , jo $10^{-2} < 0,065 < 10^{-1}$.

Decimāllogarītmā mantisa nav atkarīga no komata stāvokļa skaitlī, un to atrod atbilstošā tabulā.

Tā, piemēram, $\lg 43,7 \approx 1,6405$ un $\lg 0,065 \approx -2 + 0,8129 = \bar{2},8129$ (zīme « $\bar{-}$ » virs raksturojuma nozīmē, ka tikai raksturojums ir negatīvs, mantisa ir pozitīva).

1.6.9. SKAITĻA e PAKĀPES

1.7. tabula. Funkcijas e^x vērtības

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,	1,0000	1,1052	1,2214	1,3499	1,4918	1,6487	1,8221	2,0138	2,2255	2,4596
1,	2,718	3,004	3,320	3,669	4,055	4,482	4,953	5,474	6,050	6,686
2,	7,389	8,166	9,025	9,974	11,02	12,18	13,46	14,88	16,44	18,17
3,	20,09	22,20	24,53	27,11	29,96	33,12	36,60	40,45	44,70	49,40
4,	54,60	60,34	66,69	73,70	81,45	90,02	99,48	109,9	121,5	134,3
5,	148,4	164,0	181,3	200,3	221,4	244,7	270,4	298,9	330,3	365,0

1.8. tabula. Funkcijas e^{-x} vērtības

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,	1,0000	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1,	0,3679	0,3329	0,3012	0,2725	0,2466	0,2231	0,2019	0,1827	0,1653	0,1496
2,	0,1353	0,1225	0,1108	0,1003	0,0907	0,0821	0,0743	0,0672	0,0608	0,0550
3,	0,0498	0,0450	0,0408	0,0369	0,0334	0,0302	0,0273	0,0247	0,0224	0,0202
4,	0,0183	0,0166	0,0150	0,0136	0,0123	0,0111	0,0100	0,0091	0,0082	0,0074
5,	0,0067	0,0061	0,0055	0,0050	0,0045	0,0041	0,0037	0,0034	0,0030	0,0027

1.6.10. NATURĀLIE LOGARITMI

1.9. tabula. Skaitļu naturālie logaritmi

Vieni desm.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972
1	2,3026	2,3979	2,4849	2,5649	2,6391	2,7081	2,7726	2,8332	2,8904	2,9444
2	2,9957	3,0445	3,0910	3,1355	3,1781	3,2189	3,2581	3,2958	3,3322	3,3673
3	3,4012	3,4340	3,4657	3,4965	3,5264	3,5553	3,5835	3,6109	3,6376	3,6636
4	3,6889	3,7136	3,7377	3,7612	3,7842	3,8067	3,8286	3,8501	3,8712	3,8918
5	3,9120	3,9318	3,9512	3,9703	3,9890	4,0073	4,0254	4,0431	4,0604	4,0775
6	4,0943	4,1109	4,1271	4,1431	4,1589	4,1744	4,1897	4,2047	4,2195	4,2341
7	4,2485	4,2627	4,2767	4,2905	4,3041	4,3175	4,3307	4,3438	4,3567	4,3694
8	4,3820	4,3944	4,4067	4,4188	4,4308	4,4427	4,4543	4,4659	4,4773	4,4886
9	4,4998	4,5109	4,5218	4,5326	4,5433	4,5539	4,5643	4,5747	4,5850	4,5951
10	4,6052	4,6151	4,6250	4,6347	4,6444	4,6540	4,6634	4,6728	4,6821	4,6913

1.6.11. DETERMINANTI

Otrās kārtas determinants

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1.$$

(-) (+)

a_1, a_2, b_1, b_2 ir otrās kārtas determinanta elementi. Elementi a_1 un b_1 veido pirmo rindu, elementi a_2 un b_2 — otro rindu.

Elementi a_1 un a_2 veido pirmo kolonnu, elementi b_1 un b_2 — otro kolonnu.

Elementi a_1 un b_2 veido galveno diagonāli, elementi a_2 un b_1 — papildu diagonāli.

Trešās kārtas determinants

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

To izskaitļo šādi:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_3 b_1 c_2 + a_2 b_3 c_1 - a_3 b_2 c_1 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3.$$

(-) (+)

Determinanta elementiem piekārto zīmes šādā kārtībā:

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

To var izteikt ar pakāpi $(-1)^{r+k}$, kur r ir rindas numurs un k ir kolonnas numurs.

Par kāda determinanta elementa *minoru* sauc zemākas kārtas determinantu, kuru dabū, izsvītrojot to rindu un to kolonnu, kurai elements pieder.

Par kāda determinanta elementa *adjunkt*u sauc tā minoru ar elementam atbilstošo zīmi.

Adjunktus apzīmē ar elementiem atbilstošajiem lielajiem burtiem.

Tā, piemēram:

$$A_1 = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad B_1 = - \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad C_1 = \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}.$$

Determinants ir vienāds ar kādas rindas jeb kolonnas elementu un atbilstošo adjunktū reizinājumu summu.

Piemēram,
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 A_1 + b_1 B_1 + c_1 C_1.$$

Determinanta īpašības

1) Determinanta skaitliskā vērtība nemainās, ja tā visas rindas apmaina vietām ar kolonnām, saglabājot to kārtas numurus.

2) Apmainot divas rindas vai divas kolonnas vietām, mainās tikai determinanta zīme.

3) Ja determinanta divu rindu vai divu kolonnu elementi ir vienādi vai proporcionāli, tad determinants ir vienāds ar nulli.

4) Ja determinanta kādas rindas vai kolonnas visi elementi satur kopēju reizinātāju, tad to var izcelt determinanta priekšā.

5) Determinanta skaitliskā vērtība nemainās, ja kādas rindas vai kolonnas elementiem pieskaita citas rindas vai kolonnas elementus, pareizinātus ar vienu un to pašu lielumu. Šo īpašību izmanto, lai determinanta kādā rindā vai kolonnā, izņemot vienu elementu, pārējās vietās dabūtu nulles. Tad, attīstot determinantu pēc šīs rindas vai kolonnas elementiem, dabū zemākas kārtas determinantu.

Piemērs.
$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 6 & 2 \\ 7 & 3 & -1 \end{vmatrix} \xrightarrow{(-3)} \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 7 & 6 & -1 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = -80.$$

Triju lineāru vienādojumu sistēmas atrisināšana ar determinantiem

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = h_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = h_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = h_3 \end{cases}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \quad \text{kur}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} h_1 & b_1 & c_1 \\ h_2 & b_2 & c_2 \\ h_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & h_1 & c_1 \\ a_2 & h_2 & c_2 \\ a_3 & h_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & h_1 \\ a_2 & b_2 & h_2 \\ a_3 & b_3 & h_3 \end{vmatrix}.$$

Šīs formulas sauc par Krāmera formulām.

Ja $\Delta \neq 0$, tad vienādojumu sistēmai ir viens vienīgs atrisinājums.

Ja $\Delta = 0$, tad vienādojumu sistēma ir nesaderīga (tai nav atrisinājuma) vai nenoteikta.

1.6.12. VEKTORU ALGEBRA

1.6.12.1. Skalāri un vektori

Lielumus, kurus pilnīgi noteic to skaitliskā vērtība, sauc par skalāriem. Piemēri: laiks, temperatūra, garums, laukums, tilpums, leņķis, siltuma daudzums, elektrības daudzums, elektriskā pretestība, potenciāls, kapacitāte, masa, darbs u. c.

Lielumus, kuru noteikšanai jāzina to skaitliskā vērtība un virziens, sauc par vektoriem. Piemēri: spēks, ātrums, paātrinājums, elektriskā un magnētiskā lauka intensitāte, elektriskais spriegums u. c.

1.6.12.2. Vektoru apzīmējumi

Vektoru attēlo ar taisnes nogriezni, kas norāda tā virzienu. Vektora vērsumu norāda bultiņa.

Vektoru parasti apzīmē ar burtu un svītru vai bultiņu virs tā. Piemēram: \vec{V} jeb \vec{V} . Vektora \vec{V} skaitliskās vērtības absolūto lielumu sauc par tā moduli un apzīmē ar $|\vec{V}|$ vai V .

Par dotā vektora vienības vektoru vai ortu sauc vektoru, kura virziens ir vienāds ar dotā vektora virzienu un kura modulis ir 1. Vektora \vec{V} ortu apzīmē ar \vec{V}^0 ; $|\vec{V}^0| = 1$.

Vektors ir vienāds ar tā ortu un moduļa reizinājumu:

$$\vec{V} = \vec{V}^0 |\vec{V}| = \vec{V}^0 V.$$

Vektoru attēlo ar taisnes nogriezni, kura garums pieņemtā mērogā ir vienāds ar tā moduli, un nogriežņa galā pieliktā bultiņa norāda vektora vērsumu. Otrs nogriežņa gals ir vektora pielikšanas punkts.

Izšķir brīvus, slidošus un saistītus vektorus.

Vektoru sauc par brīvu, ja to var pārvietot ar sākumu uz jebkuru telpas punktu, nemainot tā moduli un virzienu.

Slidošu vektoru var pārvietot tā darbības virzienā.

Saistītiem vektoriem ir noteikts pielikšanas punkts, kas sakrīt ar tā sākumu.

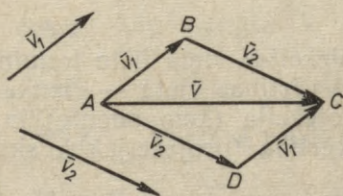
Matemātikā rīkojas tikai ar brīviem vektoriem.

1.6.12.3. Vektoru saskaitīšana un atņemšana

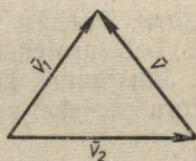
Divu vektoru summa vai rezultējošais vektors ir vienāds ar paralelograma diagonāli, kura malas ir vienādas ar dotiem vektoriem (1.1. zīm.).

Vektoru \vec{V}_1 un \vec{V}_2 summas \vec{V} noteikšanai pietiek konstruēt tikai trijstūri ABC vai ADC .

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_2 + \vec{V}_1.$$



1.1. zīm. Divu vektoru summa



1.2. zīm. Divu vektoru starpība

Divu vektoru starpība, ja vektori iziet no viena punkta, ir vektors, kas savieno šo vektoru galapunktus un vērsts no mazinātāja uz mazināmo (1.2. zīm.).

$$\vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2.$$

Saskaitot vairākus vektorus, izveidojas vektoru daudzstūris. Daudzstūri noslēdzošā mala atbilst vektoram, kas ir doto vektoru summa (1.3. zīm.).

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3.$$

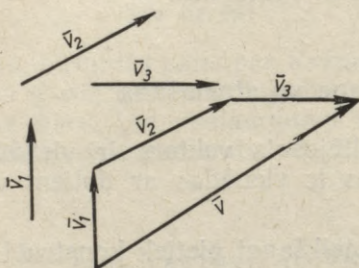
1.6.12.4. Vektoru projekcijas uz koordināšu asīm

Vektora projekciju uz koordināšu ass dabū, novelkot perpendikulus no dotā vektora galapunktiem pret asi.

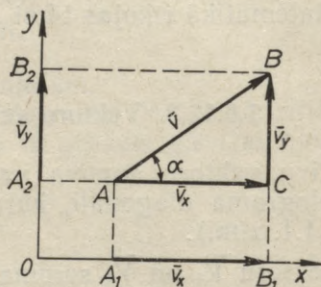
Perpendikulu attālums nosaka vektora projekcijas lielumu

(1.4. zīm.). $\overline{A_1B_1} = \overline{V_x}$ vektora \overline{V} projekcija uz x ass. $\overline{A_2B_2} = \overline{V_y}$ vektora \overline{V} projekcija uz y ass.

$$\overline{V} = \overline{V_x} + \overline{V_y}.$$



1.3. zīm. Vairāku vektoru summa



1.4. zīm. Vektoru projekcijas uz koordināšu asīm

Piezīme. Dažkārt termina «projekcija» vietā lieto terminu «komponente», bet «projekcijas skaitliskā vērtība» vietā — vienkārši «projekcija». Jāiegaumē, ka vektora projekcija (komponente) ir vektors, bet vektora projekcijas skaitliskā vērtība (projekcija) ir skalārs lielums.

Projekciju skaitliskās vērtības:

$$V_x = V \cos \alpha, \quad V_y = V \sin \alpha; \quad (0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ).$$

Vektora \overline{V} modulis $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$.

Vektora \overline{V} virzienu nosaka šādas formulas:

$$\cos \alpha = \frac{V_x}{V}, \quad \sin \alpha = \frac{V_y}{V}.$$

Apzīmējot koordināšu asu ortus ar \overline{i} (uz x ass) un \overline{j} (uz y ass), dabū

$$\overline{V} = V_x \overline{i} + V_y \overline{j}.$$

Telpā $\overline{V} = V_x \overline{i} + V_y \overline{j} + V_z \overline{k}$, kur \overline{k} ir z ass ortu un V_z — vektora \overline{V} projekcijas skaitliskā vērtība uz z ass.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \quad \cos \alpha = \frac{V_x}{V}, \quad \cos \beta = \frac{V_y}{V}, \quad \cos \gamma = \frac{V_z}{V},$$

kur α, β, γ ir leņķi, kurus vektors \overline{V} veido ar x, y un z ass pozitīviem virzieniem.

Saskaitot n vektorus $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_n$, dabū rezultējošo vektoru \bar{V} , kura projekciju skaitliskās vērtības ir šādas:

$$\begin{aligned} V_x &= V \cos \alpha = V_1 \cos \alpha_1 + V_2 \cos \alpha_2 + \dots + V_n \cos \alpha_n = \\ &= \sum_{i=1}^n V_i \cos \alpha_i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_y &= V \cos \beta = V_1 \cos \beta_1 + V_2 \cos \beta_2 + \dots + V_n \cos \beta_n = \\ &= \sum_{i=1}^n V_i \cos \beta_i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_z &= V \cos \gamma = V_1 \cos \gamma_1 + V_2 \cos \gamma_2 + \dots + V_n \cos \gamma_n = \\ &= \sum_{i=1}^n V_i \cos \gamma_i. \end{aligned}$$

Rezultējošā vektora modulis

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Rezultējošā vektora virzienu noteic

$$\cos \alpha = \frac{V_x}{V}, \quad \cos \beta = \frac{V_y}{V}, \quad \cos \gamma = \frac{V_z}{V}.$$

1.6.12.5. Vektora reizināšana ar skalāru

Ja $\bar{V} = V_x \bar{i} + V_y \bar{j} + V_z \bar{k}$, tad $m\bar{V} = mV_x \bar{i} + mV_y \bar{j} + mV_z \bar{k}$, kur m ir skalārs.

$$m(\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \dots + \bar{V}_n) = m\bar{V}_1 + m\bar{V}_2 + \dots + m\bar{V}_n.$$

1.6.12.6. Divu vektoru skalārais reizinājums

Divu vektoru skalāro reizinājumu dabū, reizinot viena vektora moduli ar otrā vektora projekciju uz pirmo vektoru jeb reizinot abu vektoru modulius ar vektoru veidotā leņķa kosinusu. Vektoru \bar{V} un \bar{Q} skalāro reizinājumu apzīmē ar

$$\bar{V}\bar{Q} \text{ vai } (\bar{V}\bar{Q}); \quad \bar{V}\bar{Q} = VQ \cos(\bar{V}, \bar{Q}).$$

Ja $(\bar{V}, \bar{Q}) = 0^\circ$, tad $\bar{V}\bar{Q} = VQ$.

Ja $(\bar{V}, \bar{Q}) = 90^\circ$, tad $\bar{V}\bar{Q} = 0$; šādus vektorus sauc par ortogonāliem.

Ja $(\bar{V}, \bar{Q}) = 180^\circ$ tad $\bar{V}\bar{Q} = -VQ$.

Pieņemot, ka $\bar{V} = V_x \bar{i} + V_y \bar{j} + V_z \bar{k}$ un $\bar{Q} = Q_x \bar{i} + Q_y \bar{j} + Q_z \bar{k}$, dabū, ka

$$\bar{V}\bar{Q} = V_x Q_x + V_y Q_y + V_z Q_z.$$

Skalārā reizinājuma īpašības:

$$\begin{aligned}\overline{VQ} &= \overline{QV}, \\ (\overline{P+Q})\overline{V} &= \overline{PV} + \overline{QV}, \\ \overline{VQ}m &= m\overline{VQ} = \overline{VQ}m.\end{aligned}$$

Piezīme. Darbs ir spēka un noietā ceļa, kas tiek uztverti kā vektori, skalārais reizinājums.

1.6.12.7. Divu vektoru vektoriālais reizinājums

Divu vektoru vektoriālais reizinājums ir tiem perpendikulārs (ortogonāls) vektors, kura modulis skaitliski vienāds ar paralelograma laukumu, kura blakus malas ir dotie vektori un virziens ir tāds, ka pagrieziens no pirmā vektora līdz otrajam pa mazāko leņķi ir pretējs pulksteņa rādītāja kustības virzienam. Vektoru \overline{V} un \overline{Q} vektoriālo reizinājumu apzīmē ar $\overline{V} \times \overline{Q}$ vai $[\overline{VQ}]$.

Vektoriālā reizinājuma modulis

$$|\overline{V} \times \overline{Q}| = VQ \sin(\overline{V}, \overline{Q}).$$

Ja $(\overline{V}, \overline{Q}) = 0^\circ$, tad $\overline{V} \times \overline{Q} = 0$.

Sādus vektorus sauc par kolineāriem.

Pieņemot, ka $\overline{V} = V_x\overline{i} + V_y\overline{j} + V_z\overline{k}$ un $\overline{Q} = Q_x\overline{i} + Q_y\overline{j} + Q_z\overline{k}$, dabū, ka

$$\overline{V} \times \overline{Q} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ V_x & V_y & V_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}.$$

Vektoriālā reizinājuma īpašības:

$$\begin{aligned}\overline{V} \times \overline{Q} &= -\overline{Q} \times \overline{V}, \\ (\overline{P+Q}) \times \overline{V} &= \overline{P} \times \overline{V} + \overline{Q} \times \overline{V}, \\ (\overline{V} \times \overline{Q})m &= m\overline{V} \times \overline{Q} = \overline{V} \times m\overline{Q}.\end{aligned}$$

1.6.12.8. Trīs vektoru jauktais reizinājums

Trīs vektoru jaukto reizinājumu dabū, reizinot divu vektoru vektoriālo reizinājumu ar trešo vektoru skalāri. Vektoru \overline{V} , \overline{Q} un \overline{P} jaukto reizinājumu apzīmē ar $(\overline{V} \times \overline{Q})\overline{P}$.

Trīs vektoru jauktais reizinājums skaitliski vienāds ar paralēlskaldņa tilpumu, kas konstruēts uz šiem vektoriem.

Ja $\bar{V} = V_x \bar{i} + V_y \bar{j} + V_z \bar{k}$, $\bar{Q} = Q_x \bar{i} + Q_y \bar{j} + Q_z \bar{k}$ un $\bar{P} = P_x \bar{i} + P_y \bar{j} + P_z \bar{k}$, tad

$$(\bar{V} \times \bar{Q}) \bar{P} = \begin{vmatrix} V_x & V_y & V_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ P_x & P_y & P_z \end{vmatrix}.$$

Ja vektorus \bar{V} , \bar{Q} un \bar{P} var novietot vienā plaknē, tad tos sauc par komplanāriem. Šādā gadījumā $(\bar{V} \times \bar{Q}) \bar{P} = 0$.

1.6.13. MATRICAS

Ja ir dota lineāra transformācija plaknē (sk. 1.9.1.3.)

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y \\ y' = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$$

vai telpā

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{cases},$$

tad koeficientu tabulu $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ (to raksta arī tā $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$)

vai $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ sauc par dotās lineārās transformācijas matricu un apzīmē ar A .

Lineāro transformāciju simboliski pieraksta šādi:

$$X' = AX.$$

Lineārā transformācija plaknē

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Lineārā transformācija telpā

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Matricu $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ un $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ reizinājums

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}.$$

Vispār $AB \neq BA$.

Lai dabūtu matricu A un B reizinājumā AB elementu rindā i un kolonnā k ($i=1, 2, 3, \dots$; $k=1, 2, 3, \dots$), matricas A rindu i jāreizina ar matricas B kolonnu k .

Matricas A determinantu apzīmējot ar $\text{Det}A$, matricas B determinantu ar $\text{Det}B$ un matricas AB determinantu ar $\text{Det}(AB)$, dabū

$$\text{Det}(AB) = \text{Det}A \text{Det}B.$$

$$\text{Matricu } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ un } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

$$\text{summa } A+B = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}.$$

$$\lambda A = \lambda \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \end{pmatrix}.$$

Piemērs. Dotas divas lineāras transformācijas

$$\begin{cases} x' = 2x - y + 5z \\ y' = x + 4y - z \\ z' = 3x - 5y + 2z \end{cases} \quad \text{un} \quad \begin{cases} x'' = x' + 4y' + 3z' \\ y'' = 5x' - y' - z' \\ z'' = 3x' + 6y' + 7z' \end{cases}$$

Atrast lineāro transformāciju, kas izteic x'' , y'' , z'' atkarībā no x , y , z .

$$X' = AX, \quad X'' = BX', \quad \text{tātad } X'' = BAX.$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot (-1) + 4 \cdot 4 + 3 \cdot (-5) & 1 \cdot 5 + 4 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 \\ 5 \cdot 2 - 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 & 5 \cdot (-1) - 1 \cdot 4 - 1 \cdot (-5) & 5 \cdot 5 - 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 \\ 3 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3 & 3 \cdot (-1) + 6 \cdot 4 + 7 \cdot (-5) & 3 \cdot 5 + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{t. i., } BA = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 7 \\ 6 & -4 & 24 \\ 33 & -14 & 23 \end{pmatrix}.$$

Meklētā transformācija ir

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 7 \\ 6 & -4 & 24 \\ 33 & -14 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

no kurienes dabū, ka

$$\begin{cases} x'' = 15x + 7z \\ y'' = 6x - 4y + 24z \\ z'' = 33x - 14y + 23z \end{cases}$$

Lineārai transformācijai $X' = AX$ inverso (apvērsto) transformāciju apzīmē šādi: $X = A^{-1}X'$.

$$\text{Ja } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} & a_{33} \end{pmatrix}, \text{ tad}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{21}}{\Delta} & \frac{A_{31}}{\Delta} \\ \frac{A_{12}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} & \frac{A_{32}}{\Delta} \\ \frac{A_{13}}{\Delta} & \frac{A_{23}}{\Delta} & \frac{A_{33}}{\Delta} \end{pmatrix}, \quad \text{kur } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

ir dotās matricas determinants; ar lielajiem burtiem apzīmēti šā determinanta atbilstošo elementu adjunkti.

Inversā transformācija iespējama tikai tad, ja $\text{Det } A = \Delta \neq 0$.

Piemērs. Dota vienādojumu sistēma

$$\begin{cases} x + 2y + z = h_1 \\ 2x + y + z = h_2 \\ x + 3y - z = h_3 \end{cases}$$

Izteikt x , y , z atkarībā no h_1 , h_2 , h_3 .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{Det } A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 7 \neq 0.$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4; \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 5; \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 3; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -1; \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3.$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} & -\frac{3}{7} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{5}{7} & -\frac{1}{7} & -\frac{3}{7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix},$$

no kurienes dabū, ka

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{7}h_1 + \frac{5}{7}h_2 + \frac{1}{7}h_3 \\ y = \frac{3}{7}h_1 - \frac{2}{7}h_2 + \frac{1}{7}h_3 \\ z = \frac{5}{7}h_1 - \frac{1}{7}h_2 - \frac{3}{7}h_3. \end{cases}$$

1.7. ĢEOMETRIJA

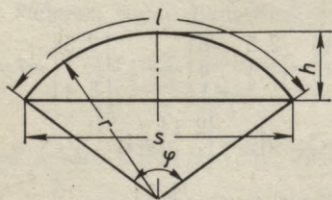
1.7.1. LINIJAS

Riņķa līnijas garums $C=2\pi r=\pi d$.

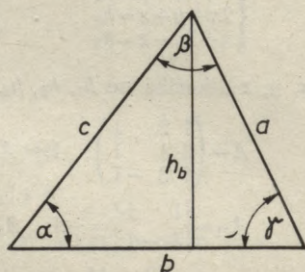
Loka garums $l=\frac{\varphi}{180}\pi r$, ja leņķis φ izteikts grādos un $l=r\varphi$, ja leņķis φ izteikts radiānos (1.5. zīm.).

Hordas garums $s=2r \sin \frac{\varphi}{2}$ (1.5. zīm.).

Segmenta augstums $h=r(1-\cos \frac{\varphi}{2})=2r \sin^2 \frac{\varphi}{4}=\frac{s}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4}$ (1.5. zīm.).



1.5. zīm. Loks, horda, segments



1.6. zīm. Dažādmalu trijstūris

1.7.2. LAUKUMI

Trijstūra laukums (1.6. zīm.)

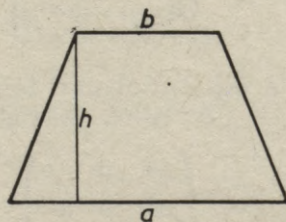
$$F=\frac{ah_a}{2}=\frac{bh_b}{2}=\frac{ch_c}{2}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ kur } p=\frac{1}{2}(a+b+c), F=$$

$$=\frac{1}{2}ab \sin \gamma=\frac{1}{2}bc \sin \alpha=\frac{1}{2}ac \sin \beta.$$

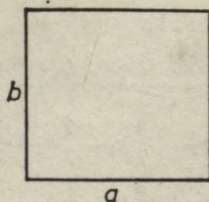
Trapeces laukums $F=\frac{1}{2}(a+b)h$ (1.7. zīm.).

Taisnstūra laukums $F=ab$ (1.8. zīm.).

Kvadrāta laukums $F=a^2$.



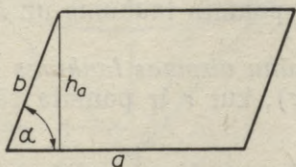
1.7. zīm. Trapece



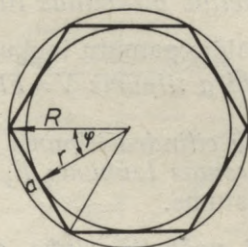
1.8. zīm. Taisnstūris

Paralelograma laukums (1.9. zīm.) $F = ah_a = bh_b = ab \sin \alpha$.
 Romba laukums $F = ah = a^2 \sin \alpha$.

Regulāra daudzstūra laukums (1.10. zīm.) $F = \frac{nar}{2} = \frac{1}{4}na^2 \operatorname{ctg} \varphi =$
 $= \frac{1}{2}nR^2 \sin 2\varphi = nr^2 \operatorname{tg} \varphi$, kur $\varphi = \frac{180^\circ}{n}$ un $a = 2R \sin \varphi = 2r \operatorname{tg} \varphi$.



1.9. zīm. Paralelograms



1.10. zīm. Regulārs daudzstūris

Riņķa laukums $F = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$.

Riņķa gredzena laukums $F = \pi(r_1^2 - r_2^2) = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = 2\pi q\delta$,
 kur $q = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ un $\delta = r_1 - r_2$.

Riņķa sektora laukums $F = \frac{1}{2}lr = \frac{\varphi}{360}\pi r^2$, ja leņķis φ izteikts grādos, un $F = \frac{1}{2}r^2\varphi$, ja leņķis φ izteikts radiānos (1.5 zīm.).

Riņķa segmenta laukums $F = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\varphi}{180} \pi - \sin \varphi \right) \approx \frac{2}{3}sh$ (1.5. zīm.).

Riņķa gredzena sektora laukums $F = \frac{\varphi}{360}\pi(r_1^2 - r_2^2) = \frac{\varphi}{180}\pi q\delta$, ja leņķis φ izteikts grādos, un $F = q\varphi\delta$, ja leņķis φ izteikts radiānos, kur $q = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ un $\delta = r_1 - r_2$.

1.7.3. VIRSMU LAUKUMI UN TILPUMI

Prizmas tilpums $V = Fh$, kur F ir pamata laukums un h — augstums.

Slīpi nošķeltās trijstūra prizmas tilpums $V = \frac{1}{3}(a+b+c)F$, kur a, b, c ir paralēlo šķautņu garumi, bet F — prizmas normālšķēluma laukums (perpendikulārs paralēlām šķautnēm).

Slipi nošķeltās daudzstūra prizmas tilpums $V=Fl$, kur l ir nogriežņa garums, kas savieno abu pamatu smaguma centrus, un F — normālšķēluma laukums.

Piramīdas tilpums $V=\frac{1}{3}Fh$, kur F ir pamata laukums un h — augstums.

Nošķeltās piramīdas tilpums $V=\frac{1}{3}h(F_1+F_2+\sqrt{F_1F_2})$, kur F_1 un F_2 ir paralēlo pamatu laukumi un h — augstums.

Cilindra tilpums $V=Fh$, kur F ir pamata laukums un h — augstums.

Riņķa cilindra tilpums $V=\pi r^2 h$, sānu virsmas laukums $F_s=2\pi r h$, pilnās virsmas laukums $F_p=2\pi r(h+r)$, kur r ir pamata rādiuss un h — augstums.

Slipi nošķeltā riņķa cilindra tilpums $V=\frac{1}{2}\pi r^2(h_1+h_2)$, sānu virsmas laukums $F_s=\pi r(h_1+h_2)$, kur r ir pamata rādiuss, h_1 — cilindra īsākā veidule un h_2 — garākā veidule.

Caurules tilpums $V=\pi h(r_1^2-r_2^2)=\pi h(2r_1-\delta)\delta=\pi h(2r_2+\delta)\delta=2\pi h\varrho\delta$, kur r_1 ir caurules ārējais rādiuss, r_2 — iekšējais rādiuss, h — caurules garums, $\delta=r_1-r_2$, $\varrho=\frac{1}{2}(r_1+r_2)$.

Konusa tilpums $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$, sānu virsmas laukums $F_s=\pi r l=\pi r\sqrt{r^2+h^2}$, pilnās virsmas laukums $F_p=\pi r(l+r)$, kur r ir pamata rādiuss, h — augstums, l — veidule.

Nošķeltā konusa tilpums $V=\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)$, sānu virsmas laukums $F_s=\pi(r_1+r_2)l=2\pi\varrho l$, kur r_1 un r_2 ir pamatu rādiusi, h — augstums, l — veidule, $\varrho=\frac{1}{2}(r_1+r_2)$.

Lodes tilpums $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{6}\pi d^3$, virsmas laukums $F=4\pi r^2=\pi d^2$, kur r ir lodes rādiuss un d — diametrs.

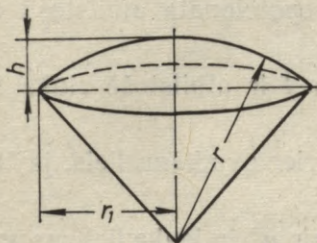
Lodveidīgas čaulas tilpums $V=\frac{4}{3}\pi(r_1^3-r_2^3)=\frac{1}{6}\pi(d_1^3-d_2^3)$, kur r_1 ir ārējais rādiuss (d_1 — diametrs), r_2 — iekšējais rādiuss (d_2 — diametrs).

Lodes sektora tilpums $V=\frac{2}{3}\pi r^2 h$, kur r ir lodes rādiuss un h — segmenta augstums (1.11. zīm.).

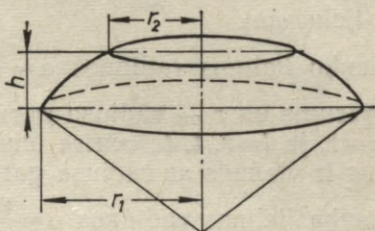
Lodes segmenta tilpums $V=\frac{1}{3}\pi h^2(3r-h)=\frac{1}{6}\pi h(3r_1^2+h^2)$, kur r ir lodes rādiuss, h — segmenta augstums un r_1 — segmenta pamata rādiuss (1.11. zīm.).

Lodes slāņa tilpums $V = \frac{1}{6} \pi h (h^2 + 3r_1^2 + 3r_2^2)$, kur r_1 un r_2 ir slāņa pamatu rādiusi un h — slāņa (joslas) augstums (1.12. zīm.).

Lodes joslas laukums $F = 2\pi r h$, kur r ir lodes rādiuss un h — joslas augstums (1.12. zīm.).



1.11. zīm. Lodes sektors un segments



1.12. zīm. Lodes josla un slānis

Lodes segmenta sfēriskās virsmas laukums $F = 2\pi r h = \pi (r_1^2 + h^2)$, kur r ir lodes rādiuss, r_1 — segmenta pamata rādiuss un h — segmenta augstums (1.11. zīm.).

Elipsoida tilpums $V = \frac{4}{3} \pi abc$, kur a , b , c ir tā pusasis.

Rotācijas paraboloida tilpums $V = \frac{1}{2} \pi r^2 h$, kur r ir tā pamata rādiuss un h — augstums.

Gredzena ar riņķa šķērsriezumu (tora) tilpums $V = 2\pi^2 r^2 R = \frac{1}{4} \pi^2 d^2 D$ un virsmas laukums $F = 4\pi^2 r R = \pi^2 d D$, kur r ir šķērsriezuma rādiuss (d — diametrs) un R — gredzena vidējais rādiuss (D — diametrs).

Ja mucas gareniskā griezumā dabū riņķa līnijas lokus, tad tās tilpums $V \approx \frac{1}{12} \pi h (2D^2 + d^2)$, bet, ja parabolas lokus, tad $V = \frac{1}{15} \pi h (2D^2 + dD + \frac{3}{4} d^2)$, kur D ir mucas lielākais diametrs, d — pamatu diametrs un h — augstums.

Vispār, ja ķermeņa gareniskajā griezumā dabū pirmās vai otrās kārtas (pakāpes) līnijas, tad tā tilpums $V = \frac{h}{6} (F_1 + 4F_0 + F_2)$, kur F_1 un F_2 ir pamatu laukumi, F_0 — vidējā šķēluma laukums un h — ķermeņa augstums (Simpsona formula).

1.8. TRIGONOMETRIJA

1.8.1. LEŅĶU MĒRĪŠANA RADIĀNOS

Blakus praktiskai leņķu mērīšanai grādos, minūtēs un sekundēs ($1^\circ=60'$, $1'=60''$) teorētiskos jautājumos parasti leņķus izteic radiānos, t. i., ar loka garuma attiecību pret rādiusa garumu, kas nav atkarīga no rādiusa garuma, bet ir proporcionāla atbilstošā centra leņķa lielumam.

Leņķu lielums radiānos $\alpha = \frac{l}{r}$, kur l ir atbilstošā riņķa līnijas loka garums un r — rādiusa garums.

$\alpha=1$, ja $l=r$, t. i., centra leņķis ir vienu radiānu liels, ja tā loka garums ir vienāds ar rādiusa garumu.

Leņķa lielums radiānos $\alpha = \frac{\pi \alpha^\circ}{180^\circ}$, kur α° ir leņķa lielums grādos.

Der atcerēties bieži lietojamo leņķu izteiksmes atkarībā no π ($\pi \approx 3,1416$).

α°	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Leņķa lielums grādos $\alpha^\circ = \frac{180^\circ \alpha}{\pi}$, kur α ir leņķa lielums radiānos. Liekot $\alpha=1$, dabū vienam radiānam atbilstošā leņķa lielumu grādos: $\frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45''$.

1° atbilst 0,017453 radiāna,
 $1'$ „ 0,0002909 „ „
 $1''$ „ 0,000004848 radiāna.

1.8.2. TRIGONOMETRISKĀS FUNKCIJAS

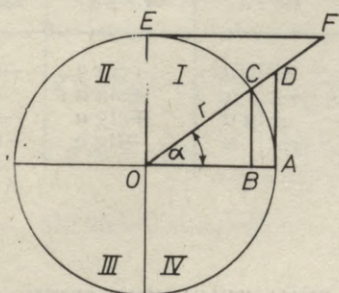
Trigonometriskās funkcijas var definēt riņķī (rādiusa garumu izdevīgi izvēlēties par vienību) vai arī taisnleņķa trijstūrī. Leņķa α sinuslīnija ir BC , kosinuslīnija — OB , tangenslīnija — AD , kotangenslīnija — EF (1.13. zīm.).

$$\sin \alpha = \frac{BC}{r}, \quad \cos \alpha = \frac{OB}{r}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{AD}{r}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{EF}{r},$$

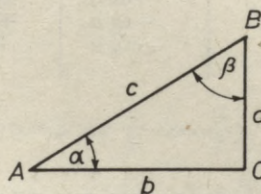
Taisnleņķa trijstūrī ABC (1.14. zīm.) dabū sakarības:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}.$$

Trigonometrisko funkciju zīmes kvadrantos nosaka līdzīgi punkta koordināšu zīmēm, salīdzinot atbilstošo līniju virzienus ar horizontālā un vertikālā diametra virzieniem (virzienus «pa labi» un



1.13. zīm. Trigonometrisko funkciju līnijas



1.14. zīm. Taisnleņķa trijstūris

«uz augšu» skaitām par pozitīviem, «pa kreisi» un «uz leju» — par negatīviem).

Kvadrants	α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
I	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	+	+	+	+
II	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	+	-	-	-
III	$180^\circ < \alpha < 270^\circ$	-	-	+	+
IV	$270^\circ < \alpha < 360^\circ$	-	+	-	-

1.8.3. TRIGONOMETRISKO FUNKCIJU VERTĪBAS

	$0^\circ, 360^\circ$	90°	180°	270°	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$	$\frac{1}{2} = 0,5$

	$0^\circ, 360^\circ$	90°	180°	270°	30°	45°	60°
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$	1	$\sqrt{3} \approx 1,732$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	0	$\sqrt{3} \approx 1,732$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$

1.8.4. REDUKCIJAS FORMULAS

φ	$-\alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$	$360^\circ - \alpha$
$\sin \varphi$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos \varphi$	$\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \varphi$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \varphi$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

1.8.5. VIENA UN TĀ PAŠĀ LEŅĶA TRIGONOMETRISKO FUNKCIJU SAKARĪBAS

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha;$$

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$\cos \alpha$	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sin \alpha}{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\frac{\cos \alpha}{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Zīme kvadrātsaknes priekšā jāizvēlas atkarībā no kvadranta, kurā leņķis α atrodas.

1.8.6. LEŅĶU $\alpha \pm \beta$, 2α UN $\frac{\alpha}{2}$ TRIGONOMETRISKĀS FUNKCIJAS

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta};$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha};$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 1}{2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}};$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}};$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2};$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}};$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \pm \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \pm \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \pm \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \pm \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

1.8.7. TRIGONOMETRISKO FUNKCIJU SUMMU UN STARPIBU PĀRVEIDOŠANA

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta};$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta};$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)];$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)];$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)].$$

Ja $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, tad

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} + 1;$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma;$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}.$$

1.8.8. CIKLOMETRISKĀS FUNKCIJAS

Ciklometriskās funkcijas ir trigonometrisko funkciju apvērstās (inversās) funkcijas.

$$y = \operatorname{Arc} \sin x \text{ (arksinuss } x), \text{ ja } x = \sin y;$$

$$y = \operatorname{Arc} \cos x \text{ (arkkosinuss } x), \text{ ja } x = \cos y;$$

$$y = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} x \text{ (arktangeness } x), \text{ ja } x = \operatorname{tg} y;$$

$$y = \operatorname{Arc} \operatorname{ctg} x \text{ (arkkotangeness } x), \text{ ja } x = \operatorname{ctg} y.$$

Seit y izteikts radiānos.

Ciklometriskās funkcijas ir daudzvērtīgas. To galvenās vērtības apzīmē ar simboliem $\operatorname{arc} \sin x$, $\operatorname{arc} \cos x$, $\operatorname{arc} \operatorname{tg} x$, $\operatorname{arc} \operatorname{ctg} x$, un tām ir tikai viena vērtība atbilstoša x vērtībai.

$$-\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{arc} \sin x \leq \frac{\pi}{2}; \quad 0 \leq \operatorname{arc} \cos x \leq \pi;$$

$$-\frac{\pi}{2} < \operatorname{arc} \operatorname{tg} x < \frac{\pi}{2}; \quad 0 < \operatorname{arc} \operatorname{ctg} x < \pi.$$

$$\operatorname{Arc} \sin x = n\pi + (-1)^n \operatorname{arc} \sin x,$$

$$\operatorname{Arc} \cos x = 2n\pi \pm \operatorname{arc} \cos x,$$

$$\operatorname{Arc} \operatorname{tg} x = n\pi + \operatorname{arc} \operatorname{tg} x,$$

$$\operatorname{Arc} \operatorname{ctg} x = n\pi + \operatorname{arc} \operatorname{ctg} x, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$$\begin{aligned} \arcsin x &= -\arcsin(-x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x = [\arccos \sqrt{1-x^2}] = \\ &= \arctg \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \left[\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \arccos x &= \pi - \arccos(-x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \\ &= [\arcsin \sqrt{1-x^2}] = \left[\arctg \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \right] = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{arctg} x &= -\operatorname{arctg}(-x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \\ &= \left[\arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right] = \left[\operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{arctg} x &= \pi - \operatorname{arctg}(-x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x = \left[\arcsin \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right] = \\ &= \arccos \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \left[\operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right]. \end{aligned}$$

Šīs sakarības ir pareizas tikai ciklotrisko funkciju galvenajām vērtībām, bet kvadrātiekvāēs ieslēgtās formulas — tikai tad, ja $x > 0$.

1.8.9. TRIJSTŪRU APRĒĶINĀŠANA

1.8.9.1. Taisnleņķa trijstūru aprēķināšana (1.14. zīm.)

1) Dots a un α . Jāaprēķina b , c un laukums F .

$$b = a \operatorname{ctg} \alpha; \quad c = \frac{a}{\sin \alpha}; \quad F = \frac{a^2}{2} \operatorname{ctg} \alpha.$$

Uzdevuma atrisināšanas pareizību pārbauda, nosakot kādu dotu trijstūra elementu ar aprēķinātiem, piem., $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. Sacīto var attiecināt uz visiem (taisnleņķa un slīpleņķu) trijstūru aprēķināšanas gadījumiem.

2) Dots c un α . Jāaprēķina a , b un F .

$$a = c \sin \alpha; \quad b = c \cos \alpha; \quad F = \frac{c^2}{4} \sin 2\alpha.$$

3) Dots b un α . Jāaprēķina a , c un F .

$$a = b \operatorname{tg} \alpha; \quad c = \frac{b}{\cos \alpha}; \quad F = \frac{b^2}{2} \operatorname{tg} \alpha.$$

4) Dots a un b . Jāaprēķina α , β , c un F .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \quad \beta = 90^\circ - \alpha \text{ vai } \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}, \quad \alpha = 90^\circ - \beta;$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha}; \quad F = \frac{ab}{2}.$$

5) Dots a un c . Jāaprēķina α , β , b un F .

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \beta = 90^\circ - \alpha \text{ vai } \cos \beta = \frac{a}{c}, \quad \alpha = 90^\circ - \beta;$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = c \cos \alpha = c \sin \beta; \quad F = \frac{a}{2} \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{1}{2} ac \sin \beta.$$

1.8.9.2. Slīpēnķu trijstūru aprēķināšana

1.8.9.2.1. Vispārīgās formulas

1) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$, kur R ir trijstūrim apvilktā riņķa rādiuss (Sinusu teorēma).

2) $a = b \cos \gamma + c \cos \beta$; $b = c \cos \alpha + a \cos \gamma$;

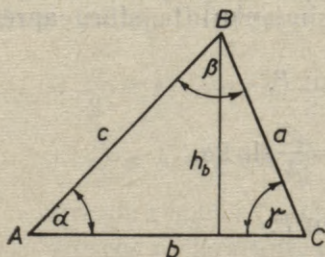
$$c = a \cos \beta + b \cos \alpha \text{ (Projekciju teorēma).}$$

3) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$; $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos \beta$;

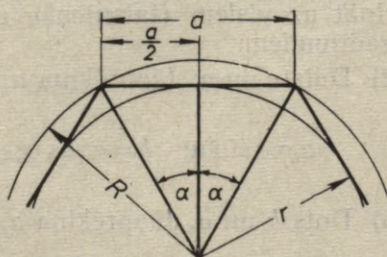
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \text{ (Kosinusu teorēma).}$$

$$4) \frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2}}; \quad \frac{a+c}{a-c} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha+\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha-\gamma}{2}};$$

$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta+\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\beta-\gamma}{2}} \text{ (Tangensu teorēma).}$$



1.15. zīm. Slīpēnķu trijstūris



1.16. zīm. Regulārs daudzstūris

$$5) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}, \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(p-c)(p-a)}{p(p-b)}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}, \text{ kur } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

$$6) \text{ Trijstūrī ievilkta riņķa rādiuss } r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} = \\ = p \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 4R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{abc}{4Rp} \text{ (1.15. zīm.)}.$$

1.8.9.2.2. Trijstūru aprēķināšana

1) Dots a, b un γ . Jāaprēķina c, α, β un trijstūra laukums F .

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}; \quad \sin \alpha = \frac{a \sin \gamma}{c}; \quad \sin \beta = \frac{b \sin \gamma}{c};$$

$$F = \frac{ab \sin \gamma}{2}.$$

2) Dots a, β un γ vai a, α un β . Jāaprēķina b, c un F .

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma) \text{ vai } \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta);$$

$$b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}; \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad F = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}.$$

3) Dots a, b un α . Jāaprēķina β, γ, c un F .

$$\sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a}; \quad \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \quad c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha};$$

$$F = \frac{ab \sin \gamma}{2}.$$

Piezīme. Ja $a > b$, tad uzdevums vienmēr iespējams un tam ir tikai viens atrisinājums. Ja $a < b$, tad uzdevumam var būt divi atrisinājumi (ja $\sin \beta < 1$), viens atrisinājums (ja $\sin \beta = 1$) un uzdevums var būt arī neiespējams (ja $\frac{b \sin \alpha}{a} > 1$).

4) Dots a, b un c . Jāaprēķina α, β, γ un F .

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} = \frac{r}{p-a},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} = \frac{r}{p-b},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} = \frac{r}{p-c}, \text{ kur}$$

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}};$$

$$F = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr.$$

1.8.10. REGULĀRO DAUDZSTĪRU APREĶINĀSANA

$a = 2R \sin \alpha = 2r \operatorname{tg} \alpha$, kur $\alpha = \frac{180^\circ}{n}$; a — regulārā daudzstūra mala; n — daudzstūra malu skaits; R — apvilktā un r — ievilkta riņķa rādiuss.

$$\text{Laukums } F = \frac{n}{4} a^2 \operatorname{ctg} \alpha = \frac{n}{2} R^2 \sin 2\alpha = nr^2 \operatorname{tg} \alpha \quad (1.16. \text{ zīm.}).$$

1.8.11. TRIGONOMETRISKIE VIENĀDOJUMI

1.8.11.1. Trigonometrisko vienādojumu risināšanas pamatmetodes

1) $\sin x = \sin \alpha$, kur $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

$$x = n\pi + (-1)^n \alpha, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

2) $\cos x = \cos \alpha$, kur $0 \leq \alpha \leq \pi$.

$$x = 2n\pi \pm \alpha, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

3) $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha$, kur $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

$$x = n\pi + \alpha, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

4) $\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} \alpha$, kur $0 < \alpha < \pi$.

$$x = n\pi + \alpha, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

5) $\cos(ax+b) = \cos \alpha$, kur $0 \leq \alpha \leq \pi$.

$$ax+b = 2n\pi \pm \alpha, \quad x = \frac{1}{a}(2n\pi \pm \alpha - b), \text{ kur}$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

1.8.11.2. Vispārīgi norādījumi trigonometrisko vienādojumu atrisināšanai

1) Jācenšas trigonometrisko funkciju skaitu vienādojumā reducēt uz minimālo.

2) Ja ir dažādas trigonometriskās funkcijas un dažādi argumenti, kas satur nezināmo, jācenšas vienādojumu pārveidot tā, lai dabūtu vienu un to pašu funkciju un argumentu, vai arī, pārnesot visus locekļus vienā pusē, izteikt vienādojumu kā vienkāršu izteiksmju reizinājumu (sk. 1., 2., 3., 4., 6. piemēru).

3) Reizinot vienādojuma abas puses ar nezināmo saturošu izteiksmi, var rasties liekas saknes, kas reizinātāju pārvērš par nulli.

4) Jāizslēdz liekie atrisinājumi un tādi, kas saucēju pārvērš par nulli.

5) Nedrīkst bez izpētīšanas vienkāršot (dalīt vienādojumu) ar nezināmo saturošu izteiksmi, jo tad iespējama sakņu zaudēšana, kas dalītāju pārvērš par nulli.

6) Pēc iespējas jāizvairās no vienādojuma abu pušu kāpināšanas, jo tad iespējama lieko sakņu rašanās (sk. 8. piemēru).

Piemēri.

1) $\sin x + \cos x = \operatorname{cosec} x$,

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x}, \quad \sin x \neq 0,$$

$$\sin^2 x + \sin x \cos x - 1 = 0,$$

$$\sin x \cos x - \cos^2 x = 0,$$

$$\cos x (\sin x - \cos x) = 0;$$

a) $\cos x = 0$,

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{2},$$

$$x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(4n \pm 1), \quad \text{kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

jeb $x = \frac{\pi}{2}(2k+1)$, kur $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

b) $\sin x - \cos x = 0$.

Dalot ar $\cos x$ ($\cos x \neq 0$), dabū

$$\operatorname{tg} x - 1 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4},$$

$$x = n\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}(4n+1), \quad \text{kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

2) $\cos \frac{x}{2} - \cos x = 1$,

$$\cos \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2} - 1 = 0,$$

$$\cos \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} + 1 - \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 0,$$

$$\cos \frac{x}{2} - 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 0,$$

$$\cos \frac{x}{2} \left(1 - 2 \cos \frac{x}{2} \right) = 0,$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0;$$

$$\text{a) } \cos \frac{x}{2} = \cos \frac{\pi}{2},$$

$$\frac{x}{2} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} (4n \pm 1), \text{ kur } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

jeb $x = \pi(2k+1)$, kur $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\text{b) } 1 - 2 \cos \frac{x}{2} = 0,$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\cos \frac{x}{2} = \cos \frac{\pi}{3},$$

$$\frac{x}{2} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} (6n \pm 1),$$

$$x = \frac{2\pi}{3} (6n \pm 1), \text{ kur } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\text{3) } \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 - \operatorname{tg} x,$$

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 - \frac{\sin x}{\cos x}, \quad 1 + \sin x \neq 0, \quad \cos x \neq 0,$$

$$\cos^2 x = 2 \cos x + 2 \sin x \cos x - \sin x - \sin^2 x,$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \cos x - 2 \sin x \cos x + \sin x = 0,$$

$$1 + \sin x - 2 \cos x (1 + \sin x) = 0,$$

$$(1 + \sin x) (1 - 2 \cos x) = 0,$$

$$1 + \sin x \neq 0, \text{ jo atrodas dotajā vienādojumā saucējā,}$$

$$1 - 2 \cos x = 0,$$

$$\cos x = \frac{1}{2},$$

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{3},$$

$$x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} (6n \pm 1), \text{ kur } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\text{4) } \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x,$$

$$2 \sin 2x \cos x + \sin 2x = 2 \cos^2 x + \cos x,$$

$$\sin 2x (2 \cos x + 1) = \cos x (2 \cos x + 1),$$

$$(2 \cos x + 1) (2 \sin x \cos x - \cos x) = 0,$$

$$(2 \cos x + 1) \cos x (2 \sin x - 1) = 0;$$

$$\text{a) } 2 \cos x + 1 = 0,$$

$$\cos x = -\frac{1}{2},$$

$$\cos x = \cos \frac{2\pi}{3},$$

$$x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} (3n \pm 1), \text{ kur } n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

b) $\cos x = 0,$

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{2},$$

$$x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} (4n \pm 1) = \frac{\pi}{2} (2k + 1), \text{ kur } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

c) $2 \sin x - 1 = 0,$

$$\sin x = \frac{1}{2},$$

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{6},$$

$$x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

5) $\cos x \cos 3x = \cos 5x \cos 7x,$

$$\frac{1}{2} (\cos 4x + \cos 2x) = \frac{1}{2} (\cos 12x + \cos 2x),$$

$$\cos 4x = \cos 12x,$$

$$12x = 2n\pi \pm 4x;$$

a) $12x = 2n\pi + 4x,$

$$8x = 2n\pi,$$

$$x = n \frac{\pi}{4}, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

b) $12x = 2n\pi - 4x,$

$$16x = 2n\pi,$$

$$x = n \frac{\pi}{8}, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Pirmā sakņu kopa $x = n \frac{\pi}{4}$ ietilpst otrajā $x = n \frac{\pi}{8}$.

6) $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0.$

Dalot vienādojuma abas puses ar $\cos^2 x$ ($\cos x \neq 0$, jo pretējā gadījumā arī $\sin x = 0$, kas ir pretrunā ar pamatformulu $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$), dabū $a \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0$, ko atrisina kā kvadrātvienādojumu.

Atrisinājums ir reāls, ja $b^2 - 4ac \geq 0$.

7) $a \sin x + b \cos x = c.$

Dalot vienādojuma abas puses ar a , dabū

$$\sin x + \frac{b}{a} \cos x = \frac{c}{a}.$$

Pieņemot, ka $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi$ ($\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b}{a}$), vienādojums pārveidojas šādi:

$$\sin x + \operatorname{tg} \varphi \cos x = \frac{c}{a},$$

$$\sin x \cos \varphi + \sin \varphi \cos x = \frac{c}{a} \cos \varphi,$$

$$\sin(x + \varphi) = \frac{c}{a} \cos \varphi,$$

$$x + \varphi = \operatorname{Arc} \sin \left(\frac{c}{a} \cos \varphi \right),$$

$$x = n\pi + (-1)^n \operatorname{arc} \sin \left(\frac{c}{a} \cos \varphi \right) - \varphi,$$

$$\text{kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Piezīme. Vienādojumam ir atrisinājums, ja $\left| \frac{c}{a} \cos \varphi \right| \leq 1$.

8) $\sin x + \cos x = 1$.

Kāpinot vienādojuma abas puses ar 2, rodas liekas saknes:

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1,$$

$$\sin 2x = 0,$$

$$2x = n\pi,$$

$$x = \frac{n\pi}{2}, \text{ kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Liekas saknes dabū, ja $n = 2, 3, 6, 7, 10, 11, \dots$ un $n = -1, -2, -5, -6, -9, -10, \dots$

No liekām saknēm var izvairīties, risinot vienādojumu bez kāpināšanas (sk. 7. piemēru), kā arī šādā veidā:

$$\sin x = 1 - \cos x,$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2 \sin^2 \frac{x}{2},$$

$$\sin \frac{x}{2} \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) = 0;$$

a) $\sin \frac{x}{2} = 0,$

$$\frac{x}{2} = n\pi, \quad x = 2n\pi, \quad \text{kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

b) $\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} = 0,$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1,$$

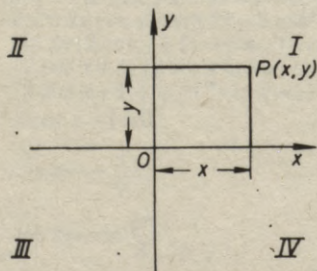
$$\frac{x}{2} = n\pi + \frac{\pi}{4}, \quad x = \frac{\pi}{2} (4n+1), \quad \text{kur } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

1.9. ANALITISKĀ ĢEOMETRIJA

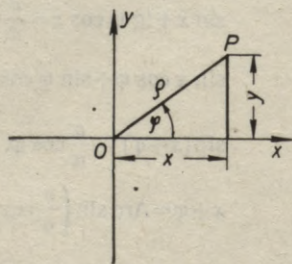
1.9.1. KOORDINĀŠU METODE UN PAMATUZDEVUMI

1.9.1.1. Dekarta koordināšu sistēma

Dekarta koordināšu sistēmā punkta stāvokli plaknē noteic ar tā attālumiem no divām savstarpēji perpendikulārām taisnēm — koordināšu asīm. Ox asi sauc par abscīsu asi, Oy asi — par ordināšu asi.



1.17. zīm. Dekarta koordināšu sistēma



1.18. zīm. Polārā koordināšu sistēma

Punkta attālumu no ordināšu ass, kas ir vienāds ar atbilstošo nogriezni uz x ass, sauc par punkta abscisu un apzīmē ar x , punkta attālumu no abscisu ass, kas ir vienāds ar atbilstošo nogriezni uz ordināšu ass, sauc par punkta ordināti un apzīmē ar y . Abscisu un ordināti sauc par punkta koordinātēm. To zīmes nosaka pēc koordināšu asu virzieniem; bultiņas asu galos norāda pozitīvos virzienus (1.17. zīm.). Koordināšu asu krustojšanās punktu sauc par koordināšu sākumpunktu.

1.9.1.2. Polārā koordināšu sistēma

Polārā koordināšu sistēmā izvēlas noteiktu punktu (polu) un caur šo punktu vilktu taisni ar noteiktu virzienu (polāro asi). Punkta stāvokli plaknē noteic ar tā attālumu no pola, kuru raksturo rādiusvektors ρ un polārais leņķis φ , ko rādiusvektors veido ar polāro asi.

Ja pols sakrīt ar Dekarta koordināšu sākumpunktu un polārā ass ar abscisu asi, tad starp punkta Dekarta un polārām koordinātēm pastāv šādas sakarības (1.18. zīm.):

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \end{cases} \quad \text{un} \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}. \end{cases}$$

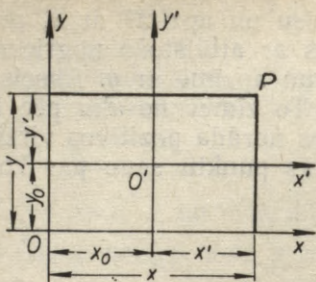
Leņķi φ noteicot, jāievēro x un y zīmes.

x	y	φ
+	+	$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ($0^\circ < \varphi^\circ < 90^\circ$)
-	+	$\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ ($90^\circ < \varphi^\circ < 180^\circ$)
-	-	$\pi < \varphi < \frac{3\pi}{2}$ ($180^\circ < \varphi^\circ < 270^\circ$)
+	-	$\frac{3\pi}{2} < \varphi < 2\pi$ ($270^\circ < \varphi^\circ < 360^\circ$)

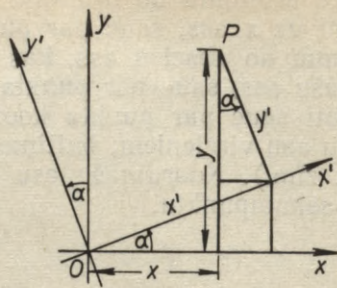
1.9.1.3. Dekarta koordināšu transformācija

Koordināšu asu paralēlo pārbīdi raksturo sakarības (1.19. zīm.):

$$\begin{cases} x = x' + x_0 \\ y = y' + y_0 \end{cases} \quad \text{vai} \quad \begin{cases} x' = x - x_0 \\ y' = y - y_0. \end{cases}$$



1.19. zīm. Koordināšu asu paralēla pārbīde



1.20. zīm. Koordināšu asu pagrieziens

Koordināšu asu pagriezienu ap koordināšu sākumpunktu par leņķi α raksturo sakarības (1.20. zīm.):

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases}$$

vai

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha. \end{cases}$$

1.9.1.4. Divu punktu attālums

Dekarta koordināšu sistēmā divu punktu $P_1(x_1, y_1)$ un $P_2(x_2, y_2)$ attālums $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Polārā koordināšu sistēmā divu punktu $P_1(\rho_1, \varphi_1)$ un $P_2(\rho_2, \varphi_2)$ attālums $d = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$.

1.9.1.5. Nogriežņa dališana dotā attiecībā

Ja punkts $P(x, y)$ daļa nogriežni, kas savieno punktus $P_1(x_1, y_1)$ un $P_2(x_2, y_2)$ attiecībās λ (skaitot no punkta P_1), tad

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \quad \text{un} \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

Ja P ir nogriežņa P_1P_2 viduspunkts, tad $\lambda = 1$ un $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$,

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

1.9.1.6. Trijstūra laukums

Ja trijstūra virsotnes ir $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$, tad tā laukums

$$F = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \text{ jeb}$$

$$F = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ja virsotnes sakārtotas pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, tad laukumu uzlūko par pozitīvu, ja pulksteņa rādītāju kustības virzienā, — tad par negatīvu.

1.9.2. TAISNES VIENĀDOJUMI

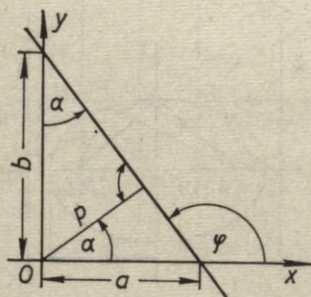
Taisnes vispārīgais vienādojums:

$$Ax + By + C = 0.$$

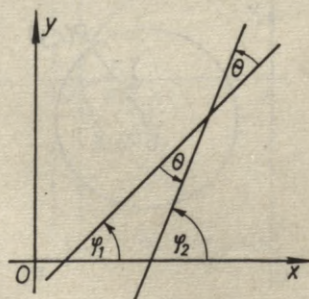
Taisnes vienādojums ar virziena koeficientu:

$$y = kx + b,$$

kur $k = \operatorname{tg} \varphi$ (1.21. zīm.).



1.21. zīm. Taisnes noteikšana



1.22. zīm. Leņķis starp divām taisnēm

Taisnes vienādojums ar koordināšu asu nogriežņiem:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (1.21. \text{ zīm.}).$$

Taisnes normālais vienādojums:

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0, \text{ kur } p > 0 \quad (1.21. \text{ zīm.}).$$

Taisnes vispārīgo vienādojumu $Ax + By + C = 0$ pārveidojot normālā vienādojumā, tas jāreizina ar izteiksmi $\mu = \frac{1}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}$, kur μ zīme jāizvēlas pretēja C zīmei.

Punkta $P_1(x_1, y_1)$ attālums no taisnes: $d = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - p$ jeb $d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}$.

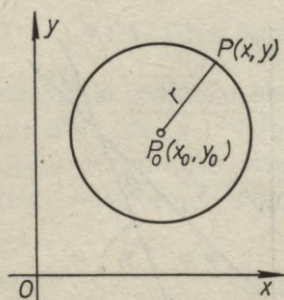
Leņķi starp divām taisnēm $y = k_1x + b_1$ un $y = k_2x + b_2$ aprēķina ar formulu $\text{tg } \Theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$ (1.22. zīm.).

Ja taisņu vienādojumi doti vispārīgā veidā, t. i., $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ un $A_2x + B_2y + C_2 = 0$, tad $k_1 = -\frac{A_1}{B_1}$ un $k_2 = -\frac{A_2}{B_2}$.

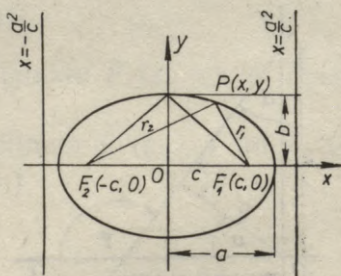
Taišņu paralelītātes nosacījums ir $k_1 = k_2$ jeb $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$; taisņu perpendikularitātes nosacījums ir $k_1k_2 = -1$ jeb $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$.

1.9.3. OTRĀS KĀRTAS LIKŅU VIENĀDOJUMI

1.9.3.1. Riņķa līnijas vienādojums: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, kur x_0, y_0 ir riņķa centra koordinātes un r — riņķa rādiuss (1.23. zīm.).



1.23. zīm. Riņķis



1.24. zīm. Elipse

1.9.3.2. Elipses vienādojums: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, kur a un b ir elipses pusasis (1.24. zīm.).

Punktus $F_1(c, 0)$ un $F_2(-c, 0)$ sauc par elipses fokusi. Tie atrodas uz x ass, ja $a > b$ un uz y ass, ja $a < b$.

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Skaitli $e = \frac{c}{a}$ sauc par elipses ekscentricitāti. Elipsei $e < 1$.

Elipses punkta $P(x, y)$ fokālie rādiusi: $F_1P = r_1 = a - ex$ un $F_2P = r_2 = a + ex$ (1.24. zīm.).

Taisnes $x = \frac{a^2}{c}$ un $x = -\frac{a^2}{c}$ sauc par elipses direktrisēm.

1.9.3.3. Hiperbolas vienādojums: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, kur a ir hiperbolas reālā pusass un b — imaginārā pusass (1.25. zīm.).

Punktus $F_1(c, 0)$ un $F_2(-c, 0)$ uz hiperbolas reālās ass sauc par hiperbolas fokusiem.

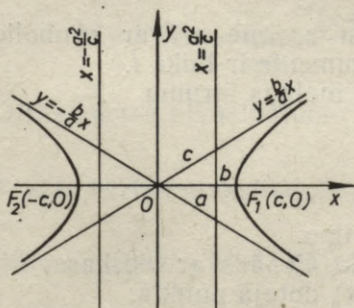
$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Skaitli $e = \frac{c}{a}$ sauc par hiperbolas ekscentricitāti. Hiperbolai $e > 1$.

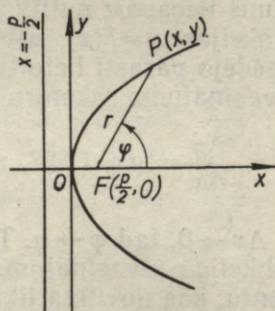
Taisnes $x = \frac{a^2}{c}$ un $x = -\frac{a^2}{c}$ sauc par hiperbolas direktrisēm.

Taisnes $y = \frac{b}{a}x$ un $y = -\frac{b}{a}x$ sauc par hiperbolas asimptotām.

Hiperbola tās krusto «bezgalībā».



1.25. zīm. Hiperbola



1.26. zīm. Parabola

1.9.3.4. Parabolas vienādojums: $y^2 = 2px$, kur p ir parabolas parametrs (1.26. zīm.). Ja $p > 0$, tad $x \geq 0$.

Punktu $F(\frac{p}{2}, 0)$ sauc par parabolas fokusu.

Parabolas ekscentricitāte $e = 1$.

Taisni $x = -\frac{p}{2}$ sauc par parabolas direktrisi.

Parabolas punkta $P(x, y)$ fokālais rādiuss $FP = r = x + \frac{p}{2}$ (1.26. zīm.).

1.9.3.5. Elipses, hiperbolas un parabolas polārie vienādojumi ir vienādi:

$$e = \frac{p}{1 - e \cos \varphi},$$

ja pols sakrīt ar elipses kreiso fokusu un hiperbolas labo fokusu.

$$\text{Elipsei un hiperbolai } p = \frac{b^2}{a}.$$

Elipsei $e < 1$, hiperbolai $e > 1$ un parabolai $e = 1$.

1.10. DIFERENCIĀLRĒĶINI

1.10.1. FUNKCIJAS ATVASINĀJUMA UN DIFERENCIĀLA JĒDZIENS

Funkcijas $y = f(x)$ atvasinājums

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Par funkcijas atvasinājumu sauc funkcijas pieauguma attiecības pret atbilstošo argumenta pieaugumu robežlielumu, ja argumenta pieaugums tiecas uz nulli.

Funkcijas $y = f(x)$ atvasinājumu apzīmē arī ar simboliem y' vai \dot{y} ; pēdējo parasti lieto tad, ja arguments ir laiks t .

Atvasinājums raksturo funkcijas maiņas ātrumu

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \varphi \quad (1.27. \text{ zīm.}).$$

Ja $\Delta x \rightarrow 0$, tad $\varphi \rightarrow \alpha$. Tādēļ $y' = \operatorname{tg} \alpha$.

Funkcijas atvasinājums skaitliski vienāds ar pieskares virziena koeficientu, kas novilkta liknei $y = f(x)$ dotajā punktā.

Par funkcijas diferenciāli sauc funkcijas atvasinājuma reizinājumu ar argumenta pieaugumu.

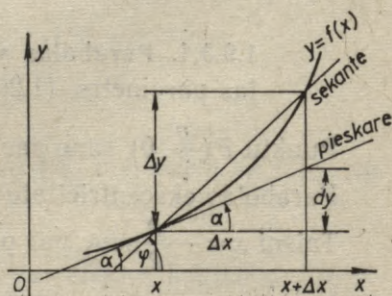
Funkcijas $y = f(x)$ diferenciāli apzīmē ar dy vai $df(x)$.

$$df(x) = f'(x) \Delta x.$$

Ja $f(x) = x$, tad dabū, ka $dx = \Delta x$, t. i., argumenta diferenciālis ir vienāds ar tā pieaugumu.

$$dy = y' \Delta x = \Delta x \operatorname{tg} \alpha.$$

Tas nozīmē, ka funkcijas diferenciālis ir vienāds ar pieskares ordinātes pieaugumu (1.27. zīm.).



1.27. zīm. Funkcijas atvasinājuma un diferenciāla jēdziena paskaidrojums

Pie pietiekami mazām $|\Delta x|$ vērtībām funkcijas diferenciālis ir tās pieauguma galvenā daļa, un tādēļ tuvinātos aprēķinos funkcijas pieaugumu var aizstāt ar tās diferenciāli:

$$\Delta y \approx dy.$$

No izteiksmes $dy = y' dx$ izriet, ka

$$y' = \frac{dy}{dx},$$

t. i., funkcijas atvasinājums ir vienāds ar funkcijas diferenciāļa atiecību pret argumenta diferenciāli.

Ja dota salikta funkcija $y = f(u)$, kur $u = \varphi(x)$, tad tās atvasinājums $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$.

Ja funkcija dota parametriskā veidā

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}, \quad \text{tad} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}.$$

Funkcijas $y = f(x)$ otrās kārtas atvasinājums

$$y'' = f''(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Otrās kārtas atvasinājumu apzīmē arī ar simbolu $\frac{d^2y}{dx^2}$.

Trešās kārtas atvasinājumu apzīmē ar y''' , $f'''(x)$, $\frac{d^3y}{dx^3}$.

Ceturtās kārtas atvasinājumu — ar y^{IV} , $f^{IV}(x)$, $\frac{d^4y}{dx^4}$.

n -tās kārtas atvasinājumu — ar $y^{(n)}$, $f^{(n)}(x)$, $\frac{d^ny}{dx^n}$.

Divu argumentu funkcijas $z = f(x, y)$ t. s. *parciālais atvasinājums* pēc x :

$$f'_x(x, y) = z'_x = \frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}.$$

Parciālais atvasinājums pēc y :

$$f'_y(x, y) = z'_y = \frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}.$$

Diferencējot parciāli pēc x , y uzskata par pastāvīgu lielumu, diferencējot parciāli pēc y , x uzskata par pastāvīgu lielumu.

Ja ir vairāku argumentu funkcija $u=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, tad, diferencējot parciāli pēc viena no argumentiem, pārējos uzskata par pastāvīgiem lielumiem.

Divu argumentu funkcijas $z=f(x, y)$ pilnais diferenciālis

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy.$$

Vairāku argumentu funkcijas $u=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ pilnais diferenciālis

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} dx_n.$$

Funkcijas $z=f(x, y)$ otrās kārtas atvasinājumi ir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = f''_{x^2}(x, y) = z''_{x^2},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = f''_{yx}(x, y) = z''_{yx},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = f''_{xy}(x, y) = z''_{xy},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f''_{y^2}(x, y) = z''_{y^2}.$$

Punktos, kur funkcija ir nepārtraukta un arī tās atvasinājumi nepārtraukti:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

Trešās kārtas atvasinājumus apzīmē ar

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = f'''_{x^3}(x, y) = z'''_{x^3}, \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = f'''_{x^2 y}(x, y) = z'''_{x^2 y},$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = f'''_{xy^2}(x, y) = z'''_{xy^2}, \quad \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = f'''_{y^3}(x, y) = z'''_{y^3} \text{ utt.}$$

1.10.2. DIFERENCĒŠANAS FORMULAS

$$y=c \text{ (konstante)}$$

$$y'=0$$

$$y=u_1+u_2+\dots+u_n$$

$$y'=u'_1+u'_2+\dots+u'_n$$

$$y=uv$$

$$y'=vu'+uv'$$

$$y=cu$$

$$y'=cu'$$

$$y=\frac{u}{v}$$

$$y'=\frac{vu'-uv'}{v^2}$$

$$y=u^n$$

$$y'=nu^{n-1}u',$$

$$y = \log_a u$$

$$y' = \frac{u'}{u \ln a}$$

$$y = \ln u$$

$$y' = \frac{u'}{u}$$

$$y = a^u$$

$$y' = a^u \ln a \cdot u'$$

$$y = e^u$$

$$y' = e^u u'$$

$$y = u^v$$

$$y' = v u^{v-1} u' + u^v \ln u v'$$

$$y = \sin u$$

$$y' = \cos u \cdot u'$$

$$y = \cos u$$

$$y' = -\sin u \cdot u'$$

$$y = \operatorname{tg} u$$

$$y' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$y = \operatorname{ctg} u$$

$$y' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

$$y = \operatorname{arc} \sin u$$

$$y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$y = \operatorname{arc} \cos u$$

$$y' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} u$$

$$y' = \frac{u'}{1+u^2}$$

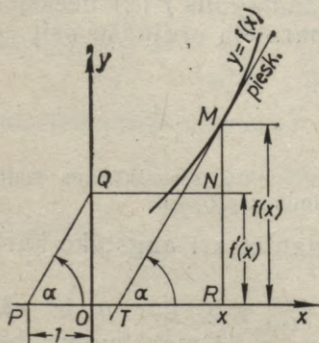
$$y = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} u$$

$$y' = -\frac{u'}{1+u^2}$$

1.10.3. GRAFISKĀ DIFERENCĒSANA

Grafiskā diferencēšanā pēc dotās funkcijas grafikas konstruē funkcijas atvasinājuma grafiku. Noskaidrosim, kā noteikt funkcijas grafikas punktam M atbilstošo funkcijas atvasinājuma grafikas punktu N (1.28. zīm.).

Dotās funkcijas grafikas punktā M velk pieskari MT . Uz abscisu ass atliek $PO=1$ (mēroga vienība) un velk $PQ \parallel TM$.



1.28. zīm. Grafiskā diferencēšana

$$\frac{OQ}{PO} = \operatorname{tg} \alpha = f'(x),$$

$$PO=1, \text{ tādēļ } OQ=f'(x).$$

Velkot $QN \parallel Ox$, dabū uz punkta M ordinātes atvasinājuma grafikas punktu N , kas atbilst punktam M .

$$RM=f(x), \quad RN=f'(x).$$

Konstruējot pietiekami daudz atvasinājuma grafikas punktu un savienojot tos ar nepārtrauktu līkni, dabū funkcijas atvasinājuma grafiku.

1.10.4. FUNKCIJAS EKSTRĒMI

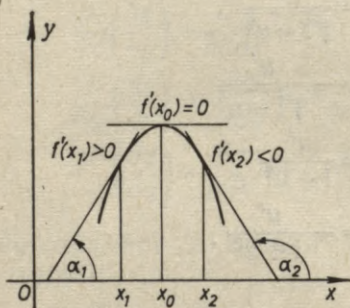
Funkcija $f(x)$ aug kādā punktā $x=x_0$, ja starpības $f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$ zīme ir vienāda ar Δx zīmi. Funkcija dilst, ja starpības $f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$ zīme ir pretēja Δx zīmei.

Intervālos, kur $f'(x) > 0$, funkcija aug, bet intervālos, kur $f'(x) < 0$, funkcija dilst.

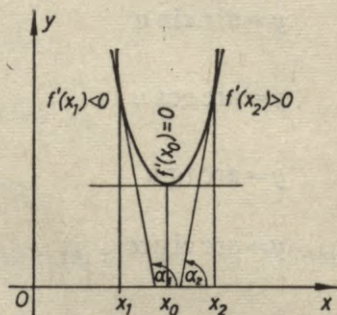
Saka, ka funkcijai $f(x)$ punktā $x=x_0$ ir maksimums, ja tās vērtība $f(x_0)$ šai punktā ir lielāka par visām funkcijas vērtībām šā punkta apkārtnē, t. i., ja $f(x_0+\Delta x) - f(x_0) < 0$, kur $|\Delta x| < \varepsilon$ un ε ir patvaļīgi mazs pozitīvs skaitlis.

Funkcijai $f(x)$ punktā $x=x_0$ ir minimums, ja tās vērtība $f(x_0)$ šai punktā ir mazāka par visām funkcijas vērtībām šā punkta apkārtnē, t. i., ja $f(x_0+\Delta x) - f(x_0) > 0$, kur $|\Delta x| < \varepsilon$.

Funkcijas maksimumu un minimumu sauc par funkcijas ekstrēmumiem.



1.29. zīm. Funkcijas maksimums



1.30. zīm. Funkcijas minimums

Maksimuma punktā $x=x_0$, $f'(x_0)=0$, un atvasinājums $f'(x)$, pārējot šo punktu, maina zīmi no $+$ uz $-$ (1.29. zīm.).

Minimuma punktā $x=x_0$, $f'(x_0)=0$, un atvasinājums $f'(x)$, pārējot šo punktu, maina zīmi no $-$ uz $+$ (1.30. zīm.).

Ekstrēmi iespējami arī punktos, kur atvasinājums $f'(x)$ neeksistē (dotajā punktā funkcijas grafikai pieskare paralēla ordināšu asij vai arī ir divas pieskares).

$$\text{Piemērs. } y = \sqrt[3]{x^2}, \quad y' = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}.$$

Punktā $x=0$ atvasinājums neeksistē, bet, pārejot šo punktu, atvasinājums maina zīmi no $-$ uz $+$. Tādēļ funkcijai punktā $x=0$ ir minimums $y(0)=0$.

Funkcijas ekstrēmu noteikšanai var izmantot arī augstāko kārtu atvasinājumus.

Ja $f'(x_0) = f''(x_0) = \dots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$, bet $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, kur n ir pārskaitlis, tad, ja $f^{(n)}(x_0) < 0$, funkcijai punktā $x=x_0$ ir maksimums, bet, ja $f^{(n)}(x_0) > 0$, tad minimums. Ja n ir nepārskaitlis, tad ekstrēma nav.

Divu argumentu funkcijai $z=f(x, y)$ ekstrēmu eksistencei nepieciešamie nosacījumi ir:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Pietiekamie nosacījumi ekstrēmu eksistencei ir:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad \Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix} \geq 0;$$

ja $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} < 0$, tad funkcijai ir maksimums, bet, ja $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0$, tad minimums.

Vairāku argumentu funkcijas $u=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ekstrēmu eksistēšanas nepieciešamie nosacījumi ir:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = 0, \dots, \quad \frac{\partial u}{\partial x_n} = 0.$$

Šie nosacījumi nav pietiekami, lai ekstrēmi eksistētu.

Piemērs. $z=2x^3+xy^2+5x^2+y^2$.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 6x^2+y^2+10x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2xy+2y,$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 12x+10, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 2y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2x+2.$$

Iespējamos ekstrēmu punktus (kritiskos punktus) nosaka, atrisinot vienādojumu sistēmu

$$\begin{cases} 6x^2+y^2+10x=0 \\ y(x+1)=0. \end{cases}$$

Sistēmai ir četri atrisinājumi:

$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2=-\frac{5}{3} \\ y_2=0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_3=-1 \\ y_3=2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_4=-1 \\ y_4=-2 \end{cases}.$$

$$\text{Diskriminants } \Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix}$$

pirmajiem diviem punktiem ir pozitīvs, tādēļ šajos punktos ir ekstrēmi.

$$\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 10 > 0, \text{ tādēļ punktā } \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases} \text{ ir}$$

minimums.

$$\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{\substack{x=-\frac{5}{3} \\ y=0}} = -10 < 0, \text{ tādēļ punktā } \begin{cases} x_2=-\frac{5}{3} \\ y_2=0 \end{cases} \text{ ir}$$

maksimums.

Trešajā un ceturtajā punktā $\Delta < 0$, tādēļ šajos punktos ekstrēmu nav.

1.10.5. VIENĀDOJUMA REĀLO SAKŅU APTUVENA APREĶINĀŠANA

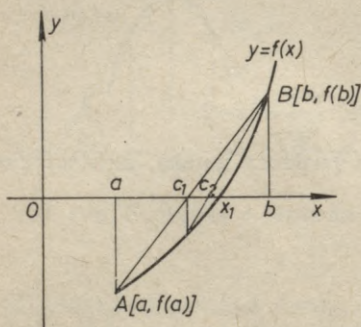
1.10.5.1. Grafiskā resp. intervālu metode

Vienādojuma $f(x) = 0$ reālās saknes atbilst līnijas $y = f(x)$ un x ass krustošanās punktu abscisām. Tādēļ vienādojuma $f(x) = 0$ reālās saknes atrodas intervālos, kur funkcija $f(x)$ maina zīmi.

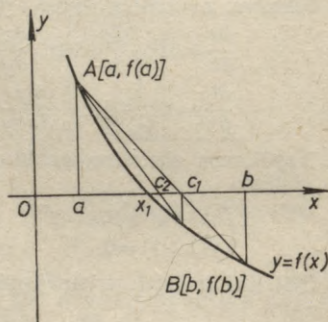
Ja ir atrastas divas tādas x vērtības a un b ($a < b$), starp kurām atrodas vienādojuma reālā sakne, tad saknes pirmais tuvinājums ir $c_1 = \frac{a+b}{2}$. Pēc tam par jauno intervālu izvēlas to no intervāliem $[a, c_1]$ vai $[c_1, b]$, kura galos funkcijai ir dažādas zīmes utt.

1.10.5.2. Hordu metode

Pieņemsim, ka vienādojuma $f(x) = 0$ reālā sakne atrodas intervālā (a, b) . Lietojot šo metodi, līnijas $y = f(x)$ un x ass krustošanās punkta abscisas vietā ņem punktus $[a, f(a)]$ un $[b, f(b)]$ savienojošās hordas un x ass krustošanās punkta abscisu.



1.31. zīm. Hordu metode (1)



1.32. zīm. Hordu metode (2)

Hordas AB vienādojums:

$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a} \quad \text{vai} \quad \frac{y - f(b)}{f(a) - f(b)} = \frac{x - b}{a - b}.$$

Krustošanās punktā ar x asi $y = 0$,

$$x = a - \frac{b - a}{f(b) - f(a)} f(a) \quad \text{vai} \quad x = b - \frac{a - b}{f(a) - f(b)} f(b).$$

Pirmais saknes tuvinājums:

$$c_1 = a - \frac{b - a}{f(b) - f(a)} f(a) \quad \text{vai} \quad c_1 = b - \frac{a - b}{f(a) - f(b)} f(b).$$

Otrais saknes tuvinājums:

$$c_2 = c_1 - \frac{b - c_1}{f(b) - f(c_1)} f(c_1) \quad \text{vai} \quad c_2 = c_1 - \frac{a - c_1}{f(a) - f(c_1)} f(c_1)$$

utt. (1.31. un 1.32. zīm.).

Piemērs. $x^3 - 2x - 2 = 0$, $f(x) = x^3 - 2x - 2$.

$$f(1) = -3 < 0, \quad f(2) = 2 > 0, \quad 1 < x_1 < 2.$$

$$c_1 = a - \frac{b - a}{f(b) - f(a)} f(a).$$

$$a = 1, \quad f(a) = f(1) = -3, \quad b = 2, \quad f(b) = f(2) = 2.$$

$$c_1 = 1 - \frac{2 - 1}{2 + 3} \cdot (-3) = 1,6.$$

$$f(c_1) = f(1,6) \approx -1,1.$$

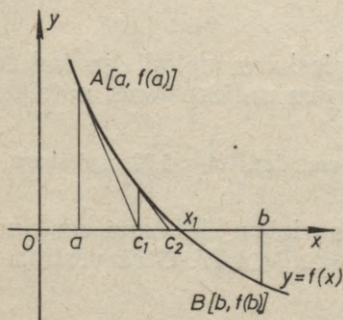
$$c_2 = c_1 - \frac{b - c_1}{f(b) - f(c_1)} f(c_1).$$

$$c_2 = 1,6 - \frac{2 - 1,6}{2 + 1,1} \cdot (-1,1) \approx 1,74.$$

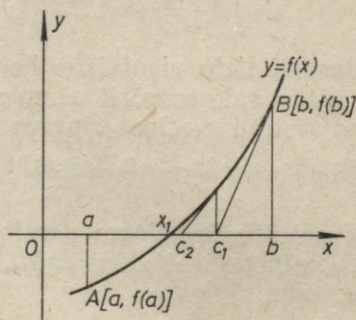
1.10.5.3. Pieskaru metode

Pieņemsim, ka vienādojuma $f(x) = 0$ reālā sakne atrodas intervālā (a, b) .

Lietojot šo metodi, līnijas $y = f(x)$ un x ass krustošanās punkta abscisas vietā ņem punktā $[a, f(a)]$ vai punktā $[b, f(b)]$ vilktās pieskares un x ass krustošanās punkta abscisu.



1.33. zīm. Pieskaru metode (pieskare punktā A)



1.34. zīm. Pieskaru metode (pieskare punktā B)

Pieskares vienādojums:

punktā A (1.33. zīm.)

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

punktā B (1.34. zīm.)

$$y - f(b) = f'(b)(x - b)$$

Krustošanās punktā ar x asi $y = 0$,

$$x = a - \frac{f(a)}{f'(a)} \quad \text{vai} \quad x = b - \frac{f(b)}{f'(b)}.$$

Pirmais saknes tuvinājums:

$$c_1 = a - \frac{f(a)}{f'(a)} \quad \text{vai} \quad c_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}.$$

Otrais saknes tuvinājums:

$$c_2 = c_1 - \frac{f(c_1)}{f'(c_1)} \text{utt.}$$

Pieskaru metodi lieto tajā punktā, kur $f(a)f''(a) > 0$ vai $f(b)f''(b) > 0$. Pretējā gadījumā šī metode var dot lielu kļūdu.

Piemērs. $x^3 - 2x - 2 = 0$, $f(x) = x^3 - 2x - 2$.

$$f(1) = -3 < 0, \quad f(2) = 2 > 0, \quad 1 < x_1 < 2.$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2, \quad f''(x) = 6x.$$

$$f''(1) = 6, \quad f(1)f''(1) = -3 \cdot 6 < 0;$$

$$f''(2) = 12, \quad f(2)f''(2) = 2 \cdot 12 > 0.$$

Tādēļ par izejas punktu jāizvēlas $x = 2$.

$$c_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}.$$

$$b = 2, \quad f(b) = f(2) = 2, \quad f'(b) = f'(2) = 10.$$

$$c_1 = 2 - \frac{2}{10} = 1,8.$$

$$c_2 = c_1 - \frac{f(c_1)}{f'(c_1)}.$$

$$f(c_1) = f(1,8) \approx 0,23, \quad f'(c_1) = f'(1,8) \approx 7,7.$$

$$c_2 = 1,8 - \frac{0,23}{7,7} \approx 1,77.$$

Parasti lieto vienlaikus hordu un pieskaru metodi, jo tad tuvojamies īstai saknes vērtībai no abām pusēm un iespējams noteikt aptuveno vērtību precīzos ciparus.

Piemērs. $x^3 - 2x - 2 = 0$, $c_2 \approx 1,74$ (hordu metode), $c'_2 \approx 1,77$ (pieskaru metode).

Rezultātu iespējams precizēt ar nogriežņu dališanu uz pusēm. Tā minētajā piemērā dabū, ka $1,76 < x_1 < 1,77$. Otrā vērtība 1,77 ir precīzāka.

1.10.6. ELEMENTĀRO FUNKCIJU IZVIRZIŠANA PAKĀPJU RINDĀS

Izvirzot elementārās funkcijas pakāpju rindās, izmanto Teilora rindu

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \\ + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \dots$$

vai arī Maklorena rindu

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < +\infty,$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots, \quad e \approx 2,71828,$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots, \quad -\infty < x < +\infty,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots, \quad -\infty < x < +\infty,$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \dots, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2},$$

$$\operatorname{arc} \sin x = x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \frac{3x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 5x^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \dots, \quad -1 < x < 1,$$

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots, \quad -1 \leq x \leq 1,$$

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots,$$

kur m ir racionāls skaitlis, $-1 < x < 1$; ja m ir naturāls skaitlis, tad rodas galīga rinda.

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad -1 < x \leq 1,$$

$$\ln \frac{1+x}{1-x} = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\right), \quad -1 < x < 1,$$

$$\ln \frac{M}{N} = 2\left[\frac{M-N}{M+N} + \frac{1}{3}\left(\frac{M-N}{M+N}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{M-N}{M+N}\right)^5 + \dots\right], \quad 0 < \frac{M}{N} < \infty,$$

$$\ln x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \dots\right], \quad 0 < x < \infty.$$

1.10.7. VEKTORFUNKCIJA UN TĀS ATVASINĀJUMS

Vektoru sauc par mainīgu, ja mainās tā modulis un virziens. Skalāra argumenta t vektorfunkciju $\overline{Q}(t)$ var izteikt šādi:

$$\overline{Q}(t) = f_1(t)\overline{i} + f_2(t)\overline{j} + f_3(t)\overline{k},$$

kur \overline{i} , \overline{j} , \overline{k} ir koordināšu orti, bet $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ — skalāras funkcijas.

Vektorfunkcijas $\overline{Q}(t)$ modulis

$$|\overline{Q}(t)| = \sqrt{[f_1(t)]^2 + [f_2(t)]^2 + [f_3(t)]^2}.$$

Tās virzienu nosaka formulas:

$$\cos \alpha = \cos(\overline{Q}, \overline{i}) = \frac{f_1(t)}{\sqrt{[f_1(t)]^2 + [f_2(t)]^2 + [f_3(t)]^2}},$$

$$\cos \beta = \cos(\overline{Q}, \overline{j}) = \frac{f_2(t)}{\sqrt{[f_1(t)]^2 + [f_2(t)]^2 + [f_3(t)]^2}},$$

$$\cos \gamma = \cos(\overline{Q}, \overline{k}) = \frac{f_3(t)}{\sqrt{[f_1(t)]^2 + [f_2(t)]^2 + [f_3(t)]^2}}.$$

Vektorfunkcijas $\overline{Q}(t)$ atvasinājums pēc skalārā argumenta t :

$$\frac{d\overline{Q}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \overline{Q}(t)}{\Delta t} = f'_1(t)\overline{i} + f'_2(t)\overline{j} + f'_3(t)\overline{k}.$$

Vektoru diferencēšanas kārtulas:

$$\frac{d}{dt}(\overline{P} + \overline{Q} + \overline{R}) = \frac{d\overline{P}}{dt} + \frac{d\overline{Q}}{dt} + \frac{d\overline{R}}{dt},$$

$$\frac{d}{dt}(u\overline{Q}) = \frac{du}{dt}\overline{Q} + u\frac{d\overline{Q}}{dt} \quad (u \text{ ir skalāra funkcija}).$$

Ja $c = \text{const}$, tad $\frac{d}{dt}(c\overline{Q}) = c\frac{d\overline{Q}}{dt}$.

Divu mainīgu vektoru skalārā reizinājuma atvasinājums pēc argumenta t

$$\frac{d}{dt}(\overline{P}\overline{Q}) = \left(\frac{d\overline{P}}{dt}\overline{Q}\right) + \left(\overline{P}\frac{d\overline{Q}}{dt}\right);$$

ja $\overline{Q} = \overline{P}$, tad dabū $\frac{d\overline{P}^2}{dt} = 2\left(\overline{P}\frac{d\overline{P}}{dt}\right)$.

Divu mainīgu vektoru vektoriālā reizinājuma atvasinājums pēc argumenta t

$$\frac{d}{dt}(\overline{P} \times \overline{Q}) = \frac{d\overline{P}}{dt} \times \overline{Q} + \overline{P} \times \frac{d\overline{Q}}{dt}.$$

Saliktās vektorfunkcijas $\overline{Q}[u(t)]$ atvasinājums

$$\frac{d\overline{Q}[u(t)]}{dt} = \frac{d\overline{Q}}{du} \cdot \frac{du}{dt}.$$

Ja mainīgu vektoru $\vec{r} = \vec{r}(t)$ uzskata par punkta $M(x, y, z)$ rādiusvektoru, tad, mainoties argumentam t , punkts M savā kustībā izveido telpā likni — vektorfunkcijas hodogrāfu.

Tā vienādojums vektorālā formā ir:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k},$$

no kurienes dabū parametriskos vienādojumus

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t). \end{cases}$$

Rādiusvektora $\vec{r}(t)$ atvasinājums pēc argumenta t :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt},$$

kur ds ir līknes loka diferenciālis.

$\frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{\tau}$ ir pieskares virziena orsts (vienības vektors), jo $|\vec{\tau}| = \left| \frac{d\vec{r}}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta s} = 1$ (loka garumam samazinoties, hordas garums $|\Delta \vec{r}|$ tiecas uz loka garumu Δs).

Ja t ir laiks, tad $\frac{ds}{dt} = v$ ir līknes punkta kustības ātrums pa līkni.

Šajā gadījumā $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\tau}v = \vec{v}$ ir līknes punkta kustības ātruma vektors, kas vērsts pieskares orta virzienā.

Uzskatot rādiusvektoru kā loka garuma funkciju, tā atvasinājums pēc argumenta s :

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{dx}{ds}\vec{i} + \frac{dy}{ds}\vec{j} + \frac{dz}{ds}\vec{k}.$$

Atvasinājuma modulis

$$\left| \frac{d\vec{r}}{ds} \right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dz}{ds} \right)^2}.$$

$$\left| \frac{d\vec{r}}{ds} \right| = |\vec{\tau}| = 1, \text{ tādēļ}$$

$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$, no kurienes

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2}.$$

1.11. INTEGRĀLRĒĶINI

1.11.1. INTEGRĒŠANAS FORMULAS

Ja $F'(x) = f(x)$, tad funkciju $F(x)$ sauc par funkcijas $f(x)$ primitīvo funkciju. Katrai nepārtrauktai funkcijai $f(x)$ ir bezgalīgi daudz primitīvo funkciju, kas atšķiras viena no otras ar konstantu saskaitāmo. Izteiksmi $F(x) + C$, no kuras var iegūt jebkuru funkcijas $f(x)$ primitīvo funkciju, liekot C vietā noteiktas skaitliskās vērtības, sauc par funkcijas $f(x)$ nenoteikto integrāli un apzīmē ar simbolu $\int f(x) dx$.

Tātad $\int f(x) dx = F(x) + C$, kur $F(x)$ ir kāda funkcijas $f(x)$ primitīvā funkcija.

$$\frac{d[F(x) + C]}{dx} = f(x), \text{ no kurienes}$$

$$d[F(x) + C] = f(x) dx,$$

$$\text{t. i., } d \int f(x) dx = f(x) dx.$$

Tas nozīmē, ka integrēšana ir diferencēšanas apvērstā darbība un tādēļ integrēšanas pareizību var pārbaudīt ar diferencēšanu.

Ja c ir konstante, tad $\int cf(x) dx = c \int f(x) dx$.

$$\begin{aligned} \int [f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)] dx &= \int f_1(x) dx + \\ &+ \int f_2(x) dx + \dots + \int f_n(x) dx. \end{aligned}$$

Pamatintegrāļu tabula

(Integrēšanas konstantes atmetas)

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1),$$

$$\int e^x dx = e^x,$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x|,$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a},$$

$$\int \sin x dx = -\cos x,$$

$$\int \cos x dx = \sin x,$$

$$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x|,$$

$$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x|,$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x,$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a},$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a}|,$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a},$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right|.$$

1.11.2. INTEGRĒŠANAS PAMATMETODES

1) Ja iespējams, zemintegrāļa funkciju izteic kā vairāku funkciju summu, kuru integrāļi ir zināmi.

2) Ja ir zināms $\int f(x) dx = F(x)$, tad

$$\int f(ax) dx = \frac{1}{a} F(ax), \quad \int f(x+b) dx = F(x+b),$$

$$\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b).$$

3) Ja zemintegrāļa izteiksme ir daļskaitlis, kura skaitītājs ir saucēja diferenciālis, tad integrālis ir vienāds ar saucēja naturālo logaritmu:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln |f(x)|.$$

4) Ja zemintegrāļa funkcija ir divu funkciju reizinājums un vienu funkciju var izteikt kā tādas funkcijas pakāpi, kuras atvasinājums ir otrā funkcija, tad lieto formulu

$$\int [f(x)]^n \cdot f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1).$$

Nepieciešamības gadījumā var izmantot t. s. korigējošo reizinātāju, izlietojot iespēju izcelt (vai ienest) pastāvīgu reizinātāju pirms (vai zem) integrāļa.

5) Substitūcijas metode.

Lietojot šo metodi, ievēd jaunu mainīgo lielumu tā, lai dotais integrālis pārveidotos integrāli, kura integrēšanu jau zinām. Šī metode pamatojas uz formulu

$$\int f(x) dx = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t) dt, \quad \text{kur } x = \varphi(t).$$

Piemērs.
$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}} = - \int \frac{t^2 \cdot dt}{t^2 \sqrt{t^2+1}} = - \frac{1}{2} \int (t^2+1)^{-\frac{1}{2}} d(t^2+1) = -\sqrt{t^2+1} + C =$$

$$= -\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C;$$

$$x = \frac{1}{t}, \quad dx = -\frac{dt}{t^2}.$$

6) Parciālās integrēšanas metode.

Šī metode pamatojas uz formulu $\int u dv = uv - \int v du$, kura izriet no formulas $d(uv) = v du + u dv$.

Piemērs.
$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C;$$

$$u = x, \quad du = dx;$$

$$dv = \sin x dx, \quad v = \int \sin x dx = -\cos x.$$

1.11.3. DAŽU ALGEBRISKU UN TRANSCENDENTU FUNKCIJU INTEGRĒSANA

(Integrēšanas konstantes atmetas)

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} \quad (n \neq -1),$$

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln |ax+b|,$$

$$\int \frac{ax+b}{a_1x+b_1} dx = \frac{ax}{a_1} + \frac{ba_1-ab_1}{a_1^2} \ln |a_1x+b_1|,$$

$$\int \frac{dx}{(ax+b)(a_1x+b_1)} = \frac{1}{ba_1-ab_1} \ln \left| \frac{a_1x+b_1}{ax+b} \right| \quad (ba_1-ab_1 \neq 0),$$

$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{arc\,tg} \frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}}, \quad \text{ja } 4ac-b^2 > 0,$$

$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} \ln \left| \frac{2ax+b+\sqrt{b^2-4ac}}{2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}} \right|,$$

ja $4ac-b^2 < 0$,

$$\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \operatorname{arc\,sin} \frac{x}{a} \right),$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln |x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| \right),$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = -\frac{1}{\sqrt{-a}} \operatorname{arc\,sin} \frac{2ax+b}{\sqrt{b^2-4ac}}, \quad \text{ja } \begin{cases} a < 0 \\ 4ac-b^2 < 0, \end{cases}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \sqrt{ax^2+bx+c} + \frac{2ax+b}{2\sqrt{a}} \right|,$$

ja $\begin{cases} a > 0 \\ 4ac-b^2 \geq 0, \end{cases}$

$$\int \sin^2 ax dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax,$$

$$\int \cos^2 ax dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax,$$

$$\int \sin^3 ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + \frac{1}{3a} \cos^3 ax,$$

$$\int \cos^3 ax dx = \frac{1}{a} \sin ax - \frac{1}{3a} \sin^3 ax,$$

$$\int \sin^4 ax dx = \frac{3}{8}x - \frac{1}{4a} \sin 2ax + \frac{1}{32a} \sin 4ax,$$

$$\int \cos^4 ax dx = \frac{3}{8}x + \frac{1}{4a} \sin 2ax + \frac{1}{32a} \sin 4ax,$$

$$\int \sin^n ax \, dx = -\frac{\sin^{n-1} ax \cos ax}{na} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} ax \, dx,$$

kur $n=2, 3, 4, \dots$,

$$\int \cos^n ax \, dx = \frac{\cos^{n-1} ax \sin ax}{na} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} ax \, dx,$$

kur $n=2, 3, 4, \dots$,

$$\int x \sin ax \, dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a},$$

$$\int x \cos ax \, dx = \frac{\cos ax}{a^2} + \frac{x \sin ax}{a},$$

$$\int x^n \sin ax \, dx = -\frac{x^n}{a} \cos ax + \frac{n}{a} \int x^{n-1} \cos ax \, dx,$$

kur $n=1, 2, 3, \dots$,

$$\int x^n \cos ax \, dx = \frac{x^n}{a} \sin ax - \frac{n}{a} \int x^{n-1} \sin ax \, dx,$$

kur $n=1, 2, 3, \dots$,

$$\int \frac{dx}{\sin ax} = \frac{1}{a} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{ax}{2} \right|,$$

$$\int \frac{dx}{\cos ax} = \frac{1}{a} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{ax}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|,$$

$$\int \frac{dx}{\sin^n ax} = -\frac{\cos ax}{a(n-1)\sin^{n-1} ax} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} ax},$$

kur $n=2, 3, 4, \dots$,

$$\int \frac{dx}{\cos^n ax} = \frac{\sin ax}{a(n-1)\cos^{n-1} ax} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} ax},$$

kur $n=2, 3, 4, \dots$,

$$\int \sin ax \sin bx \, dx = \frac{\sin(a-b)x}{2(a-b)} - \frac{\sin(a+b)x}{2(a+b)} \quad (a \neq b),$$

$$\int \cos ax \cos bx \, dx = \frac{\sin(a-b)x}{2(a-b)} + \frac{\sin(a+b)x}{2(a+b)} \quad (a \neq b),$$

$$\int \sin ax \cos bx \, dx = -\frac{\cos(a-b)x}{2(a-b)} - \frac{\cos(a+b)x}{2(a+b)} \quad (a \neq b),$$

$$\int \sin ax \cos ax \, dx = -\frac{1}{4a} \cos 2ax,$$

$$\int \frac{dx}{b \sin ax + c \cos ax} = \frac{1}{a\sqrt{b^2+c^2}} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{1}{2} \left(ax + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{c}{b} \right) \right|,$$

$$\int \operatorname{tg}^2 ax \, dx = \frac{1}{a} \operatorname{tg} ax - x,$$

$$\int \operatorname{ctg}^2 ax \, dx = -\frac{1}{a} \operatorname{ctg} ax - x,$$

$$\int \operatorname{tg}^n ax \, dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} ax}{a(n-1)} - \int \operatorname{tg}^{n-2} ax \, dx, \quad \text{kur } n=2, 3, 4, \dots,$$

$$\int \operatorname{ctg}^n ax \, dx = -\frac{\operatorname{ctg}^{n-1} ax}{a(n-1)} - \int \operatorname{ctg}^{n-2} ax \, dx,$$

kur $n=2, 3, 4, \dots$,

$$\int \frac{dx}{b+c \operatorname{tg} ax} = \frac{1}{b^2+c^2} \left(bx + \frac{c}{a} \ln |b \cos ax + c \sin ax| \right),$$

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^n e^{ax} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx, \quad \text{kur } n=1, 2, 3, \dots,$$

$$\int e^{ax} \sin bx \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \sin bx - b \cos bx),$$

$$\int e^{ax} \cos bx \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \cos bx + b \sin bx),$$

$$\int x^m \ln x \, dx = x^{m+1} \left[\frac{\ln x}{m+1} - \frac{1}{(m+1)^2} \right],$$

$$\int (\ln x)^n dx = x (\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx, \quad \text{kur } n=1, 2, 3, \dots,$$

$$\int \arcsin x \, dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2},$$

$$\int \arccos x \, dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2},$$

$$\int \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \, dx = x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2),$$

$$\int \operatorname{arc} \operatorname{ctg} x \, dx = x \operatorname{arc} \operatorname{ctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2),$$

$$\int x \arcsin x \, dx = \frac{1}{4} [(2x^2-1) \arcsin x + x\sqrt{1-x^2}],$$

$$\int x \arccos x \, dx = \frac{1}{4} [(2x^2-1) \arccos x - x\sqrt{1-x^2}],$$

$$\int x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \, dx = \frac{1}{2} [(x^2+1) \operatorname{arc} \operatorname{tg} x - x],$$

$$\int x \operatorname{arc} \operatorname{ctg} x \, dx = \frac{1}{2} [(x^2+1) \operatorname{arc} \operatorname{ctg} x + x].$$

1.11.4. NOTEIKTĀ INTEGRĀLA JĒDZIENS UN APREĶINĀŠANA

1.11.4.1. Noteiktā integrāļa jēdziens

Pieņemsim, ka slēgtais intervāls $[a, b]$, kurā definēta funkcija $f(x)$, ar punktiem $a=x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n=b$ sadalīts n intervālos, kuru garumi nepārsniedz noteiktu pozitīvu skaitli δ , t. i.,

$|x_i - x_{i-1}| < \delta$. Apzīmējot ar ξ_i patvaļīgi izvēlētu mainīgā lieluma x vērtību intervālā $[x_{i-1}, x_i]$, sastādīsim summu

$$\sum_{i=1}^n f(\xi_i) (x_i - x_{i-1}),$$

kuru sauc par integrālo summu.

δ samazinoties, intervālu skaits n palielinās. Ja eksistē tāds skaitlis A , ka starpība starp to un jebkuru integrālo summu, δ tiecoties uz nulli, arī tiecas uz nulli, tad funkciju $f(x)$ sauc par integrējamu un robežu A sauc par funkcijas $f(x)$ noteikto integrāli

slēgtā intervālā $[a, b]$; to apzīmē ar simbolu $\int_a^b f(x) dx$. Skaitli a sauc par apakšējo un skaitli b — par augšējo integrēšanas robežu.

1.11.4.2. Noteiktā integrāļa īpašības

$$\begin{aligned} \int_a^b [f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)] dx &= \int_a^b f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx + \\ &+ \dots + \int_a^b f_n(x) dx. \end{aligned}$$

Ja c ir konstante, tad

$$\begin{aligned} \int_a^b cf(x) dx &= c \int_a^b f(x) dx. \\ \int_a^b f(x) dx &= - \int_b^a f(x) dx; \quad \int_a^a f(x) dx = 0. \end{aligned}$$

Ja c_1, c_2, \dots, c_k ir funkcijas $f(x)$ nepārtrauktības intervālam piederoši skaitļi, tad

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^{c_1} f(x) dx + \int_{c_1}^{c_2} f(x) dx + \dots + \int_{c_k}^b f(x) dx.$$

1.11.4.3. Noteiktā integrāļa aprēķināšana

1.11.4.3.1. Ja $F'(x) = f(x)$, tad $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Šo formulu sauc par *Ņūtona—Leibnica formulu*.

Noteiktais integrālis ir vienāds ar zemintegrāļa funkcijas primitīvās funkcijas vērtību starpību, kas aprēķinātas pie augšējās un apakšējās integrēšanas robežas.

To raksta šādi:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

1.11.4.3.2. Substitūcijas metode

Pieņemsim, ka jāizskaitļo $\int_a^b f(x) dx$, kur $f(x)$ — segmentā $[a, b]$ nepārtraukta funkcija. Pieņemot, ka $x = \varphi(t)$, kur $\varphi(t)$ definēta un nepārtraukta kādā segmentā $[\alpha, \beta]$, $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, $\varphi'(t)$ ir nepārtraukta segmentā $[\alpha, \beta]$, tad pareiza ir formula

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt.$$

Lietojot substitūcijas metodi noteiktā integrālī, tā izskaitļošanu parasti izdara ar jaunā mainīgā lieluma palīdzību, neatgriežoties pie sākotnējā mainīgā lieluma.

$$\begin{aligned} \text{Piemērs. } \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{a^2(1 - \sin^2 t)} a \cos t dt = a^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \\ &= a^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \frac{a^2}{2} \left(t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{\pi a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$x = a \sin t, \quad t = \arcsin \frac{x}{a}, \quad dx = a \cos t dt.$$

1.11.4.3.3. Parciālās integrēšanas metode

Šo metodi lietojot, izmanto formulu

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

$$\begin{aligned} \text{Piemērs. } \int_1^2 x \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x^2 \frac{dx}{x} = \frac{1}{2} (4 \ln 2 - \ln 1) - \frac{1}{4} (4 - 1) = \\ &= 2 \ln 2 - \frac{3}{4} \approx 0,636. \end{aligned}$$

$$u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x};$$

$$dv = x dx, \quad v = \int x dx = \frac{x^2}{2}.$$

1.11.4.3.4. Pāru un nepāru funkciju integrāļi

Funkciju $f(x)$ sauc par pāru funkciju, ja $f(-x) = f(x)$ (tās grafika ir simetriska pret y asi).

Funkciju $f(x)$ sauc par nepāru funkciju, ja $f(-x) = -f(x)$ (tās grafika ir simetriska pret koordinātu sākumpunktu).

Ja $f(x)$ ir pāru funkcija, tad

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

Ja $f(x)$ ir nepāru funkcija, tad

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

1.11.5. NOTEIKTĀ INTEGRĀĻA APTUVENA APREĶINĀŠANA

1.11.5.1. Trapecu formula

Integrēšanas intervālu (a, b) sadalot ar punktiem $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ n vienādās daļās, dabū, ka

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right), \text{ kur}$$
$$y_0 = f(a), y_1 = f(x_1), \dots, y_n = f(b).$$

1.11.5.2. Simpsona formula

Integrēšanas intervālu (a, b) sadalot ar punktiem $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{2n} = b$ $2n$ vienādās daļās, dabū, ka

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6n} [y_0 + y_{2n} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2})],$$

kur $y_0 = f(a), y_1 = f(x_1), \dots, y_{2n} = f(b)$.

1.11.5.3. Pakāpju rindu lietošana

Piemēri.

$$1) \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx = \int_0^1 \frac{1}{x} \left(\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \right) dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots \right) dx =$$
$$= \left(x - \frac{x^3}{3 \cdot 3} + \frac{x^5}{5 \cdot 15} - \dots \right) \Big|_0^1 \approx 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} \approx 0,946.$$

$$2) \int_0^{\frac{1}{2}} e^{-x^2} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \dots \right) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{2!5} - \dots \right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} \approx$$

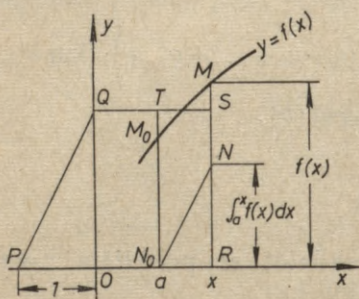
$$\approx \frac{1}{2} - \frac{1}{24} + \frac{1}{320} \approx 0,461.$$

$$e^z = 1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots;$$

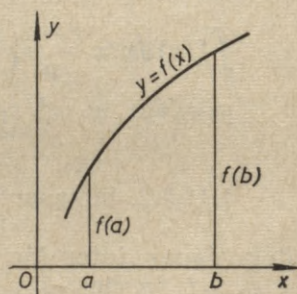
$$z = -x^2, \quad e^{-x^2} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \dots$$

1.11.6. GRAFISKĀ INTEGRĒŠANA

Grafiskā integrēšanā pēc dotās zemintegrāļa funkcijas grafikas konstruē tās primitīvās funkcijas grafiku. Noskaidrosim, kā atrast funkcijas $y=f(x)$ grafikas punktam M atbilstošo primitīvās funkcijas $Y=F(x) = \int_a^x f(x) dx$ grafikas punktu N .



1.35. zīm. Grafiskā integrēšana



1.36. zīm. Plaknes figūras laukums (I)

Konstruē taisnstūri N_0RST , kura laukums ir vienāds ar figūras N_0RMM_0 laukumu. Šie laukumi skaitliski vienādi ar

$$\int_a^x f(x) dx.$$

Uz abscisu ass atliek $PO=1$ (mēroga vienība), savieno P un Q ar taisni un velk $N_0N \parallel PQ$.

$$\triangle N_0RN \sim \triangle POQ, \text{ tādēļ } \frac{RN}{N_0R} = \frac{OQ}{PO}.$$

Ievērojot, ka $PO=1$, dabū vienādību: $RN=N_0R \cdot OQ$. Tas nozīmē, ka nogriežņa RN garums skaitliski vienāds ar taisnstūra N_0RST laukumu, t. i., ar

$$\int_a^x f(x) dx.$$

$$RM=f(x), \quad RN=\int_a^x f(x) dx.$$

Konstruējot pietiekami daudz primitīvās funkcijas grafikas punktu, var, savienojot tos ar nepārtrauktu līkni, dabūt primitīvās funkcijas grafiku.

1.11.7. NOTEIKTĀ INTEGRĀĻA PIELIETOJUMI ĢEOMETRIJĀ

1.11.7.1. Plaknes figūras laukuma aprēķināšana

Laukums figūrai, ko ierobežo līnija $y=f(x)$, abscisu ass un ordinātes $f(a)$ un $f(b)$ (1.36. zīm.):

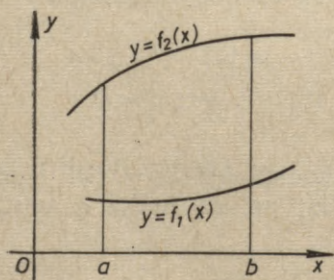
$$S = \int_a^b f(x) dx.$$

Laukums figūrai, ko ierobežo līnijas $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ un taisnes $x=a$ un $x=b$ (1.37. zīm.):

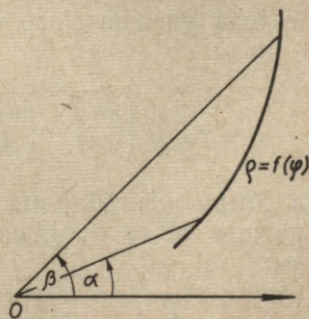
$$S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx.$$

Laukums figūrai, ko ierobežo līnija, kuras vienādojums polārkoordinātēs ir $\rho=f(\varphi)$, un rādiusvektori, kas atbilst polāriem leņķiem α un β :

$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \rho^2 d\varphi \quad (1.38. \text{ zīm.}).$$



1.37. zīm. Plaknes figūras laukums (2)



1.38. zīm. Plaknes figūras laukums (3)

1.11.7.2. Ķermeņa tilpuma aprēķināšana

Ja figūra, ko ierobežo līnija $y=f(x)$, abscisu ass un ordinātes $f(a)$ un $f(b)$ (1.36. zīm.), rotē ap x asi, tad izveidotā ķermeņa tilpums

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx.$$

Ja ķermeņa xOy plaknei paralēlo šķēlumu laukumi $S=f(z)$, tad starp plaknēm $z=h_1$ un $z=h_2$ ieslēgtā ķermeņa tilpums

$$V = \int_{h_1}^{h_2} f(z) dz.$$

Analogi $V = \int_{h_1}^{h_2} f(y) dy$, ja šķēlumi paralēli zOx plaknei, un

$V = \int_{h_1}^{h_2} f(x) dx$, ja šķēlumi paralēli yOz plaknei.

1.11.7.3. Plaknes liknes loka garuma aprēķināšana

Līnijas $y=f(x)$ loka garums starp punktiem, kuru abscisas ir a un b :

$$s = \int_a^b \sqrt{1+y'^2} dx.$$

Ja līnijas vienādojums dots parametriskā formā

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$$

tad tās loka garums starp punktiem, kas atbilst parametra t vērtībām t_1 un t_2 :

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt.$$

Ja līnijas vienādojums dots polārkoordinātēs $\rho=f(\varphi)$, tad tās loka garums starp punktiem, kas atbilst polārā leņķa φ vērtībām φ_1 un φ_2 :

$$s = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{\rho^2 + \rho'^2} d\varphi.$$

1.11.7.4. Rotācijas ķermeņa virsmas laukuma aprēķināšana

Sānvirsmas laukums ķermenim, kas izveidojas, līnijas $y=f(x)$, abscisu ass un ordināšu $f(a)$ un $f(b)$ ierobežotai figūrai rotējot ap x asi (1.36. zīm.):

$$S = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1+y'^2} dx.$$

1.11.8. NOTEIKTĀ INTEGRĀLA LIETOSANA MEHĀNIKĀ

1.11.8.1. Smagumcentra koordināšu aprēķināšana

1) Plaknes līknes homogēna loka (blīvums ir konstants) smagumcentra koordinātes

$$x_0 = \frac{\int_{s_1}^{s_2} x ds}{S} \quad \text{un} \quad y_0 = \frac{\int_{s_1}^{s_2} y ds}{S},$$

kur s ir loka garums.

Ja līknes vienādojums dots Dekarta koordinātēs $y=f(x)$, tad

$$ds = \sqrt{1+y'^2} dx \quad \text{un} \quad s = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1+y'^2} dx.$$

Ja līknes vienādojums dots parametriskā formā $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$,

$$\text{tad } ds = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \quad \text{un} \quad s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt.$$

2) Plaknes homogēnas figūras, ko ierobežo līnija $y=f(x)$, abscisu ass un ordinātes $f(a)$ un $f(b)$ (1.36. zīm.), smagumcentra koordinātes

$$x_0 = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{S} \quad \text{un} \quad y_0 = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b f^2(x) dx}{S},$$

kur S ir figūras laukums:

$$S = \int_a^b f(x) dx.$$

Plaknes homogēnas figūras, ko ierobežo līnijas $y=f_1(x)$,

$y=f_2(x)$ un taisnes $x=a$ un $x=b$ (1.37. zīm.), smagumcentra koordinātes

$$x_0 = \frac{\int_a^b x [f_2(x) - f_1(x)] dx}{S} \quad \text{un} \quad y_0 = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx}{S},$$

kur S ir figūras laukums:

$$S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx.$$

3) Homogēna ķermeņa smagumcentra koordinātes

$$x_0 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} x f_1(x) dx}{V}, \quad y_0 = \frac{\int_{y_1}^{y_2} y f_2(y) dy}{V},$$

$$z_0 = \frac{\int_{z_1}^{z_2} z f_3(z) dz}{V},$$

kur V ir ķermeņa tilpums; $f_1(x)$ — yOz plaknei paralēlo šķēlumu laukums; $f_2(y)$ — zOx plaknei paralēlo šķēlumu laukums; $f_3(z)$ — xOy plaknei paralēlo šķēlumu laukums.

$$V = \int_{x_1}^{x_2} f_1(x) dx \quad \text{vai} \quad V = \int_{y_1}^{y_2} f_2(y) dy,$$

$$\text{vai arī} \quad V = \int_{z_1}^{z_2} f_3(z) dz.$$

1.11.8.2. Plaknes figūru inerces momentu aprēķināšana

Līniju $x=\varphi_1(y)$, $x=\varphi_2(y)$, $y=y_1$ un $y=y_2$ ierobežotai figūrai (1.39. zīm.) laukuma elements $dF=[\varphi_2(y) - \varphi_1(y)] dy$, masas elements $dm=\delta[\varphi_2(y) - \varphi_1(y)] dy$, kur δ ir blīvums.

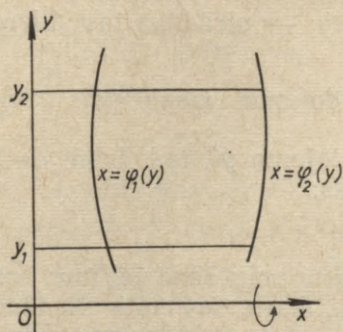
Elementārais inerces moments pret x asi:

$$dI_x = y^2 dm = \delta y^2 [\varphi_2(y) - \varphi_1(y)] dy.$$

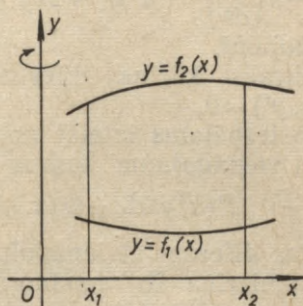
Inerces moments pret x asi:

$$I_x = \int_{y_1}^{y_2} \delta y^2 [\varphi_2(y) - \varphi_1(y)] dy.$$

Līniju $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$, $x=x_1$ un $x=x_2$ ierobežotai figūrai (1.40. zīm.) laukuma elements $dF=[f_2(x)-f_1(x)]dx$, masas elements $dm=\delta[f_2(x)-f_1(x)]dx$, kur δ ir blīvums.



1.39. zīm. Plaknes figūras inerces moments (1)



1.40. zīm. Plaknes figūras inerces moments (2)

Elementārais inerces moments pret y asi:

$$dI_y = x^2 dm = \delta x^2 [f_2(x) - f_1(x)] dx.$$

Inerces moments pret y asi:

$$I_y = \int_{x_1}^{x_2} \delta x^2 [f_2(x) - f_1(x)] dx.$$

Inerces moments pret koordināšu sākumpunktu:

$$I_0 = I_x + I_y.$$

Ja figūra ir homogēna ($\delta = \text{const}$), tad δ var izcelt pirms integrāļa zīmes.

Formulās parasti pieņem, ka $\delta = 1$.

1.12. DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMI

1.12.1. DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMU JĒDZIENS

Par diferenciālvienādojumu sauc vienādojumu, kas saista neatkarīgo mainīgo (vai neatkarīgos mainīgos), nezināmo funkciju un tās atvasinājumus. Diferenciālvienādojumus ar vienu neatkarīgo mainīgo sauc par *parastiem*. Parasto diferenciālvienādojumu simboliski var uzrakstīt šādi:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0.$$

Atvasinājumu vietā var būt arī argumenta un nezināmās funkcijas diferenciāļi.

Par diferenciālvienādojuma *kārtu* sauc nezināmās funkcijas

atvasinājuma augstāko kārtu. Tā, piemēram, $dp = -kpdh$ un $Ri + L \frac{di}{dt} = U_0 \sin \omega t$ ir pirmās kārtas diferenciālvienādojumi, $m \frac{d^2s}{dt^2} = mg - k \left(\frac{ds}{dt} \right)^2$ un $y'' + 2ky' + \omega^2 y = f(t)$ — otrās kārtas diferenciālvienādojumi.

Pirmās kārtas diferenciālvienādojumu vispārīgais veids ir $F(x, y, y') = 0$.

Ja iespējams izteikt no šī vienādojuma y' , tad dabū $y' = f(x, y)$ jeb arī vienādojumu, kam ir šāds veids:

$$P(x, y) dx + Q(x, y) dy = 0.$$

Par diferenciālvienādojuma atrisinājumu sauc jebkuru funkciju, kas apmierina šo vienādojumu, t. i., kura, ievietota vienādojumā, pārvērš to identitātē. Vienādību, kas saista neatkarīgo mainīgo un atrisinājumu, sauc par diferenciālvienādojuma integrāli.

Piemērs. $x dx + y dy = 0$.

Vienādojumu var uzrakstīt šādā veidā: $2x dx + 2y dy = 0$ jeb $d(x^2 + y^2) = 0$, no kurienes dabū vienādību $x^2 + y^2 = C^2$, kur C ir integrācijas konstante.

Šī vienādība ir dotā diferenciālvienādojuma vispārīgais integrālis. Ģeometriskā iztulkojumā tam atbilst riņķa līniju saime. Minētās riņķa līnijas sauc par dotā diferenciālvienādojuma integrāllīknēm.

Ja ir zināms sākuma nosacījums $\begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \end{cases}$, tad dabū atbilstošo C vērtību $C_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$. Atrisinājumu $x^2 + y^2 = C_0^2$ sauc par partikulāro atrisinājumu. Ģeometriskā iztulkojumā tam atbilst riņķa līnija, kas iet caur punktu $M_0(x_0, y_0)$.

Pirmās kārtas diferenciālvienādojuma $y' = f(x, y)$ vispārīgo atrisinājumu izteic sakarība $y = \varphi(x, C)$, no kurienes ar ikvienu iespējamo sākuma nosacījumu $y|_{x=x_0} = y_0$ var noteikt tādu vienīgo C vērtību C_0 , ka $\varphi(x_0, C_0) = y_0$. Vienādību $u(x, y, C) = 0$, kas saista neatkarīgo mainīgo un vispārīgo atrisinājumu, sauc par vienādojuma $y' = f(x, y)$ vai $F(x, y, y') = 0$ vispārīgo integrāli.

Pirmās kārtas diferenciālvienādojuma vispārīgajam atrisinājumam (integrālim) atbilst viena parametra integrāllīniju saime. Partikulāram atrisinājumam, kas apmierina uzdotos sākuma nosacījumus, atbilst viena vienīga integrāllīnija, kas iet caur sākuma nosacījumam atbilstošo punktu.

1.12.2. PIRMĀS KĀRTAS DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMI

1.12.2.1. Vienādojumi ar atdalāmiem mainīgiem

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x) f_2(y).$$

Pieņemot, ka $f_2(y) \neq 0$, vienādojumu var pārveidot šādi:

$$\frac{1}{f_2(y)} dy = f_1(x) dx.$$

Integrējot kreiso pusi pēc y , bet labo pēc x , dabū:

$$\int \frac{dy}{f_2(y)} = \int f_1(x) dx + C.$$

Atsevišķi gadījumi

1) $\frac{dy}{dx} = f(x)$, t. i., $dy = f(x) dx$;

atrisinājums: $y = \int f(x) dx + C$.

2) $f_1(x) dx + f_2(y) dy = 0$;

tā integrālis ir $\int f_1(x) dx + \int f_2(y) dy = C$.

3) $f_1(x)f_2(y) dx + \varphi_1(x)\varphi_2(y) dy = 0$;

pieņemot, ka $f_2(y) \neq 0$ un $\varphi_1(x) \neq 0$, dabū vienādojumu

$$\frac{f_1(x)}{\varphi_1(x)} dx + \frac{\varphi_2(y)}{f_2(y)} dy = 0,$$

kura integrālis ir

$$\int \frac{f_1(x)}{\varphi_1(x)} dx + \int \frac{\varphi_2(y)}{f_2(y)} dy = C.$$

Piemērs. Ir zināms, ka rādija sairšanas ātrums ir proporcionāls tā daudzumam. Jāatrod sakarība, kas izteic rādija masas m izmaiņu atkarībā no laika t , ja mirkli $t=0$ rādija masa bija m_0 .

Atrisinājums. Saskaņā ar uzdevuma nosacījumu

$$\frac{dm}{dt} = -km,$$

kur k ir proporcionalitātes koeficients. Atdalot mainīgos, dabū vienādojumu $\frac{dm}{m} = -k dt$, un integrējot, — tā vispārīgo atrisinājumu

$$\ln m = -kt + \ln C,$$

t. i., $m = Ce^{-kt}$.

No sākuma nosacījuma $m|_{t=0} = m_0$ izriet, ka $C = m_0$. Tātad meklētā sakarība ir: $m = m_0 e^{-kt}$.

1.12.2.2. Homogēnie vienādojumi

Funkciju $f(x, y)$ sauc par n -tās pakāpes homogēnu funkciju attiecībā pret mainīgiem x un y , ja jebkuram lielumam λ ir pareiza identitāte:

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n f(x, y).$$

Pirmās kārtas diferenciālvienādojumu $y' = f(x, y)$ sauc par *homogēnu* attiecībā pret mainīgiem x un y , ja funkcija $f(x, y)$ ir nulles pakāpes homogēna funkcija attiecībā pret x un y , t. i., ja $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$.

Liekot $\lambda = \frac{1}{x}$, dabū $f(x, y) = f\left(1, \frac{y}{x}\right)$.

Diferenciālvienādojumam $y' = f(x, y)$ tad ir šāds veids:

$$\frac{dy}{dx} = f\left(1, \frac{y}{x}\right).$$

Izdarot substitūciju $u = \frac{y}{x}$, t. i., $y = ux$, dabū:

$$\frac{dy}{dx} = u + \frac{du}{dx}x \quad \text{un} \quad u + x \frac{du}{dx} = f(1, u).$$

Atdalot mainīgos, dabū vienādojumu

$$\frac{du}{f(1, u) - u} = \frac{dx}{x}$$

un pēc tā integrēšanas sakarību

$$\int \frac{du}{f(1, u) - u} = \ln x + C.$$

Ievietojot u vietā $\frac{y}{x}$, dabū dotā vienādojuma integrāli.

Piemērs. $y - xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Atrisinājums. Pēc pārveidošanas dabū:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2}}.$$

Izdarot substitūciju $\frac{y}{x} = u$, $y = ux$, $\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx}$, iegūst vienādojumu $u + x \frac{du}{dx} = u - \sqrt{1 + u^2}$.

Pēc mainīgo atdalīšanas dabū:

$$\frac{du}{\sqrt{1 + u^2}} = -\frac{dx}{x}.$$

Integrējot dabū sakarību

$$\ln(u + \sqrt{1 + u^2}) = -\ln x + \ln c,$$

kuru potencējot iegūst atrisinājumu

$$\frac{y}{x} + \sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{C}{x},$$

t. i., $\sqrt{x^2 + y^2} = C - y$.

Kāpinot vienādības abas puses kvadrātā, dabū:

$$x^2 + y^2 = C^2 - 2Cy + y^2, \quad \text{no kurienes secinām, ka}$$

$$y = -\frac{1}{2C}x^2 + \frac{C}{2}.$$

Iegūtais vienādojums izteic parabolu saimi, kuru simetrijas asis sakrīt ar y asi.

Caur punktu $(0,1)$ ejošai parabolai $C=2$, un tās vienādojums ir $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$.

1.12.2.3. Pirmās kārtas lineārie vienādojumi

Par pirmās kārtas lineāru vienādojumu sauc vienādojumu, kas ir pirmās pakāpes attiecībā uz nezināmo funkciju un tās atvasinājumu.

Tam ir šāds veids:

$$y' + P(x)y = Q(x),$$

kur $P(x)$ un $Q(x)$ ir mainīgā x nepārtrauktas funkcijas vai konstantes.

Šāda vienādojuma atrisinājumu izteic divu funkciju $u(x)$ un $v(x)$ reizinājuma veidā: $y = u(x)v(x)$.

Vienu no šīm funkcijām izvēlas patvaļīgi, otru nosaka dotais vienādojums.

Diferencējot reizinājumu, dabū:

$$\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}.$$

Ievietojot $\frac{dy}{dx}$ izteiksmi dotā vienādojumā, dabū:

$$u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} + Puv = Q$$

jeb

$$u \frac{dv}{dx} + v \left(\frac{du}{dx} + Pu \right) = Q.$$

Funkciju u izvēlas tā, lai

$$\frac{du}{dx} + Pu = 0,$$

no kurienes dabū $u = e^{-\int P dx}$.

Iepriekšējais vienādojums tad pārveidojas šādi:

$$e^{-\int P dx} \frac{dv}{dx} = Q.$$

To atrisinot, dabū:

$$v = \int Q e^{\int P dx} dx + C$$

un

$$y = e^{-\int P dx} \left(\int Q e^{\int P dx} dx + C \right).$$

Piemērs. Uz ķermeni, kura masa ir m , darbojas spēks, kas proporcionāls laikam, kas pagājis no kustības sākuma momenta, kad kustības ātrums ir 0.

Ķermenis kustas vidē, kuras pretestība ir proporcionāla kustības ātrumam. Jānosaka kustības ātruma atkarība no laika.

Atrisinājums. Kopspēks $F = F_1 - F_2$,

kur $F = m \frac{dv}{dt}$, $F_1 = k_1 t$ un $F_2 = k_2 v$

(v ir kustības ātrums, t — laiks, k_1 un k_2 — proporcionalitātes koeficienti).

Ievērojot to, dabū kustības diferenciālvienādojumu

$$m \frac{dv}{dt} = k_1 t - k_2 v$$

jeb

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k_2}{m} v = \frac{k_1}{m} t.$$

Izvēloties sakarību $v = u z$, vienādojums pārveidojas šādi:

$$u \frac{dz}{dt} + z \left(\frac{du}{dt} + \frac{k_2}{m} u \right) = \frac{k_1}{m} t.$$

Funkciju u izvēlas tā, lai

$$\frac{du}{dt} + \frac{k_2}{m} u = 0,$$

no kurienes dabū: $u = e^{-\frac{k_2}{m} t}$.

Ievietojot vienādojumā, iegūst sakarību

$$e^{-\frac{k_2}{m} t} \frac{dz}{dt} = \frac{k_1}{m} t,$$

t. i., $dz = \frac{k_1}{m} t e^{\frac{k_2}{m} t} dt$,

no kurienes $z = \frac{k_1}{k_2} \left(t - \frac{m}{k_2} \right) e^{\frac{k_2}{m} t} + C$

un $v = \frac{k_1}{k_2} \left(t - \frac{m}{k_2} \right) + C e^{-\frac{k_2}{m} t}$.

Saskaņā ar sākuma nosacījumiem

$$\begin{cases} t=0 \\ v=0 \end{cases}, \quad C = \frac{k_1 m}{k_2^2}.$$

Tādēļ $v = \frac{k_1}{k_2} \left[t - \frac{m}{k_2} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{m} t} \right) \right]$.

1.12.3. EILERA METODE DIFERENCIĀLVĪENĀDOJUMU SKAITLISKAI INTEGRĒŠANAI

Dots vienādojums $y' = f(x, y)$. Jāatrod segmentā $[x_0, b]$ tuvināts atrisinājums, kas apmierina sākuma nosacījumu $y(x_0) = y_0$.

Sadalām segmentu $[x_0, b]$ ar punktiem $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ n vienādās daļās, kuru garumi ir h .

Ja h ir pietiekami mazs, tad intervālā x_0, x_1 var izmantot aptuvenu formulu $y - y_0 = y'_0(x - x_0)$, t. i., $y = y_0 + f(x_0, y_0)(x - x_0)$, kas ģeometriski nozīmē integrāllīknes aizstāšanu ar pieskari punktā (x_0, y_0) .

Liekot $x = x_1$, dabū:

$$y_1 = y_0 + f(x_0, y_0)h.$$

Līdzīgā veidā iegūstam:

$$y_2 = y_1 + f(x_1, y_1)h,$$

$$y_3 = y_2 + f(x_2, y_2)h \text{ utt.}$$

Vispār $y_{k+1} = y_k + f(x_k, y_k)h$.

1.12.4. GADIJUMI, KAD DIFERENCIĀLVĪENĀDOJUMA KĀRTU VAR PAZEMINĀT

1.12.4.1. $y^{(n)} = f(x)$

$$y^{(n)} = \frac{dy^{(n-1)}}{dx}, \text{ tādēļ } dy^{(n-1)} = f(x)dx.$$

Integrējot dabū: $y^{(n-1)} = \int f(x)dx + C_1$.

$$y^{(n-1)} = \frac{dy^{(n-2)}}{dx}, \text{ tātad } dy^{(n-2)} = \left[\int f(x)dx + C_1 \right] dx \text{ un}$$

$$y^{(n-2)} = \int \left[\int f(x)dx \right] dx + C_1x + C_2 \text{ utt.}$$

1.12.4.2. $F(x, y', y'') = 0, F(x, y'') = 0, F(y', y'') = 0$

Vienādojums nesatur atklātā veidā y . Šādu diferenciālvienādojumu kārtu var pazemināt, apzīmējot y' ar p , tad $y'' = \frac{dp}{dx}$.

1.12.4.3. $F(y, y', y'') = 0, F(y, y'') = 0, F(y', y'') = 0$

Vienādojums nesatur atklātā veidā x . Šādu diferenciālvienādojumu kārtu var pazemināt, apzīmējot y' ar p un ievērojot, ka

$$y'' = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy} p.$$

1.12.5. DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMU TUVINĀTA ATRISINĀSANA AR RINDU PALĪDZĪBU

Lietojot šo metodi, diferenciālvienādojuma atrisinājumu izteic pakāpju rindas veidā. Parasti izmanto Teilora rindu

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \dots$$

vai arī Maklorena rindu

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3 + \dots$$

Piemēri. 1) $y'' = xy' - y + 1$. Jāatrod aptuvenš atrisinājums, kas atbilst sākuma nosacījumiem $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

No dotā vienādojuma secinām, ka $y''(0) = 1$.

Diferencējot dabū:

$$\begin{aligned} y''' &= xy'', & y'''(0) &= 0, \\ y^{IV} &= y'' + xy''', & y^{IV}(0) &= 1, \\ y^V &= 2y''' + xy^{IV}, & y^V(0) &= 0, \\ y^{VI} &= 3y^{IV} + xy^V, & y^{VI}(0) &= 3 \text{ utt.} \end{aligned}$$

Lietojot Maklorena rindu, dabū:

$$\begin{aligned} y(x) &\approx \frac{1}{2!} x^2 + \frac{1}{4!} x^4 + \frac{3}{6!} x^6, \text{ t. i.,} \\ y(x) &\approx \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{24} x^4 + \frac{1}{240} x^6. \end{aligned}$$

2) $(2x+x^3)y'' - y' - 6xy = 0$. Jāatrod aptuvenš atrisinājums, kas atbilst sākuma nosacījumiem $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Diferencējot doto vienādojumu, dabū:

$$(2+3x^2)y'' + (2x+x^3)y''' - y' - 6y - 6xy' = 0.$$

Ievietojot $x=0$, $y=1$ un $y'=0$, iegūstam sakarību

$$2y'' - y'' - 6 = 0, \text{ no kurienes } y''(0) = 6.$$

Diferencējot vēlreiz, dabū:

$$6xy'' + 2(2+3x^2)y''' + (2x+x^3)y^{IV} - y''' - 12y' - 6xy'' = 0.$$

Ievietojot $x=0$, $y'=0$, $y''=6$, iegūstam sakarību $4y''' - y''' = 0$, t. i., $y'''(0) = 0$.

Pēc turpmākās diferencēšanas dabū:

$$6y'' + 18xy''' + 3(2+3x^2)y^{IV} + (2x+x^3)y^V - y^{IV} - 18y'' - 6xy''' = 0.$$

Liekot $x=0$, $y''=6$, $y'''=0$, iegūstam sakarību $36+6y^{IV} - y^{IV} - 108 = 0$, no

kurienes $y^{IV}(0) = \frac{72}{5}$.

Tātad $y(x) \approx 1 + \frac{6}{2!} x^2 + \frac{72}{5 \cdot 4!} x^4$, t. i.,

$$y(x) \approx 1 + 3x^2 + 0,6x^4.$$

1.12.6. HOMOĢĒNIE LINEĀRIE DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMI AR KONSTANTIEM KOEFICIENTIEM

Šāda vienādojuma vispārīgais veids ir:

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = 0, \text{ kur} \\ a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \text{ ir konstantes.}$$

Meklējot partikulāros atrisinājumus, kam būtu šāds veids: $y = e^{kx}$, kur k ir konstante, dabū $y' = k e^{kx}$, $y'' = k^2 e^{kx}$, ..., $y^{(n)} = k^n e^{kx}$.

Ievietojot dotajā vienādojumā, iegūstam sakarību

$$e^{kx} (k^n + a_1 k^{n-1} + a_2 k^{n-2} + \dots + a_{n-1} k + a_n) = 0,$$

tā kā $e^{kx} \neq 0$, tad

$$k^n + a_1 k^{n-1} + a_2 k^{n-2} + \dots + a_{n-1} k + a_n = 0.$$

Šo vienādojumu sauc par dotā diferenciālvienādojuma *raksturīgo vienādojumu*. Raksturīgā vienādojuma saknēm atbilst diferenciālvienādojuma partikulārie atrisinājumi.

Ņemsim otrās kārtas homogēnu lineāru vienādojumu $y'' + py' + qy = 0$, kur p un q ir konstantes. Tā raksturīgais vienādojums ir:

$$k^2 + pk + q = 0, \text{ no kurienes } k_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

Iespējami trīs gadījumi: $\frac{p^2}{4} - q > 0$, $\frac{p^2}{4} - q = 0$ un $\frac{p^2}{4} - q < 0$.

$$1) \frac{p^2}{4} - q > 0.$$

Tas nozīmē, ka raksturīgā vienādojuma saknes k_1 un k_2 ir reālas un dažādas.

Partikulārie atrisinājumi $y_1 = e^{k_1 x}$ un $y_2 = e^{k_2 x}$ ir lineāri neatkarīgi, jo

$$\frac{y_2}{y_1} = e^{(k_2 - k_1)x} \neq \text{const.}$$

Tādēļ diferenciālvienādojuma vispārīgais atrisinājums:

$$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}.$$

Piemērs. $4y'' - 3y' - y = 0$.

$$4k^2 - 3k - 1 = 0, \quad k_1 = 1, \quad k_2 = -\frac{1}{4},$$

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-\frac{x}{4}}.$$

$$2) \frac{p^2}{4} - q = 0.$$

Raksturīgā vienādojuma saknes ir reālas un vienādas ($k_2 = k_1$).

Lineāri neatkarīgie partikulārie atrisinājumi ir $y_1 = e^{k_1 x}$ un $y_2 = x e^{k_1 x}$.

Tātad vispārīgais atrisinājums:

$$y = (C_1 + C_2 x) e^{k_1 x}.$$

Piemērs. $4y'' - 12y' + 9y = 0$.

$$4k^2 - 12k + 9 = 0, \quad k_1 = k_2 = \frac{3}{2},$$

$$y = (C_1 + C_2 x) e^{\frac{3}{2}x}.$$

3) $\frac{p^2}{4} - q < 0$.

Raksturīgā vienādojuma saknes ir savstarpēji saistīti kompleksi skaitļi: $k_1 = a + bi$ un $k_2 = a - bi$, kur $a = -\frac{p}{2}$ un $b = \sqrt{q - \frac{p^2}{4}}$.

Partikulārie atrisinājumi:

$$y_1 = e^{(a+ib)x} = e^{ax} e^{ibx} = e^{ax} (\cos bx + i \sin bx),$$

$$y_2 = e^{(a-ib)x} = e^{ax} e^{-ibx} = e^{ax} (\cos bx - i \sin bx).$$

Izvēloties par partikulāriem atrisinājumiem funkcijas $\tilde{y}_1 = e^{ax} \cos bx$ un $\tilde{y}_2 = e^{ax} \sin bx$, kas ir lineāri neatkarīgas, jo $\frac{\tilde{y}_2}{\tilde{y}_1} = \tan bx \neq \text{const}$, vispārīgo atrisinājumu var uzrakstīt šādi:

$$y = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx).$$

Piemērs. $y'' - 6y' + 13y = 0$.

$$k^2 - 6k + 13 = 0, \quad k_1 = 3 + 2i, \quad k_2 = 3 - 2i,$$

$$y = e^{3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x).$$

Piezīme. n -tās kārtas lineāra homogēna diferenciālvienādojuma raksturīgā vienādojuma reālai saknei k atbilst partikulārais atrisinājums e^{kx} ; r -kārtšai reālai saknei k atbilst lineāri neatkarīgi partikulāri atrisinājumi $e^{kx}, x e^{kx}, \dots, x^{r-1} e^{kx}$; katram komplekso sakņu pārim $a \pm bi$ atbilst partikulārie atrisinājumi $e^{ax} \cos bx$ un $e^{ax} \sin bx$; r -kārtīgam komplekso sakņu pārim $a \pm bi$ atbilst partikulārie atrisinājumi $e^{ax} \cos bx, x e^{ax} \cos bx, \dots, x^{r-1} e^{ax} \cos bx, e^{ax} \sin bx, x e^{ax} \sin bx, \dots, x^{r-1} e^{ax} \sin bx$.

1.12.7. NEHOMOĢĒNIE LINEĀRIE DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMI AR KONSTANTIEM KOEFICIENTIEM

Šāda vienādojuma vispārīgais veids ir:

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = f(x),$$

kur $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ ir konstantes.

Tā vispārīgais atrisinājums ir vienāds ar atbilstošā homogēnā vienādojuma vispārīgā atrisinājuma un nehomogēnā vienādojuma partikulārā atrisinājuma summu.

Partikulāro atrisinājumu y dažreiz var atrast ar t. s. nenoteikto koeficientu metodi.

1.12.7.1. Pieņemsim, ka $f(x) = P(x)e^{ax}$, kur $P(x)$ ir polinoms. Tad $y^* = x^r Q(x)e^{ax}$, kur r norāda raksturīgā vienādojuma saknes a kārtu. Ja a nav raksturīgā vienādojuma sakne, tad $r=0$.

$Q(x)$ ir tādas pašas pakāpes polinoms kā $P(x)$.

Piemēri. 1) $3y'' + 4y' + y = x^2 e^x$.

$$3k^2 + 4k + 1 = 0, \quad k_1 = -\frac{1}{3}, \quad k_2 = -1.$$

$$y = C_1 e^{-\frac{x}{3}} + C_2 e^{-x} + y^*$$

$$y^* = (A_0 x^2 + A_1 x + A_2) e^x,$$

$$y'^* = (2A_0 x + A_1 + A_0 x^2 + A_1 x + A_2) e^x,$$

$$y''^* = (2A_0 + 4A_0 x + 2A_1 + A_0 x^2 + A_1 x + A_2) e^x.$$

Ievietojot šīs izteiksmes dotajā vienādojumā, iegūstam identitāti

$$[8A_0 x^2 + (20A_0 + 8A_1)x + 6A_0 + 10A_1 + 8A_2] e^x \equiv x^2 e^x.$$

Vienādojot identitātes abās pusēs koeficientus pie x^2 un ievērojot, ka labajā pusē locekļu ar x un brīvo locekļu nav, dabū:

$$\begin{cases} 8A_0 = 1 & A_0 = \frac{1}{8}, \\ 20A_0 + 8A_1 = 0 & A_1 = -\frac{5}{2}A_0 = -\frac{5}{16}, \\ 6A_0 + 10A_1 + 8A_2 = 0, & A_2 = -\frac{1}{4}(3A_0 + 5A_1) = \frac{19}{64}. \end{cases}$$

Tātad $y^* = \left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{5}{16}x + \frac{15}{64}\right)e^x$ un vienādojuma vispārīgais atrisinājums:

$$y = C_1 e^{-\frac{x}{3}} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{8}\left(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{19}{8}\right)e^x.$$

2) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$.

$$k^2 - 4k + 4 = 0, \quad k_1 = k_2 = 2.$$

$$y^* = (C_1 + C_2 x)e^{2x} + y.$$

$$y^* = Ax^2 e^{2x}, \text{ jo skaitlis 2 ir raksturīgā vienādojuma divkāršā sakne.}$$

$$y'^* = 2A(x + x^2)e^{2x},$$

$$y''^* = 2A(1 + 4x + 2x^2)e^{2x}.$$

Ievietojot šīs izteiksmes dotajā vienādojumā, iegūstam identitāti

$$2Ae^{2x} \equiv e^{2x},$$

no kurienes $2A=1$ un $A=\frac{1}{2}$.

$$y^* = \frac{1}{2} x^2 e^{2x}.$$

Vienādojuma vispārīgais atrisinājums:

$$y = (C_1 + C_2 x) e^{2x} + \frac{1}{2} x^2 e^{2x}.$$

1.12.7.2. Pieņemsim, ka $f(x) = e^{ax} [P(x) \cos bx + Q(x) \sin bx]$, kur $P(x)$ un $Q(x)$ ir polinomi. Tad $y = x^r e^{ax} [U(x) \cos bx + V(x) \sin bx]$, kur $U(x)$ un $V(x)$ ir tādas pašas pakāpes polinomi kā $P(x)$ un $Q(x)$, bet r norāda raksturīgā vienādojuma sakņu pāra $a \pm bi$ kārtu. Ja $a \pm bi$ nav raksturīgā vienādojuma saknes, tad $r=0$.

Piemēri. 1) $y'' + 2y' + 5y = 2 \cos x$.

$$k^2 + 2k + 5 = 0, \quad k_{1,2} = -1 \pm 2i.$$

$$y = e^{-x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + y^*.$$

$$y^* = A \cos x + B \sin x,$$

$$y'^* = -A \sin x + B \cos x,$$

$$y''^* = -A \cos x - B \sin x.$$

Ievietojot šīs izteiksmes dotajā vienādojumā, iegūstam identitāti

$$(4A + 2B) \cos x + (-2A + 4B) \sin x \equiv 2 \cos x.$$

Vienādojot koeficientus pie $\cos x$ un $\sin x$, dabū:

$$\begin{cases} 4A + 2B = 2 \\ -2A + 4B = 0, \quad A = \frac{2}{5}, \quad B = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

$$y^* = \frac{2}{5} \cos x + \frac{1}{5} \sin x.$$

Vienādojuma vispārīgais atrisinājums:

$$y = e^{-x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + \frac{1}{5} (2 \cos x + \sin x).$$

2) $y'' + 4y = \cos 2x$.

$$k^2 + 4 = 0, \quad k_{1,2} = \pm 2i.$$

$$y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + y^*.$$

$$y^* = x(A \cos 2x + B \sin 2x),$$

$$y'^* = (A + 2Bx) \cos 2x + (-2Ax + B) \sin 2x,$$

$$y''^* = (-4Ax + 4B) \cos 2x + (-4A - 4Bx) \sin 2x.$$

Ievietojot šīs izteiksmes dotajā vienādojumā, iegūstam identitāti

$$4B \cos 2x - 4A \sin 2x \equiv \cos 2x.$$

Vienādojot koeficientus pie $\cos 2x$ un $\sin 2x$, dabū:

$$\begin{cases} 4B=1 \\ -4A=0, \quad B=\frac{1}{4}, \quad A=0. \end{cases}$$

$$* \quad \bar{y} = \frac{1}{4}x \sin 2x.$$

Vienādojuma vispārīgais atrisinājums:

$$y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{1}{4}x \sin 2x.$$

1.12.8. LAGRANŽA KONSTANTU VARIĀCIJAS METODE

Pieņemsim, ka dots otrās kārtas lineārs nehomogēns vienādojums

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x),$$

kur a_1 un a_2 ir mainīgā x funkcijas vai konstantes; zināmi arī atbilstošā homogēnā vienādojuma divi lineāri neatkarīgi partikulāri atrisinājumi \bar{y}_1 un \bar{y}_2 .

Tad dotā nehomogēnā vienādojuma atrisinājumu var izteikt šādi:

$$y = C_1(x) \bar{y}_1 + C_2(x) \bar{y}_2,$$

kur funkcijām $C_1(x)$ un $C_2(x)$ jāizpilda nosacījumi

$$\begin{cases} C'_1 \bar{y}_1 + C'_2 \bar{y}_2 = 0 \\ C'_1 \bar{y}'_1 + C'_2 \bar{y}'_2 = f(x). \end{cases}$$

Piemērs. $y'' - 2y' + y = x^{-2}e^x$.

$$k^2 - 2k + 1 = 0, \quad k_1 = k_2 = 1.$$

$$\bar{y}_1 = e^x, \quad \bar{y}_2 = xe^x.$$

Dotā nehomogēnā vienādojuma atrisinājums: $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$, kur funkcijām C_1 un C_2 jāapmierina nosacījumi

$$\begin{cases} C'_1 e^x + C'_2 x e^x = 0 \\ C'_1 e^x + C'_2 (1+x) e^x = x^{-2} e^x, \end{cases}$$

$$\text{t. i.,} \quad \begin{cases} C'_1 + C'_2 x = 0 \\ C'_1 + C'_2 (1+x) = x^{-2}. \end{cases}$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, dabū: $C'_1 = -\frac{1}{x}$ un $C'_2 = \frac{1}{x^2}$.

Integrējot iegūstam:

$$C_1 = -\int \frac{dx}{x} = -\ln x + \bar{C}_1,$$

$$C_2 = \int x^{-2} dx = -\frac{1}{x} + \bar{C}_2.$$

Vispārīgais atrisinājums

$$y = (-\ln x + \bar{C}_1)e^x + \left(-\frac{1}{x} + \bar{C}_2\right)xe^x$$

jeb

$$y = (\bar{C}_1 - 1 + \bar{C}_2x)e^x - e^x \ln x.$$

1.12.9. EILERA VIENĀDOJUMS

Par Eilera vienādojumu sauc vienādojumu

$$x^n y^{(n)} + a_n x^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x y' + a_n y = f(x),$$

kur $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ ir konstantes.

Ar substitūciju $x = e^t$ ($t = \ln x$, ja $x > 0$) to pārveido lineārā vienādojumā ar konstantiem koeficientiem.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{1}{x} = \frac{dy}{dt} e^{-t},$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} e^{-t} \right) \frac{dt}{dx} = \left(\frac{d^2y}{dt^2} e^{-t} - \frac{dy}{dt} e^{-t} \right) e^{-t} = \left(\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \right) e^{-2t} \text{ utt.}$$

Piemērs. $x^2 y'' + x y' - y = x^3$.

Atrisinājums. $x = e^t$, $t = \ln x$, $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{x} = e^{-t}$.

$$y' = e^{-t} \frac{dy}{dt}, \quad y'' = e^{-2t} \left(\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \right).$$

Pārveidotais vienādojums ir:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - y = e^{3t}.$$

$$k^2 - 1 = 0, \quad k_{1,2} = \pm 1.$$

Vispārīgais atrisinājums:

$$y = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + y^*,$$

kur partikulārais atrisinājums:

$$y^* = A e^{3t}.$$

$$y' = 3A e^{3t}, \quad y'' = 9A e^{3t}.$$

Ievietojot šīs izteiksmes pārveidotā vienādojumā, iegūstam identitāti

$$8A e^{3t} \equiv e^{3t},$$

no kurienes $A = \frac{1}{8}$.

Partikulārais atrisinājums $y^* = \frac{1}{8} e^{3t}$ un vispārīgais atrisinājums:

$$y = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + \frac{1}{8} e^{3t}$$

jeb

$$y = C_1 x + \frac{C_2}{x} + \frac{1}{8} x^3.$$

1.13. VARBŪTĪBAS TEORIJA UN MATEMĀTISKĀ STATISTIKA

1.13.1. VARBŪTĪBAS TEORIJAS ELEMENTI

1.13.1.1. Pamatjēdzieni

Noteiktu nosacījumu (apstākļu) kompleksa radišanu sauc par izmēģinājumu. Izmēģinājuma rezultāts ir notikums.

Divus vai vairākus notikumus sauc par nesavienojamiem, ja tie izslēdz viens otru; par vienīgi iespējamiem, ja katrā izmēģinājumā viens no šiem notikumiem neizbēgami notiek; par vienādi iespējamiem, ja ir pamats uzskatīt, ka viens notikums nav vairāk iespējams par otru.

Par notikuma relatīvo biežumu sauc attiecību $W(A) = \frac{M}{N}$, kur N ir izmēģinājumu skaits, bet M — notikuma iestāšanās gadījumu skaits, ja visos izmēģinājumos realizēti vienādi nosacījumi.

Piemērs. Tehniskās kontroles nodaļa ir konstatējusi, ka starp 80 brīvi izvēlētām detaļām ir 3 nestandarta detaļas.

Nestandarta detaļas parādīšanās relatīvais biežums $W(A) = \frac{3}{80} \approx 0,04$. Tas nozīmē, ka nestandarta detaļu skaits sastāda apmēram 4% no kopīgā detaļu skaita.

Par kāda notikuma A varbūtību $P(A)$ sauc notikumam A labvēlīgo gadījumu skaita m attiecību pret visu gadījumu kopskaitu n :

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

pieņemot, ka gadījumi ir nesavienojami, vienīgi iespējami un vienādi iespējami.

Notikuma relatīvais biežums svārstās ap skaitli, kas izsaka notikuma varbūtību. Kāda notikuma A relatīvo biežumu, ja N ir liels, var uzskatīt par notikuma A varbūtības aptuveno vērtību.

1.13.1.2. Varbūtību saskaitīšana

Ja A un B ir nesavienojami notikumi, tad notikuma « A vai B » varbūtība vienāda ar atsevišķo notikumu A un B varbūtību summu.

$$P(A \text{ vai } B) = P(A) + P(B).$$

Šī varbūtību saskaitīšanas teorēma ir pareiza jebkuram galīgam nesavienojamu notikumu skaitam.

Divus notikumus A un \bar{A} (ne A) sauc par pretējiem, ja tie ir vienīgi iespējami un nesavienojami.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Par vairākiem notikumiem saka, ka tie veido notikumu pilnu sistēmu, ja tie ir vienīgi iespējami un nesavienojami. Šo notikumu varbūtību summa vienāda ar vienu.

Piemērs. Statistika rāda, ka kādā remonta darbnīcā virpas apstādināšanas 20 gadījumos 10 gadījumos par cēloni ir griežņa apmaiņa, 3 gadījumos — piezīņas bojājumi un 2 gadījumos — sagataves savlaicīga nepadeve.

Varbūtība, ka virpa tiks apstādināta citu iemeslu dēļ:

$$P(A) = 1 - \frac{10}{20} - \frac{3}{20} - \frac{2}{20} = \frac{5}{20} = 0,25.$$

1.13.1.3. Varbūtību reizināšana

Par notikumu savietojumu sauc tādu jaunu notikumu, kurš iestājas tad, ja iestājas visi minētie notikumi (vienlaicīgi vai arī dažādos laikos).

Notikumus sauc par savstarpēji neatkarīgiem, ja katra notikuma varbūtība nav atkarīga no tā, vai pārējie notikumi notiek vai ne.

Divu neatkarīgu notikumu A un B savietojuma varbūtība ir vienāda ar notikumu A un B varbūtību reizinājumu.

$$P(A \text{ un } B) = P(A) \cdot P(B).$$

Šo varbūtību reizināšanas teorēmu var vispārināt jebkurai galīgai skaita savstarpēji neatkarīgu notikumu savietojumam.

Varbūtību, ka notiks vismaz viens no savstarpēji neatkarīgiem notikumiem A_1, A_2, \dots, A_n , atrod, atņemot no skaitļa viens pretējo notikumu $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$ varbūtību reizinājumu.

Piemērs. Strādnieks apkalpo trīs darbgaldus, kuri strādā neatkarīgi cits no cita. Varbūtība, ka stundas laikā nevajadzēs strādnieka palīdzību, pirmajam darbgaldam ir 0,9, otrajam — 0,8 un trešajam — 0,7.

Varbūtība, ka stundas laikā vismaz vienam darbgaldam nevajadzēs strādnieka palīdzību

$$P(A) = 1 - (1 - 0,9)(1 - 0,8)(1 - 0,7) = 1 - 0,006 = 0,994.$$

Par notikuma B nosacīto varbūtību sauc notikuma B varbūtību, kas aprēķināta ar nosacījumu, ka notikums A noticis.

Ja notikums B atkarīgs no notikuma A , tad notikumu A un B savietojuma varbūtība vienāda ar notikuma A varbūtību, reizinātu ar notikuma B nosacīto varbūtību.

$$P(A \text{ un } B) = P(A) \cdot P_A(B).$$

Piemērs. Kādā uzņēmumā 96% izstrādājumu tiek atzīti par derīgiem un no katriem 100 derīgajiem izstrādājumiem 75 ir pirmās šķiras.

Varbūtība, ka šajā uzņēmumā izgatavotais izstrādājums būs pirmās šķiras,

$$P(A \text{ un } B) = 0,96 \cdot 0,75 = 0,72.$$

1.13.2. SADALIJUMA FUNKCIJAS

1.13.2.1. Pamatjēdzieni

Par diskrētu gadījuma lielumu sauc mainīgu lielumu, kura skaitliskās vērtības ir atkarīgas no gadījuma, pie tam tās var samurēt un katrai vērtībai ir noteikta varbūtība.

Likumu, ar kura palīdzību var noteikt gadījuma lieluma iespējamo skaitlisko vērtību varbūtības, sauc par tā varbūtību sadalījuma likumu jeb vienkārši sadalījumu.

Gadījuma lielumu apzīmēsim ar X , tā iespējamās skaitliskās vērtības, sakārtotas augošā kārtībā, ar x_1, x_2, \dots, x_k un tām atbilstošās varbūtības — ar p_1, p_2, \dots, p_k .

Par diskrēta gadījuma lieluma X vidējo vērtību $M(X)$ sauc tā iespējamo vērtību un atbilstošo varbūtību reizinājumu summu.

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_k p_k = \sum_{i=1}^k x_i p_i.$$

Piemērs.

x_i	-1,3	-0,4	0,1	0,4	1,1	1,2
p_i	0,15	0,10	0,20	0,15	0,25	0,15

$$M(X) = -1,3 \cdot 0,15 - 0,4 \cdot 0,10 + 0,1 \cdot 0,20 + 0,4 \cdot 0,15 + 1,1 \cdot 0,25 + 1,2 \cdot 0,15 = 0,300.$$

Gadījuma lieluma X vērtību izkliedi ap šī lieluma vidējo vērtību $a = M(X)$ raksturo gadījuma lieluma dispersija $\sigma^2 = \sigma^2(X)$ un standartnovirze $\sigma = \sigma(X)$.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k (x_i - a)^2 p_i.$$

Iepriekšējā piemērā:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (-1,3 - 0,3)^2 \cdot 0,15 + (-0,4 - 0,3)^2 \cdot 0,10 + (0,1 - 0,3)^2 \cdot 0,20 + \\ &+ (0,4 - 0,3)^2 \cdot 0,15 + (1,1 - 0,3)^2 \cdot 0,25 + (1,2 - 0,3)^2 \cdot 0,15 \approx 0,724. \\ \sigma &\approx \sqrt{0,724} \approx 0,85. \end{aligned}$$

1.13.2.2. Binomiālais sadalījums

Ja tiek izdarīti n neatkarīgi izmēģinājumi un notikuma A iestāšanās varbūtība katrā no tiem ir p , tad varbūtība, ka notikums A iestāsies m reizes:

$$P_{m,n} = C_n^m p^m (1-p)^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}, \text{ kur } q = 1 - p.$$

Šo formulu sauc par Bernulli formulu.

Piemērs. Varbūtība, ka elektroenerģijas patēriņš diennaktī nepārsniedz normu, ir $p=0,75$.

Varbūtība, ka tuvākās 6 diennaktis enerģijas patēriņš 4 diennakšu laikā nepārsniedz normu:

$$P_{4,6} = C_6^4 (0,75)^4 \cdot (0,25)^2 \approx 0,30.$$

Diskrētā gadījuma visvarbūtīgākā vērtība (moda) m_0 apmierina šādas nevienādības:

$$np - q \leq m_0 \leq np + p.$$

Iepriekšējā piemērā

$$6 \cdot 0,75 - 0,25 \leq m_0 \leq 6 \cdot 0,75 + 0,75, \text{ t. i.,} \\ 4,25 \leq m_0 \leq 5,25.$$

Tātad $m_0 \approx 5$.

Gadījuma lielumam X , kuram ir varbūtību binomiālais sadalījums, vidējā vērtība $M(X) = a = np$, dispersija $\sigma^2 = npq$ un standartnovirze $\sigma = \sqrt{npq}$.

Lieliem m un n var lietot aptuveno formulu

$$P_{m,n} \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}},$$

$$\text{kur } \sigma = \sqrt{np(1-p)} \quad \text{un} \quad x \approx \frac{m - np}{\sigma} = \frac{m - np}{\sqrt{np(1-p)}},$$

$$\text{jeb } P_{m,n} \approx \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} \varphi(x), \quad \text{kur } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Funkcijas $\varphi(x)$ vērtības atrodamas 1.10. tabulā.

Piemērs. Notikuma A iestāšanās varbūtība katrā no 400 izmēģinājumiem ir $p=0,2$.

Varbūtība, ka notikums A iestāsies 80 reizes, ir

$$P_{80,400} \approx \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \varphi(x) = \frac{1}{8} \varphi(x), \\ x \approx \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{8} = 0.$$

No 1.10. tabulas dabū: $\varphi(0) \approx 0,3989$.

Tādēļ $P_{80,400} \approx \frac{1}{8} \cdot 0,3989 \approx 0,0499$.

1.13.2.3. Normālais jeb Gausa sadalījums

Ja gadījuma lieluma varbūtību sadalījums dots ar funkciju

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

tad saka, ka gadījuma lielumam ir varbūtību normālais sadalījums (σ ir gadījuma lieluma standartnovirze, a — tā vidējā vērtība).

Ja gadījuma lielums X uzskatāms par ļoti liela skaita savstarpēji neatkarīgu gadījuma lielumu summu un katra atsevišķa lieluma ietekme uz visu summu ir ļoti maza, tad gadījuma lielumam X ir varbūtību sadalījums, kas aptuveni vienāds ar normālo.

Varbūtība, ka gadījuma lielums X iegūst vērtību intervālā (x_1, x_2) :

$$P\{x_1 < X < x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$\text{jeb } P\{x_1 < X < x_2\} = \frac{1}{2} [\Phi(t_2) - \Phi(t_1)],$$

$$\text{kur } \Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad t_1 = \frac{x_1 - a}{\sigma} \quad \text{un} \quad t_2 = \frac{x_2 - a}{\sigma}.$$

Funkciju $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ sauc par varbūtības integrāli jeb Laplasa funkciju, un tās vērtības atrodamas 1.11. tabulā.

Jāievēro, ka $\Phi(-x) = -\Phi(x)$.

Piemēri.

1) Kādā rūpnīcā 75% izstrādājumu ir pirmās šķiras. Aprēķināt visvarbūtīgāko pirmās šķiras izstrādājumu skaitu starp brīvi izvēlētiem 200000 izstrādājumiem.

$$m \approx np + x\sqrt{np(1-p)};$$

$$p = \frac{3}{4}, \quad n = 200000.$$

Pieņemot, ka $\Phi(x) \approx 0,99994$ (pilnīgi drošs notikums), no atbilstošās tabulas dabū, ka $x=4$.

$$\text{Tādēļ } m \approx 200000 \cdot \frac{3}{4} + 4\sqrt{200000 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}} \approx 150800.$$

2) Kāda notikuma iestāšanās varbūtība $p = \frac{2}{3}$. Noteikt varbūtību, ka 20 izmēģinājumos notikums iestāsies ne mazāk kā 6 reizes un ne vairāk kā 16 reizes. Meklētā varbūtība

$$P\{x_1 < X < x_2\} = \frac{1}{2} [|\Phi(x_2)| + |\Phi(x_1)|], \text{ kur}$$

$$x_1 \approx \frac{m_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}}, \quad \text{un} \quad x_2 \approx \frac{m_2 - np}{\sqrt{np(1-p)}}.$$

$$n = 20, \quad p = \frac{2}{3}, \quad m_1 = 6, \quad m_2 = 16.$$

$$x_1 \approx \frac{6 - \frac{40}{3}}{\sqrt{20 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}} \approx -3,48; \quad x_2 \approx \frac{16 - \frac{40}{3}}{\sqrt{20 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}} \approx 1,26.$$

$$\Phi(1,26) \approx 0,7923, \quad \Phi(-3,48) = -\Phi(3,48) \approx -0,9995.$$

$$P\{6 < X < 16\} \approx \frac{1}{2} [|\Phi(1,26)| - |\Phi(-3,48)|] \approx \frac{1}{2} (0,7923 + 0,9995) \approx 0,896.$$

3) Kāda notikuma iestāšanās varbūtība $p=0,40$. Cik izmēģinājumu jāizdara, lai ar varbūtību, kas vienāda ar 0,97, varētu sagaidīt, ka notikuma relatīvais biežums novirzīsies no tā varbūtības ne vairāk kā par 0,02?

$$m \approx np + x\sqrt{np(1-p)}.$$

$$\frac{m}{n} - p \approx x\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.$$

$$\Phi(x) = 0,97; \quad x \approx 2,2 \text{ (no tabulas).}$$

$$p = 0,40; \quad \frac{m}{n} - p = 0,02.$$

$$0,02 \approx 2,2\sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{n}}, \quad n \approx 2904.$$

1.13.3. KĻŪDU TEORIJA MATEMĀTISKĀ NOVĒROJUMU APSTRĀDĒ

Ja kāda lieluma A noteikšanai tiešu mērījumu ceļā iegūtas n vērtības a_1, a_2, \dots, a_n ar vienādu precizitāti un ja kļūdas pakļaujas normālajam sadalījuma likumam, tad visvarbūtīgākā lieluma A vērtība ir novēroto vērtību aritmētiskais vidusskaitlis.

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i.$$

$$\text{Vidējā kļūda } \eta = \frac{\sum_{i=1}^n |\varepsilon_i|}{\sqrt{n(n-1)}}, \text{ kur } \varepsilon_i = a_i - a.$$

Ja atsevišķas lieluma A vērtības iegūtas ar dažādu precizitāti, ko raksturo vidējās kvadrātiskās kļūdas $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, tad lieluma A visvarbūtīgākā vērtība

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i a_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i},$$

kur $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ir skaitļi, kas apgriezti proporcionāli vidējo kvadrātisko kļūdu kvadrātiem.

Atsevišķas lieluma A vērtības a_i vidējā kvadrātiskā kļūda

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \varepsilon_i^2}{(n-1)\omega_i}}.$$

Piemērs. Doti kāda lieluma mērījumu rezultāti 253 ± 2 , 250 ± 1 , 254 ± 3 , 252 ± 4 . Aprēķināt izlīdzināto vērtību un tās vidējo kvadrātisko kļūdu.

i	a_i	ε_i	ε_i^2	$\omega_i = \frac{1}{\varepsilon_i^2}$	$\omega_i a_i$
1	253	2	4	0,250	63,3
2	250	1	1	1,000	250,0
3	254	3	9	0,111	28,2
4	252	4	16	0,063	15,7
				1,424	357,2

$$a = \frac{\sum_{i=1}^4 \omega_i a_i}{\sum_{i=1}^4 \omega_i} = \frac{357,2}{1,424} \approx 250,9;$$

$$\sum_{i=1}^4 \omega_i : \omega_2 = \frac{1}{\varepsilon^2} : \frac{1}{\varepsilon_2^2},$$

$$1,424 : 1 = \frac{1}{\varepsilon^2} : \frac{1}{1^2},$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{1,424}} \approx 0,9.$$

Tātad izlīdzinātais rezultāts:

$$a \approx 250,9 \pm 0,9.$$

1.13.4. MAZĀKO KVADRĀTU METODE

Pieņemsim, ka divu lielumu y un x sakarības noteikšanai izdarīti n novērojumi un rezultāti sakārtoti tabulā:

x	x_1	x_2	...	x_n
y	y_1	y_2	...	y_n

1.13.4.1. Pieņemsim, ka sakarību starp x un y var izteikt aptuveni ar formulu $y = ax + b$. Jāaprēķina koeficienti a un b .

Kļūdu vienādojumi ir

$$\begin{cases} ax_1 + b - y_1 = \varepsilon_1 \\ ax_2 + b - y_2 = \varepsilon_2 \\ \dots \\ ax_n + b - y_n = \varepsilon_n. \end{cases}$$

Šo kļūdu kvadrātu summa

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2.$$

Kļūdu kvadrātu summai ir minimums, ja

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial a} = 0 \text{ un } \frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial b} = 0.$$

Diferencējot dabū:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n 2(ax_i + b - y_i)x_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(ax_i + b - y_i) = 0. \end{cases}$$

Šos vienādojumus ar nezināmiem a un b var uzrakstīt arī šādā veidā:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i x_i = 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i + nb - \sum_{i=1}^n y_i = 0. \end{cases}$$

Summu vietā ņemot atbilstošos skaitļus, dabū divu lineāru vienādojumu sistēmu, kuru atrisinot iegūst a un b vērtības.

1.13.4.2. Pieņemsim, ka sakarību starp y un x var izteikt aptuveni ar formulu $y = ax^2 + bx + c$. Jāaprēķina koeficienti a un b .

Kļūdu vienādojumi ir

$$\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c - y_1 = \varepsilon_1 \\ ax_2^2 + bx_2 + c - y_2 = \varepsilon_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ ax_n^2 + bx_n + c - y_n = \varepsilon_n. \end{cases}$$

Šo kļūdu kvadrātu summa

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (ax_i^2 + bx_i + c - y_i)^2.$$

Kļūdu kvadrātu summai ir minimums, ja

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial b} = 0 \text{ un } \frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial c} = 0.$$

Diferencējot dabū:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n 2(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)x_i^2 = 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)x_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n 2(ax_i^2 + bx_i + c - y_i) = 0. \end{cases}$$

Šos vienādojumus ar nezināmiem a , b , c var uzrakstīt arī šādā veidā:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i x_i^2 = 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i x_i = 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + nc - \sum_{i=1}^n y_i = 0. \end{cases}$$

Summu vietā ņemot atbilstošos skaitļus, dabū trīs lineāru vienādojumu sistēmu, kuru atrisinot iegūst a , b un c vērtības.

1.13.5. MATEMĀTISKĀS STATISTIĶAS ELEMENTI

1.13.5.1. Pamatjēdzieni

Visu pētāmo kvalitatīvi vienveidīgo priekšmetu kopu sauc par universu.

Novērojumiem pakļauto priekšmetu kopu sauc par izlasi. Lai pēc izlases datiem spriestu par universu, izlasei jābūt reprezentatīvai. Novērošanai izvēlas pētāmajam jautājumam tipiskās pazīmes. Šādas pazīmes sauc par variējošiem lielumiem.

Variējošā lieluma skaitliskās vērtības sauc par variantēm. Variējošu lielumu sauc par diskrētu, ja tā atsevišķās vērtības var sanumurēt. Variējošu lielumu sauc par nepārtrauktu, ja tas var pieņemt jebkuru skaitlisku vērtību kādā intervālā.

Par variantes biežumu sauc skaitli, kas rāda, cik gadījumos novērota attiecīgā variānte. Par variantes relatīvo biežumu sauc variantes biežuma attiecību pret visu novērojumu skaitu:

$$\omega_i = \frac{m_i}{n}.$$

Par variāciju rindu sauc augošā (vai dilstošā) kārtībā sakārtotu variantu virkni ar dotiem attiecīgo variantu biežumiem vai relatīvajiem biežumiem.

Par variāciju amplitūdu sauc starpību starp vislielāko varianti x_{max} un vismazāko varianti x_{min} . To apzīmē ar R .

$$R = x_{max} - x_{min}.$$

Ja skaitļus grupē klasēs, tad atrod variāciju amplitūdu un nosaka vēlamo klašu skaitu k .

Klases intervāla lielums

$$c \approx \frac{R}{k}.$$

Par klases centrālo varianti sauc skaitli, ko nosaka, pieskaitot klases sākuma skaitlim pusi no klases intervāla lieluma.

Par variantu x_1, x_2, \dots, x_k svērto vidējo aritmētisko sauc skaitli

$$M = x_1\omega_1 + x_2\omega_2 + \dots + x_k\omega_k,$$

kur $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ ir atbilstošo variantu x_1, x_2, \dots, x_k relatīvie biežumi.

$$M = \frac{\sum_{i=1}^k x_i m_i}{\sum_{i=1}^k m_i},$$

kur m_i ir atbilstošo variantu biežumi.

Par *modu* M_0 sauc varianti ar vislielāko biežumu.

Variante M_e ir variāciju rindas *mediāna*, ja to variantu biežumu summa, kuras lielākas par M_e , ir vienāda ar to variantu biežumu summu, kuras mazākas par M_e .

Variāciju *dispersija*

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - M)^2 m_i}{n}.$$

un standartnovirze

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - M)^2 m_i}{n}}.$$

Variāciju koeficients

$$V\% = \frac{\sigma}{M} 100\%.$$

1.13.5.2. Jēdziens par korelāciju

Ja ar viena lieluma vērtības maiņu mainās otra lieluma atbilstošo variāciju rindu vidējie aritmētiskie lielumi, tad saka, ka starp variējošiem lielumiem pastāv korelācija.

Korelāciju sauc par lineāru, ja viena lieluma vienādām izmaiņām atbilst caurmērā vienādas otra lieluma izmaiņas.

Korelāciju sauc par pozitīvu, ja, vienu lielumu palielinot, otrs lielums vispārīgi palielinās.

Korelāciju sauc par negatīvu, ja, vienu lielumu palielinot, otrs lielums vispārīgi pamazinās.

Ja starp lielumiem X un Y pastāv lineāra korelācija, tad korelācijas koeficients

$$r = \frac{\sum (x_i - M_x)(y_j - M_y)m_{ij}}{n\sigma_x\sigma_y},$$

kur M_x , M_y , σ_x , σ_y ir attiecīgi lielumu X un Y vidējie aritmētiskie lielumi un standartnovirzes ($i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, l$).

Regresijas koeficienti:

$$R_x = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} r \quad \text{un} \quad R_y = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r,$$

no kurienes izriet, ka $r = \pm \sqrt{R_x R_y}$.

Nosacītie vidējie aritmētiskie lielumi:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_j m_{ij}}{m_i} \quad \text{un} \quad \bar{x}_j = \frac{\sum x_i m_{ij}}{m_j}.$$

Regresijas taisņu vienādojumus $y - M_y = R_y(x - M_x)$ un $x - M_x = R_x(y - M_y)$ sauc par regresijas vienādojumiem.

1.13.6. PRODUKCIJAS KVALITĀTES KONTROLE AR STATISTISKO METODI

Apskatīsim sīku detaļu masu produkciju. Pieņemsim, ka p ir brāķa varbūtība. Varbūtība, ka starp izlases n detaļām m detaļu būs ar defektiem:

$$P_{m,n} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m (1-p)^{n-m}.$$

Tā kā praksē $p < 0,02$ ($100p < 2\%$), tad pie $np \leq 4$ var lietot formulu

$$P_{m,n} \approx e^{-np} \frac{(np)^m}{m!}.$$

Kontrolē jāievēro, ka pie $np > 4$ un pietiekami liela n :

$$np - 3\sigma < m < np + 3\sigma,$$

kur $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$.

Piemērs. $p=0,01$, $n=300$, $m=4$.

$$np=3 < 4,$$

$$P_{4,300} \approx e^{-3} \cdot \frac{3^4}{4!} \approx 0,0498 \cdot \frac{81}{24} \approx 0,168.$$

1.10. tabula. Funkcijas $\varphi(x)$ vērtības

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1562	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	989	973	957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

1.11. tabula. Funkcijas $\Phi(x)$ vērtības

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

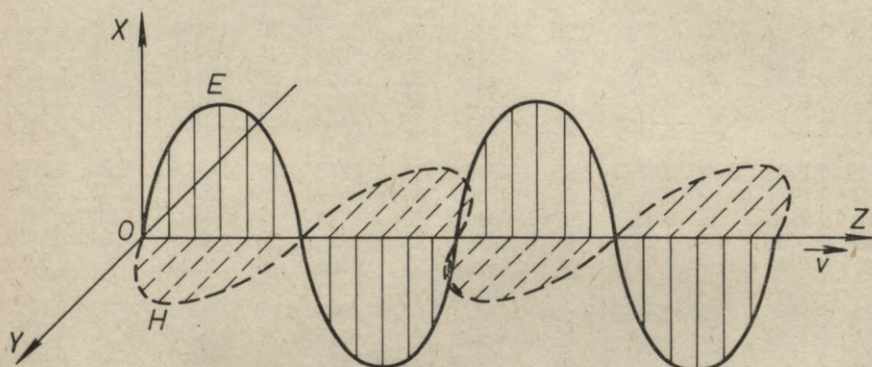
x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,40	0,3108	0,80	0,5763	1,20	0,7699	1,60	0,8904	2,00	0,9545
01	0,0080	41	0,3182	81	0,5821	21	0,7737	61	0,8926	05	0,9596
02	0,0160	42	0,3255	82	0,5878	22	0,7775	62	0,8948	10	0,9643
03	0,0239	43	0,3328	83	0,5935	23	0,7813	63	0,8969	15	0,9684
04	0,0319	44	0,3401	84	0,5991	24	0,7850	64	0,8990	20	0,9722
0,05	0,0399	0,45	0,3473	0,85	0,6047	1,25	0,7887	1,65	0,9011	2,25	0,9756
06	0,0478	46	0,3545	86	0,6102	26	0,7923	66	0,9031	30	0,9786
07	0,0558	47	0,3616	87	0,6157	27	0,7959	67	0,9051	35	0,9812
08	0,0638	48	0,3688	88	0,6211	28	0,7995	68	0,9070	40	0,9836
09	0,0717	49	0,3759	89	0,6265	29	0,8029	69	0,9090	45	0,9857
0,10	0,0797	0,50	0,3829	0,90	0,6319	1,30	0,8064	1,70	0,9109	2,50	0,9876
11	0,0876	51	0,3899	91	0,6372	31	0,8098	71	0,9127	55	0,9892
12	0,0955	52	0,3969	92	0,6424	32	0,8132	72	0,9146	60	0,9907
13	0,1034	53	0,4039	93	0,6476	33	0,8165	73	0,9164	65	0,9920
14	0,1113	54	0,4108	94	0,6528	34	0,8198	74	0,9181	70	0,9931
0,15	0,1192	0,55	0,4177	0,95	0,6579	1,35	0,8230	1,75	0,9199	2,75	0,9940
16	0,1271	56	0,4245	96	0,6629	36	0,8262	76	0,9216	80	0,9949
17	0,1350	57	0,4313	97	0,6680	37	0,8293	77	0,9233	85	0,9956
18	0,1428	58	0,4381	98	0,6729	38	0,8324	78	0,9249	90	0,9963
19	0,1507	59	0,4448	99	0,6778	39	0,8355	79	0,9265	95	0,9968
0,20	0,1585	0,60	0,4515	1,00	0,6827	1,40	0,8385	1,80	0,9281	3,00	0,99730
21	0,1663	61	0,4581	01	0,6875	41	0,8415	81	0,9297	10	0,99806
22	0,1741	62	0,4647	02	0,6923	42	0,8444	82	0,9312	20	0,99863
23	0,1819	63	0,4713	03	0,6970	43	0,8473	83	0,9328	30	0,99903
24	0,1897	64	0,4778	04	0,7017	44	0,8501	84	0,9342	40	0,99933
0,25	0,1974	0,65	0,4843	1,05	0,7063	1,45	0,8529	1,85	0,9357	3,50	0,99953
26	0,2051	66	0,4907	06	0,7109	46	0,8557	86	0,9371	60	0,99968
27	0,2128	67	0,4971	07	0,7154	47	0,8584	87	0,9385	70	0,99978
28	0,2205	68	0,5035	08	0,7199	48	0,8611	88	0,9399	80	0,99986
29	0,2282	69	0,5098	09	0,7243	49	0,8638	89	0,9412	90	0,99990
0,30	0,2358	0,70	0,5161	1,10	0,7287	1,50	0,8664	1,90	0,9426	4,00	0,99994
31	0,2434	71	0,5223	11	0,7330	51	0,8690	91	0,9439		
32	0,2510	72	0,5285	12	0,7373	52	0,8715	92	0,9451		
33	0,2586	73	0,5346	13	0,7415	53	0,8740	93	0,9464		
34	0,2661	74	0,5407	14	0,7457	54	0,8764	94	0,9476		
0,35	0,2737	0,75	0,5467	1,15	0,7499	1,55	0,8789	1,95	0,9488		
36	0,2812	76	0,5527	16	0,7540	56	0,8812	96	0,9500		
37	0,2886	77	0,5587	17	0,7580	57	0,8836	97	0,9512		
38	0,2961	78	0,5646	18	0,7620	58	0,8859	98	0,9523		
39	0,3035	79	0,5705	19	0,7660	59	0,8882	99	0,9534		

FIZIKA

2.1. OPTIKA

2.1.1. GAISMA

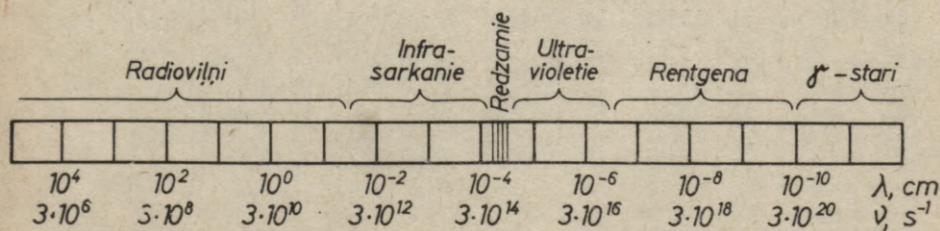
Gaisma ir elektromagnētisks vilnis, kurā elektriskā E un magnētiskā H lauka svārstības noris savstarpēji perpendikulārās plaknēs perpendikulāri gaismas izplatīšanās virzienam Z . (2.1. zīm.)



2.1. zīm. Gaisma kā elektromagnētisks vilnis

Parasti ar gaismu saprot elektromagnētiskā starojuma daļu ar viļņu garumiem $0,01 \dots 500 \mu\text{m}$ (ultravioleto $0,01 \dots 0,38$, redzamo $0,38 \dots 0,78$ un infrasarkano $0,78 \dots 500$ rajonu). ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{m} = 10^{-4} \text{cm}$.)

Elektromagnētisko viļņu īpašības mainās atkarībā no viļņu garuma (2.2. zīm.). Gaisma sastāda tikai nēcīgu daļu no elektromag-



2.2. zīm. Elektromagnētisko viļņu skala

nētisko viļņu skalas. Sakarība starp viļņa garumu λ (m) un frekvenci ν ($\frac{1}{s}$) ir šāda:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad \text{vai} \quad \nu = \frac{c}{\lambda},$$

kur $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s ir gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā. Gaismas redzamā spektra viļņu garumi doti 2.1. tabulā.

2.1. tabula. Dažādām spektra krāsām atbilstošie viļņu garumi

Krāsa	Viļņu garumi (nm)
Sarkans	780 ... 620
Oranžs	620 ... 585
Dzeltens	585 ... 575
Dzelteni zaļš	575 ... 550
Zaļš	550 ... 510
Gaiši zils	510 ... 480
Zils	480 ... 450
Violets	450 ... 380

Elektromagnētiskajam starojumam piemīt ne tikai viļņu, bet arī korpuskulāra daba, citiem vārdiem, gaismas izplatīšanos var raksturot ne tikai kā viļņējādu procesu, bet arī kā korpuskulu, tā saucamo gaismas kvantu, izplatīšanos telpā. Tādas optiskas parādības kā interference, difrakcija un polarizācija liecina par gaismas viļņējādām īpašībām, kamēr, piemēram, fotoefekts raksturo gaismas korpuskulāro dabu. Tomēr principā jebkurā elektromagnētisko viļņu mijiedarbības procesā ar vielu izpaužas kā viļņējādās, tā arī korpuskulārās īpašības.

2.1.2. GAISMAS IZPLATĪŠANĀS ĀTRUMS

Gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā ir pastāvīgs lielums — viena no fizikas konstantēm ($c = 299792,5 \pm 0,4$ km/s). Gaismas izplatīšanās ātrums vielā ir atkarīgs no frekvences.

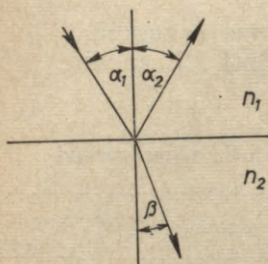
2.1.3. ĢEOMETRISKĀ OPTIKA

Ģeometriskā optika pieņem, ka gaisma homogēnā vidē izplatās pa taisni, un lieto jēdzienu — gaismas stars.

2.1.3.1. Gaismas laušana

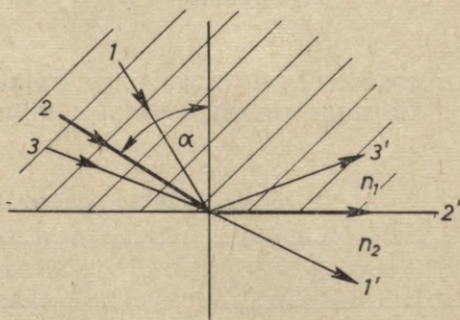
Gaismas staram krītot uz divu vidu robežvirsmas, notiek tā daļēja atstarošana un daļēja laušana (2.3. zīm.).

Krītošais, atstarotais un laužtais stars atrodas vienā plaknē.



2.3. zīm. Gaismas stara atstarošana un laušana:

α_1 — krišanas leņķis, α_2 — atstarošanas leņķis, β — laušanas leņķis



2.4. zīm. Pilnīga iekšējā atstarošana

Leņķi $\alpha_1 = \alpha_2$, $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$, kur n_1 un n_2 ir laušanas koeficienti attiecīgajām vidēm. Laušanas koeficientus nosaka gaismas izplatīšanās ātrums attiecīgajās vidēs.

$$n = \frac{c}{v},$$

kur n — absolūtais laušanas koeficients;
 c — gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā;
 v — gaismas izplatīšanās ātrums vidē.

Dažu vielu absolūtie laušanas koeficienti doti 2.2. tabulā.

Ja gaismas stars iet no optiski blīvākas vides mazāk blīvā vidē, tad iespējams stāvoklis, ka tiek atstarota visa krītošā gaisma (2.4. zīm.). Tad leņķi α sauc par pilnīgas iekšējās atstarošanas robežleņķi un

$$\sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}.$$

Atstarotā viļņa intensitātes attiecību pret krītošās gaismas intensitāti sauc par atstarošanas koeficientu R . Caurizgājušās gaismas intensitātes attiecību pret krītošo sauc par caurlaidības koeficientu T . Ja vide ir ideāli caurspīdīga, tad realizējas sakarība

$$R + T = 1.$$

Dažu metālu atstarošanās koeficienti doti 2.3. tabulā.

2.2. tabula. Dažu vielu absolūtie laušanas koeficienti n (temperatūra $t=20\text{ }^\circ\text{C}$, $\lambda=589\text{ nm}$)

Nr.	Viela	n	Nr.	Viela	n
1.	Kvarcs (\perp asij)	1,5442	9.	Etilspirts $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$	1,3605
2.	Stikls, kvarca	1,4585	10.	Acetons $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$	1,3591
3.	Stikls, optiskais	1,54	11.	Metilspirts CH_4O	1,3286
		(20% PbO)	12.	Hlors Cl_2	1,000768
		1,92	13.	Slāpeklis N_2	1,000298
		(80% PbO)	14.	Gaiss	1,000292
4.	Stikls, loga	1,52	15.	Argons Ar	1,000281
5.	Ledus ($0\text{ }^\circ\text{C}$)	1,31	16.	Skābeklis O_2	1,000271
6.	Ūdens	1,33299	17.	Ūdeņradis H_2	1,000139
7.	Benzols C_6H_6	1,50112	18.	Neons Ne	1,000067
8.	Glicerīns $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$	1,4744	19.	Hēlijs He	1,000035

2.3. tabula. Metālu gaismas atstarošanas koeficienti R (%)

Viļņu garums, nm	Spoguļkausiņš	Tērauds	Ni	Cu	Pt	Au	Ag
420	83,3	51,9	56,6	32,7	51,8	29,3	86,6
450	83,4	54,4	59,4	37,0	54,7	33,1	90,5
500	83,3	54,8	60,8	43,7	58,4	47,0	91,3
550	82,7	54,9	62,6	47,7	61,1	74,0	92,7
600	83,0	55,4	64,9	71,8	64,2	84,4	93,6
650	82,7	56,4	66,6	80,0	66,5	88,9	94,7
700	83,3	57,6	68,8	83,1	69,0	92,3	95,4

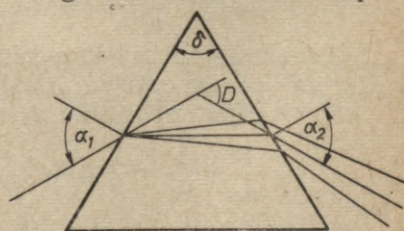
Gaismas laušanas koeficients ir atkarīgs no viļņa garuma. Ja, pieaugot gaismas viļņa garumam, laušanas koeficients samazinās, — to sauc par normālo dispersiju. Gadījumā, ja laušanas koeficients pieaug, pieaugot viļņa garumam, ir novērojama anomālā dispersija.

Normālo dispersiju izmanto prizmās, gaismas sadalīšanai spektrā (2.5. zīm.).

Ja gaismas stara ceļš simetrisks ($\alpha_1 = \alpha_2$), tad nolieces leņķis D minimāls un ir spēkā sakarība

$$n = \frac{\sin \frac{D_{\min} + \delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

kur n — laušanas koeficients.

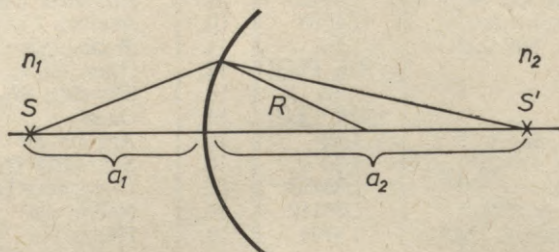


2.5. zīm. Gaismas sadalīšana prizmā:

α_1 — krišanas leņķis, α_2 — atstarošanas leņķis

2.1.3.2. Gaismas stara laušana (atstarošana) uz sfēriskas virsmas

Sfēriskā virsma (2.6. zīm.) ar rādiusu R atdala vides ar laušanas koeficientiem n_1 un n_2 . a_1 — gaismas avota S attālums līdz sfēriskajai virsmai; a_2 — gaismas avota attēla S' attālums līdz sfēriskajai virsmai.



2.6. zīm. Gaismas stara laušana sfēriskā virsmā

riskajai virsmai. Paraksiāliem stariem (t. i., stariem, kas iet tuvu galvenajai optiskajai asij SS') ir spēkā sakarība

$$n_1 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{R} \right).$$

Attālumi gaismas izplatīšanās virzienā no robežvirsmas tiek uzskatīti par pozitīviem, pretējie par negatīviem. Sfēriskās virsmas formula:

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_1 - n_2}{R};$$

$$\text{ja } a_1 = \infty, \quad a_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = f_2,$$

$$\text{ja } a_2 = \infty, \quad a_1 = - \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = f_1,$$

kur f ir galvenā fokusa attālums, kas atkarīgs tikai no virsmas liekuma rādiusa un vides laušanas koeficienta:

$$\frac{f_2}{f_1} = - \frac{n_2}{n_1}.$$

Galvenajā fokusā krustojas no bezgalības nākošie stari, kas paralēli galvenajai optiskajai asij.

Sfēriskajam spogulim $n_2 = -n_1$.

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}.$$

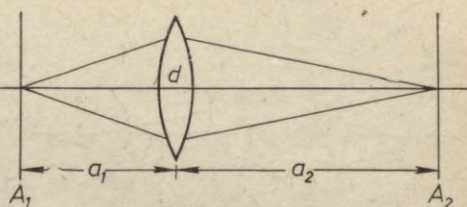
Spoguļi attēls ir īsts, ja tas atrodas vienā pusē ar priekšmetu. Priekšmeta un attēla plaknes sauc par saistītām. Par galvenajām plaknēm sauc saistītās plaknes, kur attēls veidojas īsts, patiesā lielumā un neapgriezts.

2.1.3.3. Plāna lēca

Lēcu uzskata par plānu, ja tās biezums d ir neliels, salīdzinot ar saistīto plakņu A_1 un A_2 attālumiem a_1 un a_2 (2.7. zīm.). Plānas lēcas formula:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} =$$

$$= (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$



2.7. zīm. Gaismas staru laušana lēcā

kur R_1 un R_2 ir lēcas sfērisko virsmu liekumu rādiusi.

Lielums $D = \frac{1}{f}$ ir lēcas optiskais stiprums, ko mēra dioptrijās.

Vienu dioptriju stipra ir lēca, kuras fokusa attālums ir 1 m. Sako-
pojošām lēcām $D > 0$, izkliedējošām $D < 0$.

2.1.3.4. Optiskās sistēmas

Optiska sistēma ir sistēma, kas sastāv no vairākām laužējām (izkliedētājām) virsmām. To sauc par centrētu, ja visu lauzt spējīgo virsmu liekuma centri atrodas uz vienas taisnes, ko sauc par galveno optisko asi. Katrai centrētai optiskai sistēmai eksistē divas galvenās un divas fokālās plaknes. Punktus, kuros galvenā optiskā ass krusto galvenās plaknes, sauc par galvenajiem punktiem, bet attālumus no šiem punktiem līdz fokusiem — par sistēmas fokusa attālumiem. Optiskas sistēmas galvenajos fokusos krustojas no bezgalības nākošie optiskajai asij paralēli stari.

Lēcas ietveri vai diafragmu, kas ierobežo caur optisko sistēmu plūstošos staru kūļus, sauc par sistēmas atveri.

Optisku sistēmu raksturo leņķiskais palielinājums Z .

$$Z = \frac{\text{tg } \psi_2}{\text{tg } \psi_1},$$

kur ψ_1 — leņķis, ko veido stari no priekšmeta malām uz lēcas centru;

ψ_2 — leņķis, ko veido stari no attēla malām uz lēcas centru.

Par sistēmas lineāro palielinājumu X sauc attēla lieluma l' at-
tiecību pret priekšmeta lielumu l .

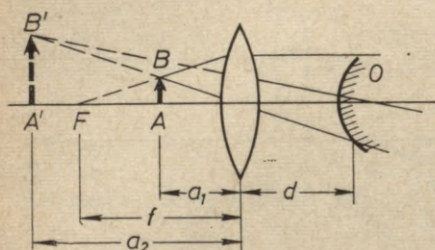
$$X = \frac{l'}{l}.$$

Optiskās sistēmas stiprums ir atsevišķo sistēmas komponentu optisko stiprumu summa.

$$D = D_1 + D_2 + \dots$$

2.1.3.5. Optiskie instrumenti

Lupa



2.8. zīm. Priekšmeta palielinājuma iegūšana ar lupu:

AB — priekšmets, $A'B'$ — priekšmeta palielināts attēls, O — acs

Lupa ir plāna lēca vai lēcu sistēma, kas darbojas kā izliekta lēca. Aplūkojamo priekšmetu novieto starp lēcu un tās galveno fokālo plakni. Veidojas šķietams attēls, no kura stari nonāk novērotāja acī (2.8. zīm.).

Lupas subjektīvais palielinājums Y ir atkarīgs no acs akomodācijas, t. i., no attāluma $(a_2 + d)$.

$$Y = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_0} = \frac{L(a_2 + f)}{f(a_2 + d)},$$

kur α — leņķis, kādā redzams priekšmets caur lēcu;

α_0 — leņķis, kādā redzams priekšmets labākās redzes attālumā ($L = 25$ cm) bez lēcas.

2.4. tabula. Galvenie lupu tipi

Tips	Palielinājums, reizes	Redzes lauka diametrs, mm	Attālums starp lupu un priekšmetu, mm	Lietošana
Saliekamās	2,5	95	98	Sīku priekšmetu aplūkošana, kristālu struktūras noteikšana, teksta lasīšana
	4	45	54	
	6	30	35	
	7	25	33	
	8	20	27	
	10	15	21	
Stativa	20	6	10	Fotouzņēmumu, karšu, sīka teksta, mērinstrumentu skalu aplūkošana
	8	18	25	
	1,5	80	80	
Mērāmās	3	60	70	Plakanu priekšmetu lineāro izmēru noteikšana ar mērskaļas palīdzību (iedaļas vērtība 0,1 mm)
	10	17	24	
Binokulārā БЛ-1	2	120	200	Stereoattēls aparatūras montēšanai
Monokulārā teleskopiskā ЛМ	2,5...40	6,5...13	48...105	Sīku priekšmetu aplūkošana no attāluma plašā palielinājuma diapazonā

Ja acs akomodēta uz bezgalību, tad palielinājums ir Y_0 , ko atzīmē uz lupas ietvara.

$$Y_0 = \frac{L}{f},$$

kur $L = 25$ cm;

f — lupas fokusa attālums.

Dažu galveno lupu tipi doti 2.4. tabulā.

Mikroskops

Mikroskopa galvenās sastāvdaļas ir objektīvs O_1 un okulārs O_2 (2.9. zīm.). Mikroskopa palielinājums

$$Y = Y_1 Y_2 = \frac{\Delta \cdot L}{f_1 f_2},$$

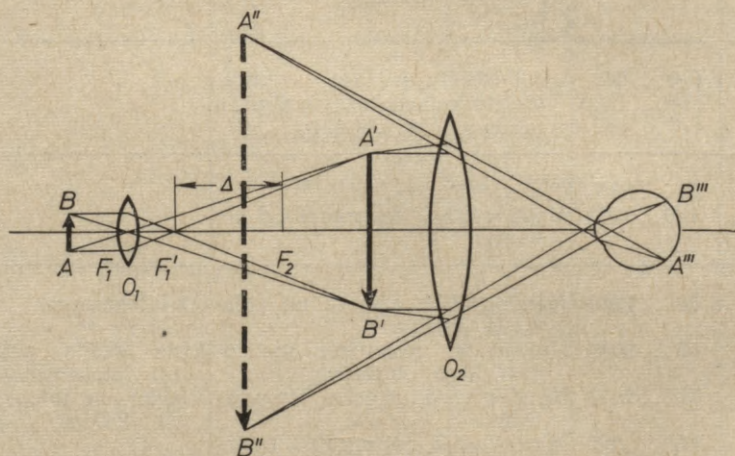
kur Y_1 — objektīva palielinājums;

Y_2 — okulāra palielinājums;

Δ — optiskais intervāls (attālums starp fokusiem F'_1 un F_2);

L — labākās redzes attālums;

f_1, f_2 — objektīva un okulāra fokusa attālums.



2.9. zīm. Priekšmeta palielinājuma iegūšana ar mikroskopu:
 AB — priekšmets, $A''B''$ — priekšmeta palielināts attēls

Minimālais ar mikroskopa objektīvu izšķiramais attālums parauga plaknē ir:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{n \sin u} = \frac{\lambda}{A},$$

kur λ — krītošās gaismas viļņa garums;
 n — laušanas koeficients videi starp objektīvu un paraugu;
 u — apertūras leņķis, t. i., leņķis, ko veido gaismas stari no priekšmeta centra uz objektīva malām;

$A = n \sin u$ — skaitliskā apertūra.

Dažu galveno optisko mikroskopu tipi doti 2.5. tabulā.

2.5. tabula. Galvenie optisko mikroskopu tipi

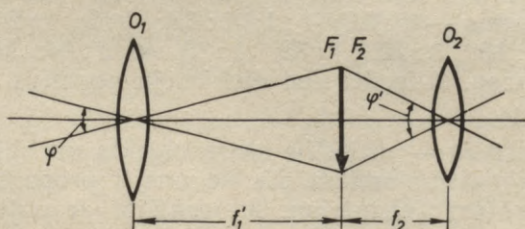
Tips	Palielinājums (reizes)	Lietošana	Piezīmes
МБУ-4	56...300	Bioloģijā (caurspīdīgi objekti)	
МБР-1	63...1350	"	
МБД-1	63...1350	"	
МБР-3	36...2020	"	Binokulārs
МБИ-3	50...2700	"	"
МББ-1А	70...1580	"	"
МБИ-15	70...2380	Bioloģijā, metalogrāfijā (caurspīdīgi un necaurspīdīgi objekti)	Binokulārs (ar fotokameru)
МБИ-6	17,5...2250	Universāls, jebkuriem objektiem	Liels palīgierīču komplekts (ar fotokameru)
МУФ-3М	{ 70...600 70...1350 70...672	Luminiscentā, redzamā un ultravioletā gaismā, caurspīdīgi un necaurspīdīgi objekti	
МЛ-2 ММУ-3	63...1575 100...280	Metalogrāfijā (necaurspīdīgi objekti)	
МИМ-7	60...1440	Metalogrāfijā, parastā un polarizētā gaismā	Ar fotokameru
МИМ-8М	45...2000	Universāls, jebkuriem metalogrāfiskiem objektiem	Liels skaits palīgierīču (ar fotokameru)
МИМ-14	77...2800	Metalogrāfijā, augstās temperatūrās	Vadība un fotografēšana no attāluma
МИН-10	17,5...900	Mineraloģijā, petrogrāfijā (polarizētā, caurejošā gaismā)	
МПД-1	26...900	"	
МИН-8	17,5...1350	Metalogrāfijā, mineraloģijā (universāla polarizācija)	Liels skaits palīgierīču
МП-6	15...1020	Metalogrāfijā (polarizētā gaismā)	
МИН-9	33...1425	Mineraloģijā (caurspīdīgiem un necaurspīdīgiem objektiem polarizētā gaismā)	

2.5. tabulas turpinājums

Tips	Palielinājums (reizes)	Lietošana	Piezīmes
БМ-56	8,8...31,2	Mašīnbūvniecībā, stereoattēls	
МБС-3	3,5...87,5	Universāls " stereomikroskops (caurspīdīgiem un necaurspīdīgiem objektiem polarizētā gaismā)	
МПС-2	3,5...87,5		
ЦИМ	30, 50	Mašīnbūvniecībā, instrumentu mikroskops detaļu centrēšanai	
ЦИМ-24	3...1000	Mašīnbūvniecībā detaļu izmēru un leņķu mērīšanai	Var izmērīt detaļas ar izmēriem 0...1000 mm un leņķus 0...360°

Teleskops (tālskatis)

Sistēmu, kas sastāv no objektīva O_1 un okulāra O_2 , pie tam objektīva otrais galvenais fokuss sakrīt ar okulāra pirmo galveno fokusu, sauc par teleskopisku sistēmu (2.10. zīm.).



2.10. zīm. Teleskopa vienkāršota shēma

Tālskata palielinājums

$$Y = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{f_1'}{f_2}$$

Fotoaparāti

Fotoaparātus pēc to konstrukcijas iedala:

- 1) lielformāta (filmu) ar kadra izmēru 45×60; 60×60 un 60×90 mm;
- 2) mazformāta (filmu) ar kadra izmēru 10×14; 18×24 un 24×36 mm;
- 3) plašu aparāti fotografēšanai uz fotoplatēm un plakanajām fotofilmām ar kadra izmēru 60×90; 65×90; 90×120; 130×180; 180×240 un 300×400 mm.

Katru no šiem fotoaparātu tipiem savukārt iedala:

- a) fotoaparātos, kuriem optiskais attēls projicējas tieši uz gais-

mas jutīgo materiālu un asuma iestādīšanu izdara pēc metru skalas vai optiskā tālmēra (Зоркий, ФЭД, Киев-4а, Ленинград u. c.);

b) spoguļkamerās, kur objekta attēls caur objektīvu nonāk uz speciāla spoguļa, kas novietots 45° leņķī pret objektīva asi, un tālāk uz matstikla, uz kura iestāda asumu. Ekspozīcijas laikā spogulis paceļas, ļaujot nokļūst gaismas jutīgo materiālu (Зенит, Старт, Киев-10, Салют u. c.).

Fotoobjektīvs — optiska sistēma, kas kopā ar fotoaparātu dod uz gaismas jutīgā materiāla objekta attēlu. Objektīvu galvenie raksturotājlīkumi:

1) *galvenais fokusa attālums* — konstants lielums, kas nosaka objekta attēla mērogu. Šo lielumu uzrāda uz fotoobjektīva aptveres (mazformāta filmu kamerām ar kadra izmēru 24×36 mm šis lielums normālobjektīviem ir 50 mm). Ja lieto objektīvu ar lielāku fokusa attālumu, piemēram, 300 mm, tad šis objektīvs salīdzinājumā ar normālo dod $300/50=6$ reizes palielinātu attēlu;

2) *relatīvais atvērums* — objektīva atvēruma (diametra) attiecība pret galveno fokusa attālumu. Šo lielumu maina ar speciālas objektīvā iebūvētas diafragmas palīdzību. Relatīvais atvērums, kas uzrādīts uz objektīva aptveres, ir standartizēts (ГОСТ 2600-44 paredz šādus lielumus — 1:0,7; 1:1; 1:1,4; 1:2; 1:2,8; 1:4; 1:5,6; 1:8; 1:11; 1:16; 1:22; 1:32; 1:45 un 1:64; katrs nākamais rindas skaitlis resp. attiecība dod divkārtēju negatīva apgaismojuma samazinājumu);

3) *gaismasspēja* — attiecība starp objekta un objektīva veidotā optiskā attēla apgaismojumiem. Šis lielums ir proporcionāls relatīvā atvēruma kvadrātam (piemēram, fotografējot ar objektīvu 1:8, jāņem $\frac{8^2}{4^2}=4$ reizes lielāka ekspozīcija, nekā strādājot ar objektīvu 1:4);

4) *redzes leņķis* — leņķis, kurā objektīvs dod objekta attēlu. Pēc šī leņķa objektīvus iedala:

a) normālos: $45^\circ \dots 55^\circ$ (Индустар-50, Гелиос-44, Гелиос-65 u. c.),

b) platleņķa: 60° un vairāk (Мир-1, Руссар, Юпитер-12 u. c.),

c) garfokusa: 30° un mazāk (Юпитер-11, Таир-3, МТО-500 u. c.);

5) *izšķiršanas spēja* — līniju skaits uz 1 mm, ko var izšķirt uz objektīva veidotā fotoattēla (normāliem objektīviem tas ir 15...35 līnijas/mm; labākiem reprodukcijas objektīviem — līdz 60 līnijām/mm).

Projekcijas aparāts

Projekcijas aparāts dod īstu apgaismotā vai pašspīdošā priekšmeta attēlu uz ekrāna. Projekcijas aparātu galvenie tipi doti 2.6. tabulā.

2.6. tabula. Projekcijas aparātu galvenie tipi

Nosaukums	Apzīmējums	Lietošana
Diaskops	Д-1А	Caurspīdīgu diapozitīvu (18×24 mm, 24×36 mm, 60×60 mm) projicēšana
Epidiaskops	ЭПД-452	Diapozitīvu (līdz 60×60 mm) un necaurspīdīga attēla (teksts, fotokopija līdz 13×18 mm) projicēšana
Epidiaskops	ЭПД-455	
Projektors	ЭДИ-454	Lekciju teksta projicēšana auditorijās
Diaprojektors	ЛЭТИ-55	Diapozitīvu (18×24 mm, 24×36 mm) projicēšana auditorijās. Ieslēgšana un kadru maiņa no attāluma
Diaprojektors	ЛЭТИ-60	
Diaprojektors	«Свет»	Diapozitīvu (18×24 mm, 24×36 mm) projicēšana nelielās auditorijās. Neliela izmēra, kompakts
Diaprojektors	«Этюд»	
Diaprojektors	«Протон»	Diapozitīvu (18×24 mm, 24×36 mm) projicēšana auditorijās no attāluma vai automātiski pēc programmas

2.1.4. INTERFERENCE UN DIFRAKCIJA

Gaismas viļņējādā daba izpaužas interferences un difrakcijas parādībās.

Divām vai vairākām svārstību kustībām darbojoties uz kādu svārstošās vides punktu, šā punkta izvīzījums ir vienāds ar acurklīgo izvīzījumu algebrisku summu. Šo parādību sauc par *interferenci*.

Interferences dēļ divas svārstību kustības var viena otru pastiprināt vai pavājināt atkarībā no svārstību fāžu diferences. Lai interferenci varētu novērot, ir nepieciešams, lai fāžu diference starp atsevišķām svārstībām novērojamā laikā paliktu konstanta. Svārstības, kas atbilst šiem noteikumiem, sauc par koherentām.

Ja G_1 un G_2 (2.11. zīm.) ir koherenti gaismas avoti, tad punktā A nonākošie gaismas viļņi interferēs, citiem vārdiem, viens otru pastiprinās vai pavājinās atkarībā no fāžu diferences, ko izraisa abu gaismas staru noieta ceļa gabalu starpība Δ .

Punktā A novērojams gaismas maksimums, ja gaismas viļņi nonāk šai punktā vienādās fāzēs:

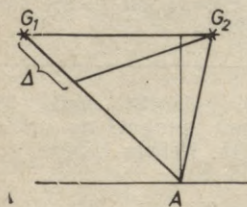
$$\Delta = \pm k\lambda,$$

bet minimums, ja tie sastopas pretējās fāzēs:

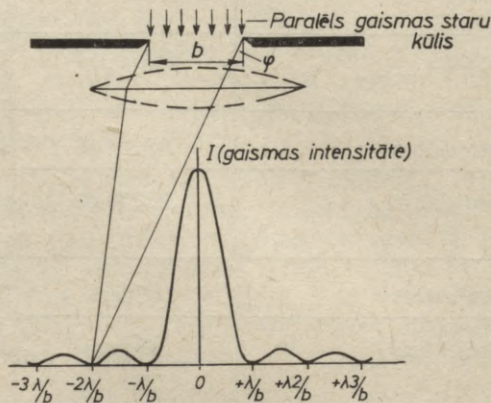
$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

kur k ir vesels skaitlis, bet λ — viļņa garums.

Gaismas viļņa spēju apliekties ap šķēršļiem, ja tie samērojami ar viļņa garumu, sauc par *difrakciju*.



2.11. zīm. Interference



2.12. zīm. Difrakcija

Ja uz šauru spraugu normāli krīt gaismas vilnis, notiek gaismas difrakcija. Interferences rezultātā uz ekrāna novērojama gaišu un tumšu joslu mija, kur centrālais maksimums ir intensīvāks par pārējiem (2.12. zīm.).

Interferences minimumi novērojami, ja

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b},$$

kur φ — nolieces leņķis;
 λ — viļņa garums;
 b — spraugas platums;
 m — vesels skaitlis.

Daudzu paralēlu vienādi atstatu un vienādi platu spraugu sistēmu sauc par *difrakcijas režģi*. Atstatums starp blakusspraugu viduspunktiem ir režģa konstante d ($10^{-3} \dots 10^{-4}$ cm). Šāds difrakcijas režģis dod daudzus gaismas maksimumus, kas grupējas simetriski ap primāro gaismas virzienu.

Uz režģi krītošs vienkrāsains gaismas stars (ar viļņa garumu λ) tiek noliektš par leņķi φ saskaņā ar formulu:

$$d \sin \varphi = m\lambda, \text{ kur } m \text{ — spektra kāрта.}$$

Difrakcijas režģi lieto spektrālajos aparātos gaismas spektrālā sastāva pētījumiem.

Režģa izšķiršanas spēja r rāda, kādu viļņu garumu diferenci $\delta\lambda$ starp spektrālajām līnijām šis režģis var izšķirt:

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN,$$

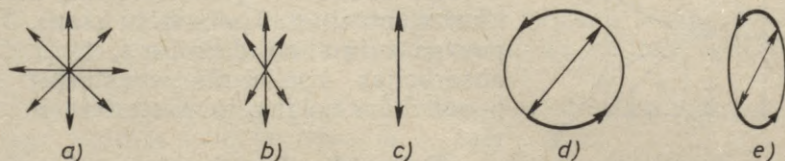
kur m — spektra kārtā;
 N — spraugu skaits.

2.1.5. POLARIZĀCIJA

Gaismas vilnī elektriskais vektors izdara transversālas svārstības. Svārstību plakne var nemainīties gaismas viļņa izplatīšanās ceļā, tā var mainīties pēc kāda noteikta likuma vai arī mainīties haotiski.

Atkarībā no gaismas viļņu elektrisko lauku vektoru E svārstību virziena plaknē, kas perpendikulāra gaismas izplatīšanās virzienam (2.13. zīm.), izšķir: nepolarizētu (*a*), daļēji polarizētu (*b*), lineāri (*c*), cirkulāri (*d*) un eliptiski (*e*) polarizētu gaismu.

Ja svārstību plakne mainās haotiski, tad tādu gaismas vilni sauc par nepolarizētu. Ja svārstību plakne nemainās, t. i., ja elektriskā vektora svārstības noris vienā plaknē, — tas ir lineāri polarizēts gaismas vilnis. Ja elektriskā vektora svārstību plakne mainās tā, ka vektora E gals laikā veido aploci, tad to sauc par cirkulāri polarizētu gaismu, bet, ja tas veido elipsi, — par eliptiski polarizētu gaismu.



2.13. zīm. Polarizētās gaismas veidi

Lineāri polarizēta gaisma rodas, gaismai reflektējoties no dielektriķa virsmas, ja krišanas leņķis ir tā sauktais pilnās polarizācijas leņķis, ko nosaka Brūstera likums:

$$\operatorname{tg} \alpha = n,$$

α — pilnās polarizācijas leņķis;
 n — laušanas koeficients.

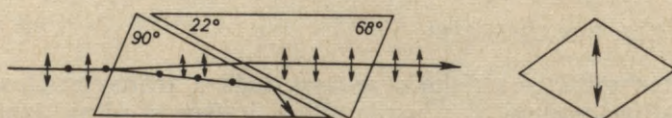
Šajā gadījumā laužtais stars ir daļēji polarizēts un to raksturo polarizācijas pakāpe

$$P = \frac{F_{\parallel} - F_{\perp}}{F_{\parallel} + F_{\perp}},$$

kur F_{\parallel} un F_{\perp} ir divos savstarpēji perpendikulāros virzienos polarizētās gaismas intensitāte.

Ir daudz kristālu, kuros gaismas stari, kas polarizēti savstarpēji perpendikulāros virzienos, izplatās ar dažādiem ātrumiem. Šo īpašību sauc par kristāla dubultlaušanu. No nepolarizētas gaismas stara veidojas divi savstarpēji perpendikulāros virzienos polarizēti gaismas stari. Virzienu, kurā šie stari izplatās ar vienādiem ātrumiem, sauc par kristāla optisko asi. Šajā virzienā dubultlaušanas nav.

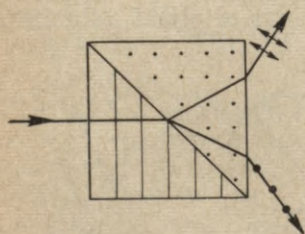
Polarizētas gaismas iegūšanai lieto polarizatorus.



2.14. zīm. Nikola prizma

Nikola prizma (nikols) (2.14. zīm.) ir kalcīta (CaCO_3) romboedriskais kristāls, nedaudz pieslīpēts, pārzāgēts un salīmēts ar Kanādas balzamu. Dubultlaušanas rezultātā veidojas divi polarizēti stari, no kuriem viens totāli reflektējas no Kanādas balzama slāņa. No kristāla iznāk viens lineāri polarizēts stars. Nikolu lieto redzamai gaismai.

Volastona prizma sastāv no divām salīmētām kalcīta kristāla trijstūra prizmām, kuru optiskās asis savstarpēji perpendikulāras, kā parādīts 2.15. zīmējumā.



2.15. zīm. Volastona prizma

Turmalīna plāksnīte, kuras biezums 1 mm, redzamai gaismai praktiski dod tikai vienu lineāri polarizētu staru. Te izpaužas turmalīna dihiroisms, t. i., vielas absorbcijas koeficients savstarpēji perpendikulāri polarizētiem stariem ir atšķirīgs.

Polaroidi. Tos izgatavo, iestrādājot caurspīdīgā plēvē orientētus kristāliņus, kam piemīt dihiroisms.

Ja, caur vielu laižot polarizētu gaismu, polarizācijas plakne tiek pagriezta par kādu leņķi φ , tad šādu vielu sauc par optiski aktīvu. Pagrieziena leņķis ir atkarīgs no ceļa garuma l un vielas blīvuma b :

$$[\alpha] = \frac{\varphi}{lb},$$

kur $[\alpha]$ — vielas īpatnējā pagriešanas spēja.

Šķīdumiem

$$[\alpha] = \frac{\varphi}{lc},$$

kur c ir optiski aktīvās vielas koncentrācija (sk. 2.7. tabulu).

2.7. tabula. Dažu šķīdumu polarizācijas īpatnējā pagriešanas spēja

Šķīdums un koncentrācija	λ , nm	$[\alpha]^\circ$	Šķīdums un koncentrācija	λ , nm	$[\alpha]^\circ$
Glikoze — ūdens c=5,5%	447	96,62	Vīnskābe — ūdens c=28,6%	275	-296,8
	479	83,88		300	-166,0
	508	73,61		350	-16,8
	535	65,35		400	-6,0
	589	52,76		450	+6,6
	656	41,89		500	+7,5
Niedru cukurs — ūdens c=26%	405	452,8	Kampars — etilspirts c=34,7%	334	612,5
	421	139,9		350	378,3
	436	128,8		400	158,6
	468	109,9		450	109,8
	480	103,0		500	81,7
	509	91,43		550	62,4
578	69,36				
670	50,45				

2.1.6. FOTOMETRIJA

2.1.6.1. Mērvienības

Enerģijas daudzumu, ko gaismas viļņi laika vienībā pārnes caur kādu laukumu, sauc par *gaismas enerģijas plūsmu*. Gaismas enerģijas plūsmas reizinājums ar *redzamības funkciju* (tā raksturo acs jutību pret dažāda viļņu garuma gaismu, sk. 2.16. zīm.) dod *gaismas plūsmu*.

Gaismas stiprums ir gaismas plūsmas telpiskā leņķa vienībā.

Spīdība ir pilnā gaismas plūsma, ko emitē spīdošā ķermeņa virsmas laukuma vienībā.

Apgaismojums ir gaismas plūsma, kas krīt uz apgaismojamā ķermeņa virsmas laukuma vienību.

Spožums ir gaismas stiprums, ko izstaro gaismas avota laukuma vienība perpendikulāri tās virsmai.

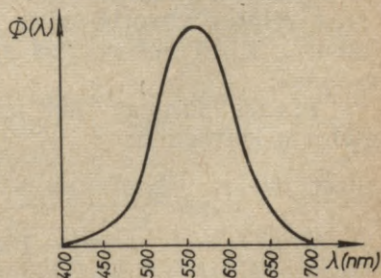
Apgaismojuma daudzums ir gaismas enerģija, ko saņēmusi aplūkojamās virsmas laukuma vienība noteiktā laika intervālā.

Gaismas atdeve raksturo, cik lielu gaismas plūsmu iegūst no gaismas avotam pievadītās jaudas vienības.

2.8. tabulā sakopotas minētās fotometriskās mērvienības.

Gaismas mehāniskais ekvivalents raksturo sakarību starp fotometriskām un enerģētiskām mērvienībām ($\lambda = 555 \text{ nm}$):

$$1 \text{ lm} = 0,00155 \text{ W.}$$



2.16. zīm. Acs jutība pret dažāda viļņa garuma gaismu

2.8. tabula. Fotometriskās mērvienības

Lielums	Nosaukums	Definīcija	Apzīmējums
Gaismas stiprums	Svece	Valsts gaismas etalona dotais gaismas stiprums (par etalonu izmanto pilētu starojuma avotu ar spīdošo laukumu 0,5305 mm ² pie platīna sacietēšanas temperatūras 2042,15 °K)	cd
Gaismas plūsma	Lūmens	Lūmens ir gaismas plūsma, ko izstaro 1 svece stiprs punktveida gaismas avots vienu steradiānu lielā telpas leņķī	lm
Spīdība	Lūmens uz m ²	Lūmens uz m ² ir spīdība, kāda piemīt 1 m ² lielai virsmai, kas izstaro 1 lm lielu gaismas plūsmu	$\frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$
Apgaismojums	Lukss	Lukss ir apgaismojums, ko rada 1 lm liela gaismas plūsma, vienmērīgi apgaismojot 1 m ² laukumu	$\text{lx} = \frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$
Spožums	Nits	Nits ir spožums, kāds piemīt 1 m ² lielai virsmai, ja tās gaismas stiprums ir 1 svece	$\text{nt} = \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$
Apgaismojuma daudzums	Lukssekunde		lx · s
Gaismas atdeve	Lūmens uz vata		lm/W

2.1.6.2. Absolūti melns ķermenis

Ķermeni sauc par absolūti melnu, ja tas pie jebkuras temperatūras pilnīgi absorbē visu uz to krītošo elektromagnētisko starojumu, t. i., tā absorbcijas spēja visiem viļņu garumiem ir vienāda $a(\lambda) = 1$.

Plancka formula dod enerģijas spektrālo sadalījumu absolūti melnam ķermenim:

$$\varepsilon_{\nu T} = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

kur ε — emisijas spēja;
 ν — gaismas frekvence;

h — Planka konstante ($h=6,625 \cdot 10^{-34}$ J·s);

c — gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā;

λ — viļņa garums;

T — absolūtā temperatūra;

k — Bolcmaņa konstante ($k=1,380 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{deg}}$).

Stefana—Bolcmaņa likums dod sakarību starp ķermeņa integrālo emisijas spēju ϵ_T (t. i., pilno spīdību pa visu enerģiju spektru) un tā absolūto temperatūru T .

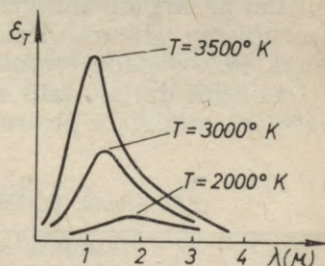
$$\epsilon_T = \sigma \cdot T^4,$$

kur σ — Stefana—Bolcmaņa universālā konstante:

$$\begin{aligned} \sigma &= 5,669 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{deg}^4} = \\ &= 5,669 \cdot 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{deg}^4}. \end{aligned}$$

Saskaņā ar Vīna pārbīdes likumu, pieaugot ķermeņa temperatūrai, tā emisijas spējas maksimālā vērtība pārbīdās uz lielāko frekvenču pusi (2.17. zīm.).

$$\begin{aligned} \lambda_{\max} T &= \text{const} = \\ &= 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{deg} = \\ &= 0,2898 \text{ cm} \cdot \text{deg}. \end{aligned}$$



2.17. zīm. Ķermeņa emisijas spēja atkarībā no viļņa garuma un absolūtās temperatūras

2.1.6.3. Gaismas avoti un apgaismojums

Galvenie elektriskie mākslīgās gaismas avoti ir kvēlspuldzes, kur izstaro elektriskās strāvas sakarsēti ķermeņi, un gāzes izlādes lampas, kur elektriskās izlādes iedarbībā spīd gāze vai metāla tvaiki.

Kvēlspuldzes dod nepārtrauktu elektromagnētisku starojumu redzamajā un infrasarkanajā spektra apgabalā. Gaismas atdeve 10...20 lm/W, lietderības koeficients <5%. (Spuldzes lietderības koeficients ir attiecība starp gaismā pārvērsto jaudu un patērēto jaudu.)

Dažu ar argonu un slāpekli pildītu kvēlspuldžu parametri doti 2.9. tabulā.

Ekonomiski daudz izdevīgākas un ar lielāku kalpošanas ilgumu ir gāzes izlādes lampas.

Apgaismošanai plaši izplatītas ir luminiscentās lampas. Tās ir gāzes izlādes caurules, kuru sienīņas klātas ar luminoforu. Gāzes izlādes iedarbībā emitētais elektromagnētiskais starojums, parasti spektra ultravioletajā daļā, absorbējas luminoforā, kas savukārt emitē redzamo gaismu.

Atkarībā no gāzes pildījuma, izlādes veida un luminofora sastāva ir ļoti daudz atšķirīgu spuldžu tipu. Gāzes izlādes spuldzēm gaismas atdeve ir 20...60 lm/W.

Dažu plašāk lietoto gāzes izlādes lampu tipi aplūkoti 2.10. tabulā.

2.9. tabula. Kvēspuldžu galvenie parametri (sk. arī TRG, 3, 447)

Jauda, W	50	100	300	1000
Kvēldiega temperatūra, °K	2685	2760	2870	2990
Gaismas plūsma, lm	500	1275	4875	19000
Vidējā gaismas intensitāte, cd	40	102	390	1520
Gaismas atdeve, lm/W	10,00	12,75	16,25	19,00
Starotāja lietderības koeficients, %	1,61	2,05	2,65	3,06

Piezīme. Kvēspuldzes pildītas ar slāpekli un argonu.

Lai pasargātu spuldzes no mehāniskas bojāšanas, atstarotu gaismas plūsmu vēlamā virzienā un pasargātu cilvēka redzi no žilbināšanas, lieto dažādu *armatūru* (TRG, 3, 453).

Ikvienā darba vietā atkarībā no tajā veicamā darba paredzētas īpatnējas minimālā pieļaujamā apgaismojuma normas (TRG 3, 464).

2.10. tabula. Plašāk lietotie gāzes izlādes lampu tipi un to parametri

Tips	Elektriskie parametri			Fotometriskie parametri		Lietošana
	jauda, W	spriegums, V	strāva, A	gaismas plūsma jeb spožums	gaismas atdeve, lm/W	
ЛБ-15	15	58	0,30	630 lm	42,0	Luminiscentās apgaismes iekārtas telpās
ЛБ-20	20	60	0,35	980 lm	49,0	
ЛБ-30	30	108	0,34	1740 lm	58,0	
ЛБ-40	40	108	0,41	2480 lm	62,0	
ЛБ-80	80	108	0,82	4320 lm	54,0	
ДРЛ-80	80	115	0,85	3100 lm	39,0	Luminiscentās apgaismes iekārtas lielās telpās, ielās
ДРЛ-125	125	125	1,2	5000 lm	40,0	
ДРЛ-250	250	135	2,2	11500 lm	46,0	
ДРЛ-400	400	135	3,2	21000 lm	52,5	
ДРЛ-700	700	135	5,6	37000 lm	53,0	
ДРЛ-1000	1000	135	8,2	52000 lm	52,0	
ПРК-2М	375	120	3,7	—	—	Spēcīgs ultravioleto staru avots. Lieto medicīnā, bioloģijā, tehnikā
ПРК-4	220	70	3,7	—	—	
ПРК-5	240	120	2,3	—	—	
ПРК-7М	1000	135	8,05	—	—	
ДРШ-100-2	100	16...24	6,3...4,2	—	12	Spēcīgs gaismas avots ultravioletajā un redzamajā daļā
ДРШ-250	250	68...88	4,3...3,4	—	50	
ДРШ-500	500	75	7,9...6,1	—	50	
ДРШ-1000	1000	95	13...10	—	53	
ДКсШ-200	200	22	9	90 Mnt	—	Kinoprojekcijai, prožektoros
ДКсШ-1000А	1000	20	57	450 Mnt	—	
ДКсШ-1000Б	1000	22	50	220 Mnt	—	
ДКсШ-1000В	1000	25	45	140 Mnt	—	
ДКсШ-1000-1	1000	25	55	200 Mnt	—	

2.1.7. LUMINISCENCE

Par luminiscenci sauc parādību, kurā kāda enerģija ierosina vielas atomus un pārvēršas gaismas enerģijā. Luminiscentā gaisma ir tā starojuma daļa, kura neietilpst siltuma starojumā un kuru ķermenis izstaro virs parastā siltuma starojuma.

Pēc ierosināšanas veida izšķir:

1) fotoluminiscenci — spīdēšanu pie ierosināšanas ar krītošo gaismu (šis veids ir visizplatītākais);

2) elektroluminiscenci — spīdēšanu gāzēs un tvaikos, ko izraisa elektriskā izlāde (izmanto spuldzēs, gaismas reklāmās);

3) katodluminiscenci — spīdēšanu, kuru ierosina krītošie elektroni (kineskopu ekrāni u. c.);

4) radioluminiscenci — spīdēšanu, kuru izraisa radioaktīvo elementu izstarojums (izmanto radioaktīvā starojuma dozimetrijā);

5) hemioluminiscenci — spīdēšanu, kura rodas ķīmiskās reakcijās (maz izpētīta);

6) bioluminiscenci — dažādu dzīvnieku, kukaiņu un zivju spīdēšana organisku vielu reakciju iedarbībā;

7) triboluminiscenci — spīdēšanu, kas rodas, vielu beržot (cinka sulfīds);

8) kristālluminiscenci — spīdēšanu, kas rodas, vielām kristalizējoties no šķīduma (kodīgais nātrijs);

9) termoluminiscenci — spīdēšanu, vielu sildot (lieto radioterapijas dozimetrijā medicīnā).

Luminiscējošas vielas raksturo 1) *enerģētiskais lietderības koeficients*, kas rāda, kādu daļu no ierosinātās enerģijas luminofors pārvērš gaismā (tipiskiem luminiscējošiem šķīdumiem tas ir ap 70%); 2) *ierosinātā stāvokļa ilgums*, kas raksturo laiku, kurā luminofora atomi un molekulas atrodas ierosinātā stāvoklī, t. i., laiks, kurā viela «aiztur» absorbēto enerģiju ($10^{-9} \dots 10^4$ s). Pēc ierosinātā stāvokļa ilguma luminiscenci iedala fluorescencē $\tau \approx 10^{-8} \dots 10^{-9}$ s un fosforescencē, kur $\tau \approx 10^{-7} \dots 10^4$ s.

Luminiscences spektrs, enerģētiskais lietderības koeficients un ierosinātā stāvokļa ilgums mainās atkarībā no dažādiem ārējiem faktoriem: temperatūras, koncentrācijas, piemaisījumiem, ierosināšanas veida u. c.

2.1.8. FOTOEFEKTS

Fotoefekts ir elektromagnētiskā starojuma mijiedarbība ar vielu, kuras rezultātā fotona enerģija ($\epsilon = hv$) tiek atdota vielas elektroniem. Izšķir *ārējo fotoefektu*, kad kvanta absorbciju pavada elektrona izlidošana no vielas, un *iekšējo fotoefektu*, kad elektrons, paliekot vielā, izmaina savu enerģiju tā, ka kļūst par vadāmības elektronu (t. i., kļūst par strāvas nesēju).

No enerģijas nezūdamības likuma izriet Einšteina sakarība ārējam fotoefektam:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

kur $h\nu$ — krītošās gaismas fotona enerģija;

A — elektrona izejas darbs no vielas;

$\frac{mv^2}{2}$ — elektrona kinētiskā enerģija.

Ārējais fotoefekts novērojams gadījumā, kad $v \geq \frac{A}{h}$. Robežfrekvenci $\nu_0 = \frac{A}{h}$, kas atbilst viļņa garumam $\lambda_0 = \frac{ch}{A}$, sauc par fotoefekta sarkano robežu.

Noteiktai vielai fotoefekta gadījumā sātstrāvas vērtība $I_{\text{sāt}}$ ir atkarīga no absorbētās gaismas jaudas Φ (Stoļetova likums):

$$I_{\text{sāt}} = K\Phi.$$

2.1.8.1. Fotoelementi

Praktiski fotoefekts tiek izmantots dažāda tipa fotoelementos un fotopretestībās.

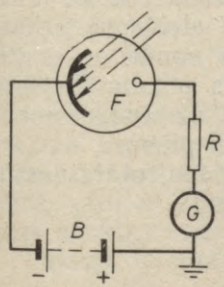
Fotoelementi ir ierīces, kurās elektromagnētiskais (gaismas) starojums tiek pārvērsts elektriskajā enerģijā. Fotoelementus izmanto dažādās fotometriskās iekārtās un automātikā.

Fotoelementus pēc to darbības principa iedala divās grupās: 1) ārējā fotoefekta fotoelementi, 2) sprostsliņa fotoelementi.

2.11. tabula. Lampu fotoelementu raksturotāji lielumi

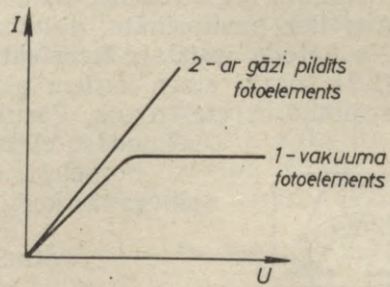
Tips	Fotokatoda materiāls	Darba spriegums, V	Integrālā jutība, $\mu\text{A}/\text{lm}$	Tumsas strāva, A	Maksimāli pieļaujama spriegums, V
ЦЛБ-3	Sb-Cs	240	100	$1 \cdot 10^{-8}$	300
ЦЛБ-4	Sb-Cs	240	100	$1 \cdot 10^{-7}$	300
ЦЛБ-51	Sb-Cs	240	100	$1 \cdot 10^{-8}$	300
Ф-1	Sb-Cs	100	100	$1 \cdot 10^{-14}$	300
Ф-2	Sb-Cs	100	30	$1 \cdot 10^{-8}$	300
Ф-3	Bi-Ag-Cs	100	70	$1 \cdot 10^{-9}$	150
Ф-4	Sb-Cs	100	—	$5 \cdot 10^{-11}$	300
Ф-5	O ₂ -Ag-Cs	100	—	$7,5 \cdot 10^{-11}$	300
Ф-6	O ₂ -Ag-Cs	100	50	$1 \cdot 10^{-11}$	300
Ф-7	Mg	100	—	$1 \cdot 10^{-11}$	300
Ф-8	Sb-Cs	150	80	$1 \cdot 10^{-11}$	300
Ф-9	Sb-K-Na-Cs	100	100	$1 \cdot 10^{-13}$	300
Ф-10	Sb-K-Na-Cs	100	80	$1 \cdot 10^{-12}$	300
Ф-11	Mg	100	—	$1 \cdot 10^{-7}$	300
ЦЛГ-1	O ₂ -Ag-Cs	240	150	$1 \cdot 10^{-7}$	240
ЦЛГ-3	O ₂ -Ag-Cs	240	200	$1 \cdot 10^{-7}$	240

Ārējā fotoefekta fotoelementi ir lampu diodes ar fotokatodu — elektrodu, kura virsma emitē elektronus gaismas iedarbībā, un anodu — elektronu kolektoru. Šo fotoelementu darbināšanai nepieciešams ārējs sprieguma avots (2.18. zīm.). Atkarībā no fotoelementa kolbas pildījuma izšķir vakuuma un ar gāzi pildītus fotoelementus. Šiem fotoelementiem ir atšķirīgas voltampēru raksturlienes (2.19. zīm.). Dažu vakuuma fotoelementu (ЦЦ un Φ tipa) un gāzpildītu fotoelementu (ЦГ tipa) raksturotāji lielumi doti 2.11. tabulā.

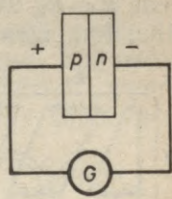


2.18. zīm. Fotoelementa darbības shēma:

F — fotoelements, B — sprieguma avots (baterija), G — galvanometrs, R — pretestība



2.19. zīm. Fotoelementu raksturlienes



2.20. zīm. Pusvadītāja fotoelementa shēma:

G — galvanometrs

Praktisku pielietojumu ieguvuši arī sprostsliāņa (pusvadītāju) fotoelementi, kuru darbības pamatā ir sprostsliāņa (p-n pārejas) pretestības maiņa (iekšējais fotoefekts) gaismas plūsmas ietekmē. Apgaismojuma rezultātā rodas elektrodzinējspēks, pie tam fotoelementa ķēdē gaismas iedarbībā plūst strāva bez ārējā sprieguma avota (2.20. zīm.). Strāvas stiprums atkarīgs no gaismas plūsmas.

2.12. tabula. Pusvadītāju fotoelementu un fotodiode raksturotāji lielumi

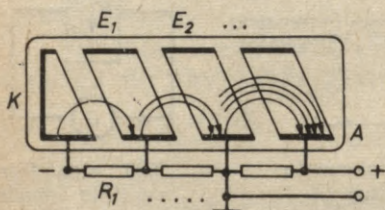
Tips	Darba spriegums, V	Jutības diapazons, μm	Maksimālā jutība, μm	Foto EDS, mV (pie 25 lx apgaismojuma)	Optimālā slodzes pretestība, Ω	Pieļaujamā temperatūra, °C	Jutība, mA/lm			
ФЭСС-1	—	0,5 ... 1,4	0,75	120	100	-30 ... +50	10 ... 15			
ФЭСС-2								0,75	140	50
ФЭСС-10								0,75	160	10
ФД-1	15	0,4 ... 2	1,5	—	—	-60 ... +40	20			
ФД-2	30	0,4 ... 2	1,5	—	—	-40 ... +45	10 ... 20			
ФД-3	10	0,4 ... 2	1,5	—	—	-60 ... +60	20			
ФД-К1	20	0,4 ... 2	1,5	—	—	-50 ... +80	3			
ФТ-1	3	0,4 ... 2	1,5	—	—	-60 ... +60	170 ... 500			

Fotoelementam raksturīgs lielums ir tā spektrālā jutība, t. i., sāstrāvas atkarība no krītošās gaismas viļņa garuma pie konstantas krītošās gaismas intensitātes.

Pusvadītāju fotoelementu un fotodiodu raksturotāji lielumi doti 2.12. tabulā.

2.1.8.2. Fotoelektronu pavairotāji (daudzkrāšotāji)

Vāju gaismas signālu reģistrēšanai lieto fotoelektronu pavairotājus, kur fotostrāva tiek pastiprināta, pateicoties elektronu sekundārajai emisijai. No katoda izsistais fotoelektrons nonāk uz emiteriem E_1, E_2 utt. (2.21. zīm.), starp kuriem pielikta potenciālu starpība, kas izrauj sekundāros elektronus. Rezultātā uz anoda nonāk sekundāro elektronu plūsma.



2.21. zīm. Fotoelektronu pavairotāja shēma:

K — katods, A — anods, $E_1, E_2 \dots$ — emiteri, $R_1 \dots$ — pretestības

Fotoelektronu pavairotāja pastiprināšanas koeficients

$$M = \frac{i_n}{i_1},$$

kur i_n — fotostrāva no anoda;
 i_1 — fotostrāva no katoda;

$$M = \prod_{i=1}^n \eta_i \sigma_i,$$

2.13. tabula. Fotoelektronu pavairotāju raksturotāji lielumi

Tips	Jutības diapazons, μm	Foto-katoda diametrs, mm	Darba spriegums, V	Integrālā jutība, A/lm	Tumsas strāva, A
ФЭУ-11	0,33 ... 0,65	45	1700	5	$8 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-13	0,33 ... 0,75	45	1700	5	$8 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-18	0,22 ... 0,6	16	1400	1000	$3 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-19А	0,3 ... 0,6	45	1700	1000	$1 \cdot 10^{-6}$
ФЭУ-22	0,4 ... 1,0	16	2000	3	$2 \cdot 10^{-8}$
ФЭУ-29	0,3 ... 0,6	34	1700	1000	$3 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-35	0,3 ... 0,6	25	1750	30	$4 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-39	0,16 ... 0,65	34	1700	100	$3 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-49	0,3 ... 0,8	150	1800	5	$8 \cdot 10^{-3}$
ФЭУ-51	0,3 ... 0,8	25	1800	100	$3 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-52	0,3 ... 0,8	70	1800	10	$6 \cdot 10^{-8}$
ФЭУ-53	0,25 ... 0,65	45	2500	2500	$4 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-60	0,3 ... 0,6	10	1300	30	$8 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-62	0,4 ... 1,2	10	1500	10	$2 \cdot 10^{-7}$
ФЭУ-68	0,3 ... 0,82	10	1200	1	$2,5 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-71	0,16 ... 0,6	15	1100	1000	$3 \cdot 10^{-8}$
ФЭУ-74	0,3 ... 0,6	25	1500	10	$2,5 \cdot 10^{-10}$
ФЭУ-75	0,22 ... 0,6	10	1100	1	$4 \cdot 10^{-10}$
ФЭУ-77	0,3 ... 0,85	5	1900	1000	$8 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-79	0,3 ... 0,85	5	2100	1000	$6 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-80	0,16 ... 0,3	16	1750	100А/W	$3 \cdot 10^{-12}$

kur η — uz 1. emitera nonākušo elektronu skaita attiecība pret vi-
siem emitētajiem elektroniem;

σ — sekundārās emisijas koeficients;

i — emitera numurs.

Fotoelektronu pavairotāju raksturotāji lielumi doti 2.13. tabulā.

2.1.8.3. Fotopretestības

Fotopretestību darbības pamatā ir iekšējais fotoefekts. Absorbētā gaismas kvanta enerģija tiek atdota elektronam, kas no valences zonas nonāk vadāmības zonā, līdz ar to mainot materiāla pretestību.

Fotopretestību jutība ir samērā augsta, taču tās maz noderīgas precīzā fotometrijā, jo nepastāv lineāra sakarība starp apgaismojumu un fotostrāvu. Tā stipri atkarīga no temperatūras, novērojams «nulles dreifs». Fotopretestības sevišķi noderīgas infrasarkanajā spektra apgabalā.

Dažu fotopretestību raksturotāji lielumi doti 2.14. tabulā.

2.14. tabula. Rūpnieciskā tipa fotopretestību raksturotāji lielumi
(sk. arī TRG, 4, 117)

Tips	Materiāls	Jutības diapazons, μm	Maksimālās jutības rājonis, μm	Darba spriegums, V	Maksimālā pieļaujamā jauda, W	Pieļaujamā temperatūra, $^{\circ}\text{C}$	Ipatnējā integrālā jutība, $\text{mA}/\text{lm} \cdot \text{V}$	Ipatnējā pretestības maiņa pret sākotnējo pretestību (reizes pie 100 lx apgaismojuma)
ΦC-A0	PbS	1 ... 3,2	2,1	40	0,002	-60 ... +60	0,5	1,2
ΦC-A1		1 ... 3,2	2,1	40	0,002			
ΦC-A6		1 ... 3,2	2,1	30	0,002			
ΦC-AГ1		1 ... 3,2	2,1	75	0,002			
ΦC-AГ2		1 ... 3,2	2,1	75	0,002			
ΦC-KM1	CdS monokristāls	0,42 ... 0,55	0,51	60	0,01	-20 ... +50	—	—
ΦC-KM2		0,42 ... 0,55	0,52	60	0,01			
ΦC-K0	CdS polikristāls	0,45 ... 0,9	0,64	220	0,1	-60 ... +85	6	100
ΦC-K1		0,45 ... 0,9	0,64	220	0,15			
ΦC-K2		0,45 ... 0,9	0,52	220	0,1			
ΦC-K4		0,45 ... 0,9	0,64	220	0,1			
ΦC-K4a		0,45 ... 0,9	0,64	220	0,1	-25 ... +55	6	50
ΦC-K5		0,45 ... 0,9	0,64	60	0,1			
ΦC-K6		0,45 ... 0,9	0,64	220	0,1			
ΦC-K7a		0,45 ... 0,9	0,64	220	0,1			
ΦC-K7b		0,45 ... 0,9	0,64	50	0,1	-40 ... +60	6	10
ΦC-KГ1		0,45 ... 0,9	0,64	50	0,1			
ΦC-KГ2		0,45 ... 0,9	0,64	50	0,1			
ΦC-KГ2		0,45 ... 0,9	0,64	50	0,1			
ΦC-DM	CdSe	0,52 ... 1,22	0,74	100	0,03	-60 ... +40	—	—
ΦC-D0		0,52 ... 1,22	0,78	30	0,03			
ΦC-D1		0,52 ... 1,22	0,78	30	0,05			
ΦC-DT1		0,52 ... 1,22	0,78	200	0,05			

2.2. AKUSTIKA

Akustika ir mācība par skaņu, proti, par mehāniskām svārstībām gāzveida, šķidrās un cietos ķermeņos. Skaņas akustika aptver vides svārstības robežās starp 16 un 20 000 Hz. Svārstības ar augstākām frekvencēm sauc par ultraskaņu, ar zemākām — par infra-skaņu.

2.2.1. DAŽĀDI AKUSTISKI PROCESI

Tonis, skaņas, trokšņi. Par *toni* sauc gaisa spiediena svārstības, ko uztver auss un kas norisinās pēc likuma

$$p = p_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

kur p — spiediens;

ω — leņķiskā frekvence;

t — laiks;

φ — fāze.

Skaņa ir vairāku tīru toņu maisījums. *Troksnis* ir nepārtraukts akustisks process, kura spektrā nepārtraukti un neregulāri mainās frekvences, amplitūdas un fāzes atsevišķās svārstības.

Cilvēka runas svārstības aptver frekvenču intervālu starp 500 un 3000 Hz. Muzikālu skaņu diapazons ir 30 līdz 15000 Hz. Cilvēka balss akustiskā jauda pie normālas runas ir dažus mikrovatus liela. Skaļš kļiedziens atbilst dažu milivatu jaudai. Mūzikas instrumentu jauda ir no dažiem mikrovatiem līdz 20 vatiem liela (timpāns).

2.2.2. SKAŅAS IZPLATĪŠANĀS

Skaņas lauks veidojas, vides spiediena un kustības stāvoklim mainoties laikā un telpā. Šis maiņas izplatās ar skaņas ātrumu v . Skaņas ātruma attiecība pret skaņas frekvenci dod skaņas viļņa garumu. Gāzēs un šķidrums skaņas viļņi ir longitudināli. Cietos ķermeņos var izplatīties arī transversālas svārstības.

Dažādās vidēs skaņas ātrums longitudināliem viļņiem aprēķināms šādi.

$$\text{Cietos ķermeņos: } v_{c_{\parallel}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

kur E — elastības modulis;

ρ — blīvums.

$$v_{c_{\perp}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

kur G — bīdes modulis.

Šķidrumos:
$$v_{\text{šk}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

kur K — saspiežamība.

Gāzēs:
$$v_g = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}},$$

kur $\kappa = c_p/c_v$ — īpatnējo siltumu attiecība;

p — gāzes spiediens.

Ja skaņas viļņi izplatās kādā vidē, kurā atrodas akustiski šķēršļi, tad notiek skaņas atstarošanās. Uz robežas starp divām vidēm, kurās skaņas izplatīšanās ātrums ir dažāds, notiek skaņas viļņu laušana (pie tam ir spēkā Snelliusa likums). Ejot caur homogēnu vidi, skaņas vilnis tiek absorbēts. Absorbēcija ir atkarīga no frekvences, pieaugot proporcionāli frekvences kvadrātam.

Skaņas absorbēcija gaisā ir atkarīga no temperatūras un gaisa mitruma.

Ja vidē atrodamas nehomogenitātes, kuru lielums salīdzināms ar skaņas viļņu garumu vai mazāks par to, novērojama skaņas izkliede. Pēdējā ir atkarīga no nehomogenitāšu lieluma un skaņas frekvences.

Skaņas izplatīšanās ātrumi dažādās vidēs doti 2.15., 2.16. un 2.17. tabulā.

2.15. tabula. Skaņas izplatīšanās ātrums dažās gāzēs pie 0 °C

Gāze	v , m/s	Gāze	v , m/s
Hēlijs	965	Neons	435
Oglekļa dioksīds (CO ₂)	259	Skābeklis	316
Oglekļa monoksīds (CO)	338	Slāpeklis	334
Degģāze	453	Udeņradis	1260
Gaiss	331		

2.16. tabula. Skaņas izplatīšanās ātrums dažos šķidrumos

Šķidrums	Temperatūra t , °C	Blīvums ρ , g/cm ³	Ātrums v , m/s
Ūdens	25	0,997	1497
Etilspirts	20	0,789	1180
Benzols	20	0,878	1326
Glicerīns	20	1,261	1923
Parafīnēļa	33,5	0,835	1420
Petroleja	34	0,825	1295
Dzīvsudrabs	20	13,595	1451
Tetrahlorgleklis	20	1,595	938
Transformatoru eļļa	32,5	0,895	1425

2.17. tabula. Skaņas izplatīšanās ātrums dažās cietvielās

Cietviela	Elastības modulis E , kG/mm ²	Blīvums ρ , g/cm ³	Ātrums v , m/s
Alumīnijs	7100	2,7	5100
Svins	1600	11,4	1300
Dzelzs	21000	7,8	5100
Zelts	8100	19,3	2050
Varš	12500	8,9	3700
Misiņš	10050	8,1	3500
Niķelis	20540	8,8	4900
Platīns	17000	21,4	2800
Sudrabs	7500	10,5	2700
Cinks	10500	7,1	3800
Alva	5540	7,3	2700
Flintstikls	6350	3,0	4600
Kronstikls	7200	2,5	5300
Kvarca stikls	7630	2,6	5300
Pleksistikls	535	1,18	2100
Gumija	—	0,9	1500
Cietgumija	—	1,2	2400
Ledus	988	1	3200

2.2.3. AKUSTISKIE PAMATLIELUMI UN MĒRVENĪBAS

Frekvence. To mērī hercos (Hz), t. i., svārstību skaitā vienā sekundē.

Skaņas spiediens ir spiediens (p), ko izdara skaņas vilnis, krītot uz kādu virsmu.

$$p = \frac{F}{S},$$

kur F — normālais spēks, ar kuru skaņas vilnis darbojas uz virsmas;

S — virsmas laukums.

Spiediena mērvienības: N/m²; bar.

Skaņas telpiskais ātrums (q) ir skaņas lineārā ātruma (v) reizinājums ar virsmas laukumu (S) skaņas laukā:

$$q = vS.$$

Telpiskā ātruma mērvienības: m³/s; cm³/s.

Akustiskās enerģijas plūsma jeb akustiskā jauda (P) ir skaņas enerģija, kas laika vienībā plūst caur doto virsmas laukumu.

$$P = \frac{A}{t},$$

kur A — akustiskā enerģija;

t — laiks.

Akustiskās jaudas mērvienības: W; erg/s.

Skaņas intensitāte (stiprums) (I) ir akustiskās enerģijas daudzums, kas laika vienībā plūst caur virsmas laukuma vienību perpendikulāri skaņas izplatīšanās virzienam.

$$I = \frac{P}{S}.$$

Skaņas intensitātes mērvienības: W/m^2 ; $erg/s \cdot cm^2$.

Skaņas (akustiskās) enerģijas blīvums (E) ir skaņas enerģijas daudzums elastiskās vides tilpuma vienībā.

$$E = \frac{A}{V},$$

kur V — tilpums.

Mērvienības: J/m^3 ; erg/cm^3 .

Skaņas stipruma līmeni (L) nosaka ar formulu

$$L = k \lg \frac{I}{I_0},$$

kur I ir skaņas stiprums (intensitāte) dotajā telpas punktā;

I_0 — skaņas stiprums uz dzirdamības sliekšņa

$$\left(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-16} \frac{W}{cm^2} \right).$$

L izteikts belos (b), ja $k=1$, un decibelos (db), ja $k=10$.

Skaņas skaļuma līmeni (L_N) nosaka fonos.

Vienu fonu liels skaļuma līmenis atbilst skaņas spiediena līmenim, ko izdara vienāda skaļuma skaņa, kuras frekvence ir 1000 Hz, vienu db virs dzirdamības sliekšņa.

Skaļuma līmenis fonos skaitliski vienāds ar skaņas stipruma līmeni decibelos frekvencei 1000 Hz. Citām frekvencēm fonu skaits nesakrīt ar decibelu skaitu. Eksperimentāli noteiktās sakarības starp skaņas stipruma līmeni (db) un skaļuma līmeni (foni) atkarībā no frekvences (Hz), t. s. skaņas vienāda skaļuma liknes parādītas 2.22. zīmējumā.

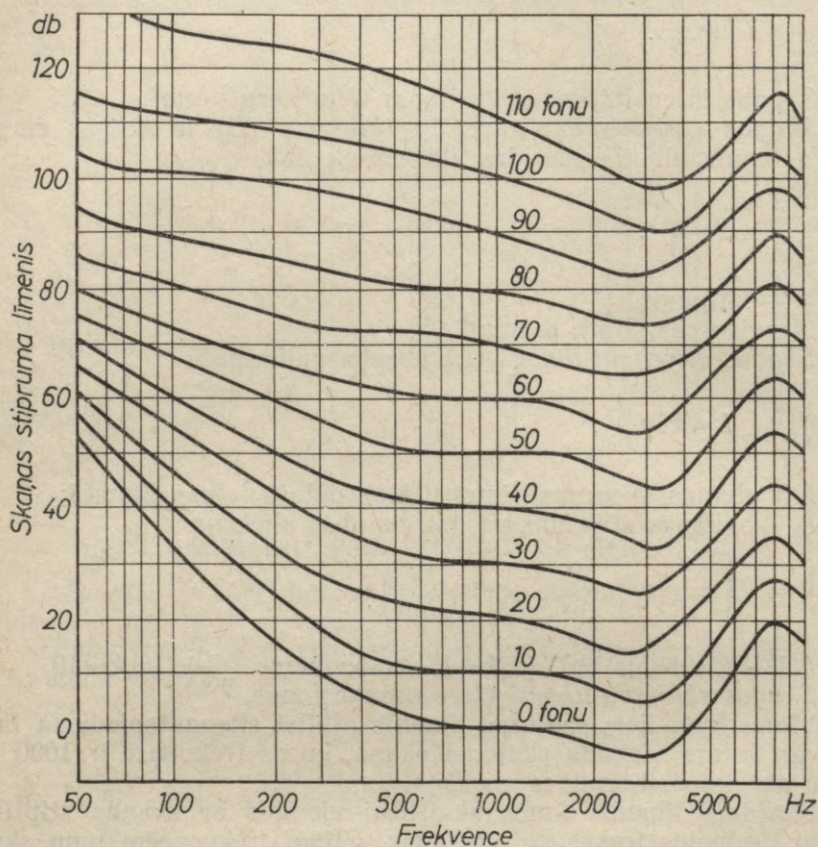
Skaņas refleksija un absorbcija. Skaņas vadāmība. Kad skaņas vilnis krīt uz kādu šķērslī, daļa enerģijas tiek atstarota, pārējā daļa tiek daļēji absorbēta (pārvēršas siltumā), daļēji iziet cauri. Attiecība starp absorbēto un krītošo enerģiju ir dotā materiāla (konstrukcijas) absorbcijas koeficients α :

$$\alpha = \frac{I_{abs}}{I}.$$

Plakanam skaņas vilnim enerģijas zudums absorbcijas ceļā aprēķināms pēc likuma:

$$I_x = I_0 e^{-\alpha x},$$

kur I_x — intensitāte pēc ceļa garuma x ;
 I_0 — sākuma intensitāte;
 α — absorbcijas koeficients.



2.22. zīm. Skaņas vienāda skaļuma līknes

Attiecība starp atstaroto enerģiju I_{atst} un krītošo enerģiju I ir atstarošanas koeficients β :

$$\beta = \frac{I_{atst}}{I}.$$

Attiecība starp cauri izgājušo enerģiju I_{izg} un krītošo enerģiju I ir skaņas vadāmības koeficients τ :

$$\tau = \frac{I_{izg}}{I}.$$

Visus trīs koeficientus saista sakarība

$$\alpha + \beta + \tau = 1.$$

Skaņas vadāmības koeficients parasti daudz mazāks par pārējiem koeficientiem. No telpas akustikas viedokļa ir vienalga, vai skaņas enerģija zūd vai aiziet uz blakustelpām vadīšanas ceļā. Tādā gadījumā var pieņemt, ka

$$\alpha = 1 - \beta = 1 - \frac{I_{atst}}{I}$$

Labi skaņas absorbētāji ir materiāli, kam ir sīkas vaļējas poras, — vate, filcs u. tml. Sevišķi labi šie materiāli absorbē augstas frekvences.

Pilno skaņas absorbciju A raksturo skaņas absorbcijas koeficienta reizinājums ar absorbējošā materiāla virsmas laukumu S :

$$A = \alpha S.$$

Pilnās absorbcijas mērvienība ir *sebins*, tai ir laukuma dimensija, un to mēri m^2 .

2.2.4. FIZIOLOĢISKĀ UN RUNAS AKUSTIKA

Cilvēka auss uztver skaņas diapazonā no 16...20 līdz 16000...20000 Hz. Ar ausi uztveramo skaņu frekvenču diapazons ir atkarīgs no cilvēka individuālajām īpašībām, vecuma, dzirdes aparāta stāvokļa utt.

Skaņas frekvenci cilvēka auss uztver kā toņa augstumu. Frekvences divkārtējs pieaugums tiek uztverts kā tā pati skaņa ar divkārt augstāku toni, un šo intervālu sauc par oktāvu. Noteiktu relatīvu frekvences izmaiņu auss uztver kā noteiktu toņa intervālu, citiem vārdiem, frekvenču attiecība tiek uztverta kā toņu augstumu difference. Frekvenču diapazonā virs 400 Hz auss spēj atšķirt frekvenču atšķirības, sākot ar 0,3%. Zemākās frekvencēs auss izšķiršanas spēja krīt līdz apmēram vienam procentam.

Dzirdes sliekšnis 800...2000 Hz diapazonā ir $2 \cdot 10^{-4}$ baru ($2 \cdot 10^{-10}$ kG/cm²) liels akustiskais spiediens. 2000...5000 Hz diapazonā dzirdes jutība pieaug, tad krīt līdz nullei, tuvojoties dzirdamās frekvences robežai.

Dzirdes aparāta pārslodze iestājas pie akustiskā spiediena ar kārtu 10^{-3} bar. Pie lielākiem spiedieniem tiek sasniegta sāpju robeža. Cilvēkam atrodies skaņas laukā, kura intensitāte ir tuvu sāpju robežai, var iestāties dzirdes aparāta bojājumi.

Salīdzinot savā starpā divas vai vairākas dažādas intensitātes skaņas, jāievēro, ka virs 60 db līmeņa difference 10 db tiek uztverta kā skaļuma divkārtša izmaiņa. Tas pats sakāms par skaņas līmeni zem 10 db.

Minimālā ar ausi izšķiramā skaņas līmeņa izmaiņa ir $\sim 10\%$, kas atbilst ~ 1 db.

Runas skaļuma līmenis:

Saruna pusbalsī	40 ... 50 fonis
Parastā saruņa	60 ... 70 fonis
Saruna paceltā balsī (lekcijā)	70 ... 80 fonis.

Normāla vīrieša balss runājot aptver frekvenču spektru starp ~60 un 10 000 Hz, pie tam intensitātes maksimums atrodas 500 Hz apgabalā. Taču runas skaidrība un saprotamība ir atkarīga no tā runas spektra apgabala, kas atrodas starp 1000 un 3000 Hz. Spēcīgs troksnis padara runas uztveri grūtu, dažkārt tas runu pilnīgi noslāpē. Ja trokšņu līmenis ir vienāds ar runas līmeni, tad vēl ir iespējams runu uztvert un saprast, bet, ja trokšņu līmenis pārsniedz runas līmeni par 15 ... 17 db, runa tiek pilnīgi noslāpēta. Frekvencēs, kas zemākas par 1000 Hz, trokšņa līmenis var vēl ievērojami vairāk pārsniegt runas līmeni (līdz 100 db), nepadarot runu nesaprotamu, ja vien troksnis nesasniedz runas līmeni pie frekvencēm virs 1000 Hz.

2.2.5. DAŽĀDU TROKŠŅU SKAŅAS STIPRUMS

Dažādu trokšņu skaņas stipruma gradācija atbilst aptuveni šādiem trokšņiem — sk. 2.18. tabulu. Dažādu iekārtu maksimāli pieļaujama trokšņa līmenis dots 2.19. tabulā.

2.18. tabula. Dažādu trokšņu skaņas stiprums

Trokšņa veids	Skaņas stiprums fonos
Dzirdamības sliekšnis	0
Klusi čuksti, lapu čabēšana nelielā vējā	10
Ļoti kluss dārzs, kluss dzīvoklis	20
Koku šalkoņa, klusa dzīvojamā telpa	30
Papīra plēšana, saruna pusbalsī	40
Rakstāmmašīnas troksnis	50
Ielu dzelzceļš	60
Lielpilsētas iela, mašīnrakstītāju telpa	70
Intensīva ielas satiksme	80
Liela telpa ar darbaldiem	75 ... 83
Štancēšana	75 ... 95
Mašīntelpa, apakšzemes dzelzceļš	90
Atlējumu apstrāde (darba vietas tuvumā)	92
Telpa ar automatiskām virpām	95 ... 100
Liels orķestris, spēcīgs autosignāls	100
Lielu alumīnija tvertņu apstrāde	95 ... 105
Smaga štancēšanas mašīna (darba vietas tuvumā)	105
Aukstkniedēšanas iekārta (darba vietas tuvumā)	105
Atlējumu tīrītava	95 ... 115
Liela katlu smēde	110 ... 115
Lidmašīnas propellers	120
Sāpju robeža	130
Spēcīgs reaktīvs aviācijas dzinējs	140 ... 150

2.19. tabula. Dažādu iekārtu maksimāli pieļaujamais trokšņa līmenis (mērīts 1 m attālumā)

Agregāts	Maksimāli pieļaujamais trokšņa līmenis fonos
Virpa ar apgriezienu skaitu minūtē:	
līdz 200	76
līdz 500	80
līdz 2000	85
Saspiestā gaisa dzinēji	95...100
Pneimatiskas slīpēšanas un urbšanas iekārtas	93
Centrbēdzes ventilatori, atkarībā no jaudas	65...100
Zobratu mehānismi, atkarībā no izgatavošanas precīzītātes un apgriezienu skaita	75...100
Dīzeļmotori, atkarībā no jaudas un apgriezienu skaita	95...100
Elektromotori, atkarībā no tipa un jaudas	60...95

2.2.6. CIŅA PRET RAŽOŠANAS TROKŠNIEM

Trokšņu līmeni mēri ar trokšņu mērītājiem. Tie graduēti decibelos, parasti no 30...140 db. Ja trokšņa frekvenču sastāvs salikts, tad parasti tiek mērīta visu trokšņa komponentu kopīgā enerģija. Zemiem skaņas līmeņiem parasti izdara frekvenču korekciju (pēc vienāda skaļuma līknēm). PSRS rūpniecība ražo divu tipu trokšņu mērītājus III-1 (baro no tīkla) un III-2 (barojams no baterijām).

Abos trokšņa mērītājos iebūvēts pjezoakustisks mikrofons:

Ražošanas telpu trokšņi pēc skaļuma līmeņa iedalāmi šādi:

- 1) no trokšņa brīva telpa zem 30 foniem;
- 2) telpa ar zemu trokšņa līmeni 40...60 foni;
- 3) telpa ar normālu trokšņa līmeni 60...80 foni;
- 4) trokšņaina telpa 80...100 foni;
- 5) ļoti trokšņaina telpa virs 100 foniem.

Dažādu ražošanas iekārtu radīto trokšņu cēloņi ir:

- a) mašīnu daļu triecieni (piemēram, zobratu zobi pārvadā);
- b) gāzu izplūde no darba cilindriem;
- c) feromagnētisku materiālu magnetostrikcija (piemēram, transformatoru serdeņi).

Triecientipa trokšņus raksturo augstfrekvences spektrs (piemēram, aužamās stelles, pneimatiskais veseris). Līdztekus tiem bieži vien parādās arī pašas iekārtas zemfrekvences svārstības. Tā, piemēram, zobratu sažobes radītā trokšņa pamatfrekvenci aprēķina pēc formulas:

$$f = \frac{nz}{60},$$

kur n — zobrata apgriezienu skaits minūtē;

z — zobrata zobu skaits.

Praktiski tas dod pamatfrekvenci aptuveni 900 Hz apvidū, ar atbilstošiem virstoņiem.

Aerodinamiskie trokšņi aptver plašu frekvenču diapazonu, ar samērā vāji izteiktiem maksimumiem (piemēram, putekļu sūcējam — pie ~2500 Hz, lieljaudas ventilatoram — pie ~100 Hz, reaktīvajam dzinējam — pie ~500 Hz). Trokšņu līmenis ir tālu abpus šiem vāji izteiktajiem maksimumiem, iesniedzoties ultraskaņas un infra- skaņas diapazonā.

Virzuļu dzinēju izplūdes gāzu radītie trokšņi parasti ir ar pamatfrekvenci, ko nosaka apgriezienu skaits un dzinēja cilindru skaits. Tā, piemēram, četraktu dzinējam pamatfrekvence

$$f = \frac{ni}{120},$$

kur n — vārpstas apgriezienu skaits minūtē;

i — cilindru skaits.

Troksni raksturo liels skaits samērā intensīvu virstoņu.

Magnētiskās izcelsmes trokšņi novērojami elektromagnētos, transformatoros, elektriskajos dzinējos utt. Šo iekārtu trokšņu spektrs līdztekus pamatfrekvencei uzrāda daudz virstoņu, kuru intensitāte samazinās augstāko frekvenču rajonā.

Ciņa pret trokšņiem ir atkarīga no trokšņu avota un no attiecīgās ražošanas nozares konkrētajiem apstākļiem.

2.2.6.1. Ciņa pret trokšņiem trokšņu avotā

Tas ir pats efektīvākais paņēmieni. Ja troksnis ir ar trieciena izcelsmi, tad to var noslāpēt, izmantojot materiālus un konstrukcijas, kas nevar sasniegt lielas svārstību amplitūdas intensīvās svārstību rimšanas dēļ tajos. Tā, piemēram, lietojot tekstolīta zobratu metāla zobratu vietā, troksnis samazinās par 20...30 db. Metāla detaļas, kas spēj dot membrāntipa svārstības, ieteicams aizstāt ar tekstolīta vai plastmasas detaļām vai arī pielīmēt tām skaņu slāpētājus materiālus — filcu, kartonu, azbestu vai kokvilnas audumu.

Aerodinamiskos trokšņus var samazināt, piešķirot gāzu appūstajām virsmām aerodinamiskas formas, kas aizkavē virpuļu izveidošanos, tāpat arī dažādiem paņēmieniem samazinot gāzu strūkļas ātrumu.

Magnētiskie trokšņi būs jo mazāki, jo mazāk magnētisku materiālu būs attiecīgajā iekārtā.

2.2.6.2. Amortizācija

Mehānisms, kurā troksnis rodas, jāatdala no atbalsta virsmām, kuros mehānisms var izraisīt vibrācijas un tādējādi izveidot papildu trokšņu avotus. To realizē, ievietojot zem attiecīgā mehānisma elas-

tīgas starplikas. Jo mehānisms ir masīvāks un jo mazāka starpliku elasticitāte, citiem vārdiem, jo zemāka ir mehānisma un starplikas svārstību pašfrekvence, jo iedarbīgāks ir amortizācijas efekts. Katrā ziņā šai frekvencei jābūt stipri zemākai par tās skaņas frekvenci, kura ir jāpavājina.

Amortizācijai izmanto tērauda atsperes, gumiju, filcu un speciālus amortizatorus.

2.2.6.3. Skaņas izolācija

Ja iekārtas radītais troksnis nesaistās ar to, ka sāk vibrēt ar mehānismu sastiprinātās virsmas (piemēram, pamats), bet troksnis izplatās tieši apkārtējā vidē, tad iekārta jāievieto kādā skaņu izolētajā apvalkā, izmantojot šim nolūkam attiecīgos materiālus (sk. 2.20. tabulu).

Apvalkam jābūt bez spraugām, jo pat nelielas spraugas ievērojami samazina skaņas izolāciju. Apvalka iekšpuse jāpārklāj ar labu skaņas absorbētāju (absorbcijas koeficients ne mazāks par 0,3).

2.2.6.4. Ventilatoru trokšņu noslāpēšana

Ventilatori jānovieto uz amortizatoriem un jāievieto izolētajās kamerās, kuru iekšējās sienas pārklātas ar absorbētāju materiālu (absorbcijas koeficients ne mazāks par 0,5). Ventilācijas kanāls no izolējamās telpas puses jāpārklāj ar izolētāju materiālu. Skaņu absorbējošās plāksnes var ievadīt arī pašā ventilācijas kanālā.

2.2.6.5. Motoru izplūdes trokšņu noslāpēšana

Šeit ne vienmēr var lietot skaņas slāpētājus materiālus. Bieži lieto tā saucamos reaktīvos slāpētājus jeb akustiskos filtrus, kas sastāv no virknē saslēgtām izplešanās kamerām, ko savieno tievas caurules. Tāds filtrs laiž cauri tikai zemas frekvences, bet labi aiztur visas svārstības, kuru frekvence ir augstāka par dotā filtra pašfrekvenci f_0 . Vājinājums, ko sasniedz pie frekvences $2f_0$, ir ar kārtu 20 db, pie $5f_0$ — ap 40 db. Filtra pašfrekvenci aprēķina pēc formulas

$$f_0 = \frac{c}{\pi} \sqrt{\frac{S}{lV}}$$

kur c (m/s) — skaņas ātrums dotajā gāzē pie dotās vidējās temperatūras kamerā;

S (m²) — caurules šķērsriezuma laukums;

l (m) — caurules garums;

V (m³) — kameras tilpums.

2.2.6.6. Individuālie aizsarglīdzekļi pret troksni

Kā tādus lieto dažādas ierīces, kas pilnīgi aizsedz galvu vai tikai ausis. Materiāls: dažādi skaņas absorbētāji — stikla vate (parastā vate ir pilnīgi nederīga!), mīksta plastmasa u. c. Ierīču efektivitāte ir stipri ierobežota. Tās ir kaut cik iedarbīgas vienīgi augstu frekvenču diapazonā, kuras ir sevišķi nepatīkamas un kaitīgas.

2.2.7. BŪVAKUSTIKA

Būvakustikas uzdevums ir pieskaņot celtniecības risinājumu attiecīgajām akustikas prasībām. Pēdējās var saistīties ar problēmu, kā nodrošināt optimālu dzirdamību telpā, kā maksimāli izslēgt trokšņu izplatīšanos cauri atsevišķiem būvelementiem (sienām, pārsegumiem), kā samazināt trokšņu izplatīšanos pašā telpā utt.

Skaņai izplatoties kādā telpā un nonākot pie kāda šķēršļa (piemēram, sienas), notiek tās daļējā atstarošanās un daļējā absorbcija. Ja atstarotais skaņas signāls sasniedz klausītāju pēc laika intervāla, kas nav mazāks par $1/20$ s, rodas *atbalss*. Slēgtās telpās šī atbalss novērojama tad, ja telpu izmēri nav mazāki par 10...15 m. Mazākā telpā no sienām atstarotais skaņas signāls nonāk klausītāja ausī ātrāk un tiek uztverts nevis kā atbalss, bet kā skaņas signāla ilgstības pieaugums. Atstarojoties no dažādiem telpas punktiem un notiekot vairākkārtējai skaņas atstarošanai, signāls iegūst pamazām dziestošu raksturu. Šo parādību sauc par *reverberāciju*.

Jo stiprāka skaņas absorbcija telpas būvelementos, jo mazāks reverberācijas ilgums. Ja telpu ierobežotāji elementi skaņu pilnīgi absorbē, reverberācija izzūd pilnīgi.

Telpā vienlaikus izplatoties gan pamatsignālam, gan atstarotajiem signāliem, skaņas līmenis var ievērojami palielināties. Skaņas intensitāte reverberējošā telpā izsakāma šādi:

$$I = N \left[\frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4(1 - \alpha_{vid})}{\alpha_{vid} S} \right],$$

kur α_{vid} — vidējais skaņas absorbcijas koeficients telpā;

S — telpu ierobežotāju virsmu kopīgā platība;

N — skaņas avota akustiskā jauda;

r — attālums līdz skaņas avotam.

Lielākā attālumā no skaņas avota (liels r) skaņas intensitāti praktiski nosaka tikai otrais loceklis iekavās, citiem vārdiem — atstarotais vai izkliedētais signāls.

Svarīgs būvakustikas uzdevums ir novērst skaņas izplatīšanos no vienas telpas otrā, kā arī novērst trokšņu iekļūšanu no ārpusē kādā telpā. Šīs prasības celtniekiem jāievēro būvmateriālu izvēlē.

Būvmateriāla akustiskās īpašības labi raksturo tā skaņas absorbcijas spējas, ko raksturo skaņas absorbcijas koeficients α (sk. 2.20. tabulu).

$$\alpha = \frac{I_{abs}}{I}$$

2.20. tabula. Dažādu būvmateriālu skaņas absorbcijas koeficienti

Materiāls	Frekvence, Hz					
	125	250	500	1000	2000	4000
<i>Vispārējās lietošanas materiāli</i>						
Mūra siena:						
neapmesta	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07
apmesta un krāsota	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
Starpsiena, koka, apmesta	0,02	0,03	0,04	0,05	0,03	0,03
Tūba, tehniskā, 2,5 cm bieza	0,09	0,34	0,55	0,66	0,52	0,39
Audums, kokvilnas, piekārtis pie sienas, bez krokām, svars 0,36 kg/m ²	0,03	0,04	0,11	0,17	0,24	0,35
Tas pats 0,50 kg/m ²	0,04	0,07	0,13	0,22	0,32	0,35
Korķa plāksne, 2 cm bieza, pielīmēta pie sienas	0,08	—	0,08	0,19	0,21	0,22
Linolejs	0,02	—	0,03	—	0,04	—
Priežu koka paneli	0,10	0,11	0,10	0,09	0,08	0,11
Logu stikls	0,03	—	0,03	—	0,02	—
<i>Padomju Savienībā izstrādātie speciālie akustiskie materiāli</i>						
Arborīts, 2 cm biezs, cieši pie sienas:						
parastais	0,28	0,32	0,44	0,46	0,48	0,53
ugunsdrošais	0,18	—	0,41	0,48	0,52	0,54
perforētais	0,31	0,33	0,47	0,53	0,59	0,64
Azbestīts АЦА, 3,5 cm biezs	0,32	0,40	0,36	0,35	0,37	0,35
Akustiskais apmetums АЦП, 3,5 cm biezs	0,22	0,27	0,31	0,31	0,33	0,40
Vermikulīts АВК, 3,5 cm biezs	—	—	0,19	0,21	0,26	0,30
Akustoliīts АСП, 3,5 cm biezs	—	—	0,25	0,24	0,22	0,22
Azbosilikāts АСА, 4,5 cm biezs	0,60	0,73	0,80	0,82	0,81	0,70
Aviācijas siltumizolācijas materiāls:						
АТИМХ-10	0,03	0,03	0,07	0,22	0,35	—
АТИМХ-15	0,03	0,04	0,15	0,43	0,56	—
Plāksnes no sīkām ķieģeļu drumslām (saistviela — cements), 3,5 cm biezās, cieši pie sienas	0,04	0,14	0,25	0,34	0,40	—
Tas pats, ar 5 cm atstarpi	0,19	0,22	0,20	0,25	0,34	—
Mipora (sacietējušas karbamīda-formaldehīda sveķu putas ar koka skaidu piejaukumu), 3 cm biezā kārtā pie sienas, tilpumsvars 15...17 kg/m ³	—	0,25	0,6	0,7	0,9	0,9
<i>Vienkāršākās skaņu absorbētājas konstrukcijas</i>						
Būvpakulas metāla tīklā; tilpumsvars 50 kg/m ³ :						
5 cm bieza kārtā, cieši pie sienas	0,07	0,15	0,4	0,8	0,9	—
tas pats, ar 5 cm atstarpi	0,15	0,4	0,85	0,9	0,75	—
10 cm bieza kārtā, cieši pie sienas	0,2	0,6	0,95	0,95	0,9	—
tas pats, ar 5 cm atstarpi	0,25	0,8	0,98	0,85	0,9	—
10 cm bieza kārtā, tilpumsvars 100 kg/m ³ , cieši pie sienas	0,3	0,8	0,8	0,8	0,9	—
Kokvilnas vate aiz metāla ekrāna (caurumi Ø 5 mm, intervāls 20 mm), tilpumsvars 30 kg/m ³ , cieši pie sienas:						
9 cm bieza kārtā	0,99	0,88	0,86	0,78	0,67	—
0,8 cm bieza kārtā	0,05	0,04	0,19	0,43	0,5	—
Azbesta vate, 10 cm biezā kārtā, aiz perforēta metāla ekrāna (caurumi Ø 4 mm, intervāls 30 mm)	—	0,90	0,70	0,45	0,22	0,12

Īpašu vietu skaņas absorbētāju vidū ieņem tā saucamie rezonanses absorbētāji (RA), ko bieži izmanto ražošanas iecirkņos, lai apkarotu trokšņus. Tie ir absorbētāji ar krasi izteiktu frekvenču atkarību un spēj nodrošināt augstu skaņas absorbciju kādā šaurā frekvenču intervālā. Šie absorbētāji izveidoti kā perforētas finiera, metāla vai kāda cita cieta materiāla plāksnes, kas novietotas noteiktā attālumā no sienas vai griestiem. Telpa zem plāksnes sadalīta 200...300 mm lielās šūnās. Perforācijas caurumus parasti aizklāj ar kādu porainu materiālu (audums, biezs tīkls), kam ir noteikta pretestība gaisa plūsmai (caurpūtes pretestība, berzes pretestība).

Rezonanses absorbētāja īpašības nosaka perforāciju diametrs, atstatums starp tām, auduma caurpūtes pretestība, šūnu lielums, plāksnes biezums. 2.21. tabulā doti dažu rezonanses absorbētāju raksturotāji lielumi.

2.21. tabula. Dažu rezonanses absorbētāju raksturotāji lielumi

Apzīmējums (nosacīts)	Attālums no sienas, mm	Perforācijas diametrs, mm	Attālums starp perfo- rācijām, mm	Berzes pre- testība, g/s	Maksimālās absorbēcijas frekvence, Hz	Absorbēcijas koeficients				
						50 Hz	100 Hz	300 Hz	400 Hz	1600 Hz
P3Π-1	160	25	160	3	100	0,4	0,8	0,4	—	—
P3Π-2	330	4	26	3	400	0,2	0,5	0,7	0,75	0,5
P3Π-3	160	4	19	6	400	0,4	0,6	0,8	0,8	0,5
P3Π-4	80	5	17	12	600	0,2	0,3	0,6	0,7	0,7

Plākšņu biezums: P3Π-1 5 mm, pārējie — 0,5 mm.

Skaņas līmeņu diferenci starp diviem punktiem, kas atdalīti ar kādu starpsienu, kuras vienā pusē atrodas skaņas avots, sauc par skaņas izolācijas spēju. To mēri decibelos. Ja starpsienā ir homogēna un bezgalīga, sadalot visu telpu divās pustelpās, kurās nav skaņas atstarotāju virsmu, tad starpsienas skaņas izolācijas spēja

$$(IS) = 10 \lg \frac{1}{\tau},$$

kur τ ir skaņas vadīspēja.

Šis lielums (dažreiz saukts par teorētisko skaņas izolācijas spēju) raksturo doto izolējošo starpsienu (sk. 2.22. tabulu).

Praktiskā skaņas izolācijas spēja atkarīga ne tikai no starpsienas teorētiskās skaņas izolācijas spējas, bet arī no telpu ierobežojošo virsmu skaņas absorbcijas. Jo tā ir augstāka, jo labāka skaņas izolācijas spēja piemīt dotajai telpai. Praktiskā skaņas izolācijas spēja (\overline{IS}) saistās ar teorētisko (IS) šādi:

$$\overline{IS} = IS + 10 \lg \frac{A}{S_1} \left(1 - \frac{\alpha_{vid}}{2} \right),$$

kur S_1 — izolējošās starpsienas vai pārseguma virsmas laukums;
 A — ΣaS — pilnā skaņas absorbcija dotajā telpā;
 a_{vid} — vidējais skaņas absorbcijas koeficients.

$$a_{vid} = \frac{A}{\Sigma S}$$

2.22. tabula. Dažādu konstrukciju skaņas izolācijas spēja (IS)

Konstrukcija	Biezums, cm	Svars, kG/m ²	Skaņas izo- lācijas spēja, db
Līmēts finieris, 5 mm	0,5	2,2	20
Alumīnija loksne	0,1	2,6	20
	0,2	5,2	23
	0,3	7,8	26
	0,5	13,0	28
	0,2	15,6	29
Tērauda loksne	0,3	23,4	31
	0,5	39,0	34
	6	5	23
Koka balsti, 50×50 mm, abās pusēs ap- šūti ar 3...5 mm finieri	6	5	23
Tas pats, 50×150 mm, abās pusēs ap- šūti ar dēļiem un apmetumu	22	110	39
Piekārta siena — apmetums uz Rabica tikla	2,5	31	32
Putu betons, apmests	11	122	40
Ķieģeļu siena, abpusēji apmesta:			
¹ / ₄ ķieģeļa	9	153	42
¹ / ₂ ķieģeļa	15	228	46
1 ķieģeļa	27	457	52
¹ / ₂ ķieģeļa	40	685	55
2 ķieģeļu	53	900	58
Izdedžu akmeņi, apmesti	21	350	50
Dzelzsbetona pārsegums, atkarībā no svara	—	—	45...55
Salikta atvieglota sienas konstrukcija (dūralumīnija plāksne — 1,5 mm, kap- rona šķiedras BT-4 starplika — 10 mm, alumīnija folija — 0,15 mm, stikla šķiedras АТИМСС starplikas — 60 mm, viegls dekoratīvs audums uz perforēta finiera)	7,5	14	31

2.2.8. ULTRASKAŅA

Ultraskaņas diapazons: 16000 Hz ... 1000 MHz.

2.2.8.1. Ultraskaņas iegūšana

Ultraskaņu iegūst ar mehāniskām, elektrodinamiskām, magnetostrīcijas un pjezoelektriskām metodēm. Mehāniskās iekārtas izmanto dažāda tipa svilpes un sirēnas. Elektrodinamiskās sistēmas pamatojas uz magnētisku vai elektrisku maiņlauku iedarbību uz stieni, kura garums vienāds ar pusviļņa garumu un kurš iestiprināts vidū. Pjezoelektriskā metode izmanto pjezokristāla izplešanos vai saraušanos mainīgā elektriskā laukā. Magnetostrīcijas avots izmanto feromagnētiskā stieņa saraušanos un izplešanos mainīgā magnētiskā laukā.

2.2.8.2. Ultraskaņas izmantošana

Defektoskopija. Ultraskaņas vilnis izplatās homogēnā cietā ķermenī šaurā kūlī bez ievērojamiem zudumiem. Taču pie robežas cietviela — gaiss tas gandrīz pilnīgi atstarojas. Tas dod iespēju konstatēt iekšējas nehomogenitātes, tukšumus, plaisas u. tml. cietā vielā, piemēram, kādā lējumā.

Tīrīšana. Ultraskaņas laukā dažas sīkas gaisā esošas cietvielas daļiņas koagulē lielākos agregātos un nogulsņējas (piemēram, dūmi, putekļi). To izmanto, lai tīrītu dažādas gāzes rūpniecībā. Ultraskaņa sadarbībā ar kādu tīrītāju šķidrums efektīvi attīra metālu no taukiem, oksīda kārtām vai citiem netīrumiem. To izmanto, lai tīrītu metālu virsmas pirms krāsošanas, lodēšanas (piemēram, alumīnija lodēšana) utt.

Materiālu apstrāde. Instruments, kas izdara svārstības ar ultraskaņas frekvenci, darbojas kā ļoti efektīvs līdzeklis dažādu materiālu apstrādei. Parasti starp instrumentu un apstrādājamo virsmu ievieto kādu šķidrums, kurā suspendēts kāds sīki disperģēts abrazīvs. Tādā veidā var apstrādāt metālus, stiklu, keramiku utt. Atkarībā no instrumenta profila iespējams izveidot dažādas formas caurumus, iedobumus un kanālus. Instrumenta nolietojšanās pakāpe šajos procesos ir visai augsta un tuvojas apstrādājamā materiāla izdilšanas pakāpei.

Degazēšana. Sīki gāzes pūslīši kādā šķidrumā ultraskaņas laukā savienojas par lielākiem un paceļas šķidruma virspusē. To izmanto, lai atbrīvotu dažādus šķidrumus, izkausētu stiklu vai metālu no gāzes piejaukumiem.

Dziļuma mērīšana. Lai mērītu ūdensbaseina dziļumu no kuģa vertikāli uz leju, tiek raidīti ultraskaņas impulsi. Mērot laiku starp impulsa noraidīšanu un tā atgriešanos, iespējams noteikt jūras dibena dziļumu, kā arī atrast dažādus ūdenī atrodošos ķermeņus (zivju barus, zemūdenes u. c.).

ĶĪMIJA

3.1. PAMATJĒDZIENI, DEFINĪCIJAS UN LIKUMI

Ķīmija ir dabaszinātņu nozare, kas pēta vielu sastāvu, uzbūvi, īpašības un to pārvērtības. To iedala vairākās savstarpēji cieši saistītās apakšnozarēs: *neorganiskajā* ķīmijā, kas pēta ķīmiskos elementus un to veidotos savienojumus; *organiskajā* ķīmijā, kas pēta oglekļa savienojumus; *fizikālajā* ķīmijā, kas vielas un to parādības pēta ar fizikālām metodēm un lieto fizikas likumus; *analītiskajā* ķīmijā, kas izstrādā vielu ķīmiskā sastāva noteikšanas metodes; *termoķīmijā*, kas pēta ķīmisko procesu siltumefektus, vielu siltumietilpību u. c. ar to saistītus lielumus; *fotoķīmijā*, kas noskaidro ķīmiskās pārvērtības, kuras noris gaismas starojuma ietekmē; *radiācijas* ķīmijā, kas pēta ķīmiskās pārvērtības, kas noris radioaktīvā starojuma ietekmē, utt.

Atoms ir ķīmiskā elementa vissīkākā daļiņa, kas saglabā visas elementam raksturīgās ķīmiskās īpašības.

Molekula ir vielas vissīkākā daļiņa, kurai piemīt visas dotās vielas ķīmiskās īpašības un kura spēj patstāvīgi eksistēt.

Atommasa (atomsvars) ir ķīmiskā elementa atoma vidējā masa, izteikta oglekļa vienībās.

Molekulmasa (molekulvars) ir oglekļa vienībās izteikta vienas molekulas masa. Par oglekļa vienību sauc $1/12$ no oglekļa izotopa C^{12} masas. Molekulmasu nosaka, saskaitot visu molekulas sastāvā ietilpstošo atomu atommasas.

Grammolekula (saīsināti *mols*) ir vielas daudzums gramos, kas skaitliski vienāds ar tās molekulmasu.

Gramatoms ir ķīmiskā elementa daudzums gramos, kas skaitliski vienāds ar tā atommasu.

Jebkuras individuālas vielas grammolekulā, kā arī jebkura elementa gramatomā ir $6,023 \cdot 10^{23}$ molekulu resp. atomu (Avogadro skaitlis).

Dažādu gāzu vienādos tilpumos vienādos apstākļos (temperatūra un spiediens) ir vienāds molekulu skaits (Avogadro likums).

Ķīmiskais elements ir tādu atomu veids, kam ir vienāds pozitīvais kodola lādiņš.

Izotopi ir ķīmiskā elementa atomu paveidi, kuru kodolos ir vienāds protonu skaits, bet dažāds neitronu skaits. Tiem ir atšķirīgas atommasas, bet tie ieņem vienu un to pašu vietu D. Mendelejeva elementu periodiskajā sistēmā. Katram elementam patlaban zināmi vairāki izotopi, piemēram, ūdeņradim ir 3 (H^1 , H^2 , H^3), hloram — 9 (Cl^{32} , Cl^{33} , Cl^{34} , Cl^{35} , Cl^{36} , Cl^{37} , Cl^{38} , Cl^{39} , Cl^{40}) utt.

Alotropija — ķīmiskā elementa spēja eksistēt divu vai vairāku vienkāršu vielu, t. s. alotropisko modifikāciju veidā, piemēram, skābeklis O_2 un ozons O_3 , dimants un grafits, baltais un sarkanais fosfors un tml. Alotropiju iemesli ir divi: 1) dažāds atomu skaits molekulā un 2) dažādu kristālisku formu veidošanās.

Ekvivalents jeb *ekivalentmasa* — ķīmiskā elementa masa, kas savienojas ar vienu (precīzāk: 1,00797) masas vienību ūdeņraža vai arī aizstāj to savienojumos.

Gramekvivalents ir elementa daudzums gramos, kas skaitliski vienāds ar elementa ķīmisko ekvivalentu.

Vērtība ir dotā elementa atoma īpašība pievienot vai aizstāt noteiktu skaitu citu elementu atomu. Elementam var būt pastāvīga vērtība (piemēram, fluors un nātrijs ir tikai vienvērtīgi, kalcijs — tikai divvērtīgs) vai arī mainīga vērtība (piemēram, mangāns savienojumos var būt no divvērtīga līdz septiņvērtīgam). Vienādas vērtības elementi savienojas attiecībā 1:1, divvērtīgais ar vienvērtīgo — attiecībā 1:2 utt.

Periodiskais likums. Elementu īpašības atrodas periodiskā atkarībā no to atomu kodolu lādiņa lieluma (D. Mendelejevs, 1869. g.). Uz šī likuma pamata izveidota D. Mendelejeva elementu periodiskā sistēma. Elementa kārtas numurs periodiskajā sistēmā vienāds ar protonu skaitu atoma kodolā, kā arī elektronu skaitu neitrālajā atomā.

Masas nezūdamības likums. Vielu kopīgā masa pirms reakcijas ir vienāda ar vielu kopīgo masu pēc reakcijas (Lomonosovs, 1748. g., Lavuazjē, 1789. g.).

Sastāva nemainības likums. Jebkurš ķīmiskais savienojums sastāv no vieniem un tiem pašiem elementiem, vienās un tajās pašās attiecībās neatkarīgi no šī savienojuma iegūšanas veida (Prusts, 1808. g.).

Vienkāršo skaitļu likums. Ja divi vai vairāki elementi veido divus vai vairākus ķīmiskus savienojumus, tad viena elementa noteikts daudzums reaģē ar otra elementa tādiem daudzumiem, kas savā starpā attiecas kā vienkārši veseli skaitļi (Daltons, 1803. g.).

Tilpumu attiecību likums. Dotā spiedienā un temperatūrā gāzes savā starpā reaģē vienkāršās tilpumu attiecībās (Gei Lisaks, 1808. g.).

Ekvivalentu likums. Elementi savā starpā savienojas to ekvivalentu attiecībās.

Ja uz līdzsvarotu sistēmu iedarbojas no ārpuses, mainot kādu līdzsvara nosacījumu (temperatūru, spiedienu, reaģējošo vielu koncentrāciju), tad līdzsvars izmainās tai virzienā, kādā ārējās iedarbības efekts samazinās (*Le-Šateljē princips*, 1887. g.). Tā, piemēram, ja līdzsvarotā sistēmā, kas sastāv no ūdens un ledus, paaugstina spiedienu, līdzsvars nobīdās ūdens rašanās virzienā un pazemina ledus kušanas temperatūru, jo ledus kušana ir saistīta ar tilpuma samazināšanos. Temperatūras paaugstināšana jebkuru līdzsvaru nobīda tā procesa virzienā, kas noris ar siltuma uzņemšanu.

Ķīmiskās reakcijas ātrumu mēra ar reaģējošo vielu koncentrāciju izmaiņu laika vienībā.

Ķīmiskās reakcijas ātrums ir tieši proporcionāls reaģējošo vielu koncentrāciju reizinājumam (*Darbīgo masu likums*, Guldbergs un Vāge, 1864. ... 1867. g.). Reakcijas ātrums atkarīgs arī no temperatūras: pieaugot temperatūrai par 10°C, reakcijas ātrums palielinās aptuveni 2...4 reizes (*Vant Hofa likumība*).

Katalīze — ķīmiskās reakcijas ātruma izmaiņa tādu vielu (t. s. katalizatoru) klātbūtnē, kas, vairākkārt stājoties reakcijā ar reaģējošām vielām un dodot aktīvus starpsavienojumus, paātrina pamatreakciju.

Ķīmisku reakciju, kas noris ar siltuma izdalīšanos, sauc par *eksotermisku*, bet reakciju, kas noris ar siltuma uzņemšanu no apkārtējās vides, — par *endotermisku*.

Oksidēšanās ir ķīmiska reakcija, kurā atoms vai jons atdod elektronus. Vielu, kas spēj atdot elektronus, sauc par *reducētāju*.

Reducēšanās ir ķīmiska reakcija, kurā atoms vai jons pievieno elektronus. Vielu, kas spēj pievienot elektronus, sauc par *oksidētāju*.

Šķīdumi ir mainīga sastāva vienfāzes sistēmas, ko veido ne mazāk par divām komponentēm, piemēram, ūdens un tajā izšķīdusī viela.

Cieti šķīdumi — cietas viendabīgas mainīga sastāva kristāliskas vai amorfas fāzes, kas sastāv no divām vai vairākām komponentēm. Viendabīgums saglabājas, ja zināmās robežās izmaina komponentu attiecību.

Šķīdība raksturo vielas spēju veidot ar citām vielām (visbiežāk šķīdumiem) viendabīgu sistēmu. Vielas šķīdību šķīdros šķīdinātajos skaitliski izsaka ar iegūtā piesātinātā šķīduma koncentrāciju. Par *piesātinātu* sauc tādu šķīdumu, kas atrodas līdzsvarā ar izšķīdinātās vielas pārākumu.

Šķīduma koncentrācija ir izšķīdinātās vielas masas daudzums, ko satur noteikts šķīduma masas vai tilpuma daudzums. Šķīduma koncentrāciju izsaka dažādi:

procentuālā koncentrācija norāda, cik gramu izšķīdušās vielas satur 100 g šķīduma, piemēram, 5% NaCl šķīdums;

molārā koncentrācija jeb molaritāte norāda, cik molu izšķīdušās vielas satur 1 litrs šķīduma, piemēram, 2M H₂SO₄ šķīdums;

normālā koncentrācija jeb normalitāte norāda, cik gramekvivalentu izšķīdušās vielas satur 1 litrs šķīduma, piemēram, 0,5 n HCl šķīdums.

Vienādas normalitātes šķīdumi reaģē vienādos tilpumos. Ja šķīduma normalitātes ir dažādas, tad šie šķīdumi reaģē tilpumos, kas apgriezti proporcionāli to normalitātēm:

$$Vn = V_1n_1,$$

kur n un n_1 — šķīduma normalitātes,

V un V_1 — šķīdumu tilpumi.

Elektrolitiskā disociācija — vielu patvaļīga sadalīšanās šķīdumā

vai kausējumā pozitīvi un negatīvi lādētos jonus (katjonus un anjonus).

Vielas, kas disociē jonus, sauc par *elektrolītiem*. Ja elektrolīts praktiski pilnīgi disociē jonus, to sauc par stipru, bet, ja tikai daļēji, — par vāju.

Disociēto molekulu skaita atiecību pret sākotnēji kopīgo molekulu skaitu sauc par *disociācijas pakāpi α* . Disociācijas pakāpe vienam un tam pašam elektrolītam atkarīga no šī elektrolīta koncentrācijas šķīdumā: šķīdumu atšķaidot, disociācijas pakāpe pieaug.

Joni — lādētas daļiņas, ko veido atsevišķi atomi vai arī ķīmiski saistītu atomu grupas, kurām ir elektronu iztrūkums (*katjoni*) vai pārpalikums (*anjoni*).

Izomorfisms — atomu, jonu vai molekulu spēja kristāliskā režģī aizstāt vienam otru, veidojot mainīga sastāva jauktus kristālus, t. s. cietos šķīdumus.

Izomērija — parādība, ka eksistē vairāki ķīmiski savienojumi ar vienādu kvalitatīvo un kvantitatīvo sastāvu, bet atšķirīgām fizikālām un ķīmiskām īpašībām. Ir divi galvenie izomērijas paveidi: struktūras (atšķiras ar ķīmisko saišu izvietojumu) un telpiskā (atšķiras ar atomu izvietojumu telpā).

3.2. SVARĪGĀKO ELEMENTU UN TO SAVIENOJUMU ĪPAŠĪBAS

Alumīnija oksīds Al_2O_3 — dabā sastopams minerāla korunda veidā. Korunds pēc cietības tikai nedaudz atpaliek no dimanta, tādēļ to plaši izmanto kā abrazīvu materiālu. Dzidri, piemaisījumu dēļ nokrāsoti korundi pieskaitāmi dārgakmeņiem (rubīni, safīri).

Alumīnijs Al — sudrabbalts miksts metāls, labi pakļaujas mehāniskai apstrādei. Parastos apstākļos pārklāts ar plānu oksīda plēvīti, kas to pasargā no tālākas korozijas. Šķīst sālsskābē, sērskābē un sārmos. Koncentrēta slāpekļskābe alumīniju pasivē (izveido uz metāla virsmas aizsargslāni), kas kavē šķīšanas procesu un praktiski ar to nereaģē. Paaugstinātās temperatūrās alumīnijs enerģiski reaģē ar halogēniem, sēru, slāpekli un oglekli, reducē daudzu metālu oksīdus (aluminotermija). Alumīniju ļoti plaši lieto vieglu, mehāniski izturīgu sakausējumu iegūšanai (dūralumīnijs, magnālijs u. c.). Tā kā alumīnijs labi vada elektrisko strāvu, tad to lieto arī elektrisko vadu izgatavošanai. Alumīnijs ir dabā visizplatītākais metāls (7,5% no Zemes garozas masas) un ietilpst laukšpatu, mālu un daudzu citu minerālu sastāvā. Alumīniju iegūst, elektrolizējot Al_2O_3 šķīdumu izkausētā kriolītā Na_3AlF_6 950 °C temperatūrā.

Alva Sn — sudrabbalts trausls metāls, izturīgs pret gaisa un ūdens iedarbību, šķīst skābēs un sārmos. Savienojumos mēdz būt divvērtīgā un trīsvērtīgā oksidācijas pakāpē. Divvērtīgās alvas savienojumi ir spēcīgi reducētāji. Alvu plaši lieto skārda pārklāšanai (alvošanai) un sakausējumu (bronzu, babītu, lodmetālu, tipogrāfijas

metālu) iegūšanai. Dabā alva galvenokārt sastopama minerāla kassiterīta SnO_2 veidā.

Amonjaks NH_3 — bezkrāsas gāze ar raksturīgu asu smaku, ļoti labi šķīst ūdenī. Uzglabā balonos šķidrā stāvoklī zem 6...7 at spiediena. Pārdošanā esošais amonjaka ūdens satur 25% amonjaka (pēc masas). Amonjaku lieto legēto tēraudu nitridēšanai, saldēšanas iekārtās, mākslīgo mēsļu un slāpekļskābes ražošanai. Amonjaku iegūst no slāpekļa un ūdeņraža katalizatora klātbūtnē paaugstinātā temperatūrā pie liela spiediena (150...1000 at). Dabā amonjaks rodas, sadaloties slāpekli saturošām organiskām vielām.

Antimons Sb — sudrabbalts trausls metāls ar zilganu nokrāsu, parastos apstākļos gaisā nemainās, nešķīst atšķaidītā sālsskābē un sērskābē, bet šķīst slāpekļskābē un koncentrētā sērskābē. Sildot gaisā sadeg, veidojot antimona trioksīdu Sb_2O_3 . Oksīda hidratam ir amfotēras (gan skābes, gan bāzes) īpašības. Antimonu lieto bābita un tipogrāfijas sakausējumu iegūšanai, kā arī svina akumulatoru un pusvadītāju ražošanai. Dabā antimons sastopams galvenokārt minerāla antimona spīdes Sb_2S_3 sastāvā.

Argons Ar — vizizplatītākā inertā gāze, bez krāsas un smakas. Viens litrs gaisa satur 9,3 ml argona; no gaisa to arī iegūst. Lieto kā inertu aizsarggāzi metināšanas procesā, ar to piepilda arī elektriskās kvēlspuldzes un reklāmas spuldzes.

Bārijs Ba — sudrabbalts aktīvs metāls, gaisā viegli oksidējas; reaģē ar ūdeni, izdalot ūdeņradi. Bāriju uzglabā petrolejā, lieto kā piedevu gultņu materiāla sakausējumos. Lielāka praktiska nozīme ir bārija sāļiem (šķīstošie sāļi ir ļoti indīgi). Dabā izplatītākie minerāli ir barīts BaSO_4 un viterīts BaCO_3 . Brīvu metālu iegūst, reducējot bārija oksīdu BaO ar alumīniju.

Berilijs Be — gaišpelēks ciets trausls metāls, gaisā pārklājas ar oksīda plēvīti, kas to pasargā no tālākas korozijas. Ar ūdeni praktiski nereaģē, bet šķīst skābēs un sārmos (slāpekļskābē — tikai sildot). Savienojumos ir divvērtīgs. Berilija hidroksīds ir amfotērs. Berilija sakausējumiem ar varu vai niķeli piemīt augstvērtīgas mehāniskās īpašības (piemēram, berilija bronzas ļoti plaši izmanto atspere izgatavošanai) un izturība pret koroziju. Dabā berilijs stipri izkliedēts un ietilpst daudzumminerālu sastāvā. No tiem svarīgākais ir alumosilikāts — berils $\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{18}$. Brīvu metālu iegūst, elektrolizējot berilija hlorīdu BeCl_2 vai reducējot berilija fluorīdu BeF_2 ar magniju.

Bismuts Bi — sudrabbalts metāls ar nedaudz sārtu vai brūnganu nokrāsu, ļoti trausls. Parastos apstākļos gaisā stabils. Atšķaidītā sālsskābē un sērskābē nešķīst, bet strauji reaģē ar slāpekļskābi un koncentrētu sērskābi. Bismuts savienojumos galvenokārt ir trīsvērtīgs. Lieto viegli kūstošu un ķīmiski izturīgu sakausējumu iegūšanai. Tā kā bismuts un tā sakausējumi sacietējot izplešas, tad tos plaši lieto tipogrāfijas burtu atliešanai. Dabā sastopams sulfīda un oksīda veidā, dažkārt arī kā brīvs metāls.

Bors B — pelēkmeļna ļoti cieta kristāliska, parastā tempera-

tūrā visai inerta viela. Paaugstinātā temperatūrā reaģē ar halogēniem, slāpekli, sēru, skābekli un pat ūdens tvaiku. Atšķaidītas skābes ar boru nereaģē, koncentrēta slāpekļskābe un sērskābe to oksidē līdz borskābei H_3BO_3 . Savienojumos bors ir trīsvērtīgs. Nelielas bora piedevas (0,001...0,1%) tēraudiem un krāsaino metālu sakausējumiem ievērojami uzlabo to mehāniskās īpašības. Tērauda izstrādājumi kļūst ievērojami izturīgāki pret dilšanu, koroziju, ja to virsmu 0,1...0,5 mm dziļumā piesātina ar boru. Bora karbidu lieto kā abrazīvu materiālu. Dabā bors galvenokārt sastopams nātrija, kalcija un magnija borātu un borskābes veidā. Boru parasti iegūst, reducējot dibora trioksīdu B_2O_3 ar magniju. Ļoti tīru kristālisku boru iegūst, termiski sadalot bora halogēnīdus.

Cinks Zn — iezilgans spožs vidēji ciets metāls. Gaisā pārklājas ar blīvu oksīda kārtiņu, kas metālu pasargā no tālākas oksidēšanās. Šķīst minerālskābēs, sārmos un amonjaka ūdens šķīdumos. Paaugstinātā temperatūrā strauji reaģē ar halogēniem, skābekli, sēru. Cinks savienojumos ir tikai divvērtīgs. Cinka hidroksīds ir amfotērs. Cinku lielā daudzumā lieto dzelzes pārklāšanai (cinkošānai), lai pasargātu to no korozijas. Daudz cinka lieto arī sakausējumu (misiņu, gultņu un tipogrāfijas metālu) iegūšanai un sauso elementu ražošanai. Cinka putekļus izmanto metalurģijā un ķīmiskajā rūpniecībā kā spēcīgu reducētāju. Galvenā cinka rūda ir sfalerīts ZnS , taču cinku bieži vien iegūst arī no polimetāliskajām sulfīdu rūdām. Šādas rūdas iepriekš apdedzina. Iegūto cinka oksīdu ZnO reducē ar koksu, bet radušos metālu attvaicē. Lielu daļu cinka iegūst arī, elektrolizējot cinka sulfāta ūdens šķīdumu.

Cirkonijs Zr — sudrabbalts plastisks, ķīmiski izturīgs metāls. Parastajā temperatūrā atmosfēras un ūdens tvaiku ietekmē neizmainās, sildot enerģiski reaģē ar halogēniem, skābekli, sēru, slāpekli un oglekli. Sālsskābē, slāpekļskābē un sārmos nešķīst, bet reaģē ar fluorūdeņražskābi un koncentrētu sērskābi. Savienojumos parasti četrvērtīgs. Cirkoniju galvenokārt izmanto kodolenerģētikā kā konstrukciju materiālu. Cirkonija piedeva tēraudiem paaugstina to termisko un ķīmisko izturību. Cirkonija dioksīdu ZrO_2 izmanto ugunsizturīgu materiālu, emalju un speciālu stiklu ražošanai. Galvenie cirkonija minerāli ir cirkons $ZrSiO_4$ un badeleīts ZrO_2 . Brīvu metālu iegūst, reducējot cirkonija hlorīdu $ZrCl_4$ ar magniju.

Dzelzs Fe — sudrabbalts plastisks metāls, labi pakļaujas mehāniskai apstrādei. Dzelzij salīdzinājumā ar pārējiem metāliem visspilgtāk izteiktas magnētiskās īpašības. Sausā gaisā sildot uz metāla virsas rodas plāna blīva oksīdu kārtiņa, kas pasargā dzelzi no tālākas korozijas. Mitrā gaisā rodas irdena hidratētu oksīdu kārtiņa, kurai nepiemīt aizsargīpašības. Dzelzs šķīst atšķaidītās skābēs, bet koncentrēta sērskābe un slāpekļskābe to pasivē. Savienojumos dzelzs galvenokārt ir divvērtīga un trīsvērtīga. Dzelzi izmanto sakausējumos ar oglekli un citiem elementiem (čuguni, visdažādākie tēraudi). Svarīgākās dzelzes rūdas ir magnētiskā Fe_3O_4 , sarkanā Fe_2O_3 , brūnā $Fe_2O_3 \cdot Fe(OH)_3$, kā arī minerāli — siderīts $FeCO_3$ un pirīts FeS_2 .

Tīru dzelzi iegūst, vakuumā termiski sadalot dzelzs pentakarbonilu $\text{Fe}(\text{CO})_5$ vai arī elektrolizējot sāļu ūdens šķīdumus. Cugunus no rūdām iegūst domnās, bet tēraudus — martenkrāsnīs, konvertoros un elektriskās krāsnīs.

Dzīvsudrabs Hg — sudrabbalts metāls, parastajā temperatūrā ir šķidrā agregātstāvoklī. Gaisā pārklājas ar oksīda plēvīti, enerģiski reaģē ar halogēniem un sēru. Daudzi metāli ar dzīvsudrabu veido šķidrās vai cietas sakausējumas — amalgamas. Savienojumos dzīvsudrabs ir vienvērtīgs un divvērtīgs. Dzīvsudrabs un tā sāļi ir indīgi. Dzīvsudrabu izmanto termometros, barometros, vakuumsūkņos, maiņstrāvas taisnotājos un dažos sakausējumos. Dabā tas parasti sastopams minerāla cinobra HgS veidā, ko apdedzinot dzīvsudrabs izdalās brīvā veidā.

Fosfors P — sastopams vairākās alotropiskās modifikācijās. Lielāka praktiska nozīme ir baltajam un sarkanajam fosforam. Ķīmiski aktīvāks ir baltais: gaisā tas uzliesmo, viegli reaģē ar halogēniem, sēru un metāliem, šķīst sērogleklī. Fosfora un metāla savienojumiem reaģējot ar ūdeni, rodas fosforūdeņradis — fosfīns PH_3 , kas ir ārkārtīgi indīgs savienojums. Svarīgākais no fosfora oksīdiem ir fosfora pentoksīds P_2O_5 . Tas enerģiski reaģē ar ūdeni (lieto gāzu sausēšanai), veidojot fosforskābi H_3PO_4 . Fosforu lieto dažos sakausējumos (piem., fosfora bronžās). Fosforu izmanto arī sērkokciņu un pusvadītāju ražošanai. Fosforskābes sāļus fosfātus plaši lieto lauku mēslošanai (superfosfāts, amofoss, precipitāts, nitrofoska u. c.), mazgāšanas līdzekļu ražošanai (polifosfāti), audumu piesūcināšanai, lai padarītu tos ugunsdrošus. Galvaniskie pārklājumi, ko iegūst no fosfātsaturošiem elektrolītiem, parasti ir ļoti spoži un neprasa vairs papildu pulēšanu.

Hēlijs He — inerta gāze, bez krāsas un smakas. Lieto kā inertu aizsarggāzi metināšanā, zemu temperatūru iegūšanai, gāzu termometru, elektrisko kvēlspuldžu un reklāmas spuldžu piepildīšanai, kā arī atomenerģētikā. Kā elementu radioaktīvās sairšanas produkts hēlijs ietilpst vairākos minerālos un dabas gāzēs (no dabas gāzēm parasti to arī iegūst). Litrs gaisa satur 0,005 ml He.

Hlors Cl — dzeltenzaļa indīga gāze ar asu smaku. Ķīmiski ļoti aktīva viela, reaģē ar daudziem metāliem un nemetāliem. Sauss hlors ar dzelzi praktiski nereaģē, tādēļ hloru var transportēt tērauda balonos. Savienojumos hlora vērtība ir $-1, +1, +3, +5, +7$. Atbilstoši šīm vērtībām hlors veido sāļus — hlorīdus, hipohlorītus, hlorītus, hlorātus un perhlorātus. Reaģējot ar ūdeņradi, veido hlorūdeņradi, kura ūdens šķīdumu sauc par sālsskābi. Hloru plaši izmanto organisko hloratvasinājumu (tetrahloroglekļa, dihloretāna u. c.), sālsskābes, hlorkaļķu ražošanai, kā balinātāju papīrrūpniecībā, ūdens hlorēšanai. Dabā hlors ir ļoti izplatīts — sastopams nātrija, kālija un magnija hlorīdu veidā. Hloru iegūst, elektrolizējot NaCl ūdens šķīdumu (vienlaikus rodas arī nātrija hidroksīds).

Hroms Cr — pelēkbalts spožs ciets, grūti kūstošs metāls. Parastos apstākļos ar gaisa skābekli un ūdeni nereaģē. Sarkankvēles

temperatūrā reaģē ar ūdens tvaiku, izdalot ūdeņradi. Atšķaidītā sālskābē un sērskābē šķīst jau parastajā temperatūrā. Slāpekļskābe un karaļūdens hromu pasivē. Savienojumos hroms parasti ir +2, +3 un +6 vērtīgs. Divvērtīgā hroma savienojumi ir ļoti spēcīgi reducētāji, bet sešvērtīgā hroma savienojumi — spēcīgi oksidētāji. Hroma oksīds Cr_2O_3 rodas, reaģējot hromam ar skābekli paaugstinātā temperatūrā; ūdenī un skābēs nešķīst. Hroma hidroksīds $\text{Cr}(\text{OH})_3$ ir amfotērs. Hroma trioksīds CrO_3 ir ļoti spēcīgs oksidētājs, labi šķīst ūdenī, veidojot hromskābes. Hromu plaši lieto nerūsējošu tēraudu iegūšanai un galvaniskiem pārklājumiem (hromēšana). Dabā hroms ietilpst daudzu minerālu sastāvā. No tiem lielākā praktiskā nozīme hromītam FeCr_2O_4 , no kura hromu arī iegūst.

Iridijs Ir — sudrabbalts, ļoti ciets un trausls metāls. Nešķīst skābēs un pat karaļūdenī, reaģē, tikai sakausējot ar sārmu oksidētāju klātbūtnē, veido daudz kompleksu savienojumu. Savienojumos parasti trīsvērtīgs un četrvērtīgs. Iridija un platīna sakausējumi ir ļoti cieti un ķīmiski izturīgi, no tiem izgatavo elektriskos kontaktus. Ļoti cieti ir arī iridija un osmija sakausējumi, kurus lieto pulksteņu asu izgatavošanai, bet no iridija un rodija sakausējumiem ražo termopārus. Iridiju iegūst galvenokārt kā blakusproduktu no vara un niķeļa rūdām.

Jods I — pelēkmelna kristāliska viela, ar violetu metālisku spīdumu. Jods sildot iztvaiko un atdzēsējot sublimējas (viela pāriet no gāzveida stāvokļa cietā, apejot šķidro fāzi), veidojot violetus tvaikus, ķīmiski visai aktīvs. Savienojumos jodam galvenokārt ir šādas vērtības: -1 (jodīdi), +5 (jodāti) un +7 (perjodāti). Jodu un tā savienojumus galvenokārt izmanto medicīnā un ķīmiskās laboratorijās. Jods dabā stipri izkliedēts; to iegūst no jūras aļģēm un naftas atradņu ūdeņiem.

Kadmījs Cd — spožs balts miksts, gaisā izturīgs metāls, ar ūdeni nereaģē, šķīst skābēs. Savienojumos ir divvērtīgs. Kadmiju izlieto viegli kūstošu sakausējumu un gultņu metālu iegūšanai, kā arī sārmu akumulatoru ražošanai. No kadmija izgatavo stieņus, ar kuriem regulē atomreaktoros norisošo procesu ātrumu. Kadmiju parasti iegūst kā blakusproduktu no cinka, svina, vara un polimetāliskajām rūdām.

Kalcija karbīds CaC_2 — tīrā veidā ir bezkrāsas kristāliska viela. Tehniskais produkts ir brūngans vai pelēkmelns un satur 65...80% CaC_2 . Lieto acetilēna C_2H_2 un kalcija ciānamīda CaCN_2 iegūšanai. Kalcija karbīdu iegūst elektriskās krāsnīs no kalcija oksīda CaO un koka vai antracīta.

Kalcijs Ca — sudrabbalts, ķīmiski aktīvs metāls, gaisā ātri pārklājas ar oksīda kārtiņu. Reaģē ar ūdeni, izdalot ūdeņradi. Reaģē arī ar halogēniem, ūdeņradi, sēru, slāpekli. Savienojumos ir tikai divvērtīgs. Kalciju izmanto metalurģijā urāna, torija, vanādijs u. c. metālu iegūšanai, gāzu saistīšanai vakuumiekārtās un kā piedevu gultņu sakausējumiem. Kalciju iegūst, elektrolizējot izkausētu kal-

cija hlorīdu CaCl_2 (dažkārt maisījumā ar CaF_2 vai KCl) vai arī vakuumā reducējot kalcija oksīdu CaO ar alumīniju.

Kālija hidroksīds KOH — bezkrāsaina kristāliska viela, labi šķīst ūdenī un spirtā. Ūdens šķīdums ir stiprs sārms. Lieto sārma akumulatoros, šķidro ziepju un citu kālija sāļu iegūšanai. Kālija hidroksīdu KOH iegūst, elektrolizējot kālija hlorīda KCl šķīdumus.

Kālijs K — sudrabbalts ļoti mīksts metāls, gaisā ātri pārklājas ar oksīdu kārtiņu. Ļoti enerģiski reaģē ar ūdeni, izdalot ūdeņradi. Kāliju uzglabā petrolejā. Paaugstinātā temperatūrā kālijs enerģiski reaģē ar ūdeņradi, halogēniem, sēru un slāpekli. Kāliju galvenokārt lieto peroksīda K_2O_4 ražošanai, kuru izmanto skābekļa ģenerēšanai. Atomreaktoros kālija sakausējumu ar nātriju lieto kā siltumnesēju. Kāliju iegūst paaugstinātā temperatūrā no kālija hidroksīda KOH vai kālija hlorīda KCl ar nātriju.

Kobalts Co — sudrabbalts, samērā ciets, kaļams metāls ar magnētiskajām īpašībām. Atšķaidītās skābēs šķīst lēnām. Savienojumos ir divvērtīgs vai trīsvērtīgs. Kobaltu izmanto galvenokārt speciālu izturīgu tēraudu ražošanai. Kobalta savienojumus lieto kā katalizatorus, emalju un krāsu iegūšanai. Kobaltu parasti iegūst no polimetāliskajām rūdām. Iepriekš izdalīto kobalta oksīdu Co_3O_4 reducē ar ogli, ūdeņradi, CO vai alumīniju.

Magnijs Mg — sudrabbalts viegls metāls, gaisā pārklājas ar oksīda kārtiņu, kas tam piedod pelēcīgu matētu izskatu. Temperatūrās virs 400°C magnijs gaisā deg ar žilbinošu baltu gaismu, izdalot ļoti daudz siltuma. Magnijs viegli reaģē arī ar halogēniem, bet paaugstinātā temperatūrā — arī ar sēru un slāpekli. Magnijs ar ūdeni reaģē lēni, bet ar skābēm visai enerģiski, izdalot ūdeņradi. Savienojumos magnijs ir tikai divvērtīgs. Magniju ļoti plaši lieto vieglu izturīgu sakausējumu iegūšanai. No šādiem sakausējumiem lielāka praktiskā nozīme ir magnālijam (Al ar 5...30% Mg) un elektronam (80...90% $\text{Mg} + \text{Al}, \text{Zn}, \text{Mn}$). Magniju iegūst, elektrolizējot izkausētu magnija hlorīdu MgCl_2 vai reducējot magnija oksīdu MgO ar ogli.

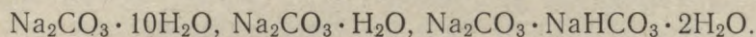
Mangāns Mn — sudrabbalts, ciets un trausls metāls. Gaisā pārklājas ar plānu oksīda kārtiņu, kas to pasargā no tālākas oksidēšanās. Enerģiski reaģē ar halogēniem, bet sildot — arī ar slāpekli, fosforu, sēru, oglekli, silīciju, boru. Enerģiski reaģē ar skābēm. Savienojumos mangāna vērtība var būt no +2 līdz +7. Mangāns ietilpst gandrīz visu konstrukciju un leģēto tēraudu sastāvā. Mangāna tēraudiem raksturīga liela triecienizturība un nodilumizturība — tos lieto drupinātāju, ložu dzirnavu un dzelzceļa sliežu izgatavošanai. Plaši lieto t. s. spoguļčugunu (15...20% Mn) un mehāniski ļoti izturīgo mangāna bronzu (95% Cu , 5% Mn). Mangānu izlieto arī tādu sakausējumu ražošanai, kuriem maza elektrovadītspēja (manganīns — 85% Cu , 12% Mn , 3% Ni ; konstantāns — 59% Cu , 40% Ni , 1% Mn). Kālija permanganātu KMnO_4 sārmainā vidē lieto metālu virsmu oksidēšanai. Dabā mangāns visai izplatīts. Viens no svarīgākajiem minerāliem ir piroluzīts MnO_2 . Mangānu

iegūst, elektrolizējot mangāna sulfāta $MnSO_4$ ūdens šķīdumu vai arī elektriskā krāsnī reducējot mangāna oksīdus ar silīciju.

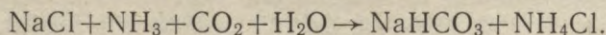
Molibdēns Mo — gaiši pelēks, grūti kūstošs metāls. Tīrs metāls mehāniski viegli apstrādājams, piemaisījumi piedod tam trauslumu. Parastā temperatūrā gaisā izturīgs, nešķīst sālsskābē un sārmos. Reaģē ar slāpekļskābi un karaļūdeni, sildot — arī ar hloru, bromu, sēru, oglekli, silīciju un oglekļa oksīdu CO . Savienojumos galvenokārt ir sešvērtīgs. No molibdēna stieples ražo elektrisko spuldžu kvēldiegu turētājus, radiolampu katodus, anodus un tīkliņus, augsttemperatūru elektrisko krāšņu pretestības, reaktīvo dzinēju turbīnu lāpstiņas. Molibdēna sakausējumi ir ķīmiski un termiski izturīgi. Molibdēna sulfīdu MoS_2 lieto kā ziežvielu berzes samazināšanai. Molibdēna savienojumus izmanto arī laku un krāsu ražošanai un par katalizatoriem. Praktiski svarīgākais molibdēna minerāls ir molibdēna sulfīds jeb molibdenīts MoS_2 ; to apdedzinot, iegūst molibdēna trioksīdu MoO_3 , kuru pēc tam reducē ar ūdeņradi.

Nātrija hidroksīds NaOH — bezkrāsas, ļoti higroskopiska viela, labi šķīst ūdenī, metilspirtā un etilspirtā. Kā stipru sārmu plaši lieto dažādās nozarēs. Iegūst elektrolizējot nātrija hlorīda $NaCl$ ūdens šķīdumus.

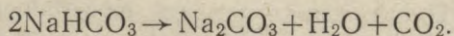
Nātrija karbonāts (soda) Na_2CO_3 — balta kristāliska, higroskopiska viela, labi šķīst ūdenī. Ūdens šķīdumam sārmaina reakcija. Pazīstams arī dekahidrāts $Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$ — bezkrāsas kristāli, kas gaisā pakāpeniski zaudē kristalizācijas ūdeni. Nātrija karbonātu plaši lieto stikla, ziepju u. c. mazgāšanas līdzekļu ražošanai, audumu mazgāšanai, naftas attīrīšanai u. c. Nātrija karbonāts dabā sastopams dažu ezeru ūdeņos un daudzu minerālu sastāvā:



Rūpniecībā to iegūst galvenokārt pēc Solveja metodes:



Samērā mazšķīstošas $NaHCO_3$ nogulsnes atdala un izkarsējot pārvērš par Na_2CO_3 :



Nātrijs Na — balts mīksts, viegli kūstošs metāls, ķīmiski ļoti aktīvs. Gaisā ātri pārklājas ar oksīda kārtiņu, tādēļ parasti to uzglabā petrolejā. Nātrijs ļoti enerģiski reaģē ar ūdeni, izdalot ūdeņradi. Aktīvi reaģē arī ar halogēniem, ūdeņradi, sēru, amonjaku. Nātriju un tā sakausējumus ar kāliju ļoti plaši izmanto kā siltumnesēju kodolenerģētikā un lidmašīnu dzinējos. Metalurģijā nātriju lieto kā reducētāju. Nātrija savienojumi dabā ļoti izplatīti, galvenokārt nātrija hlorīds $NaCl$, nātrija nitrāts $NaNO_3$, boraks $Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$ un nātrija sulfāts $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$. Nātrijs ietilpst arī daudzu silīkātu sastāvā. Brīvu metālu iegūst, elektrolizējot izkausētu $NaCl$, kam pievienots kālija hlorīds KCl , nātrija fluorīds NaF vai kalcija hlorīds $CaCl_2$ (lai pazeminātu kušanas temperatūru).

Niķelis Ni — spožs balts metāls, ar nedaudz iepelēku nokrāsu, viegli kaļams un velmējams, ar magnētiskām īpašībām. Tīrs metāls ir izturīgs pret gaisu un ūdens iedarbību, ar atšķaidītām skābēm reaģē lēni. Ķīmiskos savienojumos niķelis parasti ir divvērtīgs (ņemot $\text{Ni}(\text{OH})_3$ un Ni_2O_3). Niķeli plaši lieto dažādu sakausējumu iegūšanai, kuriem piemīt daudzas augstvērtīgas īpašības (liela mehāniskā un ķīmiskā izturība, speciālas magnētiskās īpašības, liela elektriskā pretestība un liels termoelektrodzinēj spēks u. c.). Niķeļa (3) oksīdu Ni_2O_3 lieto sārnu akumulatoru izgatavošanai.

Ogleklis C — brīvā veidā sastopams trīs alotropiskās modifikācijās: kā dimants, grafīts un amorfa ogleklis. *Dimants* ir bezkrāsas (piemaisījuma dēļ bieži arī krāsains), diezgan trausla, ļoti cieta viela, labi vada siltumu, bet praktiski nevada elektrisko strāvu. Dimantu daudz lieto metālapstrādē ļoti cietu materiālu mehāniskai apstrādei; to izmanto arī ieržu urbšanai. No dimanta plāksnītēm izveido filjeras ļoti tievu stieplīšu un diedziņu izvilksšanai. Dimanti sastopami dabā, taču tos var iegūt arī mākslīgi: augstā temperatūrā (1200°C) un zem liela spiediena (50 000 at) grafīts un ogle pārvēršas dimantā. *Grafīts* ir pelēki melna viela ar metālisku spīdumu, pēc taustes liekas taukains, labi vada siltumu un elektrību. Kā ķīmiski un termiski izturīgu vielu grafītu plaši lieto liešanas formu un tiģeļu izgatavošanai, no tā izveido arī atsevišķas raķešu detaļas. Grafītu lieto galvanisko elementu, sārnu akumulatoru un slīdkontaktu ražošanai, ķīmiskajā mašīnbūvniecībā to plaši lieto kā ķīmiski izturīgu konstrukciju materiālu. Mazā berzes koeficienta dēļ grafītu izmanto antifrikcijas materiālu izgatavošanai. Grafītu lieto arī krāsu un zīmuļu ražošanai. Praktiski izmanto gan attīrītu dabā sastopamo grafītu, gan arī no koksa vai antracīta iegūto mākslīgo grafītu. *Amorfa ogleklis* pazīstams koksa, kvēpu, kokogles, aktīvās ogles veidā. Ķīmiskā aktivitāte dažādām oglekļa modifikācijām ir visai atšķirīga un samazinās rindā: amorfa ogleklis, grafīts, dimants. Paaugstinātā temperatūrā visi oglekļa paveidi deg, dodot oglekļa dioksīdu CO_2 vai oglekļa oksīdu CO . Oglekļa dioksīds ar ūdeni veido nestabilu, samērā vāju skābi — ogļskābi H_2CO_3 , kas savukārt veido sāļus — karbonātus un hidrogēncarbonātus. Oglekļa oksīds sāļus neveido, bet ar daudziem metāliem veido karbonilus, piem., $\text{Fe}(\text{CO})_5$. Ogleklis reaģē arī ar halogēniem, sēru. Atšķaidītas skābes un sārmi ne ar vienu no oglekļa modifikācijām nereaģē. Karsta koncentrēta sērskābe lēnām oksidē amorfo oglekli, bet karsta koncentrēta slāpekļskābe reaģē pat ar dažām grafīta šķirnēm. Pēc izplatības dabā ogleklis ieņem 14. vietu (0,10% pēc masas). Bez apskatītajiem brīvā oglekļa paveidiem dabā plaši izplatīti arī oglekļa neorganiskie savienojumi (karbonāti, CO_2), taču vislielākā loma ir daudzveidīgajiem oglekļa organiskajiem savienojumiem, kas ir visas dzīvās dabas pamats. Pie saliktiem oglekļa savienojumiem pieskaitāmi arī izrakteņi — akmeņogles, nafta, kūdra, slānekļi, bitumi, dabas gāzes u. c.

Platīns Pt — sudrabbalts mīksts metāls, mehāniski viegli apstrādājams. Parastajā temperatūrā platīns reaģē tikai ar karaļūdeni

un bromu. Lēni reaģē arī ar karstu koncentrētu slāpekļskābi, verdošu sērskābi un izkausētiem sārmim. No platīna izgatavo ķīmiskos traukus un aparāturu, termopārus un elektrisko krāšņu pretestības, lieto arī par katalizatoru ķīmiskās reakcijās. No platīna sakausējumiem izgatavo filjeras stikla un viskozes šķiedru iegūšanai. Dabā platīns sastopams gan tīrā veidā, gan kopā ar pārējiem platīna grupas metāliem, gan arī savienojumos ar citiem elementiem (sulfīdi, arsenīdi).

Selēns Se — sastopams vairākās alotropiskās modifikācijās, no kurām stabilākā ir kristāliskā tumšpelēkā. Pēc ķīmiskajām īpašībām visai līdzīgs sēram. Selēnu lieto maiņstrāvas taisnotāju un fotoelementu izgatavošanai, stikla iekrāsošanai, kaučuka vulkanizēšanai un par katalizatoru organiskās sintēzēs. Parasti iegūst kā blakusproduktu no sulfīdu rūdām.

Sērs S — sastopams vairākās alotropiskās modifikācijās, no kurām svarīgākās ir rombiskā un monoklīnā. Sērs ir dzeltena trausla viela, labi šķīst sērogleklī, dihloretānā, sēra hlorīdā. Parastajā temperatūrā vai arī sildot visai enerģiski reaģē ar skābekli, ūdeņradi, halogēniem un daudziem metāliem. Savienojumos sēra vērtība galvenokārt ir -2 , $+4$ un $+6$. Šīm vērtībām atbilstošie svarīgākie savienojumi ir sērūdeņradis H_2S (sāļi — sulfīdi) un oksīdi — SO_2 un SO_3 . Pirmais no tiem veido sēraskābi H_2SO_3 (sāļi — sulfīti), otrs — sērskābi H_2SO_4 (sāļi — sulfāti). Sēru izmanto sērskābes ražošanai, sulfītelcelulozes, mākslīgo šķiedru un sprāgstvielu iegūšanai, kaučuka vulkanizēšanai u. c. Dabā sērs visai izplatīts (0,05% no Zemes garozas masas) — sastopams gan brīvā veidā, gan savienojumos (galvenokārt sulfīdi un sulfāti).

Sērskābe H_2SO_4 — bezkrāsains smags, eļļains šķidrums, ar ūdeni jauca jebkurās attiecībās, izdalot daudz siltuma. Parasti koncentrēta sērskābe ir 65...96% (blīvums $d=1,55...1,84$). Ražo arī sērskābi, kas satur līdz 20% brīvu SO_3 (t. s. oleums). Sērskābe ir spēcīgs oksidētājs, enerģiski reaģē ar dzīvnieku un augu audiem. Tā kā koncentrēta sērskābe (75%) nereaģē ar dzelzi, to var transportēt un uzglabāt dzelzs cisternās. Sērskābe veido sāļus — sulfātus un hidrogensulfātus (piem., Na_2SO_4 un $NaHSO_4$). Sērskābi plaši lieto daudzās rūpniecības nozarēs. Lai iegūtu sērskābi, vispirms, apdedzinot sulfīdus vai sadedzinot sēru, iegūst sēra dioksīdu SO_2 , kuru pēc tam katalizatora klātbūtnē oksidē līdz sēra trioksīdam SO_3 . Pēdējam reaģējot ar ūdeni, rodas sērskābe.

Silīcija dioksīds SiO_2 — sastopams vairākās modifikācijās, no kurām svarīgākā ir kvarcs. Tas ir bezkrāsaina (balta) kristāliska viela, kas ūdenī un vairumā skābju praktiski nešķīst. Silīcija dioksīds labi šķīst fluorūdeņražskābē, reaģē arī ar fluoru, bet sakausējot uz to iedarbojas sārmī un bāziskie oksīdi. Silīcija dioksīdu plaši izmanto stikla, keramikas un betona izgatavošanai. Ļoti tīru kvarcu lieto radiotehnikā kā pjezoelektrisku materiālu. Dabā kvarcs ļoti izplatīts kvarca smilšu un kalnu kristāla veidā, bez tam kvarcs ietilpst arī iežu (granīti, pegmatīti) sastāvā.

Silīcijs Si — sastopams divās modifikācijās — kristāliskā (tumši pelēks ciets, samērā trausls) un amorfā (brūns pulveris). Kristāliskais silīcijs ir visai inerta viela, amorfais daudz aktīvāks un sildot reaģē ar halogēniem, skābekli, sēru, bet augstās temperatūrās — arī ar slāpekli un oglekli. Labi šķīst izkausētos metālos, dažkārt veidojot ar tiem ķīmiskus savienojumus — silicīdus (piem., Mg_2Si). Ar skābēm (atskaitot $HF + HNO_3$) silīcijs nereaģē. Šķīst sārmos, izdalot ūdeņradi un veidojot sāļus — silikātus. Savienojumos silīcijs parasti ir četrvērtīgs. Silīcija karbīds SiC (karborunds) pēc cietības tuvojas dimantam un to plaši lieto kā abrazīvu materiālu un tēraudu cementācijai. Silīcija piedeva metālu sakausējumiem paaugstina to ķīmisko un mehānisko izturību. Visbiežāk silīciju ievada tēraudos, kā arī vara un alumīnija sakausējumos. Silīcija organiskos savienojumus — silikonus — lieto par izolācijas materiāliem un ziežvielām. Ļoti tīru silīciju izmanto fotoelementu, maiņstrāvas taisngriežu un tranzistoru izgatavošanai. Dabā izplatības ziņā silīcijs ieņem otru vietu (aiz skābekļa) un sastāda aptuveni 28% no Zemes garozas masas. Silīcijs ietilpst daudzu minerālu (silikātu, alumosilikātu) sastāvā. Elementāru silīciju iegūst, augstās temperatūrās reducējot silīcija dioksīdu ar magniju, alumīniju vai oglekli. Ļoti tīru silīciju iegūst no tā halogenīdiem.

Skābeklis O — bezkrāsaina gāze, bez smakas; sašķīdinātā stāvoklī zilgans, ar magnētiskām īpašībām. Ķīmiski ļoti aktīvs, reaģē ar visiem elementiem, atskaitot cēlgāzes, hloru, bromu, jodu, zeltu un platīnu. Kā spēcīgu oksidētāju skābekli plaši lieto augstas temperatūras iegūšanai (metālu griešanai un metināšanai), kā arī ķīmiskajā rūpniecībā un metalurģijā dažu tehnoloģisku procesu intensificēšanai. Skābeklis ir visizplatītākais elements dabā un sastāda 47% no Zemes garozas masas; gaisā tā ir 21% (pēc tilpuma). Tehnikā skābekli iegūst no sašķīdināta gaisa.

Slāpeklis N — bezkrāsaina gāze, bez smakas. Ķīmiskās reakcijās piedalās tikai paaugstinātās temperatūrās; ar ūdeņradi veido amonjaku, ar dažiem metāliem — nitrīdus (Li_3N , Ca_3N_2 , BN u. c.); ar skābekli reaģē tikai elektriskā lokā, veidojot slāpekļa oksīdu NO . Slāpekli lieto galvenokārt amonjaka sintēzei un inertas atmosfēras radīšanai. Dabā sastopams brīvā veidā (gaisā 78% pēc tilpuma), bet saistītā veidā tas ir dažos minerālos — nitrātos ($NaNO_3$, KNO_3) un dzīvo organismu (olbaltumu) sastāvā. Tehnikā slāpekli iegūst no sašķīdināta gaisa.

Slāpekļskābe HNO_3 — bezkrāsains šķidrums, sildot un gaismas ietekmē sadalās, gaisā kūp, ar ūdeni sajaucams jebkurā attiecībā. Ļoti stipra skābe, spēcīgs oksidētājs. Reaģē ar daudziem metāliem, izņemot zeltu, platīnu, rodiju, irīdiju un tantālu. Daži metāli (Al , Fe , Cr) ar koncentrētu skābi pasivējas un arī praktiski nereaģē. Slāpekļskābe enerģiski reaģē arī ar daudziem organiskiem savienojumiem. To lieto mēslošanas līdzekļu, sērskābes un organisko nitrosvienojumu iegūšanai, metāla virsmu kodināšanai u. c. Iegūst katalizatora klātbūtnē oksidējot amonjaku (dažkārt arī slāpekli) un šķīdinot iegūtos oksīdus ūdenī. Ražo 45...98% slāpekļskābi.

Stroncijs Sr — sudrabpelēks mīksts metāls, ķīmiski aktīvs, sadala ūdeni, izdalot ūdeņradi. Gaisā oksidējas. Savienojumos ir tikai divvērtīgs. Stroncija oksīds SrO ar ūdeni veido stroncija hidroksīdu $Sr(OH)_2$, kas ir stipra bāze. Stronciju lieto elektrovakuumiekārtās gāzu saistišanai. No Pb-Sn-Sr sakausējuma izgatavo akumulatoru bateriju anodus, Sr-Cd sakausējumu lieto galvaniskajos elementos, bet Sr-Mg sakausējumam ir piroforas (spēja viegli aizdegties) īpašības. Izmanto arī stroncija radioaktīvos izotopus. Metālu iegūst, elektrolizējot izkausētu stroncija hlorīda $SrCl_2$ un kālija hlorīda KCl maisījumu.

Sudrabs Ag — mīksts baltas krāsas metāls. Ļoti labi atstaro gaismu. Labāk par visiem metāliem vada siltumu un elektrisko strāvu. Ķīmiski visai inerts. Šķīst slāpekļskābē un karstā koncentrētā sērskābē. Savienojumos parasti vienvērtīgs. Lielāka praktiska nozīme ir tā halogēnīdiem, kas ir gaismas jutīgi; tos izmanto fotomateriālu ražošanai. Sudrabu lieto elektrisko kontaktu, releju un laboratoriju trauku izgatavošanai. Dabā sudrabu dažkārt atrod arī tīrā veidā, taču galvenokārt tas sastopams polimetāliskās rūdās sulfīda veidā. No šīm rūdām kā blakusproduktu to arī iegūst.

Svins Pb — zilganpelēks mīksts, smags metāls. Gaisā ātri pārklājas ar oksīda kārtiņu. Viegli šķīst slāpekļskābē, koncentrētā sērskābē un sārmos. Savienojumos svins galvenokārt ir divvērtīgs. Četrvērtīgie svina savienojumi ir spēcīgi oksidētāji. Svina hidroksīds $Pb(OH)_2$ ir amfotērs un šķīst kā skābēs, tā arī sārmos. Svina sāļi ir indīgi. Svins ietilpst gultņu un tipogrāfijas sakausējuma sastāvā, lodmetālos un citos viegli kūstošos sakausējumos. No svina izgatavo akumulatoru plāksnes un kabeļu apvalkus, kā arī radioaktīvā starojuma aizsargekrānus. Dabā izplatītākais svina minerāls ir svina spīde (galenīts) PbS , no kura metālu parasti iegūst.

Tantāls Ta — iepelēks spožs metāls, mehāniski samērā viegli apstrādājams, ķīmiski visai inerts. Šķīst tikai fluorūdeņražskābes HF un slāpekļskābes HNO_3 maisījumā. Sasmalcinātā stāvoklī sildot reaģē ar skābekli, sēru un halogēniem. Savienojumos parasti piecvērtīgs. Augstās ķīmiskās izturības dēļ to ļoti plaši lieto ķīmiskajā mašīnbūvniecībā, no tā izgatavo arī elektronu lampu anodus un tīkliņus, kondensatorus. Tantāla sakausējumi ķīmiski un termiski ļoti izturīgi. Dabā tantāls visai izkliedēts. Rūpnieciski nozīmīgākais tantāla minerāls ir tantalīts-kolumbīts $(Fe, Mn)(Ta, Nb)_2O_6$. Tīru metālu iegūst, elektrolizējot izkausētu K_2TaF_7 , tantāla pentoksīda Ta_2O_5 un kālija hlorīda KCl maisījumu; tantāla savienojumus var reducēt arī ar nātriju vai oglekli.

Titāns Ti — spožs iepelēks, samērā viegls metāls, diezgan ciets un trausls, bet sarkankvēles temperatūrā labi kaļams. Gaisā un ūdenī izturīgs, jo to aizsargā blīva kārtiņa. Paaugstinātā temperatūrā visai aktīvs un reaģē ar halogēniem, skābekli, sēru, slāpekli un oglekli. Viegli šķīst minerālskābēs (izņemot HNO_3). Savienojumos galvenokārt četrvērtīgs; trīsvērtīgā titāna savienojumi ir spēcīgi reducētāji. Titāna hidroksīds $Ti(OH)_4$ ir amfotērs. No titāna iegūst

viegļus un ķīmiski izturīgus sakausējumus, kurus lieto lidmašīnu, raķešu, okeāna tvaikoņu un ķīmiskās aparatūras būvniecībā. Titāns dabā ir visai izplatīts (0,63% no Zemes garozas masas) un ietilpst daudzu minerālu sastāvā; no tiem svarīgākie ir rutils TiO_2 , ilmenīts FeTiO_3 u. c. Brīvu metālu iegūst, reducējot titāna hlorīdu TiCl_4 ar magniju vai nātriju argona atmosfērā. Ļoti tīru metālu iegūst, termiski sadalot titāna jodīdu TiI_4 .

Urāns U — pelēks metāls, mehāniski viegli apstrādājams. Gaisā lēni oksidējas, pārklājoties ar melnu oksīda plēvēti. Lēni reaģē arī ar ūdeni, šķīst skābēs (grūtāk sērskābē H_2SO_4). Paaugstinātā temperatūrā reaģē ar halogēniem, sēru, slāpekli un oglekli. Savienojumos galvenokārt četrvērtīgs un sešvērtīgs. Urānu lieto atomenerģijas iegūšanai. Dabā sastopami apmēram 200 urāna minerāli. Brīvu metālu iegūst, reducējot urāna tetrafluorīdu UF_4 ar kalciju vai magniju.

Ūdeņradis H — gāze bez krāsas un smakas, 14,5 reizes vieglāka par gaisu. Ūdenī šķīst maz, bet labi šķīst palādiņā, platinā, niķelī un dzelzī. Paaugstinātā temperatūrā ir enerģisks reducētājs, it īpaši atomārā veidā. Veidojoties ūdeņraža molekulām, no atomārā ūdeņraža izdalās liels siltums un temperatūra sasniedz līdz 4000°C , tādēļ atomārā ūdeņraža degli lieto grūti kūstošu metālu sakausējumu metināšanai. Ūdeņradi lieto amonjaka, sālsskābes un daudzu organisku savienojumu sintēzei, kā arī augstu temperatūru iegūšanai. Dabā ūdeņradis ļoti izplatīts (1% no Zemes garozas masas). Ietilpst ūdens, daudzu minerālu un organisko vielu sastāvā. Kosmosā tas ir pats izplatītākais elements. Tehnikā ūdeņradi iegūst, iedarbojoties ar ūdens tvaiku uz oglekļa oksīdu CO vai metānu CH_4 , elektrolizējot skābju šķīdumus vai arī izdalot to no koksētavu gāzēm.

Vanādijs V — sudrappelēks spožs metāls. Tīrs metāls viegli kaļams, bet piemaisījumi paaugstina tā cietību. Gaisā izturīgs. Šķīst tikai koncentrētā sērskābē, slāpekļskābē, fluorūdeņražskābē un karālūdenī. Savienojumos stabilākās vanādija vērtības ir +4 un +5. Vanādijs ir viens no efektīvākajiem leģētājiem elementiem. Ievadot tēraudā 0,15...0,25% vanādija, ievērojami uzlabojas tērauda mehāniskās īpašības, tādēļ vanādiju kopā ar Cr, Ni, W vai Mo plaši lieto konstrukciju un instrumentu tēraudu ražošanai. Vanādija pentoksīdu V_2O_5 un vanādijskābes sāļus — vanadātus — izmanto par katalizatoriem. Savienojumu veidā vanādijs dabā ir diezgan izplatīts, taču stipri izkļiedēts. Brīvu metālu iegūst, reducējot vanādija pentoksīdu V_2O_5 ar kalciju vai vanādija hlorīdu VCl_3 ar magniju.

Varš Cu — sarkans, mīksts un plastisks metāls, šķīst slāpekļskābē un koncentrētā sērskābē. Sildot reaģē ar halogēniem, sēru, fosforu, arsēnu, silīciju. Savienojumos parasti ir divvērtīgs; vienvērtīgā vara savienojumi ir spēcīgi reducētāji. No tīra vara izgatavo elektriskos vadus. Plaši lieto arī vara sakausējumus — bronzas, misiņus, dūralumīniju. Svarīgākās vara rūdas ir vara kolčedāns CuFeS_2 un vara spīde CuS . Rūdas apdedzinot, iegūst brīvu varu, kuru pēc tam elektrolītiski rafinē.

Volframs W — gaišpelēks ciets, grūti kūstošs metāls. Ķīmiski samērā izturīgs; oksidējas tikai augstās temperatūrās. Šķīst karalūdenī, fluorūdeņražskābes HF un slāpekļskābes HNO₃ maisījumā, kā arī sakausējot ar sārmim. Stabilākie ir sešvērtīgā volframa savienojumi. Lieto cietsakausējumu un ātrgriežņu tēraudu iegūšanai; no volframa izgatavo arī spuldžu kvēldieģus, rentgenlampu katodus un anodus, elektriskās pretestības u. c. Svarīgākie volframa minerāli ir volframīts (Fe, Mn)WO₄ un šēlīts CaWO₄. Metālu iegūst, reducējot WO₃ ar ūdeņradi.

3.3. NEORGANISKO SAVIENOJUMU ĪPAŠĪBAS

3.1. tabula. Svarīgāko neorganisko vielu fizikālās konstantes

Elementa vai savienojuma formula un nosaukums	Molekulmasa vai atommasa	Blīvums d , g/cm ³	Kušanas t , °C	Vārīšanās t , °C	Šķīdība		
					ūdenī		organiskos šķīdinātājos
					20 °C	100 °C	
1	2	3	4	5	6	7	8
Ag (sudrabs)	107,87	10,50	960,5	2212	n.	n.	etsp., mtsp., ac., etīkssk.
AgBr (sudraba bromīds)	187,78	6,47	430	sad. 700	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	
AgCN (sudraba cianīds)	133,89	3,95	350	—	$2 \cdot 10^{-5}$	—	
AgCl (sudraba hlorīds)	143,32	5,56	458	1431	$1,6 \cdot 10^{-3}$	—	
AgI (sudraba jodīds)	234,77	5,67	sad. 557	—	$3,4 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-6}$	
AgNO ₃ (sudraba nitrāts)	169,88	4,35	209	444 sad.	222	952	
Ag ₂ O (sudraba oksīds)	231,74	7,1...7,4	sad. >200	—	0,0017	0,0055 (80°)	
AlCl ₃ (alumīnija hlorīds)	133,34	2,44	194 spied.	183	45,9	49	ēt., hlf., CCl ₄
AlCl ₃ ·6H ₂ O (alumīnija hlorīda heksahidrāts)	241,43	2,4	—	—	l. š.	l. š.	etsp., et.
Al(NO ₃) ₃ ·9H ₂ O (alumīnija nitrāta nonahidrāts)	375,13	—	70	sad. 150	241 (25°)	—	etsp., CS ₂
Al ₂ O ₃ (alumīnija oksīds)	101,96	3,9	2050	2250	n.	n.	
Al(OH) ₃ (alumīnija hidr-oksīds)	78,00	2,42	sad. 300 (-2H ₂ O)	—	n.	n.	
AlK(SO ₄) ₂ ·12H ₂ O (alumīnija kālija sulfāta dodekahidrāts, alumīnija kālija alauns)	474,39	1,76	92	(-9H ₂ O) 64,5	11,4	280 (85°)	
AlNH ₄ (SO ₄) ₂ ·12H ₂ O (alumīnija amonija sulfāta dodekahidrāts, alumīnija amonija alauns)	453,33	1,64	93,5	(-10H ₂ O) 120	15	—	
B (bors)	11,81	2,32	2300	2550	n.	n.	
B ₄ C (bora karbīds)	55,26	2,52	2350	>3500	n.	n.	

3.1. tabulas 1. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
BCl ₃ (bora trihlorīds)	117,17	1,43	-107	13	sad.	sad.	etsp., glic.
B ₂ O ₃ (bora (3) oksīds)	69,62	1,84	580	>1500	1,1(0°)	15,7	etsp.
Ba (bārijs)	137,34	3,65	710	1638	š.	š.	
BaCO ₃ (bārija karbonāts)	197,35	4,3...4,4	sad.1450	—	0,002	0,007	
BaCl ₂ (bārija hlorīds)	208,25	3,86	955	1562	31,6(0°)	58,7	
BaCl ₂ ·2H ₂ O (bārija hlorīda dihidrāts)	244,28	3,10	(-2H ₂ O) 113	—	39,3(0°)	76,8	
BaO (bārija oksīds)	153,34	5,72	1925	~2000	1,5(0°)	90,8(80°)	abs. etsp.
Ba(OH) ₂ ·8H ₂ O (bārija hidr-oksīda oktahidrāts)	315,48	2,19	77,9	(-8H ₂ O) 780	š.	š.	
BaSO ₄ (bārija sulfāts)	233,40	4,50	1580	—	2·10 ⁻⁴	4·10 ⁻⁴ (80°)	
Be (berilijs)	9,01	1,85	1285	2970	n.	—	
BeCl ₂ (berilijs hlorīds)	79,92	1,90	440	520	l. š.	l. š.	etsp., ēt.
BeCl ₂ ·4H ₂ O (berilijs hlo-rida tetrahidrāts)	151,98	—	—	—	l. š.	l. š.	etsp.
Be(NO ₃) ₂ ·3H ₂ O (berilijs nit-rāta trihidrāts)	187,07	—	60	sad. 100	97,6(0°)	177,8(60°)	
BeO (berilijs oksīds)	25,01	3,03	2570	3900	n.	—	
Be(OH) ₂ (berilijs hidr-oksīds)	43,03	1,91	sad. 138	—	0,0002	—	
BeSO ₄ ·4H ₂ O (berilijs sul-fāta tetrahidrāts)	177,14	1,71	(-4H ₂ O) 250	—	100,8(25°)	537	
Bi (bismuts)	208,98	9,80	271,3	1559	n.	n.	
BiCl ₃ (bismuta hlorīds)	315,34	4,75	224	461	r.	r.	
Bi(NO ₃) ₃ ·5H ₂ O (bismuta nitrāta pentahidrāts)	485,07	2,82	sad. 30	(-5H ₂ O) 80	sad.	—	ac. 42(19°)
Bi ₂ O ₃ (bismuta oksīds)	465,96	8,9	817	1890	n.	n.	
Bi ₂ S ₃ (bismuta sulfīds)	514,15	7,39	727 sad.	—	2·10 ⁻⁵	—	
CO (oglekļa oksīds)	28,01	0,97 g/l	-205	-191,5	2,8·10 ⁻³	6·10 ⁻⁴ (90°)	
CO ₂ (oglekļa dioksīds)	44,01	1,53 g/l	-56,6 (5,2 at)	subl. -78,5	0,17	0,06(60°)	ac.
Ca (kalcijs)	40,08	1,54	850	—	š.	š.	
CaC ₂ (kalcijs karbīds)	64,10	2,22	2300	1487	sad.	sad.	

CaCN ₂ (kalcija cianamīds)	80,10	—	—	—	—	sad.	—	—	sad.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CaCO ₃ (kalcija karbonāts)	100,09	2,71 ... 2,93	—	sad. 825	—	—	—	—	0,0012	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CaCl ₂ (kalcija hlorīds)	110,99	2,51	—	772	>1600	—	—	—	74,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CaCl ₂ · 6H ₂ O (kalcija hlorīda heksahidrāts)	219,08	1,68	—	29,5	(-6H ₂ O)	—	—	—	1. š.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CaO (kalcija oksīds)	56,08	3,4	—	~2570	200	—	—	—	0,19(0°)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ca(OH) ₂ (kalcija hidroksīds)	74,09	2,34	—	(-H ₂ O)	2850	—	—	—	0,165	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ca ₃ (PO ₄) ₂ (kalcija fosfāts)	310,18	3,14	—	580	—	—	—	—	0,0025	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CaSO ₄ (kalcija sulfāts)	136,14	2,96	—	1730	—	—	—	—	0,204	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CaSO ₄ · 2H ₂ O (kalcija sulfāta dihidrāts)	172,17	2,32	—	~1297	(-2H ₂ O)	—	—	—	0,223(0°)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cd (kadmījs)	112,40	8,64	—	128	163	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CdCO ₃ (kadmija karbonāts)	172,41	4,25	—	320,9	767	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CdCl ₂ (kadmija hlorīds)	183,31	4,05	—	sad. >500	—	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CdCl ₂ · 2,5H ₂ O (kadmija hlorīda hidrāts)	228,34	3,32	—	568	960	—	—	—	134,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cd(NO ₃) ₂ · 4H ₂ O (kadmija nitrāta tetrahidrāts)	308,47	2,45	—	~60	132	—	—	—	153	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CdO (kadmija oksīds)	128,40	6,95 ... 8,15	—	subl. 1390	—	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CdS (kadmija sulfīds)	144,46	4,58	—	1750	(N ₂ atmosfērā)	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CdSO ₄ (kadmija sulfāts)	208,46	4,69	—	1000	—	—	—	—	76,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CfO ₂ (hloro dioksīds)	67,45	—	—	-79	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Co. (kobalts)	58,93	8,76	—	1490	3185	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CoCl ₂ (kobalta hlorīds)	129,84	3,36	—	~725	subl. 1050	—	—	—	41,9(0°)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CoCl ₂ · 6H ₂ O (kobalta hlorīda heksahidrāts)	237,93	1,93	—	86	(-6H ₂ O)	—	—	—	š.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Co(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (kobalta nitrāta heksahidrāts)	291,04	1,87	—	56	110	—	—	—	100,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Co ₂ O ₃ (kobalta (3) oksīds)	165,86	5,18	—	sad. 895	sad.	—	—	—	(bezūd.)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CoSO ₄ (kobalta sulfāts)	155,00	3,71	—	sad.	—	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CoSO ₄ · 7H ₂ O (kobalta sulfāta heptahidrāts)	281,10	1,95	—	96,8	(-7H ₂ O)	—	—	—	24,7(0°)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cr (hroms)	52,00	7,19	—	1875	420	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CrCl ₂ (hroma (2) hlorīds)	122,90	2,75	—	824	2327	—	—	—	1. š.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
CrCl ₃ (hroma (3) hlorīds)	158,36	2,76	—	—	—	—	—	—	n.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
					subl. ~1150	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

3.1. tabulas 2. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
CrCl ₃ · 6H ₂ O (hroma (3) hlorīda heksahidrāts)	266,45	2,76	—	—	—	1. š., sad.	
Cr(NO ₃) ₃ · 9H ₂ O (hroma (3) nitrāta nonahidrāts)	400,15	—	36,5	sad. 125	š.	š.	etsp., ac.
Cr ₂ O ₃ (hroma (3) oksīds)	151,09	5,21	1990	—	n.	n.	
CrO ₃ (hroma trioksīds)	99,99	2,70	198 sad.	—	167,4	206,7	etsp., ēt.
Cr(OH) ₃ · 2H ₂ O (hroma (3) hidroksīda dihidrāts)	139,05	2,9	(-2H ₂ O) 100	—	n.	n.	
Cr ₂ (SO ₄) ₃ · 18H ₂ O (hroma (3) sulfāta hidrāts)	716,45	1,86	(-12H ₂ O) ~100	—	120	sad.	etsp.
CrK(SO ₄) ₂ · 12H ₂ O (hroma kālija sulfāta dodekahidrāts, hroma kālija alauns)	499,41	1,83	—	(-12H ₂ O) 400	20	50	
Cu (varš)	63,54	8,93	1083	2595	n.	n.	
CuCO ₃ · Cu(OH) ₂ (bāziskais vara karbonāts)	221,10	4,0	sad.	—	n.	sad.	
CuCN (vara (1) cianīds)	89,56	2,9	474,5	sad.	n.	n.	
CuCl (vara (1) hlorīds)	98,99	3,53	432	1490	0,0062	—	etsp.
CuCl ₂ (vara (2) hlorīds)	134,45	3,05	492	655	—	—	
CuCl ₂ · 2H ₂ O (vara (2) hlorīda dihidrāts)	170,48	1,98	-2H ₂ O, 110	sad.	70,6(0°)	107,9	
Cu(NO ₃) ₂ · 3H ₂ O (vara (2) nitrāta trihidrāts)	241,60	2,05	114,5	(-HNO ₃) 170	381(40°)	666(80°)	etsp. 100 (12,5°)
Cu(OH) ₂ (vara (2) hidroksīds)	97,55	3,37	sad.	—	n.	sad.	etsp., glic.
Cu ₂ O (vara (1) oksīds)	143,08	6,0	1232	(-0) 1800	n.	n.	
CuO (vara (2) oksīds)	79,54	6,45	sad. 1026	—	n.	n.	
Cu ₂ S (vara (1) sulfīds)	159,14	5,6...5,8	1130	—	n.	n.	
CuS (vara (2) sulfīds)	95,60	4,6	sad. 200	—	0,000033	—	
CuSO ₄ · 5H ₂ O (vara (2) sulfāta pentahidrāts)	249,68	2,29	(-4H ₂ O) 110	(-5H ₂ O) 250	20,7	75,4	etsp. 1(3°)
FeCl ₂ (dzelzs (2) hlorīds)	126,75	2,98	677	1026	49,9(0°)	94,2	etsp., ac.

3.1. tabulas 3. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
H ₃ PO ₄ (fosforskābe, orto)	98,00	1,83	42,35	(-0,5H ₂ O) 213	548	I. š.	etsp.
H ₂ [PtCl ₆]·6H ₂ O (heksahlorplatīnskābes heksahidrāts)	517,92	2,43	60	—	I. š.	I. š.	etsp., ēt.
H ₂ S (serūdeņradis)	34,08	šķidr 0,96	-85,7; -82,9	-60,8	291 ml	186 ml (40°)	
H ₂ SO ₄ (sērskābe)	98,08	1,834	10,37	330	∞	∞	r. etsp.
H ₂ [SiF ₆]·2H ₂ O (heksafluorsilīcijskābes dihidrāts)	180,09	—	19	—	—	—	
H ₂ SnO ₃ (alvasskābe, meta)	168,70	—	—	—	n.	n.	
H ₂ WO ₄ (volframskābe)	249,86	5,5	(-0,5H ₂ O) 100	—	n.	m. š.	
Hg (dzīvsudrabs)	200,59	13,55	-38,87	356,6	n.	n.	etsp. 10(20°), mtsp., bzl.
Hg(CN) ₂ (dzīvsudraba (2) cianīds)	252,63	4,00	sad. 320	—	9,3(13,5°)	53,85	
Hg ₂ Cl ₂ (dzīvsudraba (1) hlorīds, kalomēls)	472,09	7,15	subl. ~400	—	2·10 ⁻⁴	—	
HgCl ₂ (dzīvsudraba (2) hlorīds, sublimāts)	271,50	5,44	277	302	6,6	58,3	etsp. 33(25°), ēt., pir., etiķsk.
HgI ₂ (dzīvsudraba (2) jodīds)	454,40	6,27... 6,28	250; 259	354	0,006(25°)	m. š.	abs. etsp. 1,8(25°), ēt., ac.
Hg ₂ (NO ₃) ₂ ·2H ₂ O (dzīvsudraba (1) nitrāta dihidrāts)	561,22	7,79	70	—	r.	š. r.	
Hg(NO ₃) ₂ ·0,5H ₂ O (dzīvsudraba (2) nitrāta semihidrāts)	333,61	4,39	79	sad.	I. š.	r.	ac.
HgO (dzīvsudraba (2) oksīds)	216,59	11,14	sad. 500	—	0,005(25°)	0,04	
HgS (dzīvsudraba (2) sulfīds)	232,65	7,73... 8,09	subl. 580	—	n.	—	
Hg ₂ SO ₄ (dzīvsudraba (1) sulfāts)	497,25	7,56	sad.	—	0,04(25°)	0,09	
HgSO ₄ (dzīvsudraba (2) sulfāts)	296,65	6,47	sad.	—	r.	—	

I_2 (jods)	253,81	4,94	113,6	184,4	0,03	0,45	etsp. 20,5(15°), et. 20,6(17°), hif., glic, KI, CS ₂
I_2O_5 (joda (5) oksīds)	333,81	4,80	300 sad.	—	187(12°)	—	r. etsp.
K (kālijs)	39,10	0,862	63,4	765; 776	r.	104,0	etsp., glic.
KBr (kālija bromīds)	119,01	2,75	730; 735	1380; 1435	65,5	50,0	
KBrO ₃ (kālija bromāts)	167,00	3,27	sad. ~370	—	3,1°	155,7	
K ₂ CO ₃ (kālija karbonāts, po- taša)	138,21	2,43	891	sad.	110,5		
KCl (kālija hlorīds)	74,56	1,98	770	1405	34,0	56,2	m. etsp.
KClO ₃ (kālija hlorāts)	122,55	2,32	356; 368,4	sad. 400	7,4	56,2	etsp.
KClO ₄ (kālija perhlorāts)	138,53	2,52	610	—	1,80	22,2	
K ₂ CrO ₄ (kālija hromāts)	194,20	2,73	968,3	—	62,9	79,2	
K ₂ Cr ₂ O ₇ (kālija dihromāts)	294,19	2,68	398	sad.	13,1	102,0	
K ₃ Fe(CN) ₆ (kālija hekso- ciano(3)ferāts, sarkana asinssāls)	329,26	1,89	sad.	—	46	91,6	ac.
K ₄ [Fe(CN) ₆]·3H ₂ O (kālija heksaciano(2)ferāta trihid- rāts, dzeltenā asinssāls)	422,41	1,85	(-3H ₂ O) 70	sad.	28,9	85(80°)	ac.
KHCO ₃ (kālija hidroģenkar- bonāts)	100,12	2,17	sad.	—	33,5	76(70°)	
KH ₂ PO ₄ (kālija dihidroģen- fosfāts)	136,09	2,34	100...204 252,6	—	22,6	83,5(90°)	
K ₂ HPO ₄ (kālija hidroģenfos- fāts)	174,18	—	sad.	—	160	l. š.	etsp.
KHSO ₄ (kālija hidroģensul- fāts)	136,17	2,24...2,61	210,0; 218,6	sad.	51,4	121,6	
KMnO ₄ (kālija permanga- nāts)	158,04	2,70	240 sad.	—	6,4	22,2(60°)	mtsp., ac., r. etsp.
KNO ₃ (kālija nitrāts)	101,11	2,11	334; 336	sad. 400	31,6	245	
KOH (kālija hidroksīds)	56,11	2,044; 2,12	400; 410	1320...1326	112	178	etsp.
K ₂ [PtCl ₆] (kālija heksahloro- (4)platināts)	486,01	3,50	sad. 250	—	1,12	5,03	
KSCN (kālija rodanīds, kā- lija tiocianāts)	97,18	1,89	173,2; 177	sad. 500	217,5	670	etsp. 20,8(22°), ac., amilsip.
K ₂ SO ₃ ·2H ₂ O (kālija sulfīta dihidrāts)	194,30	—	sad.	—	90(0°) bezūd.	124(100°) bezūd.	
K ₂ SO ₄ (kālija sulfāts)	174,27	2,66	1069	—	11,11	24,1	

1	2	3	4	5	6	7	8
$K_2S_2O_5$ (kālija pirosulfiāts)	222,33	2,34	sad. > 300	—	44,7	133	
$K_2S_2O_7$ (kālija pirosulfiāts)	254,33	2,27	sad. > 100	sad.	š.	r.	
$K_2S_2O_8$ (kālija persulfiāts)	270,33	2,48	sad. > 100	—	5,3	—	
Li (litijijs)	6,94	0,534	180	1370	r.	r.	
Li_2CO_3 (litija karbonāts)	73,89	2,11	618; 735	sad.	1,33	0,72	etsp., ac.
$LiNO_3$ (litija nitrāts)	68,94	2,38	261	sad. > 600	72,8	194(75°)	m. etsp.
LiOH (litija hidroksīds)	23,94	1,43	462; 471	~ 925 sad.	12,4(25°)	15,4(81°)	
Li_2SO_4 (litija sulfāts)	109,94	2,22	860	—	33,7	31	
$Li_2SO_4 \cdot H_2O$ (litija sulfāta monohidrāts)	127,96	2,06	(-H ₂ O) 130	—	41,5	38	
Mg (magnijijs)	24,31	1,74	651	~ 1105	n.	r.	etsp. 6,9(0°),
$MgBr_2$ (magnija bromīds)	184,13	3,72	711	—	101	125,4	mtsp. 21,8(20°)
$MgBr_2 \cdot 6H_2O$ (magnija bromīda heksahidrāts)	292,22	—	172,4	—	390	l. š.	etsp., ac.
$MgCO_3$ (magnija karbonāts, magnēzīts)	84,32	3,04	sad. > 350	—	m. š.	—	
$MgCl_2$ (magnija hlorīds)	95,22	2,32; 2,41	708; 714	1415	54,6	73,4	etsp.
$MgCl_2 \cdot 6H_2O$ (magnija hlorīda heksahidrāts)	203,31	1,56	(-4H ₂ O) 120	(-6H ₂ O) 150	306	l. š.	etsp.
$Mg(ClO_4)_2 \cdot 6H_2O$ (magnija perchlorāta heksahidrāts)	331,30	1,97	147	sad. > 250	š.	š.	
$Mg(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$ (magnija nitrāta heksahidrāts)	256,41	1,46	90; 95	—	232(15°)	l. š.	etsp.
MgO (magnija oksīds)	40,31	3,58	2640; 2800	3600	0,0006(0°)	0,0086(30°)	
$Mg(OH)_2$ (magnija hidroksīds)	58,32	2,35 ... 2,46	—	—	0,0006(25°)	0,004	
$MgSO_4$ (magnija sulfāts)	120,37	2,66	1127 sad.	—	33,7	50	etsp., glic., et.
$MgSO_4 \cdot 7H_2O$ (magnija sulfāta heptahidrāts)	246,48	1,64; 1,68	150(-6H ₂ O)	200(-7H ₂ O)	107	215	etsp., glic.
Mn (mangāns)	54,94	α 7,44 β 7,20	1244; 1260	2120; 2150	r.	r.	
$MnCO_3$ (mangāna karbonāts)	114,95	3,13	sad.	—	0,0001(18°)	—	

MnCl ₂ (mangāna hlorīds)	125,84	2,98	650	1190; 1231	73,9	115,3	etsp.
MnCl ₂ · 4H ₂ O (mangāna hlorīda tetrahidrāts)	197,90	2,01	58; (-H ₂ O) 106	(-4H ₂ O) 198	203	532	etsp.
Mn(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (mangāna nitrāta heksahidrāts)	287,04	1,82	26	129,4	426,4(0°)	l. š.	etsp.
MnO ₂ (mangāna dioksīds)	86,94	5,03	sad. 535	—	n.	n.	etsp.
MnSO ₄ (mangāna sulfāts)	151,00	3,25	700	sad. 850	63	40,8(90°)	r. etsp., š. CCl ₄ , hlif.
Mo (molibdēns)	95,94	10,23	2550; 2620	~4800	n.	n.	
MoCl ₅ (molibdēna pentahlorīds)	273,20	2,93	194	268	r.	r.	
MoO ₃ (molibdēna trioksīds)	143,94	4,5; 4,7	795	1155; 1264	0,14	2,11(80°)	
MoS ₂ (molibdēna disulfīds)	160,07	4,80	1185	sad.	n.	n.	
N ₂ (slāpekļa)	28,01	1,25 g/l	-210	-195,8	2,3 ml(0°)	0,8 ml(60°)	m. etsp.
NCl ₃ (slāpekļa trihlorīds)	120,37	1,65	< -40	~71;	r.	r.	hlif., bzl., CCl ₄ , CS ₂ ,
NH ₃ (amonjaks)	17,03	0,77 g/l	-77,8	sprāgst 95	52,6	18,4(56°)	ēt.
NH ₄ Br (amonija bromīds)	97,95	2,40; 2,43	subl. 394,4	-33,5	75,5	134,7	etsp., ēt. v. r.
(NH ₄) ₂ CO ₃ (amonija karbonāts)	96,09	—	sad. 58	—	100(15°)	r.	ēt., ac, etsp.
NH ₄ Cl (amonija hlorīds)	53,49	1,53	subl. 338	—	37,2	78,6	etsp. 0,6(19°)
(NH ₄) ₂ Cr ₂ O ₇ (amonija dihromāts)	252,06	2,15	sad.	—	35,6	155,6	etsp.
NH ₄ F (amonija fluorīds)	37,04	1,32	subl.	—	74(10°)	111(60°)	etsp.
(NH ₄) ₆ Mo ₇ O ₂₄ · 4H ₂ O (amonija molibdāts)	1235,9	2,50	sad.	—	44(25°)	r.	
NH ₄ NO ₃ (amonija nitrāts)	80,04	1,73	169,6	sad. 210	192,0	871	etsp. 3,8(20°), mtsp. 17,1(20°), ac.
NH ₄ SCN (amonija rodanīds, amonija tiocianāts)	76,12	1,31	149,6	sad. 170	170,2	431(70°)	etsp., ac.
(NH ₄) ₂ SO ₄ (amonija sulfāts)	132,16	1,77	sad. >350	—	70,1(0°)	102	etsp., CS ₂
NO (slāpekļa oksīds)	30,01	1,34 g/l	-163,7	-151,8	7,4 ml(0°)	2,6 ml(100°)	ēt.
N ₂ O ₃ (slāpekļa(3) oksīds)	76,01	1,45	-102	3,5 sad.	r.	r.	CS ₂ , hlif.
NO ₂ (slāpekļa dioksīds)	46,01	1,49	-11,2	20,7	r.	r.	r. etsp.
Na (nātrijs)	22,99	0,97	97,7	877; 900	r.	r.	glic.
Na ₂ B ₄ O ₇ · 10H ₂ O (nātrija tetrahlorāta dekahidrāts, boraks)	381,38	1,69...1,72	75	-10 ₂ H ₂ O > >200	2,12(0°)	22(50°)	
NaBr (nātrija bromīds)	102,90	3,21	750; 755	1392	94,6(25°)	121,2	etsp., mtsp., pir.

3.1. tabulas 5. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
NaBr · 2H ₂ O (nātrija bromīda dihidrāts)	138,93	2,18	(-2H ₂ O) 50,2	—	191 (25°)	290	mtsp. 16,8 (20°), etsp. 2,32 (20°)
NaSCN (nātrija rodanīds, nātrija tiocianāts)	81,07	1,73	287; 323	—	166 (25°)	225	mtsp. 35 (16°), etsp. 18,37 (18,8°), etilendiamīnā 93,5 (25°) glic., etsp.
Na ₂ CO ₃ (nātrija karbonāts, soda)	105,99	2,53	852	1600 sad.	š.	š.	
Na ₂ CO ₃ · 10H ₂ O (nātrija karbonāta dekahidrāts)	286,14	1,45	32,5; 34,5	—	6,95 (0°) bezūd.	39,4 (30°) bezūd.	
NaCl (nātrija hlorīds)	58,44	2,17	800,8	1413; 1467	35,7 (10°)	39,2	
NaClO ₃ (nātrija hlorāts)	106,44	2,49	255; 261	sad.	100,5 (25°)	204	mtsp. 1,44 (18°), etsp. 0,065 (18,5°)
Na ₂ Cr ₂ O ₇ · 2H ₂ O (nātrija dihromāta dihidrāts)	298,00	2,52	320 (bezūd.)	sad. 400	163 (0°) bezūd.	508 (80°) bezūd.	glic., etsp., ac.
NaF (nātrija fluorīds)	41,99	2,56	997; 1040	1705	4,28	4,96 (94°)	mtsp., etsp.
NaHCO ₃ (nātrija hidroģēnkarbonāts, dzeramā soda)	84,01	2,20	(-CO ₂) 160	—	9,6	23,6	etsp. 1,2 (15,5°), glic. 8 (15,5°)
NaHSO ₃ (nātrija hidroģēnsulfīts)	104,07	1,48	sad.	—	1. š.	1. š.	
NaHSO ₄ (nātrija hidroģēnsulfāts)	120,07	2,74	> 315	sad.	28,6 (0°)	50	r. etsp.
NaHSO ₄ · H ₂ O (nātrija hidroģēnsulfāta hidrāts)	138,08	2,10	58,5	sad.	š.	1. š.	r. etsp.
Na ₂ MoO ₄ · 2H ₂ O (nātrija molibdata dihidrāts)	241,95	3,28	—	—	86,0	116	
NaN ₃ (nātrija azīds)	65,01	1,85	sad. 275	—	39	55	etsp., bzl.
NaNH ₂ (nātrija amīds)	39,01	—	208; 210	400	r.	r.	r. etsp.
NaNO ₂ (nātrija nītrīts)	69,00	2,17	271	sad. > 320	82,9	160,0	etsp., pir.
NaNO ₃ (nātrija nitrāts)	84,99	2,26	306,8; 310	sad. 380	88	176	
Na ₂ O ₂ (nātrija peroksīds)	77,98	2,5	460 sad.	—	r.	r.	r. etsp.
NaOH (nātrija hidroksīds)	40,00	2,13	320; 328	1378 1390	107	337	etsp., glic.

$\text{Na}_2\text{PO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ (nātrija fosfāta dodekahidrāts)	380,12	1,62	73,4	(-12H ₂ O) 100	28	š.
$\text{Na}_4\text{P}_2\text{O}_7$ (nātrija pirofosfāts)	265,89	2,37	880	—	2,29(0°)	45,2(96°)
$\text{Na}_4\text{P}_2\text{O}_7 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ (nātrija pirofosfāta dekahidrāts)	446,05	1,84	(-H ₂ O) 93,8	—	11,6(25°)	85,6(70°)
NaPO_3 (nātrija metafosfāts)	101,96	2,48	619; 628	—	14,5(25°)	32,5
Na_2SO_3 (nātrija sulfīts)	126,04	2,63	sad.	—	30,7(25°)	26,6
$\text{Na}_2\text{SO}_3 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ (nātrija sulfīta heptahidrāts)	252,15	1,56	(-7H ₂ O) 150	sad.	š.	m. etsp. m. etsp.
Na_2SO_4 (nātrija sulfāts)	142,04	2,70	884; 890	—	52,9	42,5
$\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ (nātrija sulfāta dekahidrāts)	322,19	1,46	sad. 32,4	—	š.	š.
$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ (nātrija tiosulfāta pentahidrāts)	248,19	1,72	(-3H ₂ O) 48,5	—	š.	1. š.
$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_5$ (nātrija piro-sulfīts)	190,10	1,48	sad. >150	—	65,3	100
$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_7$ (nātrija piro-sulfāts)	222,10	2,66	400,9	sad. 460	š.	—
$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_8$ (nātrija persulfāts)	238,10	—	—	sad.	š.	—
Na_2SiO_3 (nātrija silikāts)	122,06	2,4	1089	—	š.	92,3(90°)
$\text{Na}_2\text{SiO}_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ (nātrija silikāta nonahidrāts)	284,20	—	47,2	(-6H ₂ O) 100	58,2	1. š.
Ne (neons)	20,18	0,90 g/l šķidrš 1,20	-248,1	-246,1	1,16 ml (25°)	0,98 ml (74°)
Ni (niķelis)	58,71	8,90	1453	3000	n.	n.
$\text{Ni}(\text{CO})_4$ (niķeļa tetrakarbonyls)	170,75	1,32	-25	43	0,018(10°)	—
NiCO_3 (niķeļa karbonāts)	118,72	—	sad.	—	0,0093(95°)	—
NiCl_2 (niķeļa hlorīds)	129,62	3,55	subl. 973	—	59,5(10°)	87,7
$\text{NiCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ (niķeļa hlorīda heksahidrāts)	237,72	—	—	—	213(18°)	600
$\text{Ni}(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ (niķeļa nitrāta heksahidrāts)	290,81	2,05	56,7	136,7	238,5(0°)	1. š.
NiO (niķeļa oksīds)	74,71	7,45	1950; 1990	—	n.	n.
Ni_2O_3 (niķeļa(3) oksīds)	165,42	4,83	sad. 600	—	n.	n.
$\text{Ni}(\text{OH})_2$ (niķeļa hidroksīds)	92,73	4,1	—	—	0,00005(18°)	—
NiSO_4 (niķeļa sulfāts)	154,78	3,68	(-SO ₃) 840	—	38,3	77
$\text{NiSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ (niķeļa sulfāta heptahidrāts)	280,89	1,95	(-H ₂ O) 31,5	—	101	375
O_2 (skābeklis)	32,00	1,43 g/l; šķidrš 1,14	-218,8	-183,0	2,83 ml(25°)	2,09 ml(50°)

3.1. tabulas 6. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
O ₃ (ozons)	48,00	2,14 g/l; šķīdrs 1,71	-251,4	-111,9	45,4 ml/(18°)	—	CS ₂ 880(10°);
P (fosfors) baltais	30,97	1,82	44,1 uzliesmo 34 590 spied.; uzliesmo 240	275 subl. 416	0,0003(15°)	—	etsp., bzl., ēt., abs. etsp. etsp., ēt.
sarkanais	30,97	2,20	-133,5	-87,8	n.	—	
PH ₃ (fosforūdeņradis, fosfins)	34,00	1,53 g/l; šķīdrs 0,75	563 spied.	subl. 347	27 ml/(20°)	—	
P ₂ O ₅ (fosfora pentoksīds)	141,94	2,39	327,3	1751	r.	r.	
Pb (svins)	207,19	11,34	sad. 315	—	n.	n.	
PbCO ₃ (svina karbonāts)	267,20	6,6	sad. 400	—	0,00001	r.	
2PbCO ₃ · Pb(OH) ₂ (bāziskais svina karbonāts)	775,60	6,14		—	n.	n.	
PbCl ₂ (svina hlorīds)	278,10	5,85	501	956	0,99	3,25	
PbCrO ₄ (svina hromāts)	323,18	6,12	844	sad.	5,8 · 10 ⁻⁶	—	
PbO (svina oksīds)	223,19	8,0; 9,53	890	1473	0,002	—	
Pb ₃ O ₄ ; Pb ₂ PbO ₄ (svina ortoplumbāts, mīnījs)	685,57	9,1	sad. 500	—	n.	n.	
PbO ₂ (svina dioksīds)	239,19	9,38	sad. 290	—	n.	n.	
PbS (svina sulfīds)	239,25	7,5	1114	—	8 · 10 ⁻¹⁴	—	
PbSO ₄ (svina sulfāts)	303,25	6,2	sad. 1087	—	4,5 · 10 ⁻³	5,7 · 10 ⁻³ (50°)	
Pt (platīns)	195,09	21,45	1773,5	3710; ~4120	n.	n.	etsp., ac. etsp., ēt.
PtCl ₄ (platīna tetrahlorīds)	336,90	—	sad. 370	—	66,6(0°)	571(98°)	
PtCl ₄ · 8H ₂ O (platīna tetrahlorīda oktahidrāts)	481,02	2,43	(-4H ₂ O)	—	l.š.	l.š.	
S (sērs) { rombiskais, α monoklīnais, β amorfais	32,06	2,07	100	444,6	n.	n.	CS ₂ , tols.
SCl ₂ (sēra dihlorīds)	102,97	1,96	112,8	444,6	n.	n.	CS ₂ , etsp., bzl.
S ₂ Cl ₂ (sēra hlorīds)	135,03	1,92	119,25	444,6	n.	n.	
SO ₂ (sēra dioksīds)	64,06	1,62	126	59	r.	r.	bzl., CCl ₄
SO ₃ (sēra trioksīds)	80,06	1,68	-80; -75	136,8	r.	r.	CS ₂ , bzl., ēt.
		2,93 g/l šķīdrs 1,92	-75,5	-10	11,29	2,1(90°)	etsp., etiķsk.
			α 16,8	44,9	r.	r.	
			β 32	subl.	r.	r.	
			γ 62,2	subl.	r.	r.	

SO ₂ Cl ₂ (sulfurilhlorīds)	134,97	1,67	-54,1	69,1	r.	etiķsk., bzl.
Sb (antimons)	121,75	6,68	630	1625	n.	etsp., CS ₂ , bzl., etiķsk.
SbCl ₃ (antimona trihlorīds)	228,11	3,14	73,4	~200	∞	hlf., etsp., mtsp.
SbCl ₅ (antimona pentahlorīds)	299,02	2,34	2,8; 3,9	140 sad.	r.	etiķsk.
Sb ₂ O ₃ (antimona trioksīds)	291,50	5,19; 5,67	655	1425; 1550	m. š.	
Sb ₂ S ₃ (antimona trisulfīds)	339,69	4,64	547	—	r.	
Sb ₂ S ₅ (antimona pentasulfīds)	403,82	4,12	135 sad.	—	n.	
Se (selēns)	78,96	4,28 ... 4,82	220	688	n.	CS ₂
SeO ₂ (selēna dioksīds)	110,96	3,95	340 spied.	subl. 337	472(65°)	etsp. 6,67(14°)
Si (silīcijs)	28,09	2,0 ... 2,4	1414	2600	n.	
SiC (silīcija karbīds)	40,10	3,22	>2700	—	n.	
SiCl ₄ (silīcija tetrahlorīds)	169,90	1,48	-67,7	57,6	r.	
SiF ₄ (silīcija tetrafluorīds)	104,08	4,68 g/l	-77 spied.	-65	r.	
SiO ₂ (silīcija dioksīds)	60,09	kristobalīts	1710	2590	n.	
		2,32	1470	2590	n.	
		kvarcs 2,65	1670	2590	n.	
		tridimīts	—	2590	n.	
		2,28 ... 2,33	—	2600; 2720	n.	
Sn (alva)	118,69	α 5,76	—	—	n.	
		β 7,28	—	—	n.	
		γ 6,54	231,9	—	—	
		3,95	247	623; 649	r. 83,9(0°)	etsp., ēt., ac., pīrid.
		2,71	37,7	sad.	r. 118,7(0°)	etsp., ēt., ac.
SnCl ₂ (alvas(2) hlorīds)	260,50	2,23	-33,3	113,7	š. r.	r. ēt.
SnCl ₂ ·2H ₂ O (alvas(2) hlorīda dihidrāts)	150,69	6,95	sad. 1127	—	n.	
SnCl ₄ (alvas(4) hlorīds)	214,75	—	sad. <360	—	n.	
SnO ₂ (alvas dioksīds)	264,04	9,87; 10,03	3050	4400	n.	
SnSO ₄ (alvas(2) sulfāts)	47,90	4,54	1660; 1725	3170	n.	
ThO ₂ (torija dioksīds)	189,71	1,73	-23	138	š.	
Ti (titāns)	59,91	4,93	3140; 3450	4300	n.	
TiCl ₄ (titāna(4) hlorīds)	79,90	4,26	1640 sad.	—	n.	
TiC (titāna karbīds)	181,88	3,36	670	sad. 700	n.	0,07(25°)
TiO ₂ (titāna dioksīds, rutīls)	137,85	2,88	—	—	r.	
V ₂ O ₅ (vanādija(5) oksīds)	183,85	19,30	—	~6000	n.	
VOCl ₂ (vanādihlorīds)	379,71	16,06; 17,15	~2855	~6000	n.	
W (volfrāms)						
W ₂ C (volfrāma karbīds)						

3.1. tabulas 7. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
WC (volframa karbīds)	195,86	15,63	2870	~6000	n.	—	—
WCl ₄ (volframa (4) hlorīds)	325,66	4,62	sad.	—	n.	—	—
WO ₂ (volframa dioksīds)	215,85	12,11	1270	~1700	n.	n.	—
WO ₃ (volframa trioksīds)	231,85	7,16	1470	—	n.	n.	—
Xe (ksenons)	131,30	5,85 g/l	-111,9	-108,1	11,9 ml (25°)	7,12 ml (80°)	etsp., bzl.
Zn (cinks)	65,37	7,14	419,5	913	n.	n.	—
ZnCO ₃ (cinka karbonāts)	125,38	4,44	(-CO ₂)300	—	0,001(15°)	—	—
ZnCl ₂ (cinka hlorīds)	136,28	2,91	315	733	375	615	ēt., etsp. 100(12,5°)
ZnI ₂ (cinka jodīds)	319,18	4,67	446	730	430(0°)	510	etsp., ēt.
Zn(NO ₃) ₂ ·6H ₂ O (cinka nitrāta heksahidrāts)	297,47	2,07	36	(-6H ₂ O) 105...131	l. š.	l. š.	etsp.
ZnO (cinka oksīds)	81,37	5,61	1975 (spied.)	1800 subl.	0,00016(29°)	—	—
Zn(OH) ₂ (cinka hidroksīds)	99,38	3,05	sad. 125	—	m. š.	m. š.	—
ZnS (cinka sulfīds)	97,43	4,04...4,10	1850	1185 (subl.)	3,4·10 ⁻¹¹	—	—
ZnSO ₄ (cinka sulfāts)	161,43	3,74	(spied.) sad. 740	—	53,8	60,6	m. etsp.
ZnSO ₄ ·7H ₂ O (cinka sulfāta heptahidrāts)	287,54	1,97	(-7H ₂ O)280	—	165	202	m. etsp.
Zr (cirkonijs)	91,22	6,49; 6,52	1830; 1852	4225; 4500	n.	n.	—
ZrC (cirkonija karbīds)	103,23	6,70; 6,73	3492; 3540	5100	n.	n.	—
ZrCl ₄ (cirkonija hlorīds)	233,03	2,80	subl.	—	r.	r.	etsp., ēt.
ZrO ₂ (cirkonija dioksīds)	123,22	5,73	300...350	—	n.	n.	—
ZrOCl ₂ ·8H ₂ O (cirkonilhlorīda oktahidrāts)	322,25	1,55...1,56	2680; 2700	(-8H ₂ O)210	l. š.	r.	etsp., ēt.
Zr(SO ₄) ₂ ·4H ₂ O (cirkonija sulfāta tetrahidrāts)	355,40	—	(-6H ₂ O)150 (-3H ₂ O)120	—	110,6(18°)	146,5(39,5)	—

Atommasas un molekulmasas izteiktas oglekļa vienībās.

Tabulā dotas arī dažas zīnas par attiecīgā savienojuma termisko stabilitāti. Ja, piemēram, noteiktā temperatūrā viela zaudē H₂O, CO₂ vai O, tad pirms temperatūras skaitliskā lieluma rakstīs —H₂O, —CO₂, —O. Ja pirms norādītās temperatūras atrodas vārds «sad.», tad tas nozīmē, ka viela šādā temperatūrā sadalās bez kušanas (vārīšanas), bet ja «sad.» uzrādīts aiz norādītās temperatūras, tad šādā temperatūrā viela kūst (vārās), vienlaicīgi sadaloties.

Šķīdība raksturota ar vielas gramu skaitu, kas izšķīst 100 gramos attiecīgā šķīdinātāja. Daudzām vielām šķīdība uzrādīta tikai kvalitatīvi. Tabulā lietoti šādi saīsinājumi:

<p> sad. — sadalās subl. — sublimējas spied. — zem spiediena r. — reaģē š. — šķīst l. š. — labi šķīstošs </p>	<p> m. š. — mazšķīstošs n. — praktiski nešķīst etsp. — etilspirts abs. — absolūtais mīsp. — metilspirts amīlsp. — amilspirts </p>	<p> glic. — glicerīns etišk. — etiškābe et. — dietilēteris ac. — acetons hif. — hloroforms dioks. — dioksāns </p>	<p> fol. — toluols bzl. — benzols nībz. — nitrobenzols bzn. — benzīns pir. — piridīns </p>
--	--	--	--

3.4. ORGANISKO SAVIENOJUMU ĪPAŠĪBAS

3.2. tabula. Svarīgāko organisko šķīdinātāju fizikālās konstantes

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Šķīdinātāja nosaukums un ķīmiskā formula	Molekulmasa	Blīvums d	Vārīšanās t, °C	p	n_D	Uzliesmošanas t, °C	Šķīdība ūdenī	Maksimāli pieļaujamā tvaiku konc. gaisā, mg/l
Pentāns C ₅ H ₁₂	72,15	0,626	36,07	420,2	1,3577	-49,2	0,06	0,3
Heksāns C ₆ H ₁₄	86,18	0,659	68,74	121,3	1,3751	-25,7	0,014	0,3
Heptāns C ₇ H ₁₆	100,20	0,684	98,43	35,5	1,3878	-17	0,0052	0,3
Oktāns C ₈ H ₁₈	114,22	0,703	124,67	10,5	1,3975	13	0,0015	—
Nonāns C ₉ H ₂₀	128,26	0,718	150,8	3,2	1,4165	—	nešķīst	—
Dekāns C ₁₀ H ₂₂	142,29	0,730	174	2,7	1,4120	46	nešķīst	—
Cikloheksāns C ₆ H ₁₂	84,16	0,779	80,7	76,9	1,4262	-17,2	0,01	0,1
Benzols C ₆ H ₆	78,12	0,879	80,1	74,8	1,5011	-16	0,18	0,02
Toluols C ₆ H ₅ CH ₃	92,14	0,867	110,62	22,3	1,4969	4,4	0,057	0,05
Ksilols C ₆ H ₄ (CH ₃) ₂	106,17	0,86...0,88	138...145	10	1,496	20	nešķīst	—
Tetralīns (tetrahidronaftalīns) C ₁₀ H ₁₂	132,20	0,969	207,57	0,3	1,5461	75	nešķīst	0,1
Dekalīns (dekahidronaftalīns) C ₁₀ H ₁₈	138,25	0,870... 0,897	185...195	0,6	1,48	60	nešķīst	—
Terpentīns	—	0,85...0,88	153...180	4	1,46...1,47	30	nešķīst	—

Ogļūdeņraži

3.2. tabulas I. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>Naftas produkti</i>								
Benzīni (šķīdinātāji un eks- traģenti)	—	0,69...0,73	70...120	—	1,38...1,41	-25	nešķīst	—
Vaitspirts	—	0,77...0,80	140...200	—	1,42...1,44	33	nešķīst	—
Petrolēteris	—	0,63...0,67	40...70	—	—	—	nešķīst	—
<i>Oglūdenražu hloratvasinājumi</i>								
Dihlormetāns (metilēnhlo- rīds) CH_2Cl_2	84,93	1,326	40,0	349	1,4337	neuzl.	2	0,05
Hloroforms CHCl_3	119,37	1,489	61,2	160	1,4455	"	0,82	0,01
Tetrahlorglēklis CCl_4	153,81	1,595	76,8	90,7	1,4631	"	0,08	0,08
Dihloreitāns (etilēnhlorīds) $\text{CH}_2\text{Cl}-\text{CH}_2\text{Cl}$	98,95	1,252	83,5	61,7	1,4443	12	0,81	0,01
Tetrahloretāns $\text{CHCl}_2-\text{CHCl}_2$	167,84	1,600	146,3	5	1,4942	neuzl.	nešķīst	0,001
Hlorekss (dihlordietilēteris) $(\text{C}_2\text{H}_4)_2\text{O}$	143,02	1,2192	178,8	—	1,4575	85	1,1	0,09
Trihloretētiens $\text{CHCl}=\text{CCl}_2$	131,38	1,465	87	58	1,4777	neuzl.	0,1	0,05
Hlorbenzols $\text{C}_6\text{H}_5\text{Cl}$	112,56	1,107	132	8,7	1,5248	29,4	0,05(30°)	0,05
<i>Spirti</i>								
Metilspirts CH_3OH	32,04	0,791	64,7	95,7	1,3312	15,6	∞	0,05
Etilspirts $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	46,07	0,789	78,32	44	1,3614	12,2	∞	1,0
Etilēnglikols (glikols) $\text{CH}_2\text{OH}-\text{CH}_2\text{OH}$	62,07	1,109	198...200	0,5	1,4318	117	∞	—
Propilspirts $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$	60,09	0,809	97,2	14,5	1,3850	15	∞	0,2
Izopropilspirts $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$	60,09	0,785	82,4	32,4	1,3776	11,7	∞	0,2
Butilspirts $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$	74,12	0,810	117,7 (114...118)	4,4	1,3993	34	9(15°)	0,2

Izobutilspirts C_4H_9OH	74,12	0,803	107,9	8,8	1,3977	27,8	9,5(18°)	0,2
Amilspirts $C_5H_{11}OH$	88,15	0,814	138,06	—	1,4099	37,8	2,2	0,1
Izoamilspirts $C_5H_{11}OH$	88,15	0,812	132	2,2	1,4075	45,6	2,6	0,1
			(128...132)					
Glicerīns $C_3H_5(OH)_3$	92,09	1,260	290	—	1,4729	—	∞	—
Cikloheksanols $C_6H_{11}OH$	100,16	0,962	161,1	7	1,468	68	3,6	0,01

Eteri

Dietilēteris (ēteris)	74,12	0,714	34,5	442,4	1,3542	—40	6,5	0,3
$C_2H_5OC_2H_5$								
Dibutilēteris $C_4H_9OC_4H_9$	130,23	0,769	142,0	12,5	1,3993	38	0,3	—
Dioksāns $CH_2CH_2OCH_2CH_2$	88,10	1,034	101,3	27	1,4224	5	∞	0,01
Tetrahidrofurāns	72,10	0,889	65,7	131,5	1,4050	—	∞	0,1
$CH_2CH_2CH_2CH_2$								

Esteri

Amilacetāts $CH_3COOC_5H_{11}$	130,19	0,875	149,2	16,5	1,4023	32	0,2	0,1
Butilacetāts $CH_3COOC_4H_9$	116,16	0,881	126,1	18	1,3961	23	0,7	0,2
			(121...127)					
Etilacetāts $CH_3COOC_2H_5$	88,10	0,901	77,15	74	1,3721	—5	7,9	0,2
Izoamilacetāts $CH_3COOC_5H_{11}$	130,19	0,872	142,5	10	1,4017	26,7	0,2	0,1
Metilacetāts CH_3COOCH_3	74,08	0,936	56,3	170	1,3593	—13	24	0,1
Propilacetāts $CH_3COOC_3H_7$	112,14	0,887	101,6	26	1,3842	14,5	1,89	0,2
			(94...107)					

Ketoni

Acetons CH_3COCH_3	58,08	0,791	56,24	181,7	1,3589	—20	∞	0,2
Cikloheksanons	98,15	0,948	155,7	8,5	1,4507	44	2,4(31°)	0,001
$CO(CH_2)_4CH_2$								
Metiletilketons $CH_3COC_2H_5$	72,10	0,805	79,6	71,2	1,3814	—1,1	26,8	0,2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pārējie šķīdinātāji								
Acetonitrils CH_3CN	41,05	0,783	81,6	89	1,3442	—	∞	0,002
Dimetilformamīds (CH_3) ₂ NCOH	73,09	0,944	153,2	3,7 (25°)	1,4269	67	∞	0,01
Etiķskābe CH_3COOH	60,05	1,049	118,1	11,8	1,3718	41,7	∞	0,005
Furfurols $\text{C}_4\text{H}_3\text{OCHO}$	96,09	1,160	161,7	1 (18,5°)	1,5262	—	8,3	0,01
Nitrobenzols $\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$	123,12	1,203	210,8	1 (44,4°)	1,5530	-20	0,19	0,005
			(209...211)					
Nitrometāns CH_3NO_2	61,04	1,138	101,2	27,8	1,3818	44,4	9,5	0,03
Piridīns $\text{C}_5\text{H}_5\text{N}$	79,11	0,982	115,4	15,4	1,5092	23,3	∞	0,005
Sērogleklis CS_2	76,14	1,263	46,26	297,5	1,6276	-30	0,22	0,01
Skudrskābe HCOOH	46,03	1,220	100,7	33,6	1,371	—	∞	—

Paskaidrojumi. *d* — šķīdinātāja blīvums 20 °C temperatūrā attiecībā pret ūdens blīvumu 4 °C temperatūrā; vārīšanās temperatūra uzrādīta atmosfēras spiedienā (iekavās norādītas tehnisko produktu vārīšanās temperatūras); *p* — šķīdinātāja parciālais tvaiku spiediens (mm Hg) 20 °C temperatūrā; uzliesmošanas temperatūra (°C) atmosfēras spiedienā ir tā minimālā temperatūra, kurā šķīdinātāja tvaiki gaisā sasniedz pietiekamu koncentrāciju, lai aizdegtos, ja tiem tuvina liesmu; *n_D* — refrakcijas koeficients 20 °C temperatūrā; šķīdība ūdenī — norādīts vielas gramu skaits, kas šķīst 100 mililitros ūdens 20 °C temperatūrā (∞ norāda, ka šķīdinātājs sajaucas ar ūdeni jebkurās attiecībās).

3.5. ĶĪMISKO SAVIENOJUMU TEHNISKIE NOSAUKUMI

3.3. tabula. Dažu ķīmisko produktu tehniskie un tirgus nosaukumi

Nosaukums	Pamatviela
Acetilēns	C_2H_2
Acetons	CH_3COCH_3
Aktīvā ogle	C
Alauns	
alumīnija ~	$KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
amonija ~	$NH_4Al(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
dzelzs ~	$KFe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
dzelzs-amonija ~	$NH_4Fe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
hroma ~	$KCr(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ vai $NaCr(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
Altaks	Dibenzotiazodisulfīds $C_{14}H_8N_2S_4$
Aluminogels	Al_2O_3
Alvasakmens	SnS_2
Alvas eļļa	$SnCl_4$
Alvassāls	$SnCl_2 \cdot 2H_2O$
Amofoss	$NH_4H_2PO_4 + (NH_4)_2HPO_4$
Amonāls	NH_4NO_3 (līdz 72%) + Al pulveris (līdz 25%) + ogles pulveris (līdz 3%)
Amonjaka ūdens	NH_3 ūdens šķīdums (satur 20...25% NH_3)
Anhidrīts	$CaSO_4$
Anhidrons	$Mg(ClO_4)_2$
Antifrīzs	CH_2OH-CH_2OH (ar antikorozijas piedevu)
Antihlors	$Na_2S_2O_3$ vai Na_2SO_3
Apatīts	$3Ca_3(PO_4)_2 \cdot Ca(F, Cl)_2$
Arseniks	As_2O_3
Asinssāls	
sarkanais ~	$K_3[Fe(CN)_6]$
dzeltenais ~	$K_4[Fe(CN)_6] \cdot 3H_2O$
Askarīts	Šķiedrains azbests, piesūcināts ar izkausētu NaOH
Augļu cukurs	Fruktoze
Azbests	$3MgO \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$ vai $7MgO \cdot 8SiO_2 \cdot H_2O$
Azurīts	$2CuCO_3 \cdot Cu(OH)_2$
Bakelīts	Fenola un formaldehīda kondensācijas produkts
Baltais precipitāts	H_2NHgCl
Baltie kvēpi	SiO_2
Barīts	$BaSO_4$
Bentols	Benzols + toluols
Benzīns	Naftas frakcija C_nH_{2n+2}
Benzols	C_6H_6
Berlīnes zilais	$Fe_4[Fe(CN)_6]_3$
Bertolē sāls	$KClO_3$
Bisulfīts	$NaHSO_3$
Blanfikss	$BaSO_4$
Boksīts	$Al_2O_3 \cdot nH_2O$
Boraks	$Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$

3.3. tabulas 1. turpinājums

Nosaukums	Pamatviela
Bordo šķidrums	CuSO_4 ūdens šķidrums (0,5...1%) maisījumā ar kaļķu pienu (0,5...1%)
Celosolvi	Etilēnglikolu ēteri
Cements, magneziālais (Sorela cements)	2 daļas MgO + 1 daļa MgCl_2
Cerezīns	Piesātinātu lielmolekulāru ogļūdeņražu maisījums
Ciānkausējums	$\text{NaCl} + \text{Ca}(\text{CN})_2$
Ciānkālijs	KCN
Cinka baltais	ZnO
Cinka zaļais	Cinka krona + Berlīnes zilais
Ciete	Polisaharīds ($\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5$) _n
Cinobrs	HgS
Cirkons	ZrSiO_4
DDT	4,4' — dihlordifeniltrihloretāns (ClC_6H_4) ₂ CHCl_3
Dedzinātais magnēzijs	MgO
Dekstrīns	Polisaharīdu maisījums, cietes nepilnīgas hidrolīzes produkts
Denaturāts	Denaturēts etilspirts
Diatomīts (kīzelgurs, infuzoriju zeme)	SiO_2
Dolomīts	$\text{CaCO}_3 \cdot \text{MgCO}_3$
Dzelzs kolčedāns	FeS_2
Dzelzs mīnijs	Fe_2O_3
Ebonīts	Kaučuka vulkanizācijas produkts ($\text{C}_6\text{H}_9\text{S}$) ₂ (32% S)
Etilšķidrums	Tetraetilsvins + halogēnogļūdeņraži
Ferons (feroģipsis)	$\text{Fe}(\text{OH})_3 + \text{CaSO}_4$
Fluoršpats	CaF_2
Formalīns	Formaldehīda (37,0...37,3%), metilspirta (6...15%) un skudrskābes (0,02...0,04%) ūdens šķidrums
Fospors (fossoda)	$\text{Na}_2\text{HPO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ (65...75%) + Na_2CO_3 (25...35%)
Freoni	Piesātināto ogļūdeņražu $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ fluoratvasinājumi
Freons-12	CCl_2F_2
Freons-22	CHF_2Cl
Galenīts	PbS
Glaubersāls	$\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$
Glicerīns	$\text{CH}_2\text{OH} \cdot \text{CHOH} \cdot \text{CH}_2\text{OH}$
Grafit	C
Ģeneratorgāze	$\text{CO} + \text{N}_2$
Ģipsis	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Heksahtlorāns	Heksahtlorcikloheksāns $\text{C}_6\text{H}_6\text{Cl}_6$
Hidrohinons	Paradioksibenzols $\text{C}_6\text{H}_4(\text{OH})_2$
Hiposulfīts	Tiosulfāts $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
Hlorkaļķi	$\text{Ca}(\text{ClO})_2 \cdot 2\text{Ca}(\text{OH})_2 + 3\text{Ca}(\text{ClO})_2 \cdot 2\text{Ca}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O} + \text{Ca}(\text{ClO})_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ u. c. maisījums
Hloroforms	CHCl_3
Hopkalīts	MnO_2 (60%) + CuO (40%) vai MnO_2 (50%) + CuO (30%) + Co_2O_3 (15%) + Ag_2O (5%)

3.3. tabulas 2. turpinājums

Nosaukums	Pamatviela
Invertcukurs	Ekvimolārs d-fruktozes un d-glikozes maisījums
Jautrības gāze	N ₂ O
Kadmija dzeltenais	CdS
Kadmija sarkanais	Cd(S, Se)
Kalcīts	CaCO ₃
Kaļķakmens	CaCO ₃
Kaļķu piens	Ca(OH) ₂ suspensija ūdenī
Kaļķi	sk. Hlorkaļķi
balinātājaļķi	CaO
dedzinātie ~	Ca(OH) ₂
dzēstie ~	Iegūst no kaļķakmeņiem, kas satur daudz (6...20%) mālu; satur bez CaO arī 2CaO · SiO ₂ , CaO · Al ₂ O ₃ u. c.
hidrauliskie ~	CaO
nedzēstie ~	Ca(OH)NO ₃
salpetra ~	CaO + MgO
Vīnes ~	Hg ₂ Cl ₂
Kalomels	Al ₂ O ₃ · 2SiO ₂ · 2H ₂ O
Kaolīns	Merķaptobenzotiazols C ₇ H ₅ SN
Kaptaks	1 daļa HNO ₃ + 3 daļas HCl
Karaļūdens	CaC ₂
Karbidis, kalcija	SiC
Karborunds	Fenols C ₆ H ₅ OH
Karbolskābe	H ₂ SO ₅
Karo skābe	Ca ₃ (PO ₄) ₂
Kaulu milti	CaF ₂
Kaušņa špats	Tallija malonāta-formiāta ūdens šķīdums (d=4,2) CH ₂ (COOTl) ₂ + HCOOTl
Kleriči šķidrums	Co ₃ (PO ₄) ₂ (tumši violets) vai CoNH ₄ PO ₄ · H ₂ O (gaiši violets)
Kobalta violetais	KOH
Kodīgais kālijs	LiOH
Kodīgais litijs	NaOH
Kodīgais nātrijs	Metilspirts CH ₃ OH
Koka spirts	H ₂ (55...60%) + CH ₄ (24...28%) + CO(4...7%) u. c.
Koksētavu gāze	1-ksiloze
Koksnes cukurs	Fe ₂ O ₃
Kolčedāna izdedži	Pirīts
Kolčedāns	Nitroceluloze (11...12% N)
Koloksilīns	Nitroceluloze (10...12% N)
Kolodija vate	Sastāv galvenokārt no sveķskābēm C ₁₉ H ₂₉ COOH (80...95%)
Kolofonijs	α-Al ₂ O ₃
Korunds	Krezoli
Kreolīns	Na ₃ AlF ₆
Kriolīts	CaCO ₃
Krits	Fe ₂ O ₃
Krokuss	mPbCrO ₄ · nPbSO ₄ + mPbCrO ₄ · nPb(OH) ₂
Krona	(ZnOH) ₂ CrO ₄ + K ₂ CrO ₄ (Na ₂ CrO ₄)
svina ~	Dimetilbenzols C ₆ H ₄ (CH ₃) ₂
cinka ~	sk. Oleums
Ksilols	
Kūpošā sērskābe	

3.3. tabulas 3. turpinājums

Nosaukums	Pamatviela
Kūstošais precipitāts	Hg(NH ₃) ₂ Cl
Kvarcs	SiO ₂
Kvēpi	Amorfā ogle C
Kvēpi, baltie	SiO ₂
Ledus etiķskābe	100% -īga etiķskābe, kristāliska
Leikosafīrs	Al ₂ O ₃
Ligroins	Naftas frakcija, v. t. 120...240°
Litopons	ZnS+BaSO ₄
Lizols	Fenolu šķīdums organisko skābju sāļos
Magnetīts	Fe ₃ O ₄
Magnēzijs	
baltais ~	3MgCO ₃ · Mg(OH) ₂ · 3H ₂ O, MgCO ₃ vai Mg(OH) ₂
dedzinātais ~	MgO
Magnezīts	MgCO ₃
Malahīts	CuCO ₃ · Cu(OH) ₂
Marmors	CaCO ₃
Mažefa sāls	Mn(H ₂ PO ₄) ₂ · 2H ₂ O
Māli	Mālu minerāli, piem., kaolinīts Al ₂ O ₃ · 2SiO ₂ · 2H ₂ O
Mālzeme	Al ₂ O ₃
Melamins	C ₃ H ₆ N ₆
Melanžs, skābais	HNO ₃ +H ₂ SO ₄ (87...89% HNO ₃)
Melnais cianīds	sk. Ciānkausējums
Melnā karbolskābe	Fenoli (50%)
Metabisulfīts	K ₂ S ₂ O ₅ vai Na ₂ S ₂ O ₅
Minerāleļļas	Naftas produkts, ko iegūst, pārtvaicējot mazutu
Mirabilīts	sk. Glaubersāls
Mīnijs	
dzelzs ~	Fe ₂ O ₃
svina ~	Pb ₃ O ₄
Mora sāls	(NH ₄) ₂ Fe(SO ₄) ₂ · 6H ₂ O
Mūmija	Māli ar Fe ₂ O ₃ piejaukumu
Obepins	Anīsaldehīds
Odorants	Etilmerkaptāns C ₂ H ₅ SH
Ogļskābā gāze	CO ₂
Okers	Fe ₂ O ₃ · nH ₂ O ar mālu piejaukumu
Oleums	H ₂ SO ₄ +nSO ₃ (18,5...60% SO ₃)
Ozokerīts	Lielmolekulāru cietu piesātināto ogļūdeņražu maisījums, no tā iegūst cerezīnu
Ožamais spirts	sk. Amonjaka ūdens
Parafīns	Lielmolekulāru cietu piesātināto ogļūdeņražu maisījums, tajā ietilpst parafīni C ₁₉ H ₄₀ ...C ₃₅ H ₇₂ un cerezīni C ₃₇ H ₇₆C ₅₃ H ₁₀₈
Parīzes zaļais	3Cu(AsO ₂) ₂ · Cu(CH ₃ COO) ₂
Perhidrols	H ₂ O ₂ , 27...31% -īgs ūdens šķīdums
Petroleja	Naftas pārtvaices frakcija, vārīšanās temperatūra 180...320° (šķīdro ogļūdeņražu maisījums)
Petrolēteris	Naftas pārtvaices frakcija, vārīšanās temperatūra 40...70° (šķīdro viegli gaisītošo ogļūdeņražu maisījums)
Piena cukurs	Laktoze

3.3. tabulas 4. turpinājums

Nosaukums	Pamatviela
Pirīts	FeS ₂
Pirobenzols	Benzols + ksilols
Pirokolodijs	Nitroceluloze (12...12,5% N)
Pioksilins	Nitroceluloze (12,5...13,9% N)
Potaša	K ₂ CO ₃
Precipitāts	CaHPO ₄ · 2H ₂ O
Rinmaņa zaļais	CoO · nZnO
Rorbaha šķidrums	Ba[HgI ₄] ūdens šķīdums
Rubīns	Al ₂ O ₃
Rūgtais sāls	MgSO ₄ · 7H ₂ O
Salmiaks	NH ₄ Cl
Salpetris	
amonija ~	NH ₄ NO ₃
Leinas ~	(NH ₄) ₂ SO ₄ + NH ₄ NO ₃
kalcija ~	Ca(NO ₃) ₂
kaļķa ~	Ca(NO ₃) ₂
kālija ~	KNO ₃
nātrija ~	NaNO ₃
Norvēģijas ~	Ca(NO ₃) ₂
Sausais ledus	CO ₂
Sausais spirts	Metaldehīds (CH ₃ CHO) _n , urotropīns u. c.
Segneta sāls	NaKC ₄ H ₄ O ₆ · 4H ₂ O
Sēra kolčedāns	sk. Pirīts
Silikogels	SiO ₂
Silikoni	(R ₂ SiO) _x
Sinepju eļļa	Izotiocianāti
Silftons	NaF + SiO ₂
Sintāns	Sintētiskās miecvielas
Sintīns	Sintētiskais benzīns (no CO un H ₂)
Sintols	Alifātisko spiritu, aldehīdu u. c. maisījums
Siēna	Fe ₂ O ₃ + SiO ₂
Smagais špats	sk. Barīts
Smirģelis	Al ₂ O ₃
Soda	
dzeramā ~	NaHCO ₃
kalcinētā ~	Na ₂ CO ₃
kaustiskā ~	NaOH
kristāliskā ~	Na ₂ CO ₃ · 10H ₂ O
mazgājamā ~	Na ₂ CO ₃
veļas ~	Na ₂ CO ₃
Solvents	Benzola rindas aromātisko ogļūdeņražu, galvenokārt ksilolu maisījums
Sublimāts	HgCl ₂
Superfosfāts	
vienkāršais ~	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ · H ₂ O + CaSO ₄
divkāršais ~	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ · H ₂ O
Svina baltais	2PbCO ₃ · Pb(OH) ₂
Svina cukurs	Pb(CH ₃ COO) ₂
Svina etiķis	Pb(OH)CH ₃ COO
Svina glets	PbO
Svina spidums	sk. Galenīts
Svina zaļais	Svina krona + Berlīnes zilais
Sēles zaļais	Cu(AsO ₂) ₂ · nCu(OH) ₂ · mH ₂ O
Šķidrāis stikls	Šķīstošā stikla ūdens šķīdums
Šķīstošais stikls	K ₂ O · nSiO ₂ vai Na ₂ O · nSiO ₂

3.3. tabulas 5. turpinājums

Nosaukums	Pamatviela
Talks	$3\text{MgO} \cdot 4\text{SiO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$
Teflons	$\text{CF}_2 = \text{CF}_2$ polimērs
Tenāra zilais	$\text{Co}(\text{AlO}_2)_2$
Termīts	$\text{Al} + \text{Fe}_3\text{O}_4$
Terpentīns	Ogļūdeņražu maisījums, kas satur daudz pinēnu $\text{C}_{10}\text{H}_{16}$
Titāna baltais	TiO_2
Tols	} Trinitrotoluols
Trotīls	
Tomasmilti	$4\text{CaO} \cdot \text{P}_2\text{O}_5$
Trilons B	Etilēndiamīntetraetiķskābes Na sāls
Trinātrijs	$\text{Na}_3\text{PO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$
Tules šķidrums	$\text{K}_2[\text{HgI}_4]$ ūdens šķīdums (d 3,17...3,19)
Ultramarīns	$\text{Na}_7\text{Al}_6\text{Si}_6\text{S}_2\text{O}_{24}$, $\text{Na}_6\text{Al}_4\text{Si}_6\text{S}_4\text{O}_{24}$ u. c.
Umбра	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{Mn}$ oksīdi
Vara kolčedāns	CuFeS_2
Vazelīns	Minerāleļļas un cieto parafinrindas ogļūdeņražu homogēns maisījums
Vārāmais sāls	NaCl
Urīnviela	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2$
Urotropīns	Heksametilēntetramīns $(\text{CH}_2)_6\text{N}_4$
Vitrioleļļa	H_2SO_4 (90,5...92,5% -īga)
Vitriols	
cinka ~	$\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
dzelzs ~	$\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
niķeļa ~	$\text{NiSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
vara ~	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
Vizla	$\text{KMg}_3[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH}, \text{F})_2$, $\text{KAl}_2[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ u. c.
Vemjākmens	$\text{K}(\text{SbO})\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6$
Vīnakmens	$\text{KHC}_4\text{H}_4\text{O}_6$
Vīna spirts	Etilspirts $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$
Vīnogu cukurs	Glikoze $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$
Zaļā eļļa	Lielmolekulāru policiklisku ogļūdeņražu maisījums
Zemes vasks	sk. Ozokerīts
Ziepes	Augstāko taukskābju vai naftenskābju nātrija, kālija, amonija vai trietanol-amonija sāļi
Zavelas ūdens	KClO ūdens šķīdums
Zelatīns	Dzīvnieku olbaltumviela, sastāv galvenokārt no glutīna un hondrīna

3.6. DAŽU ELEMENTU, ĶĪMISKO SAVIENOJUMU UN MAISIJUMU ĪPAŠĪBAS

3.4. tabula. Dažu cietu un šķidru vielu īpatnējie svāri

Viela	Īpatnējais svārs, G/cm^3	Viela	Īpatnējais svārs, G/cm^3
Āda	0,85...1,0	Akmeņogles	1,2...1,5
Ahāts	2,5...2,8	Akmeņogļu darva	1,1...1,3

3.4. tabulas 1. turpinājums

Viela	Ipatnējais svars, G/cm ³	Viela	Ipatnējais svars, G/cm ³
Alabastrs	2,2 ... 2,9	Izdedži, stāvceļa	2,6 ... 3,0
Alkšņa koksne *	0,55	Jaunsudrabs	8,3 ... 8,7
Alumīnijs, liets	2,55 ... 2,6	Jēlkauciņš, dabīgais	0,90 ... 0,92
kalts	2,75	Kadmijs, liets	8,54 ... 8,57
Alva, lieta	7,2	Kalcijs	1,54
velmēta	7,3 ... 7,5	Kaļķi, dedzinātie	2,8 ... 3,2
Antimons	6,62	dzēstie	1,2 ... 1,3
Antracīts	1,4 ... 1,8	Kaolīns	2,2
Asfalts	1,1 ... 2,8	Kaprone	1,14
Asinssāls, dzeltenais	1,83	Karbīds, kalcija	2,22
Augu eļļas	0,91 ... 0,97	volframa	15,7
Azbests, lokšņu	1,2	Karborunds	3,12 ... 3,20
Bazalts	2,6 ... 3,1	Kartons	0,75 ... 1,0
Benzīns	0,7 ... 0,8	Kauli	1,7 ... 2,0
Berilijs	1,82	Keramika, skābju izturīga	2,1 ... 2,3
Bērza koksne *	0,65	Kļavas koksne *	0,66
Betons	1,8 ... 2,5	Kobalts	8,9
Bismuts, liets	9,8	Koka spirts, metilspirts	0,80
Boraks	1,7 ... 1,8	Kokogle	0,3 ... 0,5
Bronza, alumīnija	7,7	Kokss	1,25 ... 1,4
alvas	8,7 ... 8,9	Kokvilna *	1,47 ... 1,50
Brūnogle	1,2 ... 1,5	Kolofoņijs	1,07
Celuloīds	1,4	Konstantāns	8,9
Cements	2,6 ... 3,2	Korķis	0,22 ... 0,26
Ciete	1,5	Korunds	3,9 ... 4,0
Cinks, liets	6,86	Krišs	1,8 ... 2,6
velmēts	7,15 ... 7,2	Kūdra *	0,5
kalts	7,0 ... 7,2	Kvarciņš	2,65
Cukurs	1,6	Kvēpi	1,8 ... 1,9
Cuguns, baltais	7,2 ... 7,7	Ķieģeļi, smilškaļķu	2,5 ... 2,8
pelēkais	6,6 ... 7,4	parastie	1,4 ... 1,6
Dimants	3,5 ... 3,6	ugunsizturīgie	1,7 ... 2,0
Dižskābarža koksne	0,73	Ledus (0 °C)	0,88 ... 0,92
Dolomīts	2,9	Liepas koksne *	0,53
Dūralumīnijs	2,6 ... 2,9	Linolejs	1,15 ... 1,3
Dzelzs vitriols	1,8 ... 1,98	Magnālijs	2,5
Dzintars	1,0 ... 1,1	Magnezijs	3,0
Ebonīts	1,15	Magnijs	1,74
Elektronmetāls (magnija	1,8 ... 1,83	Māli, sausi	1,5 ... 1,8
sakausējums)		Māla slānekļis	2,8 ... 2,9
Faolīts	1,5 ... 1,7	Manganīns	8,5
Fenols	1,1	Marmors	2,5 ... 2,8
Fibra	1,3 ... 1,5	Mašīnēļa	0,86 ... 0,925
Fosfors, baltais	1,82	Mazuts	0,91 ... 0,99
sarkanais	2,2	Mērgēlis	2,3 ... 2,5
Glicerīns, bezūdens	1,26	Mīnijs, svina	8,6 ... 9,1
Gneiss	2,6 ... 2,9	Misiņš, liets	8,3 ... 8,6
Grafijs	2,3 ... 2,7	stiepts	8,43 ... 8,73
Granīts	2,8	Molibdens	10,3
Grants	1,8 ... 2,0	Nafta	0,73 ... 0,94
Gutaperča	0,92 ... 1,0	Nihroms	8,4
Ķipsis, dedzinātais	1,81	Nikelīns	8,8
dzēstais	0,97		
Hroms	7,14		

3.4. tabulas 2. turpinājums

Vielā	Ipatnējais svars, G/cm ³	Vielā	Ipatnējais svars, G/cm ³
Niķelis, liets	8,35	pudeļu	2,6
velmēts	8,6... 8,9	spoguļu	2,45... 2,72
Ogļu briķetes	1,25	Sveķi, dabīgie	1,0
Oša koksne *	0,69	Svina (2) oksīds	
Ozola koksne *	0,69	dabīgais	9,4
Papīrs, rakstāmpapīrs	0,70... 1,15	sintētiskais	9,3... 9,4
kokvilnas	1,5	Šamots	1,85... 2,2
Parafīns	0,87... 0,90	Šiferis	2,65... 2,7
Pemza, dabīgā	0,4... 0,9	Talks	2,7
Pernica	0,93... 0,95	Tantāls	16,6
Petroleja	0,81... 0,84	Tauki, dzīvnieku	0,92
Porcelāns	2,2... 2,5	Tekstolīts	1,3... 1,4
Porfīrs	2,4... 2,8	Tērauds	7,6... 7,9
Priedes koksne *	0,52	Terpentīns	0,85... 0,88
Salmiaks	1,5... 1,6	Titāns	4,54
Sāls, vārāmais	2,15... 2,17	Vanādijs	5,8
Salpetris, kālija	2,09	Vara vitriols, krist.	2,2... 2,3
nātrijs	2,24	Varš, elektrolītiskais	8,90... 8,95
Selēns, amorfais	4,26	kaltais	8,9... 9,0
metāliskais	4,81	lietais	8,3... 8,9
Sērs	1,93... 2,07	Varš, stieplu	8,93... 8,95
Smilšakmens, būvniecības	1,9... 2,65	velmētais	8,9... 9,0
Smiltis, sausas	1,2... 1,6	Vasks, bišu	0,96
mitras	1,9... 2,1	Vīksnas koksne *	0,68
Smirģelis	4,0	Vītola koksne *	0,54
Stearīns	1,0	Vizla	2,6... 3,2
Stikls, flintstikls	3,0... 3,9	Volframs	19,3
logu	2,4... 2,7	Vuda sakausējums	9,7

* — gaissausa.

3.5. tabula. Dažu materiālu bēruma svāri

Materiāls	Bēruma svārs, t/m ³	Materiāls	Bēruma svārs, t/m ³
Akmeņogles	0,85	Kriģis	1,2... 2,5
Akmeņsāls	1,10... 1,35	Māli, sausi	1,6
Brūnogles	0,75	mitri	2,0
Grants	1,4... 1,8	Pelni	0,4... 0,8
Ģipsis	1,0... 1,6	Snieģis, svaģis	0,1... 0,2
Kalkākmens	1,5... 2,0	sagulēģies	0,2... 0,8
Kalkģi, dzģstģi	0,30... 0,50	Soda, kalcinģtģ	0,75... 1,10
Kokogle	0,15... 0,17	Sģls, vģrģmģis	0,7... 0,8
Kokģģ	0,36... 0,50		

3.6. tabula. Dažu vielu kušanas temperatūra atmosfēras spiedienā

Viela	Kušanas temperatūra, °C	Viela	Kušanas temperatūra, °C
Antifrizī	-40	Misiņš	> 920
Bakelīti	50 ... 150	Monelmetāls	1350
Benzīns	-150	(Ni un Cu sakausējums)	
Benzols	5,5	Nafta	-20 ... +30
Bitumi, naftas	25 ... 150	Nihroms	~ 1100
Boraks, bezūdens	741	Ogleklis	3500
Bronza, alumīnija	~1040	Ogļskābā gāze	-79
alvas	~1000	Oleīns	< -6
Cerezīns	66 ... 80	Oleums	-10 ... +35
Cuguns, baltais	1130	Ozokerīts	72
pelēkais	1150 ... 1200	Petrolatums	57
Dūralumīnijs	~540	Petroleja	< -10
Dzelzs, kaļamā	1400 ... 1500	Piķis, akmeņogļu	45 ... 85
tīra	1535	naftas	60 ... 95
Dzintars	352 ... 381	Piropbenzols	-32 ... +10
Elektronmetāls	~600	Porcelāns	> 1530
Eļļa, kokvilnas	< 0	Rubreks	125 ... 150
linu	-15	Sāls, vārāmā	770
ricinēļļa	-10	Sērs	112,8
Eteris, dietilēteris	-116,3	Sērskābe (100%)	10,45
Fehrls	~1450	Slāpekļskābe (20%)	-20
Feronihroms	1390	Soda, kalcinēta	853
Fosfors	44,2	Spermacets	42 ... 49
Glicerīns	18,6	Stikls, logu	460 ... 800
Gutaperča	130	šķīstošais	-2 ... -5
Hromals	~ 1500	Šamots	> 1500
Hromels	1400 ... 1500	Šellaka	110 ... 120
Invars (36% Ni, 64% Fe)	1425	Tauki, aitu	45
Izdedži, stāvceļu	1300 ... 1430	liellopu	40 ... 45
Kaļķi, dedzinātie	2570	Tērauds	1400 ... 1500
Kaolīns	> 1700	Terpentīns	-10
Kaučuks	125	Toluols	-94,5
Kolofonijs	52 ... 68	Tufs, lavas	1200
Konstantāns	1260 ... 1280	Vaski, bišu	61 ... 64
Kopali	100 ... 360	Vazelīns	37 ... 52
Kvarcs	1600 ... 1700	Vizla	1100
Lodmetāli		Vūda sakausējums	68
alvas (0-1)	232 ... 240	Ziezeļļas	
alvas un svina	183 ... 277	aparātu	-70 ... -15
bismuta	94 ... 128	autotraktoru (autoli)	-40 ... -5
sudraba	720 ... 750	aviācijas	-55 ... -14
svina (C-1, C-2)	327	cilindru	0
vara un cinka	800 ... 875	dīzeļu	-25 ... -10
Mangālijs	~ 600	industriālās	-30 ... +5
(Al un Mg sakausējums)		separatoru	5
Māli, ugunsizturīgie	> 1580	solāreļļas	-20
Manganīns	910	turbīnu	-15 ... -10
Mazuts	< 25	vazelineļļa	-20

3.7. tabula. Dažu vielu vārīšanās temperatūra atmosfēras spiedienā

Vielā	Vārīšanās temperatūra, °C	Vielā	Vārīšanās temperatūra, °C
Akmeņogļu darvas frakcijas*		Petroleja	110...325
vieglās eļļas	170	Petrolēteris	30...70
vidējās eļļas	170...230	Pirobenzols	75...175
smagās eļļas	230...300	Terpentīns	
antracēneļļa	300...360	celmu	150...180
Benzīni		sveķu	155...175
automobiļu	70...205	Sālskābe (20,2%)	
aviācijas	40...180	(aceotrops maisījums)	110
ekstrakcijas	70...100	Sērskābe (98,3%)	
Ligroīns	150...230	(aceotrops maisījums)	338,8
Nafta	40...420	95%	301,3
		Zaļā eļļa	150...350

* Vieglā eļļa satur benzolu, toluolu, ksilolus, fenolus u. c.; vidējā eļļa — toluolu, ksilolus, fenolus, naftalīnu u. c.; smagā eļļa — naftalīnu, antracēnu u. c.; antracēneļļa — antracēnu, fenantrenu, karbazolu u. c.

3.8. tabula. Dažu vienkāršu vielu cietība (pēc Mosa skalas)

Mosa cietības skāļu veido 10 minerāli, kas izvietoti to cietības pieaugšanas secībā (iekavās uzrādītas īstās minerālu cietības attiecības):

1. Talks	$4\text{SiO}_2 \cdot 3\text{MgO} \cdot \text{H}_2\text{O}$	(1)
2. Ģipsis	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	(1,4)
3. Kalcīts	CaCO_3	(10)
4. Fluorīts	CaF_2	(27)
5. Apatīts	$\text{Ca}_2\text{F}(\text{PO}_4)_3$	(44)
6. Ortoklazs	$\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$	(900)
7. Kvarcs	SiO_2	(1500)
8. Topazs	$\text{SiO}_4\text{Al}_2\text{F}_2$	(5500)
9. Korunds	Al_2O_3	(36000)
10. Dimants	C	(5000000)

Vielā	Cietība	Vielā	Cietība
Dimants C	10,0	Platīns Pt	4,3
Bors B	9,5	Berilijs Be	4,0
Hroms Cr	9,0	Titāns Ti	4,0
Osmijs Os	7,0	Niķelis Ni	3,8
Silīcijs Si	7,0	Arsēns As	3,5
Tantāls Ta	7,0	Varš Cu	3,0
Volframs W	7,0	Antimons Sb	3,0
Iridijs Ir	6,5	Alumīnijs Al	2,9
Rutēnijs Ru	6,5	Sudrabs Ag	2,7
Germānijs Ge	6,25	Bismuts Bi	2,5
Molibdēns Mo	6,0	Cinks Zn	2,5
Kobalts Co	5,5	Zelts Au	2,5
Mangāns Mn	5,0	Telūrs Te	2,3
Palādijs Pd	4,8	Kadmījs Cd	2,0
Dzelzs Fe	4,5	Sērs S	2,0
Cirkonijs Zr	4,5	Selēns Se	2,0

3.8. tabulas turpinājums

Vielā	Cietība	Vielā	Cietība
Magnijs Mg	2,0	Litijs Li	0,6
Alva Sn	1,8	Fosfors P	0,5
Stroncijs Sr	1,8	Kālijs K	0,5
Kalcijs Ca	1,5	Nātrijs Na	0,4
Svins Pb	1,5	Rubīdijs Rb	0,3
Gallijs Ga	1,5	Cēzijs Cs	0,2
Indijs In	1,2		

3.9. tabula. Organisko šķīdinātāju pašuzliesmošanas temperatūra (gaisā)

Šķīdinātājs	Pašuzliesmošanas temperatūra, °C	Šķīdinātājs	Pašuzliesmošanas temperatūra, °C
Sērogleklis	124	Izobutilspirts	438
Dietilēteris, ēteris	188	Izopropilspirts	457
Benzīns	230 ... 260	Metilspirts	475
Terpentīns	252	Etilacetāts	484
Izoamilspirts	327	Acetons	} ~500
Heksāns	338	Metilacetāts	
Butilspirts	366	Ksilols	
Izoamilacetāts	379	Toluols	553
Cikloheksāns	400	Piridīns	573
Dihloretāns	413	Benzols	580
Propilspirts	432		

3.10. tabula. Dažu gāzu (tvaiku) un gaisa sprāgstoshi maisījumi

Gāze vai tvaiki	Sprādziena robeža *	
	zemākā	augstākā
Acetaldehīds	4	57
Acetilēns	2,5	80
Acetons	2	13
Amonjaks	15,5	27
Benzīns	1,2	7
Benzols	1,4	6,8
Butāns	1,9	8,4
Butilspirts	3,7	10,2
Cikloheksāns	1	9
Degģāze	5	35
Dioksāns	2	22,2
Etilēnoksīds	1 (3)	80
Etilbromīds	7	11
Etilēteris	1 (3)	40 (44)
Etilhlorīds	3,5	14,8

3.10. tabulas turpinājums

Gāze vai tvaiki	Sprādziena robeža *	
	zemākā	augstākā
Etilspirts	3,3	18,4
Furfurols	1,84	3,4
Generatorgāze	20	75
Heksāns	1,2	7
Heptāns	1	6
Izoamilacetāts	2,2	10
Ksilols (izomēru mai- sījums)	0,93	4,5
Metāns	5	15
Metilhlorīds	8	20
Metilspirts	6	37
Oglekļa oksīds	12,5	74,2
Oglekļa sulfoksīds	11,5	28,5
Pentāns	1,4	7,8
Petroleja	1	7,5
Piridīns	1,8	12,4
Propāns	2,4	9,5
Propilēnoksīds	2	22
Propilspirts	2,02	13,55
Sērogleklis	1	50
Sērūdeņradis	4,3	45,5
Toluols	1,3	7
Ūdeņradis	4	74,2
Ūdensgāze	6	70

* Uzrādīti gāzes (tvaiku) tilpuma procenti maisījumā (atmosfēras spiedienā)

3.7. PLASTMASAS

Plastmasu pamatā ir dabiskie un sintētiskie augstmolekulārie savienojumi (polimēri). Pēc polimēru savienojuma tipa plastmasas iedala termoplastiskās un termoreaktīvās. Polimērus, kuru uzbūve un īpašības pēc sakarsēšanas un atdzesēšanas nemainās, sauc par termoplastiem. Polimērus, kas pie sakarsēšanas veido telpas struktūru, vairs nešķīst un nekūst, sauc par termoreaktīviem.

3.7.1. POLIOLEFINI

Poliolefini ir alifātiskās rindas augstmolekulāri ogļūdeņraži, kurus iegūst, polimerizējot attiecīgus olefinus. Tiem pieskaita augstspiediena, vidēja spiediena un zemspiediena polietilēnu, polipropilēnu un etilēna kopolimērus ar propilēnu un butilēnu. Šie polimēri atšķiras cits no cita ar iegūšanas metodēm, līdz ar to tiem ir atšķirīgas vidējās molekulas un kristāliskuma pakāpe.

Mūsu rūpniecība ražo dažādu šķirņu polietilēnus. Šķirnes apzīmējumā pirmais burts un cipars apzīmē polietilēna veidu (piem., cipars 1 norāda, ka polimerizācija norit pēc radikālu mehānisma). Divi sekojošie cipari apzīmē bāzes šķirnes numuru pēc kārtas. Ceturtais cipars norāda produkta homogenizācijas pakāpi (0 — nehomogenizēts, 1 — vienu reizi, 2 un 3 attiecīgi divas un trīs reizes homogenizēts). Piektais cipars nosacīti norāda polietilēna šķirnes blīvumu: 1 — 0,900...0,909 g/cm³; 2, — 0,910...0,919 g/cm³; 3 — 0,920...0,929 g/cm³; 4 — 0,930...0,939 g/cm³. Nākošie trīs cipari pēc domu zīmes norāda desmitkārtīgu kausējuma tecēšanas rādītāju.

Augstspiediena (zema blīvuma) polietilēns

Augstspiediena polietilēns — ragveida produkts baltā krāsā vai ar vieglu citas krāsas tonējumu. To iegūst granulu veidā ar vai bez stabilizatora piedevām. Autoklāvu polietilēnu ražo pēc MPTY 6-05-1085-69 noteikumiem.

Augstspiediena polietilēna lietošana, pārstādes veidi un raksturotāji lielumi doti 3.11. un 3.12. tabulā.

3.11. tabula. Augstspiediena polietilēna lietošana

Šķirne	Lietošana un pārstrādes veidi
1	2
10003-002	} Kabeļi un kabeļu izstrādājumi, ekstrūzija
10103-002	
10203-003	
10303-003	
10403-003	
10702-020	
11102-020	
11203-022	
10203-003	Spiediencaurules, ekstrūzija
10603-007	Spiediena fittingi, liešana
10702-020	} Caurules bez spiediena, ekstrūzija Fittingi bez spiediena, liešana
10913-020	Uzlabotas kvalitātes plēve, ekstrūzija
10812-020	} Vispārējas nozīmes plēve, ekstrūzija
11013-020	
11313-040	
11512-070	
11612-070	
Э04-020	
10213-003	Bieza plēve iesaiņošanai, ekstrūzija
10812-020	} Plēve kontaktam ar pārtikas produktiem, ekstrūzija
11013-020	
10913-020	
12002-200	Vispārējas nozīmes veidošanas izstrādājumi ar labām elastīgām īpašībām, liešana
11903-080	} Liešanas izstrādājumi ar glancētu virsmu, liešana
12103-200	
12203-200	
12303-200	

3.11. tabulas turpinājums

1	2
10702-020	} Tilpumizstrādājumi, izpūšana
11402-070	
10203-003	} Tilpumizstrādājumi dezinfecējošiem un mazgāšanas līdzekļiem ar lielu izturību pret iekļaušanu, izpūšana
10603-007	
10103-002	
10503-004	} Trauki un pudeles ķīmiskiem reaktīviem, izpūšana
11102-020	
11203-022	
11702-070	
10702-020	
10802-020	} Izstrādājumi kontaktam ar pārtikas produktiem (mitrums ne vairāk kā 15%) un aukstu dzeramo ūdeni, izpūšana
11003-020	
11102-020	
12402-700	
12502-2000	} Kompaundiem. (elektroiekārtu detaļu aizpildīšanai), aizliešana
11802-070	
	Pārklājumi, ekstrūzija

3.12. tabula. Dažādu šķirņu augstspiediena polietilēnu raksturotāji lielumi

Polietilēna šķirnes	Kausējumā indekss, G/10 min	Bērumsvars, G/cm ³	Izturības robeža stiepē, KG/cm ²	Tecēšanas robeža, KG/cm ²	Relatīvais pagarinājums, %	Salturība, °C	Izturība pret plaisāšanu, h	Gaismas izturība, h
10003-002	0,2	0,5	150	115	—	-70	—	500
10103-002	0,2	0,5	150	120	600	-70	—	500
10203-003	0,3	0,5	150	115	600	-70	—	500
10303-003	0,26	0,5	150	120	600	-70	—	500
10403-003	0,3	0,5	150	115	600	-70	—	500
10503-004	0,4	0,5	140	120	550	-70	—	—
10603-007	0,7	0,5	145	112	550	-70	—	—
10702-020	2,0	0,5	125	95	550	-70	—	500
10802-020	2,0	0,5	125	95	550	-70	—	—
10913-020	2,0	0,5	130	110	600	-70	—	—
11003-020	2,0	0,5	125	105	600	-70	—	—
11102-020	2,0	0,5	125	95	550	-70	—	500
11203-022	2,2	0,5	125	100	500	-70	—	500
11303-040	4,0	0,5	110	120	500	-60	—	—
11402-070	7,0	0,5	100	95	500	-55	0,6	—
11502-070	7,0	0,5	100	95	500	-55	0,6	—
11602-070	7,0	0,5	100	95	500	-55	0,4	—
11702-070	7,0	0,5	100	95	500	-55	0,4	—
11802-070	7,0	0,5	100	95	500	-55	0,6	—
11903-080	8,0	0,5	95	100	350	-50	—	—
12002-200	20,0	0,5	90	90	300	—	—	—
12103-200	20,0	0,5	120	120	120	—	0,5	—
12203-200	20,0	0,5	120	120	100	-40	0,1	—
12303-200	20,0	0,5	120	120	100	-40	0,1	—
12402-700	70,0	0,5	80	80	100	—	—	—
12502-2000	200,0	0,5	70	70	—	—	—	—

Zemspiediena (augsta blīvuma) polietilēns

To iegūst granulu vai balta pulvera veidā pēc MPTY-6-05-890-64 noteikumiem. Zemspiediena polietilēna lietošana, pārstrādes veidi un raksturotāji lielumi doti 3.13. un 3.14. tabulā.

3.13. tabula. Zemspiediena polietilēna lietošana un pārstrādes veidi

Sķirne	Lietošana un pārstrādes veidi
П-4001П	Izstrādājumi, ko iegūst spiežot
П-4003П	Bloku, plākšņu u. c. detaļu iegūšana spiežot
П-4004Т	Cauruļu, lokšņu un citu paaugstinātas stiprības profilu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4007Т	Izstrādājumu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4007Э	Cauruļu, lokšņu un citu izstrādājumu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4009Э	Lokšņu, kabeļu un citu profilu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4015Э	Kabeļu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4017В	Lielgabarīta izstrādājumu izgatavošana ar izpūšanu
П-4020Э	Kabeļu un citu izstrādājumu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4040Л	Biezu sienu izstrādājumu izgatavošana ar ekstrūzijas metodi
П-4070Л	Izstrādājumu izgatavošana ar spiedliešanu
П-4090Н	Aizsargpārklājumu uznešana ar uzputekļošanu un izstrādājumu izgatavošana ar spiedliešanu

Vidēja spiediena polietilēns

Tas ir cietāks materiāls salīdzinājumā ar augstspiediena un zemspiediena polietilēnu. To pārstrādā ar tām pašām metodēm kā zemspiediena polietilēnu un arī izmanto tiem pašiem mērķiem kā zemspiediena polietilēnu. Vidēja spiediena polietilēna raksturotāji lielumi doti 3.15. tabulā.

Raksturotāji lielumi					
	П-4001П	П-4003П	П-4004Т	П-4007Т	П-4009Э
Kausējuma indekss, G/10 min	līdz 0,1	0,1...0,4	0,3...0,6	0,4...0,9	0,6...1,2
Ipatnējais svars, G/cm ³	—	0,941... 0,943	—	—	0,941... 0,943
Bērumsvars, G/l	500	500	500	500	500
Izturības robeža stiepē, kG/cm ²	230	230	230	220	220
Relatīvais pagarinājums, %	250	250	250	250	250
Pelnu saturs, maksimālais, %	0,04	0,05	0,07	0,07	0,04
Gaistošo vielu saturs, maksimālais, %	0,2	0,2	0,25	0,25	0,2
Salturība, °C	-60	-60	-60	-60	-60
Izturība pret plaisāšanu, h	500	500	200	100	50
Termosturība, h	—	—	—	4	4
Gaismas izturība, h	240	240	240	240	240

3.15. tabula. Vidēja spiediena polietilēna raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Vērtība
Blīvums, g/cm ³	0,96...0,97
Izturības robeža, kG/cm ²	270...330
stiepē	250...400
liecē	200...800
Relatīvais pagarinājums, %	5,6...6,5
Brīnēja cietība, kG/mm ²	128...133
Termosturība pēc НИИПП metodes, °C	-70
Salturība, °C	2...3
Sarukums, %	

Polipropilēns

Polipropilēnu (MPTY 6-05-1105-67) iegūst, polimerizējot propilēnu, izmantojot Ciglera—Natta katalizatorus.

Polipropilēnu ražo stabilizētā un nestabilizētā veidā, granulū un pulverveidā, ar pildvielām un bez tām, gan krāsotu, gan nekrāsotu. Polipropilēna lietošana un pārstrādes veidi doti 3.16. tabulā, raksturotāji lielumi 3.17. tabulā.

3.16. tabula. Polipropilēna lietošana un pārstrādes veidi

Šķirne	Lietošana un pārstrādes veidi
ПП-1	Konstrukciju materiālu ražošana; pārstrādā ar spiedliešanu
ПП-2	Plaša patēriņa priekšmetu ražošana; pārstrādā ar spiedliešanu
ПП-3	Tam pašam nolūkam; pārstrādā ar ekstrūzijas metodi
ПП-4	Pārstrādā ar ekstrūzijas metodi
ПП-5	Pārstrādā ar ekstrūzijas metodi un spiešanu

polietilēnu raksturotāji lielumi

Šķirnes						
П-4015Э	П-4017В	П-4020Э	П-4040Л	П-4070Л	П-4090Н	П-4007Э
0,9...2,0	1,0...2,5	1,2...3,0	2,5...5,0	4...10	6,0...12,0	0,4...0,9
0,941...	—	0,941...	0,941...	0,941...	0,941...	0,941...
0,943	—	0,943	0,943	0,943	0,943	0,943
500	500	500	500	500	230	500
230	230	230	210	200	230	220
240	350	240	210	200	200	250
0,04	0,04	0,04	0,06	0,07	0,05	0,04
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	—	0,2
-60	-60	-60	-60	-60	-60	-60
24	24	24	—	—	—	100
4	4	4	—	—	—	4
240	240	240	—	—	—	240

Polipropilēnu ražo pēc МРТУ 6-05-1105-67 noteikumiem.

3.17. tabula. Polipropilēna raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Šķirnes				
	ПП-1	ПП-2	ПП-3	ПП-4	ПП-5
Kausējuma indekss (pie 190 °C un 10 kG), G/10 min	10...30	5...10	2...5	1,5...5	0,1...1,5
Tilpumsvars, G/l, pulverim	150	150	150	150	150
granulām	450	450	450	450	450
Izturības robeža stiepē, kG/cm ²	250	250	250	250	250
Relatīvais pagarinājums, %	100	300	300	400	400
Pelnu saturs, maksimālais, %	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Kušanas temp., °C	160	160	160	160	160
Salturība, °C	-5	-10	-10	-15	-15

Poliizobutilēns

Poliizobutilēns (ТУ МХП 1655-54 p) ir kaučukveida elastīgs produkts, ko iegūst, polimerizējot zemā temperatūrā izobutilēnu.

Atkarībā no molekulsvara izgatavo šādu šķirņu poliizobutilēnu: П-200; П-155; П-118; П-85.

Poliizobutilēnam raksturīga augsta ķīmiskā izturība un zema ūdens uzsūktspēja. To lieto kā antikoroziijas un blīvju materiālu, plēvju un šļūteņu izgatavošanā, dažādu izolācijas materiālu ražošanā. Poliizobutilēna raksturotāji lielumi doti 3.18. tabulā.

3.7.2. POLISTIROLS

Polistirols ir stirola polimerizācijas produkts. Polistirolam raksturīgas labas dielektriskās īpašības un augsta ķīmiskā stabilitāte.

3.18. tabula. Poliizobutilēna raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Vērtība
Ipatnējais svars, G/cm ³	0,91 ... 1,0
Izturības robeža stiepē, kG/cm ²	20 ... 135
Relatīvais pagarinājums, %	550 ... 900
Termoizturība pēc Martensa, °C	65 ... 80
Kušanas temperatūra, °C	80
Salturība, °C	-60
Stiklošanās temperatūra, °C	-74
tg δ pie 10 ⁶ Hz	0,0002 ... 0,0005
Dielektriskā caurlaidība pie 10 ⁶ Hz	2,2 ... 2,3
Cauršanās spriegums, kV/mm	16 ... 25
Sarukums, %	2 ... 3

Rūpniecībā ražo vispārējas nozīmes polistirolu, putupolistirolu, stirola kopolimērus, stirola atvasinājumu polimērus, triecienizturīgu polistirolu.

Vispārējas nozīmes polistirolu iegūst pēc bloka, suspensijas un emulsijas paņēmiena.

Saskaņā ar GOCT 9440-60 granulu veidā izgatavo divu šķirņu

3.19. tabula. Polistirolu raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Bloka polistirols	Suspensijas polistirols	Emulsijas polistirols
Blīvums, g/cm ³	1,05 ... 1,08	1,05 ... 1,06	1,05 ... 1,08
Izturības robeža stiepē, kG/cm ²	350	300	350 ... 400
Elastības modulis liecē, kG/cm ²	27 000	31 000	26 000
Relatīvais pagarinājums, %	1,5	1,5	1,5
Brīneļa cietība, kG/mm ²	14 ... 15	15	14 ... 15
Cauršanās spriegums, kV/mm	25	20 ... 22	20 ... 22
Termoizturība pēc Vika, °C	100 ... 105	105 ... 108	110
Salturība, °C	-40	-40	-40
Darba temperatūras augstākā robeža, °C	60 ... 65	60	65 ... 70

3.20. tabula. Triecienizturīgu polistirolu

Raksturotāji lielumi	Triecienizturīgu polistirolu			
	УП-1Э	УП-1Л	ПС-СУ ₂	ПС-СУ ₃
Blīvums, g/cm ³	1,07	1,05	1,05	1,05
Izturības robeža, kG/cm ²				
stiepē	270	270	270	300
liecē	300	300	450	450
Trieciena stigrība, kG·cm/cm ²	50	50	35	25
Brīneļa cietība, kG/mm ²	11 ... 12	11 ... 12	11 ... 12	12
Cauršanās spriegums, kV/mm	25	25	25	23
Termoizturība, °C, pēc Vika	85 ... 90	90	85 ... 90	85 ... 90
pēc Martensa	70	70	65	65
Darba temperatūras augstākā robeža, °C	60 ... 65	60	60	60

bloka polistirolu: šķirni «Д» — elektroizolācijas izstrādājumiem, šķirni «Т» — tehniskiem un plaša patēriņa izstrādājumiem.

Pēc МРТУ 6-05-928-64 noteikumiem (granulu veidā 4×5 mm) izgatavo divu šķirņu suspensijas polistirolu: ПС-С — parasto suspensijas polistirolu un ПС-СП — plastificēto suspensijas polistirolu.

Saskaņā ar ГОСТ 9440-60 izgatavo divu šķirņu emulsijas polistirolu granulu vai augsti dispersa pulvera veidā. Šķirni А lieto tehniskiem un plaša patēriņa izstrādājumiem, šķirni Б — putuplastu ražošanai. Polistirolu raksturotāji lielumi doti 3.19. tabulā.

Triecienizturīgs polistirols

Triecienizturīgais polistirols ir polistirola maisījums ar butadiēna vai butadiēna-stirola kaučuku. Atkarībā no polimēra sastāva un iegūšanas veida izgatavo dažādu šķirņu polistirolus (sk. 3.20. tabulu).

Liešanas materiāli MC un MCH

Materiāls MC pēc ТУ МХП Nr. 240-60 noteikumiem ir metilmetakrilāta un stirola kopolimērs. To izmanto caurspīdīgu un bezkrāsainu tehnisku izstrādājumu izgatavošanai, kas izturīgi pret eļļas un benzīna iedarbību (sk. 3.21. tabulu).

3.21. tabula. Materiālu MC un MCH raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	MC	MCH šķirne А	MCH šķirne Б
Ipatnējais svars, G/cm ³	1,1	1,1	1,1
Izturības robeža liecē, kG/cm ²	950	1000	900
Trieciena stigrība, kG·cm/cm ²	10	13	13
Termoizturība pēc Martensa, °C	75	72	67
Salturība, °C	-50	-40	—
Ūdens uzsūktspēja, G/dm ²	0,07	0,03	0,1

raksturotāji lielumi

Šķirnes					
CHП-0	CHП-1	CHП-2	CHП-3	CHП-4	CHП-5
1,15	1,15	1,14	1,13	1,12	1,10
440	425	400	325	300	300
1000	950	900	800	650	600
20...25	24...30	40...50	50...55	70...75	90...100
15	13	12	10	9	8,5
24	23,5	23	23	20	20
90...95	90...95	90...95	90...95	90...95	90
74	74	74	73	72	70
65...68	65...68	65...70	65...70	65...70	60...65

Saskaņā ar ТУМХП Nr. M-435-57 noteikumiem izgatavo metilmetakrilātu, stirola un akrilnitrila kopolimēru MCH. Ražo A un B šķirņu polimērus, ko izlieto tehniskiem izstrādājumiem.

3.7.3. POLIVINILHLORIDS

Polivinilhlorīds (ПВХ) ir termoplastisks materiāls, ko iegūst, polimerizējot vinilhlorīdu. Šo materiālu izmanto viniplasta, dažādu plastikātu, mākslīgās ādas, putuplastu, metaloplastu u. c. izstrādājumu izgatavošanai. To iegūst ar suspensijas (indekss C) un emulsijas (indekss Л) metodēm.

Izgatavo šādas suspensijas polivinilhlorīda (МРТУ 6-01-9-65) šķirnes: ПВХ-С70 — kabeļu izolācijas materiālu, plēvju, mākslīgās ādas iegūšanai; ПВХ-С65 — kabeļu plastikāta, viniplasta, mākslīgās ādas, plēvju, laku, galantērijas izstrādājumu iegūšanai; ПВХ-С62 — viniplasta, skaņu plašu izgatavošanai; ПВХ-С60 — viniplasta izgatavošanai; ПВХ-С0 — plēvju, linoleja izgatavošanai.

Izgatavo šādas emulsijas polivinilhlorīda (МРТУ 6-01-1-62) šķirnes: ПВХ-Л1 — izturīgu plastikātu un mīkstas plēves iegūšanai; ПВХ-Л2 un ПВХ-Л3 — izolācijas izstrādājumu, mīkstu plēvju, foliju, cietu saru izgatavošanai; ПВХ-Л4 — tehniskās pastas iegūšanai; ПВХ-Л5 — cietu plēvju, viniplastu izgatavošanai; ПВХ-Л6 — cauruļu un stieņu izgatavošanai; ПВХ-Л7 un ПВХ-Л8 — putuplastu un cieto formējamo detaļu izgatavošanai; ПВХ-Л9 — putuplastu un laku izgatavošanai.

Viniplasts

Lokšņu viniplasts (ГОСТ 9639-61) ir ciets neplastificēts polivinilhlorīds. Izgatavo triju šķirņu viniplastu: ВН — necaurspīdīgs viniplasts, ВП — caurspīdīgs, bezkrāsains vai iekrāsots viniplasts, ВНТ — netoksisks viniplasts.

Viniplasta lokšņu izmēri $(1300 \dots 1500) \times (500 \dots 650) \times (2 \dots 20)$ mm.

3.22. tabula. Lokšņu viniplasta raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Šķirnes		
	ВН	ВП	ВНТ
Ipatnējais svars, G/cm ³	1,38	1,43	1,4
Izturības robeža, G/cm ²			
stiepē	550	500	450
liecē	1000	900	900
Elastības modulis, kG/cm ²	4000	4000	4000
Trieciena stigrība, kG · cm/cm ²	80	70	50
Relatīvais pagarinājums, %	10 ... 50	10 ... 50	10 ... 50
Brīnēja cietība, kG/mm ²	15 ... 16	15 ... 16	15 ... 16
Caursišanas spriegums, kV/mm	15 ... 35	15 ... 35	15 ... 35
Termoizturība, °C, pēc Martensa	65	65	65
pēc Vika	75	70	70
Salturība, °C	-10	-10	-10

Viniplasta mehāniskās īpašības ar laiku izmainās. Vēl lielākas izmaiņas notiek temperatūras ietekmē. Viniplasta stiprība samazinās ilgstošas slodzes ietekmē.

Viniplastu izmanto ķīmiski izturīgu konstrukciju materiālu, dažādu detaļu un aparatūras ražošanai, kas darbojas 0...40°C temperatūras intervālā (skābju un sāļu šķīdumu sūkņi, caurules, tilpnes, plāksnes u. c.). Viniplastu var viegli virpot, urbt, slīpēt, pulēt, frēzēt, metināt un līmēt. Metinājuma šuves stiprība ir 80...85% materiāla stiprības (metināšanas temperatūra 200...220°C).

3.7.4. FLUROPLASTI

Fluroplasti ir etilēna fluoratvasinājumu polimēri. Šiem materiāliem raksturīgas labas dielektriskās īpašības un termostabilitāte, neparasti augsta ķīmiskā izturība, mazs berzes koeficients (sk. 3.23. tabulu).

3.7.5. POLIAKRILĀTI

Poliakrilāti ir polimēri, ko iegūst uz akrilskābes un metakrilskābes atvasinājumu bāzes. No tiem izgatavo dažādus materiālus — caurules, stienus, pulverus — pārstrādei ar spiešanu vai spiedlīšanu.

Polimetilakrilāta pulverus Л-1 un Л-2 (ТУ 35 ХП-299-61) lieto dažādu detaļu un plaša patēriņa priekšmetu izgatavošanai.

Polimetilakrilātu ЛПТ (МРТУ-6-М-8Н-62) lieto tehnisku detaļu un sadzīves priekšmetu izgatavošanai (lēcas, ietvari u. c.).

Polimetilmetakrilātu ЛП (СТУ 12-10-13-63) lieto dažādu tehnisku izstrādājumu izgatavošanai.

3.7.6. POLIAMIDI

Poliamīdi ir heteroķēžu polimēri ar lineāru uzbūvi. Šiem materiāliem raksturīga liela mehāniskā stiprība, mazs berzes koeficients, neliels īpatnējais svars, laba adhēzija ar metālu un laba metināmība.

Poliamīdi ir neizturīgi pret fenolu, skābju un oksidētāju iedarbību, praktiski nedeg, kūst 180...260°C temperatūrā. Poliamīdu izplešanās koeficients 10 reizes lielāks nekā tēraudam.

Ekspluatācijas īpašību uzlabošanai poliamīdos ievada dažādas antifrikcijas piedevas — grafītu, talku, bārija sulfātu u. c.

Poliamīdu raksturotāji lielumi doti 3.27. tabulā.

3.7.7. POLIFORMALDEHIDS UN POLIKARBONĀTI

Poliformaldehīds (polioksimetilēns) ir formaldehīda vai trioksāna polimerizācijas produkts.

Poliformaldehīds ir termoplastisks materiāls. Ražo А un В

3.23. tabula. Fluoroplastu raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Skirne						Fluoro- plasts-42 BTY Nr. 208-62
	Fluoro- plasts-3 MPTY 6-05-946-65	Fluoro- plasts-3M MPTY 6-05-905-63	Fluoro- plasts-4 FOCT 10007-62	Fluoroplasts-4D MPTY 6-05-942-64		Fluoro- plasts-40 BTY M-817-59	
				A	B		
Ipatnējais svars, G/cm ³	2,09 ... 2,16	2,02	2,19	2,22	—	1,7	1,95
Izturības robeža, kG/cm ²	350 ... 400	250 ... 300	225 šķirne A 220 šķirne B	200	140	300 ... 450	300 ... 500
stiepē nerūdītiem paraugiem	300 ... 350	—	—	—	—	—	—
rūdītiem paraugiem	600 ... 800	350	110 ... 140	100	—	330 ... 340	250 ... 337
liecē	500 ... 570	—	—	—	—	—	—
spiedē	20 ... 160	nelūst	100	100	100	125	137 ... 196
Trieciena stingrība, kG · cm/cm ²	20 ... 200	200 ... 250	300 ... 350	300	250	100 ... 300	300 ... 500
Relatīvais pagarinājums, %	10 ... 13	7,8 ... 8	3 ... 4	3 ... 4	3 ... 4	5,8 ... 6,3	4,5
Brīnēja cietība, kG/mm ²	—	—	—	—	—	—	—
Ipatnējā elektriskā pretestība,	1,10 ¹⁷	1 · 10 ¹⁷	—	—	—	10 ¹² ... 10 ¹³	7 · 10 ¹⁰
virsmas, omi	1,2 · 10 ¹⁸	2 · 10 ¹⁷	1 · 10 ¹⁷ ; 1 · 10 ¹⁶	1 · 10 ¹⁶	1 · 10 ¹⁶	1 · 10 ¹⁷	2 · 10 ¹¹
tūlpuma, omi · cm	13	23 ... 25	35 ... 40	40	40	20	10,6
Cauršanās spriegums 2 mm biežai plākšnei, kV/mm	0,5	—	0,2	0,2	0,2	—	—
Siltumvadītāja, kcal/m · h · deg	—	—	—	—	—	—	—

šķirnes (CTV 36-13-8-64) polimērus. Šķirne A ir liešanas materiāls, šķirne B — ekstrūzijas materiāls.

Polikarbonāti ir termoplastiski polimēri, kam raksturīga augsta trieciena stigrība, termoizturība, salturība un zema ūdens uzsūktspēja.

Saskaņā ar ТУП-7-66 noteikumiem izgatavo divu tipu polikarbonātus: šķirni «K» — konstrukciju detaļām, šķirni «Э» — elektroizolācijas izstrādājumiem.

3.24. tabula. Poliformaldehīda un polikarbonāta raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Poliformaldehīds	Polikarbonāts
Blīvums, g/cm ³	1,4	1,2
Izturības robeža, kG/cm ²		
stiepē	650...700	600...700
spiedē	1300	800...900
liecē	800...1100	1000...1100
Trieciena stigrība, kG·cm/cm ²	75...130	120...140
Brīnēja cietība, kG/mm ²	20...25	15...16
Dielektriskā caurlaidība pie 10 ⁶ Hz	3,3	—
Caurišanas spriegums, kV/mm	20...23	—
Miksttapšanas temperatūra, °C	150	132...138
Kušanas temperatūra, °C	170...180	235...275
Termoizturība pēc Vika, °C	160...170	150...160
Salturība, °C	—	-100
Berzes koeficients	—	0,4

3.7.8. FENOPLASTI

Fenoplasti ir termoreaktīvas plastmasas. Padomju Savienībā ražo apmēram 200 dažādu šķirņu fenoplastus. Tos pārstrādā ar karsto spiešanu 160...200 °C temperatūrā, īpatnējais spiediens 150...1200 kG/cm². Izstrādājumus var stiegt ar melnajiem vai krāsainajiem metāliem. Fenoplastu izstrādājumiem ir labas dielektriskās īpašības un liela mehāniskā stiprība.

Fenoplastiem raksturīga arī augsta termoizturība, tie ir termoreaktīvi un tos var izmantot paaugstinātās temperatūrās dažādos klimatiskajos apstākļos. Fenoplastu raksturotāji lielumi doti 3.25. tabulā.

3.7.9. AMINOPLASTI

Aminoplasti ir presmateriāli uz urīnvielas vai melamīna-formaldehīda sveķu bāzes. Šie materiāli ir gaismas izturīgi, var būt krāsoti jebkurā tonī, nav toksiski. Aminoplasti ekspluatācijas apstākļos plaisā, tiem piemīt augsta ūdens uzsūktspēja.

Aminoplastus izmanto kā presmateriālus (prespulveri un volknīts); līmes ar aukstu un karstu cietināšanu; slāņainus plastikātus, porainus materiālus (sk. 3.26. tabulu).

3.25. tabula. Fenoplastu presmateriālu raksturotāji lielumi

Šķirne	ГОСТ vai TV	Blīvums, g/cm ³	Triecienu stīgrība kG·cm/cm ²	Brīnēja cietība, kG/mm ²	Termo- izturība pēc Mar- tensa, °C
1	2	3	4	5	6
<i>Vispārtehniskās</i>					
K-18 (17, 15, 20)-2LHO un ЦС K-17 (15, 20, 119, 118)-2 monolīti 7, 8, 9, 10 K-18-2 monolīti 1, 2, 3, 5 K-18-2M	MPTY-6-05- 992-65 (monolīti)	1,45	5,0	30...40	125
	ГОСТ 5689-66				
<i>Elektroizolācijas</i>					
K-21-22 K-211-2	ГОСТ 5689-66	1,4	4,5...6,0	30...40	120
			4,5	20	120
K-220-21 K-214-22			4,5...6,8	—	110
			4,2...6,5	—	125
<i>Termoizturīgie</i>					
K-18-22 K-18-53	ГОСТ 5689-66	1,75	3,5	30...50	140
			3,0	36...40	145
K-18-54 K-18 (15, 17, 119)-56		1,75	1,75	—	150
			1,90	40	140
<i>Triecienuizturīgie</i>					
ФКП-1	ГОСТ 5689-66	1,5	9	20...45	125
ФКПМ-15	СТУ 30-14211-64	1,6	7	20...25	140
ФКПМ-15Т	ГОСТ 5689-66	1,7	8	—	125
ФКПМ-10		1,5	9	—	125
<i>Udens un ķīmiski</i>					
K-17 (-8, 20)-23 (fenolīts-1)	ГОСТ 5689-66	1,6	4,5	30...40	125
K-17(18)-36 (fenolīts-4)	ГОСТ 5689-66	1,6	4,5	30...40	125
K-17(18)-81 (dekorozīts)	ГОСТ 5689-66	1,5	6,0	27...31	125
K-214-52 (fenolīts PCT)	ВТУП-297-64 un ГОСТ 5689-66	1,65	6,0	30...32	110
K-17(18)182 (antifriks.)	ГОСТ 5689-66	1,5	4,0	24...32	110
K-18-41		1,4	5,5	—	110
K-18-48		1,75	4,5	35...40	140
<i>Frikcijas</i>					
KФ-3	ТУ МХПМ- 37-57	1,7... 1,95	21	30	200

Izturības robeža		Caur- sišanas sprle- gums kV/mm	Odens uzsūkt- spēja pēc 24 st, mG	Eļļas uzsūkt- spēja pēc 24 st, %	Benzīna uzsūkt- spēja pēc 24 st, %	Piezīmes
liecā, kG/cm ²	spiedē, kG/cm ²					
7	8	9	10	11	12	13

nozīmes prespulveri

600	1600	11	60	0,03	0,05	
700	1600	12	55	0,03	0,05	

prespulveri

650	1500	15	45	0,03	0,05	
600		13	55			
550		13				
600		13				

prespulveri

500	1000 ... 1100	11	10	0,007	0,01	
400	1600 ... 1700	12 ... 13,5	20	0,01	0,01	
500	—	—	20	—	—	
450	—	10	40	—	—	

prespulveri

500	1200 ... 1500	10	65	—	—	
450	1200 ... 1500	13	—	0,012	0,05	
450	1200 ... 1500	13	20	0,012	0,05	
500	1200 ... 1500	10	65	—	—	

izturīgie prespulveri

550	1500 ... 1700	13 ... 17	20	0,02	0,03	
550	1500 ... 1700	13 ... 17	15	0,016	0,016	
600	1100 ... 1700	13	15	izturīgs	izturīgs	
600	1400 ... 1600	13	15	0,04	izturīgs	
500	1200 ... 1500	12 ... 20	—	0,05	0,06	
600	—	12,0	15	—	—	
550	1500	15,0	30	0,03	0,05	

presmateriāli

700	1000	0,15	0,7*	0,1	0,1 ... 0,3	
-----	------	------	------	-----	-------------	--

berzes koefi-
cienti: $\geq 0,33$

3.25. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5	6
KФ-3М	ТУ МХП 4155-54	1,95	10	30	200
KФ-3Г	ТУ 35-ХП- 502-62	1,75... 2,1	12	14	200
K-236-58	ТУ УХП- 263-60	2,70	12	30	—
K-217-57	МРТУ 6-М-868-62	2,12... 2,13	9	25	200
K-15-6	СТУ 49-89-62	3,0	12	25	200
K-15-13	ВТУ П-310-62	—	—	—	—
TФ-2	ТУ-158-59	2,1... 2,2	21	30	200
Retinakss A	ГОСТ 10851-64	2,4... 2,8	—	35... 60	—
Retinakss Б		2,1... 2,4	—	25... 50	—
K-228-501	ВТУ 35-ХП- 705-64	—	—	—	—

* Ūdens uzsūktspēja, G/dm².

3.26. tabula. Aminoplastu raksturotāji lielumi

Šķirne	ГОСТ vai ВТУ	Blīvums, g/cm ³	Izturības robeža liecē, kG/cm ²	Trieciena stigrība, kG · cm/cm ²
Aminoplasts				
šķirne A	ГОСТ 9359-60	1,4... 1,55	600	5
šķirne Б			800	6
Metalīts K-79-79	ВТУ МХП М-733-56	1,5	600	5
Melovoloknīts	ВТУП-214-59	—	500	6
Presmateriāls ВЭИ-11				
karstai spiešanai	ВТУ 2107-53	—	250	3,0
aukstai spiešanai	ТУ МХПМ-692-56	1,7	200	1,7
Presmateriāls ВЭИ-12	ТУ МХП 3701-53	1,6... 1,8	450	10
Presmateriāli				
K-77-51	ТУ МХП 3883-53	1,6... 1,8	500	4
K-78-51	ТУ МХПМ-559-54			
МФК-20	ТУ 35ХП 553-63	1,7... 1,9	400	7
Presmateriāli				
КМК-9	ВТУ МХП 1П39-55	1,8... 2,1	300	3
КМК-218	ТУ 35ХП 371-61	1,8... 2,0	300	4,5
K-41-5	ТУ 35ПХ 572-63	1,9	600	18
КМС-9	МРТУ 6-05-1052-67	1,7... 1,9	400	17

7	8	9	10	11	12	13
600	800	—	0,7*	0,1	0,1...0,25	≥0,3
650	450	—	0,7*	—	0,6...0,8	0,25
550	850	—	0,2*	0,1	—	≥0,3
550	800	—	0,2*	0,2	0,15	≥0,33
700	1000	—	1,0*	0,5	—	0,35...0,38
—	600	—	1,0*	—	0,025	0,35...0,38
1000	1000	—	1,0*	0,4	—	0,25...0,28
—	550	—	—	—	—	0,32
—	575	—	—	—	—	0,32
—	600	—	0,5*	0,5	—	0,3

Termo-izturība pēc Martensa, °C	Sarukums, %	Tecēspēja pēc Rašiga, mm	Mitruma un gaistošo vielu saturs, %	Cietināšanas laiks, s	Caursišanas spriegums, kV/mm	Elļas uzsūktspēja pēc 24 st, 20 °C, %							
} 100 120 120	} 0,8 1,0 1,0	} 60...160 80...180 80...120	} 3/2,8...3,0 4,5 7	} 60...80 60...80 —	} 13 12 —	} — — —							
							} 150 150	} 1,0 0,8...1,0	} 120 100 90	} — 2...7 3...5	} — — —	} 4 2 2	} — — —
} 220...250 250	} 1,5 1,0	} — —	} — —	} — —	} 15...25 4,4...5,0	} — 0,025							
							} 200 250	} 0,45...1,0 0,2...0,5	} — —	} — —	} — —	} 2...4 4	} 0,25 —

3.27. tabula. Poliamīdu raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Šķirne un tehniskie		
	П-68	П-АК7	Капронс
	ГОСТ 10589-63	ВТУ П-328-63	ВТУ-УХП 69-58
Blīvums, g/cm ³	1,10	1,14	1,13
Izturības robeža, kG/cm ²			
stiepē	450...500	550	550
spiedē	700...900	900...1100	850...1000
liecē	700	700	900
cirpē	550	550...600	600
Trieciena stigrība, kG·cm/cm ²	100...120	100	100
Relatīvais pagarinājums trūkšanas brīdī, %	100	100	100
Brīnēja cietība, kG/mm ²	10...15	15...18	10...12
Cauršanās spriegums, kV/mm	20	15	21
Termoizturība, °C			
pēc Vika	195...205	205	190...200
pēc Martensa	55...60	55...60	55...60
Kušanas temperatūra, °C	213...220	237	210

3.8. DAŽĀDI MATERIĀLI

3.8.1. AZBESTS

Azbesti ir daži serpentīna (hrizotilazbests) un amfibola (amfibolazbests) grupas minerāli, kas spēj sadalīties atsevišķās lokanās šķiedrās. Dabā azbests sastopams dzīslu veidā iežos. Tā minerāli ir magnija, dzelzs, kā arī kalcija un nātrija hidrosilikāti. Rūpniecībā vislielākā nozīme ir hrizotilazbestam $3\text{MgO} \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ (ГОСТ 12871-67). Tā blīvums ir 2,4...2,6, cietība 3,0...3,5 pēc Mosa skalas. Šī azbesta elementāršķiedrām ($\varnothing \leq 0,75 \mu\text{m}$) ir liels stiepes izturības robežspriegums (6000...8000 kG/cm²), liela elastība, labas vērpsšanas spējas, labas dielektriskās īpašības, liela sārņu izturība, niecīga siltumvadītspēja — 0,060...0,130 kcal/m·h·deg. Hrizotilazbests ir mazāk skābes izturīgs nekā amfibolazbests. 25% sālskābe sadala hrizotilazbestu jau aukstumā — svāra zudums pēc 1 diennakts 25%, pēc 28 diennaktīm — 55%. Amfibolazbesta svāra zudums šādos apstākļos attiecīgi ir 2,9% un 3,3%.

Azbests ir ugunsdrošs materiāls. Hrizotilazbests, sakarsēts līdz 360 °C, zaudē higroskopisko ūdeni, tāpēc pazeminās tā stiprība un elastība (apmēram par 80%). Taču normālos temperatūras un mitruma apstākļos šķiedra atkal uzsūc mitrumu un atgūst savas

noteikumi (ГОСТ)

Капролонс В	Капролонс СН	П-АК80/20	П 548 П 548-27	П-54	П-6	П-10
МРТУ 6-05-988-66	ВТУ П-382-64	СТУ 49-2573-63	МРТУ 6-05-1032-66	МРТУ 6-05-1032-66	ВТУ П-225-61	ТУ НИИПМ П-419-65
1,16	1,5... 1,6	1,13	1,12	1,12	1,10	1,04
900... 950	3500... 4500	500... 700	300... 400	300	550... 600	420... 500
1200... 1250	2500... 3500	830... 860	—	700... 850	750... 900	750... 800
1200	4000... 5000	850... 900	180... 190	280... 300	950... 1000	550
—	—	—	—	200... 250	600	—
100... 160	250... 350	110... 130	—	—	110	65
20	—	150... 200	250	250	100	200
20... 25	25... 30	18	3,8... 4,2	4,5... 5,0	14... 15	8,5... 11,0
—	—	—	—	—	19	22
—	—	200... 216	85... 87	115	200	—
—	—	50... 60	—	—	55... 60	—
—	—	210	150... 160	160	220	185

sākotnējās īpašības. Karsējot 450... 750 °C temperatūras intervālā azbests sāk zaudēt konstitūcijas ūdeni, bet pilnīgi to zaudē 700... 800 °C temperatūrā, kļūst nezturīgs un viegli saberžams pulverī; 1450... 1500 °C temperatūrā azbests kūst.

Azbesta izstrādājumi. Azbesta šķiedru garums ir dažāds — no mm daļām līdz 40 mm. Jo garāka azbesta šķiedra, jo augstāka ir azbesta šķira. Pēc šķiedras garuma atbilstoši Valsts standartam ГОСТ 12 871-67 azbestu iedala 8 šķirās (0... 7) un 4 tekstūras grupās: cietais (Ж), starpsugas (ПРЖ — промежуточный), puscietais (П), mīkstais (М). Garšķiedraino azbestu (1., 2. šķiru) lieto tekstilaudumiem, 3... 6. šķiru — azbestcimenta rūpniecībā, bet zemākas šķiras lieto izolācijas materiālu izgatavošanai. Azbestcimenta rūpniecībā noderīgāks ir cietais un puscietais azbests, jo mīkstais azbests satur vairāk putekļveida daļiņu.

Rūpniecībā lieto plucinātu šķiedru, filtršķiedru un filtrplāksnes. Plucināta azbesta šķiedru iegūst no 3... 5. šķiras hrizotilazbesta un lieto tīrā veidā izolācijas blīvējumiem un izolācijas materiāla maisījumos.

Filtršķiedra — hrizotilazbesta šķiedras un sulfītelulozes šķiedras maisījums.

Filtrplāksnes izgatavo sterilizējošu СФ un filtrējošu plāksnīšu Ф (ГОСТ 480-68) veidā.

Azbesta audumu (ГОСТ 6102-67) 9 šķirnes izgatavo ar dažādu kokvilnas saturu, dažreiz arī ar vara un misiņa stiepli.

Azbesta diegus (ГОСТ 1779-55) izgatavo no hrizotilazbesta ar 20% kokvilnas piemaisījuma. To diametrs 0,50...2,50 mm, stiepes noslodze attiecīgi ne mazāka par 1000...3600 G.

Azbesta auklas, ja to diametrs nepārsniedz 6 mm, izgatavo, savijot vairākus diegus. Lielāka diametra auklas iegūst no kūlīti saliktiem šķeterētiem diegiem, ko appin ar atsevišķiem diegiem. Diegus un auklas (ГОСТ 1779-55) lieto kā siltumizolācijas materiālu un blīvslēgu, ventiļu, lūku, vāku, mašīnu un aparātu detaļu noblīvēšanai. Siltumizolācijai (temperatūrām līdz 500 °C) lieto azbomagnezīālu auklu no azbesta appinuma 16...32 mm diametrā, papildītu ar zemā temperatūrā apdedzinātu magnēzītu «*magnesium album*». No azbesta šķiedrām izgatavo azbesta termoizolācijas papīru (ГОСТ 2630-69), šķiedrām un kaolīna kā pildvielas — parasto azbesta kartonu (ГОСТ 2850-58). Tā biezums 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4; 5,0; 6,0; 8,0 un 10 mm. Nozīmīgs ir paronīts (ГОСТ 481-58) — plākšņu materiāls, ko izgatavo no azbesta, kaučuka un pildvielām. To lieto kā blīvi (starpliku), kas darbojas ūdenī, piesātinātā un pārkarstētā tvaikā, un tādās detaļu savienojumu vietās, kas atrodas benzīnā, petrolejā un eļļā. Detaļu savienojumu vietu noblīvēšanai lieto arī plākšņu materiālus, ko gatavo no azbesta šķiedrām un kaučuka ar metāla sietveida armatūru — feronītu. Bez tam azbestu kopā ar citiem materiāliem izlieto dažādu bremžu uzliktnu un frikcijas izstrādājumu (no retinaksa ГОСТ 10 851-64) izgatavošanai dažādām mašīnām.

3.8.2. STIKLS

Stikls ir amorfa viela, ko iegūst, pārdzesējot kausējumus neatkarīgi no to ķīmiskā sastāva un sastingšanas temperatūras. Karsējot stikls nekūst līdzīgi kristāliskajām vielām, bet pakāpeniski kļūst mīksts un pāriet no cieta stāvokļa šķidrā, pie tam nepārtraukti izmainās viskozitāte un citas stikla īpašības. Labylēlas temperatūras apstākļos stikliem ir tieksme kristalizēties. Rūpniecības stikliem kristalizācijas tieksmei jābūt minimālai.

Vislielākā tieksme pāriet stiklveida stāvoklī ir silikātiem un borātiem, mazāka — fosfātiem un dažiem citiem savienojumiem. Praksē vislielākā nozīme ir silikātstikliem. Pieņem, ka šiem stikliem ir mikroheterogēna struktūra: pamatā nepārtraukts skābekļa un silīcija skelets, kurā statiski izvietoti vienvērtīgu un divvērtīgu metālu joni. Taču nelielos telpiskā režģa rajonos (10...20 Å) stiklam var būt arī regulāra uzbūve (kristalīti).

Praktiskie stikli ļoti dažādi gan pēc sastāva, gan iegūšanas veida. Izšķir stikla veidotājus oksīdus — SiO_2 , B_2O_3 , P_2O_5 , Al_2O_3 u. c., kas pēc kausējuma atdzesēšanas veido stikla masu bez citu oksīdu (vai elementu) klātbūtnes. Pārējos oksīdus, kas, atsevišķi

izkausēti, neveido stikla masu, sauc par modifikatoriem. No tiem visbiežāk lieto Na_2O , K_2O , CaO , MgO , PbO , BaO , ZnO u. c.

Stikla masu var iegūt arī, vienlaicīgi sakausējot vairākus stikla veidotāju oksīdus. Rūpniecībā lietojamie stikla masu sastāvi parasti satur 5...7, bet speciālie stikli (optiskie u. c.) — 9...10 komponentus. Svarīgākās stikla īpašības dotas 3.28. tabulā.

Stikla īpašības ir atkarīgas no tā sastāva. Ja stikla sastāvu izsaka kā oksīdu summu, tad daudzas stikla īpašības var aptuveni izteikt pēc aditivitātes jeb salikšanas principa. Pēc šī principa pieņem, ka katra oksīda ietekmi uz stikla īpašībām var izteikt ar noteiktu koeficientu, faktoru vai parciālo rādītāju. Jāievēro, ka kāda oksīda ietekme ir atkarīga no tā satura stiklā un arī no stikla sastāva. Tas nozīmē, ka šo principu nevar uzskatīt par absolūtu likumu, bet piemērotu praktisku paņēmieni, ar kuru var aptuveni aprēķināt stikla blīvumu, siltumvadītspēju, īpatnējo siltumu, mehāniskās un optiskās īpašības, termiskās izplešanās koeficientu utt.

Stikla kristalizāciju var novērst, izvēloties piemērota sastāva stiklu. Parastajiem trīskomponenšu nātrija—kalcija—silikātu stikliem vismazākā kristalizācijas spēja ir tad, ja SiO_2 saturs ir aptuveni 74% un $\text{Na}_2\text{O} + \text{CaO}$ saturs ~26%. Ēmpīriskā ceļā atrasts, ka kristalizācijas ātrumu var samazināt, apmainot līdz 3% SiO_2 ar Al_2O_3 un līdz 5% CaO ar MgO . Pamatojoties uz šiem novērojumiem, rūpniecībā plaši izmanto alumomagneziālo stikla sastāvu logu stikla ražošanai.

Stiklus krāso ar molekulāriem krāsošanas, ievadot stikla masā dažus metālu oksīdus: kobalta (iegūst zilu krāsu), vara (zaļu), mangāna (violetu). Lieto arī koloidālās krāsvielas — dažus metālu sāļus (zelta, sudraba, vara, selēna) un reducētājus, kuru ietekmē stiklā izdalās sīkas koloidālas metāla daļiņas.

Stikla izstrādājumu sortiments ir ļoti plašs un daudzveidīgs. Pēc stikla izstrādājumu izmantošanas un lietošanas apjoma tos iedala šādās galvenās grupās:

1) celtniecības stikli, 2) tehniskie stikli, 3) taras un šķirnes stikli, 4) stikla šķiedras un stiklplastī. Sortimentā ziņā visplašākā ir tehnisko stikla izstrādājumu grupa, ko lieto visdažādākajās tehnikas, zinātnes un tautas saimniecības nozarēs.

Stikla stiprību ļoti ietekmē tā virsmas stāvoklis. Mikroplaisas un ieskrābājumi stiprību krasi samazina. Stikla kodināšana ar fluorūdeņražskābi un rūdīšana (rūdītais bezšķembu stikls) ievērojami (6...20 reizes) palielina stiprību. Plāksņu stiklu stiprību var arī palielināt, lietojot speciālus salīmējošus starpslāņus — daudzslāņa bezšķembu stikls (triplekss) — vai arī armējot ar tērauda stiepli.

Stikla siltumvadītspējas koeficients ir mazs. Sevišķi labi siltumizolējoši materiāli ir stikla vate un putu stikls.

Sakausējot stiklu ar stiklu vai metālu, šo materiālu lineārās termiskās izplešanās koeficients α nedrīkst atšķirties vairāk par 10%. Pretējā gadījumā sakausējums saplīsīs. Termiski visizturīgākais ir

3.28. tabula. Svarīgākās stikla īpašības

Īpašība	Vērtība
Blīvums, g/cm ³	2,2... 8
Izturības robeža, kG/mm ²	
spiedē	50... 200
stiepē	3,5... 8,5
liecē	3... 10
Elastības modulis, kG/mm ²	4800... 8300
Lineārās termiskās izplešanās koeficients α 15... 100 °C robežās, deg ⁻¹	5 · 10 ⁻⁷ ... 120 · 10 ⁻⁷
Siltumvadītspēja, cal/cm · s · deg	0,0017... 0,0032
Īpatnējā siltumietilpība, cal/g · deg	0,08... 0,25
Miksttapšanas temperatūra, °C	530... 1130
Termiskā izturība, °C	80... 230
Gaismas laušanas koeficients	1,46... 2,0
Tilpuma elektriskā pretestība pie 20 °C, $\Omega \cdot \text{cm}$	10 ¹² ... 10 ¹⁵
Dielektriskā konstante	3,75... 16,5

kvarca stikls (sastāv tikai no SiO₂), tā $\alpha=5 \cdot 10^{-7} \text{ deg}^{-1}$. Laba termiskā izturība ir borsilikāta stiklam, kura $\alpha=32 \cdot 10^{-7} \text{ deg}^{-1}$. Lielākā daļa stiklu ir caurspīdīgi attiecībā pret gaismas un citiem staru enerģijas veidiem. Svarīgākais optisko īpašību raksturotājs ir laušanas koeficients n . Tas svārstās no 1,46 (kvarca stiklam) līdz 2,0 (stiklam ar 80% svina oksīda). Logu stikla laušanas koeficients ir 1,52. Jo lielāks n , jo lielāks spīduma efekts, atstarojoties no izstrādājuma skaldnēm. Ievadot optisko stiklu sastāvā reto elementu (lantāna, torija, cerija u. c.) oksīdus, var uzlabot stikla optiskās īpašības. Stikla īpašām šķirņēm ir spēja selektīvi absorbēt noteiktus gaismas starus (izmanto signāliem, aizsargmedicinā u. c.).

Stikla optiskās īpašības plaši izmanto optisko aparātu būvē.

Parastā taras stikla elektrovadītspēja ir niecīga. Jo mazāk stiklā sārnu metālu oksīdu, jo lielāka tā elektroizolācijas spēja, tāpēc vislabākais ir kvarca stikls.

Ķīmiskā izturība. Lielākā daļa rūpniecības stiklu ir pietiekami izturīgi pret ūdeni un skābju (izņemot fluorūdeņražskābes un fosforskābes) iedarbību. Ķīmiski izturīgo stiklu sastāvā bez parastajām stikla sastāvdaļām — silīcija dioksīda, nātrija oksīda un kalcija oksīda — ir vēl kāds oksīds, piemēram, bora oksīds, alumīnija oksīds, cinka oksīds, cirkonija dioksīds, titāna dioksīds. Šie stikli satur pazeminātu sārnu daudzumu. Al₂O₃ un ZrO₂ paaugstina stikla izturību pret sārmiem. Stikla ķīmiskās izturības noteikšanai lieto Stikla institūta pulvera metodi. Pārbaudes rezultātus izsaka ml 0,01 n HCl vai izšķīdušā Na₂O mg. Ķīmiski izturīgā pireksa tipa borsilikātu stikla svara zudums, iedarbojoties ūdenim, ir 0,01%... 0,18% (sālskābei 20... 24%), bet nātrija hidroksīdam (2n) — 2,65%. Rūpniecības stikla ķīmiskās izturības klasifikācija norādīta GOCT 111-65.

Stikla kristāliskos materiālus iegūst, termiskā apstrādē pilnīgi vai daļēji kristalizējot stiklu (kristālu izmēri ne lielāki par 1... 3 μm);

šie materiāli plaši pazīstami ar nosaukumiem pirokerams un foto-kerams (ASV), sitāls (PSRS), vitrokerams, stikla keramika un stikla porcelāns. Pēc savām īpašībām un tehnoloģijas tie ieņem starpstāvokli starp parasto stiklu un keramiku. Atšķirībā no stikla tiem ir mikrokristāliska uzbūve, atšķirībā no keramikas — izstrādājumi tiek veidoti no šķidras stikla masas un pēc tam tā tiek kristalizēta.

Pēc ārējā izskata sitāli visbiežāk ir blīvi, gludi, smalkgraudaini, necaurspīdīgi materiāli baltā, krēma, pelēkā, dzeltenbrūnā un pat melnā krāsā. Tā kā to sastāvā pārākumā ir kristāliskā fāze, bet stikla saturs 5...10%, tad šiem materiāliem ir noteikta kušanas temperatūra, kas stipri pārsniedz stikla mīkstināšanas temperatūru. Sitāliem raksturīga liela mehāniskā un ķīmiskā izturība, tie ir labi izolatori. Sitāliem ir ļoti mazi dielektriskie zudumi pie augstām frekvencēm un augstās temperatūrās. Sitāli noderīgi kā konstrukciju materiāli mašīnbūvniecībā, aparātbūvniecībā, civilā un rūpniecības celtniecībā.

3.8.3. EMALJAS

Emalja ir uz metāla, visbiežāk dzelzs un tērauda, uzkausēts stiklveida pārklājums virsmas aizsargāšanai no korozijas vai izdaiļošanai. Ar emalju pārklāj tērauda traukus, caurules, apgaismošanas armatūru, gāzes iekārtas, ķīmiskās un pārtikas rūpniecības aparāturu, čuguna vannas, izlietnes, ķīmisko aparāturu un traukus.

Tērauda un čuguna emaljēšanai parasti lieto *pamatemalju* un *segemalju*. Par pamatemalju sauc emalju, ko uzklāj tieši uz metāla. Tā sekmē stiklveida segkārtas saistību ar metālu, jo segemaljas parasti ar metālu nesaskaras — tās uzklāj uz pamatemaljas. Tomēr stingri norobežot pamatemaljas no segemaljām ar mūsdienu tehniku vēl nevar. Ir tādi izstrādājumi, kurus var lietot tūlīt pēc pārklāšanas ar pamatemalju, un tādi, kuriem segemalju var izkausēt tieši uz metāla. Emaljas parasti ir miglinātas, un tās izgatavo baltas vai krāsainas. Miglināšanai lieto fluora savienojumus, alvas oksīdu, cirkonija dioksīdu, antimona savienojumus, taču visbiežāk šim nolūkam izmanto titāna dioksīdu.

Krāsainas emaljas iegūst, emaljām pievienojot pigmentus (2...10%), kas līdzīgi keramiskām glazūrām un krāsām lietojamiem pigmentiem.

Praktiski tērauda un čuguna emaljēšana, neņemot vērā metāla iepriekšējās apstrādes metodes, atšķiras tikai ar pielietojamo emalju tipu un segemaljas uznesšanas veidu.

Emaljas stiklu kausē rotācijas krāsnīs. Kausējumu granulē, ātri izlejot to ūdenī. Izzāvētas granulas ar atbilstošām piedevām (soda, māli, miglinātāji, krāsotāji) ūdens klātbūtnē smalki samaļ ložu dzirnavās. Tā iegūto šķidro masu — šlikeru speciāli apstrādā, līdz iegūst vajadzīgās konsistences masu. Ar emalju var pārklāt tikai mīkstas,

sevišķi tīras tērauda šķirnes, kas satur oglekli ne vairāk par 0,1%, un čugunu, kam blīva smalkgraudaina struktūra. Izstrādājumus pirms pārklāšanas ar emalju attīra no oksīdu kārtiņas, karsējot un kodinot vai arī apstrādājot ar smilšu vai tērauda skrošu strūklu. Šādi sagatavotus izstrādājumus pārklāj ar pamatemalju, vai nu iemērcot tos emaljā, vai arī ar pulverizāciju. Tērauda pamatemalja satur kobalta un niķeļa oksīdus, kas nodrošina emaljas saisti ar tēraudu. Pēc pārklāšanas izstrādājumus žāvē un dažas minūtes notur 700...900 °C temperatūrā. Uz atdzesēta pamatpārklājuma ar tādām pašām metodēm vienu vai vairākas reizes uzklāj segemalju, ko pēc tam izžāvē un apdedzina (slāņa biezums 0,3...0,4 mm). Izgatavojot liela izmēra čuguna izstrādājumus (vannas u. c.), pulverveida segemalju uznes uz sakarsētas metāla virsmas. Tādā veidā iegūst ļoti gludu segkārtu (biezums 2 mm un vairāk).

Emaljas patēriņš ir 4...6% no izstrādājuma svara, strādājot ar slapjo paņēmienu, un 8...12%, strādājot ar sauso paņēmienu. Krāsainos metālus ar emaljām pārklāj retāk nekā dzelzi un tās sakausējumus. Krāsaino metālu emaljas ir sevišķi viegli kūstoši, krāsoti, caurspīdīgi vai miglināti stikli, kas satur daudz svina oksīda. Kā miglinātāju lieto arsēna oksīdu. Pēdējā laikā liela nozīme ir alumīnija pārklāšanai ar emalju. Alumīnija emaljām ir cits sastāvs

3.29. tabula. Tērauda emalju ķīmiskais sastāvs

Sastāvdaļa	Pamatemalja (svara %)	Segemalja (svara %)
SiO ₂	43,50...65,02	36...65
B ₂ O ₃	0...27	0...19,8
Al ₂ O ₃	2...3	4,1...11,7
K ₂ O	0...8,40	0...7,60
Na ₂ O	7...24	3,62...15,86
CaO	4...13	0...14
MgO	0...2,50	0...8
CaF ₂	3,3...8,0	4,0...10,84
P ₂ O ₅	—	0...3,9
AlF ₃	—	0...5,0
ZrO ₂	—	0...15
TiO ₂	—	0...17
CoO	0,06...1,0	—
NiO	0...2,1	—
MnO	0,3...2,4	—

nekā tērauda emaljām, jo tīra alumīnija kušanas temperatūra ir 658 °C, tādēļ emaljas uzkausēšanas temperatūra nedrīkst pārsniegt 550 °C. Tērauda emalju ķīmiskā sastāva svārstības % norādītas 3.29. tabulā. Tagad ir zināmi emalju sastāvi, kas ir skābes izturīgi — ar lielu SiO₂ saturu (līdz 69,5%) un sārmu izturīgi — ar 15...18% ZrO₂ saturu.

3.8.4. KERAMISKIE MATERIĀLI UN IZSTRĀDĀJUMI

Keramika aplūko tādus materiālus un izstrādājumus, ko iegūst no māliem u. c. nemetāliskiem izrakteniem, kā arī no neorganiskām vielām un pēc izveidošanas apdedzina. Izgatavo būvkeramikas, smalkkeramikas, ugunsizturīgās un tehniskās keramikas izstrādājumus.

Keramisko izstrādājumu drumstala var būt poraina un blīva.

Svarīgākie porainie būvkeramiskie izstrādājumi ir dažādi māla ķieģeļi un bloki, plāksnītes, krāsns podiņi, vannas, izlietnes, drenu caurules, keramzīts; izstrādājumi ar blīvu drumstalu — klinkera ķieģeļi, grīdas plāksnītes, kanalizācijas caurules, skābes izturīgi materiāli.

Smalkkeramikai pieskaita porainos fajansa un blīvos akmeņmasas un porcelāna materiālus un izstrādājumus.

Ugunsizturīgos materiālus galvenokārt lieto rūpniecības krāsnīm un kurtuvēm, kurās sadedzina kurināmo vai realizē dažādus procesus augstās temperatūrās. Ugunsizturīgajiem materiāliem ir raksturīga spēja izturēt augstas temperatūras nekūstot ($\geq 1580^\circ\text{C}$), stiprība kā augstās, tā arī zemās temperatūrās, tilpuma nemainība, termiskā un ķīmiskā izturība.

Pēc ķīmiski mineraloģiskā sastāva ugunsizturīgos materiālus iedala (ГОСТ 4385-68) silīcija dioksīda (kvarca stikls, dinass), alumosilikātu (šamota, pusskābie un ar alumīnija oksīdu), magneziālos (magnezīta, dolomīta, forsterīta, špineļu), hromainos, cirkonija, oglekļa, karborunda, oksīdu u. c. materiālos.

Dinass satur ne mazāk par 93% SiO_2 , un to izgatavo no kvarcītiem ar kaļķi vai citu saistvielu un apdedzina tādā temperatūrā, kas kvarcu pārvērš tridimītā un kristobalītā.

Dinass izturīgs pret skābu sārņu iedarbību un tam samērā vāja termiskā izturība, tomēr virs 600°C tā termiskā izturība laba. Dinassam raksturīga augsta deformēšanās temperatūra zem slodzes, pēkšņa sabrukšana $1500 \dots 1700^\circ\text{C}$ temperatūrā bez iepriekšējās deformēšanās. To lieto besemera konvertoru, martena, elektrisko tērauda kausēšanas, stikla kausēšanas u. c. krāšņu būvēm (galvenokārt velvēs).

Pusskābos ugunsizturīgos materiālus izgatavo no ugunsizturīgajiem māliem ar kvarca vai kvarca smilšu un šamota piedevu vai arī no tādiem ugunsizturīgajiem māliem, kas satur kvarca smiltis un šamotu. Al_2O_3 saturs nepārsniedz 30%. Šie izstrādājumi iztur līdz $1650 \dots 1700^\circ\text{C}$ temperatūru, un to raksturīgākā īpašība ir tilpuma nemainība darba apstākļos. Šos izstrādājumus lieto tērauda kausu oderēšanai u. c.

Šamota ugunsizturīgos materiālus izgatavo no samalta ugunsizturīga māla un šamota — apdedzināta māla graudiem. Šamota graudu daudzums masā — 30...95%. Šiem izstrādājumiem raksturīgs plašs temperatūras intervāls starp deformēšanās sākuma un beigu temperatūrām un laba termiskā izturība (sevišķi daudzšamotam

un rupjgraudu šamotam). Šamota ugunsizturīgos materiālus lieto galvenokārt melnajā metalurģijā domnu būvēm, dažādu krāšņu, gāzes ģeneratoru un kurtuvju oderēšanai u. c.

Alumīnija oksīda bagātie ugunsizturīgie izstrādājumi satur vairāk nekā 45% Al_2O_3 . Palielinoties Al_2O_3 saturam, palielinās arī deformēšanās temperatūra zem slodzes, izturība pret bāziskiem un skābiem sārņiem.

Sevišķi izturīgi pret sārņiem ir blīvie korunda izstrādājumi ($\text{Al}_2\text{O}_3 \sim 99\%$). To ugunsizturība sasniedz gandrīz 2000 °C. Alumīnija oksīda bagātos ugunsizturīgos izstrādājumus lieto elektrokrāšņu oderēšanai, martena krāšņu «galviņām», augstvērtīga tērauda liešanas traukiem, speciālai ķīmiskai aparatūrai un citiem izstrādājumiem.

Magnezīta ugunsizturīgos materiālus ražo no magnezīta, kas apdedzināts līdz saķepšanai (1500...1600 °C). Šo materiālu ugunsizturība augstāka par 2000 °C, un uz tiem vāji iedarbojas izkausēti metāli un bāzes. Kā trūkums jāatzīmē šo materiālu zemā termiskā izturība: materiāli iztur tikai 3...5 siltuma maiņas ciklus. To uzlabo, ievadot alumīnija oksīda piedevu, kas veicina kristāliskas — špineļa saistes rašanos.

Magnezīta ugunsizturīgos materiālus lieto galvenokārt metalurģiskās krāsnīs, kurās noris bāziski procesi. Tā, piemēram, ar šiem materiāliem izklāj martena un elektrokausējamo krāšņu klonu un sienas.

Dolomīta ugunsizturīgos izstrādājumus iegūst no dolomīta, kas apdedzināts līdz saķepšanai, pievienojot dažādas organiskas vai neorganiskas saistvielas. Tos lieto kā bāzisko metalurģisko pulveri vai kā ķieģeļus martena un elektriskajām tērauda kausēšanas krāsnīm, kā arī izmanto krāsainajā metalurģijā. Uz dolomīta ugunsizturīgajiem izstrādājumiem graujoši iedarbojas skābie sārņi. Hromainiem ugunsizturīgajiem izstrādājumiem pieder hromīta un hrommagnezīta materiāli. Tos izgatavo no magnezīta un hromīta dažādās attiecībās. Šiem izstrādājumiem piemīt augsta ugunsizturība, tilpuma pastāvība un neitrāls vai bāzisks (ja daudz MgO) raksturs.

Termiski izturīgos hrommagnezīta ķieģeļus lieto portlandcimenta klinkera apdedzināšanas krāšņu saķepzonas oderēšanai un martena krāšņu velvēs dinasa vietā (var paaugstināt darba temperatūru).

Oglekli satur māla grafīta un oglekļa ugunsizturīgie izstrādājumi. Tiem augsta ugunsizturība, tilpuma pastāvība augstās temperatūrās, un tie praktiski nekūst. Šiem izstrādājumiem raksturīga liela siltuma un elektrības vadītspēja, bet zema izturība pret oksidējošām vidēm.

Māla grafīta ugunsizturīgos materiālus gatavo no ugunsizturīga plastiska māla (līdz 70%) un grafīta (līdz 30%) ar vai bez šamota piedevas. No šiem materiāliem izgatavo tīģeļus, aizbāžņus, oderēšanas ķieģeļus tērauda liešanas kausiem u. c. Izstrādājumi izturīgi pret šķidrā metāla iedarbību.

Oglekļa ugunsizturīgie materiāli ar 5...10% ugunsizturīgo mālu piedevu ir ugunsizturīgi virs 2000 °C, taču tie viegli oksidējas jau samērā zemās temperatūrās. Temperatūrā virs 2000 °C tie sāk deformēties jau pie slodzes 2 kG/cm². Oglekļa izstrādājumus lieto krāsaino metālu un to sakausējumu kausēšanas krāsnīs.

Karborunda ugunsizturīgos izstrādājumus izgatavo no karborunda ar organisko vielu vai 5...10% ugunsizturīgo mālu piedevu. Šo izstrādājumu ugunsizturība ir 1800...1900 °C, tie sāk deformēties pie slodzes 2 kG/cm², ja temperatūra sasniedz 1750...1850 °C, to cietība 9,5...9,75 pēc Mosa skalas, tiem liela siltumvadītspēja un mazs termiskās izplešanās koeficients. Šie izstrādājumi izturīgi pret izkausēta silīcija dioksīda iedarbību, bet neizturīgi pret izkausēta metāla iedarbību. No karborunda izgatavo plāksnes kokšēšanas u. c. krāsnīm, mufeļus, elektrisko krāšņu sildķermeņus (silīta stienīši) u. c. izstrādājumus.

Skābes izturīgiem keramikajiem materiāliem un to izstrādājumiem ir blīva saķepusi drumstala, tie mehāniski un ķīmiski izturīgi, tos raksturo gāzu necaurļaidība un liela nodilumizturība.

Šos materiālus lieto ķīmiskā, elektroķīmiskā, pārtikas u. c. rūpniecības nozarēs dažādos aparātos un iekārtās (sūkņi, ekshaustori, turilas, maisītāji, vakuumpaparāti, glodenes, dzesētāji, iztvaicēšanas aparāti, vannas, pildīšanas un oderēšanas materiāli).

Tehniskajam porcelānam ir blīva drumstala, tam liela mehāniskā, ķīmiskā un termiskā izturība, labas dielektriskās īpašības, ilgizturība atmosfēras ietekmē, gāzu necaurļaidība.

Tehnisko porcelānu iegūst no kaolīna, augstvērtīga ugunsizturīga plastiska māla, laukšpata, kvarca vai kvarca smiltīm.

Svarīgākās porcelāna īpašības ir šādas:

Odens uzsūktspēja, %	0,0...0,3
Blīvums, g/cm ³	2,48...2,60
Cietība pēc Mosa skalas	6...7
Dielektriskā konstante	5,7...12,4
Cauršēšanas spriegums, kV/mm	8...14
Izturības robeža, kG/cm ² spiedē,	4000...7000
liecē	600...850
Termiskā izturība	6...30 siltummaiņas (200...17 °C)

No tehniskā porcelāna izgatavo nučfiltrus, vakuumpaparātus un katlus skābu, sārmainu un neitrālu šķīdumu ietvaicēšanai palielinātā spiedienā, elektrolīzes vannas, aizgriežņus, glodenes u. c.

Tehnisko keramiku var iedalīt divās patstāvīgās grupās: *augstākās ugunsizturības keramikā* un *radiotehniskajā keramikā* (sk. 3.30. tabulu).

Augstākās ugunsizturības keramika

Keramikas izstrādājumu pagatavošanā no tīriem oksīdiem neizmanto dabiskas izejvielas, bet mākslīgi iegūtus tīrus metālu oksīdus.

Keramikas pagatavošanai izmanto arī metālu savienojumus ar

3.30. tabula. Speciālās un tehniskās keramikas klasifikācija

Grupa	Keramikas veids
I. Augstākās ugunsizturības keramika	Tīro oksīdu keramika, karbīdu, borīdu, nitrīdu, silīcīdu un sulfīdu keramika, keramikas un metālu izstrādājumi (kermeti)
II. Radiotehniskā keramika	Augstfrekvences keramika Kondensatoru keramika Vakuuma keramika Pjezoelektriskā keramika Feromagnētiskā keramika (ferīti)

oglekli, slāpekli, boru, silīciju, sēru — nitrīdus, borīdus, silīcīdus, sulfīdus un karbīdus.

Daudziem šiem savienojumiem ir ļoti augstas kušanas temperatūras — no 3000 līdz 4000 °C. No tiem plašāk izlieto karbīdus, kam raksturīgas arī daudzas citas pozitīvas īpašības — liela cietība, siltumvadītspēja, elektrovadītspēja un termiskā izturība.

Rūpniecībā plaši izmantojamais silīcija karbīds vai karborunds (SiC) gaisā 1400...1600 °C temperatūrā oksidējas. Karborundu plaši lieto kā abrazīvu un kā elektriskās pretestības materiālu, ar kuru var sasniegt 1300...1600 °C temperatūru.

Silīcīdiem ir relatīvi zemāka kušanas temperatūra, aptuveni 2000 °C. To pozitīvā īpašība — palielināta pretestība oksidēšanai, tādēļ silīcīdus izmanto ugunsizturīgiem pārklājumiem. Tā, piemēram, tantāla silīcīdus lieto kā aizsargpārklājumus uz metāliska tantāla un bora silīcīdus — kā pārklājumus uz grafiņa un molibdēna virsmas.

Molibdēna silīcīdam (MoSi_2) ir ļoti augsta oksidēšanās temperatūra (1500...1800 °C), tāpēc to izmanto sildķermeņu izgatavošanai (molibdēna silīcīda pretestību darba temperatūra augstāka nekā karborunda pretestībām).

Kermetiem jeb keramikas un metāla materiāliem raksturīga liela cietība, ugunsizturība, augsta kušanas temperatūra, izturība pret oksidēšanu, laba termiskā un mehāniskā izturība.

Kermetu izgatavošanai lieto ugunsizturīgus oksīdus, metālu karbīdus, borīdus, silīcīdus un nitrīdus.

Kā komponentes kermetos ietilpst dzelzs, hroms, alumīnijs un to sakausējumi.

Kermetus lieto konstruktīvajos elementos, kam jāiztur ļoti augstas temperatūras, kā arī ļoti cietu un izturīgu instrumentu, griežņu un citu detaļu ražošanai.

Radiotehniskā keramika

Keramiskie izolācijas materiāli ir radiotehniskās aparatūras neaizstājama daļa. To pagatavošanai izmanto mālu saturošas, magnēziālas izejvielas un bārija, kalcija, titāna, stroncija, cirkonija, svina un alumīnija oksīdus.

Radiotehnisko keramiku, kā arī jebkuru cieto dielektriķi raksturo šādi galvenie parametri: dielektriskā caurlaidība un zudumi, īpatnējā tilpuma pretestība, elektriskā stiprība, mehāniskās un termiskās īpašības.

Ultraporcelāns satur 80...85% Al_2O_3 ; atkarībā no alumīnija oksīda satura izšķir dažādas šķirnes (УФ-46, УФ-50, УФ-90).

Korunda keramika satur 93...99% Al_2O_3 , un tai ir dažādi nosaukumi: korundīzs, sinoksīds, minalunds utt.

No visiem magneziālās augstfrekvenču keramikas veidiem izplatītākā ir steatīta keramika, ko pagatavo no minerāla steatīta (talka paveida) $3\text{MgO} \cdot 4\text{SiO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$. Pēc apdedzināšanas steatīta keramikas pamatkristāliskā fāze ir $\text{MgO} \cdot \text{SiO}_2$ — enstatīts. Steatīta izstrādājumiem ir mazi dielektriskie zudumi un augsta mehāniskā izturība.

Vakuuma keramika. Pie šīs grupas pieskaitāmi keramikas veidi, kam liels blīvums, labas termomehāniskās īpašības un mazi dielektriskie zudumi. Vakuuma keramikai jāveido vakuumā blīvi sakausējumi ar varu, dzelzi un to sakausējumiem. Vakuuma tehnikā visbiežāk izmanto korundu un steatītu, no tiem pagatavojot dažādus izstrādājumus.

Pēdējos desmit gados radiotehnikā sāka plaši lietot keramiskos materiālus ar ļoti lielām dielektriskām konstantēm (ϵ) (vairāki desmiti tūkstoši vienību). Tādus materiālus sauc par segnetoelektriskiem. Segnetoelektriskiem materiāliem raksturīga Kirī temperatūra, pie kuras dielektriskā konstante sasniedz savu maksimālo vērtību. Šie materiāli ir polarizētā stāvoklī bez elektriskā lauka klātbūtnes, tiem raksturīga t. s. domenu struktūra. Tipiskais segnetoelektriskais keramiskais materiāls ir bārija titanāts — BaTiO_3 , kura Kirī temperatūra ir 125°C , pie šīs temperatūras $\epsilon=7000$. Segnetoelektriķi uzrāda t. s. pjezoelektrisko efektu.

Par pjezokeramiku sauc tādus materiālus, kas izraisa pjezoelektrisko efektu, t. i., var pārvērst elektrisko enerģiju mehāniskajā un otrādi.

Segnetoelektriskās īpašības konstatētas vairākiem titanātiem, cirkonātiem, niobātiem un to cietiem šķīdumiem.

Pjezokeramikas un segnetokeramiskos materiālus plaši lieto ultraskaņas tehnikā kā pjezoelementus, radioelektronikā kā kondensatorus, filtrus, atmiņas elementus skaitļošanas tehnikā utt.

Par feromagnētisko keramiku vai ferītiem sauc tādus materiālus, kuriem raksturīga liela magnētiskā caurlaidība.

Pēc ķīmiskā sastāva ferīti ir dzelzs oksīda savienojumi. Šo sastāvu var raksturot ar formulu $\text{MeO} \cdot \text{FeO}_3$, kur Me var būt: Ni, Co, Zn, Mn, Mg, Pb, Ca un daži citi elementi.

Ferītiem noteiktā temperatūru intervālā ir magnētiskas īpašības, tāpēc tos plaši lieto radiotehnikā kā magnētiskus augstfrekvenču materiālus, no tiem izgatavo transformatoru serdes, radio un televīzijas uztvērēju antenas, magnētiskos atmiņas elementus utt.

3.8.5. GUMIJA

3.8.5.1. Gumija un tās īpašības

Gumija ir kaučuka un dažādu ingredientu (komponentu) komplicēts savienojums. Gumijas vērtīgākā īpašība ir elastība, ko uzlabo vulkanizācija (karsēšana zem spiediena). Pēc vulkanizācijas pakāpes, ko nosaka sēra piedevas daudzums, izšķir mīksto (2% S), puscieto un ciето (32% S) gumiju. Ciето gumiju sauc par ebonītu.

Gumijas īpašības — elastība, gāzes un ūdens necaurlaidība, labas elektroizolācijas spējas, izturība agresīvās vidēs, siltumā (līdz +300 °C), aukstumā (līdz -70 °C) — veicina tās lietošanu dažādu izstrādājumu izgatavošanai. No gumijas izgatavo riepas, pārvadu siksnas, konveijeru lentas, amortizatorus, šļūtenes, blīves, pretkorozijas pārsegumus, elektrotehnikas izstrādājumus, sanitārās tehnikas, higiēnas u. c. priekšmetus.

Gumijas galvenā sastāvdaļa ir kaučuks, kura daudzums gumijā ir no 5 līdz 98%. Pārējās gumijas sastāvdaļas ir vulkanizētājas vielas, pildvielas, vielas, kas paildzina gumijas novecošanos, plastifikatori u. c. vielas.

Kā vulkanizētāju vielu galvenokārt lieto sēru; tā ietekmē mīkstā, viskozā gumijas masa iegūst elastīga, izturīga materiāla īpašības.

Vulkanizācija paplašina gumijas darba temperatūras diapazonu, veicina gumijas izturību pret gaismu, pret agresīvas vides iedarbību, padara gumiju nodilumizturīgu.

Gumijas pildvielas ir divējādas: pastiprinātājas un inertās. Pastiprinātājas pildvielas (piem., kvēpi) uzlabo gumijas mehāniskās īpašības — stiprību, cietību, elastību. Inertās pildvielas (piem., azbesta putekļi) palielina gumijas nodilumizturību, siltumizturību u. c., nepalielinot gumijas stiprības īpašības.

Gumijas novecošanos paildzina dažādi antioksidanti, piemēram, aldols, neozons Δ u. c.

Plastifikatorus jeb t. s. antifrīzes lieto, lai palielinātu gumijas izturību zemās temperatūrās, pret sasalšanu.

3.31. tabula. Gumijas un ebonīta raksturotāji lielumi

Raksturotāji lielumi	Gumija	Ebonīts
Blīvums, g/cm^3	0,923	1,173
Siltumvadītspēja, $\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$	$342 \cdot 10^{-6}$	$388 \cdot 10^{-6}$
Ipatnējā siltumietilpība, $\text{cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$	0,510	0,341
Sadegšanas siltums, $\text{cal} \cdot \text{g}^{-1}$	$10,63 \cdot 10^3$	$7,92 \cdot 10^3$
Puasona koeficients	0,500	0,2
Skaņas ātrums, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	37	1560
Gaismas laušanas koeficients, n_D	1,53	1,6
Dielektriskā caurlaidība (1000 cikli sekundē)	2,68	2,82
Elektriskā vadītspēja, $\text{ohm}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$	$13 \cdot 10^{-18}$	$15 \cdot 10^{-18}$
Caursišanas spriegums, kV/mm	20 ... 30	25 ... 100

3.8.5.2. Gumijas izstrādājumi

Riepas. Eksploatācijas īpašības pneimatiskām riepām norādītas Valsts standartos: velosipēdiem ГOCT 4750-63, motocikliem ГOCT 5652-62, vieglajiem automobiļiem ГOCT 4754-64, smagajiem automobiļiem ГOCT 5513-69, traktoriem ГOCT 7463-69.

Eksploatācijas īpašības masīvām riepām norādītas ГOCT 5883-65.

Dzensiksna izgatavo atbilstoši šādiem Valsts standartiem: plakansiksna ГOCT 101-54, ķīlsiksna ГOCT 1284-68 (vispārīgām vajadzībām), ГOCT 10 286-62 (lauksaimniecības mašīnām) un ГOCT 5813-64 (ventilatoriem).

Konveijeru lentas izgatavo pēc ГOCT 20-62.

Šļūtenes. Atbilstoši ГOCT 8318-57 prasībām atkarībā no nozīmes un darba apstākļiem izgatavo dažādu tipu gumijas šļūtenes: Б — benzīnam, petrolejai, naftai un minerāleļļām; В — ūdenim un vājiem (līdz 20%) neorganisko skābju un sārmu šķīdumiem; ГГ — karstam ūdenim, kura temperatūra nepārsniedz 100 °C; Г — gāzēm, gaisam, skābeklim, acetilēnam, ogļskābajai gāzei, slāpeklim u. c.; П — pārtikas vielām — pienam, vīnam, spirtam, vāji skābām orga-

3.32. tabula. Šļūteņu diametri un darba spiediens

Iekšējais diametrs		Darba spiediens, kG/cm ²
nominālais, mm	pieļaujamās novirzes, mm	
9	±0,5	1,5; 3; 5; 10; 15; 20; 25
12	±0,5	1,5; 3; 5; 10; 15; 20; 25;
16	±1,0	1,5; 3; 5; 10; 15; 20; 25;
18	±1,0	1,5; 3; 5; 10; 15; 20; 25;
25	±1,0	1,5; 3; 5; 10; 15; 20; 25;
32	±1,5	1,5; 3; 5; 10; 15; 20;
38	±1,5	1,5; 3; 5; 10; 15; 20;
50	±1,5	1,5; 3; 5; 10; 15; 20;
65	±2,0	1,5; 3; 5; 10; 15
75	±2,0	1,5; 3; 5
100	±3,0	1,5; 3; 5
125	±3,0	1,5; 3; 5
150	±3,0	1,5; 3; 5

Piezīme. Nominālo šļūteņu garumu pasūtītājs saskaņo ar rūpnīcu-izgatavotāju; pieļaujamās novirzes: šļūtenes garumam līdz 10 m ieskaitot ±100 mm, garākām šļūtenēm ±200 mm.

niskām un citām vielām; III — vāji sārmainu un vāji skābu ūdens šķīdumu padevei apmešanas darbos un smilšu padevei no smilšu strūklas aparātiem.

Speciālas šļūtenes izgatavo atbilstoši šādiem Valsts standartiem: augstam spiedienam ГOCT 6286-60, gāzes metināšanai ГOCT 9356-60, tvaikam ГOCT 90-61, šķidrām degvielām un eļļām ГOCT 5398-57. Šļūteņu diametri un darba spiediens doti 3.32. tabulā.

Amortizatorus, kas sastāv no divām metāla pamatnēm, starp kurām iestiprināta gumija, izlieto pie dažāda veida deformācijām — bīdes, spiedes, vērpes (ГОСТ 11679-65).

Gumijoti veltni (papīra, celulozes, ādu, poligrāfiskās u. c. rūpniecības mašīnām).

3.33. tabula. Gumiju grupas un to raksturotāji lielumi (TV 233-54 p)

Grupa	Gumijas raksturojums	Darba temperatūras robežas, °C	Izturības robeža spēkā, KG/cm ²	Relatīvais pagarinājums, %	Paliekotais pagarinājums, %	Novocošanas koeficients 96 st. 70 °C	Cietība pēc Sora
I	Lietošanai ūdenī, gaisā, vājos skābju un sārmu šķīdumos (20%), izņemot etiķskābi un slāpekļskābi						
	a) mīksta gumija	-30 ... +50	30	350	35	0,60	35 ... 60
	b) vidējas cietības gumija	"	45	250	35	0,65	45 ... 65
II	c) paaugstinātas cietības gumija	"	45	200	35	0,65	60 ... 80
	Siltumizturīgas gumijas						
	a) mīksta	ūdens tvaiku vidē līdz +140°	40	300	30	0,75	35 ... 60
III	b) vidējas cietības	"	35	200	30	0,75	50 ... 70
	c) paaugstinātas cietības	gaisa vidē -30 ... +90	50	100	30	0,60	65 ... 90
IV	Salturīgas gumijas						
	a) mīksta	-45 ... +60	35	350	30	0,75	30 ... 50
	b) vidējas cietības	"	35	200	30	0,75	45 ... 65
V	c) paaugstinātas cietības	"	50	175	25	0,70	60 ... 80
	Eļļas un benzīnizturīgas gumijas						
	a) mīksta	-30 ... +50	50	350	45	0,60	30 ... 50
VI	b) vidējas cietības	"	50	250	45	0,70	45 ... 65
	c) paaugstinātas cietības	"	55	180	40	0,70	55 ... 85
	Gumijas ar paaugstinātu eļļas un benzīna izturību						
VII	a) mīksta	-30 ... +50	60	250	30	0,60	35 ... 60
	b) vidējas cietības	"	70	200	20	0,70	55 ... 75
	c) paaugstinātas cietības	"	90	100	20	0,70	70 ... 90
VIII	Gumijas, kas saskaras ar pārtikas vielām						
	a) mīksta	-30 ... +50	25	300	40	0,70	35 ... 50
	b) vidējas cietības	"	30	200	25	0,70	45 ... 60
IX	c) paaugstinātas cietības	"	35	150	25	0,70	55 ... 70
	Gumijas, kas strādā dzīzeldegvielas, petrolejas un benzīna vidē	-30 ... +50	45	200	20	0,70	60 ... 75

Veltņu gumējums parasti sastāv no apakšējās pusebonīta vai ebonīta kārtas (līdz 6 mm biezas) un virsējās — gumijas kārtas (līdz 40 mm biezas). Virsējā gumija var būt ar dažādu cietību un dažādām citām fizikālām un mehāniskām īpašībām.

Ķīmisko aparātu (cauruļu, sūkņu, ventilatoru, tvertņu u. c.) antikorozijas aizsardzībai tos izklāj ar gumiju vai ebonītu. Ebonītu nevar lietot, ja sērskābes koncentrācija lielāka par 50% un ja slāpekļskābes koncentrācija lielāka par 20%.

Gumijas blīves iedala divās grupās — kustīgiem un nekustīgiem savienojumiem. Kustīgiem savienojumiem: manšetes līdz 300 mm diametrā hidrauliskām ierīcēm (ГОСТ 6969-54), manšetes līdz 500 mm diametrā pneimatiskām ierīcēm (ГОСТ 6678-53) un manšetes (armētas ar atsperi) vārpstu blīvēm (ГОСТ 8752-61). Nekustīgiem savienojumiem — dažādi gumijas profili, detaļas, kas izgatavotas no tehniskās plāksnes.

Gumijas izstrādājumi montāžai. Pie tiem pieder gumijas aukla (ГОСТ 6467-69), gumijas gredzeni šļūteņu savienošanai (ГОСТ 38-52), gumijas gredzeni ugunsdzēsības šļūteņu uzgriežņiem (ГОСТ 6557-53), gumijas gredzeni hidrauliskām un pneimatiskām ierīcēm (ГОСТ 9833-61), gumijas detaļas automobiļiem, traktoriem un lauksaimniecības mašīnām (МРТУ 38-5-204-65).

Ļoti daudzas dažādas gumijas detaļas izgatavo no gumijas tehniskās plāksnes (ГОСТ 7338-65).

Atkarībā no nozīmes izgatavo skābju-sārmu izturīgas (КЩ), siltumizturīgas (Т), salturīgas (М), eļļas-benzīna izturīgas (МБ) un pārtikas (П) gumijas tehniskās plāksnes tipus. Visus gumijas plāksņu tipus ražo mikstas (М), vidējas cietības (С) un paaugstinātas cietības (П).

Dažādus gumijas izstrādājumus, kas nav iekļauti minētajos Valsts standartos un tehniskajos noteikumos, izgatavo atbilstoši ТУ 233-54p prasībām (sk. 3.33. tabulu).

Atkarībā no izstrādājumu nozīmes un to ekspluatācijas apstākļiem gumijai, ko izmanto izstrādājumu izgatavošanai, jāatbilst ТУ 233-54p prasībām.

Elektroizolācijas izstrādājumi. Vidēji cietas izolācijas caurules (ГОСТ 3747-66) ar nominālo diametru no 5 līdz 36 mm, izolācijas lenta (ГОСТ 2162-68) kokvilnas auduma, ar vienpusēju vai abpusēju izolācijas kārtu: to izgatavo riņķos ar maksimālo diametru ne vairāk kā 200 mm un platumu no 10 līdz 50 mm; dielektriskie paklāji (ГОСТ 4997-68), akumulatoru monobloki (ГОСТ 6980-54).

3.8.6. SINTETISKĀS LIMES

Līmēšana ir dažādu materiālu neizjauicama savienojuma iegūšana. Līmēšanu lieto ne tikai plaša patēriņa preču un sadzīves priekšmetu (apavu, mēbeļu, papīra izstrādājumu u. c.) izgatavošanā, bet arī mašīnbūvniecībā, kuģu būvniecībā, auto un aviorūpniecībā,

aparātu būvniecībā, elektrisko iekārtu rūpniecībā un daudzās citās tehnikas nozarēs. Arī salīmējamo konstrukciju materiālu loks paplašinājies. Grūti atrast divus materiālus, kurus nevarētu salīmēt ar atbilstoša sastāva līmi.

Līmētiem savienojumiem raksturīgas daudzas priekšrocības salīdzinājumā ar citiem materiālu savienojumu veidiem (metinātiem, kniedētiem, lodētiem u. c.). Ar līmēm var savienot dažādus īpašību ziņā atšķirīgus materiālus, iegūstot savienojumus ar vienmērīgu slodzes sadalījumu visā šuves garumā, labu hermētiskumu, paaugstinātu noturību pret dinamiskām slodzēm, labu atmosfēras un korozijas izturību.

Līmēm un līmētiem savienojumiem ir arī daži trūkumi: zema termoizturība, tieksme novecot, pazemināta izturība nevienmērīgā noslodzē; grūti kontrolēt arī līmēšanas kvalitāti.

Visvienkāršākajā gadījumā līmēšanas process sastāv no adhezīva (līmējošās vielas), kura agregatstāvoklis nodrošina pietiekami lielu tā saskares virsmu ar salīmējamo materiālu, uznešanas uz iepriekš apstrādāta salīmējamā materiāla virsmas un adhezīva pārvēršanās līmēslānī, kas stingri saista savienojamos elementus.

Šķidrās vai plastiskās adhezīvs vispirms aizpilda substrāta (salīmējamā materiāla) poras un nelīdzenumus un pēc sacietēšanas

3.34. tabula. Dažādu adhezīvu un substrātu adhezīvās saites stiprība

Substrāts	Adhezīvs												
	Fenolformaldehīda sveķi	Karbamīd-sveķi	Epoksid-sveķi	Nepiesātinātie poliesteri	Silīcijorganiskie sveķi	Poliuretāni	Poliāmīdi	Poliolēfīni	Fluoru saturošie polimēri	Polivinilhlorīds (florēts)	Polivinilbutirāls	Polimetilmetakrīlāts	Polistirols
Fenoplasti	A	L	I	L	L	I	L	O	O	Z	O	O	Z
Aminoplasti	A	L	I	Z	L	I	I	O	O	Z	O	O	Z
Poliesteri	Z	O	Z	L	O	Z	Z	O	O	Z	O	O	Z
Silikoni	O	O	O	O	L	O	O	O	O	O	O	O	O
Poliuretāni	I	L	L	Z	O	I	L	O	O	O	O	O	Z
Poliāmīdi	Z	Z	Z	Z	O	A	L	O	O	O	O	O	Z
Poliolēfīni	O	O	O	O	O	O	O	I	O	O	O	O	O
Fluoru saturošie polimēri	O	O	O	O	O	O	O	O	L	O	O	O	O
Polivinilhlorīds	O	O	Z	Z	O	L	A	O	O	L	Z	L	O
Organiskais stikls	L	Z	L	L	Z	A	A	O	O	L	O	I	A
Polistirols	A	Z	Z	Z	Z	Z	Z	O	O	O	O	A	I
Metāli	I	L	I	L	L	I	L	Z	O	A	O	O	O
Stikls	L	A	I	I	L	I	L	O	O	Z	L	O	O
Keramika	L	A	I	L	L	I	L	O	O	Z	O	O	O
Koks	I	I	I	I	O	L	L	Z	O	Z	Z	Z	Z
Papīrs	I	I	I	L	O	L	L	Z	O	Z	Z	Z	Z
Āda	L	Z	I	Z	O	I	I	Z	O	Z	Z	Z	Z
Ādums	I	Z	I	L	O	L	L	Z	O	Z	Z	Z	Z

Apzīmējumi.

O — nav adhēzijas
Z — zema adhēzija

A — apmierinoša adhēzija
L — laba adhēzija

I — ļoti laba adhēzija

tajās mehāniski noturas. Šādas mehāniskās adhēzijas vērtības ir jo lielākas, jo nelīdzenāka ir substrāta virsma. Tādēļ bieži substrāta virsmu padara nelīdzenu, apstrādājot to ar abrazīviem materiāliem. Tādējādi palielinās īpatnējā saskares virsma.

Tomēr pietiekamu adhēzīvās saites stiprību nespēj nodrošināt tikai mehāniskie spēki vien. Daudzos gadījumos, izmantojot noteiktas kombinācijas adhēzīvs-substrāts (piemēram, līmējot poliolefinus, fluoroplastu u. c. ar parastajām līmēm), neizdodas panākt kaut cik ievērojamas adhēzīvās saites izveidošanos neatkarīgi no substrāta virsmas stāvokļa. Tātad adhēzīvās saites stiprību nosaka spēki, kas atkarīgi galvenokārt no adhēzīva un substrāta virsmu ķīmiskā sastāva. Tie nosaka specifiskās adhēzīvās saites izveidošanos.

Specifiskā adhēzija ir atkarīga no starpmolekulāriem (adsorbcijas) spēkiem, kas darbojas starp adhēzīva makromolekulām un substrāta virsmas molekulām. Vai dotais adhēzīvs veidos noturīgu saiti ar noteiktu substrātu, nosaka šo abu elementu ķīmiskā uzbūve un polaritāte. Par adhēzīviem parasti izmanto materiālus, kuru ķīmiskā uzbūve un polaritāte ir līdzīga atbilstošajiem substrāta rādītājiem. Tātad neeksistē universāli adhēzīvi, kas vienādi labi savieno dažādus pēc savas dabas materiālus. 3.34. tabulā doti dažādiem substrātiem atbilstošie adhēzīvu varianti.

3.35. tabula. Adhēzīvam un substrātam uzstādāmās prasības

Prasība	Iegūstamais rezultāts
1. Adhēzīva ķīmiskais sastāvs:	
a) pēc iespējas pilnīga adhēzīva un substrāta polaritātes un ķīmiskā sastāva sakrīšana	Adhēzīva laba slapināšanas spēja, noturīgas adhēzīvās saites veidošanās
b) ķīmisks inertums attiecībā pret substrātu	Adhēzīvs nerada substrāta koroziju
2. Adhēzīva optimālā viskozitāte pirms cietēšanas	Adhēzīva spēja pilnīgi aizpildīt substrāta poras un nelīdzenumus, vienkārša līmes uznešanas tehnoloģija
3. Optimāls cietēšanas procesa ilgums	Cietēšana sākas pēc adhēzīva un substrāta pilnīga kontakta izveidošanās
4. Cietēšanas procesa apstākļi: minimāla temperatūra un cietēšanas ilgums	Vienkārša līmēšanas tehnoloģija
5. Sacietējais adhēzīvs:	
a) liela kohezīvā stiprība	Adhēzīvās saites liela stiprība
b) minimāls sarukums cietējot	"
c) adhēzīva un substrāta termiskās izplešanās koeficientu sakrīšana	Iekšējo spriegumu samazināšanās
d) liela ķīmiskā un termiskā izturība	Adhēzīva kohezīvās stiprības ilgstoša saglabāšanās
<i>Substrāts</i>	
6. Tas pats, kas 1. un 5. punktā <i>c, d</i> adhēzīvam	Tas pats, kas 1. un 5. punktā <i>c, d</i> adhēzīvam
7. Virsma:	
a) ļoti laba tīrība	Adhēzīva un substrāta tiešs kontakts
b) noteikta raupjuma pakāpe	Maksimāla saskares virsma pie minimāla defektu skaita uz robežvirsmas

3.36. tabula. Svarīgāko Padomju Savienībā ražoto līmju raksturojums

Nr. p.k.	Galvenā komponente	Modificējošās piedevas	Citas piedevas	Līmes šķirne	Dzīvotspēja, h	Cietēšanas ilgums, h	Cietēšanas temperatūra, °C	Ipatnējais spiediens, kg/cm ²	Salīmējamie materiāli
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Fenolformaldehīdsveķi	—	Katalizators; šķīdinātāji: acetons, spirts	ВИАМ-Б3; ВИАМФ-9; КБ-3; КР-4; ЦНИИ МОД-1; ЦНИИПС-1; ЦНИИПС-2; СП-1; СПС-1; СКС-1; СКС-2; С-1; С-2; СК-2; С-35; ФК-40 БФ-2 БФ-4 БФ-6	2...4 6 mēn. 6 mēn. 6 mēn.	3...5 1,5...2	16...30 60...70	5...20 5...20 5...20	PP, KP, K K, KP, Fp M, St, Kr A, Pl(O), M
				BC-10T BC-350 BC-10M PAФ-10 PAФ-50 ФА-24	6 mēn.	2	180	0,6...2	M, PP Pl(F, O, Kr, Akr), M M, StP
				SKīdinātājs spirts SKīdinātājs spirts alkoksilsilāni SKīdinātāji, alkoksilsilāni	— — — 2	1 2 3 d. 1...2	170 200 20...25 180	5...10 10...20 — 6...20	M, St, Pl M, St, Pl M, St, Pl StP, Pl, PP
			SKīdinātājs	BK-3 BK-4 BK-32-2 BK-32-200 BK-32-250	— 24 — 24	1 2 3 d. 1...2	170 200 20...25 180	5...10 10...20 — 6...20	M, St, Pl M, St, Pl M, St, Pl StP, Pl, PP

2	Rezorcīnform- aldehīdsveķi	—	Cietinātājs, plastifikators	ФР-12	3...4	—	—	K, F, PP
3	Karbamīdsveķi	—	—	M-1, 2, 3, 4, 5 MX-4; M-48 M-60; M-70 МФС-1; К-17 НИИФ-М3 СМС-1 ММС	2...120	3...25	25...120	3...15 K, KP
	Melamīnform- aldehīdsveķi	—	—	—	—	—	—	K, KP
4	Epoksīdsveķi	—	Cietinājs, plastifikators, šķīdinātājs, polietilēnpoli- amīns Skābju anhid- rīdi	Л-4 ВК-32-ЭМ МАТИ-К2 МАТИ-К3 Епоксидс-П Епоксидс-Пip К-153 ПЭМ-2 ПФЭД МАТИ-К1 ЭФ-9 К-10 ЭФ-К9 ФКФ-16 КФЭ-19 ТФЭ-9	0,5 6...10 6...10 4 6 мēл. 10 24 1...2 4 —	1...30 3 1...4 4 5 min.— 10 st. 18 vai 4 3 1...6 4 1 —	20 150 150...160 80 120...240 20 vai 100 150 20...70 80 180	0,1...0,5 0,5...1 — 0,2...2 0,5...3 1,5...2 0,1...0,5 0,5...1 0,2...2 3...4 M M, PP, St, Kr, Pl (O, Fp) M M, St, Kr, Pl, K M, StP M PI(PVH), M, PP M, StP, PP, Kr, St M, Pl

3.36. tabulas 1. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Polisiloksānsveķi	Elementorgāniskie savienojumi	BK-1	—	1 vai 3 vai 5	150 vai 120 vai 100	0,5...1 1 —	M
5	Poliesteri (nepiesātināti)	— Akrilsveķi	Stirols, iniciators, šķīdinātājs	ДГМС BK-3-70a BK-32-70б ПК-5	— — —	2...5 3 1,5 6	6...100 120 20 80	1,3 — 0,5...3	PI, StP, K, St PI (O u. c.) PI, M, StP
6	Silīcijorganiskie sveķi	— Fenolformaldehīdsveķi Epoksīdsveķi Kaučuki Akrilsveķi	Šķīdinātājs Azbests, polivinilbutirāls Pildviela Šķīdinātājs Pildviela	BK-2 K-105 K-111 KT-15 BK-6 БФК-9 ИП-9 KT-9 BKT-2 BKT-3	6 mēn. — 6 mēn. 6 mēn. 0,4 1	3 2 1 3 1 2 0,5...1 2...30	240...275 200 — 200 200 200 200 200 150 20 —	5 — 2...3 2 — 2 — — —	M, StP PI (Fp) Gum-M M, StP, PI (Fp) M, PI Gum-M Gum-M St, M St, M
7	Polietāni	—		ПУ-2	2	0,5...4	20...100	0,5...3	M, PP, PI (PA u. c.)
8	Poliamīdsveķi (metilolaizvietotie)	Fenolformaldehīdsveķi	Šķīdinātājs, cietinātājs Šķīdinātājs	ПФЭ2/10 МПФ-1 МПЭ-21	— 1	— 155	— —	— 1...5	Kr, A, PI (PA, Am u. c.) St, M, PP, M, PI, PP
9	Karbonilsveķi		Šķīdinātājs, iniciators	Karbinollīme	1...1,5	24 6...8	15...30 60...70	0,5...1,0	M, PI, Kr

3.36. tabulas 2. turpinājums

Apzīmējumi

P	— papīrs	Am	— aminoplasti
HMD	— heksametilēndiamīns	Kp	— kaprons
K	— koksne	O	— organiskais stikls
KP	— koksnes plastīki	PA	— poliamīdi
Kr	— keramika	PVH	— polivinilhlorīds
Kt	— kartons	Ps	— polistirols
A	— āda	Fp	— fenoplasti
M	— metāli	St	— stikls
PP	— putuplasti	StP	— stiklaplasti
PEPA	— polietilēnpoliamīns	Au	— audumi
Pl	— plastmasas	F	— finieris
Akr	— poliakrīlnitrils		

Liela nozīme adhezīvās saites veidošanā ir adhezīva makromolekulu spējai difundēt substrātā. Šī procesa rezultātā izzūd saskares virsma starp adhezīvu un substrātu un veidojas stabila un stipra saite.

Nākamā stadija ir adhezīva slāņa sacietēšana, kuras rezultātā pieaug šī slāņa kohezīvā stiprība. Atkarībā no līmes sastāva izšķir fizikālos (kausējumu sacietēšana, šķīdumu izžūšana) un ķīmiskos sacietēšanas procesus (polimerizācija, polikondensācija, sašūšanas reakcijas u. c.). Līdzās adhezīva sacietēšanai notiek vairāki procesi, kā rezultātā adhezīvās saites stiprība samazinās. Iekšējo spriegumu vērtības ir jo mazākas, jo mazāks ir sacietējošā adhezīva elastības modulis, mazāks adhezīva cietēšanas sarukums un mazāka adhezīva un substrāta termisko izplešanās koeficientu starpība. Iekšējo spriegumu koncentrācija palielinās, palielinoties defektu daudzumam uz fāžu robežvirsmas. Tādēļ substrāta virsmas raupjuma palielināšana ļauj saglabāties zināmam daudzumam ar līmi neaizpildītu tukšumu. Tā rezultātā samazinās kontaktvirsmas laukums un iekšējo spriegumu koncentrācija. Adhezīvam un substrātam uzstādamās prasības dotas 3.35. tabulā.

Sintētisko līmju veidi

Visērtāk sintētiskās līmes klasificēt pēc galvenās lielmolekulārās komponentes. Ievērojot adhezīva ķīmisko sastāvu un cietēšanas mehānismu, sintētiskās līmes sadala divās grupās — termoreaktīvās un termoplastiskās līmēs.

Termoreaktīvās līmes. Šīs līmes cietē polikondensācijas, kopolimerizācijas un strukturēšanas reakciju rezultātā, veidojoties termoizturīgai un nešķīstošai telpas struktūrai. 3.36. tabulā norādītas visvairāk lietotajās Padomju Savienībā ražotās termoreaktīvās līmes.

Termoplastiskās līmes parasti sacietē šķīdinātāja izžūšanas vai kausējuma atdzesēšanas rezultātā, retāk polimerizācijas vai kopolimerizācijas rezultātā. Adhezīva lineārās struktūras dēļ tām ir visai ierobežota kohezīvā stiprība, tādēļ termoplastiskās līmes var lietot tikai maznoslogotās konstrukcijās (sk. 3.37. tabulu).

3.37. tabula. Svarīgāko termoplastisko līmju raksturojums

Galvenā komponente	Piedevas	Salīmējamie materiāli
Piesātinātie poliesteri	Šķīdinātājs	StP, M
Akrilsveķi un metakrilsveķi	Monomērs, iniciators	K, P, A
Polivinilbutirāls	—	St
Polivinilacetāts	Ūdens emulsija	P, Au, A
Poliizobutilēns	Šķīdinātājs	Lipīgās lentas
Butilkaučuks	„	Au, Pl
Perhlorvinilsveķi	„	PVH, O
Polivinilspirts	„	P, Au, Pl

3.8.7. LAKAS UN KRĀSAS

Lakas ir nepigmentētu plēvi veidotāju saistvielu šķīdumi gais- tošos šķīdinātajos ar modifikatoru piedevām. Modifikatori ir vielas, ko lieto laku un krāsu materiālu tehnoloģisko īpašību uzlabošanai (plastifikatori, sikatīvi, virsmas aktīvas vielas u. c.). Atkarībā no plēves veidotāja rakstura lakas iedala

1) lakās, kas veido plēvi, iztvaikojot šķīdinātājam (spirts no nitrocelulozes);

2) lakās, kas veido plēvi polimerizācijas vai polikondensācijas procesā (eļļas, sveķi).

Emaljas krāsas ir lietošanai gatavas minerālu vai organisku pigmentu suspensijas sintētiskās un eļļas lakās.

Gruntes satur plēvi veidotāju saistvielu, šķīdinātājus, koroziju pasivējošus pigmentus, kas nodrošina pārklājuma optimālās īpašības.

Špaktelēšanas sastāvi ir viskozas plēvi veidotājās saistvielās saberztas pigmentu, pildvielu un modifikatoru kompozīcijas. Lieto krāsojamās virsmas nelīdzenumu aizpildīšanai.

Paligmateriāliem pieskaitāmi sikatīvi, šķīdinātāji, atšķaidītāji, plastifikatori, metāla virsmas sagatavošanas materiāli, gatavā pār- klājuma virsmas apstrādes materiāli.

3.38. tabula. Saistvielu grupu apzīmējumi

Apzīmējums	Plēvi veidotājas saistvielas nosaukums
KΦ	Kolofonijs un tā atvasinājumi
ΓΦ	Gliftālsveķi
ΠΦ	Pentaftālsveķi
ΠΘ	Poliestersveķi
ЭΠ	Poliepoksīdsveķi
XB	Polivinilhlorīdsveķi un perhlorvinil- sveķi
ΦЛ	Fenolsveķi
KO	Silikonsveķi
MA	Augu eļļas (pernicas)
НЛ	Nitroceluloze (koloksilīns)

Speciālajiem laku un krāsu materiāliem pieskaita dažādas hermetizējošas masas, blīvēšanas pastas, prettrokšņa sastāvus u. tml.

Laku un krāsu apzīmējumi. Saskaņā ar GOCT 9825-61 ir 38 plēvju veidotāju saistvielu grupas. Tās apzīmē ar saistvielas nosaukumam raksturīgiem burtiem. 3.38. tabulā doti mašīnbūvniecībā visbiežāk lietojamo laku un krāsu saistvielu grupu apzīmējumi.

3.39. tabulā dots laku un krāsu iedalījums pēc to lietošanas. 3.40. tabulā doti laku un krāsu raksturotāji lielumi.

3.39. tabula. Laku un krāsu iedalījums pēc lietošanas

Laku un krāsu grupa	Grupas apzīmējums	Lietošana
Izturīgi atmosfērā	1	Āra darbiem, atmosfērīzturīgu pārklājumu iegūšanai
Izturīgi telpās	2	Lieto telpu iekšējai apdarei un iekārtu krāsošanai telpās
Ķīmiski izturīgi	7	Iegūst pārklājumus, kas izolē pārklājamo virsmu no dažādu agresīvu ķīmisku vielu iedarbības
Termoizturīgi	8	Lieto virsmu pārklāšanai, kas pakļautas 60...500 °C temperatūras iedarbībai
Elektroizolācijas	9	Iegūst pārklājumus ar labām elektriskām īpašībām
Gruntes un lakas — pusfabrikāti	0	—
Špaktelēšanas sastāvi	00	—

Laku un krāsu materiālus saskaņā ar GOCT 9825-61 apzīmē ar piecām zīmēm.

Pirmā zīme nosaka laku un krāsu materiāla veidu (laka, emaljas krāsa). Otrā zīme raksturo saistvielu, kas ir materiāla pamatā saskaņā ar 3.38. tabulā dotajiem apzīmējumiem. Trešā zīme raksturo materiāla lietošanu saskaņā ar 3.39. tabulā doto klasifikāciju. Otro un trešo zīmi atdala ar defisi. Ceturtā zīme raksturo laku un krāsu materiāla kārtas numuru; to apzīmē ar vienu, diviem vai trim cipariem. Piektā zīme attiecas galvenokārt uz emaljas krāsām un nosaka to krāsu, ko raksta ar pilnu nosaukumu («zila», «sarkana» u. tml.)

Piemērs.

Pilns materiāla nosaukums	Apzīmējums
Brūna grunts uz fenolformaldehīdsveķu bāzes	Grunts ФЛ-013, brūna
Sarkanbrūns špaktelēšanas sastāvs uz poliepoksīdsveķu bāzes	Špaktelēšanas sastāvs ЭП-0010, sarkanbrūns
Zila nitrocelulozes emalja telpu iekšējai apdarei	Emalja HЛ-25, zila

Skirne	Tehniskie noteikumi	Krāsa	Pārklājuma lieces izturība*, (Ø mm)	Sķīdinātājs, atšķaidītājs
1	2	3	4	5

LAKAS

Alkidlakas

6K	ВТУ МЭ СЭП ОИИ 504015-62	Bezkrāsaina	—	a
7-627	ТУ МХП1701-47	Caurspīdīga	—	b
88	ТУ ОИИ 504020-62	Bezkrāsaina	—	—
МГМ-15	ВТУ ИМ-85-62	Bezkrāsaina	—	k, k+b(1 : 1)
324-ф	ТУ МХП 562-41	Dzeltena	—	—

Fenolformaldehīda

СБ-1-с	ТУ МХП 2785-54	Brūna	5	—
--------	----------------	-------	---	---

Urīnvielas un

3. litogrāfijas	ТУ ЯН-67-58	Bezkrāsaina	3	—
МЛ-92 Elektroizolācijas	ТУ МГ УХП 13-57	Bezkrāsaina	1	t, v+t

Alkidstirola un

100 АСФ	ТУ КУ-393-54	Bezkrāsaina	—	k, t
---------	--------------	-------------	---	------

Epoksidlakas

Э-4100	МРТУ 6-10-857-69	No gaišas līdz tumši brūnai	1	—
Э-42, Э-42к	ТУ ЯН-327-62	Dzeltena un aveņu	3	—

Silīcijorganiskās

КО-940	МРТУ 6-10-719-68	Bezkrāsaina	5	648
--------	------------------	-------------	---	-----

Perhlorvinillakas

ОНИЛХ-3	ТУ МХП 1250-48	Bezkrāsaina	1	—
---------	----------------	-------------	---	---

raksturotāji lielumi

Viskozitāte pie 20 °C, noteikta ar B3-4, s	Pilnīgas nožūšanas laiks, h	Zūšanas temperatūra, °C	Lietošana
6	7	8	9

30...50	0,3 vai 0,15	210 vai 280	Elektrisko vadu izolācija
120	3	105	Transformatoru, elektrisko mašīnu statoru un enkuru pakēšu limēšana, transformatoru tinumu piesūcināšana
27...45	5	20	Ar azbestu izolētu spoļu limēšana un cementēšana
21...31	1	105...110	Transformatoru tinumu piesūcināšana
40	4	80...90	Elektromotoru tinumu un dažādu audumu piesūcināšana

lakas

15...35	4 2	60 120	Getinaksa, alumīnija, dūralumīnija, vara, tērauda, skārda un cinka radiodetaļu pārklāšana
---------	--------	-----------	---

melamīnformaldehīda lakas

80...120	0,3	140...150	Litografētā baltā skārda (konservu kārbu) pārklāšana
25	1	105	Elektroizolācijas detaļu pārklāšana, elektrisko mašīnu un transformatoru tinumu piesūcināšana

eļļas-stirola laka

14	0,3	160	Augstām temperatūrām pakļautu metāla virsmu pārklāšana
11...14	1 un 1	18...20 150...160	Nodilumizturīgu un sārmmizturīgu pārklājumu iegūšana uz alumīnija un tērauda detaļu virsmas
12	10 vai 6	50...70 vai 90...110	Metāla virsmu (alumīnija, vara, cinka) pārklāšana

lakas

14...18	0,5 un 1	18...23 un 75...85	Strāvu vadošu detaļu pārklāšana
ΦЭ-36 6...25	0,6	18...23	Aparatūras un komunikāciju pārklājumi

3.40. tabulas 1. turpinājums

1	2	3	4	5
Korolaka	ТУ МХП 1085-44	Bezkrāsaina	1	hl
<i>Polivinilacetāllakas</i>				
БЛ-725 Г	МРТУ 6-10-866-69	Dzeltena	—	—
БЛ-51	МРТУ 6-10-586-65	Dzeltena	1	P-7
БМ-1	ТУ КУ-399-54	Bezkrāsaina	1	—
<i>Poliakrilātu</i>				
AC-16	МРТУ 6-10-814-69	Bezkrāsaina	1	—
АК-113	МРТУ 6-10-473-64	Bezkrāsaina	1	—
<i>Nitrocelulozes</i>				
AB-4д/в	ТУ МХП 1324-45	Bezkrāsaina	1	—
4Б кабели	ТУ МХП 1647-50	Bezkrāsaina	—	—
HKO	ТУ КУ-343-54	Dzeltena līdz brūnai	—	—
ЭКЛ-1 кабели	ТУ МХП 2375-50	Bezkrāsas līdz iedzeltenai	—	—
<i>Eļļas asfalta</i>				
13. izolācijas	ТУ МХП 1145-44	Melna	—	—
202. izolācijas	ТУ МХП 1058-43	Gaiši līdz tumši brūna	—	—
319. izolācijas	ТУ МХП 563-41	Melna	—	—
3210. eļļas	ТУ МХП 4467-55	Gaiši brūna	3	—
331. eļļas	ТУ МХП 1045-43	Gaiši dzeltena, caurspīdīga	—	—
102/19. eļļas	ТУ МХП 1602-47	Melna	3	—
35. asfalta-bituma	ТУ МГ УХП 101-58	Melna	—	b, t, s, k
EMALJAS <i>Alkidemaljas</i>				
ГФ-913	МРТУ 6-10-850-69	Sarkana	3	k

6	7	8	9
—	2	18...23	Galvanisko vannu piekares mehānismu u. c. detaļu pārklāšana
24	4	115...120	Alumīnija un magnija kausējumu detaļu pārklāšana, ja tās lieto benzīna, petrolejas vai eļļu vidēs
18 B3-1 180	0,5 1	180 60	Metāla izstrādājumu pārklāšana Misiņa detaļu pārklāšana
<i>lakas</i>			
14...18	1	18...23	Ārējo dūralumīnija virsmu labošana
13...17	2	18...23	Alumīnija virsmu pārklāšana
<i>lakas</i>			
ΦЭ-36 8...16 120	1 0,2	18...23 50	Aizsargkārtā uz nitroemalju pārklājumiem Zemsprieguma vadu izolācijas pārklājumi
80...140	3	18...23	Koka un metāla virsmu lakošana
35...90 Stoksa viskozimētrs	0,1	80	Montāžas vadu izolācija
<i>lakas</i>			
36 Englera viskozimētrs 50 °C 3,5...6,5 °E	3 0,2	18...20 200...210	Ierosmes spoļu piesūcināšana Elektroiekārtu strāvu vadošo detaļu pārklāšana
40	24	80...90	Elektrisko mašīnu tinumu piesūcināšana
120	2	100...110	Litografētā baltā skārda pārklāšana
20...28	0,5	60	Iepriekš krāsotu koka un metāla virsmu dekoratīvā apdare
ΦЭ-36 14...18 60	0,9 3	200 18...20	Motoru detaļu galīgā apdare Plaša patēriņa metāla izstrādājumu pārklāšana vienā slānī bez iepriekšējas gruntēšanas

KRĀSAS

40	1 un 0,5...1	20...23 un 150	Mazgabariņu pretestības
----	-----------------	-------------------	-------------------------

3.40. tabulas 2. turpinājums

1	2	3	4	5
119. strāvu vadoša	ТУ МХП 1821-48	Tumši pelēka	3	PC-2
ГФ-927	МРТУ 6-10-662-70	Pelēka	1	s, k, to
ПФ-19r	ТУ КУ-525-61	Gaiši brūna	1	—
КФ-19r	ТУ КУ-525-61	Zaļa	1	—
		Debeszila	1	—
ПФ-19м	ТУ КУ-525-61	Tumši pelēka	1	—
		Gaiši pelēkzila	1	—
		Gaiši brūna	1	—
		Pelēkzaļa	1	—
КФ-19м	ТУ КУ-525-61	Zaļa	1	—
		Melna	1	—
		Gaiši debeszila	1	—
		Tumši pelēka	1	—
ЗИС-1	ТУ МХП 258-43	Gaiši pelēkzila	1	—
		Bezkrāsaina		v, s, sp
ЗИС-13	ТУ МХП 2180-50	Zaļa		v, s, sp
ЗИС-23	ТУ МХП 2424-50	Pelēka		v, s, sp
ГАЗ	ТУ ЯН-271-61	ГАЗ-4 bēša	—	646
gliftāla emulsijas		ГАЗ-11 jūras	—	646
		ГАЗ-12 olīva	—	646
		ГАЗ-23 pelēka	—	646
		ГАЗ-251 smilšu	—	646
		—	1	v, t
ХАКИ	ТУ МХП 558-41			
traktoru rūpnīcas				
1514	ТУ МХП 2114-49	Gaiši pelēka, spoža	1	k, s, t
1518	ТУ МХП 1802-48	Melna, pusmatēta	3	k, s, t
1519	ТУ МХП 2111-49	Melna, matēta	3	k, s, t
2085ф	ТУ МХП 910-41	Melna	1	t, v, s
ПФ-28	ТУ МГ УХП 214-58	Melna	1	k, m, s
<i>Urīnvielas un</i>				
МЧ-139	ТУ ЯН-381-63	Bezkrāsaina	3	s, k, 651
703	"	Pelēka	3	"
707	"	Pelēkzaļa	3	"
732	"	Olivu	3	"
733	"	Jūras	3	"
734, 754	"	Bēša	3	"
735	"	Pelēka	3	"
758, 785	"	Koraļļu	3	"
760	"	Zaļa	3	"
786	"	Smilšu	3	"
789	"	Gaiši pelēka	3	"
МЧ-123	ТУ 6-10-978-70	Melna	1	"

6	7	8	9
60	24 vai 1	18...23 vai 100	Metināšanas sagatavju aizsar- gāšana pret koroziju
80	3	105...110	Metālu aizsardzība pret koro- ziju un elektroizolācija
B3-1 18...30	P.P.: matētām — 3 spožām — 12 p.n.: matētām — 30 spožām — 48 (r — spoža M — matēta)	18...23	Gruntētu metāla virsmu pār- klāšana
		18...23	
		18...23	
		18...23	
		18...23	
		18...23	
		18...23	
		18...23	
		18...23	
		18...23	
28...32	0,8	85	Smago automobiļu kabīņu un dekoratīvo detaļu pārklājumi
28...32	0,8	85...90	Smago automobiļu kabīņu un de- koratīvo detaļu pārklājumi
28...32	0,8	85...90	Smago automobiļu kabīņu un dekoratīvo detaļu pārklājumi
30...35	0,8	70...75	Smago automobiļu platformu krāsošana
30...35	0,8	70...75	Traktoru detaļu krāsošana
30...35	0,8	70...75	
30...35	0,8	70...75	
30...35	0,8	70...75	
52	0,8	100...110	
60	P.P.-4	18...23	Aparātu virsmas pārklājumi
24	2,5	150	Tas pats
40	1,5	150	Optiskās aparatūras virsmu krāsošana
40	1,5	150	Aparatūras un instrumentu me- tāla daļu pārklājumi
62	2,5	100	Gruntētu tērauda un alumīnija detaļu krāsošana

melamīnformaldehīdu emaljas

70	0,5	140	Iepriekš gruntētu metāla virsmu pārklāšana
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
70	0,5	140	
35	0,5 vai 10...12 min	110...120 140...150	Automobiļu rāmju krāsošana

3.40. tabulas 3. turpinājums

1	2	3	4	5
МЧ-215	ТУ КУ-531-60	Ziloņkaula	5	ПКБ-1, k+bu (1 : 1)
У-418	ТУ МХП 2506-51	Melna, spoža	3	ПК-1, k+bu (1 : 1)
МЛ-25	ТУ МГ УХП 414-59	Sudrabpelēka	3	—
	"	Debeszila	3	—
	"	Brūna	3	—
	"	Salātu	3	—
УЭ-151	ТУ МГ УХП 149-58	Pelēkdebeszila	3	s, k+bu, 646
МЛ-729	МРТУ 6-10-783-68	Sarkanbrūna	3	—
<i>Epoksidu</i>				
ЭП-255	МРТУ 6-10-676-67	Zaļa	1	P-5
ЭП-275	МРТУ 6-10-903-69	Melna	1	P-5
ЭЭ-341-1	ТУ ЯН-140-59	Melna, matēta	5	—
ОЭП-4173-1	ТУ ЯН-22-57	Krēma	—	—
<i>Silīcijorganiskās</i>				
КО-822	МРТУ 6-10-848-69	Zaļa	1	—
	"	Dzeltena	1	—
	"	Brūna	1	—
	"	Melna	3	—
КО-83	МРТУ 6-10-622-66	Sudraba	3	646
<i>Perhlorvinila</i>				
XB-16	МРТУ 6-10-705-67	Balta	1	—
	"	Krēma	1	—
	"	Bēša	1	—
	"	Tērauda	1	—
	"	Brūna	1	—
	"	Dzeltena	1	—
	"	Zila	1	—
	"	Oranža	1	—
	"	Gaiši zaļa	1	—
	"	Tumši zaļa	1	—
XCЭ-25	ТУ 2289-50	Pēc etalona	5	—
XB-114	МРТУ 6-10-747-68	Dzeltena	—	—
	"	Zila	—	—
	"	Sarkanbrūna	—	—

6	7	8	9
35	1	100...105	Metāla virtuves piederumu un ledusskapju krāsošana Rakstāmmašīnu u. c. aparatūras un instrumentu krāsošana
30	10 min pietad 1 st pie	80...90, 120	
—	0,5 vai 1	gaisā, 120	
—	—	—	
—	—	—	
34	2	120±3	Aparatūras dekoratīvā apdare
35	1	140±3	

emaljas

12...16	3	80	Metāla un stiklatekstolīta virsmu krāsošana
10...14	2	90	Daļu (magnija sakausējumi), ko lieto līdz +200 °C temperatūrai, pārklājumi
13	4	80...120	Pusvadītāju aparatūras pārklājumi
25	2	120	Metāla virsmu, kas pakļautas karstu sārnu šķīdumu iedarbībai, pārklājumi

emaljas

B3-1 14...30	2	18...23	} Daļu, ko lieto līdz +300 °C temperatūrai, pārklājumi
	2	18...23	
	2	18...23	
	2	18...23	
13...15	2	170...180	Metāla virsmu pārklājumi, kas pakļautas īslaicīgai augstu temperatūru iedarbībai

emaljas

B3-1 6...12	1,5	18...22	} Speciāli sagatavotu metāla virsmu, koka virsmu un audumu pārklājumi
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
	1,5	18...22	
ΦЭ-36(2)- 10...30	2	18...23	Gruntētu metāla tvertņu iekšējo virsmu pārklājumi
100...350	1,5	18...23	
—	—	—	
—	—	—	Metāla izstrādājumu aizsargāšana pret koroziju atmosfēras apstākļos

3.40. tabulas 4. turpinājums

1	2	3	4	5
XB-7014	ТУ УХП 14-58	Zaļa	3	P-4
XB-714	MPTУ 6-10-701-67	Melna	1	—
	"	Sarkana	1	—
	"	Alumīnija krāsā	5	—
<i>Poliakrilātu</i>				
AC-72	ВТУ УХП 241-60	Balta	3	P-5; 646
	"	Krēma	3	"
	"	Pelēka	3	"
	"	Gaiši zaļa	3	"
	"	Salātu	3	"
	"	Debeszila	3	"
<i>Nitrocelulozes</i>				
HЦ-216	MPTУ 6-10-591-65	Pelēki debeszila	1	—
	"	Gaiši pelēka	3	—
	"	Melna	1	—
HЦ-217	MPTУ 6-10-591-65	Aizsargkrāsas	3	—
		Pelēki debeszila	1	—
		Gaiši pelēka	3	—
511. balta	ТУ КУ-453-56	Balta	10	647
231-СП 517. nitrogliftāla	ТУ ЯН-37-58	Smilšu	3	646
	ТУ МХП 4355-56	Pēc etalona	1	646
HЦ-273	MPTУ 6-10-895-65	Alumīnija	3	646
Autoaparātu	ТУ МХП-1603-47	Pēc etalona	10	646
357-СП	ТУ МХП 4520-56	—	10	646
760-СП	ТУ ЯН-20-57	—	10	646
НПФ-10	ТУ МХП 2555-51	Aizsargkrāsa	1	646
Radiouztvērējiem				
400	ТУ КУ-445-55	Brūna	—	—
401	"	Ķiršu	—	—
402	"	Ziloņkaula	—	—
403	"	Gaiši brūna	—	—
404	"	Bēša	—	—
125	ТУ ЯН-238-62	Melna	1	—
1433	ВТУ МХП 4384-55	Aizsargkrāsas	3	—
АЛ-70, termo- izturīga	ТУ КУ-312-53	Sudraba	3	PC-2
<i>Krāsas</i>				
Pentaftāla 560	ТУ МХП 1764-51	Balta	1	PC-2
670	"	Sarkana	1	"
680	"	Melna	1	"
690	"	Aizsargkrāsas	1	"

6	7	8	9
45	1	50	Gruntētu metāla virsmu krāsošana, kas pakļautas īslaicīgai sārmu šķīdumu iedarbībai Ķīmiski izturīgi un antikorozi- jas pārklājumi
25	2 vai 1	18...20 vai 50	
25	2 vai 1	18...20 vai 50	
25	2 vai 1	18...20 vai 50	

emaljas

16...25	2	18...23	} Melno un krāsaino metālu virsmu krāsošana
16...25	2	18...23	
16...25	2	18...23	
16...25	2	18...23	
16...25	2	18...23	
16...25	2	18...23	

emaljas

} B3-1 16	1	20±2	} Metāla un koka detaļu krāsošana
	1	20±2	
	1	20±2	
	1	20±2	
	1	20±2	
19...23	P. P.	18...23	Aparatūras ārējo virsmu pārklājumi
55...70	0,2	18...23	Metāla virsmu pārklājumi
23...29	0,25	18...20	Smago automobiļu kabīņu un motora pārsegu krāsošana
22...26	0,25	18...20	Automobiļu motoru korpusu krāsošana
21...26	0,25	18...20	Autoaparātu armatūras pārklājumi
21...26	0,15	18...20	Tas pats
21...26	0,15	18...20	Tas pats
30...60	0,5 P. P.	18...20	Kravas automobiļu metāla un koka virsmu krāsošana
19...23	} 120 p. n. 0,15 P. P.	18...20	} Radiouztvērēju un radiolu koka un metāla virsmu krāsošana
19...23		18...20	
19...23		18...20	
19...23		18...20	
19...23		18...20	
25...30	0,5	180...200	Automobiļu detaļu krāsošana
50	0,25	120	Metāla virsmu krāsošana
	0,5	100...110	Virsmu, ko ekspluatē līdz 400 °C temperatūrai, pārklāšana
10...14	1	150	
50	12 P. P.	18...23	} Izstrādājumu marķēšana
50	"	18...23	
50	"	18...23	
50	"	18...23	

3.40. tabulas 5. turpinājums

1	2	3	4	5
Emaljas, ķīmiski izturīgas				
ДП	ТУ МХП 2650-53	Brūni sarkana	—	—
ДП	ТУ МХП 2651-53	Alumīnija	—	—
Autokrāsa 122	ТУ МХП 277-47	Melna	3	s, t
GRUNTES				
<i>Alkidgruntes</i>				
Gruntes КФ-030	МРТУ 6-10-698-67	Dzeltena	1	k+v(1:1)
ГФ-031	"	Dzeltena	1	"
ГФ-032	"	Dzeltena	1	"
КФ-030	"	Pelēki zaļa	1	"
ГФ-032	"	Brūna	1	"
Antikoroziņas ГФ-017	ТУ ЯН-257-61	Tumši brūna	1	u, s
Grunte-špaktelēšanas sastāvs				
ГФ-018-2	ТУ ЯН 234-62	Dzeltena	3	s, k
ГФ-018-3	"	Dzeltena	3	"
ГФ-018-4	"	Sarkana	3	"
ГФ-019-0	ТУ ЯН-309-62	Pelēka	3	"
ГФ-018-7	"	Pelēka	3	"
<i>Fenolformaldehīdgruntes</i>				
МЛ-029	МРТУ 6-10-784-68	Sarkanbrūna	5	sik-7640
ФЛ-086	МРТУ 6-10-906-70	Dzeltena	1	k, b+v(1:1)
Д-329	ТУ КУ-449-55	Sarkanbrūna	1	v+k(1:1) v, t, s
<i>Perhlorvinila</i>				
XB-079	МРТУ 6-10-773-68	Sarkanbrūna	1	P-4
<i>Nitrocelulozes</i>				
Nitrogliftālu НЦ-081	МРТУ 6-10-902-69	Brūna	1	—
148	ТУ МХП 2032-49	Melna	1	—
ŠPAKTELESANAS				
<i>Alkidu</i>				
Automobiļu virsbūvju špaktelēšanas sastāvs 175 un 185	ТУ МХП 331-48	Sārta	10	s, k
		Pelēka	10	s, k

6	7	8	9
50	} 8. P. P. 36 p. n. 40 min.	18...20	Koka un metāla virsmu pasargāšana no sārnu šķīdumiem, minerālējām, mitruma un jūras ūdens Radiatoru krāsošana
50		18...20	
Φ-4 50...70		100	
24...45	40 vai 4	18...23 vai 70...80	} Alumīnija un magnija kausējumu un tērauda detaļu gruntēšana
10...30	2,5	100	
10...30	4	18...23	} Vieglo un smago automobiļu rāmju un grīdu gruntēšana
35...40	3	70...80	
12...30	1,5	70...80	
30...35	0,5 vai 0,25	125 vai 150...160	
26...29	0,65	135...145	
26...29	0,65	135...145	Automobiļu virsbūvju gruntēšana un špaktelēšana pirmajā kārtā Tas pats otrajā kārtā
26...29	0,65	135...145	
20...24	0,5	135...145	
20...24	0,5	135...145	
35	1	120	Automobiļu benzīna tvertņu gruntēšana
20...45	5	18...23	Alumīnija, magnija kausējumu un tērauda detaļu, ko ekspluatē 200 °C temperatūrā, gruntēšana
	2	80	
20	16	18...23	Melno metālu virsmas gruntēšana
35...55	1,5	18...23	Metāla virsmu gruntēšana
18...20	0,5	60...65	Automobiļu koka un metāla virsmu gruntēšana
22...24	0,5	60...65	Automobiļu rāmju gruntēšana

SASTAVI UN TEPES

18...20	1	100...110	Automobiļu metāla virsmu nelidzenumu aizpildīšana
18...20	1	100...110	

3.40. tabulas 6. turpinājums

1	2	3	4	5
Tepe 200	ТУ МХП 1729-48	Sārta	—	s, t
Aizsargšpaktelēšanas sastāvs BIII-4	ТУ ЯН-361-63	Brūna	—	— <i>Epoksidu</i>
Špaktelēšanas sastāvs КО-001	ТУ ҚУ-550-62	—	—	— <i>Silīcijorganiska</i>

* Lieces izturība — pārklājums nedrīkst plaisāt, ja to liec ap stieni, kura diametrs

Apzīmējumi.

P. P. — pret putekļu pielipšanu
p. n. — pilnīga nožūšana

6	7	8	9
—	10 min.	—	Atsevišķu poru un ieskrābjumu aizpildīšana uz metāla virsmas
B3-1 100...200	3 3	18...90 160	Aizsargpārklājumi virsmas pasargāšanai no sasilšanas
—	48 vai 1...2	18...23 90...100	Metāla virsmu (tērauds, alumīnija un magnija sakausējumi) izlīdzināšana

nav mazāks par uzrādīto.

Šķīdinātāji, atšķaidītāji:

bu — butilspirts
a — acetons
b — benzīns
v — vaiļspirts
s — solvents
k — ksilols
ū — ūdens

to — toluols
hl — hlorētie ogļūdeņraži
p — pernica
sp — spirts
t — terpentīns
e — etilcelosolvs

3.41. tabula. Palīgmateriāli

Nosaukums	Šķirne	Tehniskie noteikumi	Lietošana
<i>Atšķaidītāji, šķīdinātāji, sikatīvi un atmazgātāji</i>			
Sikatīvs	7640	TV MXII 2106-49	Eļļu, eļļas laku, krāsu un emalju nožūšanas paātrināšana
Šķīdinātājs	PMJL	TY KY-467-56	Laka HLI-222 un nitropolitūra HLI-314
"	PMJL-315	TY YXII 82-59	Laka HLI 315M
"	PC-1	TY MXII 1848-52	Laka IIXB-50 un IIXB-51; emalja IIXB-510
"	PC-2	TY MXII 1763-52	Eļļas emaljas un bituma lakas
"	649	TY MXII 1812-48	HKO emalju atšķaidīšana
"	650	TY MXII 2696-55	Vieglu automobiļu nitroemaljas
"	651	TY MXII 4537-56	Sintētiskās emaljas
"	P-3160	TY YXII 110-59	Emalja BJ-55
"	KP-36	TY OIII-152-48	Nitroemalju atšķaidīšana
"	DM3-P	TY MXII 2006-49	Laka DM3
"	PBJL	TY MXII 1487-49	Vinifleksu lakas
"	P-5	TY MXII 2191-50	Aviācijā lietojamās lakas, emaljas, līmes un špak- telšanas sastāvi
"	P-6	TY MXII 4008-53	Lakas BJL-725 un AOG
Atšķaidītājs	PKB-1	TY MXII 2433-51	Paaugstinātās temperatūrās žūstošas emaljas un lakas uz urīnvielas-formaldehīda un urīnvielas- melamīnformaldehīda sveķu bāzes
Atšķaidītājs	P-7	TY KY-248-55	Laka BJL-51
"	P-40	TY YXII 86-59	Epkosīdu špaktelējamaiss sastāvs ЭП-0010
Atmazgātājs	AФТ-1	TY MXII 2648-51	Vecu laku un krasu parklājumu nomazgāšana
Akmeņogļu solvents		TY MXII 2191-50	Asfaltu un bituma lakas
I šķira		ГОСТ 1928-67	Glifitāla un pentaftāla emaljas
II šķira		ГОСТ 9949-62	Eļļas lakas un emaljas
Ksilols (akmeņogļu) un vai- spirts		ГОСТ 3134-52	
Benzīns un vaišpirts			

Toluols			ГОСТ 14710-69		Glītāla un pentaftāla emaljas kopā ar vaišpirtu
Etīlspirts			ГОСТ 131-67		Spirts un rezollakas
Terpentīns			ГОСТ 1571-66		Elļas lakas un emaljas
Petroleja			ГОСТ 1842-52		Tas pats

Materiāli virsmas sagatavošanai

Pulēšanas šķidrums		TV MXII 1996-49		Automobiļu nitrolaku pārklājumu gaiīga apdare un spīduma atjaunošana
Pulēšanas pasta 2		TV MXII 4504-56		Tas pats
Slīpēšanas pasta 4		TV MXII 4571-57	Ķieģeļsarkana	Tas pats
Slīpēšanas pasta 5		TV MXII 4567-57		Tas pats
Pulēšanas pasta 6/7		TV ЯН-183-60		Automobiļu virsmām, krāsotām ar sintētiskām emaljām
Pulēšanas pasta 290		TV MXII 273-48		Nitrolaku pārklājumi
Neitralizējošs sastāvs 107		TV MXII 274-41		Metāla virsmu neitralizēšana pēc apstrādes ar mazgāšanas sastāvu 1120
Sastāvs 401		TV MXII 276-41		Putekļu noņemšana no mašīnām krāsošanas procesā
Mazgāšanas sastāvs 1120		TV MXII 271-51		Rūsas un minerāleļļas atlieku noņemšana no metāla virsmas pirms krāsošanas
Profilaktiskais sastāvs ПС-6		MPTY 6-10-574-67	Dzeltenbrūns	Nitroemalju pārklājumu un hromētu detaļu pasargāšana no atmosfēras iedarbības

Speciālie laku un krāsu materiāli

Hermetizējoša tepe НГ-16		TV MXII 3425-52	Dzeltenbrūns	Ķnieētu šuvju papildu hermetizēšana (dūralumīnījs, magnija sakausējumi)
Bituma mastika 112		TV ЯН-7-57		Automobiļu virsbūvju apakšējo daļu aizsargāšana no korozijas
Prettrokšņa mastika 579		TV MXII 272-50		Virsbūvju vibrācijas trokšņu samazināšana
Cietinātājs АЭ-4		TV 6-10-964-70	Brūns	Epoksidsvēķu cietināšana
Cietinātājs 1		TV KY-470-56	Dzeltenis līdz brūns	Epoksidsvēķu cietināšana
Blīvēšanas pasta УН-25, nežūstoša		TV MXII 3336-52		Dzinēju blīvju hermetizēšana

MEHĀNIKA

4.1. STATIKA

4.1.1. SPĒKU IEDALIJUMS

Uz ķermeni darbojošos spēkus iedala: 1) *koncentrētos spēkus* (spēki iedarbojas uz nelielu ķermeņa virsmas laukumu), 2) *izkliedētos spēkus* (spēki iedarbojas uz visu ķermeņa virsmu vai virsmas daļu un ķermeņa atsevišķām tilpuma daļiņām).

4.1.2. SPĒKU SISTĒMAS UN TO IEDALIJUMS

Divu vai vairāku koncentrētu spēku kopu (grupu) sauc par *spēku sistēmu*.

Spēku sistēmas iedala *plaknes* (spēku darbības taisnes atrodas vienā plaknē) un *telpas* (spēku darbības taisnes neatrodas vienā plaknē) spēku sistēmās.

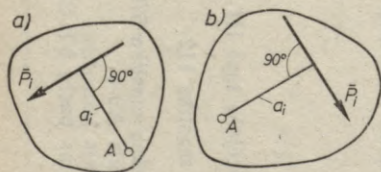
Plaknes spēku sistēmas savukārt iedala:

sakrītošos spēkos (spēku vektori atrodas uz vienas taisnes); *saejošos spēkos* (spēku darbības taisnes krustojas vienā punktā); *paralēlos spēkos* (spēku darbības taisnes paralēlas) un *plaknē izkaisītos spēkos* (spēku darbības taisnes nav paralēlas un nekrustojas vienā punktā).

Telpas spēku sistēmas iedala saejošos, paralēlos un telpā izkaisītos spēkos.

4.1.3. SPĒKA MOMENTS PRET PUNKTU

Perpendikulu a_i , kas novilkts no punkta A pret spēka \vec{P}_i darbības taisni, sauc par spēka plecu (4.1 zīm. a un b). Spēka moduļa P_i un pleca a_i reizinājumu, ņemtu ar plusa vai mīnusa zīmi, sauc par spēka momentu pret punktu. Jebkura spēka \vec{P}_i momentu pret punktu A apzīmēsim ar M_{iA} . Ja spēks tiecas griezt (vai arī griež) plakni, kurā atrodas punkts un spēka darbības taisne, ap asi, kas iet caur punktu perpendikulāri plaknei, pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, tad šāda spēka momentu pie-



4.1. zīm. Spēka moments pret punktu

ņemam par pozitīvu ($M_{iA} = +P_i a_i$) (4.1. zīm. *a*), bet, ja pulksteņa rādītāju kustības virzienā (4.1. zīm. *b*), tad par negatīvu ($M_{iA} = -P_i a_i$). Tātad, jebkura spēka momentu pret punktu varam aprēķināt ar formulu

$$M_{iA} = \pm P_i a_i. \quad (4.1)$$

4.1.4. VARIŅJONA TEORĒMA

Plaknes spēku sistēmas kopspēka moments pret punktu spēku darbības plaknē ir vienāds ar saskaitāmo spēku momentu algebrisku summu pret to pašu punktu (Variņjona teorēma).

Ja kopspēka \bar{R} modulis ir R un kopspēka plecs ir a , tad saskaņā ar Variņjona teorēmu varam rakstīt:

$$M_A = \pm R a = \Sigma M_{iA} = \Sigma \pm P_i a_i. \quad (4.2)$$

Kopspēka plecs

$$a = \frac{|\Sigma M_{iA}|}{R}. \quad (4.3)$$

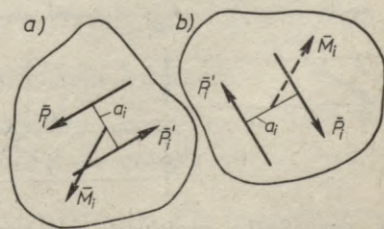
Variņjona teorēma lietojama visām spēku sistēmām, kuras var aizstāt ar vienu spēku (kopspēku).

4.1.5. SPĒKPĀRIS

Divi skaitliski vienādi, pretēji vērsti paralēli spēki \bar{P}_i, \bar{P}'_i veido spēkpāri (4.2. zīm. *a* un *b*). Perpendikuls a_i pret spēkpāra spēku darbības taisnēm ir spēkpāra plecs. Spēkpāra spēka moduļa un pleca reizinājumu, ņemtu ar plusa vai mīnusa zīmi, sauc par spēkpāra momentu. To apzīmēsim ar M_i . Ja spēkpāris tiecas griezt (vai griež) plakni, kurā tas darbojas, pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam (4.2. zīm. *a*), tad spēkpāra moments ir pozitīvs ($M_i = +P_i a_i$), bet, ja pulksteņa rādītāju kustības virzienā (4.2. zīm. *b*), tad negatīvs ($M_i = -P_i a_i$). Apvienojot abus gadījumus, iegūstam

$$M_i = \pm P_i a_i. \quad (4.4)$$

Spēkpāra momenta vektors \bar{M}_i (kura modulis $|M_i| = P_i a_i$) vērstas perpendikulāri spēkpāra darbības plaknei, un momenta vektora šautriņa norāda labās skrūves kustību ass virzienā, ja skrūvi griež spēkpāra moments. Spēkpāra momenta vektors ir brīvs vektors, un to drīkst pārbīdīt paralēli savam virzienam uz jebkuru absolūti cietā ķermeņa punktu. Parasti to iezīmē spēkpāra pleca a_i vidū (4.2. zīm. *a* un *b*).



4.2. zīm. Spēkpāra moments

4.1.6. PLAKNĒ IZKAISITU SPĒKU ANALITISKA SASKAITISANA

Kopspēka projekcijas uz brīvi pieņemtām koordināšu asīm ir vienādas ar saskaitāmo spēku projekciju algebrisku summu.

$$\begin{aligned} X &= R \cos \alpha = \Sigma X_i = \Sigma P_i \cos \alpha_i = \Sigma \pm P_i \cos \beta_i; \\ Y &= R \sin \alpha = \Sigma Y_i = \Sigma P_i \sin \alpha_i = \Sigma \pm P_i \sin \beta_i. \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.3. zīmējumā parādīto spēku projekciju summas uz Ox un Oy asīm ir šādas:

$$\begin{aligned} X &= \Sigma X_i = P_1 \cos \beta_1 - P_2 \cos \beta_2 - P_3 \cos \beta_3 + P_4 \cos \beta_4 = \\ &= P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 + P_3 \cos \alpha_3 + P_4 \cos \alpha_4; \\ Y &= \Sigma Y_i = P_1 \sin \beta_1 + P_2 \sin \beta_2 - P_3 \sin \beta_3 - P_4 \sin \beta_4 = \\ &= P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 + P_3 \sin \alpha_3 + P_4 \sin \alpha_4. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Kopspēka lielums (modulis)

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}. \quad (4.7)$$

Kopspēka virziens

$$\cos \alpha = \frac{X}{R}, \quad \sin \alpha = \frac{Y}{R}. \quad (4.8)$$

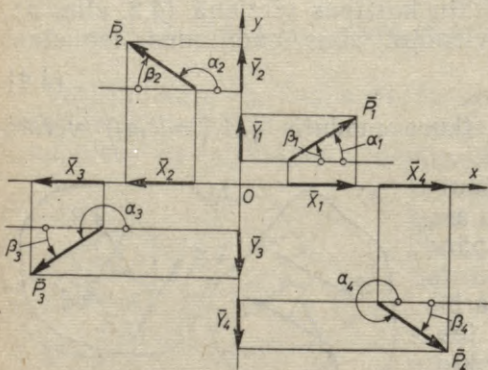
Kopspēka stāvotni nosakām, aprēķinot ar formulu (4.3) kopspēka plecu pret brīvi izvēlētu punktu. Pieņemot šo punktu par centru un plecu par rādiusu, novelkam aploci; perpendikulāri kopspēka \vec{R} vektoram, kura virzienu nosaka $\sphericalangle \alpha$ (4.8), novelkam aplocei diametru. Kopspēka darbības taisne pieskaras aplocei vienā no diametra diviem galapunktiem. Jāizvēlas tas punkts, resp. tā stāvotne, kurā kopspēka momentam pret izvēlēto punktu (centru) ir tāda pati zīme kā saskaitāmo spēku momentu summai.

Saskaitot sakrītošus un paralēlus spēkus, koordināšu asi Ox novelk paralēli spēku darbības taisnēm, tad formulas (4.5), (4.7) un (4.8) vienkāršojas.

Saejošu spēku kopspēks iet caur saskaitāmo spēku darbības taišņu krustpunktu.

Saskaitot spēkpārus, kas darbojas vienā plaknē vai ķermeņa paralēlās plaknēs, iegūstam koppāri, kura moments vienāds ar saskaitāmo spēkpāru momentu algebrisku summu, t. i.,

$$M = \Sigma M_i = \Sigma \pm P_i a_i. \quad (4.9)$$

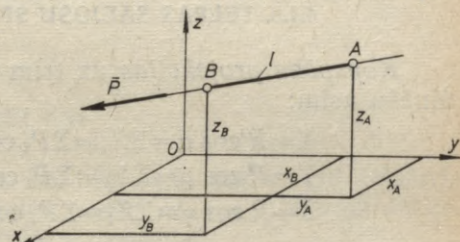


4.3. zīm. Spēka projekcijas uz koordināšu asīm

4.1.7. TĒLPAS SPĒKU VIRZIENLEŅĶU KOSINUSI

4.1.7.1. Divu punktu koordināšu paņēmieni

Uz spēka \vec{P} darbības taisnes pieņemam divus tādus punktus A un B (4.4. zīm.), kuru koordinātes x_A, y_A, z_A un x_B, y_B, z_B brīvi pieņemtā asu sistēmā $Oxyz$ ir zināmas. Punktu apzīmējumu secībai $A \rightarrow B$ jābūt spēka vektora \vec{P} šautriņas virzienā. Tad ar koordināšu asīm Ox, Oy, Oz veidoto leņķu $0^\circ \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 180^\circ$ kosinusus var aprēķināt ar formulām:



4.4. zīm. Divu punktu koordināšu paņēmieni spēka virzienleņķu kosinusu aprēķināšanai

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{l_x}{l} \\ \cos \beta &= \frac{l_y}{l}, \quad \cos \gamma = \frac{l_z}{l}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

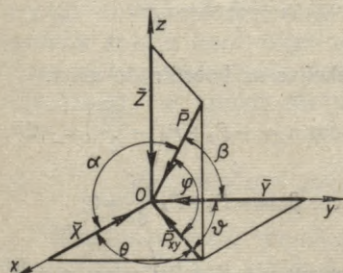
kur

$$\begin{aligned} l_x &= x_B - x_A; \quad l_y = y_B - y_A; \quad l_z = z_B - z_A; \\ l &= \sqrt{l_x^2 + l_y^2 + l_z^2}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Punktu A un B koordinātes formulā (4.11) jāieraksta ar attiecīgām zīmēm (pluss vai mīnuss).

4.1.7.2. Divu kosinusu sareizināšanas paņēmieni

Ja zināms spēka virzienleņķis ar kādu koordinātu plakni, tad vispirms projicējam spēku uz šo plakni un, iegūto komponenti projicējot uz divām koordināšu asīm, dabūjam dotā spēka projekcijas uz asīm. Ievērojot sacīto un 4.5. zīmējuma apzīmējumus, varam rakstīt:



4.5. zīm. Divu kosinusu sareizināšanas paņēmieni spēka virzienleņķu kosinusu aprēķināšanai

$$\begin{aligned} X &= P \cos \alpha = -P_{xy} \cos \Theta = \\ &= -P \cos \varphi \cos \Theta; \\ Y &= P \cos \beta = -P_{xy} \cos \vartheta = \\ &= -P \cos \varphi \cos \vartheta; \\ Z &= -P \cos (90^\circ - \varphi) = -P \sin \varphi. \end{aligned}$$

No iepriekšējā iegūstam:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= -\cos \varphi \cos \Theta; \\ \cos \beta &= -\cos \varphi \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (4.11a)$$

Tā kā leņķi φ, Θ un ϑ ir šaurleņķi, tad $\cos \alpha$ un $\cos \beta$ zīmes jāpieņem, ievērojot

komponenšu \bar{X} un \bar{Y} virzienus. Ja komponenšu virzieni sakrīt ar Ox , Oy un Oz asu pozitīvajiem virzieniem, tad kosinusu reizinājumi ir pozitīvi, bet, ja pretēji asu virzieniem, tad negatīvi.

4.1.8. Telpas saejošu spēku analītiska saskaitīšana

Kospēka projekcijas uz trim savstarpēji perpendikulārām koordināšu asīm:

$$\begin{aligned} X &= R \cos \alpha = \Sigma X_i = \Sigma P_i \cos \alpha_i; \\ Y &= R \cos \beta = \Sigma Y_i = \Sigma P_i \cos \beta_i; \\ Z &= R \cos \gamma = \Sigma Z_i = \Sigma P_i \cos \gamma_i. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Kospēka lielums

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (4.13)$$

Kospēka virziens:

$$\cos \alpha = \frac{X}{R}; \quad \cos \beta = \frac{Y}{R}; \quad \cos \gamma = \frac{Z}{R}, \quad (4.14)$$

kur

$$0^\circ \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 180^\circ.$$

Kospēka darbības taisne iet caur saejošo spēku darbības taisņu krustpunktu. Saskaitāmo spēku virzienleņķu α_i , β_i , γ_i kosinusus aprēķinām kā iepriekš norādīts (4.1.7.1.).

4.1. piemērs. Pa kubveida ķermeņa šķautnēm un diagonāli darbojas saejoši spēki $P_1 = P_2 = P_3 = P$, $P_4 = P\sqrt{3}$ (4.6. zīm.). Aprēķināt kospēka lielumu un virzienu.

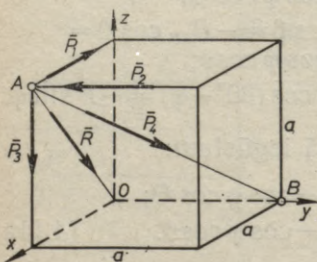
Atrisinājums. Spēka \bar{P}_4 virzienleņķu kosinusi:

$$l_x = x_B - x_A = 0 - a = -a; \quad l_y = y_B - y_A = a - 0 = a;$$

$$l_z = z_B - z_A = 0 - a = -a;$$

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2 + l_z^2} = a\sqrt{3};$$

$$\cos \alpha_4 = \frac{l_x}{l} = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \cos \beta_4 = \frac{l_y}{l} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad \cos \gamma_4 = \frac{l_z}{l} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$



4.6. zīm. Telpā saejošu spēku analītiska saskaitīšana

Kospēka projekcijas uz koordināšu asīm:

$$X = \Sigma P_i \cos \alpha_i = -P_1 + P_4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) = -2P;$$

$$Y = \Sigma P_i \cos \beta_i = -P_2 + P_4 \frac{\sqrt{3}}{3} = 0;$$

$$Z = \Sigma P_i \cos \gamma_i = -P_3 + P_4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) = -2P.$$

Kospēka modulis

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 2\sqrt{2}P.$$

Kospēka virziens:

$$\cos \alpha = \frac{X}{R} = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos \beta = \frac{Y}{R} = 0; \quad \cos \gamma = \frac{Z}{R} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

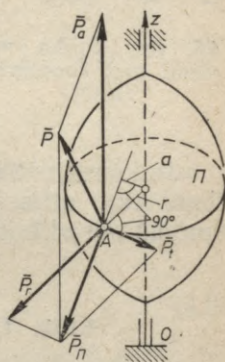
Kospēks iet caur punktu A diagonāles AO virzienā.

4.1.9. SPĒKA MOMENTS PRET ASI

Ja ķermenis rotē ap nekustīgu asi Oz (4.7. zīm.), tad jebkurš ķermeņa punkts A apraksta riņķa līniju ar rādiusu r . Riņķa līnija atrodas plaknē Π , kas perpendikulāra rotācijas asij.

Spēka \vec{P} (kas darbojas punktā A) momenta aprēķināšanai pret asi sadalām spēku trijās komponentēs: aksiālajā spēkā \vec{P}_a , kas paralēls asij; radiālajā \vec{P}_r , kas perpendikulārs asij un krusto to (iet caur riņķa līnijas centru); tangenciālajā spēkā \vec{P}_t (aploces spēkā), kas pieskaras riņķa līnijai.

Spēka komponentes, kas asij paralēlas vai krusto asi (\vec{P}_a , \vec{P}_r), nerada ķermeņa rotāciju. No sacītā izriet, ka ķermeņa rotācijas noteikšanai ap nekustīgu asi jāievēro tikai spēka komponente \vec{P}_t , kas telpā veido taisnu leņķi ar asi un nekrusto to.



4.7. zīm. Spēka moments pret asi

Teorētiskās mehānikas kursos spēka momenta aprēķināšanai pret asi spēku sadala divās komponentēs: asij paralēlā un asij perpendikulārā komponentē \vec{P}_a un \vec{P}_Π . Asij perpendikulārā komponente \vec{P}_Π ir dotā spēka projekcija uz asij perpendikulāru plakni Π .

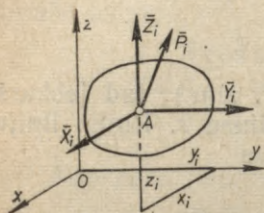
Taisnes nogriežni, kas perpendikulārs asij un asij perpendikulārajai komponentei, sauc par spēka plecu pret asi. *Asij perpendikulārās spēka komponentes moduļa un pleca reizinājumu, ņemtu ar plusa vai mīnusa zīmi, sauc par spēka momentu pret asi.* No iepriekšējā izriet, ka spēka moments pret asi Oz ir (4.7. zīm.)

$$M_z = \pm P_t r = \pm P_\Pi a. \quad (4.15)$$

Momenta zīmi nosaka tā: skatāmies ass virzienā uz koordināšu sākumpunktu; ja asij perpendikulārais spēks (\vec{P}_Π) tiecas griezt ķermeni ap asi pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, tad spēka moments pret asi ir pozitīvs, bet, ja pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tad negatīvs. 4.7. zīmējumā parādītais moments ir pozitīvs.

4.1.9.1. Spēka momenti pret trim savstarpēji perpendikulārām asīm

Momentu aprēķināšanai pret asīm spēka vektoru sadalām komponentēs koordināšu asu virzienos. Spēks ir minēto komponentu kopspēks, tādēļ (saskaņā ar Variņona teorēmu) spēka moments pret attiecīgu koordināšu asi ir vienāds ar komponentu momentu algebrisku summu pret to pašu asi.



4.8. zīm. Spēka momenti pret koordināšu asīm

Ja kāda spēka \overline{P}_i iedarbības punkta A koordinātes un spēka komponentes asu virzienos ir attiecīgi x_i, y_i, z_i un $\overline{X}_i, \overline{Y}_i, \overline{Z}_i$ (4.8. zīm.), tad spēka momenti pret koordināšu asīm ir šādi:

$$\begin{aligned} M_{ix} &= y_i Z_i - z_i Y_i; \\ M_{iy} &= z_i X_i - x_i Z_i; \\ M_{iz} &= x_i Y_i - y_i X_i. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Formulās (4.16) punkta koordinātes un spēka projekcijas jāieraksta ar attiecīgu zīmi (pluss vai minuss).

Ja koordinātēm un spēka projekcijām ievēro tikai skaitliskās vērtības, tad attiecīgās spēka komponentes momenta zīmi nosaka iepriekš norādītajā veidā (4.1.9.).

4.1.10. TĒLPĀ IZKAISĪTU SPĒKU ANALĪTISKA SASKAITĪŠANA

Saskaitot telpā izkaisītus spēkus, vispārīgā gadījumā iegūstam spēka vektoru \overline{R} (galveno vektoru) un spēkpāra momenta vektoru \overline{M} (galveno momentu). Minēto vektoru darbības taisnes iet caur redukcijas centru, ko parasti pieņem koordināšu sākumā (4.9. zīm.). Galvenā vektora \overline{R} lielumu un virzienu aprēķina ar formulām (4.12), (4.13) un (4.14), bet galveno momentu un leņķi starp minētajiem vektoriem — ar formulām (4.17)...(4.20):

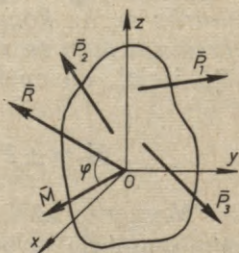
$$|M| = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}. \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} M_x &= \Sigma M_{ix} = \Sigma (y_i Z_i - z_i Y_i); \\ M_y &= \Sigma M_{iy} = \Sigma (z_i X_i - x_i Z_i); \\ M_z &= \Sigma M_{iz} = \Sigma (x_i Y_i - y_i X_i). \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\cos \lambda = \frac{M_x}{|M|}; \quad \cos \mu = \frac{M_y}{|M|};$$

$$\cos \nu = \frac{M_z}{|M|}. \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \alpha \cos \lambda + \cos \beta \cos \mu + \\ &+ \cos \gamma \cos \nu. \end{aligned} \quad (4.20)$$



4.9. zīm. Telpā izkaisītu spēku analītiska saskaitīšana

4.1.11. ĶERMEŅA SMAGUMCENTRS

4.1.11.1. Ķermeņa smagumcentra koordinātes

Punktu ķermenī vai arī ārpus ķermeņa, caur kuru iet smagumspēka darbības taisne neatkarīgi no ķermeņa stāvokļa, sauc par ķermeņa smagumcentru. Smagumcentra C koordinātes x_C , y_C , z_C brīvi pieņemtā asu sistēmā $Oxyz$ (4.10. zīm.) aprēķina ar formulām

$$\begin{aligned} Gx_C &= \Sigma G_i x_i; & Gy_C &= \Sigma G_i y_i; \\ Gz_C &= \Sigma G_i z_i, \end{aligned} \quad (4.21)$$

kur G , G_i — ķermeņa un ķermeņa atsevišķās daļas svars;

x_i , y_i , z_i — atsevišķās daļas smagumcentra koordinātes (ar attiecīgu zīmi).

Homogēna ķermeņa gadījumā ķermeņa svara vietā var lietot ķermeņa tilpumu. Tad iegūstam:

$$\begin{aligned} Vx_C &= \Sigma V_i x_i; & Vy_C &= \Sigma V_i y_i; \\ Vz_C &= \Sigma V_i z_i. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Ja homogēna ķermeņa viens izmērs (biezums) ir ļoti mazs un visās vietās vienāds, tad šādu ķermeni sauc par čaulu (homogēna materiāla virsmu). Homogēnas čaulas smagumcentra koordinātes aprēķina ar formulām

$$Fx_C = \Sigma F_i x_i; \quad Fy_C = \Sigma F_i y_i; \quad Fz_C = \Sigma F_i z_i, \quad (4.23)$$

kur F , F_i — čaulas vidējās virsmas un vidējās virsmas daļas laukums.

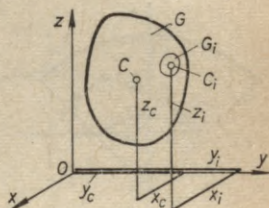
Ja homogēna ķermeņa šķērsgriezuma laukums mazs (salīdzinājumā ar garumu), tad šādus ķermeņus sauc par homogēnām materiālām līnijām. To smagumcentrus aprēķina ar formulām

$$lx_C = \Sigma l_i x_i; \quad ly_C = \Sigma l_i y_i; \quad lz_C = \Sigma l_i z_i, \quad (4.24)$$

kur l , l_i — homogēnās līnijas un tās atsevišķās daļas garums;

x_C , y_C , z_C ; x_i , y_i , z_i — līnijas un tās atsevišķās daļas smagumcentra koordinātes.

Komplicētas formas ķermeņu gadījumā formulās (4.21), (4.22), (4.23) un (4.24) parasto saskaitīšanu aizstāj ar integrēšanu.



4.10. zīm. Ķermeņa smagumcentra koordinātes

4.1.11.2. Teorēmas par smagumcentra atrašanās vietu

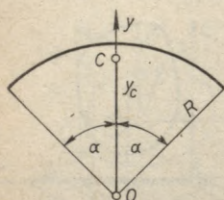
Ja homogēnam ķermenim ir simetrijas (slīpās simetrijas) plakne, tad smagumcentrs atrodas šajā plaknē.

Ja homogēnam ķermenim ir divas vai vairākas simetrijas (slī-

pās simetrijas) plaknes, tad smagumcentrs atrodas uz šo plakņu krustošanās taisnes (simetrijas ass).

Ja homogēnam ķermenim ir divas vai vairākas simetrijas (slīpās simetrijas) asis, tad smagumcentrs atrodas simetrijas (slīpās simetrijas) asu krustpunktā.

4.1.11.3. Parastāko homogēno līniju smagumcentrs



4.11. zīm. Riņķa loka smagumcentrs

1) *Riņķa loks* (4.11. zīm.)

$$y_c = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad (4.25)$$

kur R — riņķa loka rādiuss, α — loka centra leņķa puse radiānos.

2) *Pusaploce*

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad y_c = \frac{2}{\pi} R \approx 0,6366 R.$$

3) *Ceturtdaļaploce*

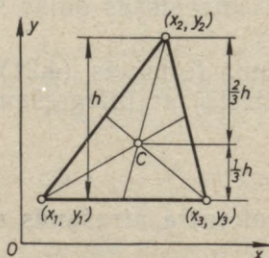
$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad y_c = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} R \approx 0,9003 R.$$

4.1.11.4. Parastāko homogēno laukumu smagumcentrs

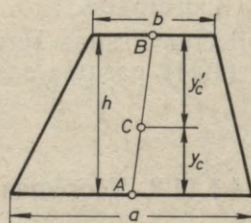
1) *Trijstūra laukuma smagumcentrs* (4.12. zīm.) atrodas mediānu krustpunktā $\frac{1}{3} h$ attālumā no trijstūra pamata (h — trijstūra augstums).

Ja trijstūra laukuma virsotņu koordinātes Oxy asu sistēmā ir $x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3$, tad smagumcentra C koordinātes ir:

$$x_c = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3); \quad y_c = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3). \quad (4.26)$$



4.12. zīm. Trijstūra laukuma smagumcentrs

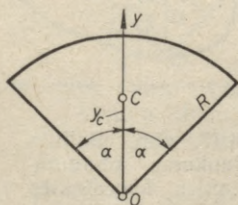


4.13. zīm. Trapeces laukuma smagumcentrs

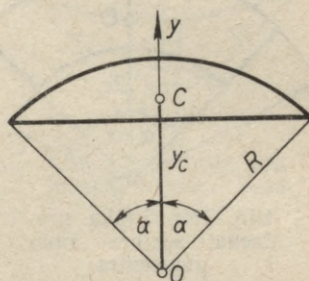
2) Paralelograma (taisnstūra) laukuma smagumcentrs atrodas diagonāļu krustpunktā.

3) Trapeces laukuma smagumcentrs (4.13. zīm.) atrodas uz taisnes, kas savieno paralēlo malu viduspunktus A un B attālumā y_c un y'_c no šīm malām:

$$y_c = \frac{h}{3} \frac{a+2b}{a+b}; \quad y'_c = \frac{h}{3} \frac{2a+b}{a+b}. \quad (4.27)$$



4.14. zīm. Riņķa sektora laukuma smagumcentrs



4.15. zīm. Riņķa segmenta laukuma smagumcentrs

4) Riņķa sektors (4.14. zīm.)

$$y_c = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad (4.28)$$

kur R — sektora rādiuss, α — centra leņķa puse radiānos.

5) Pusriņķis

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad y_c = \frac{4R}{3\pi} \approx 0,4244 R.$$

6) Ceturtdaļriņķis

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \quad y_c = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} R \approx 0,6002 R.$$

7) Riņķa segments (4.15. zīm.)

$$y_c = \frac{4}{3} \frac{R \sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}. \quad (4.29)$$

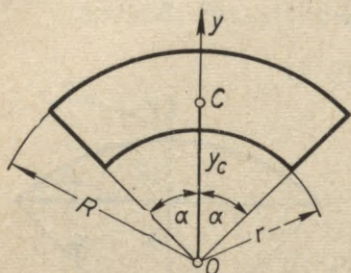
8) Riņķa gredzena sektors (4.16. zīm.)

$$y_c = \frac{2}{3} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \frac{\sin \alpha}{\alpha}. \quad (4.30)$$

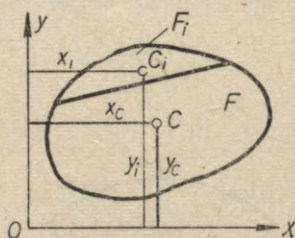
9) *Salikta laukuma smagumcentrs* (4.17. zīm.)

Salikto laukumu F sadalām atsevišķos laukumos F_i , kuru smagumcentru koordinātes x_i, y_i brīvi pieņemtā asu sistēmā Oxy ir zināmas; tad saliktā laukuma smagumcentra koordinātes x_c, y_c aprēķina ar vispārīgām formulām

$$F x_c = \Sigma F_i x_i; \quad F y_c = \Sigma F_i y_i. \quad (4.31)$$



4.16. zīm. Riņķa gredzena sektora smagumcentrs



4.17. zīm. Salikta laukuma smagumcentra koordinātes

Dažos gadījumos salikto laukumu dabūjam kā divu vai vairāku laukumu starpību, tad formulā (4.31) atskaitāmie laukumi jāieraksta ar mīnusa zīmi.

4.1.11.5. Parastāko homogēno ķermeņu smagumcentrs

1) *Prizmas un cilindra smagumcentrs* ir viduspunkts taisnei, kas savieno prizmas (cilindra) pamatu laukumu smagumcentrus.

2) *Piramīdas un konusa smagumcentrs* atrodas uz taisnes, kas savieno piramīdas (konusa) virsotni ar pamata laukuma smagumcentru, šīs taisnes garuma ceturtais daļas attālumā no pamata, skaitot taisnes virzienā, vai arī ceturtais daļas augstuma attālumā no pamata.

3) *Nošķeltas piramīdas un nošķelta konusa smagumcentrs* atrodas uz taisnes, kas savieno piramīdas (konusa) pamatu laukumu smagumcentrus attālumā y_c no lielākā pamata.

$$y_c = \frac{h}{4} \frac{F + 2\sqrt{fF} + 3f}{F + \sqrt{fF} + f}, \quad (4.32)$$

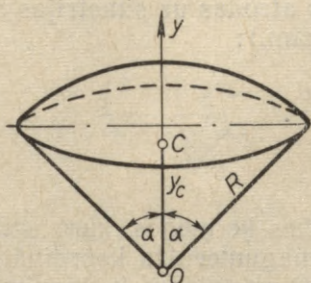
kur h — nošķeltas piramīdas (konusa) augstums; F, f — nošķeltas piramīdas (konusa) pamatu laukumi ($F > f$).

4) *Lodes sektora smagumcentrs* atrodas uz simetrijas ass Oy attālumā y_c no lodes centra O (4.18. zīm.):

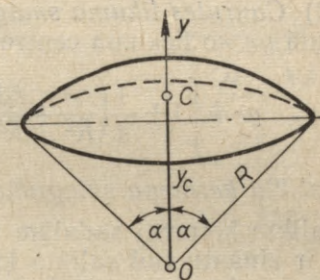
$$y_c = \frac{3}{8} R (1 + \cos \alpha). \quad (4.33)$$

5) *Lodes segmenta smagumcentrs* C atrodas uz simetrijas ass Oy attālumā y_C no lodes centra O (4.19. zīm.):

$$y_C = \frac{3}{4} R \frac{(1 + \cos \alpha)^2}{2 + \cos \alpha} \quad (4.34)$$



4.18. zīm. Lodes sektora tilpuma smagumcentrs



4.19. zīm. Lodes segmenta tilpuma smagumcentrs

6) *Puslodes smagumcentrs*

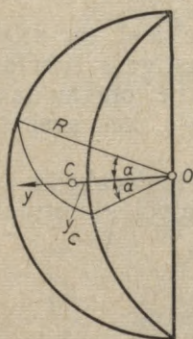
$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad y_C = \frac{3}{8} R. \quad (4.35)$$

7) *Lodes divplakņa smagumcentrs* C atrodas uz simetrijas ass Oy attālumā y_C no lodes centra O (4.20. zīm.):

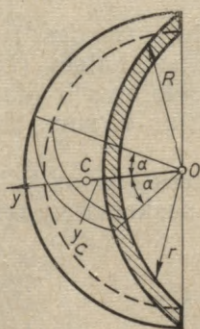
$$y_C = \frac{3}{16} \pi R \frac{\sin \alpha}{\alpha}. \quad (4.36)$$

8) *Lodes divplakņa virsmas (čaulas) smagumcentrs* C atrodas uz simetrijas ass Oy attālumā y_C no lodes centra O (4.21. zīm.):

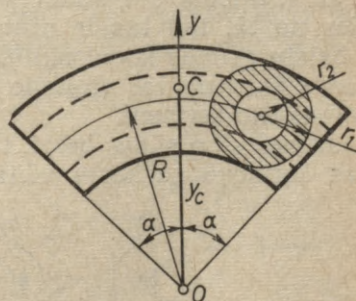
$$y_C = \frac{3}{16} \pi \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3} \frac{\sin \alpha}{\alpha}. \quad (4.37)$$



4.20. zīm. Lodes divplakņa tilpuma smagumcentrs



4.21. zīm. Lodes divplakņa čaulas smagumcentrs



4.22. zīm. Caurules likuma smagumcentrs

9) Puslodes virsmas (čaulas) smagumcentrs

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad y_c = \frac{3}{8} \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3} \quad (4.38)$$

10) Caurules līkuma smagumcentrs atrodas uz simetrijas ass Oy attālumā y_c no liekuma centra O (4.22 zīm.):

$$y_c = \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{r_1^2}{R^2} + \frac{r_2^2}{R^2} \right) \right] R \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad (4.39)$$

Salikta ķermeņa smagumcentrs

Salikto ķermeni sadalām vienkāršākos ķermeņos, kuru smagumcentri ir zināmi; tad salikta ķermeņa smagumcentra koordinātes aprēķinām ar formulu (4.21) vai (4.22) (homogēnam ķermenim).

Ja saliktā ķermeņa svaru (tilpumu) dabū kā divu vai vairāku ķermeņu svaru (tilpumu) starpību, tad atskaitāmo ķermeņu smagumpēkus vai tilpumus formulās (4.21) un (4.22) ieraksta ar mīnusa zīmi.

4.1.12. BALSTI UN TO REAKCIJAS

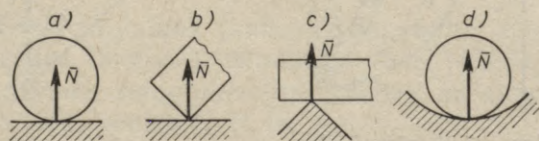
4.1.12.1. Balstu veidi

Ķermeņus, kuri pieskaras aplūkojamam ķermenim un kuru dēļ aplūkojamais ķermenis atrodas mierā vai kustas ierobežoti, sauc par aplūkojamā ķermeņa balstiem. Šaurākā nozīmē par balstu sauc nevis visu ķermeni, bet gan tikai atbalstķermeņa saskarvietu ar aplūkojamo ķermeni. Spēkus, ar kuriem balsti darbojas uz atbalstītu ķermeni, sauc par balstu reakcijām. Atkarībā no balstu konstruktīvā izveidojuma balstus var iedalīt trijās grupās.

Pirmās grupas balsti

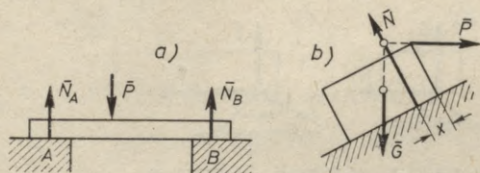
Ja ķermenis var slīdēt pa balstu, griezties (velties) un attālināties no tā, tad tas ir pirmās grupas balsts (kustīgais šarnīrs). Šis balstu grupas konstruktīvais izveidojums ir plakne, plakņu krustotāšanās šķautne vai virsotne un liektas virsmas daļa, kas saskaras ar atbalstīto ķermeni.

Ja neievēro slīdes berzi, tad pirmās grupas balstos reakcija darbojas ķermeņu saskares vietā abu saskarvirsmu kopējās normāles

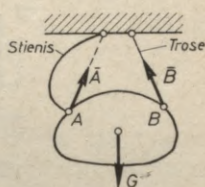


4.23. zīm. Pirmās grupas balstu veidi (kustīgie šarnīri)

virzienā uz atbalstītā ķermeņa pusi (4.23. zīm. *a, b, c, d*) un reakcijai ir viens nezināmais lielums (skaitliskā vērtība). Ja ķermeņi saskaras pa lielāku virsmu, tad balsta reakcija ir izkliedēts spēks, ko aprēķinos parasti aizstāj ar koncentrētu spēku (kopreakciju).



4.24. zīm. Pirmās grupas balstu veidi (kustīgie šarnīri)



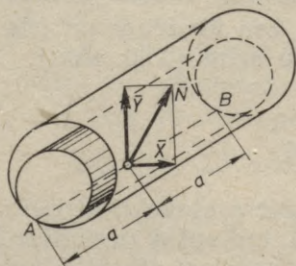
4.25. zīm. Lokanas saites un stieņu balsti

Vienmērīgi izkliedēta spēka gadījumā kopreakcija iedarbojas saskarvirsmu smagumcentrā (4.24. zīm. *a*), bet nevienmērīgi izkliedētam spēkam kopreakcijas iedarbošanās vieta iepriekš nav zināma (4.24. zīm. *b*, attālums x).

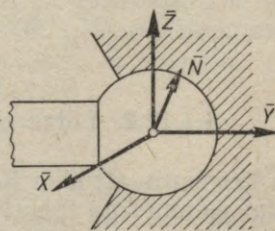
Ja ķermenis piekārts trosē, virvē, stieplē vai taisnā stienī, kura galos ir šarnīri un kuram nekādi citi spēki nav pielikti, tad reakcija darbojas minēto ķermeņu ass virzienā. Stienim ar lauztu asi vai likam stienim reakcija darbojas taisnes virzienā, kas savieno stieņa galus (4.25. zīm.).

Otrās grupas balsti

Ja ķermenis var tikai griezties ap balstu, tad tas ir otrās grupas balsts. Šādus balstus konstruktīvi izveido kā divu ķermeņu cilindriskas vai sfēriskas virsmas, kas brīvi izvietotas viena otrā; tos sauc par *cilindriskiem vai sfēriskiem šarnīriem*. Ja neievēro berzi, tad cilindriskā šarnīra (4.26. zīm.) reakcija perpendikulāra cilindru virsmām saskares vietā un vērsta caur cilindra asi. Tā kā saskares vieta var būt jebkura cilindra veidotāja AB , tad *cilindriskā šarnīra reakcijai ir divi nezināmi lielumi* — skaitliskā vērtība un virziens. Reakciju parasti sadala divās komponentēs \bar{X} un \bar{Y} (vai \bar{H} un \bar{V}).

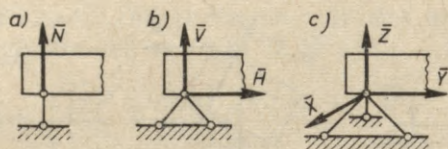


4.26. zīm. Cilindriskā šarnīra balsts



4.27. zīm. Sfēriskā šarnīra balsts

Sfēriska šarnīra reakcija perpendikulāra virsmām saskares vietā un vērsta caur sfēras centru. Tā kā saskares vieta iepriekš nav zināma, tad *sfēriska šarnīra reakcijai ir trīs nezināmi lielumi* — skaitliskā vērtība un divi leņķi (triju asu sistēmā). Parasti reakciju sa-

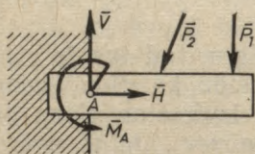


4.28. zīm. Balstu shematiskie apzīmējumi

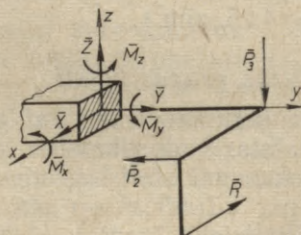
dala trijās komponentēs \bar{X} , \bar{Y} un \bar{Z} koordināšu asu virzienos (4.27. zīm.). Kustīgā, cilindriskā un sfēriskā šarnīra shematiskie apzīmējumi parādīti 4.28. zīmējumā *a*, *b* un *c*.

Trešās grupas balsts

Ja ķermenis otram piestiprināts nekustīgi, t. i., nevar ne griezties, ne arī slīdēt, tad otrais ķermenis ir trešās grupas balsts (*iespīlējuma balsts*). Ja uz ķermeni darbojas plaknes spēku sistēma, tad izkliedētos spēkus, kas darbojas iespīlējuma balstā, var aizstāt ar *trim komponentēm*: horizontālo \bar{H} , vertikālo \bar{V} un spēkpāra momentu



4.29. zīm. Plaknes iespīlējuma balsts



4.30. zīm. Telpas iespīlējuma balsts

M_A (iespīlējuma momentu) (4.29. zīm.). Telpas spēku sistēmas gadījumā iespīlējuma balsta reakcijai ir *seši nezināmi lielumi*: trīs reakciju komponentes \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} koordināšu asu virzienos un trīs spēkpāru momenti M_x , M_y , M_z pret koordināšu asīm (4.30. zīm.).

4.1.12.2. Līdzsvara vienādojumi

Ja ķermenis atrodas līdzsvarā, t. i., miera stāvoklī attiecībā pret Zemi vai vienmērīgā taisnvirziena kustībā, tad spēki (ieskaitot balstu reakcijas) līdzsvarojas un viena ķermeņa spēkiem atkarībā no spēku sistēmas veida varam uzrakstīt turpmāk minēto līdzsvara vienādojumu veidu un skaitu.

Sakrītošu spēku sistēma

Sakrītošu spēku sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni, ir *viens līdzsvara vienādojums*: spēku projekciju summa uz asi, kas paralēla spēku darbības taisnei, ir vienāda ar nulli, t. i.,

$$\Sigma X_i = 0. \quad (4.40)$$

Plaknes saejošu spēku sistēma

Plaknes saejošu spēku sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni, ir *divi līdzsvara vienādojumi*: spēku projekciju summas uz divām savstarpēji perpendikulārām asīm ir vienādas ar nulli:

$$\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma Y_i = 0. \quad (4.41)$$

Spēku projekcijas aprēķina ar formulām (4.5).

Plaknes paralēlu spēku sistēma

Plaknes paralēlu spēku sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni, ir *divi līdzsvara vienādojumi*, ko var uzrakstīt divos veidos.

a) Spēku projekciju summa uz asi, kas paralēla spēku darbības taisnēm, un spēku momentu summa pret brīvi pieņemtu punktu spēku darbības plaknē ir vienāda ar nulli:

$$\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma M_{iA} = 0. \quad (4.42)$$

b) Spēku momentu summas pret diviem punktiem spēku darbības plaknē ir vienādas ar nulli (punkti neatrodas uz taisnes, kas paralēla spēku darbības taisnēm):

$$\Sigma M_{iA} = 0, \quad \Sigma M_{iB} = 0. \quad (4.43)$$

Spēku momentus pret punktiem aprēķina ar formulu (4.1).

Plaknē izkaisītu spēku sistēma

Ja spēki līdzsvarojas, tad plaknē izkaisītai spēku sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni, ir *trīs līdzsvara vienādojumi*, ko var uzrakstīt trijos veidos.

a) Spēku projekciju algebriskas summas uz divām asīm un spēku momentu algebriska summa pret punktu ir vienāda ar nulli (punkts un asis atrodas spēku darbības plaknē):

$$\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma Y_i = 0, \quad \Sigma M_{iA} = 0. \quad (4.44)$$

b) Spēku momentu summas pret diviem punktiem spēku darbības plaknē un spēku projekciju summa uz asi, kas nav perpendikulāra minēto punktu savienotājai taisnei, ir vienāda ar nulli:

$$\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma M_{iA} = 0, \quad \Sigma M_{iB} = 0. \quad (4.45)$$

c) Spēku momentu summas pret trim punktiem, kas atrodas spēku darbības plaknē, bet neatrodas uz vienas taisnes, ir vienādas ar nulli:

$$\Sigma M_{iA}=0, \quad \Sigma M_{iB}=0, \quad \Sigma M_{iC}=0. \quad (4.46)$$

Spēkpāri vienā plaknē un ķermeņa paralēlās plaknēs

Siem spēkpāriem ir viens līdzsvara vienādojums: spēkpāru momentu algebriska summa ir vienāda ar nulli:

$$\Sigma M_i = \Sigma \pm P_i a_i = 0. \quad (4.47)$$

Telpas saejošu spēku sistēma

Telpas saejošu spēku sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni un līdzsvarojas, ir trīs līdzsvara vienādojumi: spēku projekciju summas uz trim savstarpēji perpendikulārām asīm ir vienādas ar nulli, t. i.,

$$\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma Y_i = 0, \quad \Sigma Z_i = 0. \quad (4.48)$$

Telpas spēku projekcijas aprēķina ar formulām (4.12).

Telpas paralēlu spēku sistēma

Telpas paralēlu spēku sistēmai, kas darbojas uz vienu ķermeni un līdzsvarojas, ir trīs līdzsvara vienādojumi: spēku projekciju summa uz asi, kas paralēla spēku darbības taisnēm, un momentu summas pret pārējām divām koordināšu asīm ir vienādas ar nulli. Ja spēki paralēli Oz asij, tad dabūjam šādus līdzsvara vienādojumus:

$$\Sigma Z_i = 0, \quad \Sigma M_{ix} = 0, \quad \Sigma M_{iy} = 0. \quad (4.49)$$

Telpas izkaisītu spēku sistēma

Telpas izkaisītu spēku sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni un līdzsvarojas, ir seši līdzsvara vienādojumi: spēku projekciju summas uz trim koordināšu asīm un momentu summas pret šīm asīm ir vienādas ar nulli, t. i.,

$$\begin{aligned} \Sigma X_i = 0, \quad \Sigma Y_i = 0, \quad \Sigma Z_i = 0, \\ \Sigma M_{ix} = 0, \quad \Sigma M_{iy} = 0, \quad \Sigma M_{iz} = 0. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Telpas spēkpāru sistēma (spēkpāri neatrodas vienā plaknē).

Telpas spēkpāru sistēmai, kas iedarbojas uz vienu ķermeni un līdzsvarojas, ir trīs līdzsvara vienādojumi: spēkpāru momentu vektoru projekciju (vai arī spēkpāru spēku momentu) algebriskas summas uz (pret) trim koordināšu asīm ir vienādas ar nulli:

$$\Sigma M_{ix} = 0, \quad \Sigma M_{iy} = 0, \quad \Sigma M_{iz} = 0. \quad (4.51)$$

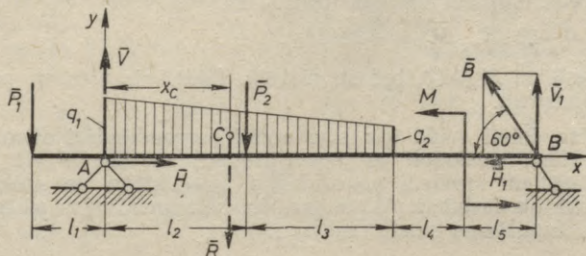
Līdzsvara vienādojumi ķermeņu sistēmai

Divu vai vairāku ķermeņu grupu (kopu) sauc par ķermeņu sistēmu. Ja ķermeņu sistēma atrodas līdzsvarā, tad arī sistēmas katrs ķermenis ir līdzsvarā un katra ķermeņa spēkiem (ieskaitot balstu reakcijas) atkarībā no spēku sistēmas veida var uzrakstīt iepriekš minētos līdzsvara vienādojumus. No sacītā izriet, ka n ķermeņu sistēmai kopīgais līdzsvara vienādojumu skaits ir n reizes lielāks par atsevišķu ķermeņu līdzsvara vienādojumu skaitu. Tā, piemēram, piecu ķermeņu sistēmai, ja uz katru ķermeni iedarbojas telpas izkaisītu spēku sistēma, var uzrakstīt trīsdesmit līdzsvara vienādojumus.

4.1.12.3. Balstu reakciju aprēķināšanas piemēri

Nosakām balstu veidu un aprēķina shēmā iezīmējam reakcijas un aktīvos spēkus, kas darbojas uz aplūkojamo ķermeni. Ja spēki līdzsvarojas, tad, uzrakstot līdzsvara vienādojumus, reakcijas tajos ir nezināmi lielumi. Atrisinot līdzsvara vienādojumu sistēmu, iegūstam reakciju skaitliskās vērtības. Ja kāda aprēķinātā reakcija ir negatīva, tad (pareiza atrisinājuma gadījumā) tas norāda, ka tā aprēķina shēmā darbojas pretēji sākumā pieņemtajam virzienam.

4.2. piemērs. Uz siju (4.31. zīm.) darbojas koncentrēti spēki $P_1=20$ kN, $P_2=30$ kN, lineāri mainīgs izkliedēts spēks, kura vērtības sijas posma galos $q_1=20$ kN/m, $q_2=10$ kN/m, un koncentrēta spēkpāra moments $M=20$ kNm. Posmu garumi $l_1=l_4=l_5=1$ m, $l_2=l_3=2$ m. Aprēķināt reakcijas.



4.31. zīm. Balsta reakciju aprēķināšana

Atrisinājums. Balsts A ir cilindriskais šarnīrs, reakcijai divas komponentes \bar{H} un \bar{V} ; balsts B — kustīgais šarnīrs (stienītis), un reakcija \bar{B} vērsta stieniša ass virzienā. Reakcijas \bar{B} komponentes $H_1 = B \cos 60^\circ = \frac{1}{2} B$, $V_1 = B \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} B$. Izkliedētu spēku aizstājam ar koncentrētu spēku \bar{R} , kura skaitliskā vērtība vienāda ar izkliedētā spēka diagrammas (trapeces) laukumu un darbības taisne iet caur šī laukuma smagumcentru C. No sacītā izriet, ka

$$R = \frac{1}{2} (q_1 + q_2) (l_2 + l_3) = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 4 = 60 \text{ kN},$$

$$x_c = \frac{l_2 + l_3}{3} \cdot \frac{q_1 + 2q_2}{q_1 + q_2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{40}{30} = \frac{16}{9} = 1,778 \text{ m}.$$

Uz siju darbojas izkaisītu spēku sistēma, tādēļ varam uzrakstīt trīs līdzsvara vienādojumus:

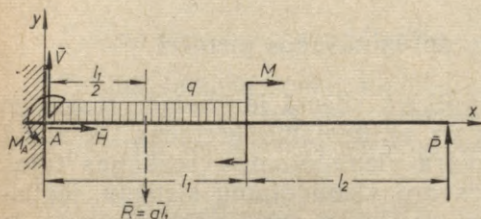
$$\sum X_i = 0, \quad H - H_1 = 0,$$

$$\sum M_{iA} = 0, \quad P_1 l_1 - R x_C - P_2 l_2 + M + V_1 (l_2 + l_3 + l_4 + l_5) = 0,$$

$$\sum M_{iB} = 0, \quad P_1 (l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5) - V (l_2 + l_3 + l_4 + l_5) + R (l_2 + l_3 + l_4 + l_5 - x_C) + P_2 (l_3 + l_4 + l_5) + M = 0.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, iegūstam:

$$H = H_1 = 12,19 \text{ kN}, \quad V = 88,89 \text{ kN}, \quad V_1 = 21,11 \text{ kN}, \\ B = 24,38 \text{ kN}.$$



4.32. zīm. Plaknes iespīlējuma balsta reakciju aprēķināšana

$$\sum M_{iA} = 0, \quad M_A - q l_1 \frac{l_1}{2} - M + P (l_1 + l_2) = 0.$$

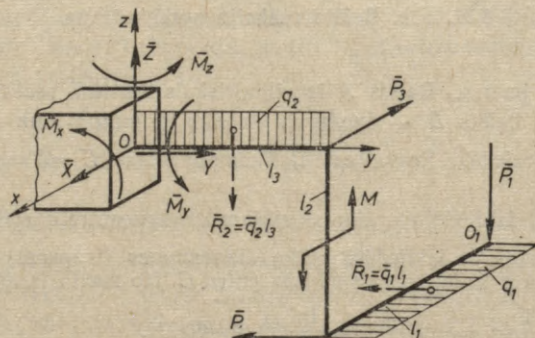
Atrisinot vienādojumu sistēmu, dabūjam:

$$V = -10 \text{ kN}, \quad M_A = -40 \text{ kNm}.$$

Tā kā $V < 0$ un $M_A < 0$, tad šo reakciju faktiskais virziens pretējs zīmējumā parādītajam virzienam.

4.4. piemērs. Rāmi veido trīs savstarpēji perpendikulāri stieņi $l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ m}$ (4.33. zīm.). Stieņi noslogoti ar koncentrētiem spēkiem $P_1 = 2 \text{ kN}$, $P = 3 \text{ kN}$, $P_3 = 4 \text{ kN}$, izkliedētiem spēkiem $q_1 = 0,5 \text{ kN/m}$, $q_2 = 1 \text{ kN/m}$ un spēkpāri, kura moments $M = 4 \text{ kNm}$ un darbības plakne paralēla xOz koordināšu plaknei.

Aprēķināt iespīlējuma balsta reakcijas.



4.33. zīm. Telpas iespīlējuma balsta reakciju aprēķināšana

Atrisinājums. Uz rāmi darbojas telpas izkaisītu spēku sistēma, tādēļ iespilējuma balstā reakcijai seši nezināmie lielumi: reakcijas komponentes \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} koordināšu asu virzienos un spēkpāru momenti M_x , M_y , M_z pret koordināšu asīm.

Līdzsvara vienādojumi:

$$\sum X_i = 0, \quad X - P_3 = 0; \quad \sum Y_i = 0, \quad Y - P - q_1 l_1 = 0;$$

$$\sum Z_i = 0, \quad Z - P_1 - q_2 l_3 = 0;$$

$$\sum M_{ix} = 0, \quad M_x - P_1 l_3 - q_1 l_1 l_2 - P l_2 - q_2 l_3 \frac{l_3}{2} = 0;$$

$$\sum M_{iy} = 0, \quad M_y + M - P_1 l_1 = 0;$$

$$\sum M_{iz} = 0, \quad M_z + P_3 l_3 + q_1 l_1 \frac{l_1}{2} = 0.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, dabūjam balsta reakcijas:

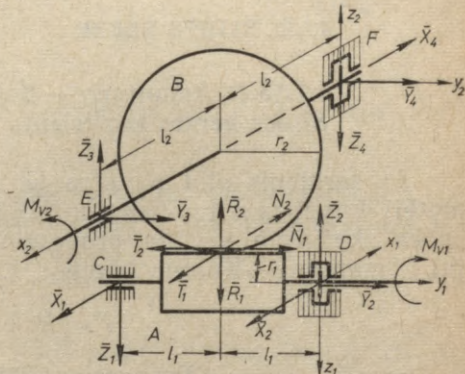
$$X = P_3 = 4 \text{ kN}, \quad Y = 3,5 \text{ kN}, \quad Z = 3 \text{ kN},$$

$$M_x = 6 \text{ kNm}, \quad M_y = -2 \text{ kNm}, \quad M_z = -4,25 \text{ kNm}.$$

4.5. piemērs. Gliemeža A un gliemežrata B (4.34. zīm.) saskarvietā uz gliemezi darbojas trīs savstarpēji perpendikulāri spēki: radiālais \bar{R}_1 , tangenciālais \bar{T}_1 un aksiālais \bar{N}_1 , bet uz gliemežratu — $R_2 = R_1$, $T_2 = N_1$, $N_2 = T_1$. Vārpstas CD un EF telpā veido taisnu leņķi, un uz tām darbojas vērpes momenti M_{v1} , M_{v2} .

Aprēķināt gultņu C , D , E un F reakcijas.

Atrisinājums. Uz gliemezi A darbojas telpas izkaisītu spēku sistēma \bar{R}_1 , \bar{T}_1 , \bar{N}_1 , \bar{X}_1 , \bar{X}_2 , \bar{Y}_2 , \bar{Z}_1 un \bar{Z}_2 . Uzrakstot līdzsvara vienādojumus $Dx_1 y_1 z_1$ asu sistēmā, varam aprēķināt gultņu C un D reakcijas.



4.34. zīm. Gliemežpārvalda vārpstu reakciju aprēķināšana

$$\sum X_i = 0, \quad -X_1 - X_2 - T_1 = 0;$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_1 + Y_2 = 0; \quad \sum Z_i = 0, \quad Z_1 - Z_2 + R_1 = 0;$$

$$\sum M_{ix_1} = 0, \quad -Z_1 \cdot 2l_1 - R_1 l_1 + N_1 r_1 = 0; \quad \sum M_{iy_1} = 0, \quad T_1 r_1 - M_{v1} = 0;$$

$$M_{v1} = T_1 r_1.$$

$$\sum M_{iz_1} = 0, \quad -X_1 \cdot 2l_1 - T_1 l_1 = 0.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, dabūjam gliemeža gultņu reakcijas:

$$X_1 = -0,5T_1, \quad Z_1 = \frac{r_1}{2l_1} N_1 - \frac{1}{2} R_1;$$

$$X_2 = -0,5T_1; \quad Y_2 = -N_1, \quad Z_2 = \frac{r_1}{2l_1} N_1 + \frac{1}{2} R_1.$$

No līdzsvara vienādojumiem $Fx_2y_2z_2$ asu sistēmā gliemežratam B dabūjam gultņu E un F reakcijas:

$$\Sigma X_i = 0, \quad -X_4 - N_2 = 0; \quad \Sigma Y_i = 0, \quad Y_3 + Y_4 - T_2 = 0;$$

$$\Sigma Z_i = 0, \quad Z_3 - Z_4 + R_2 = 0;$$

$$\Sigma M_{ix_2} = 0, \quad M_{v_2} - T_2 r_2 = 0, \quad M_{v_2} = T_2 r_2;$$

$$\Sigma M_{iy_2} = 0, \quad -Z_3 \cdot 2l_2 - R_2 l_2 + N_2 r_2 = 0;$$

$$\Sigma M_{iz_2} = 0, \quad Y_3 \cdot 2l_2 - T_2 l_2 = 0.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, dabūjam gliemežrata gultņu reakcijas:

$$Y_3 = 0,5T_2, \quad Z_3 = \frac{r_2}{2l_2} N_2 - \frac{1}{2} R_2;$$

$$X_4 = -N_2, \quad Y_4 = 0,5T_2, \quad Z_4 = \frac{r_2}{2l_2} N_2 + \frac{1}{2} R_2.$$

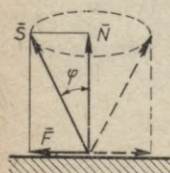
4.1.13. SLĪDES BERZE

4.1.13.1. Amantona — Kulona likums.

Slīdes berzes koeficients

Ja ķermenis slīd pa otra ķermeņa virsmu, tad saskares vietā pretēji kustības virzienam darbojas *slīdes berzes spēks* F . Berzes spēka skaitliskā vērtība proporcionāla saskarvirsmu normālreakcijai (Amantona—Kulona likums), t. i.,

$$F = fN. \quad (4.52)$$



4.35. zīm. Slīdes berzes konuss

Proportionalitātes koeficientu f sauc par *slīdes berzes koeficientu*, ko nosaka eksperimentāli un kas atkarīgs galvenokārt no materiāla, virsmas gluđuma, eļļojuma un slīdēšanas ātruma. Ja ātrums ir vienāds ar nulli, tad berzes koeficients ir vislielākais.

Saskaitot berzes spēku \bar{F} ar normālreakciju \bar{N} , iegūstam kopreakciju \bar{S} (4.35. zīm.). Pārbīdot ķermeni pa otra ķermeņa virsmu dažādos virzienos, berzes spēks \bar{F} maina virzienu (pretēji kustības virzienam) un kopreakcija veido konusa virsmu (*slīdes berzes konusu*). Normālreakcijas \bar{N} un kopreakcijas \bar{S} vektori veido leņķi φ (*slīdes berzes leņķi*). Berzes leņķa tangenss vienāds ar slīdes berzes koeficientu:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F}{N} = f. \quad (4.53)$$

4.1.13.2. Balstu reakcijas ar slīdes berzi

Ja ķermenis slīd pa balsta virsmu, tad ķermeņu saskarvietās iezīmējam normālreakcijas un pretēji kustības virzienam slīdes berzes spēkus. Vienmērīgas kustības gadījumā spēki līdzsvarojas. Uzrakstot bez līdzsvara vienādojumiem katram balstam vēl Amantona—Kulona likuma matemātisko sakarību (4.52), iegūstam vienādojumu sistēmu balstu reakciju aprēķināšanai.

4.6. piemērs. Aprēķināt spēku \bar{P} , kas vajadzīgs ķermeņa pārvietošanai pa slīpu plakni uz augšu (4.36. zīm.).

Atrisinājums. Līdzsvara vienādojumi un Amantona—Kulona likums dod:

$$\Sigma X_i = 0, \quad -F + P \cos \beta - G \sin \alpha = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0, \quad N + P \sin \beta - G \cos \alpha = 0.$$

$$F = fN = N \operatorname{tg} \varphi.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, dabūjam:

$$P = \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)} G, \quad (I)$$

kur φ — berzes leņķis (4.53).

Mazāko spēka \bar{P} vērtību dabūjam, ja $\cos(\beta - \varphi) = 1$, t. i., $\beta = \varphi$; tad

$$P = G \sin(\alpha + \varphi).$$

Nolaižot ķermeni pa slīpo plakni uz leju, berzes spēks \bar{F} darbojas pretējā virzienā, un nolaišanas spēku \bar{P} dabūjam, ierakstot formulā (I) berzes leņķi φ ar pretēju zīmi.

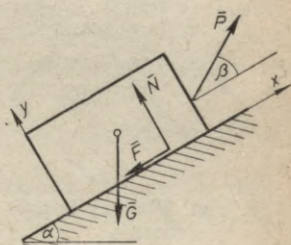
Ķermenis pats slīdēs uz leju, ja

$$\alpha > \varphi.$$

Ja spēks \bar{P} darbojas horizontālā virzienā ($\beta = -\alpha$), tad formula (I) dod:

$$P = G \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos[-(\alpha + \varphi)]} = G \operatorname{tg}(\alpha + \varphi).$$

Sādu sakarību lieto ķīļu un skrūvju aprēķinos.



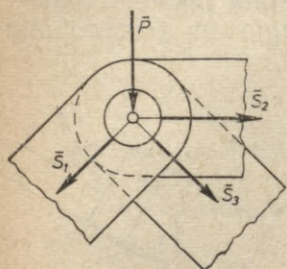
4.36. zīm. Slīpas plaknes berze

4.1.14. PLAKNES KOPNES (FERMAS)

4.1.14.1. Vispārīgi jēdzieni

Ķermeņu sistēmu, kas sastāv no taisniem savstarpēji nekustīgi savienotiem stieņiem, kuri nav noslogoti un kuru gali atbalstīti šarnīros, sauc par kopni (fermu), bet stieņu galu savienošanas vietas — par mezgliem. Kopnes noslogo tikai mezglos, kurus pieņem kā cilindriskus ķermeņus, kas ievietoti stieņos izurbtos caurumos (4.37. zīm.). Ja stieņu asis atrodas vienā plaknē, tad tās ir plaknes kopnes, ja neatrodas vienā plaknē, tad — telpas kopnes. Spēkus, ar kuriem stieņi darbojas uz mezgla cilindrisko ķermeni, sauc par stieņu

spēkiem. Ja stieņi starp galiem nav noslogoti (pašsvaru neievērojot), tad stieņi tiek stiepti vai spiesti; stieņu spēki darbojas stieņu asu virzienos, abos stieņu galos tie ir vienādi un pretēji vērsti. Starp galiem noslogotu stieņu spēki nedarbojas stieņu asu virzienos, abos galos tie nav vienādi, un stieņi tiek stiepti (spiesti) un liekti.



4.37. zīm. Plaknes kopnes mezgls

Kāda brīvi izvēlēta stieņa i spēkus tā galos apzīmēsim ar \bar{S}_i un \bar{S}'_i . Ja stienis starp galiem nav noslogots, tad $S_i = S'_i$. Aprēķina shēmā stiepes spēku šautriņas iezīmē virzienā no mezgla uz stieņa vidu. Stieņu spēki iedarbojas uz mezglu cilindriskajiem ķermeņiem (šarnīriem) un veido kopā ar mezglu noslogojumu saejošas spēku sistēmas, kas līdzsvarojas. Plaknes saejošu spēku gadījumā katram mezglam varam uzrakstīt divus līdzsvara vienādojumus: spēku projekciju summas uz koordinātu asīm ir vienādas ar nulli. Ja kopīgais līdzsvara vienādojumu

skaits vienāds ar stieņu nezināmo spēku skaitu, tad stieņu spēkus varam aprēķināt un tāda kopne ir statiski noteicama.

Ja stieņu spēku skaits ir lielāks par līdzsvara vienādojumu skaitu, tad spēku aprēķināšanai vēl jāuzraksta papildvienādojumi, kurus var iegūt, ievērojot stieņu pagarinājumus (saīsinājumus). Tādas kopnes sauc par statiski nenoteicamām, un to aprēķināšanu aplūko deformējamu ķermeņu mehānika.

Ja stieņu spēku skaits mazāks par līdzsvara vienādojumu skaitu, tad stieņi veido kustīgu kopni (mehānismu).

Minētajiem trim gadījumiem varam uzrakstīt šādus nosacījumus: *statiski noteicama kopne*

$$s = 2m - 3;$$

statiski nenoteicama kopne

$$s > 2m - 3;$$

kustīga kopne (mehānisms)

$$s < 2m - 3,$$

kur s — kopnes stieņu skaits; m — mezglu skaits.

Reālās kopnēs atsevišķo stieņu gali nekustīgi pievienoti (piekniedēti, piemetināti) kopējai mezgla plāksnei. Ciešā savienojuma dēļ stieņu galos rodas arī lieces momenti un stieņu spēki nedarbojas stieņu ass virzienā. Ja kopne noslogota tikai mezglos, tad lieces momentus un spēku novirzi no ass virziena var neievērot un kopņu aprēķinu izdarīt tāpat kā šarnīra mezgliem.

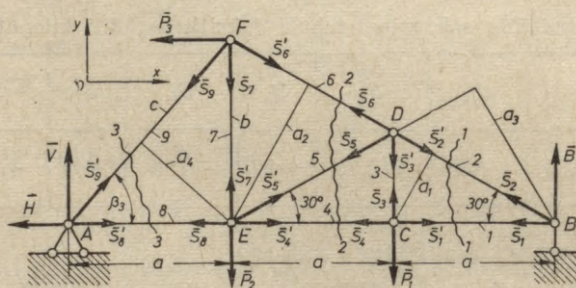
4.1.14.2. Analītiskās metodes kopnes stieņu spēku aprēķināšanai

Mezglu izgriešanas metode

Aprēķinām kopnes balstu reakcijas. Numurējam kopnes stieņus un iezīmējam stieņu spēkus, kuru indeksi vienādi ar attiecīgā stieņa numuru. Katra mezgla spēkiem uzrakstām līdzsvara vienādojumus, kuros nezināmie lielumi ir stieņu spēki. Atrisinot vienādojumu sistēmu, varam aprēķināt stieņu spēkus. Ja aprēķinātie spēki ir pozitīvi, tad tie darbojas iezīmētajos virzienos (no mezgliem uz stieņa vidu) un attiecīgie stieņi ir stiepti, bet negatīvu spēku gadījumā to virziens pretējs iezīmētajam virzienam un stieņi ir spiesti.

4.7. piemērs. Aprēķināt dotai kopnei (4.38. zīm.) balstu reakcijas un stieņu spēkus, ja $P_1 = P_2 = P_3 = 30$ kN.

Atrisinājums. Balsts A ir nekustīgais (cilindriskais) šarnīrs, un reakcijai ir divas komponentes \bar{H} un \bar{V} . Balsts B ir kustīgais šarnīrs un reakcija perpendikulāra balsta virsmai.



4.38. zīm. Plaknes kopnes aprēķins ar mezglu izgriešanas un šķelšanas metodi

Balstu reakcijas

$$\sum X_i = 0, \quad -H - P_3 = 0, \quad H = -P_3 = -30 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{iA} = 0, \quad B \cdot 3a - P_1 \cdot 2a - P_2 \cdot a + P_3 b = 0,$$

$$b = 2a \operatorname{tg} 30^\circ = 1,155a; \quad B = \frac{1}{3} (2P_1 + P_2 - 1,155P_3) = 18,45 \text{ kN.}$$

$$\sum M_{iB} = 0, \quad -3Va + P_1 a + P_2 \cdot 2a + P_3 \cdot b = 0, \quad V = \frac{1}{3} (P_1 + 2P_2 + 1,155P_3) = 41,55 \text{ kN.}$$

Pārbaude: $\sum Y_i = 0,$

$$V + B - P_1 - P_2 = 0, \quad 0 = 0.$$

Stieņu spēki

Rezultāti iegūti, zinot, ka stieņu spēki abos stieņu galos ir skaitliski vienādi, t. i., $S_i = S'_i$.

Mezgls B. $\sum X_i = 0, \quad -S_1 - S_2 \cos 30^\circ = 0, \quad S_1 + 0,866S_2 = 0;$

$$\sum Y_i = 0, \quad S_2 \sin 30^\circ + B = 0, \quad S_2 \cdot 0,5 + 18,45 = 0, \quad S_2 = -36,90 \text{ kN.}$$

No pirmā vienādojuma dabūjam $S_1 = +31,96$ kN.

Mezgli C. $\Sigma X_i = 0$, $S'_1 - S_4 = 0$, $S_4 = +31,96$ kN.

$$\Sigma Y_i = 0, \quad S_3 - P_1 = 0, \quad S_3 = +30 \text{ kN.}$$

Mezgli D. $\Sigma X_i = 0$, $S'_2 \cos 30^\circ - S_6 \cos 30^\circ - S_5 \cos 30^\circ = 0$,

$$S_5 + S_6 + 36,90 = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0, \quad -S'_2 \sin 30^\circ + S_6 \sin 30^\circ - S_5 \sin 30^\circ - S'_3 = 0,$$

$$S_5 - S_6 + 23,10 = 0.$$

No pēdējiem diviem vienādojumiem iegūstam:

$$S_5 = -30 \text{ kN}, \quad S_6 = -6,90 \text{ kN.}$$

Mezgli E. $\Sigma X_i = 0$, $S'_4 + S'_5 \cos 30^\circ - S_8 = 0$, $S_8 = +5,98$ kN.

$$\Sigma Y_i = 0, \quad S'_5 \sin 30^\circ + S'_7 - P_2 = 0, \quad S'_7 = +45 \text{ kN.}$$

Mezgli F. $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}$, $\cos \beta_3 = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{21}}{7} = 0,6547$.

$$\Sigma X_i = 0, \quad -S_9 \cos \beta_3 + S'_6 \cos 30^\circ - P_3 = 0, \quad -0,6547S_9 - 35,98 = 0, \quad S_9 = -54,96 \text{ kN.}$$

Iegūtos rezultātus sakopojam tabulā (skaitļi uzrādīti kiloņūtonos):

S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
+31,96	-36,90	+30	+31,96	-30	-6,90	+45	+5,98	-54,96

Ritera (kopnes šķelšanas) metode

Pēc balstu reakciju aprēķināšanas, stieņu numurēšanas un stieņu spēku iezīmēšanas kopni pāršķēlam divās daļās un uzrakstām līdzsvara vienādojumus kopnes vienas daļas spēkiem (ieskaitot pāršķelto stieņu spēkus). Līdzsvara vienādojumus rakstām momentu momentu veidā pret punktiem, kur krustojas pāršķelto stieņu asis. Ja pāršķelti tikai divi stieņi, tad momentu aprēķināšanas punktus pieņemam uz šo stieņu asīm. Stieņu spēki vērsti no mezgliem uz pāršķelto stieņu vidu un līdzsvara vienādojumos tie ir nezināmi lielumi. Plaknes spēku sistēmai, kas darbojas uz pāršķeltās kopnes vienu daļu, var uzrakstīt trīs līdzsvara vienādojumus, tādēļ pāršķelto stieņu nezināmo spēku skaits nedrīkst pārsniegt trīs. Ja momentu aprēķināšanas punkti pieņemti, kā iepriekš norādīts, tad katrā līdzsvara vienādojumā ir viens nezināmais stieņa spēks un to varam aprēķināt, nerēķinot spēkus pārējos stieņos. Tā ir šīs metodes priekšrocība. Šķēlot kopni vairākas reizes, varam aprēķināt visu stieņu spēkus. Ja šķēlumā ir nezināmi trīs stieņu spēki, tad šo stieņu asis nedrīkst krustoties vienā punktā. Ja divu pāršķelto stieņu asis ir paralēlas, tad momenta līdzsvara vienādojuma vietā projicējam spēkus uz asi, kas perpendikulāra paralēlajiem stieņiem. Arī šai metodē negatīvie stieņa spēki jāsaprot kā spiedes spēki.

Atrisināsim iepriekšējo uzdevumu ar Ritera metodi. Stieņu šķēlumi (4.38. zīm.) apzīmēti ar 1-1; 2-2; 3-3.

Sķēlums 1-1. Labās kopnes daļas līdzsvara vienādojumi:

$$\Sigma M_{iD}=0, \quad Ba - S_1 a \operatorname{tg} 30^\circ = 0, \quad S_1 = B\sqrt{3} = +18,45 \cdot 1,732 = 31,96 \text{ kN.}$$

$$\Sigma M_{iC}=0, \quad Ba + S_2 a_1 = 0, \quad a_1 = a \cos 60^\circ = 0,5a, \quad S_2 = -36,90 \text{ kN.}$$

Sķēlums 2-2. Labās kopnes daļas līdzsvara vienādojumi:

$$\Sigma M_{iD}=0, \quad Ba - S_4 a \operatorname{tg} 30^\circ = 0, \quad S_4 = 31,96 \text{ kN.}$$

$$\Sigma M_{iE}=0, \quad B \cdot 2a - P_1 a + S_6 \cdot a_2 = 0, \quad a_2 = 2a \sin 30^\circ = a,$$

$$S_6 = P_1 - 2B = 30 - 2 \cdot 18,452 = -6,90 \text{ kN.}$$

$$\Sigma M_{iB}=0, \quad P_1 a + S_5 a_3 = 0, \quad a_3 = 2a \sin 30^\circ = a, \quad S_5 = -P_1 = -30 \text{ kN.}$$

Sķēlums 3-3. Kreisās kopnes daļas līdzsvara vienādojumi:

$$\Sigma M_{iF}=0, \quad S'_8 b - Hb - Va = 0, \quad b = 2a \operatorname{tg} 30^\circ = 1,155a,$$

$$S'_8 = H + 0,5\sqrt{3}V = -30 + 0,8660 \cdot 41,55 = +5,98 \text{ kN.}$$

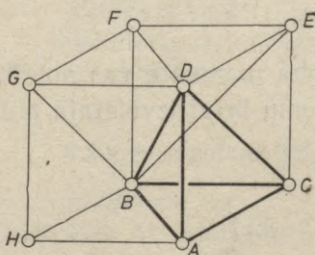
$$\Sigma M_{iE}=0, \quad -Va - S'_9 a_4 = 0, \quad a_4 = a \sin \beta_3 = 0,7559a,$$

$$S'_9 = -\frac{V}{\sin \beta_3} = -\frac{41,55}{0,7559} = -54,96 \text{ kN.}$$

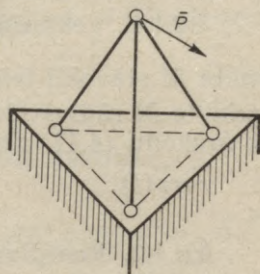
Uzrakstot mezgliem C un E līdzsvara vienādojumu $\Sigma Y_i = 0$, varam aprēķināt stieņa spēkus \bar{S}_3 un \bar{S}_7 .

4.1.15. TELPAS KOPNES

Telpas kopnes veidošanas pamatelements ir tetraedrs $ABCD$ (4.39. zīm.), t. i., telpas sešu stieņu sistēma, kuras mezgli izveidoti kā sfēriski šarnīri. Nākamo kopnes mezglu E pievienojot pamat-



4.39. zīm. Tetraedrs



4.40. zīm. Balsts ar stieņiem, kas piestiprināti ar sfēriskiem šarnīriem

elementam ar trim stieņiem, kuru asis neatrodas vienā plaknē, dabūjam stabilu divu tetraedru kopni. Analogiski turpinot mezglu F , G un H pievienošanu, iegūstam vairāku tetraedru kopni. Ja kopne noslogota tikai mezglos (sfēriskajos šarnīros), tad stieņu spēki darbojas stieņu asu virzienos un mezglos izveidojas telpas saejošu spēku sistēmas.

Stieņu spēku aprēķināšanai uzrakstām katram mezglam trīs līdzsvara vienādojumus (spēku projekciju summas uz trim asīm).

Ja stieņu un mezglu skaits ir attiecīgi s un m , tad telpas kopnēm pastāv šādi nosacījumi:

statiski noteicamas kopnes

$$s = 3m - 6;$$

statiski nenoteicamas kopnes

$$s > 3m - 6;$$

kustīgas kopnes (mehānismi)

$$s < 3m - 6.$$

Dažus telpas kopnes stieņus var aizstāt balsts, kuram pārējie stieņi piestiprināti ar sfēriskiem šarnīriem. Šādi neesoši stieņi 4.40. zīmējumā parādīti ar svītrotām līnijām.

4.2. KINEMĀTIKA

Kinematika ir zinātne, kas aplūko materiālo objektu (materiālo punktu sistēmu, mehānismu) kustību: to trajektoriju, ātrumu un paātrinājumu neatkarīgi no spēkiem, kas darbojas uz objektu. Izšķir absolūto un relatīvo kustību. Absolūtā kustība ir attiecināma uz nekustīgu vidi, relatīvā kustība — uz kustīgu vidi. Mašīnbūvniecībā Zemi uzlūko par nosacīti nekustīgu vidi.

4.2.1. MATERIĀLA PUNKTA KUSTĪBAS KINEMĀTISKIE NOTEIKŠANAS PAŅĒMIENI

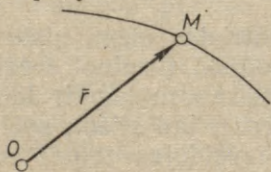
4.2.1.1. Vektoriālais paņēmiens

Punkta M stāvokli telpā jebkurā laika momentā var noteikt, pieņemot punkta M rādiusvektoru \vec{r} ar sākumu brīvi izvēlētajā punktā O kā laika funkciju (4.41. zīm.), t. i.,

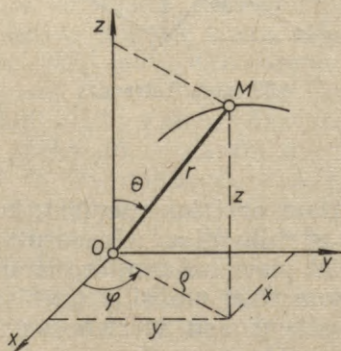
$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (4.54)$$

4.2.1.2. Koordināšu paņēmiens

Punkta M (4.42. zīm.) stāvokli telpā jebkurā laika momentā



4.41. zīm. Vektoriālais paņēmiens kustības noteikšanai



4.42. zīm. Koordināšu paņēmiens kustības noteikšanai

nosaka t. s. *punkta kustības vienādojumi* Dekarta koordināšu sistēmā:

$$x=x(t), y=y(t), z=z(t). \quad (4.55)$$

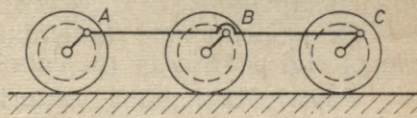
Punkta kustības vienādojumi cilindriskās koordinātēs:

$$\varrho=\varrho(t), \varphi=\varphi(t), z=z(t). \quad (4.56)$$

4.2.2. MATERIĀLA PUNKTA TAISNVIRZIENA KUSTĪBA

Par cieta ķermeņa virzes (translācijas) kustību sauc tādu kustību, kurā ikviena taisne, kas saistīta ar ķermeni visā kustības laikā, paliek sev paralēla.

Virzes kustības piemērs: lokomotīves dzenošo riteņu savienojums *ABC* (4.43. zīm.), velosipēda pedāļu kustība.



4.43. zīm. Virzes kustības piemērs

4.2.2.1. Vienmērīga taisnvirziena kustība

Vienmērīgā kustībā pārvietojums ir proporcionāls laikam:

$$s=s_0+vt, \quad (4.57)$$

kur s — viss pārvietojums;

s_0 — attālums no pieņemtā nullpunkta līdz kustības sākuma punktam (liklīnijas kustības gadījumā — loka koordināte);

v — vienmērīgas kustības ātrums;

t — kustības laiks.

4.2.2.2. Nevienmērīga taisnvirziena kustība

Vidējais ātrums

Dalot ceļu ar laiku, kurā tas noiets, dabū vidējo ātrumu

$$v_{vid}=\frac{s}{t} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Nevienmērīgas kustības *patiesais ātrums*

$$v=\frac{ds}{dt} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

kur ds — bezgalīgi mazs ceļa gabals,

dt — bezgalīgi īss laika sprīdis.

Var sacīt arī, ka ātrums ir ceļa gabala atvasinājums pēc laika.

Paātrinājums: ātruma izmaiņu vienā sekundē sauc par paātrinājumu (a); dimensija $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Vidējais paātrinājums

$$a_{vid} = \frac{v - v_0}{t} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Punkta paātrinājums dotajā momentā

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}, \quad (4.58)$$

kur dv ir bezgalīgi mazs ātruma pieaugums bezgalīgi mazā laika sprīdī dt . Paātrinājums ir ātruma atvasinājums pēc laika.

Vienmērīgi paātrināta (palēnināta) kustība

Ja paātrinājums (palēninājums) ir konstants, tad kustība ir vienmērīgi paātrināta (palēnināta).

Paātrinātā kustībā vektori \bar{v} un \bar{a} ir vērsti vienādā virzienā, palēninātā — tie vērsti pretējos virzienos.

Vienmērīgi mainīgā taisnvirziena kustībā $a = \text{const}$, v_0 — sākuma ātrums, tādēļ

$$\begin{aligned} s &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2; & v &= v_0 + a t; & a &= \frac{v - v_0}{t}. \\ s &= v_{vid} t = \frac{v + v_0}{2} t. \end{aligned} \quad (4.59)$$

4.2.2.3. Brīvā krišana

$$v = gt; \quad h = \frac{v}{2} t = \frac{v^2}{2g}; \quad v = \sqrt{2gh}, \quad (4.60)$$

kur h — krišanas augstums,

t — attiecīgais laiks,

g — brīvās krišanas paātrinājums, atkarīgs no novērošanas vietas ģeogrāfiskā platuma un no tās augstuma virs jūras līmeņa; Rīgā $g = 9,816 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

4.2.3. MATERIĀLA PUNKTA LĪKLINIJAS KUSTĪBA

4.2.3.1. Nevienmērīga līklīnijas kustība

Ātruma vektoru \bar{v} , kas sakrīt ar trajektorijas pieskari (4.44. zīm.), sadala komponentēs v_x , v_y un v_z .

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}, \quad (4.61)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (4.62)$$

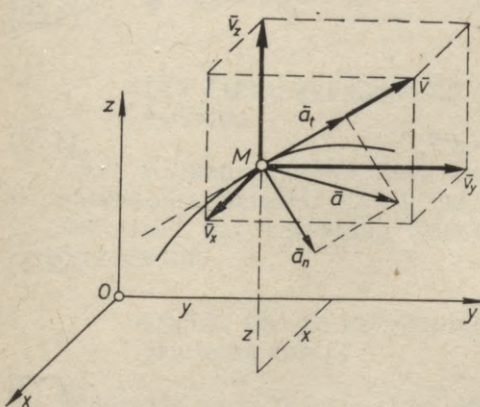
kur $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

Paātrinājuma projekcijas

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \ddot{x}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \ddot{y}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \ddot{z}. \quad (4.63)$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (4.64)$$

Paātrinājuma vektors \bar{a} vērsts uz trajektorijas ieliekto pusi, un to sadalām normāles, tangentes un binormāles virzienos: *tangenciālais paātrinājums*



$$a_t = \frac{dv}{dt}, \quad (4.65)$$

normālais paātrinājums

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}, \quad (4.66)$$

kur ρ — liekuma rādiuss.

Tangenciālais paātrinājums raksturo ātruma maiņu pēc liekuma, bet normālais paātrinājums — ātruma maiņu pēc virziena.

4.44. zīm. Ātruma un paātrinājuma vektoru sadalīšana komponentēs

Paātrinājums binormāles virzienā $a_b = 0$.

4.2.3.2. Griešanās jeb rotācijas kustība

Punkta trajektorija ir aploce (4.45. zīm.). Pārvietojums, noiets pa aploci, $s = r\varphi$, kur r — aploces rādiuss, φ — centrālais leņķis, kam atbilst pārvietojums. Centrālā leņķa φ izmaiņu pēc laika sauc par *leņķisko ātrumu*:

$$\omega_{vid} = \frac{\varphi}{t} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} \quad (4.67)$$

jeb

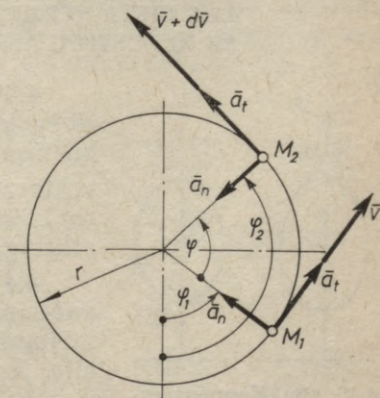
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \text{ s}^{-1}.$$

Aploces ātrums

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.68)$$

Zeme griežas no rietumiem uz austrumiem ar leņķisko ātrumu

$$\omega = \frac{2\pi}{24} = 0,262 \frac{1}{h} = 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}.$$



4.45. zīm. Ātrumi un paātrinājumi punkta rotācijas kustībā

Aploces ātrums Zemes virsmas punktiem Rīgai

$$v = \omega r = \frac{\pi}{12} \cdot 3200 = 838 \text{ km/h,}$$

kur $r = 3200$ km ir Rīgas attālums līdz Zemes rotācijas asij. Ja lidmašīnas vadītājs izlido pusdienas laikā horizontālā virzienā pretēji Zemes griešanās virzienam, t. i., no austrumiem uz rietumiem ar ātrumu $v = 838$ km/h, tad viņš vienmēr redzēs Sauli.

Leņķiskā ātruma ω izmaiņu pēc laika sauc par *leņķisko paātrinājumu*:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ s}^{-2}. \quad (4.69)$$

Tangenciālais paātrinājums

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\varepsilon \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (4.70)$$

Normālais paātrinājums

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (4.71)$$

Pilns paātrinājums

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}. \quad (4.72)$$

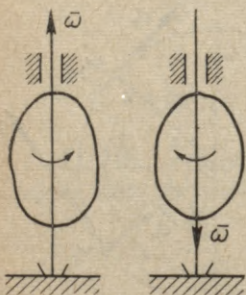
Leņķiskais ātrums atkarībā no apgriezību skaita n minūtē:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \text{ s}^{-1}. \quad (4.73)$$

Laiks, kas atbilst vienam apgriezienam:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ s}. \quad (4.74)$$

4.2.4. CIETA ĶERMEŅA ROTĀCIJAS KUSTĪBA AP NEKUSTĪGU ASI



4.46. zīm. Ķermeņa rotācija ap nekustīgu asi

4.46. zīmējumā attēlota cieta ķermeņa rotācija ap nekustīgu asi; leņķiskā ātruma vektora ω virzienlīnija sakrīt ar rotācijas asi, vektora vērsums atkarīgs no rotācijas virziena.

4.47. zīmējumā *a* attēlota paātrināta rotācija, bet 4.47. zīmējumā *b* — palēnināta rotācija; leņķiskā paātrinājuma vektora virzienlīnija ε arī sakrīt ar rotācijas asi.



4.47. zīm. Leņķiskā ātruma (ω) un leņķiskā paātrinājuma (ε) vektori paātrinātā (*a*) un palēninātā (*b*) rotācijā

Cieta ķermeņa rotāciju, kurā leņķiskais paātrinājums pastāvīgs, sauc par vienmērīgi mainīgu.

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t. \quad (4.75)$$

$$\varphi - \varphi_0 = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (4.76)$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}. \quad (4.77)$$

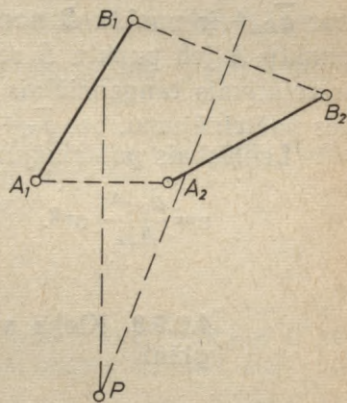
$$\varphi - \varphi_0 = \frac{\omega + \omega_0}{2} t. \quad (4.78)$$

4.2.5. CIETA ĶERMEŅA KOMPLĀNA KUSTĪBA

Cieta ķermeņa kustību, kurā visi punkti pārvietojas paralēli kādai nekustīgai plaknei, sauc par komplānu kustību jeb plakānu kustību.

4.2.5.1. Galīga pārvietojuma pagrieziena centrs

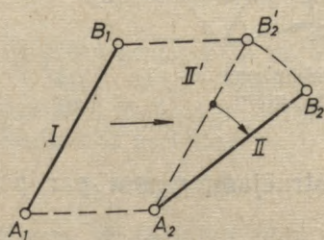
Ķermenis no pirmā stāvokļa A_1B_1 nonāk otrā stāvoklī A_2B_2 , griežoties ap momentāno polu P , ko iegūst nogriežņa A_1A_2 un B_1B_2 vidusperpendikulu krustpunktā (4.48. zīm.).



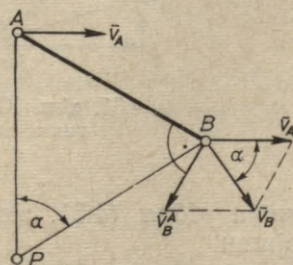
4.48. zīm. Galīga pārvietojuma pagrieziena centrs (pols) P

4.2.5.2. Sakarība starp divu punktu ātrumiem un paātrinājumiem komplānā kustībā

Ķermenis A_1B_1 no stāvokļa I var nonākt stāvoklī II šādi (4.49. zīm.): virzoties no stāvokļa I starpstāvoklī II' ar ātrumu $v_A = v_B$ (virzes kustībā visiem ķermeņa A_1B_1 punktiem ir viens un tas pats ātrums un paātrinājums), tālāk no stāvokļa II' stāvoklī II — griežoties ap punktu A_2 .



4.49. zīm. Komplānas kustības aizstāšana ar virzes kustību un rotāciju



4.50. zīm. Sakarība starp divu punktu ātrumiem komplānā kustībā

Ja taisne AB (4.50. zīm.) atrodas komplānā kustībā, tad šī kustība ir ekvivalenta griešanās kustībai ap momentāno polu — ātruma centru P . Sadalām punkta B ātrumu divās komponentēs, t. i.,

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B^A}, \quad (4.79)$$

kur \vec{v}_{B^A} ir punkta B ātrums griešanās kustībā ap punktu A jeb relatīvais ātrums.

Analogiski punkta B paātrinājums

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn^A} + \vec{a}_{Bt^A}, \quad (4.80)$$

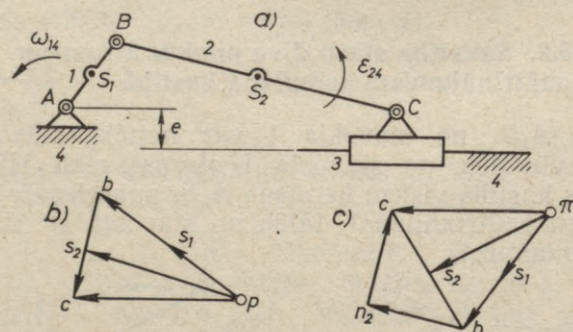
kur \vec{a}_{Bn^A} ir punkta B normālais paātrinājums griešanās kustībā ap punktu A jeb punkta B relatīvais normālais paātrinājums, bet \vec{a}_{Bt^A} ir relatīvais tangenciālais paātrinājums. \vec{a}_{Bn^A} sauc arī par centrīces paātrinājumu, bet \vec{a}_{Bt^A} — par rotācijas paātrinājumu.

Leņķiskais paātrinājums

$$\varepsilon = \frac{a_{Bt^A}}{AB} \text{ s}^{-2}.$$

4.2.5.3. Kloķa virzuļmehānisma ātruma un paātrinājuma plāni

4.51. zīmējumā a attēlota kloķa virzuļmehānisma kinemātiskā shēma: loceklis 1 — kloķis, loceklis 2 — klanis, loceklis 3 — virzulis.



4.51. zīm. Kloķa virzuļmehānisma ātruma un paātrinājuma plāni

Ātruma plānu (4.51. zīm. b) konstruējam, ņemot par pamatu vienādojumu

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{C^B},$$

jo klanis atrodas komplānā kustībā.

Punkta C ātrums horizontāls (nogrieznis pc), punkta B ātrums $v_B = \omega_{14} \cdot AB$ un ir perpendikulārs AB (nogrieznis pb), bet v_{C^B} perpendikulārs BC (nogrieznis cb). Punkta C ātrums $v_C = \mu_v$ (pc); kļauņa masas centra S_2 ātrums $v_{s_2} = \mu_v$ (ps_2), kur μ_v — ātruma mērogs, kādā zīmēts ātruma plāns, $\mu_v \frac{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{mm}}$; $bs_2 : s_2c = BS_2 : S_2C$.

Paātrinājuma plānu (4.51. zīm. c) konstruējam, ņemot par pamatu vienādojumu

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{Cn^B} + \bar{a}_{Ct^B}.$$

Punkta C paātrinājums horizontāls (nogrieznis πc). Punkta B paātrinājums $a_B = a_{Bn} + a_{Bt}$, kur relatīvais normālais paātrinājums $a_{Bn}^A = \frac{v_B^2}{AB} = \omega_{14}^2 \cdot AB$, bet relatīvais tangenciālais paātrinājums $a_{Bt}^A = \varepsilon_{14} \cdot AB$.

Ja kļauņa leņķiskais ātrums $\omega_{14} = \text{const}$, tad $a_B = a_{Bn}$ un vērsts paralēli AB no punkta B uz punktu A (nogrieznis πb).

Punkta C relatīvais normālpāātrinājums

$$a_{Cn^B} = \frac{(v_{C^B})^2}{BC} = \frac{(\mu_v \cdot \bar{bc})^2}{BC}$$

un vērsts paralēli BC uz punktu B (nogrieznis bn_2). Punkta C relatīvais tangenciālais paātrinājums vērsts perpendikulāri BC (nogrieznis n_2c).

Punkta C paātrinājums $a_C = \mu_a$ (πc), kļauņa masas centra S_2 paātrinājums $a_{s_2} = \mu_a$ (πs_2), kur μ_a — paātrinājuma mērogs $\frac{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{mm}}$, kādā zīmēts paātrinājuma plāns.

Kļauņa leņķiskais paātrinājums

$$\varepsilon_{24} = \frac{\mu_a (\bar{n_2c})}{BC} \text{ s}^{-2}$$

un vērsts pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam.

4.2.5.4. Šarnīru četrstūris

Turpinot kļauņa I un balansiera 3 virzienus, iegūstam momentāno polu P (4.52. zīm.). Novelkot caur šarnīru A taisni paralēli CD un turpinot BC , iegūstam punktu E .

Punkta B ātrums

$$v_B = \omega_{14} \cdot AB.$$

Kļauņa (2. locekļa) leņķiskais ātrums pret pamatlocekli 4 :

$$\omega_{24} = \omega_{14} \cdot \frac{BE}{BC}.$$

Punkta C ātrums

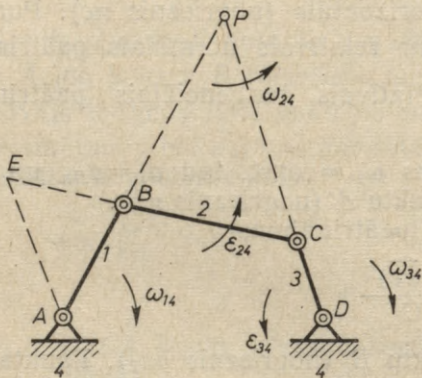
$$v_C = \omega_{14} \cdot AE.$$

Balansiera 3 leņķiskais ātrums pret pamatlocekli 4:

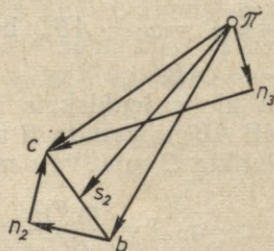
$$\omega_{34} = \omega_{14} \cdot \frac{AE}{CD}.$$

Relatīvais ātrums

$$v_{C^B} = \omega_{14} \cdot BE.$$



4.52. zīm. Šarnīru četrstūra leņķiskie ātrumi un leņķiskie paātrinājumi



4.53. zīm. Šarnīru četrstūra paātrinājuma plāns

Paātrinājuma plānu konstruē saskaņā ar vienādojumiem:

$$\overline{a_C} = \overline{a_B} + \overline{a_{Cn}^B} + \overline{a_{Ct}^B},$$

$$\overline{a_C} = \overline{a_{Cn}} + \overline{a_{Ct}}.$$

Paātrinājuma plāns (4.53. zīm.): punkta B paātrinājums $a_B = \omega_{14}^2 \cdot AB$, kam paātrinājuma plānā atbilst πb . Paātrinājums $a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{BC}$, kam plānā atbilst $\overline{bn_2}$.

Punkta C normālais paātrinājums $a_{Cn} = \frac{v_C^2}{CD}$, kam plānā atbilst $\overline{\pi n_3}$. Tangenciālo paātrinājumu $\overline{a_{Ct}^B}$ un $\overline{a_{Ct}}$ virzienu $\overline{n_2c}$ un $\overline{n_3c}$ krustpunkts dod punktu c . $a_C = \mu_a(\pi c)$, $\mu_{a_{s_2}} = \mu_a(\pi s_2)$, paātrinājuma mērogs $\mu_a \frac{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{mm}}$.

Klaņa leņķiskais paātrinājums

$$\epsilon_{24} = \frac{\mu_a(\overline{n_2c})}{BC} \text{ s}^{-2}.$$

Balansiera leņķiskais paātrinājums

$$\varepsilon_{34} = \frac{\mu_a(\overline{n_{3c}})}{CD} s^{-2}.$$

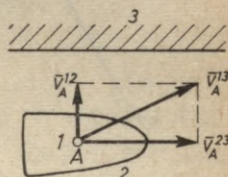
4.2.6. RELATĪVĀ, PĀRNESES UN ABSOLŪTĀ KUSTĪBA

Ja kuģis 2 pārvietojas pa upi attiecībā pret krastu 3, bet pasažieris 1 pārvietojas pa kuģi 2 (4.54. zīm.), tad pasažiera 1 kustība pa kuģi 2 ir relatīvā kustība 1 2, kuģa 2 kustība pret krastu 3 ir pārneses kustība 2 3, bet pasažiera 1 kustība pret krastu 3 — absolūtā kustība 1 3.

Attiecīgo kustību ātrumi ir relatīvais, pārneses un absolūtais ātrums, kurus apzīmē ar v_A^{12} , v_A^{23} un v_A^{13} .

Absolūtais ātrums ir pārneses un relatīvā ātruma vektorviāla summa:

$$\overline{v}_A^{13} = \overline{v}_A^{23} + \overline{v}_A^{12}.$$



4.54. zīm. Ātrumi relatīvā, pārneses un absolūtā kustībā

4.2.6.1. Pārneses kustība virzes kustībā

Ja punkta A relatīvās kustības 1 2 un pārneses kustības 2 3 virzieni vienlaicīgi sakrīt, tad to pārvietojumu, ātrumu un paātrinājumu var algebriski saskaitīt, t. i., $s_A^{13} = s_A^{23} + s_A^{12}$; $v_A^{13} = v_A^{23} + v_A^{12}$; $a_A^{13} = a_A^{23} + a_A^{12}$, kur 1 3, 2 3 un 1 2 jāsaprot kā punkta A absolūtā, pārneses un relatīvā kustība.

Divas taisnvirziena vienmērīgas kustības dažādos virzienos saskaita pēc paralelograma likuma; rezultējošā kustība arī ir taisnvirziena vienmērīga kustība.

4.2.6.2. Pārneses kustība ir rotācijas kustība (4.55. zīm.)

Cetrlocekļu kulises mehānisms

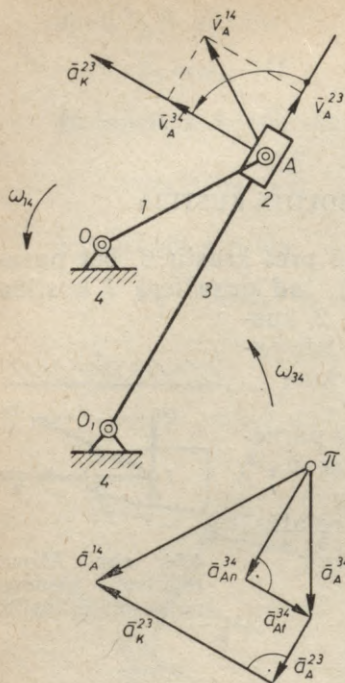
2 3 relatīvā kustība, 3 4 pārneses kustība, 2 4 un 1 4 absolūtā kustība, ja punkts A pieder arī loceklim 1. Punkta A absolūtais ātrums

$$\overline{v}_A^{14} = \overline{v}_A^{34} + \overline{v}_A^{23}, \quad (4.81)$$

kur $v_A^{14} = \omega_{14} \cdot OA$.

Ātrumiem der paralelograma likums, bet tas neder paātrinājumiem, jo klāt jāpieskaita vēl Koriolisa paātrinājums

$$a_K^{23} = 2\omega_{34}v_A^{23}, \quad (4.82)$$



4.55. zīm. Četrlocekļa kulises mehānisma kinematika

Paātrinājuma plānu konstruējam saskaņā ar vienādojumu

$$\bar{a}_A^{14} = \bar{a}_K^{23} + \bar{a}_{An}^{34} + \bar{a}_{At}^{34} + \bar{a}_A^{23}, \quad (4.84)$$

kur $a_A^{14} = \omega_{14}^2 \cdot OA$; $a_{An}^{34} = \frac{(v_A^{34})^2}{AO_1}$.

kur pārneses kustības leņķiskais ātrums $\omega_{34} = \frac{v_A^{34}}{AO_1}$, bet v_A^{23} ir relatīvās kustības ātrums.

Koriolisa paātrinājums ir perpendikulārs relatīvā un leņķiskā ātruma virzienam.

Koriolisa paātrinājuma virzienu nosaka, pagriežot relatīvās kustības ātrumu (v_A^{23}) par leņķi $\frac{\pi}{2}$ pārneses kustības leņķiskā ātruma (ω_{34}) virzienā.

Koriolisa paātrinājumu vispārējā gadījumā aprēķina ar formulu

$$a_K = 2\omega_p v_r \sin(\bar{\omega}_p \bar{v}_r). \quad (4.83)$$

Mūsu gadījumā $\angle(\bar{\omega}_p \bar{v}_r) = 90^\circ$ un $a_K = 2\omega_p v_r$, kur $\omega_p = \omega_{34}$, $v_r = v_A^{23}$.

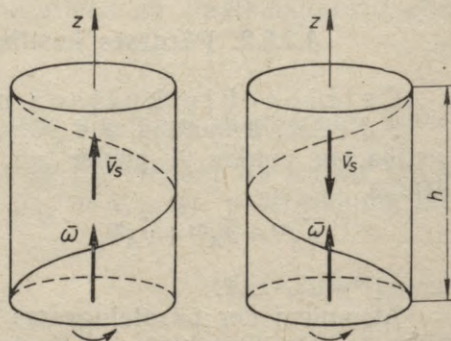
Koriolisa paātrinājums a_K ir nulle

- 1) ja pārneses kustības leņķiskais ātrums $\omega_p = \omega_{34} = 0$,
- 2) ja relatīvais ātrums $v_r = v_A^{23} = 0$,
- 3) ja vektors $\bar{\omega}_p$ ir paralēls vektoram \bar{v}_r .

4.2.7. SKRŪVES KUSTĪBA

Ja cilindrs griežas ap nekustīgu asi Z ar leņķisko ātrumu ω un tai pašā laikā pārvietojas virzes kustībā paralēli asij, tad tādu kustību sauc par skrūves kustību.

Vektori $\bar{\omega}$ un \bar{v}_S 4.56 zīmējumā a vērsti vienā virzienā; tādu kustību sauc par labās skrūves kustību; 4.56. zīmējumā b vektori vērsti pretējos virzienos, tad ir kreisās skrūves kustība. h ir skrūves



4.56. zīm. Labā (a) un kreisā (b) skrūve

kāpe, kas vienāda ar cilindra aksiālo pārvietojumu viena apgrieziena laikā.

Attiecību $v_s : \omega = p$ sauc par kustības parametru; ja $p = \frac{h}{2\pi}$, tad skrūves kustības slīdes ātrums

$$v_s = p\omega = \frac{h}{2\pi} \omega. \quad (4.85)$$

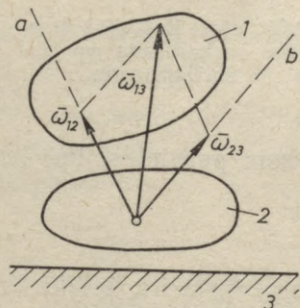
4.2.8. DIVU ROTĀCIJAS KUSTĪBU SASKAITĪŠANA

4.2.8.1. Rotācijas ass krustojas

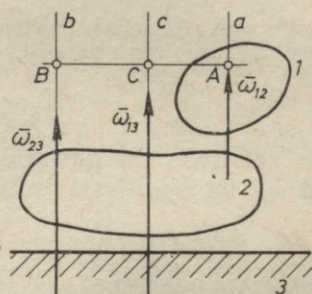
Ķermeņa 1 rotācija pret ķermeni 2 (4.57. zīm.) ir relatīva kustība, kuras leņķiskais ātrums ir $\bar{\omega}_{12}$, bet ķermeņa 2 kustība pret ķermeni 3 ir pārneses kustība, kuras leņķiskais ātrums ir $\bar{\omega}_{23}$. Ķermeņa 1 absolūto kustību pret ķermeni 3 nosaka leņķiskais ātrums $\bar{\omega}_{13}$.

Saskaitot vektorus $\bar{\omega}_{12}$ un $\bar{\omega}_{23}$ ģeometriski, iegūstam:

$$\bar{\omega}_{13} = \bar{\omega}_{12} + \bar{\omega}_{23}. \quad (4.86)$$



4.57. zīm. Rotācijas kustību saskaitīšana ap krustojošām asīm



4.58. zīm. Rotācijas kustību saskaitīšana ap paralēlām asīm

4.2.8.2. Rotācijas ass paralēlas

Relatīvās kustības 1 2 leņķiskā ātruma ω_{12} un pārneses kustības 2 3 leņķiskā ātruma ω_{23} virzieni vienādi (4.58. zīm.); tad

$$\omega_{13} = \omega_{12} + \omega_{23}, \quad (4.87)$$

$$\frac{\omega_{23}}{\omega_{12}} = \frac{AC}{BC} \quad (4.88)$$

un absolūtās rotācijas ass c atrodas starp asīm a un b .

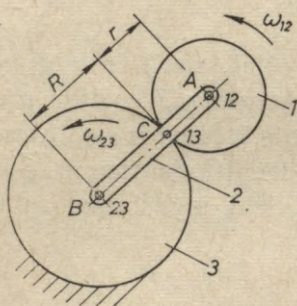
4.59. zīmējumā satelīts (1. loceklis) veļas pa nekustīgo saules ratu (3. loceklis). Ja vaduļa (2. loceklis) leņķiskais ātrums ir ω_{23} , tad

$$\omega_{12} = \omega_{23} \frac{R}{r}$$

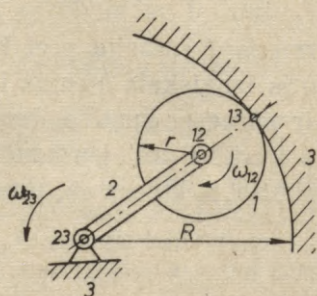
un

$$\omega_{13} = \omega_{12} + \omega_{23} = \omega_{23} \left(\frac{R}{r} + 1 \right).$$

Ja $r=R$, tad satelīts griežas divas reizes ātrāk par vaduli.



4.59. zīm. Rotācijas kustību saskaitīšana ap paralēlām asīm



4.60. zīm. Rotācijas kustību saskaitīšana ap paralēlām asīm

Ja relatīvās un pārneses rotācijas ass paralēlas, bet leņķiskie ātrumi ω_{12} un ω_{23} vērsti pretēji, tad

$$\omega_{13} = \omega_{12} - \omega_{23}, \quad (4.89)$$

bet absolūtās rotācijas ass atrodas ārpus abām asīm lielākā leņķiskā ātruma pusē.

4.60. zīmējumā attēlotajam mehānismam absolūtās rotācijas ass 13 atrodas ārpus asīm 12 un 23, tādēļ satelīts 1 griežas pretēji vaduļa 2 leņķiskajam ātrumam ω_{23} , t. i.,

$$\omega_{12} = \omega_{23} \frac{R}{r}, \quad \omega_{13} = \omega_{12} - \omega_{23} = \omega_{23} \left(\frac{R}{r} - 1 \right).$$

Sarnīru četrstūra relatīvais leņķiskais ātrums

$$\omega_{12} = \omega_{13} \pm \omega_{23}, \quad (4.90)$$

«+» zīme, ja ω_{13} un ω_{23} ir pretēji vērsti; «-» zīme, ja ω_{13} un ω_{23} ir vienādi vērsti.

Sarnīru četrstūrī ABCD (4.52. zīm.) locekļa 2 kustība pret locekli 1 ir relatīvā kustība 2 1, locekļa 1 kustība pret locekli 4 —

pārneses kustība 1 4, bet locekļa 2 kustība pret locekli 4 — absolūtā kustība 2 4; tādēļ relatīvās kustības 2 1 leņķiskais ātrums

$$\omega_{21} = \omega_{24} + \omega_{14},$$

«+» zīme, jo ω_{24} un ω_{14} pretēji vērsti.

Analoģiski

$$\omega_{23} = \omega_{24} + \omega_{34}.$$

4.3. DINAMIKA

4.3.1. MATERIĀLĀ PUNKTA DINAMIKAS PAMATVIENĀDOJUMS

Dinamika pētī materiālo objektu (materiālo punktu sistēmu, mehānismu) kustību atkarībā no spēkiem, kas darbojas uz šiem objektiem.

Punkta dinamikas uzdevuma atrisināšanai par pamatu ņem otro Ņūtona likumu

$$m\bar{a} = \bar{R}, \quad (4.91)$$

kur m ir materiālā punkta masa kg,

\bar{a} — paātrinājums $m \cdot s^{-2}$,

\bar{R} — punktam pielikto spēku kopspēks.

Vienādojumu (4.91) sauc par *materiālā punkta dinamikas pamatvienādojumu*.

4.3.2. BRĪVA MATERIĀLĀ PUNKTA KUSTĪBAS DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMI

4.3.2.1. Dekarta koordinātēs

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = Y \quad \text{un} \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = Z. \quad (4.92)$$

4.3.2.2. Naturālās koordinātēs

$$m \frac{dv}{dt} = P_t, \quad m \frac{v^2}{\rho} = P_n, \quad (4.93)$$

kur P_t un P_n ir spēka P projekcijas tangentes un galvenās normāles virzienā; projekcija binormāles virzienā $P_b = 0$.

4.3.3. DINAMIKAS DIVI PAMATUZDEVUMI

4.3.3.1. Spēka aprēķināšana

Dota masa m , kustības vienādojumi $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$; noteikt spēku P , kas izsauc šo kustību.

Divreiz diferencējot kustības vienādojumus, iegūstam paātrinājuma projekcijas uz koordināšu asīm x , y un z . Spēka projekcijas:

$$X = m \frac{d^2x}{dt^2}, \quad Y = m \frac{d^2y}{dt^2}, \quad Z = m \frac{d^2z}{dt^2}.$$

Rezultējošais spēks

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

4.3.3.2. Kustības noteikšana

Dota masa m un spēki, kas darbojas uz materiālo punktu m ; jānoteic kustība, t. i., visi kinemātiskie elementi.

Šai gadījumā kustības diferenciālvienādojumi jāintegrē.

4.3.4. MATERIĀLĀ PUNKTA KUSTĪBA VAKUUMĀ

4.3.4.1. Punkta kustība nelielā attālumā no Zemes

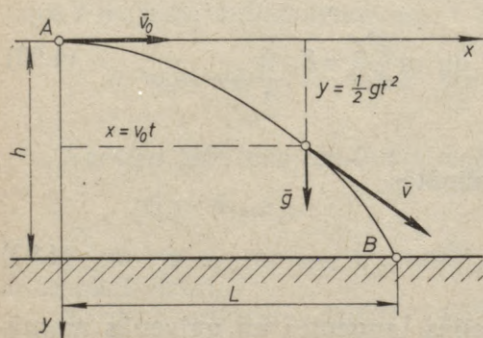
Horizontāls sviediens (4.61. zīm.).

Trajektorija

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad (\text{parabola}). \quad (4.94)$$

Lidojuma attālums

$$L = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (4.95)$$



4.61. zīm. Horizontāls sviediens

Lidojuma ilgums, sasniežot punktu B,

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ s}. \quad (4.96)$$

Ātruma skaitliskā vērtība

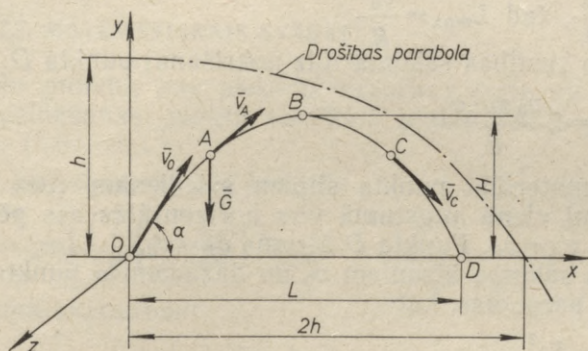
$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.97)$$

Ātrums punktā B

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.98)$$

Slīps sviediens
Kustības diferenciālvienādojums

$$m\ddot{x}=0, \quad m\ddot{y}=-mg. \quad (4.99)$$



4.62. zīm. Slīps sviediens

Pirmais integrālis

$$\dot{x}=v_0 \cos \alpha, \quad \dot{y}=v_0 \sin \alpha - gt, \quad (4.100)$$

kur v_0 — sākuma ātrums, kas veido ar x asi leņķi α .

Ātrums

$$v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}=\sqrt{v_0^2-2gy}. \quad (4.101)$$

Otrais integrālis (kustības vienādojumi)

$$x=v_0 t \cos \alpha, \quad y=v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (4.102)$$

Izslēdzot laiku no kustības vienādojumiem, iegūstam *trajektoriju*, kura ir parabola:

$$y=x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}. \quad (4.103)$$

Maksimālais pacēlums

$$y_{\max}=H=\frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha. \quad (4.104)$$

Laiks, kas nepieciešams, lai materiālais punkts sasniegtu parabolas virsotni:

$$t_B=\frac{v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (4.105)$$

Lidojuma attālumš

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (4.106)$$

Ja $\alpha = \frac{\pi}{4}$, tad $L_{max} = \frac{v_0^2}{g}$.

Laiks no kustības sākuma līdz nokrišanai punktā D :

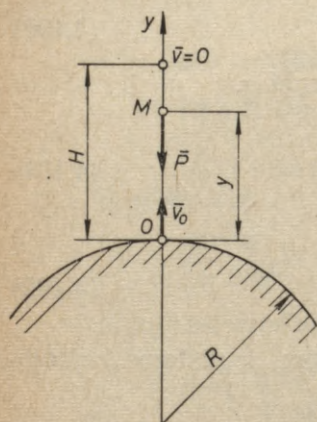
$$t_D = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (4.107)$$

Smaga materiālā punkta slīpam sviedienam (bez pretestības) punkta ātrumi vienā augstumā virš horizontālās ass pēc lieluma ir vienādi, t. i., $v_A = v_C$. Punkta D ātrums $v_D = v_0$.

Dotajam sākuma ātrumam v_0 un dažādiem α punkts nevar iziet aiz drošības parabolas, kur

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

4.3.5. PUNKTA VERTIKĀLA KUSTĪBA LIELĀ AUGSTUMĀ



4.63. zīm. Punkta vertikāla kustība lielā augstumā

Punkta maksimālais lidojuma augstums

$$H = \frac{v_0^2 R}{2gR - v_0^2} \quad (4.108)$$

kur v_0 — sākuma ātrums;

R — Zemes rādiuss (4.63. zīm.).

Ja $v_0^2 = 2gR$, tad $H = \infty$, t. i., minimālais sākuma ātrums, kāds jāpiešķir materiālam punktam Zemes virspusē, lai tas, pārvarot Zemes pievilkšanas spēku, aizietu bezgalībā:

$$v_0 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6370000} = 11180 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

4.3.6. MATERIĀLĀ PUNKTA VERTIKĀLA KUSTĪBA UZ LEJU VIDĒ AR PRETESTĪBU

Vides pretestība proporcionāla ātrumam. Vides pretestības spēks $T = cv$.

Diferenciālvienādojums

$$\ddot{x} = g - \mu \dot{x},$$

kur $\mu = \frac{c}{m}$ pretestības koeficients, ko nosaka eksperimentāli.

Krišanas ātrums ($v_0=0, t_0=0$)

$$v = \frac{g}{\mu} (1 - e^{-\mu t}). \quad (4.109)$$

4.3.7. MATEMĀTISKAIS SVĀRSTS

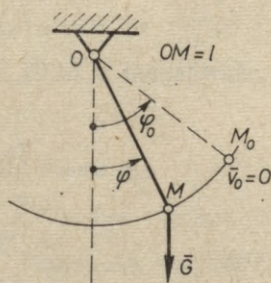
Materiālu punktu, kas piekārts bezsvara saitē un svārstās ap saites piestiprināšanas punktu vertikālā plaknē, sauc par matemātisko svārstu (4.64. zīm.).

Svārsta perioda aptuvenā formula

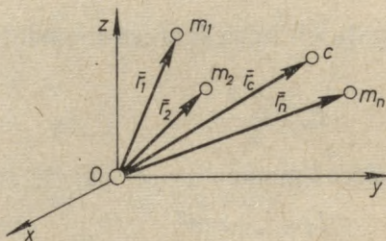
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{\varphi_0^2}{16}\right)} \text{ s.} \quad (4.110)$$

Pie mazām svārstībām

$$\varphi_0 < \frac{\pi}{18}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ s.} \quad (4.111)$$



4.64. zīm. Matemātiskais svārsts



4.65. zīm. Masu centrs

4.3.8. MEHĀNISKĀS SISTĒMAS STATISKIE MOMENTI UN MASAS CENTRI

Materiālo punktu sistēma sastāv no masām $m_1, m_2 \dots m_n$, kuru stāvokļi noteikti ar rādiusvektoriem $\vec{r}_1, \vec{r}_2 \dots \vec{r}_n$ no sākumpunkta O (4.65. zīm.).

Materiālo punktu sistēmas masu statistiskais moments pret punktu O:

$$\vec{S} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n = \sum m_i \vec{r}_i. \quad (4.112)$$

Materiālo punktu sistēmas masa

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum m_i. \quad (4.113)$$

Dalot vektoru \bar{S} ar m , iegūst jaunu vektoru

$$\bar{r}_c = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{m}, \quad (4.114)$$

kas ir punktu sistēmas masas centra C rādiusvektors.

Masas centra C koordinātes:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m}, \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m}. \quad (4.115)$$

4.3.9. INERCES MOMENTI

Ar inerces momentiem jāsastopas, ja aplūko ķermeņa rotāciju. Par punkta m masas inerces momentu I_0 pret asi O sauc masas reizinājumu ar attāluma kvadrātu, t. i., $I_0 = mr^2$ (kgm^2).

Homogēna tieva taisna stieņa, kura garums ir l , inerces moments pret asi, kas perpendikulāra stienim un kas iet caur stieņa masas centru (4.66. zīm.), ir

$$I_z = \frac{1}{12} ml^2. \quad (4.116)$$

Apaļa cilindra inerces moments pret griešanās asi z (4.67. zīm.) ir

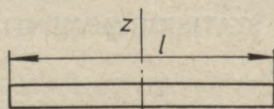
$$I_z = \frac{mr^2}{2}. \quad (4.117)$$

Inerces moments pret paralēlām asīm

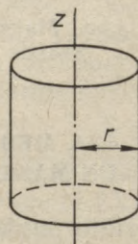
$$I_0 = I_s + md^2, \quad (4.118)$$

kur I_s — inerces moments pret smagumcentra asi;

d — attālums starp paralēlām asīm.



4.66. zīm. Homogēns tievs taisns stienis



4.67. zīm. Apaļš cilindrs

4.3.10. SISTĒMAS MASAS CENTRA KUSTĪBAS TEORĒMA

Vektoru, kas vienāds ar sistēmai pielikto ārējo spēku ģeometriskā summu, sauc par ārējo spēku galveno vektoru.

Sistēmas masas centrs kustas kā brīvs materiālais punkts, kura masa vienāda ar sistēmas masu un kam pielikts ārējo spēku galvenais vektors.

Sistēmas masas centra kustības diferenciālvienādojumi:

$$m\ddot{x}_C = X, \quad m\ddot{y}_C = Y, \quad m\ddot{z}_C = Z, \quad (4.119)$$

kur $\ddot{x}_C, \ddot{y}_C, \ddot{z}_C$ — sistēmas masas centra C paātrinājuma projekcijas, bet $X = \Sigma X_i, Y = \Sigma Y_i, Z = \Sigma Z_i$ — ārējo spēku galvenā vektora projekcijas.

4.3.11. KUSTĪBAS DINAMISKIE RAKSTUROTĀJI

Virzes kustība	Griešanās kustība
Kustības daudzums $\bar{K} = m\bar{v}$	$\bar{K} = m\bar{v}_C$ v_C — sistēmas masas centra ātrums
Spēka impulss $\bar{S} = \int_0^t \bar{P} dt$	Momenta impulss Mt
Kustības daudzuma moments $\bar{L} = \bar{r} \times m\bar{v}$	$L_z = I_z \omega$
Darbs (J) $A = \int_{s_0}^s P \cos \alpha ds$ P — spēks, kas darbojas uz materiālo punktu α — leņķis starp spēka virzienu un ātrumu s — pārvietojums	$A = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi$ M — moments pret griešanās asi φ — pagriezes leņķis
Kinētiskā enerģija (J) $T = \frac{mv^2}{2}$ Komplānā kustībā $T = \frac{mv_s^2}{2} + \frac{I_s \omega^2}{2}$	$T = \frac{I_s \omega^2}{2}$
Jauda (W) $N = \frac{A}{t}$	$N = M\omega$

Sakarība starp jaudu N (W), apgriezību skaitu n (apgr/min) un griešanās resp. vērpes momentu M (N·m):

$$M = 9,55 \frac{N}{n} \quad (4.120)$$

Lietderības koeficients

Lietderīgā darba attiecību pret patērēto darbu tai pašā laika sprīdī sauc par lietderības koeficientu.

Ja mašīna sastāv no atsevišķām mašīnām, kuras savienotas virknē, tad kopīgais lietderības koeficients

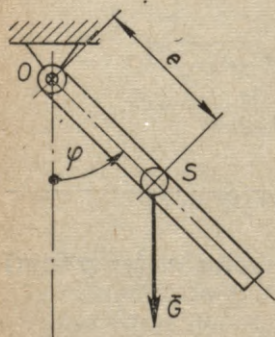
$$\eta_{1n} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_n. \quad (4.121)$$

Ja atsevišķas mašīnas ir slēgtas paralēli un katrai no tām tiek pievadīts darbs $A_1, A_2 \dots A_n$, tad kopīgais lietderības koeficients

$$\eta_{1n} = \frac{\eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \dots + \eta_n A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}. \quad (4.122)$$

4.3.12. DINAMIKAS VISPĀRIGĀS TEOREMAS

Virzes kustība	Griešanās kustība ap nekustīgu asi
<p>Kustības daudzuma teorēma</p> $mv_x - mv_{0x} = \int_{t_0}^t X dt$ <p>X — aktīvā un reakciju kopspēka projekcija uz x ass</p>	$I\omega - I\omega_0 = \int_{t_0}^t M dt$
<p>Kustības daudzuma momenta teorēma</p> $\frac{dL_z}{dt} = M_z$	
<p>Kinētiskās enerģijas maiņas teorēma</p> $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A$	$\frac{I\omega^2}{2} - \frac{I\omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi$



4.68. zīm. Fizikālais svārsts

4.3.13. GRIEŠANĀS KUSTĪBAS DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMS

$$I\epsilon = M_i. \quad (4.123)$$

4.3.14. FIZIKĀLAIS SVĀRSTS

Fizikālā svārsta (4.68. zīm.) periods

(ja $\varphi < \frac{\pi}{18}$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mge}}, \quad (4.124)$$

kur I_0 — inerces moments pret punktu O .

Lai noteiktu kāda ķermeņa inerces momentu, ķermeni uzkar, iesvārsta, novēro svārstības periodu (laiks, kas atbilst vienai pilnai svārstībai) un, zinot ķermeņa svaru un attālumu e starp piekares punktu un smagumcentru, pēc formulas (4.124) aprēķina ķermeņa inerces momentu.

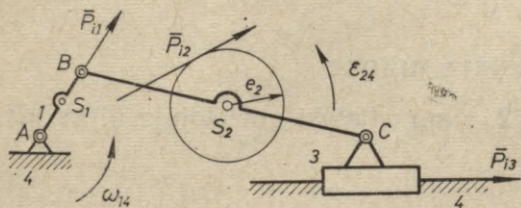
4.3.15. INERCES SPĒKI

4.3.15.1. Virzes kustība

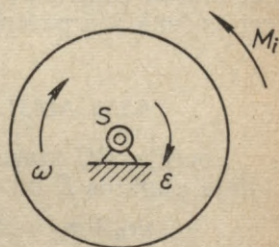
Inerces spēks

$$P_i = ma_S, \quad (4.125)$$

kur a_S — masas centra paātrinājums. Inerces spēka virziens pretējs masas centra paātrinājumam. Inerces spēka P_i stāvotne noteikta ar masas centru S . 4.69. zīmējumā virzuļa inerces spēks $P_{i3} = m_3 \mu_a$ (πc) ir pretējs virzuļa paātrinājumam (πc) (4.51. zīm. c).



4.69. zīm. Kloķa virzuļmehānisma inerces spēki



4.70. zīm. Rotācija ap masas centru

4.3.15.2. Rotācijas kustība ap masas centru

$$P_i = ma_S = 0, \text{ jo } a_S = 0.$$

Inerces spēka pāra moments

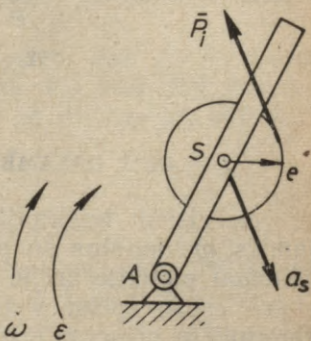
$$M_i = I_s \epsilon \quad (4.126)$$

un pretējs leņķiskam paātrinājumam ϵ (4.70. zīm.).

4.3.15.3. Rotācijas kustība ap asi, kas neiet caur masas centru (4.71. zīm.)

Inerces spēks $P_i = ma_S$, kura virziens pretējs masas centra paātrinājumam, pie-skaras aplocei, kas novilkta ar rādiusu

$$e = \frac{I_s \epsilon}{ma_S}. \quad (4.127)$$



4.71. zīm. Rotācija ap asi A

Pret masas centru S inerces spēks dod momentu, kura virziens pretējs leņķiskā paātrinājuma ε virzienam.

Kloķa AB inerces spēks (4.69. zīm.) $P_{i1} = m_1 \mu_a(\overline{\pi S_1})$, jo $\omega_{14} = \text{const.}$

4.3.15.4. Komplāna kustība

Kloķa virzuļa mehānisma (4.69. zīm.) klanis BC atrodas komplānā kustībā. Kļaņa inerces spēks

$$P_{i2} = m_2 \mu_a(\overline{\pi S_2}),$$

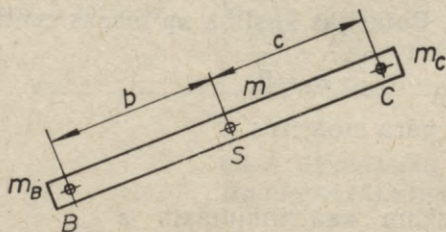
tā virziens pretējs kļaņa masas centra paātrinājumam $\overline{\pi S_2}$ (4.51. zīm. c), un tas pieskaras aplocei, kuras rādiuss $e_2 = \frac{I_{S_2} \varepsilon_{24}}{m_2 a S_2}$; pret masas centru S_2 inerces spēks \overline{P}_{i2} dod momentu, kura virziens pretējs leņķiskā paātrinājuma ε_{24} virzienam.

4.3.16. AIZSTĀJĒJA PUNKTA METODE

Locekļa BC masu m (4.72. zīm.) statistiski novietojam divos aizstājēja punktos B un C , t. i.,

$$\begin{aligned} m_B + m_C &= m, \\ m_B b - m_C c &= 0. \end{aligned} \quad (4.128)$$

Atrisinot šo vienādojumu sistēmu, iegūst masas m_B un m_C . Metodi lieto, mehānismus līdzsvarojot.



4.72. zīm. Masu statistiskais novietojums

4.3.17. DALAMBĒRA PRINCIPS

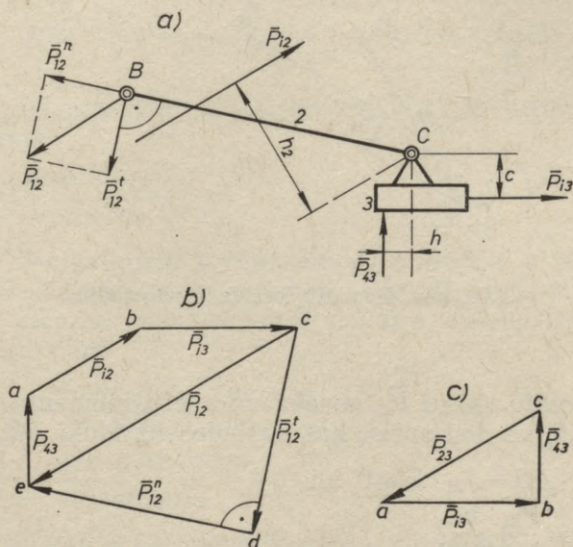
Ja visiem kustīgajiem mehāniskās sistēmas punktiem iedomājamies pievienotus šo punktu inerces spēkus, tad inerces spēki un sistēmai pieliktie ārējie aktīvie un ārējās reakcijas spēki veido līdzsvarā esošo spēku sistēmu, kurai derīgas visas statikas metodes. Dalambēra principu ērti lietot kinostatikā, t. i., kad jānosaka reakcijas mehānisma kinemātiskajos pāros.

4.3.18. REAKCIJU NOTEIKŠANA MEHĀNISMA KINEMĀTISKAJOS PĀROS

4.73. zīmējumā *a* attēlota kloķa virzuļmehānisma Asura grupa 2 3 ar inerces spēkiem \bar{P}_{i2} , \bar{P}_{i3} un nezināmām reakcijām \bar{P}_{12} un \bar{P}_{43} . Reakcijas \bar{P}_{12} tangenciālo komponenti \bar{P}_{12}^t nosaka momenta vienādojums pret punktu *C*, ko dod spēki, kas darbojas uz 2. locekli, t. i.,

$$P_{12}^t \cdot BC - P_{i2}h_2 = 0,$$

$$P_{12}^t = \frac{P_{i2}h_2}{BC}. \quad (4.129)$$



4.73. zīm. Reakciju noteikšana grupā 2 3

Grupas 2 3 spēku līdzsvara vienādojums:

$$\bar{P}_{i2} + \bar{P}_{i3} + \bar{P}_{12}^t + \bar{P}_{12}^n + \bar{P}_{43} = 0, \quad (4.130)$$

kam spēka plānā (4.73. zīm. b) atbilst noslēgts spēku daudzstūris *abcde*.

Meklētās reakcijas: $P_{12} = \mu_p(\bar{c}\bar{e})$, $P_{43} = \mu_p(\bar{e}\bar{a})$, kur μ_p — spēka mērogs, kādā zīmēts spēku plāns. Reakcijas P_{43} stāvotni nosaka spēka momenta vienādojums pret punktu *C*, ko dod spēki, kas darbojas uz 3. locekli, t. i.,

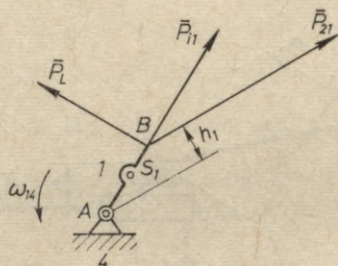
$$P_{43}h - P_{i3}c = 0 \text{ un } h = \frac{P_{i3}c}{P_{43}}.$$

Lai noteiktu reakciju P_{23} šarnīrā *C*, rakstām spēka līdzsvara vienādojumu visiem spēkiem, kas darbojas uz 3. locekli, t. i.,

$$\bar{P}_{i3} + \bar{P}_{43} + \bar{P}_{23} = 0, \quad (4.131)$$

kam spēku plānā (4.73. zīm. c) atbilst noslēgts spēku trijstūris abc . Reakcija $P_{23} = \mu_p(\overline{ca})$.

Uz kloķi AB (1. loceklis 4.74. zīm.) darbojas inerces spēks \overline{P}_{i1} , reakcija \overline{P}_{21} no 2. locekļa uz 1. locekli ($\overline{P}_{21} = -\overline{P}_{12}$) un līdzsvarotājs spēks \overline{P}_L , ko pieņemam perpendikulāru kloķim AB . Darba mašīnai līdzsvarotājs ir tas spēks, ko attīsta dzinējs un kas pielikts darba mašīnas dzenošajam loceklim. Un otrādi, izdarot dzinēja spēka aprēķinu, līdzsvarotājs spēks ir tās darba mašīnas pretestības spēks, ko piedzen aplūkojamais dzinējs.



4.74. zīm. Dzenošā locekļa kinetostatika

Līdzsvarotāju spēku \overline{P}_L nosaka no spēku momentu vienādojuma pret šarnīru A , ko dod spēki, kas darbojas uz kloķi AB , t. i.,

$$P_L \cdot AB - P_{21} \cdot h_1 = 0 \text{ un} \\ P_L = \frac{P_{21} \cdot h_1}{AB}. \quad (4.132)$$

Lai noteiktu reakciju \overline{P}_{41} no pamatlocekļa 4 uz kloķi (1. locekli) šarnīrā A , sastāda spēku līdzsvara vienādojumu visiem spēkiem, kas darbojas uz 1. locekli, t. i.,

$$\overline{P}_{21} + \overline{P}_{i1} + \overline{P}_L + \overline{P}_{41} = 0. \quad (4.133)$$

Zīmējot spēka plānu, grafiski nosakām reakciju P_{41} . Visas reakcijas (P_{41} , P_{12} , P_{23} , P_{43}) noteiktas tikai no inerces spēkiem.

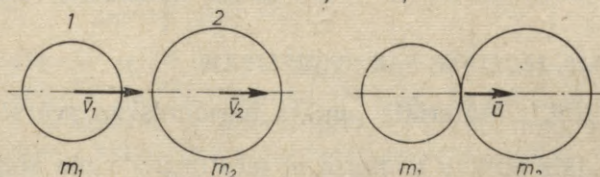
4.3.19. TRIECIENS

Divu ķermeņu savstarpēju īslaicīgu mehānisku iedarbību, kas saistīta ar šo ķermeņu ātruma strauju izmaiņu, sauc par *triecienu*. Trieciens laiks ir ļoti īss, bet trieciena spēks ļoti liels.

Triecienu, pie kura abu ķermeņu smaguma centri atrodas uz trieciena līnijas (uz kopējās virsmu normāles to pieskares punktā)

un smaguma centru ātrumi trieciena sākumā vērsti pa trieciena līniju, sauc par taisnu centrālu triecienu.

Ķermeņu masas ir m_1 un m_2 (4.75. zīm.) un to ātrumi \bar{v}_1 un \bar{v}_2 , pie tam $\bar{v}_1 > \bar{v}_2$. Tā kā nedarbojas nekādi ārēji spēki, tad sistēmas kustības daudzums daudzumā abi ķermeņiem nemainās. Triecienā



4.75. zīm. Divu masu taisnais centrālais trieciens

abi ķermeņi nedaudz deformējas, un maksimālās deformācijas laikā kopējais ātrums

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (4.134)$$

Absolūti neelastīgiem ķermeņiem deformācija ir paliekoša; ķermeņi turpinās kustēties vienā virzienā ar kopējo ātrumu u .

Absolūti elastīgi ķermeņi viens no otra atstumsies un turpinās kustību ar ātrumiem

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad (4.135)$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Absolūti elastīgu ķermeņu triecienā, ja $m_1 = m_2$, ātrums $u_1 = v_2$, bet $u_2 = v_1$, t. i., pēc trieciena ķermeņi apmainās ātrumiem.

Trieciena koeficients

$$k = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}, \quad (4.136)$$

kur h_1 — ķermeņa, piem., lodītes krišanas augstums;

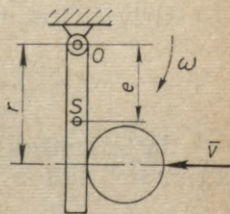
h_2 — lodītes sasniegtais augstums pēc trieciena.

Lodītēm no rūdīta tērauda $k=0,98$, čuguna lodītēm $k=0,68$, svina lodītēm $k=0,20$.

Neabsolūti elastīgu ķermeņu ātrumi pēc trieciena:

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 (v_1 - v_2) k}{m_1 + m_2}, \quad (4.137)$$

$$u_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 (v_1 - v_2) k}{m_1 + m_2}$$



4.76. zīm. Taisnais ekscentriskais trieciens

4.76. zīmējumā attēlots taisnais ekscentriskais trieciens. I — stieņa inerces moments pret asi 0,

ω_1 un ω_2 — stieņa leņķiskie ātrumi pirms un pēc trieciena, v un u — lodes ātrumi pirms un pēc trieciena. No vienādojuma

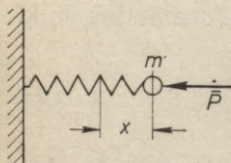
$$I\omega_1 + mrv = I\omega_2 + mru \quad (4.138)$$

iegūstam u .

4.3.20. JĒDZIENS PAR SVĀRSTĪBĀM

4.3.20.1. Materiāla punkta harmoniskas svārstības

Ja materiāls punkts ar masu m piestiprināts pie atsperes, kuras stingums ir c , un uz atsperi darbojas spēks \bar{P} , tad atsperē tiek saņemta par lielumu x (4.77. zīm.).



4.77. zīm. Brīva harmoniska svārstība

$$P = m \frac{d^2x}{dt^2} = -cx,$$

$$\text{t. i., } m \frac{d^2x}{dt^2} + cx = 0, \quad (4.139)$$

kas ir harmoniskās svārstības diferenciālvienādojums. Tā atrisinājums

$$x = A \sin(\omega t + \alpha) \quad (4.140)$$

jeb

$$x = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t, \quad (4.141)$$

kur x_0 — kustības sākuma punkta koordināte, v_0 — ātrums kustības sākumā, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$,

A — svārstības amplitūda. (Ārējā un iekšējā berze un atsperes pašsvars nav ievērots.)

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{\omega x_0}{v_0}.$$

Frekvence, t. i., svārstību skaits sekundē, $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Brīvo harmonisko svārstību periods

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (4.142)$$

Ja svārstība noris vidē ar pretestības spēku, kas proporcionāls ātrumam, tad svārstība ir rimstoša, kuras diferenciālvienādojums

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -cx - b \frac{dx}{dt}, \quad (4.143)$$

kur b — rimšanas koeficients.

Vienādojuma vispārīgais integrālis

$$x = Ae^{a_1 t} + Be^{a_2 t}, \quad (4.144)$$

kur

$$a_{1,2} = -\frac{b}{2\pi} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4m^2} - \frac{c}{m}}.$$

Ja zemsaknes izteiksme ir negatīva, tad abpusīgā novirze no līdzsvara stāvokļa pakāpeniski samazinās. Ja zemsaknes izteiksme ir pozitīva, tad kustība ir aperiodiska, t. i., novirzes ir tikai vienā pusē no līdzsvara stāvokļa un pakāpeniski samazinās.

Koeficientus A un B nosaka no sākuma apstākļiem: $t_0=0$, $x_0=0$, $v_0=0$.

4.3.20.2. Lieces svārstības

Ja elastīga vārpsta ar tai piestiprinātu ripu, kuras svars ir G , griežas ar leņķisko ātrumu ω (4.78. zīm.) un ripas masas centrs S nesakrīt ar vārpstas centru, bet nobīdīts par lielumu e , tad centrālās spēks C rada izlieci y :

$$C = \frac{G}{g} \omega^2 (e + y) = cy,$$

c — spēks, kas rada 1 cm izlieci.

Izliece, ko rada centrālās spēks:

$$y = \frac{G\omega^2 e}{gc - G\omega^2}. \quad (4.145)$$

Ja vārpstas leņķiskais ātrums $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, tad izliece teorētiski ir bezgalīgi liela. Vārpstas kritiskais leņķiskais ātrums un kritiskais apgriezienu skaits ir:

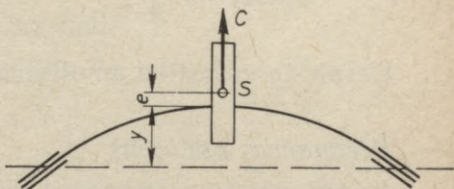
$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad n_{kr} \approx 300 \sqrt{\frac{c}{G}}. \quad (4.146)$$

4.3.20.3. Materiālā punkta uzspiestas svārstības

Uz materiālo punktu darbojas elastības spēks $X_1 = -mcx$ un svārstību ierosinātājs spēks $X_2 = mb \sin pt$ (4.79. zīm.). Punkta kustības diferenciālvienādojums ir

$$\ddot{x} + \omega^2 x = b \sin pt, \quad (4.147)$$

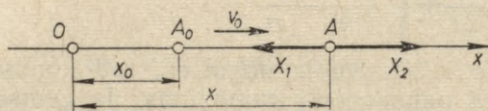
kur $\omega^2 = \frac{c}{m}$.



4.78. zīm. Lieces svārstība

Diferenciālvienādojuma integrālis

$$x = A \sin(\omega t + \alpha) + \frac{b}{\omega^2 - p^2} \sin pt. \quad (4.148)$$



4.79. zīm. Uzspiestā svārstība

Pašsvārstību amplitūda

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{1}{\omega^2} \left(\dot{x}_0 - \frac{bp}{\omega^2 - p^2} \right)^2} \quad (4.149)$$

un

$$\alpha = \arcsin \frac{x_0}{A}.$$

Uzspiesto svārstību amplitūda ir $\frac{b}{\omega^2 - p^2}$.

Rezonanses gadījums

Ja pašsvārstību frekvence vienāda ar uzspiesto svārstību frekvenci, t. i., $\omega = p$, tad ir *rezonanse*. Rezonanses gadījumā $\frac{b}{\omega^2 - p^2} = \infty$; tas norāda, ka integrālis (4.148) rezonanses stāvoklim neder, jo formulas otrais saskaitāmais nevar acumirkli sasniegt bezgalīgi lielu vērtību; tas pieaug proporcionāli laikam.

Rezonanses gadījumā

$$x = A \sin(\omega t + \alpha) - \frac{b}{2p} t \cos pt. \quad (4.150)$$

4.3.21. ŽIROSKOPISKAIS EFEKTS

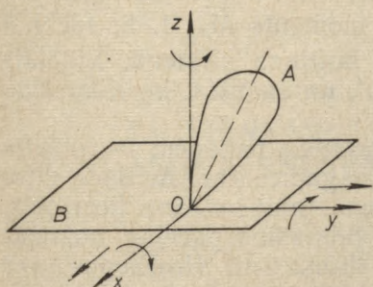
Vilciņš A , ko saucsim par žiroskopu (4.80. zīm.), var izdarīt piecas kustības: trīs rotācijas un divas virzes kustības, t. i., vilciņam ir piecas kustības brīvības pakāpes.

Ķermenis A rotē ap asi Oy ar lielu leņķisko ātrumu $\overline{\omega}_1$ (4.81. zīm.). Ja vēlamies pagriezt asi Oy plaknē yOz ar leņķisko ātrumu $\overline{\omega}_2$, tad jāpieliek spēka moments

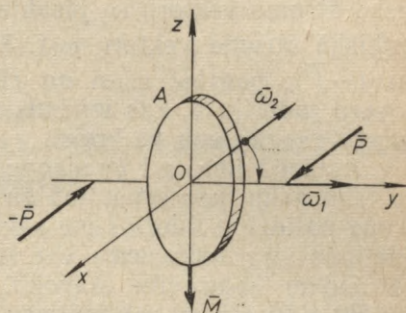
$$\overline{M} = \overline{\omega}_2 \times I \overline{\omega}_1, \quad (4.151)$$

kur I — ķermeņa inerces moments.

Spēka momenta \bar{M} virzienu nosaka, sakļaujot visisākā ceļā vektoru $\bar{\omega}_2$ ar vektoru $\bar{\omega}_1$, t. i., vektors \bar{M} sakrīt ar negatīvo z asi, kam atbilst spēki \bar{P} un $(-\bar{P})$, kas perpendikulāri vēlamajai ass pārvietošanas plaknei.



4.80. zīm. Vilciņa kustības brīvības



4.81. zīm. Rotējoša ķermeņa pagriešana Oyz plaknē

Formulu (4.151) var uzrakstīt arī šādi:

$$\bar{M} - \bar{\omega}_2 \times I \bar{\omega}_1 = 0$$

jeb

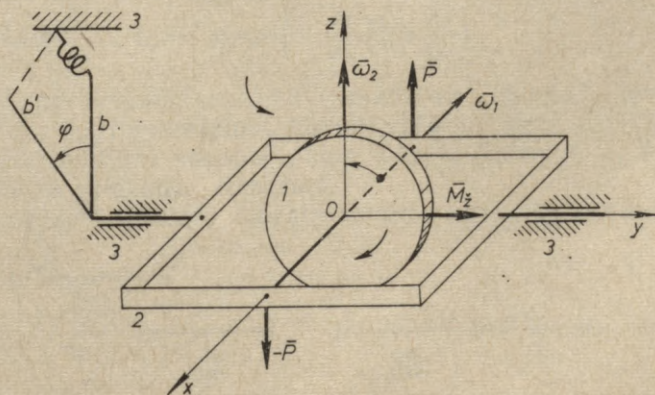
$$\bar{M} + I \bar{\omega}_1 \times \bar{\omega}_2 = 0.$$

Momentu

$$\bar{M}_z = I \bar{\omega}_1 \times \bar{\omega}_2 \quad (4.152)$$

sauc par žiroskopa momentu.

4.82. zīmējumā attēlots žiroskops ar divām kustības brīvības pakāpēm, kādu lieto aviācijā, lai lidotājs, kas ir zaudējis horizontu (lidojums virs mākoņiem), varētu spriest par lidmašīnas lidojumu (pagrieziena pa kreisi jeb pa labi). Žiroskops (I . loceklis), kas



4.82. zīm. Žiroskops ar divām kustības brīvības pakāpēm

nostiprināts rāmī (2. loceklis), rotē ap x asi ar leņķisko ātrumu ω_1 , bet rāmis pret lidmašīnas korpusu \mathcal{B} var rotēt ap y asi. Ja lidmašīna pret z asi izdara pagriezienu ar leņķisko ātrumu ω_2 , tad žiroskopa momenta \overline{M}_z vektors sakrīt ar y asi (relatīvās kustības leņķiskā ātruma vektoru $\overline{\omega}_1$ jāsakļauj visīsākā ceļā ar pārnese kustības leņķiskā ātruma vektoru $\overline{\omega}_2$). Žiroskopa moments \overline{M}_z , t. i., spēki \overline{P} un $(-\overline{P})$, pagriež rāmi un rādītāju b bultiņas virzienā. Lidotājs novēro rādītāju b , kas ieņēmis stāvokli b' , un saskata, ka lidmašīna izdara pagriezienu pa kreisi.

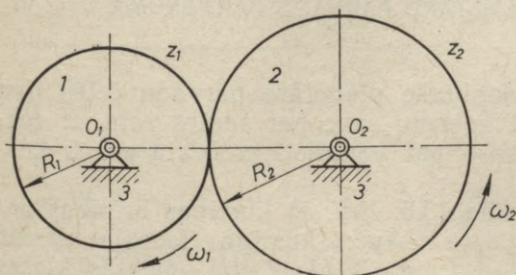
Aviācijā lieto arī žiroskopu ar trim brīvības pakāpēm — rotāciju ap trim asīm, kas krustojas žiroskopa smagumcentrā. Ar šāda žiroskopa palīdzību lidotājs pie «aklā lidojuma» (nav redzams horizonts, lidojums virs mākoņiem) var redzēt, vai lidmašīna paceļas, nolaižas vai ieņem kādu citu stāvokli. Lietojot lidmašīnā žiroskopus, var panākt lidmašīnas automātisku vadīšanu, kas svarīgi pie tāliem reisiem. Žiroskopu daudz lieto navigācijā (braukšanas kursa noteikšanai), kā arī kuģu, torpēdu un reaktīvo šāviņu automātiskai vadīšanai.

MEHĀNISMU UN MAŠĪNU TEORIJA

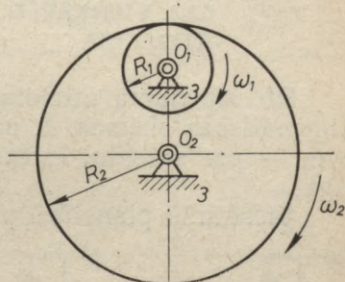
5.1. VIENKĀRŠO ZOBMEHĀNISMU AR NEKUSTĪGĀM ASĪM PĀRNESUMA ATTIECĪBA

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \mp \frac{R_2}{R_1} = \mp \frac{z_2}{z_1}, \quad (5.1)$$

kur z_1 un z_2 ir zobratu zobu skaits. Mīnusa zīme ārējai sazobei (5.1. zīm.), plusa zīme iekšējai sazobei (5.2. zīm.).



5.1. zīm. Ārējā sazobe



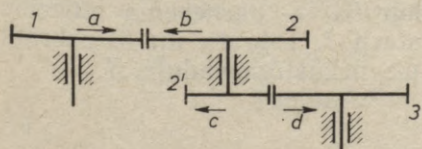
5.2. zīm. Iekšējā sazobe

5.2. DAUDZLOCEKĻU ZOBMEHĀNISMU PĀRNESUMA ATTIECĪBA (ASIS NEKUSTĪGAS) (5.3. zīm.)

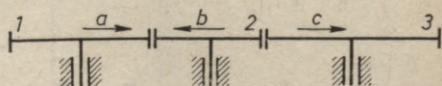
$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3}, \quad i_{13} = i_{12}i_{2'3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z_2'}\right), \quad (5.2)$$

t. i., kopīgā pārnese attiecība vienāda ar zobratu atsevišķo pārnese attiecību reizinājumu, ņemot vērā to zīmi (ārējai sazobei mīnusa zīme, iekšējai sazobei plusa zīme). Bultiņas a , b , c un d norāda zobratu griešanās virzienus.

5.4. zīmējumā attēlots zobratu virknes savienojums, kur katram



5.3. zīm. Divpakāpju zobratu pārvads



5.4. zīm. Pārvads ar parazitāro zobratu

zobratam ir sava griešanās ass. Virknes savienojumu lieto, ja kustību pārnes starp vārpstām, kas atrodas lielākā attālumā viena no otras, vai arī ja nepieciešams dabūt pārnesuma attiecību ar noteiktu zīmi:

$$i_{13} = i_{12}i_{23} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_2}\right) = \frac{z_3}{z_1}.$$

Kā redzams, otrais zobrats pārnesuma attiecību neietekmē. Tādu zobratu sauc par parazitāro zobratu.

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3}, \quad n_3 = \frac{n_1}{i_{13}} = \frac{z_1 n_1}{z_3}.$$

5.3. PLANETĀRO PĀRVADU PĀRNESUMA ATTIECĪBA (CILINDRISKI ZOBRA TI AR KUSTĪGĀM ASĪM)

5.3.1. VIENKĀRŠO PLANETĀRO PĀRVADU PĀRNESUMA ATTIECĪBA

5.5. zīmējumā attēlotas vienkāršo planetāro pārvadu četru tipu kinemātiskās shēmas. 1. un 3. zobratu sauc par saules ratu, 2. zobratu — par satelītu, locekli H — par vaduli. 2. zobrata ass ir kustīga.

Vienkāršā planetārā pārvada (5.5. zīm. a) kustības brīvības pakāpe: kustīgo locekļu skaits $n=3$ (1, 2, H), piektās klases kinemātisko pāru skaits $p_5=3$ (1 3, 2 H , H 3) un ceturrtās klases kinemātisko pāru skaits $p_4=2$ (1 2, 2 3), $W=3n-2p_5-p_4=3\cdot 3-2\cdot 3-2=1$, t. i., viens loceklis jāizvēlas par dzenošo.

Vienkāršā planetārā pārvada pārnesuma attiecību $i_{1H}^{(3)}$ no 1. zobrata uz vaduli H pie nekustīgā 3. zobrata aprēķina pēc formulas

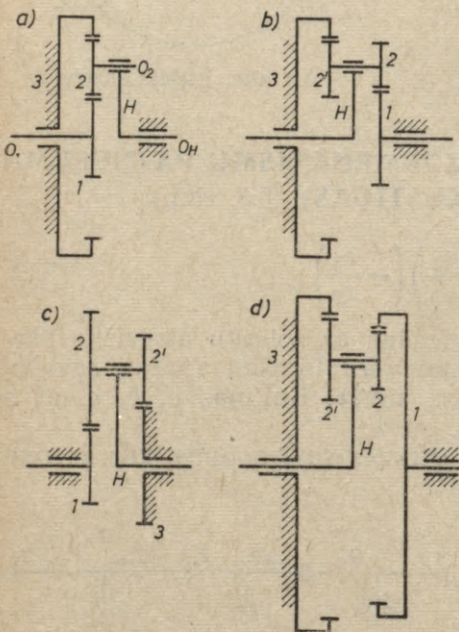
$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^H, \quad (5.3)$$

kur i_{13}^H — pārnesuma attiecība starp 1. zobratu un 3. zobratu pie nekustīga vadaļa H .

Analogi

$$i_{H1}^{(3)} = \frac{1}{i_{13}^{(3)}} = \frac{1}{1 - i_{13}^{(H)}} \quad (5.4)$$

5.5. zīm. Vienkāršo planetāro pārvadu četru tipu kinemātiskās shēmas



Ja nekustīgs ir 1. zobrats, tad

$$i_{3H}^{(1)} = 1 - i_{31}^H \quad (5.5)$$

un

$$i_{H3}^{(1)} = \frac{1}{i_{3H}^{(1)}} = \frac{1}{1 - i_{31}^H}.$$

5.1. tabulā sakopotas pārnesuma attiecības četriem pārvadu tipiem atkarībā no zobu skaita.

5.1. tabula. Planetāro pārvadu pārnesuma attiecības

Tips (sk. 5.5. zīm.) Pārnesuma attiecība	a	b	c	d
$i_{13}^{(H)}$	$-\frac{z_3}{z_1}$	$-\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$	$\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$	$\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$
$i_{31}^{(H)}$	$-\frac{z_1}{z_3}$	$-\frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	$\frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	$\frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$
$i_{1H}^{(3)}$	$1 + \frac{z_3}{z_1}$	$1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$	$1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$	$1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$
$i_{H1}^{(3)}$	$\frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}}$	$\frac{1}{1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}$	$\frac{1}{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}$	$\frac{1}{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}}$
$i_{3H}^{(1)}$	$1 + \frac{z_1}{z_3}$	$1 + \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	$1 - \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$	$1 - \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}$
$i_{H3}^{(1)}$	$\frac{1}{1 + \frac{z_1}{z_3}}$	$\frac{1}{1 + \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}}$	$\frac{1}{1 - \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}}$	$\frac{1}{1 - \frac{z_1 z_2'}{z_2 z_3}}$

5.6. zīmējumā attēlotai pārvada kinemātiskai shēmai pārnesuma attiecību $i_{1H}^{(4)}$ aprēķina pēc formulas

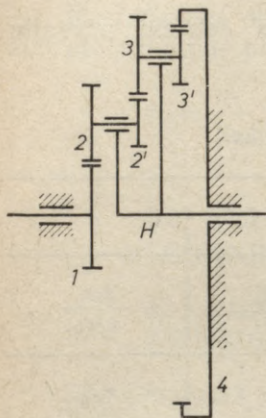
$$i_{1H}^{(4)} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \frac{z_4}{z_3'}$$

un

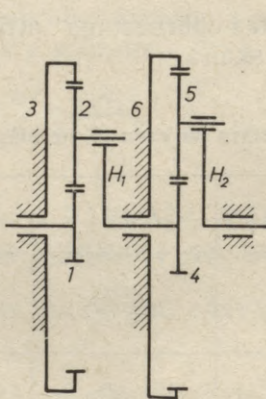
$$n_H = \frac{n_1}{i_{1H}^{(4)}}.$$

5.7. zīmējumā attēlotā pārvada kinemātiskā shēma sastāv no divām planetārām pakāpēm. Pirmā pakāpe: 1, 2, 3 zobrats un vadulis H_1 ; otrā pakāpe: 4, 5, 6 zobrats un vadulis H_2 . Kopīgā pārnese attiecība no 1. zobrata uz vaduli H_2 pie nekustīga 3 un 6 zobrata ir atsevišķo pakāpju pārnese attiecību reizinājums, t. i.,

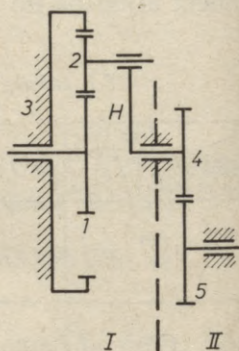
$$i_{1H_2}^{(3,6)} = i_{1H_1}^{(3)} i_{4H_2}^{(6)}, \quad (5.6)$$



5.6. zīm. Vienkāršais planetārais pārvads ar diviem satelītiem



5.7. zīm. Pārvada kinemātiskā shēma ar divām planetārām pakāpēm



5.8. zīm. Pārvada kinemātiskā shēma, kur pirmā pakāpe ir planetāra, otrā pakāpe — parastā

bet

$$i_{1H_1}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}, \quad i_{4H_2}^{(6)} = 1 + \frac{z_6}{z_4}, \quad (5.7)$$

ko ievietojot (5.6) iegūstam

$$i_{1H_2}^{(3,6)} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \left(1 + \frac{z_6}{z_4}\right). \quad (5.8)$$

Ja ir zināms n_1 , tad

$$n_{H_2} = \frac{n_1}{i_{1H_2}^{(3,6)}}. \quad (5.9)$$

5.8. zīmējumā parādīta vienkārša planetārā pārvada (reduktora) kinemātiskā shēma, kur pirmā pakāpe ir planetāra (1, 2, 3 zobrats un vadulis H), bet otrā pakāpe (4 un 5 zobrats) ir parastā (zobratī ar nekustīgām asīm).

$$i_{15} = i_{1H}^{(3)} i_{45} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \left(-\frac{z_5}{z_4}\right)$$

un

$$n_5 = \frac{n_1}{i_{15}}.$$

5.4. ZOB RATU DIFERENCIĀLA PĀRNEŠUMA ATTIECĪBA

5.4.1. DIFERENCIĀLIS AR DIVĀM KUSTĪBAS BRĪVĪBĀM

Planetāru pārvaldi, kuram kustas visi locekļi (5.9. zīm.), $n=4$ (1, 22', 3, H); $p_5=4$ (14, 2H, H3, 34); $p_4=2$ (12, 2'3) un kuram kustības brīvības pakāpe

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2,$$

sauc par zobratu diferenciāli ar divām kustības brīvībām.

Zobratu diferenciāla pārnesuma attiecība vispārīgā veidā:

$$i_{1n}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_n - n_H}. \quad (5.10)$$

Mūsu gadījumā

$$i_{13}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}, \text{ bet } i_{13}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z_{2'}} \right),$$

un no vienādības $-\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}$ iegūstam

n_H , ja ir doti n_1 un n_3 .

Satelīta apgriezību skaitu n_2 aprēķina pēc formulas

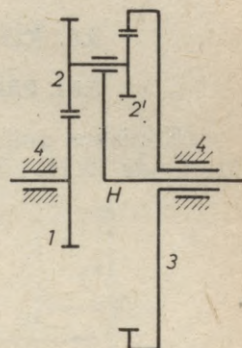
$$i_{12}^{(H)} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H},$$

t. i.,

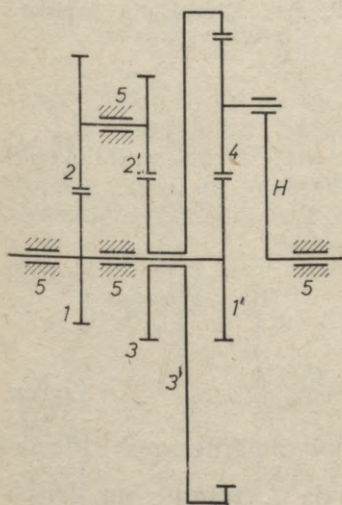
$$-\frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H}.$$

5.4.2. DIFERENCIĀLIS AR VIENU KUSTĪBAS BRĪVĪBU — NOSLĒGTS DIFERENCIĀLIS

Diferenciālo mehānismu (5.10. zīm.), kuram dzenošie locekļi (1', 3') saistīti ar papildu zobratu pārvaldi (1, 2 2' un 3), sauc par noslēgtu. $n=5$ (11', 22', 33', 4, H), $p_5=5$ (15, 25, 1'3, H4, H5), $p_4=4$ (12, 2'3, 1'4, 43') un $W=3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 4 = 1$; kā redzams, noslēgtam diferenciālim pietiek iedarbināt vienu dzenošo locekli.



5.9. zīm. Diferenciālis ar divām kustības brīvībām



5.10. zīm. Diferenciālis ar vienu kustības brīvību jeb noslēgts diferenciālis

Pārnesuma attiecība

$$i_{1H} = \frac{i_{13} (i_{1'3'}^{(H)} - 1)}{i_{1'3'}^{(H)} - i_{13}},$$

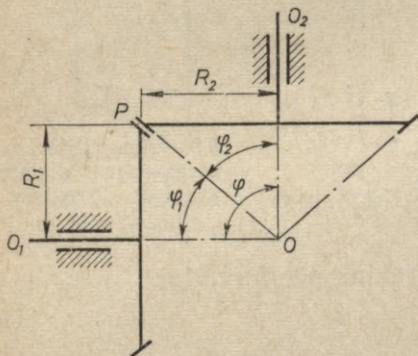
kur

$$i_{13} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z_2'} \right), \quad i_{1'3'}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1'}.$$

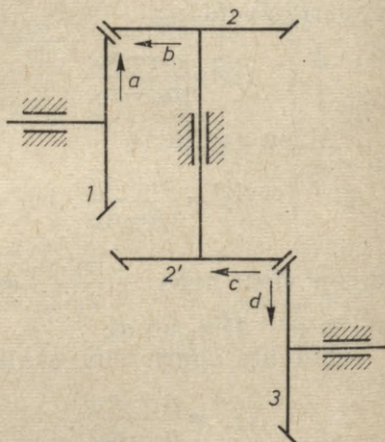
5.5. KONISKO ZOBRATU PĀRNEŠUMA ATTIECĪBA

5.5.1. PĀRVADS AR NEKUSTĪGĀM ASĪM

Koniskos zobratu lieto, ja ir jāpārnes kustība uz asīm, kuras krustojas (5.11. zīm.).



5.11. zīm. Konisko zobratu pārvads



5.12. zīm. Divpakāpju konisko zobratu pārvads

Pārnesuma attiecība

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (5.11)$$

bet $R_1 = OP \cdot \sin \varphi_1$, $R_2 = OP \cdot \sin \varphi_2$, tātad

$$i_{12} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}. \quad (5.12)$$

Parasti $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$,

taid

$$i_{12} = \operatorname{ctg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (5.13)$$

5.12. zīmējumā attēlotam pārvadam kopīgā pārnesuma attiecība $i_{13} = i_{12} i_{2,3} = -\frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'}$ ir negatīva, jo dzenošais 1. zobrats un dzītais 3. zobrats griežas pretējos virzienos, bultiņas a un d ir pretēji vērstas.

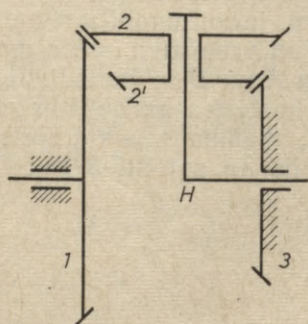
5.5.2. PLANETĀRAIS PĀRVADS

5.13. zīmējumā attēlota vienkāršā planetārā pārvada kinemātiskā shēma, bet 5.14. zīmējumā — tā paša pārvada kinemātiskā shēma, ja vadulis H ir nekustīgs, t. i., pārvērstā reduktora shēma:

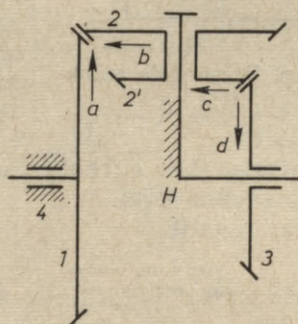
$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^H = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$$

kur i_{13}^H ir negatīvs, jo bultiņas a un d ir pretēji vērstas;

$$n_H = \frac{n_1}{i_{1H}^{(3)}}$$



5.13. zīm. Vienkāršais planetārais pārvads



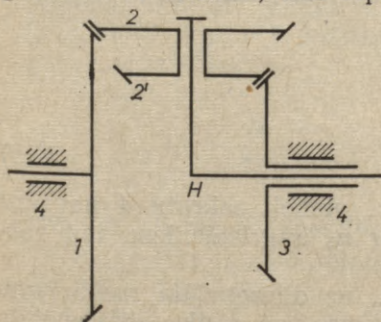
5.14. zīm. Pārvērstais reduktors

Zobratu diferenciālim ar koniskiem zobratiem (5.15. zīm.) pārnesuma attiecība ir

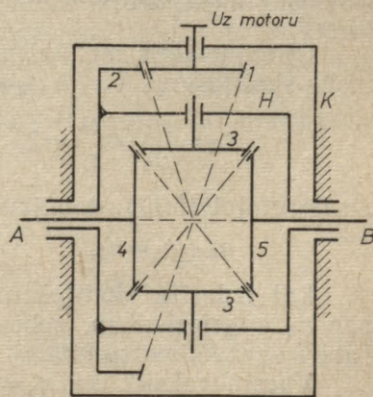
$$-\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} \quad (5.14)$$

Ja ir doti n_1 un n_3 , tad no (5.14) iegūst n_H .

5.16. zīmējumā parādīta automobiļa diferenciāla shēma. Automobilim dzenošie riteņi ir pakalējie un pie pagriezieniem riteņiem, kas ripo pa ārējo

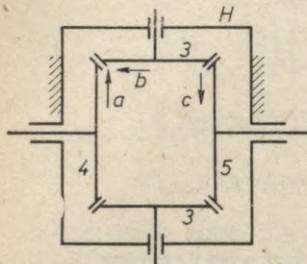


5.15. zīm. Zobratu diferenciālis



5.16. zīm. Automobiļu diferenciālis

aplaci, ir jānoiet lielāks ceļa gabals nekā ritenim, kas ripo pa iekšējo aplaci. No tā secinām, ka ārējam ritenim apgriezību skaits ir lielāks nekā iekšējam. Riteņa kustību ar dažādiem apgriezieniem var atveidot, ņemot palīgā diferenciāli.



5.17. zīm. Pārvērsta reduktors

Motors dzen konisko zobratu 1. Ar 2. zobratu stingri savienots vadulis H , kas darbojas kā turētājs. Ar vaduli H griežas divi vienādi satelīti 3. Tie ir sazobē ar diviem vienādiem zobratiem 4 un 5. Lai diferenciāli pasargātu no netūrumiem, tas novietots apvalkā K , kas pret automobiļa korpusu ir nekustīgs. Satelīti negriezīsies ap savām asīm, ja automobiļa riteņi virzīsies pa taisni un pretestību spēka momenti uz riteņu asīm A un B ir vienādi. Ja automobiļa riteņi kustēsies pa dažādu rādiusu aplocēm, t. i., mašīna taisīs pagriezienu,

mehānisms sāks darboties kā diferenciālis un satelīti 3 sāks griezties ap savām asīm.

Var rakstīt

$$i_{45}^{(H)} = \frac{n_4 - n_H}{n_5 - n_H} \quad (5.15)$$

Pārvērsta reduktora (5.17. zīm.) pārnese attiecība

$$i_{45}^{(H)} = \frac{z_3 z_5}{z_4 z_3} = \frac{z_5}{z_4} = -1, \quad (5.16)$$

jo $z_4 = z_5$ un bultiņu a un c virzieni pretēji.

Iegūstam

$$n_4 - n_H = -n_5 + n_H \quad \text{jeb} \quad 2n_H = n_4 + n_5. \quad (5.17)$$

Ja zobrats 4 apstāsies, t. i., $n_4 = 0$, tad zobrats 5 griezīsies ar divreiz lielāku apgriezību skaitu nekā vadulis H . Ja $n_4 = -n_5$, tad $n_H = 0$.

Diferenciālais mehānisms (5.16. zīm.) dod iespēju izdarīt mehānisko skaitļošanu. Tā kā $n_2 = n_H$, tad, pieņemot, ka $z_2 = 2z_1$,

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = 2, \quad n_2 = n_H = \frac{n_1}{2}$$

un ievietojot (5.17), dabūjam

$$n_4 + n_5 = n_1. \quad (5.18)$$

Lai izdarītu skaitļošanas operāciju, pietiek zobratu 4 pagriezt par n_4 apgriezieniem, zobratu 5 — par n_5 apgriezieniem, tad zobrats 1 uzrādīs summu n_5 .

Varam rakstīt, ka $n_4 = n_1 - n_5$, t. i., ar diferenciāla mehānismu var izdarīt arī atņemšanu; no šīs darbības arī radies diferenciāla nosaukums.

5.6. SKRŪVES ZOBRATU MEHĀNISMS

Skrūves zobratu mehānisms resp. pārvads attēlots 5.18. zīmējumā virsskatā; zobрати ir cilindriski, ar slīpiem zobiem un vienādu vītnes gājienu (zīmējumā parādīts labais gājiens), ar zobu slīpuma leņķiem β_1 un β_2 ; zobratu asis šķērsojas, un šķērsošanās leņķis $\varphi = 90^\circ$. Cilindru sākuma aploces rādiusi ir R_1 un R_2 .

Pārnese attiecība

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

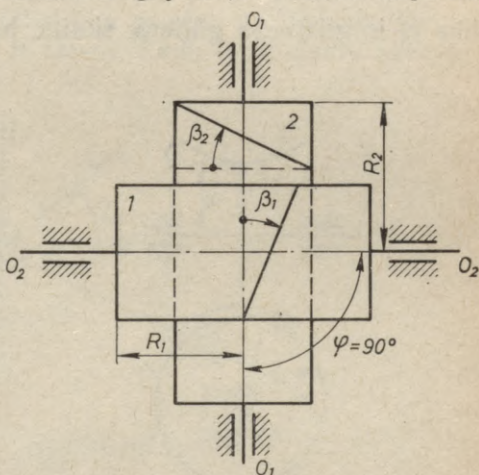
Pie projektēšanas, ja ir dota pārnese attiecība i_{12} un leņķis $\varphi = 90^\circ$, atrisinot vienādojumu sistēmu

$$i_{12} = \frac{R_2 \cos \beta_2}{R_1 \cos \beta_1} \quad (5.19)$$

un $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$,

iegūst leņķus β_1 un β_2 .

Skrūvju zobratiem saizē ir lielāks zobu skaits, tāpēc to darbība noris bez trokšņa. Šos zobratu var lietot lieliem ātrumiem, bet, tā kā zobratu zobi saskaras punktā, tie nav spējīgi pārnese lielas jaudas.



5.18. zīm. Skrūves zobratu pārvads

5.7. GLIEMEŽPĀRVADS

5.19. zīmējumā attēlota gliemežpārveda kinemātiskā shēma, kur 1. loceklis, gliemezis, ir skrūve ar trapecveida vītņi, bet 2. loceklis, gliemežrats, ir zobrats ar slīpiem zobiem. Ja gliemezim ir labais gājiens, tad arī gliemežratam ir labais gājiens. Gliemežpārveda lieto, ja ir jāpārnese kustība uz asīm, kas šķērsojas. Gliemežpārveda pārnese attiecība

$$i_{12} = \frac{R}{r \operatorname{tg} \lambda}, \quad (5.20)$$

kur λ ir gliemeža kāpes leņķis.

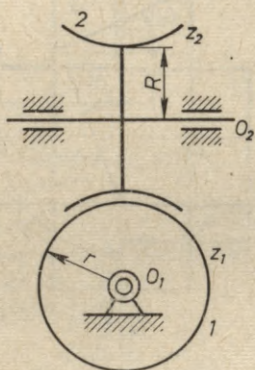
5.20. zīmējumā attēlots divgājienu gliemezis: ab ir viens vijums, bet cd — blakusvijums.

Lai noteiktu gājienu skaitu, jāskatās uz gliemezi no gala ass virzienā, kur saskatāmi vijumu sākumi a un c .

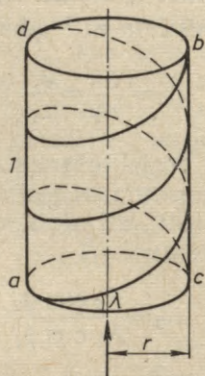
Gliemežpārveda pārnese attiecību var izteikt arī šādi:

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (5.21)$$

kur z_1 ir gliemeža gājienu skaits, bet z_2 — gliemežrata zobu skaits.



5.19. zīm. Gliemežpārvals



5.20. zīm. Divgājienu gliemezis

Ar gliemežpārvalu var panākt lielu pārnese attiecību, resp. apgriezienu skaita samazināšanu. Tā, piemēram, ja $n_1 = 1500$ apgr/min, tad viengājienu gliemežim $z_1 = 1$ un gliemežrata zobu skaitam $z_2 = 30$, iegūstam

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{30}{1} = 30;$$

tad

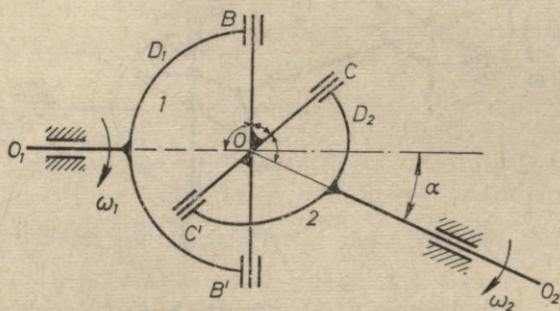
$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{un} \quad n_2 = \frac{n_1}{i_{12}} = \frac{1500}{30} = 50 \text{ apgr/min.}$$

Gliemežpāravadā starp gliemezi un gliemežratu ir liela berze. Lai to samazinātu, gliemežrata vainagu izgatavo no antifrikcijas materiāla, piemēram, no bronzas un pārvalu novieto eļļas vannā. Pāravadā darbojas aksiālie spēki, kas cenšas pārbīdīt gliemezi un gliemežratu aksiālā virzienā. Aksiālā spēka virzienu nosaka ar skrūves likumu, t. i., ja gliemežim ir labais gājiens un tas griežas pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tad aksiālais spēks vērsts gliemeža skrūvēšanās virzienā. Aksiālos spēkus uztver īpaši aksiālgultņi. Gliemežpārvalu lieto dažādām, arī lielām jaudām.

5.8. UNIVERSĀLAIS ŠARNĪRA MEHĀNISMS

5.8.1. VIENKĀRŠAIS UNIVERSĀLAIS ŠARNĪRA MEHĀNISMS

Loceklis 1, kas griežas ar leņķisku ātrumu ω_1 (5.21. zīm.), izveidots kā dakša D_1 , kurai ir divi urbumi B un B' ar vienu kopēju asi BB' . Analogiski izveidots 2. loceklis, kas griežas ar leņķisko ātrumu ω_2 . Leņķi O_1OB , BOC un COO_2 ir taisni. Šādu mehānismu sauc par



5.21. zīm. Vienkāršais universālais šarnīra mehānisms

vienkāršo universālo šarnīra mehānismu, kas ļauj pārnest griešanās kustību starp divām asīm, kuras veido leņķi α .

Pārnesuma attiecība

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1}, \quad (5.22)$$

kur φ_1 ir 1. locekļa pagrieziņa leņķis.

No formulas (5.22) secinām, ka, vienai asij griežoties vienmērīgi, otra ass griežoties nevienmērīgi.

Maksimālo $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ izteiksmi dabūjam, ja $\varphi_1 = 0, \pi, 2\pi \dots$, t. i.,

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)_{max} = \frac{1}{\cos \alpha}. \quad (5.23)$$

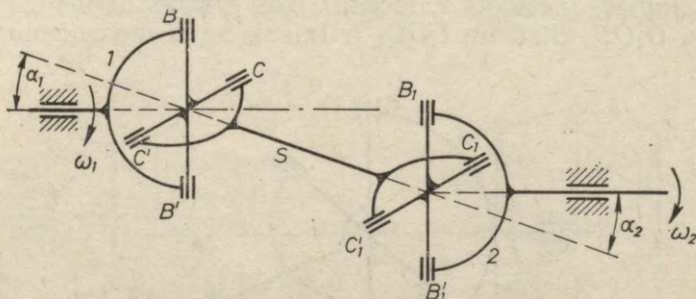
Minimālo $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ izteiksmi dabūjam, ja $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \dots$, t. i.,

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)_{min} = \cos \alpha. \quad (5.24)$$

Ja $\alpha = 0$, tad $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1$.

5.8.2. DIVKĀRŠAIS UNIVERSĀLAIS ŠARNĪRA MEHĀNISMS

Dzītās ass nevienmērīgo griešanos var novērst, ja savieno virknē divus vienkāršos universālos šarnīra mehānismus (5.22. zīm.). 1. dakša pārnes kustību uz 2. dakšu ar starplocekli *S*. Dakšas *CC'* un *C₁C'₁* atrodas vienā plaknē.



5.22. zīm. Divkāršais universālais šarnīra mehānisms

Ja $\alpha_1 = \alpha_2$, tad dzenošā (1.) un dzītā (2.) locekļa leņķiskie ātrumi ir vienādi. Starploceklis *S* griežas nevienmērīgi.

Ja $\alpha_1 \neq \alpha_2$, tad $\omega_2 \neq \omega_1$.

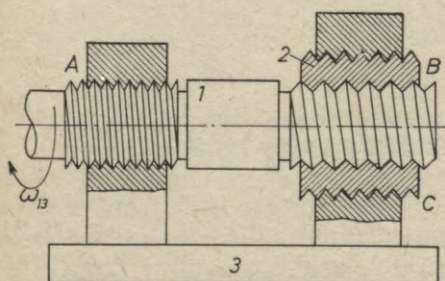
5.9. TRĪSLOCEKĻU SKRŪVES MEHĀNISMI

5.23. zīmējumā attēlots trīslocekļu skrūves mehānisms, kur 1. un 3. loceklis veido vienu skrūves pāri, 1. un 2. loceklis — otro skrūves pāri, bet 2. un 3. loceklis — trešo skrūves pāri.

Locekļa 2 pārvietojums pret 3. locekli:

$$s_{23} = \frac{h_1 - h_2}{1 - \frac{h_2}{h_3}} \frac{\varphi_{13}}{2\pi}, \quad (5.25)$$

kur h_1 , h_2 un h_3 ir vītnes kāpe skrūves pāriem 1 3, 1 2 un 2 3, bet φ_{13} — skrūves pāra 1 3 pagriezienu leņķis.



5.23. zīm. Trīslocekļu skrūves mehānisms

Labās vītnes kāpi skaita par pozitīvu, bet kreisās — par negatīvu.

Ja skrūves pāris 1 3 aizstāts ar griešanās pāri, tad formulā (5.25) jāievieto $h_1 = 0$.

Ja skrūves pāris 2 3 aizstāts ar virzes pāri, tad vītnes kāpe $h_3 = \infty$ un

$$s_{23} = (h_1 - h_2) \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (5.26)$$

Ja skrūves pāris 1 3 ir aizstāts ar griešanās pāri, bet skrūves pāris 2 3 — ar virzes pāri, tad $h_1=0$, $h_3=\infty$ un

$$s_{23} = -h_2 \frac{\varphi_{13}}{2\pi}. \quad (5.26a)$$

5.10. MALTAS MEHĀNISMI

5.10.1. ĀRĒJĀ SAZOBE

Zobrāts ar pieturām, kuru sauc par Maltas mehānismu, attēlots 5.24. zīmējumā. Loceklis 1 izveidots kā disks ar izgriezumu un kloķi O_1A , kura galā piestiprināts rullītis A. Dzītais 2. loceklis, Maltas krusts, izveidots ar vienmērīgi sadalītiem radiāliem robiem. Ja loceklis 1 griežas vienmērīgi, tad attēlotā stāvoklī krusts 2 nevar griezties, jo to neļauj loki B un D, kas saskaras. Loceklim 1 turpinot griešanos, rullītis A ieiet robā, noslēdzējs loks B atbrīvo krustu un tas sāk griezties pretējā virzienā, nekā kloķis. Kad rullītis A iziet no roba, noslēdzējs loks B aptur krusta griešanās kustību tik ilgi, kamēr rullītis ieiet nākamajā robā.

Krusta pagriešana leņķis $2\varphi_1 = \frac{2\pi}{z}$, kur z — robu skaits, $z=3 \dots 15$.

Ja $2\varphi_1 = \frac{2\pi}{z}$, tad rullītis A ieiet katrā robā.

Krusta apstājas laiks

$$t_a = \frac{z+2}{z} \cdot \frac{30}{n_1} \text{ s}, \quad (5.27)$$

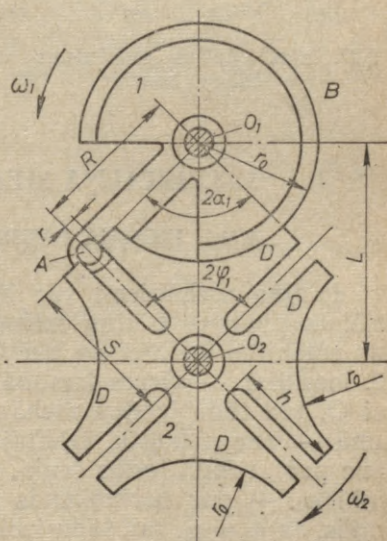
kur n_1 ir kloķa apgriezienu skaits minūtē.

Laiks t_a ir atkarīgs no tehnoloģiskā procesa. Ja pieņemtais robu skaits ir z , tad krusta apstājas laiks t_a noteic vajadzīgos kloķa apgriezienu

$$n_1 = \frac{z+2}{z} \cdot \frac{30}{t_a} \text{ apgr/min}. \quad (5.28)$$

Krusta kustības laiks

$$t_k = \frac{z-2}{z} \cdot \frac{30}{n_1} \text{ s}. \quad (5.29)$$



5.24. zīm. Maltas mehānisms ar ārējo sazobi

Krusta kustības laika t_h attiecību pret krusta apstājas laiku t_a apzīmē ar k un sauc par mehānisma darbības koeficientu,

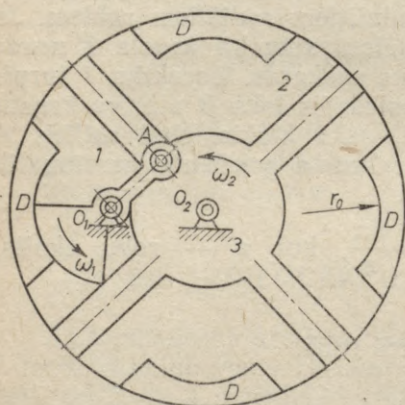
$$k = \frac{z-2}{z+2}. \quad (5.30)$$

Maltas krusta galvenie izmēri:

$$R = L \sin \varphi_1 = L \sin \frac{\pi}{z},$$

$$S = L \cos \varphi_1 = L \cos \frac{\pi}{z}. \quad (5.31)$$

5.10.2. IEKŠĒJĀ SAZOBE



5.25. zīm. Maltas mehānisms ar iekšējo sazobi

Iekšējā sazobē kloķis (1. loceklis) un krusts (2. loceklis) griežas vienā virzienā (5.25. zīm.).

Krusta apstājas laiks

$$t_a = \frac{z-2}{z} \cdot \frac{30}{n_1} \text{ s.} \quad (5.32)$$

Krusta kustības laiks

$$t_h = \frac{z+2}{z} \cdot \frac{30}{n_1} \text{ s.} \quad (5.33)$$

Maltas krusts ar iekšējo sazobi darbojas vienmērīgāk nekā Maltas krusts ar ārējo sazobi.

5.11. IZCIĻŅA MEHĀNISMI

5.11.1. IZCIĻŅA PAGRIEZIENA LEŅĶI

Izciļņa mehānismi var būt plakani un telpas. 5.26. zīmējumā attēlots plakans izciļņa mehānisms, kur izcilnis (1. loceklis) atrodas rotācijas kustībā ap asi O ar leņķisko ātrumu ω_{13} , bet bīdītājs (2. loceklis) — virzes kustībā. Ja bīdītāja kustības virziens iet caur asi O , tad tādu izciļņa mehānismu sauc par centrālu, pretējā gadījumā — par nobīdītu. Bīdītāja maksimālais gājiens ir H . Leņķi φ_a sauc par attālināšanās leņķi, leņķi φ_g — par galējā stāvokļa leņķi, leņķi φ_t — par tuvināšanās leņķi, leņķis φ_0 ir apakšējais apstāju leņķis. Ja $\varphi_a = \varphi_t$, tad tādu izcilni sauc par simetrisku.

Izciļņa darbīgais leņķis

$$\varphi_d = \varphi_a + \varphi_g + \varphi_t.$$

Izciļņa rādiuss $OA_0 = r_0$.

Izciļņa mehānisma priekšrocības.

1. Attiecīgi izveidojot izcilni, var iegūt bīdītāja dažādus kustības likumus.

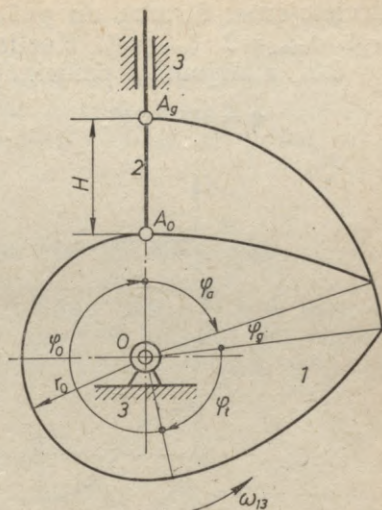
2. Var panākt lielu darba ražīgumu, racionāli izvēloties bīdītāja kustības likumus.

3. Var mainīt bīdītāja kustības likumus, nomainot izcilni.

4. Var iegūt mehānismu ar mazākiem izmēriem.

5. Viegli var saskaņot dažādu automātu darbu.

Izciļņa mehānisma trūkumi: lieli kontaktspriegumi vai triecieni, ja izciļņa apgriezību skaits ir liels.



5.26. zīm. Izciļņa pagrieziena leņķi

5.11.2. KUSTĪBAS DIAGRAMMAS

Izcilnim vienreiz apgriežoties, dzītais loceklis var izdarīt vairākus dubultgājienu (gājiens turp un atpakaļ), kas laika ziņā var būt vienādi vai dažādi. Pētot izciļņa kustības likumu, aplūko dzītā locekļa kustību tikai vienā virzienā. Visas turpmākās diagrammas, formulas un sakarības aplūkošanas bīdītājam, kas atrodas virzes kustībā.

Ja dzītā locekļa pilnu pārvietojumu attiecīgā intervālā (piem., kustībā uz augšu) apzīmēsim ar s_i un atbilstošu laiku ar t_i , tad dzītā locekļa pārvietojumu, ātrumu un paātrinājumu kaut kādā stāvoklī var izteikt šādi:

$$s = \psi s_i, \quad v = \delta \frac{s_i}{t_i}, \quad a = \zeta \frac{s_i}{t_i^2}, \quad (5.34)$$

kur ψ , δ un ζ ir pārvietojuma, ātruma un paātrinājuma koeficienti.

Koeficienti ψ , δ un ζ ir atkarīgi no izvēlētā kustības likuma, tā tad mainīgi lielumi; tos izdevīgi izteikt ar bezdimensijas funkciju k , kas mainīga no 0 līdz 1 un ir t un t_i vai φ un $\varphi_i = \varphi_a$ attiecība (izcilnis griežas vienmērīgi), t. i.,

$$k = \frac{t}{t_i} = \frac{\varphi}{\varphi_i} \quad \text{un} \quad \psi = \psi(k), \quad \delta = \delta(k), \quad \zeta = \zeta(k). \quad (5.35)$$

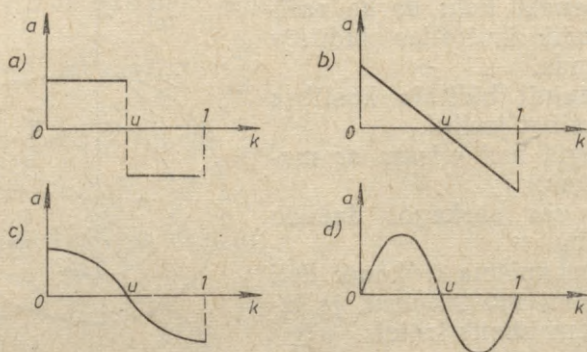
Tajā vietā, kur paātrinājums maina virzienu, k vērtība apzīmēta ar u . Ātruma diagramma ir simetriska, ja $u = 0,5$.

5.27. zīmējumā a attēlota diagramma, kurā $a = \text{const}$. Attiecīgie

pārvietojuma, ātruma un paātrinājuma koeficienti ir $\psi = 2k^2$, $\delta = 4k$, $\zeta = 4$. $\delta_{max} = 2$, $\zeta_{max} = 4$. Koeficientus δ un ζ iegūst, diferencējot ψ .

5.27. zīmējumā *b* paātrinājums vienmērīgi samazinās.

$$\psi = 3k^2 - 2k^3.$$



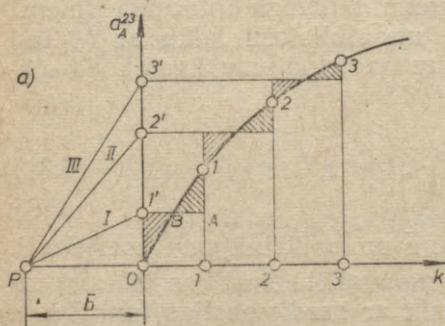
5.27. zīm. Kustības diagrammas

5.27. zīmējumā *c* paātrinājums mainās pēc kosinusa likuma,

$$\psi = \frac{1 - \cos \pi k}{2},$$

bet 5.27. zīmējumā *d* — pēc sinusa likuma,

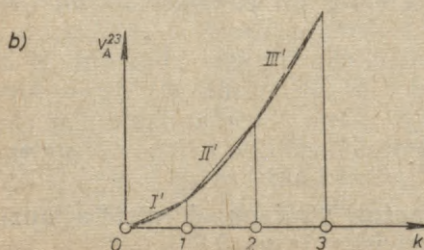
$$\psi = k - \frac{\sin 2\pi k}{2\pi}.$$



Bīdītāja paātrinājuma maiņa var būt dota arī analītiski kādas funkcijas veidā.

Grafiski integrējot bīdītāja paātrinājuma diagrammu, iegūstam bīdītāja ātruma diagrammu.

5.11.3. GRAFISKĀ INTEGRĒŠANA



5.28. zīm. Grafiskā integrēšana

Paātrinājuma diagrammas (5.28. zīm. *a*) laukumu *OII* pārvēršam vienādlieluma taisnstūra laukumā, novelkot horizontālu taisni *I'A* tā, lai iesvīrotie laukumi *OI'B* un *BIA* būtu vienādi. Analogiski pārveido pārējos laukumus, iegūstot punktus *2', 3' ...*

Uz abscisu ass izvēlas polu P attālumā \bar{b} no koordināšu sākumpunkta. Punktu P savienojam ar punktiem $1', 2', 3' \dots$, iegūstot stārus $I, II, III \dots$. No punkta O (5.28. zīm. b) velk taisni $I' \parallel I$ līdz krustpunktam ar vertikāli caur punktu 1 , caur iegūto krustpunktu velk taisni $II' \parallel II$ utt. Aizstājot laužto līniju ar tai tuvu līku līniju, iegūstam ātruma diagrammu.

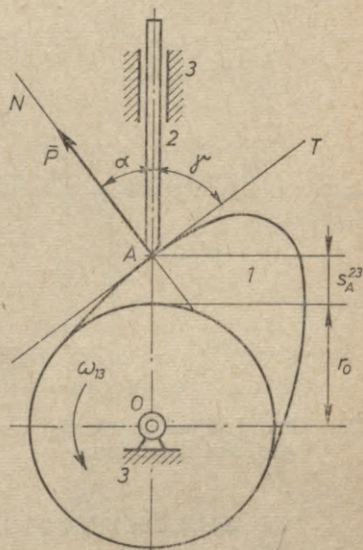
5.11.4. SPIEDIENA UN KUSTĪBAS PĀRNESUMA LEŅĶI

Ja izcilnis iedarbojas uz bīdītāju ar kādu spēku P , tad, neņemot vērā berzi, spēka P virziens sakrīt ar normālspēka N virzienu (5.29. zīm.). Leņķi α sauc par spiediena leņķi, bet leņķi γ — par kustības pārnese leņķi,

$$\alpha + \gamma = 90^\circ.$$

Spēks P var būt tik liels, ka bīdītājs tiek sašķiepts un iespīlējas; tad tā kustība uz augšu vairs nav iespējama. Spēku, pie kura bīdītājs iespīlējas, sauc par kritisko spēku P_{kr} . Attiecīgais spiediena leņķis ir α_{kr} . Vēlamā kustības pārnese leņķa minimālo vērtību γ_{min} nosaka eksperimentāli.

Izcilni kinemātiski projektējot, tiek dota izcilņa griešanās ass, bet dinamiskā projektēšanā pieņem kustības pārnese leņķa minimālo vērtību γ_{min} (pieļaujama spiediena leņķis $\alpha_p = 30 \dots 45^\circ$) un izvirza prasību, lai nevienā no mehānisma stāvokļiem γ nebūtu mazāks par pieņemto γ_{min} . Pēc tam nosaka izcilņa griešanās asi, tādējādi dabūjot izcilni ar mazākiem izmēriem.



5.29. zīm. Spiediena un kustības pārnese leņķi

5.11.5. IZCIĻŅA GRIEŠANĀS ASS GRAFISKA NOTEIKŠANA

Risinot izcilņa mehānisma sintēzes (projektēšanas) uzdevumus, daudzos gadījumos ērti lietot sakarību starp pārvietojumu s un izcilņa pagriezienu leņķi φ ; $s = s(\varphi)$. Piedzītā locekļa pārvietojuma pirmo atvasinājumu pēc izcilņa pagriezienu leņķa sauc par ātruma analogu s' , otro atvasinājumu — par paātrinājuma analogu s'' . Analogi ir saistīti ar ātrumu un paātrinājumu šādi:

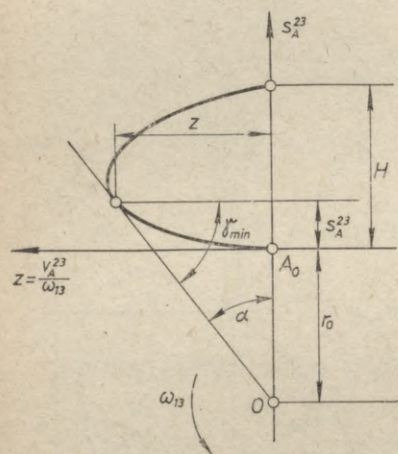
$$s' = \frac{ds}{d\varphi} = \frac{v}{\omega_{13}}, \quad s'' = \frac{d^2s}{d\varphi^2} = \frac{a}{\omega_{13}^2}. \quad (5.36)$$

Ātruma un paātrinājuma analogus var izteikt ar ātruma un paātrinājuma koeficientu:

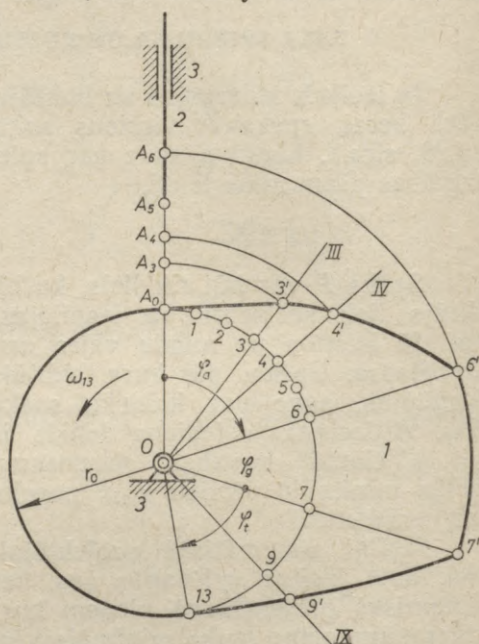
$$s' = \delta \frac{S_i}{\varphi_i}, \quad s'' = \xi \frac{S_i}{\varphi_i^2}. \quad (5.37)$$

Analogu dimensija ir metrs (m).

Lai noteiktu izciļņa mehānismam, kur bīdītājs ir ar rullīti, izciļņa griešanās asi O , konstruē diagrammu $z = z(s_A^{23})$ un novelk tai pieskari dotā spiediena leņķī α , līdz krustošanai ar bīdītāja asi punktā O (5.30. zīm.), tādējādi iegūstot arī r_0 .

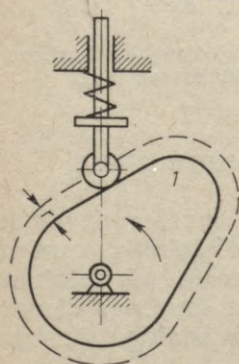


5.30. zīm. Izciļņa griešanās ass grafiska noteikšana



5.31. zīm. Izciļņa teorētiskā profila grafiska konstruēšana

5.11.6. IZCIĻŅA PROFILA GRAFISKĀ KONSTRUEŠANA



5.32. zīm. Atspere piespiež rullīti izcilnim

Novelk aploci ar rādiusu r_0 (5.31. zīm.). Leņķus φ_a , φ_g un φ_t atliek pretēji izciļņa griešanās virzienam. Leņķi φ_a un φ_t sadala sešs vienādās daļās. Lai noteiktu, piemēram, punktu $3'$, punktu 3 savieno ar griešanas centru O un uz stara $O III$ atliek $33'$, kas ņemts no bīdītāja pārvietojuma. Analogiski nosaka pārējos punktus. 5.31. zīmējumā parādīta punktu $3'$, $4'$ un $9'$ konstrukcija. Savienojot iegūtos punktus, iegūst izciļņa teorētisko profilu.

5.32. zīmējumā izciļņa teorētiskais profils parādīts ar pārtrauktu līniju. Izciļņa praktisko profilu (nepārtrauktā līnija) dabū, novelkot ekvidistanti rullīša rādiusa r attālumā.

Kontaktu starp rullīti un izcilni iegūst vai nu ar atsperi, kas piespiež rullīti (5.32. zīm.), vai ar rievu, kas vada rullīti (5.33. zīm.).

5.11.7. IZCIĻŅA GRIEŠANĀS ASS ANALITISKA NOTEIKŠANA UN IZCIĻŅA PROFILA KOORDINĀŠU APRĒĶINS

Ja izcilnis griežas ar leņķisko ātrumu ω_{13} (5.34. zīm.), tad, piešķirot visai sistēmai leņķisko ātrumu ($-\omega_{13}$), taisne OA' , pagriežoties par leņķi $d\varphi$, nonāks stāvoklī OA'' , bet punkts A' — punktā B . No $\triangle A'A''B$ iegūstam

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{A'B}{BA''} = \rho \frac{d\varphi}{ds}$$

jeb

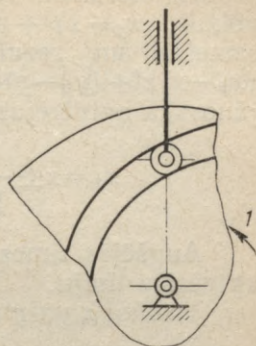
$$\operatorname{tg} \gamma = \rho \frac{\varphi_i}{\delta s_i} \quad \text{un} \quad \operatorname{tg} \gamma_{\min} = \rho_{\min} \frac{\varphi_i}{\delta_{\max} s_i},$$

$$\rho_{\min} = \operatorname{tg} \gamma_{\min} \frac{\delta_{\max} s_i}{\varphi_i} \quad (5.38)$$

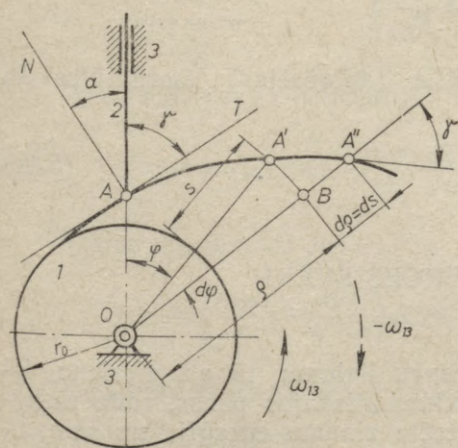
un

$$r_{0 \min} = \rho_{\min} - s_i. \quad (5.39)$$

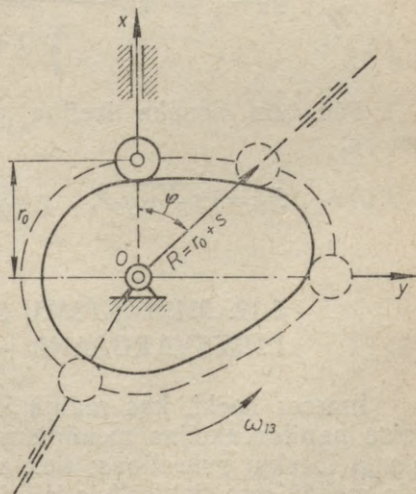
Grafisko metodi parasti lieto, iepriekš nosakot izcilņa profila raksturu. Lai iegūtu izcilņa profila darba rasējumu, analītiski nosaka profila koordinātes x_p un y_p .



5.33. zīm. Rieva vada rullīti pa izcilni



5.34. zīm. Izcilņa griešanās ass analītiska noteikšana



5.35. zīm. Izcilņa koordinātu aprēķins

Šim nolūkam vienādojumu aploču saimi, kas izteic rullīša stāvokļus, $(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 - r^2 = 0$ diferencē pēc saimes mainīgā parametra un rezultātu pielīdzina nullei. Iegūtais vienādojums $(x_p - x)x' + (y_p - y)y' = 0$ jāatrisina kopā ar saimes vienādojumu un jānosaka aptvērējas koordinātes x_p un y_p , t. i.,

$$x_p = x \pm \frac{ry'}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}, \quad y_p = y \mp \frac{rx'}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2}}. \quad (5.40)$$

Augšējās zīmes attiecas uz vienu aptvērēju, apakšējās — uz otru aptvērēju līniju.

Izsakot x un y ar R un φ , dabū (5.35. zīm.):

$$\begin{aligned} x &= R \cos \varphi, & y &= R \sin \varphi, \\ x' &= \frac{dx}{d\varphi} = -R \sin \varphi + \cos \varphi \frac{dR}{d\varphi}, \\ y' &= \frac{dy}{d\varphi} = R \cos \varphi + \sin \varphi \frac{dR}{d\varphi}, \\ R &= r_0 + s \quad \text{un} \quad \frac{dR}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi} = \delta \frac{s_i}{\varphi_i}. \end{aligned}$$

Ievietojot iegūtos lielumus formulā (5.40), dabū

$$\begin{aligned} x_p &= R \cos \varphi \pm \frac{\cos \varphi + \delta \frac{s_i}{R\varphi_i} \sin \varphi}{\sqrt{1 + \left(\delta \frac{s_i}{R\varphi_i}\right)^2}} r, \\ y_p &= R \sin \varphi \mp \frac{-\sin \varphi + \delta \frac{s_i}{R\varphi_i} \cos \varphi}{\sqrt{1 + \left(\delta \frac{s_i}{R\varphi_i}\right)^2}} r. \end{aligned}$$

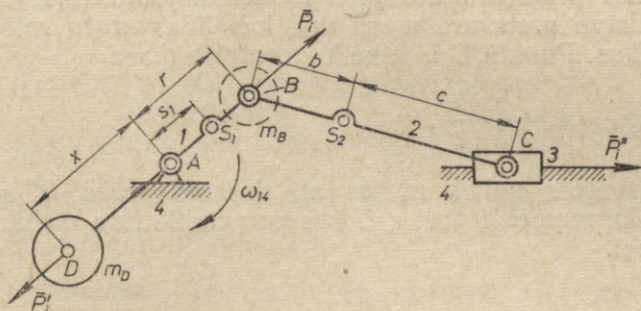
Pēc tam nosaka izciļņa profila (aptvērējas) koordinātes R_p un φ_p :

$$R_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}, \quad \text{tg } \varphi_p = \frac{y_p}{x_p}. \quad (5.41)$$

5.12. MEHĀNISMU INERCES SPĒKU LIDZSVAROŠANA

Inerces spēki, kas maina kā savu lielumu, tā arī virzienu, izraisa papildreakcijas mehānismu kinemātiskajos pāros, rada mehānisma locekļu svārstības; tiek patērēta zināma enerģija un samazinās mehānisma lietderības koeficients. Šis t. s. uzspiestās svārstības var kļūt bīstamas, ja tās ir rezonansē ar mehānisma pašsvārstībām

(var izraisīt mehānisma lūzumu). Svārstības nepatīkami ietekmē cilvēka organismu, tāpēc jācenšas svārstības un to cēloņus — inerces spēkus, ja iespējams, likvidēt vai samazināt. To panāk ar mehānisma inerces spēku līdzsvarošanu. Kā piemēru aplūkojam kloķa virzuļmehānismu (5.36. zīm.).



5.36. zīm. Kloķa virzuļmehānisma inerces spēku līdzsvarošana

Kloķa leņķiskais ātrums $\omega_{14} = \text{const}$. Kloķa, klaņa un virzuļa masas ir m_1 , m_2 un m_3 . Masas centrus S_1 un S_2 nosaka attālumi s_1 , b un c . Kloķa garums ir r .

Lai līdzsvarotu inerces spēkus divos izraudzītos punktos B un C , statistiski izvietojam klaņa masu (formula 4.128).

$$m_{2B} = \frac{m_2 c}{b+c}, \quad m_{2C} = \frac{m_2 b}{b+c}. \quad (5.42)$$

Kloķa masu m_1 statistiski reducējam punktā B :

$$m_{1B} = m_1 \frac{s_1}{r}. \quad (5.43)$$

Punktā B ir it kā koncentrēta masa

$$m_B = m_{1B} + m_{2B} = \frac{m_1 s_1}{r} + \frac{m_2 c}{b+c}. \quad (5.44)$$

Masas m_B inerces spēks

$$P_i = \left(\frac{m_1 s_1}{r} + \frac{m_2 c}{b+c} \right) \omega_{14}^2 r. \quad (5.45)$$

Pretsvara D masas m_D inerces spēks

$$P'_i = m_D \omega_{14}^2 x \quad (5.46)$$

un vērsts pretēji inerces spēkam P_i .

Ja pretsvara inerces spēks P'_i pēc lieluma vienāds ar inerces spēku P_i , tad

$$m_D x = m_1 s_1 + m_2 \frac{cr}{b+c}. \quad (5.47)$$

Izvēloties pretsvara attālumu x vienādojumā (5.47), var aprēķināt vajadzīgo pretsvara masu m_D , kas līdzsvarotu rotējošo masu inerces spēkus. Punktā C ir it kā koncentrēta masa

$$m_C = m_3 + \frac{m_2 b}{b+c}. \quad (5.48)$$

Nelīdzsvarots paliek masas m_C inerces spēks $P''_i = m_C a_C$ un inerces spēka momenti pret asi, kas perpendikulāra mehānisma kustības plaknei.

MATERIĀLU PRETESTĪBA

6.1. LAUKUMA INERCES MOMENTI

6.1.1. LAUKUMA AKSIĀLIE INERCES MOMENTI

Elementārā laukuma dF (6. 1. zīm.) aksiālie inerces momenti

$$dI_x = y^2 dF, \quad dI_y = x^2 dF, \quad (6.1)$$

kur x, y — elementārā laukuma smagumcentra koordinātes Oxy asu sistēmā.

Laukuma F aksiālie inerces momenti (īsāk — aksiālie inerces momenti)

$$I_x = \int_{(F)} y^2 dF, \quad I_y = \int_{(F)} x^2 dF, \quad (6.2)$$

kur I_x, I_y (m^4 vai cm^4) — aksiālie inerces momenti pret Ox un Oy asīm; inerces moments ir pozitīvs lielums.

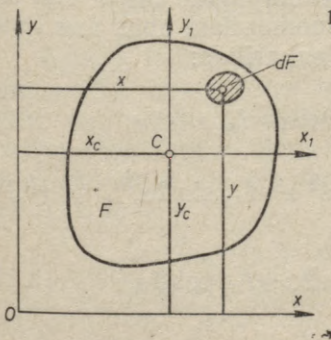
6.1.2. LAUKUMA CENTRIFUGĀLAIS INERCES MOMENTS

Elementārā laukuma dF centrifugālais inerces moments Oxy asu sistēmā (6.1. zīm.):

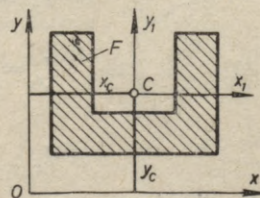
$$dI_{xy} = xy dF. \quad (6.3)$$

Laukuma F centrifugālais inerces moments (īsāk — centrifugālais inerces moments)

$$I_{xy} = \int_{(F)} xy dF \quad m^4; \quad cm^4. \quad (6.4)$$



6.1. zīm. Laukuma inerces momenti



6.2. zīm. Laukuma centrifugālais inerces moments

Centrifugālā inerces momenta galvenās īpašības:

1) centrifugālais inerces moments var būt pozitīvs, negatīvs vai arī vienāds ar nulli;

2) ja kāda koordināšu ass sakrīt ar laukuma simetrijas asi, tad centrifugālais inerces moments ir vienāds ar nulli;

3) ja kāda koordināšu ass paralēla laukuma simetrijas asij, tad centrifugālais inerces moments ir vienāds ar laukuma un smagumcentra koordināšu reizinājumu (6.2. zīm.):

$$I_{xy} = Fx_c y_c. \quad (6.5)$$

Smagumcentra koordinātes x_c, y_c jāieraksta ar attiecīgām zīmēm (pluss vai minuss); Cy_1 — laukuma simetrijas ass; $Oy \parallel Cy_1$.

6.1.3. INERCES MOMENTI PRET PARALĒLĀM KOORDINĀŠU ASIM

Ja attiecīgās koordināšu assis ir paralēlas (6.1. zīm. $Ox \parallel Cx_1, Oy \parallel Cy_1$) un vienas asu sistēmas koordināšu sākumpunkts atrodas laukuma smagumcentrā C , tad starp inerces momentiem pastāv šāda sakarība:

$$I_x = I_{x_1} + Fy_c^2, \quad I_y = I_{y_1} + Fx_c^2. \quad (6.6)$$

$$I_{xy} = I_{x_1 y_1} + Fx_c y_c. \quad (6.7)$$

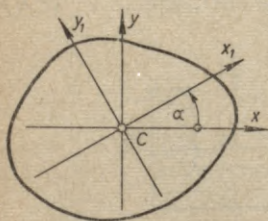
No formulas (6.6) dabūjam

$$I_{x_1} = I_x - Fy_c^2, \quad I_{y_1} = I_y - Fx_c^2. \quad (6.8)$$

No formulām (6.6) un (6.8) redzam, ka lielākie aksiālie inerces momenti ir pret asīm, kas neiet caur laukuma smagumcentru.

6.1.4. INERCES MOMENTI PRET PAGRIEZTĀM KOORDINĀŠU ASIM

Ja asu sistēmām kopējs koordināšu sākumpunkts un ja Cx_1 ass veido ar Cx asi leņķi α , tad starp inerces momentiem abās asu sistēmās pastāv šādas sakarības:



$$I_{x_1} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha, \quad (6.9)$$

$$I_{y_1} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha, \quad (6.10)$$

$$I_{x_1 y_1} = \frac{1}{2}(I_x - I_y) \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \quad (6.11)$$

6.3. zīm. Laukuma inerces momenti pret pagrieztām koordināšu asīm

Ja $Cx_1 y_1$ asu sistēmu (6.3. zīm.) pagriež pret sākotnējo sistēmu Cxy pretēji pulksteņa

rādītāju kustības virzienam, tad leņķis α formulās (6.9), (6.10) un (6.11) jāieraksta ar plusa zīmi, bet, pagriežot pulksteņa rādītāju kustības virzienā, — ar mīnusa zīmi.

Saskaitot formulu (6.9) un (6.10) kreisās un labās puses, iegūstam

$$I_{x_1} + I_{y_1} = I_x + I_y. \quad (6.11.a)$$

6.1.5. GALVENĀS CENTRĀLĀS INERCES ASIS UN GALVENIE CENTRĀLIE INERCES MOMENTI (6.3. zīm.)

Koordināšu asis, kuru sākumpunkts atrodas laukuma smagumcentrā un pret kurām centrifugālais inerces moments ir vienāds ar nulli, sauc par galvenajām centrālajām (īsāk — galvenajām) inerces asīm. Pret galvenajām inerces asīm aksiālajiem inerces momentiem ir ekstrēmas vērtības (maksimālā un minimālā).

Aksiālos inerces momentus pret galvenajām inerces asīm sauc par galvenajiem centrālajiem (īsāk — galvenajiem) inerces momentiem.

Galveno asu virzienu un galvenos inerces momentus var aprēķināt ar formulām:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}, \quad (6.12)$$

$$I_{max, min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}. \quad (6.13)$$

Ja laukumam ir viena vai divas simetrijas asis, tad galvenās inerces asis sakrīt ar tām.

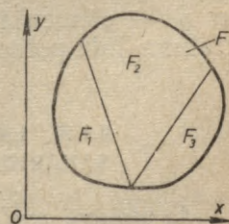
Ja laukumam ir vairāk nekā divas simetrijas asis, tad visas asis, kas iet caur laukuma smagumcentru, ir galvenās inerces asis un galvenie inerces momenti pret visām asīm ir vienādi (piemēram, riņķis un regulārie daudzstūri).

6.1.6. SALIKTA (KOMPLICĒTA) LAUKUMA INERCES MOMENTI

Salikto laukumu sadalām vienkāršākos laukumos (6.4. zīm.), kuru inerces momenti ir zināmi vai viegli aprēķināmi. Saliktā laukuma inerces moments ir vienāds ar saliktā laukuma atsevišķo daļu inerces momentu summu (starpību), t. i.,

$$\begin{aligned} I_x &= I_{1x} + I_{2x} + I_{3x}, \\ I_y &= I_{1y} + I_{2y} + I_{3y}, \\ I_{xy} &= I_{1xy} + I_{2xy} + I_{3xy}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

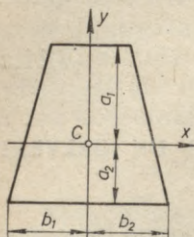
Saskaitīt (atskaitīt) drīkst inerces momentus, kas aprēķināti pret kopēju asi.



6.4. zīm. Salikta laukuma inerces momenti

6.1.7. LAUKUMA AKSIĀLIE PRETESTĪBAS MOMENTI

Dalot galvenos inerces momentus ar laukuma malējo daļu līkākajiem attālumiem līdz galvenajām inerces asīm, iegūstam laukuma aksiālos pretestības momentus (6.5. zīm.). To mērvienība ir m^3 , cm^3 .



6.5. zīm. Laukuma aksiālie pretestības momenti

$$\begin{aligned} W_{1x} &= \frac{I_x}{a_1}, & W_{2x} &= \frac{I_x}{a_2}, \\ W_{1y} &= \frac{I_y}{b_1}, & W_{2y} &= \frac{I_y}{b_2}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Vispārīgā gadījumā, kad $I_x \neq I_y$, $a_1 \neq a_2$, $b_1 \neq b_2$, laukumam ir četri dažādi aksiālie pretestības momenti.

6.1.8. LAUKUMA INERCES RĀDIUSI

Laukuma inerces rādusus, kuru mērvienība ir m vai cm, aprēķina ar formulām:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}}. \quad (6.16)$$

6.1.9. LAUKUMA POLĀRAIS INERCES MOMENTS

Koordināšu asi Op , kas perpendikulāra laukuma plaknei (6.6. zīm.), sauc par polāro asi un inerces momentu pret to — par polāro inerces momentu.

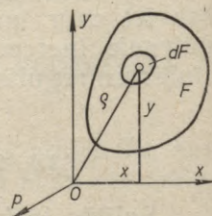
Elementārā laukuma dF polārais inerces moments

$$dI_p = \rho^2 dF \text{ m}^4, \text{ cm}^4. \quad (6.17)$$

Laukuma F polārais inerces moments

$$I_p = \int_{(F)} \rho^2 dF, \quad (6.18)$$

kur ρ — elementārā laukuma dF smagumcentra attālums līdz polārajai asij; $\rho^2 = x^2 + y^2$.



6.6. zīm. Laukuma polārais inerces moments

6.1.10. LAUKUMA POLĀRĀ UN AKSIĀLO INERCES MOMENTU SAKARĪBA (6.6. zīm.)

Ja polārā ass iet caur koordināšu sistēmas Oxy sākumpunktu, tad derīga šāda sakarība:

$$I_p = I_x + I_y. \quad (6.19)$$

6.1.11. PARASTĀKO LAUKUMU INERCES UN PRETESTĪBAS MOMENTI

6.1.11.1. Taisnstūra laukums (6.7. zīm.)

Aksiālie inerces momenti pret asīm, kas sakrīt ar taisnstūra malām:

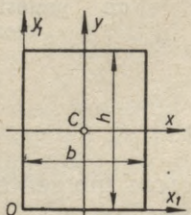
$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{3}, \quad I_{y_1} = \frac{b^3h}{3}. \quad (6.20)$$

Galvenie inerces momenti:

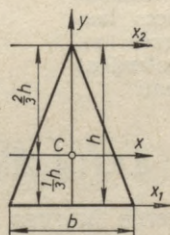
$$I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad I_y = \frac{b^3h}{12}. \quad (6.21)$$

Aksiālie pretestības momenti:

$$W_x = \frac{bh^2}{6}, \quad W_y = \frac{b^2h}{6}. \quad (6.22)$$



6.7. zīm. Taisnstūra laukuma inerces un aksiālie pretestības momenti



6.8. zīm. Trijstūra laukuma inerces un aksiālie pretestības momenti

6.1.11.2. Vienādsānu trijstūra laukums (6.8. zīm.)

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}, \quad I_{x_2} = \frac{bh^3}{4}. \quad (6.23)$$

Galvenie inerces momenti:

$$I_x = \frac{bh^3}{36}, \quad I_y = \frac{b^3h}{48}. \quad (6.24)$$

Aksiālie pretestības momenti pret Cx asi laukuma augšējai un apakšējai daļai un pret Cy asi:

$$W_{1x} = \frac{bh^2}{24}, \quad W_{2x} = \frac{bh^2}{12}, \quad W_y = \frac{b^2h}{24}. \quad (6.25)$$

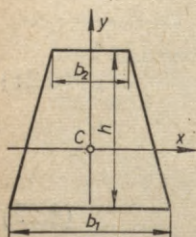
6.1.11.3. Vienādsānu trapeces laukums (6.9. zīm.)

Galvenie inerces momenti:

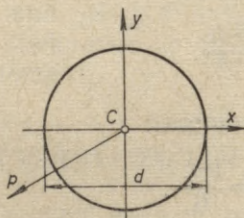
$$I_x = \frac{h^3}{36} \left(b_1 + b_2 + \frac{2b_1b_2}{b_1 + b_2} \right), \quad I_y = \frac{h}{48} (b_1 + b_2) (b_1^2 + b_2^2). \quad (6.26)$$

Aksiālie pretestības momenti pret Cx asi laukuma apakšējai un augšējai daļai:

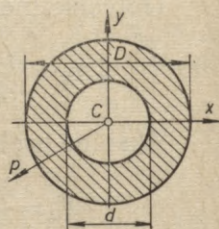
$$W_{1x} = \frac{h^2}{12} \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{b_1 + 2b_2}, \quad W_{2x} = \frac{h^2}{12} \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{2b_1 + b_2}. \quad (6.27)$$



6.9. zīm. Vienādsānu trapeces laukuma inerces un aksiālie pretestības momenti



6.10. zīm. Riņķa laukuma inerces un pretestības momenti



6.11. zīm. Riņķa gredzena laukuma inerces un pretestības momenti

6.1.11.4. Riņķa laukums (6.10. zīm.)

Galvenie inerces momenti un polārais inerces moments:

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}, \quad I_p = \frac{\pi d^4}{32}. \quad (6.28)$$

Aksiālie pretestības momenti:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (6.29)$$

Polārais pretestības moments

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}. \quad (6.30)$$

6.1.11.5. Riņķa gredzena laukums (6.11. zīm.)

Galvenie un polārais inerces moments un pretestības momenti:

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4), \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4); \quad (6.31)$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4), \quad W_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4), \quad (6.32)$$

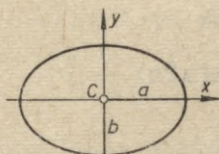
kur $\alpha = d : D$.

6.1.11.6. Elipses laukums (6.12. zīm.)

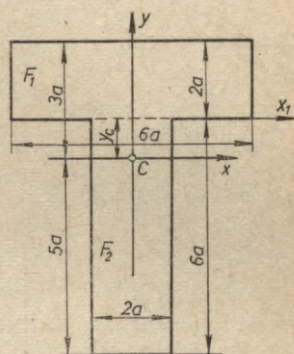
Galvenie inerces momenti un aksiālie pretestības momenti:

$$I_x = \frac{\pi ab^3}{4}, \quad I_y = \frac{\pi a^3 b}{4}; \quad (6.33)$$

$$W_x = \frac{\pi ab^2}{4}, \quad W_y = \frac{\pi a^2 b}{4}. \quad (6.34)$$



6.12. zīm. Elipses laukuma inerces un pretestības momenti



6.13. zīm. T veida laukuma inerces un pretestības momenti

6.1.11.7. T veida laukums (6.13. zīm.)

Salikto laukumu sadalām divos taisnstūra laukumos, nosakām smagumcentru un novelkam galvenās inerces asis Cx , Cy .

Smagumcentra attālums no x_1 ass:

$$Fy_c = F_1 y_1 + F_2 y_2 = 2a \cdot 6a \cdot a + 2a \cdot 6a \cdot (-3a) = -24a^3,$$

$$F = F_1 + F_2 = 12a^2 + 12a^2 = 24a^2, \quad y_c = \frac{-24a^3}{24a^2} = -a.$$

Aksiālais inerces moments pret x_1 asi:

$$I_{x_1} = I_{1x_1} + I_{2x_1} = \frac{6a(2a)^3}{3} + \frac{2a(6a)^3}{3} = 16a^4 + 144a^4 = 160a^4.$$

Galvenie inerces momenti:

$$I_x = I_{x_1} - Fy_c^2 = 160a^4 - 24a^2 \cdot a^2 = 136a^4,$$

$$I_y = I_{1y} + I_{2y} = \frac{2a(6a)^3}{12} + \frac{6a(2a)^3}{12} = 36a^4 + 4a^4 = 40a^4.$$

Aksiālie pretestības momenti:

$$W_{1x} = \frac{I_x}{5a} = \frac{136a^4}{5a} = 27,2a^3, \quad W_{2x} = \frac{I_x}{3a} = \frac{136a^4}{3a} = 45,3a^3,$$

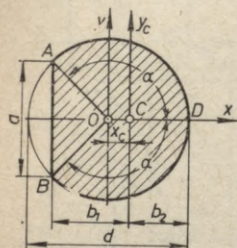
$$W_{1y} = W_{2y} = W_y = \frac{I_y}{3a} = \frac{40a^4}{3a} = 13,3a^3.$$

6.1.11.8. Riņķa sektora laukums $OADBO$ (6.14. zīm.)

Aksiālie inerces momenti:

$$I_x = (\alpha - 0,5 \sin 2\alpha) \frac{d^4}{64}, \quad I_y = (\alpha + 0,5 \sin 2\alpha) \frac{d^4}{64}, \quad (6.35)$$

kur $\sin \alpha = a : d$.



6.14. zīm. Riņķa sektora un segmenta laukuma inerces un pretestības momenti

6.1.11.9. Riņķa segmenta laukums $ABDA$ (6.14. zīm.)

Segmenta laukums

$$F = (\alpha - 0,5 \sin 2\alpha) \frac{d^2}{4}, \quad (6.36)$$

kur $\sin \alpha = a : d$.

Smagumcentra C koordināte

$$x_c = \frac{2}{3} \frac{d \sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}. \quad (6.37)$$

Aksiālie inerces momenti:

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} m_x, \quad I_y = \frac{\pi d^4}{64} m_y, \quad I_{y_c} = \frac{\pi d^4}{64} m_c, \quad (6.38)$$

kur

$$m_x = \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{2}{3} \sin 2\alpha + \frac{1}{12} \sin 4\alpha \right),$$

$$m_y = \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{1}{4} \sin 4\alpha \right),$$

$$m_c = \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{1}{4} \sin 4\alpha - \frac{32}{9} \frac{\sin^6 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right).$$

Aksiālie pretestības momenti:

$$W_x = \frac{2I_x}{d}, \quad W_{1y} = \frac{I_{y_c}}{b_1}, \quad W_{2y} = \frac{I_{y_c}}{b_2}, \quad (6.39)$$

kur $b_1 = x_c - 0,5d \cos \alpha$, $b_2 = 0,5d - x_c$.

6.1.11.10. Augstsprieguma līnijas balsta traversas šķērsriezuma laukums (6.15. zīm.)

Traversas šķērsriezuma laukums

$$F = \frac{\pi d^2}{4} n_1, \quad (6.40)$$

kur $n_1 = \frac{1}{\pi} [\alpha - \beta - 0,5(\sin 2\alpha + \sin 2\beta) - 2 \sin \alpha \sin \beta - \cos 2\alpha]$,
 $\sin \beta = d_1 : d$, $\cos(\pi - \alpha) = a : d$.

Smagumcentra C koordināte

$$x_c = \frac{4}{\pi} \frac{n_2}{n_1} d, \quad (6.41)$$

$$\text{kur } n_2 = \frac{1}{24} (\sin^3 \beta - 2 \sin^3 \alpha - 4 \cos^3 \alpha) + \frac{1}{8} (\sin \alpha + \cos \alpha - \cos^2 \alpha \sin \beta).$$

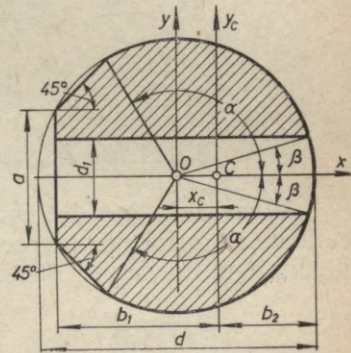
Aksiālie inerces momenti:

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} m_x, \quad I_y = \frac{\pi d^4}{64} m_y, \quad I_{y_C} = \frac{\pi d^4}{64} m_c, \quad (6.42)$$

$$\text{kur } m_x = \frac{1}{\pi} \left[\alpha - \beta - 0,5(\sin 2\alpha - \sin 2\beta) - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} (\sin^3 \alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha) - \right. \\ \left. - \left(\frac{8}{3} \sin \alpha + 2 \cos \beta \right) \sin^3 \beta \right];$$

$$m_y = \frac{1}{\pi} \left[\alpha - \beta + 0,5(\sin 2\alpha - \sin 2\beta) - \right. \\ \left. - \sin 2\alpha \cos^2 \alpha - \frac{2}{3} \times \right. \\ \left. \times \frac{(1 - 2 \sin 2\alpha)(1 - \sin^2 2\alpha)}{\cos 2\alpha} - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} (4 \sin^3 \alpha + \cos^3 \beta) \sin \beta \right];$$

$$m_c = m_y - n_1 \left(\frac{16}{\pi} \frac{n_2}{n_1} \right)^2.$$



6.15. zīm. Traversas šķērs-griezuma laukuma inerces un pretestības momenti

Formulas (6.40) ... (6.42) lietojamas gadījumā, kad

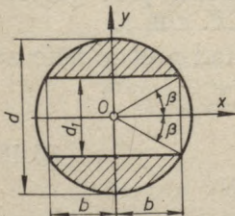
$$0 \leq a \leq 0,5\sqrt{2}d; \quad d_1 \leq a, \quad 0,5\pi \leq \alpha \leq 0,75\pi.$$

Aksiālie pretestības momenti:

$$W_x = \frac{2I_x}{d}, \quad W_{1y_C} = \frac{I_{y_C}}{b_1}, \quad W_{2y_C} = \frac{I_{y_C}}{b_2}, \quad (6.43)$$

$$\text{kur } b_1 = 0,5d \sin \alpha + x_c, \quad b_2 = 0,5d \cos \beta - x_c.$$

6.1.11.11. Riņķa dubultsegmenta laukums (6.16. zīm.)



6.16. zīm. Riņķa dubultsegmenta laukuma inerces un pretestības momenti

Laukums

$$F = \frac{\pi d^2}{4} n, \quad (6.44)$$

$$\text{kur } n = 1 - \frac{1}{\pi} (2\beta + \sin 2\beta).$$

Aksiālie inerces momenti:

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} m_x, \quad I_y = \frac{\pi d^4}{64} m_y, \quad (6.45)$$

$$\text{kur } m_x = 1 - \frac{1}{\pi} (2\beta - \sin 2\beta + 4 \sin^3 \beta \cos \beta),$$

$$m_y = 1 - \frac{1}{\pi} (2\beta + \sin 2\beta + \frac{4}{3} \sin \beta \cos^3 \beta),$$

$$\sin \beta = d_1 : d.$$

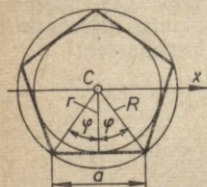
Aksiālie pretestības momenti:

$$W_x = \frac{2I_x}{d}, \quad W_y = \frac{I_y}{b}, \quad b = 0,5d \cos \beta. \quad (6.46)$$

6.1.11.12. Regulāra daudzstūra laukums (6.17. zīm.)

Visas asis, kas iet caur regulāra daudzstūra laukuma smagumcentru, ir galvenās inerces asis, un galvenie inerces momenti pret visām asīm ir vienādi. Tos var aprēķināt ar formulu

$$I_x = mR^4, \quad (6.47)$$



6.17. zīm. Regulāra daudzstūra laukuma inerces un pretestības momenti

$$\text{kur } m = \frac{n}{12} (\sin 2\varphi + 0,25 \sin 4\varphi), \quad \varphi = \frac{180^\circ}{n};$$

n — regulāra daudzstūra malu skaits;

a — malas garums;

R, r — regulāram daudzstūrim apvilktas un ievilkas riņķa līnijas rādiuss.

Starp minētajiem lielumiem pastāv sakarība

$$a = 2R \sin \varphi = 2r \operatorname{tg} \varphi.$$

Aksiālie pretestības momenti

Praktiski svarīgi ir aksiālie pretestības momenti pret galveno inerces asi Cx , kas paralēla daudzstūra malai (6.17. zīm.).

Ja daudzstūra malu skaits n ir nepārskaitlis, tad pret minēto asi dabūjam divus dažādus pretestības momentus:

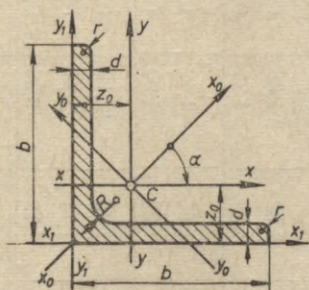
$$W_{1x} = mR^3, \quad W_{2x} = \frac{m}{\cos \varphi} R^3. \quad (6.48)$$

Ja n ir pārskaitlis, tad abi pretestības momenti ir vienādi:

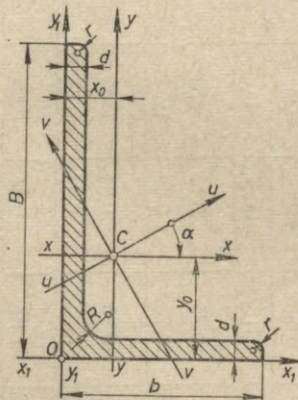
$$W_x = \frac{m}{\cos \varphi} R^3. \quad (6.49)$$

6.1.12. INERCES UN PRETESTĪBAS MOMENTU TABULAS

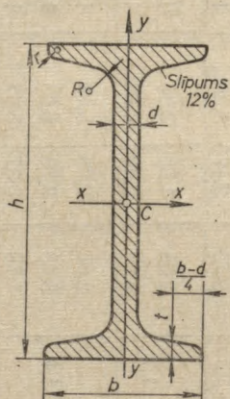
Standartizēto tērauda vienādmalu (6.18. zīm.) un dažādmalu (6.19. zīm.) leņķu profilu, kā arī dubult-T (6.20. zīm.) un U (6.21. zīm.) profilu izmēri, inerces momenti, pretestības momenti un inerces rādiusi sakopoti 6.1., 6.2., 6.3. un 6.4. tabulā.



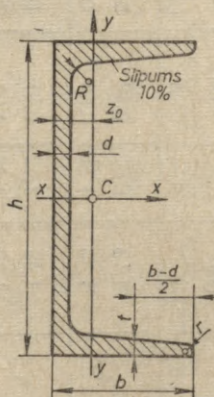
6.18. zīm. Vienādmalu leņķa profila inerces momenti



6.19. zīm. Dažādmalu leņķa profila inerces momenti



6.20. zīm. Dubult-T profila inerces un pretestības momenti



6.21. zīm. U profila inerces un pretestības momenti

6.2. tabulā lielums $tg \alpha$ ir C_u galvenās inerces ass virziena leņķa α tangenss (6.19. zīm.). 6.3. tabulā lielums S_x ir dubult-T profila puslaukuma statistiskais moments pret galveno inerces asi C_x (6.20. zīm.); analogi U profilam (6.4. tab.).

6.5. tabulā sakopoti riņķa laukuma aksiālie inerces un pretestības momenti.

6.1. tabula. Vienādmatu leņķa profiļi (ГОСТ 8509-57)

Profiļa Nr.	Izmēri				Svārs G , kg/m	$x-x_0$ ass		x_0-x_0 ass		y_0-y_0 ass		x_1-x_1		Smagum- centra atālums z_0 , cm	
	b , mm	d , mm	R , mm	r , mm		Šķērs- griezuma laukums F , cm ²	Svārs G , kg/m	I_x , cm ⁴	i_x , cm	I_{x_0} , cm ⁴	i_{x_0} , cm	I_{y_0} , cm ⁴	i_{y_0} , cm		I_{x_1} , cm ⁴
1															
2	20	3 4	3,5	1,2	1,13 1,46	0,89 1,15	0,40 0,50	0,59 0,58	0,63 0,78	0,75 0,73	0,17 0,22	0,39 0,38	0,81 1,09	0,60 0,64	
2,5	25	3 4	3,5	1,2	1,43 1,86	1,12 1,46	0,81 1,03	0,75 0,74	1,29 1,62	0,95 0,93	0,34 0,44	0,49 0,48	1,57 2,11	0,73 0,76	
2,8	28	3	4	1,3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80	
3,2	32	3 4	4,5	1,5	1,86 2,43	1,46 1,91	1,77 2,26	0,97 0,96	2,80 3,58	1,23 1,21	0,74 0,94	0,63 0,62	3,26 4,39	0,89 0,94	
3,6	36	3 4	4,5	1,5	2,10 2,75	1,65 2,16	2,56 3,29	1,10 1,09	4,06 5,21	1,39 1,38	1,06 1,36	0,71 0,70	4,64 6,24	0,99 1,04	
4	40	3 4	5	1,7	2,35 3,08	1,85 2,42	3,55 4,58	1,23 1,22	5,63 7,26	1,55 1,53	1,47 1,90	0,79 0,78	6,35 8,53	1,09 1,13	
4,5	45	3 4 5	5	1,7	2,65 3,48 4,29	2,08 2,73 3,37	5,13 6,63 8,03	1,39 1,38 1,37	8,13 10,5 12,7	1,75 1,74 1,72	2,12 2,74 3,33	0,89 0,89 0,88	9,04 12,1 15,3	1,21 1,26 1,30	
5	50	3 4 5	5,5	1,8	2,96 3,89 4,80	2,32 3,05 3,77	7,11 9,21 11,2	1,55 1,54 1,53	11,3 14,6 17,8	1,95 1,94 1,92	2,95 3,80 4,63	1,00 0,99 0,98	12,4 16,6 20,9	1,33 1,38 1,42	

5,6	3,5	56	2	3,86	3,03	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50											
	4													6	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
	5																							
6,3	4	63	2,3	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69											
	5													7	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
	6																							
7	4,5	70	2,7	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88											
	5													8	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
	6																							
7,5	7	75	3	9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99											
	8													9	10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02
	9																							
8	5	80	3	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06											
	6													9	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
	7																							
8	8	90	3,3	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18											
	9													10	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
	10																							
9	6	90	3,3	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23											
	7													12	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
	8																							
9	9	90	3,3	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47											
	10													14	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
	11																							

6.1. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	100	6,5	12	4	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7			13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8			15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10			19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12			22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14			26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
11	110	16	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06			
		7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96		
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00		
12,5	125	8	19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36		
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40		
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45		
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53		
		14	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61		
		16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68		
14	140	9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78		
		10	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82		
		12	32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90		
		10	31,4	24,7	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30		
		11	34,4	27,0	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35		
		12	37,4	29,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39		

16	160	14	16	5,3	43,3	34,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47
		16			49,1	38,5	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55
		18			54,8	43,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63
		20			60,4	47,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70
18	180	11	16	5,3	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85
		12			42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89
		12			47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37
		13			50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42
		14			54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46
20	200	16	18	6	62,0	48,7	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54
		20			76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70
		25			94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89
		30			115,5	87,6	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07
22	220	14	21	7	60,4	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93
		16			68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02
		16			78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75
		18			87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83
		20			97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91
25	250	22	24	8	106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00
		25			119,7	94,0	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11
		28			133,1	104,5	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23
		30			142,0	111,4	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	7,31

6.2. tabula. Dažādmalu leņķa profiļi (ГОСТ 8510-57)

Profila Nr.	Izmēri				Svērs griezumā, G , kg/m	$x-x$ ass			$y-y$ ass			x_1-x_1 ass			y_1-y_1 ass			$u-v$ ass		tg α
	B , mm	b , mm	d , mm	R , mm		r , mm	F , cm ²	I_x , cm ⁴	i_x , cm	I_y , cm ⁴	i_y , cm	I_{x_1} , cm ⁴	i_{x_1} , cm	I_{y_1} , cm ⁴	i_{y_1} , cm	I_{x_0} , cm ⁴	i_{x_0} , cm	I_{y_0} , cm ⁴	i_{y_0} , cm	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,91	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34	0,392		
3,2/2	32	20	3 4	3,5	1,2	1,49 1,94	1,17 1,52	1,52 1,93	1,01 1,00	0,46 0,57	0,55 0,54	3,26 4,38	1,08 1,12	0,82 1,12	0,49 0,53	0,28	0,43	0,382		
4/2,5	40	25	3 4	4,0	1,3	1,89 2,47	1,48 1,94	3,06 3,93	1,27 1,26	0,93 1,18	0,70 0,69	6,37 8,53	1,32 1,37	1,58 2,15	0,59 0,63	0,56	0,54	0,385		
4,5/2,8	45	28	3 4	5,0	1,7	2,14 2,80	1,68 2,20	4,41 5,68	1,43 1,42	1,32 1,69	0,79 0,78	9,02 12,1	1,47 1,51	2,20 2,98	0,64 0,68	0,79	0,61	0,382		
5/3,2	50	32	3 4	5,5	1,8	2,42 3,17	1,90 2,49	6,17 7,98	1,60 1,59	1,99 2,56	0,91 0,90	12,4 16,6	1,60 1,65	3,26 4,42	0,72 0,76	1,18	0,70	0,403		
5,6/3,6	56	36	3,5 4 5	6,0	2,0	3,16 3,58 4,41	2,48 2,81 3,46	10,1 11,4 13,8	1,79 1,78 1,77	3,30 3,70 4,48	1,02 1,02 1,01	20,3 23,2 29,2	1,80 1,82 1,86	5,43 6,25 7,91	0,82 0,84 0,88	1,95	0,79	0,407		
6,3/4,0	63	40	4 5 6 8	7,0	2,3	4,04 4,98 5,90 7,68	3,17 3,91 4,63 6,03	16,3 19,9 23,3 29,6	2,01 2,00 1,99 1,96	5,16 6,26 7,28 9,15	1,13 1,12 1,11 1,09	33,0 41,4 49,9 66,9	2,03 2,08 2,12 2,20	8,51 10,8 13,1 17,9	0,91 0,95 0,99 1,07	3,07	0,87	0,397		
																3,73	0,86	0,396		
																4,36	0,86	0,393		
																5,58	0,85	0,386		

7/4,5	70	45	$\frac{4,5}{5}$	7,5	2,5	5,07	3,98	25,3	2,23	8,25	1,28	51	2,25	13,6	1,03	4,88	0,98	0,407
			5			5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
7,5/5	75	50	$\frac{5}{6}$	8	2,7	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			8			7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
						9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,430
8/5	80	50	$\frac{5}{6}$	8	2,7	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6			7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
9/5,6	90	56	$\frac{5,5}{6}$	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			8			8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
						11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380
10/6,3	100	63	$\frac{6}{7}$	10	3,3	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			8			11,1	8,70	113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392
			10			12,6	9,87	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
						15,5	12,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11/7	110	70	$\frac{6,5}{7}$	10	3,3	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			8			12,3	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
						13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5/8	125	80	$\frac{7}{8}$	11	3,7	14,1	11	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			10			16	12,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406
			12			19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
						23,4	18,3	365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	69,5	1,72	0,400
14/9	140	90	$\frac{8}{10}$	12	4	18	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10			22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409

6.2. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
16/10	160	100	9	13	4,3	22,9	18	606	5,15	186	2,85	1221	5,19	300	2,23	110	2,2	0,391
			10			25,3	667	5,13	204	2,84	1359	5,23	335	2,28	121	2,19	0,390	
			12			30	784	5,11	239	2,82	1634	5,32	405	2,36	142	2,18	0,388	
			14			34,7	897	5,08	272	2,8	1910	5,40	477	2,43	162	2,16	0,385	
18/11	180	110	10	14	4,7	28	22,2	952	5,8	276	3,12	1933	5,88	444	2,44	165	2,42	0,375
			12			33,7	1123	5,77	324	3,1	2324	5,97	537	2,52	194	2,40	0,374	
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,9	27,4	1449	6,45	446	3,58	2920	6,5	718	2,79	264	2,75	0,392
			12			37,9	1568	6,43	482	3,57	3189	6,54	786	2,83	285	2,74	0,392	
			14			43,9	1801	6,41	551	3,54	3726	6,52	922	2,91	327	2,73	0,390	
			16			49,8	2026	6,38	617	3,52	4264	6,71	1061	2,99	367	2,72	0,388	
25/16	250	160	12	18	6	48,3	37,9	3147	8,07	1032	4,62	6212	7,97	1634	3,53	604	3,54	0,410
			16			63,6	4091	8,02	1333	4,58	8308	8,14	2200	3,69	781	3,50	0,408	
			18			71,1	4545	7,99	1475	4,56	9358	8,23	2487	3,77	866	3,49	0,407	
			20			78,5	4987	7,97	1613	4,53	10410	8,31	2776	3,85	949	3,48	0,405	

6.3. tabula. Dubult-T profils (ГОСТ 8239-56)

Profila Nr.	Svars G , kg/m	Izmēri							Skērs-griezuma laukums F , cm ²	x-x ass				y-y ass		
		h, mm	b, mm	d, mm	t, mm	R, mm	r, mm	I_x , cm ⁴		W_x , cm ³	i_x , cm	S_x , cm ³	I_y , cm ⁴	W_y , cm ³	i_y , cm	
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10	4	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	
40	56,1	400	155	8,0	13,0	15	6	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05	
45	65,2	450	160	8,6	14,2	16	7	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12	
50	76,8	500	170	9,5	15,2	17	7	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26	
55	89,8	550	180	10,3	16,5	18	7	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44	
60	104	600	190	11,1	17,8	20	8	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60	
65	120	650	200	12,0	19,2	22	9	153	101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77	
70	138	700	210	13,0	20,8	24	10	176	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94	
70a	158	700	210	15,0	24,0	24	10	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01	
70b	184	700	210	17,5	28,2	24	10	234	175370	5010	27,4	2940	3910	373	4,09	

6.4. tabula. U profils (ГОСТ 8240-56)

Profila Nr.	Svars G, kG/m	Izmēri					Skērs-griezuma laukums F , cm ²	x-x ass				y-y ass			Smagum-centra attālums z_0 , cm
		h, mm	b, mm	d, mm	t, mm	R, mm		r, mm	I_{x^2} , cm ⁴	W_{x^2} , cm ³	i_{x^2} , cm	S_{x^2} , cm ³	I_{y^2} , cm ⁴	W_{y^2} , cm ³	
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6	2,5	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	6	2,5	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,8	3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	9	3,5	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	9,5	4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	24,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4	30,6	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	11	4,5	35,2	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	12	5	40,5	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	13	5	46,5	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6	53,4	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6	61,5	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

6.5. tabula. Riņķa laukuma inerces un pretestības momenti

<i>d</i> , cm	<i>I</i> , cm ⁴	<i>W</i> , cm ³	<i>d</i> , cm	<i>I</i> , cm ⁴	<i>W</i> , cm ³	<i>d</i> , cm	<i>I</i> , cm ⁴	<i>W</i> , cm ³
1	0,0491	0,0982	51	332086	13023	101	5108055	101150
2	0,7854	0,7854	52	358908	13804	102	5313378	104184
3	3,976	2,651	53	387323	14616	103	5524830	107278
4	12,57	6,283	54	417393	15459	104	5742532	110433
5	30,68	12,27	55	449180	16334	105	5966604	113650
6	63,62	21,21	56	482750	17241	106	6197171	116928
7	117,9	33,67	57	518166	18181	107	6434357	120268
8	201,1	50,27	58	555497	19155	108	6678287	123672
9	322,1	71,57	59	594810	20163	109	6929087	127139
10	490,9	98,17	60	636172	21206	110	7186886	130671
11	718,7	130,7	61	679656	22284	111	7451813	134267
12	1018	169,6	62	725332	23398	112	7723997	137929
13	1402	215,7	63	773272	24548	113	8003571	141656
14	1886	269,4	64	823550	25736	114	8290666	145450
15	2485	331,3	65	876241	26961	115	8585417	149312
16	3217	402,1	66	931420	28225	116	8887958	153241
17	4100	482,3	67	989166	29527	117	9198425	157238
18	5153	572,6	68	1049556	30869	118	9516956	161304
19	6397	673,4	69	1112670	32251	119	9843689	165440
20	7854	785,4	70	1178588	33674	120	10178763	169646
21	9547	909,2	71	1247393	35138	121	10522320	173923
22	11499	1045	72	1319167	36644	122	10874501	178270
23	13737	1194	73	1393995	38192	123	11235450	182690
24	16286	1357	74	1471963	39783	124	11605311	187182
25	19175	1534	75	1553156	41417	125	11984229	191748
26	22432	1726	76	1637662	43096	126	12372350	196386
27	26087	1932	77	1725571	44820	127	12769824	201100
28	30172	2155	78	1816972	46589	128	13176799	205887
29	34719	2394	79	1911958	48404	129	13593424	210751
30	39761	2651	80	2010619	50265	130	14019852	215690
31	45333	2925	81	2113051	52174	131	14456235	220706
32	51472	3217	82	2219347	54130	132	14902727	225799
33	58214	3528	83	2329605	56135	133	15359483	230970
34	65597	3859	84	2443920	58189	134	15826658	236219
35	73662	4209	85	2562392	60292	135	16304411	241547
36	82448	4580	86	2685120	62445	136	16792899	246954
37	91998	4973	87	2812205	64648	137	17292282	252442
38	102354	5387	88	2943748	66903	138	17802721	258010
39	113561	5824	89	3079853	69210	139	18324378	263660
40	125664	6283	90	3220623	71569	140	18857416	269392
41	138709	6766	91	3366165	73982	141	19401999	275206
42	152745	7274	92	3516586	76448	142	19958294	281103
43	167820	7806	93	3671992	78968	143	20526466	287083
44	183984	8363	94	3832492	81542	144	21106684	293148
45	201289	8946	95	3998198	84173	145	21699116	299298
46	219785	9556	96	4169220	86859	146	22303933	305533
47	239531	10193	97	4345671	89601	147	22921307	311854
48	260576	10857	98	4527664	92401	148	23551409	318262
49	282979	11550	99	4715315	95259	149	24194414	324757
50	306796	12272	100	4908738	98175	150	24850496	331340

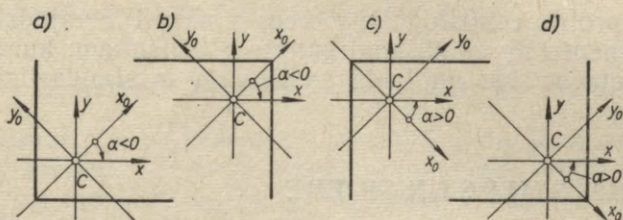
Apzīmējumi. *d* — riņķa diametrs; *I* — aksiālais inerces moments; *W* — aksiālais pretestības moments;
 $I_p = 2I$ — polārais inerces moments; $W_p = 2W$ — polārais pretestības moments.

6.6. tabula. Elastības modulis, bīdes modulis un Puasona koeficients

Materiāls	Elastības modulis E		Bīdes modulis G		Puasona koeficients
	$\text{kg/cm}^2 \cdot 10^{-6}$	$\text{MN/m}^2 \cdot 10^{-5}$	$\text{kg/cm}^2 \cdot 10^{-5}$	$\text{MN/m}^2 \cdot 10^{-4}$	
Tērauds	1,9 ... 2,2	1,86 ... 2,16	7,95 ... 8,5	7,80 ... 8,33	0,25 ... 0,33
Peļekais čuguns	0,8 ... 1,5	0,785 ... 1,47	4,5	4,41	0,23 ... 0,27
Modificētais čuguns	1,2 ... 1,6	1,18 ... 1,57	5,2 ... 7,0	5,10 ... 6,86	—
Tehniskais varš	1,1 ... 1,3	1,08 ... 1,27	4,9	4,81	—
Alvas bronza	0,75 ... 1,24	0,735 ... 1,22	—	—	0,32 ... 0,35
Bezalvas bronza	1,05 ... 1,2	1,03 ... 1,18	—	—	—
Alumīnija misiņš	1,0 ... 1,05	0,981 ... 1,03	3,7 ... 4,0	3,63 ... 3,92	0,32 ... 0,34
Alumīnija sakausējumi	0,7 ... 0,72	0,686 ... 0,706	2,7	2,65	0,33
Magnija sakausējumi	0,40 ... 0,45	0,392 ... 0,441	—	—	0,34
Tehniskais niķelis	2,1	2,06	7,5	7,36	0,33
Tehniskais svins	0,15 ... 0,2	0,147 ... 0,196	0,7	0,686	0,42
Tehniskais cinks	0,8	0,785	3,2	3,14	0,27
Kieģeļu mūris	0,025 ... 0,030	0,0245 ... 0,0294	—	—	—
Betons ($\sigma_B = 10 \dots 20 \text{ MN/m}^2$)	0,15 ... 0,23	0,147 ... 0,226	—	—	0,16 ... 0,18
Koks // šķiedrām	0,09 ... 0,16	0,0883 ... 0,157	0,045 ... 0,065	0,0441 ... 0,0637	—
Koks \perp šķiedrām	0,004 ... 0,01	0,00392 ... 0,00981	0,045 ... 0,065	0,0441 ... 0,0637	—
Getinākss	0,10 ... 0,18	0,0981 ... 0,177	—	—	—
Viniplasta plāksne	0,004	0,00392	—	—	—
Stikls	0,5 ... 0,6	0,490 ... 0,588	0,21 ... 0,23	0,206 ... 0,226	0,24 ... 0,27
Organiskais stikls	0,029 ... 0,041	0,0284 ... 0,0402	—	—	0,35 ... 0,38
Bakelīts	0,02 ... 0,06	0,0196 ... 0,0588	0,07 ... 0,21	0,0686 ... 0,206	0,35 ... 0,38
Celuloīds	0,015 ... 0,025	0,0147 ... 0,0245	0,07 ... 0,10	0,0686 ... 0,0981	0,4
Kaučuks	0,00008	0,0000785	—	—	0,47
Stiklplasts // šķiedrām	0,35	0,343	—	—	—
Kaprons	0,014 ... 0,020	0,0137 ... 0,0196	—	—	—
Fluoroplasts-4	0,0047 ... 0,0085	0,00461 ... 0,00834	—	—	—

6.1.12.1. Vienādmalu leņķa profila centrifugālais inerces moments Cxy asu sistēmā (6.22. zīm. a , b , c un d)

Tabulās nav doti vienādmalu un dažādmalu leņķu profilu centrifugālie inerces momenti. Aprēķināsim tos pret asīm, kuras para-



6.22. zīm. Vienādmalu leņķa profila centrifugālie inerces momenti

lēlas leņķa malām un kurām koordināšu sākumpunkts atrodas laukuma smagumcentrā.

$$I_{xy} = \pm \frac{1}{2} (I_{x_0} - I_{y_0}). \quad (6.50)$$

Formulā (6.50) plusa zīme lietojama, ja leņķis α ir pozitīvs (6.22. zīm. c un d), un mīnusa zīme, — ja negatīvs (6.22. zīm. a un b). Galvenais inerces moments $I_{x_0} > I_{y_0}$.

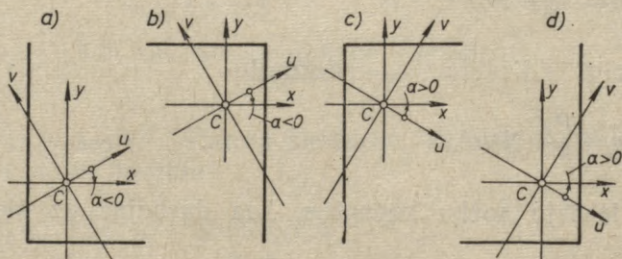
6.1.12.2. Dažādmalu leņķa profils

(6.23. zīm. a , b , c un d)

$$I_{xy} = \pm \frac{1}{2} (I_u - I_v) \sin 2\alpha \quad (6.51)$$

Cu ass krusto vienu leņķa malu, bet Cv — abas malas. Galvenais inerces moments $I_u > I_v$. Leņķa α tangensa vērtības uzrādītas 6.2. tabulā.

Formulā (6.51) plusa zīme lietojama pozitīvam leņķim (6.23. zīm. c un d), bet mīnusa zīme — negatīvam leņķim (6.23. zīm. a



6.23. zīm. Dažādmalu leņķa profila centrifugālie inerces momenti

un b). Cx ass paralēla īsākai, bet Cy — garākai leņķa malaī. Inerces momentu I_x , I_y un I_v vērtības uzrādītas 6.2. tabulā. I_u vērtību aprēķinām ar formulu (6.11.a), kas konkrētajā gadījumā jāraksta šādi:

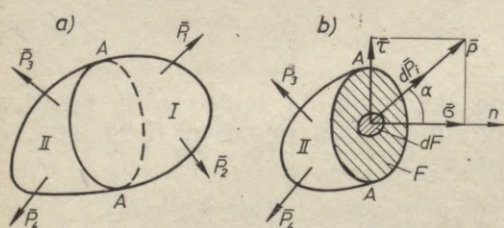
$$I_u + I_v = I_x + I_y. \quad (6.51.a)$$

Leņķa profilu centrifugālie inerces momenti ir vajadzīgi galveno inerces momentu aprēķināšanai saliktam laukumam, kuram nav nevienas simetrijas ass un kāda sastāvdaļa ir standartizētais leņķa profils.

6.2. STIEPE UN SPIEDE

6.2.1. VISPĀRĪGI JEDZIENI. NORMĀLAIS UN TANGENCIĀLAIS SPIEGUMS

No ārējo spēku iedarbības starp atsevišķām ķermeņa daļiņām rodas iekšējie spēki. Iekšējo spēku pētīšanai lieto šķelšanas metodi. Ķermeni šķel ar plakni $A-A$ divās daļās (6.24. zīm. a) un vienas daļas ietekmi uz otru aizstāj ar iekšējiem spēkiem, kas darbojas šķēlumā.



6.24. zīm. Iekšējie spēki un spriegums

(6.24. zīm. b). Iekšējo spēku, kas darbojas uz laukuma vienību, sauc par spriegumu. To apzīmēsim ar \bar{p} . Ja spēku mēri ņūtonos (N) un laukumu kvadrātmetros (m^2), tad sprieguma mērvienība ir N/m^2 . Lieto arī N/mm^2 , MN/m^2 , kG/cm^2 , kG/mm^2 u. c.

Ja iekšējais spēks nevienmērīgi izkliedēts, tad spriegumu var aprēķināt ar formulu

$$\bar{p} = \frac{d\bar{P}_i}{dF} \text{ N/m}^2, \quad (6.52)$$

bet vienmērīgi izkliedētam — ar formulu

$$\bar{p} = \frac{\bar{P}_i}{F} \text{ N/m}^2, \quad (6.53)$$

kur \bar{P}_i — iekšējo spēku kopspēks, kas darbojas uz šķēluma laukumu F .

Vispārīgā gadījumā spriegums \bar{p} nav perpendikulārs šķēlumam un praktiskos aprēķinos tā vietā lieto sprieguma komponentes. Sprie-

guma komponenti $\bar{\sigma}$, kas darbojas šķēluma normāles n virzienā, sauc par normālo spriegumu (6.24. zīm. *b*), bet komponenti $\bar{\tau}$, kas sakrīt ar šķēluma plakni, — par tangenciālo spriegumu. Starp spriegumu un tā komponentēm pastāv sakarības:

$$\sigma = p \cos \alpha, \quad \tau = p \sin \alpha, \quad p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}. \quad (6.54)$$

6.2.2. STIEPES (SPIEDES) NOSLOGOJUMS UN DEFORMĀCIJAS

Ja prizmatiska (cilindriska) ķermeņa galu laukumu smagumcentrā ass virzienā darbojas spēki, kas vērsti prom no ķermeņa (6.25. zīm. *a*), tad šādu ķermeņa noslogojumu sauc par stiepi, bet, ja spēki vērsti uz ķermeņa pusi (6.25. zīm. *b*), — tad par spiedi.

Stiepjot ķermenis spēka darbības virzienā pagarinās, bet perpendikulāri šim virzienam — samazinās (6.25. zīm. *a*).

Spiežot — spēka virzienā saīsina, perpendikulāri šim virzienam — paplašina (6.25. zīm. *b*).

Stiepes (spiedes) absolūtā deformācija (absolūtais pagarinājums vai saīsinajums)

$$\Delta l = l_1 - l, \quad (6.55)$$

kur l un l_1 — ķermeņa sākotnējais un deformētais garums.

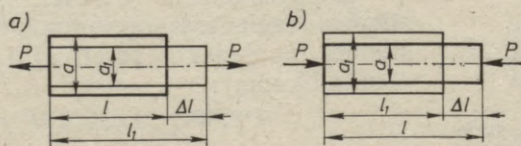
Stiepes (spiedes) relatīvā deformācija (relatīvais pagarinājums vai saīsinajums)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon \% = \frac{\Delta l}{l} 100\%. \quad (6.56)$$

Stiepes (spiedes) absolūtā šķērsdeformācija (absolūtais paplašinājums vai sašaurinājums)

$$\Delta a = a_1 - a, \quad (6.57)$$

kur a un a_1 ir ķermeņa sākotnējais un deformētais platums.



6.25. zīm. Stiepes (spiedes) noslogojums un deformācijas

Stiepes (spiedes) relatīvā šķērsdeformācija (relatīvais paplašinājums vai sašaurinājums)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}; \quad \varepsilon' \% = \frac{\Delta a}{a} 100\%. \quad (6.58)$$

Stiepe $\varepsilon > 0$, $\varepsilon' < 0$; spiedē $\varepsilon < 0$, $\varepsilon' > 0$.

Šķērsdeformācijas (Puasona) koeficients, ko nosaka eksperimentāli:

$$\mu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}. \quad (6.59)$$

Puasona koeficienta skaitliskās vērtības: $0 \leq \mu \leq 0,5$.

No (6.59) iegūstam

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon. \quad (6.60)$$

Šķērsriezuma laukuma absolūtā izmaiņa stiepē (spiedē):

$$\Delta F = F_1 - F, \quad (6.61)$$

kur F un F_1 — sākotnējā un deformētā ķermeņa šķērsriezuma laukums.

Šķērsriezuma laukuma relatīvā izmaiņa

$$\Psi = \frac{\Delta F}{F}; \quad \Psi \% = \frac{\Delta F}{F} 100\%. \quad (6.62)$$

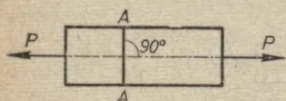
6.2.3. STIEPES (SPIEDES) SPRIEGUMS NORMĀLAJĀ ŠĶĒLUMĀ. HUKA LIKUMS

Normālajā šķēlumā (6.26. zīm.) darbojas tikai normālais spriegums (tangenciālais nedarbojas), un to aprēķina ar formulu

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ N/m}^2, \quad (6.63)$$

kur P — stiepes (spiedes) spēks ņūtonos (N);

F — normālā šķēluma laukums m^2 .



6.26. zīm. Stiepes spriegums normālajā šķēlumā

Eksperimentāli atrasts, ka normālais stiepes (spiedes) spriegums proporcionāls stiepes (spiedes) relatīvajai deformācijai (Huka likums):

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (6.64)$$

kur E — stiepes (spiedes) elastības modulis N/m^2 , ko nosaka eksperimentāli.

Dažu materiālu elastības moduļi un Puasona koeficienti sako-
poti 6.6. tabulā. Lielums G — bīdes elastības modulis (īsāk — bīdes
modulis, sk. 380. lpp.).

Absolūtais pagarinājums (saīsinājums)

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF}, \quad (6.65)$$

kur EF — stiepes (spiedes) stingums.

Ja darbojas stiepes (spiedes) spēks un izmainās ķermeņa temperatūra par $t_2 - t_1$ °C, tad absolūtā deformācija

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} + \alpha l(t_2 - t_1), \quad (6.66)$$

kur α — lineārais izplešanās koeficients; tā vērtības sakopotas 6.7. tabulā.

6.7. tabula. Lineārais izplešanās koeficients

Materiāls	$\alpha \cdot 10^6, 1/\text{deg}$	Materiāls	$\alpha \cdot 10^6, 1/\text{deg}$
Tērauds	10...13	Alumīnijs	24...26
Čuguns	10,4	Koks	2...5
Varš	16,5...17,5	Tekstolīts	33...41
Bronza	17...19	Getinakss	20
Niķelis	13	Betons	10...14

Ja ievēro stiepes (spiedes) spēku un prizmatiskā ķermeņa pašsvaru (6.27. zīm.), tad spriegumu normālajā šķēlumā un absolūto deformāciju var aprēķināt ar formulām:

$$\sigma(x) = \frac{P}{F} + \gamma x, \quad (6.67)$$

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} + \gamma l, \quad (6.68)$$

$$\Delta l(x) = \frac{Px}{EF} + \frac{1}{2} \frac{\gamma x^2}{E}, \quad (6.69)$$

$$\Delta l_{max} = \frac{Pl}{EF} + \frac{1}{2} \frac{\gamma l^2}{E}, \quad (6.70)$$



6.27. zīm.
Spriegumi un deformācijas no ķermeņa pašsvara

kur γ — materiāla tilpumvienības svars N/m^3 .

6.2.4. AKSIĀLAIS SPĒKS

Iekšējo spēku, kas darbojas ķermeņa normālā šķēluma smagumcentrā ass virzienā, sauc par aksiālo spēku. Aksiālais spēks ir vienāds ar to ārējo spēku algebrisku summu, kas darbojas ass virzienā šķēluma vienā pusē. Ja ārējais spēks šķēlumā rada stiepi, tad saskaņot to pieņem par pozitīvu, ja spiedi — tad par negatīvu. Pozitīvs aksiālais spēks vērstas projām no šķēluma, negatīvs — uz šķēluma pusi. Aksiālo spēku apzīmēsim ar N .

Aprēķinātos aksiālos spēkus attēlojot grafiski atliek brīvi pieņemtā mērogā perpendikulāri stieņa asij: pozitīvos vienā pusē, negatīvos pretējā pusē. Iegūto grafiku sauc par aksiālā spēka epīru.

6.1. piemērs. Uz ķermeni ar nokāpēm (6.28. zīm. a) ass virzienā iedarbojas spēki $P_1=20$ kN, $P_2=40$ kN, $P_3=40$ kN. Aprēķināt aksiālo spēku un uzzīmēt epīru.

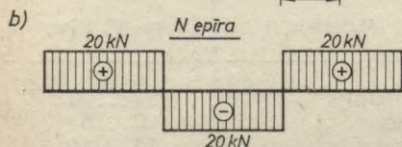
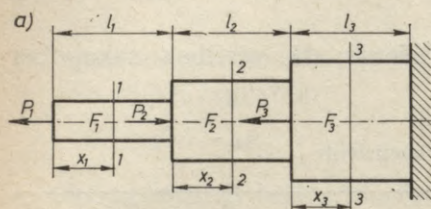
Atrisinājums. Aksiālais spēks kiloņūtonos (kN).

Šķēlums 1-1. $N_1 = +P_1 = +20$, $0 \leq x_1 \leq l_1$.

Šķēlums 2-2. $N_2 = +P_1 - P_2 = 20 - 40 = -20$, $0 \leq x_2 \leq l_2$.

Šķēlums 3-3. $N_3 = P_1 - P_2 + P_3 = -20 + 40 = +20$, $0 \leq x_3 \leq l_3$.

Aksiāla spēka epīra parādīta 6.28. zīmējumā b.



6.28. zīm. Aksiālais spēks

6.2.5. IZMĒRU APRĒĶINĀŠANA STIEPĒ (SPIEDĒ)

Stiepē (spiedē) ķermeņa šķērsriezuma laukumu aprēķina ar formulu

$$F = \frac{P}{[\sigma]} \text{ m}^2, \quad (6.71)$$

kur P — stiepes (spiedes) spēks ņūtonos (N);

$[\sigma]$ — pieļaujamais normālais spriegums (N/m²).

Pieļaujamais stiepes (spiedes) spriegums dabūjam, dalot materiāla tecēšanas robežspriegumu (tecēšanas robežu) vai izturības robežspriegumu (izturības robežu) ar attiecīgu drošības koeficientu n_T vai n_B ($n_B > n_T > 1$), t. i.,

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_B}{n_B}. \quad (6.72)$$

Spriegumu robežvērtības σ_T un σ_B dažādiem materiāliem sakopotas 6.26. un 7.14. ... 7.17. tabulā.

Parastāko materiālu pieļaujamie spriegumi konstantam stiepes (spiedes) spēkam sakopoti 6.8. tabulā.

6.8. tabula. Dažu materiālu pieļaujamie spriegumi

Materiāls	kg/cm ²	
	stiepē	spiedē
Tērauds Cr. 2	1400	1400
Tērauds Cr. 3	1600	1600
Pelēkais ķets (čuguns)	280 ... 800	1200 ... 1500
Priedes koks paralēli šķiedrām	70 ... 100	100 ... 120
Priedes koks šķērsām šķiedrām	—	15 ... 20
Ķieģeļu mūris	līdz 2	6 ... 25
Betons	1 ... 7	10 ... 90

Sprieguma aprēķināšanai starptautiskajā mērvienību sistēmā (SI) izlieto sakarību

$$1 \text{ kg/cm}^2 = 9,80665 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \approx 9,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

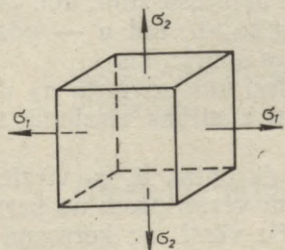
Ja stieņa izmēri ir zināmi, tad pieļaujamo stiepes (spiedes) spēku aprēķina ar formulu

$$[P] = [\sigma] F. \quad (6.73)$$

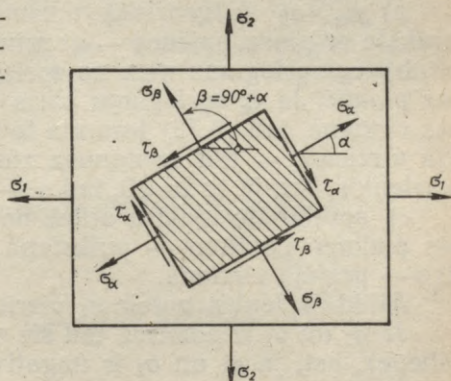
6.2.6. STIEPES (SPIEDES) NOSLOGOJUMS PLAKNĒ

Ja uz prizmatisku ķermeni darbojas spēki (normālie spriegumi) divos savstarpēji perpendikulāros virzienos, tad tas ir ķermeņa stiepes (spiedes) noslogojums (6.29. zīm.) plaknē (divvirzienu, divasu noslogojums).

Ķermeņa šķēlumus (plaknes), kuros nedarbojas tangenciālais spriegums, sauc par galvenajiem šķēlumiem (plaknēm). Normālos spriegumus, kas darbojas galvenajos šķēlumos (plaknēs), sauc par galvenajiem spriegumiem. Divu galveno spriegumu gadījumā tos apzīmē ar σ_1 un σ_2 . Spriegums $\sigma_1 > \sigma_2$ (algebriskā nozīmē). Ar galvenajiem spriegumiem bieži sastopamies laboratorijās, pārbaudot materiālu mehāniskās īpašības. Ķermeņu deformācijas parasti mēri galveno spriegumu virzienos un aprēķina atkarībā no galvenajiem spriegumiem.



6.29. zīm. Divvirzienu noslogojums stiepe



6.30. zīm. Spriegumi slīpos šķēlumos divvirzienu noslogojumā

6.2.6.1. Relatīvās deformācijas galveno spriegumu virzienos:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2); \quad \epsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1). \quad (6.74)$$

Stiepes galvenie spriegumi formulā (6.74) jāieraksta ar plusa, spiedes — ar mīnusa zīmi.

6.2.6.2. Spriegumi slīpos šķēlumos (6.30. zīm.)

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad \sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha. \quad (6.75)$$

$$\tau_\alpha = -\tau_\beta = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha. \quad (6.76)$$

Maksimālais tangenciālais spriegums ($\alpha = 45^\circ$)

$$\tau_{max} = \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (6.77)$$

6.2.6.3. Galvenie spriegumi

Ja ir zināmi spriegumi σ_α , σ_β un $\tau_\alpha = -\tau_\beta$ četros savstarpēji perpendikulāros šķēlumos, tad no vienādībām (6.75) un (6.76) var aprēķināt galvenos spriegumus un galveno spriegumu virzienleņķi:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2}, \quad (6.78)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}. \quad (6.79)$$

Lietojot formulas (6.78) un (6.79), jāievēro sekojošais:

a) $\sigma_\alpha > \sigma_\beta$ (algebriskā nozīmē), formulās stiepes spriegumus ieraksta ar plusa, spiedes — ar mīnusa zīmi;

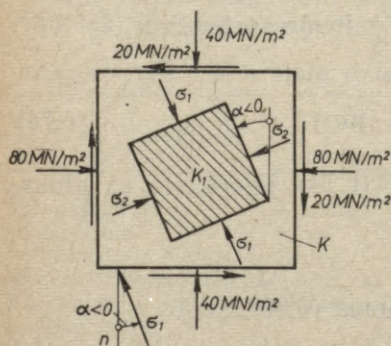
b) τ_α spriegumu ņem no spriegumu pāra, kas atrodas σ_α darbības plaknē. Ja τ_α spriegumu pāris darbojas pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tad (6.79) formulā to ieraksta ar plusa zīmi, bet, ja pretējā virzienā, — tad ar mīnusa zīmi. Ja $\operatorname{tg} 2\alpha > 0$, tad α — pozitīvs šaurleņķis, bet, ja $\operatorname{tg} 2\alpha < 0$, tad α — negatīvs šaurleņķis;

c) aprēķināto leņķi α atliek no normāles, kas novilkta σ_α darbības plaknei: pozitīvo — pulksteņa rādītāju kustības virzienā, negatīvo — pretējā virzienā.

Atliktais leņķis noteic σ_1 virzienu; σ_2 darbojas \perp σ_1 virzienam.

Ja σ_1 un σ_2 ir pozitīvi, tad šie spriegumi vērsti prom no ķermeņa (stiepe), bet, ja σ_1 un σ_2 ir negatīvi, tad tie vērsti uz ķermeņa pusi (spiede).

6.2. piemērs. Uz kvadrātveida elementu K (6.31. zīm.) darbojas normālie un tangenciālie spriegumi uzrādītajos virzienos. Aprēķināt galvenos spriegumus un to virzienu.



6.31. zīm. Galvenie spriegumi divvirzienu (plaknes) spriegumstāvoklī

Atrisinājums. $\sigma_\alpha = -40 \text{ MN/m}^2$;

$\sigma_\beta = -80 \text{ MN/m}^2$; $\sigma_\alpha > \sigma_\beta$;

$\tau_\alpha = -20 \text{ MN/m}^2$.

$$\sigma_{1,2} = \frac{-40 - 80}{2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{-40 - (-80)}{2}\right]^2 + (-20)^2} =$$

$$= -60 \pm 28,3;$$

$$\sigma_1 = -31,7 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_2 = -88,3 \text{ MN/m}^2.$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2(-20)}{-40 - (-80)} = -1;$$

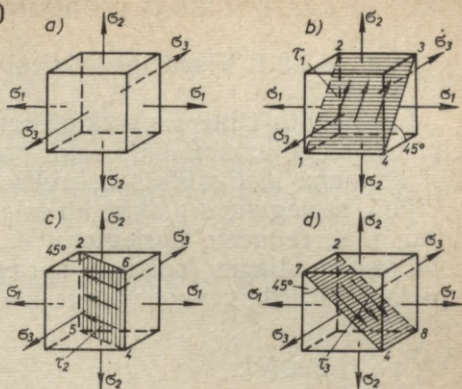
$$2\alpha = -45^\circ, \quad \alpha = -22^\circ 30'.$$

Negatīvo leņķi α atliekot no normāles n (6.31. zīm.) pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, iegūstam σ_1 virzienu. Elementā K iezīmējam otru elementu K_1 , kas pagriezts par negatīvo leņķi α . Uz elementa K_1 plaknēm darbojas galvenie spriegumi σ_1 un σ_2 , kas vērsti uz elementa pusi, jo spriegumi ir negatīvi.

6.2.7. STIEPES (SPIEDES) NOSLOGOJUMS TELPĀ

Ja uz prizmatisku ķermeni darbojas spēki (normālie spriegumi) trijos savstarpēji perpendikulāros virzienos, tad tas ir ķermeņa stiepes (spiedes) noslogojums (6.32. zīm. a) telpā (trīsvirzienu, trīsasnu noslogojums).

Galvenajiem spriegumiem indeksi jāpieraksta tā, lai $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ algebriskā nozīmē. Tā, piemēram, $\sigma_1 = +20 \text{ MN/m}^2$, $\sigma_2 = -40 \text{ MN/m}^2$, $\sigma_3 = -60 \text{ MN/m}^2$.



6.32. zīm. Trīsvirzienu (telpas) noslogojums un maksimālie tangenciālie spriegumi

6.2.7.1. Relatīvās deformācijas galveno spriegumu virzienos

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)]; & \epsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu (\sigma_1 + \sigma_3)]; \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu (\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \quad (6.80)$$

Formulās (6.80) stiepes spriegumus ieraksta ar plusa zīmi, spiedes — ar mīnusa zīmi.

6.2.7.2. Maksimālie tangenciālie spriegumi

Telpas noslogojumā maksimālie tangenciālie spriegumi darbojas kubveida ķermeņa diagonālās plaknēs 1—2—3—4 (6.32. zīm. b); 4—5—2—6 (6.32. zīm. c); 4—7—2—8 (6.32. zīm. d), un to skaitliskās vērtības ir šādas:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3); \quad \tau_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3); \quad \tau_3 = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (6.81)$$

Tangenciālo spriegumu indeksi 1, 2, 3 norāda attiecīgās diagonālās plaknes, kurām paralēli galvenie spriegumi σ_1 , σ_2 un σ_3 . Vislielākais ir tangenciālais spriegums τ_2 .

6.2.8. IZTURĪBAS TEORIJAS

6.2.8.1. Vispārīgi jēdzieni

Lai dabūtu izmēru aprēķināšanas formulas ķermeņa plaknes un telpas noslogojumam, lieto izturības teorijas, kurās ir pieņemti dažādi ķermeņa mehāniskās sabrukšanas cēloņi. Pamatojoties uz šīm teorijām, spriegumus plaknē un telpā aizstāj ar vienu normālo spriegumu, t. s. reducēto spriegumu σ_r . Pielīdzinot reducēto spriegumu pieļaujamam stiepes (spiedes) spriegumam vienvirziena noslogojumā, iegūstam izturības nosacījumu ķermeņa noslogojumam plaknē un telpā, t. i.,

$$\sigma_r \leq [\sigma]. \quad (6.82)$$

6.2.8.2. Reducētie spriegumi

Aplūkosim reducētos spriegumus tām izturības teorijām, kuras pašreiz lieto ķermeņa izmēru aprēķināšanai, un paturēsim teoriju numerāciju, kāda parasti sastopama tehniskajā literatūrā.

Trešā (maksimālo tangenciālo spriegumu) izturības teorija

Šī teorija pamatojas uz pieņēmumu, ka ķermeņa sabrukšanas cēlonis ir maksimālais tangenciālais spriegums. Reducēto spriegumu noslogojumam plaknē un telpā pēc šīs teorijas aprēķina ar formulām:

$$\sigma_{rIII} = \sigma_1 - \sigma_2, \quad (6.83)$$

$$\sigma_{rIII} = \sigma_1 - \sigma_3. \quad (6.84)$$

Ierakstot galveno spriegumu σ_1 un σ_2 vietā (6.78) formulas vērtības, dabūjam noslogojumam plaknē

$$\sigma_{rIII} = \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}, \quad (6.85)$$

kur σ_α , σ_β , τ_α ir plaknes noslogojuma normālie un tangenciālais spriegums jebkurās četrās savstarpēji perpendikulārās ķermeņa plaknēs.

Lietojot trešo izturības teoriju, iegūstam apmierinošus, ar eksperimentiem sakrītošus rezultātus materiāliem, kas vienādi pretojas stiepes un spiedes noslogojumam.

Ceturtnā (ķermeņa formas maiņas potenciālās enerģijas) izturības teorija

Šī teorija par ķermeņa sabrukšanas cēloni pieņem ķermeņa formas maiņu (piemēram, kubveida ķermenis deformējoties iegūst prizmatiska ķermeņa formu).

Reducētais spriegums noslogojumam plaknē un telpā:

$$\sigma_{rIV} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1 \sigma_2}, \quad (6.86)$$

$$\sigma_{rIV} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (6.87)$$

Ierakstot σ_1 un σ_2 vietā šo spriegumu vērtības no (6.78) formulas, iegūstam noslogojumam plaknē

$$\sigma_{rIV} = \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + \sigma_\alpha \sigma_\beta + 3\tau^2 \alpha}. \quad (6.88)$$

Ceturrtā izturības teorija lietojama materiāliem, kas vienādi pretojas stiepes un spiedes noslogojumam. Lietojot šo teoriju, iegūstam labākus, ar eksperimentiem sakrītošus rezultātus nekā trešās izturības teorijas gadījumā.

Mora izturības teorija

Reducētie spriegumi noslogojumam plaknē un telpā:

$$\sigma_{rM} = \sigma_1 - \nu \sigma_2, \quad (6.89)$$

$$\sigma_{rM} = \sigma_1 - \nu \sigma_3, \quad (6.90)$$

kur ν ir stiepes un spiedes robežspriegumu attiecība

$$\nu = \frac{\sigma_{Tst}}{\sigma_{Tsp}} \quad \text{vai} \quad \nu = \frac{\sigma_{bst}}{\sigma_{bsp}}.$$

Ja galvenos spriegumus σ_1 un σ_2 aizstājam ar to vērtībām (6.78), tad dabūjam formulu

$$\sigma_{rM} = \frac{1}{2} (1 - \nu) (\sigma_\alpha + \sigma_\beta) + \frac{1}{2} (1 + \nu) \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau^2 \alpha}. \quad (6.91)$$

Šī teorija lietojama trausliem materiāliem, kas spiedes noslogojumam pretojas labāk nekā stiepes.

Visās reducēto spriegumu formulās stiepes spriegumi σ_α un σ_β jāieraksta ar plusa, spiedes — ar mīnusa zīmi. Sacītais attiecas arī uz galvenajiem spriegumiem.

Ja $\sigma_\alpha = \sigma$, $\sigma_\beta = 0$ un $\tau_\alpha = \tau$, tad plaknes noslogojuma reducētie spriegumi ir

$$\sigma_{rIII} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad (6.92)$$

$$\sigma_{rIV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}, \quad (6.93)$$

$$\sigma_{rM} = \frac{1}{2} (1 - \nu) \sigma + \frac{1}{2} (1 + \nu) \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (6.94)$$

6.2.9. TĪRĀ BĪDE

Ja prizmatisks ķermenis K (kura garums perpendikulāri zīmējuma plaknei ir l) noslogots plaknē ar galvenajiem spriegumiem σ_1 un $\sigma_2 = -\sigma_1$ (6.33. zīm. a), tad uz prizmatiska elementa K_1 plaknēm, kuras veido ar sākotnējā elementa plaknēm 45° leņķus, darbojas tikai tangenciālais spriegums; par to varam pārliecināties ar formulām (6.75) un (6.76).

$$\sigma_\alpha = 0, \quad \sigma_\beta = 0.$$

$$\tau_\alpha = -\tau_\beta = \sigma_1; \quad \tau_\alpha = +\sigma_1; \quad \tau_\beta = -\sigma_1.$$

Prizmatiska elementa noslogojumu plaknē tikai ar tangenciālajiem spriegumiem sauc par tīro bīdi. Svītrotais kvadrāta elements K_1 (6.33. zīm. *a* un *b*) deformējoties pārvēršas rombā. Kvadrāta taisnā leņķa izmaiņu γ sauc par relatīvo bīdes leņķi. Eksperimentāli konstatēts, ka tangenciālais spriegums tīrajā bīdē proporcionāls relatīvajam bīdes leņķim (Hūka likums bīdē):

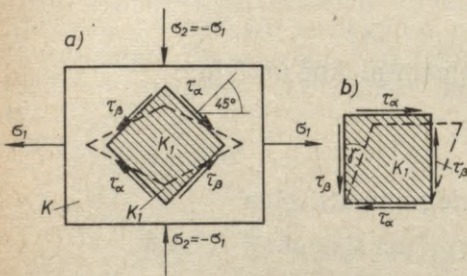
$$\tau = G\gamma, \quad (6.95)$$

kur G N/m² — bīdes modulis (sk. 6.6. tabulu).

Starp lielumiem E , G un μ pastāv sakarība

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (6.96)$$

Tīrās bīdes noslogojums sastopams ķermeņu liecē (sijas neitrālajā kārtā) un vērpe.



6.33. zīm. Tīrā bīde

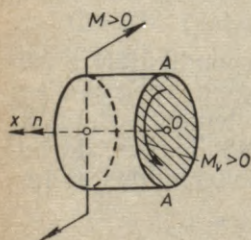
6.3. CILINDRISKU ĶERMEŅU VĒRPE

6.3.1. VĒRPES MOMENTS

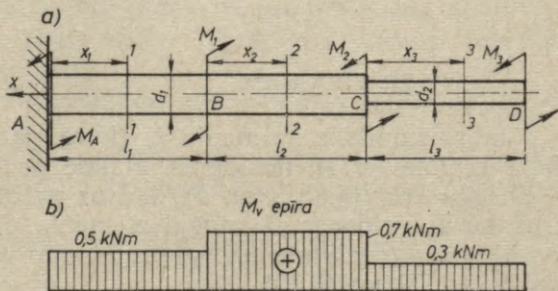
Ja uz ķermeni iedarbojas spēkpāris, kura darbības plakne perpendikulāra ķermeņa asij, tad ķermenis noslogots vērpe. Aplūkosim cilindriskā ķermeņa vērpi.

Cilindriskā ķermeņa normālajā šķēlumā darbošos iekšējo spēku momentu pret cilindra asi sauc par vērpes momentu, ko apzīmēsim ar M_v . Vērpes moments līdzsvaro ārējo spēkpāru momentus, tādēļ vērpes momenta skaitlisko vērtību dabūjam, algebriski saskaitot ārējo spēkpāru momentus, kas darbojas vienā pusē šķēlumam.

Ja koordināšu ass Ox sakrīt ar cilindra asi un vērsta šķēluma $A-A$ iekšējās normāles n virzienā (6.34. zīm.), tad, skatoties ass virzienā xO uz šķēluma pusi, par pozitīviem pieņemam ārējo spēku momentus, kas darbojas pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzie-



6.34. zīm. Cilindriska ķermeņa vērpe



6.35. zīm. Vērpes moments

nam, un par negatīviem — momentus pulksteņa rādītāju kustības virzienā. Tāpat nosakām arī ārējo spēkpāru momentu summas — koppāra momenta zīmi. Iekšējo spēku moments (vērpes moments M_v) darbojas pretēji koppāra momentam.

Aprēķinot vērpes momentus cilindriskā ķermeņa (vārpstas) šķēlumos un atliekot tos pieņemtā mērogā perpendikulāri vārpstas asij, pozitīvos vienā pusē un negatīvos pretējā pusē, iegūstam vērpes momenta epīru.

6.3. piemērs. Uz cilindrisku ķermeni ar nokāpi darbojas spēkpāru momenti $M_1=0,2$ kNm, $M_2=0,4$ kNm, $M_3=0,3$ kNm (6. 35. zīm. a). Aprēķināt vērpes momentus posmu normālajos šķēlumos un uzzīmēt vērpes momentu epīru.

Atrisinājums. Uz ķermeni darbojas spēkpāri paralēlās plaknēs. Varam uzrakstīt vienu līdzsvara vienādojumu:

$$\Sigma M_{ix}=0; \quad -M_A + M_1 - M_2 - M_3 = 0, \quad M_A = -0,5 \text{ kNm.}$$

Moments M_A ir negatīvs, tas norāda, ka tā darbības virziens pretējs iezīmētajam virzienam.

Vērpes momenti

$$M_{v1} = -M_A = +0,5 \text{ kNm}, \quad 0 \leq x_1 \leq l_1.$$

$$M_{v2} = -M_A + M_1 = +0,7 \text{ kNm}, \quad 0 \leq x_2 \leq l_2.$$

$$M_{v3} = -M_A + M_1 - M_2 = +0,3 \text{ kNm}, \quad 0 \leq x_3 \leq l_3.$$

Vērpes momentu epīra parādīta 6.35. zīm. b.

Ja cilindriskais ķermenis ir vārpsta, kas griežas ar n apgriezieniem minūtē, tad tās leņķiskais ātrums

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \text{ rad/s.} \quad (6.97)$$

Vārpstas pārvadītā jauda

$$N = M_v \omega, \quad (6.98)$$

kur M_v (Nm) — vērpes moments;
 ω (rad/s) — leņķiskais ātrums;
 N (W) — jauda.

Vērpes moments

$$M_v = \frac{N}{\omega} \text{ Nm.} \quad (6.99)$$

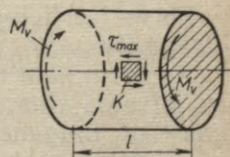
6.3.2. VĒRPES DEFORMĀCIJAS

Absolūtais savērpes leņķis

$$\varphi = \frac{M_v l}{GI_p} \text{ rad,} \quad (6.100)$$

Relatīvais savērpes leņķis

$$\Theta = \frac{M_v}{GI_p} \text{ rad/m,} \quad (6.101)$$



6.36. zīm. Vērpes deformācijas un spriegums

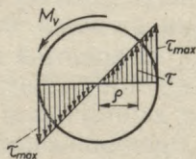
kur l (m) — cilindriskā posma garums (6.36. zīm.);
 M_v (Nm) — vērpes moments posma galos;
 G (N/m²) — bīdes modulis;
 I_p (m⁴) — šķērsriezuma laukuma polārais inerces moments;
 φ (rad) — posma viena gala šķēluma pagriešanās leņķis attiecībā pret otru galu.

6.3.3. VĒRPES SPRIEGUMS

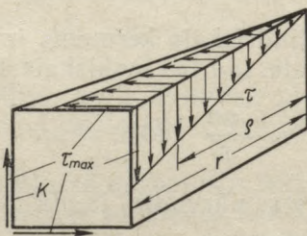
Šķēlumos, kas perpendikulāri cilindra asij (6.37. zīm.) un radiālajos šķēlumos (6.38. zīm.), kas iet caur cilindra asi, darbojas tikai tangenciālais spriegums

$$\tau = \frac{M_v}{I_p} \varrho, \quad (6.102)$$

kur ϱ (m) — šķēluma punkta attālums no cilindra ass;
 M_v (Nm) — vērpes moments;
 I_p (m⁴) — normālā šķēluma polārais inerces moments.



6.37. zīm. Vērpes spriegums normālajā šķēlumā



6.38. zīm. Vērpes spriegums normālajā un radiālajā šķēlumā

Maksimālais tangenciālais spriegums

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p}, \quad (6.103)$$

kur W_p (m³) — normālā šķēluma polārais pretestības moments.

Formulas lietojamas arī caurulei, kuras ārējais un iekšējais diametrs ir D un d .

Ar normālām un radiālām plaknēm no cilindra izšķēlam elementāru ķīļveida elementu (6.38. zīm.). Tas noslogots tīrā bīdē, jo darbojas tikai tangenciālie spriegumi, kas mainās lineāri. Minētās plaknes uz cilindra virsmas izdala kvadrātveida elementu K (6.36. zīm. un 6.38. zīm.). Pa elementa malām darbojas maksimālais tangenciālais spriegums.

6.3.4. GALVENIE VĒRPES SPRIEGUMI

Elementam K (6.39. zīm.) galvenos spriegumus un to virzienu aprēķinām ar formulām (6.78) un (6.79), ierakstot tajās $\sigma_\alpha = 0$ un $\sigma_\beta = 0$. Pieņemot, ka σ_α darbojas elementa horizontālajās plaknēs, dabū $\tau_\alpha = -\tau_{max}$.

Galvenie spriegumi:

$$\sigma_1 = +\tau_{max}, \quad \sigma_2 = -\tau_{max}.$$

Galveno spriegumu virziens:

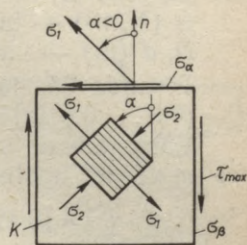
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2(-\tau_{max})}{0} = -\infty;$$

$$2\alpha = -90^\circ, \quad \alpha = -45^\circ.$$

$\alpha < 0$, tādēļ tas jāatliek no σ_α darbības plaknei novilktais normālais n pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam.

Relatīvās deformācijas galveno spriegumu virzienos, sk. formulu (6.74):

$$\varepsilon_1 = \frac{1+\mu}{E} \tau_{max}; \quad \varepsilon_2 = -\frac{1+\mu}{E} \tau_{max}. \quad (6.104)$$



6.39. zīm. Galvenie vērpes spriegumi

6.3.5. IZMĒRU APRĒĶINĀŠANA VĒRPĒ

6.3.5.1. Diametra aprēķināšana pēc pieļaujamā vērpes sprieguma

Cilindriskās vārpstas diametrs

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{M_v}{[\tau]}}. \quad (6.105)$$

Cauruļvārpstas ārējais diametrs

$$D = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{M_v}{[\tau](1-\alpha^4)}}. \quad (6.106)$$

kur M_v (Nm) — maksimālais vērpes moments;
 $[\tau]$ (N/m²) — pieļaujamais tangenciālais spriegums vērpe;
 $\alpha = d : D$ — cauruļvārpstas diametru attiecība;
 D, d (m) — vārpstas diametri.

6.3.5.2. Diametra aprēķināšana pēc pieļaujamā relatīvā savērpes leņķa

Cilindriskās vārpstas diametrs

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \frac{M_v}{G[\theta]}}. \quad (6.107)$$

Cauruļvārpstas ārējais diametrs

$$D = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \frac{M_v}{G[\Theta](1-\alpha^4)}}, \quad (6.108)$$

kur $[\Theta]$ (rad/m) — pieļaujamais relatīvais savērpes leņķis;

G (N/m²) — bīdes modulis;

D, d (m) — vārpstas diametri.

Tērauda 35, 45 un Ст. 5 vārpstām, kas noslogotas tikai vērpē, $[\tau] = (0,5 \dots 0,6)[\sigma] = 100 \dots 120 \text{ MN/m}^2$.

Vārpstām ar sprieguma koncentrāciju un stiepes (spiedes), lieces un vērpes noslogojumu

$$[\tau] = (0,12 \dots 0,25)[\sigma] = 25 \dots 50 \text{ MN/m}^2.$$

Pieļaujamie savērpes leņķi $[\Theta] \approx 0,0025 \dots 0,0350 \text{ rad/m}$.

6.3.6. NEAPAĻU STIENŪ VĒRPE

Prizmatiskam ķermenim ar taisnstūra šķērsriezumu absolūto un relatīvo savērpes leņķi var aprēķināt ar formulām (6.100) un (6.101) un maksimālo vērpes spriegumu taisnstūra garākās malas vidū — ar formulu (6.103).

Polāro inerces un pretestības momentu vietā jālieto vērpes inerces moments un vērpes pretestības moments, ko taisnstūrim aprēķina ar šādām formulām:

$$I_v = \alpha b^4; \quad W_v = \beta b^3. \quad (6.109)$$

Vērpes spriegumu īsākās malas vidū nosaka ar formulu

$$\tau = \gamma \tau_{\max}. \quad (6.110)$$

Koeficienti α, β un γ atkarīgi no taisnstūra malu h un b attiecības ($h:b$), un to vērtības atrodamas 6.9. tabulā. Ja $h:b \geq 10$, tad var pieņemt, ka $\alpha = \beta \approx 3$.

6.9. tabula. Taisnstūra laukuma vērpes koeficienti

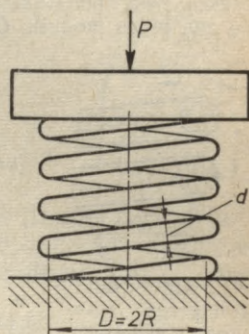
$h:b$	α	β	γ
1,0	0,140	0,208	1,000
1,5	0,294	0,346	0,859
2,0	0,457	0,493	0,795
3,0	0,790	0,801	0,753
4,0	1,123	1,150	0,745
6,0	1,789	1,789	0,743
8,0	2,456	2,456	0,742
10,0	3,123	3,123	0,742

6.3.7. CILINDRISKA SPIRĀLATSPERE

6.3.7.1. Atsperes deformācija un spriegums

Atsperes pagarinājums (saīsinājums) spēka darbības virzienā (6.40. zīm.):

$$\lambda = \frac{64nR^3P}{Gd^4} = \frac{8nD^3P}{Gd^4}, \quad (6.111)$$



6.40. zīm. Cilindriska spirālatspere

kur λ (m) — deformācija;
 n — atsperes vijumu skaits;
 D resp. R (m) — atsperes cilindra vidējais diametrs resp. rādiuss;
 d (m) — atsperes vijuma diametrs;
 G (N/m^2) — bīdes modulis;
 P (N) — stiepes (spiedes) spēks ass virzienā.

Maksimālais bīdes spriegums vijuma šķērsriezuma iekšējā malā:

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} \left(1 + \frac{d}{4R} \right), \quad (6.112)$$

kur $M_v = PR$ (Nm) — vērpes moments vijuma šķērsgriezumā;
 $W_p = \pi d^3 : 16$ (m^3) — vijuma polārais pretestības moments;
 τ_{max} (N/m^2).

Ja $d : 4R \leq 0,05$, tad iepriekšējā formula vienkāršojas, jo otro saskaitāmo var neievērot; tad

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p}. \quad (6.113)$$

Precīzākiem aprēķiniem, kad ievēro arī vijuma liekumu, lieto formulu

$$\tau_{max} = k \frac{M_v}{W_p}. \quad (6.114)$$

Sprieguma korekcijas koeficientu k aprēķina ar formulu

$$k = \frac{i + 0,25}{i - 1}, \quad (6.115)$$

kur $i = D : d$ — atsperes indekss.

Parastām atsperēm $i = 4 \dots 12$.

6.3.7.2. Atsperes izturības aprēķins

Atsperes vijuma diametrs

$$d = \sqrt[3]{\frac{8}{\pi} \frac{ikP}{[\tau]}}. \quad (6.116)$$

Pieļaujamais spriegums $[\tau]=400 \dots 600 \text{ MN/m}^2$.

Laikā mainīgai un triecienslodzei pieļaujamo spriegumu samazina par 20...60%.

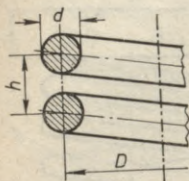
6.4. piemērs. Uz atsperi darbojas triecienslodze (satiksme līdzekļos) $P=30 \text{ kN}$. Aprēķināt atsperes izmērus D , d un vijumu skaitu n , ja atsperes indekss $i=5$, pieļaujamais spriegums $[\tau]=300 \text{ MN/m}^2$, atsperes saīsinājums $\lambda=4 \text{ cm}$, bīdes modulis $G=8,5 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$.

Atrisinājums. Korekcijas koeficients (6.115)

$$k = \frac{5+0,25}{5-1} = 1,313.$$

Vijuma diametrs (6.116)

$$d = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{5 \cdot 1,313 \cdot 30 \cdot 10^3}{300 \cdot 10^6}} = 0,04091 \text{ m}.$$



Pieņemam $d=0,04 \text{ m}$, tad $D=id=5 \cdot 0,04=0,20 \text{ m}$.

Laikā mainīgām slodzēm aprēķinātos izmērus vēl pārbauda, ievērojot sprieguma koncentrāciju, cikla raksturojumu, mēroga koeficientu un materiāla ilgzturības robežu simetriskos vai pulsējošos slodzes ciklos (sk. 6.10. apakšnodaļu).

Atsperes vijumu skaits (no 6.111. formulas)

$$n = \frac{\lambda G d^4}{8 D^3 P} = \frac{0,04 \cdot 8,5 \cdot 10^{10} \cdot (0,04)^4}{8 \cdot (0,20)^3 \cdot 30 \cdot 10^3} = 4,53 \text{ vijumi}.$$

Pieņemam $n=4,5$ vijumi.

Attālums starp vijumiem (vijuma kāpe) nenoslogotai atsperai (6.41. zīm.):

$$h \geq d + \frac{\lambda}{n} = 0,04 + \frac{0,04}{4,5} = 0,04 + 0,00888 = 0,04888 \text{ m}.$$

Pieņemam $h=0,05 \text{ m}$.

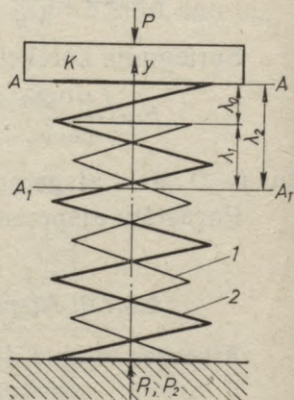
Nesaspīestas atsperes augstums

$$H = nh = 4,5 \cdot 0,05 = 0,225 \text{ m}.$$

6.3.7.3. Saliktas atsperes aprēķins

Ja dažāda diametra cilindriskas atsperes 1 un 2 (6.42. zīm.) ievieto vienu otrā un ja nenoslogotu atsperu sākotnējo garumu atšķirība ir λ_0 , tad, noslogojot uzliktni K ar spēku P , vispirms deformējas garākā atsperē par lielumu λ_0 . Pēc tam deformējas abas atsperes un uzliktna K apakšējā mala $A-A$ pārvietojas līdz stāvoklim A_1-A_1 . Šajā stāvoklī iekšējās atsperes saīsinājums ir λ_1 , ārējās λ_2 . Uzliktnim pielikto spēku P līdzsvaro atsperu spēki:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{c_1}{c_1 + c_2} P - \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \lambda_0; \\ P_2 &= \frac{c_2}{c_1 + c_2} P + \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \lambda_0, \end{aligned} \quad (6.117)$$



6.42. zīm. Salikta cilindriskā spirālatsperē

kur c_1 un c_2 (N/m) — atsperu stinguma koeficienti [spēki atsperes pagarināšanai (saisināšanai) par 1 metru].

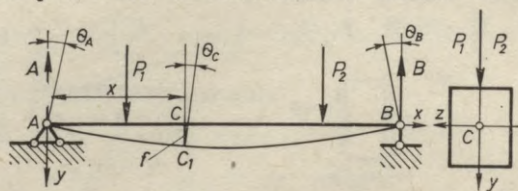
$$c_1 = \frac{G_1 d_1^4}{8n_1 D_1^3}, \quad c_2 = \frac{G_2 d_2^4}{8n_2 D_2^3}. \quad (6.118)$$

Parastām atsperēm $c = 50 \dots 2 \cdot 10^6$ N/m.

6.4. TAISNA STIEŅA (SIJAS) LIECE

6.4.1. VISPĀRĪGI JĒDZIENI

Ja no spēkiem, kas darbojas uz ķermeni, rodas momenti pret ķermeņa šķērsgriezuma galvenajām inerces asīm, tad šādu ķermeņa noslogojumu sauc par lieci. Vienkāršākā ir taisna stieņa (sijas) liece



6.43. zīm. Lieces noslogojums

(6.43. zīm.), kad spēku darbības plakne iet caur stieņa asi un stieņa šķērsgriezuma vienu galveno inerces asi Cy . Sijas šķēlumi pirms spēku iedarbības perpendikulāri nedeformētai asij ACB . Deformētās sijas šķēlumi perpendikulāri deformētai asij. θ_A , θ_B un θ_C — sijas galu un brīvi izvēlēta šķēluma C pagriezienu leņķi.

Nedeformētās sijas ass punkta C pārvietojums $CC_1 = f$ perpendikulāri nedeformētai asij ir sijas izliece.

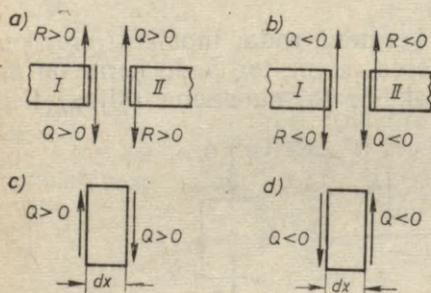
6.4.2. ŠĶĒRSSPĒKS UN LIECES MOMENTS

Ja ārējo spēku darbības plakne iet caur sijas asi un sijas normālā šķēluma galveno inerces asi, tad normālajā šķēlumā rodas iekšējie izkliedētie spēki, kurus varam aizstāt ar spēkpāri un koncentrētu spēku. Spēkpāra darbības plakne sakrīt ar ārējo spēku darbības plakni, bet koncentrētais spēks — ar šķēluma un minētās plaknes krustošanās taisni (ar galveno inerces asi). Iekšējo spēku (spēkpāra) momentu sauc par lieces momentu (M) un iekšējo spēku kopspēku, kas sakrīt ar normālā šķēluma plakni, — par šķērsspēku (Q).

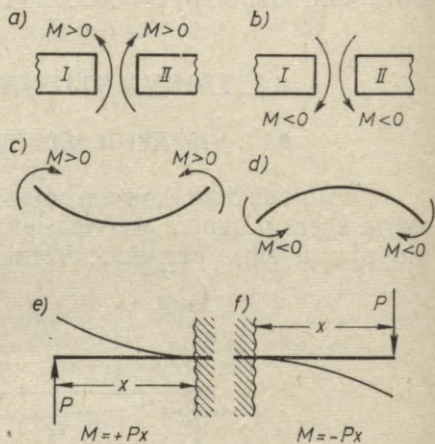
Šķērsspēks ir vienāds ar sijas asij perpendikulāro spēku algebrisku summu, kas darbojas šķēluma vienā pusē. Ja sijas ass ir horizontāla un ārējie spēki darbojas pa kreisi no šķēluma perpendikulāri sijas asij, tad saskaitot par pozitīviem pieņemam uz augšu vērstos ārējos spēkus un par negatīviem — uz leju vērstos. Ja summa

iznāk pozitīva, tad spēks R , kas šo summu attēlo (6.44. zīm. *a*), vērsts uz augšu, bet negatīvas summas gadījumā — uz leju. Tā kā šķērsspēks līdzsvaro ārējo spēku summu, kas darbojas vienā pusē šķēlumam, tad no iepriekšējā izriet, ka šķēlumā uz kreiso sijas daļu I (6.44. zīm. *a*) pozitīvais šķērsspēks darbojas uz leju, bet tā paša šķēluma labajā sijas daļā II — uz augšu.

Negatīvai ārējo spēku summai atbilst arī negatīvs šķērsspēks (6.44. zīm. *b*).



6.44. zīm. Pozitīvais un negatīvais šķērsspēks



6.45. zīm. Pozitīvais un negatīvais lieces moments

Ja ārējie spēki darbojas pa labi no šķēluma perpendikulāri sijas asij, tad saskaitot par pozitīviem pieņem uz leju vērstos, bet par negatīviem — uz augšu vērstos ārējos spēkus.

Uz sijas posmu dx starp diviem bezgalīgi tuviem normālajiem šķēlumiem pozitīvo šķērsspēku pāris darbojas pulksteņa rādītāju kustības virzienā (6.44. zīm. *c*), bet negatīvo šķērsspēku pāris — pretējā virzienā (6.44. zīm. *d*). Attēlojot grafiski, pozitīvos šķērsspēkus atliek perpendikulāri sijas asij uz augšu no ass, negatīvos — uz leju.

Lieces moments ir vienāds ar ārējo spēku momentu summu, kas darbojas vienā pusē šķēlumam (kreisajā vai labajā), pret šķēluma galveno inerces asi. Saskaitot momentus ārējiem spēkiem, kas darbojas pa kreisi no šķēluma, par pozitīviem pieņemam spēka momentus pulksteņa rādītāju kustības virzienā, bet par negatīviem — pretējā virzienā. No sacītā izriet, ka pozitīvs lieces moments, kas līdzsvaro ārējo spēku momentu summu, šķēlumā uz kreiso sijas daļu I (6.45. zīm. *a*) darbojas pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, bet uz tā paša šķēluma labo daļu II — pulksteņa rādītāju kustības virzienā.

Negatīvai ārējo spēku momentu summai atbilst negatīvs lieces moments (6.45. zīm. *b*).

Ja saskaita spēku momentus, kas darbojas pa labi no šķēluma, tad momenti pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam ir pozitīvi, bet rādītāju kustības virzienā — negatīvi.

Pozitīvs lieces moments izliec siju uz leju (6.45. zīm. c), negatīvs — uz augšu (6.45. zīm. d).

Minētos deformāciju veidus var lietot ārējo spēku momentu zīmes noteikšanai: ja šķēluma vietā sijas galu iespīlējam un ja spēks siju izliec ar izliekumu uz leju, tad moments ir pozitīvs (6.45. zīm. e), ja ar izliekumu uz augšu, — tad negatīvs (6.45. zīm. f).

Lieces momentu epīru iegūstam, atliekot aprēķinātos pozitīvos lieces momentus perpendikulāri sijas asij uz augšu no ass, negatīvos — uz leju.

6.5. piemērs. Aprēķināt šķērsspēku un lieces momentu sijas atsevišķos posmos (6.46. zīm. a) un uzzīmēt minēto lielumu epīras, ja $P=40$ kN, $M=40$ kNm, $q=20$ kN/m, $l_1=l_4=1$ m, $l_2=l_3=2$ m.

Atrisinājums. *Balstu reakcijas*

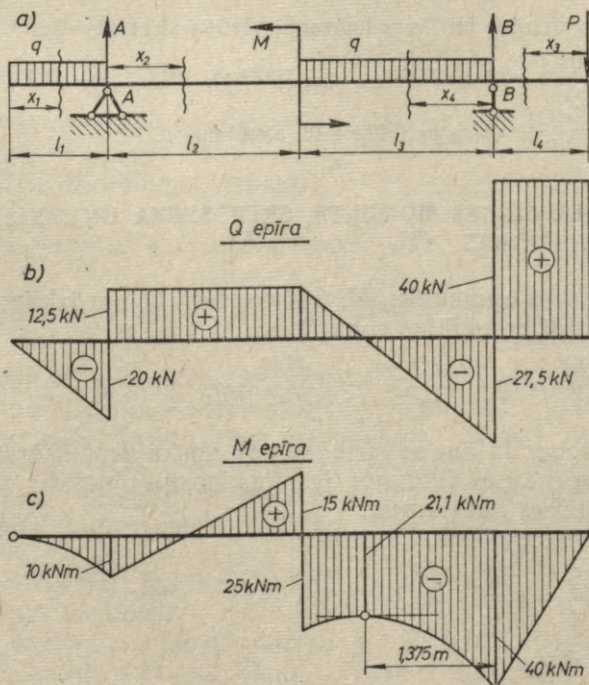
$$\Sigma M_{iA}=0; \quad ql_1 \frac{l_1}{2} + M - ql_3 \left(l_2 + \frac{l_3}{2} \right) + B(l_2 + l_3) - P(l_2 + l_3 + l_4) = 0.$$

$$\Sigma M_{iB}=0; \quad ql_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 + l_3 \right) - A(l_2 + l_3) + M + ql_3 \frac{l_3}{2} - Pl_4 = 0.$$

Ierakstot skaitļus un izskaitļojot, dabūjam

$$A=32,5 \text{ kN}, \quad B=67,5 \text{ kN}.$$

Pārbaude: $\Sigma Y_i=0; \quad A+B-ql_1-ql_3-P=0, \quad 0=0.$



6.46. zīm. Šķērsspēka un lieces momenta epīras

Šķērsspēks

$$Q_1 = -qx_1 = -20x_1, \quad 0 \leq x_1 \leq l_1.$$

$$x_1 = 0, \quad Q_1 = 0; \quad x_1 = 1 \text{ m}, \quad Q_1 = -20 \text{ kN}.$$

$$Q_2 = -ql_1 + A = -20 \cdot 1 + 32,5 = 12,5 \text{ kN}, \quad 0 \leq x_2 \leq l_2.$$

$$Q_3 = P = 40 \text{ kN}, \quad 0 \leq x_3 \leq l_4.$$

$$Q_4 = P - B + qx_4 = -27,5 + 20x_4, \quad 0 \leq x_4 \leq l_3.$$

$$x_4 = 0, \quad Q_4 = -27,5 \text{ kN}; \quad x_4 = 2 \text{ m}, \quad Q_4 = 12,5 \text{ kN}.$$

Attēlojot grafiski, dabūjam šķērsspēku epīru (6.46. zīm. b).

Lieces moments

$$M_1 = -qx_1 \frac{x_1}{2} = -10x_1^2, \quad 0 \leq x_1 \leq l_1.$$

$$x_1 = 0, \quad M_1 = 0; \quad x_1 = 1 \text{ m}, \quad M_1 = -10 \text{ kNm}.$$

Parabolas virsotne un lieces momenta vērtība virsotnē

$$\frac{dM_1}{dx_1} = -20x_1 = 0, \quad x_1 = 0, \quad M_{1max} = 0.$$

$$M_2 = -ql_1 \left(\frac{l_1}{2} + x_2 \right) + Ax_2 = -10 + 12,5x_2, \quad 0 \leq x_2 \leq l_2.$$

$$x_2 = 0, \quad M_2 = -10 \text{ kNm}; \quad x_2 = 2 \text{ m}, \quad M_2 = 15 \text{ kNm}.$$

$$M_3 = -Px_3 = -40x_3, \quad 0 \leq x_3 \leq l_4.$$

$$x_3 = 0, \quad M_3 = 0; \quad x_3 = 1 \text{ m}, \quad M_3 = -40 \text{ kNm}.$$

$$M_4 = -P(l_4 + x_4) + Bx_4 - qx_4 \frac{x_4}{2} = -40 + 27,5x_4 - 10x_4^2, \quad 0 \leq x_4 \leq l_3.$$

$$x_4 = 0, \quad M_4 = -40 \text{ kNm}; \quad x_4 = 2 \text{ m}, \quad M_4 = -25 \text{ kNm}.$$

Parabolas virsotne un lieces momenta vērtība virsotnē

$$\frac{dM_4}{dx_4} = -20x_4 + 27,5 = 0, \quad x_4 = 1,375 \text{ m}, \quad M_{4max} = -21,1 \text{ kNm}.$$

Lieces momentu epīra parādīta 6.46. zīmējumā c.

6.4.3. LIECES MOMENTA, ŠĶĒRSSPĒKA UN IZKLIEDĒTA SPĒKA SAKARĪBAS

Starp lieces momentu M , šķērsspēku Q un izkļiedētu spēku q pastāv šādas diferenciālas sakarības:

$$\frac{dM}{dx} = Q; \quad \frac{dQ}{dx} = q; \quad \frac{d^2M}{dx^2} = q. \quad (6.119)$$

Ar diferenciālajām sakarībām var noskaidrot šķērsspēka un lieces momenta maiņas likumus, ja sijas noslogojums ir zināms. Aplūkosim parastākos gadījumus.

Izkļiedētais spēks nedarbojas:

$$\frac{dQ}{dx} = q = 0, \quad dQ = 0.$$

Integrējot dabūjam

$$\int dQ = C, \quad Q = C = \text{const}.$$

No iepriekšējā izriet, ka sijas posmos, kas nav noslogoti ar izkliedētu spēku, šķērsspēks ir konstants (vai arī vienāds ar nulli).

$$\frac{dM}{dx} = Q = \text{const}; \quad dM = Qdx; \quad M = \int Qdx + C = Qx + C.$$

Sijas posmos, kur nedarbojas izkliedētais spēks, lieces moments mainās lineāri.

Šķērsspēks ir vienāds ar nulli:

$$\frac{dM}{dx} = Q = 0, \quad dM = 0.$$

Integrējot iegūstam

$$\int dM = C, \quad M = C = \text{const}.$$

Sijas posmos, kur nedarbojas šķērsspēks, lieces moments ir konstants (vai arī vienāds ar nulli).

Noslogojumu liecē ar konstantu lieces momentu ($Q=0$) sauc par tīro lieci.

Uz siju darbojas vienmērīgi izkliedēts spēks:

$$\frac{dQ}{dx} = q = \text{const}, \quad dQ = qdx.$$

Integrējot iegūstam

$$Q = qx + C.$$

Tātad sijas posmos, kur darbojas vienmērīgi izkliedēts spēks, šķērsspēks mainās lineāri.

Lieces momenta maiņas likums:

$$\frac{dM}{dx} = Q = qx + C; \quad dM = qx dx + C dx,$$

$$\int dM = q \int x dx + C \int dx + D, \quad M = \frac{1}{2} qx^2 + Cx + D.$$

Sijas posmos, kur darbojas vienmērīgi izkliedēts spēks, lieces momenta maiņas likums ir otrās pakāpes parabola.

Varam vēl minēt šādas Q un M īpašības:

a) sijas šķēlumos, kur darbojas koncentrēti spēki (ieskaitot balstu reakcijas), šķērsspēks mainās lēcienveidīgi. Lēciena lielums vienāds ar koncentrētā spēka vērtību. Lieces momenta epīrai ir lūzums;

b) šķēlumos, kur šķērsspēks maina zīmi, lieces moments sasniedz ekstrēmas vērtības;

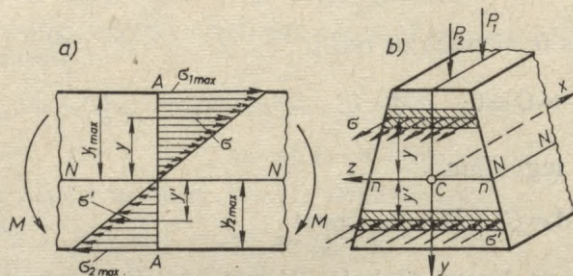
c) sijas šķēlumos, kuros darbojas spēkpāris, lieces moments mainās lēcienveidīgi. Lēciena lielums vienāds ar spēkpāra momentu.

Minētās īpašības izlieto Q un M epīru pārbaudei, ja sijas noslogojums ir zināms.

6.4.4. NORMĀLAIS SPRIEGUMS TIRĀ LIECĒ

Tirā liecē noslogotas sijas normālajā šķēlumā $A-A$ darbojas tikai normālais spriegums (6.47. zīm. a un b)

$$\sigma = \frac{M}{I} y, \quad (6.120)$$



6.47. zīm. Normālais spriegums tirā liecē

kur M (Nm) — lieces moments;

I (m^4) — sijas normālā šķēluma galvenais inerces moments pret neitrālo asi $n-n$, kas iet caur šķēluma smagumcentru C perpendikulāri spēku P_1 un P_2 darbības plaknei;

y (m) — sprieguma aprēķināšanas punkta attālums no neitrālās ass;

σ (N/m^2) — normālais spriegums.

($N-N$) — neitrālā kārta, kur $\sigma=0$.

Maksimālais normālais spriegums darbojas sijas malējās daļās, kuru attālums no neitrālās ass ir y_{1max} un y_{2max} . Maksimālo spriegumu vērtības:

$$\sigma_{1max} = \frac{M}{W_1}, \quad \sigma_{2max} = \frac{M}{W_2}, \quad (6.121)$$

kur W_1 un W_2 (m^3) — sijas normālā šķēluma aksiālie pretestības momenti pret neitrālo asi. Tos var aprēķināt ar formulām

$$W_1 = \frac{I}{y_{1max}}, \quad W_2 = \frac{I}{y_{2max}}, \quad (6.122)$$

Sijas izliektajā pusē darbojas stiepes spriegumi σ , ieliektajā — spiedes spriegumi σ' .

Normālais spriegums tirā liecē mainās lineāri (6.120). Spriegumu epīras zīmēšanai maksimālos spriegumus atliekam šķēluma $A-A$ pretējās pusēs sijas ass virzienā un savienojam spriegumu galus ar taisni (6.47. zīm. a).

Ja $y_{1max} = y_{2max} = y_{max}$, tad $W_1 = W_2 = W$ un $\sigma_{1max} = \sigma_{2max} = \sigma_{max}$,

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W}. \quad (6.123)$$

6.4.5. TANGENCIĀLAIS SPRIEGUMS LIECĒ (6.48. zīm.)

6.4.5.1. Formulas tangenciālā sprieguma aprēķināšanai

Tangenciālo spriegumu, kas darbojas šķērsspēka Q virzienā, var aprēķināt ar Žuravska formulu

$$\tau = \frac{QS}{bI}, \quad (6.124)$$

kur Q (N) — šķērsspēks normālajā sijas šķēlumā;

I (m^4) — normālā šķēluma galvenais inerces moments pret neitrālo asi $n-n$;

b (m) — sijas platums normālā šķēluma vietā, attālumā y no neitrālās ass, kur rēķinām tangenciālo spriegumu;

S (m^3) — laukuma statiskais moments pret neitrālo asi šķēluma daļai, kas atrodas vienā pusē platumam b (augšējā vai apakšējā pusē). 6.48. zīmējumā minētā šķēluma daļa ir svītrotā. Svītrotās daļas laukuma statiskais moments

$$S = F_0 y_0, \quad (6.125)$$

kur F_0 (m^2) — svītrotās daļas laukums;

y_0 (m) — svītrotā laukuma smagumcentra C_0 attālums no neitrālās ass $n-n$.

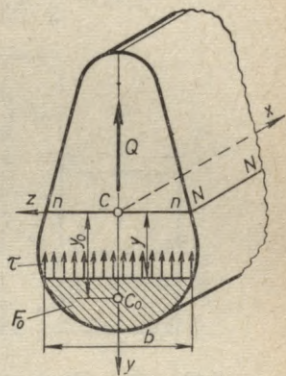
Maksimālais tangenciālais spriegums darbojas uz neitrālās ass:

$$\tau_{max} = \frac{QS_{max}}{bI}, \quad (6.126)$$

kur b (m) — sijas platums uz neitrālās ass;

I (m^4) — sijas šķēluma galvenais inerces moments pret neitrālo asi;

S_{max} (m^3) — statiskais moments pret neitrālo asi šķēluma daļai, kas atrodas vienā pusē neitrālajai asij.



6.48. zīm. Tangenciālais spriegums liecē

6.4.5.2. Tangenciālais spriegums liecē parastākajos sijas šķēlumos

Tangenciālais spriegums taisnstūra sijas šķēlumā (6.49. zīm. a)

Tangenciālo spriegumu šķēluma vietā attālumā y no neitrālās ass var aprēķināt ar formulu (6.124). Ierakstot formulā

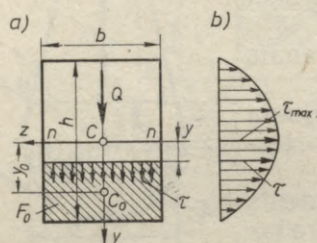
$$S = F_0 y_0 = \frac{1}{2} b \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right), \quad I = \frac{bh^3}{12},$$

dabūjam

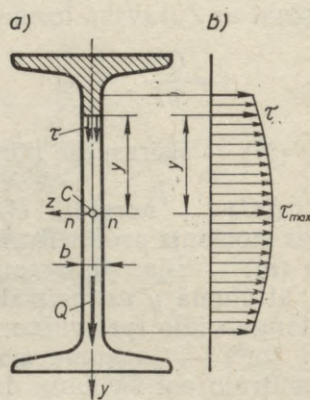
$$\tau = \frac{6Q}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right). \quad (6.127)$$

Maksimālais tangenciālais spriegums ($y=0$)

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh}. \quad (6.128)$$



6.49. zīm. Tangenciālais spriegums taisnstūra sijas šķēlumā



6.50. zīm. Tangenciālais spriegums dubult-T sijas šķēlumā

Tangenciālais spriegums taisnstūrveida sijas šķēlumā mainās pēc otrās pakāpes parabolas likuma (6.127). Sprieguma epīra parādīta 6.49. zīmējumā b.

Tangenciālais spriegums dubult-T sijas šķēlumā (6.50. zīm. a)

Standartizēta sijas šķēluma vidējā daļā, kur sijas platums ir konstants, tangenciālais spriegums liecē

$$\tau = \frac{Q}{bI} \left(S_{max} - \frac{1}{2} by^2 \right), \quad (6.129)$$

kur τ (N/m²) — tangenciālais spriegums;

b (m) — sijas vidējās daļas platums;

I (m⁴) — sijas šķēluma galvenais inerces moments pret neitrālo asi;

y (m) — sprieguma aprēķināšanas vietas attālums no neitrālās ass;

S_{max} (m³) — sijas normālā šķēluma puslaukuma statistiskais moments pret neitrālo asi (no 6.3. tabulas).

Sijas vidējā daļā tangenciālais spriegums mainās pēc otrās pakāpes parabolas likuma (6.129). τ sprieguma epīra parādīta 6.50. zīmējumā b.

Maksimālais tangenciālais spriegums (6.126) (uz neitrālās ass).

Tangenciālais spriegums apaļas sijas šķēlumā

Maksimālais tangenciālais spriegums (uz neitrālās ass)

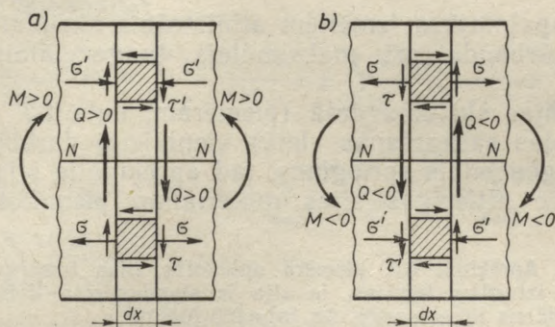
$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{F}, \quad (6.130)$$

kur F — riņķa laukums.

6.4.6. GALVENIE LIECES SPRIEGUMI

Galveno lieces spriegumu lielumu un virzienu aprēķina ar vispārīgajām formulām (6.78) un (6.79).

Sijas stieptajā pusē (6.51. zīm. *a* un *b*) normālais spriegums (6.120) $\sigma > 0$, tādēļ $\sigma_\alpha = +\sigma$ un $\sigma_\beta = 0$. Spiestajā pusē $\sigma_\alpha = 0$ un $\sigma_\beta = -\sigma$.



6.51. zīm. Sijas elementu spriegumstāvoklis liecē

Tangenciālā sprieguma τ (6.124) virziens sijas normālajā šķēlumā sakrīt ar šķērsspēka Q virzienu. τ spriegumu pāri, kas darbojas pulksteņa rādītāju kustības virzienā, spriegums ir pozitīvs, bet spriegumu pāri, kas darbojas pretējā virzienā — negatīvs. Tas jāievēro, nosakot galvenā sprieguma σ_1 virzienleņķi α (6.79).

6.4.7. SIJAS IZMĒRU IZTURĪBAS APREĶINS LIECĒ

Sijas izmēru aprēķināšanai lietojam maksimālā normālā sprieguma formulu (6.123). Ierakstot tajā pieļaujamo spriegumu $[\sigma]$, nosakām sijas normālā šķēluma aksiālo pretestības momentu pret neitrālo asi, t. i.,

$$W = \frac{M}{[\sigma]}. \quad (6.131)$$

Ja sijas šķērsgriezums ir riņķa gredzens, tad, ievērojot formulu (6.32), varam aprēķināt ārējo diametru

$$D = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{M}{[\sigma](1-\alpha^4)}}. \quad (6.132)$$

Sijai ar taisnstūra šķērsgriezumu $W = \frac{bh^2}{6}$; ja $h:b=m$, tad

$$W = \frac{m^2 b^3}{6} \text{ un}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{6}{m^2} \frac{M}{[\sigma]}}. \quad (6.133)$$

Standartizētai dubult- T sijai pēc aprēķinātā pretestības momenta (6.131) no 6.3. tabulas izvēlamies sijas izmērus.

Pēc izmēru noapaļošanas aprēķinām maksimālo normālo spriegumu. Tā atšķirībai no pieļaujamā sprieguma jābūt $\pm 5\%$ robežās.

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_1}, \quad (6.134)$$

kūr W_1 — noapaļotajiem izmēriem atbilstošais aksiālais pretestības moments. Jāpārbauda arī maksimālais tangenciālais spriegums (6.126).

Ja kāda sijas šķēluma daļā (piemēram, dubult- T sijas vidējās un malējās daļas saskaršanās vietā) vienlaicīgi darbojas liels normālais un tangenciālais spriegums, tad aprēķinātie sijas izmēri vēl jāpārbauda pēc attiecīgas sijas materiālam piemērotas izturības teorijas.

6.6. piemērs. Aprēķināt 6.5. piemērā aplūkotās sijas izmērus un pārbaudīt tos pēc ceturtais izturības teorijas, ja sija ir standartizēta dubult- T veida un pieļaujama normālais lieces spriegums $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2$.

Atrisinājums. Visvairāk noslogotais sijas šķēlums (bīstamais šķēlums) ir pa labi no balsta B (6.46. zīm.), jo šajā šķēlumā vienlaicīgi darbojas lielākais lieces moments un šķērsspēks: $M = 40 \text{ kNm}$, $Q = 40 \text{ kN}$.

Aksiālais pretestības moments

$$W = \frac{M}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 250 \text{ cm}^3.$$

No 6.3. tabulas (6.20. zīm.) izvēlamies dubult- T siju Nr. 22a ar $W_x = 254 \text{ cm}^3$, $S_{max} = 143 \text{ cm}^3$, $d = 0,54 \text{ cm}$, $I_x = 2790 \text{ cm}^4$, $h = 22 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $t = 0,89 \text{ cm}$.

Maksimālais tangenciālais spriegums (6.126)

$$\tau_{max} = \frac{QS_{max}}{bI} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 143 \cdot 10^{-6}}{0,54 \cdot 10^{-2} \cdot 2790 \cdot 10^{-8}} = 0,38 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2 = 38 \text{ MN/m}^2.$$

Dubult- T sijas vidējās un malējās daļas saskarvietas attālums no neitrālās ass (plauktu slīpumam 12%)

$$y = 0,5h - t - 0,03(b - d). \quad (6.134a)$$

Konkrētajā gadījumā

$$y = 0,5 \cdot 22 - 0,89 - 0,03 \cdot (12 - 0,54) = 9,766 \text{ cm}.$$

Normālais spriegums saskarvietā (6.120)

$$\sigma = \frac{M}{I} y = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 9,766 \cdot 10^{-2}}{2790 \cdot 10^{-8}} = 1,4 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2 = 140 \text{ MN/m}^2.$$

Tangenciālais spriegums (6.129)

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{Q}{bI} \left(S_{max} - \frac{1}{2} b y^2 \right) = \frac{40 \cdot 10^3}{0,54 \cdot 10^{-2} \cdot 2790 \cdot 10^{-8}} \times \\ &\times \left(143 \cdot 10^{-6} - \frac{1}{2} \cdot 0,54 \cdot 10^{-2} \cdot 9,766^2 \cdot 10^{-4} \right) = \\ &= 3,113 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 31,13 \text{ MN/m}^2. \end{aligned}$$

Reducētais spriegums (6.93)

$$\sigma_{rIV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{140^2 + 3 \cdot 31,13^2} = 150 < 160 \text{ MN/m}^2.$$

6.4.8. SIJAS LIECES DEFORMĀCIJAS

Sijas izlieces f un normālo šķēlumu pagriezienu leņķi Θ ir sijas lieces deformācijas.

6.4.8.1. Vispārīgie vienādojumi sijas lieces deformāciju aprēķināšanai

$$EI\Theta = EI\Theta_0 + \sum \frac{M(x-a)}{1!} + \sum \frac{P(x-a)^2}{2!} + \sum \frac{q(x-a)^3}{3!}. \quad (6.135)$$

$$EIy = EIy_0 + EI\Theta_0 \frac{x}{1!} + \sum \frac{M(x-a)^2}{2!} + \sum \frac{P(x-a)^3}{3!} + \sum \frac{q(x-a)^4}{4!}. \quad (6.136)$$

Norādījumi vispārīgo vienādojumu lietošanai

Koordināšu sistēmas Ox ass sakrīt ar horizontāli novietotas sijas asi un vērsta pa labi, ja koordināšu sākumpunkts atrodas sijas kreisajā galā, un pa kreisi, ja sākumpunkts atrodas sijas labajā galā. Oy ass pozitīvais virziens vērsts uz augšu.

Ja kādā sijas posmā darbojas vienmērīgi izkliedēts spēks q , kas nesasniedz to sijas galu, kurā nav koordināšu sākumpunkta, tad izkliedētais spēks jāturpina līdz minētajam sijas galam un, lai neizmainītu sijas faktisko noslogojumu, turpinājuma vietā jāpieliek tikpat liels pretēji vērsts izkliedēts spēks.

Rakstot vienādojumos esošās summas konkrētam sijas noslogojuma gadījumam, jāņem tikai tie spēki (ieskaitot balstu reakcijas), kas darbojas starp aplūkojamo šķēlumu un koordināšu sākumpunktu. Atsevišķiem saskaitāmiem jāpieraksta tāda zīme (pluss vai minuss), kāda ir attiecīgā spēka lieces momentam.

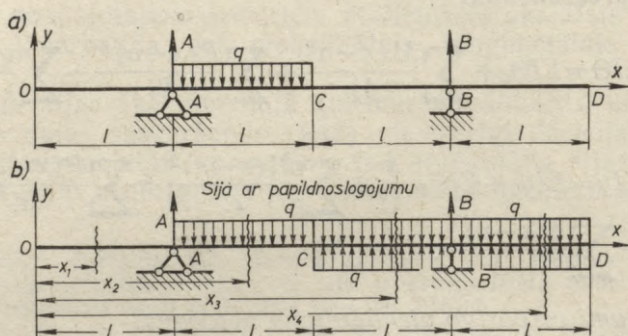
Lietojot Starptautisko mērvienību sistēmu (SI), formulās spēki jāieraksta ņūtonos (N), garumi — metros, leņķi — radiānos.

Atsevišķo lielumu nozīme: E (N/m^2) — sijas materiāla elastības modulis; I (m^4) — sijas normālā šķēluma galvenais inerces moments pret neitrālo asi; M (Nm) — koncentrētie spēkpāru momenti starp aplūkojamo šķēlumu un koordināšu sākumpunktu; P (N) — koncentrētie spēki (ieskaitot balstu reakcijas); q (N/m) — vienmērīgi izkliedētie spēki; a (m) — izkliedētā spēka sākumpunkta un jebkura koncentrēta spēka un spēkpāra pielikšanas punkta attālums no koordināšu sākumpunkta; x (m) — aplūkojamā šķēluma attālums no sākumpunkta; Θ (rad) — sijas šķēluma pagriezienu leņķis jebkurā vietā; Θ_0 (rad) šķēluma pagriezienu leņķis koordināšu sākumpunktā (kreisajā vai labajā sijas galā); y_0 (m) — sijas izliece koordināšu sākumpunktā.

Ja koordināšu sākumpunktā sijai ir iespīlējuma balsts, tad $y_0=0$ un $\Theta_0=0$; šarnīrveida balstam $y_0=0$, bet $\Theta_0 \neq 0$. Ja koordināšu

sākumpunktā nav balsta [sijas viens vai abi galipārļauti pāri balstiem (sijas ar konsolēm)], tad $y_0 \neq 0$ un $\Theta_0 \neq 0$. Vienādojumus lielumu y_0 un Θ_0 resp. EIy_0 un $EI\Theta_0$ aprēķināšanai iegūstam, pielīdzinot balstu vietās attiecīgo sijas posmu izlieces nullei, t. i., $EIy = 0$.

6.7. piemērs. Uzrakstīt deformāciju vienādojumus sijas atsevišķos posmos (6.52. zīm. a) un aprēķināt izlieci punktā C un šķēluma pagriezienu leņķus punktā C un D.



6.52. zīm. Sijas lieces deformācijas

Atrisinājums. *Balstu reakcijas*

$$\Sigma M_{iA} = 0; \quad B \cdot 2l - ql \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad B = \frac{1}{4} ql.$$

$$\Sigma M_{iB} = 0; \quad -A \cdot 2l + ql \cdot \frac{3l}{2} = 0; \quad A = \frac{3}{4} ql.$$

Pieņemot koordināšu sākumpunktu sijas kreisajā galā, vienmērīgi izkļiedētais spēks jāpapildina līdz sijas labajam galam (6.52. zīm. b). Kreisajā sijas galā nav balsta, tādēļ $EIy_0 \neq 0$, $EI\Theta_0 \neq 0$.

Sijas atsevišķo posmu šķēlumu pagriešanās leņķu un izlieču vienādojumi

Posms OA, $0 \leq x_1 \leq l$.

$$EI\Theta_1 = EI\Theta_0;$$

$$EIy_1 = EIy_0 + EI\Theta_0 x_1. \quad (A)$$

Posms AC, $l \leq x_2 \leq 2l$.

$$EI\Theta_2 = EI\Theta_0 + \frac{1}{2} A (x_2 - l)^2 - \frac{1}{6} q (x_2 - l)^3; \quad (C)$$

$$EIy_2 = EIy_0 + EI\Theta_0 x_2 + \frac{1}{6} A (x_2 - l)^3 - \frac{1}{24} q (x_2 - l)^4. \quad (D)$$

Posms CB, $2l \leq x_3 \leq 3l$.

$$EI\Theta_3 = EI\Theta_0 + \frac{1}{2} A (x_3 - l)^2 - \frac{1}{6} q (x_3 - l)^3 + \frac{1}{6} q (x_3 - 2l)^3;$$

$$EIy_3 = EIy_0 + EI\Theta_0 x_3 + \frac{1}{6} A (x_3 - l)^3 - \frac{1}{24} q (x_3 - l)^4 + \frac{1}{24} q (x_3 - 2l)^4. \quad (B)$$

Posms BD, $3l \leq x_4 \leq 4l$.

$$EI\Theta_4 = EI\Theta_0 + \frac{1}{2} A (x_4 - l)^2 + \frac{1}{2} B (x_4 - 3l)^2 - \frac{1}{6} q (x_4 - l)^3 + \frac{1}{6} q (x_4 - 2l)^3;$$

$$EIy_4 = EIy_0 + EI\Theta_0 x_4 + \frac{1}{6} A (x_4 - l)^3 + \frac{1}{6} B (x_4 - 3l)^3 - \frac{1}{24} q (x_4 - l)^4 + \frac{1}{24} q (x_4 - 2l)^4.$$

Ierakstot vienādojumus (A) un (B) attiecīgi $x_1 = l$ un $x_3 = 3l$ un pielīdzinot izlieces balstu vietās nullei ($EIy_1 = 0$ un $EIy_3 = 0$), dabūjam vienādojumu sistēmu EIy_0 un $EI\Theta_0$ aprēķināšanai

$$\begin{aligned} EIy_0 + lEI\Theta_0 &= 0 \\ EIy_0 + 3l \cdot EI\Theta_0 + \frac{3}{8} ql^4 &= 0. \end{aligned}$$

Atrisinot sistēmu, iegūstam

$$EI\Theta_0 = -\frac{3}{16} ql^3, \quad EIy_0 = \frac{3}{16} ql^4.$$

Ierakstot aprēķinātos lielumus vienādojumos (C) un (D) un liekot $x_2 = 2l$, varam aprēķināt pagriezienu leņķi un izlieci punktā C.

$$\Theta_c = \frac{ql^3}{48EI}, \quad y_c = f_c = -\frac{5}{48} \frac{ql^4}{EI}.$$

Pagriezienu leņķi punktā D dabū, liekot

$$x_4 = 4l,$$

tad

$$\Theta_4 = \Theta_D = \frac{7}{48} \frac{ql^3}{EI}.$$

6.4.8.2. Šķērsspēks, lieces moments un deformācijas parastākos sijas noslogojuma gadījumos (6.53. zīm. un 6.54. zīm.)

a) $0 \leq x \leq l$; $M_A = M$; $Q = 0$; $M = -M$;

$$\begin{aligned} EI\Theta &= -Mx; \quad EIy = -\frac{1}{2} Mx^2; \quad EI\Theta_B = -Ml; \quad EIy_B = \\ &= -\frac{1}{2} Ml^2. \end{aligned}$$

b) $0 \leq x \leq l$; $A = P$; $M_A = Pl$; $Q = P$; $M = -P(l-x)$;

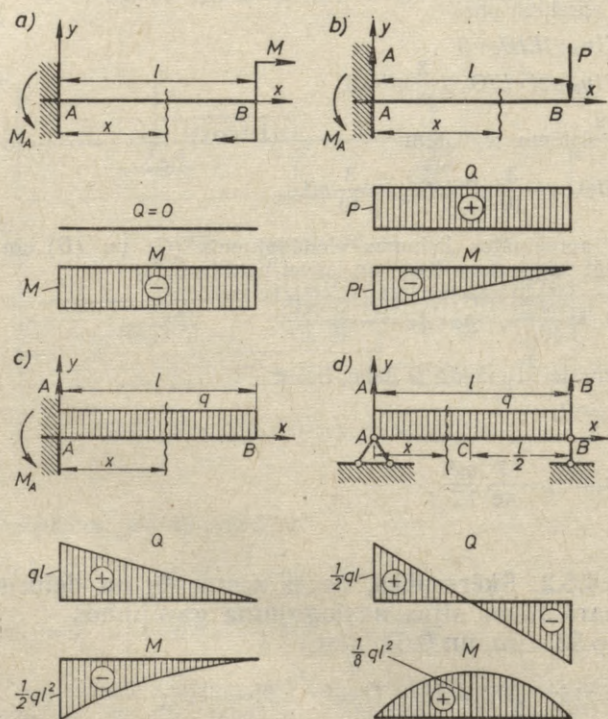
$$\begin{aligned} EI\Theta &= \frac{1}{2} Pl^2 \left[-2 \frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right]; \quad EIy = \frac{1}{6} Pl^3 \left[-3 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]; \\ EI\Theta_B &= -\frac{1}{2} Pl^2; \quad EIy_B = -\frac{1}{3} Pl^3. \end{aligned}$$

c) $0 \leq x \leq l$; $A = ql$; $M_A = \frac{1}{2} ql^2$; $Q = q(l-x)$;

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} ql^2 \left[-1 + 2 \frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right]; \quad M_{max} = M_A = -\frac{1}{2} ql^2; \\ EI\Theta &= \frac{1}{6} ql^3 \left[-3 \frac{x}{l} + 3 \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]; \end{aligned}$$

$$Ely = \frac{1}{24} ql^4 \left[-6 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 4 \left(\frac{x}{l} \right)^3 - \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right];$$

$$EI\Theta_B = -\frac{1}{6} ql^3; \quad Ely_B = -\frac{1}{8} ql^4.$$



6.53. zīm. Sijas parastākie noslogojuma gadījumi

$$d) 0 \leq x \leq l; \quad A=B=\frac{1}{2}ql; \quad Q=ql\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right);$$

$$M=\frac{1}{2}ql^2\left[\frac{x}{l}-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right]; \quad M_{max}=M_C=\frac{1}{8}ql^2;$$

$$EI\Theta=\frac{1}{24}ql^3\left[-1+6\left(\frac{x}{l}\right)^2-4\left(\frac{x}{l}\right)^3\right];$$

$$Ely=\frac{ql^4}{24}\left[-\frac{x}{l}+2\left(\frac{x}{l}\right)^3-\left(\frac{x}{l}\right)^4\right];$$

$$EI\Theta_A=-\frac{1}{24}ql^3; \quad EI\Theta_B=\frac{1}{24}ql^3; \quad Ely_C=-\frac{5}{384}ql^4.$$

$$e) 0 \leq x_1 \leq l_1; \quad l_1 \leq x_2 \leq l; \quad A=\frac{l_2}{l}P; \quad B=\frac{l_1}{l}P;$$

$$Q_1 = \frac{l_2}{l}P; \quad Q_2 = -\frac{l_1}{l}P; \quad M_1 = \frac{l_2}{l}Px_1; \quad M_2 = Pl_1\left(1 - \frac{x_2}{l}\right);$$

$$M_{max} = M_C = \frac{l_1 l_2}{l}P;$$

$$EI\theta_A = -\frac{l_1 l_2 (l+l_2)}{6l}P; \quad EI\theta_B = \frac{l_1 l_2 (l+l_1)}{6l}P;$$

$$EI\theta_C = \frac{l_1 l_2 (l_1 - l_2)}{3l}P; \quad EIy_C = -\frac{l_1^2 l_2^2}{3l}P.$$

Ja $x_1 = \sqrt{\frac{l_1^2 + 2l_1 l_2}{3}}$, tad $EIy_{max} = -\frac{Pl_2}{3l} \sqrt{\left(\frac{l_1^2 + 2l_1 l_2}{3}\right)^3}$; $l_1 \geq l_2$.

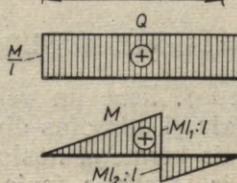
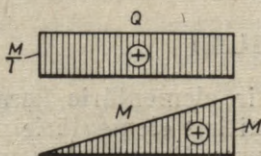
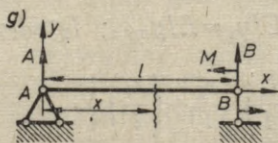
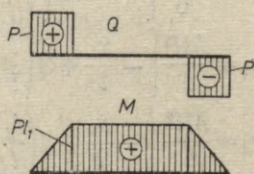
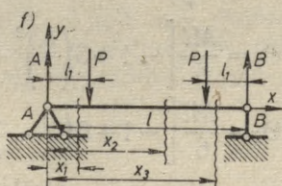
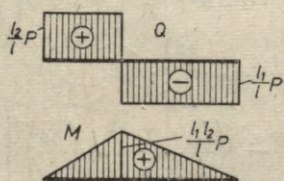
f) $0 \leq x_1 \leq l_1$; $l_1 \leq x_2 \leq l - l_1$; $l - l_1 \leq x_3 \leq l$;

$$A = B = P; \quad Q_1 = P; \quad Q_2 = 0; \quad Q_3 = -P;$$

$$M_1 = Px_1; \quad M_2 = Pl_1 \text{ (tirā liece)}; \quad M_3 = P(l - x_3);$$

$$EI\theta_A = -\frac{1}{2}Pl_1(l - l_1); \quad EI\theta_B = \frac{1}{2}Pl_1(l - l_1).$$

Ja $x_2 = \frac{l}{2}$, tad $EIy_{max} = -\frac{Pl_1}{24}(3l^2 - 4l_1^2)$.



6.54. zīm. Sijas parastākie noslogojuma gadījumi

g) $0 \leq x \leq l$;

$$A = -B = \frac{M}{l}; \quad Q = \frac{M}{l}. \quad M(x) = \frac{M}{l}x; \quad M_{\max} = M.$$

$$EI\theta = \frac{Ml}{6} \left[-1 + 3 \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right]; \quad EI\theta_A = -\frac{Ml}{6}; \quad EI\theta_B = \frac{Ml}{3}.$$

$$EIy = \frac{Ml^2}{6} \left[-\left(\frac{x}{l} \right) + \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right].$$

Ja $x = \frac{l\sqrt{3}}{3}$, tad $EIy_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{27}Ml^2$.

h) $0 \leq x_1 \leq l_1$; $l_1 \leq x_2 \leq l$;

$$A = -B = \frac{M}{l}; \quad Q_1 = Q_2 = \frac{M}{l};$$

$$M_1 = \frac{M}{l}x_1; \quad M_2 = M \left(\frac{x_2}{l} - 1 \right);$$

$$M'_C = \frac{l_1}{l}M \quad (\text{pa kreisi no punkta } C);$$

$$M''_C = -\frac{l_2}{l}M \quad (\text{pa labi no punkta } C);$$

$$EI\theta_1 = \frac{Ml}{6} \left[-1 + 3 \left(\frac{l_2}{l} \right)^2 + 3 \left(\frac{x_1}{l} \right)^2 \right];$$

$$EI\theta_2 = \frac{Ml}{6} \left[-1 + 6 \left(\frac{l_1}{l} - \frac{x_2}{l} \right) + 3 \left(\frac{x_2}{l} \right)^2 \right];$$

$$EI\theta_A = \frac{Ml}{6} \left[-1 + 3 \left(\frac{l_2}{l} \right)^2 \right]; \quad EI\theta_B = \frac{Ml}{6} \left[-1 + 3 \left(\frac{l_1}{l} \right)^2 \right];$$

$$EIy_1 = \frac{Ml^2}{6} \left[-\frac{x_1}{l} + 3 \left(\frac{l_2}{l} \right)^2 \frac{x_1}{l} + \left(\frac{x_1}{l} \right)^3 \right];$$

$$EIy_2 = \frac{Ml^2}{6} \left[-\frac{x_2}{l} + 3 \left(\frac{l_2}{l} \right)^2 \frac{x_2}{l} - 3 \left(\frac{l_1}{l} - \frac{x_2}{l} \right)^2 + \left(\frac{x_2}{l} \right)^3 \right].$$

Ja $x_1 = l \sqrt{-\frac{2}{3} + 2\frac{l_1}{l} - \left(\frac{l_1}{l}\right)^2}$, tad $EIy_1 = EIy_{\max}$; $l_1 \geq l_2$;

$$EIy_{\max} = \frac{Ml^2}{6} \left\{ \left[2 - 6\frac{l_1}{l} + 3\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \right] \frac{x_1}{l} + \left(\frac{x_1}{l} \right)^3 \right\}.$$

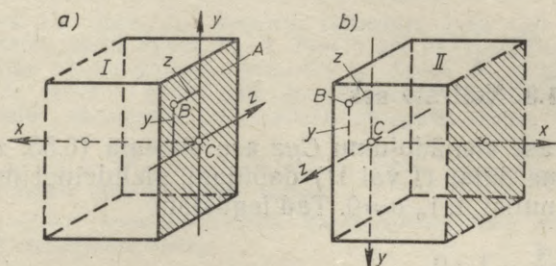
6.5. SALIKTIE NOSLOGOJUMI

Stiepe (spiede), liece un vērpe ir elementārie ķermeņa noslogojumi. Ja vienlaicīgi darbojas divi vai trīs elementārie noslogojumi, tad tas ir saliktais ķermeņa noslogojums. Parastākie ķermeņa saliktie noslogojumi ir 1) stiepe (spiede) un liece; 2) stiepe (spiede) un vērpe; 3) liece un vērpe; 4) stiepe (spiede), liece un vērpe.

6.5.1. SALIKTAIS STIEPES (SPIEDES) UN LIECES NOSLOGOJUMS

6.5.1.1. Koordināšu asu virzieni

Trīsasu sistēmas $Cxyz$ (6.55. zīm. *a* un *b*) Cx ass vērsta aplūkojamā šķēluma A iekšējās normāles virzienā. Cy un Cz ass sakrīt ar šķēluma galvenajām inerces asīm. Šo asu virziens (šautriņas) jā-



6.55. zīm. Koordināšu asu virzieni

pieņem tā, lai pāršķeltā ķermeņa kreisajā daļā I izveidotos labās skrūves, bet pa labi novietotajā daļā II — kreisās skrūves asu sistēma (var, protams, abām ķermeņa daļām asu sistēmas samainīt).

Iespējami vēl trīs Cy un Cz asu virzienu varianti, kurus dabūjam, pagriežot 6.55. zīmējumā *a* un *b* parādītās ass ap Cx asi par 90° , 180° un 270° .

6.5.1.2. Normālais spriegums

Normālais spriegums šķēluma A punktā B :

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M_y}{I_y} z \mp \frac{M_z}{I_z} y, \quad (6.137)$$

kur N — aksiālais spēks šķēlumā A ;

M_y , M_z — lieces momenti pret šķēluma A galvenajām inerces asīm Cy un Cz ;

y , z — sprieguma aprēķināšanas punkta B koordinātes (ar plusa vai mīnusa zīmi) Cyz asu sistēmā;

F — normālā šķēluma laukums;

I_y , I_z — normālā šķēluma galvenie inerces momenti.

Aksiālo spēku N iegūstam, projicējot ārējos spēkus (ieskaitot balstu reakcijas), kas darbojas vienā pusē šķēlumam, uz attiecīgā ķermeņa daļas (I vai II) Cx asi. Ja spēku projekciju summa ir pozitīva, tad ir stiepes spēks, bet, ja negatīva, — tad spiedes spēks. Formulā (6.137) stiepes spēku ieraksta ar plusa, spiedes — ar mīnusa zīmi.

Lieces momentus M_y un M_z pret koordināšu asīm Cy un Cz dabūjam, saskaitot ārējo spēku momentus, kas darbojas vienā pusē

šķēlumam. Momentu zīmes noteikšanai izlietojam statikā doto paņēmieni: ārējo spēku momenti ir pozitīvi, ja tie pret attiecīgo asi darbojas pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam un negatīvi — pulksteņa rādītāju kustības virzienā.

Formulā (6.137) otrajam un trešajam loceklim augšējās zīmes lietojamas labās, apakšējās — kreisās skrūves koordināšu sistēmas gadījumā. Sacītais attiecas arī uz formulām (6.139), (6.141) un (6.142).

6.5.1.3. Neitrālā ass

Neitrālās ass vienādojumu Cyz asu sistēmā (6.55. zīm. a, b) attiecīgai ķermeņa daļai (I vai II) dabūjam, pielīdzinot normālo spriegumu (6.137) nullei, t. i., $\sigma = 0$. Tad iegūstam

$$\frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0, \quad (6.138)$$

kur b un c — neitrālās ass nogriežņi uz Cy un Cz asīm. Nogriežņus var aprēķināt ar formulām:

$$b = \pm \frac{NI_z}{FM_z}, \quad c = \mp \frac{NI_y}{FM_y}. \quad (6.139)$$

Formulās N , M_y un M_z jāieraksta ar attiecīgu zīmi.

6.5.1.4. Neitrālās ass virzienleņķis

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dz} = \frac{I_z M_y}{I_y M_z}. \quad (6.140)$$

Pozitīvu leņķi α atliek no pozitīvās Cz ass pozitīvās Cy ass virzienā, bet negatīvu — pretējā virzienā.

6.5.1.5. Maksimālais normālais spriegums

Novelkot neitrālo asi, var noteikt attālākos punktus abās ass pusēs. Apzīmējot šo punktu koordinātes ar y_{max} un z_{max} , dabūjam maksimālā sprieguma formulu

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \pm \frac{M_y}{I_y} z_{max} \mp \frac{M_z}{I_z} y_{max}. \quad (6.141)$$

6.5.1.6. Izmēru aprēķināšana

Izmērus dabūjam no izturības nosacījuma

$$\left| \frac{N}{F} \pm \frac{M_y}{I_y} z_{max} \mp \frac{M_z}{I_z} y_{max} \right| \leq [\sigma]. \quad (6.142)$$

6.5.1.7. Greizā liece

Ja no spēkiem, kas darbojas uz siju, rodas tikai lieces momenti pret sijas šķēluma galvenajām inerces asīm (aksiālais spēks nedarbojas), tad šādu sijas noslogojumu liecē sauc par greizo lieci. Greizās lieces aprēķiniem lietojamas formulas (6.137), (6.139), (6.141) un (6.142), ierakstot tajās $N=0$, un formula (6.140).

6.8. piemērs. Uz vienā galā iespīlētu taisnstūra koka siju CC_1 (6.56. zīm.) darbojas koncentrēti spēki $P_1=6$, $P_2=4$, $P_3=10$ kN un spēkpāru momenti $M_1=4$, $M_2=6$ kNm. Sijas posmu garumi $l_1=l_2=0,5$ m. Spēka P_3 pielikšanas punkta A attālumi no gala šķēluma galvenajām inerces asīm ir $b_1=5$ cm, $c_1=3$ cm. Aprēķināt maksimālos spriegumus un uzzīmēt spriegumu epīru, ja $a=12$ cm un $h=2a=24$ cm.

Atrisinājums. Vispirms aprēķināsim lieces momentus M_y , M_z , aksiālo spēku N un uzzīmēsim minēto lielumu epīras.

Šķēlums 1—1—1 (koordināšu asīm, kuras šķēlumā nav iezīmētas, jāpieņem virziens, kāds ir iespīlējuma vietā).

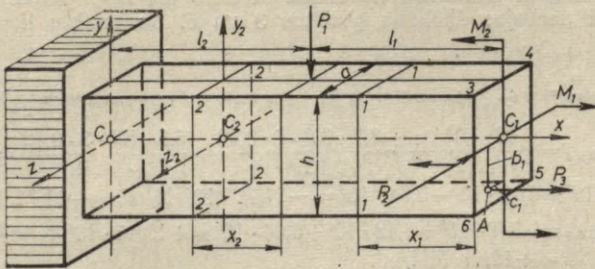
Aksiālais spēks $N_1=P_3=10$ kN; $0 \leq x_1 \leq l_1$.

Lieces momenti

$$M_{1y}=P_2x_1+P_3c_1-M_1=4x_1+10 \cdot 0,03-4=4x_1-3,7;$$

$$x_1=0, \quad M_{1y}=-3,7 \text{ kNm}; \quad x_1=0,5 \text{ m}, \quad M_{1y}=-1,7 \text{ kNm}.$$

$$M_{1z}=+P_3b_1+M_2=+10 \cdot 0,05+6=+6,5 \text{ kNm}.$$



6.56. zīm. Saliktais stiepes un lieces noslogojums

Šķēlums 2—2—2—2; $0 \leq x_2 \leq l_2$.

$$N_2=P_3=10 \text{ kN}; \quad M_{2y}=P_2(x_2+0,5)+P_3c_1-M_1=4x_2-1,7;$$

$$x_2=0, \quad M_{2y}=-1,7 \text{ kNm}; \quad x_2=0,5 \text{ m}, \quad M_{2y}=0,3 \text{ kNm}.$$

$$M_{2z}=-P_1x_2+P_3b_1+M_2=-6x_2+6,5; \quad x_2=0, \quad M_{2z}=+6,5 \text{ kNm};$$

$$x_2=0,5 \text{ m}, \quad M_{2z}=+3,5 \text{ kNm}.$$

N , M_y un M_z epīras parādītas 6.57. zīmējumā. Bīstamais šķēlums ir sijas brīvajā galā, kur

$$N=+10 \text{ kN}, \quad M_y=-3,7 \text{ kNm}, \quad M_z=+6,5 \text{ kNm}.$$

Šķēluma laukums un galvenie inerces momenti

$$F=ah=2a^2; \quad I_y=\frac{a^3h}{12}=\frac{1}{6}a^4; \quad I_z=\frac{ah^3}{12}=\frac{2}{3}a^4.$$

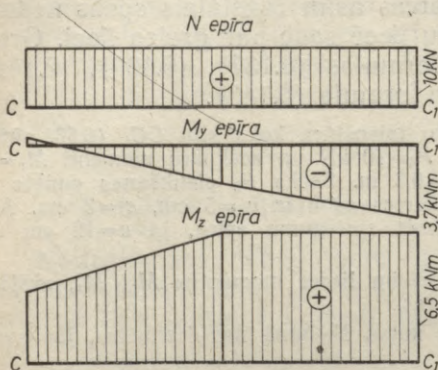
Asu nogriežņi

$$b=\frac{10 \cdot 10^3 \cdot 2a^4}{2a^2 \cdot 3 \cdot 6,5 \cdot 10^3}=0,513a^2=0,513 \cdot 0,12^2=0,00738 \text{ m},$$

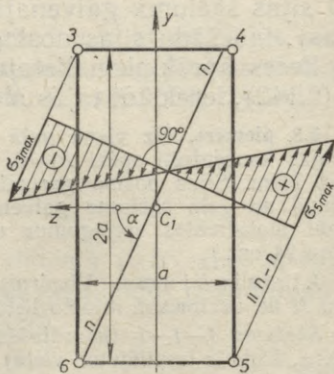
$$c=-\frac{10 \cdot 10^3 \cdot a^4}{2a^2 \cdot 6 \cdot (-3,7 \cdot 10^3)}=0,225a^2=0,225 \cdot 0,12^2=0,00324 \text{ m}.$$

Neitrālās ass virziens

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_z M_y}{I_y M_z} = \frac{2a^4 \cdot 6 \cdot (-3,7 \cdot 10^3)}{3a^4 \cdot 6,5 \cdot 10^3} = -2,27, \quad \alpha = -66^\circ 20'$$



6.57. zīm. Lieces momentu un aksiālā spēka epīras



6.58. zīm. Spriegumu epīra saliktā noslogojumā

Pēc aprēķinātiem lielumiem novelkam neitrālo asi $n-n$ (6.58. zīm.). Maksimālie spriegumi darbojas šķēluma punktos 3 un 5. Šo punktu koordinātes $C_1 yz$ asu sistēmā:

$$y_{3\max} = +a, \quad z_{3\max} = +\frac{1}{2}a; \quad y_{5\max} = -a, \quad z_{5\max} = -\frac{1}{2}a.$$

$$\sigma_{3\max} = \frac{10 \cdot 10^3}{2 \cdot (0,12)^2} + \frac{-3,7 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 0,12}{(0,12)^4 \cdot 2} - \frac{6,5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 0,12}{2 \cdot (0,12)^4} =$$

$$= 0,347 \cdot 10^6 - 6,42 \cdot 10^6 - 5,64 \cdot 10^6 = -11,71 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -11,71 \text{ MN/m}^2;$$

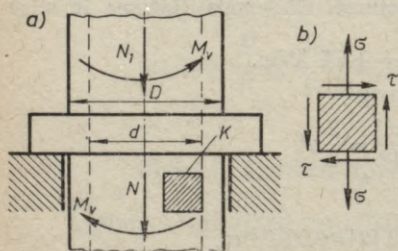
$$\sigma_{5\max} = 0,347 \cdot 10^6 + 6,42 \cdot 10^6 + 5,64 \cdot 10^6 = +12,41 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= +12,41 \text{ MN/m}^2.$$

Spriegumu epīra redzama 6.58. zīmējumā.

Ja aksiālais spēks (6.56. zīm.) $P_3 = 0$, tad sija ir noslogota greizajā liecē.

6.5.2. SALIKTAIS STIEPES (SPIEDĒS) UN VĒRPES NOSLOGOJUMS



6.59. zīm. Stiepes (spiedes) un vērpes noslogojums

Minētais saliktais noslogojums parasti sastopams vārpstās, kuras noslogotas vērpē un kuru ass virzienā darbojas stiepes (spiedes) spēks (6.59. zīm. a). No aksiālā spēka N vārpstas normālajā šķēlumā rodas konstants normālais spriegums, bet no vērpes momenta M_v — tangenciālais spriegums:

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad \tau = \frac{M_v}{W_p}$$

Vārpstas virsējā kārtā izdalīta elementa K spriegumstāvoklis parādīts 6.59. zīmējumā b .

Ierakstot ceturtais izturības teorijas nosacījumā

$$\sigma_{rIV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

spriegumu vietā to vērtības, izsakot lielumus F un W_p ar cauruļvārpstas diametriem d un D , dabūjam vienādojumu vārpstas ārējā diametra aprēķināšanai:

$$x^3 - A^2x - B^2 = 0, \quad (6.143)$$

kur

$$x = D^2;$$

$$A = \frac{4N}{\pi(1-\alpha^2)[\sigma]}; \quad B = \frac{16\sqrt{3}M_v}{\pi(1-\alpha^4)[\sigma]}; \quad (6.144)$$

$$\alpha = d : D.$$

Praksē formulas (6.143) un (6.144) reti lieto. Parasti vārpstu vispirms aprēķina vērpē ar samazinātu $[\tau]$; pēc tam nosaka stiepes (spiedes) spriegumu σ un pārbauda izturību pēc formulas $\sigma_{rIV} \leq [\sigma]$ (sk. arī 6.9. piemēru).

6.5.3. SALIKTAIS LIECES UN VĒRPES NOSLOGOJUMS

Vārpstas posma noslogojums liecē un vērpē parādīts 6.60. zīmējumā.

Vārpstas ārējo diametru aprēķina ar formulu

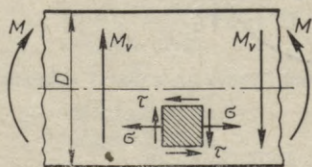
$$D = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{\eta M}{[\sigma](1-\alpha^4)}}. \quad (6.145)$$

Trešajai izturības teorijai

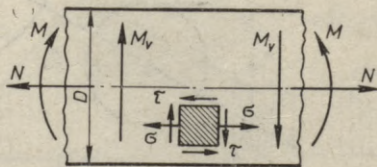
$$\eta = \eta_{III} = \sqrt{1 + \left(\frac{M_v}{M}\right)^2}. \quad (6.146)$$

Ceturtajai izturības teorijai

$$\eta = \eta_{IV} = \sqrt{1 + 0,75 \left(\frac{M_v}{M}\right)^2}. \quad (6.147)$$



6.60. zīm. Lieces un vērpes noslogojums



6.61. zīm. Stiepes, lieces un vērpes noslogojums

$$\eta = \eta_M = 0,5(1 - \nu) + 0,5(1 + \nu) \sqrt{1 + \left(\frac{M_v}{M}\right)^2}, \quad (6.148)$$

kur ν ir stiepes un spiedes robežspriegumu attiecība:

$$\nu = \frac{\sigma_{Tst}}{\sigma_{Tsp}} \quad \text{vai} \quad \nu = \frac{\sigma_{bst}}{\sigma_{bsp}}$$

Tērauda vārpstām aptuveni: $[\sigma] = 50 \dots 80 \text{ MN/m}^2$.

6.9. piemērs. Uz vārpstas AB (6.62. zīm.) novietoti divi cilindriskie zobrati C un D ar slipiem zobiem (vai arī koniskie zobrati un gliemeži). Pa zobratu dalījumu aplocēm, kuru rādiusi ir r_1 un r_2 , darbojas savstarpēji perpendikulāri spēki $N_1, R_1, T_1; N_2, R_2, T_2$ aksiālā, radiālā un dalījumu aploču pieskaru virzienos. Vārpstas posmu garumi ir l_1, l_2 un l_3 .

Aprēķināt aksiālo spēku, vērpes momentus, lieces momentus pret vārpstas normālā šķēluma galvenajām inerces asīm un rezultējošo lieces momentu. Uz zīmēt minēto lielumu epīras. Aprēķināt vārpstas diametru pēc trešās izturības teorijas un pārnesto jaudu, ja vārpsta apgriežas n reizes minūtē.

Doto lielumu tabula

r_1 , cm	r_2 , cm	l_1 , cm	l_2 , cm	l_3 , cm	N_1 , kN	R_1 , kN	T_1 , kN	N_2 , kN	R_2 , kN	T_2 , kN	n apgr/min	$[\sigma]$ MN/m ²
10	20	30	60	40	5	6	5	5	4	2,5	400	60

Atrisinājums. Balstu reakcijas kiloņūtonos:

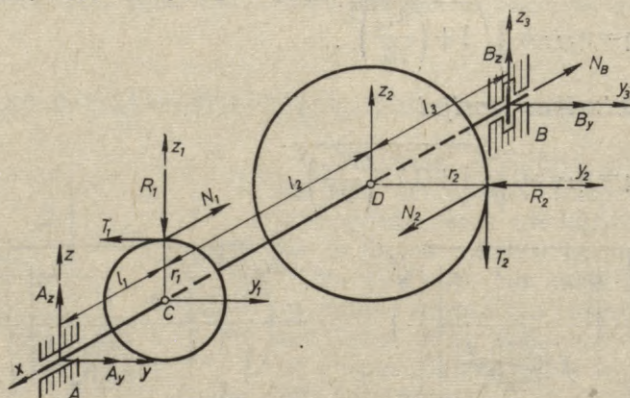
$$A_y = 5,845; \quad A_z = 5; \quad B_y = 3,155; \quad B_z = 3,5; \quad N_B = 0.$$

Aksiālais spēks $N = \Sigma X_i$

Posms AC; $N_I = 0$.

Posms CD; $N_{II} = -N_1 = -5 \text{ kN}$.

Posms BD; $N_{III} = -N_1 + N_2 = -5 + 5 = 0$.



6.62. zīm. Stiepes (spiedes), lieces un vērpes noslogojuma piemērs

Vērpes moments $M_v = \Sigma M_{ix}$

Posms AC; $M_{v1} = 0$.

Posms CD; $M_{v2} = T_1 r_1 = 5 \cdot 0,1 = 0,5 \text{ kNm}$.

Posms BD; $M_{v3} = T_1 r_1 - T_2 r_2 = 5 \cdot 0,1 - 2,5 \cdot 0,2 = 0$.

Lieces momentu vārpstas posmu galos pret galvenajām inerces asīm y un z

Lieces moments $M_y = \Sigma M_{iy}$

$$M_{yA} = 0; \quad M'_{y1C} = -A_z l_1 = -5 \cdot 0,3 = -1,5 \text{ kNm (pa kreisi no C)};$$

$$M''_{y1C} = -A_z l_1 - N_1 r_1 = -5 \cdot 0,3 - 5 \cdot 0,1 = -2 \text{ kNm (pa labi no C)};$$

$$M_{y2D} = -A_z(l_1 + l_2) - N_1 r_1 + R_1 l_2 = -5 \cdot 0,9 - 5 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,6 = -1,4 \text{ kNm};$$

$$M_{y3B} = -A_z(l_1 + l_2 + l_3) - N_1 r_1 + R_1(l_2 + l_3) + T_2 l_3 = -5 \cdot 1,3 - 5 \cdot 0,1 + 6 \cdot 1 + 2,5 \cdot 0,4 = 0.$$

Rezultāti: $M_{yA} = 0$, $M'_{y1C} = -1,5 \text{ kNm}$; $M''_{y1C} = -2 \text{ kNm}$;

$$M_{y2D} = -1,4 \text{ kNm}; \quad M_{y3B} = 0.$$

Lieces moments $M_z = \Sigma M_{iz}$

$$M_{zA} = 0, \quad M_{z1C} = A_y l_1 = 5,845 \cdot 0,3 = 1,7535 \text{ kNm};$$

$$M'_{z2D} = A_y(l_1 + l_2) - T_1 l_2 = 5,845 \cdot 0,9 - 5 \cdot 0,6 = 2,2605 \text{ kNm}$$

(pa kreisi no D);

$$M''_{z2D} = A_y(l_1 + l_2) - T_1 l_2 - N_2 r_2 = 2,2605 - 5 \cdot 0,2 = 1,2605 \text{ kNm}$$

(pa labi no D).

$$M_{z3B} = A_y(l_1 + l_2 + l_3) - T_1(l_2 + l_3) - N_2 r_2 - R_2 l_3 = 5,845 \cdot 1,3 - 5 \cdot 1 - 5 \cdot 0,2 - 4 \cdot 0,4 = 0.$$

Rezultāti: $M_{zA} = 0$;

$$M_{z1C} = 1,754 \text{ kNm};$$

$$M'_{z2D} = 2,261 \text{ kNm};$$

$$M''_{z2D} = 1,261 \text{ kNm};$$

$$M_{z3B} = 0.$$

Aksiālā spēka N , vērpes momenta M_v un lieces momentu M_y , M_z epīras redzamas 6.63. zīmējumā a, b, c un d .

Rezultējošais lieces moments pa labi no punkta C

$$M_C = \sqrt{M_{y1C}^2 + M_{z1C}^2} = \sqrt{(-2)^2 + 1,754^2} = 2,66 \text{ kNm}$$

Rezultējošais lieces moments pa kreisi no punkta D

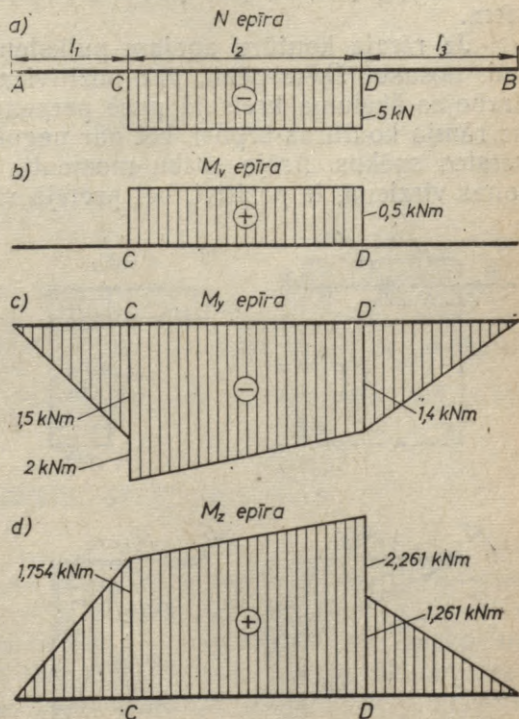
$$M_D = \sqrt{M_{y2D}^2 + M_{z2D}^2} = \sqrt{(-1,4)^2 + 2,261^2} = 2,66 \text{ kNm}$$

Vārpstas izmēru aprēķināšana

$$M = 2,66 \text{ kNm},$$

$$M_v = 0,5 \text{ kNm},$$

$$\eta_{III} = \sqrt{1 + (M_v : M)^2} = \sqrt{1 + (0,5 : 2,66)^2} = 1,017.$$



6.63. zīm. Aksiālā spēka, vērpes momenta un lieces momentu epīras

Masīvai vārpstai $\alpha = d : D = 0$; no (6.145) formulas dabūjam

$$D = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{\eta M}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{1,017 \cdot 2,66 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^6}} = 0,0771 \text{ m.}$$

Pieņemam $D = 8 \text{ cm}$.

Aksiālā spēka $N = 5 \text{ kN}$ izraisīto spriegumu var neievērot.

Vārpstas pārnēstā jauda

$$N = M_v \omega = 0,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 400}{30} = 20940 \text{ W} = 20,94 \text{ kW.}$$

Sk. arī 6.19. piemēru.

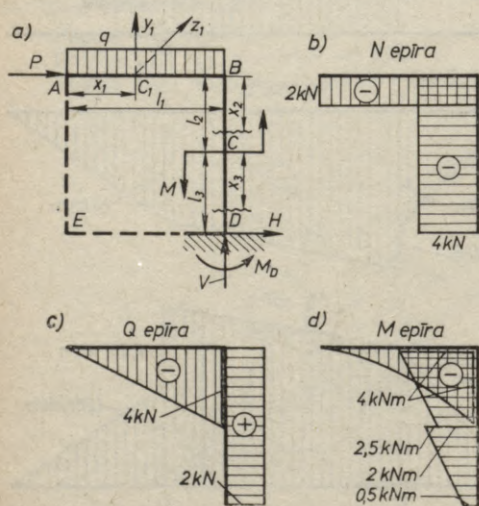
6.6. STATISKI NOTEICAMI RĀMJI UN LĪKI STIENĪ PLAKNĒ

6.6.1. STATISKI NOTEICAMO PLAKANO RĀMJU IEKŠĒJO SPĒKU EPĪRAS

Ja ārējie spēki darbojas plaknē, kurā atrodas rāmja stienņu ass, tad stienī ir noslogoti stiepē (spiedē) un liecē.

Aksiālo spēku dabū, saskaitot ārējos spēkus, kas darbojas šķēluma vienā pusē attiecīgā stienņa ass virzienā. Spēkus, kas šķēlumā rada stiepi, pieņem par pozitīviem, spiedes spēkus — par negatīviem.

Ja rāmja kontūru apejam pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tad, nosakot šķērsspēku, par pozitīviem pieņem ārējos spēkus, kas darbojas šķēluma kreisajā pusē perpendikulāri stienņa asij un vērsti uz rāmja kontūras ārpusi, bet par negatīviem — uz kontūras iekšpusi vērstos spēkus. Ārējo spēku momenti, kas darbojas kontūras apiešanas virzienā, ir pozitīvi, bet pretējā virzienā — negatīvi.



6.64. zīm. Plakana rāmja iekšējo spēku epīras.

Apejot rāmja kontūru pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, jāsaucā ārējie spēki un spēku momenti šķēluma labajā pusē. Tad uz kontūras iekšpusi vērstie spēki ir pozitīvi, uz ārpusi vērstie — negatīvi, bet spēku momenti apiešanas virzienā ir pozitīvi, pretējā virzienā — negatīvi.

Minētie zīmju likumi atbilst koordināšu asu $Cxyz$ virzieniem, kas parādīti 6.55. zīmējumā, un $C_1x_1y_1z_1$ asīm — 6.64. zīmējumā.

6.10. piemērs. Aprēķināt rāmja stieņu šķēlumos (6.64. zīm. a) aksiālo spēku, šķērsspēku un lieces momentu. Uzzīmēt minēto lielumu epīras, ja $P=2$ kN, $q=-2$ kN/m, $M=0,5$ kNm, $l_1=2$ m, $l_2=l_3=1$ m.

Atrisinājums. *Balsta reakcijas*

$$\Sigma X_i=0; \quad P+H=0, \quad H=-P=-2 \text{ kN.}$$

$$\Sigma Y_i=0; \quad -ql_1+V=0, \quad V=ql_1=2 \cdot 2=4 \text{ kN.}$$

$$\Sigma M_{iD}=0; \quad -P(l_2+l_3)+ql_1 \cdot \frac{l_1}{2}+M+M_D=0,$$

$$-2 \cdot 2+2 \cdot 2 \cdot 1+0,5+M_D=0, \quad M_D=-0,5 \text{ kNm.}$$

Aksiālais spēks

Posms AB; $N_1=-P=-2$ kN, $0 \leq x_1 \leq l_1$.

Posms BC; $N_2=-ql_1=-2 \cdot 2=-4$ kN, $0 \leq x_2 \leq l_2$.

Posms CD; $N_3=-ql_1=-2 \cdot 2=-4$ kN, $0 \leq x_3 \leq l_3$.

Šķērsspēks

Novilkta svītrotā līnija AED ar rāmja stieņiem izveido noslēgtu kontūru. Apejam to pulksteņa rādītāju kustības virzienā.

Posms AB; $Q_1=-qx_1=-2x_1$, $0 \leq x_1 \leq l_1$. $x_1=0$, $Q_1=0$;

$x_1=2$ m, $Q_1=-4$ kN.

Posms BC; $Q_2=P=2$ kN, $0 \leq x_2 \leq l_2$.

Posms CD; $Q_3=P=2$ kN, $0 \leq x_3 \leq l_3$.

Lieces moments

Posms AB; $M_1=-qx_1 \cdot \frac{x_1}{2}=-x_1^2$, $0 \leq x_1 \leq l_1$; $x_1=0$,

$M_1=0$; $x_2=2$ m, $M_1=-4$ kNm.

$$\frac{dM_1}{dx_1}=-2x_1=0, \quad x_1=0.$$

Parabolas virsotne ir punktā A.

Posms BC; $M_2=Px_2-ql_1 \frac{l_1}{2}=2x_2-4$, $0 \leq x_2 \leq l_2$;

$x_2=0$, $M_2=-4$ kNm; $x_2=1$ m, $M_2=-2$ kNm.

Posms CD; $M_3=P(l_2+x_3)-ql_1 \frac{l_1}{2}-M=2x_3-2,5$,

$0 \leq x_3 \leq l_3$;

$x_3=0$, $M_3=-2,5$ kNm; $x_3=1$ m, $M_3=-0,5$ kNm.

N , Q un M epīras parādītas 6.64. zīmējumā b , c un d .

Minēto lielumu pozitīvās vērtības atliktas attiecīgajā mērogā perpendikulāri stieņu asīm kontūras ārpusē, negatīvās — iekšpusē.

Zīmē arī lieces momentu epīras, kurās momentu vērtības atliek stieņa stieptajā (vai spiestajā) pusē perpendikulāri asij.

6.6.2. LIKU STIEŅU IEKŠEJO SPEKU EPĪRAS

Aplūkosim plaknē likus stieņus, kuru asis ir riņķa līnijas, kas atrodas spēku darbības plaknē. Aksiālo spēku dabūjam, projicējot ārējos spēkus, kas darbojas vienā pusē šķēlumam, uz riņķa līnijas pieskari, bet šķērsspēka aprēķināšanai — projicējam ārējos spēkus uz normāli un projekcijas saskaitām. Lieces momentu aprēķinām, saskaitot ārējo spēku momentus šķēluma vienā pusē. Minēto lielumu zīmi nosakām tāpat kā plakana rāmja gadījumā.

6.11. piemērs. Aprēķināt likā stieņa šķēlumos (6.65. zīm. a) aksiālo spēku, šķērsspēku un lieces momentu. Uzzīmēt minēto lielumu epīras, ja $P_1 = P_2 = 2 \text{ kN}$, $R = 1 \text{ m}$.

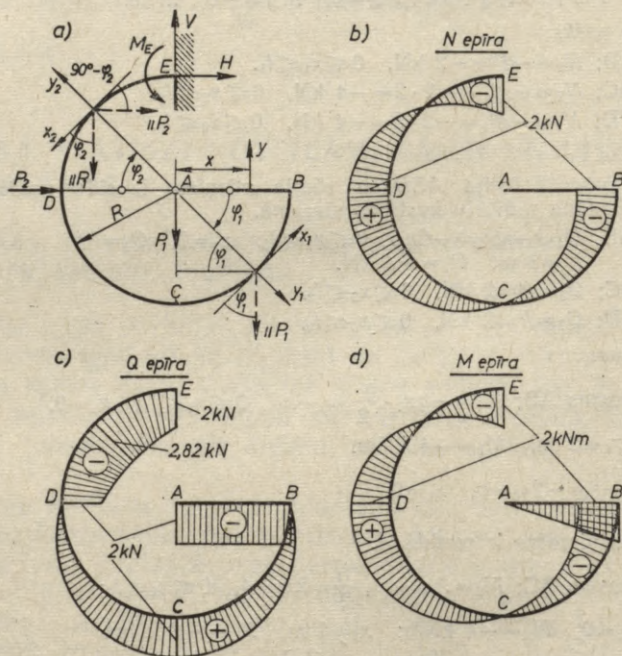
Atrisinājums. *Balsta reakcijas*

$$\Sigma X_i = 0; \quad -H - P_2 = 0, \quad H = -P_2 = -2 \text{ kN.}$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad V - P_1 = 0, \quad V = P_1 = 2 \text{ kN.}$$

$$\Sigma M_{iE} = 0; \quad M_E + P_2 R = 0, \quad M_E = -P_2 R = -2 \cdot 1 = -2 \text{ kNm.}$$

Apejam kontūru $ABCDE$ pulksteņa rādītāju kustības virzienā.



6.65. zīm. Lika stieņa iekšējo spēku epīras

Aksiālais spēks kiloņūtonos

Posms AB; $N_1 = 0$.

Posms BCD; $N_2 = -P_1 \cos \varphi_1 = -2 \cos \varphi_1$, $0^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ$.

Posms DE; $N_3 = P_1 \cos \varphi_2 - P_2 \cos(90^\circ - \varphi_2) = 2(\cos \varphi_2 - \sin \varphi_2)$, $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

Šķērsspēks kiloņūtonos

Posms AB; $Q_1 = -P_1 = -2$, $0 \leq x \leq R$.

Posms BCD; $Q_2 = P_1 \cos(90^\circ - \varphi_1) = 2 \sin \varphi_1$, $0^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ$.

Posms DE; $Q_3 = -P_1 \sin \varphi_2 - P_2 \cos \varphi_2 = -2(\sin \varphi_2 + \cos \varphi_2)$, $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

Lieces moments kiloņūtonmetros

Posms AB; $M_1 = -P_1 x = -2x$, $0 \leq x \leq R$.

Posms BCD; $M_2 = -P_1 R \cos \varphi_1 = -2 \cos \varphi_1$, $0^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ$.

Posms DE; $M_3 = P_1 R \cos \varphi_2 - P_2 R \sin \varphi_2 = 2(\cos \varphi_2 - \sin \varphi_2)$, $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

Izskaitļojot aksiālo spēku, šķērsspēku un lieces momentu dažām leņķu φ_1 un φ_2 vērtībām un atliekot aprēķinātos lielumus perpendikulāri stieņa asij (pozitīvos kontūras ārpusē, negatīvos — iekšpusē), dabūjam minēto lielumu epīras (6.65. zīm. b, c un d).

6.6.3. SPRIEGUMI PLAKANOS RĀMJOS UN LIKOS STIEŅOS

Ja spēki un stieņu ass atrodas vienā plaknē, tad plakano rāmju un liko stieņu normālajos šķēļumos darbojas saliktais stiepes (spiedes) un lieces noslogojums, tādēļ normālo spriegumu varam aprēķināt ar formulu (6.137). Šim nolūkam jāievēro 6.55. zīmējumā parādītais koordinātu asu $Cxyz$ virziens. Ņemot, piemēram, likā stieņa šķēļumu D (6.65. zīm. b un d), koordinātu ass Dx jānovelk šī šķēļuma iekšējās normāles virzienā (6.66. zīm.), Dy ass — zīmējuma plaknē, bet Dz ass — perpendikulāri zīmējuma plaknei, lai rāmja (lika stieņa) daļai I izveidotos labās, bet daļai II — kreisās skrūves asu sistēma.

Dy ass atrodas spēku darbības plaknē, tādēļ ārējo spēku momenti pret to ir vienādi ar nulli (spēki asij paralēli vai krusto asi). No sacītā izriet, ka plakaniem rāmjiem un likiem stieņiem $M_y = 0$ un sprieguma formula (6.137) vienkāršojas. *Labās skrūves asu sistēmai*

$$\sigma = \frac{N}{F} - \frac{M_z}{I_z} y. \quad (6.149)$$

Neitrālā ass $n-n$ paralēla Dz asij un nogrieznis uz Dy ass ir

$$b = \frac{N I_z}{F M_z}. \quad (6.150)$$

Maksimālais spriegums

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} - \frac{M_z}{I_z} y_{max}. \quad (6.151)$$

Aksiālais spēks N , lieces moments M_z un koordinātes y , y_{max} formulās (6.149) ... (6.151) jāieraksta ar attiecīgu zīmi (pluss vai minuss).

Likiem stieņiem spriegumu formulas (6.149) un (6.151) dod pietiekami precīzus rezultātus gadījumos, kad $R : h \geq 5$, kur R — stieņa ass liekuma rādiuss un h — stieņa normālā šķēļuma augstums rādīālā virzienā.

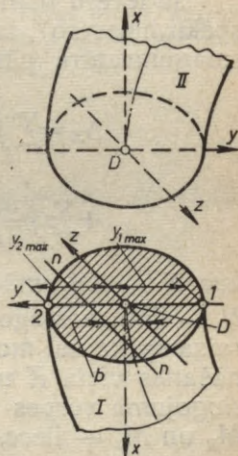
6.12. piemērs. Aprēķināt maksimālos spriegumus šķēļumā D iepriekšējā piemēra gadījumā, ja $N = 2$ kN, $M_z = 2$ kNm un likā stieņa diametrs $d = 6$ cm.

Atrisinājums. Aksiālais inerces moments, šķēļuma laukums un punktu 1 un 2 koordinātes (6.66. zīm.):

$$\begin{aligned} I_z &= 63,6 \text{ cm}^4; \\ F &= 28,27 \text{ cm}^2; \\ y_{1max} &= -3 \text{ cm}; \\ y_{2max} &= +3 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Maksimālie spriegumi likuma iekšējā un ārējā malā:

$$\begin{aligned} \sigma_{1max} &= \frac{2 \cdot 10^3}{28,27 \cdot 10^{-4}} - \frac{2 \cdot 10^3 (-3) \cdot 10^{-2}}{63,6 \cdot 10^{-8}} = 0,707 \cdot 10^6 + 0,943 \cdot 10^8 = \\ &= 95,01 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 95,01 \text{ MN/m}^2; \\ \sigma_{2max} &= 0,707 \cdot 10^6 - 0,943 \cdot 10^8 = -93,59 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -93,59 \text{ MN/m}^2. \end{aligned}$$



6.66. zīm. Lika stieņa normālais šķēļums un koordinātu asu virzieni

Deformācijas analītiski aprēķina ar Mora un grafoanalītiski ar Vereščagina metodi.

6.6.4.1. Mora metode

Ja ievēro tikai aksiālo spēku, lieces un vērpes momentus (šķērspēku neievēro), tad normālā šķēluma pagriezienu leņķi vai šķēluma smagumcentra pārvietojumu jebkurā virzienā aprēķina ar formulu

$$\Delta_K = \sum_0^s \int \frac{N\bar{N}}{EF} ds + \sum_0^s \int \frac{M_x \bar{M}_x}{E_x I_x} ds + \sum_0^s \int \frac{M_y \bar{M}_y}{E_y I_y} ds + \sum_0^s \int \frac{M_z \bar{M}_z}{E_z I_z} ds, \quad (6.152)$$

kur K — deformācijas aprēķināšanas punkts (vieta) uz stieņa ass; N — dotā noslogojuma aksiālais spēks; \bar{N} — aksiālais spēks, ko izraisa spēka vai momenta vieninieks, kas pielikts deformācijas aprēķināšanas vietā K un darbojas deformācijas virzienā; M_x — dotā noslogojuma vērpes moments pret rāmja stieņa asi Dx (6.66. zīm.); M_y un M_z — lieces momenti pret normālā šķēluma galvenajām inerces asīm Dy un Dz ; \bar{M}_x — vērpes moments, \bar{M}_y un \bar{M}_z — lieces momenti pret iepriekš minētajām asīm, ko izraisa spēka vai momenta vieninieks; $E_x = G$ — bīdes modulis; $E_y = E_z = E$ — lieces elastības moduļi; F — normālā šķēluma laukums; I_x — vērpes inerces moments; I_y un I_z — galvenie inerces momenti.

Spēka un momenta vieniniekus apzīmēsim ar $\bar{P}=1$ un $\bar{M}=1$. Spēka vieninieku lieto šķēluma smagumcentra pārvietojuma aprēķināšanai, bet momenta vieninieku — normālā šķēluma pagriezienu leņķa noteikšanai.

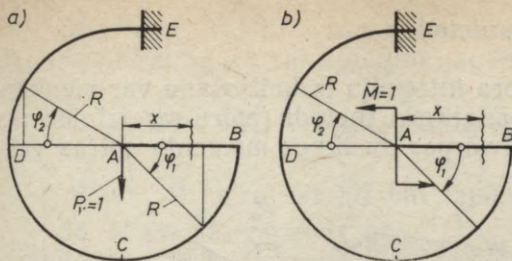
Formulas (6.152) praktiskai lietošanai jāuzraksta faktiskā noslogojuma un spēka vai momenta vieninieka izraisīto momentu un aksiālo spēku analītiskās izteiksmes visiem rāmja (likā stieņa) posmiem. Jāintegrē attiecīgā posma robežās un visu posmu integrēšanas rezultāti jāsakaita.

Ja spēki un stieņa ass atrodas vienā plaknē, tad $M_x=0$, $M_y=0$ un formula (6.152) vienkāršojas:

$$\Delta_K = \sum_0^s \int \frac{N\bar{N}}{EF} ds + \sum_0^s \int \frac{M_z \bar{M}_z}{E_z I_z} ds. \quad (6.153)$$

6.13. piemērs. Aprēķināt 6.11. piemērā (6.65. zīm. a) šķēluma A pagriezienu leņķi un šī šķēluma smagumcentra pārvietojumu vertikālajā virzienā, ja stieņa šķēluma diametrs $d=6$ cm un elastības modulis $E=2 \cdot 10^5$ MN/m². Aksiālo spēku neievērot.

Atrisinājums. Dotā noslogojuma lieces momenti atsevišķos posmos aprēķināti 6.11. piemērā (z ass vērsta perpendikulāri zīmējuma plaknei).



6.67. zīm. Lika stieņa deformācijas

Posms AB; $M_{1z} = -2x$,
 $0 \leq x \leq R$.

Posms BCD; $M_{2z} = -2 \cos \varphi_1$, $0^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ$.

Posms DE; $M_{3z} = 2(\cos \varphi_2 - \sin \varphi_2)$, $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

Lieces momenti, ko izraisa momenta vieninieks $\bar{M} = 1$, kas pielikts punktā A šķēluma griešanās virzienā (6.67. zīm. b)

Posms AB; $\bar{M}_{1z} = -\bar{M} = -1$, $0 \leq x \leq R$.

Posms BCD; $\bar{M}_{2z} = -\bar{M} = -1$, $0^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ$.

Posms DE; $\bar{M}_{3z} = -\bar{M} = -1$, $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

Taisnajam posmam AB $ds_1 = dx$. Likajiem posmiem $ds_2 = R d\varphi_1$, $ds_3 = R d\varphi_2$. Inerces momenti visiem posmiem vienādi: $I_{1z} = I_{2z} = I_{3z} = I_z = 63,6 \text{ cm}^4$.

Šķēluma A pagriežiena lenķis

$$\begin{aligned}
 EI_z \Theta_A &= \int_0^1 M_{1z} \bar{M}_{1z} dx + \int_0^\pi M_{2z} \bar{M}_{2z} R d\varphi_1 + \int_0^{\pi/2} M_{3z} \bar{M}_{3z} R d\varphi_2 = \\
 &= \int_0^1 (-2x)(-1) dx + \int_0^\pi (-2 \cos \varphi_1)(-1) \cdot 1 \cdot d\varphi_1 + \\
 &+ \int_0^{\pi/2} 2(\cos \varphi_2 - \sin \varphi_2)(-1) \cdot 1 \cdot d\varphi_2 = [x^2]_0^1 + \\
 &+ 2[\sin \varphi_1]_0^\pi + 2[-\sin \varphi_2 - \cos \varphi_2]_0^{\pi/2} = 1 + 0 + 0 = 1 \text{ Nm}^2. \\
 \Theta_A &= \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 63,6 \cdot 10^{-8}} = 0,786 \cdot 10^{-5} \text{ rad}.
 \end{aligned}$$

Šķēlums pagriežas momenta vieninieka $\bar{M} = 1$ virzienā, jo deformācija ir pozitīva.

Punkta A vertikālais pārvietojums f_v

Vertikālā spēka vieninieka $\bar{P}_v = 1$ (6.67. zīm. a) lieces momenti

Posms AB; $\bar{M}_{1z} = -\bar{P}_v x = -x$, $0 \leq x \leq R$.

Posms BCD; $\bar{M}_{2z} = -\bar{P}_v R \cos \varphi_1 = -\cos \varphi_1$, $0^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ$.

Posms DE; $\bar{M}_{3z} = \bar{P}_v R \cos \varphi_2 = \cos \varphi_2$, $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$.

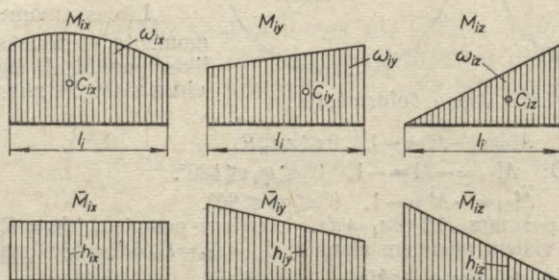
Pārvietojums f_v

$$\begin{aligned}
 EI_z f_v &= \int_0^1 M_{1z} \bar{M}_{1z} dx + \int_0^\pi M_{2z} \bar{M}_{2z} R d\varphi_1 + \int_0^{\pi/2} M_{3z} \bar{M}_{3z} R d\varphi_2 = \\
 &= \int_0^1 (-2x)(-x) dx + \int_0^\pi (-2 \cos \varphi_1)(-\cos \varphi_1) \cdot 1 \cdot d\varphi_1 + \\
 &+ \int_0^{\pi/2} 2(\cos \varphi_2 - \sin \varphi_2) \cos \varphi_2 \cdot 1 \cdot d\varphi_2 = \left[\frac{2}{3} x^3 \right]_0^1 + \\
 &+ 2 \left[\frac{\varphi_1}{2} + \frac{\sin 2\varphi_1}{4} \right]_0^\pi + 2 \left[\frac{\varphi_2}{2} + \frac{\sin 2\varphi_2}{4} \right]_0^{\pi/2} - \\
 &- \frac{1}{2} [-\cos 2\varphi_2]_0^{\pi/2} = \frac{2}{3} + \pi + \frac{\pi}{2} - 1 = \frac{3\pi}{2} - \frac{1}{3} = 4,379 \text{ Nm}^3; \\
 f_v &= \frac{4,379}{2 \cdot 10^{11} \cdot 63,6 \cdot 10^{-8}} = 0,344 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,0344 \text{ mm}.
 \end{aligned}$$

Punkts A pārvietojas spēka vieninieka $\bar{P}_v = 1$ virzienā, jo deformācija ir pozitīva.

6.6.4.2. Vereščagina metode

Stieņiem ar taisnu asi Mora integrāļu izskaitļošanu var vienkāršot, ja lieto Vereščagina grafoanalītisko metodi (epīru sareizināšanas metodi). Šim nolūkam uzzīmē vērpes un lieces momenta epīras (ak-



6.68. zīm. Lieces un vērpes momentu epīras Vereščagina metodei

siālo spēku neievērosim), ko izraisa dotais noslogojums un spēka vai momenta vieninieks, kaš pielikts deformāciju aprēķināšanas vietā. Noslogojuma un vieninieka epīras sadala posmos, lai posma robežās epīrām būtu tikai viens analītiskais maiņas likums. Katra posma noslogojuma epīrai M_{ix} (resp. M_{iy} un M_{iz}) aprēķina laukumu ω_{ix} (ω_{iy} , ω_{iz}) un nosaka šī laukuma smagumcentru C_{ix} (C_{iy} un C_{iz}) (6.68. zīm.). No tā paša posma attiecīgās vieninieka epīras \bar{M}_{ix} (\bar{M}_{iy} un \bar{M}_{iz}) paņem momenta vērtību h_{ix} (h_{iy} un h_{iz}), kas atbilst pirmās epīras laukuma smagumcentram. Sareizinot katram posmam epīru laukumus (ω_i) ar attiecīgām vieninieka epīru momentu vērtībām (h_i), reizinājumus izdalot ar katra posma stingumu un dalījumus saskaitot, dabūjam deformāciju spēka vai momenta vieninieka darbības virzienā

$$\Delta_K = \sum \frac{\omega_{ix} h_{ix}}{E_{ix} I_{ix}} + \sum \frac{\omega_{iy} h_{iy}}{E_{iy} I_{iy}} + \sum \frac{\omega_{iz} h_{iz}}{E_{iz} I_{iz}} \quad (6.154)$$

Ja noslogojuma epīras nav lineāras, tad laukumi ω_{ix} , ω_{iy} , ω_{iz} jāaprēķina šīm epīrām. Ja abas epīras ir lineāras, tad laukumu var noteikt noslogojuma vai vieninieka epīrai. Ja abas epīras ir ar vienādu zīmi, tad reizinājumi $\omega_{ix} h_{ix} \dots$ ir pozitīvi, bet, ja ar pretēju zīmi, tad — negatīvi. Pozitīva deformācija norāda uz to, ka normālā šķēluma smagumcentrs pārvietojas (šķēlums pagriežas) spēka vieninieka (momenta vieninieka) virzienā. Negatīva deformācija norāda pretējo.

Ja stieņu ass atrodas spēku darbības plaknē, tad formula (6.154) vienkāršojas:

$$\Delta_K = \sum \frac{\omega_{iz} h_{iz}}{E_{iz} I_{iz}} \quad (6.155)$$

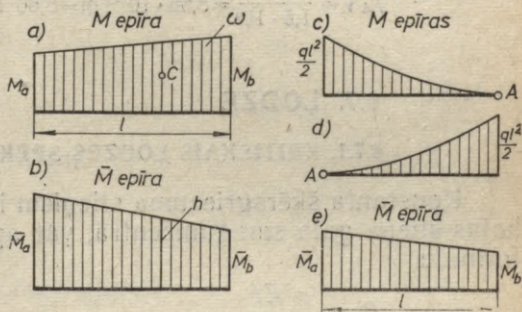
Ja abas epīras ir lineāras, piemēram, trapeces (6.69. zīm. *a* un *b*), tad reizinājumu ωh var aprēķināt ar formulu

$$\omega h = \pm \frac{1}{6} l (2M_a \bar{M}_a + 2M_b \bar{M}_b + M_a \bar{M}_b + M_b \bar{M}_a). \quad (6.156)$$

M un \bar{M} epīra var arī būt taisnstūris vai taisnleņķa trijstūris.

Ja M un \bar{M} epīras ir ar vienādām zīmēm, tad reizinājums ir pozitīvs, ja ar pretējām zīmēm, tad — negatīvs.

Ja vienmērīgi izkļiedētā noslogojuma epīras ir kvadrātiskas parabolās, kuru virsotnes A atrodas uz stieņa ass (6.69. zīm. *c* un *d*), un vieninieka epīra ir trapecē (6.69. zīm. *e*), tad dabūjam šādas epīru reizinājuma formulas: 6.69. zīmējumiem *c* un *e*



6.69. zīm. Noslogojuma un spēka vieninieka lieces momentu epīras

$$\omega h = \pm \frac{1}{24} ql^3 (3\bar{M}_a + \bar{M}_b); \quad (6.157)$$

6.69. zīmējumiem *d* un *e*

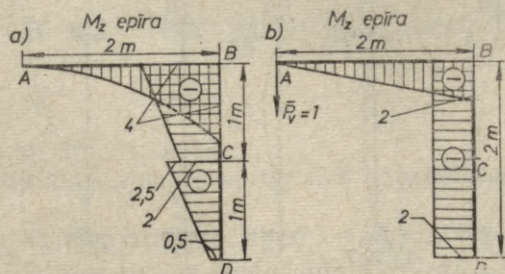
$$\omega h = \pm \frac{1}{24} ql^3 (3\bar{M}_b + \bar{M}_a). \quad (6.158)$$

Citu nelineāru epīru gadījumā reizinājumu ωh dabūjam, nointegrojot Mōra integrāli.

Formulas (6.152) un (6.154) var lietot arī telpas rāmju deformāciju aprēķināšanai, kad stieņu ass neatrodas vienā plaknē.

6.14. piemērs. Ievērojot tikai lieci, aprēķināt rāmja brīvā gala A (6.64. zīm. *a*) pārvietojumu vertikālā virzienā, ja rāmja stieņu stingums pret galveno inerces asi, kas perpendikulāra zīmējuma plaknei, ir $EI_z = 1,5 \text{ MNm}^2$.

Atrisinājums. Lieces momentu epīras M_z un \bar{M}_z , ko izraisa dotais noslojums (6.64. zīm. *a*) un spēka vieninieks, kas pielikts punktā A un vērst uz leju, parādītas 6.70. zīmējumā *a* un *b*. Momentu vērtības kNm.



6.70. zīm. Epīras plakana rāmja deformācijām

Epīru reizinājumu summa

$$EI_2 f_{A \nabla} = \frac{1}{24} 2 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2) + \frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 0,5 \cdot 2 + 2 \cdot 2,5 \cdot 2 + 0,5 \cdot 2 + 2,5 \cdot 2) = 4 + 6 + 3 = 13 \text{ kNm}^3.$$

Punkta *A* vertikālais pārvietojums

$$f_{A \nabla} = \frac{13 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^6} = 8,66 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8,66 \text{ mm}.$$

6.7. ĻODZE

6.7.1. KRITISKAIS ĻODZES SPĒKS

Konstanta šķēsgriezuma stieņiem kritisko Ļodzes spēku, kas darbojas stieņa gala smagumcentrā, var aprēķināt ar vispārināto Eilera formulu

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l_r^2}, \quad (6.159)$$

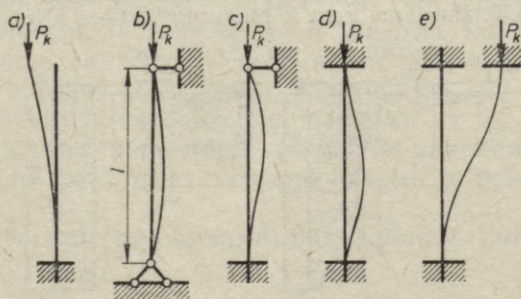
kur *E* — stieņa materiāla elastības modulis;
I — stieņa normālā šķēluma minimālais galvenais inerces moments;
l_r — stieņa reducētais garums.

$$l_r = \mu l, \quad (6.160)$$

kur *l* — stieņa faktiskais garums;
 μ — redukcijas koeficients.

Redukcijas koeficienta vērtības:

- stieņa viens gals iespilēts, otrs — brīvs (6.71. zīm. *a*), $\mu = 2$;
- stieņa abos galos šarnīri (6.71. zīm. *b*), $\mu = 1$;
- stieņa viens gals iespilēts, otrā galā šarnīrs (6.71. zīm. *c*), $\mu = 0,71$;
- stieņa abi gali iespilēti (6.71. zīm. *d*), $\mu = 0,5$;
- stieņa abi gali iespilēti; viens gals var pārvietoties, bet nevar pagriezties (6.71. zīm. *e*), $\mu = 1$.



6.71. zīm. Stieņu galu atbalstīšanas veidi Ļodzē

Stieņa reducētais slaidums

$$\lambda_r = \frac{l_r}{i}, \quad (6.161)$$

kur i — stieņa normālā šķēluma minimālais inerces rādiuss,

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}}. \quad (6.162)$$

Kritiskais lodzes spriegums

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_r^2}. \quad (6.163)$$

Stieņa reducētais robežslaidums

$$\lambda_{rob} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}}. \quad (6.164)$$

Eilera formulas derīguma nosacījums

$$\lambda_r \geq \lambda_{rob}. \quad (6.165)$$

Ja stieņa reducētais slaidums ir mazāks par robežslaidumu ($\lambda_r < \lambda_{rob}$), tad kritisko spriegumu tērauda, dūralumīnija un koka stieņiem rēķina ar Tetmajera un Jasinska empīrisko formulu

$$\sigma_k = a - b\lambda_r \quad (6.166)$$

un kritisko lodzes spēku — ar formulu

$$P_k = F(a - b\lambda_r). \quad (6.167)$$

Koeficientu a , b un robežslaiduma vērtības sakopotas 6.10. tabulā.

Čuguna Č412-28, Č415-32 stieņiem, kuru slaidums $\lambda_r < 80$, kritisko lodzes spriegumu aprēķina ar formulām

$$\sigma_k = 7760 - 12\lambda_r + 0,53\lambda_r^2 \text{ kG/cm}^2, \quad (6.168)$$

$$\sigma_k = 761 - 1,17\lambda_r + 0,052\lambda_r^2 \text{ MN/m}^2. \quad (6.169)$$

6.7.2. IZMĒRU APRĒĶINĀŠANA ĻODZE

Stieņa šķērsgriezuma laukumu aprēķina ar formulu

$$F = \frac{P}{\varphi[\sigma]}, \quad (6.170)$$

kur P — faktiskais spiedes spēks;

$[\sigma]$ — pieļaujamais spiedes spriegums parastā spiedē (īsiem stieņiem);

φ — lodzes (pieļaujamā sprieguma samazināšanas) koeficients.

Celtniecībā lietotās lodzes koeficienta vērtības sakopotas 6.11. tabulā, bet pieļaujamie spriegumi parastā spiedē — 6.12. tabulā.

6.10. tabula. Tetmajera un Jasinska formulas koeficienti a , b un robežslaidums λ_{rob}

Materiāls	a , kG/cm ²	b , kG/cm ²	a , MN/m ²	b , MN/m ²	λ_{rob}
Tērauds Ст. 2	2500	6,68	245,2	0,655	105
Tērauds Ст. 3	3100	11,4	304,0	1,12	100
Tērauds 20; Ст. 4	3430	14,2	336,4	1,39	95
Tērauds Ст. 5; 35Л	3480	14,2	341,3	1,39	90
Tērauds 14Г2; 15ГС; 14ХГС; 15ХСНД	4690	26,2	459,9	2,57	85
Tērauds 35; 45Л	4200	20,0	411,9	1,96	90
Tērauds 45	5890	38,2	577,6	3,75	85
Tērauds 50; 55Л	4130	12,5	405,0	1,23	82
Tērauds 30ХМА; 35ХМФА; 30ГСА; 40ХНМА ($\sigma_b =$ $= 10\ 000 \dots 11\ 000$ kG/cm ² , $\sigma_{0,2} = 8500$ kG/cm ²)	10000	54,0	980,7	5,30	55
Dūralumīnijs Д16Т ($\sigma_{0,2} =$ $= 3000$ kG/cm ²)	4000	33,3	392,3	3,27	60
Dūralumīnijs Д6Т ($\sigma_{0,2} =$ $= 2800$ kG/cm ²)	2900	22,8	284,4	2,24	80
Priede, egle	293	1,94	28,7	0,190	70

6.11. tabula. Ļodzes koeficients φ

Slaidums λ_r	Tērauds			Čuguns		Dūr- alumīnijs Д 16 Т	Koks
	Ст.3 Ст.4	Ст.5	14 Г2 15 ГС 10 Г 2С 10 Г 2СД 15 ХСНД	ЧЧ 12-28 ЧЧ 15-32 ЧЧ 18-36 ЧЧ 21-40	ЧЧ 24-44 ЧЧ 28-48		
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,000	1,00
10	0,99	0,98	0,98	0,97	0,95	0,999	0,99
20	0,97	0,96	0,95	0,91	0,87	0,998	0,97
30	0,95	0,93	0,92	0,81	0,75	0,835	0,93
40	0,92	0,90	0,89	0,69	0,60	0,700	0,87
50	0,89	0,85	0,84	0,57	0,43	0,568	0,80
60	0,86	0,80	0,78	0,44	0,32	0,455	0,71
70	0,81	0,74	0,71	0,34	0,23	0,353	0,61
80	0,75	0,67	0,63	0,26	0,18	0,269	0,49
90	0,69	0,59	0,54	0,20	0,14	0,212	0,38
100	0,60	0,50	0,46	0,16	0,12	0,172	0,31
110	0,52	0,43	0,39	—	—	0,142	0,25
120	0,45	0,37	0,33	—	—	0,119	0,22
130	0,40	0,32	0,29	—	—	0,101	0,18
140	0,36	0,28	0,25	—	—	0,087	0,16
150	0,32	0,25	0,23	—	—	0,076	0,14
160	0,29	0,23	0,21	—	—	—	0,12
170	0,26	0,21	0,19	—	—	—	0,11
180	0,23	0,19	0,17	—	—	—	0,10
190	0,21	0,17	0,15	—	—	—	0,09
200	0,19	0,15	0,13	—	—	—	0,08
210	0,17	0,14	0,12	—	—	—	—
220	0,16	0,13	0,11	—	—	—	—

6.12. tabula. Pieļaujамie spiedes spriegumi

Materiāls	kG/cm ²	MN/m ²
Tērauds Ст. 3; Ст. 4	1600	156,9
Tērauds Ст. 5	1750	171,6
Tērauds 14Г2; 15ГС;	2100	205,9
10Г2СД; 15ХСНД	2100	205,9
Dūraluminijs Д16Т	1700	166,7
Čuguna lējumi		
СЧ 12-28; СЧ 15-32	1300	127,5
СЧ 18-36; СЧ 21-40	1500	147,1
СЧ 24-44; СЧ 28-48	1700	166,7
Priede, egle	100	9,81
Ozols	130	12,75

6.7.3. PIEĻAUJAMĀIS ĻODZES SPĒKS

$$[P] = \varphi[\sigma]F. \quad (6.171)$$

6.15. piemērs. Čuguna СЧ18-36 caurules ārējais diametrs $D=20$ cm, sienas biezums $\delta=3$ cm, garums $l=4$ m. Caurules gali atbalstās pret plāknēm. Aprēķināt pieļaujamo lodzes spēku.

Atrisinājums. Caurules normālā šķēluma laukums un galvenais inerces moments

$$F = 160 \text{ cm}^2, \quad I = 5968 \text{ cm}^4.$$

Inerces rādiuss

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{5968}{160}} = 6,11 \text{ cm}.$$

Reducētais garums

$$l_r = \mu l = 1 \cdot 4 = 4 \text{ m}.$$

Caurules reducētais slaidums

$$\lambda_r = \frac{l_r}{i} = \frac{4}{0,0611} = 65,5.$$

Ļodzes koeficientu dabūjam no 6.11. tabulas interpolējot

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_r = 60, \quad \varphi = 0,44 \\ \lambda_r = 70, \quad \varphi = 0,34 \end{array} \right\} \lambda_r = 65,5, \quad \varphi = 0,385.$$

Pieļaujамais lodzes spēks

$$[P] = \varphi[\sigma]F = 0,385 \cdot 147,1 \cdot 10^6 \cdot 160 \cdot 10^{-4} = 906,1 \cdot 10^3 \text{ N} = 906,1 \text{ kN} = 92,4 \text{ T}.$$

6.16. piemērs. Kolonna izveidota no diviem standartizētiem U profila stieņiem (6.72. zīm. a), kas ar uzliktņiem cieši savienoti (6.72. zīm. b), un noslogota spiedē ar spēku $P=650$ kN. Aprēķināt U profila izmērus, novietošanas attālumu a un uzliktņu attālumu h , ja kolonnas garums $l=7,6$ m un tās gali brīvi atbalstās uz plāknēm. Kolonnas materiāls Ст. 3. Pieļaujамais spiedes spriegums $[\sigma]=160$ MN/m².

Atrisinājums. Izmēru aprēķināšanai izlietojam formulu (6.170), kas satur divus nezināmos lielumus: F un φ . Uzdevumu atrisinām ar pakāpeniskas tuvināšanas paņēmieni.

Pirmajā tuvinājumā pieņemam $\varphi_1 = 0,5$, tad

$$F_1 = \frac{P}{\varphi_1[\sigma]} = \frac{650 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 81,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 81,2 \text{ cm}^2.$$

Viena stieņa šķērsriezuma laukums $f_1 = \frac{1}{2} F_1 = 40,6 \text{ cm}^2$. No 6.4. tabulas tam atbilst *U* profils Nr. 30 ar inerces rādiusu $i_x = 12,0 \text{ cm}$.

Kolonnas reducētais slaidums

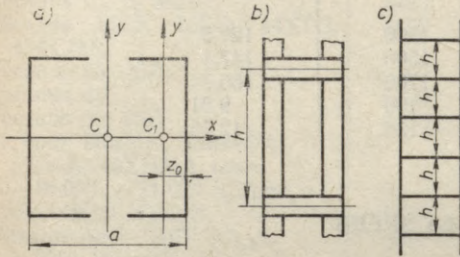
$$\lambda_r = \frac{l_r}{i_x} = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{1 \cdot 7,6}{0,12} = 63,3.$$

No 6.11. tabulas interpolējot dabūjam aprēķinātajam slaidumam atbilstošo lodzes koeficientu $\varphi'_1 = 0,844$. Sākumā pieņemtais φ_1 ievērojami atšķiras (vairāk par 5%) no aprēķinātā φ'_1 , tādēļ aprēķinu turpinām.

Otrais tuvinājums

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi'_1) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (0,5 + 0,844) = 0,672$$



6.72. zīm. Kolonnas aprēķins lodzē

$$F_2 = \frac{P}{\varphi_2[\sigma]} = \frac{650 \cdot 10^3}{0,672 \cdot 160 \cdot 10^6} = 60,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 60,4 \text{ cm}^2,$$

$$f_2 = \frac{1}{2} F_2 = 30,2 \text{ cm}^2. \quad U \text{ Nr. 24 ar } i_x = 9,73 \text{ cm}.$$

Reducētais slaidums un lodzes koeficients

$$\lambda_r = \frac{1 \cdot 7,6}{9,73 \cdot 10^{-2}} = 78,1, \quad \varphi'_2 = 0,761.$$

Trešais tuvinājums

$$\varphi_3 = \frac{1}{2} (\varphi_2 + \varphi'_2) = \frac{1}{2} \cdot (0,672 + 0,761) = 0,716.$$

$$F_3 = \frac{P}{\varphi_3[\sigma]} = \frac{650 \cdot 10^3}{0,716 \cdot 160 \cdot 10^6} = 56,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 56,7 \text{ cm}^2,$$

$$f_3 = \frac{1}{2} F_3 = 28,35 \text{ cm}^2, \quad U \text{ Nr. 22a, } \varphi'_3 = 0,723.$$

Kolonnas izgatavojam no diviem *U* profiliem Nr. 22a. Vienam profilam $I_x = 2330 \text{ cm}^4$, $f = 28,8 \text{ cm}^2$.

Faktiskais spiedes spriegums

$$\sigma = \frac{P}{2f} = \frac{650 \cdot 10^3}{2 \cdot 28,8 \cdot 10^{-4}} = 1,13 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2 = 113 \text{ MN/m}^2.$$

Pieļaujama lodzes spriegums

$$[\sigma]_l = 0,723 \cdot 160 = 115,7 \text{ MN/m}^2.$$

Spriegumu atšķirība

$$\Delta\sigma\% = \frac{115,7 - 113}{115,7} \cdot 100\% = \frac{2,7 \cdot 100}{115,7} = 2,33\% < 5\%.$$

Profilu novietošanas attālumu a aprēķinām no nosacījuma, lai galvenie iner-

ces momenti saliktajam laukumam pret abām galvenajām inerces asīm C_x un C_y būtu vienādi, t. i.,

$$2I_y = 2I_x, \quad I_y = I_x.$$

Tā kā uzliktni nav absolūti cieti, bet deformējami ķermeņi, tad praktiskos aprēķinos pieņem $I_y = kI_x$, kur $k = 1,15 \dots 1,20$.

Viena profila inerces moments pret C_y asi (6.6)

$$I_y = I_{y_1} + f \left(\frac{a}{2} - z_0 \right)^2 = kI_x.$$

No pēdējās vienādības dabūjam

$$a = 2 \left(z_0 + \sqrt{\frac{kI_x - I_{y_1}}{f}} \right). \quad (6.172)$$

Pieņemot $k = 1,2$, iegūstam

$$a = 2 \cdot \left(2,46 + \sqrt{\frac{1,2 \cdot 2330 - 187}{28,8}} \right) = 2 \cdot (2,46 + 9,52) = 23,96 \text{ cm.}$$

Pieņemam $a = 24$ cm.

Attālumu h starp uzliktniem dabūjam, izlietojot celtniecības normas un noteikumus, kuros ir norādījums, ka kolonnas atsevišķa stieņa posma slaidums starp uzliktniem nedrīkst pārsniegt 40. Bez tam pieņem, ka posma gali var brīvi pagriezties, t. i., posma garuma redukcijas koeficients $\mu = 1$. Konkrētajā gadījumā viena U profila Nr. 22a mazākais inerces rādiuss $i_{y_1} = 2,55$ cm. Attālumu starp uzliktniem aprēķinām no formulas

$$\lambda_r = \frac{\mu h}{i_{y_1}}, \quad h = \frac{\lambda_r i_{y_1}}{\mu}.$$

Ierakstot skaitļus, dabūjam

$$h = \frac{40 \cdot 2,55}{1} = 102 \text{ cm.}$$

Uz kolonnas, kuras garums $l = 7,6$ m, novietojam 8 uzliktnus attālumā $h = 102$ cm. Tad vēl paliek 23 cm gari kolonnas gali balsta izveidošanai (6.72. zīm. c).

6.7.4. KRITISKAIS ĻODZES SPĒKS VĒRPĒ NOSLOGOTAM STIENIM

Ja stienim galos ir šarnīrveida balsti (6.71. zīm. b), stienis noslogots centriskā spiedē un vērpē ar konstantu vērpes momentu M_v , tad kritiskais ļodzes spēks

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} - \frac{1}{4} \frac{M_v^2}{EI}. \quad (6.173)$$

Ja $P_k = 0$, tad dabūjam kritisko vērpes momentu, pie kura stienis zaudē stabilitāti vērpē

$$M_{vk} = \frac{2\pi EI}{l}. \quad (6.173.a)$$

6.7.5. KRITISKAIS ĻODZES SPEKS AP SAVU ASI ROTEJOSAM STIENIM

Stienim ar šarnīrveida balstiem

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} - \frac{q}{g} \left(\frac{l\omega}{\pi} \right)^2, \quad (6.174)$$

kur ω (rad/s) — leņķiskais ātrums;

q (N/m) — stieņa 1 metra svars;

g (m/s²) — smagumspēka paātrinājums.

Kritiskais leņķiskais ātrums (ja $P_k=0$), kad rotējošs stienis zaudē stabilitāti:

$$\omega_k = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{g}{q} EI}. \quad (6.174.a)$$

6.7.6. STIENĀ PĀSSVARA IETEKME UZ KRITISKO ĻODZES SPEKU

Ja homogēna, vertikāla, konstanta šķērsriezuma stieņa apakšējais gals ir iespīlēts, bet augšējais brīvs (6.71. zīm. a), tad kritiskais ļodzes spēks

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} - 0,3 ql, \quad (6.175)$$

kur q (N/m) — stieņa garuma vienības svars.

Stienim ar šarnīrveida balstiem (6.71. zīm. b)

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} - 0,5 ql. \quad (6.176)$$

6.7.7. KRITISKAIS ĻODZES SPEKS STIENIM AR MAINIGU ŠĶĒRSGRIEZUMA INERCES MOMENTU

Šajā gadījumā kritiskais ļodzes spēks

$$P_k = \frac{kEI}{l^2}, \quad (6.177)$$

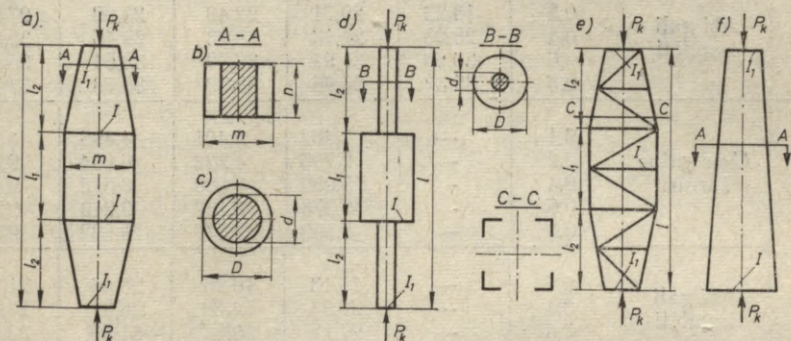
kur I ir minimālais inerces moments šķēlumam ar lielāko kontūru (6.73. zīm. a, d, e);

k — stabilitātes koeficients (atkarīgs no stieņa formas un galu atbalstīšanas veida);

l — faktiskais stieņa garums.

6.73. zīmējumā a , d un e parādītajiem stieņiem stabilitātes koeficienta vērtības sakopotas 6.13. tabulā. Var lietot arī formulas (6.159) un (6.160), kurās jāieraksta

$$\mu = \pi : \sqrt{k}.$$



6.73. zīm. Mainīga šķērsriezuma stieņu lodze

6.13. tabula. Stabilitātes koeficients k

Stienis	Balsti	$I_1 : l$	0	0,2	0,4	0,6	0,8
		$I_1 : I$	4	5	6	7	8
6.73. zīm. a un b $m \geq n$	Abos galos šarnīri	0,1	6,48	7,58	8,63	9,46	9,82
		0,2	7,01	7,99	8,90	9,63	9,82
		0,4	7,87	8,59	9,19	9,70	9,85
		0,6	8,61	9,12	9,55	9,76	9,85
		0,8	9,27	9,53	9,69	9,82	9,86
	Abi gali iespīlēti	0,2	20,36	22,36	23,42	25,44	29,00
		0,4	26,16	27,80	28,96	30,20	33,08
		0,6	31,04	32,20	32,92	33,80	35,80
		0,8	35,40	36,00	36,36	36,84	37,84
		6.73. zīm. a un b $m \leq n$	Abos galos šarnīri	0,1	5,01	6,32	7,84
0,2	6,14			7,31	8,49	9,39	9,81
0,4	7,52			8,38	9,10	9,62	9,84
0,6	8,50			9,02	9,46	9,74	9,85
0,8	9,23			9,50	9,69	9,81	9,86
Abi gali iespīlēti	0,2		18,48	20,88	22,64	23,96	27,24
	0,4		25,32	27,20	28,40	29,52	32,44
	0,6		30,72	31,96	32,72	33,56	35,60
	0,8		35,33	35,96	36,32	36,80	37,80

6.13. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8
6.73. zīm. a un c	Abos galos šarnīri	0,1	4,81	6,11	7,68	9,10	9,77
		0,2	6,02	7,20	8,42	9,38	9,80
		0,4	7,48	8,33	9,10	9,62	9,84
		0,6	8,47	9,01	9,45	9,74	9,85
		0,8	9,23	9,49	9,69	9,81	9,86
	Abi gali iespīlēti	0,2	18,23	20,71	22,49	23,80	27,03
		0,4	25,23	27,13	28,33	29,46	32,35
		0,6	30,68	31,94	32,69	33,54	35,56
		0,8	35,32	35,96	36,32	36,78	37,80
		6.73. zīm. d	Abos galos šarnīri	0,1	—	1,467	2,401
0,2	—			2,796	4,222	6,694	9,330
0,4	—			5,089	6,680	8,512	9,675
0,6	—			6,978	8,187	9,240	9,780
0,8	—			8,550	9,177	9,632	9,840
Abi gali iespīlēti	0,2		—	11,13	16,26	20,46	21,06
	0,4		—	20,24	24,89	26,31	27,47
	0,6		—	27,71	30,62	31,09	32,46
	0,8		—	34,02	35,31	35,44	36,37
	6.73. zīm. e		Abos galos šarnīri	0,1	5,40	6,67	8,08
0,2		6,37		7,49	8,61	9,44	9,81
0,4		7,61		8,42	9,15	9,63	9,84
0,6		8,51		9,04	9,48	9,74	9,85
0,8		9,24		9,50	9,69	9,82	9,86
Abi gali iespīlēti		0,2	18,94	21,25	22,91	24,29	27,67
		0,4	25,54	27,35	28,52	29,69	32,59
		0,6	30,79	32,02	32,77	33,63	35,64
		0,8	35,35	35,97	36,34	36,80	37,81
		6.73. zīm. f un c	Abos galos šarnīri	$I_1 : I_k$	0,1	0,2	0,4
$b/m < n$	4,67			5,41	6,78	7,78	8,85
$I_1 : I_k$	0,1			0,2	0,4	0,6	0,8
$b/m \leq n$	3,24			4,52	6,28	7,64	8,83
$I_1 : I_k$	0,1			0,2	0,4	0,6	0,8
c	3,12			4,41	6,24	7,64	8,83

Piezīme. Stienim ar nokāpēm (6.73. zīm. d) 6.13. tabulā uzrādītās stabilitātes koeficienta vērtības lietojamas arī citu šķērsgriezumu gadījumā.

6.8. DINAMISKIE NOSLOGOJUMI

Dinamiskos noslogojumus iedala šādās grupās:

- 1) ķermeņu paātrināta kustība,
- 2) ķermeņu trieciens,
- 3) elastīgās svārstības.

Aplūkosim pirmos divus dinamisko noslogojumu veidus.

6.8.1. ĶERMEŅA PAĀTRINĀTA KUSTĪBA

6.8.1.1. Vispārīgi jēdzieni

Parastākos ķermeņa paātrinātas kustības gadījumos atsevišķo daļu paātrinājumus varam aprēķināt ar kinemātikā aplūkotām metodēm. Paātrinātā kustībā rodas inerces spēki. To skaitlisko vērtību dabūjam, reizinot ķermeņa daļiņas masu ar šīs daļiņas paātrinājumu. Inerces spēks darbojas pretēji paātrinājuma virzienam, un tā darbības taisne iet caur attiecīgās daļiņas smagumcentru.

Ja spēkiem, kas darbojas uz ķermeni (ieskaitot balstu reakcijas), pieliek ķermeņa inerces spēkus, tad (saskaņā ar D'alambēra principu) var pieņemt, ka ķermenis atrodas mierā, un spriegumu (deformāciju) aprēķināšanai lietot iepriekšējās, dažādos noslogojumos iegūtās formulas, ierakstot tajās ne tikai uz ķermeni darbojošos spēkus, bet arī ķermeņa inerces spēkus. Spriegumus, kur ievēroti ķermeņa inerces spēki, sauc par dinamiskiem spriegumiem.

6.8.1.2. Parastākie ķermeņa paātrinātas kustības gadījumi

Spriegumi paātrinātā virzes kustībā

Ja ķermenis kustas paātrināti vertikālā virzienā uz augšu (6.74. zīm. *a*), tad ķermenim piestiprinātā trosē darbojas dinamiskais stiepes spriegums

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st}, \quad (6.178)$$

kur k_d — dinamiskais koeficients;

σ_{st} — statiskais spriegums trosē no trosēi piekārtā ķermeņa un troses svara.

Minētos lielumus var aprēķināt ar formulām

$$k_d = 1 + \frac{a}{g}, \quad (6.179)$$

$$\sigma_{st} = \frac{Q + G}{F}, \quad (6.180)$$

kur a — ķermeņa paātrinājums;

g — smagumspēka paātrinājums;

Q — ķermeņa svars;

G — troses svars;

F — troses šķērsriezuma laukums.

Ja $a = 0$ (vienmērīga kustība), tad $k_d = 1$ un $\sigma_d = \sigma_{st}$.

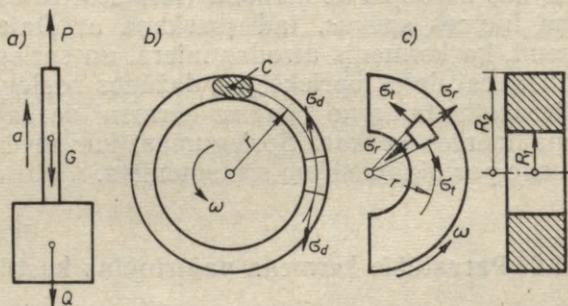
Ja $a = g$, tad $k_d = 2$ un $\sigma_d = 2\sigma_{st}$.

Kustībā uz leju paātrinājums a formulā (6.179) jāieraksta ar mīnusa zīmi.

Spriegumi rotējošā plānsienas cilindrā (maza šķērsriezuma gredzenā) (6.74. zīm. b)

$$\sigma_d = \frac{\gamma}{g} v^2, \quad (6.181)$$

kur γ — rotējošās detaļas tilpumvienības svars,
 $v = r\omega$ — gredzena šķērsriezuma smagumcentra C aploces ātrums,
 ω — leņķiskais ātrums.



6.74. zīm. Ķermeņi paātrinātā kustībā

Spriegumi rotējošā biezās sienas cilindrā (gredzenā) (6.74. zīm. c)

Normālais spriegums radiālā virzienā

$$\sigma_r = \frac{3+\mu}{8} \frac{\gamma}{g} \omega^2 \left[R_1^2 + R_2^2 - r^2 - R_1^2 R_2^2 \cdot \frac{1}{r^2} \right]. \quad (6.182)$$

Normālais spriegums aploces pieskares virzienā

$$\sigma_t = \frac{3+\mu}{8} \frac{\gamma}{g} \omega^2 \left[R_1^2 + R_2^2 - \frac{1+3\mu}{3+\mu} r^2 + R_1^2 R_2^2 \cdot \frac{1}{r^2} \right], \quad (6.183)$$

kur ω — rotējošā gredzena leņķiskais ātrums, μ — Puasona koeficients.

Maksimālais radiālais spriegums ir rādiusa vērtībai

$$r = r_0 = \sqrt{R_1 R_2},$$

$$\sigma_{r \max} = \frac{3+\mu}{8} \frac{\gamma}{g} (R_2 - R_1)^2 \omega^2. \quad (6.184)$$

Maksimālais spriegums pieskares virzienā ir cilindra iekšpusē, kad $r = R_1$. Sprieguma vērtība šeit ir

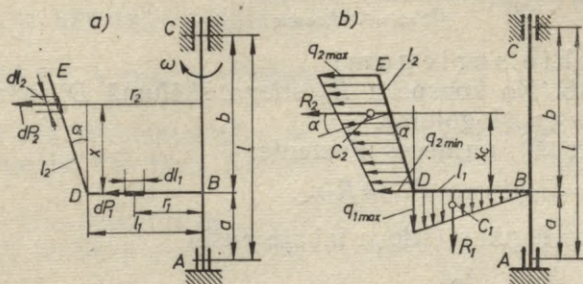
$$\sigma_{t \max} = \frac{\gamma}{4g} \omega^2 [(1-\mu) R_1^2 + (3+\mu) R_2^2]. \quad (6.185)$$

Izturības nosacījums

$$\sigma_{i \max} \leq [\sigma].$$

Spriegumi rotējošā saliktas formas detaļā (6.75. zīm. a)

Vertikālam stienim AC punktā B piestiprināts horizontāls stienis BD un tā galā D slīpi novietots stienis DE . Visu stieņu ass atrodas vienā plaknē. Stieņu sistēma rotē ap vertikālā stieņa AC asi ar konstantu leņķisko ātrumu ω . Noteiksim maksimālos dinamiskos



6.75. zīm. Salikta ķermeņa paātrināta kustība

spriegumus atsevišķos stieņos. Stieņu garumi un šķērsriezumu laukumi: $BD=l_1$, F_1 ; $DE=l_2$, F_2 ; $AC=l$. Stieņa AC inerces spēkus neievērosim.

Tā kā leņķiskais ātrums ω ir konstants, tad darbojas tikai normālais paātrinājums, kas vērsts uz rotācijas asi, tādēļ elementāro daļiņu dl_1 un dl_2 inerces spēki dP_1 un dP_2 vērsti prom no rotācijas ass. Šo spēku skaitliskās vērtības:

$$dP_1 = dm_1 a'_n = \frac{\gamma}{g} F_1 dl_1 \cdot r_1 \omega^2; \quad dP_2 = dm_2 a''_n = \frac{\gamma}{g} F_2 dl_2 \cdot r_2 \omega^2.$$

Izkliedētie inerces spēki

$$q_1 = \frac{dP_1}{dl_1} = \frac{\gamma}{g} F_1 \omega^2 r_1; \quad q_2 = \frac{dP_2}{dl_2} = \frac{\gamma}{g} F_2 \omega^2 r_2, \\ 0 \leq r_1 \leq l_1, \quad r_2 = l_1 + x \operatorname{tg} \alpha, \quad 0 \leq x \leq l_2 \cos \alpha.$$

Redzam, ka izkliedētie inerces spēki mainās lineāri. Ja $r_1=0$, tad $q_1=0$; ja $r_1=l_1$, tad $q_{1 \max} = \frac{\gamma}{g} F_1 \omega^2 l_1$. Ja $x=0$, tad $q_{2 \min} = \frac{\gamma}{g} F_2 \omega^2 l_1$; ja $x=l_2 \cos \alpha$, tad

$$q_{2 \max} = \frac{\gamma}{g} F_2 \omega^2 (l_1 + l_2 \sin \alpha).$$

Izkliedētie inerces spēki q_1 un q_2 darbojas perpendikulāri rotācijas asij AC . To grafiskais attēls redzams 6.75. zīmējumā *b*

(q_1 pagriezts par 90°). Uzlūkojot izkliedētos inerces spēkus kā stieņu sistēmas noslogojumu, varam aprēķināt dinamiskos spriegumus.

Izkliedētos spēkus aizstājam ar koncentrētiem spēkiem R_1 un R_2 , kuru skaitliskās vērtības vienādas ar izkliedēto spēku epīras laukumiem un spēku darbības taisnes iet caur laukumu smagumcentriem C_1 un C_2 .

$$R_1 = \frac{1}{2} q_1 \max l_1; \quad R_2 = \frac{1}{2} (q_2 \min + q_2 \max) l_2 \cos \alpha,$$

$$x_C = \frac{l_2 \cos \alpha}{3} \cdot \frac{q_2 \min + 2q_2 \max}{q_2 \min + q_2 \max}.$$

Dinamiskie spriegumi

Stienis DE. No kopspēka R_2 stieņa šķēlumā D rodas saliktais stiepēs un lieces noslogojums.

Aksiālais spēks un lieces moments:

$$N_D = R_2 \sin \alpha, \quad M_D = R_2 x_C.$$

Maksimālais spriegums (stieņa labajā pusē)

$$\sigma_D = \frac{N_D}{F_2} + \frac{M_D}{W_2}.$$

Stienis BD. No kopspēka R_1 šķēlumā B rodas stiepe, bet no kopspēka R_2 — stiepe un liece.

Aksiālais spēks un lieces moments:

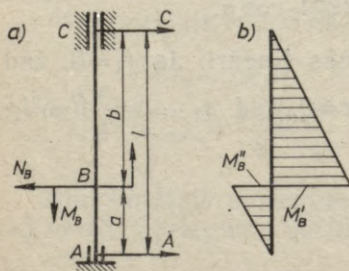
$$N_B = R_1 + R_2, \quad M_B = R_2 x_C.$$

Maksimālais spriegums (stieņa augšējā pusē)

$$\sigma_B = \frac{N_B}{F_1} + \frac{M_B}{W_1}.$$

Stienis AC. Stieņa AC punktā B iedarbojas koncentrēts spēks $N_B = R_1 + R_2$ un spēkpāra moments $M_B = R_2 x_C$. Vertikālais stienis ir noslogots liecē (6.76. zīm. a).

Gultņu A un C dinamiskās reakcijas aprēķinām ar līdzsvara vienādojumiem $\Sigma M_{iA} = 0$, $\Sigma M_{iB} = 0$:



6.76. zīm. Noslogojums paātrinātā kustībā

$$C = \frac{a}{l} N_B + \frac{M_B}{l};$$

$$A = \frac{b}{l} N_B - \frac{M_B}{l}.$$

Lieces momenti šķēlumā B :

$$M'_B = Cb = \frac{ab}{l} N_B + \frac{b}{l} M_B$$

(posmā BC),

$$M''_B = Aa = \frac{ab}{l} N_B - \frac{a}{l} M_B$$

(posmā AB).

Lieces momenta epīra redzama 6.76. zīmējumā *b*.
Dinamiskais spriegums

$$\sigma_B = \frac{M'_B}{W}.$$

Stieņu sistēma (6.75. zīm. *b*) ir statiski noteicams rāmis, kura stieņi noslogoti ar nevienmērīgi izkliedētiem inerces spēkiem q_1 un q_2 . Deformācijas varam aprēķināt ar Mora integrāli.

6.8.2. ĶERMEŅU TRIECIENS

6.8.2.1. Vispārīgi jēdzieni

Elementārā triecienteorija pamatojas uz šādiem pieņēmumiem:

a) ķermenis, kas rada triecienu, nedeformējas (tā deformācijas neievēro);

b) otra triecienķermeņa deformācijas ir elastīgas un aprēķināmas tāpat kā statiskā noslogojumā no triecienspēka ķermeņu saskaršanās vietā;

c) kinētiskā enerģija (ķermenim, kas rada triecienu) vienāda ar deformētā ķermeņa potenciālo enerģiju;

d) trieciens ir plastisks, t. i., trieciena procesā ķermeņi viens no otra neatdalās.

Pamatojoties uz minētajiem pieņēmumiem, dinamiskos spriegumus un dinamiskās deformācijas var aprēķināt ar formulām

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st}; \quad \tau_d = k_d \tau_{st}; \quad \Delta_d = k_d \Delta_{st}, \quad (6.186)$$

kur k_d — dinamiskais koeficients;

σ_{st} , τ_{st} — normālais un tangenciālais statiskais spriegums, kas rodas no spēka statiskas iedarbības;

Δ_{st} — statiskā deformācija.

6.8.2.2. Parastākie ķermeņa trieciena gadījumi

Ķermeņa aksiālais trieciens (6.77. zīm. a)

No augstuma H deformējamam ķermenim K_1 , kura svars ir G , uzkrīt nedeformējams ķermenis K_2 , kura svars ir Q , un rada aksiālo triecienu (triecienspēks darbojas ķermeņa K_1 ass virzienā).

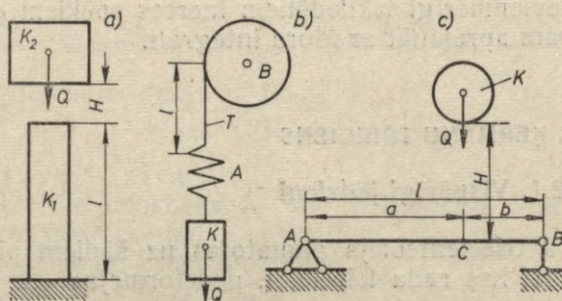
Dinamisko spriegumu un dinamisko deformāciju var aprēķināt ar formulām (6.186), ierakstot tajās

$$\sigma_{st} = \frac{Q}{F}; \quad \Delta_{st} = \frac{Ql}{EF};$$

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{n\Delta_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{ng\Delta_{st}}}, \quad (6.187)$$

kur v_0 — ķermeņa K_2 ātrums pirms trieciena;
 g — smagumspēka paātrinājums;
 n — triecienķermeņu svara (masas) ietekmes koeficients.

$$n = 1 + s \frac{G}{Q}, \quad (6.188)$$



6.77. zīm. Ķermeņu trieciens

kur lieluma s vērtība atkarīga no deformējamā ķermeņa formas un noslogojuma veida.

Konkrētajā gadījumā $s = \frac{1}{3}$.

Aksiālais trieciens trosē (6.77. zīm. b)

Ar atsperi A trosē T piestiprināts ķermenis K , kura svars ir Q . Ķermeni nolaižot, tas kustas ar ātrumu v_0 . Ar bremzi B kustību apturot, troses šķērssgriezumā rodas dinamiskais spriegums un dinamiskā deformācija (6.186).

Statisko spriegumu, statisko deformāciju un dinamisko koeficientu var aprēķināt ar formulām

$$\sigma_{st} = \frac{Q}{F}; \quad \Delta_{st} = \frac{Ql}{EF} + \frac{Q}{c}; \quad k_d = 1 + \sqrt{\frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}, \quad (6.189)$$

kur c — atsperes stinguma koeficients (6.118).

Lieces trieciens (6.77. zīm. c)

Uz siju AB , kuras svars ir G , punktā C no augstuma H uzkrīt ķermenis K , kura svars ir Q , un rada sijas lieces triecienu.

Sijas statiskā izliece punktā C no spēka Q statiskās iedarbības un statiskais lieces spriegums ir

$$\Delta_{st} = \frac{1}{3} \frac{Ql^3}{EI} \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(\frac{b}{l}\right)^2; \quad \sigma_{st} = \frac{M}{W}; \quad M = \frac{ab}{l} Q. \quad (6.190)$$

Dinamiskais koeficients nosakāms ar formulām (6.187) un (6.188), kur

$$s = \frac{1}{105} \left[1 + 2 \left(1 + \frac{l^2}{ab} \right)^2 \right]. \quad (6.191)$$

Dinamiskās deformācijas un sprieguma aprēķināšanai izlietojam formulas (6.186).

Ja trieciens rodas iespīlētas sijas (konsolsijas) brīvajā galā, tad

$$\Delta_{st} = \frac{Ql^3}{3EI}, \quad \sigma_{st} = \frac{M}{W}, \quad M = Ql, \quad s = \frac{33}{140}. \quad (6.192)$$

Analogi jārikojas arī gadījumos, kad deformējamam ķermenim (ķermeņu sistēmai) ir komplicētāka forma: jāaprēķina statiskā deformācija trieciena vietā, statiskais spriegums un dinamiskais koeficients. Tad var aprēķināt dinamisko spriegumu un deformāciju (6.186).

Iepriekšējos piemēros triecienspēka un deformācijas virziens sakrīt ar smagums spēka darbības virzienu. Tas ir vertikālais trieciens. Horizontālam triecienam (piemēram, vagonu buferu trieciens) dinamisko koeficientu aprēķina ar formulu

$$k_d = \sqrt{\frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}. \quad (6.193)$$

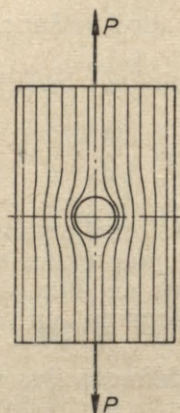
6.9. VIETĒJIE SPRIEGUMI

Dažkārt konstrukciju atsevišķās vietās rodas spriegumi, kas ievērojami lielāki par apkārtējiem spriegumiem. Maksimālajiem spriegumiem ir vietējs raksturs, tie ātri samazinās, attālinoties no maksimuma vietas. Tāpēc šos spriegumus sauc par *vietējiem spriegumiem*. To noteikšana ir komplicēta, to veic ar elastības teorijas metodēm vai arī eksperimentāli. Vietējos spriegumus iedala koncentrācijas spriegumos un kontaktspriegumos.

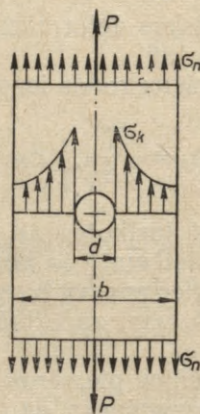
6.9.1. KONCENTRĀCIJAS SPRIEGUMI

Koncentrācijas spriegumi rodas ķermeņa šķēluma straujas maiņas vietās. Koncentrācijas spriegumus var uzskatāmi attēlot ar t. s. *spēka līnijām*. Ja spēka līnijas ir vienādos atstatumos viena no otras, tad spriegums vienmērīgi sadalīties šķēlumā; ja atstatumi ir dažādi, tad spriegums sadalīties nevienmērīgi. 6.78. zīmējumā parādīts spēka līniju sadalījums stieptajā plāksnē ar caurumu. Apejot caurumu, spēka līnijas saspiežas; šeit spriegums koncentrējas (6.79. zīm.). Zināmā attālumā no cauruma spēka līnijas iet paralēli vienādos

atstatumos; šeit vairs nav sprieguma koncentrācijas. Spēka līniju plūsmas aina līdzīga šķidrums strūkliņu plūsmai kanālā, kura vidū novietots stabs, kas izraisa strūkliņu novirzi un koncentrēšanos. Ar šo t. s. *hidrodinamisko analogiju* dažkārt ērti kvalitatīvi noteikt sprieguma koncentrācijas efektu sloģotā (piemēram, stieptā) ķermeņī.



6.78. zīm. Spēka līniju sadalījums stieptā plāksnē



6.79. zīm. Stiepta plāksne ar caurumu

6.9.1.1. Sprieguma koncentrācijas teorētiskais koeficients

Koncentrācijas spriegumus izteic atkarībā no t. s. nominālā sprieguma, ko dabū, pieņemot, ka spriegums sadalās pa šķēlumu bez koncentrācijas. Attiecību starp maksimālo koncentrācijas spriegumu σ_k un nominālo spriegumu σ_n sauc par sprieguma koncentrācijas teorētisko koeficientu α_σ , proti,

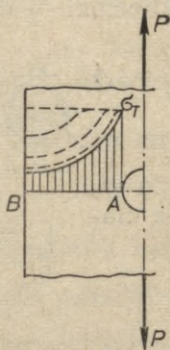
$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_k}{\sigma_n}, \text{ analogiski } \alpha_\tau = \frac{\tau_k}{\tau_n}. \quad (6.194)$$

6.9.1.2. Sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients

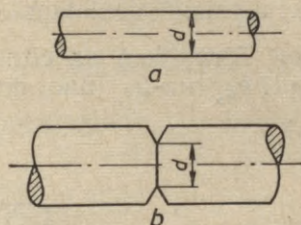
Materiālu struktūras dēļ vietējie spriegumi, kas aprēķināti ar elastības teorijas metodēm, atšķiras no faktiskajiem spriegumiem, kas rodas materiālā koncentratora tuvumā. Faktiskos koncentrācijas spriegumus nosaka t. s. *sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients*. Kā rāda eksperimenti, šis koeficients ir mazāks par sprieguma koncentrācijas teorētisko koeficientu.

Sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients atkarīgs no slozdes iedarbības veida. *Statiskā noslodzē* sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients norāda, cik reizes koncentrators samazina ķermeņa (piemēram, detaļas) izturību resp. nestspēju. Kā rāda pieredze, plastiski materiāli, piemēram, mazoglekļa tērauds, nav jutīgi pret

sprieguma koncentrāciju, t. i., tā nesamazina nestspēju. To var parādīt piemērā ar stieptu plāksni, kurai ir caurums (6.80. zīm.). Ja slodzi pakāpeniski palielina, maksimālais spriegums, kas ir pie cauruma malas (punktā A), sasniedz tecēšanas robežu σ_T un vairāk nepalieli-



6.80. zīm. Plāksne ar caurumu, noslogota stiepē līdz tecēšanas robežai



6.81. zīm. Cilindriskis paraugs:
a — gluds, b — ar smailu rievu (koncentratoru)

nās, jo materiāls sāk tecēt. Spriegums pakāpeniski pieaug līdz σ_T arī pārējās šķēluma vietās, kur tas bija mazāks. Plāksnes nestspēja būs sasniegta tad, kad tecēšana iestāsies visā šķēlumā BA (6.80. zīmējumā parādīta plāksnes viena puse; analogiska aina ir plāksnes otrā pusē). Spriegums izlīdzinājies, nekādas koncentrācijas nav.

Pret sprieguma koncentrāciju nav jutīgs arī čuguns (ķets). Iemesls tam ir cits. Čuguna rupjgraudainā struktūra izraisa samērā lielus struktūras spriegumus. Salīdzinājumā ar tiem konstrukcijas formas izraisītie koncentrācijas spriegumi ir praktiski neievērojami.

Turpretim ciets oglekļa tērauds ir jutīgs pret sprieguma koncentrāciju statiskā noslodzē, it sevišķi, ja koncentratoram smaila, asa iegriezuma forma; tad izturība samazinās, sprieguma koncentrācijas efektīvā koeficienta vērtība tuvojas teorētiskā koeficienta vērtībai.

Laikā mainīgā noslodzē sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients norāda, cik reižu koncentrators samazina ķermeņa ilgzturību. Eksperimentāli šo koeficientu nosaka, salīdzinot ilgzturību gludam paraugam ar ilgzturību paraugam ar koncentratoru:

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{(\sigma_{-1})_k} \quad \text{un} \quad k_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{(\tau_{-1})_k}, \quad (6.195)$$

kur σ_{-1} , τ_{-1} — ilgzturības robežas simetriskā slodzē detaļai bez koncentratora (t. s. gludam paraugam, sk. 6.81. zīm. a) un $(\sigma_{-1})_k$, $(\tau_{-1})_k$ — tas pats detaļai ar koncentratoru (sk. 6.81. zīm. b).

Koeficientu k_{σ} un k_{τ} vērtības atkarīgas no koncentratora formas, slojuma veida (stiepe, spiede, liece, vērpe), detaļas lieluma, materiāla. Sos koeficientus nosaka eksperimentāli (sk. 6.10. apakšodaļu).

Dažu ķermeņu sprieguma koncentrācijas efektīvo koeficientu k_{σ} un k_{τ} vērtības

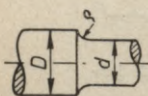
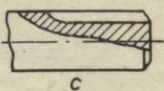
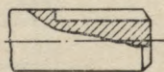
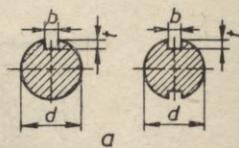
Cilindrisks ķermenis (piemēram, vārpsta) ar nokāpi (6.82. zīm.)

Lieces noslodzei k_{σ_0} vērtības diametru attiecībai $\frac{D}{d}=2$ un vērpes

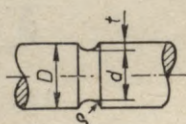
noslodzei k_{τ_0} vērtības diametru attiecībai $\frac{D}{d}=1,4$

dotas 6.14. tabulā dažādām $\frac{Q}{d}$ attiecībām un σ_b

vērtībām. Tēraudiem ar citu izturības robežu σ_b koeficienti k_{σ_0} un k_{τ_0} jānosaka interpolējot. Ja dia-



6.82. zīm.
Vārpsta ar
nokāpi



6.83. zīm. Vārp-
sta ar rievu

6.84. zīm. Vārpsta ar
vienu un divām ķīļrie-
vām (a — tekstā,
b un c — 6.18. ta-
bulā)

6.14. tabula. Lieces un vērpes sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti k_{σ_0} un k_{τ_0} vārpstai ar nokāpi

$\frac{Q}{d}$	k_{σ_0}			k_{τ_0}	
	$\sigma_b, \frac{MN}{m^2}$				
	400 ... 600	800	1200	600	1200
0	2,50	3,10	—	1,90	2,50
0,02	2,10	2,67	3,65	1,56	1,95
0,04	1,88	2,34	3,00	1,42	1,70
0,06	1,72	2,08	2,57	1,32	1,55
0,08	1,60	1,90	2,33	1,25	1,45
0,10	1,51	1,75	2,15	1,20	1,35
0,15	1,32	1,52	1,80	1,12	1,25
0,20	1,23	1,32	1,65	1,10	1,20
0,25	1,16	1,22	1,48	1,08	1,16
0,30	1,13	1,14	1,40	1,07	1,15
0,40	1,10	1,06	1,25	1,06	1,14

6.15. tabula. Korekcijas koeficienti ξ_{σ} un ξ_{τ} vārpstai ar nokāpi

$\frac{D}{d}$	1,00	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,14	1,16	1,18
ξ_{σ}	0	0,08	0,15	0,20	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,42
ξ_{τ}	0	0,10	0,20	0,28	0,36	0,43	0,49	0,54	0,60	0,64

metru attiecība $\frac{D}{d} < 2$ (liecē) un $\frac{D}{d} < 1,4$ (vērpē), tad k_{σ} un k_{τ} jāaprēķina pēc formulām

$$k_{\sigma} = 1 + \xi_{\sigma}(k_{\sigma_0} - 1) \quad \text{un} \quad k_{\tau} = 1 + \xi_{\tau}(k_{\tau_0} - 1), \quad (6.196)$$

kur korekcijas koeficienti ξ_{σ} un ξ_{τ} jāņem no 6.15. tabulas.

Cilindriskš ķermenis (piemēram, vārpsta) ar riņķveida rievu (6.83. zīm.)

Lieces noslodzei k_{σ_0} vērtības un vērpes noslodzei k_{τ_0} vērtības attiecībai $\frac{t}{\rho} = 1$ dotas 6.16. tabulā. Tēraudiem ar citu σ_b koeficienti

k_{σ_0} un k_{τ_0} jānosaka interpolējot. Ja attiecība $\frac{t}{\rho} \neq 1$, tad k_{σ} un k_{τ} jāaprēķina pēc formulām

$$k_{\sigma} = 1 + \xi(k_{\sigma_0} - 1) \quad \text{un} \quad k_{\tau} = 1 + \xi(k_{\tau_0} - 1), \quad (6.197)$$

kur korekcijas koeficients ξ jāņem no 6.17. tabulas.

Vārpsta ar vienu vai divām ķīļrievām (6.84. zīm.)

Lieces noslodzei k_{σ} vērtības un vērpes noslodzei k_{τ} vērtības dotas 6.18. tabulā. Nominālspriegumi vārpstā jānosaka vājinātā vietā, t. i., atskaitot ķīļrievas izgriezumus.

6.16. tabula. Lieces un vērpes sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti k_{σ_0} un k_{τ_0} vārpstai ar rievu

$\frac{\rho}{d}$	k_{σ_0}		k_{τ_0}	
	$\sigma_b, \frac{MN}{m^2}$			
	500	1000	500	1000
0	2,00	2,50	1,60	1,90
0,02	1,90	2,35	1,54	1,81
0,04	1,82	2,20	1,49	1,72
0,06	1,75	2,08	1,45	1,65
0,08	1,69	1,96	1,41	1,58
0,10	1,63	1,85	1,38	1,51
0,15	1,51	1,65	1,31	1,39
0,20	1,45	1,50	1,27	1,30
0,25	1,38	1,39	1,23	1,23
0,30	1,35	1,35	1,21	1,21
0,40	1,35	1,35	1,21	1,21

1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	2,00
0,45	0,52	0,58	0,64	0,69	0,79	0,87	0,92	0,96	1,00
0,69	0,80	0,88	0,95	1,00	—	—	—	—	—

6.17. tabula. Korekcijas koeficients ξ vārpstai ar rievu

$\frac{t}{d}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
ξ	0,25	0,71	0,79	0,84	0,89	0,92	0,94

Liece. Viena ķīļrieva

$$W_{neto} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} \quad (6.198)$$

Divas ķīļrievas

$$W_{neto} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d} \quad (6.199)$$

Vērpe. Viena ķīļrieva

$$W_{p\ neto} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} \quad (6.200)$$

6.18. tabula. Lieces un vērpes sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti k_σ un k_τ vārpstai ar vienu vai divām ķīļrievām

Rieva izveidota	$\frac{\sigma_b}{MN/m^2}$	400	500	600	700	800	900	1000	1200
ar gala frēzi (sk. 6.84. zīm. b)	k_σ	1,51	1,64	1,76	1,89	2,01	2,14	2,26	2,50
ar diska frēzi (sk. 6.84. zīm. c)		1,30	1,38	1,46	1,54	1,62	1,69	1,77	1,92
ar gala vai diska frēzi	k_τ	1,20	1,37	1,54	1,71	1,88	2,05	2,22	2,39

6.20. tabula. Lieces sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti,

Vārpstai uzspīlētais elements spēku vai momentu	$\left(\frac{k_\sigma}{e_\sigma}\right)_0$				
	Vārpstas				
	15	20	30	40	50
pārnes	1,88	2,05	2,40	2,70	2,92
nepārnes	1,73	1,92	2,20	2,39	2,52

0.8	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0
0,97	0,99	1,00	1,03	1,06	1,10	1,12	1,13

Divas ķīļrietas

$$W_{p \text{ neto}} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}, \quad (6.201)$$

Rievu vārpsta (6.85. zīm.)

Lieces un vērpes noslodzei k_σ un k_τ vērtības dotas 6.19. tabulā.

6.19. tabula. Lieces un vērpes sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti k_σ un k_τ rievu vārpstai

Rievas profils	$\frac{\sigma_b, \text{MN}}{\text{m}^2}$	400	500	600	700	800	900	1000	1200
Taisnstūra vai evolventas	k_σ	1,35	1,45	1,54	1,60	1,65	1,70	1,72	1,75
Taisnstūra	k_τ	2,10	2,24	2,36	2,46	2,55	2,63	2,71	2,80
Evolventas		1,40	1,43	1,46	1,49	1,52	1,55	1,57	1,60

Vārpsta ar uzspīlētu elementu

Lieces sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti (k_σ), attiecināti uz mēroga koeficientu (ϵ_σ), proti, $\left(\frac{k_\sigma}{\epsilon_\sigma}\right)_0$, doti 6.20. tabulā tēraudam

ar $\sigma_b = 500 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ un virsmas spiedei uzspīlējuma vietā $p \geq 30 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Ja

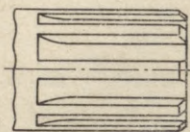
$\sigma_b \neq 500 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, tad $\left(\frac{k_\sigma}{\epsilon_\sigma}\right)_0$ jāreizina ar korekcijas koeficientu ξ' (sk.

attiecināti uz mēroga koeficientu $\left(\frac{k_\sigma}{\epsilon_\sigma}\right)_0$ vārpstai ar uzspīlētu elementu

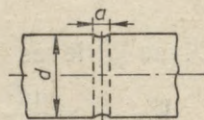
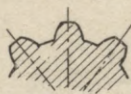
diametrs d , mm								
60	70	80	90	100	120	150	200	250
3,09	3,20	3,29	3,35	3,40	3,46	3,50	3,52	3,55
2,61	2,70	2,77	2,82	2,86	2,92	2,95	3,00	3,00

6.21. tabulu). Ja $p < 30 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, tad $\left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma}\right)_0$ jāreizina ar korekcijas koeficientu ξ'' (sk. 6.22. tabulu). Vērpei lieto formulu $\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} = 1 + 0,6 \left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} - 1\right)$.

Vārpsta ar caurumu (urbumu) (6.86. zīm.)



6.85. zīm. Rievu vārpsta



6.86. zīm. Vārpsta ar caurumu

Lieces un vērpes noslodzei k_σ un k_τ vērtības dotas 6.23. tabulā.

6.21. tabula. Izturības robežsprieguma σ_b korekcijas koeficients ξ' vārpstai ar uzspīlētu elementu

$\sigma_b, \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
ξ'	1,00	1,14	1,28	1,49	1,56	1,69	1,83	1,97

6.22. tabula. Uzspīlēšanas sprieguma p korekcijas koeficients ξ'' vārpstai ar uzspīlētu elementu

$p, \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	0	5	10	15	20	25	30
ξ''	0,64	0,73	0,81	0,88	0,94	0,98	1,00

6.23. tabula. Lieces un vērpes sprieguma koncentrācijas efektīvie koeficienti k_σ un k_τ vārpstai ar caurumu (urbumu)

Attiecība starp urbuma (a) un vārpstas (d) diametru	$\sigma_b, \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	400	500	600	700	800	900	1000	1200
$\frac{a}{d} = 0,05 \dots 0,15$	k_σ	1,86	1,91	1,96	2,02	2,07	2,13	2,18	2,29
		1,69	1,73	1,77	1,82	1,86	1,90	1,94	2,02
$\frac{a}{d} = 0,15 \dots 0,25$	k_τ	1,69	1,73	1,76	1,80	1,84	1,87	1,91	1,98

6.9.2. KONTAKTSPRIEGUMI

Ja divi ķermeņi spiež viens uz otru, tad saskarvietā jeb kontaktvietā rodas kontaktspriegumi. Kontaktspriegumu īpatnība ir tā, ka tie darbojas uz neliela laukuma un ir daudzkārt lielāki par spriegumiem pārējā ķermeņa daļā. Attālinoties no kontaktvietas, spriegumi strauji samazinās. Kontaktspriegumi rodas lodīšu un rullīšu gultņos, zobratu zobu kontaktvietās, berzes pārvados, vagonu riteņu un sliežu kontaktvietās un citur.

Kontaktspriegumus nedrīkst sajaukt ar virsmas spiedes spriegumiem, kas darbojas uz daudz lielāka laukuma un ir ievērojami mazāki par kontaktspriegumiem. Virsmas spiedes spriegumi rodas starp vārpstu un slīdgultni, starp skrūvi (tās gludo daļu) un urbumu u. tml. Virsmas spiedes spriegumi proporcionāli noslodzei, piemēram, divas reizes lielāks spēks izraisa divas reizes lielāku spriegumu. Turpretim kontaktspriegumi nav proporcionāli noslodzei, jo, noslodzei pieaugot, pieaug arī kontakta laukums. Tā, piemēram, divas reizes lielāka spēka ietekmē kontaktspriegums nebūs divas reizes lielāks, bet gan mazāks (sk. tālāk attiecīgās formulas).

6.9.2.1. Kontaktspriegumi un kontaktvirsmas ķermeņiem, kas pirms noslodzes saskaras vienā punktā

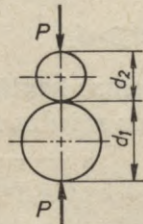
Tālāk minētajās formulās abu kontaktķermeņu materiālu elastības moduļi vienādi: $E_1 = E_2 = E$; arī Puasona koeficienti vienādi: $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0,3$. Kontaktķermeņiem no dažādiem materiāliem ($E_1 \neq E_2$, $\mu_1 \neq \mu_2$) sk. [42, 464].

Dimensijas: P (N), E ($\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$), d_1, d_2, l, a (m).

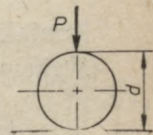
Divas lodes (6.87. zīm.). Kontaktvirsmas kontūra ir aploce, kuras rādiuss

$$a = 0,881 \sqrt[3]{\frac{P}{E} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}. \quad (6.202)$$

Piezīme. Ja $d_1 = d_2$, tad kontaktvirsmas ir plakana, ja $d_1 \neq d_2$, tad kontaktvirsmas iedobta lielākajā lodē.



6.87. zīm.
Divas lodes



6.88. zīm.
Lode un
plakne

Maksimālais spiedes spriegums kontaktvirsmas centrā

$$\sigma_{max} = 0,616 \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right)^2}. \quad (6.203)$$

Lode un plakne (6.88. zīm.)

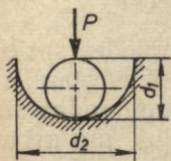
Kontaktvirsmas aploces rādiuss

$$a = 0,881 \sqrt[3]{\frac{Pd}{E}}. \quad (6.204)$$

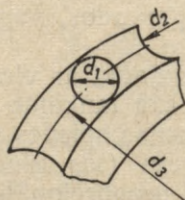
Maksimālais spiedes spriegums riņķa centrā

$$\sigma_{max} = 0,616 \sqrt[3]{\frac{PE^2}{d^2}} \quad (6.205)$$

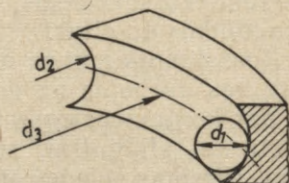
Lode un lodes čaula (6.89. zīm.)



6.89. zīm. Lode un lodes čaula



6.90. zīm. Lode un ārējais radiālais toroīds



6.91. zīm. Lode un iekšējais radiālais toroīds

Kontaktvirsmas aploces rādiuss

$$a = 0,881 \sqrt[3]{\frac{P}{E} \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1}} \quad (6.206)$$

Maksimālais spiedes spriegums riņķa centrā

$$\sigma_{max} = 0,616 \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)^2} \quad (6.207)$$

Lode un ārējais radiālais toroīds (6.90. zīm.)

$$d_3 > d_2 > d_1$$

Kontaktvirsmas kontūra ir elipse.

Maksimālais spiedes spriegums elipses centrā

$$\sigma_{max} = k \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)^2} \quad (6.208)$$

P ir normāls spēks uz lodi.

Koeficientu k atrod no 6.24. tabulas, nosakot c pēc formulas

$$c = \frac{d_3 (d_2 - d_1)}{d_2 (d_1 + d_3)}$$

Lode un iekšējais radiālais toroīds (6.91. zīm.).

$$d_3 > d_2 > d_1$$

Kontaktvirsmas kontūra ir elipse.

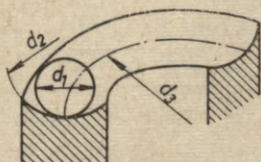
Maksimālais spiedes spriegums elipses centrā

$$\sigma_{max} = k \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)^2} \quad (6.209)$$

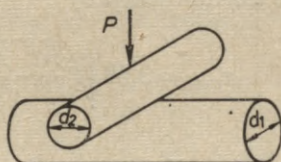
Koeficientu k nosaka no 6.24. tabulas atkarībā no

$$c = \frac{d_3(d_2 - d_1)}{d_2(d_3 - d_1)}$$

Lode un aksiālais toroīds (6.92. zīm.)



6.92. zīm. Lode un aksiālais toroīds



6.93. zīm. Cilindri ar perpendikulārām asīm

Kontaktvirsmas kontūra ir elipse.

Maksimālais spiedes spriegums elipses centrā

$$\sigma_{max} = k \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)^2} \quad (6.210)$$

Koeficientu k nosaka no 6.24. tabulas atkarībā no

$$c = \frac{d_2 - d_1}{d_2}$$

Divi cilindri ar perpendikulārām asīm (6.93. zīm.)

Kontaktvirsmas kontūra ir elipse, ja cilindru diametri ir dažādi; ja diametri vienādi, tad aploce.

Maksimālais spiedes spriegums elipses centrā

$$\sigma_{max} = k \sqrt[3]{\frac{PE^2}{d_2^2}} \quad (6.211)$$

koeficientu k nosaka no 6.24. tabulas atkarībā no $c = \frac{d_1}{d_2}$.

Ja cilindru diametri vienādi, t. i., $d_1 = d_2 = d$, tad

$$\sigma_{max} = 0,616 \sqrt[3]{\frac{PE^2}{d^2}} \quad (6.212)$$

6.24. tabula. Kontaktsprieguma koeficients k

c	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,10	0,05	0,02	0,01	0,007
k	0,616	0,636	0,667	0,700	0,743	0,780	0,830	0,900	1,10	1,27	1,54	2,05	2,90	3,60	5,10

6.9.2.2. Kontaktspriegumi un kontaktvirsmas ķermeņiem, kas pirms noslodzes saskaras pa taisni

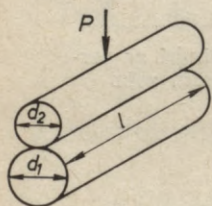
Divi cilindri ar paralēlām asīm (6.94. zīm.)

Kontaktvirsmas kontūra ir taisnstūris, kura platuma puse

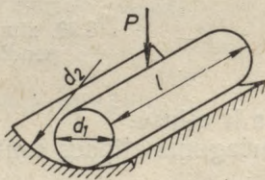
$$a = 1,08 \sqrt{\frac{P}{lE} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}. \quad (6.213)$$

Maksimālais spiedes spriegums uz taisnstūra viduslīnijas (sākotnējās kontaktlīnijas)

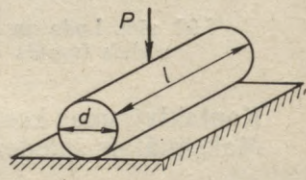
$$\sigma_{max} = 0,59 \sqrt{\frac{PE}{l} \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2}} = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{l} \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}}. \quad (6.214)$$



6.94. zīm. Cilindri ar paralēlām asīm



6.95. zīm. Cilindrs un cilindriskā čaula



6.96. zīm. Cilindrs un plakne

Cilindrs un cilindriskā čaula (6.95. zīm.)

Kontaktvirsmas kontūra ir taisnstūris, kura platuma puse

$$a = 1,08 \sqrt{\frac{P}{lE} \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1}}. \quad (6.215)$$

Maksimālais spiedes spriegums uz taisnstūra viduslīnijas

$$\sigma_{max} = 0,59 \sqrt{\frac{PE}{l} \frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2}} = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{l} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}}. \quad (6.216)$$

Cilindrs un plakne (6.96. zīm.)

Kontaktvirsmas kontūra ir taisnstūris, kura platuma puse

$$a = 1,08 \sqrt{\frac{Pd}{lE}}. \quad (6.217)$$

Maksimālais spriegums uz taisnstūra viduslīnijas

$$\sigma_{max} = 0,59 \sqrt{\frac{PE}{ld}}. \quad (6.218)$$

6.9.2.3. Kontaktķermeņu izturība

Izturības pārbaudei var rīkoties divējādi: vai nu noteikt maksimālo reducēto spriegumu $\sigma_{red\ max}$, salīdzinot to ar pieļaujamo spriegumu $[\sigma]$, vai arī maksimālo kontaktspriegumu p_{max} , salīdzinot to ar pieļaujamo $[p]$. Maksimālais reducētais spriegums ir ķermeņu iekšienē nelielā atstatumā h no kontaktpietas; piemēram, divām lodēm $h=0,47a$, $\sigma_{red\ max}=0,62 p_{max}$ (pēc trešās vai ceturrtās izturības teorijas), diviem cilindriem ar paralēlām asīm $h \approx 0,78a$, $\sigma_{red\ max}=0,60$ (pēc trešās izturības teorijas).

Maksimālais kontaktspriegums p_{max} ir ķermeņu virspusē, kur $\sigma_{red} < \sigma_{red\ max}$. Praksē biežāk lieto aprēķinu pēc maksimālajiem kontaktspriegumiem.

Dažiem materiāliem pieļaujamie kontaktspriegumi $[p]$ statistiskā noslodzē apkopoti 6.25. tabulā. $[p]$ vērtības dotas ķermeņiem, kuru sākotnējais kontakts ir taisne (piemēram, divi cilindri ar paralēlām asīm). Ja ķermeņu sākotnējais kontakts ir punkts, tad $[p]$ vērtības var palielināt 1,3... 1,4 reizes.

6.25. tabula. Pieļaujamie kontaktspriegumi $[p]$ statistiskā noslodzē

Materiāls	Izturības robeža $\sigma_b, \frac{MN}{m^2}$	Brīnļa cietība HB	Maksimāli pieļaujamais kontaktspriegums $[p]$, $\frac{MN}{m^2}$
<i>Tērauds</i>	<i>Stiepē</i>		
30	480...600	180	850...1050
40	570...700	200	1000...1350
50	630...800	230	1050...1400
50Г	650...850	240	1100...1450
15X	620...750	240	1050...1300
20X	650...800	240	1200...1450
15XΦ	1600...1800	—	1350...1600
ШХ15	—	—	3800
<i>Čuguns</i>	<i>Spiedē</i>		
C421-40	950	180...207	800...900
C424-44	1000	187...217	900...1000
C428-48	1100	170...241	1000...1100
C432-52	1200	170...241	1100...1200
C435-56	1300	197...255	1200...1300
C438-60	1400	197...255	1300...1400

Salīdzinot tabulas $[p]$ vērtības ar attiecīgā materiāla izturības robežu σ_b stiepē, redzam, ka $[p] > \sigma_b$. To var izskaidrot ar telpas spriegumstāvokli (triju virzienu spiede) ķermeņu kontaktpietas tuvumā, kura rezultātā $\sigma_{red} < p_{max} = \sigma_{max}$, piemēram, divām lodēm kontakta vietā $\sigma_{red} = 0,2 p_{max}$, divu paralēlu cilindru gadījumā $\sigma_{red} = 0,4 p_{max}$.

6.10. LAIKĀ MAINĪGIE SPRIEGUMI

6.10.1. MATERIĀLA NOGURUMS

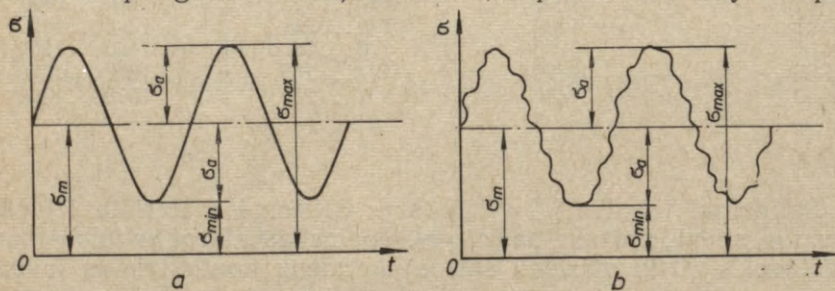
Mašīnu un arī daudzu inženierkonstrukciju elementos to darbībā rodas spriegumi, kas mainās ar laiku. Laikā mainīgos spriegumus elementā izraisa vai nu periodiski mainīgi spēki (piemēram, virzuļmašīnas klanis), vai arī elementa stāvokļa periodiska maiņa pret darbīgo spēku (piemēram, rotējoša vārpsta, uz ko noteiktā virzienā darbojas nemainīgs spēks).

Prakse rāda, ka, ja mainīgie spriegumi ilgstoši darbojas kādas mašīnas vai konstrukcijas elementā, tad var gadīties, ka tas pēkšņi sagraust pie spriegumiem, kas ievērojami mazāki par elementa materiāla izturības robežu. Šo parādību nosauca par materiāla *nogurumu*, lai gan būtībā materiāls nav noguris. Kā rādīja pārbaudes, materiāla mehāniskās īpašības nav izmainījušās. Arī materiāla struktūra nav mainījusies, tas nav palicis trauslāks, kā varētu likties, aplūkojot sagraušanas procesu; arī priekšmets no plastiska materiāla sagraust pēkšņi, bez saskatāmām paliekošām deformācijām.

Noguruma parādību, balstoties uz daudziem eksperimentiem, izskaidro šādi. Kad mainīgie spriegumi ir lielāki par dotajam materiālam atbilstošo vērtību, tad pēc zināma darbības laika materiālā rodas plaisa. Plaisa parasti rodas priekšmeta virspusē sprieguma koncentrācijas vietā vai arī materiāla defekta vietā. Plaisa pakāpeniski palielinās. Materiāla daļiņas plaisas abās pusēs beržas mainīgās noslodzes ietekmē. Kad plaisa izvērsusies tik liela, ka darbīgā šķēluma laukums palicis mazs, notiek pēkšņs lūzums. Lūzuma vietai rupjgraudaina struktūra, it kā materiāls būtu trausls. Tātad priekšmetam, kas mainīga sprieguma ietekmē sagrauis, sagraušanas vietā redzamas divas atšķirīgas joslas: vienai joslai gluda, pieslīpēta virsma (tur plaisas malas berzās viena ar otru), otrai trausla lūzuma struktūra.

6.10.2. CIKLU VEIDI

Mainīgie spriegumi mašīnu daļās svārstās starp kādu maksimālu (σ_{max}) un minimālu (σ_{min}) vērtību. Materiāla izturību praktiski neietekmē sprieguma izmaiņas likums; tāpēc 6.97. zīmējumā parā-



6.97. zīm. Ciklu veidi:

a — sinusoidāls cikls, b — nesinusoidāls cikls

ditie grafiki ir līdzvērtīgi, ja spriegumu maksimālās un minimālās vērtības ir vienādas. Praksē visbiežāk sastopas ar sprieguma sinusoīdālu maiņu atkarībā no laika (6.97. zīm. a). Viena pilna sinusoīda veido spriegumu *ciklu*. Laiks cikla veidošanai ir *periods*. Periodu vai ciklu skaits sekundē ir *frekvence*.

Pieredze rāda, ka frekvence visai plašā diapazonā neietekmē sagrūšanas procesu noguruma dēļ. Tāpēc ciklu nosaka divi pamatlīelumi: maksimālais spriegums σ_{max} un minimālais spriegums σ_{min} . Ciklu var raksturot arī ar vidējo spriegumu σ_m un sprieguma amplitūdu σ_a (6.97. zīm. a):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (6.219)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (6.220)$$

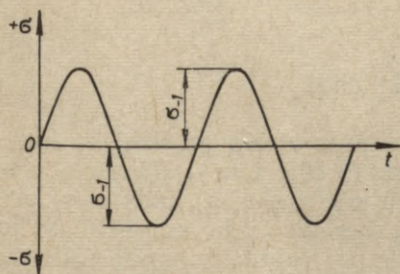
No formulām (6.219) un (6.220) izriet šādas sakarības:

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (6.221)$$

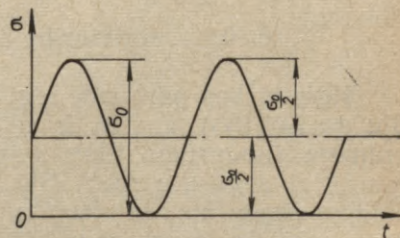
$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (6.222)$$

Cikla minimālā sprieguma attiecību pret maksimālo spriegumu sauc par *cikla asimetrijas koeficientu* jeb *cikla raksturojumu*

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (6.223)$$



6.98. zīm. Simetrisks cikls



6.99. zīm. Pulsējošs cikls

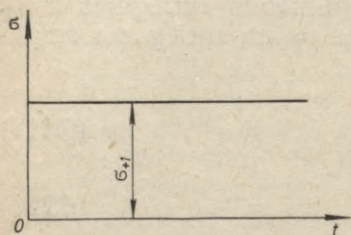
Cikls ir *simetrisks*, ja minimālais spriegums pēc absolūtās vērtības ir vienāds ar maksimālo, bet ar pretēju zīmi (6.98. zīm.); cikla raksturojums tad ir $r = -1$, maksimālā sprieguma apzīmējums σ_{-1} . Vidējais spriegums simetriskam ciklam $\sigma_m = 0$.

Cikls ir *pulsējošs*, ja minimālais spriegums ir nulle (6.99. zīm.); cikla raksturojums $r = 0$, maksimālā sprieguma apzīmējums σ_0 . Vidējais spriegums pulsējošam ciklam $\sigma_m = \frac{\sigma_0}{2}$, amplitūda $\sigma_a = \frac{\sigma_0}{2}$.

Laikā *konstantam* spriegumam $\sigma_{min} = \sigma_{max} = \sigma_m$; $\sigma_a = 0$ (6.100. zīm.). Cikla raksturojums $r = +1$, sprieguma apzīmējums σ_{+1} .

Jebkuru mainīgu spriegumu ciklu var uzlūkot kā sastāvošu no divām daļām — konstantās σ_m un simetriski mainīgās $\pm \sigma_a$, kas uzklātas viena otrai.

Visas normālspriegumiem σ uzrakstītās sakarības der arī tangenciālspriegumiem τ .



6.100. zīm. Konstants spriegums

Aprēķinot mašīnu vai konstrukciju elementus, kuros darbojas mainīgi spriegumi, materiāla izturības svarīgākais raksturotājs lielums ir noguruma jeb ilgizturības robežspriegums. Par *ilgizturības robežspriegumu*, isāk — ilgizturības robežu, sauc tādu maksimālu spriegumu, ko materiāls bez sabrukuma iztur neierobežotu ciklu skaitu.

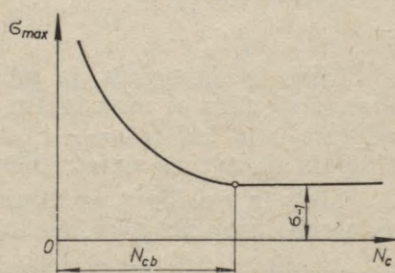
6.10.3. MATERIĀLA ILGIZTURĪBA

Eksperimentāli pētījumi rāda, ka ilgizturības robežsprieguma vērtība ir atkarīga no cikla raksturojuma. Simetriskā ciklā (sk. 6.98. zīm.) ilgizturības robeža ir vismazākā, tātad konstrukcijai visbīstamākā. Tāpēc ilgizturības pārbaudi visbiežāk veic simetriskam ciklam, arī eksperimentālā iekārta vienkārša, it īpaši tad, ja nosaka lieces ilgizturību (sk. 7.1.3. 471. lpp.).

6.10.3.1. Ilgizturība simetriskā ciklā

Ilgizturības pārbaudē iegūtos rezultātus attēlo grafišķi kā funkciju $\sigma_{max} = f(N_c)$, kur N_c ir ciklu skaits (6.101. zīm.). Kā rāda diagramma (noguruma likne), spriegumu ciklu skaits, kāds nepieciešams, lai sagrautu materiālu, ir atkarīgs no cikla amplitūdas: jo lielāka amplitūda, jo mazāks ciklu skaits vajadzīgs materiāla sagraušanai. Sprieguma amplitūdas maksimālā vērtība, pie kuras materiāls var izturēt jebkuru sprieguma ciklu skaitu, sauc par *ilgizturības robežspriegumu simetriskā ciklā* (σ_{-1}). Dažu biežāk lietotu materiālu ilgizturības robežsprieguma vērtības dotas 6.26. tabulā.

Ilgizturības robežspriegumu nosaka ne tikai mainīgā liecē, bet arī mainīgā stiepē-spiedē un vērpe. Pārbaudes mašīnas šiem noslodzes veidiem ir komplicētākas.



6.101. zīm. Noguruma likne

6.26. tabula. Dažu biežāk lietotu materiālu izturības raksturotāji lielumi

Materiāla šķirne	Izturības robeža σ_b , MN/m ²	Tecēšanas robeža σ_T , MN/m ²	Ilg-izturības robeža liecē σ_{-1} , MN/m ²	Ilg-izturības robeža stiepē (spiedē) $\sigma_{-1 st}$, MN/m ²	Ilg-izturības robeža vērpe τ_{-1} , MN/m ²	Piezīmes
<i>Tērauds</i>						
10 (Cr.2)	340	210	160	120	80	Tēraudi 10...50Г (izņemot 65, kas rūdīts), normalizēti
20 (Cr.3)	420	250	190	140	100	
30 (Cr.4)	500	300	220	170	110	Tēraudi 20X... ...40XHMA, uzlaboti
35 (Cr.5)	540	320	240	180	130	Paraugu diametri ilgizturības pārbaudē
40	580	340	260	190	140	
45 (Cr.6)	600	360	270	200	150	$d=6...12$ mm
50	640	380	280	210	160	Ciklu skaits $N_c=10^7$ $+\tau_0$
60	690	410	320	240	180	
65	1000	600	450 ⁺	—	300	
30Г	550	320	270	—	—	
50Г	660	400	340	—	—	
20X	650	400	310	—	170	
30X	700	450	350	—	190	
30XM	750	550	350	370	230	
40X	750	550	350	—	210	
45X	850	650	400	—	220	
40XH	850	700	380	310	230	
12XH3A	950	700	420	—	210	
20X2H4A	1250	1070	630	—	380	
30XГТ	1200	1000	550	—	300	
30XГСА	1100	850	480	—	280	
40XHMA	1100	850	500	—	270	

Čuguns (ķets)

ЧЧ 21-40	210	180	100	950 ^x	80	^x Spiedes izturības robeža $\sigma_{b sp}$
ЧЧ 24-44	240	210	120	1000 ^x	100	
ЧЧ 28-48	280	250	140	1100 ^x	110	
ЧЧ 32-52	320	280	140	1200 ^x	110	
ЧЧ 35-56	350	310	150	1300 ^x	115	
ЧЧ 38-60	380	330	150	1400 ^x	115	
ВЧ 50-1,5	500	380	230	1700 ^x	170	Čuguna ВЧ parauga diametrs $d=40$ mm
ВЧ 60-2	600	420	170	2000 ^x	150	

Alumīnija sakausējumi

AK 4-1	430	280	130	—	—	Ciklu skaits $N_c=5 \cdot 10^8$
Д 16Т	530	350	150	—	—	
В-95Т	600	500	155	—	—	
ВД 17	490	330	165	—	—	

Plaši veiktie eksperimenti ar tēraudiem dod šādas aptuvenas sakarības starp ilgizturības robežspriegumiem simetriskā ciklā:

$$\sigma_{-1st} \approx (0,7 \dots 0,9) \sigma_{-1},$$

$$\tau_{-1} \approx (0,5 \dots 0,6) \sigma_{-1},$$

kur σ_{-1st} ir ilgizturības robeža stiepes-spiedes noslodzē,

τ_{-1} — vērpes noslodzē,

σ_{-1} — lieces noslodzē.

Ja zināma tērauda izturības robeža stiepē σ_b , tad aptuvenai lieces ilgizturības robežas noteikšanai var lietot šādu empīrisku sakarību:

$$\sigma_{-1} \approx (0,4 \dots 0,5) \sigma_b.$$

6.10.3.2. Ilgizturība nesimetriskā ciklā. Robežciklu diagrammas

Nesimetriskā ciklā ilgizturības robežu nevar noteikt ar vienu skaitli kā simetriskā ciklā, jo katrai vidējā sprieguma (σ_m) vērtībai atbilst sava amplitūdas (σ_a) vērtība robežstāvoklim. Tāpēc ilgizturību nesimetriskā ciklā raksturo nevis punkts, bet gan punktu rinda jeb likne. Šo likni sauc par *robežspriegumu* vai *robežciklu diagrammu*.

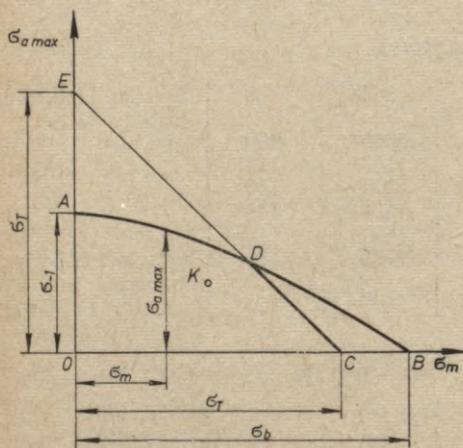
Praksē lieto divus robežciklu diagrammu veidus, konstruējot tās vai nu koordinātu sistēmā σ_m, σ_{max} (resp. σ_{min}), t. s. Smita diagramma, vai sistēmā σ_m, σ_a , t. s. Heiga diagramma.

Heiga diagramma (6.102. zīm.) rāda σ_a max vērtības atkarībā no σ_m . Diagrammu zīmē pirmajā kvadrantā, pozitīvām σ_m un σ_a max vērtībām. Uz abscisu ass atliek σ_b , uz ordinātu ass σ_{-1} lielumu. Katrai σ_m vērtībai nosaka σ_a max vērtību, konstruējot attiecīgo punktu. Savienojot visus punktus no σ_{-1} līdz σ_b ar nepārtrauktu līniju, dabū

Heiga diagrammu. Maksimālā sprieguma σ_{max} vērtību dabū, saskaitot piekritīgā robežpunkta abscisu σ_m ar ordināti σ_a max; t. i., $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$ max.

Materiāla ilgizturība ir nodrošināta, ja punkts K , kas raksturo kādu reālu ciklu, atrodas kontūra OAB iekšpusē. Ja raksturotais punkts atrodas virs līknes AB , tad ilgizturība nav nodrošināta, tā ir ierobežota.

Plastiskiem materiāliem σ_{max} nedrīkst pārsniegt tecēšanas robežu σ_T . Lai to ievērotu, tad caur punktiem C un E (to koordinātes ir $\sigma_T, 0$ un $0, 0$),

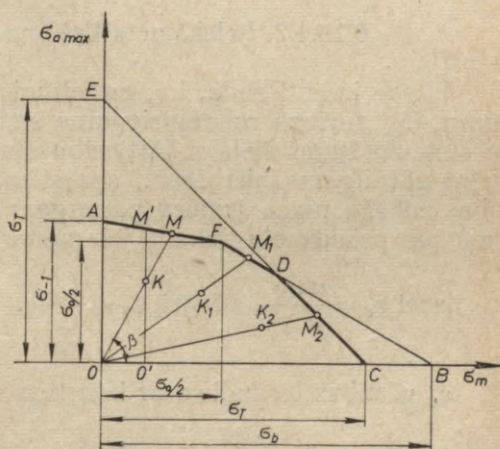


6.102. zīm. Heiga diagramma

σ_T) novelk taisni. Taisnes EC jebkura punkta koordināšu summa dod σ_T , t. i., taisnes punkti atbilst cikliem, kuru maksimālā vērtība ir tecēšanas robeža. Tāpat plastiskiem materiāliem robežciklu diagramma ir lauza līnija ADC .

Vienkāršotās robežciklu diagrammas

Robežciklu diagrammu konstruēšana prasa ilgstošus eksperimentus. Šā iemesla dēļ praksē daudz lieto vienkāršotās jeb shematizētās robežciklu diagrammas. Vienkāršotu diagrammu var uzzīmēt, ja zināmi šādi spriegumi: ilgizturības robeža simetriskā ciklā σ_{-1} , ilgizturības robeža pulsējošā ciklā σ_0 , tecēšanas robeža σ_T un izturības robeža σ_b . 6.103. zīmējumā parādīta vienkāršotā Heiga diagramma (to sauc arī par Sērēnsena un Kinasošvili diagrammu) plastiskam materiālam, kuras robežkontūru veido lauztā līnija $AFDC$ (pārējo līniju un punktu nozīmi sk. 6.10.6.2.). Ja tecēšanas robeža σ_T mazāka par ilgizturības robežu pulsējošā ciklā σ_0 , tad caur σ_T (p. C) novilkta taisne CE krustos nogriezni AF . Tad robeždiagrammas uzzīmēšanai pietiek ar trim lielumiem: σ_{-1} , σ_0 , σ_T .



6.103. zīm. Sērēnsena un Kinasošvili diagramma

6.10.4. FAKTORI, KAS IETEKMĒ ILGIZTURĪBAS ROBEŽU

Ilgizturības robežu eksperimentāli, t. i., laboratorijas apstākļos, nosaka neliela diametra (8...12 mm) gludiem paraugiem. Reāls mašīnas vai konstrukcijas elements gandrīz vienmēr atšķiras no eksperimentālā parauga ar savu formu, izmēriem, virsmas stāvokli. Šī atšķirība var stipri ietekmēt reālā elementa ilgizturību, ja arī vēl ievēro ekspluatācijas apstākļus.

6.10.4.1. Priekšmeta formas ietekme; sprieguma koncentrācija

Vietās, kur strauji mainās priekšmeta forma, tā šķēlums (piemēram, nokāpe, ķīļrieva, urbums vārpstā), rodas koncentrācijas spriegums. Sprieguma koncentrācija veicina noguruma plaisu rašanos un tāpēc samazina ilgizturības robežspriegumu. Samazināšanas lielumu nosaka sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients (k_σ

resp. k_τ), kura vērtības dotas 6.9.1.2. nodalījumā. Ilgizturības robeža simetriskā slodzē priekšmetam ar koncentratoru ir

$$(\sigma_{-1})_k = \frac{\sigma_{-1}}{k_\sigma} \text{ resp. } (\tau_{-1})_k = \frac{\tau_{-1}}{k_\tau}. \quad (6.224)$$

6.10.4.2. Priekšmeta lieluma ietekme

Eksperimenti rāda, ka, palielinot priekšmeta resp. elementa lielumu, ilgizturības robežspriegums samazinās. Jo izturīgāks tērauds, jo samazinājums lielāks. Attiecību starp ilgizturības robežu liela izmēra paraugam (piemēram, apaļstienim ar diametru d) un ilgizturības robežu maza izmēra paraugam (piemēram, 10 mm diametrā) sauc par priekšmeta lieluma jeb mēroga koeficientu:

$$\text{liecei } \varepsilon_\sigma = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}, \text{ vērpei } \varepsilon_\tau = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_{-1}}. \quad (6.225)$$

ε_σ vērtības tēraudiem ar izturības robežu $\sigma_b = 400 \dots 500 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ un $\sigma_b = 1200 \dots 1400 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ dažādiem paraugu izmēriem d dotas 6.27. tabulā. Citas izturības tēraudiem ε nosaka interpolējot. Aptuveni $\varepsilon_\tau = \varepsilon_\sigma$.

6.10.4.3. Priekšmeta virsmas apstrādes ietekme

Nelīdzenumi, rievīņas, ieskrāpējumi un citi virsmas defekti, kas radušies priekšmeta mehāniskās apstrādes gaitā, ir sprieguma koncentratori, kas samazina ilgizturību. Šī samazināšanās ir lielāka cietākiem, izturīgākiem tēraudiem, tāpēc šādu tēraudu virsma jāapstrādā sevišķi rūpīgi. Ķetam un vieglmetālu sakausējumiem virsmas kvalitāte gandrīz nemaz neietekmē ilgizturību.

Ilgizturības aprēķinos virsmas apstrādes ietekmi raksturo ar t. s. virsmas kvalitātes jeb gluduma koeficientu β , kas ir attiecība

6.27. tabula. Priekšmeta lieluma (mēroga) koeficienta ε_σ

Tērauda šķirne	Parauga					
	10	15	20	30	40	50
Mazoglekļa tērauds $\sigma_b = 400 \dots 500 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	1,00	0,98	0,95	0,90	0,86	0,82
Leģēts tērauds $\sigma_b = 1200 \dots 1400 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	1,00	0,95	0,91	0,84	0,78	0,74

starp ilgizturības robežu paraugam, kura virsma apstrādāta tāpat kā aprēķināmajam elementam, un ilgizturības robežu slīpētam paraugam. Koeficienta β_{σ} vērtības dažādiem virsmas apstrādes veidiem un dažādas izturības tēraudiem dotas 6.28. tabulā. Virsmas gluduma koeficientu β_{τ} vērpei nosaka ar šādu empīrisku sakarību:

$$\beta_{\tau} \approx 0,4 + 0,6\beta_{\sigma}. \quad (6.226)$$

6.28. tabula. Virsmas gluduma koeficienta β_{σ} vērtības

Apstrādes veids	Materiāla izturības robeža		
	$\sigma_b, \frac{MN}{m^2}$		
	400	800	1200
Slīpēšana ($\nabla 9 \dots \nabla 10$)	1,00	1,00	1,00
Gludā virpošana ($\nabla 6 \dots \nabla 8$)	0,97	0,91	0,85
Rupjā, pusgludā virpošana ($\nabla 3 \dots \nabla 5$)	0,90	0,75	0,61
Neapstrādāta virsma ~	0,80	0,62	0,43
Korozijs ūdenī	0,63	0,47	0,29
Korozijs jūras ūdenī	0,46	0,33	0,21

6.10.4.4. Citas ietekmes

Ekspluatācijas apstākļos ārējās ietekmes dažkārt var ievērojami samazināt elementa ilgizturību. Kā piemēru var minēt korozijs, ko izraisa ūdens iedarbība. Sevišķi iedarbīgs ir jūras ūdens (sk. 6.28. tabulu).

vērtības

diametrs d , mm							
60	70	80	90	100	120	150	200
0,79	0,76	0,74	0,71	0,69	0,65	0,61	0,58
0,70	0,67	0,65	0,62	0,60	0,58	0,56	0,55

Ilgizturību samazina paaugstināta temperatūra. Kā rāda pieredze, sākot ar 300 °C, ilgizturība samazinās par 15...20% ik uz katrēm 100° temperatūras pieauguma.

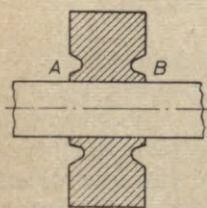
Sprieguma maiņas biežums jeb frekvence līdz 1000 Hz praktiski ilgizturību neietekmē, ja nav sprieguma koncentrācijas vai tā ļoti maza. Elementam ar lielu sprieguma koncentrāciju (piemēram, korozijas apstākļos) ilgizturības robeža līdz ar frekvences palielināšanos samazinās. Elementa ilgizturības robeža simetriskā ciklā, ievērojot minētās ietekmes:

$$\sigma_{-1elem} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma}} \varepsilon_{\sigma} \beta_{\sigma},$$

$$\tau_{-1elem} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau}} \varepsilon_{\tau} \beta_{\tau}.$$
(6.227)

6.10.5. ILGIZTURĪBAS PALIELINĀŠANAS PAŅĒMIENI

Ilgizturības palielināšanai lieto konstruktīvus un tehnoloģiskus paņēmienus. Konstruktīvo paņēmieni pamatdoma: izveidot elementus tā, lai sprieguma koncentrācija būtu minimāla. Seit ar labiem panākumiem lietojama hidrodinamiskās analogijas metode (sk. 434. lpp.). Pārejas vietās, urbumos, rievās jālieto iespējami lielāki noapaļojuma rādiusi. Ja konstrukcijas elementam ir vairāki posmi ar dažādiem stingumiem, tad jācenšas, lai pārejā no viena posma uz otru stingums mainītos pakāpeniski, nevis strauji. 6.104. zīmējumā parādīts vārpstai uzpresēts masīvs gredzens. Vietās *A* un *B*, kur gredzena malas piekļaujas vārpstai, ir liela sprieguma koncentrācija, jo vārpstas stingums strauji pieaug līdz vārpstas un gredzena kopīgam stingumam. Izveidojot gredzenā riņķveida ievirpojumus, pārejas vietā stingumu starpība ievērojami samazinās. Arī hidrodinamiskā analogija šai gadījumā norādīs uz sprieguma koncentrācijas samazināšanos pārejas vietās *A* un *B*.



6.104. zīm.
Vārpstai uzpresēts masīvs gredzens

No tehnoloģiskajiem paņēmieniem minami elementa virsmas gluduma kvalitātes uzlabošana un virskārtas nocietināšana. Lai izmantotu cieto, izturīgo tēraudu stiprības īpašības, tad to virskārta, it sevišķi pārejas vietās (noapaļojumos), jāizveido ļoti gluda (jāslīpē, jāpulē), sk. arī 6.10.4.3.

Virskārtas nocietināšanas mērķis ir radīt iekšējus paliekošus spiedes spriegumus virskārtā, kas daļēji vai pat pilnīgi kompensē stiepes spriegumus, kas rodas darba gaitā (piemēram, lieces momenta ietekmē). Ir vairāki virskārtas nocietināšanas paņēmieni: mehāniskie (apstrādāšana ar skrošu strūklu, norullēšana u. c.), termiskie (norūdīšana ar augstfrekvences strāvu, ar gāzes liesmu) un termoķīmiskie (virskārtas piesātināšana ar oglekli, slāpekli — cementēšana, nitrēšana).

6.10.6. ILGIZTURĪBAS APRĒĶINI

Veicot konstrukcijas vai mašīnas elementa ilgizturības aprēķinu, rodas grūtības: ilgizturības robežsprieguma noteikšanai jāzina sprieguma koncentrācijas koeficienta un priekšmeta lieluma koeficienta vērtības. Bet tās nevar noteikt, ja nav zināmi nedz elementa izmēri, nedz arī tā forma. Tāpēc vispirms aprēķina elementa izmērus aptuveni — ar samazinātiem pieļaujamiem spriegumiem, pieņemot, ka darbīgie spēki ir konstanti (sk. 6.9. piemēru 408. lpp.). Balstoties uz iegūtajiem izmēriem, veic elementa konstruktīvo izveidojumu (piemēram, vārpstai parēdz nokāpes, ķīļrietas u. tml.). Pēc tam izdara elementa precizētu ilgizturības aprēķinu (pārbaudi), nosakot drošības koeficientu. Ja drošības koeficients neatrodas pieļaujamās robežās, veic nepieciešamo korekciju, izmainot elementa izmērus, kamēr sasniegta drošības koeficienta vēlamā vērtība. Tātad ilgizturības aprēķina pamatā ir drošības koeficienta noteikšana.

6.10.6.1. Drošības koeficienta noteikšana simetriskā noslodzē

Ja priekšmeta resp. elementa noslodzes cikls ir simetrisks un elementa ilgizturības robežspriegums ir vienāds ar parauga ilgizturības robežspriegumu σ_{-1} (vai τ_{-1}), tad drošības koeficients

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} \quad \text{vai} \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a}, \quad (6.228)$$

kur σ_a (vai τ_a) ir elementa sprieguma maksimālā amplitūda.

Ja aprēķināmais elements pēc formas, lieluma un virsmas gluduma atšķiras no parauga, tad jāievēro sprieguma koncentrācijas efektīvais koeficients k_{σ} (vai k_{τ}), mēroga koeficients ε_{σ} (vai ε_{τ}) un virsmas gluduma koeficients β_{σ} (vai β_{τ}).

Drošības koeficients

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1} \varepsilon_{\sigma} \beta_{\sigma}}{\sigma_a k_{\sigma}} \quad \text{vai} \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1} \varepsilon_{\tau} \beta_{\tau}}{\tau_a k_{\tau}}. \quad (6.229)$$

6.10.6.2. Drošības koeficienta noteikšana nesimetriskā noslodzē

Zinot materiāla robežciklu diagrammu, piemēram, Sērensena un Kinasošvili diagrammas (6.103. zīm.), drošības koeficientu var noteikt šādi. Atzīmē diagrammas laukumā punktu K ar koordinātēm $\sigma_m = OO'$ un $\sigma_a = O'K$, kas raksturo faktisko ciklu. Novelk caur koordināšu sākumpunktu O un punktu K taisni, kas krusto robežtaisni punktā M . Tad nogriežņu OM un OK attiecība ir drošības koeficients, proti,

$$n = \frac{OM}{OK}. \quad (6.230)$$

Šādu sakarību var rakstīt, pieņemot, ka faktiskais cikls ir līdzīgs robežciklam, t. i., ka σ_m un σ_a mainās proporcionāli, vai arī ka abiem cikliem ir vienāds raksturojums r . (Ja stara OM slīpuma leņķis ir β , tad pastāv šāda sakarība: $\operatorname{tg} \beta = \frac{1-r}{1+r}$.) Jāatzīmē, ka šāds pieņēmums ir aptuvens, jo ne vienmēr σ_m un σ_a mainās proporcionāli; ir gadījumi, kur šie spriegumi mainās katrs pēc sava likuma, piemēram, mainās tikai σ_a , bet σ_m nemainās. Šādu gadījumu attēlo perpendikuls $O'KM'$ pret abscisu asi; drošības koeficients tad ir $n' = \frac{O'M'}{O'K} = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_a}$.

Izvēršot grafisko sakarību (6.230) analītiski, ievērojot koeficientus k_σ , ε_σ , β_σ , dabū

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad (6.231)$$

kur $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$ ir t. s. cikla asimetrijas ietekmes koeficients (sk. 6.29. tab.).

6.29. tabula. Cikla asimetrijas ietekmes koeficientu ψ_σ un ψ_τ vērtības

Koeficienti ψ	$\sigma_b, \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$				
	350 ... 550	550 ... 750	750 ... 1000	1000 ... 1200	1200 ... 1400
ψ_σ (liece un stiepe)	0	0,05	0,10	0,20	0,25
ψ_τ (vērpe)	0	0	0,05	0,10	0,15

Ja faktisko ciklu raksturo punkts K_1 , tad stars OK_1 krusto robeždiagrammas nogriezni FD punktā M_1 . Tad

$$n_\sigma = \frac{\sigma_b}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} \psi' \sigma_a + \sigma_m}, \quad (6.232)$$

kur

$$\psi' = \frac{2\sigma_b - \sigma_0}{\sigma_0}.$$

Drošības koeficients jānosaka pēc formulām (6.231) un (6.232); noteicējs ir mazākais skaitlis. Drošības koeficients pēc (6.232) formulas nav jānosaka, ja $\sigma_0 \geq \sigma_\tau$.

Ja faktisko ciklu raksturo punkts K_2 , tad stars OK_2 krusto ro-

beždiagrammas nogriežni DC punktā M_2 . Tad robežspriegums ir tecēšanas robeža σ_T un drošības koeficients pret tecēšanu

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_a + \sigma_m} \quad (6.233)$$

Normālspriegumiem uzrakstītās formulas (6.231), (6.232) un (6.233) derīgas arī tangenciālspriegumiem, aizstājot visur σ ar τ .

6.10.6.3. Drošības koeficienta noteikšana saliktā noslodzē

Praksē visbiežāk sastopama tāda salikta noslodze, kad uz elementu darbojas mainīga vērpe un liece (arī stiepe-spiede), izraisot mainīgus tangenciālos un normālos spriegumus. Saliktā noslodze, ko rada mainīga liece un stiepe-spiede, reducējama uz nesimetrisko noslodzi (6.10.6.2).

Ja elementā vienlaicīgi darbojas normālais un tangenciālais spriegums, tad kopīgo drošības koeficientu n nosaka pēc formulas

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} \quad \text{jeb} \quad n_\sigma = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad (6.234)$$

$$\text{kur } n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \quad \text{un} \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \beta_\tau} \tau_a + \psi_\tau \tau_m}$$

Ja $\sigma_0 < \sigma_T$, tad n_σ jāaprēķina pēc formulas (6.232), analogiski jānosaka n_τ .

Drošības koeficienta n aptuvenās vērtības

Ja aprēķins ir precīzs (slodze, kas darbojas uz mašīnas vai konstrukcijas elementu, precīzi noteikta), lietotā materiāla mehānisko īpašību raksturotāji lielumi σ_b , σ_T , σ_{-1} , σ_0 , k_σ , ε_σ vai attiecīgās τ vērtības iegūti eksperimentāli, materiāls ir homogēns, izgatavojums labs, tad drošības koeficients $n = 1,3 \dots 1,5$.

Ja aprēķins nav visai precīzs (slodze tiek aptuveni noteikta), materiāla mehānisko īpašību raksturotāji lielumi ņemti no rokasgrāmatām (dažkārt līdzīgām šķirnēm jeb markām), materiāls ne visai homogēns, izgatavojums apmierinošs, tad $n = 1,5 \dots 1,8$.

Ja darbīgie spēki nosakāmi tikai aptuveni, materiāls nehomogēns, elements strādā sliktos ekspluatācijas apstākļos (piemēram, korodējošā vidē), elementa sagrūšana var radīt smagas sekas, izgatavojums viduvējs u. tml., tad drošības koeficients $n = 1,8 \dots 2,5$ un vairāk.

6.10.6.4. Piemēri izturības aprēķinam laikā mainīgā noslodzē

6.17. piemērs. Iekšdedzes dzinēja virzuļa kātā darbojas mainīgs spiedes (P_{sp}) un stiepes (P_{st}) spēks. Šo spēku maksimālās vērtības ir: $P_{sp} = 450$ kN, $P_{st} = 120$ kN. Virzuļa kāta diametrs $d = 60$ mm. Noteikt kātam ilgizturības drošības koeficientu (n_σ) un drošības koeficientu pret tecēšanu resp. plastiskajām

deformācijām (n_T), ja kāta materiāls ir uzlabots tērauds 45, kura $\sigma_b = 800 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, $\sigma_T = 550 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, $\sigma_{-1st} = 270 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$; kāta virsma slīpēta.

Atrisinājums. Sprieguma maksimālā un minimālā vērtība kātā:

$$\sigma_{max} = \frac{P_{st}}{F} = \frac{120 \cdot 10^3}{\frac{\pi(60 \cdot 10^{-3})^2}{4}} = 42,6 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 42,6 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2},$$

$$\sigma_{min} = -\frac{P_{sp}}{F} = -\frac{450 \cdot 10^3}{\frac{\pi(60 \cdot 10^{-3})^2}{4}} = -159 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = -159 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}.$$

Vidējais spriegums

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{42,6 - 159}{2} = -58,2 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}.$$

Sprieguma amplitūda

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{42,6 - (-159)}{2} = 100,8 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}.$$

Tā kā kāts ir gluds, tad sprieguma koncentrācijas koeficients $k_\sigma = 1,0$.

Virsmas gluduma koeficients slīpētai virsmai $\beta_\sigma = 1,0$ (sk. 6.28. tabulu). Mēroga koeficients diametram $d = 60 \text{ mm}$ ir $\varepsilon_\sigma = 0,75$ (sk. 6.27. tabulu, interpolējot).

Cikla asimetrijas ietekmes koeficients stiepē tēraudam ar $\sigma_b = 800 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ ir $\psi_\sigma = 0,1$ (sk. 6.29. tabulu).

Ilgizturības drošības koeficients (sk. 6.231. formulu)

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1st}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} \sigma_a + \psi_\sigma |\sigma_m|} = \frac{270 \cdot 10^6}{\frac{1,0}{0,75 \cdot 1,0} 100,8 \cdot 10^6 + 0,1 \cdot 58,2 \cdot 10^6} = 1,93 (> 1,5).$$

Piezīme. 6.231. formulā lieces sprieguma σ_{-1} vietā jāliek σ_{-1st} (stiepi-spiede); vidējam spriegumam σ_m jāņem tā absolūtā vērtība.

Drošības koeficients pret tecēšanu (sk. 6.233. formulu)

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_a + |\sigma_m|} = \frac{550 \cdot 10^6}{(100,8 + 58,2) \cdot 10^6} = 3,46.$$

Redzam, ka drošība pret plastiskajām deformācijām (n_T) ir lielāka nekā drošība pret sagraušanu noguruma dēļ (n_σ).

6.18. piemērs. Preču vagona riteppāra ass noslogota katrā galā ar spēku $P = 75 \text{ kN}$ (6.105. zīm.). Ass materiāls — tērauds 50Г ($\sigma_b = 660 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, $\sigma_{-1} = 340 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, sk. 6.26. tab.). Riteņi uzspīlēti (uzpresēti) uz ass ar spēku, kas izraisa starp riteņa rumbu un asi virsmas spiedi $p > 30 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Aprēķināt ass ilgizturības drošības koeficientu, ja ass diametrs riteņa uzspīlēšanas vietā ir $d = 155 \text{ mm}$ un atstatums $a = 228 \text{ mm}$.

Atrisinājums. Ass lieces moments riteņa viduspunktā (simetrijas plaknē)

$$M = Pa = 75 \cdot 10^3 \cdot 228 \cdot 10^{-3} = 17\,100 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

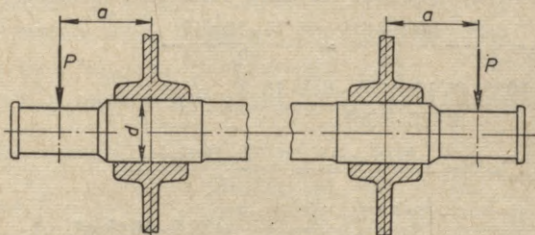
Ass pretstības moments liecē

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi(155 \cdot 10^{-3})^3}{32} = 365 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Lieces nominālsprieguma amplitūda simetriskā ciklā

$$\sigma_a = \frac{M}{W} = \frac{17\,100}{365 \cdot 10^{-6}} = 46,9 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}.$$

Ass materiāla ilgizturības robežu σ_{-1} samazina uzspilējuma izraisītā sprieguma koncentrācija (koeficients k_σ) un ass lieluma ietekme (mēroga koefi-



6.105. zīm. Preču vagona ritenpāra ass

cients ε_σ). Tēraudam ar izturības robežu $\sigma_b = 500 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ diametram $d = 155 \text{ mm}$ atiecība $\left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma}\right)_0 = 3,50$ (sk. 6.20. tabulu), ja uzspilējums $p \geq 30 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Tā kā tērauda 50Г izturības robeža $\sigma_b = 660 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$, tad skaitlis 3,50 jākorrigē ar koeficientu $\xi' = 1,22$ (sk. 6.21. tabulu):

$$\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} = \left(\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma}\right)_0 \xi' = 3,50 \cdot 1,22 = 4,27.$$

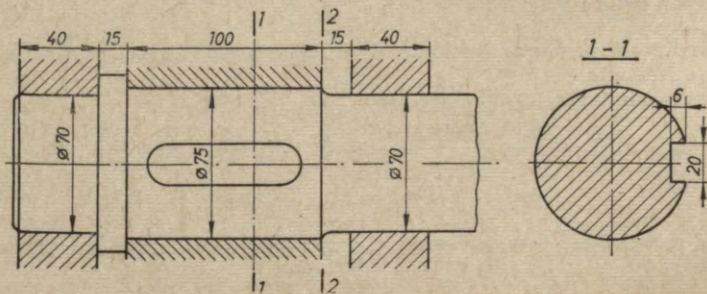
Ja ass apstrādāta gludi virpojot, tad virsmas gluduma koeficients tēraudam ar $\sigma_b = 660 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ (sk. 6.28. tabulu) ir $\beta_\sigma = 0,93$ (interpolējot).

Drošības koeficients (sk. 6.229. formulu)

$$n = n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \varepsilon_\sigma \beta_\sigma}{\sigma_a k_\sigma} = \frac{340 \cdot 10^6 \cdot 0,93}{46,9 \cdot 10^6 \cdot 4,27} = 1,58 (> 1,3).$$

Tātad ass ilgizturība nodrošināta.

6.19. piemērs. Cilindrisko zobratu reduktora vārpsta (6.106. zīm.) noslogota ar vērpes momentu $M_v = 1500 \text{ N} \cdot \text{m}$ un ar lieces momentu, kura vērtība šķēlumā 1-1 ir $M_{l1} = 1400 \text{ N} \cdot \text{m}$ un šķēlumā 2-2 ir $M_{l2} = 1800 \text{ N} \cdot \text{m}$. Vērpes moments mainās pēc pulsējošā cikla, lieces moments — pēc simetriskā cikla. Zobrata



6.106. zīm. Cilindrisko zobratu reduktora vārpsta

nostiprināšanai uz vārpstas tanī izveidota ķīļrieva. Vārpstas materiāls — normalizēts tērauds 45 $\left(\sigma_b = 600 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}, \sigma_{-1} = 270 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}, \tau_{-1} = 150 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right)$ Vārpstas virsma slīpēta. Aprēķināt vārpstas ilgzturības drošības koeficientus šķēlumos 1-1 un 2-2.

Atrisinājums. *Šķēluma 1-1 pārbaude* ($d_1 = 75$ mm, ķīļrieva). Vārpstas neto pretestības momenti ķīļrievas vājinātā vietā (sk. formulas 6.198 un 6.200):

$$W_{\text{neto}} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi(75 \cdot 10^{-3})^3}{32} - \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3} (75-6)^2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 75 \cdot 10^{-3}} = 37,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

$$W_{p \text{ neto}} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi(75 \cdot 10^{-3})^3}{16} - \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3} (75-6)^2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 75 \cdot 10^{-3}} = 79,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

$$\sigma_a = \sigma_{\text{max}} = \frac{M_{l1}}{W_{\text{neto}}} = \frac{1400}{37,6 \cdot 10^{-6}} = 37,3 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 37,3 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}, \quad \sigma_m = 0,$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\text{max}}}{2} = \frac{M_v}{2W_{p \text{ neto}}} = \frac{1500}{2 \cdot 79 \cdot 10^{-6}} = 9,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 9,5 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2},$$

$k_\sigma = 1,76$ (rieva izveidota ar gala frēzi), $k_\tau = 1,54$ (sk. 6.18. tabulu, $\sigma_b = 600 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$),

$\varepsilon_\sigma \approx \varepsilon_\tau \approx 0,74$ (sk. 6.27. tabulu, interpolējot),

$\psi_\sigma = 0,05$, $\psi_\tau = 0$ (sk. 6.29. tabulu),

$\beta_\sigma = \beta_\tau = 1$ slīpētai virsmai (sk. 6.28. tabulu).

Normālspriegumu drošības koeficients (sk. 6.231. formulu)

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{270 \cdot 10^6}{0,74 \cdot 1 \cdot 37,3 \cdot 10^6 + 0,05 \cdot 0} = 3,04.$$

Tangenciālspriegumu drošības koeficients

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\varepsilon_\tau \beta_\tau \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{150 \cdot 10^6}{0,74 \cdot 1 \cdot 9,5 \cdot 10^6 + 0 \cdot 9,5 \cdot 10^6} = 7,60.$$

Kopīgais drošības koeficients (sk. 6.234. formulu)

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{3,04 \cdot 7,6}{\sqrt{3,04^2 + 7,6^2}} = 2,83.$$

Šķēluma 2-2 pārbaude (nokāpe, t. i., pāreja no diametra $d_1 = 75$ mm uz diametru $d_2 = 70$ mm).

Spriegumi jānosaka mazākajam diametram (70 mm).

$$\sigma_a = \sigma_{\text{max}} = \frac{M_{l2}}{W} = \frac{1800}{\frac{\pi(70 \cdot 10^{-3})^3}{32}} = 53,4 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 53,4 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2},$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\text{max}}}{2} = \frac{M_v}{2W_p} = \frac{1500}{\frac{2\pi(70 \cdot 10^{-3})^3}{16}} = 11,1 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 11,1 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2},$$

$\varepsilon_\sigma \approx \varepsilon_\tau \approx 0,75$.

Sprieguma koncentrācijas koeficientu noteikšana (vārpsta ar nokāpi). Ja liecē $\frac{D}{d}=2$, vārpē $\frac{D}{d}=1,4$ (mūsu gadījumā $\frac{D}{d}$ vietā jāņem $\frac{d_1}{d_2}$) un $\frac{q}{d}=\frac{3}{70}=0,043$ ($q=3$ mm ir noapaļojuma rādiuss pārejas vietā), tad (sk. 6.14. tabulu) $k_{\sigma 0}=1,86$ un $k_{\tau 0}=1,41$. Bet, tā kā $\frac{d_1}{d_2}=\frac{75}{70}=1,07$, tad jānosaka korekcijas koeficienti (sk. 6.15. tabulu) $\xi_{\sigma}=0,22$, $\xi_{\tau}=0,32$.

Sprieguma koncentrācijas koeficienti (sk. 6.196. formulu):

$$k_{\sigma}=1+\xi_{\sigma}(k_{\sigma 0}-1)=1+0,22(1,86-1)=1,19,$$

$$k_{\tau}=1+\xi_{\tau}(k_{\tau 0}-1)=1+0,32(1,41-1)=1,13.$$

Drošības koeficienti ($\sigma_m=0$, $\psi_{\tau}=0$):

$$n_{\sigma}=\frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta_{\sigma}} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m} = \frac{270 \cdot 10^6}{\frac{1,19}{0,75 \cdot 1} \cdot 53,4 \cdot 10^6} = 3,19,$$

$$n_{\tau}=\frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta_{\tau}} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} = \frac{150 \cdot 10^6}{\frac{1,13}{0,75 \cdot 1} \cdot 11,1 \cdot 10^6} = 8,98.$$

Kopīgais drošības koeficients

$$n=\frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{3,19 \cdot 8,98}{\sqrt{3,19^2 + 8,98^2}} = 3,00.$$

Bīstamākā vieta ir šķēlumā 1-1, kur $n=2,83$. Tomēr arī tur drošības koeficients pārsniedz normāli prasīto 1,3...1,5.

Ja nebūtu citu apsvērumu (piemēram, velšanās gultņu izmēri), tad vārpstas diametru varētu samazināt aptuveni $\sqrt[3]{\frac{2,83}{1,5}} \approx 1,23$ reizes; tad $d_1 \approx 65$ mm, $d_2 \approx 60$ mm.

METĀLU TEHNOĻĪJA

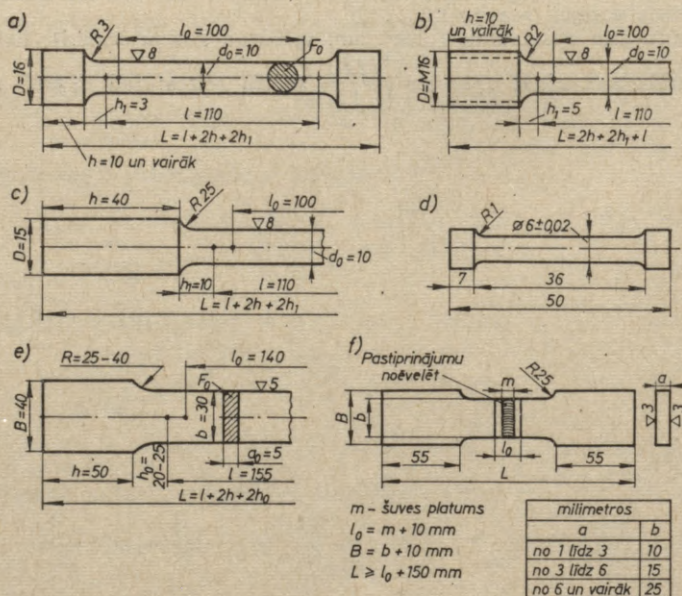
7.1. MEHĀNISKO ĪPAŠĪBU PĀRBAUDES

7.1.1. STATISKĀS PĀRBAUDES

7.1.1.1. Stiepes pārbaude (ГОСТ 1497-61)

Stiepes pārbaude atļauj fiksēt rindu mehānisko īpašību kā elastīgā, tā arī plastiskā stāvokli — elastības robežu, tecēšanas robežu, izturības robežu, relatīvo pagarinājumu u. c. Melno, krāsaino metālu un sakausējumu stiepes pārbaudi visbiežāk veic normālā temperatūrā ($+20 \pm 11$ °C), izmantojot dažāda izmēra un formas paraugus.

Daži šo paraugu veidi doti 7.1. zīmējumā. Vispārpieņemtie apzīmējumi ir šādi:



7.1. zīm. Stiepes pārbaudes paraugi:

a — plastiska metāla paraugs, b — precīzi centrējošs paraugs, c — paraugs čugunam un līdzīgiem metāliem, d — Gagarina paraugs, e — paraugs velmētām lokšņu metālam, f — paraugs metinātu šuvju pārbaudei

parauga darba daļa l (mm) — attālums starp parauga galviņām; darba daļā paraugam ir vienāds šķērsriezuma laukums; sākotnējais mērgarums l_0 (mm) — parauga daļa, pēc kuras nosaka pagarinājumu;

beigu mērgarums l_k (mm) — mērgaruma izmērs pēc parauga pārraušanas;

darba daļas sākotnējais šķērsriezuma laukums F_0 (mm²);

darba daļas sākotnējais diametrs d_0 (mm) — apaļiem paraugiem;

darba daļas sākotnējais biezums a_0 (mm) un platums b_0 (mm) — plakaniem paraugiem.

Starp paraugu mērgarumu un diametru vai šķērsriezuma laukumu pastāv noteiktas sakarības, kas dotas 7.1. tabulā.

7.1. tabula. Paraugu galvenie parametri

Parauga veids	Sākotnējais mērgarums, mm	Darba daļas garums, mm
Apālais (garais)	$l_0 = 10 d_0$	} $l = l_0 + d_0$
Apālais (īsais)	$l_0 = 5 d_0$	
Plakanais (garais)	$l_0 = 11,3\sqrt{F_0}$	} $l = l_0 + \frac{b_0}{2}$
Plakanais (īsais)	$l_0 = 5,65\sqrt{F_0}$	
Apālais (trauslam metālam un lietam paraugam)	$l_0 = 2,82\sqrt{F_0} = 2,5 d_0$	

Paraugu sagataves un izgatavošanas veidu Valsts standarts ne-reglamentē, bet noliedz tādus apstrādes veidus, kas izraisa virsmas uzkaldi vai struktūras izmaiņas.

Plakaniem paraugiem apstrādā tikai sānu virsmas, bet atlietos paraugus mehāniski neapstrādā.

Izgatavojot paraugus, jāievēro 7.2. tabulā dotās pieļaujamās novirzes.

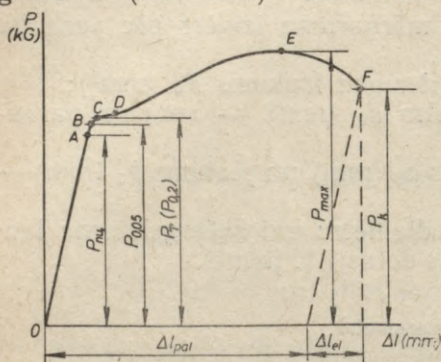
Pārbaudot troses (ГОСТ 3241-66), paraugus nogriež no pārbau-dāmās troses, stieplu galus atliec un aplej ar alvas un antimona sa-kausējumu (50% Sn+50% Sb). Trosēm, kas paredzētas cilvēku pār-vadāšanai, stiepes pārbaudi veic katrai stieplei atsevišķi. Cauruļu

7.2. tabula. Paraugu izgatavošanas precizitāte

Parauga diametrs d_0 , mm	Diametra d_0 pieļaujamās no-virzes, mm		Parauga platums b_0 , mm	Platuma b_0 pieļaujamās novirzes, mm
	virpots	atliets		
Līdz 10	±0,1	±0,2	10	±0,2
No 10 līdz 20	±0,2	±0,4	15	±0,2
Virš 20	±0,25	±0,5	20	±0,5
			30	±0,5

stiepes pārbaudi veic pēc ГOCT 10006-62, metinātus savienojumus pārbauda pēc ГOCT 6996-66, ķēdes — pēc ГOCT 7070-64.

Stiepes mašīna pārbaudes laikā automātiski zīmē stiepes diagrammu (7.2. zīm.). Šāda veida diagramma raksturīga mīkstum



7.2. zīm. Stiepes diagramma

oglekļa tēraudam. Diagrammā izteikti vairāki raksturīgi punkti vai posmi: 1) sākotnējais taisnais nogrieznis OA raksturo proporcionalitāti starp pieaugošo slodzi un parauga pagarinājumu. Maksimālo spriegumu proporcionalitātes robežās sauc par proporcionalitātes robežspriegumu vai par proporcionalitātes robežu

$$\sigma_{III} = \frac{P_{III}}{F_0} \frac{kG}{mm^2}, \quad (7.1)$$

kur P_{III} — spēks punktā A ;

2) punkts B , kas var sakrist ar punktu A vai var būt nedaudz

nobīdīts, atbilst spēkam $P_{0,05}$, kas izraisa 0,05% lielu mērgaruma paliekošu pagarinājumu pēc slodzes noņemšanas.

Nosacītā elastības robeža

$$\sigma_{0,05} = \frac{P_{0,05}}{F_0} \frac{kG}{mm^2}; \quad (7.2)$$

3) posmā CD , kurā parauga pagarinājums pieaug nemainīga spēka P_T ietekmē, notiek it kā metāla tecēšana. Fiziskā tecēšanas robeža

$$\sigma_T = \frac{P_T}{F_0} \frac{kG}{mm^2}, \quad (7.3)$$

kur P_T (kG) — spēks punktā C .

Ja diagrammā neizdodas fiksēt fizisko tecēšanas robežu resp. robežspēku P_T , tad nosaka nosacīto tecēšanas robežu

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{F_0} \frac{kG}{mm^2}, \quad (7.4)$$

kur $P_{0,2}$ — spēks, kas izraisa 0,2% lielu mērgaruma paliekošu pagarinājumu pēc slodzes noņemšanas;

4) punkts E atbilst maksimālajam stiepes spēkam P_{max} pirms parauga sagrūšanas.

Stiepes izturības robeža

$$\sigma_b = \frac{P_{max}}{F_0} \frac{kG}{mm^2}; \quad (7.5)$$

5) punkts F atbilst spēkam P_h parauga trūkšanas brīdī. Istenā izturības robeža S_h ir spriegums parauga sašaurinājuma vietā pārtrūkšanas brīdī:

$$S_h = \frac{P_h}{F_h} \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}, \quad (7.6)$$

kur F_h (mm^2) — šķērsriezuma laukums parauga trūkšanas vietā.

Stiepes relatīvais pagarinājums δ izsaka attiecību starp parauga absolūto pagarinājumu un mērgarumu:

$$\delta = \frac{l_h - l_0}{l_0} 100\%. \quad (7.7)$$

Šķērsriezuma laukuma relatīvais samazinājums ψ izsaka parauga šķērsriezuma izmaiņu pārtrūkšanas vietā:

$$\psi = \frac{F_0 - F_h}{F_0} 100\%. \quad (7.8)$$

7.1.1.2. Spiedes pārbaude (ГОСТ 2055-43)

Šo pārbaudi veic galvenokārt čugunam (ķetam). Pārbaudei izmanto cilindriskus paraugus, kuru diametrs D ir vienāds ar augstumu H . Parauga diametru izvēlas aptuveni vienādu ar lējuma sienas biezumu, 10...25 mm robežās.

Spiedes izturības robeža

$$\sigma_d = \frac{P_{max}}{F_0} \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}, \quad (7.9)$$

kur P_{max} (kG) — maksimālā slodze, kas izraisa parauga sagrūšanu;
 F_0 (mm^2) — parauga šķērsriezuma laukums pirms pārbaudes.

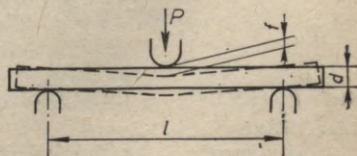
7.1.1.3. Lieces pārbaude (ГОСТ 2055-43)

Pelēkā un kaļamā čuguna lieces izturības robežu nosaka ar cilindriskiem paraugiem, kā tas parādīts 7.3. zīmējumā. Lieces izturības robeža

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{Fl32}{4\pi d^3} \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}, \quad (7.10)$$

kur M (kG·mm) — lieces moments
 $\left(\frac{Pl}{4}\right)$;

W (mm^3) — apaļa parauga pretestības moments
 $\left(\frac{\pi d^3}{32}\right)$;



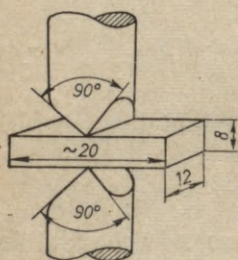
7.3. zīm. Lieces pārbaudes shēma

d (mm) — parauga diametrs;
 P (kG) — maksimālā slodze;
 l (mm) — atstatums starp balstiem.

Pārbaudei izmanto atlietus paraugus, kuru diametrs $d = 30 \pm 1$ mm, garums 340 vai 650 mm. Attālums starp balstiem l attiecīgi ir 300 vai 600 mm. Veicot lieces pārbaudi, vienlaicīgi fiksē parauga izlieci f (mm).

7.1.1.4. Pārbaude ar ķīļu spiedienu (ГОСТ 2861-45)

Šī metode aizstāj stiepes pārbaudi čugunam, ja nav iespējams izgatavot stiepes paraugus. Pārbaudei lieto $12 \times 8 \times 20$ mm plāksnītes un divus tērauda ķīļus (7.4. zīm.). Pēc empīriskas formulas nosaka stiepes izturības robežu



$$\sigma_b = \frac{P}{F} \left(1 - 0,02 \frac{P}{F} \right) \text{ kG/mm}^2, \quad (7.11)$$

kur P (kG) — parauga sagraušanas spēks;
 F (mm²) — parauga šķērsriezuma laukums.

7.4. zīm. Ķīļu metodes shēma

7.1.1.5. Cietības noteikšana

Cietība ir metāla īpašība pretoties lielākas cietības materiāla iespiešanai tajā. Praksē lieto dažādas cietības noteikšanas metodes, ņemot vērā metāla cietību un mērījuma veikšanas iespējas.

7.1.1.5.1. Brineļa metode (ГОСТ 9012-59)

Ar šo metodi cietību nosaka nerūdīgiem metāliem. Iepriekš sagatavotā virsmā, kā parādīts 7.5. zīmējumā, ar spēku P (kG) iespiež rūdītu tērauda lodīti, kuras diametrs ir D (mm). Jābūt izpildītiem šādiem nosacījumiem: $0,2D < d < 0,6D$ un $10h < H$.

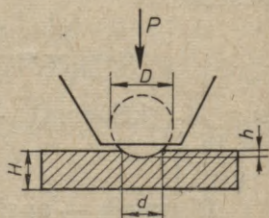
Brineļa cietība

$$HB = \frac{P}{F} = \frac{2P}{3,14D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}, \quad (7.12)$$

kur F (mm²) — iespaiduma sfēriskās virsmas laukums;

d (mm) — sfēriskā iespaiduma diametrs.

Lodītes diametru D , slogošanas spēku P un slogošanas laiku t izvēlas 7.3. tabulā.



7.5. zīm. Brineļa cietības pārbaudes shēma

7.3. tabula. Sakarība starp lodītes diametru, slodzi un sloģšanas laiku

Materiāls	Cietības skaitļu intervāls	Parauga minimālais biezums H , mm	Sakarība starp lodītes diametru D un slodzi P	Lodītes diametrs D , mm	Slodze P , kG	Sloģšanas laiks t , s
Melnie metāli	140 ... 450	6 ... 3 4 ... 2 <2	$P=30 D^2$	10 5 2,5	3000 750 187,5	10
	<140	>6 6 ... 3 <3	$P=10 D^2$	10 5 2,5	1000 250 62,5	10
Krāsainie metāli	>130	6 ... 3 4 ... 2 <3	$P=30 D^2$	10 5 2,5	3000 750 187,5	30
	35 ... 130	9 ... 6 6 ... 3 <3	$P=10 D^2$	10 5 2,5	1000 250 62,5	30
	8 ... 35	>6 6 ... 3 <3	$P=2,5 D^2$	10 5 2,5	250 62,5 15,6	60

Iespieduma diametru nosaka ar Brineļa mikroskopu divos savstarpēji perpendikulāros virzienos un pēc tabulām, kas dotas ГOCT 9012-59, nosaka cietības skaitli. Attālumam no iespieduma centra līdz parauga malai jābūt lielākam par $2,5 d$, starp iespiedumu centriem — ne mazākam par $4,0 d$.

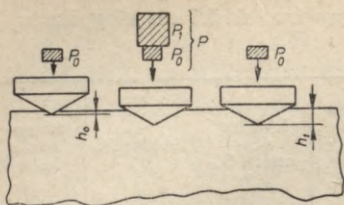
Velmētām tēraudam ir šāda sakarība starp stiepes izturības robežu un Brineļa cietību: $\sigma_b=0,36 HB$, bet tērauda lēģumiem $\sigma_b= (0,3 \dots 0,4) HB$. Šīs sakarības nevar uzskatīt par precīzām.

7.1.1.5.2. Rokvela metode (ГOCT 9013-59)

Šī metode dod iespēju noteikt cietību kā nerūdītiem, tā arī rūdītiem tēraudiem un ļoti cieti materiāliem. Rūdīta tērauda un ļoti cietu materiālu cietību nosaka ar dimanta uzgali (kons ar virsotnes leņķi 120°), bet mikstāku metālu cietību nosaka ar tērauda lodīti, kuras diametrs ir $1/16''$ (1,588 mm). Cietību raksturo uzgaļa iespīšanās dziļuma starpība starp iespiedumiem pirmsslodzes $P_0=10$ kG un pamatslodzes P_1 ietekmē (7.6. zīm.).

Rokvela cietību izteic vienādojums

$$HR = \frac{k - (h_1 - h_0)}{c}; \quad (7.13)$$



7.6. zīm. Rokvela cietības pārbaudes shēma

kur k — koeficients, kas atkarīgs no uzgaļa veida: lodītei $k=0,26$, konam $k=0,2$;

c — skalas iedaļas vērtība 0,002;
 h_1 (mm) — uzgaļa iegrimums kopējās slodzes ietekmē pēc pamatslodzes P_1 noņemšanas;

h_0 (mm) — uzgaļa iegrimums pirmslodzes P_0 ietekmē.

Cietību nolasa pēc mēraparāta indikatora skalas. Rokvela skalu izvēlas atkarībā no metāla cietības (sk. 7.4. tab.)

7.4. tabula. Rokvela skalas izvēle atkarībā no metāla cietības

Cietība pēc Vikersa, HV	Skalas apzīmējums	Uzgalis	Pamatslodze P, kG	Cietības skaitļa apzīmējums	Pielaižamā cietība skalas robežās
60 ... 240	Sarkanā B	Tērauda lodīte	100	HRB	25 ... 100
240 ... 900	Melnā C	Dimanta kons	150	HRC	20 ... 67
390 ... 900	Melnā A	„	60	HRA	70 ... 85

Dažādu skalu cietības vērtības nav identiskas, tādēļ, mērot cietību, jāuzrāda izmantotā skala. Parauga virsmai jābūt rūpīgi apstrādātai, ar savstarpēji paralēlām virsmām. Iespieduma centru savstarpējam attālumam vai attālumam līdz parauga malai jābūt lielākam par 3 mm.

7.1.1.5.3. Vikersa metode. Cietības noteikšana ar dimanta piramīdu (ГОСТ 2999-59)

Pārbaudi veic ar regulāras četrskaldņu dimanta piramīdas uzgali, kuras shēma un iespiedums dots 7.7. zīmējumā. Slodzi P uz uzgaļa izvēlas atkarībā no pārbaudāmā metāla cietības (sk. 7.5. tabulu).

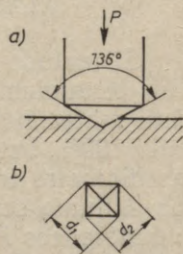
Cietība

$$HV = \frac{P}{F} = 1,854 \frac{P}{d^2}, \quad (7.14)$$

kur F (mm²) — piramīdas iespieduma sānvirsmas laukums;

d (mm) — iespieduma abu diagonāļu pussumma.

Ar šo pārbaudes metodi var noteikt cietību kā



7.7. zīm. Vikersa cietības pārbaudes shēma

7.5. tabula. Slodzes P izvēle atkarībā no cietības

Parauga biezums, mm	Cietība HV			
	25 ... 50	50 ... 100	100 ... 300	300 ... 900
	Slodze P, kG			
0,3...0,5	—	—	—	5...10
0,5...1	—	—	5...10	10...20
1...2	5...10	10...20	10...20	—
2...4	10...20	20...30	20...50	20...50
4 un vairāk	20	30	50	—

7.6. tabula. Cietības skaitļu savstarpējo salīdzinājumu tabula

Rokvels			Brinels	Vickers	Rokvels			Brinels	Vickers
HRB	HRC	HRA	HB	HV	HRB	HRC	HRA	HB	HV
—	—	—	946	—	98	22	62	229	226
—	—	—	898	—	97	21	61	223	221
—	—	—	857	—	97	20	61	217	217
—	—	—	817	—	96	19	60	212	213
—	72	89	782	1220	95	18	60	207	209
—	69	87	744	1114	94	—	59	201	201
—	67	85	713	1021	93	—	58	197	197
—	65	84	683	940	92	—	58	192	190
—	63	83	652	867	91	—	57	187	189
—	61	82	627	803	89	—	56	181	186
—	59	81	600	746	88	—	56	179	177
—	58	80	578	694	87	—	55	174	174
—	56	79	555	649	86	—	55	170	171
—	54	78	532	606	85	—	54	167	165
—	52	77	512	587	84	—	53	163	162
—	51	76	495	551	83	—	53	159	159
—	49	76	477	534	82	—	52	156	154
—	48	75	460	502	81	—	52	152	152
—	47	74	444	474	80	—	51	149	149
—	45	73	429	460	78	—	50	146	147
—	44	73	415	435	76	—	50	143	144
—	43	72	401	423	76	—	—	140	—
—	41	71	388	401	75	—	—	137	—
—	40	71	375	390	74	—	—	134	—
—	39	70	363	380	72	—	—	131	—
—	38	69	352	361	71	—	—	128	—
—	37	69	341	344	69	—	—	126	—
—	36	68	331	335	69	—	—	123	—
—	35	68	321	320	67	—	—	121	—
—	34	67	311	312	66	—	—	118	—
—	33	67	302	305	65	—	—	116	—
—	31	66	293	291	64	—	—	114	—
—	30	66	285	285	62	—	—	111	—
—	29	65	277	278	61	—	—	109	—
—	28	65	269	272	59	—	—	107	—
—	27	64	262	261	58	—	—	105	—
—	26	64	255	255	57	—	—	103	—
—	25	63	248	250	56	—	—	101	—
100	24	63	241	240	54	—	—	99	—
99	23	62	235	235	53	—	—	97	—

cietiem, tā arī mīkstiem metāliem, virsmas slāņiem un skārdam, kura biezums nepārsniedz 0,3 mm. Pārbaudot tērauda pārklājslāņa cietību, tā minimālajam biezumam jābūt $1,2d$, bet krāsaina metāla pārklājslāņa biezumam — $1,5 d$. Diagonāles izmēru nosaka ar okulārmikrometru, bet cietību nosaka pēc tabulām, kas dotas ГOCT 2999-59. At-tālūmam no iespaiduma centra līdz parauga malai vai blakus iespie-duma malai jābūt lielākam par 2,5 diagonāļu garumu.

Cietības skaitļi *HB* un *HV* sakrīt tikai vērtībām, kas mazākas par 400 vienībām. Cietības skaitļu savstarpējais salīdzinājums dots 7.6. tabulā.

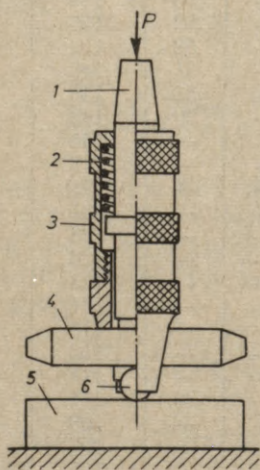
7.1.1.5.4. Mikrociētības noteikšana (ГОСТ 9450-60)

Struktūras sastāvdaļu, metālisku pārklājumu un plānu skārdu cietības mērīšanai lieto dimanta četrskaldņu piramīdas uzgali, kura virsotnes leņķis 136° . Uzgaļa slodzi izvēlas robežās no 5 līdz 500 gramiem, tā, lai diagonāļu pussumma būtu vismaz 1,5 reizes mazāka par skārda vai pārklājuma biezumu. Mikrociētības noteikšanas me-tode ir identiska Vikersa cietības noteikšanas metodei. To apzīmē ar simbolu *H* un indeksu, kas norāda slodzi gramos, piemēram, H_{50-200} , kur 200 ir mikrociētība $\frac{kG}{mm^2}$.

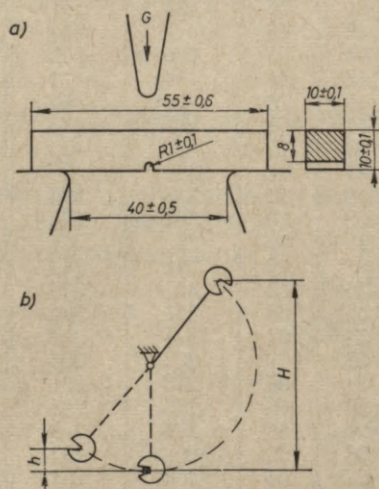
7.1.2. DINAMISKĀS PĀRBAUDES

7.1.2.1. Aptuvena cietības noteikšanas metode ar sitienu

Šī metode ir ērta lielu detaļu cietības pārbaudei. Ar pārnesamo Poldi cietības mērīšanas ierīci (7.8. zīm.) cietību nosaka, uzsitot ar



7.8. zīm. Pārnesamā (Poldi) cietības pārbaudes aparāta shēma



7.9. zīm. Stigrības pārbaude: a — paraugs, b — pārbaudes shēma

veseri pa galu, kā ietekmē 10 mm tērauda lodīte rada iespaidumu kā pārbaudāmā metālā, tā arī etalonmetālā 4. Etalonmetāla cietība HB ir zināma. Iespiedumu diametriem jābūt robežās no 2 līdz 4 mm. Iz-
mērot iespiedumu diametrus, pēc ierīci klātpieliktām tabulām nosaka cietību.

7.1.2.2. Stigrības pārbaude (ГОСТ 9454-60)

Stigrība raksturo metāla spēju pretoties triecienvēda slodzēm un pāreju trauklā stāvoklī dažādu faktoru ietekmē (temperatūra, iegriezumi, sitiena ātrums u. c.). Pārbaudē fiksē parauga sagraušanai patērēto darbu A_H . Parauga izmēri parādīti 7.9. zīmējumā *a*. Velmētiem metāliem iegriezumu izveido perpendikulāri velmēšanas virzienam. Vesera naža trieciens vērsts pret iegriezuma vietu no parauga pretējās puses. Pārbaudi veic ar svārsta veseri (7.9. zīm. *b*). Zinot vesera svaru G (kG), tā pacelšanas augstumu H (m) pirms parauga pārsišanas un pacelšanas augstumu h (m) pēc parauga pārsišanas, var aprēķināt patērēto darbu

$$A_H = G(H - h) \text{ kGm.} \quad (7.15)$$

Stigrība

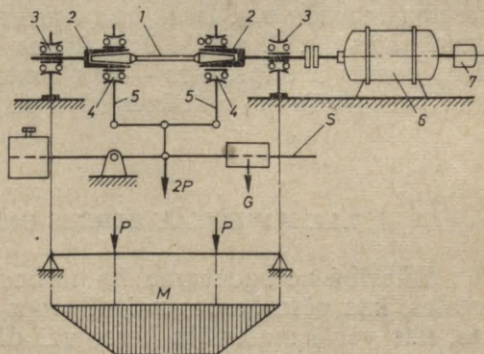
$$a_H = \frac{A_H}{F} \frac{\text{kGm}}{\text{cm}^2}, \quad (7.16)$$

kur F (cm^2) — parauga šķērsgriezuma laukums iegriezuma vietā.

7.1.3. NOGURUMA JEB ILGIZTURĪBAS PĀRBAUDE

(sk. 6.10.1. Materiāla nogurums)

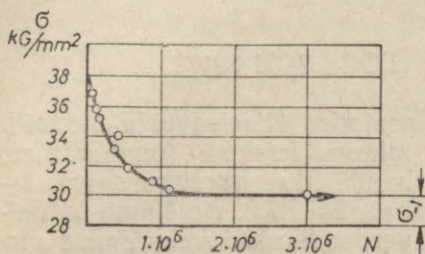
Ilgizturības pārbaudi veic uz mašīnām, kas ļauj noslogot paraugu ar dažāda lieluma mainīgiem stiepes un spiedes, lieces vai vērpes spriegumiem. Visvienkāršākās ir mainīgas lieces pārbaudes mašīnas. Viena no šīm mašīnām shematiski parādīta 7.10. zīmējumā. Paraugs 1 galos iestiprināts turētājos 2, izveidojot siju, kas brīvi atbalstīta gultņos 3. Gultņos 4 ar stieņiem 5 piekārtā sviru sistēma. Pārvietojot atsvaru G pa sviru S , var mainīt parauga 1 noslodzes vērtības. Kā rāda lieces momenta epīra, paraugs visā garumā pakļauts tikai liecei. Paraugu ar turētājiem 2 griež



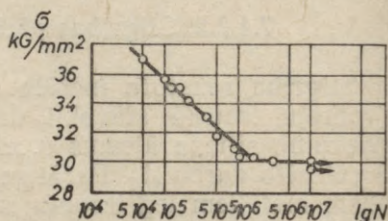
7.10. zīm. Mainīgas lieces pārbaudes mašīnas shēma:

1 — paraugs, 2 — turētājs, 3 — gultnis, 4 — gultnis, 5 — stienis, 6 — elektromotors, 7 — skaitītājs, G — atsvars, S — svira, M — momenta epīra

elektromotors 6. Rotējot paraugā rodas simetriski mainīgi lieces spriegumi. Kopīgo apgriezību skaitu nosaka skaitītājs 7. Paraugam pārlūstot, svira S nosveras uz leju, izslēdzot elektromotoru un skaitītāju. Ilgizturības noteikšanai izgatavo ne mazāk par 10 gluži vienādu



7.11. zīm. Noguruma jeb ilgizturības likne parastās koordinātēs



7.12. zīm. Noguruma likne logaritmiskās koordinātēs

standarta (sk. ГОСТ 2860-65) paraugu no pārbaudāmā materiāla, piemēram, tērauda. Vispirms paraugu noslogo ar spriegumu σ_{a1} , kas pārsniedz paredzamo ilgizturības robežu σ_{-1} ; parasti $\sigma_{a1} \approx (0,5 \dots 0,6) \sigma_b$. Pēc tam pēc skaitītāja nosaka ciklu skaitu N_{c1} , pie kura paraugs pārlūst. Otrā paraugu noslogo ar spriegumu σ_{a2} , mazāku par σ_{a1} , nosakot ciklu skaitu N_{c2} utt., līdz nonāk pie parauga, kas vairs nelūst pie liela ciklu skaita, piemēram, 10^7 . Šo ciklu skaitu sauc par bāzi. Eksperimenti rāda, ka, ja tērauda paraugs nesalūst pie 10^7 cikliem, tas nesalūzīs arī pie ievērojami lielāka ciklu skaita. Izņēmums ir sevišķi cieti norūdītie tēraudi un krāsainie metāli, kuru bāzes ciklu skaits sasniedz (25...50) 10^7 .

Iegūtās sprieguma un ciklu skaita vērtības attēlo grafiski (7.11. zīm.), iegūstot t. s. *noguruma* jeb *ilgizturības likni* (to sauc arī par Vēlera likni). Līknes horizontālā zara ordināte nosaka ilgizturības robežu σ_{-1} . Dažkārt noguruma līkni konstruē logaritmiskās koordinātēs (7.12. zīm.). Tad līknes vietā dabū lauztu līniju, kuras viens posms ir slīps, otrs — horizontāls. Lūzuma punkts norāda ilgizturības robežu σ_{-1} un bāzes ciklu skaitu N_{cb} .

7.1.4. MATERIĀLU BERZES UN DILŠANAS PARBAUDES

Atkarībā no uzdevuma šīs pārbaudes iedala divās grupās: 1) pārbaudes, kas pēta berzes vai dilšanas procesus kā tādus, 2) pārbaudes, kas vērtē materiālu berzi vai dilšanu, saistot to ar konkrētām detaļām.

Statisko berzi vai slīdes berzi mēri dažādu materiālu berzes koeficienta noteikšanai. Frikcijas materiālu berzes koeficientu nosaka ar detaļām un vidē, kas atbilst ekspluatācijas apstākļiem.

Lai praktiski noteiktu materiāla dilšanas izturību, imitē eksploataācijas apstākļus, izmantojot šim nolūkam universālās vai speciālās dilšanas mašīnas.

Precīzākus datus par dilšanu dod to detaļu pārbaude, kas atrodas eksploataācijā. No pārbaudes metodēm jāmin mikrometrāža, kas nosaka detaļas izmēru starpību pirms un pēc eksploataācijas. Precīzākus datus dod nodilušo detaļu svēršana, taču to var izdarīt tikai mazām detaļām, jo lielākas ir grūti precīzi nosvērt. Praksē plaši lieto nodilušās dzelzs daudzuma noteikšanu eļļā. Pēc noteiktiem starplaikiem nosaka dzelzs daudzuma pieaugumu eļļā un, pamatojoties uz iegūtajiem datiem, konstruē likni, uz koordināšu asīm atliekot dzelzs daudzumu eļļā (g) un mašīnas darbināšanas laiku (h). Pilnīgu pārskatu par dilšanu dod radioaktīvo izotopu metode. Pētāmo detaļu padara radioaktīvu, apstarojot vai ievadot izotopus sakausējumā; lieto arī radioaktīva metāla adatu, iepresējot to dilstošā vietā. Dilšanas ātrumu raksturo radioaktivitātes pieaugums eļļā, ko fiksē skaitītājs (piem., Geigera skaitītājs).

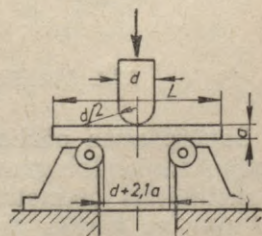
7. 2. TEHNOLOĢISKO ĪPAŠĪBU PĀRBAUDES

Tehnoloģisko īpašību pārbaude dod iespēju novērtēt materiāla izturēšanos atbilstošos darba apstākļos. Šajās pārbaudēs sloģošanas pakāpi neregistrē, bet materiāla derīgumu nosaka pēc parauga virsmas stāvokļa (plaisa, atslāņojums, lūzums), kas izveidojusies pārbaudes laikā.

7.2.1. SALIEKŠANA AUKSTĀ VAI KARSTĀ STĀVOKLI

(ГОСТ 14019-68)

Šī pārbaude nosaka materiāla spēju saliekties par noteiktu leņķi ap noteikta noapaļojuma spiediņi bez plaisu rašanās. Paraugus izgatavo saskaņā ar ГОСТ 7564-64. Lokšņu, sloksņu (platums virs 100 mm) un fasonveida materiāla (leņķa, T profila u. c.) parauga biezumam a jābūt vienādam ar materiāla biezumu. Platumam b (7.13. zīm.) jābūt divas reizes lielākam par biezumu a , bet ne šaurākam par 10 mm. Sloksnēm, kuras šaurākas par 100 mm, un fasonveida materiāliem (apaļdzelzij, kvadrātam u. c.) parauga šķērsriezuma laukumam jābūt vienādam ar materiāla šķērsriezumu. Parauga garums $L = 5a + 150$ mm. Pārbaudi veic ar spiediņi, radot vienmērīgu slodzi parauga centrā. Ja parauga apakšdaļā parādās plaisa pirms noteiktā saliekšanas leņķa sasniegšanas, fiksē leņķi α , pie kura parādījusies plaisa.



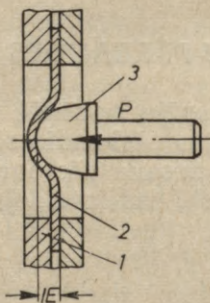
7.13. zīm. Saliekšanas pārbaudes shēma

7.2.2. SKĀRDA IZVILKŠANAS PĀRBAUDE (ГОСТ 10510-63)

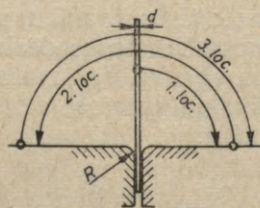
Šo pārbaudi veic skārdiem ar biezumu no 0,1 līdz 2 mm aukstā stāvoklī. Paraugu 2 (7.14. zīm.) piespiež matricē 1 ar piespiedēju un, iedarbojoties ar puansonu 3 tā centrā, izvelk līdz pirmajai plaišīnai. Izvilkšanas pakāpe IE (mm) raksturo skārda izmantošanas iespēju štancēšanai. Pirms pārbaudes puansonu un skārdu ieziež ar grafīta ziedi.

7.2.3. STIEPLES UN CITU MATERIĀLU LOCĪŠANAS PĀRBAUDE (ГОСТ 1579-63)

Locīšanas pārbaudi veic auksti vilktām un karsti velmētām stieplēm, kuru diametrs $d=0,5 \dots 10,0$ mm. Paraugu, kura garums $L=100 \dots 150$ mm, iestiprina spīlēs un liec no vertikālā izejas stāvokļa, kā parādīts 7.15. zīmējumā. Pēdējo locījumu, kurā paraugs



7.14. zīm. Skārda izvilšanas pārbaudes shēma



7.15. zīm. Stieples locīšanas pārbaudes shēma

lūst, neskaita. Auksti vilktai stieplei jāiztur vismaz 4 locījumi, termiski apstrādātai — vismaz 10 locījumi. Fasonveida šķērsriezuma stieples, sloksnes un loksnes, kuru biezums nepārsniedz 5 mm, pārbauda līdzīgi (ГОСТ 13813-68).

7.2.4. STIEPLES SAVĒRPŠANAS PĀRBAUDE (ГОСТ 1545-63)

Savērpšanas pārbaude raksturo stieples plastiskās deformēšanās spēju, neviendabīgumu, kā arī ārējos un iekšējos defektus. Parauga maksimālais diametrs $d=10$ mm, garums $L=100 d$ (ne īsāks par 50 mm; ne garāks par 500 mm). Savērpumu skaits raksturo stieples deformēšanās spēju, bet lūzuma veids un savērpuma nevienmērība — defektus metālā.

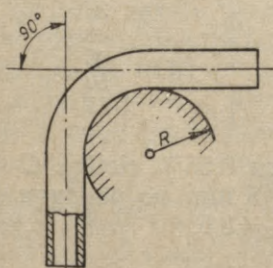
7.2.5. CAURULES SALIEKŠANAS PĀRBAUDE (ГОСТ 3728-66)

Pārbaude nosaka caurulēs spēju saliekties aukstā vai karstā stāvoklī līdz noteiktam leņķim. Aukstā stāvoklī liec caurules, kuru diametrs $D \leq 60$ mm, karstā stāvoklī — caurules, kuru diametrs $D = 60 \dots 114$ mm. Cauruli, kuras garums ir $10 D$, bet ne mazāks par 200 mm, liec ap stieni (7.16. zīm.), kura rādiuss R norādīts tehniskajos noteikumos. Caurule var būt tukša vai pildīta ar sausām smiltīm. Metinātu cauruļu šuves izvietojums liecot nav noteikts, ja tas nav speciāli norādīts. Paraugu saliec parasti par 90° , un tas ir pārbaudi izturējies, ja uz virsmas nav novērojamas plaisas, atslāņošanās vai iepļisumi.

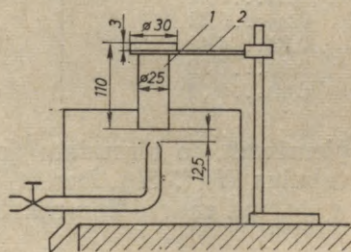
7.2.6. CAURRŪDĪŠANAS PĀRBAUDE

Caurrūdīšanu raksturo rūdīšanas dziļums, ko nosaka attālums no virsmas līdz pusmartensīta struktūras zonai (50% martensīta un 50% trostīta).

Gala rūdīšanas metodi (ГОСТ 5657-51) lieto konstrukciju ogļekļa tērauda un leģētā tērauda caurrūdības noteikšanai. Normalizētu paraugu 1 (7.17. zīm.) sakarsē mufelkrāsnī līdz temperatūrai, kas dota 7.7. tabulā. Šajā temperatūrā paraugu notur 30 min, pēc tam ātri ievieto rūdīšanas iekārtas kronšteinā 2 un dzesē ar ūdens strūklu ($t = 10 \dots 15^\circ\text{C}$) līdz pilnīgai atdzišanai. Ūdens strūkļa jāierēgulē tā, lai tās pacelšanās augstums būtu 65 mm; sprauslas attālumam no parauga gala jābūt 12,5 mm. Pēc rūdīšanas parauga cilindrisko virsmu noslīpē visā garumā 0,2...0,5 mm dziļi diametrāli



7.16. zīm. Caurules saliekšana ap stieni



7.17. zīm. Dziļrūdības pārbaude:
1 — paraugs, 2 — kronšteins

pretējās pusēs un pārbauda cietību *HRC* abās noslīpētās pusēs, virzoties pa taisni. Pārbaudi sāk 48 mm attālumā no rūditā gala uz rūditā gala pusi, veicot 10 mērījumus ik pēc 3 mm un pārējos mērījumus ik pēc 1,5 mm. Vienādā attālumā no gala diametrāli pretējās pusēs izvietotiem diviem mērījumu punktiem aprēķina vidējo cietību un rezultātus attēlo grafiski. Caurrūdību raksturo skaitlis L_c , kur

L (mm) — attālums no rūdītā gala līdz mērijuma punktam, bet C ir cietība HRC , ko nosaka 7.8. tabulā.

7.7. tabula. Tērauda rūdišanas temperatūras

Tērauda grupa	Oglekļa saturs, %	Rūdišanas temperatūra, °C
Oglekļa, mangāna, hroma, molibdēna, hrommolibdēna, hromniķeļa (Cr līdz 1,25% un Ni līdz 2%) un niķeļa-molibdēna	Līdz 0,25	900
	0,26 ... 0,36	870
	0,37 ... 0,55	840
	0,56 ... 0,90	820
Silīcija, silīcija-mangāna, hroma-silīcija-mangāna, hroma-vanādija, hroma-mangāna-vanādija, hroma-molibdēna-vanādija	0,15 ... 0,24	900
	0,25 ... 0,44	880
	0,45 ... 0,65	870
Hroma-mangāna-titāna un hroma-mangāna-molibdēna	Līdz 0,25	900
Niķeļa, hromniķeļa (Ni vairāk par 1,25% un Cr vairāk par 2%) un hroma-niķeļa-molibdēna	Līdz 0,25	840

7.8. tabula. Pusmartensīta zonas cietība HRC

Oglekļa saturs, %	HRC	
	oglekļa tēraudam	lēģētam tēraudam
0,08 ... 0,17	—	25
0,18 ... 0,22	25	30
0,23 ... 0,27	30	35
0,28 ... 0,32	35	40
0,33 ... 0,42	40	45
0,43 ... 0,52	45	50
0,53 ... 0,62	50	55

Tā, piemēram, ja tēraudam ar oglekļa saturu 0,55% cietība C (pēc 7.8. tabulas HRC 50) fiksēta attālumā $L=8,5$ mm no parauga dzesētā gala, tad caurrūdību raksturo skaitlis $L_{50}=8,5$.

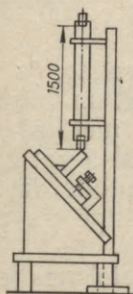
7.2.7. SAMETINĀŠANAS PĀRBAUDE

7.2.7.1. Tērauda plaisāšanas tieksmes noteikšana

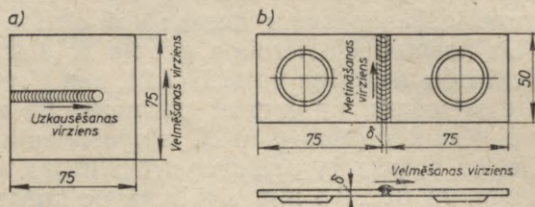
Lietojot Patona Elektrometināšanas institūta metodi, T veida paraugu, kura plaukta izmērs ir 150×400 mm, sieniņas izmērs — 100×400 mm, iestiprina speciālā ierīcē (7.18. zīm.) un sametina ar 250 ... 300 mm garu kakta šuvi. Tūlīt pēc sametināšanas (3; 5; 8; 10 un 15 s pēc metināšanas beigām) pa plauktiņa šķautni sīt ar krītošu atsvaru. Laika intervāls starp metināšanas beigām un sitienu,

kas rada plaisu, nosaka karsto plaisu rašanās tieksmi: jo lielāks laika intervāls, jo mazāka ir tieksme plaisāt karstā stāvoklī.

Ar loku metinātu plānu skārdu ($s \leq 1,5$ mm) plaisāšanas tieksmi nosaka šādi. Uz skārda plāksnītes perpendikulāri velmējuma virzienam uzkausē valnīti (7.19. zīm. a). Ja tēraudam ir tieksme radīt plaisas, tās parādās parauga pretējā pusē.



7.18. zīm. Pārbaudes iekārtas shēma



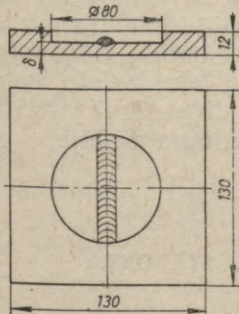
7.19. zīm. Plānu skārdu sametināšanas pārbaude a — metinājums ar elektroloku, b — metinājums ar gāzi

Metinot ar gāzi saduršuvi, plāksnītes nostāda vienu otrai blakus (7.19. zīm. b) un stipri (lai rastos iespaidumi) iespīlē ierīcē tā, lai sprauga būtu vienāda ar plāksnītes biezumu. Metina režīmā, kas atbilst dotā tērauda šķirnei un parauga izmēriem. Pēc sametināšanas paraugs dziest ierīcē, līdz sasniedz 500°C , tad to notīra ar smilšu strūklu un aplūko šuvi ar lupu. Plaisāšanas tieksmi nosaka attiecība starp kopīgo plaisu garumu vienā šuves pusē (ar lielāko plaisu skaitu) un šuves garumu, ko izsaka procentos.

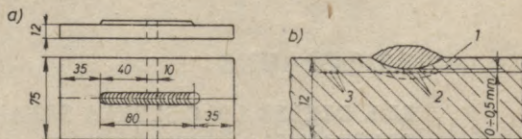
Tērauda auksto plaisu rašanās tieksmi nosaka ar Kirova rūpnīcas metodi. Pārbaudāmā metāla paraugā (7.20. zīm.) izveido cilindrisku ($\varnothing 80$ mm) padziļinājumu tā, lai atlikušā metāla biezums δ būtu 2 resp. 4 vai 6 mm. Padziļinājuma vidū uzmetina valnīti, paraugu vienlaicīgi dzesējot no pretējās puses ar tekošu ūdeni.

Nemot vērā pārbaudes rezultātus, tēraudus klasificē četrās grupās:

1) tērauds ar labu sametināšanos — plaisas neparādās, vienlaicīgi uzmetinot un dzesējot;



7.20. zīm. Paraugu auksto plaisu konstatēšanai



7.21. zīm. Paraugu tērauda īpašību izmaiņu noteikšanai pēc metināšanas a — paraugs, b — metinājuma vieta

2) tērauds ar apmierinošu sametināšanos — plaisas rodas, valnīti vienlaicīgi uzmetinot un dzesējot ar ūdeni, bet nerodas, ja uzmetināto valnīti dzesē gaisā;

3) tērauds ar ierobežotu sametināšanos — plaisas nerodas, ja paraugu pirms valniša uzmetināšanas sakarsē līdz 100...150 °C un pēc uzmetināšanas dzesē gaisā;

4) tērauds ar sliktu sametināšanos — plaisas nerodas, ja paraugu pirms metināšanas sakarsē virs 150 °C (līdz 300 °C un vairāk).

Sametināšanās spēju nosaka arī cietības izmaiņa metināšanas joslā. Uz normalizēta tērauda gabala ar elektrodu OMM-5 vai kādu citu elektrodu uzmetina valnīti (7.21. zīm.) režīmā, kas atbilst izvēlētajam elektrodam, un izgriež paraugu. Tā virsmu noslīpē un pārbauda cietību *HV* (slodze 10 kG, sloģošanas ilgums 10 s).

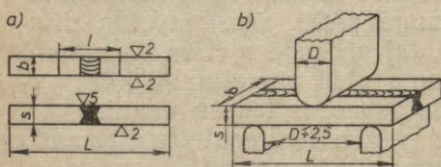
Cietību nosaka 1) uz šuves viduslīnijas termiskās ietekmes joslā (7.21. zīm. 1) 0...0,5 mm attālumā no kušanas robežas; 2) pa labi un pa kreisi no šuves viduslīnijas, virzoties pa horizontālu taisni (7.21. zīm. 2); mērījumu vietu savstarpējais attālums ir 0,75 mm. Ja cietība termiskās ietekmes joslā atšķiras no pamatmetāla cietības ne vairāk kā par 100 *HV* vienībām, tērauda sametināšanās spēja ir laba. Pamatmetāla cietību nosaka trijos punktos 25 mm attālumā no valniša viduslīnijas (7.21. zīm. 3).

7.2.7.2. Metinātā savienojuma saliekšanas pārbaude (ГОСТ 6996-66)

Metinātas saduršuves plastiskumu pārbauda, saliecot paraugu, kā parādīts 7.22. zīmējumā *b*.

Lieto divējādus paraugus: 1) šuve iet parauga garenvirzienā (7.22. zīm. *b*); tad parauga platums $b = s + 30$ mm, ja $s \geq 5$ mm, un

$b = s + 15$ mm, ja $s < 5$ mm; 2) šuve iet parauga šķērsvirzienā (7.22. zīm. *a*); tad $b = 1,5 s$. Parauga garums $L = D + 2,5 s + 80$ mm; $D = 2 s$. Šuves plastiskumu raksturo leņķis α , pie kura rodas plaisa, kas dziļāka par 0,5 mm jebkurā parauga vietā. Pārbaudot vienpusīgu metinājumu, uz leju izvieto šuves plato daļu, bet divpusīgai šuvei to pusi, kas sametināta pēdējā.



7.22. zīm. Metinātas šuves lieces pārbaude:

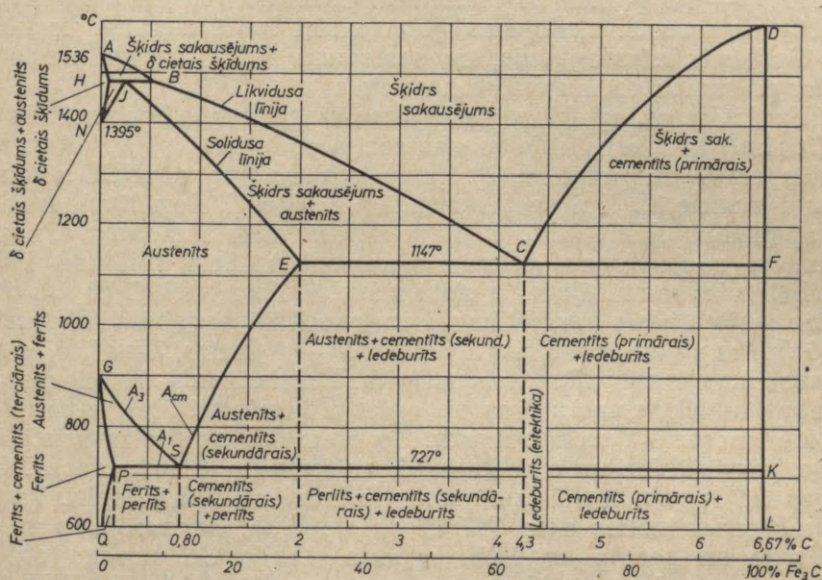
a — paraugs ar šķērsšuvi, *b* — paraugs ar garenšuvi

7.3. TĒRAUDS

7.3.1. DZELZS UN OGLEKĻA SAKAUSĒJUMU STĀVOKĻA DIAGRAMMA

Dzelzs un oglekļa sakausējumu stāvokļa diagramma (7.23. zīm.) dod pārskatu par struktūras izmaiņām tēraudā un čugunā atkarībā no temperatūras un oglekļa satura dzelzī. Diagramma vienlaicīgi at-

tēlo metastabilo dzelzs-cementīta un stabilo dzelzs-grafīta sistēmu. Pirmo sistēmu attēlo ar pilnām līnijām, otro — ar pārtrauktām. Dzelzs un oglekļa sakausējumu sistēmā sastopamas šādas mikrostruktūras.



7.23. zim. Dzelzs-oglekļa sakausējuma diagramma (metastabilā sistēma)

Ferīts ($Fe\alpha$) ir oglekļa ciets šķīdums α dzelzī, kas satur ne vairāk par 0,02% oglekļa 723 °C temperatūrā. Ferīta tehniskās īpašības atkarīgas no tajā izšķīdušiem elementiem (Si, P, Mn u. c.) un to daudzuma. Tīram ferītam ir maza cietība ($HB_{80...100}$), liels plastiskums — $\delta=30\%$ un maza stiprība — $\sigma_T=20$ kG/mm²; $\sigma_b=35$ kG/mm².

Cementīts (Fe_3C) ir dzelzs un oglekļa ķīmiskais savienojums ar 6,67% oglekļa saturu, lielu cietību ($HB \approx 700$), trauslumu un raksturīgu spīdumu lūzuma vietā. To var sastapt kā tērauda, tā arī čuguna struktūrā.

Austenīts ($Fe\gamma$) ir oglekļa ciets šķīdums γ dzelzī un eksistē oglekļa tēraudā tikai pie temperatūras virs 727 °C. Minimālais oglekļa daudzums — 0,8% C — austenītā ir pie 727 °C, bet maksimālais — 2,0% C — pie 1147 °C. Austenīts ir stīgs, vidēji ciets ($HB 170...220$) un plastisks.

Perlīts ir ferīta un cementīta mehāniskais maisījums, kas veidojas austenīta sabrukšanas rezultātā. Tīrā perlitā ir 0,8% oglekļa. Perlīta mehāniskās īpašības atkarīgas no cementīta ieslēguma lieluma un formas (plāksnītes vai graudiņi). Vidēji rupjam, plāksņotam perlitam stiepes izturības robeža $\sigma_b=82$ kG/mm², cietība $HB 200...250$,

graudainam perlītam $\sigma_b = 63 \text{ kG/mm}^2$ un $HB 160 \dots 200$. Perlīts nepastāv temperatūrās, kas augstākas par 727°C .

Ledeburīts ir dzelzs un oglekļa sakausējums, kas satur $4,3\%$ oglekļa. Virs 727°C ledeburīts sastāv no austenīta un cementīta, bet zem 727° — no perlīta un cementīta. Ledeburīts ir ļoti ciets ($HB \approx 700$) un trausls, sastopams galvenokārt baltā čuguna struktūrā.

Grafīts ir brīvs ogleklis, kas sastopams pelēkā čugunā un tā pavidos plāksnīšu, lodīšu vai pārslu veidā.

Uz dzelzs un oglekļa sakausējumu diagrammas horizontālās ass (7.23. zīm.) atlikta oglekļa koncentrācija no 0 līdz $6,67\%$, bet uz vertikālās ass — temperatūra $^\circ\text{C}$. Zem likvidusa līnijas *ABCD* sakausējums sāk sacietēt. Tirā dzelzs sacietē pie 1536°C . Zem likvidusa līnijas apgabalos *ABH*, *IEC*, *CDF* no šķidrā metāla izdalās atbilstoši δ dzelzs, austenīts un primārais cementīts. Zem solidusa līnijas *AHIECF* viss sakausējums ir cietā stāvoklī. Zem 1499°C (līnija *HIB*) notiek peritektiskās pārvērtības, kuru rezultātā apgabalā *HIN* veidojas δ dzelzs un austenīts, apgabalā *AHN* — δ dzelzs. Zem līnijas *NIE* sakausējums sastāv tikai no austenīta. Sakausējuma struktūras pārvērtības notiek temperatūras un oglekļa koncentrācijas izmaiņu rezultātā arī metāla cietā stāvoklī. To izskaidro ar dzelzs kristāliskā režģa pārvērtībām un oglekļa šķīdības izmaiņu γ un α dzelzī. Zem līnijas *GS* apgabalā *GSP* no austenīta izdalās ferīta kristāli. Temperatūrai pazeminoties zem 727°C (līnija *PS*), sakausējums sastāv no ferīta un perlīta ar $0,8\%$ oglekļa. Līnija *SE* nosaka oglekļa šķīdību austenītā — tā samazinās no $2,0\%$ pie 1147°C līdz $0,8\%$ pie 727°C . Zem līnijas *SE* no austenīta izdalās sekundārais cementīts līdz līnijai *PSK*. Galīgā struktūra dzelzs un oglekļa sakausējumiem ar oglekļa saturu līdz $0,8\%$ sastāv no ferīta un perlīta vai ferīta (apgabalos *GPQO*). Tādas struktūras ir pirmseitektoidam tēraudam. Punktā *S* austenīts eitektoidālo pārvērtību rezultātā pārveidojas perlītā. Tēraudu ar $0,8\%$ C sauc par eitektoido tēraudu. Galīgā struktūra sakausējumam zem *PSK* līnijas ar oglekļa saturu no $0,8$ līdz $2,0\%$ sastāv no perlīta un sekundārā cementīta. Šāda struktūra ir aizeitektoidam tēraudam. Zem solidusa līnijas intervālā no $2,0$ līdz $4,3\%$ C struktūra sastāv no austenīta, sekundārā cementīta un ledeburīta, bet intervālā $4,3$ līdz $6,67\%$ C — no ledeburīta un primārā cementīta. Sakausējums, kam ir $4,3\%$ C, no šķidrā stāvokļa eitektiskā punktā *C* pāriet cietā stāvoklī, veidojot ledeburītu. Galīgā struktūra zem *PSK* līnijas intervālā no 2 līdz $4,3\%$ C sastāv no perlīta, cementīta un ledeburīta. Šāda struktūra atbilst pirmseitektiskam baltajam čugunam. Eitektiskais baltais čuguns satur tieši $4,3\%$ oglekļa, un tā struktūra sastāv tikai no ledeburīta, bet intervālā no $4,3$ līdz $6,67\%$ C zem līnijas *PSK* aizeitektiskā baltā čuguna struktūra sastāv no ledeburīta un primārā cementīta.

Dzelzs un oglekļa sakausējumu struktūru pārvērtību temperatūras pa līniju *GS* apzīmē ar A_3 , pa līniju *PSK* — ar A_1 un pa līniju *SE* — ar A_{cm} . Sakarsēšanas procesā šiem apzīmējumiem pievieno indeksu *c*, piemēram, A_{c3} , bet atdzesēšanas procesā — indeksu *r*, piemēram, A_{r3} .

7.3.2. TERMISKĀS APSTRĀDES PAMATI

7.3.2.1. Vispārīgi norādījumi

Par termisko apstrādi sauc tīru metālu vai to sakausējumu sakarsēšanas, izturēšanas un atdzesēšanas kopumu, kā rezultātā izmainās metāla struktūra un īpašības.

Tērauda un čuguna termiskā apstrāde pamatojas uz pārkrizalizācijas parādībām metālā cietā stāvoklī t. s. kritiskajos punktos.

Pirmais kritiskais punkts A_1 atrodas uz līnijas PSK (7.23. zīm.) un atbilst austenīta-perlīta pārvērtībām. Kritiskais punkts A_3 , kas atrodas uz līnijas GS , atbilst ferīta izdalīšanās sākumam, metālam atdziestot, vai ferīta izšķīšanas beigām austenītā, metālu sakarsējot. Kritiskais punkts A_{cm} atrodas uz līnijas SE , uz kuras pie karsēšanas beidzas sekundārā cementīta izšķīšana austenītā, bet pie atdzišanas sākas sekundārā cementīta izdalīšanās no austenīta.

Kritisko punktu stāvokli var izmainīt sakausējumā ievadītie leģētāji elementi vai sakarsēšanas un atdzesēšanas ātrums. Atkarībā no atdzišanas ātruma austenīts tiek pārdzesēts zemāk par tā līdzsvara stāvokli pie 727° (A_1), veidojot nestabilas struktūras — sorbītu, trostītu vai martensītu, kas viens no otra atšķiras kā ar struktūru, tā ar mehāniskajām īpašībām. Eitektoida sastāva tērauda kritiskā punkta A_1 stāvokļa izmaiņa un rūdīšanas struktūru veidošanās secība parādīta 7.24. zīmējumā.

Lēni atdziestot, austenīts sabrūk pilnīgi un izveidojas perlīts.

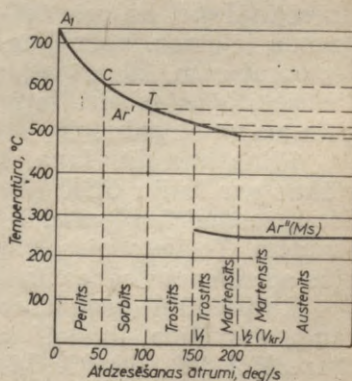
Dzesēšanas ātruma intervālā 50...100 deg/s no austenīta veidojas sorbīts — ferīta un cementīta mehāniskais maisījums, kas atšķiras no perlīta ar augstāku komponentu dispersijas pakāpi un cietību HB 270...320.

Dzesēšanas ātruma intervālā 100...150 deg/s veidojas trostīts — ferīta un cementīta mehāniskais maisījums, kam ir vēl augstāka komponentu dispersijas pakāpe nekā sorbītam. Trostītam ir liela cietība HB 330...400.

Dzesēšanas ātrumam V_1 sasniedzot kritisko ātrumu 150 deg/s, paralēli austenīta pārejai cementītā un ferītā (līkne A'_r) notiek austenīta pārveidošanās martensītā pie nemainīgas temperatūras (līkne A''_r). Vienlaicīgi eksistē trostīts un martensīts (HB 400...600). Tīra martensīta cietība HB 650...700.

Palielinot dzesēšanas ātrumu V_2 virs 200 deg/s, struktūrā bez martensīta paliek arī pārdzesēts austenīts.

Atdzesēšanas kritiskais ātrums oglekļa tēraudiem atkarīgs no oglekļa satura un no temperatūras, kādā tēraudu dzesē. Jo lielāks ir oglekļa saturs, jo mazākam jābūt dzesēšanas ātrumam.



7.24. zīm. Austenīta pārvērtības pie nepārtrauktas dzesēšanas

Oglekļa tērauda kritiskais dzesēšanas ātruma intervāls ir robežās no 200 līdz 600 deg/s, bet legētiem tēraudiem — zem 150 deg/s. Rūdišanai izmantojamās rūdišanas vides un dzesēšanas ātrumi doti 7.9. tabulā.

7.9. tabula. Rūdišanas vides un dzesēšanas ātrumi

Rūdišanas vide	Rūdišanas ātrums, grādos sekundē, temperatūru intervālā		Rūdišanas vide	Rūdišanas ātrums, grādos sekundē, temperatūru intervālā	
	550° ... 600°	200° ... 300°		550° ... 600°	200° ... 300°
Ūdens 18 °C	600	270	Ūdens 18 °C+	1100	300
„ 26 °C	500	270	+10% nātrijs		
„ 50 °C	100	270	hlorīds		
„ 74 °C	30	200	Ūdens 18 °C+	800	270
Ziepju ūdens	30	200	+10% soda		
Ūdens 18 °C+	1200	300	Mašīneļļa	150	30
+10% nātrijs			Transformatoru	120	25
hidroksīds			eļļa		
			Petroleja	170	50
			Dzelzs plate	35	15
			Vara plate	60	30

7.3.2.2 Oglekļa tērauda galvenie termiskās apstrādes veidi

Galvenie termiskās apstrādes veidi ir atkvēlināšana, rūdišana, atlaidināšana un ķīmiski termiskā apstrāde.

Atkvēlināšana ir termiskās apstrādes process, kas sastāv no tērauda sakarsēšanas līdz noteiktai temperatūrai atkarībā no atkvēlināšanas veida, izturēšanas šai temperatūrā un lēnas atdzesēšanas, neizņemot no krāsns. Atkvēlināšanu lieto, lai likvidētu iekšējos spriegumus, iegūtu stabilu, vienmērīgu struktūru, samazinātu cietību, palielinātu plastiskumu un stigrību. Lai likvidētu tērauda uzkaldu, to atpūtina — atkvēlina 200...400 °C temperatūrā. Rekrystalizācijas atkvēlināšana, ko veic 600...700 °C intervālā, likvidē iekšējos spriegumus lējumos, velmējumos un kalumos, kas deformēti pie zemām temperatūrām, kā arī atjauno spiedienapstrādē izkropļotos graudus. Rekrystalizācijas rezultātā samazinās metāla cietība, palielinās plastiskums un stigrība.

Pilna atkvēlināšana, ko veic temperatūrās, kas 30...50 °C augstākas par līniju GSK (7. 23. zīm.), uzlabo metāla apstrādi ar griešanu, sasmalcina graudus, kā arī sagatavo tēraudu termiskajām apstrādēm. To lieto pirmsejtekteoīdiem un legētiem tēraudiem pēc karstās spiedienapstrādes un difūzijas atkvēlināšanas.

Lai iegūtu graudaino perlītu, eitekteoīdo un aizekteoīdo tēraudu atkvēlina, ilgstoši izturot 740 °C temperatūrā un pēc tam lēni atdzesējot līdz 680 °C. Tēraudu līdz šīm temperatūrām sakarsē un atdzesē vairākkārtīgi. Šīs apstrādes rezultātā uzlabojas instrumentu tēraudu apstrādes spēja. Lai izlīdzinātu lielu tērauda lējumu ķi-

misko sastāvu, veic difūzijas atkvēlināšanu — izturot 10...15 stundas temperatūrā 150...300 °C virs līnijas *GS*. Pēc difūzijas atkvēlināšanas tēraudu atkvēlina pilnīgi vai normalizē, lai sasmalcinātu graudus.

Normalizācija ir atkvēlināšanas paveids — tēraudu iztur temperatūrā 30...50 °C virs *GSE* līnijas un pēc tam atdzesē gaisā. Normalizācijas rezultātā iegūst smalkgraudainu, vienmērīgu struktūru ar lielāku stiprību un cietību nekā pēc atkvēlināšanas.

Rūdišana ir termiskās apstrādes process, kurā metālu sakarsē līdz temperatūrai 30...50 °C virs punkta A_3 pirmseitektoīdiem tēraudiem un 30...50 °C virs punkta A_1 aizeitektoīdiem tēraudiem, iztur šai temperatūrā un atdzesē tik ātri, ka austenīts pārveidojas martensītā. Oglekļa tērauda (0,3...0,8% C) cietība pēc rūdišanas pieaug līdz ar oglekļa satura palielināšanos, sasniedzot maksimālo vērtību (*HRC* 63...65), ja oglekļa ir 0,7%. Tālākais oglekļa satura pieaugums cietību nepalielina. Šajā režīmā pilnīgi rūda pirmseitektoīdos tēraudus. Rūditā struktūra sastāv no smalkadataina martensīta un neliela daudzuma austenīta.

Nepilnīgi rūda eitektoīdos un aizeitektoīdos tēraudus.

Izotermiski tēraudus rūda sāļu vannās, kas sakarsētas (20...30 °C virs martensīta pārvērtību temperatūras M_S (7.24. zīm.)). Pirms rūdišanas arī tērauds jāsakarsē līdz šai temperatūrai. Izotermiskās rūdišanas rezultātā iegūst adatveida trostīta struktūru (*HRC* 50...55) ar samērā lielu stiprību, plastiskumu un stigrību. Tādu tēraudu lieto maza šķērsgriezuma detaļām.

Virsmas rūda, sakarsējot tās ar gāzes degļiem vai augstfrekvences strāvu līdz kritiskai temperatūrai. Pēc rūdišanas detaļai ir cieta virsma un sūksta serde.

Tērauds, kas norūdīts martensīta struktūrā, ir ļoti ciets un trausls. Lai samazinātu cietību un trauslumu, kā arī rūdišanas rezultātā radītos iekšējos spriegumus un palielinātu plastiskumu, tēraudu atlaidina.

Atlaidināšana ir termiskās apstrādes veids — sakarsēšana, izturēšana noteiktā temperatūrā un atdzesēšana. Šī procesa rezultātā rūdišanas struktūras — martensīts un austenīts — pārveidojas stabilākās struktūrās. Izšķir trīs atlaidināšanas veidus.

1) Atlaidināšana zemā temperatūrā (150...200 °C) rada atlaidināšanas martensīta struktūru, samazina iekšējos spriegumus, saglabājot lielu cietību. To veic instrumentu tēraudiem un tēraudiem, kam rūdītas un cementētas virsmas.

2) Atlaidināšana vidējā temperatūrā (350...500 °C) rada atlaidināšanas trostīta struktūru ar pietiekami lielu cietību, stiprību, elastību un triecienizturību.

3) Atlaidināšana augstā temperatūrā (500...650 °C) rada atlaidināšanas sorbīta struktūru ar labām mehāniskām īpašībām, sevišķi stigrību.

Ķīmiski termiskā apstrāde — cementēšana, nitrēšana un cianēšana — izmaina metāla virsējās kārtas ķīmisko sastāvu temperatūras un ārējās vides ietekmē. Tā rezultātā iegūst noteiktas fizikālas

7.10. tabula. Oglekļa tērauda termiskās apstrādes režīmi

Tērauda šķirne	Atkvēlināšanas veids un temperatūra					Sakarsēšanas ātrums, deg/h	Atzēsšana
	daļēja	pilnīga	difūzijas	sferodizācijas	rekristalizācijas		
05кп	800...820	900...920	Visiem tēraudiem 1000...1050 °C	715...740	Visiem tēraudiem 450...600 °C	250...350	Visiem tēraudiem, neizņemot no krāsns
08кп	800...820	900...920		715...740			
10	800...820	900...920		715...740			
20	770...790	890...910		720...740			
30	760...780	850...870		715...745			
40	760...780	820...840		715...745			
45	750...770	800...820		710...740			
50	740...760	790...810		710...740			
55	740...760	810...830		710...740			
60	740...760	800...820		710...740			
65	—	790...810		710...740			
70	—	780...800		715...745			
20Г	800...820	890...910		720...750			
30Г	780...800	850...870		720...750			
40Г	760...780	820...840		710...740			
50Г	740...760	800...820		705...735			
60Г	—	—	—				
65Г	—	780...800	710...740				
70Г	—	—	—				
У7	—	770...790	710...750				
У8...У13	—	760...780	710...750				

un mehāniskas īpašības, kas paaugstina tērauda noguruma robežu, dilšanas izturību un pretestību agresīvu vielu iedarbībai.

Oglekļa un legēto tēraudu (C saturs 0,1...0,25%) piesātināšanu ar oglekli sauc par cementēšanu. Cementēšanai izmanto gāzes vai kokogli maisījumā ar ogļskābes sāļiem. Oglekļa vidē detaļas 5...10 stundas karsē 930...950 °C temperatūrā, pēc tam rūda un atlaidina. Cementētā kārtā, kuras biezums 0,5...1,5 mm, satur 0,95 līdz 1,1% C.

Nitrē legētus tēraudus, kas satur Al, W, V, Mo, Ti, Cr. Nitrēšana ir tērauda piesātināšana ar slāpekli 500...600 °C temperatūrā. Izturot tēraudu 25...60 stundas nitrēšanas vidē, legētāji elementi ar slāpekli veido nitrītus — ļoti cietus ķīmiskus savienojumus (HV 906...1000) 0,3...0,8 mm biezā kārtā. Pēc nitrēšanas tēraudu nerūda.

Cianēšana ir tērauda piesātināšana ar oglekli un slāpekli. Cia-

Rūdišana un atlaidināšana					Piezīmes
Rūdišana temperatūrā, °C	Dzesēšanas vide	Cietība pēc rūdišanas, HRC	Atlaidināšanas temperatūra, °C	Cietība pēc atlaidināšanas, HRC	
—	—	—	—	—	Tēraudu atlaidina 150...200 °C temperatūrā, lai likvidētu rūdišanas spriegumus, 550...650 °C temperatūrā — lai uzlabotu tērauda īpašības, citās temperatūrās — lai sasniegtu noteiktu cietību
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	
860...890	ūdens	—	200...300	30...35	
820...850	ūdens	50...58	200...300	48...52	
810...840	ūdens	52...58	200...300	50...54	
	ūdens	—	560...620	217...240 HB	
800...840	ūdens	53...58	180...200	50...55	
800...840	ūdens	55...60	560...620	217...240 HB	
	ūdens	—	180...200	52...58	
790...820	ūdens	57...61	180...200	56...60	
780...810	ūdens	59...63	180...200	58...60	
—	eļļa	—	400...500	37...45	
770...800	ūdens	60...63	180...200	59...62	
840...870	ūdens	53...55	200...220	52...54	
820...850	ūdens	56...60	200...220	56...59	
800...830	ūdens	57...61	200...220	57...60	
	eļļa	—	550...600	246...295 HB	
790...820	ūdens	58...62	200...220	57...61	
	eļļa	—	380...420	40...60	
780...810	eļļa	59...64	150...200	58...62	
780...800	eļļa	60...64	200...220	59...63	
	eļļa	—	160...180	60...64	
770...790	eļļa	61...65	550...600	217...269 HB	
	eļļa	—	160...180	62...65	

nējot zemā temperatūrā (550...600 °C), iegūst nitrēšanai līdzīgu rezultātu, bet, cianējot augstā temperatūrā (800...850 °C), — cementēšanai līdzīgu rezultātu. Tēraudu cianē speciālās vannās vai gāzēs 5 līdz 60 minūtes.

Oglekļa tērauda termiskās apstrādes režīmi doti 7.10. tabulā.

7.3.3. VISPĀRIGAS ZIŅAS PAR DZELZS UN OGLEKĻA SAKAUSEJUMIEM

Visizplatītākie konstrukciju materiāli ir tērauds un čuguns.

Tērauds ir dzelzs un oglekļa sakausējums. Oglekļa daudzums tēraudā ir no 0 līdz 2,0%; bez tam tas satur nelielus mangāna, silīcija, sēra, fosfora un citu elementu piemaisījumus.

Tērauda pamatelements, kas nosaka tā kristālisko režģi, ir dzelzs. Pārējie elementi ir piemaisījumi. Ja piemaisījumi tēraudā sašņiedz tādu daudzumu, ka izmainās dzelzs kristāliskais režģis atbilstoši pārsvarā esošā elementa kristāliskam režģim, runa ir par sakausējumu (niķeļa, hroma u. c.).

Tērauda piemaisījumus var iedalīt četrās grupās.

1. Parastie piemaisījumi — ogleklis, mangāns, silīcijs, sērs, fosfors, kas pāriet tēraudā no šihtēšanas materiāliem (rūdas, koksa u. c.). Oglekļa tērauds parasti satur: mangānu 0,1...1,0%, silīciju $\leq 0,4\%$, sēru $\leq 0,08\%$, fosforu $\leq 0,1\%$.

2. Apslēptie piemaisījumi — slāpeklis, skābeklis, ūdeņradis u. c., kas vienmēr sastopami ļoti mazā daudzumā (0,01% un mazāk).

3. Gadījuma rakstura piemaisījumi — kas ieiet tērauda sastāvā atkarībā no izvēlēta ieguves tehnoloģiskā procesa vai arī no noteiktu raktuvju rūdām.

4. Speciāli piemaisījumi — leģētāji elementi, kurus ievada tēraudā mehānisko īpašību uzlabošanai vai noteiktu īpašību ieguvei.

7.3.3.1. Oglekļa tērauds

Par oglekļa tēraudu sauc tēraudu, kura īpašības nosaka galvenais piedevu elements — ogleklis. Mašīnbūvē izmantojamā oglekļa tērauda oglekļa saturs ir no 0,05% līdz 1,5%.

Palielinoties oglekļa daudzumam, pieaug tērauda stiepes izturības robeža, cietība, bet samazinās plastiskums un stigrība. Praktiski rūdāms ir tērauds, kura oglekļa saturs ir 0,3% un lielāks. Ja oglekļa saturs pieaug, tēraudu grūtāk kalt, metināt, palielinās tā korozija.

Līdz 0,4% silīcija tērauda īpašības praktiski neietekmē, bet palielināts silīcija saturs uzlabo tērauda elastību un antikoroziijas īpašības.

Ja mangāna saturs nepārsniedz 1,0%, tērauda īpašības izmainās maz, bet palielināts mangāna daudzums palielina tērauda cietību un caurrūdišanas spēju.

Sērs ir kaitīgs piemaisījums, jo izraisa tērauda sarkanlūstību, t. i., trauslumu paaugstinātās temperatūrās.

Fosfors tēraudā arī uzskatāms kā kaitīgs elements, jo padara tēraudu trauslu (aukstlūstošu) normālās temperatūrās. Fosfora izraisītais tērauda trauslums atvieglo automātu tēraudu apstrādi, jo griešanas procesā veidojas viegli lūstoša, trausla skaida.

7.3.3.2. Leģētais tērauds

Leģētais tērauds bez oglekļa un parastiem piemaisījumiem satur vienu vai vairākus speciālus elementus vai arī satur silīciju un mangānu vairāk nekā oglekļa tērauds.

Leģētāji elementi, reaģējot ar tērauda pamatelementiem un citiem elementiem, veido karbīdus, nitrīdus un starpmetāliskus savie-

nojumus ar lielu cietību, stigrību, karstumizturību u. c. īpašībām. Tā kā šie savienojumi leģētā tēraudā izkliedēti vienmērīgi un pietiekamā daudzumā, tie vēl papildus uzlabo leģētā tērauda īpašības. Galvenie leģētāji elementi un to ietekme uz tērauda īpašībām doti 7.11. tabulā.

7.11. tabula. Leģētāju elementu ietekme uz tērauda īpašībām

Leģētājs elements			Leģētāja elementa ietekme uz tērauda īpašībām		
nosaukums	simbols		palielinās	samazinās	leģētāja elementa raksturojums
	ķīmiskais	tērauda šķirnes apzīmējuma			
Hroms	Cr	X	izturība, cietība, nodilumizturība un korozijas noturība	plastiskums, stigrība	
Niķelis	Ni	H	izturība, cietība, stigrība, izturība paaugstinātā temperatūrā		Dārgs un deficīts
Molibdēns	Mo	M	izturība, cietība, izturība paaugstinātā temperatūrā		
Silīcijs	Si	C	elastība, cietība	plastiskums, stigrība	
Mangāns	Mn	Г	izturība, cietība, elastība, nodilumizturība	plastiskums	Lēts un izplatīts
Volframs	W	B	izturība, cietība		Dārgs un deficīts
Vanādijs	V	Ф	izturība, cietība, elastība, plastiskums, stigrība		
Titāns	Ti	T	izturība, cietība, elastība	izturība paaugstinātā temperatūrā	Dārgs un deficīts
Kobalts	Co	K	cietība, izturība paaugstinātā temperatūrā		Ļoti deficīts

Piezīme. Retāk sastopamo leģētāju elementu simboli tēraudu šķirņu apzīmējumos ir šādi: varš — Д, alumīnijs — Ю, bors — Р, cirkonijs — Ц, fosfors — П, selēns — Е, niobijs — В. Tehnikā lietojamo metālu raksturotājus lielumus sk. 601. lpp.

Hroma tēraudam ir raksturīga austenīta stabilitāte, vienmērīga cietība, laba nodilumizturība, bet slikta pretestība atļaidināšanas trauslumam. Sevišķi liela stiepes izturība ir hromniķeļa tēraudiem pēc termiskās vai ķīmiski termiskās apstrādes — tie ir plastiski un stigrī. Liela nozīme mašīnbūvē ir mazlēģētam hroma tēraudam, kuram ir daudz labākas mehāniskās īpašības nekā oglekļa tēraudam. Palielināts hroma saturs (5...30%) padara tēraudu nerūsējošu un karstumizturīgu. Šīs īpašības hroma klātbūtnē sevišķi uzlabo alumīnijs, niķelis un silīcijs. Dažādu hroma un uz hroma bāzes veidoto lēģēto tēraudu šķirnes dotas 7.17. tabulā.

Niķeļa tēraudam, kam raksturīga austenīta struktūra, pēc termiskās apstrādes ir liela stiepes izturība, tas nezaudē plastiskumu un stigrību pat zemās temperatūrās. Niķeļa tērauds nav pakļauts atļaidināšanas trauslumam, skābju, sārmu un jūras ūdens iedarbībai. Tērauds, kas satur 25% niķeļa, ir nemagnētisks, un to lieto speciālu aparātu, piemēram, kompasu u. c. būvē. Dzelzs sakausējumam ar 36% niķeļa (t. s. invar-tērauds) ļoti mazs termiskās izplešanās koeficients, bet, ja sakausējumā ir 45...48% niķeļa (platinīts), termiskās izplešanās koeficients ir tāds pats kā stiklam un platinam.

Niķeļa (41,5...45,5%) — hroma (4,9...5,9%) un dzelzs sakausējums (elinvars) nezaudē elastību sakarsējot. To izmanto vibratoriem, pulksteņu atsperēm u. c.

Mangāna tēraudam, kas satur 10...15% mangāna (t. s. Hatfilda tērauds), ir austenīta struktūra, un šāds tērauds pēc rūdīšanas (no 1000...1050 °C temperatūras ūdenī) iegūst lielu nodilumizturību un pretestību triecienvēda slodzēm. To lieto akmeņu drupinātāju, kāpurķēžu un tamlīdzīgu detaļu izgatavošanai.

Volframa tēraudam raksturīga liela cietība pēc atļaidināšanas. Volframa tēraudu (W 0,8...2,2%) lieto urbju, vīļu un citu instrumentu izgatavošanai. Ātrgriezējtēraudu P 9, P 18, kas satur 9 un 18% volframa, izmanto kā griežņu materiālu, jo šādi griežņi var strādāt pat 500...600 °C temperatūrā.

Molibdēns tēraudā rada stabilus, cietus karbīdus un paaugstina ferīta izturību. Molibdēna tēraudam ir ļoti labas mehāniskās īpašības arī augstās temperatūrās, tas nav pakļauts atļaidināšanas trauslumam.

Vanādijs veido grūti šķīstošus karbīdus un tātad veicina smalkgraudainas struktūras saglabāšanos arī pēc karsēšanas augstā temperatūrā. Vanādija piedeva uzlabo arī tērauda sametināšanos.

7.3.3.3. Čuguns

Par čugunu sauc dzelzs un oglekļa sakausējumu, kas satur vairāk par 2% oglekļa, kā arī silīciju, mangānu, sēru un fosforu.

Dzelzs-oglekļa sakausējuma stabila sistēmā ķīmiski saistītā oglekļa vietā izdalās brīvs ogleklis — grafits, veidojot pelēko čugunu. Pelēkā čuguna veidošanos veicina lēns atdzišanas ātrums un grafitizējošie elementi (C, Si, Al).

Dzelzs-oglekļa sakausējuma metastabilā sistēmā ogleklis ir ķīmiski saistītā veidā, t. i., veido cementītu kā raksturīgu baltā čuguna

struktūras komponenti. Baltā čuguna veidošanos veicina palielināts atdzišanas ātrums un mazs grafitizējošo elementu daudzums.

Praksē metastabilā un stabilā sistēma atrodas kopā, t. i., blakus ferītam un grafitam pelēkā čugunā var sastapt perlitu un cementītu. Dzelzs-oglekļa sakausējumu, kurā oglekļa saturs ir no 2,0 līdz 4,3%, sauc par pirmseitektisko čugunu, kurā 4,3% C — par eitektisko čugunu, bet kurā ir no 4,3 līdz 6,67% C — par aizeitektisko čugunu.

Bez oglekļa čuguns var saturēt 1...3% silīcija, 0,5...1,5% mangāna, ne vairāk par 0,5% fosfora un 0,15% sēra.

7.3.4. TĒRAUDA KLASIFIKĀCIJA

7.3.4.1. Tēraudu klasifikācijas shēma

Tēraudus klasificē šādi:

1) Pēc ķīmiskā sastāva:

a) oglekļa tēraudi ar mazu, vidēju un lielu oglekļa saturu;
b) leģētie tēraudi ar mazu, vidēju un lielu leģētāju elementu saturu.

2) Pēc mikrostruktūras:

a) perlīta klases tēraudi (būvniecības, konstrukciju un instrumentu oglekļa tēraudi un mazleģētie tēraudi);

b) martensīta klases tēraudi (augstleģētie konstrukciju un instrumentu tēraudi);

c) austenīta klases tēraudi (augstleģētie nerūsējošie, karstumizturīgie un kvēlizturīgie tēraudi);

d) ferīta klases tēraudi (nerūsējošie, karstumizturīgie un kvēlizturīgie tēraudi);

e) karbīda klases tēraudi (ātrgriezējītēraudi).

3) Pēc kvalitātes:

a) parastās kvalitātes oglekļa tēraudi — tērauds ar oglekļa saturu, ne lielāku par 0,6%, paaugstinātu fosfora un sēra saturu. Šādus tēraudus iegūst martenkrāsnīs vai besemera konvertoros;

b) kvalitātes oglekļa un leģētie konstrukciju tēraudi. Tos iegūst martenkrāsnīs, elektrokrāsnīs, ar pazeminātu sēra, fosfora un nemetālisko ieslēgumu daudzumu;

c) augstas kvalitātes oglekļa vai leģētie konstrukciju tēraudi. Tos iegūst martena vai elektrokrāsnīs, un tiem ir precizēts ķīmiskais sastāvs ar minimālu fosfora ($\leq 0,035\%$) un sēra ($\leq 0,03\%$) daudzumu. Augstas kvalitātes tēraudus raksturo burts A šķirnes apzīmējuma beigās.

4) Pēc lietošanas veida:

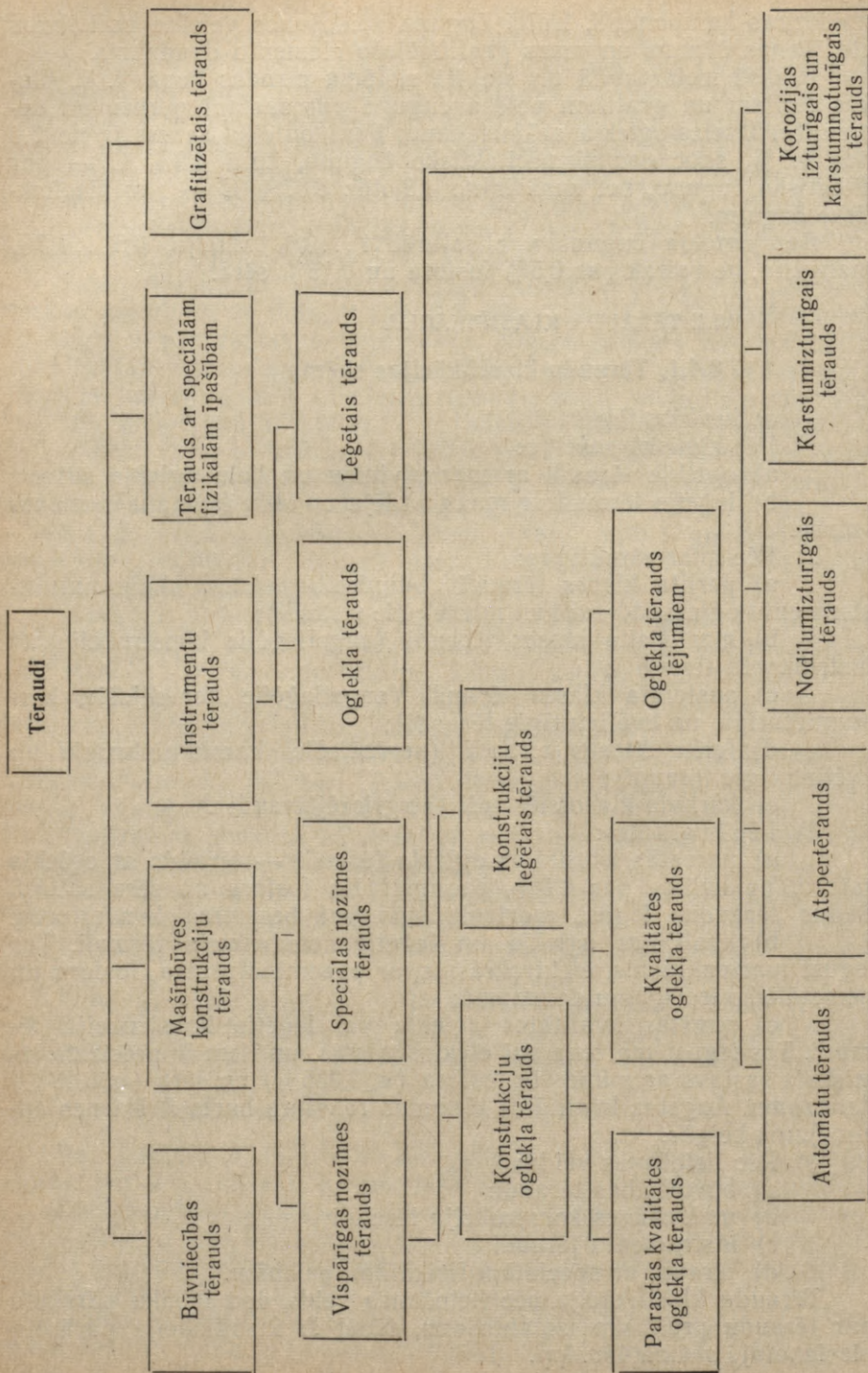
a) būvniecības tēraudi;

b) mašīnbūves konstrukciju tēraudi;

c) instrumentu tēraudi;

d) tēraudi ar speciālām fizikālām īpašībām.

Tēraudu klasifikācija pēc lietošanas veida dod labāku pārskatu par tēraudu praktisko izmantošanu, tādēļ šī klasifikācija parādīta pievienotajā shēmā 490. lpp.



7.3.4.2. Tērauda šķirņu apzīmējumi

Parastās kvalitātes oglekļa tērauda šķirņu apzīmējumi sākas ar burtiem Ст., pievienojot tiem kārtas skaitli no 0 līdz 7, kas raksturo tērauda vispārīgās īpašības. Papildu burti, ko liek priekšā apzīmējumam Ст., norāda uz tērauda kausēšanas veidu; М — martena, Б — besemera un К — konvertorā ar skābekļa caurpūšanu. Burts Б šķirnes apzīmējuma priekšā norāda uz tērauda grupu (sk. 7.12. tab.).

Tērauda dezoksidācijas pakāpi raksturo burti apzīmējuma beigās: пп — verdošais, пс — daļēji verdošais, цп — mierīgais. Jo pilnīgāk tērauds dezoksidēts, jo tas mazāk verd (vārās).

Visu grupu un šķirņu tēraudus, kuru apzīmējumos ir skaitļi 1, 2, 3, 4, izgatavo verdošus, daļēji verdošus un mierīgus; tēraudus, kuru apzīmējumos ir skaitļi 5, 6, 7, izgatavo daļēji verdošus un mierīgus.

Parastās kvalitātes oglekļa tērauda šķirņu apzīmējumi doti 7.12. tabulā.

7.12. tabula. Parastās kvalitātes oglekļa tērauda šķirņu apzīmējumi

Tērauda grupas	Kausēšanas agregāts	Šķirnes apzīmējums	Tērauda šķirni noteicējas īpašības
A	Martenkārsns, besemera konvertors, konvertors ar skābekļa caurpūšanu	Ст. 0, Ст. 1, Ст. 2, Ст. 3, Ст. 4, Ст. 5, Ст. 6, Ст. 7	Mehāniskās īpašības
Б		МСт. 0, МСт. 1, МСт. 2, МСт. 3, МСт. 4, МСт. 5, МСт. 6, МСт. 7; КСт. 0, КСт. 1, КСт. 2, КСт. 3, КСт. 4, КСт. 5, КСт. 6, КСт. 7; БСт. 0, БСт. 3, БСт. 4, БСт. 5, БСт. 6	Ķīmiskais sastāvs
Б	Martenkārsns, konvertors ar skābekļa caurpūšanu	БМСт. 2, БМСт. 3, БМСт. 4, БМСт. 5; БКСт. 2, БКСт. 3, БКСт. 4, БКСт. 5	Mehāniskās īpašības un ķīmiskais sastāvs

Kvalitātes oglekļa un leģētā konstrukciju tērauda šķirņu apzīmējumi sākas ar oglekļa daudzuma apzīmējumu procenta simtdaļās, piemēram, tērauds 45 satur 0,45% С, leģētais tērauds 38ХМЮА satur ap 0,38% С.

Kvalitātes tērauda šķirni apzīmē ar pilnu pierakstu, piemēram, tērauds 45, vai bez pieraksta, tikai ar skaitļiem 45. Nav pareizi kvalitātes tērauda skaitliskā apzīmējuma priekšā rakstīt Ст., piemēram, Ст. 45.

Instrumentu oglekļa tēraudu šķirnes apzīmē ar burtu У un skaitli, kas norāda uz oglekļa daudzumu procenta desmitdaļās. Tā, piemēram, У-8 satur 0,8% С, У-12 satur 1,2% С. Leģēto

instrumentu tēraudu šķirnes apzīmējumā pirmais cipars norāda oglekļa saturu procenta desmitdaļās, vai, arī apzīmējumā pirmais ir burts, kas norāda leģētāja elementa simbolu. Tādā gadījumā tēraudā ir aptuveni 1% oglekļa. Tā, piemēram, tērauds 9X satur 0,9% C, bet XBF satur apmēram 1% C.

Augstleģētu tēraudu apzīmējumos oglekļa saturs neatspoguļojas. Ja ogleklī tēraudā ir svarīga loma, tā daudzumu procentu desmitdaļās raksturo skaitļi 0, 1, 2, 3 vai 4. Tā, piemēram, tērauds 0X13 satur dažas simtdaļas procenta oglekļa; tērauds 1X13 satur 0,1% C utt. Skaitļi 00, 000 raksturo minimālu oglekļa saturu tēraudā, piemēram, tēraudā 00X18H10 ļoti maz oglekļa.

Leģētāju elementu daudzumu procentos raksturo skaitļi aiz leģētāja elementa simbola. Ja leģētāja elementa daudzums ir apmēram 1% vai mazāk, aiz simbola skaitli neliel, piemēram, tērauds 0X23H28M3Д3Т satur līdz 0,06% C, apmēram 23% Cr, 28% Ni, 3% Mo, 3% Cu un mazāk par 1% Ti.

Ātrgriezējtērauda apzīmējums sākas ar burtu P; skaitlis aiz burta norāda volframa daudzumu %. Tā, piemēram, tērauds P18K5Ф2 satur 18% W, 5% Co un 2% V.

7.3.4.3. Būvniecības tērauds

Tas ir oglekļa vai leģētais parastās kvalitātes tērauds, ko lieto bez termiskās apstrādes. Visvairāk būvniecībā lieto A grupas tēraudus (sk. 7.14. tabulu), Ст.0...Ст.4 šķirņu velmējumu veidā.

Verdošais tērauds (кп) labāk deformējas aukstā stāvoklī, bet sliktāk metinās.

Būvniecībā lieto arī oglekļa tēraudus МСт.0...МСт.4, БСт.0, БСт.3...БСт.5, kā arī leģētos tēraudus ar nelielu oglekļa saturu.

7.13. tabula. Velmējuma grupa atkarībā no velmējuma biezuma

Tērauda velmējuma veids	Loksnes biezums atkarībā no velmējuma grupas, mm		
	1	2	3
Šķirņu tērauds (apaļdzelzs, kvadrāts, sešstūris u. c.)	≤ 40	> 40 ... 100	> 100 ... 250
Fasontērauds (Т profils, U profils, leņķis u. c.)	≤ 15	> 15 ... 20	> 20
Loksnes un plašas sloksnes	4 ... 20	> 20 ... 40	> 40 ... 60

7.3.4.4. Mašīnbūves konstrukciju tēraudi

Mašīnbūves konstrukciju tēraudus iedala vispārīgas nozīmes un specializētas nozīmes tēraudos.

7.14. tabula. Parastās kvalitātes oglekļa tērauda (A grupa) mehāniskās īpašības un lietošana (ГОСТ 380-60)

Skirne	Krāsu apzīmējumi	Tecēšanas robeža σ_T , kG/mm ²			Stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums, %		Saliekšana aukstā stāvoklī 180° leņķī	Lietošana
		1	2	3		δ_{10}	δ_5		
Cr. 0	Zaļš un sarkans	—	—	—	≥ 32	18	22	$d=2s$	Lokšņu un profilu velmējumi būvkonstrukcijām; armatūra
Cr. 1кп Cr. 1пс Cr. 1сп	Balts un melns	—	—	—	32...40	28	33	$d=0$	Enkurbultas, nekusīgu savienojumu elementi, kronšteini
Cr. 2кп Cr. 2пс Cr. 2сп	Dzeltens	22	20	19	34...42	26	31	$d=0$	Caurules, loksnes, kniedes
Cr. 3кп Cr. 3пс Cr. 3сп	Sarkans	24 24	22 23	21 22	38...40 41...43 44...47	23 22 21	27 26 25	$d=0,5s$	Lokšņu un profilu velmējumi būvkonstrukcijām un tiltiem, bulskrūves, celtnu kāši
Cr. 4кп Cr. 4пс Cr. 4сп	Melns	26	25	24	42...44 45...48 49...52	21 20 19	25 24 23	$d=2s$	Būvkonstrukciju detaļas, bulskrūves; mazslogotas asis, vārpstas, zobrati
Cr. 5пс Cr. 5сп	Zaļš	28	27	26	50...53 54...57 58...62	17 16 15	21 20 19	$d=3s$	Kēžu zvaigznītes, vārpstas, bulskrūves, tapas, ķīļi, ķlapi
Cr. 6пс Cr. 6сп	Zils	31	30	30	60...63 64...67 68...72	13 12 11	16 15 14	—	Vārpstas, asis, kļokvārpstas, lieli kalumi
Cr. 7пс Cr. 7сп	Sarkans un brūns	—	—	—	70...74 un $>$	9 8	11 10	—	Darba mašīnu patronas, atspereplāksnes, atsperes, zobrati

Piezīmes. 1. Velmējuma grupu nosaka pēc 7.13. tabulas.

2. δ_{10} — relatīvais pagarinājums garajam paraugam, δ_5 — relatīvais pagarinājums īsajam paraugam.

3. s — parauga biezums; d — puansonā biezums.

7.15. tabula. Kvalitātes oglekļa tērauda raksturotāji lielumi
(ГОСТ 1050-60)

Tērauda šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	Tecēšanas robeža σ_T , kg/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ_5 , %	Stīgrība a_H , kg/cm ²	Karsli velmēta tērauda cietība HB	Kritiskie punkti, °C		Cietība pēc rūdīšanas HRC	Lietošana
						A_{c1}	A_{c3}		
08 08 КП	33 30	20 18	33 35	—	131 131	725 725	870 870	—	Aukstā stāvoklī štancējami skārdi dziļai izvilksanai
10 10 КП	34 32	21 19	31 33	—	137 137	725 725	860 860	—	Cementējamas un cianējamas detaļas, kuras neprasa lielu serdes izturību
15 15 КП	38 36	23 21	27 29	—	143 143	725 725	850 850	—	Dažādas mazatbildīgas detaļas (skrūves, savilceji u. c.). Tērauds ļoti metnās
20 20 КП	42 39	25 23	25 27	—	156 156	725 725	840 840	—	Cementējamas un cianējamas detaļas, ar nevisai lielu stīprību. Stieppi, traversas, kas pakļautas nelielai slodzei
25	46	28	23	9	170	725	830	—	Asis, vārpstas, nekustīgie sajuģi, kas nav pakļauti lielām slodzēm. Tērauds ļoti metnās
30 35	50 54	30 32	21 20	8 7	179 187	725 725	820 810	48 56	Asis, prešu (spiežu) cilindri, kalti, rotoru, kas nav pakļauti lielām slodzēm. Tēraudu lieto normalizētā stāvoklī; tas ļoti metnās
40	58	34	19	6	217	725	790	50...58	Asis, vārpstas, kļaiņi, zobrati. Tēraudu lieto rūdītā un atlaidinātā vai normalizētā stāvoklī; pēc metināšanas nepieciešama termiska apstrāde
45	61	36	16	5	241	725	775	52...58	Aukstās izsēdināšanas izstrādājumi, zobrati, bulstskrūves, darba mašīnu vārpstas

50	64	38	14	4	241	725	760	53...58	Vārpstas, asis, velmes, zobratī, virzulkāti, bandāžas. Tēraudu lieto normalizēta stāvoklī
55	66	39	13	—	255	725	760	55...60	
60	69	41	12	—	255	725	755	57...60	Velmes, asis, bandāžas, vārpstas, dažādas atsperes, regulēšanas paplāksnes, ekscentri
65	71	42	10	—	255	725	750	59...63	
70	73	43	9	—	269	725	745	60...63	
75	110	90	7	—	285	725	735	—	
80	110	95	6	—	285	—	—	—	
85	115	100	6	—	302	—	—	—	

Tērauds ar palielinātu mangāna saturu (0,7...1,2% Mn)

15Г	42	25	26	—	163	723	840	—	Salīdzinājumā ar tēraudu 10 labāk metinās, labākas caurrūdišanās spējas un lielāka izturība
20Г	46	28	24	—	197	723	840	—	
25Г	50	30	22	9	207	723	820	—	
30Г	55	32	20	8	217	723	810	53...55	Stieppi, dakšas, sajūgu sviras
35Г	57	34	18	7	229	—	800	—	
40Г	60	36	17	6	229	723	725	56...60	Asis, vārpstas; tēraudu lieto normalizētā stāvoklī detaļām, kas pakļautas berzei, un lielām slodzēm, piem., sajūgu diskiem, zobratīem, rievu vārpstām, virzūļiem, auto-mobilu atspērēm
45Г	63	38	15	5	241	723	770	—	
50Г	66	40	13	4	255	723	760	57...61	
60Г	71	42	11	—	269	723	750	58...62	Detaļas, kurām jābūt elastīgām un nodilum-izturīgām, piemēram, atsperes, bremžu lentas, atspēriņas paplāksnes, skavas, lauksaimniecības mašīnu daļas u. c.
65Г	75	44	9	—	285	721	745	59...64	
70Г	80	46	8	—	285	—	740	60...64	

Piēzīme. Tēraudu termiskās apstrādes režīmi doti 7.10. tabulā.

7.16. tabula. Oglekļa tērauda lējumu mehāniskās īpašības (ГОСТ 977-65)

Tērauda šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Tecēšanas robeža σ_T , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ_s , %	Relatīvais šķērsgrīzuma laukuma samazinājums ψ , %	Stīgrība a_H , kGm/cm ²
15Л	40	20	24	35	5,0
20Л	42	22	22	35	5,0
25Л	45	24	19	30	4,0
30Л	48	26	17	30	3,5
35Л	50	28	15	25	3,5
40Л	53	30	14	25	3,0
45Л	55	32	12	20	3,0
50Л	58	34	11	20	2,5
55Л	60	35	10	18	2,5

7.17. tabula. Konstrukciju legēto tēraudu raksturotāji lielumi

Tērauda šķirne	Tērauda grupas krāsu apzīmējumi	Stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Tecēšanas robeža σ_T , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ_s , %	Stīgrība a_H , kGm/cm ²	Cietība pēc atkvēlināšanas HB
1	2	3	4	5	6	7
10Г2	Brūns un zils	43	25	22	—	197
35Г2		63	37	13	—	207
40Г2		67	39	12	—	217
45Г2		70	41	11	—	229
50Г2		75	43	11	—	229
15X	Zaļš un dzeltens	70	50	12	7	179
15XA		60	40	15	9	179
15XP		75	55	12	7	187
15XPA		75	55	15	9	187
20X		80	65	11	6	179
30X		90	70	12	7	187
30XPA		160	130	9	5	241
35X		95	75	11	7	197
35XPA		95	80	12	9	217
38XA		95	80	12	9	207
40X		100	80	10	6	217
40XP		100	80	12	9	229
45X		105	85	9	5	229

7.3.4.4.1. Vispārīgās nozīmes tēraudi

Sos kvalitātes tēraudus raksturo galvenokārt mehāniskās īpašības; tos lieto automobiļu, aviācijas, darbgaldu un citu mašīnu būvē. Šo tēraudu lielākā daļa apstrādājama termiski. Mazāk atbildīgām slogotām daļām lieto arī parastās kvalitātes tēraudus Cr.2...Cr.7.

Mašīnbūvē plašāk lietojamo vispārīgas nozīmes oglekļa un leģēto konstrukciju tēraudu šķirnes, to īpašības, lietošanas veidi un termiskās apstrādes režīmi doti 7.14, 7.15, 7.16 un 7.17. tabulā.

(ГОСТ 4543-61)

Rūdišana		Atlaidināšana		Lietošana
temperatūra, °C, un vide	cietība pēc rūdišanas HRC	temperatūra, °C	cietība pēc atlaidināšanas, HRC	
8	9	10	11	12
<i>Mangāntērauds.</i>				
920 G	—	—	—	Štancētas un sametinātas detaļas
870 G 860 G	— —	— —	— —	Kloķvārpstas, pusasis
850 G 840 G	— —	— —	— —	Kardānvārpstas, klaņi, vagonu asis
<i>Hroma tērauds</i>				
840...860 E 860 E, Ū 860 E, Ū 860 Ū, E	58...62 — — —	160...180 180 180 —	56...60 — — —	Zobrati, virzuļu pirksti, vārpstas
860...880 E	58...62	160...180	56...60	Cementējamas un necementējamās detaļas: zobrati, vārpstas, bultskrūves u. c.
850...870 E 860 E 850...870 E —	50...52 — 47...54 —	580...600 220 170...190 —	255...302 HB — 45...50 —	Asis, vārpstas, veltņi, zobrati
850...870 E 830...850 E	50...54 57...61	170...190 170...190	46...60 56...60	Asis, vārpstas, kloķvārpstas, zobrati
860 E 800...820 E	— 58...62	540 540...580	— 280 HB	Asis, vārpstas, zobrati

7.17. tabulas 1. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7
45XII	Zaļš un dzeltens	105	85	9	5	217
50X		110	90	9	4	229
<i>Hroma-silīcija</i>						
33XC	Zils un sarkans	90	70	13	8	241
38XC		95	75	12	7	255
40XC		125	110	12	3,5	255
<i>Hroma-vanādija</i>						
15XΦ	Zaļš un melns	75	55	13	8	187
20XΦ		80	60	12	8	197
40XΦA		90	75	10	9	241
<i>Hroma-niķeļa</i>						
20XH	Dzeltens un melns	80	60	14	8	197
40XH		100	80	11	7	217
45XH		105	85	10	7	207
50XH		110	90	9	5	207
<i>Hroma-mangāna</i>						
18XΓ	Zils un melns	100	85	9	8	217
20XΓP		100	80	9	8	197
40XΓ		100	85	9	6	226
40XΓP 35XΓ2		100 85	80 70	11 12	8 8	241 229
<i>Silīcija-mangāna un</i>						
27CΓ	Sarkans un melns	100	85	12	5	217
35CΓ		90	70	15	6	229
36Γ2C		75	50	12	—	229

8	9	10	11	12
840 E	—	520	—	Stipri slogotas daļas, kas pakļautas dilšanai: asis, zobrati
800... 820 E	60... 62	170... 190	58... 60	Stipri slogotas daļas, kas pakļautas dilšanai: asis, velmji
<i>tērauds</i>				
880... 900 E	—	250... 270	ne mazāk par 42	Plānsienu caurules, asis, vārpstas, kas pakļautas lielai slodzei
880... 900 E	55... 58	250... 280	52... 55	
880... 890 E	54... 58	240... 260	52... 55	Lielas stiprības un nodilumizturīgas cementējamas detaļas
<i>tērauds</i>				
880... 900 E	58... 63	170... 190	57... 61	Zobratī, sadales vārpstas, virzulpirksti un citas mainīgā slodzē strādājošas detaļas
870... 890 E	54... 59	150... 200	58... 63	Cementējamas un necementējamās detaļas, kas pakļautas vibrācijām
830... 850 E	57... 60	450... 500	35... 42	Kļokvārpstas, ieliktni, bultskrūves. Nitrētas vārpstas un zobratī
<i>tērauds</i>				
840... 860 E, Ū	—	180... 200	45... 50	Paaugstinātas stigrības cementējamas un necementējamās vārpstas, zobratī
810... 830 E	48... 53	180... 200	45... 50	Vārpstas, zobratī, atbildīgas bultskrūves
820 E	—	530	—	
800... 820 E	56... 59	500... 520	43... 47	
<i>tērauds</i>				
880... 900 E	—	180... 200	56... 62	Cementējamas detaļas, kas pakļautas lieliem īpatnējiem spiedieniem
910 E	—	200	—	
850... 870 E	—	200... 250	48... 53	Uzlabojamas detaļas; tērauda 40XH aizstājējs
840 E	—	520	—	
830... 850 E	—	200... 250	45... 53	
<i>hroma-silīcija-mangāna tērauds</i>				
920 Ū	—	420	—	Kļokmehānismi, vārpstas (aizstāj niķeļa-molibdēna tēraudu). Lokšņu materiāls, metinātas un štancētas detaļas, plānsienu caurules
900 Ū	—	590	—	
880 G	—	—	—	

7.17. tabulas 2. turpinājums

1	2	3	4	5	6	7
25XГCA	Sarkans un violets	110	85	10	6	227
30XГC		110	85	10	4,5	229
30XГCA		110	85	10	5	229
35XГCA		165	130	9	4	241
<i>Hroma-molibdēna</i>						
30XM	Zaļš un violets	95	75	11	8	229
30XMA		95	75	12	9	229
<i>Hroma-niķeļa-volframa un</i>						
38XHBA	Dzeltens un sarkans	110	95	12	8	269
30X2HBA		100	85	12	12	269
35XM	Zaļš un violets	100	85	12	8	241
<i>Hroma-alumīnija un</i>						
38XЮ	Alumīnija krāsa	90	75	10	8	229
38XMЮA		100	85	14	9	229
<i>Augstas caurrūdības</i>						
12X2H4A	Dzeltens un melns	115	95	10	9	269
12XH3A		95	70	11	9	217
20XH3A		95	75	12	10	241

Piezīme. Rūdišanas vide: Ц — ūdens, E — eļļa, G — gaiss.

7.3.4.4.2. Speciālās nozīmes tēraudi

Sai grupai pieskaitāmi tēraudi ar noteiktām īpašībām vai noteiktu lietošanas veidu.

Atsperu izgatavošanai lieto īpašu atsperētēraudu (65Г, 50XГA, 60C2XA u. c.) ar mangāna, hroma un silīcija piedevām.

Apstrādāšanai uz automātiem lieto automātu tēraudu ar palielinātu sēra un fosfora saturu, lai metāla skaida būtu īsa un trausla (sk. 7.18. tabulu).

Dilšanai pakļautas daļas, piemēram, gultņu elementus, zemesracēju kausus, izgatavo no nodilumizturīga tērauda (ИХ6, ИХ9, ИХ15; Г13 u. c.).

Mašīnu daļas, kas strādā paaugstinātā temperatūrā, izgatavo no *karstumizturīgiem* tēraudiem, kuru mehāniskās īpašības (izturība, deformācijas) paaugstinātā temperatūra pārāk neietekmē. Karstumizturīgo tēraudu lietošanas piemēri doti 7.19. tabulā.

8	9	10	11	12
880 E 870 ... 890 U 880 E	— — —	480 225 ... 250 540	— 46 ... 50 —	Iepriekš minētām detaļām, ja prasīta palielināta izturība
860 ... 880 E	57 ... 60	200 ... 220	48 ... 55	Asis, zobrati un citas detaļas ar palielinātu izturību, bet vidēju stigrību
<i>tērauds</i>				
850 ... 870 E 880 E	— —	350 ... 390 540	— —	Vārpstas, asis, metinātas konstrukcijas, plānsieniņu caurules (materiāls ir plastisks un labi metinās)
<i>hroma-molibdēna tērauds</i>				
870 E 860 E	— —	580 580	— —	
850 E	—	560	—	Vārpstas, rotorī, zobrati turbīnu būvē
<i>hroma-molibdēna-alumīnija tērauds</i>				
930 E 930 ... 950 E	— —	630 600 ... 630	— ne mazāk par 286 HB	Nitrējamas stipri slogotas detaļas: zobrati, cilindri, vārpstiņas u. c.
<i>tērauds</i>				
850 ... 870 E	58 ... 62	180 ... 200	57 ... 61	Stipri noslogoti cementējami zobrati, vārpstas; detaļas ar palielinātu serdes izturību
850 ... 870 E 820 ... 840 E	59 ... 62 52 ... 56	180 ... 200 500 ... 520	58 ... 61 292 HB	

Agresīvā vidē lieto *korozijas* noturīgus tēraudus. Ilgstošam darbam augstā temperatūrā lieto *karstumnoturīgus* (kvēlīzturīgus) tēraudus. Šo tēraudu mehāniskās īpašības un lietošana dota 7.20. tabulā.

7.18. tabula. Automātu tērauds (ГОСТ 1414-54)

Tērauda šķirne	Lietošana
A12	Bultskrūves, skrūves, uzgriežņi. Sarežģītas un grūti apstrādājamas šujmašīnu, tekstilmašīnu, rakstāmmašīnu un tamlīdzīgu mašīnu detaļas
A20 A30 A40	Grūti apstrādājamas detaļas, kas strādā palielinātā noslodzē (samērā liels spiediens un spriegums)

7.19. tabula. Galveno karstumizturīgo tēraudu lietošana
(ГОСТ 5632-61)

Tērauda šķirne	Darba temperatūra, °C	Lietošana
X5M X5BΦ	550...600 550...600	Sūkņu detaļas, aizbīdņi, savienotājelementi
X6CM	660	Caurules, sūkņu detaļas, aizbīdņi
4X9C2 4X10C2M	600...650 600...650	Iekšdedzes dzinēju vārsti, savienotājelementi
X12H2BMΦ	600	Kompresoru diski, lāpstiņas
2X13	500	Tvaika turbīnu lāpstiņas, caurules, vārsti, bultskrūves
X12BHMΦ 1X12BMBΦP	550...580 570...600	Rotori, diski, savienotājelementi, tvaika un gāzu turbīnu lāpstiņas
1X13	500	Tvaika turbīnu lāpstiņas, vārsti, bultskrūves, caurules
X12H20T3P	700	Turbīnu detaļas
X12H22T3MP	750	Turbīnu un kompresoru diski, savienotājgredzeni, savienotājelementi
1X14H16B 1X14H16BP 1X14H18B2B 1X14H18B2BP	650 650 700 700	Tvaika pārkarsētāju un augstspiediena iekārtu caurules, lokšņu velmējumi
4X14H14B2M	600...650	Iekšdedzes dzinēju vārsti, cauruļvadu elementi
X18H10T	600	Izplūdes sistēmu detaļas, caurules, lokšņu un profilvelmējumi
3X19H9MBBT	600	Rotori, diski, bultskrūves
0X23H18	1000	Caurules, armatūra (pazemināta noslodze)
X23H18	1000	Ķīmiskās rūpniecības iekārtu detaļas, gāzes vadi, sadegšanas kameras

7.20. tabula. Korozijnoturīgo un karstumnoturīgo tēraudu mehāniskās īpašības un lietošana (ГОСТ 5949-61)

Tērauda šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Tecēšanas robeža σ_T , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ_5 , %	Stigrība a_H , kG/cm ²	Lietošana
<i>Karstumnoturīgais tērauds</i>					
X5	40	17	24	10	Caurules. Noturība 600... 650 °C
X25T (arī korozijnoturīga)	50	30	28	6	Aparatūra, detaļas, iekārtu caurules, termopāru apvalki.
X18H9 (arī korozijnoturīga)	52	20	56	15	Noturība 1050 °C Krāšņu armatūras detaļas, caurules, mufeļi, kolektori. Noturība 800 °C
<i>Korozijnoturīgais tērauds</i>					
0X13	60	42	20	10	Detaļas, kas pakļautas siltiem (hidraulisko ietaišu vārsti) un mazagresīvām vidēm (vāji šķīdumi, atmosfēras nokrišņi)
1X13	60	42	20	9	
2X13	66	45	16	8	
X17	40	25	20	—	Pārtikas rūpniecības iekārtas Ķīmiskās rūpniecības iekārtas
1X17H2	110	85	10	5	
X18H10T	50	20	40	15	Metināta aparatūra, kas darbojas agresīvā vidē
X17AГ14	70	35	40	10	Ierīces, kas strādā vājā agresīvā vidē
0X23H128M3Д3T	55	25	35	10	Metinātas konstrukcijas, kas iztur sērskābes iedarbību

7.3.4.5. Instrumentu tērauds

Pēc ķīmiskā sastāva izšķir instrumentu oglekļa tēraudu un instrumentu leģēto tēraudu. Oglekļa tēraudu savukārt iedala kvalitatīvā un augstkvalitatīvā instrumentu tēraudā. Pēdējam ir mazāks fosfora, sēra, mangāna un nemetālisko piemaisījumu daudzums. Minimāls fosfora un sēra daudzums samazina izdrupšanu šaurās griezējinstrumentu šķautnēs. Pēc lietošanas tēraudus iedala: 1) tēraudos, kas paredzēti skaidu noņēmējiem griezējinstrumentiem, 2) štanču tēraudos materiālu deformācijai aukstā stāvoklī, 3) ātrgriezēj tēraudos, 4) štanču tēraudos materiālu deformācijai karstā stāvoklī, 5) mērinstrumentu tēraudos. Visus instrumentu tēraudus termiski apstrādā.

Instrumentu oglekļa tērauda šķirnes un lietošana dota 7.21. tabulā.

Instrumentu leģētā tērauda raksturotāji lielumi doti 7.22. tabulā.

Ātrgriezējtērauda šķirnes, lietošana un termiskās apstrādes režīmi doti 7.23. un 7.24. tabulā.

7.22. tabulā minēto tēraudu atlaidināšanas temperatūru izvēlas atkarībā no vajadzīgās cietības un stigrības. Ja jā saglabā maksimālā cietība, atlaidināšanas temperatūra ir 150...160°C. Ja grib iegūt augstāku stigrību, atlaidināšanas temperatūra var būt pat 300°C, bet cietība tad samazinās līdz HRC 55...60.

Sakarsējot ātrgriezējtērauda instrumentus rūdīšanai, tos nedrīkst ievietot krāsnī, kas sakarsēta līdz maksimālai tērauda karsēšanas temperatūrai, jo tēraudā mazās siltumvadītspējas dēļ var rasties plaisas. Tēraudu pirms rūdīšanas sasilda līdz 500...600°C temperatūrai, pēc tam līdz 830...860°C. Ātrgriezējtēraudu rūda eļļā un atlaidina, ievērojot 7.24. tabulā dotos temperatūras režīmus.

7.21. tabula. Instrumentu oglekļa tērauda šķirnes un lietošana (ГОСТ 1435-54)

Tērauda šķirne	Lietošanas raksturojums	Instrumentu veidi
Y7, Y7A	Triecienslodzei pakļautiem instrumentiem ar lielu stigrību un mazu cietību	Cirtņi, veseri, knaibles, kokapstrādes darba rīki
Y8, Y8A, Y8Г, Y8ГA	Instrumentiem ar vidēju cietību un stigrību	Cirtņi, metālgriešanas naži, kokapstrādes darba rīki, štances un puansoni
Y9, Y9A	Instrumentiem ar lielu cietību un mazu stigrību	Punktsiši, kokapstrādes darba rīki, skulptoru instrumenti
Y10, Y10A	Instrumentiem ar lielu cietību un mazu stigrību	Ēvelēšanas griežņi, frēzes, vīturbji, vīturbji, vītņu ripiņas, metālzāģi, vīles, kalibri
Y11, Y11A, Y12, Y12A	Instrumenti ar lielu cietību (nav pakļauti triecienslodzei)	Vīles, šāberi, spirālurbji, vīturbji, vīturbji, vītņu ripiņas, metālzāģi, frēzes, ķirurģiskie instrumenti
Y13, Y13A	Instrumenti ar sevišķi lielu cietību (nav pakļauti triecienslodzei)	Šāberi, spirālurbji, žiletas

Piezīme. Termiskās apstrādes režīmi un cietība doti 7.10. tabulā.

7.22. tabula. Instrumentu leģētā tērauda raksturotāji lielumi
(ГОСТ 5950-63)

Tērauda šķirne	Rūdišanas temperatūra un vide	Cietība		Instrumentu veidi
		pēc rūdišanas HRC (ne mazāk)	pēc atkvēlināšanas HB	
1	2	3	4	5

1. Griezējinstrumentu un mērinstrumentu tēraudi
a) ar nelielu caurrūdāmību

7XΦ	820...840 E	58	229	Apaļzāgi, rāmju un lentes zāgi, kokapstrādes instrumenti, triecienslodzei pakļauti instrumenti
	800...820 Ū	58		
8XΦ	830...860 E	58	255	Metālgriešanas naži, gravēšanas matricēs, punktsiši
	810...830 Ū	58		
9XΦ	850...880 E	60	255	Apaļzāgi, lentes zāgi, rāmju zāgi, gravēšanas matricēs, punktsiši
	820...840 Ū	60		
XB5	800...820 Ū	65	228...285	Griezņi un frēzes cietu materiālu apstrādei ar nelielu griešanas ātrumu, gravēšanas instrumenti
BI	800...850 Ū	62	187...229	Spirālurbji, vīturbji, rīvurbji, rullīšu naži
11ΦX	780...820 Ū	62	179...217	Izsēdināšanas instrumenti
	810...830 E	62	179...217	
13X	780...810 Ū	64	187...241	Ķirurģiskie instrumenti, šāberi, gravēšanas instrumenti

b) ar lielu caurrūdāmību

X	840...860 E	62	187...229	Vīļu uzciršanas instrumenti, gludie cilindriskie kalibri, griežņi
9XC	840...860 E	62	197...241	Spirālurbji, vīturbji, vītņu ripiņas, rīvurbji, frēzes, aizzīmēšanas instrumenti
XBΓ	830...850 E	62	207...255	Griezējinstrumenti un mērinstrumenti, kuriem pieļauj nelielu rūdišanas deformāciju (vītņu kalibri, gari rīvurbji)
9XBΓ	820...840 E	62	197...241	Vītņu kalibri, sarežģīti šabloni, sevišķi sarežģītas štanču matricēs
XBCΓ	840...860 E	60	196...241	Vītņu ripiņas, rīvurbji
9X5Φ	950...1000 E	59	195...241	Kokapstrādes instrumenti
9X5BΦ	950...1000 E	59	195...241	Kokapstrādes instrumenti
8X4B4Φ1	1150 E	60	217...255	Kokapstrādes instrumenti smagos darba apstākļos

7.22. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5
<i>2. Stanču tēraudi</i>				
<i>a) instrumenti, kas ekspluatējami aukstā stāvoklī</i>				
9X	820 ... 850 E	62	179 ... 217	Aukstās velmēšanas un aukstās sēdināšanas matricēs, kokapstrādes instrumenti
X6BΦ	1000 E	61	187 ... 228	Vītņu velmēšanas instrumenti, kokapstrādes instrumenti, rokas metālzāģi
X12	950 ... 1000 E	58	207 ... 255	Dilšanas noturīgas štances, kas nav pakļautas lielām triecienslodzēm
X12M	950 ... 1000 E	58	207 ... 255	Tas pats, kas tēraudam X12; lielāka stiprība
X12Φ1	1050 ... 1100 E	58	207 ... 255	
<i>b) instrumenti, kas ekspluatējami karstā stāvoklī</i>				
3X2B8Φ	1075 ... 1125 E	46	207 ... 255	Matricēs un puansoni smagiem darba apstākļiem (krāsaino metālu spiedliešanas veidnes)
4X8B2	1025 ... 1075 E	45	207 ... 255	
7X3	850 ... 880 E	54	187 ... 229	Karstās izsēdināšanas instrumenti
8X3	850 ... 880 E	55	207 ... 255	
5XHM	830 ... 860 E	47	197 ... 241	Vidējas un lielas kalšanas štances
5XHB	840 ... 860 E	56	207 ... 255	
5XHCB	860 ... 880 E	56	207 ... 255	
5XΓM	820 ... 850 E	50	197 ... 241	
4X5B2ΦC	1030 ... 1050 E	50	180 ... 229	
4X5B4ΦCM	1035 ... 1065 E	50	207 ... 255	Karstumizturīga un nerūsējoša tērauda karstās deformācijas instrumenti, spiedliešanas veidnes
4X2B5ΦM	1060 ... 1080 E	50	180 ... 220	
4X3B2Φ2M2	1090 ... 1100 E	50	207 ... 269	
<i>c) instrumenti, kas pakļauti triecienslodzei</i>				
4XC	880 ... 890 E	47	170 ... 207	Cirtņi, šķēru asmeņi metāla griešanai aukstā un karstā stāvoklī
6XC	840 ... 860 E	56	187 ... 229	Pneimatiskie instrumenti un neliela izmēra štances
4XB2C	860 ... 900 E	55	179 ... 217	Pneimatiskie instrumenti, alumīnija un magnija sakausējumu spiedlējumu veidnes
6XB2C	860 ... 900 E	57	229 ... 285	Metāla griešanas šķēru asmeņi, spiedliešanas veidnes
5XB2C	860 ... 900 E	55	207 ... 255	
6XBΓ	850 ... 900 E	57	179 ... 217	Aukstās izciršanas puansoni, kuriem pieļauj nelielu rūdišanas deformāciju

Piezīme. Rūdišanas vides apzīmējumi: O — ūdens, E — eļļa.

7.23. tabula. Ātrgriezējterauda šķirnes un lietošana (ГОСТ 9373-60)

Tērauda šķirne	Ātrgriezējteraudu īpašības, salīdzinot ar P18		Lietošana
	nodilumizturība un cietība karstā stāvoklī	slīpējamība	
P18	—	—	Instrumenti dažādu materiālu apstrādei
P9	Tuva šķirnei P18	Pasliktināta	Instrumenti, kuru izgatavošanā nelieto darbietilpīgas slīpēšanas operācijas
P18Φ2	Nedaudz palielināta nodilumizturība. Lielāka cietība	Apmierinoša	Instrumenti dažādu materiālu apstrādei
P9K5 P9K10 P18K5Φ2 P10K5Φ5	Lielāka cietība Lielāka nodilumizturība, palielināta cietība	Pasliktināta Ļoti slikta	Nerūsējošā un karstumizturīgā tērauda apstrādes un triecienslodzei pakļauti instrumenti
P9Φ5	Palielināta nodilumizturība	Ļoti slikta	Galīgās tīrapstrādes instrumenti ar lielu nodilumizturību zemās un vidējās temperatūrās. Plastmasu, ebonīta, fibras u. c. materiālu apstrāde
P14Φ4	Palielināta nodilumizturība	Ļoti slikta	Lietošanā ieņem vietu starp tēraudiem P18Φ2 un P9Φ5

7.24. tabula. Ātrgriezējterauda termiskās apstrādes temperatūras režīmi

Tērauda šķirne	Rūdišana		Atlaidināšana		
	temperatūra, °C	cietība HRC	temperatūra, °C	atlaidinājumu skaits	cietība HRC
P18	1260 ... 1290	62 ... 63	560	2 ... 3	62 ... 64
P9	1230 ... 1240	62 ... 63	560	2 ... 3	62 ... 64
P18Φ2	1280 ... 1290	63 ... 64	580	2 ... 3	64 ... 66
P9Φ5	1240 ... 1250	62 ... 63	580	3 ... 4	64 ... 66
P9K10	1230 ... 1240	63 ... 64	580	3 ... 4	64 ... 66
P18K5Φ2	1280 ... 1290	64 ... 65	580	3 ... 4	64 ... 66
P10K5Φ5	1240 ... 1250	64 ... 65	580	3 ... 4	64 ... 66
P9K5	1230 ... 1240	63 ... 64	580	3 ... 4	64 ... 66
P14Φ4	1250 ... 1260	62 ... 64	580	3 ... 4	64 ... 66

Piezīmes. 1. Katras atlaidināšanas ilgums — 1 stunda.

2. Atlaidinot temperatūrā, kas augstāka par 20 °C nekā tabulā dotā, cietība ir par 1...2 vienībām mazāka.

7.3.4.6. Tēraudi ar speciālām fizikālām īpašībām

Šos tēraudus lieto galvenokārt elektrotehnikā un precīzo aparātu būvē.

1. Tēraudi ar noteiktu termiskās izplešanās koeficientu.

Šie tēraudi ir dzelzs-niķeļa sakausējumi, kuru izplešanās koeficients atkarīgs no niķeļa satura (sk. 7.25. tab.).

7.25. tabula. Sakausējumi ar noteiktu izplešanās koeficientu (ГОСТ 10994-64)

Tērauda šķirne	Lietošana
36H (invariantērauds)	Aparāti ar nemainīgiem izmēriem temperatūru robežās no +100 °C līdz -200 °C
32HKД	Ļoti precīza aparatūra temperatūras robežās no +100 °C līdz -60 °C
29HK	Vakuumbļivi sakausējumi ar stikliem C47-1, C48-1, C49-1, C49-2
47HXP 33HK	Tas pats ar stikliem C87-1, C88-1, C89-2, C90-1 Sakausējumi ar keramiku

7.26. tabula. Lielas elektropretestības sakausējumi (ГОСТ 12766-67)

Tērauda šķirne	Ipatnējā elektriskā pretestība, oms · mm ² /m	Pieļaujamā darba temperatūra, °C	Lietošana
X13Ю4	1,26	1000	Stieple un lēta mājsaimniecības sildiekārtām
OX23Ю5	1,37	1200	Stieple un lēta rūpnieciskām un laboratorijas krāsnīm
OX23Ю5A	1,35	1200	Tas pats, bet ar lielāku kalpošanas ilgumu
OX27Ю5A	1,42	1300	Stieple un lēta augstas temperatūras rūpniecības laboratorijas krāsnīm
X15H60	1,1	1050	Stieple un lēta mājsaimniecības sildiekārtām
X20H80	1,11	1100	Tas pats, bet mazgararīta iekārtu elementu elektropretestībām
X20H80-H	1,27	1200	Stieples un lētas laboratorijas un rūpniecības krāsnīm

2. Tēraudi, kuru elastības modulis nav atkarīgs no temperatūras.

Kā galveno sakausējumu var minēt elinvaru, ko lieto pulksteņu, hronometru u. c. precīzo aparātu atsperu izgatavošanai. Šai grupai

pieskaitāmi tēraudi 42HXTЮ, 44HXTЮ, 42HXTЮА (ГОСТ 10994-64).

3. Magnētētēraudi:

a) elektromagnētiskie tēraudi ar augstu magnētisko caurlaidību; lieto elektrodzinējiem un aparātiem (ГОСТ 10994-64);

b) pastāvīgi magnētētēraudi ar lielu koercitātes spēku, kuru izmanto magnētiskās plūsmas radišanai elektromašīnās un aparātos.

Pastāvīgiem magnētiem aparātos un elektrodzinējos lieto tēraudus EX, EX3, E7B6, EX5K5 un EX9K15M (ГОСТ 6862-54), kurus rūda martensīta struktūras sasniegšanai, kā arī lietus magnētus ЮНД4; ЮНДК15; ЮНДК18; ЮНДК24; ЮНД12; ЮНД8; ЮНДК35Т5 u. c. (ГОСТ 9575-60).

4. Sakausējumi ar lielu elektropretestību (ГОСТ 12766-67) doti 7.26. tabulā.

7.3.4.7. Grafitizētais tērauds

Par grafitizētu tēraudu sauc oglekļa vai leģētu tēraudu, kurā neliela oglekļa daļa (0,4...0,5%) izdalījusies grafīta veidā. Kopīgais oglekļa saturs tēraudā ir 0,65...1,70%, piemēram, šķirnes ЭН293, ЭН366 u. c.

Tēraudam ir liela stiprība, stigrība; tērauds labi absorbē vibrācijas.

Lietā tērauda pamatstruktūras ir perlīts un ferīts. Mehānisko īpašību uzlabošanai tēraudu normalizē un rūda, iegūstot $\sigma_b=136$ kG/mm², $\delta=8,5\%$, HB400. Grafitizēta tērauda lējuma raksturotāji lielumi doti 7.27. tabulā.

7.27. tabula. Grafitizētā tērauda raksturotāji lielumi

Liešanas veids	Grafīta daudzums, %	σ_b , kG/mm ²	Cietība HB	Mikrostruktūra
Veidzemē	0,08	78,4	320...340	Smalki plāksņots perlīts, cementīta sietiņš
Kokilē	0,03	95,0	330...350	Plāksņots perlīts, cementīts

Īpašību uzlabošanai tēraudu leģē. Varš paaugstina šķidrplūstamību, hroms paaugstina cietību un novērš grafitizāciju kalšanas vai štancešanas procesā.

Mehāniskās īpašības uzlabo bors, titāns, cirkonijs.

Liešanas īpašības grafitizētam tēraudam ir labākas nekā parastam oglekļa tēraudam. Neskatoties uz samērā lielo cietību, grafitizētā tērauda apstrāde apmierinoša. Grafitizēto tēraudu var izlietot kā bronzas aizvietotāju slides berzes detaļās un detaļās, kas pakļautas triecienu slodzei. No grafitizētā tērauda izgatavo instrumen-

tus aukstai štancēšanai, kalibrēšanai, dziļai izvilksšanai, stipri slo-gotas mašīnu detaļas, kuras nepieciešams caurrūdit. Grafitizētā tē-rauda štancu noturība ir apmēram 2 reizes lielāka par X12M tē-rauda štancēm.

Izgatavojot no grafitizētā tērauda štances, jāatzīmē šo štancu darba virsmu lielā izturība: nerodas ieskrāpējumi, izdrupumi, ieber-zumi; arī štancējamais metāls nepielīp.

7.4. ČUGUNS

Čuguns (ķets) ir dzelzs un oglekļa sakausējums, kur oglekļa vairāk par 2,0%. Domnās iegūstamo čugunu iedala trijās grupās: pārstrādājamā, lejamā un speciālā (ferosakausējumi).

Pārstrādājamo un speciālo čugunu izmanto galvenokārt tē-rauda ieguvei, bet lejamu — mašīnbūves detaļu atliešanai. Lejamo čugunu (ЛК-0, ЛК-1...ЛК-5) izmanto kā vienu no komponentēm pelēkā, lielas izturības vai kaļamā čuguna ieguvei.

Ogleklis čugunā var būt ķīmiski saistītā veidā (Fe_3C — cemen-tīts), kas raksturīgs baltajam čugunam, un brīvā, t. i., grafīta veidā, kas raksturīgs pelēkajam čugunam un tā paveidiem. Sastopams arī t. s. pārejas čuguns, kurā vienlaicīgi eksistē kā grafīts, tā arī cementīts.

7.4.1. VISPĀRĪGAS ZIŅAS UN ČUGUNA ŠĶIRŅU APZĪMĒJUMI

Pelēkā čuguna šķirņu apzīmējums sākas ar burtiem ЧЧ (це-рый чугун) un skaitļiem, no kuriem pirmais norāda minimālo pie-ļaujamo stiepes izturības robežu, otrs — lieces izturības robežu. Tā, piemēram, ЧЧ12-28 ir pelēkais čuguns, kam $\sigma_b = 12 \text{ kG/mm}^2$ un $\sigma = 28 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}$.

Lielas izturības un kaļamā čuguna šķirņu apzīmējumi sākas ar burtiem ВЧ (высокопрочный чугун) un КЧ (ковкий чугун). Abiem čuguna veidiem pirmā skaitļu grupa norāda minimālo pie-ļaujamo stiepes izturības robežu, otrā skaitļu grupa — relatīvo pa-garinājumu. Tā, piemēram, КЧ33-8 ir kaļamais čuguns, kam $\sigma_b = 33 \frac{\text{kG}}{\text{mm}^2}$ un $\delta = 8\%$.

Karstumnoturīgo čugunu šķirnes apzīmējums sākas ar burtiem ЖЧ; leģētāju elementu simboli ir tādi paši kā tēraudam, bet to daudzumu procentos norāda skaitlis apzīmējuma beigās. Tā, piemē-ram, karstumnoturīgais čuguns ЖЧЮ-22 satur 22% Al. Antifrikcijas čuguna šķirni apzīmē ar burtu А un tā čuguna apzīmējumu, no kura antifrikcijas čuguns ir izgatavots. Tā, piemēram, čuguns АВЧ-2 ir antifrikcijas (А) lielas izturības čuguns (ВЧ), ar īpašībām, ku-ras raksturo skaitlis 2.

7.4.2. PELEĶAIS UN LIELAS IZTURĪBAS ČUGUNS

Pelēkā un lielas izturības čuguna struktūra sastāv no metāliskā pamata — ferīta, perlīta vai abu struktūru maisījuma un grafitā ieslēgumiem plāksnišu vai lodīšu veidā. Bez šīm pamatkomponentēm struktūrā var sastapt arī fosfīda eitektiku un cementītu.

Čuguna īpašību izmaiņas izraisa ķīmiskais sastāvs un atdzišanas ātrums, kausēšanas tehnoloģija, modificēšana un termiskā apstrāde.

Ķīmiskais sastāvs ir viens no galvenajiem čuguna lējuma faktoriem, kas ietekmē tā struktūru. Atkarībā no ķīmiskā sastāva čugunu iedala divās grupās: nelegētā, kura sastāvā kā galvenie elementi ietilpst Fe, C, Si, Mn, P un S, un legētā, kurš bez minētajiem elementiem satur Ni, Cr, Cu, Mo, Al, Si (>4%), Mn (>1,2%), retāk Ti, Sn, B.

Pelēkā un lielas izturības čuguna īpašības lielā mērā atkarīgas no šķidrā čuguna pārkarsēšanas pakāpes, ieliešanas temperatūras, šihtēšanas materiāliem un veidnes. Līdz zināmai robežai lējumu mehāniskās īpašības uzlabojas, palielinot atdzišanas ātrumu.

Čuguna mehāniskās īpašības ievērojami uzlabo modificēšana. Ievadot šķidrā čugunā ferosilīciju, silikokalciju vai silikoalumīniju, panāk, ka čuguna stiepes izturības robeža σ_b palielinās līdz 30...40 kG/mm², kā arī čuguns iegūst viendabīgas mehāniskās īpašības dažāda biezuma sieniņās, labu apstrādājamību, paaugstinātu korozijas noturību un palielinātu atlējuma blīvumu.

Modificējot čugunu ar magniju vai cēriju, iegūst lielas izturības čugunu ar lodveida grafitu. Uzlabojas mehāniskās īpašības, proti, stiepes izturības robeža sasniedz 45...80 kG/mm², relatīvais pagarinājums 10...20%, stigrība 5...10 $\frac{\text{kGm}}{\text{cm}^2}$ (pārbaudot neiegrieztus paraugus), bet jutība pret sprieguma koncentratoriem ir mazāka nekā tēraudam.

7.4.3. PELEĶĀ UN LIELAS IZTURĪBAS ČUGUNA KLASIFIKĀCIJA

Pelēko un lielas izturības čugunu iedala trijās grupās:

- 1) konstrukciju čugunā, 2) čugunā ar speciālām īpašībām, 3) antifrikcijas čugunā.

Konstrukcijām lietojamā čuguna raksturotāji lielumi doti 7.28. un 7.29. tabulā.

Lielas izturības čuguns aizstāj daudzās konstrukcijās tēraudu un kaļamo čugunu.

No *speciālo īpašību* čuguniem tehnikā lieto galvenokārt karstumnoturīgos (sk. 7.30. tab.), korozijas noturīgos un nēmagnētiskos čugunus.

Antifrikcijas čugunu lieto galvenokārt slīdgultņu izgatavošanai. Čuguna gultņu darba režīmi doti 7.31. tabulā.

7.28. tabula. Pelēkā čuguna mehāniskās īpašības, ķīmiskais

Čuguna šķirne	Stiepes izturības robeža (zemākā) σ_b , kG/mm ²	Lieces izturības robeža (zemākā) σ_c , kG/mm ²	Izliece f , mm, ja attālums starp balstiem		Cietība HB	Ķīmiskais		
			600 mm	300 mm		C	Si	Mn
C400	nepārbauda	—	—	—	—	3,2 ... 3,5	1,8 ... 2,6	0,4 ... 0,8
C412-28	12	28	6	2	143 ... 229	3,4 ... 3,8	1,6 ... 2,0	0,6 ... 1,0
C415-32	15	32	8	2,5	163 ... 229	3,2 ... 3,6	1,7 ... 2,5	0,5 ... 1,0
C418-36	18	36	8	2,5	170 ... 229	3,1 ... 3,5	1,4 ... 2,2	0,7 ... 1,1
C421-40	21	40	9	3	170 ... 241	3,0 ... 3,4	1,3 ... 2,4	0,6 ... 1,2
C424-44	24	44	9	3	170 ... 241	2,9 ... 3,3	1,4 ... 2,0	0,8 ... 1,0
C428-48	28	48	9	3	170 ... 241	3,1 ... 3,4	1,2 ... 1,6	0,6 ... 1,1
C432-52	32	52	9	3	187 ... 255	2,9 ... 3,2	1,1 ... 1,8	0,8 ... 1,5
C435-56	35	56	9	3	197 ... 269	2,6 ... 2,9	1,3 ... 1,8	0,8 ... 1,0
C438-60	38	60	9	3	207 ... 269	2,5 ... 2,8	1,3 ... 1,8	0,8 ... 1,2

sastāvs un lietošana (ГОСТ 1412-54)

sastāvs, %				Lietošana
P	S	Cr	Ni	
≤0,5	≤0,12	—	—	Darbgaldu plātnes, statnes, atsvari, radiatori, nelieli skriemeļi
0,2...0,4	≤0,12	—	—	Atsvari, plātnes u. c.
0,2...0,4	≤0,12	—	—	Ātrumkārbas, reduktoru korpusi, spārati, sikas un mazietilpīgas detaļas
≤0,4	≤0,12	—	—	Darbgaldu statnes, slīdņi, galdi, zobrati, sajūgi, tvaika cilindri u. c. vidēji slogotas detaļas
≤0,25	≤0,12	—	—	Dzinēju cilindru bloki, aizzīmēšanas plātnes, hidrocilindri, karteri, zobrati, skriemeļi u. c. stipri slogotas detaļas
0,15...0,3	≤0,12	0,15...0,40	≤0,50	Dzinēju cilindru bloki; detaļas, kas nāk saskarē ar sārmiem; detaļas, kas paredzētas darbam paaugstinātā temperatūrā
0,15...0,3	≤0,12	—	—	Dzinēju cilindru galvas; stipri slogotas dažāda šķersgriezuma detaļas
0,15...0,3	≤0,12	0,2	≤0,5	Spiedņu statnes, hidrocilindri, stipri slogotas dažāda šķersgriezuma detaļas
≤0,2	≤0,12	0,3...0,5	≤0,5	Kļokvārpstas, cilindru galvas, cilindri, tvaika mašīnu detaļas
≤0,2	≤0,12	0,3...0,5	≤0,5	Ļoti atbildīgas, dilšanai pakļautas detaļas — kļokvārpstas, zobrati, ieliktni

7.29. tabula. Lielas izturības čuguna mehāniskās īpašības un

Čuguna šķirne	Stiepes izturības robeža (zemākā) σ_b , kG/mm ²	Tecēšanas robeža (zemākā) $\sigma_{0,2}$, kG/mm ²	Lieces izturības robeža (zemākā) σ , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Izliece f , mm, ja attālums starp balstiem 300 mm	Stigriba a_H , kG/cm ²	Cietība HB
BЧ45-0	45	36	70	netiek reglamentēts	4,0	netiek reglamentēts	187...255
BЧ45-5	45	33	70	5	5,0	2,5	170...207
BЧ40-10	40	30	70	10	30,0	4,0	156...197
BЧ50-1,5	50	38	90	1,5	5,0	1,5	187...255
BЧ60-2	60	42	110	2	5,0	2,0	197...269

Piezīme. Lieces pārbaude nav obligāta.

7.30. tabula. Karstumnoturīgā čuguna lējumu mehāniskās īpašības un darbības apstākļi (ГОСТ 7769-63)

Čuguna šķirne	Mehāniskās īpašības			Darbības apstākļi	
	stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm	lieces izturības robeža σ , kG/mm ²	cietība HB	vide	maksimālā temperatūra °C
ЖЧХ-0,8	18	36	207...286	Gaisa un krāsns gāzu atmosfēra	550
ЖЧХ-1,5	15	32	207...286		600
ЖЧХ-2,5	—	32	208...264		650
ЖЧХ-30	30	50	370...550		1000
ЖЧС-5,5	10	24	140...255		800
ЖЧСШ-5,5	22	—	228...321		950 °C, ja Si=5,5%
ЖЧЮ-22	9	22	140...286	1000 °C, ja Si>5,5%	1000 °C
ЖЧЮШ-22	25	35	241...375		1100 °C

Piezīme. Ш — čuguns ar lodveida grafitu.

ķīmiskais sastāvs atkarībā no atlējuma sienīņu biezuma (ГОСТ 7293-54)

Sienīņas biezums, mm	Ķīmiskais sastāvs (pēc modifīcēšanas), %						
	C (ne mazāk)	Si	Mn	P	S	Cr	Mg
līdz 30 30...60 60...100 virs 100	3,0	2,6...3,1 2,0...2,5 1,5...2,0 1,3...1,8	0,3...0,8	≤0,20	≤0,03	≤0,20	0,04...0,08
—	3,2	2,5...3,2	≤0,6	≤0,10	≤0,02	≤0,10	0,04...0,08
—	3,2	2,3...3,0	≤0,5	≤0,08	≤0,01	≤0,05	0,04...0,08
līdz 10 10...30	3,2 3,2	2,0...3,2 2,6...3,0	0,3...0,8	≤0,12	≤0,02	≤0,15	0,04...0,08
30...60 60...100 virs 100	3,1 3,1 2,9	2,0...2,5 1,4...1,8 1,0...1,4	0,3...0,8	≤0,12	≤0,02	≤0,10	0,04...0,08

7.31. tabula. Antifrikcijas čuguna gultņu darba režīmi (ГОСТ 1585-57)

Čuguna šķirne	Minimālais perlīta daudzums čuguna struktūrā, %	Gultņu darba režīmi			
		vārpstas termiskā apstrāde	īpatnējais spiediens p , kG/cm ²	aploces ātrums v , m/s	$p \cdot v$, kGm/cm ² · s
AC4-1	85	Rūdīta vai normalizēta	0,5...90	2...0,2	1...18
AC4-2	85	Tas pats	1...60	3...0,75	3...45
AC4-3	60	Termiski neapstrādāta	1...60	3...0,75	3...45
AB4-1	85	Rūdīta vai normalizēta	5...120	5...1,0	25...120
AB4-2	50	Termiski neapstrādāta	5...120	5...1,0	25...120
AK4-1	80	Rūdīta vai normalizēta	5...120	5...1,0	25...120
AK4-2	35...80	Termiski neapstrādāta	5...120	5...1,0	25...120

7.4.4. KAĻAMĀIS ČUGUNS

Kaļamo čugunu iegūst no baltā čuguna, to atkvēlinot. Atkarībā no izvēlēta atkvēlināšanas režīma kaļamais čuguns iegūst ferīta, perlīta vai ferīta-perlīta struktūru ar tajā izvietotu atkvēlināšanas oglekli pārslu veidā. Kaļamā čuguna īpašības galvenokārt atkarīgas

no oglekļa un silīcija satura, kas var būt šādās robežās: C 2,4 ... 2,8%, Si 0,8 ... 1,4 %.

Kaļamā čuguna atlējumu sienīgas ieteicams ņemt ne biežākas par 20 ... 30 mm, bet ar magniju apstrādātam kaļamam čugunam — ne biežākas par 100 ... 120 mm.

7.32. tabula. Kaļamā čuguna lējumu mehāniskās īpašības

Čuguna šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Cietība HB (augstākā robeža)	Struktūras veids
	zemākā robeža			
KČ 30-6	30	6	163	Ferīts
KČ 33-8	33	8	163	
KČ 35-10	35	10	163	
KČ 37-12	37	12	163	
KČ 45-6	45	6	241	Perlīts
KČ 50-4	50	4	241	
KČ 56-4	56	4	269	
KČ 60-3	60	3	269	
KČ 63-2	63	2	269	

7.33. tabula. Kaļamā čuguna lietošanas veidi

Ieteicamā šķirne	Mašīnbūves nozare	Daļas	Darba apstākļi
KČ30-6	Lauksaimniecības mašīnbūve	Zobratī, ķēžu locekļi, sprūdi, pirksti, atslēgas, naži u. c.	Statiskas un dinamiskas slodzes
KČ35-10 KČ30-6 KČ45-6	Automobiļu un traktoru būve	Pakalējā tilta, diferenciāla karteri; riteņu rumbas; bremžu kluči; kronšteini; pedāļi; veltņi, ieliktni	Mainīgas dinamiskas slodzes Dilšana
KČ35-10 KČ30-6	Vagonbūve	Bremžu detaļas, gultņi, kronšteini, skavas, sakabes u. c.	Spiedes un trieciena slodzes
KČ35-10 KČ30-6	Kuģu būve	Kronšteini, iluminatori u. c.	Liece, trieciena slodzes
KČ45-6 KČ50-4	Metālapstrādes darbgaldu būve	Ieliktni	Dilšana
KČ30-6	Sanitārās tehnikas iekārtas, armatūru būve	Ventiļi, fittingi, pneimatiskie korpusi u. c.	Darba spiediens līdz 20 at

Kaļamā čuguna mehāniskās īpašības ir ievērojami labākas nekā pelēkajam čugunam, sevišķi tas attiecināms uz plastiskumu. Kaļamā čuguna lējumu mehāniskās īpašības (ГОСТ 1215-59) dotas 7.32. tabulā.

Daži raksturīgākie kaļamā čuguna lietošanas veidi doti 7.33. tabulā.

7.4.5. BALTAIS ČUGUNS

Baltā čugunā viss ogleklis ir ķīmiski saistītā veidā un tā struktūrā ir ledeburīts un cementīts.

Baltā čuguna lējumiem laba nodilumizturība, apmierinoša karstumnoturība un korozijas noturība, bet stiprība līdz ar oglekļa daudzuma palielināšanos samazinās.

Mehāniskās īpašības raksturo šādi skaitļi: stiepes izturības robeža 10...20 kG/mm²; spiedes izturības robeža 70...140 kG/mm²; lieces izturības robeža 30...50 kG/mm²; cietība *HB* 300...600; stigrība (bez iegriezuma) 0,1...0,5 kG/cm²; relatīvais pagarinājums 0%. Lielākā cietība ir martensīta struktūras baltajam čugunam, bet bora piemaisījums 0,7...0,8% apmērā dod vēl lielāku cietību: *HB* 800...850.

Balto čugunu lieto detaļām, kas pakļautas dilšanai pie lieliem īpatnējiem spiedieniem bez eļļošanas. Lielākā nodilumizturība ir čugunam ar smalku pamatstruktūru, kurā vienmērīgi izkliedēti karbīdi un fosfīdi.

Ja baltais čuguns satur 28...36% hroma (šķirnes X28Л un X34Л), tas nekorodē slāpekļskābē (kūpošā), sērskābē un sāļu šķīdumos, ir karstumnoturīgs, praktiski neizmaina izmērus ilgstošā noslodzē. Tā stiepes izturības robeža ir 35...40 kG/mm², lieces izturības robeža 50...55 kG/mm² un cietība *HB* 220...320.

Balto čugunu X34 ar 3,0...5,0% Ni, palielinātu oglekļa un silīcija saturu izmanto atlietu elektropretestību izgatavošanai, kuru īpatnējā elektropretestība $q = 1,4 \dots 1,5 \text{ omi} \cdot \text{mm}^2/\text{m}$

7.4.6. BALINĀTAS VIRSKĀRTAS ČUGUNS

Detaļas, kas pakļautas pastiprinātai dilšanai un lielam virsmas spiedienam, izgatavo no vairākkārtu čuguna. Ārējā kārtā sakarā ar intensīvu dzesēšanu veidojas baltais čuguns, bet serdē ir perlītiskais čuguns ar plākšņveida vai lodveida grafitu. Balinātās kārtas cietība pieaug līdz ar oglekļa satura pieaugumu, bet silīcija daudzums nosaka citas ekspluatācijas īpašības — nodilumizturību un stiprību. Oglekļa saturs ir 2,8...3,8%, silīcija 0,4...1,6%, mangāna 0,4...1,0%, fosfora $\leq 0,5\%$, hroma 0,4...1,0%, niķeļa 0,8...3,0%, sēra 0,02%. Parasti šo čugunu iegūst, modificējot atbilstoša sastāva čugunu ar magniju. Palielinātais fosfora daudzums, kas samazina

nodilumizturību un stiprību, pieļaujams sakarā ar fosfora spēju kavēt karsto plaisu rašanos balinātās kārtas kristalizācijas laikā.

Dažu balinātās virskārtas čuguna izstrādājumu veidi doti 7.34. tabulā.

Bez tabulā minētajiem izstrādājumiem no balinātās virskārtas čuguna izgatavo metalurģijas velmes, vagonu riteņus, hidrocilindrus u. c.

7.34. tabula. Balinātās virskārtas čuguna izstrādājumi

Izstrādājumu veids	Balinātās kārtas biezums, mm	Cietība HB
Dzirnavu valči:		
ar rievotu virsmu	10	400 ... 470
ar gludu virsmu	8	320 ... 400
Taukspiežu un krāsberžu veltņi	8 ... 25	430 ... 465
Drupinātāju, maisītāju veltņi	8 ... 25	400 ... 470
Papīra izgatavošanas mašīnu veltņi	8 ... 15	470 ... 520
Veltņi, rulliši	5 ... 10	420 ... 495

7.5. KRĀSAINIE METĀLI UN TO SAKAUSĒJUMI

Atkarībā no krāsaino metālu īpatnējā svara tos iedala divās grupās: 1) smagie krāsainie metāli, kuru īpatnējais svars lielāks par 7, 2) vieglie krāsainie metāli, kuru īpatnējais svars mazāks par 7.

Smagos krāsainos metālus — varu, hromu, niķeli, volframu, kobaltu — un to sakausējumus, kuriem ir augsta kušanas temperatūra, izmanto elektrotehnikā un kā konstrukciju, karstumizturīgus un korozijas noturīgus materiālus, bet smagos krāsainos metālus — alvu, svinu, antimonu, cinku — un to sakausējumus, kuriem ir zema kušanas temperatūra, izmanto mīkstlodēm, antifrikcijas elementiem un viegli kūstošiem sakausējumiem.

Vieglo metālu grupai pieskaitāms alumīnijs, magnijs, titāns un to sakausējumi. Tos izmanto kā konstrukciju materiālus gan lietā, gan deformētā stāvoklī.

7.5.1. VARŠ UN TĀ SAKAUSEJUMI

7.5.1.1. Tehniskais varš

Tehnisko varu raksturo teicama elektriskās strāvas un siltuma vadītspēja, kā arī plastiskums. Varš labi pretojas atmosfēras, organisko skābju, spirtu un citu šķīdumu iedarbībai, tāpēc varu plaši lieto elektrotehnikā, siltumtehnikā un ķīmiskās rūpniecības mašīnbūvē. Tehniskā vara mehāniskās īpašības dotas 7.35. tabulā.

Pēc GOCT 859-66 izgatavo varu M0, M1, M2, M3 un M4 ar tīrību 99,95...99,0%. Tehniskā vara lietošanu sk. 7.36. tabulā.
Varu raksturo šādi parametri:

kušanas temperatūra	1083 °C;
īpatnējā siltumvadītspēja	0,94 cal/cm · s · deg;
īpatnējā elektriskā pretestība	0,0178Ω · mm ² /m;
atkvēlināšanas temperatūra	450...600 °C;
spiedienapstrādes temperatūra	750...1050 °C;
liešanas temperatūra	1150...1250 °C;
lineārais sarukums	2,1%.

7.35. tabula. Tehniskā vara mehāniskās īpašības

Mehāniskās īpašības	Metāla stāvoklis		
	Ilets	auksti velmēts	deformēts un atkvēlināts
Stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	16...20	40...49	20...25
Relatīvais pagarinājums δ , %	15...25	2...4	30...50
Spiedes izturības robeža σ_d , kG/mm ²	—	—	55...65
Stigriba a_n , kGm/cm ²	—	—	10...12
Cietība HB	36...40	80...120	40...50

7.36. tabula. Tehniskā vara lietošana (GOCT 859-66)

Vara šķirne	Lietošana
M00	Pusvadītāji
M0	Strāvas vadītāji
M1	Strāvas vadītāji, velmējumi, kvalitātes bez-alvas bronzas
M2	Spiedienapstrādei paredzēti sakausējumi
M4	Lejamās bronzas un citi sakausējumi

7.37. tabula. Deformējamo misiņu pusfabrikātu raksturotāji lielumi (pēc atkvēlināšanas) (GOCT 1019-47)

Misiņa šķirne	Izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Tecēšanas robeža σ_T , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Karstās apstrādes temperatūra, °C	Atkvēlināšanas temperatūra, °C	Pusfabrikāts
J196	24	—	50	700...850	450...650	Radiatoru caurulītes
J190	26	12	45	700...850	450...650	Loksnes, lentas
J185	28	10	45	750...850	450...650	Rievotas caurulītes
J180	32	12	52	750...850	450...650	Lentas, stieples
J170	32	9	55	750...850	450...650	Sloksnes, lentas
J168	32	9	55	750...850	450...650	Stieņi, loksnes, lentas, caurules, stieples
J162	33	11	49	750...850	450...650	Stieņi, loksnes, sloksnes, lentas, stieples, caurules

7.5.1.2. Misiņš

Misiņš ir vara un cinka sakausējums ar labām mehāniskām īpašībām. Vara un cinka sakausējumu, kurā 97% Cu, sauc par tombaku, bet sakausējumu, kurā 79...80% Cu, — par pustombaku. Speciālos misiņus nosauc tā elementa vārdā, kuru sakausējums satur vēl bez vara un cinka. Kā leģētājus elementus speciāliem misiņiem

7.38. tabula. Speciālo misiņu pusfabrikātu raksturotāji lielumi (ГОСТ 1019-47)

Misiņa nosaukums	Misiņa šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Spiedienapstrādes temperatūra, °C	Atkvēlināšanas temperatūra, °C	Pusfabrikāts un tā lietošana
Alumīnija	ЛА 77-2	38	50	700...770	600...650	Kondensācijas caurules
Alumīnija-dzelzs	ЛАЗЖ 60-1-1	42	50	700...800	600...700	Caurules un stieņi; ieliktni, gultņi, armatūra
Alumīnija-niķeļa	ЛАН 59-3-2	50	42	700...800	600...650	Caurules un stieņi
Niķeļa	ЛН 65-5	38	65	750...870	600...650	Manometra caurules, loksnes, stieples
Dzelzs-mangāna	ЛЖМЦ 59-1-1	45	50	650...750	600...650	Stieņi, sloksnes, caurules, stieples
Mangāna	ЛМЦ 58-2	44	36	650...750	600...650	Stieņi, loksnes, sloksnes, stieples
Mangāna-alumīnija	ЛМЦА 57-3-1	52	30	650...750	600...700	Kalumi
Alvas tombaks	ЛО 90-1	28	50	700...800	550...650	Sloksnes, lentas
Alvas	ЛО 70-1	35	60	650...750	550...650	Caurules
Alvas	ЛО 62-1	38	40	700...750	550...650	Stieņi, loksnes, sloksnes kuģu būvniecībai
Alvas	ЛО 60-1	38	40	750...800	550...650	Stieple metināšanai
Svina	ЛС 74-3	35	45	—	600...650	Sloksnes, lentas, stieple pulksteņrūpniecībai
Svina	ЛС 64-2	34	55	—	600...650	Tas pats
Svina	ЛС 63-3	35	45	—	600...650	Sloksnes, lentas, stieple pulksteņrūpniecībai
Svina	ЛС 60-1	35	50	—	600...650	Stieņi
Svina	ЛС 59-1	42	45	640...780	600...650	Stieņi, loksnes, sloksnes, lentas, stieples, caurules
Silīcija	ЛК 80-3	34	55	750...850	500...600	Kalumi darbam koroģejošā vidē kuģu būvniecībai

7.39. tabula. Lejamo misiņu raksturotāji līelumi (ГОСТ 1019-47)

Misiņa šķirne	Ķīmiskais sastāvs, %										Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Lietošana
	Cu	Al	Fe	Mn	Si	Sn	Pb	Zn					
ЛАЗЖМЦ 66-6-3-2	64...68	6...7	2...4	1,5...2,5	—	—	—	—	—	—	65	7	Uz griežņi, skrūves un smagos ekspluatācijas apstākļos strādājošas detaļas
ЛЛ 67-2,5	66...68	2...3	—	—	—	—	—	—	—	—	40	15	Korozijas noturīgas detaļas
ЛАЗЖ 60-1-1Л	58...61	0,75...1,5	0,75...1,5	0,1...0,6	—	0,2...0,7	—	—	—	—	42	18	Armatūra, gultņu ieliktni
ЛК 80-3Л	79...81	—	—	—	2,5...4,5	—	—	—	—	—	30	15	Armatūras kuģu būvniecībai
ЛКС 80-3-3	79...81	—	—	—	2,5...4,5	—	—	—	—	2,0...4,0	30	15	Gultņu ieliktni un bukses
ЛМн 58-2-2	57...60	—	—	1,5...2,5	—	—	—	—	—	1,5...2,5	35	8	Gultņu ieliktni, bukses un citas antifrīcijas detaļas
ЛМнОС 58-2-2-2	56...60	—	—	1,5...2,5	—	—	—	—	—	1,5...2,5	30	4	Zobrati
ЛМцЖ 55-3-1	55...58	—	0,5...1,5	3...4	—	—	—	—	—	—	50	10	Dzenskrūves, masīvas detaļas
ЛМцЖ 52-4-1	50...55	—	0,5...1,5	4...5	—	—	—	—	—	—	50	15	Gultņi un armatūra, slogotas lidmašīnu detaļas
ЛС 59-1Л	57...61	—	—	—	—	—	—	—	—	0,8...1,9	20	20	Velšanas gultņu separatori

Piezīme. σ_b vērtības atbilst lējumam koklēs; misijam ЛС59-1Л — centrālās lējumieni.

pievieno alumīniju, silīciju, alvu, niķeli, mangānu, dzelzi un svinu. Visas piedevas, izņemot svinu, ievērojami uzlabo apstrādi ar griešanu, paaugstina misiņa šķidrplūstamību, korozijas noturību un stiprību.

Misiņa šķirni apzīmē ar burtu Л, skaitlis aiz burta norāda vara daudzumu %, pārējais ir cinks %. Tā, piemēram, misiņš Л95 satur 95% vara un 5% cinka.

Vara sakausējumos leģētājus elementus apzīmē šādi:

alumīnijs — А	dzelzs — Ж	varš — М
silīcijs — К	svins — С	cinks — Ц
alva — О	mangāns — М	fosfors — Ф
niķelis — Н	berilijs — Б	

Skaitļi aiz leģētāju elementu simboliem norāda uz atbilstošā elementa aptuveno daudzumu (%) misiņā. Tā, piemēram, misiņš ЛАН 59-3-2 satur 57...60% vara, 2,5...3,5% alumīnija un 2...3% niķeļa, pārējais ir cinks. Pēc iegūšanas tehnoloģijas izšķir deformējamus un lejamus misiņus (sk. 7.37., 7.38., 7.39. tab.).

7.5.1.3. Bronza

Izšķir divus bronzas veidus: alvas bronzas, kas ir vara un alvas sakausējumi, un speciālās jeb bezalvas bronzas. Kā galvenie leģētāji elementi jāmin alva, alumīnijs, svins, mangāns, dzelzs, niķelis.

Bronzas šķirni apzīmē ar burtiem Бр. Piekausētos elementus apzīmē ar tādiem pašiem simboliem kā misiņa apzīmējumos un skaitļiem, kas norāda piekausēto elementu daudzumu. Tā, piemēram, bronza Бр.ОЦС3-13-4 satur apmēram 3% alvas, 13% cinka, 4% svina, pārējais ir varš.

Pēc izgatavošanas tehnoloģijas izšķir lejamās un deformējamās bronzas.

7.40. tabula. Lejamo alvas bronzu raksturotāji

Bronzas šķirne	Ķīmiskais sastāvs, %				
	Sn	Zn	Pb	Ni	Cu
Бр.ОЦСН 3-7-5-1	2,5...4,5	6,0...9,5	3,0...6,0	0,5...2,0	pārējais
Бр.ОЦС 3-12-5	2,0...3,5	8,0...15,0	3,0...6,0	—	„
Бр.ОЦС 5-5-5	4,0...6,0	4,0...6,0	4,0...6,0	—	„
Бр.ОЦС 4-4-17	3,5...5,0	2,0...6,0	14,0...20,0	—	„
Бр.ОЦС 0,5-6-5	3,0...4,5	5,0...7,0	4,0...6,0	—	„
Бр.ОЦСА 3-8-4-1	2,5...4,5	7,0...10,0	3,0...6,0	0,5...0,15	„
Бр.ОЦС 3-13-4	2,0...4,0	10,0...16,0	3,0...6,0	—	„

Alvas bronzām ir labas mehāniskās, liešanas un antifrikcijas īpašības, kuras uzlabo fosfora, svina un cinka piedevas.

Lejamo un deformējamo alvas un bezalvas bronzu raksturotāji lielumi doti 7.40. ... 7.43. tabulā. Vara un niķeļa sakausējumu raksturotāji lielumi doti 7.44. tabulā.

7.41. tabula. Deformējamo alvas bronzu raksturotāji lielumi (ГОСТ 5017-49)

Bronzas šķirne	Mehāniskās īpašības			Pusfabrikātu veidi	Lietošana
	stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	relatīvais pagarinājums δ , %	cietība HB		
Бр.ОФ 7-0,2	—	—	—	Lentas, sloksnes, stieņi, stieple	Atsperes, gultņu ieliktni un dažādas berzei pakļautas detaļas
Бр.ОФ 6,5-0,15	70...80	7...12	160...200	Stieņi, stieple	Papīra mašīnu sieti
Бр.ОФ 6,5-0,4	70...80	7...12	160...200	Stieple	
Бр.ОФ 4-0,25	50...70	6...10	160...170	Caurules	Ķīmiskās rūpniecības un siltumtehnikas aparātūra
Бр.ОЦ 4-3	50...60	3...6	150...170	Lentas, sloksnes, stieņi, stieple	Atsperes, ķīmiskās rūpniecības aparātu detaļas
Бр.ОЦС 4-4-2,5	55...65	2...4	150...170	Lentas, sloksnes	Automobiļu un traktoru ieliktni un starplikas
Бр.ОЦС 4-4-4	—	—	—	Lentas, sloksnes	Tas pats

Piezīme. Mehāniskās īpašības dotas bronzi nocietinātā stāvoklī.

lielumi (ГОСТ 613-65 un 614-65)

Stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Cietība HB	Liešanas temperatūra, °C	Lineārais sarukums, %	Lietošana
21...23	55...70	1150...1200	1,6	Aparātūra dzeramam un jūras ūdenim, tvaikam (spiedienam līdz 25 at)
23	55...65	1140...1180	—	Armatūra dzeramam ūdenim un tvaikam (spiedienam līdz 25 at)
24	60...75	1140...1180	1,6	Berzei pakļautas detaļas
15	60	—	—	Tas pats
—	—	—	—	Sihtēšanas materiāls alvas
—	—	—	—	bronzas atļējumu ieguvei
—	—	—	—	Tas pats

7.42. tabula. Dažu bezvalvas lejamo bronzu raksturotāji lielumi
(ГОСТ 493-54)

Bronzas šķirne	Ķīmiskais sastāvs, %						Mehāniskās īpašības			Fasonveida atļējumu ieguves veids
	Al	Fe	Mn	Ni	Pb	Cu	stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	relatīvais pagarinā- jums δ , %	cietība HB	
Бр. АМц 9-2Л	8...10	—	1,5...2,5	—	—	—	40	20	100	Kokilē
Бр. АМц 10-2	9...11	—	1,5...2,5	—	—	—	50	12	110	Kokilē, veidzēmē
Бр. АЖ 9-4Л	8...10	2...4	—	—	—	—	55	10	130	Kokilē
Бр. АЖМц 10-3-1,5	9...11	2...4	1...2	—	—	—	56	22	130	Kokilē
Бр. АЖС 7-1,5-1,5	6...8	3,5...5,5	—	—	1...1,5	—	35	18	—	Veidzēmē
Бр. АЖН 10-4-4Л	9,5...11	3,5...5,5	—	3,5...5,5	—	—	65	10	180	Kokilē
Бр. АЖН 11-6-6	9,5...11	5...6,5	—	5...6,5	—	—	48	18	260	Kokilē, veidzēmē
Бр. С 30	—	—	—	—	27...33	—	6	4	35	Kokilē
Бр. СН 60-2,5	—	—	—	2,2...2,7	57...65	—	8	5	14	Kokilē

7.43. tabula. Dažu deformējamo bezalvas bronzu raksturotāji lielumi
(ГОСТ 493-54)

Bronzas šķirne	Mehāniskās īpašības				Pusfabrikāti	Lietošana
	stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	relatīvais pagarinājums δ , %	cietība HB	spiedien- apstrādes temperatūra, °C		
Бр. А5	70 ... 80	4 ... 6	190 ... 210	750 ... 850	Sloksnes, lentas	Atsperes
Бр. А7	95 ... 103	3 ... 10	154	750 ... 850	Sloksnes, lentas	Atsperes
Бр. АМn 9-2	60 ... 80	4 ... 5	160 ... 180	750 ... 850	Stiepi, sloksnes, lentas	Kuģu, mašīnu, automobiļu un traktoru būvniecības armatūra
Бр. АЖМn 10-3-1,5	60 ... 70	9 ... 12	160 ... 200	750 ... 850	Stiepi, caurules, kalumi	Mašīnu un automobiļu antifrikcijas detaļas
Бр. АЖН 10-4-4	75 ... 83	9 ... 15	180 ... 220	800 ... 900	Stiepi	Lielas izturības detaļas
Бр. Б2	90 ... 100	2 ... 4	150 ... 350	750 ... 800	Stiepi, sloksnes, stieples, caurules	Elastīgi elementi un atsperes
Бр. КМn 3-1	65 ... 75	6 ... 8	170 ... 190	750 ... 850	Stiepi, sloksnes, stieples	Atsperes
Бр. КН1-3	50 ... 60	6 ... 8	150 ... 200	800 ... 900	Kalumi, stiepi	Antifrikcijas detaļas
Бр. КМn 3-1	65 ... 75	5 ... 10	170 ... 190	750 ... 800	Stiepi, sloksnes, stieples	Atsperes, sieti, caurules
Бр. X 0,5	45 ... 50	11	130 ... 140	850 ... 950	Stiepi, sloksnes, stieples	Elektrodi un karstumizturīgas detaļas

Piezīme. Mehāniskās īpašības dotas bronzi nocielinātā stāvoklī.

7.44. tabula. Vara un niķeļa sakausējumu raksturotāji lielumi
(ГОСТ 492-52)

Sakausējuma nosaukums	Sakausējuma šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Spiedienapstrādes temperatūra, °C	Pusfabrikāti	Lietošana
Melhiors	MHЖMц 30-0,8-1	55 ... 65	3 ... 5	850 ... 960	Caurules	Kondensācijas caurules
Melhiors	MH 19	50 ... 60	3 ... 5	900 ... 1030	Stiepi, sloksnes, lentas, stieples	Medicīnas instrumenti, ķīmiskās aparatūras detaļas
Jaunsudrabs	MHЦ 15-20	60 ... 72	2 ... 3	800 ... 970	Stiepi, lentas, stieples	Elektrisko mašīnu, radioaparātu detaļas, armatūra, medicīniskie instrumenti
Svina jaunsudrabs	MHЦC 17-18-1,8	60 ... 70	2 ... 4	—	Sloksnes	Aparātu un pulksteņu detaļas
Kūniāls A	MHA 13-3	90 ... 95	2 ... 4	900 ... 1000	Stiepi	Palielinātas stiprības detaļas
Kūniāls B	MHA 6-1,5	65 ... 75	4 ... 6	800 ... 900	Sloksnes	Atsperes
TI	MH 0,6	38 ... 45	3 ... 6	800 ... 930	Stieples	Platīna un platīnrodija termopāru kompensācijas stieples
TB	MH 16	50 ... 60	4 ... 6	950 ... 1030	Stieples	Platīna un zelta termopāru kompensācijas stieples
Niķelvarš	MH 5	40 ... 50	5 ... 10	900 ... 1000	Stiepi, caurules	Kondensācijas caurules
Kopels	MHMц 43-0,5	60 ... 70	3 ... 4	1000 ... 1150	Stieples	Termopāri, kompensācijas stieples, precīzas elektriskās pretestības
Konstantāns	MHMц 40-1,5	62 ... 72	2 ... 3	1000 ... 1150	Stieples	Reostati, termopāri temperatūrai līdz 500 °C
Manganīns	MuHMц 3-12	80 ... 90	2 ... 4	750 ... 850	Stieples	Elektrisko mērinstrumentu detaļas, tinumi

Piezīme. Mehāniskās īpašības dotas sakausējumam noctietinātā stāvoklī.

7.5.2. ALUMINIJS UN TĀ SAKAUSEJUMI

Alumīniju daudz lieto tehnikā: no tā izgatavo elektriskos vadus; to lieto dažādu priekšmetu (piem., mājturības priekšmetu) izgatavošanai štancējot vai izvelkot (sk. 7.45. tab.).

Ķīmiski tīru alumīniju raksturo šādi lielumi.

Īpatnējais svars	2,70 G/cm ³
Kušanas temperatūra	660 °C
Īpatnējā siltumvadītspēja temperatūru intervālā 0...100 °C	0,57 cal/cm. s. deg
Īpatnējā elektriskā vadītspēja salīdzinājumā ar varu	64,9%
Īpatnējā elektriskā pretestība 20 °C temperatūrā	2,655 Ω · mm ² /m

Mehāniskās īpašības atkvēlinātā stāvoklī:

stiepes izturības robeža σ_b	5 kG/mm ²
tecēšanas robeža $\sigma_{0,2}$	1,5 kG/mm ²
relatīvais pagarinājums δ	49%
cietība <i>HB</i>	17

7.45. tabula. Alumīnija lietošana (ГОСТ 11069-64)

Alumīnija šķirne	Tīrā alumīnija, %, ne mazāk	Lietošana
A-995 A-99	99,995 99,99	Mašīnbūves un aparātu būves speciālas detaļas
A-97 A-95	99,97 99,95	Ķīmiskās rūpniecības aparāti un elektrolītiskie kondensatori
A-85 A-8 A-7 A-6	99,85 99,80 99,70 99,60	Ķīmiskās rūpniecības aparāti, stieples, kabeli u. c.
A-5	99,50	Alumīnija sakausējumi, ķīmiskās rūpniecības aparāti
A-0	99,00	Parasti sakausējumi, ligatūras

Tehnisko alumīniju АД un АД1 iegūst no alumīnija A-0 un izmanto lokšņu, stieņu, cauruļu, stieņu un kniežu izgatavošanai. Alumīnijam raksturīga laba antikorozijs spēja, elektriskā un siltumvadītspēja, plastiskums; to var labi sametināt ar gāzi un elektriski (kontaktmetināšana). Tehnisko alumīniju var lietot maznoslogotu detaļu izgatavošanai. Atkvēlinātā stāvoklī $\sigma_b = 8$ kG/mm², $\sigma_{0,2} = 3$ kG/mm², $\delta = 35\%$, cietība *HB* 25.

Tehnikā lieto deformējamus un lejamus alumīnija sakausējumus.

7.5.2.1. Deformējamie alumīnija sakausējumi

Ir divi deformējamo alumīnija sakausējumu veidi:

a) sakausējumi, kurus stiprības palielināšanai neapstrādā termiski;

b) sakausējumi, kuru stiprību palielina termiski apstrādājot.

Sakausējumiem, kurus neapstrādā termiski, ir palielināts plastiskums, teicamas antikoroziņas īpašības, laba sametināšanās spēja un viduvēja stiprība. Šos sakausējumus lieto atkvēlinātā, daļēji nocietinātā vai nocietinātā stāvoklī. Cietības samazināšanai un plastiskuma palielināšanai visus sakausējumu (izņemot šķirni AMr6) izstrādājumus lokšņu, profilu, stieņu, stieplu un kniežu veidā ieteicams atkvēlināt 350...410 °C temperatūrā.

Deformējamo alumīnija sakausējumu ķīmisko sastāvu nevar noteikt pēc sakausējuma apzīmējuma.

7.46. tabulā norādītas deformējamo alumīnija sakausējumu tehnoloģiskās īpašības un lietošana. No tabulā minētiem sakausējumiem šķirnes АД1, АМц, АМr2, АМr3 un АМr5П termiski neapstrādā.

7.5.2.2. Lejamie alumīnija sakausējumi

Lejamos alumīnija sakausējumus pēc ķīmiskā sastāva iedala piecās grupās.

I grupa — sakausējumi uz alumīnija un magnija bāzes, kas satur vairāk nekā 4% Mg. Šiem sakausējumiem mazs īpatnējais svars un teicama koroziņas izturība. Visvairāk lietotās šķirnes: АЛ8, АЛ13, АЛ22, АЛ23, АЛ27 u. c.

II grupa — sakausējumi uz alumīnija un silīcija bāzes, kas satur vairāk nekā 5% Si. Sakausējumiem labas liešanas īpašības, mazs sarukums, laba šķidrplūstamība un blīvums un neliela tieksme veidot karstas plaisas. Izplatītākās šķirnes: АЛ2, АЛ4, АЛ9 u. c.

III grupa — sakausējumi uz alumīnija un vara bāzes, kur vara vairāk nekā 4%. Sakausējumiem ir samērā sliktas liešanas īpašības, bet teicama koroziņas noturība. Vairāk lietotās šķirnes: АЛ7, АЛ19 u. c.

IV grupa — sakausējumi uz alumīnija, silīcija un vara bāzes. Šiem sakausējumiem labas liešanas īpašības. Izplatītākās šķirnes: АЛ3, АЛ3В, АЛ5, АЛ6, АЛ10В u. c.

V grupa — sakausējumi uz alumīnija un citu elementu bāzes. Sakausējumiem ir samērā sliktas liešanas īpašības, bet laba karstumizturība. Visvairāk lietotās šķirnes: АЛ1, АЛ11, АЛ20, АЛ21, АЛ25, АЛ26, АЦP1 u. c.

Lejamo alumīnija sakausējumu šķirņu apzīmējumos pieņemtie burti norāda (piem., АЛ), ka sakausējuma pamatelements ir alumīnijs (А) un ka sakausējums paredzēts liešanai (Л). Skaitlis apzīmējuma beigās norāda uz sakausējuma ķīmisko sastāvu.

Lejamo alumīnija sakausējumu raksturotāji lielumi doti 7.47. tabulā.

7.46 tabula. Dažu deformējamo alumīnija sakausējumu tehnoloģiskās īpašības un lietošana (ГОСТ 4784-65)

Sakausējuma šķirne	Tehnoloģiskās īpašības					Lietošana
	termiskās apstrādes ietekme uz stiprību	plastiskums atkvešinātā stāvoklī	metināmība	korozijas izturība		
1	2	3	4	5	6	
AD 1	Nepalielina	Ļoti liels	Labā	Ļoti laba	Mazslogotas daļas ar labu elektrisko un siltumvadītspēju	
AD 31	Palielina	Ļoti liels	Apmierinoša	Sevišķi laba	Sarežģītas formas kniedētas konstrukcijas	
AD 33	Palielina	Liels	Kontaktmetināšana laba	Ļoti laba	Vidēji slogotas kniedētas konstrukcijas	
AMu	Nepalielina	Liels	Labā	—	Caurules, mazslogotas metinātas konstrukcijas, šķidrumu tvertnes	
AMr 2	Nepalielina	Liels	Apmierinoša	Ļoti laba	Metinātas un izvilktas detaļas, caurules, tvertnes	
AMr 3	Nepalielina	Liels	Apmierinoša	Ļoti laba	Maznoslogotas metinātas konstrukcijas, caurules, tvertnes	
AMr 5Π	Nepalielina	Liels	Apmierinoša	Ļoti laba	Kniedes	
AMr 6	Nepalielina	Vidējs	Apmierinoša	Ļoti laba	Vidēji noslogotas metinātas konstrukcijas	
AB	Palielina	Liels	Gāzes metināšana — apmierinoša, punktmetināšana — laba	Ļoti laba	Vidēji slogotas detaļas	
AK 4	Palielina	Pamaznats — karstā stāvoklī	Kontaktmetināšana — laba, gāzes, elektriskā loka metināšana — slikta	Viduvēja	Paaugstinātā temperatūrā darbojošas detaļas	

7.46. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5	6
AK6	Palielina	Viduvējs — karstā stāvoklī	Kontakmetināšana — laba, elektriskā loka metināšana — slikta	Labā	Sarežģītas formas kaltas un štancētas detaļas
AK8	Palielina	Pamaznāts — karstā stāvoklī	Kontakmetināšana — laba, gāzes, elektriskā loka metināšana — apmierinoša	Slikta	Stipri slogotas biezu sienu štancētas detaļas
Д11	Palielina	Viduvējs	Kontakmetināšana — laba, gāzes metināšana — apmierinoša	Viduvēja	Vidēji slogotas štancētas detaļas, kniedes
Д16 Д19	Palielina	Viduvējs	Kontakmetināšana — laba, gāzes metināšana — viduvēja	Viduvēja	Vidēji slogotas detaļas, kas nav iegūtas štancējot un kaļot. Darba temperatūra $\leq 250^{\circ}\text{C}$
Д20	Palielina	Liels — karstā stāvoklī	Kontakmetināšana — laba	Slikta	Paaugstinātā temperatūrā ($200 \dots 300^{\circ}\text{C}$) darbojošas detaļas, tvertnes
Д21	Palielina	Viduvējs	Laba	Slikta	Kalumi
Д23	Palielina	Liels	Laba	Viduvēja	Loksnes, kalumi, presētas un štancētas detaļas, stieple
B92	Palielina	Viduvējs	Laba	Ļoti laba	Metinātas detaļas
B95	Palielina	Viduvējs	Kontakmetināšana — laba, gāzes metināšana — slikta	Viduvēja	Stipri slogotas detaļas; darba temperatūra $\leq 120^{\circ}\text{C}$
B96Ц	Palielina	Liels	—	Labā	Stipri slogotas presētas un kaltas sagataves; darba temperatūra $\leq 100^{\circ}\text{C}$

Tuvākas ziņas par mehāniskām īpašībām atkarībā no termiskās apstrādes veida dotas [44, t. 1].

7.47. tabula. Dažu lejamo alumīnija sakausējumu raksturotāji lielumi
(ГОСТ 2685-63)

Grupa	Sakausējuma šķirne	Liešanas īpašības	Termiskās apstrādes ietekme uz stiprību	Mehāniskās īpašības			Lietošana
				stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	relatīvais pagarinājums δ , %	cietība HB	
V	AJ11	Sliktas	Palielina	18...21	0,5...1	80...95	Virzuļi, dzinēju bloku galvas
II	AJ12	Ļoti labas	Nepalielina	14...16	2...4	60	Mazslogotas sarežģītas formas detaļas
IV	AJ13	Viduvējas	Palielina	15...25	0,5...2	65...75	Virzuļi
II	AJ14	Ļoti labas	Palielina	20...24	1,5...3	60...70	Hermētiskas slogotas detaļas
IV	AJ15	Ļoti labas	Palielina	16...23	0,5...1	65...70	Lielā izmēra sarežģītas formas detaļas, kas darbojas paaugstinātā temperatūrā
III	AJ17	Sliktas	Palielina	20...23	3...6	60...70	Mazas, vienkāršas formas detaļas darbam temperatūrā $\leq 200^\circ\text{C}$
I	AJ18	Sliktas	Palielina	29	9	60	Stipri slogotas detaļas
II	AJ19	Ļoti labas	Palielina	14...23	2...4	45...70	Vidēji slogotas sarežģītas detaļas
IV	AJ110B	Labas	Palielina	13...17	—	80...90	Virzuļi un citas detaļas
V	AJ111	Labas	Palielina	18...25	1...2	60...90	Stipri slogotas lielas, sarežģītas detaļas
I	AJ113	Ļoti labas	Palielina	15...17	0,5...1	55	Sarežģītas detaļas darbam augstās temperatūrās
III	AJ119	Apmierinošas	Palielina	30...34	4...8	70...90	Noslogotas detaļas darbam temperatūrā $\leq 350^\circ\text{C}$
V	AJ120	Apmierinošas	Palielina	16...25	1	65	Lielgabarieta detaļas darbam temperatūrā $\leq 350^\circ\text{C}$
V	AJ121	Apmierinošas	Palielina	18...21	1	65...75	Slogotas detaļas darbam temperatūrā $\leq 350^\circ\text{C}$
I	AJ122	Apmierinošas	Palielina	18...23	1...1,5	90	Spiedlējumi
I	AJ123	Sliktas	Nepalielina	19...23	4...6	60	Vidēji slogotas detaļas
V	AJ125	Apmierinošas	Palielina	19	—	90	Virzuļi un dzinēju bloku galvas
V	AJ126	Augstas	Nepalielina	16	—	90	Lieljaudas dzinēju virzuļi
I	AJ127	Sliktas	Nepalielina	32	12	75	Mitrumā darbojošas detaļas
V	AlPI	Augstas	Nepalielina	20	1,5	75	Detaļas ar darba temperatūru $\leq 400^\circ\text{C}$

Piezīme. Tabulā dotas σ_b , δ un HB robežvērtības, kas iegūtas dažādiem liešanas un termiskās apstrādes veidiem. Tuvākas ziņas sk. [44, t. I, 94...97].

7.48. tabula. Dažu deformējamo magnija sakausējumu raksturotāji lielumi

Sakausējuma šķirne	Tehnoloģiskās un mehāniskās īpašības					Lietošana
	termiskās apstrādes ietekme uz stiprību	plastiskums	metināmība	stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	relatīvais pagarinājums δ , %	
MA1	Nepalielina	Liels karstā stāvoklī	Gāzes metināšana apmierinoša	17 ... 26	2 ... 5	Mazslogotas detaļas
MA2	Nepalielina	Tas pats	Tas pats	23 ... 26	5 ... 6	Sarcēģītas formas vidēji slogotas detaļas
MA3	Nepalielina	Viduvējs	Kontakmetināšana apmierinoša	26	15	Presēti profilmateriāli stipri slogotam detaļām
MA5	Palielina	Mazs	Apmierinoša	27 ... 30	6 ... 8	Loti stipri slogotas detaļas
MA8	Nepalielina	Viduvējs	Gāzes metināšana laba	20 ... 25	3 ... 12	Vidēji slogotas detaļas
MA9	Nepalielina	Liels	Apmierinoša	18 ... 26	5 ... 13	Loksnes, profili detaļām darba temperatūrai $\leq 250^\circ\text{C}$
MA10	Palielina	Mazs	Laba	39 ... 44	4	Islaidīgi stipri slogotas detaļas
MA11	Palielina	Viduvējs	Kontakmetināšana apmierinoša	25 ... 26	7	Loksnes, profili detaļām darba temperatūrai $\leq 250^\circ\text{C}$
MA13	Palielina	Liels	Apmierinoša	22	4	Loksnes darba temperatūrai $\leq 350^\circ\text{C}$
BM/13	Nepalielina	Liels	Laba	30	10 ... 16	Presētas un štancētas detaļas darba temperatūrai $\leq 350^\circ\text{C}$

7.49. tabula. Dažu lejamo magnija sakausējumu raksturotāji lielumi (ГОСТ 2856-68)

Sakausējuma šķirne	Tehnoloģiskās un mehāniskās īpašības					Lietošana
	termiskās apstrādes ietekme uz stiprību	liešanas īpašības	liešanas veids	stiepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	relatīvais pagarinājums δ , %	
M/J2	Nepalielina	Sliktas	Veidzemē	10	10	Korozijas vidē darbojošās vienkāršas formas detaļas
M/J3	Nepalielina	Apmierinošas	Veidzemē	18	8	Vienkāršas, triecienslodzei pakļautas detaļas
M/J4	Palielina	Apmierinošas	Veidzemē	18...25	5...6	Vidēji slogotas vienkāršas formas detaļas
M/J5	Palielina	Labas	Veidzemē, kokilē	15...25	3...9	Stipri slogotas detaļas
M/J6	Palielina	Labas	Veidzemē	16...26	1,5...5	Stipri slogotas detaļas pēc termiskās apstrādes
M/J12	Palielina	Apmierinošas	Veidzemē	22...27	5...6	Stipri slogotas, blīvas detaļas darba temperatūrai $\leq 200^\circ\text{C}$
M/J15	Palielina	Labas	Veidzemē, kokilē	22	4	Stipri slogotas hermētiskas detaļas darbam vidē ar temperatūru līdz 250°C

Piezīme. Tuvākas ziņas par šiem sakausējumiem [44, t. 1, 159].

7.5.3. MAGNIJS UN TĀ SAKAUSEJUMI

Magniju tīrā veidā mašīnbūvniecībā nelieto, bet gan sakausējumos ar citiem elementiem.

Magnija sakausējumi, pateicoties mazajam īpatnējam svaram, plaši izplatīti, piemēram, aviācijas tehnikā. No sakausējumiem izgatavo štancētus pusfabrikātus, loksnes un atlējumus. Korozijas noturība ir sliktāka un jutība pret iegriezumiem lielāka nekā alumīnija sakausējumiem. Magnija blīvums $1,74 \text{ g/cm}^3$, kušanas temperatūra $651 \text{ }^\circ\text{C}$. Magnijam laba elektriskā vadītspēja un slihta pretestība korozijai.

Uz magnija bāzes veidotiem sakausējumiem mazs īpatnējais svars, zema elektriskā un siltumvadītspēja, samērā labas mehāniskās īpašības, maza korozijas noturība, tos viegli apstrādāt. *Deformējamos magnija sakausējumus* izgatavo lokšņu, slokšņu, stieņu, stieplu un kalumu veidā. Tos iedala mazlēģētos un augstlēģētos magnija sakausējumos. Deformējamo magnija sakausējumu šķirnes apzīmē ar simboliem MA un skaitli, kas atbilst noteiktam ķīmiskam sastāvam.

Deformējamo magnija sakausējumu daži raksturotāji lielumi doti 7.48. tabulā.

Lejamie magnija sakausējumi labi apstrādājami ar griezējinstrumentiem. Kā trūkums jāmin šo sakausējumu zemā korozijas noturība.

Kā deformējamo, tā arī lejamo magnija sakausējumu izstrādājumus pārklāj ar laku vai oksidē.

Lejamā magnija sakausējuma šķirni apzīmē ar simboliem MJ un skaitli, kas atbilst noteiktam ķīmiskam sastāvam.

Lejamo magnija sakausējumu daži raksturotāji lielumi doti 7.49. tabulā.

7.5.4. NIĶEĻA SAKAUSEJUMI

Niķeli tīrā veidā (šķirnes H0, H1, H2, H3 un H4) lieto elektrovakuuma tehnikā, antikorozijas segumiem, kā arī ķīmisko aparātu un elektromašīnu būvē. Niķeļa īpatnējais svars ir $8,9 \text{ G/cm}^3$, kušanas temperatūra $1450 \text{ }^\circ\text{C}$.

Tīra niķeļa ķīmisko sastāvu nosaka ГОСТ 849-56, niķeļa pusfabrikātam un anoda niķelim ГОСТ 492-52.

Niķeļa un mangāna sakausējumi labi pretojas sēra gāzēm dažādās temperatūrās.

Niķeļa un vara sakausējumi ir korozijas noturīgi organiskās skābēs, sārmos un sausās gāzēs.

Niķeļa un hroma sakausējumiem ir liela elektriskā pretestība, liels termoelektrodzinējspēks, laba karstumnoturība un karstumizturība.

Niķeļa un dzelzs sakausējumiem ir teicama magnētiskā vadītspēja.

Dažu niķeļa sakausējumu raksturotāji lielumi doti 7.50. tabulā.

7.50. tabula. Dažu niķeļa sakausējumu raksturotāji lielumi

Sakausējuma nosaukums	Sakausējuma šķirne	Valsts standarts	Kušanas temperatūra, °C	Ipatnējā elektriskā pretestība, $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	Elektriskās pretestības temperatūras koeficients 10^{-4} deg^{-1}	Sļepes izturības robeža σ_b , kG/mm ²	Relatīvais pagarinājums δ , %	Lietošana
Alumēls	HM _{Al} AK2-2-1	ГОСТ 492-52	1440	0,32	26	100...110	2...5	Termopāru elektrodi
Hromēls 1	HX9,5	ГОСТ 492-52	1435	0,65	4,8	100...110	2...5	Termopāru elektrodi
Hromēls 2	HX9,0	ГОСТ 492-52	—	—	—	—	—	Kompensācijas vadi
Monēls	HMЖM _u 28-2,5-1,5	ГОСТ 492-52	1350	0,43	60	70...85	3...5	Kīmiskās mašīnbūves detaļas, kas strādā agresīvā vidē
Nihroms	X20H80	ГОСТ 5632-61	1400	1,08	2,2	110...125	2...3	Sildīšanas elementi un lielas omiskās pretestības detaļas
Mangān-niķeļis	HM _u 5	ГОСТ 492-52	1410	0,20	36	95...105	3...5	Aizdedzes sveču elektrodi

Piezīme. σ_b un δ vērtības dotas niķeļa sakausējumiem noteiktajā stāvoklī.

7.5.5. SVINS, ALVA UN TO SAKAUSEJUMI

7.5.5.1. Svins un alva

Kā svinam (ГОСТ 3778-65), tā arī alvai (ГОСТ 860-60) ir labs plastiskums, korozijas noturība, bet maza stiprība. Uz šo metālu bāzes izveidoti antifrikcijas un citi sakausējumi. Svina īpatnējais svars ir $11,34 \text{ G/cm}^3$; kušanas temperatūra $327 \text{ }^\circ\text{C}$; lineārais sarukums $3,5\%$; stiepes izturības robeža $\sigma_b = 1,5 \dots 1,8 \text{ kG/mm}^2$; tecēšanas robeža $\sigma_T = 0,5 \dots 1,0 \text{ kG/mm}^2$; relatīvais pagarinājums $\delta = 50 \dots 70\%$; cietība $HB \ 3,8 \dots 4,2$; stigrība $a_H = 0,6 \dots 2,3 \text{ kGm/cm}^2$.

Tehniskā svina tīrība — $99,992 \dots 99,5\%$.

Svina lietošanas piemēri doti 7.51. tabulā.

7.51. tabula. Svina lietošana

Svina šķirne	Kīmiski tīrā svina minerālais daudzums, %	Lietošana
C000	99,99954	} Speciāli izstrādājumi Akumulatoru plates Poligrāfijas sakausējumi un akumulatoru plates
C00	99,99852	
C0	99,992	
C1	99,985	
C2	99,95	Skābju izturīgi oderējumi caurulēs
C3	99,9	Antifrikcijas sakausējumi, lodēšanas materiāls, kabeļu čaulas, poligrāfijas sakausējumi

7.52. tabula. Metalurģiskās alvas lietošana

Alvas šķirne	Kīmiski tīrās alvas minimālais daudzums	Lietošana
OB4000	99,999	Pusvadītāji
01ПЧ	99,915	Dzelzs alvošana
O1	99,90	Dzelzs alvošana, lode ПOC-90
O2	99,565	Babīts Б-83, lode ПOC-61, caurules, folija, katlu alvošana
O3	98,40	Lode ПOC-40, svina sāļi, antifrikcijas sakausējumi
O4	96,35	Poligrāfijas sakausējumi

Tehnikā lieto arī svina un antimona sakausējumus (CC_{y1} , CC_{y2} u. c., ГОСТ 1292-67) gultņu, akumulatoru plašu, folijas, tūbiņu u. c. izgatavošanai.

Alvu raksturo šādi lielumi: īpatnējais svars $7,3 \text{ G/cm}^3$ baltai alvai (t. s. β modifikācijai) un $5,75 \text{ G/cm}^3$ pelēkai alvai (t. s. α modifikācijai); kušanas temperatūra $231,9 \text{ }^\circ\text{C}$, $\sigma_b = 1,5 \dots 2,7 \text{ kG/mm}^2$; $\sigma_T = 1,2 \text{ kG/mm}^2$; $\delta_{10} = 40 \dots 70\%$ (pēc atkvēlināšanas); cietība $HB \ 4,9 \dots 5,3$.

Baltā alva (β modifikācija) ir stabila no kušanas temperatūras līdz $+13,2^{\circ}\text{C}$. Zem $+13,2^{\circ}\text{C}$ baltā alva pāriet pelēkā alvā (α modifikācijā), kas ir trausla. Nelielas bismuta (0,05%) vai antimona (0,1%) piedevas aptur baltās alvas pārvēršanos pelēkajā.

Alvu plaši lieto kā dzelzs, vara un to sakausējumu pretkorozijas pārklāju. Ievērojot alvas netoksiskumu, to daudz lieto pārtikas rūpniecībā metāla trauku un aparātu alvošanai.

Metalurģiskās alvas lietošanas piemēri doti 7.52. tabulā.

7.5.5.2. Gultņu sakausējumi un lodēšanas materiāli

7.5.5.2.1. Gultņu sakausējumi

Uz alvas un svina bāzes izveidotos mīkstos sakausējumus sauc par babītiem (baltmetāliem). Tos lieto kā slidgultņu ielējumus. 7.53. tabulā doti babītu raksturotāji lielumi. Babīti БКА un БК2 nesatur alvu; tiem ir neliela kalcija piedeva. Pārējie 6 babīti ir alvu babīti; alvas daudzumu % norāda skaitlis blakus burtam Б; babītam БН un БТ alvas daudzums ir 9...11%.

7.53. tabula. Gultņu sakausējumu — babītu raksturotāji lielumi (ГОСТ 1320-55)

Sakausējuma šķirne	Ipatnējais svarts, G/cm ³	Kušanas temperatūra, °C	Lineārais sarukums, %	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm ²	Spiedes izturības robeža σ_d , kg/mm ²	Cietība HB (20 °C)	Berzes koeficients, pāri ar vārpstas tēraudu		Lietošana
							elļojot	ne-elļojot	
БКА	10,5	440	0,75	10,0	16,0	28,0	0,004	0,44	Dzelzceļa vagonu gultņi
БК2	—	—	—	9,3	15,1	26,5	—	—	Dīzeļu plānslāņa ielējumgultņi
Б89	7,3	298	—	8,0	11,4	24,3	—	—	Triecieniem pakļauti plānslāņa ielējuma gultņi
Б83	7,38	370	0,65	9,0	11,5	30,0	0,005	0,28	Ātrgaitas dzinēju, tvaika turbīnu, turbokompresoru u. c. gultņi
Б16	9,26	410	—	7,8	12,3	30,0	0,006	0,25	Ātrgaitas dzinēju un darba mašīnu gultņi
Б6	9,6	416	0,55	6,8	13,6	32,0	0,005	—	Metālgriešanas darbgaldu, ventilatoru, kompresoru gultņi
БН	9,55	400	0,50	7,0	12,7	29,0	0,006	0,27	Iekšdedzes dzinēju pamatgultņi un kļauņu gultņi
БТ	10,1	410	0,50	6,0	12,0	28,4	0,009	0,38	Iekšdedzes dzinēju pamatgultņi un kļauņu gultņi

Piezīme. Gultņu sakausējumu ķīmiskais sastāvs noteikts ГОСТ 1209-59 un ГОСТ 1320-55.

7.5.5.2. Lodēšanas materiāli

Lodēšanas materiālu raksturotāji lielumi doti 7.54. tabulā.

7.54. tabula. Alvas-svina un svina-sudraba ložu ķīmiskais sastāvs un īpašības (ГОСТ 1499-54 un 8190-56)

Sakausējuma šķirne	Kušanas temperatūra, °C	Ipatnējā elektriskā pretestība, $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm^2	Lietošana
ПОС90	220	0,130	4,3	Aparāti un trauki medikamentiem un pārtikai
ПОС61	185	0,145	4,7	Radiotehnikas un elektrotehnikas aparāti
ПОС50	210	0,156	3,8	Elektrības skaitītāji
ПОС40	235	0,170	3,8	Cinkotas dzelzs izstrādājumi, automobiļu un traktoru radiatori
ПОС30	256	0,182	3,3	Misiņa, vara, dzelzs, cinka, cinkota un alvota skārda izstrādājumi
ПОС18	277	0,192	2,8	Gultņu ieliktnu (ar svina-babīta ielējumu) alvošana
ПОСС4-6	265	0,22	5,9	Vara, vara sakausējumu un dzelzs alvošana
ПСП3	305	0,20	3,2	} Vara un tā sakausējumu izstrādājumi. } Lodēšanu veic ar gāzes degli
ПСП2,5	305	0,22	3,0	
ПСП2	235	0,17	—	
ПСП1,5	271	0,20	3,0	

7.5.6. CINĶS UN TĀ SAKAUSĒJUMI

Cinkam ir labas antikorozijas īpašības, zema kušanas temperatūra un plastiskums. Cinka īpatnējais svars ir $7,139 \text{ G}/\text{cm}^3$; kušanas temperatūra 419°C ; cietība $HB 20$; stiepes izturības robeža $\sigma_b = 6,4 \text{ kG}/\text{mm}^2$; tecēšanas robeža $\sigma_T = 1,0 \text{ kG}/\text{mm}^2$; relatīvais pagarinājums $\delta = 20\%$.

7.55. tabula. Cinka sakausējumu raksturotāji lielumi (ГОСТ 3640-65)

Sakausējuma šķirne	Stiepes izturības robeža σ_b , kg/mm^2	Relatīvais pagarinājums δ_{10} , %	Cietība HB	Kušanas temperatūra, °C	Lietošana
ЦАМ10-5	30	1,0	100	395	} Antifrikcijas sakausējumi (ГОСТ 7117-62)
ЦАМ9-1,5	30	1,5	95	410	
ЦАМ4-3	32 ... 38	2 ... 3	80 ... 120	390	Lielas izturības detaļu liešana zem spiediena
ЦАМ4	25 ... 30	7	70 ... 90	387	Stabilu izmēru detaļu liešana zem spiediena
ЦАМ4-1	27 ... 33	10	80 ... 100	386	Vidējas izturības detaļu liešana zem spiediena. Poligrāfijas sakausējumi

Cinku tirā veidā lieto aizsargpārklājumiem, galvaniskajiem elementiem, atbildīgiem spiedlējumiem, poligrāfijas un krāsu rūpniecībā. Cinka sakausējumus, pateicoties to zemajai kušanas temperatūrai un šķidrplūstamībai, lieto spiedlējumos. Cinka sakausējumiem ar varu, alumīniju un magniju piemīt labas antifrikcijas īpašības, un daudzos gadījumos šie sakausējumi aizstāj bronzas un habitus.

Dažu cinka sakausējumu raksturotāji lielumi doti 7.55. tabulā.

7.6. METĀLKERAMIKA UN CIETSAKAUSEJUMI

Metālkeramikas detaļas iegūst no dažādu metālu un nemetālu pulveriem, tos saspiežot un saķepinot temperatūrā, kas ir aptuveni $\frac{2}{3}$ no grūtāk kūstošās komponentes kušanas temperatūras.

Metālkeramikas izstrādājumu klasifikācija dota 7.56. tabulā.

7.56. tabula. Metālkeramikas izstrādājumu klasifikācija

Izstrādājuma tips	Izstrādājuma veids	Izstrādājuma materiāla raksturojums	Lietošana
1	2	3	4
Berzei pakļauti mezgli	Porainie gultņi	Dzelzs vai vara pulveris un 2...4% grafiņa, porainība 20...30%	Automobiļu, traktoru, tekstilmašīnu, ekskavatoru u. c. mašīnu gultņi
	Berzes uzliktņi	Dzelzs vai vara pulveris ar piedevām (Cu, W, Ni, Cr, grafiņš, azbests, kvarcs u. c.)	Ekskavatoru, automobiļu bremžu mezgli
Elektrotehnikas izstrādājumi	Mīkstie magnētmateriāli	Dzelzs, niķeļa un kobalta pulveris; Al, Ni, Co, Si, Cu, Fe sakausējumu pulveris	Telefona aparātūra, radioaparātūra, transformatoru serdeni, magnētpastiprinātāji, indukcijas spoles u. c.
	Magnētdielektriķi	Cietie magnētmateriāli un fenoldarvas	Tas pats
	Ferīti	Sakausējumu pulveris uz tīras dzelzs oksīdu bāzes	Tas pats
	Elektrisko mašīnu sukas	Vara, sudraba un grafiņa maisījuma pulveris	Elektriskās strāvas pievadītāji elektriskajās mašīnās
	Kontakti	Grūti kūstošu metālu un Cu vai Ag pulveris	Punktmetināšanas mašīnu kontakti

7.56. tabulas turpinājums

1	2	3	4
Porainie izstrādājumi	Filtri	Bronzas, dzelzs, niķeļa, nerūsējošā tērauda pulveris	Dažādu šķidrumu un gāzu filtri ķīmiskajā rūpniecībā
	Svīstoši izstrādājumi	Nerūsējošā tērauda, niķeļa, nihroma u. c. pulveris Izstrādājumu porainība $\leq 50\%$	Porainie dzesētāji
Instrumenti	Minerālu griezējinstrumenti	Dimanta, bora karbīda graudiņi un metāla vai cietsakausējuma pulvera karkass	Ģeoloģiskie urbji, slīpakmeņu taisnotāji
	Cietsakausējumi	Volframa, titāna karbīda un kobalta pulveris	Griezējinstrumenti
Speciālie sakausējumi	Karstumizturīgas detaļas	Karbīdu, borīdu vai silīciņu sakausējumu pulveris	Lidaparātu, turbīnu, ķīmiskās aparatūras detaļas
	Vakuuma iekārtas	Dzelzs un grūti kūstošu metālu sakausējumu pulveris	Vakuumiekārtu blīves
	Pusvadītāji	Saķepināti materiāli uz germānija, silīcija, bora u. c. bāzes	Dažāda aparatūrai
Kompakti materiāli, porainība 0,5%	Grūti kūstoši metāli	Saķepināti materiāli no W, Mo, Ta, Nb un citiem metālu un sakausējumu pulveriem	Elektriskās spuldzes, medicīnas instrumenti
	Oglekļa un leģētie tēraudi	Saķepināti dažādu šķirņu tēraudi	Dažādas detaļas
	Krāsainie metāli un sakausējumi	Saķepināti materiāli uz Cu, Ni, Ti, Cr u. c. pulveru bāzes	Tas pats
		Saķepināts alumīnija sakausējuma pulveris ar 12...15% alumīnija oksīda	Tas pats

7.6.1. ANTIFRIKCIJAS MATERIĀLI

Metālkeramiskos antifrikcijas materiālus rūpnieciskā mērogā ražo uz vara bāzes (8...10% Sn, 2...4% grafīts, pārējais — Cu) un dzelzs bāzes (2...3% grafīts, pārējais — Fe) dažādu ieliktnu veidā. Daudzos gadījumos šādi slīdgultņi var strādāt bez piespiedu eļļošanas; eļļošanu rada porās uzkrājusies eļļa. Izmanto automobiļos, traktoros, tekstilmašīnās, skaitītājos u. c.

7.6.2. FRIKCIJAS MATERIĀLI

Metālkeramiskie frikcijas materiāli sastāv no pamatkomponentes (Cu, Fe), berzi palielinošām komponentēm (azbests, kvarca smiltis, oksīdi, grūti kūstoši sakausējumi u. c.) un nodilumizturīgām komponentēm (svins, babīts, grafīts, sulfīdi u. c.), kas kalpo kā sauss eļļošanas materiāls.

Frikcijas materiālus uz vara bāzes lieto darbam eļļā, bet materiāli uz dzelzs un dzelzs-niķeļa bāzes strādā sausās berzes režīmā (lidmašīnu, ekskavatoru bremzes).

7.6.3. KONTAKTMATERIĀLI UN FILTRMATERIĀLI

Metālkeramiskiem kontaktiem ir laba elektriskā vadītspēja; tiem ir arī liela stiprība, un tie labi pretojas elektroerozijas iedarbībai. Kontaktus izgatavo kā monometālus, bimetālus un daudzslāņu metālus. Bimetāliskos un daudzslāņu kontaktus izgatavo, lai taupītu dārgos metālus. Kā galvenos materiālus daudzslāņu kontaktu darbīgā slāņa izgatavošanai lieto varu, volframu, kobaltu.

Metālkeramiskos filtrus izgatavo no niķeļa, bronzas, nerūsējošā tērauda, dzelzs un citu metālu skrotīm vai pulvera. Filtrus no skrotīm izgatavo, sacepinot tās, bet no pulvera — presējot un sacepinot. Poru lielums var svārstīties no 0,02 līdz 0,32 mm.

7.6.4. CIETSAKAUSĒJUMI (ГОСТ 3882-67)

Metālkeramiskos cietsakausējumus dažādu plāksnīšu veidā izgatavo metālu griezējinstrumentiem, ģeoloģiskiem instrumentiem, stieplu vilkšanas filieriem, štancēm u. c. Metālkeramiskos cietsakausējumus izgatavo uz volframa karbīda un kobalta bāzes (BK), uz titāna karbīda, volframa karbīda un kobalta bāzes (TK) un uz titāna karbīda, tantāla karbīda, volframa karbīda un kobalta bāzes (TTK). Pirmās grupas sakausējumi ir stigrāki, bet ar mazāku cietību nekā pārējo grupu sakausējumi.

Cietsakausējumu raksturotāji lielumi doti 7.57. tabulā.

7.57. tabula. Cietskausējumu raksturotāji lielumi (ГОСТ 3882-67)

Sakausējuma tips	Sakausējuma šķīrne	Cietība HRA	Lieces izturības robeža σ , kG/mm ²	Relatīvā griešanas spēja salīdzinājumā ar BK8	Eksploataācijas īpašības	Apstrādājamais materiāls un lietošana
Volframa karbīdskobalts	BK2	90,0	100	1,2...1,3	Lielā nodilumizturība, triecienizturība, spēja pretoties vibrācijām, izdrupšanai	Cuguns, krāsainie metāla sakausējumi, rūdīts tērauds un nemetāli
	BK3M	91,0	110	1,2...1,25	Sevišķi liela nodilumizturība	Tas pats; arī slapju stieņu vilkšana
	BK4	89,5	130	—	Lielā nodilumizturība, triecienizturība, spēja pretoties izdrupšanai temperatūrā 600 °C	Cuguns, krāsainie metāli, to sakausējumi, nemetāli un nerūsējošie tēraudi
	BK6	88,5	135	1,08...1,12	Lielā nodilumizturība	Čuguns, krāsainie metāli, to sakausējumi, nemetāli
	BK6M	90,0	130	—	Sevišķi liela nodilumizturība	Nerūsējošie tēraudi, abrazīvi, ciets čuguns, tērauds (gludapstrāde)
	BK6B	87,5	140	—	Lielā triecienizturība	Akmeņi, akmeņogļes
	BK8	87,5	140	1,0	Mazāka nodilumizturība nekā BK6, lielāka triecienizturība	Akmeņi, nerūsējošie tēraudi, tērauda leņķi
	BK8B	86,5	155	—	Lielā triecienizturība	Akmeņi, nerūsējošie tēraudi, tērauda leņķi
	BK10	87,0	150	0,8...1,0	Mazāka nodilumizturība nekā BK8, labāka triecienizturība	Tērauds. Tērauda stieņu un cauruļu vilkšana

BK15	86,0	165	0,60...0,70	Liela triecienuizturība, bet maza nodilumizturība	Dažādi materiāli. Palielinātas slo-dzes stances, stieņu un cauruļu vilkšanas instrumenti
BK20	85,0	190	—	Pieaugot kobalta daudzumam, palielinās triecienuizturība, bet samazinās nodilumizturība; pedējām divām šķirnēm ir jū-tams neliels plastiskums	Dažādi materiāli. Griezējstanges
BK25	84,5	200	—		Dažādi materiāli. Stances darbam lielās triecienslodzēs
BK30	82,5	200	—		Dažādi materiāli. Stances darbam aukstā un karstā stāvoklī
T30K4	92,0	90	1,4...1,5		Sevišķi liela nodilumizturība
T15K6	90,0	110	1,0	Liela nodilumizturība (mazāka nekā T30K4)	Ogļekļa un legētais tērauds
T14K8	89,5	115	0,70...0,80	Triecienuizturība	Ogļekļa un legētais tērauds
T5K10	88,5	130	0,60...0,70	Liela triecienuizturība (lielāka nekā T14K8)	Ogļekļa un legētā tērauda kalumi, lejumi
T5K12B	87,0	150	—	Sevišķi liela triecienuizturība	Ogļekļa un legētā tērauda kalumu un lejumu evelēšanas griezņi un frēzes
T7K12	87,0	155	—	Sevišķi liela triecienuizturība	Ogļekļa un legētā tērauda kalumu un lejumu evelēšanas griezņi un frēzes

Volframa
karbīds —
titāna kar-
bīds — ko-
balts

Volframa
karbīds —
titāna kar-
bīds — tan-
tāla kar-
bīds — ko-
balts

SILTUMMĀCĪBA

Apzīmējumi

(Atšķirīgās nozīmes norādītas tekstā)

- T ($^{\circ}\text{K}$), (deg) — absolūtā temperatūra;
 t ($^{\circ}\text{C}$), (deg) — temperatūra simtgrādu skalā;
 p (N/m^2), (bar) — spiediens;
 V, v (m^3), (m^3/kg) — tilpums, īpatnējais tilpums;
 ρ (kg/m^3) — blīvums;
 $\gamma = \rho g$ (N/m^3) — īpatnējais svars;
 g (m/s^2) — gravitācijas paātrinājums;
 Q ($\text{J}/\text{s} = \text{W}$) — siltuma plūsma;
 q (J/kg), (W/m^2) — siltuma daudzums, siltuma plūsmas blīvums;
 C, c, c_{μ} ($\frac{\text{J}}{\text{nm}^3 \cdot \text{deg}}$), ($\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$), ($\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{deg}}$) — īpatnējais siltums;
 c_p, c_v, c_m — īpatnējais siltums konstantā spiedienā, konstantā tilpumā, vidējais īpatnējais siltums;
 μ (kg) — mola masa;
 M (kg) — masa;
 I, i (J), (J/kg) — entalpija;
 U, u (J), (J/kg) — iekšējā enerģija;
 S, s (J/deg), ($\text{J}/\text{kg} \cdot \text{deg}$) — entropija;
 R ($\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$) — gāzes konstante;
 R_{μ} ($\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{deg}}$) — universālā gāzu konstante;
 l (m) — garums, lineārais izmērs;
 L, l (J), (J/kg) — mehāniskā enerģija (darbs);
 F (m^2) — virsmas laukums;
 f (m^2) — kanāla šķērsriezuma laukums;
 δ (m) — slāņa, plāksnes biezums;
 d (m) — diametrs;
 d_e (m) — ekvivalentais diametrs;
 w (m/s) — plūsmas ātrums;
 ν (m^2/s) — kinemātiskā viskozitāte;
 β ($1/\text{deg}$) — tilpuma izplešanās koeficients;
 τ (s) — laiks;
 a (m^2/s) — temperatūras vadītspējas koeficients;
 λ ($\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{deg}}$) — siltuma vadītspējas koeficients;
 α ($\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{deg}}$) — siltuma atdeves koeficients;
 k ($\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{deg}}$) — siltuma pārejas (transmisijas) koeficients;
 $k = \frac{c_p}{c_v}$ — adiabātas kāpinātājs;
 ε — ķermeņa melnuma pakāpe;
 A — siltuma absorbcijas koeficients.

8.1. VIELU TERMISKĀS ĪPAŠĪBAS

8.1.1. TERMISKĀ IZPLEŠANĀS

Ķermeņa lineārā izmēra izmaiņu sasildot vai atdzesējot raksturo ar lineārās (garuma) izplešanās koeficientu α , tilpuma izmaiņu — ar tilpuma izplešanās koeficientu β . Šo koeficientu vērtības atkarīgas no temperatūras. Dažādām vielām izplešanās koeficientu vērtības ir dažādas.

Paaugstinot temperatūru, ķermeņa izmēri un tilpums lielākajai daļai vielu palielinās.

Cieta ķermeņa lineārais izmērs (garums) temperatūrā t

$$l_t = l_0[1 + \alpha(t - t_0)] \quad (8.1)$$

un tā pagarinājums

$$\Delta l = l_t - l_0 = l_0\alpha(t - t_0), \quad (8.2)$$

kur $\alpha(1/\text{deg})$ — lineārās izplešanās koeficienta vidējā vērtība temperatūras intervālā no t_0 līdz t ;

l_0 — ķermeņa sākuma izmērs (garums) temperatūrā t_0 .

Ķermeņa tilpums V_t temperatūrā t :

$$V_t = V_0[1 + \beta(t - t_0)] \quad (8.3)$$

un tā tilpuma palielinājums

$$\Delta V = V_t - V_0 = V_0\beta(t - t_0), \quad (8.4)$$

kur V_0 — ķermeņa sākuma tilpums temperatūrā t_0 ;

$\beta(1/\text{deg})$ — tilpuma izplešanās koeficienta vidējā vērtība temperatūras intervālā no t_0 līdz t . Cietu ķermeņu tilpuma izplešanās koeficients tuvināti vienāds ar trīskāršotu lineārās izplešanās koeficienta vērtību, t. i., $\beta \approx 3\alpha$. Gāzveida vielu tilpuma izplešanās koeficienta aptuvena vērtība nemainīgā spiedienā ir $\beta \approx \frac{1}{273} 1/\text{deg}$.

8.1. tabula. Metālu un to sakausējumu lineārās izplešanās koeficients α temperatūru intervālā no 0°C līdz 200°C

Metāls	$\alpha \cdot 10^6, \text{deg}^{-1}$	Metāls	$\alpha \cdot 10^6, \text{deg}^{-1}$
Alumīnijs	24,5	Sudrabs	19,8
Alva	31,6	Svins	30,3
Cinks	34,0	Titāns	8,5
Dzelzs	12,7	Varš	17,4
Hroms	7,3	Volframs	4,5
Kobalts	13,0	Cuguns	8,5 ... 11,6
Magnijs	27,0	Misiņš	18,8
Molibdēns	5,3	Tēraudi:	
Niķelis	14,0	oglekļa	12,2
Platīns	9,2	nerūsējošais	11,1

Daudzas vielas, pārējot no šķidrās fāzes cietā (sacietējot) un no cietās fāzes šķidrā (kūstot), maina tilpumu.

Lielajam vairumam vielu šķidrā fāzē ir lielāks tilpums nekā cietajā fāzē, kaut arī sastopama pretēja parādība (piem., ledum). Metāla sarukšana sacietējot jāņem vērā, izgatavojot lējumu veidnes.

8.2. tabula. Dažādu materiālu lineārās izplešanās koeficients α

Materiāls	Tempera- tūra, °C	$\alpha \cdot 10^6$, deg ⁻¹	Materiāls	Tempera- tūra, °C	$\alpha \cdot 10^6$, deg ⁻¹
Azbocements	20	6	Kvarcs, kausēts	0...100	0,5
Betons	20	10...14	Ledus	-10...0	50,7
Dimants	0...100	1,18	Marmors, baltais	15	3,5
Ebonīts	20	70	Marmors, melnais	15	4,4
Ģipsis	12...25	25	Mūris, akmeņu	20	4...7
Granīts	20	8,3	Mūris, ķieģeļu	20	4...7
Grafīts	0...100	7,9	Polietilēns	20	220
Ķieģeļi	—	9,5	Polivinilhlorīds	20	80
Koksne:	2...34		Porcelāns	20...700	3,4...4,1
ozols, paralēli šķiedrām		4,9	Stikls	0...100	8,5
ozols, perpendiku- lāri šķiedrām		54,4	Siferis	20	1
priede, paralēli šķiedrām		5,4			
priede, perpendi- kulāri šķiedrām		34,0			

8.3. tabula. Šķidrumu tilpuma izplešanās koeficients β 20 °C temperatūrā

Šķidrums	$\beta \cdot 10^6$, deg ⁻¹	Šķidrums	$\beta \cdot 10^6$, deg ⁻¹
Acetons	14,3	Petroleja	9,6
Anilīns	8,6	Metilspirts	12,2
Benzols	12,4	Etilspirts	11,0
Broms	11,2	Ūdens	
Dzīvsudrabs	1,8	5...10 °C	0,5
Etilēteris	16,3	10...20 °C	1,5
Glicerīns	5,1	20...40 °C	3,0
Hloroforms	12,7	40...60 °C	4,6
Nafta	9,0	60...80 °C	5,9

8.4. tabula. Metālu sarukums sacietējot

Metāls	Sarukums, $\frac{\text{cm}}{\text{m}}$	Metāls	Sarukums, $\frac{\text{cm}}{\text{m}}$
Alumīnijs	1,7...1,8	Čuguns (kaļamais)	1,50
Alumīnija bronza	1,65	Čuguns (pelēkais)	1,0...1,10
Alva (novilējums)	0,70	Misiņš	1,5...1,8
Bronza (20% Sn)	1,54	Svins	1,09
Bronza (10% Sn)	0,77	Tērauda lējums	0,8...2,0
Cinks	1,60	Varš	1,42
Elektrons	1,2...1,6		

8.1.2. MAISIJUMU TEMPERATŪRA

Vairāku vielu maisījuma temperatūru t_m , ja samaisīšanas rezultātā nemainās to agregātstāvoklis un nenotiek fizikāli ķīmiski procesi starp tām, var aprēķināt pēc izteiksmes

$$t_m = \frac{M_1 C_1 t_1 + M_2 C_2 t_2 + \dots + M_n C_n t_n}{C_1 M_1 + C_2 M_2 + \dots + C_n M_n} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i C_i t_i}{\sum_{i=1}^n C_i M_i}, \quad (8.5)$$

kur $M_1 \dots M_n$ — (kg) maisījuma komponentu masa;

$C_1 \dots C_n$ — $\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$ maisījuma komponentu īpatnējais siltums;

$t_1 \dots t_n$ — ($^{\circ}\text{C}$) maisījuma komponentu temperatūra pirms samaisīšanas.

Ja, vielas samaisot, mainās dažu komponentu agregātstāvoklis, jālieto jēdziens par vielas entalpiju, t. i., jāņem vērā arī agregātstāvokļa maiņas (iztvaikošanas, kondensācijas, kušanas, sacietēšanas) siltums

$$i_m = \frac{M_1 i_1 + M_2 i_2 + \dots + M_n i_n}{M_1 + M_2 + \dots + M_n} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i i_i}{\sum_{i=1}^n M_i}, \quad (8.6)$$

kur $i_1 \dots i_n$ — maisījuma komponentu entalpija;

i_m — maisījuma entalpija.

Maisījuma temperatūru var noteikt, ņemot vērā maisījuma entalpiju i_m .

8.1.3. VIELU KUŠANAS, VĀRISANĀS, IZTVAIKOSANAS TEMPERATŪRAS. KUŠANAS UN IZTVAIKOSANAS SILTUMI

Aptuvenu kušanas siltumu q_h dažām vielām var aprēķināt pēc šādām sakarībām:

1) ķīmiskiem elementiem

$$q_h = (8,3 \dots 13) T_h \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}, \quad (8.7)$$

2) neorganiskiem savienojumiem

$$q_h = (20 \dots 30) T_h \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}, \quad (8.8)$$

3) organiskiem savienojumiem

$$q_h = (40 \dots 70) T_h \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}, \quad (8.9)$$

kur T_h — ($^{\circ}\text{K}$) vielas kušanas temperatūra.

Kušanas siltums vienāds ar sacietēšanas siltumu. Orientējošu molārā iztvaikošanas siltuma lielumu r (kJ) daudzām vielām var aprēķināt pēc izteiksmes

$$r = (84 \dots 92) T_s, \quad (8.10)$$

kur T_s — (°K) vārīšanās temperatūra 1,013 bar spiedienā.

Iztvaikošanas siltums vienāds ar kondensācijas siltumu. Atmosfēras spiedienā vielas kušanas temperatūru T_h un vārīšanās temperatūru T_s saista aptuvena sakarība

$$T_h = K T_s, \quad (8.11)$$

kur $K \approx 0,72$ neorganiskām vielām, $K \approx 0,58$ organiskām vielām.

8.5. tabula. Vielu kušanas temperatūra atmosfēras spiedienā

Viela	Kušanas temperatūra, °C	Viela	Kušanas temperatūra, °C
<i>Metālu sakausējumi</i>		<i>Keramika</i>	
Babīts	350 ... 450	Boksīts	1820
Bronza	1000 ... 1080	Dinass	1730
Burtu liešanas metāls	320 ... 390	Kaolins	1740 ... 1830
Cuguns	1130 ... 1200	Korunds	1920
Dūralumīnijs	650	Kvarcs	1700
Elektrons	600 ... 625	Silīcija karbīds	2000
Jaunsudrabs	1050	Stikls	460 ... 800
Konstantāns	1270	Magnezīts	2000
Lodes:		Māls	1120 ... 1790
alvas-cinka	183 ... 280	Šamots	1630 ... 1730
vara-cinka	825 ... 870	Vizla	1100
sudraba	720 ... 830		
Manganīns	1030		
Misiņš (Cu 65%, Zn 35%)	940	<i>Oksīdi</i>	
Monels	1370	MnO	1660
Melhors	1170	Al ₂ O ₃	2050
Nihroms	1390	MgO	2800
Tērauds (1% C)	1430	CaO	2572
Vuda sakausējums	70	ZnO ₂	2700

8.2. TEHNISKĀ TERMODINAMIKA

8.2.1. IDEĀLĀS GĀZES

Ideālās gāzes molekulu tilpumu neņem vērā. Šīs molekulas savstarpēji nepievelkas un pakļaujas Klapeirona — Mendeļejeva gāzes stāvokļa vienādojumam

$$p v = RT \text{ (vienam kg) resp. } p V = M R T \text{ (} M \text{ kg gāzes),} \quad (8.12)$$

kas saista trīs galvenos gāzes parametrus — p , v un T .

Normālos apstākļos, t. i., ja spiediens $p = 101325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ un temperatūra $T = 273 \text{ }^\circ\text{K}$, no šī vienādojuma iegūst masas M (kg) normālo tilpumu V (nm^3). Ja M vietā (8.12) formulā ieliek mola masu μ (kg), dabū mola tilpumu V_μ , kas visām gāzēm vienāds, proti, $V_\mu = 22,4 \text{ nm}^3$ (nm^3 apzīmē m^3 normālos apstākļos).

Gāzu konstanti R aprēķina pēc sakarības $R = \frac{R_\mu}{\mu}$, kur $R_\mu = 8314 \frac{\text{J}}{\mu \cdot \text{deg}}$ ir universālā gāzu konstante.

8.2.2. GĀZU IPATNEJAIS SILTUMS

Gāzu īpatnējo siltumu izteic trijās mērvienībās: vienam $\text{kg} - c$ ($\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$); vienam $\text{nm}^3 - C$ ($\frac{\text{kJ}}{\text{nm}^3 \cdot \text{deg}}$) un vienam molam — c_μ ($\frac{\text{kJ}}{\mu \cdot \text{deg}}$). Sakarība starp vienībām ir šāda: $c_\mu = \mu c$; $c_\mu = 22,4 C$; $C = \rho c$. Īpatnējais siltums ir atkarīgs no temperatūras. Izšķir faktisko īpatnējo siltumu temperatūrā t

$$c_t = \frac{dq}{dt} \quad (8.13)$$

un vidējo īpatnējo siltumu temperatūru t_1 un t_2 robežās

$$c_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{q \Big|_{t_1}^{t_2}}{t_2 - t_1} \quad (8.14)$$

Zinot vidējo īpatnējo siltumu (8.6. tab.), siltuma daudzumu $q \Big|_{t_1}^{t_2}$ aprēķina pēc formulas

$$q \Big|_{t_1}^{t_2} = C_m \Big|_0^{t_2} \cdot t_2 - C_m \Big|_0^{t_1} \cdot t_1 \quad (8.15)$$

un

$$C_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{C_m \Big|_0^{t_2} \cdot t_2 - C_m \Big|_0^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1} \quad (8.15a)$$

Ipatnējais siltums atkarīgs arī no procesa rakstura: c_p — konstantam spiedienam un c_v — konstantam tilpumam. Sakarība starp tiem ir

$$c_p - c_v = R \quad (1 \text{ kg gāzes}). \quad (8.16)$$

8.6. tabula. Dažu gāzu vidējais īpatnējais siltums C_{p_m} $\int_0^t \left(\frac{\text{kJ}}{\text{nm}^3 \cdot \text{deg}} \right)$
 $p = 760 \text{ mm Hg}, t_1 = 0^\circ\text{C} = 273^\circ\text{K}$

t	C_{CO_2}	C_{N_2}	C_{O_2}	$C_{\text{H}_2\text{O}}$	$C_{\text{s.g.}}^*$	$C_{\text{m.g.}}^{**}$	C_{CO}	C_{CH_4}	C_{H_2}
0	1,600	1,295	1,306	1,494	1,297	1,319	1,298	1,549	1,277
100	1,700	1,296	1,318	1,505	1,300	1,324	1,303	1,641	1,285
200	1,787	1,300	1,335	1,522	1,307	1,332	1,310	1,758	1,292
300	1,863	1,307	1,356	1,542	1,317	1,342	1,316	1,884	1,298
400	1,930	1,316	1,377	1,565	1,329	1,354	1,327	2,014	1,303
500	1,989	1,328	1,398	1,590	1,343	1,368	1,342	2,139	1,307
600	2,041	1,340	1,417	1,615	1,357	1,383	1,357	2,261	1,311
700	2,088	1,354	1,434	1,641	1,371	1,398	1,369	2,378	1,315
800	2,131	1,367	1,450	1,668	1,384	1,411	1,386	2,495	1,319
900	2,169	1,380	1,465	1,696	1,398	1,425	1,398	2,604	1,323
1000	2,204	1,392	1,478	1,723	1,410	1,437	1,411	2,700	1,327
1100	2,235	1,403	1,489	1,750	1,421	1,450			
1200	2,264	1,414	1,501	1,777	1,433	1,461			
1300	2,290	1,425	1,511	1,803	1,443	1,472			
1400	2,314	1,435	1,520	1,828	1,453	1,483			
1500	2,335	1,444	1,529	1,853	1,462	1,493			
1600	2,355	1,453	1,538	1,876	1,471	1,502			
1700	2,374	1,461	1,546	1,900	1,479	1,510			
1800	2,391	1,469	1,554	1,921	1,487	1,518			
1900	2,407	1,476	1,562	1,942	1,494	1,526			
2000	2,422	1,483	1,569	1,963	1,501	1,533			
2100	2,436	1,489	1,576	1,982	1,507	1,540			
2200	2,448	1,495	1,583	2,001	1,514	1,546			
2300	2,460	1,501	1,590	2,019	1,519	1,552			
2400	2,471	1,506	1,596	2,036	1,525	1,558			
2500	2,481	1,511	1,603	2,052	1,530	1,564			

* $C_{\text{s.g.}}$ — sausa gaisa īpatnējais siltums.

** $C_{\text{m.g.}}$ — mitra gaisa īpatnējais siltums.

8.2.3. GĀZU MAISIJUMI

Daltona likums nosaka, ka maisījuma spiediens p_m ir vienāds ar maisījuma komponentu parciālo spiedienu summu: $p_m = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$, kur p_1, p_2, p_3 ir parciālie spiedieni. Maisījuma īpašības un parametrus var noteikt, zinot maisījuma sastāvu.

1) Uzdotot maisījuma sastāvu pēc masas: $M_m = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$, kur M_m — maisījuma masa, M_1, M_2, M_3, \dots komponentu masas. Komponentu masas daļas apzīmē ar $m_1 = \frac{M_1}{M_m}$; $m_2 = \frac{M_2}{M_m}$;

$$m_3 = \frac{M_3}{M_m} \quad \text{utt. } m_1 + m_2 + m_3 + \dots = 1.$$

Maisījuma konstante

$$R_m = R_1 m_1 + R_2 m_2 + R_3 m_3 + \dots = \sum R_i m_i. \quad (8.17)$$

Šķietamā molekulmasa (mols)

$$\mu_m = \frac{1}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{m_3}{\mu_3} + \dots} = \frac{1}{\sum \frac{m_i}{\mu_i}}, \quad (8.18)$$

kur R_i un μ_i — attiecīgās komponentes konstante un molekulmasa (mols).

2) Uzdodot maisījuma sastāvu pēc tilpuma: $V_m = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$, kur V_m — maisījuma tilpums un $V_1, V_2, V_3 \dots$ attiecīgo komponentu reducētie tilpumi $V_i = V_m \frac{p_i}{p_m}$. Komponentu tilpuma daļas apzīmē ar $r_1 = \frac{V_1}{V_m}$; $r_2 = \frac{V_2}{V_m}$; $r_3 = \frac{V_3}{V_m} \dots$ un $r_1 + r_2 + r_3 + \dots = 1$.

Maisījuma mols

$$\mu_m = \mu_1 r_1 + \mu_2 r_2 + \mu_3 r_3 + \dots = \sum \mu_i r_i. \quad (8.19)$$

Maisījuma konstante

$$R_m = \frac{1}{\frac{r_1}{R_1} + \frac{r_2}{R_2} + \frac{r_3}{R_3} + \dots} = \frac{1}{\sum \frac{r_i}{R_i}}. \quad (8.20)$$

Pārējie maisījuma parametri: $q_{m0} = \frac{\mu_m}{22,4}$; $v_{m0} = \frac{22,4}{\mu_m}$ normālos apstākļos. Gāzes stāvokļa vienādojums $p v = RT$ vai $\frac{p}{q} = RT$ ļauj noteikt šos parametrus jebkuros apstākļos.

Maisījuma *īpatnējo siltumu* aprēķina atkarībā no dotā sastāva vienībām.

Pēc masas

$$c_m = \sum c_i m_i \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}. \quad (8.21)$$

Pēc tilpuma

$$C_m = \sum C_i r_i \frac{\text{kJ}}{\text{nm}^3 \cdot \text{deg}}. \quad (8.22)$$

Pēc molu skaita

$$c_{\mu_m} = \sum c_{\mu_i} r_i \frac{\text{kJ}}{\mu \cdot \text{deg}}. \quad (8.23)$$

Pārrēķināšana no masas sastāva uz tilpuma sastāvu un otrādi:

$$r_i = \frac{\mu_m m_i}{\mu_i}; \quad m_i = \frac{\mu_i r_i}{\mu_m}. \quad (8.24)$$

8.2.4. PIRMAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS

Pirmais termodinamikas likums ir enerģijas nezūdamības likuma speciālais gadījums un nosaka, ka mehāniskais darbs l , kas iegūts no siltuma q , nav atkarīgs no pārveidošanas procesa rakstura, bet vienmēr ir noteiktā attiecībā ar siltuma daudzumu, tātad $l=q$.

Likuma matemātiskā izteiksme diferenciālā un integrētā veidā:

$$dq = du + dl, \quad q = \Delta u + l, \quad (8.25)$$

kur q ir gāzei pievadītais siltuma daudzums $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$; $\Delta u = u_2 - u_1$ — iekšējās enerģijas izmaiņa $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$; l — procesa laikā padarītais ārējais darbs $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$. Gāzu ārējo kinētisko enerģiju līdzsvarotos procesos neievēro. (Sk. 8.2.15. Gāzu un tvaiku izplūde.)

Iekšējā enerģija u sastāv no gāzes molekulu kinētiskās un potenciālās enerģijas un ir atkarīga tikai no gāzes stāvokļa. Iekšējās enerģijas matemātiskā izteiksme ir pilns diferenciālis. Aprēķinos svarīga ir iekšējās enerģijas izmaiņa.

Ārējo darbu l gāze veic, palielinot savu tilpumu un pārvarot pretestību, kas ar to rodas. Diferenciālā un integrētā veidā

$$dl = p dv; \quad (8.26)$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Darba matemātiskā izteiksme nav pilns diferenciālis, jo darbs atkarīgs no procesa veida. Gāzes procesus attēlo $p-v$ koordināšu sistēmā. Laukums starp procesa līkni, abscisu asi un divām robežu ordinātēm attēlo ārējo darbu (8.2., 8.3., 8.4. zīm.).

Pievadītais ārējais siltums q ir vienāds ar iekšējās enerģijas izmaiņas un ārējā darba summu, un to nevar izteikt ar pilnu diferenciāli.

Atgriezeniskos procesus var veikt arī pretējā virzienā, kad darba viela un tās entropija atgriežas sākuma stāvoklī. Vielas parametri visu laiku atrodas līdzsvarotā stāvoklī atbilstoši stāvokļa vienādojumam.

Neatgriezeniskos procesus nav iespējams veikt pretējā virzienā, un vielas parametri nevar nonākt sākuma stāvoklī berzes, virpuļu un citu blakusparādību dēļ. Šādi procesi sastopami reālās iekārtās.

Termodinamikā bieži lieto *entalpijas* jēdzienu: $i = u + pv$, ko var izskaidrot kā enerģijas saturu. Pie konstanta spiediena to bieži sauc par *siltuma saturu*. Ideālām gāzēm entalpija $i = c_p T$.

8.2.5. IDEĀLO GĀZU PROCESI

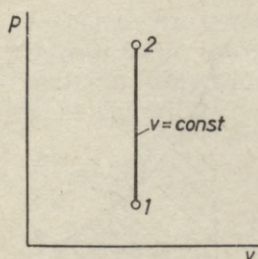
Gāzu daudzums visur pieņemts 1 kg. *Izohoriskais* process noris nemainīgā tilpumā: $v = \text{const}$ (8.1. zīm.). Procesa pamatsakarības:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad (8.27)$$

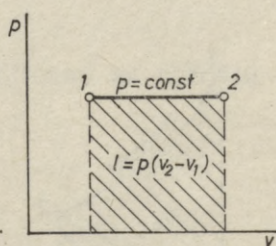
$$dl = pdv = 0; \quad c = c_v; \quad dq = du = c_v dt; \\ q = u_2 - u_1 = c_v(t_2 - t_1), \quad (8.28)$$

ja $c_v = \text{const}$. Ja c_v ir t funkcija, tad

$$q \Big|_{t_1}^{t_2} = c_{vm} \Big|_0^{t_2} t_2 - c_{vm} \Big|_0^{t_1} t_1. \quad (8.28a)$$



8.1. zīm. Izohoriskais process



8.2. zīm. Izobāriskais process

Entropijas izmaiņa procesa laikā

$$(s_2 - s_1)_v = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}; \quad (8.29)$$

Izobāriskais process noris nemainīgā spiedienā: $p = \text{const}$ (8.2. zīm.). Procesa pamatsakarības:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad (8.30)$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} pdv = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1) = R(t_2 - t_1); \quad (8.31)$$

$$c = c_p; \quad dq = c_p dt = di; \\ q = c_p(t_2 - t_1) = i_2 - i_1, \quad (8.32)$$

ja $c_p = \text{const}$.

Pieņemot $c_p = f(t)$, dabū

$$q \Big|_{t_1}^{t_2} = c_{pm} \Big|_0^{t_2} t_2 - c_{pm} \Big|_0^{t_1} t_1, \quad (8.32a)$$

$$(s_2 - s_1)_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (8.33)$$

Izotermiskais process noris nemainīgā temperatūrā, t. i., $t = \text{const}$ (8.3. zīm.). Procesa pamatsakarības:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = \text{const, resp. } \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}; \quad (8.34)$$

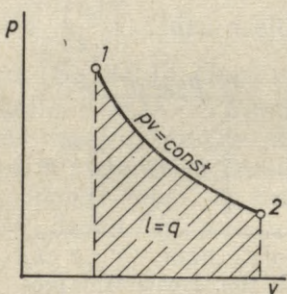
$$du = c_v dt = 0; \quad u = \text{const}; \quad di = c_p dt = 0; \quad i = \text{const};$$

$$dq = dl = pdv;$$

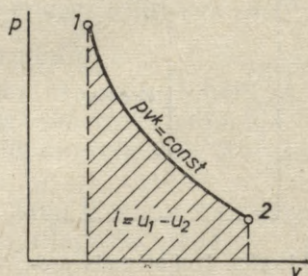
$$l = \int_{v_1}^{v_2} pdv = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}; \quad (8.35)$$

$$q = l; \quad c = \infty;$$

$$(s_2 - s_1)_T = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (8.36)$$



8.3. zīm. Izotermiskais process



8.4. zīm. Adiabātiskais process

Adiabātiskais process noris bez siltuma pieplūdes vai noplūdes: $dq = 0$ (8.4. zīm.). Procesa pamatsakarības:

$$pv^k = \text{const}; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k; \quad (8.37)$$

$$Tv^{k-1} = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}; \quad (8.38)$$

$$Tp^{\frac{1-k}{k}} = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (8.39)$$

kur $k = \frac{c_p}{c_v}$,

$$l = u_1 - u_2 = c_v(T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) =$$

$$= \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2) = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (8.40)$$

$$c = 0; \quad s_2 - s_1 = 0.$$

Vienatoma gāzēm $k = 1,67$;

divatomu gāzēm $k = 1,4$;

tris un vairāk atomu gāzēm $k = 1,3$.

Politropiskais process uzskatāms kā visu procesu vispārinājums, un to var izteikt ar formulu

$$pv^n = \text{const}, \quad (8.41)$$

kur n var būt robežās no $+\infty$ līdz $-\infty$; $n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$, kur c ir procesa

īpatnējais siltums atbilstoši kāpinātājam n , proti, $c = c_v \frac{n - k}{n - 1}$.

Aplūkotie procesi ir politropas speciāli gadījumi:

izohora: $v = \text{const}$; $n = \pm\infty$; $\alpha = \frac{\Delta u}{q} = 1$; $c = c_v$;

izobāra: $p = \text{const}$; $n = 0$; $\alpha = \frac{1}{k}$; $c = c_p$;

izoterma: $t = \text{const}$; $n = 1$; $\alpha = 0$; $c = \infty$;

adiabāta: $dq = 0$; $n = k$; $\alpha = \infty$; $c = 0$.

Termisko dzinēju diagrammās ir politropas ar rādītāju $n = 1 \dots k$.

Politropas sakarības:

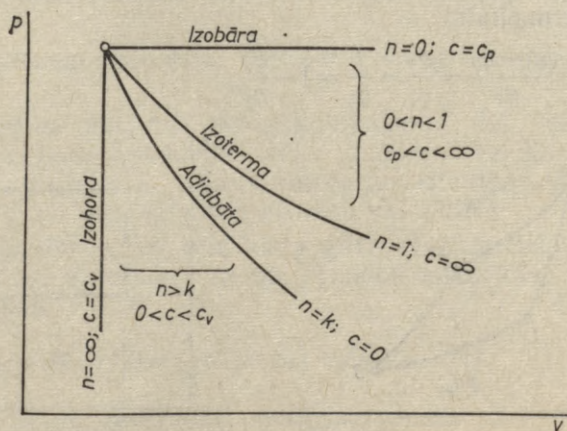
$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n, \quad (8.41a)$$

$$T v^{n-1} = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}; \quad (8.42)$$

$$T p^{\frac{1-n}{n}} = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (8.43)$$

Procesa darbs

$$l = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2) = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (8.44)$$



8.5. zīm. Politropiskais process

Pievadītais siltums

$$q = c(T_2 - T_1) = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1). \quad (8.45)$$

Entropijas izmaiņa

$$s_2 - s_1 = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (8.46)$$

Politropu līknes var attēlot $p-v$ diagrammā (8.5. zīm.).

Pēc politropas koordinātēm p_1, v_1 sākumā un p_2, v_2 beigās, var aprēķināt politropas kāpinātāju

$$n = \frac{\lg \frac{p_1}{p_2}}{\lg \frac{v_2}{v_1}}. \quad (8.47)$$

Logaritmiskās koordinātēs $\lg p$ un $\lg v$ politropa ir taisne, kuras slīpumleņķi α nosaka sakarība $\tan \alpha = n$.

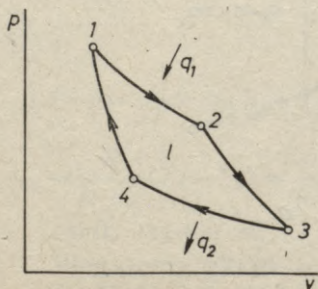
Zinot politropas sākuma koordinātes un aprēķinot (ja tās nav zināmas) beigu koordinātes, var uzzīmēt politropu.

8.2.6. OTRAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS

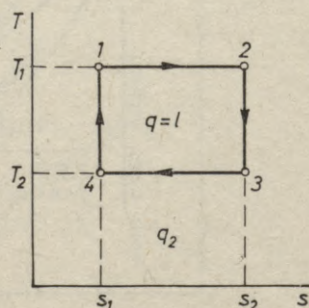
Par *ciklu* sauc procesu sakopojumu, kura rezultātā gāze nonāk sākuma stāvoklī, veicot mehānisku darbu vai arī patērējot to atkarībā no cikla virziena.

Ideālais *Karno cikls* (8.6. un 8.7. zīm.) sastāv no 2 izotermām 1-2, 3-4 un 2 adiabatām 2-3, 4-1. Izotermas ($T_1 = \text{const}$) 1-2 laikā tiek pievadīts siltuma daudzums q_1 un izotermas ($T_2 = \text{const}$) 3-4 laikā tiek novadīts siltuma daudzums q_2 . Siltuma daudzumu starpība $q_1 - q_2 = q$ pārvēršas mehāniskā darbā l . Cikla lietderības koeficients (termiskais)

$$\eta_l = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{q}{q_1} = \frac{l}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}, \quad (8.48)$$



8.6. zīm. Karno cikls $p-v$ koordinātu sistēmā



8.7. zīm. Karno cikls $T-s$ koordinātu sistēmā

atgriezeniskā ciklā

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (8.49)$$

Jo augstāka temperatūra T_1 un zemāka temperatūra T_2 , jo lielāks lietderības koeficients.

Neatgriezeniskajam Karno ciklam

$$\eta_{tn} = 1 - \frac{q_2}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (8.50)$$

Otrais termodinamikas likums raksturo reālus siltuma procesus, kas norisinās dabā, un norāda virzienu, kādā šie procesi iet. Šis likums konstatē: 1) visi procesi dabā ir neatgriezeniski un paši nevar iet pretējā virzienā; 2) siltuma plūsmas dabiskais virziens ir no augstākām temperatūrām uz zemākām; 3) piespiest siltumu plūst no zemākas temperatūras uz augstāku var, ja patērē mehānisko enerģiju; 4) nekad nevar pārvērst visu siltuma enerģiju, kas ir kādam augstas temperatūras avotam, mehāniskajā enerģijā. Vienmēr ir kāds siltuma enerģijas atlikums, kas jānodod zemas temperatūras dzesētājam; 5) siltumu pārvēršot mehāniskajā enerģijā, lietderības koeficients vienmēr ir mazāks par vienu ($\eta_t < 1$).

Neatgriezeniskuma pakāpes kritērijs ir *entropija* S . Entropijas matemātiskais definējums ir $ds = \frac{dq}{T}$, kur dq ir elementārais gāzei pievadītais siltums. Entropija (tās matemātiskā izteiksme ir pilns diferenciālis) atkarīga tikai no gāzes stāvokļa. Galīgā veidā entropijas izmaiņa

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T}. \quad (8.51)$$

Atgriezeniskiem cikliem $\Phi ds = 0$, neatgriezeniskiem cikliem $\Phi ds > 0$.

Darba spējas zudumu neatgriezeniskuma dēļ var izteikt tā: $\Delta L = T_0 \Delta S$, kur T_0 ir apkārtējās vides temperatūra, ko var uzskatīt kā nemainīgu, un $\Delta S = S_n - S_a$ ir entropijas izmaiņas starpība starp neatgriezenisku un atgriezenisku procesu vai ciklu.

Maksimālo darbu, ko veic kāda gāze atgriezeniskā procesā, ja gāzei ir augstāki parametri (p un T) nekā apkārtējai videi (p_0 un T_0), aprēķina šādi:

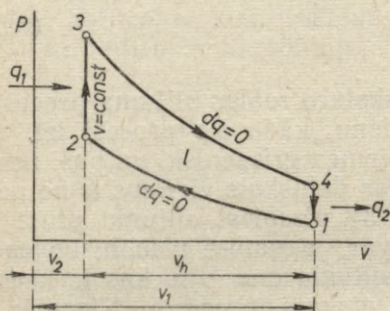
$$L_{max} = U_1 - U_2 - T_0(S_1 - S_2) - p_0(V_2 - V_1), \quad (8.52)$$

kur U_1 un U_2 ir gāzes iekšējā enerģija procesa sākumā un beigās; S_1 un S_2 — gāzes entropija procesa sākumā un beigās; V_1 un V_2 — gāzes tilpums procesa sākumā un beigās.

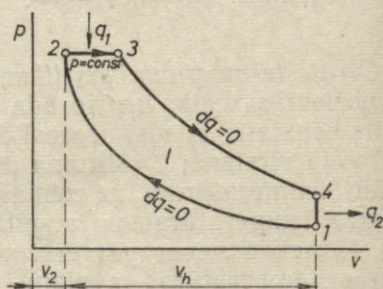
8.2.7. IEKŠDEDZES VIRZUĻDZINĒJU CIKLI

Cikls ar *izohorisku* siltuma pievadišanu (Oto cikls) attēlots 8.8. zīmējumā.

Raksturotāji lielumi: saspiešanas (kompresijas) pakāpe $\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$; spiediena paaugstināšanas pakāpe $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$.



8.8. zīm. Cikls ar izohorisku siltuma pievadišanu (Oto cikls)



8.9. zīm. Cikls ar izobārisku siltuma pievadišanu (Dīzeļa cikls)

Termiskais lietderības koeficients

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\epsilon^{k-1}}, \quad (8.53)$$

t. i., jo lielāka saspiešanas pakāpe, jo lielāks η_t . Saspiešanas pakāpi ierobežo degvielas un gaisa maisījuma pašuzliesmošanas temperatūra. $\epsilon = 6 \dots 10$.

Virzuļa gājienu tilpums vai cilindra darba tilpums

$$v_h = \frac{\pi D^2 S}{4} = v_1 - v_2,$$

kur D — cilindra diametrs; S — virzuļa gājiens. Kompresijas (kai-tīgais) tilpums $v_2 = \frac{v_h}{\epsilon - 1}$; viss cilindra tilpums $v_1 = \frac{v_h \epsilon}{\epsilon - 1}$. Cikla darbs

$$l = c_v T_1 (\epsilon^{k-1} - 1) (\lambda - 1) \frac{J}{\text{kg}}, \quad (8.54)$$

vidējais indicētais spiediens

$$p_i = \frac{l}{v_h} = \frac{p_1 (\epsilon^k - \epsilon) (\lambda - 1)}{(k - 1) (\epsilon - 1)} \frac{N}{\text{m}^2}, \quad (8.55)$$

ja pieņem, ka viss cikla darbs attiecināts uz vienu virzuļa gājienu.

Cikls ar *izobārisku* siltuma pavadīšanu (Dīzeļa cikls) attēlots 8.9. zīmējumā.

Raksturotāji lielumi: saspiešanas (kompresijas) pakāpe $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$; iepriekšējās izplešanās pakāpe $q = \frac{v_3}{v_2}$.

$v_1 = \frac{v_h \varepsilon}{\varepsilon - 1}$. Cikla darbs

$$l = c_v T_1 [k \varepsilon^{k-1} (q - 1) - (q^k - 1)] \frac{J}{\text{kg}}, \quad (8.56)$$

vidējais indicētais spiediens

$$p_i = \frac{p_1 \varepsilon [k \varepsilon^{k-1} (q - 1) - (q^k - 1)]}{(k - 1) (\varepsilon - 1)} \frac{N}{\text{m}^2}. \quad (8.57)$$

Termiskais lietderības koeficients

$$\eta_t = 1 - \frac{q^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (q - 1)}; \quad (8.58)$$

$$\varepsilon = 10 \dots 16.$$

Lietderības koeficients pieaug ar kompresijas pakāpes ε palielināšanu, bet krīt ar iepriekšējās izplešanās pakāpes q palielināšanu.

Cikls ar *jauktu* siltuma pavadīšanu (8.10. zīm.). Raksturotāji lie-

šumi: $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$; $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$; $q = \frac{v_4}{v_3}$. Termiskais lietderības koeficients

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda q^k - 1}{\varepsilon^{k-1} [(\lambda - 1) + k \lambda (q - 1)]}. \quad (8.59)$$

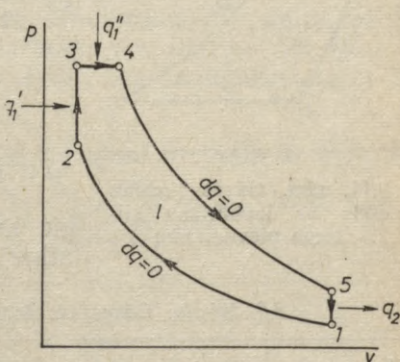
Lietderības koeficients pieaug līdz ar ε un λ palielināšanu, bet samazinās līdz ar q palielināšanu.

Cikla darbs

$$l = q'_1 + q''_1 - q_2 = c_v T_1 \varepsilon^{k-1} [\lambda - 1 + k \lambda (q - 1)] - c_v T_1 (\lambda q^k - 1). \quad (8.60)$$

8.7. tabula. Ideālā cikla lietderības koeficients (siltums tiek pavadīts, ja $v = \text{const}$)

Adiabātas rādītājs k	Saspiešanas pakāpe ε			
	6	8	10	12
1,30	0,42	0,46	0,50	0,53
1,40	0,52	0,57	0,61	0,63



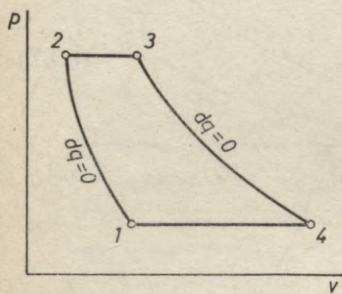
8.10. zīm. Cikls ar jauktu siltuma pavadīšanu

8.8. tabula. Ideālā cikla lietderības koeficients (siltums tiek pievadīts, ja $p = \text{const}$, $k = 1,35$)

Iepriekšējās izplešanās pakāpe Q	Saspiešanas pakāpe ϵ			
	10	12	14	16
1,5	0,52	0,54	0,57	0,59
2,5	0,46	0,49	0,52	0,54

8.2.8. GĀZES TURBINU CIKLI

Gāzes turbīnas cikls ar *izobārisko* degšanu attēlots 8.11. zīmējumā.



8.11. zīm. Gāzes turbīnu cikls ar izobārisku siltuma pievadīšanu

Ciklu raksturo saspiešanas pakāpe $\epsilon_p = \frac{p_2}{p_1}$ un iepriekšējās izplešanās pakāpe $Q = \frac{v_3}{v_2}$. Šī cikla lietderības koeficients

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\epsilon_p^{\frac{k-1}{k}}} \quad (8.61)$$

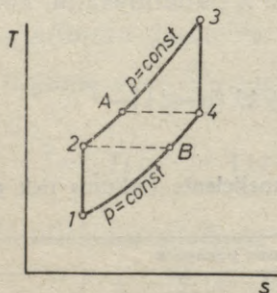
η_t ir jo lielāks, jo lielāks ϵ_p .

8.9. tabulā doti gāzes turbīnas termiskie lietderības koeficienti (sk. 8.11. zīm.) atkarībā no saspiešanas pakāpes ϵ_p .

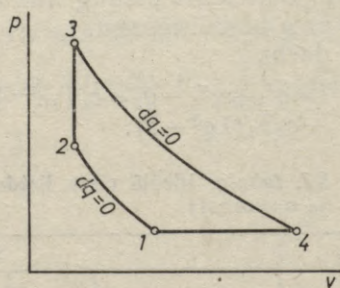
8.9. tabula. Gāzes turbīnas termiskais lietderības koeficients η_t

ϵ_p	2	4	6	8	10	12	16	20
η_t	0,162	0,292	0,371	0,416	0,448	0,474	0,512	0,538

Turbīnas lietderības koeficientu var palielināt, lietojot siltuma reģenerāciju, t. i., sasildot gaisu pirms ieplūdes degšanas kamerā (no punkta 2 līdz punktam A, sk. 8.12. zīm.) ar turbīnā izmantotām



8.12. zīm. Gāzes turbīnas cikls ar siltuma reģenerāciju



8.13. zīm. Gāzes turbīnas cikls ar izohorisku siltuma pievadīšanu

gāzēm (no 4 līdz B). Tādas turbīnas lietderības koeficients ar pilnu reģenerāciju ir $\eta_{t \max} = 1 - \frac{T_1}{T_4}$. Pilna reģenerācija ir ideāls process, kurā visu no turbīnas izplūstošo gāzu siltumu izmanto gaisa sasildīšanai. Praktiski to var izmantot tikai daļēji.

Gāzes turbīnas cikls ar *izohorisku* siltuma pievadišanu attēlots 8.13. zīmējumā.

Šo turbīnu raksturo saspiešanas pakāpe $\varepsilon_p = \frac{p_2}{p_1}$ un spiediena paaugstināšanās pakāpe $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$. Termiskais lietderības koeficients

$$\eta_t = 1 - \frac{\frac{1}{\varepsilon_p^{\frac{k}{k-1}} (\lambda - 1)}}{\frac{k(\lambda^{\frac{1}{k}} - 1)}{k-1}} \quad (8.62)$$

Lietderības koeficients pieaug, ja palielina ε_p un λ .

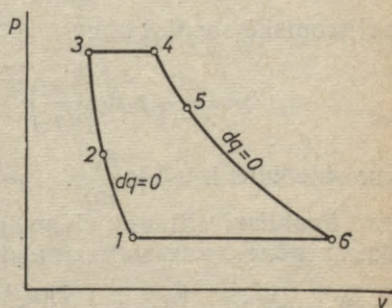
Turbīna darbojas periodiski. Lai izlīdzinātu tās gaitu, ierīko vairākas degšanas kameras, kuras darbojas pēc kārtas. Arī šai turbīnai iespējams lietot siltuma reģenerāciju, kas paaugstina termisko lietderības koeficientu.

8.10. tabula. Ideālo gāzes turbīnu lietderības koeficients ar izohorisko siltuma pievadišanu (8.13. zīm.)

Saspiešanas pakāpe ε_p	Spiediena paaugstināšanās pakāpe λ					
	2	3	4	5	6	7
3	0,321	0,362	0,401	0,416	0,434	0,451
4	0,372	0,410	0,446	0,460	0,477	0,492
5	0,409	0,441	0,478	0,492	0,508	0,522

8.2.9. REAKTĪVO DZINĒJU CIKLI

Reaktīvos dzinējus lieto aviācijā un raķetēs, kur izplūstošo gāzu strūkļas reakcija rada spēku, kas dzen lidmašīnu vai raķeti uz priekšu. Gaisa pretplūsmu, kas rodas, lidmašīnai lidojot, ievada t. s. difuzorā, palielinot tajā gaisa spiedienu. Difuzors daļēji vai arī pilnīgi aizstāj dzinēja kompresoru. To sasniedz, ja lidmašīnas ātrumi ir ļoti lieli (tuvojas skaņas ātrumam). Pēc darbības reaktīvais dzinējs līdzīgs gāzes turbīnai, un tā ciklu var attēlot $p-v$ koordinātēs (sk. 8.14. zīm.).



8.14. zīm. Reaktīvā dzinēja cikls:

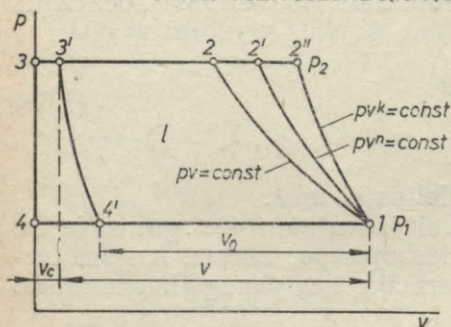
1-2 — pretgaisa saspiešana difuzorā, 2-3 — gaisa tālākā saspiešana turbokompresorā, ja tāds ierīkots, 3-4 — siltuma pievadišana (degšanas kamera), 4-5 — gāzu izplešanās turbīnā, kas griež kompresoru, 5-6 — tālākā izplešanās gāzu sprauslā, kas dod reakciju, 6-1 — izplūde (zudums) atmosfērā

Reaktīvā dzinēja lietderības koeficients līdzīgs turbīnai ar izobārisku siltuma pievadīšanu:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p^k}}, \quad \text{kur } \varepsilon = \frac{v_1}{v_3} \text{ un } \varepsilon_p = \frac{p_3}{p_1}.$$

Reģeneratīvo gaisa sildīšanu lidaparātos grūti lietot, jo tā prasa samērā lielus gabarītus un svaru.

8.2.10. VIENCILINDRA KOMPRESORS



8.15. zīm. Viencilindra kompresora cikls:

4-1 — gāzu iesūkšana kompresora cilindrā,
1-2 — gāzes izotermiskā saspiešana,
1-2' — politropiskā saspiešana, 1-2'' —
adiabātiskā saspiešana, 2-3 — gāzes iespie-
šana uzkrāšanas tvertnē (ideālā gadījumā),
2-3' — gāzes iespiešana uzkrāšanas tvertnē
(ja cilindram ir kaitīga telpa), 3-4 vai
3'-4' — spiediena samazināšanās cilindrā

Kompresora cikls attēlots 8.15. zīmējumā.

Izotermiskā saspiešanā (1-2) cikla enerģijas patēriņš ir vismazākais, ja novada visu siltumu, kas rodas saspiežot. Praktiski to var izdarīt tikai daļēji. Šādā gadījumā saspiešana noris pēc politropas ar kāpinātāju $n=1, 2 \dots 1,25$.

Saspiešanai patērētais cikla enerģijas daudzums $\left(\frac{J}{kg}\right)$ izotermiskā saspiešanā:

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = p_2 v_2 \ln \frac{p_2}{p_1};$$

adiabātiskā saspiešanā:

$$l = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad \text{vai} \quad l = \frac{k}{k-1} p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right];$$

politropiskā saspiešanā:

$$l = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad \text{vai} \quad l = \frac{n}{n-1} p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right],$$

kur spiediens izteikts $\frac{N}{m^2}$.

Praktiski cilindrā vienmēr ir kaitīgais tilpums V_c , kur paliek nedaudz gāzes, kas samazina darba tilpumu no V līdz V_0 . Pildījuma koeficients $\lambda_v = \frac{V_0}{V} = 1 - c \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$, kur $c = \frac{V_c}{V}$; $c = 0,02 \dots 0,05$. Faktiski kompresorā iesūktais gaisa daudzums $V_0 = V \lambda_v$. Patērētā enerģija

$$l = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \lambda_v \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (8.63)$$

Vienpakāpes kompresorus lieto spiedienam, kas nav lielāks par $p_2 = 10 \dots 12$ bar, jo λ_v samazinās līdz ar $\frac{p_2}{p_1}$ palielināšanos.

8.11. tabula. Kompresora saspiebtā gaisa temperatūra (sākuma temperatūra $t_1 = 20^\circ\text{C}$)

Saspiešanas procesa raksturs	Spiedienu attiecība $\frac{p_2}{p_1}$								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Adiabāta	85	124	160	190	214	235	254	272	289
Politropa $n=1,2$	44	78	98	111	123	132	141	150	157

8.12. tabula. Teorētiskais darba patēriņš (kJ) kompresoram 1 m^3 saspiebtā un atdzesētā gaisa iegūšanai ($p_1 = 1$ bar; $t_1 = 20^\circ\text{C}$)

Saspiešanas process	Beigu spiediens p_2								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Izoterma	135,5	325,2	542,5	791	1062	1357	1626	1944	2285
Politropa	141,2	353,0	611,5	913	1235	1565	1960	2328	2670
Adiabāta	144,1	381,1	673,0	978	1420	1780	2225	2690	3194

8.2.11. DAUDZPAKĀPJU KOMPRESORS

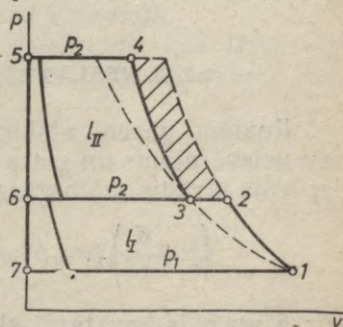
Lieliem gāzu spiedieniem lieto 2...4 pakāpju kompresorus. Lai samazinātu patērējamo darbu, starp pakāpēm ierīko t. s. resīverus ar ūdens dzesēšanu, tuvojoties tādējādi izotermiskai saspiešanai. Palielinās arī pildījuma koeficients λ_v .

Divpakāpju gaisa kompresora cikls attēlots 8.16. zīmējumā.

Punktos 1 un 3 temperatūra ir vienāda. Iesvītrotais laukums attēlo ietaupīto mehānisko enerģiju.

Starpspiedienus resīveros izvēlas tā, lai patērējamā mehāniskā enerģija vienos cilindros būtu vienāda. Tas nozīmē, ka spiediena paaugstināšanas pakāpei arī jābūt vienādai, t. i., $\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_4}{p_3} = \dots = \text{const}$, vai arī spiediena paaugstināšanai katrā cilindrā jābūt šādi:

$$\frac{p_{i+1}}{p_i} = \sqrt[m]{\frac{p_{m+1}}{p_1}} \quad (8.64)$$



8.16. zīm. Divpakāpju gaisa kompresora cikls:

7-1 — gaisa iesūkšana no atmosfēras zemspiediena cilindrā, 1-2 — adiabatiskā vai politropiskā gaisa saspiešana zemspiediena cilindrā, 2-6 — gaisa iedzišana resīverā (dzesētājā), 6-3 — gaisa piesūkšana no resīvera augstspiediena cilindrā, 3-4 — adiabatiskā vai politropiskā gaisa saspiešana augstspiediena cilindrā, 4-5 — gaisa iedzišana uzkrāšanas tvertnē

kur m ir cilindru (pakāpju) skaits;

p_{m+1} — kompresora beigu spiediens;

p_1 — sākuma (atmosfēras) spiediens.

Mehāniskā enerģija, ko patērē daudzpakāpju kompresors: $l = ml_1$, kur l_1 ir viena cilindra patērējamā enerģija, ko aprēķina pēc formulām, kas dotas viencilindra kompresoram.

Siltuma daudzums, kas jānovada katrā resīverā, ir

$$q = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad (8.65)$$

kur T_1 un p_1 — pakāpes (cilindra) sākuma temperatūra un spiediens;

p_2 — beigu spiediens;

$c_p \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{deg}} \right)$ — īpatnējais siltums.

8.2.12. CENTRBĒDZES KOMPRESORS

Centrbēdzes kompresorā saspiešanas process notiek nepārtraukti un vienmērīgi. Ar centrbēdzes spēku gāzes plūsmu paātrina no ω_1 līdz ω_2 un tad ievada difuzorā, kur ātruma enerģija pārvēršas spiedienā. Teorētisko darbu 1 kg gāzes aprēķina pēc formulas

$$l = i_2 - i_1 + \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2}, \quad (8.66)$$

kur i_1 un i_2 ir gāzes entalpija pirms un pēc kompresora.

Lietderības koeficients ir mazāks nekā virzuļa kompresoriem.

8.2.13. REĀLĀS GĀZES

Reālām gāzēm atšķirībā no ideālām gāzēm molekulu tilpums nav neievērojams un starp molekulām pastāv pievilkšanas spēki. Van der Vāls atradis reālo gāzu stāvokļa vienādojumu:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT, \quad (8.67)$$

kur a un b ir konstanti skaitļi, kas īpatnēji katrai reālai gāzei. Šis vienādojums apmierinoši izsaka parametru sakarības reālām gāzēm, izņemot zemas temperatūras un lielus blīvumus, kur to nevar lietot.

Praktiskiem nolūkiem reālo gāzu īpašības ir fiksētas tabulās vai diagrammās, no kurām tās arī ņem aprēķiniem.

Reālās gāzes samērā viegli var pārvērst šķidrā stāvoklī (fāzē), atņemot tām noteiktu *iztvaikošanas* siltuma daudzumu, kas atkarīgs no spiediena, kurā notiek šis process. Šo procesu sauc par *kondensāciju*.

Šķidro gāzi var pārvērst tālāk cietā fāzē, atņemot tai noteiktu kušanas siltuma daudzumu, kas no spiediena maz atkarīgs. Temperatūra sacietēšanas procesā ir noteikta un nemainīga.

Sos procesus var veikt arī pretējā virzienā, t. i., sacietējošo gāzi var izkausēt, pievadot tai to pašu kušanas siltumu, un tālāk iztvaicēt, pievadot tai iztvaikošanas siltumu.

Ja sacietējusī gāze pāriet tieši gāzveida fāzē, neradot šķidro fāzi, procesu sauc par *sublimāciju*. Pretējo procesu sauc par *desublimāciju*.

8.2.14. ŪDENS TVAIKS

Tvaiks ir reāla gāze, kas tuva savai šķidrajai fāzei. *Piesātināts* tvaiks ir līdzsvarā ar savu šķidro fāzi, no kuras tas radies. Piesātinātā tvaika temperatūra t_s ir atkarīga tikai no spiediena $t_s = f(p)$.

Sausais piesātinātais tvaiks nesatur ūdens pilieniņus. Tā sausuma pakāpe $x=1$; mitruma pakāpe $y=0$. Ja tvaikā ir mikroskopiski ūdens pilieni, to sauc par *mitru* piesātinātu tvaiku. Tā sausuma pakāpe $x < 1$; mitruma pakāpe $1 > y > 0$. $x+y=1$, ja x un y izteikti masas daļās.

Pārkarsētais tvaiks ir tvaiks, kura temperatūra augstāka par piesātinātā tvaika temperatūru, kas atbilst pārkarsētā tvaika spiedienam.

Ūdens siltums q' ir siltuma daudzums, kas jāpievada 1 kg ūdens, lai to sasildītu no 0°C līdz vārīšanās temperatūrai t_s pie attiecīgā spiediena p .

Iztvaikošanas siltums r ir siltuma daudzums, kas jāpievada 1 kg ūdens, kas sasildīts līdz temperatūrai t_s , lai to pārvērstu sausā piesātinātā tvaikā tajā pašā temperatūrā t_s un spiedienā p .

Pārkarsēšanas siltums q_p ir siltuma daudzums, kas jāpievada 1 kg sausā piesātinātā tvaika, lai to sakarsētu līdz vajadzīgai temperatūrai pie tā paša spiediena p .

Pilns siltums:
sausam piesātinātam tvaikam

$$\lambda'' = q' + r, \quad (8.68)$$

mitram piesātinātam tvaikam

$$\lambda_x = q' + rx, \quad (8.69)$$

pārkarsētam tvaikam

$$\lambda = \lambda'' + q_p = q' + r + q_p. \quad (8.70)$$

Tehniskos aprēķinos parasti lieto ūdens un tvaika entalpiju, kas konstantam spiedienam (piemēram, tvaika katlos) neatšķiras no pievadītā siltuma daudzuma. Citos apstākļos entalpija jūtami atšķiras tikai tad, ja spiedieni lieli — 100 bar un vairāk. Līdzīgi tvaika

dzinēju adiabatiskajos procesos entalpija ir pamats enerģētiskiem aprēķiniem. Tādos gadījumos

$$q' = i'; \quad \lambda'' = i''; \quad \lambda_x = i' + rx; \quad \lambda = i.$$

Entalpijas lietošanai aprēķinos sastādītas ūdens un tvaika īpašību tabulas, kurās ūdens parametriem vārišanās temperatūrā pielikts indekss $'$; sausam piesātinātam tvaikam $''$; mitram piesātinātam tvaikam x , un pārkaršēts tvaiks dots bez indeksa (sk. 8.13., 8.14., 8.15. un 8.16. tabulas).

Piesātinātam tvaikam tabulās parametri doti sausam stāvoklim, bet mitram tvaikam visi parametri jāaprēķina pēc šādām formulām.

Blīvums: q', q'', q — pēc tabulām; $q_x = \frac{1}{v_x}$.

8.13. tabula. Piesātinātā tvaika raksturotāji lielumi atkarībā no temperatūras

t , °C	p , bar	v'	v''	i'	i''	r	s'	s''
		$\frac{m^3}{kg}$		$\frac{kJ}{kg}$		$\frac{kJ}{kg \cdot deg}$		
0,01	0,00611	0,0010002	206,3	0	2501	2501	0	9,1544
5	0,00872	0,0010001	147,2	21,05	2510	2489	0,0762	9,0241
10	0,01228	0,0010004	106,42	42,04	2519	2477	0,1510	8,8994
15	0,01704	0,0010010	77,97	62,97	2528	2465	0,2244	8,7806
20	0,02337	0,0010018	57,84	83,90	2537	2454	0,2964	8,6665
25	0,03166	0,0010030	43,40	104,81	2547	2442	0,3672	8,5570
30	0,04241	0,0010044	32,93	125,71	2556	2430	0,4366	8,4523
35	0,05622	0,0010061	25,24	146,60	2565	2418	0,5049	8,3519
40	0,07375	0,0010079	19,55	167,50	2574	2406	0,5723	8,2559
45	0,09584	0,0010099	15,28	188,40	2582	2394	0,6384	8,1638
50	0,12335	0,0010121	12,04	209,3	2592	2383	0,7038	8,0753
60	0,1992	0,0010171	7,678	251,1	2609	2358	0,8311	7,9084
70	0,3117	0,0010228	5,045	293,0	2626	2333	0,9549	7,7544
80	0,4736	0,0010290	3,408	334,9	2643	2308	1,0753	7,6116
90	0,7011	0,0010359	2,361	377,0	2659	2282	1,1925	7,4787
100	1,0132	0,0010435	1,673	419,1	2676	2257	1,3071	7,3547
110	1,4326	0,0010515	1,210	461,3	2691	2230	1,4184	7,2387
120	1,9854	0,0010603	0,8917	503,7	2706	2202	1,5277	7,1298
130	2,7011	0,0010697	0,6683	546,3	2721	2174	1,6345	7,0272
140	3,614	0,0010798	0,5087	589,0	2734	2145	1,7392	6,9304
150	4,760	0,0010906	0,3926	632,2	2746	2114	1,8418	6,8383
160	6,180	0,0011021	0,3068	675,5	2758	2082	1,9427	6,7508
170	7,920	0,0011144	0,2426	719,2	2769	2050	2,0417	6,6666
180	10,027	0,0011275	0,1939	763,1	2778	2015	2,1395	6,5858
190	12,553	0,0011415	0,1564	807,5	2786	1979	2,2357	6,5074
200	15,551	0,0011565	0,1272	852,4	2793	1941	2,3308	6,4318
220	23,201	0,0011900	0,08606	943,7	2802	1858	2,5179	6,2849
240	33,480	0,0012291	0,05967	1037,5	2803	1766	2,7021	6,1425
260	46,94	0,0012755	0,04215	1135,1	2796	1661	2,8851	6,0013
280	64,19	0,0013321	0,03013	1236,9	2780	1543	3,0681	5,8573
300	85,92	0,0014036	0,02164	1344,9	2749	1404	3,2548	5,7049
320	112,90	0,001499	0,01545	1462,1	2700	1238	3,4495	5,5353
340	146,08	0,001639	0,01078	1594,7	2622	1027	3,6605	5,3361
360	186,74	0,001894	0,00694	1762	2481	719	3,9162	5,0530
374	220,87	0,00280	0,00347	2032	2147	115	4,3258	4,5029

8.14. tabula. Piesātinātā tvaika raksturotāji lielumi atkarībā no spiediena

p, bar	t, °C	v'	v''	i'	i''	r	s'	s''
		$\frac{m^3}{kg}$		$\frac{kJ}{kg}$			$\frac{kJ}{kg \cdot deg}$	
0,02	17,51	0,0010014	66,97	73,52	2533	2459	0,2609	8,722
0,03	24,10	0,0010028	45,66	101,04	2545	2444	0,3546	8,576
0,04	28,98	0,0010041	34,81	121,42	2554	2433	0,4225	8,473
0,05	32,88	0,0010053	28,19	137,83	2561	2423	0,4761	8,393
0,10	45,84	0,0010103	14,68	191,9	2584	2392	0,6492	8,149
0,50	81,35	0,0010299	3,239	340,6	2645	2304	1,0910	7,593
1,0	99,64	0,0010432	1,694	417,4	2675	2258	1,3026	7,360
2,0	120,23	0,0010605	0,8854	504,8	2707	2202	1,5302	7,127
3,0	133,54	0,0010733	0,6057	561,4	2725	2164	1,672	6,992
4,0	143,62	0,0010836	0,4624	604,7	2738	2133	1,777	6,897
5,0	151,84	0,0010927	0,3747	640,1	2749	2109	1,860	6,822
6,0	158,84	0,0011007	0,3156	670,5	2757	2086	1,931	6,761
7,0	164,96	0,0011081	0,2728	697,2	2764	2067	1,992	6,709
8,0	170,42	0,0011149	0,2403	720,9	2769	2048	2,046	6,663
9,0	175,35	0,0011213	0,2149	742,8	2774	2031	2,094	6,623
10,0	179,88	0,0011273	0,1946	762,7	2778	2015	2,138	6,587
11,0	184,05	0,0011331	0,1775	781,1	2781	2000	2,179	6,554
12,0	187,95	0,0011385	0,1633	798,3	2785	1987	2,216	6,523
13,0	191,60	0,0011438	0,1512	814,5	2787	1973	2,251	6,495
14,0	195,04	0,0011490	0,1408	830,0	2790	1960	2,284	6,469
15,0	198,28	0,0011539	0,1317	844,6	2792	1947	2,314	6,445
16,0	201,36	0,0011586	0,1238	858,3	2793	1935	2,344	6,422
17,0	204,30	0,0011632	0,1167	871,6	2795	1923	2,371	6,400
18,0	207,10	0,0011678	0,1104	884,4	2796	1912	2,397	6,379
19,0	209,78	0,0011722	0,1047	896,6	2798	1901	2,422	6,359
20,0	212,37	0,0011766	0,09958	908,5	2799	1891	2,447	6,340
30,0	233,83	0,0012163	0,06665	1008,3	2804	1796	2,646	6,186
40,0	250,33	0,0012520	0,04977	1087,5	2801	1713	2,796	6,070
50,0	263,91	0,0012857	0,03944	1154,4	2794	1640	2,921	5,973
60,0	275,56	0,0013185	0,03243	1213,9	2785	1570,8	3,027	5,890
70,0	285,80	0,0013510	0,02737	1267,4	2772	1504,9	3,122	5,814
80,0	294,98	0,0013838	0,02352	1317,0	2758	1441,1	3,208	5,745
90,0	303,32	0,0014174	0,02048	1363,7	2743	1379,3	3,287	5,678
100,0	310,96	0,0014521	0,01803	1407,7	2725	1317,0	3,360	5,615
110	318,04	0,001489	0,01598	1450,2	2705	1255,4	3,430	5,553
120	324,63	0,001527	0,01426	1491,1	2685	1193,5	3,496	5,492
130	330,81	0,001567	0,01277	1531,5	2662	1130,8	3,561	5,432
140	336,63	0,001611	0,01149	1570,8	2638	1066,9	3,623	5,372
150	342,11	0,001658	0,01035	1610	2611	1001,1	3,684	5,310
160	347,32	0,001710	0,009318	1650	2582	932,0	3,746	5,247
170	352,26	0,001768	0,008382	1690	2548	858,3	3,807	5,177
180	356,96	0,001837	0,007504	1732	2510	778,2	3,871	5,107
190	361,44	0,001921	0,00668	1776	2466	583	3,938	5,027
200	365,71	0,00204	0,00585	1827	2410	690	4,015	4,928
210	369,79	0,00221	0,00498	1888	2336	448	4,108	4,803
220	373,7	0,00273	0,00367	2016	2168	152	4,303	4,591

Ipatnējais tilpums: v', v'', v — pēc tabulām; $v_x = v'(1-x) + v''x \approx v''x$.

Pilns siltums: $\lambda_x = q' + rx$.

Entalpija: i', i'', i — pēc tabulām; $i_x = i' + rx = i'' - r(1-x)$.

Entropija: s', s'', s — pēc tabulām; $s_x = s' + \frac{rx}{T} = s' + x(s'' - s')$.

Iekšējā enerģija: $u' = i' - pv'$; $u'' = i'' - pv''$; $u = i - pv$;

$$u_x = i_x - pv_x.$$

Pārkarsēšanas siltums: $q_p = c_{pm}(t - t_s) = i - i''$.

Klapeirona — *Klauziusa* vienādojumu lieto sausā piesātinātā tvaika īpatnējā tilpuma un iztvaikošanas siltuma noteikšanai:

$$\frac{r}{T_s} = (v'' - v') \frac{dp}{dT_s}, \quad (8.71)$$

kur T_s — absolūtā vārišanās temperatūra.

Tehniskiem aprēķiniem lieto diagrammas, kas attēlo tvaika īpašības T — s un i — s koordinātēs (sevišķi ērtas ir pēdējās).

8.15. tabula. Pārkarsēta tvaika entalpija $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right)$

p, bar	Pārkarsēšanas temperatūra, °C										
	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
5	2854	2958	3062	3167	3272	3377	3484	3592	3702	3813	3925
6	2849	2954	3059	3164	3270	3376	3483	3592	3701	3812	3925
7	2844	2951	3056	3162	3268	3375	3482	3591	3700	3811	3924
8	2839	2947	3054	3160	3267	3373	3481	3590	3699	3810	3924
9	2833	2944	3051	3158	3265	3372	3480	3589	3698	3809	3923
10	2827	2940	3048	3156	3263	3370	3479	3588	3698	3809	3923
12	2816	2933	3042	3151	3260	3368	3477	3586	3696	3808	3921
14	2803	2925	3036	3147	3256	3365	3474	3584	3695	3806	3920
16		2917	3030	3142	3253	3363	3472	3582	3693	3805	3919
18		2908	3025	3138	3249	3360	3470	3580	3691	3803	3917
20		2900	3019	3134	3246	3357	3468	3578	3690	3802	3917
25		2878	3004	3123	3238	3350	3462	3574	3686	3799	3914
30		2853	2988	3111	3229	3343	3456	3569	3682	3796	3911
35		2828	2972	3100	3220	3336	3451	3564	3678	3793	3908
40			2955	3087	3211	3329	3445	3560	3674	3789	3905
45			2938	3075	3202	3322	3439	3555	3670	3785	3902
50			2920	3063	3193	3315	3433	3550	3666	3782	3899
60			2880	3039	3174	3299	3421	3540	3658	3775	3893
70			2835	3012	3155	3285	3409	3530	3649	3768	3887
80			2784	2985	3135	3270	3397	3520	3640	3760	3881
90				2954	3114	3254	3386	3510	3631	3752	3874
100				2920	3093	3239	3372	3499	3621	3744	3867
110				2884	3071	3222	3360	3488	3612	3736	3860
120				2844	3049	3206	3347	3478	3603	3728	3853
130				2799	3026	3189	3334	3467	3594	3721	3847
140				2750	3000	3172	3321	3456	3585	3713	3841
150				2690	2973	3155	3308	3445	3576	3706	3835
160				2612	2945	3137	3294	3434	3567	3698	3829
170					2915	3118	3281	3423	3558	3691	3822
180					2884	3100	3267	3412	3549	3683	3815
190					2851	3080	3253	3401	3540	3675	3809
200					2816	3060	3238	3390	3530	3667	3803
220					2736	3017	3207	3367	3512	3653	3789
240	862,6	1087	1331	1625	2638	2971	3174	3343	3493	3637	3776
260	863,5	1088	1330	1618	2511	2922	3141	3319	3473	3622	3763
280	864,5	1088	1330	1613	2348	2870	3107	3293	3453	3606	3749
300	865,4	1089	1329	1608	2155	2816	3073	3268	3434	3590	3736

8.16. tabula. Pārkarsētā tvaika īpatnējie tilpumi ($\frac{m^3}{kg}$)

p , bar	Pārkarsēšanas temperatūra, °C										
	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
5	0,4249	0,4742	0,5224	0,5700	0,6173	0,6642	0,7109	0,7576	0,8041	0,8507	0,8969
6	0,3520	0,3937	0,4342	0,4741	0,5136	0,5528	0,5919	0,6308	0,6697	0,7085	0,7472
7	0,2998	0,3361	0,3711	0,4055	0,4396	0,4734	0,5069	0,5403	0,5738	0,6071	0,6402
8	0,2609	0,2930	0,3240	0,3542	0,3842	0,4137	0,4432	0,4725	0,5018	0,5311	0,5601
9	0,2304	0,2594	0,2872	0,3142	0,3409	0,3674	0,3936	0,4197	0,4458	0,4717	0,4976
10	0,2060	0,2326	0,2578	0,2822	0,3065	0,3303	0,3539	0,3776	0,4010	0,4246	0,4477
12	0,1693	0,1924	0,2139	0,2343	0,2547	0,2747	0,2944	0,3143	0,3339	0,3534	0,3728
14	0,1429	0,1635	0,1823	0,2001	0,2176	0,2349	0,2520	0,2690	0,2858	0,3026	0,3194
16		0,1417	0,1585	0,1743	0,1899	0,2051	0,2201	0,2350	0,2499	0,2646	0,2793
18		0,1248	0,1401	0,1545	0,1683	0,1819	0,1953	0,2088	0,2219	0,2351	0,2481
20		0,1114	0,1255	0,1384	0,1511	0,1634	0,1755	0,1875	0,1995	0,2114	0,2232
25		0,0871	0,0989	0,1096	0,1201	0,1301	0,1399	0,1497	0,1593	0,1689	0,1784
30		0,0707	0,0812	0,0905	0,0993	0,1078	0,1161	0,1243	0,1325	0,1405	0,1484
35		0,0588	0,0685	0,0767	0,0845	0,0919	0,0991	0,1062	0,1132	0,1202	0,1269
40			0,0589	0,0664	0,0734	0,0800	0,0864	0,0927	0,0989	0,1049	0,1109
45			0,0514	0,0584	0,0647	0,0707	0,0765	0,0822	0,0877	0,0931	0,0984
50			0,0454	0,0520	0,0578	0,0633	0,0686	0,0737	0,0787	0,0836	0,0884
60			0,0362	0,0423	0,0474	0,0522	0,0567	0,0610	0,0653	0,0694	0,0735
70			0,0295	0,0353	0,0400	0,0442	0,0482	0,0520	0,0557	0,0592	0,0628

8.16. tabulas turpinājums

p , bar	Pārkarsēšanas temperatūra, °C										
	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
80			0,0243	0,0300	0,0344	0,0382	0,0418	0,0452	0,0484	0,0516	0,0548
90				0,0259	0,0300	0,0335	0,0368	0,0399	0,0429	0,0457	0,0485
100				0,0225	0,0265	0,0298	0,0328	0,0357	0,0384	0,0410	0,0435
110				0,0197	0,0236	0,0267	0,0295	0,0322	0,0347	0,0371	0,0395
120				0,0173	0,0211	0,0241	0,0268	0,0293	0,0316	0,0339	0,0361
130				0,0151	0,0191	0,0220	0,0245	0,0268	0,0290	0,0311	0,0332
140				0,0133	0,0173	0,0201	0,0225	0,0247	0,0268	0,0288	0,0307
150				0,0115	0,0157	0,0185	0,0208	0,0229	0,0249	0,0268	0,0286
160				0,00978	0,0143	0,0170	0,0193	0,0213	0,0232	0,0250	0,0267
170					0,0131	0,0158	0,0180	0,0199	0,0217	0,0234	0,0251
180					0,0119	0,0147	0,0168	0,0187	0,0204	0,0220	0,0236
190					0,0109	0,0137	0,0157	0,0176	0,0192	0,0208	0,0223
200					0,00998	0,0127	0,0148	0,0165	0,0182	0,0197	0,0211
220					0,00828	0,0111	0,0131	0,0148	0,0163	0,0177	0,0191
240	0,00114	0,00122	0,00135	0,00161	0,00676	0,00977	0,0117	0,0133	0,0148	0,0161	0,0174
260	0,00113	0,00122	0,00134	0,00159	0,00529	0,00861	0,0106	0,0121	0,0135	0,0148	0,0159
280	0,00113	0,00121	0,00134	0,00157	0,00387	0,00760	0,00956	0,0111	0,0124	0,0136	0,0147
300	0,00113	0,00121	0,00133	0,00156	0,00283	0,00672	0,00869	0,0102	0,0114	0,0126	0,0137

8.2.15. GĀZU UN TVAĪKU IZPLŪDE

Sprauslā gāzu plūsma spiedienu diferences ietekmē paātrinās un gāzes potenciālā enerģija pārvēršas kinētiskajā enerģijā.

Difuzorā notiek pretējs process — kinētiskā enerģija samazinās un pārvēršas potenciālajā enerģijā, — spiediens palielinās.

8.2.15.1. Gāzes izplūde

Gāzes nepārtrauktības vienādojums

$$M = \frac{f\omega}{v} = \text{const}, \quad (8.72)$$

kur $M \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right)$ ir gāzes masa, kas caurplūst laika vienībā;

$\omega \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$ — gāzes ātrums;

$v \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right)$ — gāzes īpatnējais tilpums;

$f \text{ (m}^2\text{)}$ — sprauslas šķērsriezuma laukums.

Pirmais termodinamikas likums (papildināts):

$$dq = du + dl' + d \frac{\omega^2}{2}, \quad (8.73)$$

kur dq — elementārais siltuma daudzums, kas pievadīts gāzei;

du — iekšējās enerģijas pieaugums;

dl' — gāzes darbs pret ārējiem spēkiem, $dl' = d(pv)$;

$d \frac{\omega^2}{2}$ — kinētiskās enerģijas pieaugums — izmantojamā enerģija dl_0 .

Līdzsvarotā procesa (bez ātruma izmaiņas) ārējais darbs $dl = pdv$ aizstāts ar $dl' + dl_0$.

Adiabātiskā izplūdē: $l_0 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} = i_1 - i_2 = h$; $\omega_2 = \sqrt{2l_0} = \sqrt{2h}$, kur

h = siltuma kritums $\left(\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$. Pieņemts, ka sākuma ātrums $\omega_1 = 0$. Adiabātiskā gāzu izplūde parasti notiek turbīnu sprauslās. Noteiktai kritiskai attiecībai $\beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_1}$ gāzes caurplūdes daudzums sasniedz savu maksimālo lielumu M_{max} ; arī gāzes ātrums sasniedz tad savu kritisko lielumu $\omega_{kr} = f(p_{kr}, v_{kr})$, kas vienāds ar skaņas ātrumu $a = \sqrt{kpv} = \sqrt{kRT}$ šajos apstākļos.

Ja attiecība $\frac{p_2}{p_1}$ mazāka par kritisko, caurplūdes daudzums vairs

nepieaug un paliek konstants, bet ātrums pieaug, ja aiz sprauslas minimālā šķērsriezuma ir paplašinājums.

$$\beta_{kr} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (8.74)$$

Vienatoma gāzei $k=1,65$, $\beta_{kr}=0,489$; divatomu gāzei $k=1,4$, $\beta_{kr}=0,528$; trīs un vairākatomu gāzei $k=1,29$, $\beta_{kr}=0,548$.

Sašaurinātai vai vienāda profila sprauslai derīgas šādas sakarības:

1) ja $\frac{p_2}{p_1} > \beta_{kr}$, tad

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}, \quad (8.75)$$

kur p izteikts $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$;

$$\omega = \sqrt{2I_0} = \sqrt{2(i_1 - i_2)}, \quad (8.75.a)$$

kur i izteikts $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$;

$$\omega = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2}, \quad (8.75.b)$$

kur i izteikts $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$;

$$M_{max} = f \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \frac{\text{kg}}{\text{s}}, \quad (8.76)$$

kur f izteikts m^2 ;

2) ja $\frac{p_2}{p_1} \leq \beta_{kr}$, tad

$$\omega = \omega_{kr} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 v_1}; \quad (8.77)$$

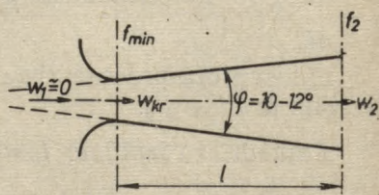
$$\omega_{kr} = \sqrt{2(i_1 - i_{kr})}, \quad (8.77.a)$$

kur i izteikts $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$;

$$M_{max} = f \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}. \quad (8.78)$$

Divatomu gāzei $k=1,4$; $\omega_{kr} = 1,08 \sqrt{p_1 v_1} = 1,08 \sqrt{RT_1}$ un

$$M_{max} = 0,687 f_{min} \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}.$$



8.17. zīm. Gāzes izplūde caur paplašinātu (Lavāla) sprauslu

Pilnīgai enerģijas izmantošanai nepieciešama paplašināta (La-
vāla) sprausla.

Paplašinātai sprauslai minimālajā šķērsgriezumā gāze sa-
sniedz kritisko ātrumu $\omega_{kr} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}} p_1 v_1$; izplūdes šķērsgriezumā —
ātrumu ω_2 (8.17. zīm.):

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} > \omega_{kr}.$$

Masu M_{max} aprēķina tāpat kā iepriekšējā gadījumā.

Minimālais šķērsgriezums $f_{min} = \frac{M_{max} v_{kr}}{\omega_{kr}}$.

Izplūdes šķērsgriezums $f_2 = \frac{M_{max} v_2}{\omega_2}$.

Divatomu gāzēm $k=1,4$; $f_{min} = \frac{M_{max}}{0,687 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}}$, $\omega_{kr} = 1,08 \sqrt{p_1 v_1}$.

Sprauslas paplašinātās daļas garums $l = \frac{d_2 - d_{min}}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$, kur d_2 un d_{min} ir

attiecīgie diametri.

8.2.15.2. Tvaika izplūde

Aptuvenos aprēķinos tvaika sprauslu var aprēķināt pēc tām pa-
šām formulām kā gāzei, pieņemot $k=1,3$ un $\beta_{kr}=0,546$, ja izplešanās
notiek pārkarsētā tvaika joslā, un $k=1,135$ un $\beta_{kr}=0,577$, ja izpleša-
nās sākas no sausa piesātināta tvaika stāvokļa. Mazākām sausuma
pakāpēm $k=1,035+0,1x$.

Precīzos aprēķinos jāņem vērā tabulas un $i-s$ diagrammas. Vis-

pirms jāaprēķina $k = \frac{\lg \frac{p_1}{p_2}}{\lg \frac{v_2}{v_1}}$ visam izplešanās diapazonam no p_1 līdz p_2

un posmam no p_1 līdz kritiskajam spiedienam p_{kr} ; pēc tam jārikojas
ar entalpijām.

Sašaurinātai vai cilindriskai sprauslai:

- 1) $\frac{p_2}{p_1} > \beta_{kr}$; $\omega_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$; $M_{max} = \frac{f_2 \omega_2}{v_2}$;
- 2) $\frac{p_2}{p_1} \leq \beta_{kr}$; $\omega_2 = \omega_{kr} = \sqrt{2(i_1 - i_{kr})}$; $M_{max} = \frac{f_{min} \omega_{kr}}{v_{kr}}$.

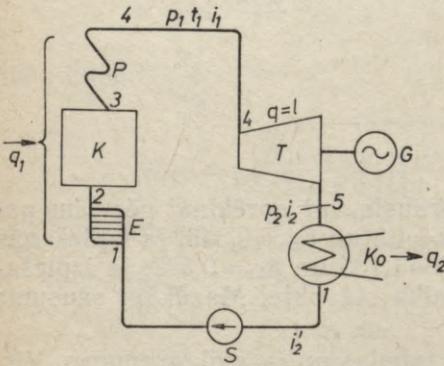
Paplašinātai sprauslai: $\omega_{hr} = \sqrt{2(i_1 - i_{hr})}$; $\omega_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$; $M_{max} = \frac{f_{min}\omega_{hr}}{v_{hr}}$; $f_{min} = \frac{M_{max}v_{hr}}{\omega_{hr}} = \frac{M_{max}v_{hr}}{\sqrt{2(i_1 - i_{hr})}}$, kur $i \left(\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$; ja formulās ieliek $i \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$, tad $\omega = 44,72\sqrt{i_1 - i_2}$.

Gāzi droselējot caurulē, tā neveic nekādu darbu. Tādā gadījumā nemainās arī entalpija: i_1 (pirms droseles) = i_2 (pēc droselēšanas). Ideālām gāzēm entalpija $i = c_p T$, tātad arī temperatūra nemainās. Turpretim reālām gāzēm temperatūra mainās. Temperatūru, kad tās raksturs mainās, sauc par inversijas temperatūru.

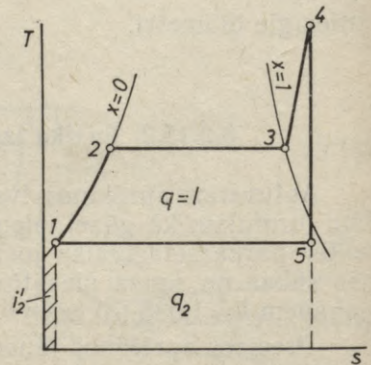
8.2.16. TVAIKA DZINEJU CIKLI

Tvaika dzinēja iekārtas shēmā (8.18. zīm.) attēlots katla agregāts, kura sastāvdaļas ir katls (iztvaikotājs) K , ekonomizers (barošanas ūdens uzsildītājs) E un tvaika pārkarsētājs P , tvaika dzinējs (turbīna) T , elektriskais generators G , kondensators K_0 , barošanas sūkns S .

Siltumu q_1 pievada katla agregātam (sk. arī 8.19. zīm.), dzinējā T siltums q pārvēršas mehāniskajā enerģijā l un ģeneratorā G — elektriskajā enerģijā. Atlikuma enerģija q_2 aiziet zudumā ar kondensatora dzesētāju ūdeni.



8.18. zīm. Tvaika dzinēja iekārtas shēma



8.19. zīm. Tvaika dzinēja cikls T — s koordinātu sistēmā

Lietderības koeficientu aprēķina ar i — s diagrammas palīdzību:

$$\eta_t = \frac{q - l_s}{q_1} = \frac{i_1 - i_2 - l_s}{i_1 - i'_2}, \quad (8.79)$$

kur i_1 ir tvaika sākuma entalpija (spiediens p_1 un temperatūra t_1); i_2 — tvaika beigu entalpija pēc adiabatiskās izplūdes no dzinēja (spiediens p_2);

i'_2 — entalpija kondensātam, kas atgriežas tvaika katlā;

Termofikācijas tvaika ciklam ir ievērojami lielāks lietderības koeficients nekā parastajam, jo tajā attvaika siltumu izmanto apkurei, tehnoloģiskām un citām vajadzībām, ko var pieskaitīt lietderīgam darbam.

Lai uzlabotu dzinēja lietderības koeficientu, lieto arī *reģeneratīvo* ciklu.

Turbīnai parasti ir 1 līdz 6 reģeneratīvi uzsildītāji. Cikla shēmā (8.20. zīm.) parādīti divi — *RU I* un *RU II*. Tie saņem tvaiku no turbīnas nozarēm. Nozartvaika temperatūra pieaug līdztekus barošanas ūdens temperatūrai. a_1 un a_2 ir nozartvaika daudzumi; i_{n1} un i_{n2} ir nozartvaika entalpijas; i'_{n1} un i'_{n2} — nozartvaika kondensāta entalpijas.

Jo vairāk sildītāju, jo labāk izmanto nozartvaiku. Taču tas sādārdzina iekārtu un pieaug siltuma zudumi, tāpēc sildītāju skaits ir ierobežots. Arī sildīšanas temperatūrai ir robežas, lai ekonomaisers nezaudētu savu nozīmi. Tā, piemēram, ja $p_1=33$ bar un $t_1=435^\circ\text{C}$, maksimālā sildīšanas temperatūra $t_n=150^\circ\text{C}$, ja $p_1=90$ bar un $t_1=480^\circ\text{C}$, tad $t_n=215^\circ\text{C}$. Ar reģeneratīvo sildīšanu var panākt, ka cikla lietderības koeficients pieaug par 4...8%.

8.2.17. BINĀRIE CIKLI

No bināriem (divu darba vielu) cikliem praksē lieto tikai dzīvsudraba (Hg) — ūdens tvaiku ciklu. Dzīvsudraba tvaikam ir augsta temperatūra samērā zemā spiedienā, bet entalpija ievērojami mazāka nekā ūdens tvaikam. Uz 1 kg ūdens nepieciešami 8...12 kg dzīvsudraba. Iekārta sastāv no dzīvsudraba katla un turbīnas, kuras kondensatorā ražo ūdens tvaiku. To pārkarsē un novada uz ūdens tvaika turbīnu.

Kopīgo lietderības koeficientu nosaka pēc formulas

$$\eta_{kop} = \eta_{\text{Hg}} + (1 - \eta_{\text{Hg}}) \eta_{\text{H}_2\text{O}}. \quad (8.32)$$

8.2.18. SALDĒŠANAS MAŠĪNU CIKLI

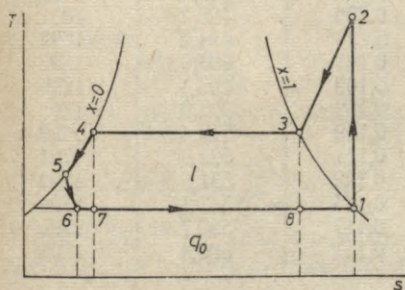
Saldēšanas cikla realizēšanai lieto apgriezto Ķarno ciklu ar dažām izmaiņām. Visplašāk lieto t. s. *tvaika* saldēšanas mašīnas, kurās darba viela maina savu agregātstāvokli. Tādu izlabotu Ķarno ciklu var uzskatāmi attēlot T — s koordināšu sistēmā (8.21. zīm.).

$q_0 \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$ — aukstuma ražība; $l \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right)$ — kompresora darbs; q_v — tilpuma aukstuma ražība 1 m³ kompresora iesūkšanas stāvoklī (punkts 1); $q_v = \frac{i_1 - i_6}{v_1} \left(\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)$. Cikls 8—3—4—7—8 (8.21. zīm.) ir Ķarno cikls tām pašām temperatūrām. No cikla laukumiem var spriest, ka faktiskā saldēšanas cikla lietderības koeficients nav zemāks par Ķarno cikla lietderības koeficientu.

8.22. zīmējumā parādīta saldēšanas mašīnas iekārtas shēma. Saldēšanas ciklu raksturo saldēšanas koeficients

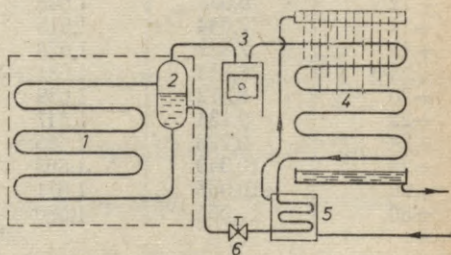
$$\varepsilon = \frac{q_0}{l} = \frac{i_1 - i_6}{i_2 - i_1} \quad (8.83)$$

Rūpniecības saldēšanas iekārtās kā darba vielu visbiežāk lieto amonjaku NH_3 . Mazākās iekārtās visvairāk sastopams freons-12 CF_2Cl_2 . Šo vielu termodinamiskās īpašības dotas 8.17. un 8.18. tabulā.



8.21. zīm. Saldēšanas mašīnas cikls $T-s$ koordināšu sistēmā:

1-2 — kompresora adiabatiskais saspiešanas process, 2-3 — pārkarsēšanas siltuma novadišana (kondensatorā), 3-4 — darba vielas kondensācija (kondensatorā), 4-5 — kondensāta pārdzesēšana dzesētājā, 5-6 — darba vielas drošēšana regulēšanas vārstulī, 6-1 — siltuma novadišana saldēšanas kamerā (iztvaikotājā)



8.22. zīm. Saldēšanas mašīnas iekārtas shēma:

1 — iztvaikotājs, 2 — šķidruma atdalītājs, 3 — kompresors, 4 — kondensators, 5 — dzesētājs, 6 — regulējošais vārstulis

Gāzu saldēšanas mašīnā darba viela visu laiku paliek gāzveida stāvoklī. Saldēšanas koeficients tajā ir mazāks nekā tvaika saldēšanas mašīnā, darba vielas daudzums lielāks, tāpēc nepieciešami liela tilpuma kompresori.

8.17. tabula. Amonjaka termodinamiskās īpašības

Temperatūra t , °C	Spiediens p , bar	Šķidruma īpatnējais tilpums v' , $\frac{l}{kg}$	Tvaika īpatnējais tilpums v'' , $\frac{m^3}{kg}$	Šķidruma entalpija i' , $\frac{kJ}{kg}$	Tvaika entalpija i'' , $\frac{kJ}{kg}$
1	2	3	4	5	6
-30	1,195	1,477	0,963	282,3	1641
-28	1,316	1,481	0,880	291,2	1644
-26	1,446	1,487	0,806	300,2	1647
-24	1,588	1,492	0,739	309,2	1650
-22	1,720	1,498	0,678	318,2	1653
-20	1,902	1,504	0,624	327,3	1656
-18	2,076	1,510	0,574	336,3	1659
-16	2,264	1,516	0,530	345,4	1661
-14	2,465	1,522	0,489	354,5	1664
-12	2,679	1,528	0,452	363,6	1667
-10	2,909	1,534	0,418	372,7	1669
-8	3,154	1,540	0,388	381,8	1672
-6	3,414	1,546	0,360	391,0	1674

8.17. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5	6
-4	3,688	1,553	0,334	400,2	1676
-2	3,981	1,559	0,311	409,4	1679
0	4,294	1,566	0,290	418,7	1681
+2	4,625	1,573	0,270	427,9	1683
+4	4,975	1,580	0,252	437,2	1685
+6	5,345	1,587	0,235	446,5	1687
+8	5,736	1,594	0,220	455,8	1689
+10	6,150	1,601	0,206	465,2	1691
+12	6,585	1,608	0,193	474,6	1693
+14	7,044	1,616	0,181	483,9	1695
+16	7,529	1,623	0,169	493,4	1696
+18	8,038	1,631	0,159	502,9	1698
+20	8,572	1,639	0,149	512,4	1699
+22	9,134	1,647	0,141	521,9	1701
+24	9,723	1,655	0,132	531,5	1702
+26	10,340	1,663	0,125	541,1	1704
+28	10,987	1,671	0,117	550,7	1705
+30	11,665	1,680	0,111	560,4	1706

8.18. tabula. Freona-12 termodinamiskās īpašības

Temperatūra t , °C	Spiediens p , bar	Sķidrums īpatnējais tilpums v' , $\frac{l}{kg}$	Tvaika īpatnējais tilpums v'' , $\frac{m^3}{kg}$	Sķidrums entalpija i' , $\frac{kJ}{kg}$	Tvaika entalpija i'' , $\frac{kJ}{kg}$
-30	1,005	0,6728	0,1633	391,8	559,2
-28	1,093	0,6755	0,1492	393,5	560,2
-26	1,189	0,6781	0,1382	395,3	561,2
-24	1,290	0,6808	0,1282	397,0	562,2
-22	1,396	0,6835	0,1190	398,8	563,2
-20	1,510	0,6864	0,1106	400,5	564,1
-18	1,632	0,6892	0,1030	402,3	565,1
-16	1,760	0,6921	0,0960	404,1	566,1
-14	1,897	0,6951	0,0895	405,9	567,0
-12	2,041	0,6982	0,0836	407,7	568,0
-10	2,193	0,7011	0,0781	409,5	568,9
-8	2,354	0,7043	0,0731	411,3	569,9
-6	2,523	0,7076	0,0684	413,2	570,8
-4	2,702	0,7107	0,0642	415,0	571,8
-2	2,890	0,7140	0,0602	416,8	572,7
0	3,088	0,7174	0,0566	418,7	573,6
+2	3,296	0,7208	0,0533	420,6	574,5
+4	3,513	0,7242	0,0501	422,4	575,4
+6	3,743	0,7276	0,0472	424,3	576,3
+8	3,983	0,7312	0,0445	426,2	577,2
+10	4,235	0,7348	0,0420	428,1	578,1
+12	4,400	0,7384	0,0397	430,0	579,0
+14	4,773	0,7420	0,0375	432,0	579,9
+16	5,060	0,7457	0,0354	433,9	580,8
+18	5,360	0,7495	0,0335	435,8	581,6
+20	5,673	0,7534	0,0317	437,8	582,5
+22	6,000	0,7575	0,0301	439,7	583,3
+24	6,340	0,7616	0,0285	441,7	584,1
+26	6,694	0,7657	0,0270	443,8	584,9
+28	7,062	0,7699	0,0256	445,8	585,7
+30	7,445	0,7742	0,0243	447,8	586,5

8.2.19. MITRS GAISS

Mitru gaisu var uzskatīt kā pārkarsētā ūdens tvaika un sausā gaisa maisījumu, tādēļ $p = p_g + p_{tv}$, kur p ir barometriskais spiediens ($\frac{N}{m^2}$); p_g un p_{tv} — sausā gaisa un ūdens tvaika parciālie spiedieni.

Sausā gaisa konstante $R_g = 288,5 \frac{kJ}{kg \cdot deg}$; pārkarsētā ūdens tvaika —
 $R_{tv} = 461,6 \frac{kJ}{kg \cdot deg}$.

Piesātinātā gaisa *absolūto mitrumu* apzīmē ar $q''_{tv} \left(\frac{kg}{m^3} \right)$. *Relatīvais mitrums* $\varphi = \frac{q_{tv}}{q''_{tv}} = \frac{p_{tv}}{p''_{tv}}$, kur p''_{tv} ir spiediens, kas atbilst piesātinātam tvaikam tajā pašā temperatūrā; $p_{tv} = \varphi p''_{tv}$; p''_{tv} nosaka pēc mitrā gaisa temperatūras (8.13. tab.).

Aprēķinos lieto *mitruma saturu* d , kas ir tvaika masas (gramos) attiecība pret sausā gaisa masu (kilogramos):

$$d = \frac{1000 q_{tv}}{q_g} = 622 \frac{p_{tv}}{p - p_{tv}} = 622 \frac{\varphi p''_{tv}}{p - \varphi p''_{tv}} \frac{g}{kg \cdot s.g.} \quad (8.84)$$

Rasas punkta temperatūra ir temperatūra, kad tvaika parciālais spiediens sasniedz piesātināta tvaika spiedienu, gaisam atdziestot pie nemainīga mitruma satura.

Mitrā gaisa *entalpija* $I = i_g + i_{tv} \frac{kJ}{kg \cdot s.g.}$ arī attiecināta uz 1 kg sausā gaisa. To var izteikt vēl šādi:

$$I = c_{pg}t + 0,001 d (r_0 + c_{ptv}t) = 1,0 t + 0,001 d (2500 + 1,93 t) \frac{kJ}{kg \cdot s.g.} \quad (8.85)$$

Mitrā gaisa *īpatnējā masa*

$$\rho = \rho_g + \rho_{tv} = \frac{p(1000 + d)}{(622 + d) 461,6 T} \frac{kg}{m^3} \quad (8.86)$$

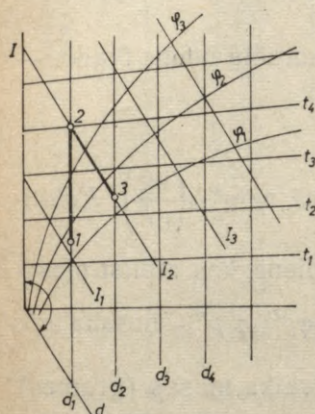
Mitrā gaisa *īpatnējais tilpums*

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{(622 + d) 461,6 T}{p(1000 + d)} \frac{m^3}{kg} \quad (8.86.a)$$

Īpatnējais tilpums, attiecināts uz 1 kg sausā gaisa,

$$v_s = \frac{(622+d)461,6 T}{1000p} = \frac{(622+d) T}{215 \cdot 10^3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s.g.}}, \quad (8.87)$$

kur T — °K; $p = 99330 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.



8.23. zīm. Žāvēšanas process
 $I-d$ diagrammā

$I-d$ diagramma (8.23. zīm.) apvieno sevī 4 mitrā gaisa parametrus: I , d , t , φ .

Gaisa sildīšanas process $1-2$ noris pie konstanta mitruma satura d . Žāvēšanas process $2-3$ noris pie konstanta gaisa siltuma satura I . Gaisa daudzumu m_g , kas nepieciešams 1 kg mitruma uzņemšanai no žāvējamās vielas, aprēķina pēc sa-
karības:

$$m_g = \frac{1000}{d_3 - d_1} \frac{\text{kg gaisa}}{\text{kg mitruma}}. \quad (8.88)$$

Siltums, kas jāpatērē, lai iztvaikotu 1 kg mitruma no žāvējamās vielas:

$$q = \frac{I_3 - I_1}{d_3 - d_1} 1000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}. \quad (8.89)$$

8.3. SILTUMA PĀREJA

Siltuma pāreja (transmisija) no viena ķermeņa uz otru (vai no vienas ķermeņa daļas uz otru) noris trejādi — ar siltuma vadīšanu (kondukciju), konvekciju un starošanu (radiāciju).

Siltuma vadīšanā enerģiju pārnes molekulas un atomi (metālos arī brīvo elektronu plūsma), savstarpēji saduroties.

Siltuma pāreja ar konvekciju notiek gāzēs un šķidrums, kad siltumu pārnes lielas molekulu grupas pārvietojoties un sajaucoties. Izšķir brīvo un piespiedu konvekciju. Vienlaicīgi ar konvekciju siltums pāriet arī siltuma vadīšanas ceļā.

Siltuma pāreju konvekcijas ceļā no cieta ķermeņa virsmas uz gāzi vai šķidrumu un otrādi — no gāzes vai šķidrums uz cieta ķermeņa virsmu — sauc par siltuma atdevi.

Siltuma starošanā viens ķermenis daļu iekšējās enerģijas atdod otram ar siltuma stariem — elektromagnētiskajām svārstībām.

Praksē biežāk sastop siltuma komplekso pāreju, kad enerģiju pārnes vienlaicīgi vairākos veidos.

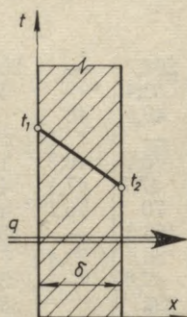
8.3.1. SILTUMA VADĪSANA

Cauri *plakanai sienai* (plāksnei) pārvadīto siltuma daudzumu laika vienībā (8.24. zīm.) aprēķina pēc formulas

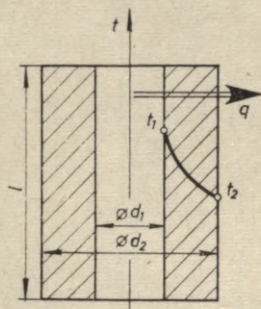
$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (t_1 - t_2) \text{ W}. \quad (8.90)$$

Tas pats caurules sienai (8.25. zīm.):

$$Q = \frac{2\pi l \lambda}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (t_1 - t_2) \text{ W}, \quad (8.90.a)$$



8.24. zīm. Siltuma plūsma caur plāksni



8.25. zīm. Siltuma plūsma caur caurules sienu

kur F (m^2) — plāksnes virsma;
 δ (m) — sienas biezums;
 l (m) — caurules garums;
 d_1 un d_2 (m) — caurules iekšējais un ārējais diametrs;
 t_1 un t_2 ($^{\circ}\text{C}$) — plāksnes resp. caurules virsmas temperatūra;
 $\lambda \left(\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{deg}} \right)$ — sienas materiāla siltumvadītspējas koeficients.

Koeficienta λ skaitliskās vērtības dažādām vielām sakopotas 8.19...8.26. tabulā.

Attiecību $\frac{\lambda}{\delta} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{deg}} \right)$ sauc par plāksnes vai vispārīgi — vielas siltumvadītspēju, bet $\frac{\delta}{\lambda} \left(\frac{\text{deg} \cdot \text{m}^2}{\text{W}} \right)$ — par termisko pretestību. Apzīmējot $\frac{\delta}{\lambda} = R$ un $t_1 - t_2 = \Delta t$, siltuma plūsma cauri sienas 1 m^2 laukumam ($F=1$) ir $q = \frac{\Delta t}{R}$ (W/m^2).

Ja plāksne sastāv no n kārtām, tad

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{\Delta t}{R_{\Sigma}} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \text{ W}/\text{m}^2, \quad (8.91)$$

kur $R_{\Sigma} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ ir plāksnes kopīgā termiskā pretestība.

8.19. tabula. Metālu siltumvadītspējas koeficients $\lambda \left(\frac{W}{m \cdot \text{deg}} \right)$

Materiāls	Temperatūra t , °C					
	0	20	100	200	300	500
<i>Metāli</i>						
Alumīnijs	—	205,9	204,7	—	230,3	267,5
Alva	—	59,9	63,4	—	33,8	32,5
Čuguns (ķets)	—	50	49,5	48	47	37
Dzelzs	—	78,3	—	61,1	55	47,5
Dzīvsudrabs	—	7,9	8,9	10,3	11,7	13,2
Kālijs	—	97,1	47,7	47,1	41,9	37,8
Litijs	—	71,1	70	46,1	46,7	47,8
Magnijs	—	172,1	166,3	—	136,1	133,8
Nātrijs	—	133,9	86,1	81,4	74,5	68,6
Niķelis	—	92,3	82,6	—	64	61,6
Sudrabs (99,9%)	410	—	392	372	362	366
Svins	—	34,9	33,4	—	28,1	15,5
Tērauds 15, rūdīts	50,3	—	53,1	52,2	49,3	42,8
atkvēlināts	52,3	—	53,4	53,3	49,3	42,8
Tērauds 45, rūdīts	32	—	36,1	39,2	40,6	38
atkvēlināts	45,9	—	47,8	47,1	44,8	38,6
Varš (99,8%)	386,1	—	379,1	373,1	—	—
<i>Alumīnija sakausējumi</i>						
92% Al, 8% Mg	102,3	105,8	123	147,6	—	—
80% Al, 20% Si	158	160,5	168,5	174,4	—	—
Dūralumīnijs 94...96% Al, 3...5% Cu, 0,5% Mg	159	165	181	194	—	—
<i>Vara sakausējumi</i>						
Bronza						
АЖН11-6-6	63,7	—	71,3	77,3	82,1	94,2
МЛС8-20	32,1	—	37,3	43	45,9	51,4
МЛ5	94,2	—	102,8	112,0	121,8	—
Cu+5% Sn+2% Zn+0,15% P	80,2	—	92,5	—	114,6	131,4
Cu+10% Ni	59,3	—	66,3	74,9	81,1	102,1
Cu+60% Ni	22,1	—	25,6	33,1	39,7	—
Misiņš						
Л68	105,8	—	109,3	110,3	114	119,8
Л62	105,8	—	119,8	137,2	152,4	186,1
ЛАН59-3-2	83,7	—	96,5	109,3	122,1	143
ЛМЦ58-2	70,2	—	81,4	90,7	100	117,5
ЛС59-1В	104	—	115	127	138	162
Tombaks, velmēts, ЛТ90	114	—	125,6	141,9	157	188,4
<i>Karstumizturīgie tēraudi</i>						
1Х18Н9Т(ЭЯ1Т)	—	—	16	17,5	19,2	22,3
1Х14Н14В2(ЭИ257)	—	—	15,6	17,1	18,7	21,6
ЭИ612 un ЭИ612К	—	—	13,9	—	30,3	44,2

8.20. tabula. Nemetāla materiālu siltumvadītspējas koeficients λ un īpatnējais siltums c 20 °C temperatūrā

Materiāls	ρ , kg/m ³	λ , W/m · deg	c , kJ/kg · deg
Apmetums	1600 ... 1800	0,70 ... 1,16	0,84
Asfalts	2120	0,60 ... 0,75	1,68
Betons	1600 ... 2000	0,84 ... 1,28	0,84
Dzelzsbetons	2200	1,55	0,84
Evejskaidas, sausas (pildījumam)	300	0,12	—
Gumija	1200	0,14 ... 0,16	1,38
Ģipsis (formēts, sauss)	1250	0,43	0,84 ... 0,92
Izdedži (no katlu mājām)	1000	0,29	0,75
Izdedžu betons	1500	0,70	0,80
Kartons, gaissaus	—	0,14 ... 0,35	1,5
Katlakmens:			
ar lielu ģipša saturu	2000 ... 2700	0,7 ... 2,3	—
ar lielu kaļķa saturu	1000 ... 2500	0,15 ... 2,3	—
ar lielu silikāta saturu	300 ... 1200	0,08 ... 0,23	—
Koksne (mitrums 6 ... 10%)	450 ... 825	0,11 ... 0,20	2,50
Ķieģeļu mūris	1600 ... 1900	0,68 ... 0,87	0,84
Ledus (0 °C)	917	2,20	2,26
Māli	1600 ... 2000	0,70 ... 0,93	0,84
Māli, ugunsnoturīgie	1850	1,04	1,09
Papīrs, parastais, gaissaus	—	0,14	1,5
Porcelāns	2400	1,04	1,10
Presšpans	—	0,22 ... 0,25	—
Saplāksnis, līmēts	600	0,15	2,5
Smiltis, upes, sausas	1520	0,30 ... 0,38	0,80
Sniegs (0 °C), irdens	200	0,15	2,1
sablīvēts	400	0,35	2,1
Stikls, parastais	2500	0,75	0,67
Tekstolīts	1300 ... 1400	0,23 ... 0,34	1,50
Zāģu skaidas, sausas (pildījumam)	250	0,09	—
Zīds	100	0,043 ... 0,058	—

8.21. tabula. Siltumizolācijas materiālu siltumvadītspējas koeficients λ

Materiāls	ρ , kg/m ³	t , °C	λ , W/m · deg	Maksi- mālā lietošanas tempera- tūra, °C
1	2	3	4	5
Aerogels	90 ... 120	0 ... 50	0,024 ... 0,030	760
Alumīnija folijas (granulētas) izolācija	90 ... 120	20	0,064	550
Azbesta aukla	—	100	0,16	220
Azbesta kartons	1000	100	0,17	600
Azbocementa plātnes	300 ... 500	50	0,087 ... 0,10	450
Azbozurīts, gaissaus:				
klase ДИ	450 ... 650	100	0,093 ... 0,15	600
klase Д	650 ... 750	100	0,19 ... 0,21	900
klase Т	850 ... 950	100	0,23 ... 0,26	900
Diatomīts, sauss	500 ... 700	50 ... 350	0,14 ... 0,27	900

8.21. tabulas turpinājums

1	2	3	4	5
Gāzbetons «Siporekss»:				
normālais	800...900	20	0,22...0,25	1200
izolācijas	600...700	20	0,137...0,14	1200
sienu	1100...1200	20	0,31...0,40	1200
Koksnes šķiedru plātnes	150...350	20	0,055...0,09	100
Korķa plātnes	260	20	0,06	120
Mīnerālvate	100...200	30	0,044...0,052	600
Porainais silikātbetons	300...1200	20	0,11...0,28	—
Skaidu plātnes	500...700	20	0,077...0,096	100
Sovelīta plātnes	400	30...100	0,086...0,093	500
Stikla vate	150	30...100	0,045...0,060	450
Sūnbetons, autoklāvu, bez ar- matūras	100...400	30	0,15...0,40	400
Sūnstikls	100...600	20	0,036...0,17	300
Ugunsizturīgie dinasa (ДЛ-1,2), kaolina (КЛ-1,3), šamota un pusškābie (АЛ-1,3 un БЛ-1,3) materiāli	1300	600	0,7	1300... 1500
Vizla	275	100	0,16	1100
Voiloks	140...230	20	0,05	100

Plastmasu izolācijas materiāli

Mipora	20	20	0,04	80
Poroplasts «1501» un «2003» ПХВ-Э	100...200	20	0,06	50
Putu poliepoksīdi ПЭ-1 un ПЭ-2	100...200	20	0,046...0,06	100...140
Sūnplasta ФФ plātnes	150...180	20	0,06	150
Sūnplasta ФС-7 plātnes	100	20	0,06	100
Sūnplasta ПС-1 plātnes	60...220	20	0,038	±60
Sūnplasta ФД plātnes	140...150	20	0,038...0,041	150
Sūnplasts ПХВ-1 un ПХВ-2	100...200	20	0,06	±60

8.22. tabula. Sausa gaisa īpašības 1,013 bar spiedienā

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{kg/m}^3$	$c_p, \text{kJ/kg} \cdot \text{deg}$	$\lambda \cdot 10^2, \text{W/m} \cdot \text{deg}$	$\nu \cdot 10^6, \text{m}^2/\text{s}$	Pr
-30	1,453	1,013	2,198	10,80	0,723
-10	1,342	1,009	2,361	12,43	0,713
0	1,293	1,005	2,442	13,28	0,707
10	1,247	1,005	2,594	14,16	0,705
30	1,165	1,005	2,757	16,00	0,701
50	1,093	1,005	2,896	17,95	0,698
70	1,029	1,009	3,129	20,02	0,694
100	0,946	1,009	3,338	23,13	0,688
140	0,854	1,017	3,641	27,80	0,684
180	0,779	1,022	3,780	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,931	34,85	0,680
250	0,674	1,038	4,269	40,61	0,677
300	0,616	1,047	4,606	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,908	56,46	0,676
400	0,524	1,068	5,211	63,09	0,678

8.23. tabula. Ūdens īpašības uz piesātinājuma līnijas

t , °C	p , bar	c_p , kJ/kg · deg	λ , W/m · deg	$\nu \cdot 10^6$, m ² /s	Pr
0	0,00611	4,212	0,551	1,789	13,67
10	0,01227	4,191	0,574	1,306	9,52
20	0,02337	4,183	0,599	1,006	7,02
40	0,07374	4,174	0,634	0,659	4,31
60	0,1992	4,178	0,659	0,478	2,98
80	0,4735	4,195	0,674	0,365	2,21
100	1,0132	4,220	0,683	0,295	1,75
120	1,9853	4,250	0,686	0,252	1,47
140	3,614	4,287	0,685	0,217	1,26
160	6,180	4,346	0,683	0,191	1,10
180	10,027	4,417	0,674	0,173	1,00
200	15,550	4,505	0,663	0,158	0,93
220	23,200	4,614	0,646	0,148	0,89
240	33,478	4,756	0,628	0,141	0,87
260	46,94	4,949	0,605	0,135	0,87
280	64,19	5,229	0,574	0,131	0,90
300	85,91	5,736	0,540	0,128	0,97
320	112,89	6,573	0,506	0,128	1,11
340	146,07	8,164	0,457	0,127	1,39
360	186,73	13,98	0,396	0,126	2,35
370	210,52	40,32	0,337	0,126	6,79

8.24. tabula. Sausa piesātināta ūdens tvaika īpašības

t , °C	p , bar	c_p , kJ/kg · deg	$\lambda \cdot 10^2$, W/m · deg	$\nu \cdot 10^6$, m ² /s	Pr
100	1,0132	2,135	2,4	20,02	1,08
120	1,9853	2,203	2,6	11,46	1,09
140	3,614	2,312	2,8	6,89	1,12
160	6,180	2,478	3,0	4,39	1,18
180	10,027	2,705	3,3	2,93	1,25
200	15,550	3,020	3,6	2,03	1,36
220	23,200	3,400	3,9	1,45	1,47
240	33,478	3,880	4,3	1,06	1,61
260	46,94	4,470	4,8	0,794	1,75
280	64,19	5,240	5,5	0,600	1,90
300	85,91	6,280	6,3	0,461	2,13
320	112,89	8,22	7,5	0,353	2,50
340	146,07	12,73	9,3	0,272	3,35
360	186,73	23,1	12,8	0,202	5,23
370	210,52	56,60	17,1	0,166	11,10

Ja caurule sastāv no vairākām koncentriskām kārtām, tad siltuma plūsma caur 1 m garas caurules sienu:

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{2\pi(t_1 - t_{n+1})}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \dots + \frac{1}{\lambda_n} \ln \frac{d_{n+1}}{d_n}} \text{ W/m.} \quad (8.92)$$

Ja caurules sienas ir relatīvi plānas ($\frac{d_2}{d_1} \leq 2$), tad siltuma pāreju var aprēķināt pēc plāksnei dotās formulas; kļūda nepārsniedz 4%.

8.25. tabula. Gāzu īpašības 1,013 bar spiedienā

Gāze	t , °C	ρ , kg/m ³	c_p , kJ/kg · deg	$\lambda \cdot 10^2$, W/m · deg	$\nu \cdot 10^6$, m ² /s	Pr
Amonjaks NH ₃	0	0,771	2,043	2,11	12,2	0,908
	100	0,564	2,219	3,40	23,2	0,852
Metāns CH ₄	0	0,717	2,165	3,07	14,5	0,734
	100	0,525	2,448	4,65	25,1	0,698
Ogļskābā gāze CO ₂	0	1,968	0,816	1,47	7,1	0,780
	100	1,447	0,914	2,28	12,6	0,733
Propāns C ₃ H ₈	0	2,00	1,549	1,52	3,81	0,762
	100	1,44	2,018	2,63	6,94	0,768
Skābeklis O ₂	0	1,43	0,913	2,44	13,6	0,720
	100	1,05	0,934	3,26	23,1	0,686
Slāpeklis N ₂	0	1,250	1,030	2,44	13,3	0,705
	100	0,916	1,034	3,14	22,5	0,678

8.26. tabula. Amonjaka un freona-12 īpašības uz piesātinājuma līknes

Vielā	t , °C	p , bar	λ , W/m · deg	c_p , kJ/kg · deg	$\nu \cdot 10^6$, m ² /s	Pr
Amonjaks NH ₃	-30	1,196	0,57	4,438	0,354	1,89
	-20	1,902	0,57	4,522	0,304	1,62
	-10	2,903	0,56	4,576	0,263	1,39
	0	4,295	0,55	4,622	0,235	1,27
	10	6,149	0,52	4,685	0,209	1,18
	20	8,571	0,50	5,192	0,183	1,09
	Freons-12	-30	1,000	0,106	0,896	0,252
-20		1,510	0,101	0,904	0,232	3,11
-10		2,187	0,097	0,909	0,224	3,01
0		3,089	0,092	0,929	0,211	2,98
10		4,227	0,087	0,942	0,203	2,80
20		5,668	0,083	0,963	0,198	3,06
30		7,433	0,078	0,963	0,194	3,10

8.3.2. SILTUMA PĀREJA AR KONVEKCIJU

Siltuma daudzumu Q , ko ķermeņa virsma laika vienībā atdod vai saņem no šķidrums, resp. gāzes, aprēķina pēc vienādojuma

$$Q = \alpha F (t_1 - t_2), \quad (8.93)$$

kur α $\left(\frac{W}{m^2 \cdot \text{deg}} \right)$ — siltuma atdeves koeficients;

F (m²) — sildvirsmas laukums;

t_1 un t_2 — sienas virsmas un šķidrums (gāzes) vidējā temperatūra.

Siltuma atdeves koeficienta skaitliskās vērtības svārstās plašās robežās (8.27. tab.) un ir atkarīgas no daudziem faktoriem.

8.27. tabula. Siltuma atdeves koeficienta α aptuvenās vērtības

Siltumnesējs	α , W/m ² · deg
Gaiss iekštelpās gar sienām un sildķermeņiem	5 ... 10
Gaiss gar ēku ār sienām mērenā vējā	20 ... 40
Gaiss gar ēku ār sienām vētrā	100 ... 150
Gāze brīvā konvekcijā	3 ... 20
Gāze piespiedu konvekcijā	10 ... 100
Pārkarsētā ūdens tvaika plūsma caurulē	600 ... 1200
Ūdens brīvā konvekcijā traukos	600 ... 3500
Ūdens plūsma caurulēs	1000 ... 6000
Verdošs ūdens	3000 ... 7000
Mitrs tvaiks	8000 ... 12000
Ūdens tvaiks kondensējoties	8000 ... 40000

Siltuma atdeves koeficienta α atkarību no siltuma pārejas norises īpatnībām raksturo ar bezdimensionāliem lielumiem, t. s. līdzības kritērijiem.

Nuselta kritērijs

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} = \frac{\alpha l}{ac_{pQ}} \quad (8.94)$$

raksturo siltuma atdevi. To sauc par nosakāmo kritēriju, jo tas satur meklējamo lielumu α . Šeit λ — šķidrā vai gāzveida siltumnesēja siltumvadītspējas koeficients.

Reinoldsa kritērijs

$$Re = \frac{\omega l}{\nu} \quad (8.95)$$

izsaka plūsmu hidrodinamisko jeb kinemātisko līdzību. Dažādu vielu plūsmas arī atšķirīgas formas kanālos ir līdzīgas, ja tām vienādi Reinoldsa kritēriji ($Re = idem$).

Grashofa kritērijs

$$Gr = \frac{gl^3\beta\Delta t}{\nu^2} = \frac{gl^2\beta\Delta t}{\omega\nu} Re \quad (8.96)$$

raksturo kinemātisko līdzību brīvās konvekcijas gadījumā.

Prandtla kritērijs

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{Pe}{Re} \quad (8.97)$$

ir fizikālās līdzības kritērijs, jo atkarīgs tikai no fizikāliem parametriem.

Peklē kritērijs

$$Pe = \frac{\omega l}{a} = Re Pr \quad (8.98)$$

izsaka siltuma līdzību.

Furjē kritērijs

$$Fo = \frac{a\tau}{l^2} \quad (8.99)$$

raksturo nestacionāro norišu līdzību, ķermeņiem sasilstot vai atdziesot.

Bio kritērijs

$$Bi = \frac{al}{\lambda} \quad (8.100)$$

izsaka cieta ķermeņa temperatūras lauka sakarību ar siltuma atdevi ķermeņa virsmai. Šeit λ — cietā ķermeņa siltumvadītspējas koeficients.

Stantona kritērijs

$$St = \frac{\alpha}{w_{qc}c_p} = \frac{Nu}{Re Pr} \quad (8.101)$$

raksturo siltuma atdevi konvekcijas ceļā ķermeņa ārējai virsmai.

Galileja kritērijs

$$Ga = \frac{gl^3}{\nu^2} \quad (8.102)$$

raksturo molekulāro berzes spēku attiecību pret smaguma spēkiem. Dažādos speciālos gadījumos lieto vēl citus kritērijus.

8.3.3. KONVEKTIVĀS SILTUMA PĀREJAS APREĶINA FORMULAS

Siltuma atdeves koeficientu α atrod no Nu kritērija, kuru parasti aprēķina pēc kritēriālā veidā izteiktām formulām.

Brīvās konvekcijas aprēķiniem lieto formulu:

$$Nu = C (Gr Pr)^n \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0.25}, \quad (8.103)$$

kur Nu — Nuselta kritērija vidējā vērtība visai sildvirsmi. Gr un Pr kritēriji jāaprēķina siltumnesēja plūsmas vidējai temperatūrai, bet Pr_s — jāaprēķina robežslāņa temperatūrai (praktiski sienas virsmas temperatūrai).

Par raksturotāju izmēru l (Gr izteiksmē) vertikālām caurulēm un plāksnēm pieņem augstumu, bet horizontālām caurulēm — caurules diametru.

Prandtla kritērijs gāzēm temperatūras ietekmē mainās maz, tāpēc $Pr \approx \text{const}$ un $\frac{Pr}{Pr_s} \approx 1$.

Piespiedu konvekcijai gar plakanām virsmām lieto formulu

$$Nu = C Re^m Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25} \quad (8.104)$$

Seit pieņem, ka neizotermiska plūsma pāriet turbulentā, ja $Re > 4 \cdot 10^4$.

8.28. tabula. C un n vērtības 8.103. formulā

Plūsmas režīms	C	n
Gr $Pr = 10^3 \dots 10^9$		
a) horizontālām caurulēm	0,5	0,25
b) vertikālām virsmām	0,76	0,25
Gr $Pr > 10^9$ (turbulenta plūsma)	0,15	0,33

8.29. tabula. C un m vērtības 8.104. formulā

Plūsmas režīms	C	m
Laminārai plūsmai ($Re < 4 \cdot 10^4$)	0,66	0,50
Turbulentai plūsmai, aprēķinot vidējo siltuma atdevi gar visu sildvirsmu	0,037	0,80

Par plūsmas aprēķina ātrumu ņem siltumnesēja pieplūdes ātrumu, ar kādu tas pieplūst sildvirsmi.

Piespiedu konvekcija caurulēs. Laminārai plūsmai ($Re < 2 \cdot 10^3$) var lietot šādu formulu:

$$Nu = 0,15 Re^{0,33} Pr^{0,43} Gr^{0,1} \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25} \quad (8.105)$$

un turbulentai plūsmai ($Re > 10^4$):

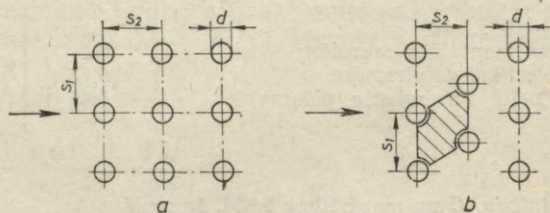
$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25} \quad (8.106)$$

Abas pēdējās formulas derīgas, ja caurules garuma attiecība pret diametru pārsniedz 50. Aprēķinot siltuma atdevi īsākās caurulēs, aprēķinātās a vērtības ir nedaudz mazākas par faktiskajām. Formulas lietojamas arī citāda šķērsriezuma formas caurulēm, tikai par raksturīgo lineāro izmēru l jāņem ekvivalentais diametrs $d_e = \frac{4f}{U}$, kur f (m^2) — kanāla šķērsriezuma laukums; U (m) — kanāla perimetrs. Taisnstūra šķērsriezuma kanālam $d_e = \frac{2ab}{a+b}$, kur a un b ir

taisnstūra malu garumi. Gredzenveida kanālam $d_e = d_2 - d_1$, kur d_1 un d_2 — kanāla iekšējais un ārējais diametrs. Taisnstūra kanālam formulas (8.105) un (8.106) pareizas, ja $\frac{a}{b} = 1 \dots 40$, bet gredzenveida kanāliem, — ja $\frac{d_2}{d_1} = 1 \dots 5,6$.

Ja plūsma apskalo cauruļu kūli (8.26. zīm.) garenvirzienā, tad

$$d_e = \frac{4f}{U} = \frac{4s_1s_2}{\pi d} - d.$$



8.26. zīm. Cauruļu izvietojums kūlī:
a — taisnstūru virsotnēs (kolonnās), b — rombu virsotnēs (šahveidā)

Siltuma konvekcija šķērsplūsmā. Siltuma atdevi atsevišķai caurulei un cauruļu kūlim šķērsplūsmā aprēķina pēc formulas

$$Nu = C Re^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25} \quad (8.107)$$

8.30. tabula. C , m un n vērtības 8.107. formulā

Plūsmas raksturojums	C	m	n
a) Atsevišķai caurulei, ja $Re = 10 \dots 10^3$ Tas pats, ja $Re = 10^3 \dots 2 \cdot 10^5$	0,50 0,25	0,50 0,60	0,38 0,38
b) Cauruļu kūlim, ja $Re = 2 \cdot 10^2 \dots 2 \cdot 10^5$ un caurules izvietotas taisnstūru virsotnēs (8.26. zīm. a) Tas pats, ja izvietojums rombisks (8.26. zīm. b)	0,23 0,41	0,65 0,60	0,33 0,33

Nosakot siltuma atdevi atsevišķai caurulei, Reynoldsa kritērijs jāaprēķina ātrumam, kāds ir plūsmai pirms saskares ar cauruli. Cauruļu kūlim par aprēķina ātrumu jāņem ātrums kūļa šaurākajā vietā starp divām tuvākajām caurulēm. Par raksturīgo izmēru abos gadījumos pieņem caurules ārējo diametru.

Ja plūsmas virziens kūlī veido ar caurules garenisko asi leņķi

$\varphi < 90^\circ$, tad pēc formulas (8.107) aprēķinātās α vērtības jāpareizina ar koeficientu ε_φ .

φ°	90	80	70	60	50	40	30
ε_φ	1,00	1,00	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67

Cauruļu kūlī pirmo cauruļu rindu siltumnesējs apskalo kā atsevišķu cauruli, bet nākamajās rindās plūsma nonāk jau papildus turbulizēta. Pieņem, ka siltuma atdeve stabilizējas, sākot ar trešo rindu. 8.30. tabulā uzrādītās koeficienta un kāpinātāju skaitliskās vērtības attiecas uz kūļa trešo un tālākajām cauruļu rindām. Pirmajai cauruļu rindai abos cauruļu izvietojuma gadījumos pēc formulas (8.107) iegūtās Nu vērtības jāreizina ar 0,6, bet otrajai rindai — ar 0,9 taisnstūra izvietojumam un ar 0,7 rombiskajam.

Vidējo siltuma atdeves koeficienta α vērtību visam cauruļu kūlim aprēķina pēc formulas

$$\alpha = \frac{\sum \alpha_i F_i}{\sum F_i}, \quad (8.108)$$

kur $\alpha_i \left(\frac{W}{m^2 \cdot \text{deg}} \right)$ — siltuma atdeves koeficienti atsevišķām rindām;

F_i (m^2) — sildvirsmas laukumi atsevišķās rindās.

Šķidro metālu siltuma atdeve. Brīvai konvekcijai lieto šādas formulas:

1) ja $Gr = 10^2 \dots 10^9$, tad

$$Nu = 0,52 Gr^{0,25} Pr^{0,40}; \quad (8.109)$$

2) ja $Gr = 10^9 \dots 10^{13}$, tad

$$Nu = 0,106 Gr^{0,33} Pr^{0,40}. \quad (8.109.a)$$

Abās formulās fizikālie parametri jānosaka robežslāņa vidējai temperatūrai: $t = \frac{t_f + t_s}{2}$, kur t_f un t_s — siltumnesēja un sildvirsmas vidējā temperatūra.

Piespiedu konvekcijai Re kritērija robežās $10^4 \dots 10^6$ un $Pr = 4 \cdot 10^{-3} \dots 3,2 \cdot 10^{-2}$, ja $l/d > 30$, var lietot formulu

$$Nu = 4,5 + 0,014 Pe^{0,8}. \quad (8.110)$$

Šeit Pe kritēriju aprēķina plūsmas vidējai temperatūrai.

8.3.4. SILTUMA ATDEVE IZTVAIKOSANAS APSTĀKĻOS

Izšķir pūslīšu un plēves veida iztvaikošanu. Tvaika pūslīšu veidošanās un atrašanās veicina šķidruma sajaukšanos sildvirsmas tuvumā, tāpēc siltuma atdeve ļoti intensīva. Palielinot temperatūru

starpību Δt starp sildvirsmu un šķidrums, pieaug arī siltuma atdeve. Sasniedzot noteiktu Δt vērtību, pūslīšu iztvaikošana sāk pāriet plēves veida iztvaikošanā, kad tvaiks rodas uz visas sildvirsmas. Iztvaikojot ūdenim zem 1 bar spiediena, šī pāreja notiek aptuveni pie $\Delta t \geq 25^\circ\text{C}$. Palielinot Δt virs šīs kritiskās vērtības, siltuma atdeves intensitāte strauji samazinās, jo siltuma atdeve plēves veida iztvaikošanā ir 20...30 reizes mazāka nekā pūslīšu iztvaikošanā.

Pūslīšu iztvaikošanas aprēķiniem lieto šādu formulu:

$$\text{Nu} = C \text{Re}^m \text{Pr}^{0,33}, \quad (8.111)$$

Šeit fizikālie parametri jānosaka vārišanās temperatūrā. Nemetāla šķidrumiem:

ja $\text{Re} \leq 0,01$, tad $C = 0,0625$ un $m = 0,5$;

ja $\text{Re} \geq 0,01$, tad $C = 0,125$ „ $m = 0,65$.

Izteiksme (8.111) derīga robežās $\text{Re} = 10^{-5} \dots 10^4$, $\text{Pr} = 0,86 \dots 7,6$ un $w \leq 7$ m/s.

Verdošiem metāliem $\text{Re} \geq 0,01$. Tādā gadījumā Pr kāpinātājs jāņem m (tāds pats kā Re).

Pūslīšu iztvaikošanai ūdenim brīvajā konvekcijā spiedienam 1...50 bar siltuma atdeves koeficientu aprēķina pēc šādas formulas:

$$\alpha = 3,15 q^{0,7} p^{0,15} = 45,8 \Delta t^{2,33} p^{0,5}, \quad (8.112)$$

kur q (W/m^2) — sildvirsmas termiskā slodze;

p (bar) — absolūtais spiediens;

Δt (deg) — sildvirsmas un šķidruma temperatūru starpība.

8.3.5. SILTUMA ATDEVE KONDENSĒJOTIES

Uz cietas virsmas tvaiks parasti kondensējas plēves veidā, kad šķidrums veido gandrīz nepārtrauktu plēvi. Tas ir tad, ja šķidrums slapina virsmu. Ja šķidrums virsmu neslapina vai arī slapina to tikai daļēji, ir rasas vai pilienu kondensācija.

Nemetāla vielu plēves veida kondensācijā siltuma atdeve ir 5 līdz 20 reizes vājāka, nekā kondensējoties pilienos. Kondensējoties metāla tvaikiem, siltuma atdeve abos gadījumos gandrīz vienāda.

Liela ietekme ir gāzu klātbūtnei. Ja, piemēram, ūdens tvaiks satur 1% gaisa, tad siltuma atdeve samazinās par 60%.

Plēves kondensācijas aprēķiniem laminārai kondensāta plūsmai lieto šādas formulas:

1) horizontālām caurulēm

$$\text{Nu} = 0,72 (\text{GaPrK})^{0,25} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_s} \right)^{0,25}; \quad (8.113)$$

2) vertikālām virsmām

$$\text{Nu} = 0,42 (\text{GaPrK})^{0,28} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_s} \right)^{0,25}. \quad (8.114)$$

Šeit Pr — Prandtla kritērijs piesātinātā tvaika temperatūrai t'' ; Pr_s — Prandtla kritērijs sienas virsmas temperatūrai t_s ; K — kritērijs, kas raksturo vielas agregātstāvokļa maiņas nosacītās temperatūras $\left(\frac{r}{c_p}\right)$ attiecību pret temperatūras starpību $(t'' - t_s)$.

$$K = \frac{r}{c_p(t'' - t_s)}, \quad (8.115)$$

kur r — iztvaikošanas siltums;
 c_p — kondensāta īpatnējais siltums.

Par raksturīgo lineāro lielumu l (Ga kritērijā) horizontālai caurulei pieņem diametru, vertikālai virsmai — augstumu.

Ja tvaiks pārkarsēts, tad izteiksmē (8.115) r vietā jāievieto $r + (i_p - i'')$, kur i_p — pārkarsētā tvaika entalpija, bet i'' — sausa piesātinātā tvaika entalpija.

8.3.6. SILTUMA STAROŠANA

Siltuma enerģiju izstaro visi ķermeņi jebkurā temperatūrā virs absolūtās nulles. Vienlaicīgi ķermenis absorbē citu ķermeņu staroto enerģiju.

Siltuma jeb infrasarkanie stari (viļņu garums $0,8 \dots 400 \mu$) pēc rakstura līdzīgi gaismas stariem.

Ķermenis saņemto starošanas enerģiju Q var daļēji absorbēt (Q_A), daļēji atstarot (Q_R) un daļēji laist sev cauri (Q_D). Tad

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D.$$

Attiecību $\frac{Q_A}{Q} = A$ sauc par absorbcijas koeficientu. Attiecība $\frac{Q_R}{Q} = R$

ir atstarošanas (refleksijas) koeficients un $\frac{Q_D}{Q} = D$ — caurlaidības koeficients.

Pirmais Kirhhofa likums:

$$A + R + D = 1. \quad (8.116)$$

Ja $A = 1$, tad ķermenis visu starošanas ceļā saņemto enerģiju absorbē. Tie ir absolūti melni ķermeņi. Reāliem ķermeņiem $A < 1$, tāpēc tos sauc par pelēkiem ķermeņiem. Ķermeņa siltuma absorbcijas spēja atkarīga no vielas fizikālajām īpašībām, virsmas stāvokļa, krāsas un temperatūras.

Ķermeņus, kuriem $R = 1$, sauc par absolūti baltiem, jo tie visu uz tiem krītošo siltuma enerģiju atstaro.

Absolūti caurspīdīgiem jeb diatermiskiem ķermeņiem $D = 1$. Šādi ķermeņi visu uz tiem krītošo siltuma staru enerģiju laiž sev cauri. Attiecībā uz siltuma stariem praktiski caurspīdīgas ir divatomu gāzes.

Gāzes izstaro tikai noteikta garuma viļņus (selektīvā starošana), bet cieti ķermeņi un šķidrums izstaro dažāda garuma viļņus, veidojot nepārtrauktū viļņu spektru.

Starošanas intensitāte dažādās viļņu garuma joslās nav vienāda. Līdz ar ķermeņa temperatūras paaugstināšanos maksimālā starošanas intensitātes josla pārvietojas uz īsāko viļņu pusi. Sakarību starp ķermeņa absolūto temperatūru T (°K) un maksimālās starošanas intensitātes joslas viļņu garumu λ_m (μ) izsaka Vīna likums:

$$\lambda_m = \frac{2,9 \cdot 10^3}{T}, \quad (8.117)$$

Absolūti melna ķermeņa izstaroto enerģiju E_0 (W/m^2) nosaka pēc Stefana — Bolcmaņa likuma:

$$E_0 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (8.118)$$

kur $C_0 = 5,67 \left(\frac{W}{m^2 \cdot (^\circ K)^4} \right)$ ir absolūti melna ķermeņa starošanas koeficients; T — ķermeņa virsmas absolūtā temperatūra.

Stefana — Bolcmaņa likums spēkā arī pelēkiem ķermeņiem:

$$E = C \left(\frac{T}{100} \right)^4.$$

Šeit C — pelēkā ķermeņa starošanas koeficients.

Ķermeņa melnuma pakāpe ε (8.31. un 8.32. tab.) ir attiecība:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{C}{C_0}.$$

Pelēkā ķermeņa izstarotā enerģija

$$E = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (8.119)$$

8.31. tabula. Metālu virsmas melnuma pakāpe ε

Metāls un tā virsmas raksturojums	$t, ^\circ C$	ε
Alumīnija krāsojums	50	0,5
Alumīnijs, oksidējies	50 ... 500	0,2 ... 0,3
Bronza, poraina, ar raupju virsmu	50 ... 150	0,55
Cuguna lējums	50	0,81
Cuguns, vīrpots	800 ... 1000	0,6 ... 0,7
Dzelzs lējums, neapstrādāts	900 ... 1100	0,87 ... 0,95
Dzelzs, pārklāta ar rūsu	20	0,61 ... 0,85
Dzelzs, pēc apstrādes ar smirģeli	20	0,24
Dzelzs skārds, cinkots	30	0,23
Metāli, pulēti	50 ... 500	0,02 ... 0,10
Misiņš, nespodrs	20 ... 350	0,22
Platina stieple	50 ... 1000	0,06 ... 0,16
Svins, oksidējies	20 ... 200	0,28 ... 0,63
Tērauda velmējums	50	0,56
Tērauds ar raupju virsmu, oksidējies	50	0,80 ... 0,98
Tērauds, nerūsējošais, velmēts	700	0,45
Varš, oksidējies	50	0,6 ... 0,7

8.32. tabula. Nemetāla materiālu virsmas melnuma pakāpe ϵ

Materiāls un tā virsmas raksturojums	$t, ^\circ\text{C}$	ϵ
Azbesta kartons un azbošiferis	20	0,96
Ebonīts	20	0,89
Eļļas krāsas	100	0,92 ... 0,96
Gumija	20	0,86 ... 0,95
Izdedži	0 ... 1200	0,97 ... 0,70
Jumta pape	20	0,91 ... 0,93
Koksne, ēvelēta	20	0,8 ... 0,9
Kvēpi	20 ... 400	0,96
Ķieģeļi, dinasa	1000	0,66 ... 0,8
Ķieģeļi, korunda	1000	0,46
Ķieģeļi, magnezīta	1000 ... 1300	0,38
Ķieģeļi, sarkanie	20	0,88 ... 0,93
Ķieģeļi, šamota	1000 ... 1200	0,75 ... 0,59
Lakotas virsmas	40 ... 100	0,8 ... 0,98
Ledus	0	0,97
Māls, apdedzināts	70	0,91
Ogles	100 ... 600	0,81 ... 0,79
Porcelāns	20	0,7 ... 0,9
Smiltis	—	0,6
Sniegš	—	0,9
Stikls	20 ... 1500	0,94 ... 0,67
Vizla	—	0,72

Pēc otrā Kirhhofa likuma jebkuram ķermeņim absorbcijas koeficients ir vienāds ar šī ķermeņa melnuma pakāpi: $A = \epsilon$.

Diviem ķermeņiem ar dažādām virsmas temperatūrām (T_1 un T_2 °K) savstarpēji apstarojoties, otrais Kirhhofa likums arī ir spēkā, tikai tad ķermeņa melnuma pakāpe jāņem abu ķermeņu virsmu vidējai ģeometriskai temperatūrai $T_{vid} = \sqrt{T_1 T_2}$.

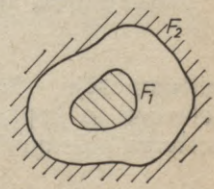
Ja apstarotā virsma novietota pret starojuma virzienu zem leņķa $\varphi < 90^\circ$, tad saskaņā ar Lamberta kosinusa likumu virsma saņem starošanas enerģiju $E_\varphi = E_n \cos \varphi$, kur E_n (W/m^2) — enerģijas daudzums, ko saņemtu virsma, ja to novietotu perpendikulāri starošanas virzienam.

Ja savstarpēji apstaro divu ķermeņu vienādas plakanas virsmas ar dažādām temperatūrām, tad siltuma daudzums, ko pirmais ķermenis atdod vai saņem no 1 m^2 virsmas laika vienībā, ir

$$q_{1-2} = \epsilon_n C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \quad (8.120)$$

kur ϵ_n — sistēmas reducētā melnuma pakāpe.

$$\epsilon_n = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$



Ja ķermeņi (piemēram, lodes) novietoti viens otrā (8.27. zīm.),

8.27. zīm. Starojošie ķermeņi novietoti viens otrā

tad

$$\varepsilon_n = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)},$$

kur F_1 un F_2 — iekšējā un ārējā ķermeņa virsmas laukumi.

Siltuma starošanas intensificēšanai cenšas paaugstināt starojošā ķermeņa temperatūru un pastiprināt melnuma pakāpi.

Aprēķinot gāzes starošanu, lietojama 8.119. formula, tikai ε vietā jāievieto gāzes melnuma pakāpe ε_g , ko nosaka ar nomogrammām.

8.3.7. SILTUMA KOMPLEKSĀ PĀREJA

Ja vienlaicīgi notiek starošana un konvekcija, tad siltuma plūsmu uz (vai no) 1 m^2 virsmas aprēķina kā konvekcijas (8.93. formula) un starošanas ceļā (8.120. formula) pārvadīto siltuma plūsmu summu:

$$q = \frac{Q}{F} = q_k + q_s = (\alpha_k + \alpha_s) (T_1 - T_2) = \alpha (T_1 - T_2), \quad (8.121)$$

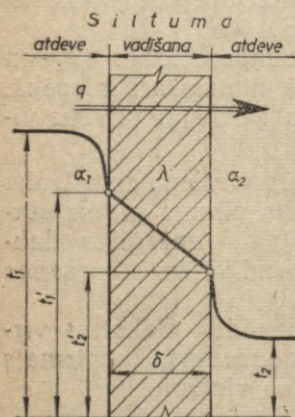
kur T_1 un T_2 — gāzes un sienas virsmas absolūtā temperatūra;

α — kopīgais siltuma atdeves koeficients;

α_k — siltuma atdeves koeficients, kas raksturo konvekcijas ceļā pārvadīto siltuma daudzumu;

α_s — siltuma atdeves koeficients, kas raksturo starošanas ceļā pārvadīto siltumu.

$$\alpha_s = \frac{\varepsilon_n C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{T_1 - T_2}, \quad (8.122)$$



8.28. zīm. Siltuma pāreja siltumapmaiņas aparātā

Dažādos siltumapmaiņas aparātos siltums no viena siltumnesēja uz otru pāriet cauri sienai (8.28. zīm.). Šai gadījumā siltuma plūsmai jāpārvar trīs termiskās pretestības — no karstā siltumnesēja uz sienu (starošana un konvekcija), tad cauri sienai (vadišana) un no sienas uz vēsāko

siltumnesēju (konvekcija). Starošanas efektu neievērojot vai arī ietverot kopīgajā siltuma atdeves koeficientā (8.121. formula), siltuma plūsmu (W/m^2) aprēķina pēc formulas

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_1 - t_2}{R_\Sigma} = k(t_1 - t_2), \quad (8.123)$$

kur

$$k = \frac{1}{R_{\Sigma}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \frac{W}{m^2 \cdot \text{deg}} \quad (8.124)$$

ir siltuma pārejas jeb siltuma transmisijas koeficients; $R_{\Sigma} \left(\frac{\text{deg} \cdot m^2}{W} \right)$ — kopīgā termiskā pretestība; t_1 un t_2 — karstā un vēsā siltumnesēja temperatūra.

Siltumam plūstot caur caurules sienu, siltuma pārejas koeficientu 1 m garai caurulei aprēķina pēc formulas

$$k_l = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} \frac{W}{m \cdot \text{deg}} \quad (8.125)$$

Ja caurules ārējā un iekšējā diametra attiecība $d_2/d_1 \leq 2$, tad caurules sienu var uzskatīt par plāksni un lietot 8.124. formulu.

Ja caurule sastāv no n koncentriskām kārtām (piemēram, izolēts cauruļvads), tad

$$k_l = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \dots + \frac{1}{2\lambda_n} \ln \frac{d_{n+1}}{d_n} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}} \frac{W}{m \cdot \text{deg}} \quad (8.126)$$

8.3.8. CAURUĻVADU SILTUMA IZOLĀCIJAS BIEZUMS

Izolēta cauruļvada ārējo diametru d_2 , kad tam ir maksimālie siltuma zudumi (minimālā termiskā pretestība), sauc par kritisko diametru d_{kr} . Ja

$$d_2 \leq d_{kr} = \frac{2\lambda}{\alpha_2}, \quad (8.127)$$

kur λ — izolācijas materiāla siltumvadītspējas koeficients un α_2 — siltuma atdeves koeficients caurules ārējai virsmai, tad nav lietderīgi izmantot doto izolācijas materiālu, bet jāizvēlas materiāls ar mazāku λ (lai $d_2 > d_{kr}$).

Aprēķinot elektrisko vadu izolāciju, cenšas panākt, lai $d_2 = d_{kr}$, jo tad tie vismazāk sakarst.

8.3.9. SILTUMAPMAIŅAS APARĀTU TERMISKAIS APREĶINS

Siltumapmaiņas aparātu konstruktīvajam aprēķinam lieto formulu

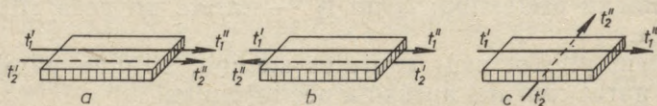
$$Q = kF\Delta\bar{t}, \quad (8.128)$$

kur $k \left(\frac{W}{m^2 \cdot \text{deg}} \right)$ — siltuma pārejas koeficients;

$F (m^2)$ — sildvirsmas laukums;

$\overline{\Delta t}$ — abu siltumnesēju temperatūru vidējā starpība.

$\overline{\Delta t}$ ir atkarīgs no abu siltumnesēju plūsmu savstarpējā virziena. Iespējami trīs gadījumi: līdzplūsma, pretplūsma un šķērsplūsma (8.29. zīm.).



8.29. zīm. Siltumnesēju plūsmas siltumapmaiņas aparātos:
a) — līdzplūsma, b) — pretplūsma, c) — šķērsplūsma

Līdzplūsmai

$$\overline{\Delta t} = \frac{(t'_1 - t'_2) - (t''_1 - t''_2)}{\ln \frac{t'_1 - t'_2}{t''_1 - t''_2}}, \quad (8.129)$$

pretplūsmai

$$\overline{\Delta t} = \frac{(t'_1 - t''_2) - (t''_1 - t'_2)}{\ln \frac{t'_1 - t''_2}{t''_1 - t'_2}}, \quad (8.130)$$

kur t'_1 un t'_2 — abu siltumnesēju sākuma temperatūras;
 t''_1 un t''_2 — siltumnesēju beigu temperatūras.

$\overline{\Delta t}$ pretplūsmā ir lielāks nekā līdzplūsmā, tāpēc pretplūsmas siltumapmaiņas aparātiem nepieciešamās sildvirsmas ir mazākas.

Siltumapmaiņas aparātos, kuros realizēta šķērsplūsma (8.29. zīm. c), siltumnesēju temperatūru vidējās starpības ir mazākas nekā pretplūsmai, bet lielākas nekā līdzplūsmai.

1. pielikums. SAĶARĪBAS STARP FIZIKĀLO LIELUMU
MĒRVIENĪBĀM

Spēks

Lielums	Apzīmē- jums	N	din	kg
1 ņūtons	N	1	$1 \cdot 10^5$	0,101972
1 dins	dyn	$1 \cdot 10^{-5}$	1	$0,102 \cdot 10^{-6}$
1 kilogramms (spēks)	kg, kgf	9,80665	$9,80665 \cdot 10^5$	1

Enerģija

Lielums	Apzi- mējums	J	kW · h	ZS · h	kg · m	kcal
1 džouls	J	1	$2,78 \cdot 10^{-7}$	$3,78 \cdot 10^{-7}$	0,102	$0,239 \cdot 10^{-3}$
1 kilovatstunda	kW · h	$3,6 \cdot 10^6$	1	1,36	$3,67 \cdot 10^5$	860
1 zirgspējas stunda	ZS · h	$2,65 \cdot 10^6$	0,736	1	$2,7 \cdot 10^5$	632
1 kilogrammetrs	kg · m	9,81	$2,73 \cdot 10^{-6}$	$3,72 \cdot 10^{-6}$	1	$2,34 \cdot 10^{-3}$
1 kilokalorija	kcal	$4,19 \cdot 10^3$	$1,163 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-3}$	427	1

Jauda

Lielums	Apzi- mējums	W	kW	ZS	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{kcal}}{\text{h}}$
1 vats (džouls sekundē)	W	1	$1 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	0,102	0,860
1 kilovats	kW	$1 \cdot 10^3$	1	1,36	102	860
1 zirgspēja	ZS	736	0,736	1	75	632
1 kilogrammetrs se- kundē	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$	9,81	$9,81 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-2}$	1	8,43
1 kilokalorija stundā	$\frac{\text{kcal}}{\text{h}}$	1,163	$1,163 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-3}$	0,119	1

Spiediens

Spiediena mērvienība	$\frac{N}{m^2}$	bar	Normālais atmosfēras spiediens	$\frac{kG}{cm^2}$ (at)	$\frac{kG}{m^2}$ (mm H ₂ O)	mm Hg
$1 \frac{N}{m^2}$	1	10^{-5}	$0,987 \cdot 10^{-5}$	$1,02 \cdot 10^{-5}$	0,102	$7,5 \cdot 10^{-3}$
1 bars	10^5	1	0,987	1,02	$1,02 \cdot 10^4$	750
1 normālā fizi- kāla atmo- sfēra	101325	1,01325	1	1,0033	$1,033 \cdot 10^4$	760
1 tehniskā at- mosfēra ($1 \frac{kG}{cm^2}$)	$9,81 \cdot 10^4$	0,981	0,9678	1	10^4	735,6
$1 \frac{kG}{m^2}$ (1 mm H ₂ O)	9,81	$9,81 \cdot 10^{-5}$	$9,68 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	1	$7,36 \cdot 10^{-2}$
1 mm Hg	133,3	$1,333 \cdot 10^{-3}$	$1,316 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	13,6	1

Siltuma pāreja

Siltuma pārejas un siltuma atdeves koeficienti

$$1 \frac{W}{m^2 \cdot \text{deg}} = 0,860 \frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot \text{deg} \cdot h}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot \text{deg} \cdot h} = 1,163 \frac{W}{m^2 \cdot \text{deg}}$$

Siltumvadītspējas koeficients

$$1 \frac{W}{m \cdot \text{deg}} = 0,860 \frac{\text{kcal}}{m \cdot \text{deg} \cdot h}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{m \cdot \text{deg} \cdot h} = 1,163 \frac{W}{m \cdot \text{deg}}$$

2. pielikums. ĶĪMISKO ELEMENTU RAKSTUROTĀJI LIELUMI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Elements	Ķīmiskais simbols	Agregātsstāvoklis: c - ciets, š - šķidrums, g - gāze, l - atmi	Metālrādniecība: sm - smagmetāls, vm - vieglmetāls, pm - pusmetāls, nm - nemetāls	Blīvums 20 °C, g/cm ³ , g/l (gāzēm)	Lineārās izplešanās koeficients $\alpha \cdot 10^6$, 1/deg	Siltuma vadīt- spējas koefi- cients $\frac{W}{m \cdot deg}$	Ipatnē- jais sil- tums c_p , $\frac{J}{kg \cdot deg}$	Kušanas tempe- ratūra, °C	Vārišanās temperatūra, °C	Brinela ciētība, HB	Elasti- bais modulis $E \cdot 10^{-11}$, N/m ²
Alumīnijs	Al	c	vm	2,70	24	222	910	660	2330	20	0,72
Alva	Sn	c	sm	7,29	21	65	230	232	2380	5	0,55
Antimons	Sb	c	pm	6,62	11	19	210	630	1635	40	0,7
Argons	A	g	nm	1,784	—	—	—	—189	—186	—	—
Arsēns	As	c	pm	5,72	5	—	340	818 (36at)	610 (subl)	—	—
Bārijs	Ba	c	vm	3,65	19	—	290	710	1600	42	0,1
Berilijs	Be	c	vm	1,85	12	163	1760	1280	2900	100	3,0
Bismuts	Bi	c	sm	9,80	12	8,4	130	271	1500	9	0,33
Bors (kristāliskais)	B	c	pm	2,34	8	—	1260	2300	2550	—	—
Broms	Br	š	nm	3,12	—	—	460	-7,3	59	—	—
Cēzijs	Cs	c	vm	1,90	97	—	210	30	685	0,015	0,018
Cinks	Zn	c	sm	7,14	28	117	390	419	907	35	1,0
Cirkonijs	Zr	c	sm	6,50	10	—	280	1860	3600	90	0,7
Dzelzs	Fe	c	sm	7,87	12	67	460	1539	3000	55	2,1
Dzivsudrabs	Hg	š	sm	13,6	182 tilp.	8,4	140	-38,9	357	—	—
Fluors	F	g	nm	1,70	—	—	140	-220	-188	—	—
Fosfors (baltais)	P	c	nm	1,82	125	—	800	44	281	—	—
Ģermānijs	Ge	c	pm	5,4	6	59	310	958	2700	—	0,8
Hēlijs	He	g	nm	0,179	—	—	—	-272	-269	—	—

2. pielikuma turpinājums

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hlors	Cl	g	nm	3,22	—	—	970	-102	-34	—	—
Hroms	Cr	c	sm	7,1	8	67	460	1850	2480	100	1,9
Indijs	In	c	sm	7,3	45	24	240	156	2000	1	0,11
Irīdijs	Ir	c	sm	22,4	7	59	130	2440	5000	160	5,3
Jods	J	c	nm	4,94	90	—	220	114	184	—	—
Kadmijijs	Cd	c	sm	8,65	30	92	230	321	767	35	0,5
Kalcijijs	Ca	c	vm	1,54	22	126	630	850	1440	13	0,2
Kālijs	K	c	vm	0,86	82	97	750	63	765	0,05	0,04
Kobalts	Co	c	sm	8,8	12	71	420	1490	3100	125	2,0
Kriptons	Kr	g	nm	3,74	—	—	—	-157	-153	—	—
Ksenons	Xe	g	nm	5,89	—	—	—	-112	-108	—	—
Litijs	Li	c	vm	0,534	60	71	4600	180	1330	—	0,1
Magnijijs	Mg	c	vm	1,74	26	159	1050	651	1110	30	0,43
Mangāns	Mn	c	sm	7,3	22	50	480	1240	2120	200	2,0
Molibdēns	Mo	c	sm	10,2	5	147	270	2620	4800	160	3,4
Nātrijs	Na	c	vm	0,97	71	134	1220	98	885	0,05	0,09
Neons	Ne	g	nm	0,90	—	—	—	-249	-246	—	—
Niķelis	Ni	c	sm	8,9	13	60	450	1453	3000	70	2,1
Niobijs	Nb	c	sm	8,5	7	52	270	2450	3300	80	1,6
Ogleklis (grafīts)	C	c	nm	2,3	5	140	590	3540	4200	—	—
Osmijijs	Os	c	sm	22,5	7	—	130	2800	5600	400	5,7
Pallādijs	Pd	c	sm	12,0	11	70	250	1555	3550	50	1,2
Platīns	Pt	c	sm	21,5	9	70	1340	1770	4350	50	1,7
Radijs	Ra	c	sm	6,0	—	—	—	700	1500	—	—
Rodijs	Rh	c	sm	12,4	9	90	250	1965	2800	130	2,8
Rubīdijs	Rb	c	vm	1,5	90	—	340	39	700	—	0,024
Rutēnijs	Ru	c	sm	12,3	10	—	240	2400	4900	220	4,3

Selēns	Se	c	pm	4,8	37	11	350	220	690	—	—
Sērs (rombiskais)	S	c	nm	2,1	70	—	750	113	445	—	—
Silīcijs	Si	c	pm	2,3	7	84	710	1420	2600	—	—
Skābeklis	O	g	nm	1,43	—	—	1470	-219	-183	—	—
Slāpeklis	N	g	nm	1,25	—	—	120	-210	-196	—	—
Stroncijijs	Sr	c	vm	2,6	20	—	740	770	1360	—	0,16
Sudrabs	Ag	c	sm	10,5	19	420	240	961	2200	25	0,8
Svins	Pb	c	sm	11,3	28	35	1300	327	1750	4	0,17
Tallijs	Tl	c	sm	11,9	30	38	130	302	1460	3	0,08
Tantals	Ta	c	sm	16,6	6,5	55	140	2900	5300	m	1,9
										110...190	
Telūrs	Te	c	pm	6,2	17	6	200	452	1390	—	0,42
Titāns	Ti	c	vm	4,5	8	16	590	1680	3200	160	1,1
Torijs	Th	c	sm	11,5	12	—	130	1770	3600	40	0,8
Urāns	U	c	sm	18,7	23	27	130	1130	3900	240	1,2
Ūdeņradis	H	g	nm	0,09	—	—	2500	-260	-253	—	—
Vanādijs	V	c	sm	5,9	8,5	31	480	1720	3200	260	1,5
Varš	Cu	c	sm	8,9	17	390	380	1083	2500	m	1,2
										40...100	
Volframs	W	c	sm	19,3	4,4	180	140	3400	5900	m	3,9
Zelts	Au	c	sm	19,3	14	310	130	1063	2800	250...400	0,8
										19	

Piezīme, m — mīksts, c — ciets.

LITERATŪRA

1. nodaļa. MATEMĀTIKA

1. *Brāzma N., Brigmane A., Krastiņš A., Rāts J.* Augstākā matemātika. LVI, Rīgā, 1964.
2. *Miškis A.* Augstākā matemātika. Izd. «Zvaigzne», Rīgā, 1968.
3. *Vigodskis M.* Augstākās matemātikas rokasgrāmata. Izd. «Liesma», Rīgā, 1968.
4. *Vigodskis M.* Elementārās matemātikas rokasgrāmata. Izd. «Liesma», Rīgā, 1967.
5. *Бронштейн И. А., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Физматгиз, 1959 и послед. годы.
6. *Зельдович Я. Б.* Высшая математика для начинающих и ее применения к физике. Физматгиз, 1960.
7. *Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д.* Элементы прикладной математики. Изд-во «Наука», 1965.
8. *Пискунов Н. С.* Дифференциальное и интегральное исчисления, том 1, 2. Изд-во «Наука», 1964.

2. nodaļa. FIZIKA

9. *Ландсберг Г. С.* Оптика. ГИТТЛ, 1952.
10. Оптико-механические изделия, каталог. Оборонгиз, 1950.
11. *Скучик Е.* Основы акустики, т. 1 и 2. Изд-во Иностран. лит., 1958.
12. *Славин И. И.* Производственный шум и борьба с ним. Изд-во ВЦСПС «Профиздат», 1955.
13. Справочник машиностроителя, т. 2, гл. VIII. Оптика, гл. IX Акустика. Машгиз, 1961.
14. Физический энциклопедический словарь. Изд-во «Советская энциклопедия», 1960...1966.
15. *Чертов А. Г.* Международная система единиц измерения. Росвузиздат, 1963.
16. *Шишловский А. А.* Прикладная физическая оптика. Физматгиз, 1962.

3. nodaļa. ĶĪMIJA

17. *Будников П. П., Бережной А. С.* и др. Технология керамики и огнеупоров. Госстройиздат, 1962.
18. *Варгин В. В., Антонова Е. А.* и др. Технология эмали и эмалирования металлов. Стройиздат, 1965.
19. Материалы в машиностроении, т. 5, Неметаллические материалы. Машиностроение, 1969.
20. *Петцольд А.* Эмаль. Металлургиздат, 1952.
21. Справочник машиностроителя, т. 2, гл. X Химия и т. 6, гл. IX Неметаллические материалы. «Машиностроение», 1961 и 1964.
22. Справочник по производству стекла, т. 1. Госстройиздат, 1963.

4. nodaļa. MEHĀNIKA

23. Ozols O., Strēķis A., Vasermanis J., Muižnieks A. Teorētiskās mehānikas kurss, 2. izd. Izd. «Zvaigzne», Rīgā, 1966.
24. Бать М. И. и др. Теоретическая механика в примерах и задачах, т. I и 2, изд. 5-е. «Наука», 1967.
25. Справочник машиностроителя, т. 1, раздел Механика. Машгиз, 1961.
26. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики, изд. 4-е. «Наука», 1966.
27. Яблонский А. А., Никифорова В. М. Курс теоретической механики, часть I и II, изд. 2-е. «Высшая школа», 1964.

5. nodaļa. MEHĀNISMU UN MAŠINU TEORIJA

28. Artobolevskis A. Mehānismu un mašīnu teorija. LVI, Rīgā, 1954.
29. Tehniskā rokasgrāmata, II daļa (3...23. lpp.). LVI, Rīgā, 1957.
30. Zirnīs A. Mehānismu un mašīnu teorija. RPI, 1965.
31. Zirnīs A. Plakano mehānismu sintēze. RPI, 1968.
32. Артоболовский И. И., Зиновьев В. А., Эдельштейн Б. В. Сборник задач по теории механизмов и машин. Гостехиздат, 1955.
33. Артоболовский И. И. Теория механизмов, изд. 2-е. «Наука», 1967.
34. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин, изд. 3-е. К., «Машиностроение», 1969.
35. Справочник машиностроителя, т. 1, раздел Теория механизмов и машин. Машгиз, 1961.
36. Юдин В. А., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин. «Высшая школа», 1967.

6. nodaļa. MATERIĀLU PRETESTĪBA

37. Lavendelis E., Valdmanis A. Materiālu pretestība. Izd. «Zvaigzne», Rīgā, 1970.
38. Panovko J., Leppiks A., Strēķis A. Materiālu pretestības kurss, 2. izd. LVI, Rīgā, 1961.
39. Любошиц М. И., Ицкович Г. М. Справочник по сопротивлению материалов. «Высшая школа», 1965.
40. Мирюлюбов И. Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов, изд. 2-е. «Высшая школа», 1967.
41. Расчеты на прочность в машиностроении, т. I, 1956; т. II, 1958; т. III, 1959, Машгиз.
42. Справочник машиностроителя, т. 3. Машгиз, 1962.

7. nodaļa. METĀLU TEHNOLOĢIJA

43. Конструкционные материалы (Энциклопедия современной техники), т. 1, 1963; т. 2, 1964; т. 3, 1965, «Советская Энциклопедия».
44. Материалы в машиностроении, т. 1, 1967; т. 2, 1967; т. 3, 1968; т. 4, 1969, «Машиностроение».
45. Машиностроительные стали. «Машиностроение», 1968.
46. Справочник машиностроителя, т. 6. «Машиностроение», 1964.

8. nodaļa. SILTUMMĀCĪBA

47. Ciemiņš R., Nagla J., Saveļjevs P. Siltumtehnika. Izd. «Zvaigzne», Rīgā, 1967.
48. Jankevičs T. Tehniskā termodinamika. LVI, Rīgā, 1964.

49. *Брейтшнайдер С.* Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. «Химия», 1966.
50. *Вукалович М. П., Новиков И. И.* Техническая термодинамика. М., «Энергия», 1968.
51. *Вукалович М. П.* Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. «Энергия», 1965.
52. *Глушко В. П.* (ред.). Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник в двух томах. М., Изд-во АН СССР, 1962.
53. *Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. «Энергия», 1969.
54. *Кириллин В. А.* и др. Техническая термодинамика. «Энергия», 1968.
55. *Комаров Н. С.* Холод. Гизлегпищепром, 1953.
56. *Кутателадзе С. С., Боришанский В. М.* Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
57. *Кэй Дж., Лэби Т.* Таблицы физических и химических постоянных. Физматгиз, 1962.
58. *Соколов П. В.* Сушка древесины. Гослесбумиздат, 1955.
59. Справочник машиностроителя, т. 2. Машгиз, 1961.
60. *Чиркин В. С.* Теплопроводность промышленных материалов. Машгиз, 1962.
61. *Чиркин В. С.* Теплофизические свойства материалов ядерной техники. Справочник. Атомиздат., 1968.
62. *Ястржембский А. С.* Техническая термодинамика. Госэнергоиздат, 1960.

TEHNISKĀ ROKASGRĀMATA

1. daļa

Redaktors V. Ivanovskis. Māksl. redaktors A. Krēsliņš. Mākslinieka A. Ļipina apdare. Tehn. redaktore D. Pastare. Korektore K. Rumbēna.

Nodota salikšanai 1969. g. 8. janvārī. Parakstīta iespiešanai 1971. g. 6. septembrī. Tipogrāfijas papirs Nr. 2, formāts 60×90/16. 39 fiz. iespiedl.; 39 uzsk. iespiedl.; 37,30 izdevn.l. Metiens 6000 eks. JT 04047. Maksā 2 rbļ. 48 kap. Izdevniecība «Liesma» Rīgā, Padomju bulv. 24. Izdevn. Nr. 23308/R1644. Iespiesta Latvijas PSR Ministru Padomes Preses komitejas 3. tipogrāfijā Rīgā, Ļeņina ielā 137/139. Pasūt. Nr. 14.

ТЕХНИЧЕСКИЙ СПРАВОЧНИК

часть I

под. ред. *В. Ивановского*

Издательство «Лиезма»

На латышском языке

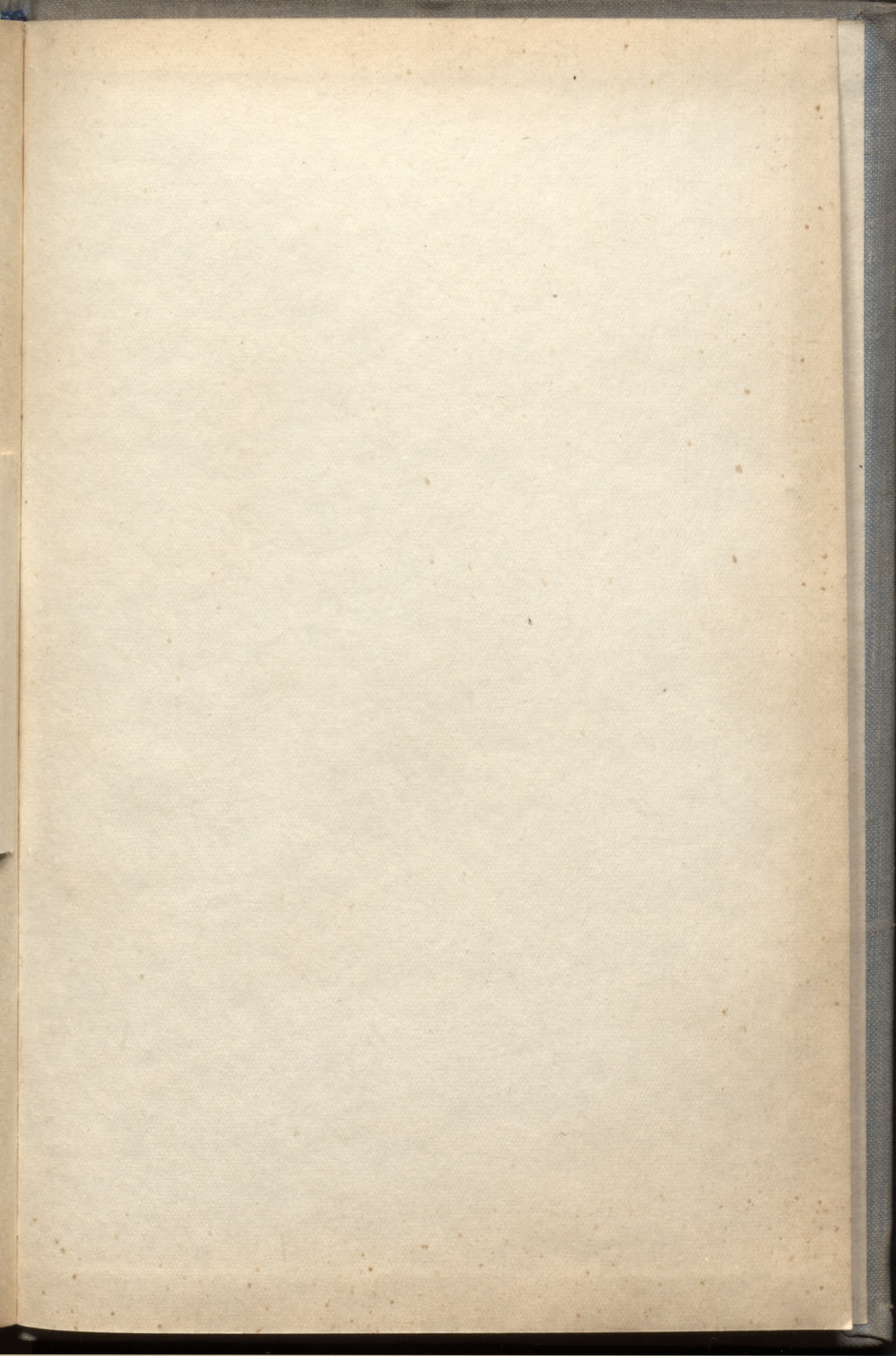
Pamanītās iespiedklūdas

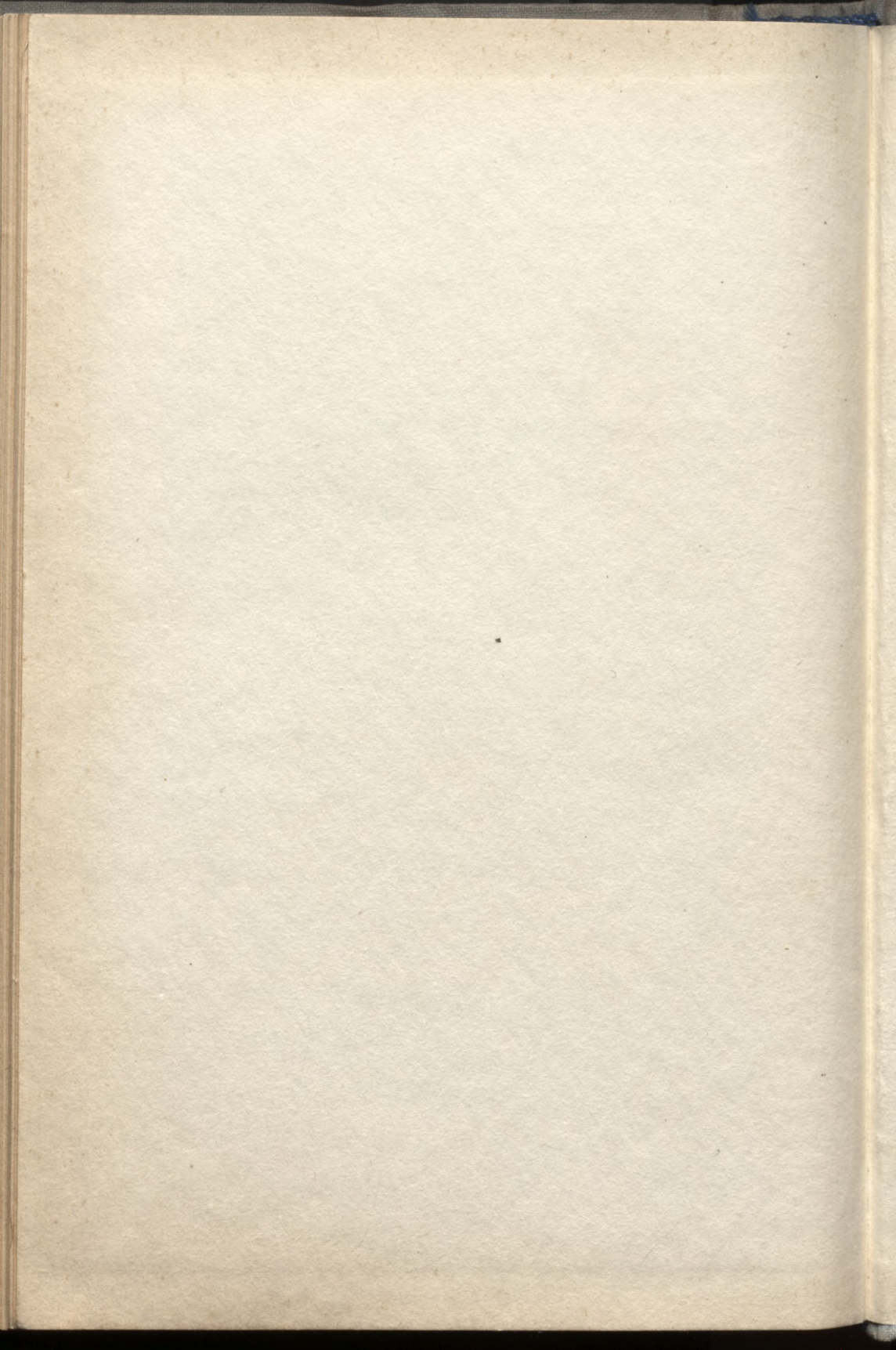
Lpp.	Rinda	Iespiests	Jābūt
32.	1. rinda no augšas	A	$A \wedge B$
111.	4. rinda no augšas	y	* y
213.	16. rinda no augšas	pārstādes	pārstrādes
226.	2. rinda no apakšas	ТУ 35 ПХ 572-63	ТУ 35 ХП 572-63
323.	4.81. zīm.	Ķermenis A perpendikulārs Ox asij	Ķermenim A jābūt perpendikulāram Oy asij
567.	8.14. tabulas 7. ailē 4. rinda no apakšas	583	690
567.	8.14. tabulas 7. ailē 3. rinda no apakšas	690	583

Autoru kolektīvs. Tehniskā rokasgrāmata I daļa.

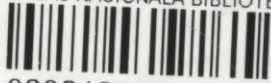
Исторический очерк

Имя	Фамилия	Дата
Иван	Иванов	1812
Петр	Петров	1815
Александр	Александров	1820
Николай	Николаев	1825
Сергей	Сергеев	1830
Василий	Васильев	1835
Григорий	Григорьев	1840
Дмитрий	Дмитриев	1845
Евгений	Евгеньев	1850
Антон	Антоньев	1855
Илья	Ильин	1860
Андрей	Андреев	1865
Аркадий	Аркадьев	1870
Кирилл	Кириллов	1875
Лев	Левин	1880
Марк	Марков	1885
Михаил	Михайлов	1890
Семён	Семёнов	1895
Юрий	Юрьев	1900
Фёдор	Фёдоров	1905





LATVIJAS NACIONĀLĀ BIBLIOTĒKA



0308127427

75767