

73-4
- 6

A.APINIS

FIZIKA

MENDELEJEVA ELEMENTU

Periodi	Rindas	ELEMENTU				
		I	II	III	IV	V
I	1	H ¹ Ūdeņradis 1,00797				
II	2	Li ³ Litījs 6,939	Be ⁴ Berīlijs 9,0122	B ⁵ Bors 10,811	C ⁶ Ogleklis 12,01115	N ⁷ Slāpeklis 14,0067
III	3	Na ¹¹ Nātrijs 22,9898	Mg ¹² Magnijs 24,312	Al ¹³ Alumīnijs 26,9815	Si ¹⁴ Silīcijs 28,086	P ¹⁵ Fosfors 30,9738
IV	4	K ¹⁹ Kālijs 39,102	Ca ²⁰ Kalcījs 40,08	Sc ²¹ Skandījs 44,956	Ti ²² Titāns 47,90	V ²³ Vanādijs 50,942
	5	Cu ²⁹ Varš 63,54	Zn ³⁰ Cinks 65,37	Ga ³¹ Gallījs 69,72	Ge ³² Germānijs 72,59	As ³³ Arsēns 74,9216
V	6	Rb ³⁷ Rubīdijs 85,47	Sr ³⁸ Stroncijs 87,62	Y ³⁹ Itrijs 88,905	Zr ⁴⁰ Cirkonijs 91,22	Nb ⁴¹ Niobijs 92,906
	7	Ag ⁴⁷ Sudrabs 107,870	Cd ⁴⁸ Kadmījs 112,40	In ⁴⁹ Indijs 114,82	Sn ⁵⁰ Alva 118,69	Sb ⁵¹ Antimons 121,75
VI	8	Cs ⁵⁵ Cēzijs 132,905	Ba ⁵⁶ Bārijs 137,34	La ⁵⁷ Lantāns 138,91	Hf ⁷² Hafnijs 178,49	Ta ⁷³ Tantāls 180,948
	9	Au ⁷⁹ Zelts 196,967	Hg ⁸⁰ Dzīvsudrabs 200,59	Tl ⁸¹ Tallijs 204,37	Pb ⁸² Svins 207,19	Bi ⁸³ Bismuts 208,980
VII	10	Fr ⁸⁷ Francījs [223]	Ra ⁸⁸ Rādijs 226,05 [226]	Ac ⁸⁹ Aktīnijs [227]	Ku ¹⁰⁴ Kurčatovijs [260]	105

L A N T A

Ce ⁵⁸ Cērijs 140,12	Pr ⁵⁹ Prazeodīms 140,907	Nd ⁶⁰ Neodīms 144,24	Pm ⁶¹ Prometijs [147]	Sm ⁶² Samārijs 150,35	Eu ⁶³ Eiropijs 151,96	Gd ⁶⁴ Gadoliņijs 157,25
---	--	--	---	---	---	---

A K T I

Th ⁹⁰ Torījs 232,038	Pa ⁹¹ Protaktīnijs [231]	U ⁹² Urāns 238,03	Np ⁹³ Neptūnijs [237]	Pu ⁹⁴ Plutonijs [244]	Am ⁹⁵ Americijs [243]	Cm ⁹⁶ Kirījs [247]
--	--	---	---	---	---	--

Fe

Simbols

26
Elementa kārtas skaitlis
jeb atomnumurs

Dzelzs
Elementa nosaukums

55,847
Ķīmiskā atommasa

2
14
2
Elektronu
skaitis čaulās

Kvadrātiekvāš dots elementa
visstabilākā izotopa masas skaitlis

PERIODISKĀ SISTĒMA

GRUPAS						Elektronu čaulas
VI	VII	VIII		0		
	(H)			He ² Hēlijs 4,0026	2 K	
O ⁸ Skābeklis 15,9994	F ⁹ Fluors 18,9984			Ne ¹⁰ Neons 20,183	2, 8 L K	
S ¹⁶ Sērs 32,064	Cl ¹⁷ Hlors 35,453			Ar ¹⁸ Argons 39,948	2, 8, 8 M L K	
Cr ²⁴ Hroms 51,996	Mn ²⁵ Mangāns 54,9380	Fe ²⁶ Dzelzs 55,847	Co ²⁷ Kobalts 58,9332	Ni ²⁸ Nīkēlis 58,71	2, 8, 14, 2 N M L K	
Se ³⁴ Selēns 78,96	Br ³⁵ Broms 79,909			Kr ³⁶ Kriptons 83,80	2, 8, 18, 2 N M L K	
Mo ⁴² Molibdens 95,94	Tc ⁴³ Tehnēcijs [99]	Ru ⁴⁴ Rutēnijs 101,07	Rh ⁴⁵ Rodijs 102,905	Pd ⁴⁶ Pallādijs 106,4	2, 8, 16, 18, 2 O N M L K	
Te ⁵² Telūrs 127,60	I ⁵³ Jods 126,9044			Xe ⁵⁴ Ksenons 131,30	2, 8, 18, 18, 2 O N M L K	
W ⁷⁴ Volframs 183,85	Re ⁷⁵ Rēnijs 186,2	Os ⁷⁶ Osmijs 190,2	Ir ⁷⁷ Irdijs 192,2	Pt ⁷⁸ Platīns 195,09	2, 8, 15, 32, 18, 2 P O N M L K	
Po ⁸⁴ Polonijs [210]	At ⁸⁵ Astāts [210]			Rn ⁸⁶ Radons [222]	2, 8, 18, 32, 18, 2 P O N M L K	

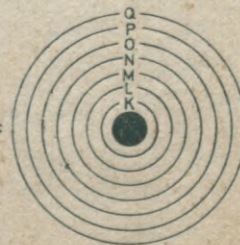
N Ī D I (58-71)

Tb ⁶⁵ Terbijs 158,924	Dy ⁶⁶ Disprozijs 162,50	Ho ⁶⁷ Holmijs 164,930	Er ⁶⁸ Erbījs 167,26	Tu ⁶⁹ Tūlijs 168,934	Yb ⁷⁰ Iterbijs 173,04	Lu ⁷¹ Lutēcijs 174,97
---	---	---	---	--	---	---

N Ī D I (90-103)

Bk ⁹⁷ Berklijs [247]	Cf ⁹⁸ Kalifornijs [252]	Es ⁹⁹ Einšteinijs [254]	Fm ¹⁰⁰ Fermijs [257]	Md ¹⁰¹ Mendeļejevijs [257]	No ¹⁰² Nobēlijs [255]	Lr ¹⁰³ Lourencijs [256]
--	---	---	--	--	---	---

Elektronu čaulas:



L



L $\frac{73-4}{6}$

246
L
53

A. APINIS

FIZIKA

OTRAIS, PĀRSTRĀDĀTAIS IZDEVUMS



IZDEVNIECĪBA «ZVAIGZNE» RĪGĀ 1972

73- 3. 810
0308099172

А. Апинис
ФИЗИКА
Издание второе, переработанное
Издательство «Звайгзне»
Рига 1972
На латышском языке

Книга является вторым переработанным изданием книги А. Апиниса «Физика», изданной в 1967 году.

Она написана в соответствии с программой курса общей физики для технических факультетов высших учебных заведений и предназначается главным образом студентам заочных, а также очных отделений этих факультетов. Дополнительно к теоретическому материалу даны примеры решения задач, характерных для контрольных работ заочных студентов. В книге учтены изменения наименований и обозначений некоторых единиц измерения системы СИ, предусмотренные проектом государственного стандарта по единицам физических величин.

Рисунков — 546. В приложении — таблица единиц системы СИ, перечень других единиц и основные физические константы.

Grāmata sarakstīta pēc augstskolu tehnisko fakultāšu fizikas kursa programmas un galvenokārt domāta šo fakultāšu neklātienes nodaļu studentiem. To var izmantot arī šo fakultāšu klātienes nodaļu, kā arī citu, piemēram, bioloģijas fakultāšu studenti, kuriem jāapgūst vispārīgās fizikas kurss. Teorētisko izklāstu papildina neklātienes studentu kontroldarbiem raksturīgi uzdevumi ar atrisinājumiem.

Grāmatā lietota SI mērvienību sistēma, ievērojot arī dažu mērvienību nosaukumu un apzīmējumu izmaiņas, kuras ietvertas fizikālo lielumu mērvienību valsts standarta projektā.

Otrajā izdevumā izdarītas daudzas neliela apjoma izmaiņas. Papildus aplūkoti jautājumi par fluktuācijām, īpatnējās siltumietilpības kvantu teoriju, hologrāfiju, tuneļdiodes u. c. Nav vairs iztirzāti šādi jautājumi: Koriolisa paātrinājuma un Hāgena—Puazeija formulu pierādījumi, Kulona likums magnētismā, un magnētiskā «masa», elektromagnētiskās indukcijas likuma pamatojums ar elektronu teoriju, gaismas aberācija u. c. Daļēji mainīta arī problēmu apskata kārtība. Pārstrādāta daudzu jautājumu izklāsta metodika, tāpat doti jauni neklātienes kontroldarbu uzdevumu atrisināšanas piemēri.

MEHĀNIKAS FIZIKĀLIE PAMATI

IEVADS

Mehānika ir mācība par matērijas vienkāršāko kustības formu — ķermeņu mehānisko kustību. Mehāniskā kustība ir ķermeņu vai to daļu savstarpējā pārvietošanās kustība.

1. **Mehānikas iedalījumi.** Mehānika ir ļoti plaša zinātnes disciplina, un to var iedalīt dažādās nozarēs: a) pēc aplūkojamo ķermeņu veida un b) pēc mehānisko parādību iztīrājuma veida.

a. Visvienkāršākais ķermenis ir materiāls punkts. Tas ir punkts, kam piemīt kāda masa. Patiesībā katram ķermenim ir tilpums, tāpēc ķermeņa aizstāšana ar materiālu punktu ir ķermeņa īpašību vienkāršošana. To dara tāpēc, lai vienkāršotu ķermeņa kustības aprakstu. Mehānikas nozari, kas iztīrā materiāla punkta kustību, sauc par materiāla punkta mehāniku.

Mehānikā vispār ķermeni mēdz uzlūkot par materiālu punktu sistēmu. Ja ķermeņa materiālo punktu savstarpējie atstatumi ir nemainīgi, tad ķermeni sauc par *absolūti cietu*, ja mainīgi, tad par *deformējamu*. Deformējamus ķermeņus atkarībā no to agregātstāvokļa vēl iedala *cietos deformējamos*, *šķīdros* un *gāzveida ķermeņos*. Šo ķermeņu kustības tad attiecīgi iztīrā *absolūti cieta ķermeņa mehānika*, *cieta deformējama ķermeņa mehānika* (elastības teorija, materiālu pretestība), *šķīdrumu mehānika* (hidrodinamika, hidraulika), *gāzveida ķermeņu mehānika* (aerodinamika).

b. Pamatojoties galvenokārt uz mehāniskās kustības iztīrājuma veidu, mehāniku iedala kinemātikā, statikā un dinamikā.

Kinemātika aplūko ķermeņu mehānisko kustību, neinteresējoties par cēloņiem, kas šo kustību izraisa, t. i., neinteresējoties par ķermeņu mijiedarbību (spēkiem). Kinemātika pēta ķermeņu kustības ceļu, ātrumu un paātrinājumu kā laika funkciju.

Statika aplūko ķermeņus, kas atrodas t. s. mehāniskā līdzsvara stāvokļos. Ķermenis ir līdzsvara stāvoklī, ja tā mijiedarbības spēki ar citiem ķermeņiem savstarpēji kompensējas. Šādos stāvokļos atrodas piemēram, ēkas, tilti, darbmašīnas.

Dinamika aplūko ķermeņu mehānisko kustību dziļāk nekā

kinemātika, t. i., pēta to atkarībā no kustības cēloņiem — ķermeņu savstarpējām mijiedarbībām (spēkiem).

c. Jāpiezīmē, ka ir arī citi mehānikas iedalījuma veidi. Tā mehāniku vēl mēdz dalīt teorētiskajā mehānikā un tehniskajā mehānikā. Teorētiskajā mehānikā pēta ķermeņu kustības pamatsakarības, bet tehniskajā mehānikā aplūko mehānikas likumu pielietojumus tehniskās ierīcēs.

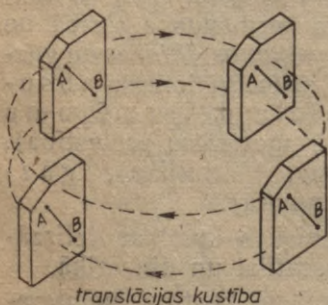
Mehāniku iedala klasiskajā mehānikā un kvantu mehānikā. Klasisko mehāniku savukārt iedala Ņūtona mehānikā, kad ķermeņu ātrumi salīdzinājumā ar gaismas ātrumu ir mazi, un relativistiskajā mehānikā, kad ķermeņu ātrums ir salīdzināms ar gaismas ātrumu (sk. 31. nod.). Kvantu mehānika (35. nod.) aplūko ļoti mazu daļiņu (atomu, molekulu, elektronu u. c.) kustību, kurai ir citi pamatlikumi.

2. Ķermeņa kustības veidi. Ķermeņa kustību var iedalīt a) *pēc kustības veida telpā* un b) *pēc kustības atkarības no laika*.

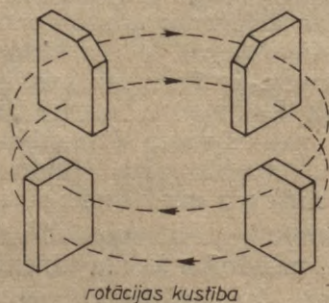
a. Telpā *materiāls punkts* kustas pa kādu līniju, ko sauc par trajektoriju. Ja trajektorija ir līkne, tad tādu kustību sauc par līklīnijas kustību, bet, ja trajektorija ir taisne, tad kustību sauc par taisnvirziena kustību.

Absolūti ciets ķermenis var atrasties translācijas (virzes) kustībā, rotācijas (griešanās) kustībā vai saliktā (vienlaicīgā) translācijas un rotācijas kustībā.

Translācijas kustībā ķermeņa orientācija telpā nemainās. Šajā gadījumā ikviens ķermenī ievilkts taisnes nogrieznis, piemēram, nogrieznis AB (1. zīm.), pārvietojas paralēli sev un visi ķermeņa punkti, noejot vienādus ceļa gabalus, pārvietojas pa *vienādām* trajektorijām. Tapēc ķermeņa translācijas kustība ir no-



1. zīm.



2. zīm.

teikta, ja zināma tā viena punkta kustība. Ipašs translācijas kustības veids ir absolūti cieta ķermeņa taisnvirziena kustība.

Rotācijas kustībā (2. zīm.) visi ķermeņa punkti kustas pa riņķa līnijām ap kādu kopēju taisni, ko sauc par rotācijas asi. Šajā gadījumā ķermeņa punktu trajektoriju forma ir gan vienāda,

bet noietie ceļi — dažādi. No rotācijas ass tālākie punkti noiet garāku ceļu nekā asij tuvākie punkti.

Vispārīgā gadījumā ķermeņa kustība ir salikta translācijas un rotācijas kustība.

Ipašs salikta kustības veids ir rites kustība, kurā ķermenis kustas, veļoties pa kādu virsmu.

Ja ķermeņa kustībai nav ierobežojumu, tad to sauc par *brīvu* kustību. Turpretim, ja ķermeņa kustība ir ierobežota, t. i., ja ķermenim jākustas pa kādu dotu līniju, virsmu utt., tad to sauc par *saistītu* jeb *vadītu* kustību. Šādā veidā kustas, piemēram, mašīnu kustīgās daļas.

b. Ķermeņa kustība atkarībā no laika var būt vienmērīga vai nevienmērīga. Vienmērīgas kustības gadījumā ķermenis kustas ar konstantu, laikā nemainīgu ātruma skaitlisko lielumu. Šāda kustība, piemēram, ir vienmērīga kustība pa taisni vai pa riņķa līniju. Nevienmērīgas kustības gadījumā ķermeņa ātruma skaitliskais lielums ir mainīgs. Ja mehāniskā kustībā ķermeņa ātruma skaitliskā lieluma pieaugums katrā laika vienībā visā kustības laikā ir viens un tas pats, tad kustība ir vienmērīgi mainīga. Ātrums tātad aug vai dilst proporcionāli kustības laikam. Kustība ir *paātrināta*, ja ātruma un paātrinājuma virzieni vienādi (abi pozitīvi vai abi negatīvi), bet, ja to virzieni pretēji, tad kustība ir *palēnināta*. Tā, piemēram, automašīnai uzsākot gaitu, tās ātrums un paātrinājums ir vērsti aūfomašīnas kustības virzienā un kustība ir paātrināta. Turpretim, automašīnai apstājoties, ātrums gan tāpat vērsts uz priekšu, bet paātrinājumam ir pretējs virziens, kustība tātad ir palēnināta.

1. NODAĻA

MATERIĀLA PUNKTA KINEMĀTIKA

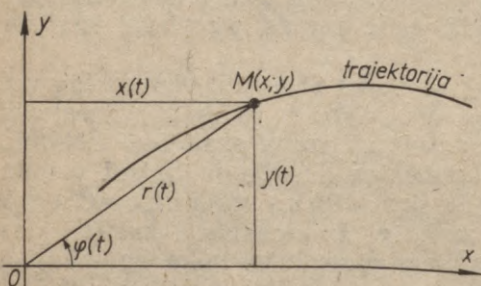
Galvenie kinemātikas uzdevumi ir šādi: 1) pēc dotā kustības likuma noteikt ķermeņa ātrumu un paātrinājumu; 2) pēc dotā paātrinājuma vai ātruma noteikt ķermeņa kustības likumu un noieto ceļu. Ķaut gan šajā nodaļā aplūkosim tikai materiāla punkta kinemātiku, tomēr iegūtās sakarības lietojamas arī absolūti cieta ķermeņa translācijas un rotācijas kustības aprakstīšanai.

1. §. ATSKAITES SISTĒMAS. KUSTĪBAS LIKUMS

1. Ķermeņu kustība norisinās telpā, kurai, kā to rāda mūsu pieredze, ir trīs dimensijas. Tas nozīmē, ka, nosakot viena materiāla punkta stāvokli telpā, vajadzīgi trīs attālumi no kādiem cietiem punktiem. Tos telpā nekustīgos vai kustīgos ķermeņus, attiecībā pret kuriem nosaka pētāmā ķermeņa stāvokli, sauc par

atskaites sistēmu. Ikdienā tā bieži ir Zemes virsma ar tās objektiem. Aprēķinos materiālā punkta un ķermeņa stāvokļa noteikšanai par atskaites sistēmu lieto dažādas koordinātu sistēmas. Visbiežāk tiek lietota Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēma plaknē un telpā, polārā koordinātu sistēma plaknē un sfēriskā koordinātu sistēma telpā.

2. Materiālā punkta M (1-1. zīm.) kustība pa trajektoriju norisinās ne tikai telpā, bet arī laikā. Katram materiālā punkta stāvoklim uz trajektorijas atbilst noteikts laika moments t . Likumu, kas izsaka, kā mainās materiālā punkta stāvoklis atkarībā no laika t , sauc par kustības likumu. Materiāla punkta kustības likumu Dekarta koordinātu sistēmā, ja materiālais punkts kustas plaknē, var izteikt šādi:



1-1. zīm.

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t), \\ y &= y(t). \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

Polārajā koordinātu sistēmā kustības likums ir šāds:

$$\left. \begin{aligned} r &= r(t), \\ \varphi &= \varphi(t), \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

kur r ir materiālā punkta attālums no koordinātu sākumpunkta O un φ ir r un x ass virzienu veidotais leņķis.

No kustības likumiem (1-1) vai (1-2) izslēdzot laiku t , dabūjam materiālā punkta trajektorijas vienādojumu $y=y(x)$ vai $r=r(\varphi)$.

Kustības likumu var izteikt arī ar materiālā punkta noiето ceļu s atkarībā no laika t :

$$s = s(t). \quad (1-3)$$

Ķermeņa kustības likums, piemēram, ir ķermeņa brīvās krišanas likums: $h = gt^2/2$. Seit krišanas laikā noiетais ceļš h ir izteikts atkarībā no krišanas laika t un brīvās krišanas paātrinājuma g (ja ķermeņa sākuma ātrums ir nulle).

2. §. LINEĀRAIS ĀTRUMS

Ātrums fizikāli raksturo ķermeņa stāvokļa maiņas straujumu. Materiāla punkta lineāro ātrumu definē ar noiето ceļu laika vienībā, parasti vienā sekundē. Izšķir vidējo lineāro ātrumu \bar{v} un momentāno lineāro ātrumu v .

Ja galīgā laika intervālā $\Delta t = t_2 - t_1$ materiālais punkts M pa trajektoriju noiet galīgu ceļu $\Delta s = s_2 - s_1$ (1-2. zīm.), tad vidējā lineārā ātruma \bar{v} skaitliskais lielums ir

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (1-4)$$

Gadījumā, ja brīdī $t_1 = 0$ ceļš $s_1 = 0$, tad $\Delta s = s_2 = s$ un $\Delta t = t_2 = t$, bet $\bar{v} = s/t$. Vidējais lineārais ātrums tātad ir noietais ceļš laika vienībā galīgā ceļā Δs . Ātrums ir vektoriāls lielums. Ja ceļš Δs ir liekts, tad vidējā ātruma virziens nav noteikts. Tas ir noteikts tikai taisnvirziena kustībā un vērsts trajektorijas — taisnes virzienā.

Vidējā lineārā ātruma virziens ir noteikts, ja šo ātrumu definē šādi:

$$\bar{v}_r = \frac{\Delta r}{\Delta t},$$

kur $\Delta r = r_2 - r_1$ ir trajektorijas posma Δs horda. Tā kā $\Delta r \leq \Delta s$, tad $\bar{v}_r \leq \bar{v}$. Ātruma \bar{v}_r virziens sakrīt ar lieluma Δr virzienu.

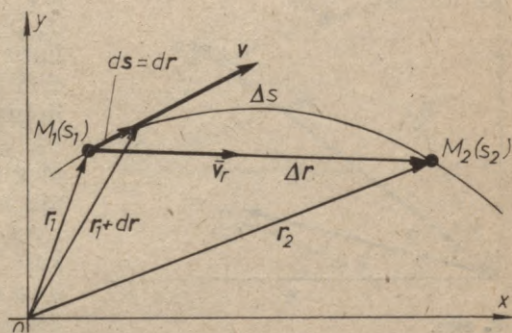
Liekot laikam Δt tiekties uz nulli ($\Delta t \rightarrow 0$), arī Δs tiecas uz nulli. Robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow 0$, punkta vidējais lineārais ātrums kļūst par punkta momentāno (acumirkliġo) lineāro ātrumu ar skaitlisko lielumu

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (1-5)$$

Momentānais lineārais ātrums izsaka materiālā punkta stāvokļa maiņas straujumu ļoti īsā laika sprīdī. Tā kā šajā gadījumā materiālā punkta ceļa $ds = dr$ virziens sakrīt ar trajektorijas pieskares (tangentes) virzienu, tad, protams, momentānais lineārais ātrums

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (1-6)$$

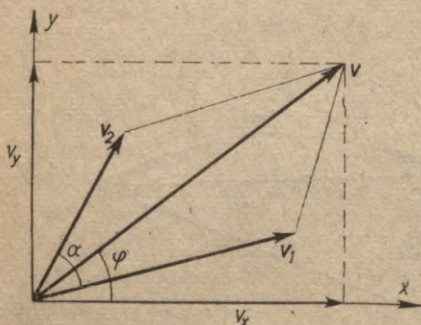
vienmēr vērsts pa trajektorijas pieskari (1-2. zīm.). Koordinātu sistēmā x, y, z , kur materiālā punkta pārvietojuma komponentes ir dx, dy, dz , momentānā ātruma komponentes ir $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$ un $v_z = \frac{dz}{dt}$. Lineāro ātrumu mēra metros sekundē (m/s).



1-2. zīm.

3. §. SKALĀRI UN VEKTORIĀLI LIELUMI

Fizikā un tehnikā sastopamie lielumi iedalāmi skalāros un vektoriālos lielumos. Skalāru lielumu a pilnīgi nosaka viens skaitlis, kas izsaka šī lieluma skaitlisko vērtību. Skalāri lielumi ir, piemēram, masa, blīvums, enerģija, darbs, inerces moments u. c. Vektoriālu lielumu a raksturo ne vien skaitliskais lielums



1-3. zīm.

jeb absolūtā vērtība $a=|a|$, bet arī virziens. Vektoriāli lielumi ir, piemēram, ātrums, paātrinājums, spēks, spēka moments u. c. Plāknē vektoru nosaka divi lielumi, bet telpā — trīs lielumi. Šie lielumi var būt dažādi. Tā, piemēram, nosakot plāknē ātruma vektoru v (1-3. zīm.), ir jāzina, vai nu ātruma skaitliskais lielums v un ātruma vektora v veidotais leņķis φ ar Ox asi, vai vektora v projekciju skaitliskie lielumi v_x un v_y uz Ox un Oy asīm. Tātad ātruma v skaitliskais lielums $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$. Kā redzams no 1-3. zīmējuma, projekcijas v_x , v_y un lielumus v , φ saista šādas sakarības:

$$v_x = v \cos \varphi,$$

$$v_y = v \sin \varphi.$$

Izpildot darbības ar fizikāliem lielumiem, vispirms vienmēr jānoskaidro, vai tie ir skalāri vai vektoriāli lielumi, jo algebriskās darbības ar vektoriem ir citādas nekā ar skalāriem lielumiem. Tā divu masu m_1 un m_2 (skalāri lielumi) summa $m=m_1+m_2$, bet, saskaitot divus ātrumus v_1 un v_2 (vektoriāli lielumi), kas veido leņķi α , to summas skaitliskais lielums (sk. 1-3. zīm.)

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha}. \quad (1-7)$$

4. §. LINEĀRAIS PAĀTRINĀJUMS

Ķermeņu kustībā ātrums vispār mainās, tāpēc nepieciešams kāds lielums, kas izteiktu, cik strauji ķermeni maina ātrumu. To raksturo *lineārais paātrinājums a*, kas ir *lineārā ātruma maiņa laika vienībā*. Izšķir vidējo un momentāno lineāro paātrinājumu.

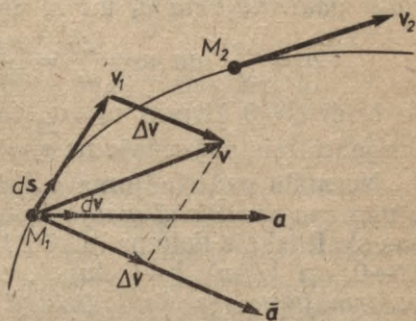
1. Materiāla punkta *vidējais lineārais paātrinājums ir lineārā ātruma maiņa laika vienībā galīgā ceļa posmā Δs* . Ja $\Delta v = v_2 - v_1$ ir punkta lineārā ātruma maiņa, ko izsaka momentāno ātrumu starpība kādā galīgā laika intervālā $\Delta t = t_2 - t_1$ (1-4. zīm.), tad sa-

skaņā ar minēto definīciju punkta vidējais lineārais paātrinājums

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1-8)$$

Vidējais lineārais paātrinājums ir vektoriāls lielums, jo tas ir vektoriāla lieluma un skalāra lieluma attiecība. Vidējā lineārā paātrinājuma \bar{a} virziens ir vērsts ātruma maiņas Δv virzienā (sk. 1-4. zīm.). Vidējā lineārā paātrinājuma skaitliskais lielums

$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Vidējam lineārajam paātrinājumam praktiska nozīme ir tikai taisnvirziena kustībā un gadījumos, kad liklīnijas kustības ceļš Δs ir mazs salīdzinājumā ar atbilstošās pilnās riņķa līnijas garumu $2\pi r$.



1-4. zīm.

2. Robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow dt$ un $\Delta v \rightarrow dv$, vidējais lineārais paātrinājums kļūst par momentāno lineāro paātrinājumu

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1-9)$$

Punkta momentānais lineārais paātrinājums a ir vērsts ātruma bezgalīgi mazās maiņas dv virzienā, t. i., uz trajektorijas ieliekuma pusi. Momentānais lineārais paātrinājums ir ātruma maiņa laika vienībā ļoti īsā ceļā. Tā kā pēc izteiksmes (1-6) $v = ds/dt$, tad $dv/dt = d^2s/dt^2$. Ja ir zināms (dots) kustības likums $s = s(t)$, tad, kā redzams, ātrumu v un paātrinājumu a atrod, izteiksmi $s(t)$ vienu vai divas reizes diferencējot.

Lineāro paātrinājumu mēra metros uz sekundi kvadrātā (m/s^2). Zemes smagumspekā paātrinājuma starptautiski pieņemtā t. s. normālā vērtība ir $g = 9,80665 m/s^2$.

5. §. TANGENCIĀLAIS UN NORMĀLAIS PAĀTRINĀJUMS

1. Materiāla punkta mainīgā liklīnijas kustībā lineārajam paātrinājumam ir divas sastāvdaļas, no kurām vienu sauc par tangenciālo paātrinājumu, bet otru — par normālo paātrinājumu. Šo paātrinājuma sastāvdaļu fizikālo būtību var izprast, ja atceramies, ka lineārais ātrums ir vektoriāls lielums, t. i., ka tam piemīt ne vien skaitliskais lielums, bet arī virziens. Materiālam punktam liklīnijas kustībā mainās ne vien ātruma skaitliskais lielums, bet arī ātruma virziens. Attiecinot šīs abas ātruma maiņas daļas uz laika vienību (tās dalot ar laika intervālu Δt , resp., ar dt), dabūjam atbilstoši ātruma skaitliskā lieluma maiņas straujumu, t. i.,

tangenciālo paātrinājumu, un ātruma virziena maiņas straujumu, t. i., normālo paātrinājumu.

Vidējā tangenciālā paātrinājuma skaitliskais lielums ir lineārā ātruma skaitliskā lieluma maiņa laika vienībā kādā galīgā ceļa posmā Δs . Ja laikā Δt šī maiņa ir $|(\Delta v)_t| = \Delta v = v_2 - v_1$ un robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow 0$, tā ir dv , tad vidējā un momentānā tangenciālā paātrinājuma \bar{a}_t un a_t skaitliskie lielumi attiecīgi ir šādi:

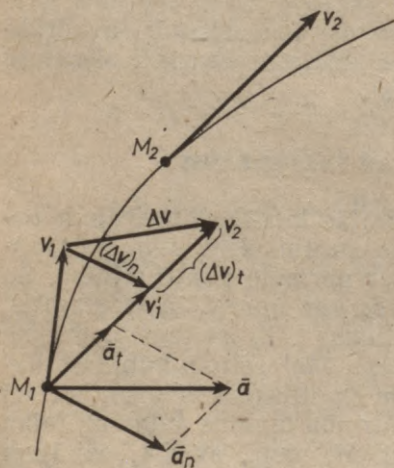
$$\bar{a}_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{un} \quad a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}. \quad (1-10)$$

Ja brīdī $t_1 = 0$ ātrums $v_1 = v_0$, tad, apzīmējot $t_2 = t$, $v_2 = v$, vidējais tangenciālais paātrinājums $\bar{a}_t = (v - v_0)/t$.

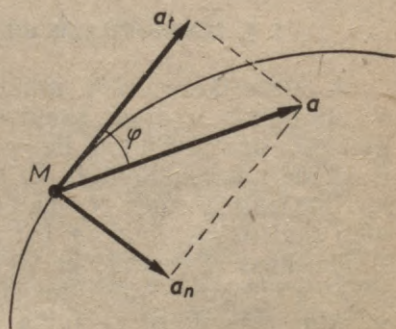
Normālā paātrinājuma a_n skaitliskais lielums ir lineārā ātruma v virziena skaitliskā maiņa laika vienībā. Ja ātruma virziena maiņas skaitliskais lielums laikā Δt ir $|(\Delta v)_n|$ un robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow 0$, arī $|(\Delta v)_n| \rightarrow |(dv)_n|$, tad vidējā un momentānā normālā paātrinājuma skaitliskie lielumi attiecīgi ir šādi:

$$\bar{a}_n = \frac{|(\Delta v)_n|}{\Delta t} \quad \text{un} \quad a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|(\Delta v)_n|}{\Delta t} = \frac{|(dv)_n|}{dt}. \quad (1-11)$$

Pilno ātruma maiņu $\Delta v = (\Delta v)_t + (\Delta v)_n$ un tā abas komponentes $(\Delta v)_t$ un $(\Delta v)_n$ grafiski dabū šādi (1-5. zīm.): vektoru v_2 pārnes vektora v_1 sākumpunktā M_1 un uz vektora v_2 atliek vektoru v_1' , kurš skaitliski vienāds ar v_1 , bet kura virziens ir vērsts vektora v_2 virzienā. Tad vektoru v_1 un v_2 galapunktus savienojošais vektors ir Δv , bet vektoru v_1 un v_1' galapunktus savieno vektors $(\Delta v)_n$, vektoru v_2 un v_1' starpība ir vektors $(\Delta v)_t$. Kā redzam, vektori $(\Delta v)_t$ un v_1 nav paralēli, bet vektori $(\Delta v)_t$ un $(\Delta v)_n$ nav perpendikulāri, tāpēc vidējais tangenciālais paātrinājums \bar{a}_t nav paralēls ātrumam v_1 un nav perpendikulārs vidējam normālajam paātrinājumam \bar{a}_n .



1-5. zīm.



1-6. zīm.

Ja $\Delta \mathbf{v} \rightarrow d\mathbf{v}$ (līdz ar to $(\Delta \mathbf{v})_t \rightarrow (d\mathbf{v})_t$ un $(\Delta \mathbf{v})_n \rightarrow (d\mathbf{v})_n$), tad $(d\mathbf{v})_t \parallel \mathbf{v}_t$ un $(d\mathbf{v})_t \perp (d\mathbf{v})_n$, t. i., momentānais tangenciālais paātrinājums \mathbf{a}_t ir vērsts pa trajektorijas pieskari un perpendikulārs momentānajam normālajam paātrinājumam \mathbf{a}_n (1-6. zīm.), kas vērsts pa trajektorijas normāli.

Punkta pilno momentāno lineāro paātrinājumu \mathbf{a} dabūjam, abas minētās paātrinājuma komponentes vektorāli summējot:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n. \quad (1-12)$$

Pilnā momentānā lineārā paātrinājuma skaitliskais lielums

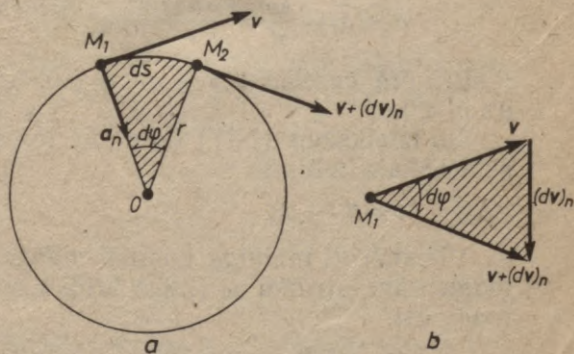
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}, \quad (1-13)$$

bet $a_t = a \cos \varphi$ un $a_n = a \sin \varphi$ (sk. 1-6. zīm.).

Mehānikā sastopamas kustības, kurās viena no minētajām divām paātrinājuma sastāvdaļām ir vienāda ar nulli un viss paātrinājums ir vienāds ar vienu tā sastāvdaļu. Tā, piemēram, materiālā punkta kustībā *pa taisni* ātruma virziens nemainās, tāpēc $a_n = 0$ un $a = a_t$. Turpretim materiālā punkta vienmērīgā kustībā *pa riņķa līniju* lineārā ātruma skaitliskais lielums nemainās, bet nepārtraukti mainās tikai lineārā ātruma virziens. Tāpēc $a_t = 0$ un $a = a_n$ — viss paātrinājums vienāds ar lineārā ātruma virziena maiņas paātrinājumu, t. i., normālo paātrinājumu.

2. Normālā paātrinājuma a_n izteiksme materiālā punkta kustībā ar ātrumu \mathbf{v} pa riņķa līniju, kuras rādiuss r . Vienkāršības dēļ pieņemsim, ka punkta kustība pa riņķa līniju (1-7. zīm. a) ir vienmērīga, t. i., ka $v = \text{const}$, $(d\mathbf{v})_t = 0$, $\mathbf{a}_t = 0$ un $d\mathbf{v} = (d\mathbf{v})_n$. Ja trajektorijas punktā M_1 materiālā punkta ātrums ir \mathbf{v} , tad pēc laika dt trajektorijas punktā M_2 punkta ātrums ir $\mathbf{v} + (d\mathbf{v})_n$. Tā kā kustība ir vienmērīga, tad ātruma $\mathbf{v} + (d\mathbf{v})_n$ skaitliskais lielums ir vienāds ar ātruma \mathbf{v} skaitlisko lielumu: $|\mathbf{v}| = |\mathbf{v} + (d\mathbf{v})_n|$. Punktam bezgalīgi īsā laika sprīdī dt veicot ceļu ds , rādiuss r pagriežas par leņķi $d\varphi$ (1-7. zīm. a). Atsevišķi uzzīmētais ātrumu trīsstūris (1-7. zīm. b), kuru dabūjam, ātruma vektoru $\mathbf{v} + (d\mathbf{v})_n$ pārnesot paralēli sev no punkta M_2 uz punktu M_1 , ir līdzīgs aplī iesvīrotajam trīsstūrim, jo abu trīsstūru atbilstošās malas ir savstarpēji perpendikulāras. Tātad arī ātrumi \mathbf{v} un $\mathbf{v} + (d\mathbf{v})_n$ ātrumu trīsstūrī veido leņķi $d\varphi$. Tā kā līdzīgo trīsstūru malas ir proporcionālas un $ds = v dt$, tad

$$\frac{|(d\mathbf{v})_n|}{v} = \frac{v dt}{r},$$



1-7. zīm.

no kurienes

$$a_n = \frac{|(dv_n)|}{dt} = \frac{v^2}{r}. \quad (1-14)$$

Normālais paātrinājums ir proporcionāls lineārā ātruma kvadrātam un apgriezti proporcionāls riņķa līnijas rādiusam. Normālo paātrinājumu bieži sauc par centrālo paātrinājumu, jo tas vērsts uz riņķa līnijas centru. Arī kustībai pa citām līknēm der normālais paātrinājums a_n izteiksme (1-14), tikai r vietā tad jāliek no punkta uz punktu pēc garuma mainīgais, t. s. *liknes liekuma rādiuss*.

6. §. VIENMĒRĪGA KUSTĪBA

Materiāla punkta vienmērīgā kustībā pa kaut kādu trajektoriju no stāvokļa $s_0=0$ līdz stāvoklim s tangenciālais paātrinājums $a_t=0$ un momentānais ātrums v , kas ir vienāds ar vidējo ātrumu \bar{v} , ir konstants, t. i.,

$$v = \bar{v} = \frac{s}{t} = \text{const.} \quad (1-15)$$

Tātad

$$s = vt. \quad (1-16)$$

7. §. VIENMĒRĪGI MAINĪGA KUSTĪBA

1. Materiālā punkta kustība ir vienmērīgi mainīga, ja tangenciālā paātrinājuma skaitliskais lielums ir konstants, t. i., ja $a_t = \text{const}$. Tādā gadījumā vidējais tangenciālais paātrinājums \bar{a}_t ir vienāds ar momentāno tangenciālo paātrinājumu a_t . Pieņemsim, ka kustības sākuma brīdī $t=0$, ātrums $v=v_0$ un laika brīdī t ātrums ir v . Tad no izteiksmes (1-10) tangenciālais paātrinājums

$$a_t = \bar{a}_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v-v_0}{t} = \text{const.} \quad (1-17)$$

Paātrinātā kustībā $v > v_0$ un $a_t > 0$, bet palēninātā kustībā $v < v_0$ un $a_t < 0$.

No izteiksmes (1-17) izriet, ka laika brīdī t momentānā ātruma skaitliskais lielums

$$v = a_t t + v_0. \quad (1-18)$$

Vienmērīgi mainīgā kustībā vidējo ātrumu \bar{v} var izteikt arī kā momentāno ātrumu v_0 (laika brīdī $t_0=0$) un v (laika brīdī t) summas pusi:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + a_t t}{2} = v_0 + \frac{a_t t}{2}. \quad (1-19)$$

Kā redzam no izteiksmes (1-19) un no 1-8 zīmējuma, vienmērīgi mainīgas kustības vidējais ātrums laika intervālā t ir vienāds ar momentāno ātrumu laika brīdī $t/2$.

Materiālā punkta *noieto ceļu* s atkarībā no laika t var aprēķināt pēc vidējā ātruma izteiksmēm (1-4), (1-19), pieņemot, ka laika momentā $t_0=0$ noietais ceļš ir $s_0=0$, bet momentā t noietais ceļš ir s :

$$s = \bar{v}t = \frac{v_0 + v}{2}t = v_0t + \frac{a_t t^2}{2}. \quad (1-20)$$

Ievietojot izteiksmē (1-20) $t = (v - v_0)/a_t$, dabūjam sakarību starp materiālā punkta momentāno ātrumu v kustības beigās un noieto ceļu s :

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a_t s}. \quad (1-21)$$

Ja $v_0=0$, tad $v = \sqrt{2a_t s}$. Vienmērīgi palēninātā kustībā ($a_t < 0$), ja kustības beigu brīdī t ātrums $v=0$, pēc izteiksmēm (1-18), (1-20) un (1-21) $v_0 = -a_t t$, $s = -a_t t^2/2$ un $v_0 = \sqrt{-2a_t s}$.

Ar vienmērīgi mainīgu kustību sastopamies ļoti bieži. Viens no vissvarīgākajiem vienmērīgi mainīgas kustības gadījumiem, kuru pirmais pareizi izprata Galilejs, ir brīvas krišanas kustība. Vienmērīgi mainīgi kustas arī elektriskie lādiņi homogēnos elektriskajos laukos. Arī automašīnu, vilcienu, liftu, kuģu paātrināto un palēnināto translācijas kustību aptuveni var uzlūkot par vienmērīgi mainīgu. Tāpat mašīnu riteņu un citu ķermeņu paātrinātā vai palēninātā rotācija aptuveni ir vienmērīgi mainīga kustība, un tās aprakstam aptuveni der iepriekšējās sakarības.

2. Brīvās krišanas kustība no neliela augstuma h ir vienmērīgi paātrināta kustība ar paātrinājumu g . Ja kustības sākumā $t=0$, $s_0=0$, $v_0=0$, tad, ievietojot izteiksmēs (1-18), (1-20) un (1-21) $s=h$, dabūjam

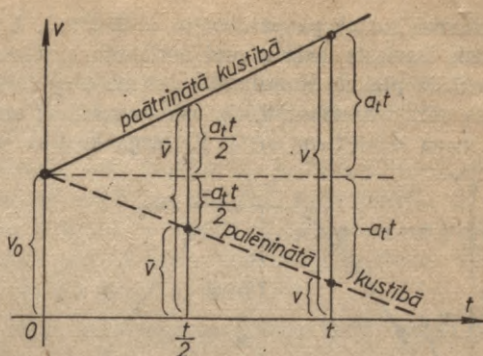
$$v = gt, \quad (1-22)$$

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (1-23)$$

un

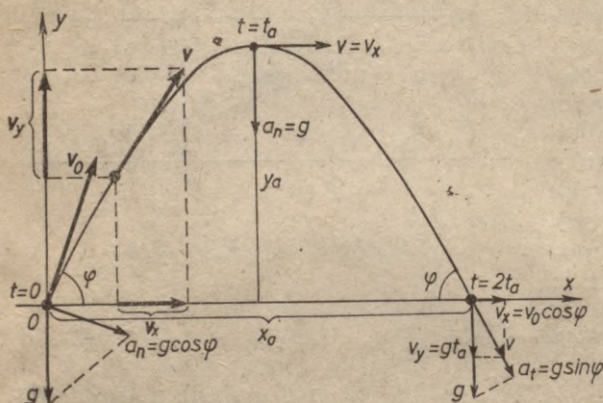
$$v = \sqrt{2gh}. \quad (1-24)$$

3. Slīps sviediens. Izsviežot ķermeņus, kuriem ir liels blīvums (dzelzs skaidas, akmeņus, zemes pikas, graudus, šķidrums strūklas daļiņas), gaisā tie



1-8. zīm.

aptuveni kustas pa parabolām (1-9. zīm.). Lai to parādītu, pieņemsim, ka ķermeņa izsviests leņķī φ pret horizontu ar ātrumu v_0 . Ķermeņa kustība norisinās vertikālā plaknē. Koordinātu sistēmu Oxy šajā plaknē orientēsim tā, lai Ox ass būtu vērsta horizontāli, Oy ass — vertikāli un koordinātu sākumpunkts atrastos ķermeņa izsviediena vietā. Ķermeņa kustība sastāv no *divām komponentēm*: no



1-9. zīm.

vienmērīgas kustības horizontālā virzienā ar konstantu ātrumu $v_x = v_0 \cos \varphi$ un no vienmērīgi mainīgas kustības vertikālā virzienā ar ātrumu v_y . Ķermeņa ātrums vertikālā virzienā sastāv no augšup vērsta konstanta ātruma $v_0 \sin \varphi$ un no leju vērsta Zemes smagumspekā radītā vienmērīgi mainīgā ātruma $-gt$. Tātad pilnais ātrums $v_y = v_0 \sin \varphi - gt$. Ķermeņa *pārvietojumus* x un y izsaka vidējā ātruma \bar{v}_x un \bar{v}_y reizinājums ar laiku t :

$$\left. \begin{aligned} x &= \bar{v}_x t = v_0 \cos \varphi \cdot t, \\ y &= \bar{v}_y t = \left(v_0 \sin \varphi - \frac{gt}{2} \right) t = v_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

Kustības *trajektoriju* dabū, izslēdzot no šīm izteiksmēm laiku t . No pirmās izteiksmes, izsakot $t = \frac{x}{v_0 \cos \varphi}$ un ievietojot otrajā izteiksmē, dabūjam, ka

$$y = \operatorname{tg} \varphi \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \varphi} \cdot x^2. \quad (1-26)$$

Tā kā koeficienti pie x un x^2 ir konstanti lielumi, tad iegūtais trajektorijas vienādojums ir *parabolas* vienādojums.

Sviediena augstumu y_a dabūjam, nosakot laiku t_a , kad ķermeņa ātrums $v_y = v_0 \sin \varphi - gt_a = 0$. No šejienes iegūstam, ka $t_a = v_0 \sin \varphi / g$. Ievietojot šo t_a izteiksmi vertikālās kustības likumā (1-25), dabūjam

$$y_a = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g} \quad (1-27)$$

Sviediena tālumu x_a dabūjam, ievietojot izteiksmes (1-25) pirmajā vienādojumā $t = 2t_a$:

$$x_a = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}. \quad (1-28)$$

No pēdējās izteiksmes redzam, ka lielumam x_a ir vislielākā vērtība, ja $\sin 2\varphi = 1$, t. i., ja $\varphi = 45^\circ$. Tad $x_a = v_0^2/g$. Citi leņķi (lielāki un mazāki par 45°) dod mazākas x_a vērtības. Katru attālumu tād var sasniegt, izsviežot ķermeni *divos leņķos*, no kuriem viens lielāks par 45° (*stāvais sviediens*) un otrs mazāks par 45° (*slīpais sviediens*).

Normālais paātrinājums izsviediena vietā (punktā O) ir Zemes gravitācijas paātrinājuma komponente trajektorijas normāles virzienā šajā punktā: $a_n = -g \cos \varphi = v_0^2/r_0$, bet trajektorijas augstākajā punktā $a_n = g = (v_0 \cos \varphi)^2/r_a$, kur r_0 un r_a ir trajektorijas liekuma rādiusi šajos punktos. Nokrišanas vietā $v_y = gt_a$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \varphi + g^2 t_a^2}$ un $a_t = g \sin \varphi$.

Horizontāla sviediena kustība tāpat pakļausies sakarībām (1-25) un (1-26), tikai tad $\varphi = 0$.

8. §. LEŅĶISKAIS ĀTRUMS UN LEŅĶISKAIS PAĀTRINĀJUMS

Materiālam punktam kustoties pa trajektoriju, tam bez aplūkotā lineārā ātruma un paātrinājuma eksistē vēl t. s. leņķiskais ātrums un leņķiskais paātrinājums. Šos lielumus nosaka punkta rādiusvektora r pagriešanās. Definējot leņķisko ātrumu un leņķisko paātrinājumu, pieņemsim, ka punkts kustas pa riņķa līniju.

1. **Leņķiskais ātrums.** a. Leņķiskais ātrums raksturo materiāla punkta rādiusvektora r griešanās straujumu. *Leņķiskais ātrums ir rādiusvektora r pagriešana leņķis (radiānos) sekundē.* Definējot leņķisko ātrumu, pieņemsim, ka materiālais punkts savā kustībā no punkta M_1 laikā $t_2 - t_1 = \Delta t$ noiet ceļu $\Delta s = \overline{M_1 M_2}$, bet rādiusvektors r pagriežas par leņķi $\Delta \varphi$ (1-10. zīm.). Tad vidējā leņķiskā ātruma *skaitliskais lielums*

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}. \quad (1-29)$$

Robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow 0$ (no kā izriet, ka arī $\Delta \varphi \rightarrow 0$), iepriekšējā izteiksme izsaka momentānā leņķiskā ātruma *skaitlisko lielumu*

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1-30)$$

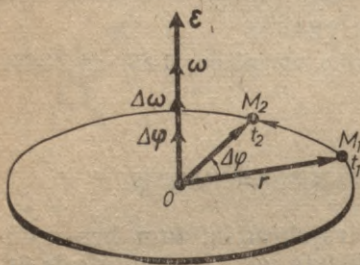
Leņķiskā ātruma ω mērvienība, leņķi mērot radiānos, ir *r a d i ā n s s e k u n d ē* (rad/s). $1 \text{ rad/s} = \frac{57,296^\circ}{s}$.

Leņķiskais ātrums $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ ir *vektors**, kas pielikts riņķa līnijas centrā un vērsts perpendikulāri riņķa plaknei. Vektora $\vec{\omega}$ vērsumu nosaka skrūves kustības virziens: skatoties vektora $\vec{\omega}$ virzienā, punkts pārvietojas pulksteņa rādītāju kustības virzienā.

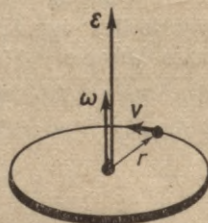
* Tehnisku iemeslu dēļ grieķu alfabēta burti, kas apzīmē vektorus, nav iespiesti pustreknī, bet virs tiem liktas bultiņas.

b. Pilnai riņķa līnijai atbilstošais centra leņķis ir 2π radiāni. Tāpēc rādiusvektora apgriezību skaits laika vienībā, t. i., griešanās jeb cikliskā frekvence ν , ir 2π reizes mazāks nekā rādiusvektora leņķiskais ātrums ω :

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (1-31)$$



1-10. zīm.



a



b

1-11. zīm.

Griešanās frekvences mērvienība ir s^{-1} jeb apgr/s. Tā kā frekvenci ν un griešanās periodu T saista sakarība

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad (1-32)$$

tad

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (1-33)$$

Bieži (piemēram, elektriskajiem motoriem) griešanās frekvenci mēra apgriežienos minūtē. $1 \frac{\text{apgr}}{\text{min}} = \frac{1}{60} \frac{\text{apgr}}{\text{s}} = \frac{2\pi}{60} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0,1047 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

2. Leņķiskais paātrinājums raksturo leņķiskā ātruma maiņas straujumu. Vidējā leņķiskā paātrinājuma $\bar{\varepsilon}$ skaitliskais lielums ir leņķiskā ātruma skaitliskā lieluma maiņa laika vienībā rādiusvektora galīgā pagriezienā $\Delta\varphi$:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \quad (1-34)$$

kur $\Delta\omega$ ir leņķiskā ātruma skaitliskā lieluma maiņa laikā Δt . Robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow 0$ (no tā izriet, ka arī $\Delta\omega \rightarrow 0$ un $\Delta\varphi \rightarrow 0$), iegūstam materiāla punkta momentānā leņķiskā paātrinājuma skaitlisko lielumu

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1-35)$$

Leņķisko paātrinājumu ε mēra radiānos uz sekundi kvadrātā (rad/s^2). Leņķiskais paātrinājums $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$ ir vektoriāls lielums un paātrinātā riņķošanas kustībā, ja riņķa līnijas orientācija

telpā nemainās. (1-11. zīm. a), vērsts pa riņķa līnijas asi leņķiskā ātruma $\vec{\omega}$ virzienā, bet palēninātas riņķošanas gadījumā (1-11. zīm. b) — pretēji $\vec{\omega}$ virzienam.

9. §. MATERIĀLA PUNKTA KUSTĪBA PA RIŅĶA LĪNIJU

Materiāla punkta kustība pa riņķa līniju ir īpašs liklīnijas kustības veids, kurā materiālā punkta attālums no kāda punkta ir $r = \text{const}$. Šādā veidā kustas, piemēram, visi ap nekustīgu asi rotējoša absolūti cieta ķermeņa punkti un atsevišķos gadījumos arī elektroni ap atoma kodolu.

1. Sakarība starp lineāro ātrumu v un leņķisko ātrumu ω . No ģeometrijas zinām, ka riņķa līnijas centra leņķi $d\varphi$ izsaka ar šim leņķim atbilstošā riņķa līnijas loka ds un rādiusa r attiecību: $d\varphi = ds/r$. Izmantojot šo sakarību un izteiksmes (1-5), (1-30), varam rakstīt, ka momentānais lineārais ātrums

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{rd\varphi}{dt} = r\omega. \quad (1-36)$$

Vektoriāli, ievērojot visu triju vektoru \mathbf{v} , \mathbf{r} un $\vec{\omega}$ virzienus, $\mathbf{v} = \vec{\omega} \times \mathbf{r}$. Tātad kustībā pa riņķa līniju lineārais ātrums v ir proporcionāls leņķiskajam ātrumam ω un riņķa līnijas rādiusam r .

Ievērojot izteiksmes (1-31) — (1-33), lineāro ātrumu v varam saistīt ar griešanās periodu T un frekvenci ν šādi:

$$v = 2\pi\nu r = \frac{2\pi r}{T}. \quad (1-37)$$

Vidējo lineāro ātrumu, ja brīdī $t=0$ arī $\varphi=0$ un brīdī t pagrieziena leņķis ir φ , var izteikt šādi:

$$\bar{v} = r \frac{\varphi}{t}. \quad (1-38)$$

2. Saskaņā ar izteiksmēm (1-10), (1-36) un (1-35) momentānais tangenciālais paātrinājums

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\varepsilon, \quad (1-39)$$

t. i., tangenciālais paātrinājums a_t ir tieši proporcionāls leņķiskajam paātrinājumam ε un riņķa līnijas rādiusam r .

Vidējo tangenciālo paātrinājumu, ja brīdī $t=0$ momentānais leņķiskais ātrums $\omega = \omega_0$ un brīdī t tas ir ω , var izteikt šādi:

$$\bar{a}_t = r \frac{\Delta\omega}{t} = r \frac{\omega - \omega_0}{t}. \quad (1-40)$$

Ja riņķa līnijas rādiuss r ir ļoti mazs, tad arī liela leņķiskā paātrinājuma ε gadījumā tangenciālais paātrinājums a_t var būt mazs.

Saskaņā ar izteiksmi (1-36), *momentānā normālā paātrinājuma* izteiksme (1-14) ir šāda:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}. \quad (1-41)$$

Ievērojot izteiksmes (1-39) un (1-41), *momentānā pilnā paātrinājuma skaitliskais lielums*

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (1-42)$$

Atzīmēsim, ka šī paragrāfa izteiksmes (1-36) — (1-42) ir derīgas visos kustības pa riņķa līniju gadījumos, tāpat tās der kustībām pa citām liektām līnijām, tikai tad riņķa līnijas rādiusa r vietā jāņem t. s. liknes *liekuma rādiuss*, kas vispār ir pa likni mainīgs.

3. **Vienmērīgā kustībā** pa riņķa līniju $a_t = 0$, tāpēc no izteiksmes (1-39) izriet, ka $\varepsilon = 0$. No ω definīcijas, t. i., no izteiksmes (1-29), kad $\Delta\varphi = \varphi$ un $\Delta t = t$, dabūjam, ka $\bar{\omega} = \omega = \varphi/t = \text{const}$, resp., vienmērīgā kustībā

$$\varphi = \omega t. \quad (1-43)$$

4. **Vienmērīgi mainīgā kustībā** pa riņķa līniju $a_t = r\varepsilon = \text{const}$, tāvad $\varepsilon = \varepsilon = \text{const}$ un sakarības starp leņķisko paātrinājumu ε , leņķisko ātrumu ω un ω_0 (laika brīdī $t=0$), rādiusvektora pagriezienu leņķi φ un pagriezienu laiku t ir analogas sakarībām (1-17) — (1-21) starp a_t , v , v_0 , s un t . To pierādīsim šādi. Tā kā $v = r\omega$, $v_0 = r\omega_0$, $a_t = r\varepsilon$ un $v = a_t t + v_0$, tad, šīs izteiksmes dalot ar r , dabūjam, ka

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{t} = \frac{\omega - \omega_0}{t}, \quad (1-44)$$

$$\omega = \varepsilon t + \omega_0, \quad (1-45)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_0 + \omega}{2} = \omega_0 + \frac{\varepsilon t}{2}, \quad (1-46)$$

$$\varphi = \bar{\omega} t = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (1-47)$$

un

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\varepsilon\varphi}. \quad (1-48)$$

5. Risinot kinemātikas uzdevumus (t. i., uzdevumus, kuros nāv runāts par masām, spēkiem, enerģijām), jāizšķir ķermeņa translācijas (taisnlīnijas un liklīnijas) un rotācijas kustības gadījumi. Pēc tam jānoskaidro, vai kustība ir vienmērīga, vienmērīgi paātrināta vai nevienmērīgi paātrināta. Nevienmērīgi paātrinātai translācijas kustībai jāpielieto 2., 4. un 5. § izteiksmes, vienmērīgai kustībai papildus vēl 6. § izteiksmes un vienmērīgi paātrinātai kustībai papildus 7. § izteiksmes. Vispārīgai rotācijas kustībai pielietosim 5., 8. un 9. § 1. un 2. p. izteiksmes, vienmērīgai rotācijai arī 9. § 3. p. izteiksmes un vienmērīgi paātrinātai rotācijai arī 9. § 4. p. izteiksmes.

Piemērs. Pa riņķa līniju ar rādiusu $r=0,5$ m pēc kustības likuma $s=4t-0,2t^3$ kustas materiāls punkts. Noteikt lineāro un leņķisko ātrumu (momentāno un vidējo), kā arī tangenciālo un leņķisko paātrinājumu (momentāno un vidējo) 2 s pēc kustības sākuma vai pirmo 2 s laikā.

Kustība ir nevienmērīgi paātrināta, un tā notiek pa riņķa līniju. Laika brīdī $t=2$ s *momentānais lineārais ātrums*

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(4t - 0,2t^3) = 4 - 0,6t^2 = 4 - 0,6 \cdot 2^2 = 1,6 \text{ m/s.}$$

Tā kā laika brīdī $t=0$ arī $s_0=0$, tad *vidējais lineārais ātrums*

$$\bar{v} = \frac{s-s_0}{t} = \frac{s}{t} = \frac{8 \cdot 2 - 0,2 \cdot 2^3}{2} = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tāpēc brīdī $t=2$ s *momentānais leņķiskais ātrums*

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1,6}{0,5} = 3,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

un *vidējais leņķiskais ātrums*

$$\bar{\omega} = \frac{\bar{v}}{r} = \frac{3,2}{0,5} = 6,4 \text{ rad/s.}$$

Laika brīdī $t=2$ s *momentānais tangenciālais paātrinājums*

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(4 - 0,6t^2) = -1,2t = -2,4 \text{ m/s}^2$$

(kustība palēnināta). Tā kā laika brīdī $t=0$ ātrums $v_0=4-0,6(0)^2=4$ m/s,

tad *vidējais tangenciālais paātrinājums* $\bar{a}_t = \frac{v-v_0}{t} = \frac{1,6-4}{2} = -1,2 \text{ m/s}^2$.

Momentānais leņķiskais paātrinājums

$$\varepsilon = \frac{a_t}{r} = \frac{-2,4}{0,5} = -4,8 \text{ rad/s}^2$$

un *vidējais leņķiskais paātrinājums*

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{a}_t}{r} = \frac{-1,2}{0,5} = -2,4 \text{ rad/s}^2.$$

Momentānais normālais paātrinājums brīdī $t=2$ s ir

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(1,6)^2}{2} = 1,28 \text{ m/s}^2$$

un *pilnais paātrinājums*

$$a = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} = 0,5\sqrt{(-4,8)^2 + (3,2)^2} = 5,7 \text{ m/s}^2.$$

Atzīmēsim, ka leņķisko ātrumu ω un paātrinājumu ε varētu aprēķināt tieši pēc izteiksmēm $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ un $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, ja kustības likumu pārveidotu formā $\varphi = s/r = (4t - 0,2t^3)/r = 8t - 0,4t^3$.

MATERIĀLA PUNKTA DINAMIKA

1. §. MASA. BLĪVUMS

1. Ķermeņa masa m ir salikts fizikāls lielums, jo tas izsaka 1) ķermeņa inerci, 2) ķermeņa gravitācijas mijiedarbību un 3) ķermenī esošo vielu daudzumu. Masas pirmās divas īpašības tiek definētas, izmantojot spēka jēdzienu, tāpēc tās aplūkosit turpmāk (2. nod. 6. §). Bez tam spēks SI mērvienību sistēmā nav pamatlielums, bet ir atvasināts lielums, tāpēc definēt masu ar abām pirmām īpašībām būtu metodiski neloģiski. Ja par ķermeņa masu pieņem ķermenī esošo vielas daudzumu (Ņūtona masas definīcija), tā masu nosaka ķermenī esošo daļiņu veids un skaits. Lietojot šādu ķermeņa masas izpratni, tomēr jāievēro, ka daļiņu īpašībām ir dialektisks raksturs, t. i., ka tām ir sarežģīta iekšējā struktūra, ka to īpašības mainās, pat vienām daļiņām pārveidojoties citās daļiņās, ka daļiņu un līdz ar to ķermeņu masa mainās atkarībā no ātruma un ka ķermenī bez vielas daļiņām var būt arī t. s. lauka^o daļiņas (piemēram, gaismas kvanti). No tā kļūst skaidrs, ka precīzi noteikt masu ar ķermenī esošo vielas daudzumu ir ļoti grūti. Tomēr daudzos gadījumos aptuveni daļiņu skaits un veids ķermenī ir nemainīgs, tātad šādā veidā aptuveni varam noteikt ķermeņa masu. Masas jēdziens ir jāuzlūko kā līdz galam nenoskaidrots.

Praktiski par *masas mērvienību* pieņemam vielas daudzumu, kas atrodas vienā kilograma (kg) masas etalonā (aptuveni 1 dm³ ūdens).

2. Ķermeņa masa m un svars P nav raksturīgas ķermenī veidojošās vielas īpašības, jo tā masa ir atkarīga no ķermeņa lieluma, bet svars — no tā stāvokļa. Turpretim *vielas daudzums* (*masas daudzums*) *tilpuma vienībā*, t. i., blīvums ρ , ir katrai vielai raksturīgs lielums. Ja ķermeņa masa ir m un tilpums V , tad blīvums

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2-1)$$

Blīvumu mēra kg/m³.

Dažu vielu blīvumi: Al — 2,739 · 10³ kg/m³, Fe — (7,2 ÷ 7,9) · 10³ kg/m³, priedes koks — 0,59 · 10³ kg/m³, grants — 2,89 · 10³ kg/m³, Hg — 13,5457 · 10³ kg/m³, gaiss — 0,00129 · 10³ kg/m³.

3. Ķermeņa *īpatnējo svaru* γ , t. i., *tilpuma vienības svaru*, definē ar ķermeņa svāra P un ķermeņa tilpuma V attiecību:

$$\gamma = \frac{P}{V}. \quad (2-2)$$

Īpatnējo svaru mēra N/m³.

2. §. FIZIKĀLO LIELUMU DIMENSIJAS. SI MĒRVIENTBU SISTĒMA

1. Jaunus fizikālos lielumus definē, izmantojot jau zināmos fizikālos lielumus, piemēram, ātrumu izsaka kā ceļa dalījumu ar laiku, paātrinājumu — kā ātruma dalījumu ar laiku kvadrātā utt. Visus fizikālos lielumus var atvasināt no dažiem izraudzītajiem fizikālajiem lielumiem, kurus sauc par pamatlielumiem. Atvasinātie fizikālie lielumi izsakāmi ar šo pamatlielumu reizinājumu-dalījumu, ko sauc par fizikālā lieluma dimensiju. Visu fizikālo lielumu dimensijas, kas atvasinātas no vieniem un tiem pašiem pamatlielumiem, izveido dimensiju sistēmu.

Par mehānisko lielumu pamatlielumiem izvēlēsimies garumu (L), masu (M) un laiku (T). Visu atvasināto mehānisko lielumu dimensijas tad var izteikt ar šo triju pamatlielumu dimensiju reizinājumiem-dalījumiem. Tā, piemēram, ātruma dimensija ir MT^{-1} , spēka — MLT^{-2} , enerģijas — ML^2T^{-2} utt. Tā dabūjam LMT dimensiju sistēmu.

2. Bez tam katram fizikālajam lielumam ir viena vai vairākas mērvienības. Trīs pamatlielumu (garuma, masas un laika) mērvienības tiek definētas ar kādu mērīšanas paņēmieni vai etalonu. Pārējo fizikālo lielumu mērvienības iegūst izmantojot pamatlielumu mērvienības, pie tam tādā pašā pamatmērvienību reizinājuma-dalījuma veidā, kā no pamatlielumu dimensijām tiek iegūtas atvasināto lielumu dimensijas. Šādi iegūtās fizikālo lielumu mērvienības izveido mērvienību sistēmu.

Padomju Savienībā, sākot ar 1963. gada 1. janvāri, priekšroka dodama starptautiskajai (SI) mērvienību sistēmai (sk. I pielikumu), ko veido četras speciālas mērvienību sistēmas: 1) MKS sistēma — *mehāniskajiem mērījumiem*, 2) MKSK sistēma — *siltuma parādību mērījumiem*, 3) MKSA — *elektriskajiem mērījumiem* un 4) MKSC — *fotometriskajiem mērījumiem*.

SI mērvienību sistēmas pirmās trīs (MKS) pamatvienības ir šādas:

Garuma vienība — metrs (m) ir gāzveida kriptonā izotopa Kr^{86} atoma izstarotās gaismas 1650763,73 viļņa garumi vakuumā atoma pārejā no stāvokļa $5d$ uz stāvokli $2p$ (sk. 36. nod.). 1 metrs aptuveni ir $\frac{1}{40\,000\,000}$ no Zemes meridiāna garuma. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$.

Masas vienība — kilograms (kg) ir Francijas Nacionālajā arhīvā glabātā masas etalona masa. Šī etalona masa aptuveni vienāda ar 1 dm^3 ūdens masu 4°C temperatūrā. $1\text{ kg} = 10^3\text{ g}$.

Laika vienība — sekunde (s) ir cēzija izotopa Cs^{133} atoma pamatstāvokļa hipersīko stāvokļu pārejā izstarotās radiācijas $9\,192\,631\,770$ ($\approx 9,2 \cdot 10^9$) periodu ilgums.

Jāpiezīmē, ka bez SI mērvienību sistēmas fizikā un tehnikā lieto vēl arī citas sistēmas, piemēram, CGS (centimetra — grama — sekundes) un tehnisko MKGS (metra — spēka kilograma — sekundes) sistēmu. (Pāreju no šo sistēmu mērvienībām uz SI sistēmas mērvienībām sk. I pielikumā.)

3. §. SPĒKS. SPIEDIENS

1. Materiāli ķermeņi atrodas savstarpējā mijiedarbībā. Šo mijiedarbību, kura atkarīga no mijiedarbības veida (gravitācijas, elektriskā utt.), no ķermeņu īpašībām (blīvums, elektriskais lādiņš, lielums, forma u. c.), no vides, kurā ķermeņi atrodas (vakuums, gaiss, ūdens utt.), un no ķermeņu novietojuma (tuvu, tālu utt.), raksturo spēks.

Ķermeņu mijiedarbības spēku var mērit kā dinamiski, t. i., ar tā izraisīto ķermeņa kustību, tā arī statiski, t. i., ar tā spēju deformēt ķermeni, piemēram, izstiept dinamometra atsperi.

2. Spēkus iedala tāldarbības spēkos un tuvdarbības jeb saskares spēkos. Ar tāldarbības spēkiem ķermeņi iedarbojas viens uz otru, pašiem nesaskaroties. Šādi tāldarbības spēki ir gravitācijas spēki, elektriskie un magnētiskie spēki. Lai gan vidē esošā viela maina šo spēku lielumu, tomēr principiāla nozīme vietai nav, jo šie spēki darbojas arī vakuumā. Tuvdarbības spēki darbojas tikai ķermeņu saskaršanās gadījumā. Ķermeņiem atraujoties, šie spēki izbeidzas. Atkarībā no ķermeņu saskares veida saskares spēkus iedala punktveida saskares spēkos un virsmas saskares spēkos. Ķermeņus saistot ar āķiem, virvēm vai stieņiem, ķermenim spēku praktiski pieliek vienā punktā. Turpretī iekšdedzes motora cilindrā gāze uz cilindra sienu, traukā ūdens uz trauka sienu, atmosfēra uz Zemes virsmu un elektriskais lauks uz uzlādēta vadītāja virsmas elektriskajiem lādiņiem darbojas ar virsmas saskares spēkiem. Virsmas saskares gadījumā ķermeņu, kā arī ķermeņu un lauka mijiedarbības intensitātes raksturošanai spēka vietā bieži lietojam spiedienu, kuru apzīmē ar p un kurš izsaka spēku F uz laukuma S vienību:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (2-3)$$

Tiešām runāt par visas gāzes spiediena spēku uz motora cilindra sienu vai atmosfēras spiediena spēku uz visu Zemes virsmu nav nozīmes, bet svarīgi ir noteikt spiedienu uz virsmas laukuma vienību. Tvaika katla sienu izturības noteikšanai ir svarīgs nevis kopējais tvaika spiediena spēks uz katla sienu, jo tas ir atkarīgs no katla lieluma, bet gan spēks uz laukuma vienību, t. i., spiediens.

SI sistēmā spēka mērvienība ir **ņūtons (N)**. *Spēks ir 1 ņūtonu liels, ja tas ķermenim, kura masa ir 1 kg, piešķir 1 m/s² lielu paātrinājumu. Spiediena pamatvienība SI sistēmā ir paskāls (Pa), kas ir vienāds ar ņūtonu uz metru kvadrātā (N/m²).*

Bez tam spēkus mēdz dalīt t. s. aktīvajos un pasīvajos spēkos. Aktīvo spēku iedarbībā ķermenis paātrinās. Tie darbojas vai nu nepārtraukti, ilgstoši, piemēram, smagumspēks, motora dzinējspēks, vēja spēks, lidmašīnas cēlējspēks, vai arī tikai īsu brīdi, piemēram, trieciena spēks ķermeņu sadursmē utt.

Arī elastības spēki jāpieskaita pie aktīvajiem spēkiem, jo pēc deformāciju radošo spēku pēkšņas izbeigšanās šo spēku ietekmē ķermenis atgūst sākotnējo veidu un stāvokli.

Pasīvo spēku iedarbībā ķermeņi nevar paātrināties; tie darbojas tikai tik ilgi, kamēr darbojas aktīvie spēki. Šādi pasīvie spēki, piemēram, ir cieta ķermeņa *reakcijas spēki*, kas līdzsvara stāvoklī līdzsvaro aktīvos spēkus. Tā, piemēram, uz jumtu darbojas aktīvie smagumspēki un no jumta cieta balstu puses tikpat lieli un pretēji vērsti reakcijas spēki. Pēdējie nevar jumtu paātrināt. To var tikai smagumspēki. Arī berzes spēki ir jāpieskaita pie pasīvajiem spēkiem.

Spēkus vēl iedala t. s. iekšējos spēkos un ārējos spēkos. Spēki, kuri darbojas starp sistēmas ķermeņiem, ir iekšējie spēki, bet spēki, kas darbojas starp sistēmas ķermeņiem un ārpus sistēmas esošiem ķermeņiem, ir ārējie spēki. Iedalījums, kā redzams, ir atkarīgs no ķermeņu sistēmas robežu izvēles. Ja, piemēram, par sistēmu pieņemam automašīnas motora cilindru ar tajā esošo gāzi, gāzes spiediens uz cilindra virzuli ir iekšējs spēks, bet kloķa-klaņa iedarbības spēks uz dzinējvārpstu ir ārējs spēks. Ja turpretim par sistēmu pieņem visu automašīnu, visi minētie spēki ir iekšējie spēki. Ārējs spēks tad ir no zemes uz riteņiem darbojošais dzinējberzes spēks. Ja ārējo spēku nav, ķermeņu sistēmu sauc par noslēgtu vai izolētu.

Spēkus vēl var iedalīt pēc to būtības: 1) *gravitācijas spēkos* (sk. 2. nod. 10. §), 2) *elektromagnētiskajos spēkos* (sk. III daļu) un 3) *elementārdaļiņu t. s. vājās un stiprās mijiedarbības spēkos* (sk. 38. nod.).

4. §. ŅŪTONA LIKUMU RAKSTUROJUMS. ŅŪTONA PIRMAIS (INERCES) LIKUMS

1. Dinamikas pamatā var likt dažādas aksiomu (pamatpieņēmumu, pamatlikumu, principu) sistēmas. Līdz šim visvairāk lietota ir pirmā dinamikas aksiomu (pamatlikumu) sistēma, kuru Ņūtons publicēja 1687. gadā savā ievērojamā darbā «*Philosophie Naturalis Principia Mathematica*». Jānorāda, ka pirmās aksiomas ideju jau pirms Ņūtona bija izteicis Galilejs. Ņūtona aksiomu sistēma sastāv no trim Ņūtona aksiomām jeb likumiem, kas ir no pieredzes atvasināti un vispārināti apgalvojumi. Pārējie dinamiskas likumi, kuriem tāpat ir jāsaskan ar novērojumiem, ir pierādāmi matemātiski, balstoties uz aksiomām.

Jāpiezīmē, ka līdz ar Ņūtona likumiem vēl jālieto aksiomas par telpas homogenitāti (vienādību visās vietās) un izotropiju (vienādību visos virzienos), aksiomu par laika vienmērīgu un nepārtrauktu maiņu u. c.

Visos trijos Ņūtona likumos runāts par materiālu punktu (ķermeņu) kustībām. Pirmajā un otrajā likumā runāts par viena

materiāla punkta (ķermeņa) kustību, bet trešajā — par divu materiālu punktu (ķermeņu) savstarpējo mijiedarbību. Ņūtona likumu formulējumos materiālo punktu var aizstāt ar ķermeni, kuram ir tilpums, ja tas kustas translācijas kustībā un nerotē (bet, ja ķermenis arī rotē, tad šī rotācijas kustība neietekmē translācijas kustību).

2. Ņūtona pirmais likums nosaka materiāla punkta (ķermeņa) izturēšanos, ja uz to spēki neiedarbojas vai arī spēku summa vienāda ar nulli.

Ja uz materiālo punktu (ķermeni) spēki neiedarbojas (vai arī darbojošies spēki ir savstarpēji līdzsvaroti), tad materiālais punkts (ķermenis) atrodas miera stāvoklī vai vienmērīgā taisnvirziena kustībā.

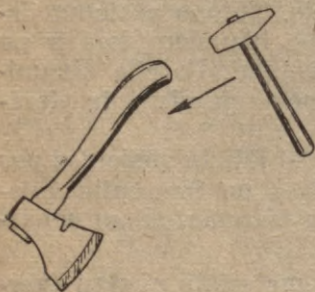
Kā redzam, šajā formulējumā ķermeņa miera stāvoklis ir pielīdzināts vienmērīgai taisnvirziena kustībai, t. i., kustībai ar konstantu ātrumu $v = \text{const}$. Ja, piemēram, automašīna atrodas miera stāvoklī vai brauc ar konstantu ātrumu pa horizontālu, gludu ceļu, tad horizontālā virzienā nekāds spēks nedarbojas vai dzinējspēku un berzes spēku summa ir vienāda ar nulli.

Pirmo Ņūtona likumu citādi var izteikt ar kustības daudzumu K , t. i., ar ķermeņa masas m un ātruma v reizinājumu mv . Ja ķermeņa masa nemainās un uz ķermeni spēki neiedarbojas vai spēku summa ir vienāda ar nulli, tad pirmais likums apgalvo, ka *ķermeņa kustības daudzums ir konstants*:

$$K = mv = \text{const.} \quad (2-4)$$

Sajā gadījumā Ņūtona pirmais likums vienam materiālam punktam (ķermenim) izsaka to pašu, ko kustības daudzuma nezūdamības likums (sk. 2. nod. 13. §).

Ķermeņa noturība vienmērīgas taisnvirziena kustības stāvoklī, ja uz ķermeni neiedarbojas ārēji spēki, raksturo ķermeņa *inerces*. Tāpēc Ņūtona pirmo likumu sauc arī par *inerces likumu*. Ķermeņa stāvokļa noturības jeb inerces skaitlisko lielumu, kas izpaužas kā pretestība stāvokļa maiņai, var uzzināt, ja uz to iedarbojas ar kādu spēku, t. i., ja maina ķermeņa kustības stāvokli. Ķermeņa inerces skaitlisko lielumu tāpēc nosaka Ņūtona otrais likums.



2-1. zīm.

Ka ķermenim piemīt inerces, to, piemēram, rāda šādi novērojumi: 1. Apaļa, smaga lode, ritot pa gludu horizontālu virsmu, kustas taisnā virzienā ar konstantu ātrumu. 2. Tievā pavedienā piekaram smagu atsvaru un tam apakšā piesienam tādu pašu divkāršu pavedienu. Aiz apakšējā pavediena strauji raujot uz leju, pārtrūkst apakšējais stiprākais pavediens, jo inerces dēļ smagākais atsvars nepaspēj paātrināties, tāpēc augšējais diegs tiek mazāk noslogots. 3. Uz galda noliekam papīra lapu un uz tās

uzliekam glāzi ar ūdeni. Tad papīra lapu varam strauji izraut no glāzes apakšas, glāzi neapgāžot, jo inerces dēļ glāze ar ūdeni nepaspēj paātrināties. 4. Tramvajam strauji bremzējot, krītam uz priekšu, jo mūsu ķermenis inerces dēļ tiecas ieturēt iepriekšējo kustības stāvokli. 5. Dzenot cirvī kātu, turam to brīvi rokā un ar veseri sitam pa kāta galu (2-1. zīm.). Cirvis nepaspēj tik strauji paātrināties kā kāts, un tā iedzenam kātu cirvī.

5. §. ŅŪTONA OTRAIS LIKUMS

Tas ir galvenais mehānikas likums, kas nosaka materiāla punkta kustības vienādojumu.

1. Ņūtona otrais likums izsaka, kā izturas materiāls punkts (ķermenis), ja uz to iedarbojas viens vai vairāki spēki.

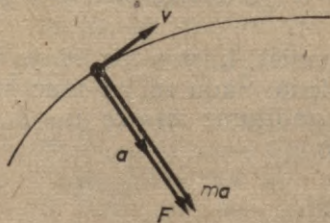
Ja uz materiālu punktu (ķermeni), kura masa ir m , iedarbojas spēks F , tad materiālais punkts (ķermenis) kustas tā, ka ikkatrā laika brīdī tā masas un paātrinājuma a reizinājums ir vienāds ar spēku (2-2. zīm.), t. i.,

$$ma = F. \quad (2-5)$$

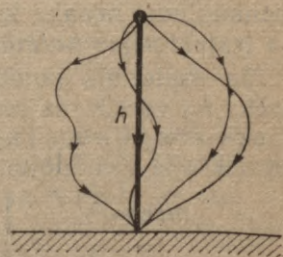
Šo sakarību sauc par materiāla punkta kustības vienādojumu.

Ja dots materiāla punkta sākuma stāvoklis un sākuma ātrums, tad ķermenis saskaņā ar šo likumu no visa bezgalīgi lielā iespējamo trajektoriju skaita izvēlas tikai vienu trajektoriju, proti, to, pa kuru materiālā punkta paātrinājums vienmēr ir vērsts spēka virzienā. Arī pa šo trajektoriju materiālais punkts nevar kustēties patvaļīgi, bet tam jāpārvietojas tā, lai ikvienā kustības brīdī masas un paātrinājuma reizinājums būtu vienāds ar spēku. Tā, piemēram, neievērojot Ņūtona otro likumu, materiālais punkts (ķermenis) varētu brīvi krist no sākuma punkta līdz nokrišanas vietai pa dažādām, bezgalīgi daudzām trajektorijām (2-3. zīm.). Ķermenis tomēr krīt vertikāli, un pa šo vertikāli ķermenis krīt ne patvaļīgi, bet tā, kā to prasa Galileja brīvās krišanas likums: $h = gt^2/2$, t. i., vienmērīgi paātrināti. Tikai tādā gadījumā ir izpildīts Ņūtona otrais likums, proti, ka spēks vienmēr ir vienāds ar masas un paātrinājuma reizinājumu.

Ja ir doti t. s. kustības sākuma nosacījumi, tad Ņūtona otrais



2-2. zīm.



2-3. zīm.

likums nosaka ātrumu, paātrinājumu, noieto ceļu un citus lielumus jebkurā laika momentā. Vienam materiālam punktam telpā ir vajadzīgi seši sākuma nosacījumi: trīs koordinātes x_0, y_0, z_0 un trīs ātrumi v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} , plaknē — četri sākuma nosacījumi, bet kustībā pa dotu līniju — tikai divi sākuma nosacījumi. Vienādojums (2-5) ir algebrisks vienādojums. Ievietojot vienādojumā $ma=F$ paātrinājuma a vietā dv/dt vai d^2s/dt^2 , iegūstam diferenciālvienādojumu.

2. Ņūtona otro likumu var izteikt arī ar kustības daudzumu. Tā kā konstantai masai $mdv=d(mv)$, tad otro likumu (2-5) materiālam punktam var rakstīt arī šādā formā:

$$\frac{d(mv)}{dt} = F. \quad (2-6)$$

Materiāla punkta kustības daudzuma maiņa laika vienībā ir vienāda ar spēku. Šajā formā materiāla punkta kustības vienādojums ir arī relativistiskajā mehānikā (sk. 31. nod. 7. §), kur masa m mainās atkarībā no ātruma v pēc likuma $m=m_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ (m_0 — masa, ja $v=0$, un c — gaismas ātrums).

Ja $F=\text{const}$, tad kustība ir *vienmērīgi paātrināta* un izteiksmi (2-6) var rakstīt šādi:

$$\frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = F. \quad (2-7)$$

3. Materiāla punkta kustības vienādojums *telpā* vektoriālā formā (2-5) apvieno trīs neatkarīgus skalārus kustības vienādojumus, kuri, piemēram, taisnleņķu koordinātu sistēmā ir šādi:

$$\left. \begin{aligned} ma_x &= F_x, \\ ma_y &= F_y, \\ ma_z &= F_z. \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

Šeit a_x, a_y, a_z un F_x, F_y, F_z ir paātrinājuma a un spēka F projekcijas Ox, Oy un Oz asu virzienos.

4. Ja materiāls punkts kustas pa *plaknes līniju*, tad paātrinājuma a abām komponentēm a_t un a_n atbilst arī attiecīgās spēka komponentes F_t un F_n , līdz ar to kustības vienādojums sastāv no diviem vienādojumiem: $ma_t=F_t$ un $ma_n=F_n$. Pirmais vienādojums nosaka kustību pa trajektorijas *pieskari*, bet otrais — pa trajektorijas *normāli*.

Ja materiāls punkts (ķermenis) kustas pa *riņķa līniju*, tad spēks F_n vērsts tās centra virzienā. Šādu spēku sauc par centrtieces spēku. Tā kā šai gadījumā $a_t=re$ un $a_n=v^2/r$, tad iepriekšējie vienādojumi ir šādi:

$$\left. \begin{aligned} mre &= F_t, \\ m \frac{v^2}{r} &= F_n. \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

Centrtieces spēku izraisošajam ķermenim, piemēram, griešanās asiņ pielikto spēku, kas skaitliski vienāds ar aplūkojamam ķermenim pielikto centrteices spēku, bet vērsts pretēji tam, sauc par centrālās spēku.

6. §. SMAGĀ MASA UN INERTĀ MASA

Ķermeņa masas galvenās īpašības ir *inerce* un *smagums*. Ar šīm īpašībām raksturojot masu, dabūjam t. s. inerto masu m_{in} un smago masu m_{sm} .

Praksē visbiežāk mēra ķermeņa smago (gravitējošo) masu. To parasti nosaka *statiski* ar ķermeņa spēju spiest lejup citu ķermeni, piemēram, svaru kausu, platformu, roku utt. Ķermeņa smagās masas m_{sm} lielumu tad rāda atsperes deformācija y :

$$m_{sm} = cy, \quad (2-10)$$

kur c ir proporcionalitātes koeficients. Smagā masa izsaka arī gravitācijas spēku P saskaņā ar Ņūtona likumu: $P = \gamma m_{1sm} \cdot m_{2sm} / r^2$.

Ķermeņa masu nosakot *dinamiski*, parasti liek ķermenim kāda spēka F ietekmē kustēties horizontālā plaknē. Šajā gadījumā ķermenis atklāj sevī slēpto inerces īpašību, t. i., spēju saglabāt savu pašreizējo kustības stāvokli (pretoties stāvokļa maiņai). Šīs ķermeņa inerces jeb kustības stāvokļa saglabāšanas spējas lielumu izsaka tā inertā masa m_{in} . Ar citiem lielumiem to saista Ņūtona otrais likums

$$m_{in} = \frac{F}{a}. \quad (2-10')$$

Abas šīs masas, kā arī masa kā vielas daudzums $m_{v.d}$ vienmēr ir pilnīgi vienādas ($m_{v.d} = m_{sm} = m_{in}$), tāpēc tās visas mēra kilogramos, gramos un citās masas vienībās.

7. §. ŅŪTONA TREŠAIS LIKUMS

Ņūtona trešais likums nosaka divu un vairāku materiālu punktu (ķermeņu) mijiedarbību.

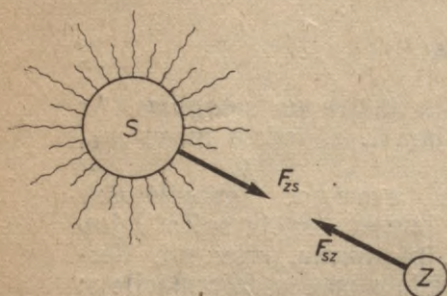
Spēki F_1 un F_2 , ar kuriem divi ķermeņi iedarbojas viens uz otru, ir skaitliski vienādi, pretēji vērsti un darbojas pa vienu taisni, t. i., $F_2 = -F_1$.

Tā, piemēram, gravitācijas mijiedarbībā Saule pievelk Zemi tikpat stipri, cik Zeme pievelk Sauli, tāpēc $F_{sz} = -F_{zs}$ (2-4. zīm.). Šeit nedrīkst iedomāties, ka abi spēki kompensējas, jo tad iznāktu, ka starp Zemi un Sauli mijiedarbības nav. Katrs no šiem spēkiem pielikts savam ķermenim un nav pārnesams.

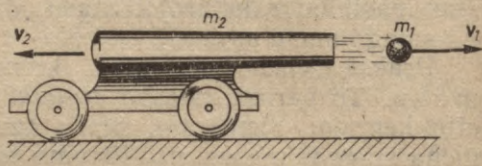
Ja divu savstarpējā mijiedarbībā esošu ķermeņu masas ir m_1

un m_2 , to paātrinājumi a_1 un a_2 , tad abu ķermeņu kustības vienādojumi ir šādi:

$$\begin{aligned} m_1 a_1 &= F_1, \\ -m_2 a_2 &= F_2 = -F_1. \end{aligned} \quad (2-11)$$



2-4. zīm.



2-5. zīm.

Abas vienādības saskaitot, dabūjam, ka $m_1 a_1 - m_2 a_2 = 0$ jeb

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}, \quad (2-12)$$

t. i., abu ķermeņu paātrinājumi ir apgriezti proporcionāli to masām. Šo likumu bieži izmanto masu mērīšanai.

Ja $m_1 \ll m_2$, t. i., viens ķermenis ir relatīvi mazs, tad $a_2 \ll a_1$. Šādi gadījumi sastopami, piemēram, ja viens ķermenis, ir Zeme un otrs — Saule, viens ķermenis lode un otrs — stobrs (2-5. zīm.) vai viens ir gāzes molekula un otrs — gāzes trauka siena.

8. §. GALILEJA RELATIVITĀTES PRINCIPS

Atskaites sistēmas jeb koordinātu sistēmas, attiecībā pret kurām nosaka ķermeņu kustību, var kustēties 1) savstarpēji vienmērīgā taisnvirziena kustībā un 2) savstarpēji mainīgā kustībā. Visas atskaites sistēmas, kas atrodas savstarpēji vienmērīgā taisnvirziena kustībā, sauc par inerciālām atskaites sistēmām. Pārējās atskaites sistēmas sauc par neinerciālām.

Inerciālo atskaites sistēmu raksturīgākā īpašība ir tā, ka visās šajās sistēmās ir spēkā Ņūtona trīs likumi. Paskaidrosim to ar dažiem piemēriem.

Pieņemsim, ka vienā inerciālā sistēmā atrodas ķermenis, uz kuru spēks nedarbojas, un ka šis ķermenis, pakļaujoties Ņūtona pirmajam likumam, kustas taisnā virzienā ar konstantu ātrumu $v = \text{const}$. Raugoties uz šo ķermeni no otras inerciālās sistēmas, kura attiecībā pret pirmo atrodas vienmērīgā taisnvirziena kustībā ar ātrumu $u = \text{const}$, novēro, ka ķermenis arī šajā sistēmā kustas ar citu, tomēr arī konstantu ātrumu $v + u = \text{const}$, t. i., kustas tā, kā to prasa Ņūtona pirmais likums.

Apskatisim vēl šādu piemēru. Novērojumi rāda, ka ikvienā inerciālā atskaites sistēmā sākuma brīdī miera stāvoklī esošs ķermenis krīt pēc Galileja brīvās krišanas likuma: $h = gt^2/2$. Ja to pašu kustību aplūko no citas sistēmas, piemēram, horizontālā virzienā ar konstantu ātrumu u kustošas inerciālas sistēmas, ķermenis sākuma stāvoklī kustas ar šīs sistēmas relatīvo ātrumu attiecībā pret pirmo sistēmu. Pirmajā sistēmā ķermeņa brīvās krišanas trajektorija ir taisne, bet otrajā sistēmā trajektorija ir kāda cita līnija. Tomēr abās sistēmās kustība noris pēc viena un tā paša likuma, t. i., pēc Ņūtona otrā likuma. Līdzīgus secinājumus iegūstam, ja aplūkojam citus kustību gadījumus.

Tāpat var pārliecināties par to, ka visās inerciālās sistēmās ir spēkā arī Ņūtona trešais likums.

Ņūtona likumu derīgums visās inerciālās sistēmās, t. i., Ņūtona likumu nemainība (invariance), pārejot no vienas inerciālas sistēmas uz citu, tiek saukta par Galileja (mehānikas) relativitātes principu. To jau 1632. gadā atklāja Galilejs. Pēc Galileja relativitātes principa visas inerciālās atskaites sistēmas ir pilnīgi ekvivalentas. Tātad neeksistē kāds izcils ķermeņa ātrums attiecībā pret kādu izcilu inerciālu atskaites sistēmu, bet visi ātrumi pret visām inerciālajām atskaites sistēmām ir pilnīgi līdztiesīgi. Šāds secinājums apgāž Ņūtona hipotēzi, ka ķermeņu kustība norisinās kādā nekustīgā atskaites sistēmā, t. s. absolūtajā telpā atkarībā no t. s. absolūtā laika, kas visās vietās ir vienāds un nav atkarīgs no ķermeņu kustības. Ņūtons pieņēma, ka izcilo nekustīgo atskaites sistēmu realizē nekustīgās (tā tolaik domāja) stāzvzvaigznes. Ņūtona absolūtās telpas un laika hipotēzi noraidīja arī F. Engelss, atzīmējot, ka šāda no matērijas atauta telpas un laika uztvere ir metafiziska.

9. §. KLASISKĀS MEHĀNIKAS PIELIETOJAMĪBAS ROBEZAS

Klasiskā Ņūtona mehānika, kura balstās uz Ņūtona trim likumiem, ir lietojama tikai, 1) ja ķermeņu ātrumi v ir mazi salīdzinājumā ar gaismas ātrumu c un 2) ja ķermeņi ir makroskopiski (satur ļoti lielu skaitu atomu). Ja ķermeņa ātrums v ir salīdzināms ar gaismas ātrumu c , tad klasiskā Ņūtona mehānika vairs nav derīga un jālieto relativistiskā mehānika (31. nod. 7. §). Tajā ķermeņa masa mainās atkarībā no kustības ātruma:

$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, kur m_0 — ķermeņa masa, kad $v=0$. Ja $v/c \ll 1$, tad,

pievēršot, ka $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{v^2}{2c^2} + \dots$, iegūstam sakarības

$$m \approx m_0 + \frac{m_0 v^2}{2c^2} = m_0 + \frac{E_k}{c^2} \quad (2-13)$$

un

$$m - m_0 = \Delta m = \frac{E_k}{c^2}, \quad (2-13')$$

t. i., ķermenim, kura kinētiskā enerģija ir E_k , masas palielinājums vienāds ar kinētisko enerģiju, kas dalīta ar gaismas ātruma kvadrātu. Šī masas un enerģijas sakarība ir vispārīga. Relatīvistiskajā mehānikā mainās arī citas Ņūtona mehānikas sakarības.

Novērojumi liecina, ka arī atomu, molekulu, elektronu un citu mikroskopisko daļiņu kustību aprakstam klasiskā mehānika vairs neder, bet tās vietā jālieto kvantu mehānika (sk. 35. nod.).

10. §. GRAVITĀCIJAS SPĒKI

1. Ķermeņi vienmēr atrodas gravitācijas mijiedarbībā, t. i., tie vienmēr pievelkas ar gravitācijas spēkiem. Ja ķermeņu izmēri salīdzinājumā ar to attālumiem ir mazi, tad gravitācijas spēku izraisītais paātrinājums *ķermeņa robežās* ir konstants un šie spēki ir tieši proporcionāli ķermeņu masām. Definējot spēku ar ķermeņa masas m un paātrinājuma g reizinājumu, gravitācijas spēka skaitliskais lielums, kurš darbojas uz *nelielu* ķermeņi, ir šāds:

$$P = mg. \quad (2-14)$$

2. Gravitācijas spēku $P = mg$ uz mazu ķermeņi ar masu m maza telpas apgabala *dažādās vietās* aptuveni var uzlūkot par konstantu, tāpēc tajā arī gravitācijas spēka paātrinājums $g = \text{const}$.

3. Pa lielu telpas apgabalu gravitācijas spēki ir mainīgi, tāpēc $g \neq \text{const}$. Īpašā gadījumā starp diviem maza izmēra ķermeņiem (salīdzinājumā ar to attālumu r), kuru masas ir m_1 un m_2 , gravitācijas spēka skaitliskais lielums

$$P = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (2-15)$$

Ja spēku P mēra ņūtonos, masu m_1 un m_2 — kilogramos, attālumu r — metros, tad gravitācijas spēka konstante $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$. Izteiksme (2-15) izsaka Ņūtona atklāto **vispasaules gravitācijas likumu**, pēc kura spēks starp diviem materiāliem punktiem ir tieši proporcionāls šo punktu masām un apgriezti proporcionāls to attāluma kvadrātam.

4. Ņūtona gravitācijas likumu *pielieto* ļoti plaši. Tā, piemēram, zinot gravitācijas konstanti γ , Zemes rādiusu R un gravitācijas paātrinājumu g , var noteikt Zemes masu M_Z . Tiešām, pielīdzinot izteiksmes (2-14) un (2-15), dabūjam, ka

$$\gamma \frac{M_Z m}{R^2} = mg \text{ un } M_Z = \frac{gR^2}{\gamma}. \quad (2-16)$$

Izskaitļojot dabūjam, ka $M_Z = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg. Zinot Zemes tilpumu $V_Z = 1,1 \cdot 10^{21}$ m³, tālāk var aprēķināt Zemes vidējo blīvumu $\rho = 5,52$ g/cm³. Zemes virskārtas vidējais blīvums ir 2,5 g/cm³, tātad dziļākos Zemes slāņos ir novietojušies smagākie elementi. Zemes kodola blīvums ir apmēram 12 g/cm³. Zinot, ka attālums no Zemes līdz Saulei $R = 1,5 \cdot 10^8$ m un Zemes riņķošanas periods apkārt Saulei $T = 1$ gads, var aprēķināt arī Saules masu $M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Līdzīgi var aprēķināt arī citu debess ķermeņu masas.

Piemēri. 1. Minūtes laikā 200 m dziļā šaftā vienmērīgi pāātrināti nolaižas 300 kgf smaga kabīne, kas piesieta trosē. Aprēķināt troses sastiepuma spēku F_s (2-6. zīm. a).

Ja kabīne atrodas miera vai vienmērīgas kustības stāvoklī, troses augšup vērtais sastiepuma spēks $-F_s$ vienāds ar lejup vērsto kabīnes svaru: $P = F_s$. Ja kabīne krīt brīvi, tad troses sastiepuma spēks $F_s = 0$ un kabīnes kustības vienādojums ir šāds $ma = P = mg$. Mūsu gadījumā $P > F_s$ un kabīnes lejup kustības vienādojums ir $ma = P - F_s$. Tā kā $P = mg$ un $a = 2$ s/t², tad

$$F_s = P - ma = mg - \frac{m \cdot 2s}{t^2} = 300 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{300 \text{ kg} \cdot 400 \text{ m}}{(60 \text{ s})^2} = 2945 \text{ N} - 34 \text{ N} = 2911 \text{ N}.$$

Ja kabīne kustētos pāātrināti uz augšu, troses sastiepuma spēks $F_s > P$ un kabīnes kustības vienādojums būtu $-ma = P - F_s$, no kurienes $F_s = P + ma$.

2. Pa cilindrisku atbalstu bez berzes slīd tievā pavedienā iekārtas masas m_1 un m_2 . Cik liels ir pavediena sastiepuma spēks F_s (2-6. zīm. b)?

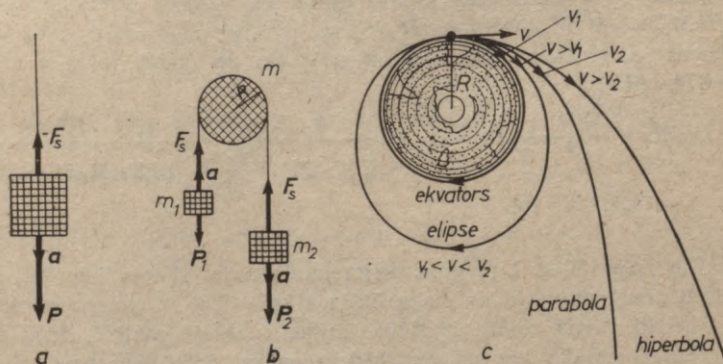
Pieņemsim, ka pozitīvais virziens vērsts pa pavedienu no m_1 uz m_2 un ka $m_1 < m_2$. Tad kustības vienādojumi ir šādi:

$$m_1 a = -P_1 + F_s,$$

$$m_2 a = P_2 - F_s.$$

Abus vienādojumus saskaitot, dabūjam, ka

$$m_1 a + m_2 a = -P_1 + P_2 = -m_1 g + m_2 g \quad \text{un} \quad a = g(m_2 - m_1) / (m_1 + m_2).$$



2-6. zīm.

Atņemot no pirmā vienādojuma otro un ievērojot pēdējo izteiksmi, dabūjam, ka

$$\begin{aligned} 2F_s &= P_1 + P_2 + m_1 a - m_2 a = (m_1 + m_2)g + (m_1 - m_2)a = \\ &= (m_1 + m_2)g - \frac{(m_2 - m_1)^2 g}{(m_1 + m_2)}, \end{aligned}$$

no kurienes

$$F_s = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

3. Ar kādu ātrumu v ķermenim jākustas apkārt Zemei augstumā h (attālumā $r = R + h$ no Zemes centra), lai tas nenokristu uz Zemes? Gaisa pretestību neievērot.

No (2-9) otrā vienādojuma, ievērojot, ka $F_n = \gamma \frac{M_Z m}{r^2} = mg$, dabūjam, ka $\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{M_Z m}{r^2} = mg$, no kurienes

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_Z}{r}} = \sqrt{gr}.$$

Kustībā tieši virs Zemes virsmas pa ekvatoru $h \approx 0$, $r = R = 6,4 \cdot 10^6$ m un $g = 9,81$ m/s², tāpēc

$$v_1 = \sqrt{gr} = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}} = 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

Tas ir pirmais kosmiskais ātrums.

Ja ķermeņa kustības sākuma ātrums v horizontālā virzienā pie Zemes virsmas ir lielāks par 7,9 km/s un mazāks par 11,2 km/s, tad ķermeņa trajektorija ir *elipse*. Ātrums $v_2 = 11,2$ km/s ir otrais kosmiskais ātrums, kuru pārsniedzot ķermenis var izrāties no Zemes gravitācijas spēka ietekmes sfēras. Tad trajektorija ir *parabola*, bet, ja $v > 11,2$ km/s, tad *hiperbola* (2-6. zīm. c).

4. Zinot, ka Mēness vidējais attālums no Zemes ir $r = 384\,000$ km un Mēness apriņķošanas periods ap Zemi ir $T = 27,32$ dienas, noteikt Zemes masu M_Z .

No Ņūtona otrā likuma (2-9) un gravitācijas likuma (2-15) izriet, ka Mēness masas M_M centrīces paātrinājums a_M Zemes gravitācijas laukā ir $a_M = F/M_M = \gamma M_Z M_M / r^2 M_M = \gamma M_Z / r^2$, no kurienes $M_Z = a_M r^2 / \gamma$. Tā kā Mēness centrīces paātrinājums pēc izteiksmēm (1-41) un (1-33) ir $a_M = v^2 / r = \omega^2 r = 4\pi^2 r / T^2$, tad

$$\begin{aligned} M_Z &= \frac{4\pi^2 r}{T^2} \cdot \frac{r^2}{\gamma} = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} = \frac{4 \cdot (3,14)^2 (3,84 \cdot 10^5)^3 \cdot 10^9 \text{ m}^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} (27,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2 \text{ s}^2} = \\ &= 5,90 \cdot 10^{24} \text{ kg}. \end{aligned}$$

5. Cik lielai jābūt 1 m gara diega minimālajai stiepes izturībai F_s , lai ar to varētu griezt pa vertikālu riņķa līniju 1 kgf = 9,81 N smagu ķermeni?

Vislīlākā diega slodze ir riņķa līnijas apakšējā punktā, kurā diegam ir jāiztur smagumspēka mg un centrībēdzes spēka mv^2/r iedarbība. Vismazākais centrībēdzes spēks, pie kura ķermenis kustas vēl pa riņķa līniju, ir tad, ja riņķa līnijas augšējā punktā tā ātrums $v = 0$. Tad apakšējā punktā ķermeņa ātrumu v

dod brīvās krišanas izteiksme $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot 2r} = 2\sqrt{gr}$, ja tas krīt no augstuma $h = 2r$. Diega minimālā izturība F_s tad ir

$$F_s = mg + \frac{mv^2}{r} = mg + \frac{m}{r} \cdot 4gr = 5mg = 5 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 49,05 \text{ N}.$$

11. §. SLĪDES BERZE

Berzes spēki jeb berzes pretestības spēki ietekmē ķermeņu stāvokli un kustību gandrīz vai vienmēr. Tie darbojas starp *saskarē* esošiem ķermeņiem kā to savstarpējā miera stāvoklī, tā arī tiem pārvietojoties. Ja nebūtu berzes, tad, piemēram, svārsts, reiz iekustināts, svārstītos bezgalīgi ilgi, slidskrējējs uz ledus nekad nevarētu apstāties, pēc grūdienu tvaikonis pārpeldētu pāri okeānam bez dzinēja, mašīnu lietderības koeficienti būtu lielāki utt. Tāpat bez berzes traktors nevarētu uzsākt kustību, jo iekšējais motora dzinējspēks vien kustību izraisīt nevar. Tāpat tikai ar saviem spēkiem nevarētu iekustēties vilciens, nedarbotos transportmašīnu bremzes, nebūtu iespējams siksnu pārvads, ampērmetra rādītājs turpinātu svārstīties bez rimšanas un tā rādījumus nevarētu nolasīt, pirmatnējais cilvēks nebūtu ieguvis uguni utt. Tādējādi redzam, ka berze ir ne vien kaitīga, bet arī derīga. Šeit gan jāatzīmē, ka, apskatot ķermeņu kustību, kurā darbojas berzes spēki, vairs nevaram pilnīgi iekļauties ķermeņu mehānisko īpašību izpētes robežās, jo tad berzes spēki mehānisko enerģiju pārvērs siltuma enerģijā.

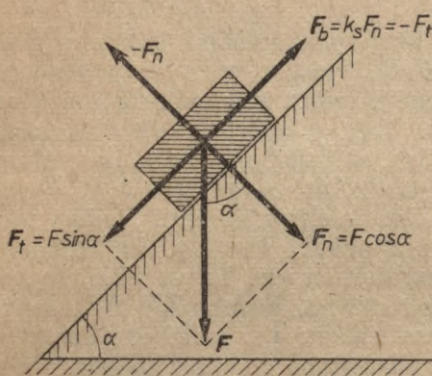
Pēc ķermeņu kustības veida berzi iedala *slīdes berzē*, kas rodas, ja ķermenis kustas vai tiecas kustēties pa kādu virsmu slīdes kustībā, un *rites berzē*, kas rodas, ja ķermenis kustas vai tiecas kustēties rītes kustībā. Savukārt katru šo berzes veidu iedala *statiskā* (ķermeņa miera stāvokļa) un *dinamiskā* (kustības) berzē. Jāpiezīmē, ka statiskie berzes spēki nekādu darbu nedara, jo ķermeņi šajā gadījumā nepārvietojas. Bez tam slīdes berzi iedala *sausā* un *slapjā* slīdes berzē. Slapjā berze darbojas labi eļļotos gultņos starp gultni un asi, starp sniegu vai ledu un ragavu sliecēm, starp mašīnu vīrzuļiem un cilindriem (sk. 6. nod. 5. §). Tā ir atkarīga no šķidrums viskozitātes (sk. 6. nod. 5. un 6. §). Sausās un slapjās berzes robežgadījumu, kad šķidrums starpslānis ir mazāks par $1 \mu\text{m}$, sauc par robežslāņa berzi. Šeit aplūkosim tikai sauso slīdes berzi; par rītes berzi sk. 3. nod. 8. §.

1. **Statiskais slīdes berzes spēks** darbojas starp cietiem ķermeņiem paralēli saskares virsmai un kavē kustības uzsākšanu. Šis berzes spēks ir reakcijas spēks, jo tas sāk darboties tikai tad, ja aplūkojamam ķermenim pieliek aktīvu spēku. Ķermeni paātrināt tas nespēj. Statisko slīdes berzes spēku F_b mēra ar spēku F_t , kāds jāpieliek aplūkojamam ķermenim, lai sāktos tā slīdes kustība. Amontons 1699. gadā no eksperimentiem un novērojumiem

secināja, ka spēks F_b ir tieši proporcionāls ķermeņu saskarvirsmas normāles virzienā vērstajam abu ķermeņu mijiedarbības spēkam F_n (Amontona likums):

$$F_b = k_s F_n. \quad (2-17)$$

Kā redzam no izteiksmes (2-17), statiskais slīdes berzes koeficients — maksimālā



2-7. zīm.

slīdes berzes spēka F_b un normāli virsmai vērstā spēka F_n attiecība — $k_s = F_b/F_n$ ir bezdimensionāls lielums. Skaitliski metālam pa metālu $k_s = 0,15 \div 0,25$, metālam pa koku $k_s = 0,5$ un kokam pa koku $k_s = 0,65$.

Aplūkosim Amontona likuma piemēru. 2-7. zīmējumā attēlots paralēlskaldnis, kas atrodas uz slīpas plaknes. Ja plaknes slīpuma leņķis α aug, smaguma spēka komponente F_n samazinās, bet komponente F_t pieaug, kamēr ķermenis sāk

slīdēt. Tad $k_s = F_t/F_n = F \sin \alpha / F \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha$.

Saskaņā ar Amontona likumu (2-17), ja starp diviem ķermeņiem vēlamies panākt lielāku spēku F_b , lielāks ir jāpadara spēks F_n , piemēram, ciešāk jāpiegriež uzgriežņi, ciešāk jāsanaglo koka detaļas utt. Lai palielinātu berzes spēku F_b , varam palielināt arī berzes koeficientu k_s . Lai cirvja kāts rokā neslidētu, sauja ieberž smiltis, riepas izgatavo rievotas, slidenu ceļu apkaisa ar smiltīm. Ja spēks F_b jāsamazina, varam samazināt vai nu spēku F_n , vai koeficientu k_s , piemēram, ragavās liekam mazāku svaru, slēpes iziežam ar slēpju smēru.

Novērojumi rāda, ka bieži berzes spēks F_b un līdz ar to berzes koeficients k_s nav atkarīgi no abu ķermeņu saskares laukuma. Šos lielumus nosaka galvenokārt saskarēšos ķermeņu virsmu ķīmiskais sastāvs un fizikālā mikrostruktūra un makrostruktūra, t. i., kristāliskā uzbūve un gludums. Pēdējā apstākļa dēļ statisko berzes spēku F_b var uzskatīt par aktīvā spēka F_t izraisīto virsmas mikroizciļņu elastisko deformāciju elastības pretspēku.

Palielinot, piemēram, virsmas gludumu, statiskie slīdes berzes spēki līdz zināmai robežai samazinās, jo izzūd virsmu nelīdzenumi un samazinās izciļņu saākēšanās. Tālāka virsmas gludināšana palielina berzes spēku, jo, palielinoties ķermeņu saskares laukumam, starp ķermeņiem arvien stiprāk sāk darboties molekulārie spēki. Ļoti gludi ķermeņi (piemēram, metāli bez virsmu oksīdkārtiņas) vakuumā var pat sametināties. Tas notiek, ja ķermeņu virsmas karsējot atgāzē. Tad berzes spēks tuvojas bīdes

izturības robežai (sk. 5. nod. 3. §). Šajos gadījumos Amontona likuma (2-17) vietā var lietot *slīdes berzes* divlocekļu likumu:

$$F_b = k_s(F_n + F_p), \quad (2-18)$$

kur F_p — no abu ķermeņu saskares virsmas lieluma atkarīgs ķermeņu «pielipšanas spēks». Tas būtībā ir abu ķermeņu molekulāro pievilksnās spēku kopspēks.

2. Ja aktīvais spēks F_t pēc lieluma pārsniedz statisko slīdes berzes spēku F_b un ķermenis sāk kustēties, tad spēks F_b pārvēršas par t. s. **dinamisko slīdes berzes spēku** F_{bd} . Šis spēks cenšas samazināt ķermeņa ātrumu. Tā kā parasti $F_{bd} < F_b$, tad, lai ķermeņa kustība pēc paātrināšanas kļūtu *vienmērīga*, t. i., lai iestātos spēka F_t un spēka F_{bd} līdzsvars, spēks F_t ir jāsamazina. Ar šo līdzsvarojošo aktīvo spēku F_t tad arī mēra dinamisko slīdes berzes spēku. Spēku F_{bd} un F_n sakarība ir šāda:

$$F_{bd} = k_{sd}F_n, \quad (2-19)$$

kur k_{sd} — dinamiskais slīdes berzes koeficients, t. i., dinamiskā slīdes berzes spēka F_{bd} un normāli virsmai vērsta spēka F_n attiecība. Spēku F_{bd} visumā nosaka tie paši faktori, kas nosaka spēku F_b . Jāpiezīmē, ka dinamiskās berzes gadījumā ķermeņu savstarpējās kustības dēļ nolīdzinās virsmas sīkie krokumi un atsevišķos virsmas mikrorajonos rodas un zūd elektriskie spriegumi. Tā rezultātā pārveidojas ķermeņu saskares virsma un mainās arī koeficients k_{sd} .

Piemērs. Ar kādu maksimālo paātrinājumu var braukt 3 tonnas smaga automašīna bez kravas un ar 4 tonnu kravu pa asfaltētu slapju šoseju, ja $k_{sd} = 0,15$?

Tā kā automašīnas maksimālais dzinējspēks F_b bez kravas pēc izteiksmes (2-19) ir

$$F_b = k_{sd}F_n = 0,15 \cdot 9,80 \cdot 3000 = 4410 \text{ N}$$

un ar kravu $F_b' = 0,15 \cdot 9,80 \cdot 7000 = 10290 \text{ N}$, tad pēc otrā Ņūtona likuma (2-5) maksimālais paātrinājums bez kravas ir

$$a = \frac{F_b}{m} = \frac{4410}{3000} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

un maksimālais paātrinājums ar kravu ir

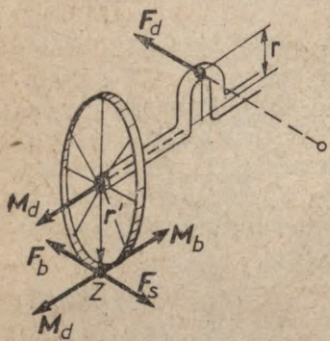
$$a' = \frac{F_b'}{m} = \frac{10290}{7000} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

12. §. DZINĒJSPEKI

Vilce un dzišana ir ķermeņa samērā vienmērīga kustība, ko izraisa kāds dzinējs, parasti tvaikmašīna, iekšdedzes dzinējs, elektromotors, zirgs utt. *Vilces spēks* jeb *dzinējspēks* ir dzinēja attīstītais spēks. Stacionārās mašīnās ķermenis, uz kuru darbojas dzinējspēks, atrodas periodiskā translācijas vai

rotācijas kustībā, piemēram, zāģi gaterī, frēze frēzmašīnā, slīpējamās mašīnas disks utt., bet pašgājēju mašīnās tas pārvietojas līdzī dzinējam, piemēram, transportmašīnas piekabe. Dzinējspēku un enerģiju no dzinēja uz ķermeni pārnes dažādi spēka pārvadu mehānismi, piemēram, siksnas vai zobratu pārvads un sviras vai kloķa-klaņa mehānisms.

Kloķa-klaņa mehānisms dzinēja cilindra virzuļa virzes kustību pārvērs vārpstas rotācijas kustībā. Dzinējs, piemēram, automobiļa motors ar kloķa-klaņa mehānismu, pieliek mašīnas dzinējriteņiem dzinējspēku F_d . Stāvoklī, kad kloķa-klaņa plecs $r \perp F_d$ un riteņa rādiuss $r' \perp F_d$, spēka F_d moments $M_d = rF_d = r'F_s$ (2-8. zīm.), kas cenšas griezt riteņi ap tā asi. Spēks F_s ir dzinējriteņa attīstītais spēks uz zemi riteņa un zemes saskares punktā Z . Tas ir vienāds ar tam pretim vērsto no zemes puses riteņim pielikto slīdes berzes spēku F_b , tāpēc spēka moments $M_d = M_b = r'F_b$. Riteņa momentānā griešanās ass tomēr nav riteņa ass, bet ir tai paralēla taisne, kas iet caur momentāno nekustīgo riteņa un zemes saskares punktu Z .



2-8. zīm.

Spēka momentu M_d ierobežo slīdes berzes spēks F_b . Ja $rF_d > r'F_b$, riteņi sāk buksēt, tādēļ mēdz teikt, ka automašīnu uz priekšu dzen berzes spēks F_b . Tā kā spēks $F_b = F_s$ saskaņā ar berzes likumu ir tieši proporcionāls automašīnas svaram P uz dzinējriteņiem ($F_b = k_s P$), tad, lai palielinātu dzinējspēku F_d , ir jāpalielina vai nu mašīnas svars P uz dzinējriteņiem, vai ceļa slīdes berzes koeficients k_s . Lokomotīvei $k_s = 1/6$, zirgam — $1/5$, traktoram — no $1/5$ līdz $4/5$, t. i., berzes spēks F_b lokomotīvei ir $P/6$, zirgam — $P/5$ un traktoram — no $P/5$ līdz $4P/5$. Tāpēc garu vilcienu sastāvu pārvadāšanai būvē ļoti smagas lokomotīves.

13. §. SPĒKA IMPULSS. KUSTĪBAS DAUDZUMA TEORĒMA. KUSTĪBAS DAUDZUMA NEZŪDAMĪBAS LIKUMS. REAKTĪVĀ KUSTĪBA

1. Par spēka impulsu sauc spēka un tā iedarbības laika reizinājumu. Konstanta spēka F impulss galīgā laika intervālā $\Delta t = t_2 - t_1$ ir $F \cdot \Delta t$. Ja spēks laikā mainās, tad spēka impulss galīgā laika intervālā ir elementāro spēku impulsu $F dt$ summa: $\int F dt$. Pēdējo var izteikt vienkāršāk ar vidējā spēka \bar{F} un laika $t_2 - t_1 = \Delta t$ reizinājumu:

$$\int F dt = \bar{F} \Delta t. \quad (2-20)$$

2-9. zīmējumā liknes $F(t)$ un t ass ierobežotais laukums ir vienāds ar taisnstūra laukumu $\bar{F} \cdot \Delta t$. SI sistēmā spēka impulsa mērvienība ir N·s. Fizikāli spēka impulss izsaka «iedarbes daudzumu» uz ķermeni, kura liek ķermenim mainīt translācijas (virzes) kustības stāvokli.

2. Dinamikā ļoti svarīgas ir kustības daudzuma, enerģijas un kustības daudzuma momenta teorēmas, no kurām katra saista divus svarīgus dinamikas lielumus. Šīs trīs teorēmas iegūst no ķermeņa translācijas vai rotācijas kustības vienādojumiem. Ipašos gadījumos no šīm teorēmām savukārt var iegūt trīs nezūdamības likumus.

Vispirms izrīsināsim **kustības daudzuma teorēmu** un no tās izrietošo kustības daudzuma nezūdamības likumu.

a. Viena materiāla punkta vai cietā ķermeņa translācijas kustības gadījumā saskaņā ar formulu (2-6) kustības daudzuma teorēma ir šāda:

$$d(mv) = Fdt. \quad (2-21)$$

Ķermeņa kustības daudzuma elementārā maiņa translācijas kustībā ir vienāda ar elementāro spēka impulsu. Ja $F = \text{const}$ vai ja ir zināma mainīga spēka vidējā vērtība \bar{F} laikā Δt , tad kustības daudzuma teorēmu var rakstīt arī šādi:

$$\Delta(mv) = m(v_2 - v_1) = \bar{F}\Delta t. \quad (2-22)$$

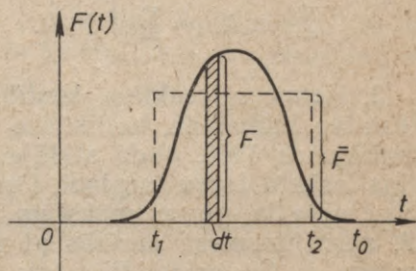
Kā redzam, kustības daudzuma teorēma saista ķermeņa kustības daudzuma maiņu ar tās cēloni, t. i., ar spēka impulsu, kas iedarbojas uz ķermeni.

b. Pieņemsim, ka dota n ķermeņu (n materiālu punktu) sistēma, kurā uz kaut kādu, piemēram, i -to ķermeni darbojas ārējs spēks F_i un iekšēji spēki $F_{i1}, F_{i2}, \dots, F_{in}$. Kustības vienādojumi šai sistēmai ir šādi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(m_1 v_1)}{dt} &= F_{12} + F_{13} + \dots + F_{1n} + F_1, \\ \dots & \dots \\ \frac{d(m_i v_i)}{dt} &= F_{i1} + F_{i2} + \dots + F_{in} + F_i, \\ \dots & \dots \\ \frac{d(m_n v_n)}{dt} &= F_{n1} + F_{n2} + \dots + F_{nn} + F_n. \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

Tā kā iekšējie spēki F_{ij} un F_{ji} no j -tā uz i -to un no i -tā uz j -to ķermeni pēc Ņūtona trešā likuma izpilda nosacījumu $F_{ij} = -F_{ji}$, tad visu iekšējo spēku summa ir vienāda ar nulli un visu spēku summa ir vienāda ar ārējo spēku summu. Tāpēc, pārnesot izteiksmēs (2-23) dt uz vienādojumu labajām pusēm un vienādojumus summējot, dabūjam, ka

$$\sum_{i=1}^n d(m_i v_i) = \sum_{i=1}^n F_i dt. \quad (2-24)$$



2-9. zīm.

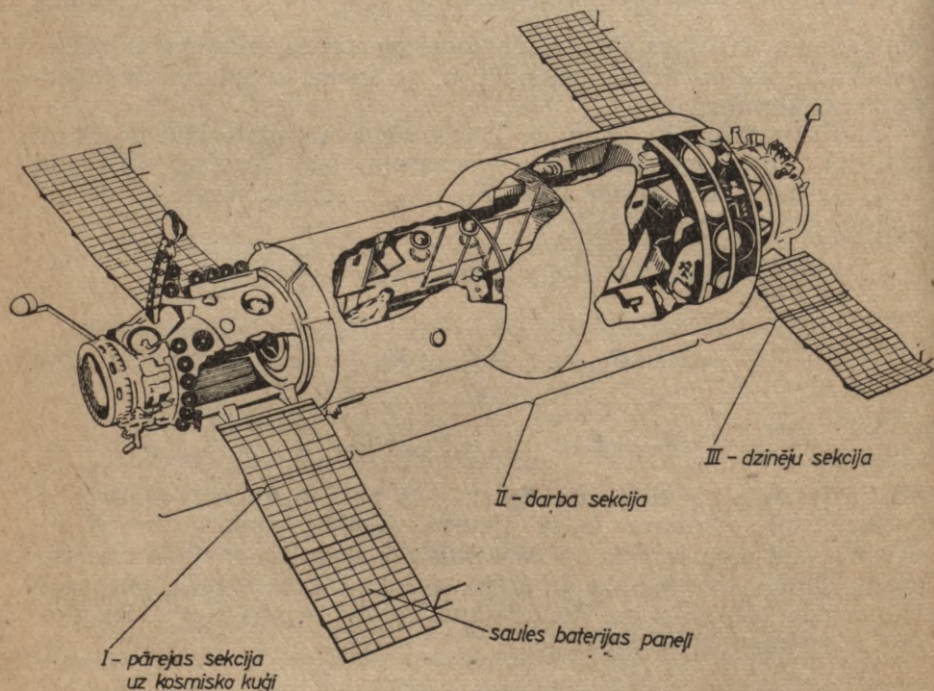
Vairāku ķermeņu translācijas kustībā kustības daudzumu elementāro maiņu summa ir vienāda ar kopējo ārējo elementāro spēku impulsu. Galīgā laika intervālā no t_1 līdz t_2 šī teorēma (ja $m_i = \text{const}$) ir šāda:

$$\sum_{i=1}^n m_i \Delta v_i = \sum_{i=1}^n \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}_i dt. \quad (2-24')$$

3. Ķermeņa reaktīvo kustību izraisa no tā izsviestā masa. Reaktīvo lidmašīnu, ballistisko un kosmisko raķešu kustības pamatlukumus 1903. gadā atklāja krievu zinātnieks K. Ciolkovskis. Viņa iesākto darbu turpinot, Padomju Savienībā 1957. gada 4. oktobrī palaida pirmo mākslīgo Zemes pavadoni, un 1961. gada 12. aprīlī kosmosā pacēlās pirmais cilvēks — Padomju Armijas majors J. Gagarins. Pēc tam Padomju Savienībā ir veikti vēl daudzi kosmiski lidojumi un palaistas daudzas kosmiskās raķetes un gūti izcili sasniegumi kosmosa pētīšanā. 2-10. zīmējumā parādīta padomju orbitālā zinātniskā stacija «Salut».

Reaktīvā kustība ir plaši izplatīta arī augu un dzīvnieku valstī. Tā, piemēram, sprāgstot augu sēklenīcām, izplatās daudzu augu sēklas un, izšļācot ūdeni, pārvietojas daudzi ūdens dzīvnieki.

Izmantojot kustības daudzuma teorēmu, var iegūt ķermeņa reaktīvās translācijas kustības vienādojumu (Meščerska vienādojumu).



2-10. zīm.

Ja taisnvirziena kustībā ķermeņa masa ir m , ātrums v (2-11. zīm.) un laikā dt pretēji ķermeņa kustības virzienam ar ātrumu $-u$ no tā tiek izsviesta masa dm , tad saskaņā ar kustības daudzuma teorēmu dabūjam, ka

$$[(m-dm) \cdot (v+dv) + dm \cdot (-u)] - mv = Fdt,$$

kur dv — ķermeņa ātruma pieaugums un F — uz ķermeni darbojošais ārējais spēks. No šī vienādojuma, neievērojot mazo locekli $dm \cdot dv$, dabūjam mainīgās masas ķermeņa kustības vienādojumu

$$m \frac{dv}{dt} = F + (u+v) \frac{dm}{dt}.$$

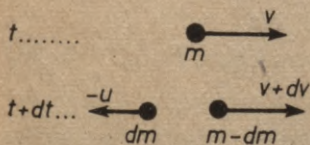
4. Īpašā gadījumā, ja uz ķermeņu sistēmu ārēji spēki nedarbojas vai ja $\sum_i \mathbf{F}_i = 0$, pēc izteiksmes (2-24) vienāda ar nulli ir arī kustības daudzuma maiņa: $\sum_i d(m_i \mathbf{v}_i) = 0$, resp.,

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_i = \text{const.} \quad (2-25)$$

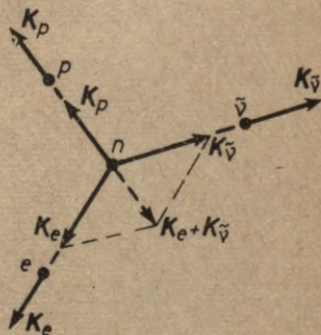
Ja uz ķermeņu sistēmu ārēji spēki nedarbojas vai to summa ir vienāda ar nulli, tad sistēmas kopējais kustības daudzums ir konstants lielums. Tas ir kustības daudzuma nezūdamības likums. Viena ķermeņa gadījumā šai teorēmai ir maza nozīme. Svarīga tā ir daudzu ķermeņu sistēmai, kurā darbojas iekšējie spēki: to darbības dēļ atsevišķo ķermeņu ātrumi un kustības daudzumi gan var mainīties, tomēr sistēmas kopējais kustības daudzums paliek nemainīgs. Ja, piemēram, miera stāvoklī esošs ķermenis, kuram izteiksmē (2-25) $\text{const} = 0$, iekšēju spēku iedarbībā sadalās divās daļās ar masām m_1 , m_2 un ātrumiem v_1 , $-v_2$, tad izteiksme (2-25) ir šāda: $m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$.

Piemēri. 1. Miera stāvoklī esošam neitronam n emitējot elektronu e un antineitrīno $\bar{\nu}$ (sk. 38. nod. 5. §) un rodies protonam p , visu triju daļiņu kustības daudzumu summai $\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{\bar{\nu}} + \mathbf{K}_p$ jābūt vienādai ar nulli (2-12. zīm.).

2. Noteikt, ar kādu vidējo spēku \bar{F} iedarbojas uz laktu 10 kgf smags



2-11. zīm.



2-12. zīm.

veseris, ja tas krit no augstuma $\Delta h=1$ m un trieciena ilgums $\Delta t=0,05$ s. Triecienu uzskatīt par pilnīgi neelastīgu.

No izteiksmes (2-22) un (1-24), dabūjam, ka

$$\bar{F} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m \cdot v}{\Delta t} = \frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t} = \frac{10 \text{ kg} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}}}{0,05 \text{ s}} = 890 \text{ N}.$$

14. §. DARBS

Darbs vispār ir enerģijas daudzums, kas pāriet no viena veida citā. Tātad darbs izsaka kā viena enerģijas veida zaudēto enerģiju, tā arī otra enerģijas veida iegūto enerģiju. Darbu nevar uzlūkot par kādu īpašu enerģijas veidu, jo mainīties, t. i., darbā pārvērsties, var visi enerģijas veidi. Tā kā visi ķermeņu pārvietojumi, izņemot inerciālo kustību, rodas tikai tad, ja spēki, ķermeņi pārvietojot, pārvērš enerģiju no viena veida otrā, t. i., rada (dara) darbu, tad ir saprotama arī darba lielā nozīme fizikā un tehnikā.

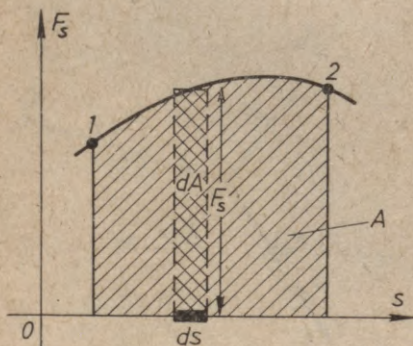
Mehānikā ir tikai divas enerģijas formas: kinētiskā enerģija un potenciālā enerģija, tāpēc mehānikā darbs ir enerģijas daudzums, kas pāriet no kinētiskās enerģijas potenciālajā enerģijā vai otrādi.

Ja ķermenis spēka $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z)$ ietekmē noiet elementāru ceļu $d\mathbf{s}(dx, dy, dz)$, tad elementārais darbs dA ir spēka un ceļa absolūto vērtību un spēka un ceļa veidotā leņķa kosinusa reizinājums:

$$dA = \mathbf{F}d\mathbf{s} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = Fds \cos \varphi = F_s ds, \quad (2-26)$$

kur φ — leņķis starp ceļu un spēku, bet $F_s = F \cos \varphi$ — spēka projekcija ceļa virzienā. Galīgā ceļā no punkta 1 līdz punktam 2 darbs A ir visu elementāro darbu summa:

$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 F_s ds. \quad (2-27)$$



2-13. zīm.

Geometriski darbus dA un A kā laukumus attēlo 2-13. zīmējums. Īpašā gadījumā, kad visā ceļā spēks $F = \text{const}$ un arī leņķis $\varphi = \text{const}$, bet punktā 1 $s_1 = 0$ un punktā 2 $s_2 = s$, tad darbs

$$A = F \cos \varphi \int_1^2 ds = F_s \cdot s. \quad (2-28)$$

Ķermeņim kustoties spēka virzienā, leņķis $\varphi < 90^\circ$ un darbs

$A > 0$. Ja $\varphi > 90^\circ$, tad $A < 0$. Ja spēks nav atkarīgs no ķermeņa ātruma, tad arī darbs nav atkarīgs no ātruma. SI sistēmā darba mērvienība ir džouls: $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$. Saskaņā ar izteiksmi (2-28) džouls ir darbs, kuru padara vienu ņūtonu liels spēks, pārvietojot ķermeni par vienu metru.

15. §. JAUDA

Jauda N ir padarītais darbs laika vienībā. Momentāno jaudu N laikā dt un vidējo jaudu \bar{N} laikā t dod šādas izteiksmes:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{F_s \cdot ds}{dt} = F_s v \quad (2-29)$$

un

$$\bar{N} = \frac{A}{t} = \bar{F}_s v. \quad (2-30)$$

SI sistēmā jaudas mērvienība ir vats: $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$. Jauda ir vienu vatu liela, ja 1 sekundē tiek padarīts 1 džoulu liels darbs.

Jauda raksturo enerģijas veidu maiņas straujumu, kas piemīt ķermeņiem, mašīnām, cilvēkiem utt., darot darbu. Arī tādā gadījumā, ja spēks, kas dara darbu, nav atkarīgs no ātruma, jauda ir atkarīga no ķermeņa kustības ātruma. Tā, piemēram, ķermenim krītot bezgaisa telpā, smagumspekā ietekmē tā ātrums pieaug, potenciālās enerģijas (sk. 2. nod. 17. §) pāreja kinētiskajā enerģijā (sk. 2. nod. 16. §) norisinās arvien straujāk un straujāk, tātad pieaug arī krītošā ķermeņa jauda. Darbmašīnas jauda ir vēl raksturīgāks lielums nekā darbs, ko mašīna var veikt, tāpēc to atzīmē mašīnas pasē.

16. §. KINĒTISKĀ ENERĢIJA

Ķermeņa kinētiskā enerģija ir padarītais darbs (kāda cita patērētā enerģija), ķermeni paātrinot (bez berzes) no miera stāvokļa līdz stāvoklim ar ātrumu v . Tā kā $F_s = m dv/dt$, $ds/dt = v$ un elementārais darbs

$$dA = F_s ds = m \frac{dv}{dt} ds = m dv v, \quad (2-31)$$

tad ķermeņa kinētiskā enerģija (paātrināšanas darbs)

$$E_k = A = \int_0^v dA = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}. \quad (2-32)$$

Kinētiskā enerģija vienmēr ir pozitīvs lielums. Vairāku ķermeņu kinētiskā enerģija ir vienāda ar atsevišķo ķermeņu kinētisko enerģiju summu.

Piemērs. 10 tonnu smags meteors no liela attāluma (bezgalības) krīt uz Zemi. Aprēķināt meteora kinētisko enerģiju un ātrumu meteora un Zemes saskaršanās momentā. Meteora sākuma ātrums $v_0=0$, Zemes rādiuss $R=6,4 \cdot 10^6$ m un Zemes masa $M_z=5,98 \cdot 10^{24}$ kg.

Meteors, atrodoties attālumā r no Zemes centra un pārvietojoties Zemes pievilkšanas spēka $F=-\gamma \frac{M_z m}{r^2}$ ietekmē par attālumu dr , dara darbu $dA=Fdr$. Mīnusa zīme izteiksmē F izsaka to, ka rādiusvektora r un spēka F virzieni ir pretēji. Tad pēc izteiksmes (2-32), ievērojot, ka pie Zemes virsmas $\frac{\gamma M_z}{R^2}=g$, dabūjam, ka darbs visā ceļā no ∞ līdz R , resp., kinētiskā beigu enerģija

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{mv^2}{2} = \int_{\infty}^R dA = \int_{\infty}^R Fdr = - \int_{\infty}^R \gamma \frac{M_z m}{r^2} dr = \gamma \frac{M_z m}{R} = \\ &= gRm = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 10^4 \text{ kg} = 6,27 \cdot 10^{11} \text{ J}. \end{aligned}$$

No šīs izteiksmes dabūjam, ka nokrišanas momentā meteora ātrums

$$v = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

Kā redzam, meteora beigu ātrums nav atkarīgs no tā masas.

Tikpat lielam jābūt ķermeņa (raķetes) ātrumam, lai tas varētu atrasties no Zemes gravitācijas lauka ietekmes. Šo ātrumu sauc par *otro kosmisko ātrumu*, kas ir $\sqrt{2}=1,414$ reizes lielāks nekā pirmais kosmiskais ātrums (7,9 km/s; sk. 2. nod. 10. §).

17. §. POTENCIĀLĀ ENERĢIJA. KONSERVATĪVI SPEKI. GRAVITĀCIJAS POTENCIĀLĀ ENERĢIJA. GRAVITĀCIJAS LAUKA INTENSITĀTE UN POTENCIĀLS

1. *Potenciālā enerģija ir ķermeņu stāvokļa enerģija*, un tā atkarīga tikai no ķermeņu savstarpējā novietojuma (stāvokļa koordinātēm). Kaut gan bieži runājam par viena ķermeņa potenciālo enerģiju, tomēr patiesībā potenciālā enerģija ir divu vai vairāku ķermeņu savstarpējā enerģija. Tā, piemēram, ja runājam par kāda zināmā augstumā pacelta ķermeņa gravitācijas potenciālo enerģiju, tad patiesībā tā ir Zemes un ķermeņa savstarpējā potenciālā enerģija. Mainoties savstarpējam ķermeņu novietojumam, mainās arī šo ķermeņu savstarpējā potenciālā enerģija.

Par ķermeņu **potenciālās enerģijas maiņas** ΔE_p mēru pieņem darbu, kas jāpadara, lai ķermeņus pārvietotu no viena stāvokļa otrā, un kas ņemts ar pretējo zīmi:

$$\Delta E_p = -A. \quad (2-33)$$

Tas nozīmē, ka darba procesā kāds enerģijas veids pārvēršas potenciālajā enerģijā vai potenciālā enerģija savukārt pārvēršas kādā citā enerģijas veidā. Potenciālās enerģijas maiņa ΔE_p nav atkarīga no tā, pa kādu ceļu un ar kādu ātrumu ķermeņi no sā-

kuma stāvokļa ir novesti beigu stāvoklī. Tāpēc, ķermeņiem atgriežoties savā sākuma stāvoklī, arī to potenciālā enerģija pieņem savu sākotnējo vērtību, t. i., $\Delta E_p = 0$.

Ķermeņa potenciālās enerģijas absolūto lielumu E_p kādā stāvoklī definē ar negatīvu darbu ($-A_\infty$), kas jāpadara, lai ķermeni pārvietotu no vietas, kur potenciālo enerģiju pieņem par nulli (piemēram, jūras līmeņa, bezgalības), līdz dotajai vietai. Tātad potenciālās enerģijas absolūto lielumu nosaka arī tās nulles punkta izvēle. Potenciālo enerģiju, tāpat kā darbu, SI sistēmā mēra džoulos.

2. Ķermeņu mijiedarbības spēku, kura iedarbībā eksistē arī potenciālā enerģija, sauc par konservatīvu spēku. Tas ir vai nu konstants spēks, kā, piemēram, gravitācijas spēks $P = mg$, vai arī no ķermeņu stāvokļa koordinātēm (ne no laika) atkarīgs spēks, piemēram, gravitācijas spēks formā (2-15). Tā kā šo spēku un vispār jebkura konservatīva spēka darbs nav atkarīgs no ceļa, bet tikai no ķermeņu sākuma un beigu stāvokļiem, tad arī potenciālās enerģijas maiņa ΔE_p nav atkarīga no ceļa. Ķermeņu mehāniskās kustībās darbojas galvenokārt divi konservatīvi spēki — gravitācijas spēks un elastības spēks, kuriem atbilst divu veidu potenciālās enerģijas — gravitācijas un elastības potenciālā enerģija.

Citus spēkus, kuru iedarbībā ķermeņiem nepiemīt atbilstoša potenciālā enerģija, sauc par nekonservatīviem jeb disipatīviem (mehānisko enerģiju izkliedējošiem) spēkiem. Tādi, piemēram, ir dinamiskie berzes spēki, kas, izkliedējot mehānisko enerģiju, pārvērš to siltuma enerģijā.

3. Tā kā $dA = Fds = -dE_p$, tad konservatīvo spēku F un tam atbilstošo potenciālo enerģiju E_p saista šāda sakarība:

$$F = -\frac{dE_p}{ds} \quad (2-34)$$

Spēks ir vienāds ar negatīvo potenciālās enerģijas gradientu (lielāko kritumu). Ja konservatīvais spēks ir konstants, tad $A = F_s \Delta s = -\Delta E_p$, no kurienes $F_s = -\Delta E_p / \Delta s$. Mīnusa zīme norāda, ka spēks ir vērsts potenciālās enerģijas samazināšanās virzienā: ja $dE_p < 0$ un $ds > 0$, tad $F > 0$.

4. Gravitācijas potenciālā enerģija. a. Ķermenim Zemes gravitācijas spēka ietekmē krītot no neliela augstuma h_1 līdz augstumam h_2 , t. i., noejot ceļu $\Delta s = h_1 - h_2 = -(h_2 - h_1) = -\Delta h$ (šeit $\Delta h < 0$), tā gravitācijas potenciālās enerģijas maiņa

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -A = -F\Delta s = F\Delta h = mg(h_2 - h_1). \quad (2-35)$$

Ja $h_2 = 0$ un pieņemam, ka šajā līmenī $E_{p2} = 0$, tad gravitācijas potenciālās enerģijas maiņa $\Delta E_p = -E_{p1} = -mgh_1$ ir ar pretējo zīmi ņemtais gravitācijas potenciālās enerģijas absolūtais lielums $E_p = mgh_1$ ķermeņa sākuma stāvoklī 1. Protams, ķermenim to pašu gabalu kustoties augšup, sākuma un beigu stāvokļi 1 un 2 apmainās ($h_1 = 0$): $\Delta h = h_2 > 0$ un $\Delta E_p = mgh_2 = E_p$. Izvēloties šādu

gravitācijas potenciālās enerģijas nulles punktu, redzam, ka virs jūras līmeņa ($h=0$) $E_p > 0$, zem jūras līmeņa $E_p < 0$.

b. Ja ķermenis krīt no *liela attāluma* r_1 līdz attālumam r_2 un tie mērīti no Zemes centra, kuras masa M_Z , tad, ievērojot, ka šajā gadījumā gravitācijas spēks $F = -\gamma M_Z m / r^2$ (mīnusa zīme tāpēc, ka spēka F virziens pretējs rādiusvektora r virzienam), ķermeņa *gravitācijas potenciālās enerģijas maiņa*

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -A = - \int_{r_1}^{r_2} \left[-\gamma \frac{M_Z m}{r^2} \right] dr = \gamma \frac{M_Z m}{r_1} - \gamma \frac{M_Z m}{r_2}. \quad (2-36)$$

Gravitācijas potenciālās enerģijas absolūto lielumu E_p šajā gadījumā noteiksim, pieņemot, ka tas ir *nulle bezgalībā*. Saskaņā ar iepriekš doto potenciālās enerģijas definīciju E_p ir darbs, ņemts ar pretēju zīmi, ķermeņa pārvietošanai no bezgalības ($r_1 = \infty$) līdz dotajai vietai $r_2 = r$. No izteiksmes (2-36)

$$E_p = -\gamma \frac{M_Z m}{r}. \quad (2-37)$$

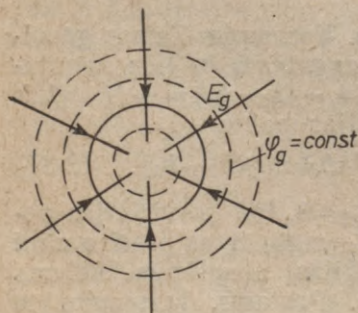
Noteiksim gravitācijas potenciālo enerģiju *nelielā augstumā* $h \ll R$ (Zemes rādiuss). Izteiksmē (2-37) ievietojot $r = R + h$ un ievērojot, ka $\gamma M_Z / R^2 = g_0$ un $\frac{1}{1+h/R} \approx 1 - \frac{h}{R}$, dabūjam, ka

$$E_p = -\gamma \frac{M_Z m}{R+h} = -\gamma \frac{M_Z m}{R} \left(1 - \frac{h}{R}\right) = -\gamma \frac{M_Z m}{R} + mg_0 h. \quad (2-37')$$

5. **Gravitācijas lauka intensitāte un potenciāls.** *Gravitācijas lauks* ir īpašs matērijas veids, kas raksturīgs ar to, ka zināmā telpas apgabalā katrā punktā uz masu darbojas gravitācijas spēks. Gravitācijas lauku ģeometriski attēlo ar t. s. spēka līnijām. Tās rāda, kādā virzienā darbojas gravitācijas spēki. Zemes gravitācijas lauka spēka līnijas attēlotas 2-14. zīmējumā kā radiālas taisnes.

Gravitācijas spēka lauku raksturo tā intensitāte E_g un potenciāls φ_g . Gravitācijas lauka intensitātes E_g *skaitliskais lielums kādā punktā ir vienāds ar gravitācijas spēku uz masas vienību:*

$$E_g = \frac{F}{m}. \quad (2-38)$$



2-14. zīm.

Saskaņā ar otro Ņūtona likumu tas nozīmē, ka gravitācijas lauka intensitāte ir vienāda ar gravitācijas paātrinājumu. Tā, piemēram, tuvu Zemes virsmai gravitācijas lauka intensitātes skaitliskais lielums

$$E_g = \frac{F}{m} = \frac{mg_0}{m} = g_0 = -\gamma \frac{M_Z}{R^2}. \quad (2-38')$$

Vispār, ja attālums no Zemes centra ir $r > R$, tad $F = -\gamma \frac{M_Z m}{r^2}$ un $E_g = -\gamma \frac{M_Z m}{r} = g$.

Gravitācijas lauka potenciāls φ_g kādā lauka punktā skaitliski vienāds ar vienas masas vienības gravitācijas potenciālo enerģiju

$$\varphi_g = \frac{E_p}{m} \quad (2-39)$$

Zemes gravitācijas lauka potenciālu, izmantojot izteiksmi (2-36), var izteikt šādi:

$$\varphi_g = \frac{E_p}{m} = -\gamma \frac{M_Z}{r} \quad (2-39')$$

Virsmas, uz kurām $\varphi_g = \text{const}$, sauc par ekvipotenciālām virsmām (sk. 2-14. zīmējumā attēlotās Zemes gravitācijas ekvipotenciālās virsmas — koncentriskās sfēras).

18. §. ELASTĪBAS SPĒKI UN ELASTĪBAS POTENCIĀLĀ ENERĢIJA

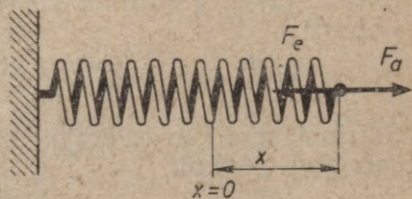
Elastības spēki rodas, ja kādu citu spēku iedarbības vai arī pašu ķermeņu kustības inerces dēļ tiek deformēti elastīgi ķermeņi. Masīvu ķermeņu elastiskās īpašības aplūkosim 5. nodaļā. Seit aplūkosim tuvāk taisnas solenoīdveida atsperes elastību.

1. Pieņemsim, ka šādas atsperes viens gals ir nekustīgi nostiprināts, bet otram galam pielikts ārējs spēks, kas pārvieto šo galu no stāvokļa $x=0$ līdz stāvoklim x (2-15. zīm.). Ja atsperes masas inerces ir maza, ārējo spēku nepārtraukti līdzsvaro tam pretēji vērtais atsperes elastības spēks $F_e = -F_a$. Ja atsperes izstiepums x nav pārāk liels, tad, kā rāda novērojumi, *elastības spēks F_e ir proporcionāls izstiepumam x :*

$$F_e = -kx. \quad (2-40)$$

Seit k ir *atsperes elastības koeficients*, kas skaitliski vienāds ar spēku F_e , ja atsperes izstiepums $x=1$ m. Cietām atsperēm k ir liels, mīkstām — mazs. Mīnusa zīme izsaka to, ka spēka un atsperes izstiepuma (saspieduma) x virzieni vienmēr vērsti pretēji: ja $x > 0$, tad $F_e < 0$, jo F_e vērsts negatīvajā x ass virzienā, bet, ja $x < 0$ (atspere ir saspiesta), tad $F_e > 0$, jo F_e vērsts pozitīvajā x ass virzienā.

2. Atsperi izstiepjot vai saspiežot, tajā tiek uzkrāta zināma enerģija, kuru sauc par elastības potenciālo enerģiju. Atsperi izstiepjot (saspiežot), t. i., tās kustīgo galu pārvietojot no stāvokļa x_1 līdz stāvoklim x_2 , *atspe-*



2-15. zīm.

res elastības potenciālās enerģijas maiņa saskaņā ar vispārīgo potenciālās enerģijas maiņas definīciju (2-33) ir vienāda ar elastības spēku darbu, kas ņemts ar pretēju zīmi:

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= -A = - \int_{x_1}^{x_2} dA = - \int_{x_1}^{x_2} F_e dx = - \int_{x_1}^{x_2} (-kx) dx = \\ &= \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}. \end{aligned} \quad (2-41)$$

Atspere elastības potenciālās enerģijas absolūto lielumu E_p , ja atspere ir izstiepta (saspiesta) par gabalu x , dabūjam no izteiksmes (2-41), ievietojot tajā $x_1=0$ (šādā stāvoklī atspere potenciālo enerģiju pieņem par nulli) un $x_2=x$:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}. \quad (2-41')$$

Šo izteiksmi var dabūt arī, ja ievēro, ka vidējais elastības spēks visā atspere izstiepšanas (saspiešanas) laikā ir puse no beigu spēka: $\bar{F} = \frac{F}{2} = -\frac{kx}{2}$, tāpēc darbs, resp., potenciālā enerģija $E_p = -A = -\bar{F}x = \frac{kx^2}{2}$.

Piemērs. Divas atspere ar elastības koeficientiem $k_1=2 \cdot 10^3$ un $k_2=4 \cdot 10^3$ N/m savienotas virknē. Atrast abu atspere elastības spēka darbu, ja otrā atspere ir izstiepta par 2 cm.

Uz abām atspērēm darbojas vienādi spēki, tāpēc $-k_1x_1 = -k_2x_2$, no kurienes $x_1 = k_2x_2/k_1$. Kopējais elastības spēku darbs A , kas ir abu atspere elastības spēku darbu A_1 un A_2 summa, tad ir

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 = - \frac{k_1 \left(\frac{k_2}{k_1} x_2 \right)^2}{2} - \frac{k_2 x_2^2}{2} = - \left(\frac{k_2^2}{k_1} + k_2 \right) \frac{x_2^2}{2} = \\ &= - \left(\frac{4^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^3} + 4 \cdot 10^3 \right) \cdot \frac{(0,02)^2}{2} = -2,4 \text{ J}. \end{aligned}$$

19. §. KINĒTISKĀS ENERĢIJAS TEOREMA. ENERĢIJAS NEZŪDAMĪBAS LIKUMS MEHĀNIKĀ

1. Kinētiskās enerģijas teorēmu materiāla punkta līklīnijas kustībā (ķermeņa translācijas kustībā) dabū no Ņūtona otrā likuma (2-5), pareizinoš vienādojuma abas puses ar ātrumu $v = ds/dt$:

$$m \frac{dv}{dt} \cdot v = F \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{dA}{dt}.$$

Saišinoš ar dt un ievērojot, ka $v dv = d(v^2/2)$, dabūjam kinētiskās enerģijas teorēmu

$$d \left(\frac{mv^2}{2} \right) = dA \text{ jeb } \Delta \left(\frac{mv^2}{2} \right) = A. \quad (2-42)$$

Materiālā punkta kinētiskās enerģijas maiņa liklīnijas kustībā (ķermeņa translācijas kustībā) ir vienāda ar tam pieliktā spēka darbu. Kā redzam, kinētiskās enerģijas teorēma saista kinētisko enerģiju materiāla punkta liklīnijas kustībā (ķermeņa translācijas kustībā) ar pielikto spēku padarīto darbu. Īpašā gadījumā, ja kustība ir vienmērīga, kinētiskās enerģijas maiņa ir nulle un enerģijas teorēma (2-42) nosaka, ka visu ķermeņiem pielikto spēku darbu summa ir nulle:

$$\sum_i \Delta A_i = 0. \quad (2-42')$$

Ja sistēmā ir vairāki ķermeņi, kinētiskās enerģijas teorēma ir šāda: $\sum_i \Delta \left(\frac{m_i v_i^2}{2} \right) = \sum_i \Delta A_i$, t. i., sistēmas kinētiskās enerģijas maiņa translācijas kustībā ir vienāda ar visu spēku darbu A_i summu.

2. Ja darbu dara tikai konservatīvie spēki, tad $dA = -dE_p$ jeb $A = -\Delta E_p$. Kinētiskās enerģijas teorēmas izteiksme tad ir šāda:

$$\left. \begin{aligned} dE_k &= -dE_p \text{ un } d(E_k + E_p) = 0 \\ \Delta E_k &= -\Delta E_p \text{ un } \Delta(E_k + E_p) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-43)$$

Kinētiskās un potenciālās enerģijas summa $E_k + E_p = E$ ir pilnā enerģija, tāpēc izteiksmi (2-43) varam uzrakstīt šādi: $dE = 0$ jeb $\Delta E = 0$. No tās secinām, ka

$$E_k + E_p = E = \text{const}; \quad (2-44)$$

t. i., kaut kādos divos mehāniskās sistēmas stāvokļos 1 un 2 $E_{k1} = E_{k2}$ jeb $E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$. Ja uz materiālu punktu liklīnijas kustībā vai uz ķermeņiem translācijas kustībā darbojas tikai konservatīvi spēki, tad tā pilnā enerģija nemainās. Tas ir mehāniskās enerģijas nezūdamības likums.

3. Gadījumā, ja uz ķermeņiem vienlaikus darbojas konservatīvi spēki un nekonservatīvi spēki F_k un F_{nk} (berzes spēki un dzinējspēki), kuri attiecīgi dara darbus $A_k = -\Delta E_p$ un A_{nk} , tad kinētiskās enerģijas teorēma ir šāda:

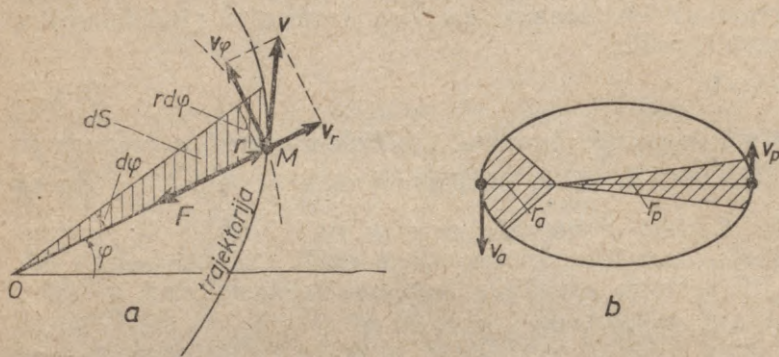
$$\Delta E = A_{nk} \text{ jeb } \Delta \left(\frac{mv^2}{2} + E_p \right) = A_{nk}. \quad (2-45)$$

Ķermeņa pilnās mehāniskās enerģijas maiņa translācijas kustībā ir vienāda ar nekonservatīvo spēku darbu. Nekonservatīvie dinamiskie berzes spēki, ķermeņiem kustoties, mehānisko enerģiju pārvērš siltuma enerģijā.

20. §. CENTRĀLĀ KUSTĪBA. KEPLERA LIKUMI

1. Kustību sauc par centrālu, ja spēks F , kas darbojas uz materiālu punktu (ķermeņiem), ir nepārtraukti vērsts viena punkta — t. s. spēka centra virzienā. Tā kustas saitei piesaistīti ķermeņi, ja tās viens gals ir nekustīgs, Zeme ap Sauli, Mēness un

Zemes pavadoņi ap Zemi, elektroni ap atoma kodolu, divas molekulas sadursmē utt. Centrālo kustību parasti iztīrā polārajās koordinātēs r, φ . Ja centrālais spēks ir konservatīvs, tad šajā kustībā pilnā enerģija $E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + E_p = \frac{m}{2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \left(r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] +$



2-16. zīm.

$+ E_p = E = \text{const}$, kur $\frac{dr}{dt} = v_r$ — ātruma radiālā komponente un $\frac{rd\varphi}{dt} = v_\varphi$ — ātruma azimutālā komponente.

2. Keplera likumi. a. Tā kā spēka F komponente $F_\varphi = 0$ ($F = F_r$), no novērojumiem un mehānikas pamatlikumiem (sk. 3. nod. 6. §) var secināt, ka ātruma azimutālā komponente v_φ izpilda nosacījumu $mv_\varphi r = \text{const}$ (tas ir t. s. kustības daudzuma momenta saglabāšanās likums), resp., $rv_\varphi = r^2\omega = \frac{r^2 d\varphi}{dt} = \text{const}$ (sk. 2-16.

zīm. a). Ievērojot, ka $\frac{r \cdot rd\varphi}{2}$ ir rādiusvektora pārietais laukums (sektors) dS laikā dt , minētais centrālās kustības nosacījums ir šāds:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{r^2 d\varphi}{2dt} = \text{const.} \quad (2-46)$$

Centrālā kustībā sektoriālais ātrums $\frac{dS}{dt}$ ir konstants, t. i., rādiusvektora r pārietais laukumi vienādos laikā sprīžos ir vienādi. Ipašā centrālās kustības gadījumā — planetārā kustībā — tas izsaka otro Keplera likumu. No tā izriet, ka, atrodoties tālāk no pievelkošā spēka centra, ķermenis kustas lēnāk, bet, atrodoties tuvāk, — ātrāk. Ja, piemēram, kustībā pa elipsi vistālākajā punktā — perihēlijā $r = r_p$, ātrums $v = v_\varphi = v_p$ un vistuvākajā punktā — afēlijā $r = r_a$ un $v = v_\varphi = v_a$ (sk. 2-16. zīm. b), minētais nosacījums prasa, lai $r_a v_a = r_p v_p$.

b. No izteiksmes (2-46), izmantojot enerģijas nezūdamības likumu $E = \text{const}$, var izslēgt laiku, resp., lielumu dt . Pēc tam, ja

$E_p = -\frac{\text{const}}{r}$, t. i., centrālais spēks $F \sim \frac{1}{r^2}$ ir pievelkošs, integrējot izteiksmi (2-46), var atrast ķermeņa kustības trajektorijas vienādojumu, kas ir otrās kārtas likne (elipse, parabola, hiperbola):

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}, \quad (2-47)$$

kur p — otrās kārtas liknes fokālais parametrs, e — ekscentricitāte.

Planetārā kustībā izteiksme (2-47) izsaka pirmo Keplera likumu: *Planēta ap Sauli (mākslīgie pavadoņi ap planētām) kustas pa elipsi, kuras vienā fokusā atrodas Saule (planēta)*. Atgrūdoša spēka gadījumā izteiksmē (2-47) $+1$ vietā ir -1 .

c. Planētu (bieži arī pavadoņu) elipsveida trajektorijas ekscentricitāte $e \approx 0$, t. i., to aptuveni var uzskatīt par riņķa līniju, tāpēc trešo Keplera likumu var atvasināt no planētu (pavadoņu) kustības vienādojuma pa riņķa līniju: $\frac{mv^2}{r} = \frac{mr4\pi^2}{T^2} = -\gamma \frac{mM}{r^2}$. Saīsinot ar m , dabūjam $\frac{4\pi^2}{T^2} = -\gamma \frac{M}{r^3}$. Tātad divām riņķveida trajektorijām ar rādiusiem r_1 un r_2 un periodiem T_1 un T_2

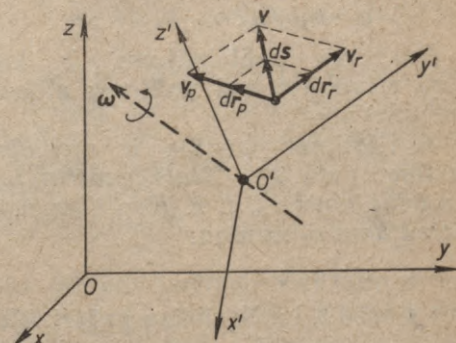
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}. \quad (2-48)$$

Planētu riņķošanas periodu kvadrātu attiecība ir vienāda ar trajektoriju rādiusu kubu attiecību (elipsveida orbitām ar to lielo pusasu kubu attiecību).

21. §. RELATĪVĀS KUSTĪBAS PAMATLIKUMI. INERCES SPEKI

1. Par ķermeņa relatīvo kustību sauc ķermeņa kustību attiecībā pret kustošu atskaites (koordinātu) sistēmu $O'x'y'z'$ (2-17. zīm.), bet kustošas koordinātu sistēmas $O'x'y'z'$ kustību attiecībā pret kādu inerciālu koordinātu sistēmu $Oxyz$ — par pārnesei kustību. Ķermeņa kustību attiecībā pret inerciālo koordinātu sistēmu sauc par absolūto kustību.

Kustošā koordinātu sistēma attiecībā pret inerciālo koordinātu sistēmu var atrasties 1) vienmērīgā taisnvirziena kustībā, 2) mainīgā translācijas kustībā, 3) rotācijas kustībā un 4) saliktā,



2-17. zīm.

mainīgā translācijas un rotācijas kustībā. Ķermeņa relatīvo kustību pirmajā gadījumā, kad arī kustošā koordinātu sistēma ir inerciāla, jau aplūkojam 2. nod. 8. §, runājot par Galileja relativitātes principu. Šeit aplūkosim tuvāk otro un trešo relatīvās kustības gadījumu.

Relatīvās kustības piemēri ir ķermeņu kustība braucošā automašīnā, vilcienā, kuģī vai lidmašīnā, mašīnu kustīgo daļu savstarpējā kustība, laivas un ūdens dzīvnieku kustība ūdens straumē, ķermeņu, gaisa un upju ūdens kustība uz rotējošās Zemes virsmas, koka zaru kustība attiecībā pret stumbru, kas lokās, augļu kustība attiecībā pret zaru, kas šūpojas, gaismas izplatīšanās kustīgā vidē, molekulu, atomu kodolu kustības sadursmes procesos u. c.

Aprēķinot ķermeņa relatīvo kustību, vispirms jāuzzina, kādas sakarības saista relatīvās, pārnese un absolūtās kustības pārvietojumus, ātrumus un paātrinājumus.

2. **Relatīvās kustības ātrumu saskaitīšana.** Jau Galilejs konstatēja, ka visos relatīvās kustības gadījumos materiālā punkta M pārnese un relatīvās kustības pārvietojumu $(ds)_p$, $(ds)_r$, resp., atbilstošo ātrumu v_p un v_r summa ir vienāda ar absolūto pārvietojumu ds , resp., ar absolūto ātrumu v , t. i., $ds = (ds)_p + (ds)_r$ un

$$v = v_p + v_r. \quad (2-49)$$

Pārnese pārvietojums un pārnese ātrums ir kustošās koordinātu sistēmas $O'x'y'z'$ punkta pārvietojums un ātrums attiecībā pret nekustošo koordinātu sistēmu $Oxyz$.

Ja pārnese kustība ir *translācija*, t. i., ja kustīgās koordinātu sistēmas $O'x'y'z'$ asu virzieni telpā ir nemainīgi, tad visi kustīgās koordinātu sistēmas punktu pārnese pārvietojumi un ātrumi ir vienādi ar koordinātu sākumpunkta pārvietojumu un ātrumu, bet, ja pārnese kustība ir *rotācija*, tad tie ir dažādi.

3. **Relatīvās kustības paātrinājumu saskaitīšana.** a. Pārnese kustība ir *mainīga translācijas kustība*. Tajā *absolūtais paātrinājums* a ir vienāds ar pārnese paātrinājuma a_p un relatīvā paātrinājuma a_r summu:

$$a = a_p + a_r. \quad (2-50)$$

Pārnese paātrinājums ir kustošās koordinātu sistēmas $O'x'y'z'$ punkta paātrinājums attiecībā pret nekustīgo koordinātu sistēmu $Oxyz$.

b. Pārnese kustība ir *vienmērīga* ($\omega = \text{const}$) rotācijas kustība. Tajā *absolūtais paātrinājums* a ir vienāds ar pārnese paātrinājuma a_p , t. s. Koriolisa paātrinājuma a_K un relatīvā paātrinājuma a_r summu:

$$a = a_p + a_K + a_r. \quad (2-51)$$

Var pierādīt, ka Koriolisa paātrinājums

$$a_K = 2(\vec{\omega} \times v_r). \quad (2-52)$$

Tā virziens vienmēr ir perpendikulārs $\vec{\omega}$ un \mathbf{v} , virzieniem. Koriolisa paātrinājuma fizikālā būtība ir tā, ka rotējošas koordinātu sistēmas pārnese kustības ātrums (pretēji nekā translācijas kustībā) ir no punkta uz punktu mainīgs, tāpēc pārvietošanās šādā sistēmā, t. i., ātrums vien, izraisa pārnese kustības ātruma maiņu, resp., īpašu pārnese paātrinājumu — Koriolisa paātrinājumu.

4. **Relatīvas kustības vienādojums.** Materiālā punkta kustības vienādojums inerciālā koordinātu sistēmā, kā zināms, ir $m\mathbf{a}=\mathbf{F}$, kur \mathbf{F} ir uz materiālo punktu darbojošos spēku kopspēks. Kustošā neineriālā sistēmā materiālā punkta kustības vienādojumu dabū, ievietojot šajā izteiksmē paātrinājuma izteiksmi (2-51) un vienādības kreisajā pusē atstājot locekli $m\mathbf{a}_r$, bet pārējos locekļus pārnesot uz vienādības labo pusi:

$$m\mathbf{a}_r = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{in} + \mathbf{F}_K, \quad (2-53)$$

kur $\mathbf{F}_{in} = -m\mathbf{a}_p$ — pārnese kustības inerces spēks, $\mathbf{F}_K = -m\mathbf{a}_K$ — Koriolisa inerces spēks. Tātad relatīvās kustības vienādojums ir raksturīgs ar to, ka bez «parastā spēka» \mathbf{F} darbojas arī inerces spēki \mathbf{F}_{in} un \mathbf{F}_K . Tos izraisa nevis ķermeņu mijiedarbība, bet gan atskaites sistēmas paātrinājums, tāpēc tiem nav spēkā Ņūtona trešais likums (nav uzrādāms otrs ķermenis, uz kuru tie iedarbotos). Tā kā inerces spēki ir ārēji spēki ar nepārtrauktu iedarbību, relatīvā kustībā nav arī spēkā ne kustības daudzuma, ne enerģijas nezūdamības likums.

22. §. ĪPAŠI RELATĪVĀS KUSTĪBAS GADĪJUMI

Aplūkosim īpašus relatīvās kustības gadījumus, 1) kad pārnese kustība ir mainīga taisnvirziena kustība, 2) kad pārnese kustība ir vienmērīga rotācija un relatīvais ātrums $\mathbf{v}_r=0$ un 3) kad pārnese kustība ir vienmērīga rotācija, bet $\mathbf{v}_r \neq 0$.

1. **Relatīvā kustība un inerces spēki atskaites sistēmā, kas atrodas mainīgā taisnvirziena kustībā.** Šajos gadījumos Koriolisa paātrinājums $\mathbf{a}_K=0$.

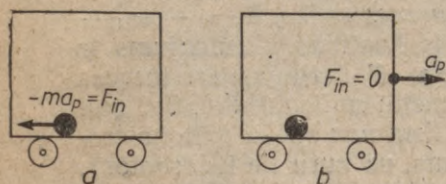
a. Pieņemsim, ka atskaites sistēma ir vagona (2-18. zīm. a, b), kas kustas horizontālā virzienā ar paātrinājumu a_p . Tad novērotājam vagonā rodas iespaids, it kā uz vagonā esošajiem ķermeņiem, kas attiecībā pret vagonu var brīvi pārvietoties, ja $F=0$, horizontālā virzienā darbojas spēks $F_{in} = -ma_p$ un piešķir tiem paātrinājumu $-a_p$. Šāds secinājums ir saskaņā ar relatīvās kustības vienādojumu (2-53).

Uz Zemes virsmas nekustīgs novērotājs turpretim konstatēs, ka paātrinās tikai vagona, bet ar vagonu nesaistītie ķermeņi paliek miera stāvoklī, t. i., uz tiem nekādi spēki nedarbojas. Tātad šajā atskaites sistēmā nekādu inerces spēku nav.

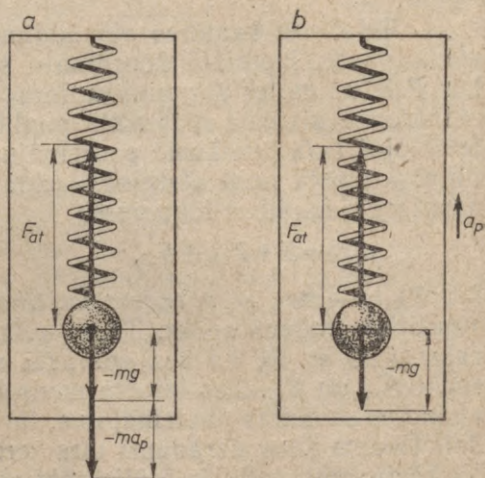
b. Novērotājam, kas brauc augšup liftā (2-19. zīm. a, b) ar paātrinājumu a_p (pozitīvais virziens vērsts uz augšu), liekas, ka pie lifta griestiem atsperē pakārtai lodei pielikts smagums $-mg$, inerces spēks $F_{in} = -ma_p$ un no atsperes puses elastiskais spēks F_{at} . Viņam tāpat liekas, ka uz lodi darbojas kopspēks

$$F_{kop} = -mg - ma_p + F_{at} \quad (2-54)$$

Tā kā augšup braucošā liftā esošais novērotājs neatšķirs smagums spēku no inerces spēka, viņam liksies, ka uz lodi darbojas «smagums spēks» $F_g = -m(g + a_p)$. Gadījumā, ja attiecībā pret liftā esošu



2-18. zīm.



2-19. zīm.

novērotāju lode ir miera stāvoklī, tad no atsperes puses tai ir pielikts tikpat liels, bet pretēji vērsts spēks $F_{at} = m(g + a_p)$ (2-19. zīm. a). Šādā gadījumā kopspēks $F_{kop} = 0$.

Ja lifts brauc uz leju ar paātrinājumu $-a_p$, tad novērotājam, kas atrodas liftā, liekas ka lodes «smagums» $F_g = -m(g - a_p)$ un ka kopspēks uz lodi ir

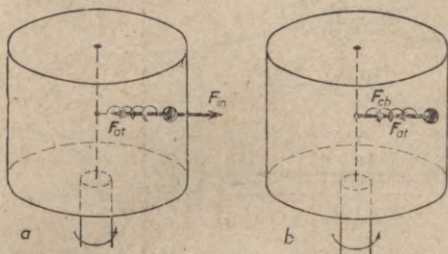
$$F_{kop} = -mg + ma_p + F_{at} \quad (2-55)$$

Ja turklāt lode ir miera stāvoklī, tad $F_{at} = -F_g = m(g - a_p)$ un atkal $F_{kop} = 0$.

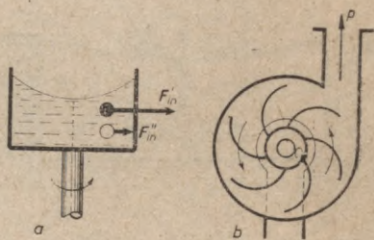
Turpretim, raugoties no kāpnēm, novērotājs secinās, ka liftā pakārtai lodei (2-19. zīm. b), kas attiecībā pret liftu atrodas miera stāvoklī, ir pielikts smagums spēks $-mg$ un no atsperes puses smagums spēku līdzsvarojošs spēks mg , kā arī lifta paātrinājumam atbilstošs spēks $\pm ma_p$ (resp., $F_{at} = mg \pm ma_p$), t. i., lodei ir pielikts kopspēks $F_{kop} = -mg + mg \pm ma_p = \pm ma_p$. Lodes kustība, tāpat kā lifta kustība uz augšu un uz leju, šajos gadījumos novērotājam ir vienmērīgi paātrināta un vienāda ar lifta paātrinājumu $\pm a_p$. Atsperes sastiepums ir tikpat liels kā iepriekšējā gadījumā. Ķermeņiem atrodoties uz lifta grīdas, tā attīstītais spēks uz grīdu šajos abos gadījumos palielināsies vai samazināsies. Ja lifts krīt brīvi, tad atsperes sastiepums, resp., ķermeņa spiediena spēks uz lifta

grīdu, ir vienāds ar nulli. Tātad, raugoties no kāpnēm, nekādu inerciālu spēku nemanām.

2. Inerces spēki vienmērīgi rotējošā atskaites sistēmā, ja $v_r = 0$. Šajā gadījumā $a_r = 0$, $a_K = 0$, $F_K = 0$ un relatīvās kustības vienādojums (2-53) ir $0 = F + F_{in}$. Tas nozīmē, ka šajā gadījumā, raugoties no kustošās sistēmas, inerces spēkus F_{in} nepārtraukti kompensē aktīvie spēki F .



2-20. zīm.



2-21. zīm.

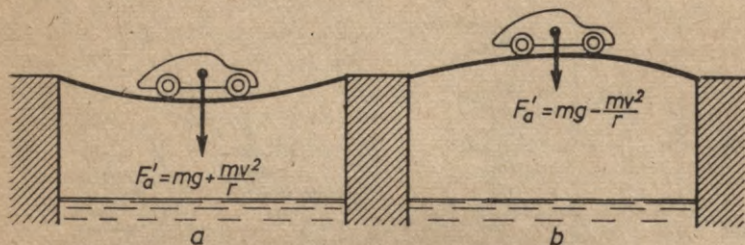
a. Vienmērīgi rotējošā cilindrā katrs telpas punkts rotē ar paātrinājumu $a_n = -\omega^2 r$ (2-20. zīm. a). Šajā cilindrā miera stāvoklī esošs novērotājs secinās, ka centrālajā atsperē iestiprinātajai lodei ar masu m , kura attiecībā pret rotējošo cilindru ir miera stāvoklī, ir pielikts centrālās inerces spēks $F_{in} = -ma_n = m\omega^2 r$ un inerces spēku līdzsvarojošs elastīgs centrālās spēks $F = F_{at} = -F_{in}$. Tātad kopspēks $F_{kop} = 0$.

Raugoties no ārienes (2-20. zīm. b), miera stāvoklī esošs novērotājs turpretim secinās, ka atsperē iestiprinātā lode kustas pa riņķa līniju un tai ir pielikts tikai centrālās spēks $F_{at} = ma_n = -m\omega^2 r$. Šo spēku līdzsvarojošais centrālās spēks F_{cb} ir pielikts riņķa līnijas centram.

Inerces centrālās spēkus, lietojot centrifūgas vai ļoti liela apgriezumu skaita ultracentrifūgas, plaši izmanto dažāda blīvuma šķidrumu atdalīšanai. Raugoties no nekustošās atskaites sistēmas, blīvākai šķidruma daļiņai, lai tā kustētos pa to pašu riņķa līniju, pa kuru kustas mazāk blīva šķidrums daļiņa, ir jāpieliek lielāks centrālās spēks nekā tā paša tilpuma mazāk blīvai šķidrums daļiņai. Tā kā tas nenotiek, tad smagākās šķidrums daļiņas virzās radiāli prom no rotācijas ass un to vietas ieņem vieglākā šķidrums daļiņas. Raugoties no rotējošās sistēmas, uz blīvākām šķidrums daļiņām darbojas lielāki inerces spēki ($F_{in}' > F_{in}''$), tāpēc tās radiāli «grimst» (sk. 2-21. zīm. a) un to vietā nostājas vieglākās šķidrums daļiņas. Ultracentrifūgās centrālās spēkus paātrinājums sasniedz pat 400 000 (g vienībās). Tehnikā, izmantojot centrālās spēkus F_{in} , attīra eļļas, noblīvē lējumus, sausina veļu utt. Ar ultracentrifūgām bioloģijā un medicīnā no šķidrums atdala baktērijas un vīrusus. Lauksaimniecībā centrifūgālās

darbības principu izmanto sēklu šķirošanai, bišu medus atdalīšanai no šūnām, krējuma atdalīšanai no piena. Centrbēdzes sūkņi centrā O pieplūstošais un rotējošo lāpstiņu grieztais ūdens centrēdzes spēku dēļ dod virzienā P spēcīgu ūdens strūklu (2-21. zīm. b).

b. Automašīna brauc ar ātrumu v pa ieliektu tiltu, kura liekuma rādiuss ir r (2-22. zīm.). *Raugoties no automašīnas, uz*



2-22. zīm.

automašīnu un tālāk uz tiltu darbojas divi uz leju vērsti spēki: automašīnas smagums spēks mg un centrēdzes inerces spēks $F_{in} = mv^2/r$, t. i., kopā darbojas spēks (pozitīvais virziens vērsts uz leju)

$$F'_a = mg + \frac{mv^2}{r}. \quad (2-56)$$

Protams, uz automašīnu no tilta puses, pēc Ņūtona trešā likuma, darbojas tikpat liels, bet pretēji, t. i., augšup, vērsts reakcijas spēks $-F'_a$ un kopspēks $F_{kop} = 0$.

Turpretim, braucot pāri izliektam tiltam (2-22. zīm.), centrēdzes inerces spēks $F_{in} = -mv^2/r$ ir vērsts uz augšu, tāpēc tas samazina smagums spēku mg , un lejup vērsta spēks uz automašīnu, resp., tiltu, tāpēc ir mazāks nekā mg , t. i.,

$$F'_a = mg - \frac{mv^2}{r}. \quad (2-57)$$

Tilta reakcijas spēks tāpat ir $-F'_a$ un $F_{kop} = 0$. Ja $mg < mv^2/r$, tad automašīna atrausies no izliekta tilta vai arī var braukt bez atrašanās pa tā apakšējo pusi. Ja $mg = mv^2/r$, tad spēks F'_a uz automašīnu un tiltu nedarbojas. Tāpēc tilti jābūvē nevis ieliekti, bet izliekti.

Raugoties uz braucošo automašīnu no tilta, redzam, ka darbojas tikai šādi spēki: uz leju vērsts smagums spēks mg un pretēji vērsts reakcijas spēks $-mg \pm mv^2/r$, t. i., kopā darbojas spēks $F_{kop} = \pm mv^2/r$.

Lai automašīna bez apsviešanās briesmām varētu braukt pa horizontālu liektu ceļu, kura liekuma rādiuss ir r , tad ceļam jābūt ar tādu slīpumu, lai sāniski vērsta inerces centrēdzes spēka mv^2/r un automašīnas vertikāli uz leju vērsta svara P summa F

būtu perpendikulāra ceļa virsmāi. Vajadzīgais ceļa slīpums ir atkarīgs no braukšanas ātruma. To ievēro, veidojot ceļa profilu pagriezienos, trekos u. c.

c. Zemes smagumspēka paātrinājuma g atkarība no ģeogrāfiskā platumā φ . Uz rotējošās Zemes virsmas ģeogrāfiskajā platumā φ miera stāvoklī esoša ķermeņa svārs $P = mg_\varphi$ ir mazāks nekā tā svārs $P_0 = mg_0$ uz pola (vai jebkurā vietā uz Zemes virsmas, ja Zeme nerotētu un tai būtu lodes veids), jo daļa no smagumspēka P_0 ir jāizlieto, lai, Zemei rotējot ar ātrumu v (leņķisko ātrumu $\omega_0 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$), ķermeni turētu uz riņķa līnijas ar rādiusu R (attālums līdz Zemes rotācijas asij). Kustībā pa šo riņķa līniju darbojas centrālās inerces spēks $F_{in} = \frac{mv^2}{R} = m\omega_0^2 R$. Tā komponente Zemes rādiusa R_0 virzienā, kura ir jākompensē svāram P , ir $F_{in} \cos \varphi = m\omega_0^2 R \cdot \cos \varphi$ (2-23. zīm.). Tāpēc ķermeņa svārs ģeogrāfiskajā platumā φ ir $P = mg_\varphi = P_0 - F_{in} \cos \varphi = mg_0 - m\omega_0^2 R \cos \varphi$, no kurienes, dalot ar m un ievietojot $R = R_0 \cos \varphi$, ģeogrāfiskajā platumā φ Zemes smagumspēka paātrinājums

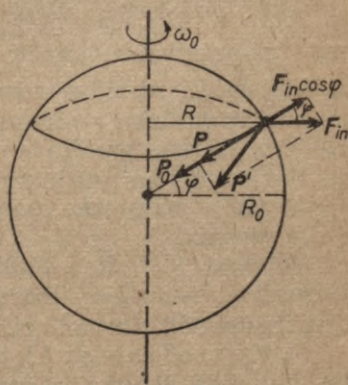
$$g_\varphi = g_0 - \omega_0^2 R_0 \cos^2 \varphi = g_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2 R_0}{g_0} \cos^2 \varphi \right). \quad (2-58)$$

Ievietojot izteiksmē (2-58) $R_0 = 6371 \text{ km}$ un $\omega_0 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, dabūjam, ka $\frac{\omega_0^2 R_0}{g_0} = \frac{1}{289}$, no kurienes

$$g_\varphi = g_0 \left(1 - \frac{1}{289} \cos^2 \varphi \right). \quad (2-59)$$

Kā redzams, Zemes smagumspēkam vislielākais paātrinājums ir uz pola, kur $\varphi = 90^\circ$ un $g_\varphi = g_0 = 9,8309 \text{ m/s}^2$, bet vismazākais — uz ekvatora: $g_{ekv} = 9,78720 \text{ m/s}^2$. Jāpiezīmē, ka Zemes rotācija izraisa arī nelielu svāra virziena nobīdi no centra virziena, t. i., no P uz P' (2-23. zīm.). Šī apstākļa dēļ Zeme no sfēras ir pārveidojusies par saspiestu elipsoīdu, kura ekvatora ass $a = 6378,4 \text{ km}$, bet pola ass $b = 6356,9 \text{ km}$. Arī tas ir jāņem vērā, aprēķinot g_φ uz Zemes virsmas. Tā, piemēram, uz ekvatora, kur Zemes rādiuss ir par 21,5 km lielāks, faktiski $g_{ekv} = 9,78038 \text{ m/s}^2$. Tāpēc izteiksmē (2-59) koeficienta $1/289$ vietā jāņem koeficients $1/191$. Vēl jāpiezīmē, ka nelielas gravitācijas paātrinājuma g_φ maiņas izraisa arī smago izrakteņu atradnes Zemes garozā; uz to pamatojas arī gravimetriskā izrakteņu meklēšanas metode.

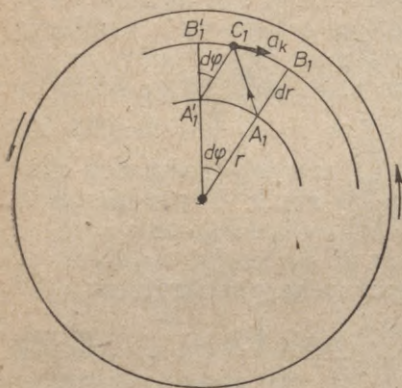
3. Relatīvā kustība un inerces spēki vienmērīgi rotējošā atskaites sistēmā, ja $v_r \neq 0$. Sajā gadījumā $a_R \neq 0$, tāpēc bez pārnese inerces spēka F_{in} uz ķermeni darbojas arī inerces Koriolisa



2-23. zīm.

spēks $F_K = -[2m(\vec{\omega} \times \vec{v}_r)] = -2m\vec{\omega}v_r \sin \varphi$, kur φ ir rotācijas leņķiskā ātruma $\vec{\omega}$ un relatīvā ātruma \vec{v}_r veidotais leņķis.

a. Aplūkosim materiālā punkta kustību pa disku, kas vienmērīgi rotē ar leņķisko ātrumu ω (2-24. zīm.). Vispirms pieņemsim, ka materiāls punkts kustas no punkta A_1 radiāli uz punktu B_1 ar ātrumu $v_r = \text{const}$ attiecībā pret disku. Laikā dt relatīvā kustībā materiālais punkts veic ceļu $A_1B_1 = v_r dt$, bet diska pārnese kustībā tiek veikts ceļš A_1A_1' , resp., loks $d\varphi = \omega dt$. So abu kustību dēļ materiālais punkts nenonāk tēmētajā diska punktā B_1' , bet nonāk punktā C_1 . Šajā pārvietojumā pārnese kustības ātruma v_p skaitliskais lielums mainās par ωdr (no ωr līdz $\omega(r+dr)$) un relatīvais ātrums v_r par $v_r d\varphi$ (v_r virziena maiņas dēļ). So abu ātrumu maiņas ir perpendikulāras sākotnējam radiālajam v_r virzienam, t. i., tās vērstas riņķa līnijas pieskares virzienā. Kopā tātad



2-24. zīm.

ātruma maiņa ir $dv = \omega dr + v_r d\varphi$, ko dālot ar dt dabūjam, ka Koriolisa paātrinājums

$$a_K = 2\omega v_r. \quad (2-60)$$

Ja materiālais punkts kustētos pretējā virzienā — no punkta B_1 uz punktu A_1 , tad a_K būtu tikpat liels, tikai tā vērsums būtu pretējs.

Ja materiālais punkts pārvietotos no punkta A_1 riņķa līnijas pieskares virzienā, tad laikā dt , pārnese ātrumam pagriežoties par $d\varphi_p$ un relatīvajam ātrumam — par $d\varphi_r$, pilnā ātruma maiņa ir $(\omega r + v_r)(d\varphi_p + d\varphi_r)$. Dālot ar dt , dabūjam $a = (\omega r + v_r)(\omega + v_r/r) = \omega^2 r + 2\omega v_r + \frac{v_r^2}{r} = a_p + a_K + a_r$, t. i., atkal Koriolisa paātrinājums $a_K = 2\omega v_r$. Tā virziens atkal ir perpendikulārs v_r virzienam, t. i., tas vērstas rādiusa r virzienā. Ja kustība notiktu no A_1' uz A_1 , tad a_K būtu vērstas pretējā virzienā. No iepriekš teiktā ir secināms, ka Koriolisa paātrinājumu rada diska rotācijas (pārnese) kustības ātruma maiņa, ko savukārt izraisa ķermeņa pārvietošanās pa diska virsmu.

Reizinot Koriolisa paātrinājumu ar masu, dabūjam Koriolisa spēku $F_K = -ma_K = -2mv_r\omega$, kura ietekmē materiālā punkta kustība iegūst sānisku nolieci.

b. Koriolisa spēks uz Zemes virsmas. Zemes rotācijas leņķiskā ātruma ω_0 projekcija uz Zemes virsmas horizontālā laukuma vertikāles ir atkarīga no ģeogrāfiskā platuma φ : $\omega =$

$=\omega_0 \sin \varphi$. Tāpēc saskaņā ar izteiksmi (2-60) ķermeņa kustībā pa Zemes virsmu ar ātrumu v_r Koriolisa paātrinājums

$$a_K = 2v_r \omega_0 \sin \varphi \quad (2-61)$$

un Koriolisa spēka horizontālā komponente

$$F_K = -2mv_r \omega_0 \sin \varphi. \quad (2-62)$$

Koriolisa spēks F_K horizontālā plaknē ir perpendikulārs ķermeņa relatīvajam ātrumam v_r un vertikālajai Zemes griešanās leņķiskā ātruma komponentei $\omega_0 \sin \varphi$. Tāpēc ziemeļu puslodē, kur $\omega_0 \sin \varphi$ ir vērstis augšup, pa Zemes virsmu kustoši ķermeņi Koriolisa spēka dēļ novirzās *pa labi*. Turpretim dienvidu puslodē, kur $\omega_0 \sin \varphi$ ir vērstis lejup, ķermeņi novirzās *pa kreisi*. Ziemeļu puslodē upju labie krasti tāpēc ir augstāki par kreisajiem krastiem, jo upe tikmēr virzās pa labi, kamēr sastop šķērslī. Ja vējam pie Zemes virsmas, atmosfēras temperatūras, tātad arī gaisa blīvuma gradienta dēļ vajadzētu pūst ziemeļu—dienvidu virzienā, tad tas ziemeļu puslodē pūst ziemeļaustrumu—dienvidrietumu virzienā. Koriolisa spēka ietekmē atmosfērā izveidojas arī cikloni (sk. 9. nod. 5. §). Bez Koriolisa spēka Golfa straume aizvirzītos tālāk uz rietumiem no Eiropas un mūsu klimats būtu aukstāks. Jāatzīmē, ka nelielās kustībās uz Zemes virsmas Koriolisa spēku ietekme ir niecīga.

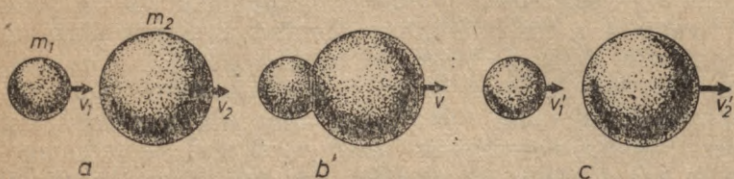
23. §. SADURSMES

Divi ķermeņi var sadurties elastīgi, pilnīgi neelastīgi un daļēji elastīgi. Pēc elastīgās sadursmes abu ķermeņu kopējā kinētiskā enerģija ir tikpat liela kā pirms sadursmes. Pilnīgi neelastīgā sadursmē abu ķermeņu kopējā kinētiskā enerģija samazinās, un pēc sadursmes abi ķermeņi kustas ar vienādu ātrumu. Arī daļēji elastīgā sadursmē abu ķermeņu kopējā kinētiskā enerģija samazinās, tomēr mazāk nekā iepriekšējā gadījumā. Elastīgā un daļēji elastīgā sadursmē jāizšķir trīs fāzes. *Pirmajā fāzē* abi ķermeņi tuvojas viens otram, *otrajā fāzē* abi ķermeņi ļoti īsu laiku atrodas saskarē un kādā brīdī kustas ar kopēju ātrumu, bet *trešajā fāzē* tie attālinās viens no otra. Otrajā fāzē vispirms kinētiskā enerģija daļēji pārvēršas savstarpējā potenciālajā enerģijā, bet pēc tam potenciālā enerģija pārvēršas atpakaļ kinētiskajā enerģijā (tikai kinētiskās enerģijas sadalījums pa abiem ķermeņiem ir cits). Pilnīgi neelastīgā sadursmē otrās fāzes otrās puses un tātad arī trešās fāzes nav. Ja abu ķermeņu saskarēs punkts un abu ķermeņu smagumcentri atrodas uz līnijas, pa kuru kustas abi ķermeņi, tad sadursme ir *centrāla*, pretējā gadījumā sadursme nav centrāla.

Seit aplūkosim vienīgi divu ložu centrālu sadursmi (2-25. zīm.). Pieņemsim, ka ložu masas ir m_1 un m_2 , sākuma

ātrumi attiecīgi v_1, v_2 , bet beigu ātrumi v_1', v_2' . Ja uz lodēm ārēji spēki nedarbojas, tad ložu sadursmes ir pakļautas kustības daudzuma nezūdamības likumam: tas nozīmē, ka kopējais kustības daudzums pirms sadursmes un sadursmes otrās fāzes vidusbrīdī, kad abas lodes kustas ar kopēju ātrumu v , ir vienāds:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v, \quad (2-63)$$



2-25. zīm.

no kurienes abu ložu kopējais ātrums

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (2-64)$$

1. Divu ložu pilnīgi neelastīga centrāla sadursme. Pēc pilnīgi neelastīgas sadursmes abas lodes kustas ar kopēju ātrumu, kuru dod izteiksme (2-64). Ja pirms sadursmes abu ķermeņu kinētiskā enerģija $E_k = E_{k1} + E_{k2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$, tad pēc sadursmes saskaņā ar izteiksmi (2-64) tā ir

$$E_k' = \frac{m_1 + m_2}{2} v^2 = \frac{m_1 + m_2}{2} \left(\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (2-65)$$

Ķermeņu kinētiskā enerģija neelastīgā sadursmē tātad samazinās par

$$E_k - E_k' = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (2-66)$$

2. Divu ložu elastīga centrāla sadursme. Sadursmes otrās fāzes otrajā pusē, kad ložu elastības enerģija pāriet atpakaļ kinētiskajā enerģijā, abu ložu ātrumi mainās vēlreiz par tādu pašu lielumu kā otrās fāzes pirmajā pusē, t. i., par $(v_1 - v)$, resp., $(v - v_2)$, tāpēc, ievērojot vēl izteiksmi (2-64), ložu beigu ātrumi

$$\left. \begin{aligned} v_1' &= v_1 - 2(v_1 - v) = -v_1 + 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \\ v_2' &= v_2 + 2(v - v_2) = -v_2 + 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \right\} \quad (2-67)$$

Atņemot otro vienādību no pirmās, dabūjam, ka $v_1 - v_2 = -(v_1' - v_2')$, t. i., abu ložu ātrumu starpība pirms sadursmes ir tikpat liela kā pēc sadursmes, tikai starpības zīme pēc sadursmes ir pretēja. Gadījumā, kad $v_2 = 0$, ja $m_1 > m_2$, tad v_1' un v_2' ir pozitīvi, bet, ja $m_1 < m_2$, tad v_1' ir negatīvs un v_2' pozitīvs.

Elastīgā sadursmē ir spēkā arī *enerģijas nezūdamības likums*:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \quad (2-68)$$

Kā redzējam, uzdevumu pēc ložu sākuma ātrumiem noteikt ložu beigu ātrumus un kinētiskās enerģijas atrisinājam, izmantojot tikai kustības daudzuma un enerģijas nezūdamības likumus (neatrisinot sadursmes procesa kustības vienādojumus, kuros būtu jāievēro ļoti sarežģītā ložu mijiedarbība).

3. Iegūtie sadursmju likumi ir derīgi ne vien ķermeņu *saskares* mijiedarbībā, bet arī *tāldarbības*, piemēram, elektriskā mijiedarbībā, kas notiek atomu, molekulu, jonu, atomu kodolu un elementārdaļiņu sadursmēs. Tikai tad sadursme parasti *nav centrāla* un tās raksturošanai ir svarīgs t. s. *tēmēšanas attālums* (pirms daļiņas sākotnējās virziena taisnes attālums no otrās daļiņas centra) un *diferenciālais efektīvais šķērsriezums* (daļiņu skaita daļa, kas krīt uz 1 laukuma vienību un pēc sadursmes novirzās no sākotnējā virziena leņķa intervālā $\theta - \theta + d\theta$). Tuvāk par daļiņu elastisko un neelastisko izkliedi sk. 35. un 38. nodaļā.

Piemēri. 1. Kādai jābūt otrā vagona masai, lai pēc pirmā vagona elastīgas sadursmes ar otro vagonu abi vagoni kustētos ar vienādiem, bet pretēji vēršiem ātrumiem?

Dots, ka $v_1' = -v_2'$. No izteiksmēm (2-67) iegūstam, ka

$$m_2 = 3m_1.$$

2. Ja saitē pakārtā smilšu maisā (*ballistiskais svārstis*), kura masa $m_2 = 10$ kg un ātrums $v_2 = 0$, iešauj lodi ar masu $m_1 = 15$ g, maiss iegūst ātrumu v un paceļas 3 cm augstumā. Noteikt 1) lodes ātrumu v_1 un 2) saglabātās kinētiskās enerģijas daļu.

No izteiksmes (2-64) izsakām v_1 un tajā ievietojam $v = \sqrt{2gh}$. Tā kā $m_2 \gg m_1$, tad dabūjam, ka

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v \approx \frac{m_2}{m_1} v = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{2gh}.$$

Skaitliski

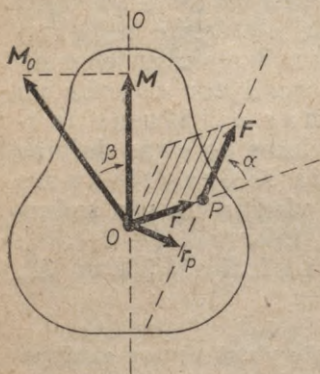
$$v_1 = \frac{10^4 \text{ g}}{15 \text{ g}} \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,03 \text{ m}} = 511 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

No v_1 izteiksmes izriet, ka $\frac{v_1}{v} \approx \frac{m_2}{m_1}$, tāpēc lodes un smilšu maisa kinētisko enerģiju attiecība $\frac{m_1 v_1^2}{m_2 v^2} = \frac{m_2}{m_1}$. Kā redzam, saglabājas tikai $\frac{m_1}{m_2} \cdot 100\% = \frac{15}{10^4} \times 100\% = 0,15\%$ no lodes kinētiskās enerģijas.

ABSOLŪTI CIETA ĶERMEŅA DINAMIKA

1. §. SPĒKA MOMENTS PRET PUNKTU UN ASI

1. Pieņemsim, ka kādā cieta ķermeņa punktā P , kas atrodas attālumā r no kāda cita šī ķermeņa punkta O , ir pielikts spēks F (3-1. zīm.). Tad spēka momenta M_O pret punktu O skaitlisko lielumu iegūst, sareizinot spēka pielikšanas punkta attālumu r no punkta O , spēka skaitlisko lielumu F un sinusu no leņķa α , ko veido spēks F un vektors r :



$$M_O = rF \sin \alpha. \quad (3-1)$$

Spēka plecs $r \sin \alpha = r_p$ ir spēka F darbības taisnes no punkta O īsākais attālums. Tāpēc spēka momenta M_O pret punktu O skaitlisko lielumu var rakstīt šādi:

3-1. zīm.

$$M_O = r_p F. \quad (3-2)$$

Kā redzams no izteiksmes (3-1), spēka momenta skaitlisko lielumu M_O izsaka vektoru r un F veidotā paralelograma laukums. Ja spēks F ir perpendikulārs attālumam r , tad spēka moments ir vislielākais, jo tad $\sin \alpha = \sin 90^\circ = 1$ un $M_O = rF$. Bet, ja spēka F virziens iet caur punktu O , tad spēka moments $M_O = 0$, jo $\alpha = 0$ un $\sin \alpha = 0$.

Spēka moments M_O ir vektoriāls lielums, kuru vektoriāli izsaka sakarība $M_O = r \times F$. Vektora M_O sākumpunkts ir vektora r sākumpunktā, tā virziens ir perpendikulārs vektoru r un F veidotā laukuma plaknei un vērsumu nosaka pozitīvās skrūves kustības virziens, apejot minēto laukumu virzienā no r uz F .

Gadījumā, ja uz cietu ķermeni darbojas vairāki spēki, tad kopējais spēka moments M_O pret punktu O ir atsevišķo spēka momentu M_{O_i} ģeometriskā summa: $M_O = \sum M_{O_i}$. Spēka moments

M_O pret punktu nosaka punktā O nekustīga vai brīva ķermeņa griešanās ātrumu un virzienu: ķermenis griežas ap spēka momenta M_O virzienā vērstu asi.

2. Ja ķermenim caur nekustīgu punktu O iet kāda nekustīga taisne — rotācijas ass OO , tad spēka moments M pret asi ir spēka momenta M_O komponente, kas vērsta ass virzienā. Šīs komponentes skaitliskais lielums

$$M = M_O \cos \beta = r_p F \cos \beta = rF \sin \alpha \cos \beta. \quad (3-3)$$

Leņķi β veido spēka moments M_O pret punktu un rotācijas ass. Spēka moments M pret asi ir vislielākais, ja spēks F perpendikulārs kā attālumam r ($\alpha=90^\circ$), tā rotācijas asij ($\beta=0$). Spēka moments M pret asi ir vienāds ar nulli, ja spēks F ir paralēls attālumam r ($\alpha=0$) vai rotācijas asij ($\beta=90^\circ$).

Spēka momenta mērvienība SI sistēmā — $N \cdot m$ (kuru nedrīkst pārvērst džoulos) ir tāda pati kā darbam un enerģijai. Tomēr spēka momentam ir citāda daba nekā darbam vai enerģijai, jo spēka moments ir vektoriāls lielums, bet darbs un enerģija — skalāri lielumi.

3. Spēka momentam ķermeņu rotācijas kustībā ir pamatnozīme. Ja translācijas kustībā citu ķermeņu izraisīto iedarbību uz aplūkojamo ķermeni nosaka spēks, tad rotācijas kustībā ārējo iedarbību nosaka spēka moments, t. i., to nosaka ne vien spēks F , bet arī spēka plecs r_p . Jo lielāks ir spēka plecs, jo mazāks vajadzīgs spēks, lai panāktu to pašu ķermeņa pagriezīenu (ja $\alpha = \text{const}$).

2. §. SPĒKU SISTĒMAS. SMAGUMCENTRS UN MASĻAS CENTRS. SPĒKU PĀRIS. ĶERMEŅA LĪDZSVARS

Turpmākajā fizikas kursā bieži sastapsimies ar ķermeņiem pieliktiem paralēliem gravitācijas, elektriskiem un magnētiskiem spēkiem. Šajos gadījumos parasti ir jāatrod visu spēku summa, resp., kopspēks.

1. Ja spēki F_1, F_2, \dots , kas darbojas uz ķermeni, ir pielikti vienā punktā, tad kopspēku F atrod, summējot pakāpeniski divus spēkus pēc paralelograma likuma. Tā rezultātā *kopspēks*, kas pielikts spēku pielikšanas punktā, ir visu spēku vektoriālā summa:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \quad (3-4)$$

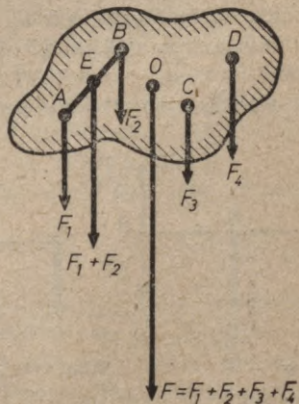
2. Saskaitot divus punktus A un B pieliktus paralēlus spēkus, sadalām abu spēku pielikšanas punktus savienojošo taisni AB spēkiem apgriezti proporcionālos nogriežņos (3-2. zīm.):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{BE}{AE} \quad (3-5)$$

un punktā E pieliekam abu spēku summu $F_1 + F_2 = F$. Gadījumā, ja ir vairāki paralēli spēki, tad, saskaitot spēku F ar F_3 utt., kopspēku iegūst pakāpeniski. Visu paralēlo spēku skalārā summa — *kopspēks*

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \quad (3-6)$$

3. *Paralēlo spēku kopspēka F pielikšanas punktu O sauc par paralēlo spēku sistēmas centru.* Ja spēki ir smagumspēki P_1, P_2, P_3, \dots , kas darbojas uz dažādām ķermeņa daļām, tad spēku sistēmas centru O sauc par



3-2. zīm.

smagumcentru, un tas nelielu izmēru ķermenim, kura robežās Zemes smagumspēks ir konstants, sakrīt ar t. s. masas centru.

Ķermeņa vai ķermeņu sistēmas masas centrs ir sistēmas masu vidējā ģeometriskā vieta. Ja sistēmas materiālo punktu (daļiņu, sastāvdaļu) koordinātes ir $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; \dots$ un to masas ir m_1, m_2, \dots , tad ķermeņa masas centra koordinātes ir

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{m}; \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{m}; \quad z_c = \frac{\sum m_i z_i}{m}, \quad (3-7)$$

kur $m = m_1 + m_2 + \dots$ ir ķermeņu sistēmas masa. Tā kā $dx_i/dt = v_{ix}$ utt., tad, atvasinot šīs izteiksmes pēc laika t , dabūjam, ka masas centra ātruma v_c komponentes ir

$$v_{cx} = \frac{\sum m_i v_{ix}}{m}; \quad v_{cy} = \frac{\sum m_i v_{iy}}{m}; \quad v_{cz} = \frac{\sum m_i v_{iz}}{m} \quad (3-8)$$

un ķermeņu sistēmas kustības daudzums

$$K = mv_c. \quad (3-9)$$

Ķermeņu sistēmas masas centrs ir ievērojams ar to, ka tas kustas tā, it kā masas centrā būtu novietota visa sistēmas masa m , uz kuru iedarbotos visu ķermenim pielikto smagumspēku kopspēks P . Ja masas centra paātrinājums ir $a_c = dv_c/dt$, tad saskaņā ar otro Ņūtona likumu tā kustības vienādojums ir šāds:

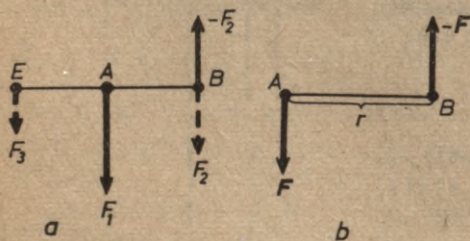
$$ma_c = P. \quad (3-10)$$

Vēl jāatzīmē, ka P ir tikai ārējo smagumspēku summa, jo sistēmas iekšējo spēku summa, kā to redzējam 2. nod. 13. §, ir vienāda ar nulli. Tātad masas centra kustību iekšējie spēki ietekmēt nevar.

4. Saskaitot divus antiparalēlus spēkus F_1 un $-F_2$, kas ir pielikti punktos A un B (3-3. zīm. *a*), lielāko spēku F_1 sadala divos paralēlos spēkos F_2 (pielikts punktā B) un F_3 (pielikts punktā E) tā, ka $F_2 + F_3 = F_1$ un $\frac{EA}{AB} = \frac{F_2}{F_3}$. Ievērojot, ka punktā B spēki F_2 un $-F_2$ līdzsvarojas, abu antiparalēlo spēku kopspēks ir F_3 .

Divi antiparalēli un vienādi spēki F un $-F$ (3-3. zīm. *b*) nav vairs reducējami uz vienu kopspēku. Tie veido elementāru spēku sistēmu (kas tālāk vairs nav vienkāršojama); kuru sauc par spēku pāri. Tā iedarbību uz ķermeni raksturo spēku pāra moments ar skaitlisko lielumu $M = rF$, kur r ir taišņu attālums, pa kurām darbojas abi spēki. Brīvu ķermeni spēku pāris vienmēr griež ap spēku pāra momentam paralēlu asi, kas iet caur masas centru.

5. Jebkura spēku sistēma, kas pielikta absolūti cietam ķermenim, ir reducējama uz vienu kopspēku F



3-3. zīm.

un vienu spēku pāri ar momentu M . Kopspēks F izraisa ķermeņa translācijas, bet spēku pāra moments M — rotācijas kustību.

Ja šis kopspēks un moments ir vienāds ar nulli, t. i., ja

$$\left. \begin{aligned} F &= F_1 + F_2 + \dots = 0, \\ M &= M_1 + M_2 + \dots = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

tad ķermenis atrodas t. s. līdzsvara stāvoklī. Īpašā gadījumā, ja visi spēki atrodas vienā plaknē, to pielikšanas punktu koordinātes ir x_i, y_i un spēku komponentes X_i, Y_i , līdzsvara nosacījumi (3-11) ir šādi:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i X_i &= 0; \quad \sum_i Y_i = 0, \\ \sum_i M_{zi} &= \sum_i (x_i Y_i - y_i X_i) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3-12)$$

3. §. ĶERMEŅA INERCES MOMENTS

1. Ķermeņa rotācijas kustībā ļoti svarīgs lielums ir t. s. ķermeņa inerces moments pret asi. Viena (i -tā) materiālā punkta inerces momentu I_i pret asi definē kā materiālā punkta masas m_i reizinājumu ar attāluma r_i kvadrātu līdz asij:

$$I_i = m_i r_i^2. \quad (3-13)$$

Ķermeņa inerces moments pret asi ir visu ķermeņa materiālo punktu inerces momentu summa:

$$I = \sum_i I_i = \sum_i m_i r_i^2. \quad (3-14)$$

Inerces momenta mērvienība SI sistēmā ir $\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

Inerces momentam ķermeņa rotācijas kustībā ir tāda pati nozīme kā masai translācijas kustībā, t. i., tas raksturo ķermeņa rotācijas kustības inerci (inerces pretestību). Tāpēc inerces momentu bieži sauc par «rotācijas masu».

Ar lielu inerces momentu varam stabilizēt rotācijas kustību un ar mazu inerces momentu samazināt rotācijas kustības inerci. To praksē bieži dara. Tā, piemēram, nevienmērīgi slogotās mašīnās starp dzinēju un darbmašīnu ieslēdz spararatu ar lielu inerces momentu, kas izlīdzina kustību. Turpretim daudzu elektrisko mērinstrumentu spolēm jābūt ar mazu inerces momentu, lai mērinstrumenta rādītājs ātrāk nostātos attiecīgajā skalas vietā.

2. Ķermeņim ar masu m inerces moments pret asi, kas atrodas attālumā a no smaguma centra, ir

$$I = I_s + ma^2, \quad (3-15)$$

kur I_s ir ķermeņa inerces moments pret asi, kas iet caur smaguma centru un ir paralēla minētajai asij, bet ma^2 ir smaguma centra ar masu m inerces moments pret minēto asi. Izteiksmē (3-15) ietvertu likumsakarību sauc par Šteintera teorēmu. Vismazākais inerces moments ir pret asi, kas iet caur smaguma centru.

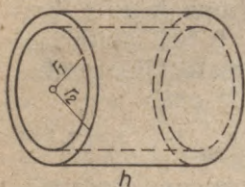
3. Inerces momentu parasti aprēķina integrējot, t. i., summējot bezgalīgi daudzus un bezgalīgi mazus inerces momentus dI :

$$I = \int dI = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV = mr_0^2, \quad (3-16)$$

kur dm ir tilpuma elementa dV masa, kura attālums līdz asij ir r , un ρ — blīvums.

Ķermeņu inerces momentus bieži raksta formā $I = mr_0^2$, kur lielums $r_0 = \sqrt{\frac{I}{m}}$ ir t.s. inerces rādiuss.

Dažu ķermeņu inerces momenti: 1) riņķa linijai, plānam gredzenam — $I = mr_0^2$, 2) riņķim, cilindram — $I = \frac{mr^2}{2}$ ($r_0 = r/\sqrt{2}$), 3) lodei — $I = \frac{2mr^2}{5}$ ($r_0 = r\sqrt{2/5}$), 4) tievam stienim ar garumu l (ass stieņa vidū, perpendikulāri stienim) — $I = \frac{ml^2}{12}$ ($r_0 = l/\sqrt{12}$).



3-4. zīm.

Piemērs. Aprēķināt inerces momentu dzelzs gredzenam ar rādiusiem $r_1 = 0,8$ m un $r_2 = 1$ m un augstumu $h = 0,1$ m (3-4. zīm.).

Dobiem ķermeņiem bieži inerces momentu aprēķina kā divu pilnu ķermeņu inerces momentu starpību. Tā šajā gadījumā, ievērojot, ka dzelzij $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ kg/m³,

$$\begin{aligned} I &= I_2 - I_1 = \frac{m_2 r_2^2}{2} - \frac{m_1 r_1^2}{2} = (\rho \pi r_2^2 h) \frac{r_2^2}{2} - \\ &- (\rho \pi r_1^2 h) \frac{r_1^2}{2} = \frac{\rho \pi h}{2} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{3,14 \cdot 7,8 \cdot 10^3 \cdot 0,1}{2} (1^4 - 0,8^4) = \\ &= 7,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

4. §. ĶERMEŅA KUSTĪBAS DAUDZUMA MOMENTS PRET ASI

Tāda pati nozīme kā ķermeņa kustības daudzumam translācijas kustībā ir arī kustības daudzuma momentam cieta ķermeņa rotācijas kustībā. Materiāla punkta kustības daudzuma momenta pret rotācijas asi skaitliskais lielums kustībā pa riņķa līniju ir materiālā punkta kustības daudzuma $m_i v_i$ reizinājums ar materiālā punkta attālumu r_i līdz asij:

$$L_i = m_i v_i r_i. \quad (3-17)$$

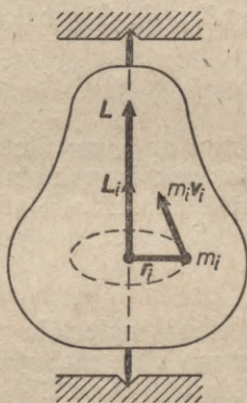
Kustības daudzuma moments L_i pret asi ir vektoriāls lielums, un to pilnīgi izsaka vektoru r_i un $m_i v_i$ vektoriālais reizinājums: $L_i = r_i \times m_i v_i$ (3-5. zīm.). Tā kā cieta ķermeņa materiāla punkta kustībā pa riņķa līniju vektori r_i un v_i ir perpendikulāri asij, tad kustības daudzuma momenta vektors L_i vērsts rotācijas ass virzienā. Tā vērsumu pa šo asi nosaka punkta griešanās virziens: ja materiālais punkts kustas ap asi pulksteņa rādītāju kustības virzienā,

tad vektors L_i vērsts projām no novērotāja. Kustības daudzuma momenta L mērvienība ir $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

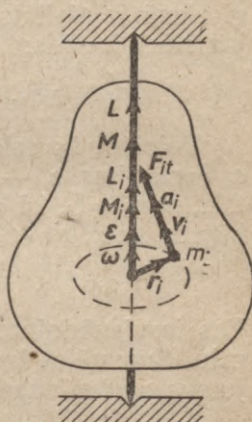
Visa ķermeņa kustības daudzuma moments pret asi ir atsevišķo materiālo punktu kustības daudzuma momentu L_i summa $L = \sum L_i$. Tā skaitliskais lielums

$$L = \sum_i r_i m_i v_i. \quad (3-18)$$

Ķermeņa kustības daudzuma momenta izteiksme (3-18) ir neērta, jo satur materiālo punktu lineāros ātrumus v_i , kas dažādiem materiālajiem punktiem ir dažādi un tieši proporcionāli attālumam no rotācijas ass. Par cieta ķermeņa rotācijas ātrumu raksturojošu lielumu var uzlūkot leņķisko ātrumu ω , kas visiem cieta ķermeņa materiālajiem punktiem ir vienāds. Runājot par cieta ķermeņa rotācijas ātrumu, faktiski arī domājam tā



3-5. zīm.



3-6. zīm.

leņķisko ātrumu. Tāpēc pārveidosim cieta ķermeņa kustības daudzuma momenta izteiksmi, lineāros ātrumus v_i tajā aizstājot ar leņķisko ātrumu ω un materiālo punktu masas m_i ar inerces momentu I . Ievietojot izteiksmēs (3-17) un (3-18) $v_i = r_i \omega$, viena materiāla punkta kustības daudzuma momenta skaitliskais lielums

$$L_i = r_i m_i r_i \omega = m_i r_i^2 \omega = I_i \omega, \quad (3-19)$$

bet visa ķermeņa kustības daudzuma momenta skaitliskais lielums

$$L = \sum_i I_i \omega = I \omega, \quad (3-20)$$

t. i., ķermeņa kustības daudzuma moments ir vienāds ar ķermeņa inerces momenta un rotācijas leņķiskā ātruma reizinājumu.

Ķermeņa rotācijas kustībā kustības daudzuma momenta, leņķiskā ātruma, leņķiskā paātrinājuma un spēka momenta vektori \vec{L} , $\vec{\omega}$, $\vec{\epsilon}$ un \vec{M} saskaņā ar to definīcijām ir vērsti pa rotācijas asi. Ja $\vec{\epsilon}$ (resp. \vec{M}) un $\vec{\omega}$ vektori ir vērsti uz vienu pusi, tad rotācijas kustība ir paātrināta (3-6. zīm.). Pa rotācijas asi vērstos mehānikas vektoriālos lielumus atšķirībā no pašam materiālajam punktam pieliktajiem vektoriālajiem lielumiem — ātruma \vec{v} , paātrinājuma \vec{a} un spēka \vec{F} — sauc par aksiāliem vektoriem.

5. Š. ĶERMEŅA ROTĀCIJAS KUSTĪBAS VIENĀDOJUMS

1. Ķermeņa rotācijas kustības vienādojumu atrod, summējot cietā ķermeņa materiālo punktu Ņūtona kustības vienādojumus. Cietam ķermenim ar nekustīgu asi materiālie punkti (3-6. zīm.) var kustēties tikai pa riņķa līnijām. Pieņemsim, ka i -tā materiālā punkta masa ir m_i , attālums no rotācijas ass r_i , ātrums v_i , tangenciālais paātrinājums a_{ti} un punktam riņķa līnijas tangentes virzienā ir pielikts spēks F_i . Šī punkta kustības Ņūtona vienādojums tad ir šāds:

$$m_i a_{ti} = F_i. \quad (3-21)$$

Reizinot šo sakarību ar r_i un atceroties izteiksmi (1-39), t. i., $a_{ti} = r_i \varepsilon$, kur ε — leņķiskais paātrinājums, un izteiksmi (3-13), t. i., $m_i r_i^2 = I_i$, kā arī izteiksmi $r_i F_i = M_i$, no izteiksmes (3-21) dabūjam, ka $m_i r_i \varepsilon r_i = r_i F_i$, resp.,

$$I_i \varepsilon = M_i. \quad (3-22)$$

Tas ir vienādojums viena materiāla punkta kustībai pa riņķa līniju. Summējot ķermeņa visu materiālo punktu kustības vienādojumus un ievērojot, ka $\sum_i I_i = I$ un $\sum_i M_i = M$, atrodam cietā ķermeņa rotācijas kustības vienādojumu

$$I \varepsilon = M. \quad (3-23)$$

Ciets ķermenis rotē tā, ka ikvienā kustības brīdī tā inerces momenta un leņķiskā paātrinājuma reizinājums ir vienāds ar pielikto ārējo spēka momentu. Atcerēsimies, ka vienmērīgi mainīgā cietā ķermeņa rotācijas kustībā $M = \text{const}$ un $\varepsilon = \Delta\omega / \Delta t$.

2. Gadījumā, ja ķermeņa kustībā ap nekustīgo asi inerces moments I ir mainīgs lielums, t. i., ķermenis kustībā deformējas, piemēram, centrifugālam regulatoram, dzīvam organismam, tad ķermeņa rotācijas kustību laika intervālā dt nosaka šāds vienādojums:

$$\frac{d(I\omega)}{dt} = M. \quad (3-24)$$

Kustības daudzuma momenta maiņas straujums, t. i., kustības daudzuma momenta maiņa laika vienībā ir vienāda ar kopējo spēka momentu. Vienmērīgi mainīgā rotācijas kustībā vienādojumu (3-24) var rakstīt arī formā $\frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t} = M$, kur $\Delta(I\omega) = I_2\omega_2 - I_1\omega_1$. Šeit I_2 , ω_2 un I_1 , ω_1 ir ķermeņa inerces momenti un leņķiskie ātrumi rotācijas kustības momentos 2 un 1.

Piemēri. 1. Cik liels konstants dzinējspēks jāattīsta, lai spararats ar inerces momentu $I = 70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 15 sekunžu laikā iegūtu $n = 3000$ apgriezienus minūtē lielu rotācijas ātrumu? Spēka zudumi sajūgos un pārvados ir 10%.

No izteiksmes (3-23), ievērojot, ka $\varepsilon = \omega/t = 2\pi n/60t$ un lietderības koeficients $\eta = 9/10$, izriet, ka $I\varepsilon = \eta M = \eta Fr$, no kurienes

$$F = \frac{I\varepsilon}{\eta r} = \frac{I2\pi n}{\eta r60t} = \frac{70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3000 \text{ apgr/min}}{0,9 \cdot 0,55 \text{ m} \cdot 60 \cdot 15 \text{ s}} = 2670 \text{ N.}$$

2. Aprēķināt, kādi ir saites sastiepuma spēki F_{s1} un F_{s2} , ja pa rotējošu cilindru, iekārtas saitē, bez berzes kustas $m_1 = 1 \text{ kg}$ un $m_2 = 2 \text{ kg}$ masas (sk. 2-6. zīm. b). Cilindra masa $m = 1 \text{ kg}$.

Atšķirībā no 2. nod. 10. § 2. piemēra saišu sastiepuma spēki F_{s2} un F_{s1} nav vienādi, jo sastiepuma spēks F_{s2} tiek patērēts ne vien masas m_1 paātrināšanai (F_{s1}), bet arī cilindra rotācijas paātrināšanai ar spēku ($F_{s2} - F_{s1}$). Masu m_1 un m_2 translācijas un cilindra rotācijas kustības vienādojumi ir šādi:

$$1) m_1 a = F_{s1} - P_1,$$

$$2) m_2 a = P_2 - F_{s2},$$

$$3) I\varepsilon = M_{s2} - M_{s1},$$

kur $P_1 = m_1 g$, $P_2 = m_2 g$, I — cilindra inerces moments, R — rādiuss, ε — leņķiskais paātrinājums un $M_{s2} - M_{s1} = F_{s2} \cdot R - F_{s1} \cdot R$. Ievērojot, ka $I = mR^2/2$ un $\varepsilon = a/R$, no 3. vienādojuma dabūjam, ka

$$a = \frac{2(F_{s2} - F_{s1})}{m}.$$

Šo izteiksmi ievietojot 1. un 2. vienādojumā un izteicot F_{s1} un F_{s2} , pēc pārveidojumiem atrodam, ka

$$F_{s1} = \frac{m_1(4m_2 + m)g}{2(m_1 + m_2) + m} = \frac{1 \cdot (8 + 1) \cdot 9,8}{2 \cdot (1 + 2) + 1} = 12,6 \text{ (N)},$$

$$F_{s2} = \frac{m_2(4m_1 + m)g}{2(m_1 + m_2) + m} = \frac{2 \cdot (4 + 1) \cdot 9,8}{2 \cdot (1 + 2) + 1} = 14 \text{ (N)}.$$

6. §. SPĒKA MOMENTA IMPULSS. KUSTĪBAS DAUDZUMA MOMENTA TEORĒMA. KUSTĪBAS DAUDZUMA MOMENTA NEZŪDAMĪBAS LIKŪMS

1. Spēka momenta impulsa skaitliskais lielums ir spēka momenta M un tā iedarbības laika dt (vai Δt) reizinājums Mdt (vai

$\int_{t_1}^{t_2} Mdt$), kur $\bar{M} = \frac{1}{\Delta t}$. Spēka momenta impulss ir vektoriāls lielums, kas vērsts pa rotācijas asi spēka momenta virzienā. Tā mērvienība SI sistēmā ir $\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Tātad mērvienība spēka momenta impulsam ir tāda pati kā kustības daudzuma momentam. Spēka momenta impulsam Mdt ķermeņa rotācijas kustībā ir tāda pati nozīme kā spēka impulsam Fdt ķermeņa translācijas kustībā: tas rotācijas kustībā raksturo iedarbību uz ķermeni.

2. Kustības daudzuma momenta teorēma. Šī trešā dinamikas teorēma attiecas uz ķermeņa rotācijas kustību. Tā saista ķermeņa kustības daudzuma momentu un spēka momenta impulsu. To dabū

no cieta ķermeņa rotācijas kustības vienādojuma (3-24), tajā laiku dt pārnesot uz izteiksmes labo pusi. Tad trešā dinamikas teorēma diferenciālā formā ir šāda:

$$d(I\omega) = Mdt, \quad (3-25)$$

bet pēc integrēšanas $\Delta(I\omega) = \overline{M}\Delta t$. *Ķermeņa kustības daudzuma momenta maiņa vienāda ar kopējo spēka momenta impulsu.* Gadījumā, ja $I = \text{const}$, tad

$$Id\omega = Mdt. \quad (3-26)$$

Ja vēl $M = \text{const}$ vai ir zināma vidējā M vērtība \overline{M} , tad $I\Delta\omega = \overline{M}\Delta t$.

Trešajai dinamikas teorēmai, kā redzam, ir formāla līdzība ar pirmo dinamikas teorēmu, jo translācijas kustības daudzuma maiņas vietā ir «rotācijas kustības daudzuma maiņa» (kustības daudzuma momenta maiņa $d(I\omega)$) un translācijas kustības spēka impulsa vietā — «rotācijas spēka impulss» (spēka momenta impulss Mdt). Šai teorēmai ir svarīga nozīme ķermeņa rotācijas kustības aprēķināšanā.

3. Kustības daudzuma momenta nezūdamības likums. Ipašā gadījumā, kad uz rotējošo ķermeni darbojošos spēku momentu summa $M=0$ (tas nozīmē, ka vai nu $F=0$, vai $F \parallel r$), no kustības daudzuma momenta teorēmas (3-25) dabūjam, ka

$$dL = d(I\omega) = 0. \quad (3-27)$$

Tas nozīmē, ka

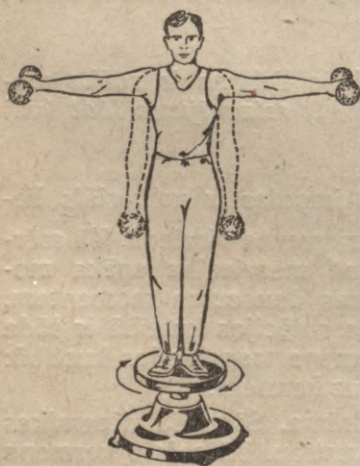
$$L = I\omega = \text{const}, \quad (3-28)$$

t. i., ja uz ķermeni darbojošos spēku momentu summa ir vienāda ar nulli, tad ķermeņa kustības daudzuma moments ir pastāvīgs lielums. Tas ir dinamikas trešais nezūdamības likums — *kustības daudzuma momenta nezūdamības likums.*

Ipaša nozīme šim nezūdamības likumam ir tad, ja rotējoša ķermeņa *inerces moments mainās*, bet tā kustības daudzuma moments paliek konstants. Lielumam I mainoties no I_1 līdz I_2 , saskaņā ar nosacījumu (3-28) rotācijas leņķiskajiem ātrumiem jāmainās no ω_1 uz ω_2 tā, lai

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2. \quad (3-29)$$

Piemērs. Uz rotējoša Žukovska sola stāv cilvēks, kas izstieptās rokās attālumā $r_a = 75$ cm no rotācijas ass tur 5 kgf smagus atsvarus (3-7. zīm.). Rotācijas leņķiskais ātrums $\omega_1 = 0,5$ rad/s. Kāds ir griešanās leņ-



3-7. zīm.

ķiskais ātrums ω_2 pēc tam, kad rokas ar atsvariem tiek nolaistas gar sāniem un atrodas attālumā $r_r' = 15$ cm no ass? Cilvēka svārs bez roku svāra ir 70 kgf un inerces rādiuss $r_c = 10$ cm. 4 kgf smagās rokas izstiepjot, to inerces rādiuss ir $r_r = 60$ cm. Paša sola kustības daudzuma momentu uzlūkot par atmetami mazu.

Pirmajā stāvoklī inerces moments $I_1 = M_c r_c^2 + 2M_r r_r^2 + 2M_a r_a^2$, bet otrajā stāvoklī $I_2 = M_c r_c'^2 + 2M_r r_r'^2 + 2M_a r_a'^2$, kur M_c , M_r , M_a ir attiecīgi cilvēka masa bez roku masas, roku un atsvaru masa. No kustības daudzuma momenta nezūdamības likuma (3-29) izriet, ka

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1 = \frac{70 \text{ kg} \cdot 0,1^2 \text{ m}^2 + 2 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 0,6^2 \text{ m}^2 + 2 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 0,75^2 \text{ m}^2}{70 \text{ kg} \cdot 0,1^2 \text{ m}^2 + 2 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 0,15^2 \text{ m}^2 + 2 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 0,15^2 \text{ m}^2} \times \\ \times 0,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Tātad, rokas nolaižot, rotācijas leņķiskais ātrums palielinās 8 reizes.

Līdzīgi ir risināmi uzdevumi, ja cilvēks pārvietojas radiāli pa rotējošu platformu vai arī cilvēks kustas pa rotējošo platformas malu ar zināmu ātrumu.

7. §. ROTĒJOŠA ĶERMEŅA KINĒTISKĀ ENERĢIJA, DARBS, JAUDA UN ENERĢIJAS TEOREMA

1. Rotējoša ķermeņa kinētiskā enerģija ir ķermeņa visu materiālo punktu kinētisko enerģiju summa. Kinētiskās enerģijas izteiksme tāpat iegūst vienkāršāku veidu, ja masas m_i aizstājam ar ķermeņa inerces momentu I un lineāros ātrumus v_i ar leņķisko ātrumu ω :

$$E_h = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \sum_i \frac{I_i \omega^2}{2} = \frac{I \omega^2}{2}. \quad (3-30)$$

2. Cieta ķermeņa rotācijas gadījumā darbu, ko dara ārējie spēki, griežot ķermeni, var izteikt ar spēka momentu M un pagrieziena leņķi φ . Tā, piemēram, ķermeņa apmalei, attālumā r no rotācijas ass, kustības virzienā pieliekot spēku F un pagriežot ķermeni par loku $ds = r d\varphi$, resp., par leņķi $d\varphi$, tiek padarīts darbs

$$dA = F ds = Fr d\varphi = M d\varphi. \quad (3-31)$$

Pagriezienā par leņķi φ darbs $A = \int_0^\varphi dA = \int_0^\varphi M d\varphi$. Tātad cieta ķermeņa rotācijas kustības elementārais darbs ir ķermenim pieliktā spēka momenta M un pagrieziena leņķa $d\varphi$ (radiānos) reizinājums. Ja $M = \text{const}$, tad $A = M\varphi$.

3. Ievērojot izteiksmi (3-31), rotējoša ķermeņa jaudu, t. i., tā darbu laika vienībā, var izteikt kā spēka momenta M un leņķiskā ātruma ω reizinājumu:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{M d\varphi}{dt} = M\omega. \quad (3-32)$$

No šīs izteiksmes, zinot, piemēram, elektromotora jaudu N un apgriezīgu skaitu minūtē $n=60\nu=60\omega/2\pi$, var aprēķināt tā spēka momentu $M = \frac{N}{\omega} = \frac{60 N}{2\pi n}$.

4. Dinamikas **enerģijas teorēma** $\Delta E_k = A$, kuru definējam 2. nod. 19. § materiālam punktam liklīnijas kustībā un cietam ķermenim translācijas kustībā, ir spēkā arī, cietam ķermenim rotējot ap nekustīgu asi. Rotējoša ķermeņa enerģijas teorēmu iegūst no rotācijas kustības vienādojuma, ja $I = \text{const}$: $\frac{I d\omega}{dt} = M$. Reizinot tā abas puses ar $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, saīsinot ar dt un vienādības kreisajā pusē izsakot $\omega d\omega = d\left(\frac{\omega^2}{2}\right)$ un $I d\left(\frac{\omega^2}{2}\right) = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right)$, dabūjam, ka

$$d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = Md\varphi = dA. \quad (3-33)$$

Ķermeņa galīgam pagriezienam

$$\Delta\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = A, \quad (3-34)$$

t. i., rotējoša ķermeņa kinētiskās enerģijas maiņa ir vienāda ar tam pieliktā spēka darbu.

5. Ja ārējais spēks F ir konservatīvs spēks, tad $A = -\Delta E_p$. Enerģijas teorēma (3-34) tad ir šāda:

$$\Delta\left(\frac{I\omega^2}{2} + E_p\right) = \Delta E = 0, \quad (3-35)$$

t. i., konservatīvo spēku gadījumā rotējošā ķermeņa pilnās enerģijas $E = E_k + E_p$ maiņa ir vienāda ar nulli. No šīs sakarības izriet mehāniskās enerģijas nezūdamības likums: $E = \text{const}$, $E_1 = E_2$, resp. (ja $I = \text{const}$),

$$\frac{I\omega_1^2}{2} + E_{p1} = \frac{I\omega_2^2}{2} + E_{p2}, \quad (3-36)$$

t. i., ķermeņa pilnā mehāniskā enerģija E rotācijas kustībā ir konstants lielums. Tātad rotācijas kustībā, tāpat kā translācijas kustībā, mehāniskās enerģijas nemainība eksistē tikai tad, ja ārējais spēks, kas darbojas uz ķermeni, ir konservatīvs.

Ar šādu gadījumu, sastopamies, piemēram, tad, ja rotējošais ķermenis ir piestiprināts spirālveida atsperei. To savērpjot par leņķi φ , atspre iedarbojas uz ķermeni ar elastības spēka momentu $M = -D\varphi$, kur D — konstante. Atsperes iegūtā potenciālā enerģija

$$E_p = -A = -\int_0^\varphi dA = -\int_0^\varphi D\varphi d\varphi = \frac{D\varphi^2}{2}. \quad (3-37)$$

6. Ja ārējam spēkam viena daļa ir konservatīva, bet otra daļa nav konservatīva, piemēram, berzes spēkiem, tad $A = -\Delta E_p + A_b$,

kur A_b ir nekonservatīvās spēka daļas darbs. Enerģijas teorēma (3-34) tad ir šāda:

$$\Delta \left(\frac{I\omega^2}{2} + E_p \right) = A_b, \quad (3-38)$$

t. i., pilnās mehāniskās enerģijas maiņa ir vienāda ar nekonservatīvo spēku darbu.

8. §. RITES KUSTĪBA

Rīte, piemēram, cilindra velšanās bez slīdes pa kādu virsmu, ir ķermeņa salikta translācijas un rotācijas kustība. Bez spēkiem, kuri izraisa ķermeņa rīti, bieži šajā kustībā darbojas arī berzes spēki.

1. Rītes berze rodas, 1) ja ķermeni cenšas pārvietot pa kāda cita ķermeņa virsmu rītes kustībā (statiskā rītes berze) un 2) ja ķermeni pa kādu virsmu ritina (dinamiskā rītes berze). Tā kā šīs abas rītes berzes parasti maz atšķiras, tad turpmāk tās aplūkosim vienkopus.

Pieņemsim, ka pa horizontālu virsmu tiek velts cilindrs, kura rādiuss ir r (3-8. zīm.). Spēks, kas kavē rītes kustību, jeb t. s. rītes berzes spēks F_b ir horizontālajai virsmai paralēls un pretēji kustības virzienam vērstas reakcijas spēks. So spēku mēra ar to aktīvo spēku $F_b = -F_t$, kas jāpieliek cilindra asij, lai tas rītētu vienmērīgi. Bet, kā zinām, ķermeņa rotācijas kustību nosaka ne vien pieliktais spēks, bet arī spēka plecs. Tā ir arī šajā gadījumā; pieliekot spēku F_t cilindra virsmas augstākajam punktam, kur spēka plecs ir $2r$, cilindra vienmērīgu rītes kustību iegūsim ar divas reizes mazāku spēku F_t . Tātad cilindra rītes pretestību raksturo nevis berzes spēks F_b , bet rītes berzes spēka moments $M_b = rF_b$ (vektoriāli $M_b = r \times F_b$), ko mēra ar to pretēji vērsto rītes berzes aktīvā spēka F_t momentu $M_b = -M_t = -rF_t$, kas izraisa vienmērīgu rītes kustību.

Novērojumos ir konstatēts, ka rītes berzes spēka moments M_b ir tieši proporcionāls spēkam F_n , ar kuru cilindrisks ķermenis darbojas uz atbalsta virsmu tās normāles virzienā, t. i.,

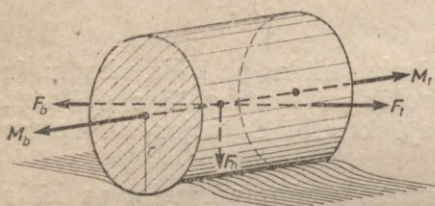
$$M_b = k_r F_n. \quad (3-39)$$

3-8. zīmējumā F_n ir cilindra svārs. No izteiksmes (3-39) redzam, ka rītes berzes koeficients $k_r = M_b/F_n$ ir berzes spēka momenta M_b un virsmai normāli vērstā spēka F_n attiecība (skaitliski tas ir vienāds ar rītes berzes spēka momentu M_b , ja virsmai normāli vērstais spēks $F_n = 1$ N). Proporcionalitātes koeficientam k_r ir garuma dimensija, un to mēra metros.

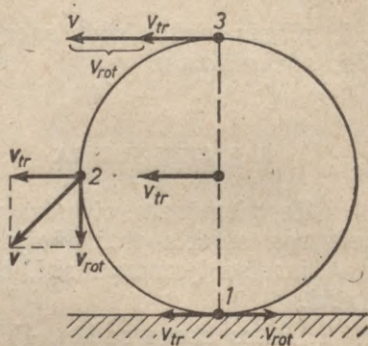
Ja vēlamies palielināt berzes spēku $F_b = M_b/r = k_r F_n/r$, jāpalielina pa normāli vērstais spēks F_n un koeficients k_r vai jāsamazina liekuma rādiuss r . Tas praksē vajadzīgs, lai kavētu ķermeņa

velšanos. Ja spēks F_b jāsamazina, tad palielina ķermeņa rādiusu r vai samazina spēku F_n un koeficientu k_r . Tā, piemēram, braucot pa sliktiem ceļiem, vajadzīgi lieli riteņi un jāsamazina krava. Koeficientu k_r samazina, būvējot šosejas.

Rites berze cietām virsmām ir izskaidrojama ar virsmas mikroizciļņu, kā arī ar visas virsmas nelielu ieliekšanos (protams, var deformēties



3-8. zīm.



3-9. zīm.

arī ķermenis), tāpēc jāpieliek zināms spēks, lai no šī virsmas ieliekuma ķermeni izveltu (3-8. zīm.). Ķermenis ar lielu liekuma rādiusu iegrimst mazāk, tāpēc tam rites berzes spēks ir mazāks. No tā var spriest, ka kustībā pa horizontālu virsmu rites berzes spēku nosaka ne vien ķermeņa svars, bet arī tā virsmas liekuma rādiuss.

Rites berzes koeficients parasti ir mazāks nekā slīdes berzes koeficients, tāpēc ķermeni jācenšas pārvietot ar riti. Tā, piemēram, aizvietojojt slīdes berzes gultņus ar lodīšu vai veltnīšu gultņiem, berze samazinās apmēram 50 reizes. Tomēr dažreiz, piemēram, uz ļoti mīkstas grunts, rites berze ir lielāka par slīdes berzi.

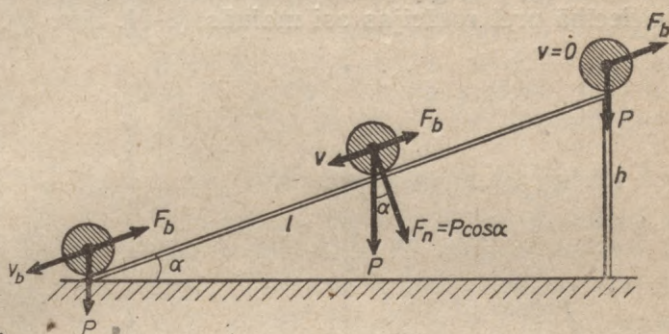
2. Ja ķermenis (cilindrs, disks) rit *bez slīdes*, tad rites kustībā ķermenis vienmēr rotē ap kustīgu momentāno rotācijas asi, kas iet caur punktu 1 (3-9. zīm.). Šāda rites kustība ir salikta translācijas kustība, kurā visi ķermeņa punkti pārvietojas ar vienu un to pašu ātrumu v_{tr} , un rotācijas kustība ap centrālo asi, pie tam visos apmales punktos $v_{tr} = v_{rot}$.

Ķermeņa katra punkta ātrums v ir translācijas ātruma v_{tr} un šī punkta rotācijas ātruma v_{rot} summa. Tā punktā 2 šie ātrumi ir perpendikulāri un $v = \sqrt{2}v_{tr}$, punktā 3 abi ātrumi ir paralēli un $v = 2v_{tr}$, punktā 1 tie ir antiparalēli un $v = 0$. Tā kā rotācijas lineāro ātrumu v_{rot} ar leņķisko ātrumu ω saista sakarība $v_{tr} = v_{rot} = r\omega$, tad kinētisko enerģiju, kas ir translācijas kinētiskās enerģijas $E_{tr} = mv_{tr}^2/2$ un rotācijas kinētiskās enerģijas $E_{rot} = I\omega^2/2$ (kustībā ap riņķa līnijas centru) summa, var izteikt šādi:

$$E_k = \frac{mv_{tr}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (3-40)$$

Viendabīgam cilindram $I = mr^2/2$ un $E_k = \frac{3mv_{tr}^2}{4}$.

Piemērs. Pa slīpu plakni ar slīpuma leņķi $\alpha=15^\circ$ no augstuma $h=2$ m bez slīdes norit 100 kgf smags viendabīgs cilindrisks veltņis (3-10. zīm.). At-
 rast veltņa kustības beigu lineāro ātrumu v_b , ja tā rādiuss $r=40$ cm un rites
 berzes koeficients $k_r=0,02$ m.



3-10. zīm.

Sī ir vienmērīgi paātrināta rites kustība, kurā uz ķermeņi darbojas kon-
 stants gravitācijas un konstants berzes spēks. Uzdevuma atrisināšanai izman-
 tosīm enerģijas teorēmu (3-38), ievērojot, ka lielumiem $\Delta E_k > 0$ un $\Delta E_p =$
 $= -mgh$ ir pretējas zīmes:

$$\frac{mv_b^2}{2} + \frac{I\omega_b^2}{2} - mgh = A_b, \quad (3-41)$$

kur ω_b — beigu leņķiskais ātrums, A_b — rites berzes spēka F_b darbs. Tā kā
 pēc (3-39) $M_b = k_r F_n$, tad

$$\begin{aligned} F_b &= k_r \frac{P \cos \alpha}{r}, \quad l = \frac{h}{\sin \alpha}, \quad A_b = (-F_b) \cdot l = -k_r \frac{P \cos \alpha}{r} \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = \\ &= -k_r \frac{Ph \operatorname{ctg} \alpha}{r} \quad \text{un} \quad \frac{I\omega_b^2}{2} = \frac{mr^2 \cdot v_b^2}{2 \cdot 2r^2} = \frac{mv_b^2}{4}. \end{aligned}$$

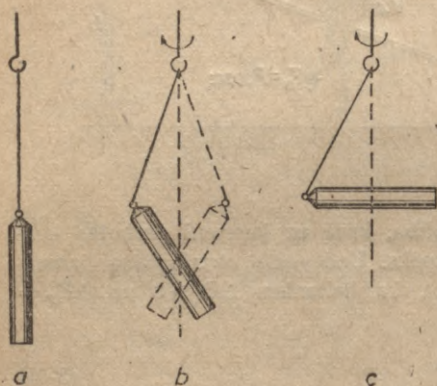
So izteiksmi ievietojot sakarībā (3-41), dabūjam, ka $\frac{3}{4} mv_b^2 = mgh + A_b$, no
 kurienes

$$\begin{aligned} v_b &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{gh + \frac{A_b}{m}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{gh - k_r \frac{Ph \operatorname{ctg} \alpha}{mr}} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{m} - 0,02 \cdot \frac{100 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} \cdot 3,73}{100 \text{ kg} \cdot 0,4 \text{ m}}} = 4,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

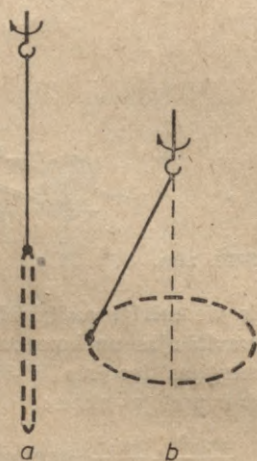
9. §. BRĪVĀS ASIS. VILCIŅŠ. ŽIROSKOPS

1. Par brīvu asi sauc tādu brīva ķermeņa rotācijas asi,
 kura, ķermeņim rotējot, nekustas. Tās ir asis, kuras iet caur ķer-
 meņa smagumcentru un pret kurām ķermeņa inerces moments ir
 vislielākais vai vismazākais. Tomēr parasti, mēģinot ķermeņi
 iegriezt, tas cenšas griezties ap to caur smagumcentru ejošo asi.

pret kuru *inerces moments ir vislielākais*. Tā ir ķermeņa t. s. *figūras ass*. Tā, piemēram, lokanas saites vienā galā piestiprināsim stieni un, saiti savērpjot, sāksim to griezt. Sākumā, stienim griežoties lēni, tas rotē ap stieņa gareniskajā virzienā vērstu asi (3-11. zīm. *a*), bet, griešanās ātrumam pieaugot, ķermeņa stāvoklis attiecībā pret rotācijas asi mainās (3-11. zīm. *b*). Stienim ātri



3-11. zīm.



3-12. zīm.

griežoties, rotācija norisinās ap vertikālu un stienim perpendikulāru asi, kas iet caur stieņa smagumcentru (3-11. zīm. *c*). Attiecībā pret šo asi stieņa inerces moments ir lielāks nekā pret citām caur smagumcentru ejošām asīm.

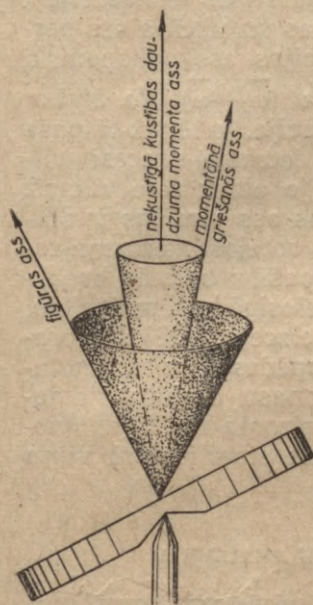
Ja ķermenis, piemēram, ķēdes cilpa, *var mainīt savu inerces momentu*, tad tā, rotējot lēni, ir sakļāvusies (3-12. zīm. *a*), bet, rotējot ātri, tā pieņem riņķa formu (3-12. zīm. *b*), kurš ir perpendikulārs rotācijas asij. Arī šai gadījumā rotācija norisinās ap asi, kura iet caur ķēdes smagumcentru un pret kuru ķēdes inerces moments ir vislielākais. Pie tam šī rotējošās ķēdes forma ir tik noturīga, ka rodas iespaids, it kā ķēde būtu sacietējusi. Šāda deformējamu ķermeņu «sacietēšana» rotācijas kustībā var būt tik liela, ka ar mīkstākiem materiāliem iespējams apstrādāt cietākus, piemēram, ar ļoti ātri rotējošu papes ripu pārzāgēt dēli, ar parastiem materiāliem slīpēt dimantu utt.

2. Ja brīvas rotācijas ass ķermenis (bieži to sauc par *vilciņu*), kas nekustīgi nostiprināts smagumcentrā vai t. s. *kardāna rāmī*; bez ārējo spēku ietekmes brīvi griežas ap asi, kas *nav figūras ass*, tad figūras ass un *momentānā rotācijas ass* griežas ap telpā nekustīgu *kustības daudzuma momenta asi*. Assis, atrazdamās viena otrai pretīm, kustas pa divām koniskām virsmām (3-13.

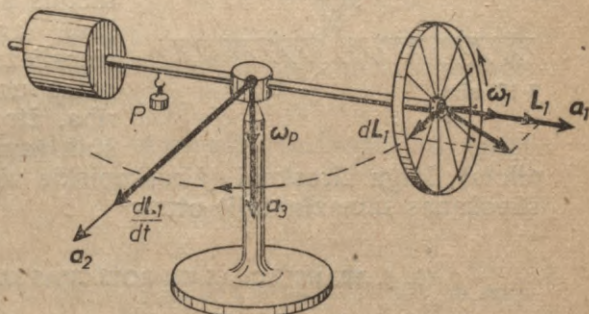
zīm.). So vilciņa kustību sauc par nutāciju. Gadījumā, ja figūras un momentānās rotācijas ass sakrīt, tad tās sakrīt arī ar telpā nekustīgo kustības daudzuma momenta asi.

3. **Spēka momenta iedarbība uz ātri rotējošu vilciņu.** Pieliksim ātri rotējošam simetriskam vilciņam rotācijas asij perpendikulāru spēka momentu. To var izdarīt, piemēram, piekarot rotācijas asij kādu atsvaru P (3-14. zīm.) vai arī pārnesot nekustīgo vilciņa atbalsta punktu no smagumcentra uz citu vilciņa rotācijas ass punktu (sk. 3-15. zīm.).

a. Pirmajā gadījumā ap figūras asi a_1 ar leņķisko ātrumu $\vec{\omega}_1$ un kustības daudzuma momentu \vec{L}_1 rotējoša vilciņa kustību nosaka cietā ķermeņa rotācijas kustības vienādojums $\frac{dL_1}{dt} = \frac{L_1 d\varphi_p}{dt} = L_1 \omega_p = M_t$



3-13. zīm.

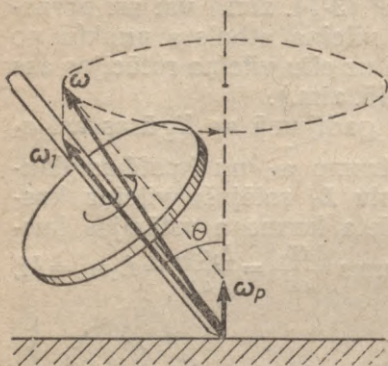


3-14. zīm.

kur M ir pa asi a_2 vērtais piekārtā atsvara smagums spēka P moments un $d\varphi_p$ ir rotācijas ass pagriešana leņķis laikā dt . No šī kustības vienādojuma redzam, ka vilciņa kustības daudzuma momenta maiņai dL_1 jābūt paralēlai spēka momentam M , t. i., vērstai pa a_2 asi. Tātad vilciņa rotācijas ass a_1 nepagriežas vertikālās ass a_3 virzienā, bet pagriežas horizontālās ass a_2 virzienā, izraisot vienmērīgu precesijas kustību ap asi a_3 ar leņķisko ātrumu $\omega_p = M/L_1 = M/I\omega_1$. 3-14. zīmējumā attēlotajā piemērā precesijas leņķiskā ātruma ω_p vektors vērsts pa asi a_3 uz leju. Tātad varam teikt, ka ātri rotējošs vilciņš, kam pieliek spēku P , neapmet kūleni uz augšu, kā tas notiktu, ja vilciņš negrieztos, bet «izvairtos» pārvietojas precesijas kustībā ap asi, kas perpendikulāra vilciņa rotācijas asij un smagums spēka P momentam.

Šī atšķirība izskaidrojama ar to, ka, vilciņam nerotējot, ārējā spēka momentam ir jārada vilciņa rotācija ap spēka momenta virzienu, turpretim ātri rotējoša vilciņa gadījumā tam ir jāmaina jau esošās rotācijas ass virziens.

b. Otrajā gadījumā līdzīgu iemeslu dēļ nekrīt ar leņķisko ātrumu $\vec{\omega}_1$ ap slīpu asi rotējošs vilciņš (3-15. zīm.), uz kuru darbojas paša vilciņa smagums spēks P . Arī šeit vilciņa slīpās rotācijas ass vektora $\vec{\omega}_1$ virziens, pārvietojoties uz $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_p$ virziena pusi, vienmērīgi precesē ap vertikālo virzienu (parasti precesijai pārklājas leņķa Θ nelielā intervālā notiekošas svārstības — *nutācija*).



3-15. zīm.

Pie tam grīdas un vilciņa ass berzes dēļ rotācijas ass pakāpeniski kļūst stāvāka ($\vec{\omega}_1 \rightarrow \vec{\omega}$). Jo ātrāka ir vilciņa rotācija, jo lēnāk tā paša ārējā spēka ietekmē precesē vilciņš. Tātad, jo ātrāk rotē vilciņš, jo tā rotācijas ass virziens ir stabilāks. Uz šo rotējošā ķermeņa rotācijas ass īpašību balstās braukšana ar velosipēdu, motociklu, viensliežu dzelzceļu, rotējošās granātas un torpēdas virziena noturība, žirokompasu darbība lidmašīnā (aviohorizonta rādītājs, avio-

pilots), kuģu žiroskopi (žiroskopiskie virziena stabilizatori, vilņu šūpošanas samazinātāji) utt.

10. §. TRANSLĀCIJAS UN ROTĀCIJAS KUSTĪBU ANALOĢIJA

1. Translācijas kustībā ķermeņa visiem punktiem noietie ceļi, ātrumi, paātrinājumi, kustības daudzumi un kinētiskās enerģijas ir vienādas, bet rotācijas kustībā tie ir dažādi. Rotācijas kustībā vienādi ir punktu pagriezienu leņķi, leņķiskie ātrumi un leņķiskie paātrinājumi. Neraugoties uz minētajām ķermeņa abu kustības veidu atšķirībām, to izteiksmes ir *formāli līdzīgas*. To parāda šāds salīdzinājums:

Translācijas kustībā

Noietais ceļš s
 Lineārais ātrums v
 Lineārais paātrinājums a
 Masa m
 Spēks F

Vienmērīgā kustībā

$$a = 0$$

$$s = vt$$

Vienmērīgi mainīgā kustībā

$$a = \text{const}$$

$$v = at$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$

Rotācijas kustībā

Pagriezienu leņķis φ
 Leņķiskais ātrums ω
 Leņķiskais paātrinājums ϵ
 Inerces moments I
 Spēka moments M

Vienmērīgā kustībā

$$\epsilon = 0$$

$$\varphi = \omega t$$

Vienmērīgi mainīgā kustībā

$$\epsilon = \text{const}$$

$$\omega = \epsilon t$$

$$\varphi = \frac{\epsilon t^2}{2}$$

Kustības daudzums mv

Spēka impulss $F\Delta t$

Kinētiskā enerģija $\frac{mv^2}{2}$

Darbs $A = Fs$

Jauda $N = Fv$

Kustības vienādojums $ma = F$

1. teorēma:

$$\Delta(mv) = F\Delta t$$

Kinētiskās enerģijas teorēma:

$$\Delta \frac{mv^2}{2} = A$$

Elastības spēks $F = -kx$

Taisnas atsperes svārstu periods:

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

Kustības daudzuma moments $I\omega$

Spēka momenta impulss $M\Delta t$

Kinētiskā enerģija $\frac{I\omega^2}{2}$

Darbs $A = M\varphi$

Jauda $N = M\omega$

Kustības vienādojums $I\epsilon = M$

3. teorēma:

$$\Delta(I\omega) = M\Delta t$$

Kinētiskās enerģijas teorēma:

$$\Delta \frac{I\omega^2}{2} = A$$

Elastības spēka moments $M = -D\varphi$

Spirālveida atsperes svārstu periods:

$$T = 2\pi\sqrt{I/D}$$

Zinot attiecīgo izteiksmi vienam kustības veidam un atceroties šajā salīdzinājumā minētos pirmos piecus analogiskos lielumus, var viegli uzrakstīt analogos lielumus un sakarības otram kustības veidam.

2. Piezīme. Sākot risināt dinamikas uzdevumu, jānoskaidro, vai aprēķināmā kustība ir

1) a) *translācija*;

b) *rotācija*;

2) a) *vienmērīga* — tad jālieto 1. nod. 6. § un 9. § 3. p. izteiksmes un nosacījumi $\sum_i F_i = 0$ vai $\sum_i M_i = 0$; tad der arī kustības daudzuma, resp., kustības daudzuma momenta, saglabāšanas likumi $\sum_i m_i v_i = \text{const}$, resp., $I\omega = \text{const}$;

b) *vienmērīgi paātrināta* — tad jālieto 1. nod. 7. § un 9. § 4. p. izteiksmes un nosacījumi $F = \text{const}$ vai $M = \text{const}$;

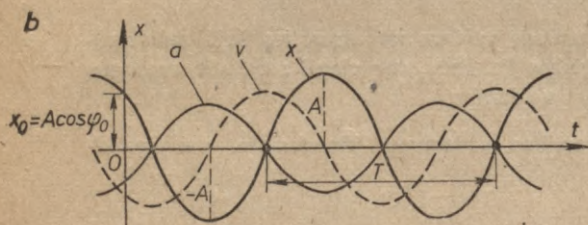
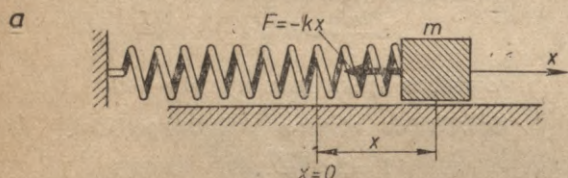
c) *nevienmērīgi paātrināta* — tad iepriekš minētās sakarības nedrīkst lietot.

Tālāk jānoskaidro, vai kustībā darbojas tikai *konservatīvi* spēki vai arī spēki ir *nekonservatīvi*, t. i., darbojas berzes spēki un dzinējspēki. Pirmajā gadījumā uzdevums jāsāk risināt, uzrakstot ķermeņa kustības vienādojumu (2. nod. 5. § vai 3. nod. 5. §) vai enerģijas nezūdamības likumu [izteiksmes (2-44) vai (3-36)]. Otrajā gadījumā var izmantot minētos kustības vienādojumus vai arī, it īpaši, ja dots vai meklējams ātrums un darbs, jāsāk ar enerģijas teorēmu [izteiksmes (2-42), (2-42') un (2-45) vai (3-34) un (3-38)].

SVĀRSTĪBAS

1. §. SVĀRSTĪBU PAMATELEMENTI

Svārstības ir ķermeņa periodiska kustība ap līdzsvara stāvokli. Atkarībā no kustības veida izšķir translācijas svārstības un rotācijas svārstības. Vispirms apskatīsim vairākus svārstību kustības pamatjēdzienus, kā piemēru izmantojot solenoidālā atsperē svārstošos ķermeni (4-1. zīm. a).



4-1. zīm.

sākuma fāzes φ_0 (sk. turpmāk) vietā tad jāņem sākuma fāze $\varphi'_0 = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$. Grafiski izteiksmi (4-1) x, t koordinātu sistēmā attēlo kosinusa funkcijas grafika (4-1. zīm. b),

2. **Izvirze** (atvērziens jeb elongācija) no līdzsvara stāvokļa. Svārstībā pa x asi, ja līdzsvara stāvokļa koordināte $x=0$, izvirze ir x .

3. **Amplitūda** A ir ķermeņa maksimālā izvirze no līdzsvara stāvokļa. Maksimālās izvirzes stāvoklī ķermenis apstājas un pēc tam sāk no jauna kustēties pretējā virzienā.

4. **Frekvence**. Svārstību frekvence ν ir svārstību skaits vienā sekundē. Svārstību skaits ir bezdimensionāls lielums, tāpēc no šīs frekvences definīcijas $\nu = \frac{\text{svārstību skaits}}{\text{laiks}}$ redzam, ka frekvences mērvienība ir s^{-1} jeb **hercs** (Hz). *1 hercu liela frekvence ir tāda svārstībai, kura vienā sekundē izdara vienu pilnu svārstību.* 1 megahercs (MHz) = 10^6 Hz. Lai vienmēr nebūtu jāraksta 2π , svārstībām bieži lieto t. s. leņķisko frekvenci $\omega = 2\pi\nu$. *Leņķiskā frekvence izsaka svārstību skaitu nevis vienā sekundē, bet $2\pi = 6,28$ sekundēs.* Tāpēc ω ir 6,28 reizes lielāks par ν .

5. **Periods.** Svārstības periods T ir vienas pilnas svārstības laiks. Svārstības periods ir apgriezts lielums frekvencei:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (4-2)$$

Periodu mēra sekundēs.

6. **Fāze.** Ķermeņa svārstības acumirkliġo stāvokli raksturo tiklab izvirze x no līdzsvara vietas, kā arī leņķis

$$\varphi = 2\pi\nu t + \varphi_0. \quad (4-3)$$

Leņķi φ sauc par svārstības *fāzes leņķi* jeb *fāzi* un mēra radiānos. Veselas svārstības laikā fāze φ mainās par 2π radiāniem. Svārstībai turpinoties, līdz ar laiku t aug arī fāze φ .

Par sākuma fāzi sauc fāzes leņķi svārstības sākuma brīdī $t=0$. Kā redzam no izteiksmes (4-1), tas ir leņķis φ_0 . Sākuma fāzei atbilst sākuma izvirze $x_0 = A \cos \varphi_0$ (4-1. zīm. *b*). No šīs sakarības dabūjam, ka $\varphi_0 = \arccos \frac{x_0}{A}$. Sākuma fāze ir atkarīga no tā, kādā stāvoklī ir svārsts laika skaitīšanas sākuma brīdī, t. i., kādi ir svārstības sākumnosacījumi.

7. **Fāzes nobīde.** Ja reizē aplūko divas svārstības, tad svarīga ir t. s. *savstarpējā fāzu nobīde*. Tā izsaka abu svārstību fāzu leņķu φ starpību $\Delta\varphi$.

8. **Svārstības ātrums.** Harmoniskas svārstības lineārais ātrums

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}). \quad (4-4)$$

Kā redzam, maksimālais harmoniskās svārstības ātrums $v_m = \omega A = 2\pi A/T$. Ātrums v fāzes ziņā ir par $\pi/2$ (laika ziņā par perioda T ceturtdaļu) aizsteidzies priekšā izvirzei x . Funkcijas $\frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -\omega \sin \omega t$ grafika ir pabīdīta attiecībā pret funkciju $\cos \omega t$ pa kreisi par $T/4$ (4-1. zīm. *b*). Kāpinot izteiksmes (4-1) un (4-4) kvadrātā, saskaitot un tā izslēdzot laiku t , dabūjam, ka $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$.

9. **Svārstības paātrinājums.** Translācijas svārstības paātrinājumu a iegūst, atvasinot ātruma funkciju $v(t)$ pēc laika:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) = \omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi). \quad (4-5)$$

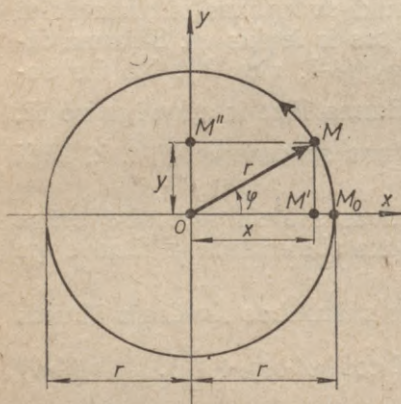
Redzam, ka harmoniskas svārstības paātrinājums, tāpat kā ātrums, mainās pēc tā paša likuma kā izvirze, t. i., harmoniski pēc kosinusa vai sinusa likuma. Fāzē paātrinājums aizsteidzies priekšā izvirzei par π , bet ātrumam par $\pi/2$. Funkcijas $\frac{d(\sin \omega t)}{dt} = \omega \cos \omega t$ grafika attiecībā pret funkciju $\sin \omega t$ ir pabīdīta pa kreisi par $T/4$ (4-1. zīm. *b*). Maksimālais paātrinājums $a_m = \omega^2 A = 4\pi^2 A/T^2$ ir paātrinājuma amplitūda. No izteiksmēm (4-1) un

(4-5) redzam, ka translācijas harmoniskas svārstības izvirzi un paātrinājumu saista šāda sakarība:

$$a = -\omega^2 x. \quad (4-6)$$

Paātrinājums tāpat ir tieši proporcionāls izvirzei. Svārstības apgriešanās punktā, kur svārstības ātrums ir vienāds ar nulli, paātrinājums ir maksimāls. Minusa zīme izteiksmē (4-6) norāda, ka pārvietojums vienmēr ir vērsts pretēji paātrinājumam. Ja $x > 0$, tad $a < 0$, t. i., a ir vērsts x ass negatīvajā virzienā, bet, ja $x < 0$, tad $a > 0$, t. i., a ir vērsts x ass pozitīvajā virzienā.

Piemērs. Materiālā punkta vienmērīga kustība pa riņķa līniju un šī punkta projekciju harmoniskās svārstības (4-2. zīm.). Pieņemsim, ka kustība norisinās x, y koordinātu plaknē, kuras sākumpunktā atrodas riņķa līnijas centrs. Riņķa rādiuss ir r . Tālāk pieņemsim, ka laika momentā $t=0$ materiālais punkts atrodas uz x ass punktā M_0 , bet laikā t , punktam vienmērīgi pārvietojoties pa riņķa līniju pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam, tas nonāk punktā M ar koordinātēm x un y . Ja šajā kustībā materiālā punkta rādiusvektora leņķiskais ātrums ir ω , tad pēc izteiksmes (1-43) tā pagrieziena leņķis $\varphi = \omega t$. Izmantojot šo sakarību, punkta M' koordināti x varam izteikt šādi:



$$x = r \cos \varphi = r \cos \omega t.$$

4-2. zīm.

No šīs izteiksmes spriežam, ka materiālā punkta M projekcija pa x asi svārstās harmoniski ar amplitūdu $A=r$ un leņķisko frekvenci ω , kas ir vienāda ar punkta leņķisko ātrumu.

Līdzīgi svārstās punkta M projekcija M'' pa y asi:

$$y = r \sin \varphi = r \sin \omega t = r \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Šī punkta svārstība salīdzinājumā ar punkta M' svārstību pa x asi ir nokavējusies fāzē par $\pi/2$ un laika ziņā par $T/4$. No iegūtajām x un y izteiksmēm līdzīgā veidā kā iepriekšējā paragrāfā var atrast, ka punktu M' un M'' ātrums (tā maksimālā vērtība ωr) un paātrinājums (tā maksimālā vērtība $\omega^2 r$) arī mainās pēc harmoniskās svārstības likuma. Rezumējot varam teikt, ka *materiālā punkta vienmērīga kustība pa riņķa līniju ir ekvivalenta divām savstarpēji perpendikulārām svārstībām, kuru amplitūdas ir vienādas, bet fāzes savstarpēji nobīdītas par $\pi/2$.*

2. §. HARMONISKU SVĀRSTĪBU SASKAITĪŠANA

Bieži ķermenis vienlaikus izdara divas vai vairākas svārstības, piemēram, ja svārstošais ķermenis ir saistīts divās atsperēs (pasažieris autobusa kabīnē uz atsperīga sēdekļa) vai vispār uz to darbojas divi vai vairāki periodiski spēki.

Sajā gadījumā, nosakot ķermeņa svārstību, ir jāizdara svārstību saskaitīšana. Šeit apskatīsim tikai *divu harmonisku svārstību saskaitīšanu* (salikšanu).

1. Vispirms saskaitīsim divas harmoniskas svārstības, kurām ir vienāds virziens un vienādas frekvences:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01}), \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}). \end{aligned} \right\} \quad (4-7)$$

To visvienkāršāk izdarīt pēc paralelograma likuma, saskaitot abām svārstībām atbilstošos pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam vienmērīgi rotējošos amplitūdas vektorus A_1 un A_2 : $A = A_1 + A_2$. Abu svārstību amplitūdu saskaitīšanu sākuma brīdī $t=0$ redzam 4-3. zīmējumā. Atsevišķo svārstību izvires sākuma brīdī ir $x_{10} = A_1 \cos \varphi_{01}$ un $x_{20} = A_2 \cos \varphi_{02}$, bet summārās svārstības izvire $x_0 = A \cos \varphi_0$. Tā kā, svārstībai turpinoties, visi trīs vektori A_1 , A_2 un A , nemainot savus garumus un savstarpējo orientāciju, vienmērīgi griežas ap punktu O ar vienu un to pašu svārstības leņķisko frekvenci ω , tad jebkurā laika brīdī t summārās amplitūdas vektora A projekcija uz x ass, resp., abu svārstību summa, ir

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (4-8)$$

Summārā svārstība tāpat ir harmoniska svārstība, un tai ir tāda pati frekvence kā abām saskaitāmajām svārstībām. No 4-3. zīmējuma redzam, ka summārā amplitūda

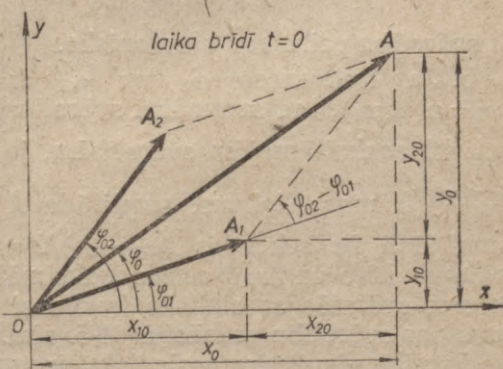
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}, \quad (4-9)$$

kur $\varphi_{02} - \varphi_{01}$ ir vektoru A_1 un A_2 veidotais leņķis, un ka summārās amplitūdas A sākuma fāzes leņķa φ_0 tangenss ir

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{y_{10} + y_{20}}{x_{10} + x_{20}} = \frac{y_0}{x_0} = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}} \quad (4-10)$$

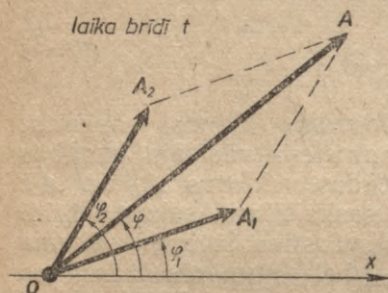
Izteiksme (4-9) parāda, ka abu svārstību summārā amplitūda ir atkarīga no fāžu starpības $\varphi_{02} - \varphi_{01}$. Ja $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pi$, tad summārā amplitūda A ir vismazākā, jo $\cos \pi = -1$. Ja turpretim $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0$, tad amplitūda A ir vislielākā.

2. a. Saskaitīsim divas vienāda virziena, bet dažādu frekvenču ω_1 un ω_2 harmoniskas svārstības. Vienkāršības dēļ pieņem-

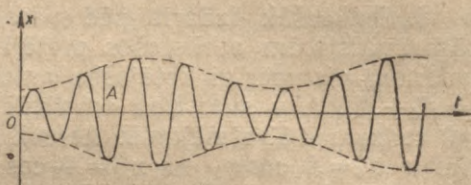


4-3. zīm.

sim, ka abu svārstību amplitūdas ir vienādas, bet sākuma fāzes ir vienādas ar nulli: $A_1 = A_2$, $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$. Tāpēc saskaitāmās izvīrzes laika brīdī t ir $x_1 = A_1 \cos \omega_1 t$ un $x_2 = A_1 \cos \omega_2 t$. Atšķirībā no iepriekšējā gadījuma rotējošo amplitūdu vektoru A_1 un A_2 veido-



4-4. zīm.



4-5. zīm.

tais leņķis $\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t$ ar laiku mainās. Tāpēc tagad, ievērojot, ka $1 + \cos \varphi = 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$, summārā amplitūdas vektora A skaitliskais lielums pēc izteiksmes (4-9) ir šāds (4-4. zīm.):

$$A = \sqrt{2A_1^2 + 2A_1^2 \cos (\omega_2 - \omega_1)t} = 2A_1 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t. \quad (4-11)$$

No šīs izteiksmes redzam, ka summārā amplitūda A laikā t mainās periodiski ar leņķisko frekvenci $\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$. Tā kā amplitūdas vektora A leņķis ar x asi ir $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{(\omega_2 + \omega_1)t}{2}$, tad šajā gadījumā summārās svārstības likums ir

$$x = A \cos \varphi = 2A_1 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t. \quad (4-12)$$

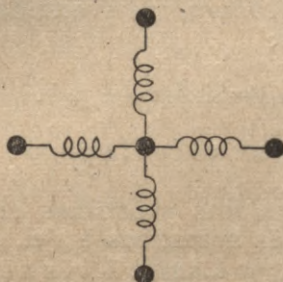
Šī svārstība vairs nav harmoniska.

b. Ja frekvences ω_1 un ω_2 ir aptuveni vienādas ($\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$), tad summārai svārstībai frekvence ir aptuveni tāda pati kā saskaitāmajām svārstībām, jo $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \approx \omega_1 \approx \omega_2$, bet, tā kā $\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$ ir mazs lielums, amplitūda A lēni un periodiski mainās.

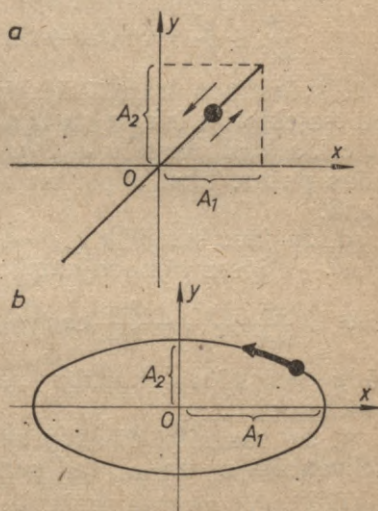
Amplitūda 2π sekundēs $(\omega_2 - \omega_1)/2 = \Delta\omega/2$ reizes pieņem maksimālo pozitīvo un $\Delta\omega/2$ reizes maksimālo negatīvo vērtību, t. i., tās lielums svārstās ar ciklisko frekvenci $\Delta\omega$. Šādu svārstības veidu sauc par **svārstību pulsāciju** (4-5. zīm.). Svārstību pulsācijā svārsta kustība vispār ir aperiodiska, izņemot gadījumus, kad ω_2/ω_1 ir vesels skaitlis. Svārstību pulsāciju novēro divmotoru lidmašīnām,

ja abu propelleru apgriezību skaits nedaudz atšķiras, tāpat diviem nenoskaņotiem mūzikas instrumentiem u. c. Mūzikas instrumentus noskaņojot, piemēram, ar toņdakšas palīdzību, skaņotājs vadās no svārstību pulsācijas. Elektromagnētisko svārstību pulsāciju izmanto t. s. heterodina radiouztvērējos, kuros pulsācija rodas, summējot antenas uztvertās augstfrekvences svārstības un paša uztvērēja ģenerators radītās augstfrekvences svārstības.

3. Saskaitīsim divas harmoniskas **perpendikulāras svārstības, kuru frekvences ir vienādas.** Ar šādu gadījumu sastopamies, ja uz materiālu punktu darbojas divi savstarpēji perpendikulāri elastī-



4-6. zīm.



4-7. zīm.

bas spēki. Tā tas ir, piemēram, cietas vielas atomu režģī, kur uz atomu darbojas kaimiņu atomu elastīgie pievilkšanas un atgrūšanas spēki. 4-6. zīmējumā šie spēki attēloti ar atsperēm. Šajā gadījumā summārā svārstība ir harmoniska svārstība un tai ir tāda pati frekvence kā saskaitāmajām svārstībām. Interesantākā parādība šajā gadījumā ir kopējās svārstības *trajektorija*, kura krasi mainās atkarībā no saskaitāmo svārstību fāzu starpības.

a. Ja abu svārstību sākuma fāzes ir vienādas, t. i., $\varphi_{02} = \varphi_{01} = = \varphi_0$ un *fāzu starpība* $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0$, tad no abu svārstību kustību likumiem

$$\left. \begin{aligned} x &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_0), \\ y &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_0), \end{aligned} \right\} \quad (4-13)$$

tos dalot, dabūjam, ka

$$\frac{x}{y} = \frac{A_1}{A_2}, \text{ resp., } y = \frac{A_2}{A_1} x, \quad (4-14)$$

t. i., ķermeņa svārstības norisinās pa taisni, kas iet caur līdzsvara punktu O (4-7. zīm. a). Ja svārstību *fāzu starpība* ir π , tad taisne iet pa otro un ceturto kvadrantu.

b. Ja abu svārstību fāzu starpība $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pi/2$, tad

$$\left. \begin{aligned} x &= A_1 \cos \omega t, \\ y &= A_2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4-15)$$

Tā kā $\cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin \omega t$, tad, izteiksmes (4-15) kāpinot kvadrātā un saskaitot, dabūjam, ka

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1, \quad (4-16)$$

t. i., svārstības trajektorija ir elipse (4-7. zīm. b). Ja $A_1 = A_2$, tad trajektorija ir riņķa līnija.

c. Ja fāzu starpība $\varphi_{02} - \varphi_{01} = -\pi/2$, tad kustību trajektorijas ir tādas pašas, tikai elipsi un riņķa līniju punkts apiet pretējā virzienā.

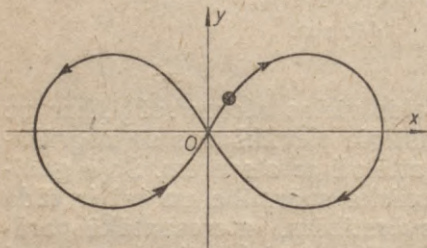
d. Ja fāzu starpība $\varphi_{02} - \varphi_{01}$ ir jebkura, tad svārstības trajektorijas — elipses vienādojums ir šāds:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (4-16')$$

Sādu svārstības kustību sauc par eliptiski polarizētu svārstību.

4. Ja saskaita divas perpendikulāras svārstības ar dažādām frekvencēm ω_1 un ω_2 , tad summārās svārstības trajektorijas sauc

par Lisažū liknēm. Tām ir samērā vienkāršs veids, tikai tad, ja svārstību frekvenču attiecība ir *mazs vesels skaitlis*. Tā, piemēram, ja $\omega_2/\omega_1 = 2$ un abu svārstību fāzu starpība ir vienāda ar nulli, tad ķermeņa trajektoriju attēlo 4-8. zīmējums. Lisažū liknes ir labi parādāmas uz katodstaru oscilogrāfa ekrāna (sk. 19. nod. 9. §).



4-8. zīm.

Piemērs. Materiāls punkts izdara divas vienā virzienā vērstas svārstības, kuru kustības likumi SI sistēmā ir $x_1 = 2 \sin t$, $x_2 = \cos t$. Noteikt summārās kustības frekvenci, amplitūdu un sākuma fāzi.

No dotajiem kustības likumiem redzam, ka abu svārstību cikliskās frekvences ir $\omega = 1$, tāpēc arī summārās svārstības cikliskā frekvence $\omega = 1$, un frekvence $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{6,28} = 0,169 \text{ s}^{-1}$.

Tā kā $2 \sin t = -2 \cos(t + \pi/2)$, tad pēc izteiksmes (4-9)

$$A = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2 \cdot (-2) \cdot 1 \cdot \cos(0 - \pi/2)} = \sqrt{5} \text{ m.}$$

Pēc izteiksmes (4-10) summārās svārstības sākuma fāzes φ_0 tangenss

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{(-2) \cdot \sin \pi/2 + 1 \cdot \sin 0}{(-2) \cdot \cos \pi/2 + 1 \cdot \cos 0} = -2, \text{ t. t., } \varphi_0 = -1,1 \text{ rad.}$$

3. §. IPAŠAS HARMONISKĀS SVĀRSTĪBAS

1. Harmoniskas elastīgas translācijas svārstības. Šādas svārstības iegūstam, piemēram, ja ķermenis iestiprināts solenoidālā atsperē (sk. 4-1. zīm. a) un uz to darbojas atsperes elastības spēks $F = -kx$ vai kvazielastīgs spēks $F = -kx + F_0$, kur k ir atsperes elastības koeficients, x — ķermeņa izvirze no miera stāvokļa un F_0 — kāds konstants spēks. Elastīgās svārstības kustības vienādojums pēc Ņūtona otrā likuma ir

$$ma = -kx. \quad (4-17)$$

Tā kā pēc izteiksmes (4-6) $a = -\omega^2 x$, tad no izteiksmes (4-17) dabūjam, ka $m\omega^2 = k$, resp., ka harmonisko elastīgo translācijas svārstību leņķiskā frekvence

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (4-18)$$

No šīs izteiksmes, ievērojot, ka $\omega = 2\pi/T$, atrodam svārstības periodu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (4-19)$$

Kā redzam, harmoniskās svārstības periods T un frekvences ν un ω nav atkarīgas no svārstības amplitūdas A , ātruma v , pātrinājuma a un no sākuma fāzes φ_0 . Tātad periods T nav atkarīgs arī no svārstības izvirzes x_0 un ātruma v_0 laika momentā $t=0$, t. i., T nav atkarīgs no sākumnosacījumiem. Periods T ir atkarīgs tikai no ķermeņa masas m un konstantes k . Cietām atsperēm k ir liels, tāpēc periods T ir mazs; mīkstām atsperēm, kurām k ir mazs, periods T ir liels. Pretēji periodu T ietekmē masa m .

Ķermeņa mehāniskās svārstības norisinās, periodiski apmaiņoties potenciālai enerģijai ar kinētisko enerģiju. Elastīgā translācijas svārstībā ķermeņa potenciālo enerģiju E_p izsaka elastīgā spēka $F = -kx$ potenciālā enerģija [sk. izteiksmi (2-41)]. Tā tagad, ievērojot izteiksmi (4-1), uzrakstāma šādā veidā:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}. \quad (4-20)$$

Saskaņā ar izteiksmi (4-4) translācijas svārstībā ķermeņa kinētiskā enerģija

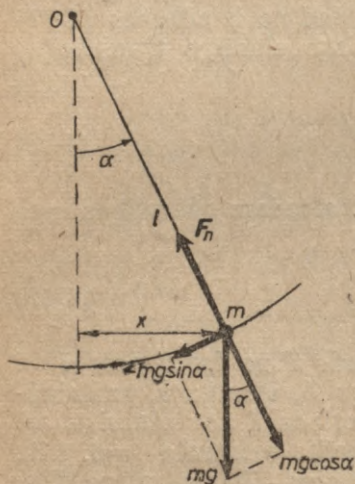
$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}. \quad (4-21)$$

Tā kā $\cos^2 \omega t = \frac{1 + \cos 2\omega t}{2}$ (analogi var izteikt arī $\sin^2 \omega t$), tad redzam, ka abu enerģijas veidu apmaiņas leņķiskā frekvence ir

divkārša svārstības leņķiskā frekvence 2ω . Ievietojot $m\omega^2 = k$, translācijas harmoniskās svārstības pilnā enerģijā

$$E = E_p + E_k = \frac{kA^2}{2} [\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \sin^2(\omega t + \varphi_0)] = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \quad (4-22)$$

Harmoniskās translācijas svārstības enerģija tātad ir tieši proporcionāla ķermeņa masai, svārstības frekvences kvadrātam un amplitūdas kvadrātam. *Pilnā enerģija, kā redzams, ir vienāda ar maksimālo potenciālo enerģiju (jo momentā, kad $x=A$, $E_k=0$) vai maksimālo kinētisko enerģiju (ja $x=0$, tad $E_p=0$).*



4-9. zīm.

2. **Matemātiskais svārstis** ir materiāls punkts, kas Zemes pievilksanas spēka ietekmē svārstās neizstiepijamā, nesaspiežamā bezsvara saitē (4-9. zīm.). Materiāla punkta kustību var paātrināt tikai pa riņķa līnijas pieskari vērsta smagumspēka $P = mg$ komponente $P_t = -mg \sin \alpha$ (α — leņķiskā izvirze), jo otru smagumspēka komponenti $P_n = mg \cos \alpha$ līdzsvaro diega stiepes sprieguma spēks F_n . Ja α ir mazs, tad $x/l = \sin \alpha \approx \alpha$, kur x — izvirze, l — svārsta garums, tāpēc uz materiālo punktu pa riņķa līnijas pieskari pie nelieliem leņķiem α darbojas spēks

$$P_t = -\frac{mg}{l} x, \quad (4-23)$$

un kustības vienādojums ir šāds:

$$ma = -\frac{mg}{l} x. \quad (4-24)$$

Tātad spēks P_t , kas darbojas uz svārstu tā kustības virzienā, ir elastīgs spēks ar konstanti $k = mg/l$. Matemātiskā svārsta kustība tāpēc ir harmoniska svārstība, kurai der ne vien visas harmonisko svārstību sakarības (4-1) — (4-6), bet arī īpašās elastīgās svārstības sakarības (4-17) — (4-22). Tā piemēram, matemātiskā svārsta *svārstības likums* ir $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ vai arī (tā kā $\alpha \approx x$)

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4-25)$$

kur α_0 — leņķiskā amplitūda.

Ievietojot izteiksmē (4-19) $mg/l = k$, dabūjam, ka matemātiskā svārsta periods

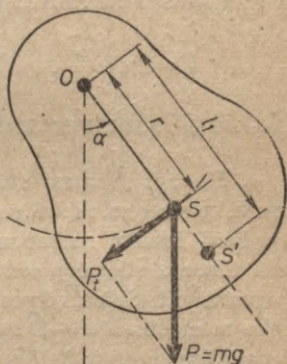
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (4-26)$$

Periods tātad nav atkarīgs no masas, bet tikai no svārsta garuma l un Zemes smagumspēka paātrinājuma g . Tāpēc visi ķermeņi svārstās vienādi.

Lielākām amplitūdām matemātiskā svārsta perioda izteiksme (4-26) vairs nav pareiza: ja $\alpha_0 = 1,5^\circ$, tad periods ir par 0,005%, bet, ja $\alpha_0 = 15^\circ$, tad par 0,5% lielāks nekā mazām α_0 vērtībām. Periods šajā gadījumā nav atkarīgs no leņķa α_0 tikai tad, ja materiālais punkts kustas pa t. s. cikloīdu.

Matemātisko svārstu izmanto gan Zemes smagumspēka paātrinājuma noteikšanai, pulksteņu konstrukcijās un dažādos eksperimentos, piemēram, Zemes griešanās demonstrēšanai, gan arī lieto, lai noteiktu Zemes precīzo formu, ģeoloģisko Zemes slāņu sadalījumu pēc blīvuma un dažādu izrakteņu un naftas atradnes.

3. Fiziskais svārsts. Daudzos svārstību gadījumos ķermeni tomēr nevar aizstāt ar materiālu punktu, bet tas jāņem tāds, kāds tas patiesībā ir, t. i., ar zināmu tilpumu. Šādu svārstu sauc par fizisko svārstu (4-10. zīm.). Aprēķinot šo rotācijas svārstības gadījumu, pieņemsim, ka ķermeņa masa ir m un ka tas svārstās ap asi O ,



4-10. zīm.

kur O , kuras attālums no ķermeņa smagumcentra S ir r . Ķermeni izvirzot no vertikālā stāvokļa par leņķi α , uz to darbojas pozitīvai izvirzei pretēji vērsts spēks $P_t = -mg \sin \alpha$, resp., spēka moments $M = rP_t = -rmg \sin \alpha$, kas cenšas ķermeni pagriezt atpakaļ vertikālā stāvoklī. Ja leņķa α vērtības ir mazas, tad

$$M = -rmg \alpha = -D\alpha. \quad (4-27)$$

Konstante $D = mgr$ ir ķermeni uz līdzsvara stāvokļa pusi atpakaļgriezošais spēka moments, ja pagrieziens $\alpha = 1$ rad. *Fiziskā svārsta kustības vienādojums*, pamatojoties uz vispārīgo rotācijas kustības vienādojumu (3-23), tātad ir

$$I\epsilon = -D\alpha, \quad (4-28)$$

kur I — svārsta inerces moments pret asi O . Atrisinot šo elastīgam translācijas svārstam analogo vienādojumu, var atrast visus fiziskā svārsta likumus. Tomēr, nosakot fiziskā svārsta periodu, izmantosim translācijas un rotācijas kustības analogiju, t. i., aizvietosim izteiksmē (4-19) m ar I un k ar D . Tā atrodam, ka fiziskā svārsta periods

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgr}}. \quad (4-29)$$

Pēc Steinerā teorēmas (3-15) $I = I_s + mr^2$, kur I_s ir ķermeņa

inerces moments pret asi, kas iet caur smagumcentru S paralēli asij O . Tādēļ perioda izteiksme (4-29) ir šāda:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_s + mr^2}{mgr}} \quad (4-30)$$

Tā kā $OS' = l_1 = l/mr$ ir t. s. reducētā svārsta garums, tad fiziskā svārsta perioda formula (4-29) iegūst šādu matemātiskā svārsta formulai līdzīgu veidu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} \quad (4-31)$$

Punktu S' sauc par *svārstības centru*.

4. Elastīgs vērpes svārsts. Līdzīgi fiziskam svārstam svārstās vērpes svārsti, piemēram, spirālveida atsperi piestiprināts spara ritenītis, ļoti tievā pavedienā iekārta galvanometra strāvas spole vai elektrometra metāla lapiņa, tievā tērauda stieplē pakārts elektromotora enkurs, asij piestiprināts disks vai spararāts utt. Sajos vērpes svārstību gadījumos pagrieziens leņķis α , pie kura spēka momentu $M = -D\alpha$ aptuveni var uzlūkot par tieši proporcionālu pagriezienam α , parasti ir lielāks nekā matemātiskā vai fiziskā svārsta gadījumā. Šeit lielums D ir vērpes elastības konstante. Ja vērpes svārstībā ķermeņa kāda punkta ceļš atkarībā no laika t ir kosinusa vai sinusa funkcija, tad, tā kā $s = r\alpha$ un $r = \text{const}$, arī leņķiskā izvirze α ir kosinusa vai sinusa funkcija, t. i., harmoniska laika funkcija. Vērpes svārstības likumu tāpēc izsaka matemātiskā svārsta *svārstības likums* (4-25): $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$. Atvasinot šo izteiksmi pēc laika t , var dabūt vērpes svārstības *leņķisko ātrumu* $\omega' = d\alpha/dt = -\omega\alpha_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ un *leņķisko paātrinājumu* $\epsilon' = d\omega'/dt = -\omega^2\alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$. Jāpiezīmē, ka vērpes svārstības leņķiskā frekvence ω , kas ir konstants lielums, nav tas pats, kas ir periodiski mainīgais svārstošā ķermeņa leņķiskais ātrums ω' . Svārstības *periodu* $T = 2\pi/\omega$ šajā gadījumā izsaka izteiksme (4-29).

Piemēri. 1. Smagās automašīnas atsperes slogojot ar $5 \cdot 10^3$ kgf lielu svaru, tās miera stāvoklī saspiežas par $y_0 = 15$ cm. Aprēķināt 1) svārstības periodu T , 2) frekvences ν un ω , 3) maksimālo ātrumu v_m , 4) maksimālo paātrinājumu a_m , 5) fāzes leņķi φ 5 sekundes pēc svārstības sākuma (ja $\varphi_0 = 0$), 6) pilno enerģiju E un 7) svārstības likumu (attēlot to arī grafiski), ja mašīnas svārstības amplitūda $A = 8$ cm.

Miera stāvoklī automašīnas korpasa svaru mg līdzsvaro elastības spēks ky_0 ($mg = ky_0$), tāpēc $k = mg/y_0$. Automašīnas korpasa svārstības kustības vienādojums ir $ma = -ky + mg = -k(y - \frac{mg}{k}) = -ky'$, kur $y' = y - \frac{mg}{k} = y - y_0$. Automašīnas svārstība šī kvazielasticīgā spēka ietekmē ir tāda pati, kā darbojoties tikai elastīgam spēkam. Vienīgā atšķirība ir tā, ka svārstības nenotiek ap punktu $y = 0$, bet ap punktu $y = y_0$. Pamatojoties uz to, šai svārstībai

1) periods

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{y_0}{g}} = 6,28 \sqrt{\frac{0,15 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}} = 0,78 \text{ s}$$

2) frekvence $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,78 \text{ s}} = 1,28 \text{ s}^{-1}$, bet leņķiskā frekvence $\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,28 \text{ s}^{-1} = 8,04 \text{ s}^{-1}$;

3) maksimālais ātrums $v_m = \omega A = 8,04 \text{ s}^{-1} \cdot 0,08 \text{ m} = 0,64 \text{ m/s}$;

4) maksimālais paātrinājums $a_m = \omega^2 A = (8,04 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 0,08 \text{ m} = 5,17 \text{ m/s}^2$;

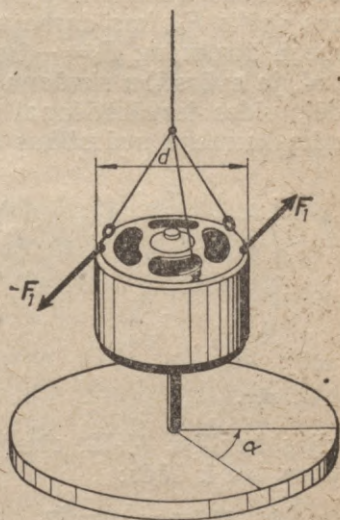
5) fāzes leņķis $\varphi = \omega t = 8,04 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 40 \text{ rad}$;

6) pilnā enerģija (maksimālā kinētiskā E_{km} vai maksimālā potenciālā enerģija E_{pm}) $E = E_{km} = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{5000 \text{ kg} (0,64 \text{ m/s})^2}{2} = 1025 \text{ J}$;

7) svārstības likums $y' = 0,08 \cos 8,04 t$.

2. Pieliekot tērauda stieplē iekārtam elektromotora enkuram (4-11. zīm.) spēku pāri $F_1 = 4 \text{ kgf}$, $-F_1$, tas pagriež enkuru par $\alpha_1 = 1 \text{ rad}$. Enkura diametrs $d = 40 \text{ cm}$ un inerces moments $I = 3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Ļaujot enkuram svārstīties ar leņķisko amplitūdu $\alpha_0 = 0,5 \text{ rad}$, aprēķināt, 1) svārstības periodu, 2) frekvences ν un ω , 3) maksimālo leņķisko ātrumu, 4) maksimālo leņķisko paātrinājumu, 5) fāzes leņķi 5 sekundes pēc svārstības sākuma, 6) pilno enerģiju un 7) kustības likumu.

Enkuram pieliktais spēka moments $M_1 = dF_1 = 0,4 \text{ m} \cdot 4 \text{ kgf} = 1,6 \text{ kgf} \cdot \text{m} = 15,7 \text{ N} \cdot \text{m}$. No elastīgā vērpes spēka momenta $M_1 = -D\alpha_1$ izteiksmes dabūjam, ka konstante $D = \frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{1,6 \text{ kgf} \cdot \text{m}}{1 \text{ rad}} = 15,7 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$. Svārstības kustības likums ir $\alpha = \alpha_0 \cos \omega t$. Tāpēc



4-11. zīm.

1) periods $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{9,81 \cdot 15,7 \text{ N} \cdot \text{m}}} = 2,75 \text{ s}$;

2) frekvence $\nu = 1/T = 0,36 \text{ s}^{-1}$, leņķiskā frekvence $\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,36 \text{ s}^{-1} = 2,26 \text{ s}^{-1}$;

3) maksimālais leņķiskais ātrums $\omega'_{max} = \left| \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_{max} \right| = \omega\alpha_0 = 2,26 \text{ s}^{-1} \cdot 0,5 \text{ rad} = 1,13 \text{ rad/s}$;

4) maksimālais leņķiskais paātrinājums $e'_{max} = \left| \left(\frac{d\omega'}{dt} \right)_{max} \right| = \omega^2\alpha_0 = (2,26 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 0,5 \text{ rad} = 2,55 \text{ rad/s}^2$;

5) fāzes leņķis $\varphi = \omega t = 2,26 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 11,3 \text{ rad}$;

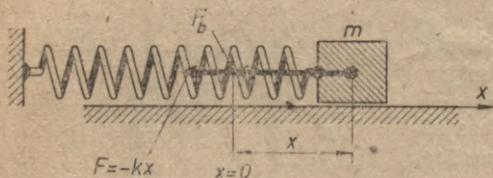
6) svārstības pilnā enerģija (maksimālā kinētiskā vai potenciālā enerģija). Ievērojot, ka $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$, no kurienes $D = \omega^2 I$, ir šāda:

$$E = E_{km} = \frac{I\omega_m'^2}{2} = \frac{I\omega^2\alpha_0^2}{2} = \frac{D\alpha_0^2}{2} = \frac{1,6 \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{rad}} \cdot (0,5 \text{ rad})^2}{2} = 1,97 \text{ J}$$

7) svārstības likums ir $\alpha = 0,5 \cos 2,26 t$.

4. §. RIMSTOŠĀS SVĀRSTĪBAS

1. Visas svārstības, ja tām nepievada enerģiju, berzes spēku dēļ samazina amplitūdas un pamazām norimst. Šādos gadījumos svārstību izvirze atkarībā no laika nav vairs sinusa vai kosinusa funkcija, t. i., svārstības nav harmoniskas, bet rimstošas. Rimstošām svārstībām tomēr svārstību periods un frekvence, tāpat kā harmoniskām svārstībām, ja amplitūdas mazas, nav atkarīgi no amplitūdas. Slapjās berzes gadījumā un tad, ja translācijas svārstības ātrumi nav pārāk lieli (vidē neveidojas virpuļi), berzes spēks F_b , kas darbojas uz ķermeni, ir tieši proporcionāls ķermeņa ātrumam: $F_b = -\beta v$, kur konstante β ir F_b , ja $v=1$ m/s. Arī tad, ja svārstību rimšana rodas svārsta izstaroto mehānisko viļņu dēļ, vides iesvārstīšanai nepieciešamais spēks ir tieši proporcionāls ķermeņa svārstības ātrumam. Mīnusa zīme, norāda, ka berzes spēka un ķermeņa ātruma virzieni ir pretēji.



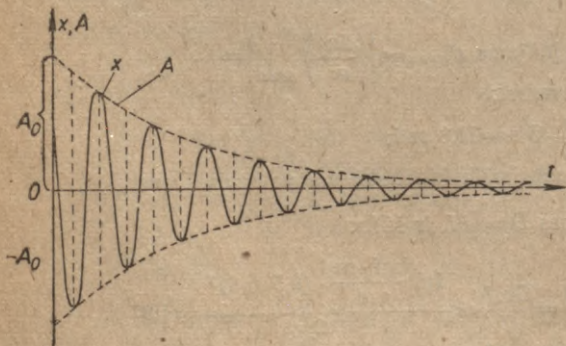
4-12. zīm.

cijas kustībā (4-12. zīm.). Ķermeņa svārstības kustības vienādojums tad ir šāds:

$$ma = -kx - \beta v, \quad (4-32)$$

kur m — ķermeņa masa, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ — tā paātrinājums, $v = \frac{dx}{dt}$ — ātrums, $-kx$ — uz ķermeni darbojošais elastības spēks. Šo diferenciālvienādojumu atrisinot, dabūjam ķermeņa rimstošas svārstības kustības likumu:

$$x = A_0 e^{-\frac{\beta}{2m}t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (4-33)$$



4-13. zīm.

Izvirze x atkarībā no laika t , ja $\varphi_0 \neq 0$, grafiski attēlota 4-13. zīmējumā.

Amplitūda $\dot{A} = A_0 e^{-\frac{\beta}{2m}t}$ ir atkarīga no laika t . A_0 ir svārstības amplitūda kustības sākuma brīdī $t=0$. Svārstību izvirze x_0 sākuma brīdī sākuma fāzes φ_0 dēļ nav vienāda ar amplitūdu A_0 , bet ir $A_0 \cos \varphi_0$. Fāzi φ_0 kustības sākuma

brīdī $t=0$ nosaka tikai sākuma laika momenta izvēle. Lielums $\frac{\beta}{2m}$ ir t. s. *svārstību rimšanas konstante*.

3. Noteiksim rimstošu svārstību frekvenci un periodu. Ievietojot vienādojumā (4-32) ķermeņa svārstību likumu (4-33) un tā atvasinājumus $\frac{dx}{dt}$ un $\frac{d^2x}{dt^2}$, dabūjam, ka

$$A_0 e^{-\frac{\beta}{2m}t} \left[m \left(\left(\frac{\beta}{2m} \right)^2 - \omega^2 \right) - \beta \frac{\beta}{2m} + k \right] \cos(\omega t + \varphi_0) = 0. \quad (4-34)$$

Faktors $A_0 e^{-\frac{\beta}{2m}t}$ saīsinās. Izteiksmes (4-34) kreisā puse jebkurā laika momentā t var būt vienāda ar nulli tikai tad, ja koeficients pie kosinusa funkcijas ir vienāds ar nulli:

$$m \left(\frac{\beta^2}{4m^2} - \omega^2 \right) - \frac{\beta^2}{2m} + k = 0. \quad (4-35)$$

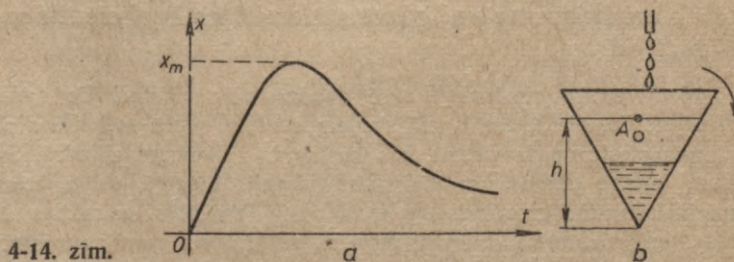
Atrisinot šo kvadrātvienādojumu, dabūjam rimstošas svārstības leņķisko frekvenci

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\beta}{2m} \right)^2}. \quad (4-36)$$

Atrisinājumā ņemta tikai pozitīvā sakne, jo ω var būt tikai pozitīvs. Šeit $\omega_0 = \sqrt{k/m} = 2\pi/T_0$ ir nerimstošās harmoniskās svārstības leņķiskā frekvence un T_0 — tās periods. Tā kā $\omega = 2\pi/T$, tad rimstošās svārstības periods

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\beta}{2m} \right)^2}} = T_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Lambda}{2\pi} \right)^2}, \quad (4-37)$$

kur Λ ir rimstošās svārstības logaritmiskais dekrementa (sk. tālāk). Kā redzam, svārstības periods, berzei palielinoties, sākumā palielinās lēni. Tā, piemēram, ja blakus amplitūdu attiecība ir $\frac{1}{2}$ tad $\frac{T-T_0}{T} = 0,024$. Tomēr, berzes spēkam stipri pieaugot, arī periods sāk stipri palielināties. Ja $\frac{\beta}{2m} = \omega_0$, tad $T = \infty$ un periodiskā kustība izbeidzas, pāriedama aperiodiskā kustībā. Tas ir t. s.



4-14. zīm.

kritiskās rimšanas stāvoklis. Bet, ja $\frac{\beta}{2m} > \omega_0$, periods T kļūst imaginārs. Ķermeņa kustības likums pēdējā gadījumā grafiski parādīts 4-14. zīmējumā *a*. Šajā gadījumā, dodot ķermenim līdzsvara stāvoklī $x=0$ ($t=0$, $\varphi_0=\pi/2$) nelielu grūdienu, tas aiziet līdz kādai izvirzei x_m un atpakaļ līdzsvara stāvoklim tuvojas nesvārstoties. Tā kustas, piemēram, matemātiskais svārstis ūdenī.

4. Svārstību rimšanu raksturo divu vienu otrai sekojošu (t. i., ar perioda T starplaiku) svārstību amplitūdu attiecība, kura noteiktai rimstošai svārstībai visā svārstības laikā ir konstants lielums. Pieņemts rimšanu raksturot ne ar šo attiecību, bet gan ar šīs attiecības naturālo logaritmu:

$$\ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\frac{\beta}{2m}t}}{A_0 e^{-\frac{\beta}{2m}(t+T)}} = \ln e^{\frac{\beta}{2m}T} = \frac{\beta}{2m}T = \frac{\beta}{2m\nu} = \Lambda, \quad (4-38)$$

kuru sauc par **logaritmisko dekrementu**. Kā redzam, *logaritmiskais dekrement* Λ ir rimšanas konstantes $\frac{\beta}{2m}$ un svārstības perioda T reizinājums jeb rimšanas konstantes un svārstību frekvences ν attiecība. Nerimstošai svārstībai $\Lambda=0$.

Svārstību rimšanu vēl raksturo t. s. relaksācijas laiks $T_r = nT$, kas rāda, cik ilgā laikā (resp., pēc cik svārstībām n) amplitūda samazinās $e=2,71$ reizi. Tādā gadījumā izteiksme (4-38) ir šāda:

$$\ln \frac{A(t)}{A(t+T_r)} = \ln e^{\frac{\beta}{2m}T_r} = \frac{\beta}{2m}T_r = \frac{\beta}{2m}nT = n\Lambda = 1,$$

no kurienes $\Lambda=1/n$. Logaritmiskais dekrement šāds ir arī tas apgrieztais svārstību skaits, pēc kurām amplitūda samazinās e reizes. Pēc izteiksmes (4-38) $T = \frac{2m}{n\beta}$.

Dažu svārstību logaritmiskā dekrementa skaitliskās vērtības ir šādas:

Elektrisko svārstību kontūram $\Lambda=0,02-0,05$.

Toņdakšai gaisā $\Lambda=0,001$.

Kvarca plāksnītei gaisā . . . $\Lambda=10^{-4}-10^{-5}$.

Zinot logaritmisko dekrementu Λ un izmērot ķermeņa ar masu m svārstības periodu T , var noteikt berzes spēka konstanti β un tālāk arī šķidrums vai gāzes viskozitātes koeficientu η (sk. 6. nod. 5. §).

5. Svārstību rimšana praksē daudzreiz ir *vēlama*. To panāk, svārstības slāpējot. Tā, piemēram, analītiskajiem svārstības slāpē ar svaru plecām piestiprinātu virzuli, kas kustas t. s. bremzes cilindrā. Svārstības rimšanu izraisa cilindrā radītie gaisa virpuļi. Līdzīgā veidā bremzē elektrisko mērinstrumentu grozāmās spoles. Motora izraisītās svārstības ārējā vidē noslāpē amortizatori, piemēram, gumijas paliktņi vai gumijas troses, kurās iekārtas motors. Viļņu radītās kuģu sāniskās svārstības noslāpē īpaši kuģi iebūvēti

svārstību nomierinātāji — ūdens tanki. Kvarca ultraskaņas ģenerators (sk. 24. nod. 6. §) lielā svārstību rimšana norāda uz lielu ultraskaņas izstārošanas spēju, t. i., uz lielu ģenerators lietderības koeficientu. So ģeneratoru darbinot, tā kvarca plāksnītes svārstības stipri jāslāpē (piemēram, tās drikst darbināt tikai šķidrumā), citādi kvarcā rodas plīsumi.

Svārstību rimšana daudzreiz ir *nevēlama*. Tā tas, piemēram, ir svārsta pulksteņos, Zemes pātrinājuma g noteikšanā ar matemātisko svārstu, virzuļa periodiskajā kustībā motora cilindrā, kuļmašīnu salmu kratītajos un graudu sījāšanas mehānismos u. c. Kustīgo daļu berzi samazina eļļojot, palielinot virsmas gludumu un ieturot precīzus šamērus, piemēram, starp motora cilindru un virzuli.

Visos līdz šim aplūkotajos nerimstošu un rimstošu svārstību gadījumos svārsta frekvenci galvenokārt noteica svārsta elastības koeficienti k un D , svārstošā ķermeņa masa m , inerces moments I un svārsta garums l , tātad svārsta *iekšējie parametri*. Šāda rakstura svārstības sauc par pašsvārstībām.

6. Ipašs svārstību veids ir pašierosmes svārstības, kurās svārstībā zaudēto enerģiju atjauno kādā vienā virzienā vērsta un periodiski pārtraukta iedarbība, pie tam pārtraukumu frekvenci un fāzi ar svārstību frekvenci saskaņo pats svārsts, izmantojot t. s. atgriezenisko saiti. Ja svārstībai pievadītā enerģija ir lielāka par zaudēto enerģiju, notiek svārstības uzšūpošanās līdz kādai stacionārai amplitūdai, pie kuras abas enerģijas kļūst vienādas.

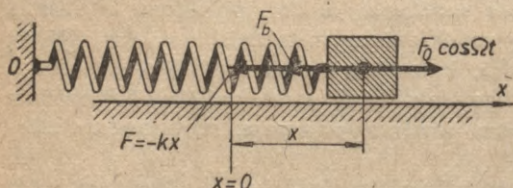
Pašierosmes svārstību piemēri. 1. No krāna trīsstūrveida silītē (4-14. zīm. b), kas nostiprināta uz ass A , tek ūdens. Ūdenim sasniedzot zināmu augstumu h , silītes smaguma centrs paceļas virs ass, silīte apgāžas, ūdens izlīst un silīte atgriežas sākuma stāvoklī. 2. Heigensa pulksteņa svārsta kustības uzturēšanas mehānismā svārstību uztur lejup slidošais atsvars, atdodams savu potenciālo enerģiju. 3. Tādā pašā veidā elektromagnētisko svārstību kontūrā (25. nod. 3. §) svārstības uztur līdzstrāvas avots, kura strāvas pārtraucēja ir triode. 4. Ja velkam vijoles lociņu pāri stīgai, stīga izstiepjas. Lociņa vilces spēkam pārsniedzot statisko berzes spēku, stīga atraujas un svārstās mazākā dinamiskā berzes spēka iedarbībā. Stīgas svārstībai norimstot, lociņš to atkal satver un izstiep. Tā tas atkārtojas vairākus simtus reižu sekundē. Tādā veidā rodas trokšņi arī bremsējot, verot durvis ar slikti eļļotām virām, beržot ar spirtā samērcētu drēbi stikla stieni (Kunta eksperimentā ar skaņas stāvviļņiem) u. c.

5. §. RIMSTOŠĀS UZSPIESTĀS SVĀRSTĪBAS

Ja uz ķermeni darbojas laikā periodisks ārējs spēks, tad ķermenis nesvārstās ar savu leņķisko pašfrekvenci ω_0 , bet ar leņķisko frekvenci Ω , kāda piemīt ārējam periodiskajam spēkam. Šādas svārstības sauc par *uzspiestām svārstībām*, un tās sastopamas ļoti bieži. Tā, piemēram, spēka mašīnas visas detaļas svārstās ar frekvenci, kāda ir dzinējam. Namā visi priekšmeti vibrē tādā ritmā, ar kādu darbojas garāmbraucošo transporta mašīnu dzinēji; organisma asinsvadi pulsē tādā ritmā, kādā darbojas sirds; radiuztvērēja antenas kontūrā elektriskajai strāvai ir tāda pati frekvence

kā radioviļņu elektriskajam laukam; elektrons atomā oscilē ar tādu frekvenci, kāda ir uz atomu krītošā gaismas viļņa elektriskajam laukam utt.

Seit aplūkosim svārstības, kurās bez ārējā ierosinošā periodiskā spēka uz ķermeni darbojas vēl elastības spēks un berzes spēks.



4-15. zīm.

Šādas svārstības sauc par **rimstošām uzspiestām svārstībām**. Kā konkrētu piemēru aplūkosim horizontālu atsperes svārstu, kam horizontālās x ass virzienā pielikts periodisks spēks $F = F_0 \cos \Omega t$, elastības spēks $-kx$ un berzes

spēks $-\beta v$ (4-15. zīm.). Periodiskā spēka iedarbību uz ķermeni var realizēt, piemēram, ja periodiskā turp un atpakaļ kustībā x ass virzienā pārvieto atsperes iestiprināšanas punktu O . Šīs rimstošās uzspiestās svārstības vienādojums ir

$$ma = -kx - \beta v + F_0 \cos \Omega t. \quad (4-39)$$

Pēc tam kad svārstā sākotnējā iesvārstīšanās kustība ir izbeigusies, svārstības likums, t. i., vienādojuma (4-39) atrisinājums, ir šāds:

$$x = A \cos(\Omega t + \varphi_0). \quad (4-40)$$

Ievietojot šo izteiksmi un tās atvasinājumus pēc laika, t. i., ātrumu $v = \frac{dx}{dt}$ un paātrinājumu $a = \frac{d^2x}{dt^2}$, svārstības vienādojumā (4-39) un izdarot līdzīgus aprēķinus kā rimstošu svārstību gadījumā, dabūjam, ka

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \left(\frac{\beta\Omega}{m}\right)^2}}, \quad (4-41)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{\beta\Omega}{m(\omega_0^2 - \Omega^2)}. \quad (4-42)$$

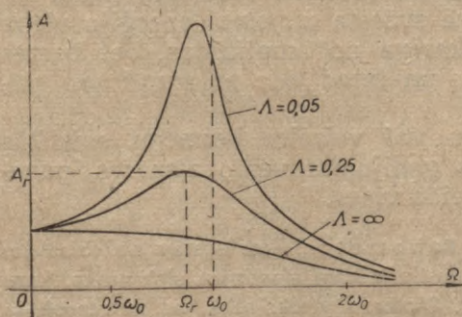
Salīdzinājumā ar nerimstošām harmoniskām svārstībām redzam, ka arī šajā rimstošu uzspiesto svārstību gadījumā svārstības ir harmoniskas, tomēr amplitūda A nav vairs konstanta, bet ir atkarīga no berzes pretestības spēka konstantes β , ierosinošā periodiskā spēka amplitūdas F_0 un no leņķiskajām frekvencēm $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ un Ω . Amplitūda A pretēji nekā tas ir rimstošās svārstībās no laika t nav atkarīga. Fāzu nobīdi φ_0 vairs nenosaka tikai sākumnosacījumi, kā tas bija harmonisku un rimstošu svārstību gadījumā, bet tā ir atkarīga no lielumiem β , m , ω_0 un Ω . Pie tam

φ_0 nav sākuma fāze, bet tā ir ierosinošā *periodiskā spēka F un izvirzes x savstarpējā fāzu nobīde*.

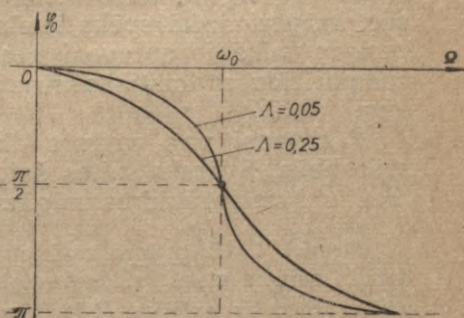
Uzspiestas svārstības **amplitūda** A [sk. izteiksmi (4-41)] atkarībā no ierosinošā periodiskā spēka leņķiskās frekvences Ω dažādām berzes konstantēm β , bet vienādām šī spēka amplitūdām F_0 attēlotas 4-16. zīmējumā. No tā redzam, ka, ja $\Omega \ll \omega_0$, ķermeņa svārstības amplitūda A vienmēr ir vienāda ar konstantā spēka F_0 izraisīto izvirzi, t. i., $A = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k} = x_{st}$. Ierosinošā periodiskā spēka frekvencei Ω palielinoties, uzspiesto svārstību amplitūda sākumā aug lēni, bet pēc tam, ja Ω tuvojas pašsvārstību frekvencei ω_0 , strauji palielinās. Frekvences $\Omega \approx \omega_0$ apkārtņē amplitūda A sasniedz maksimumu, bet apgabalā $\Omega > \omega_0$ samazinās. Ja $\Omega \gg \omega_0$, tad $A \rightarrow \frac{F_0}{m\Omega^2} \rightarrow 0$.

Augšējā likne attēlo amplitūdu A , ja berzes konstante β , resp., logaritmiskais dekrement Λ , ir maza, konkrēti, ja $\Lambda = \frac{\pi\beta}{m\omega_0} = 0,05$. Vidējā likne attēlo uzspiestās svārstības amplitūdu A atkarībā no spēka frekvences Ω , ja berzes konstante ir lielāka, konkrēti, ja $\Lambda = 0,25$, bet apakšējā likne attēlo šo sakarību kritiskās rimšanas gadījumā, t. i., kad $\Lambda = \infty$ ($\omega_0 = \frac{\beta}{2m}$). Kā redzams, pēdējā gadījumā liknei vairs nav maksimuma.

Fāzu nobīde φ_0 dažādām β vērtībām atkarībā no frekvences attēlotā 4-17. zīmējumā. Ja $\Omega \ll \omega_0$, tad $\text{tg } \varphi_0$ pēc izteiksmes (4-42) ir ļoti mazs un negatīvs lielums, tāpēc arī fāzu nobīde φ_0 ir ļoti maza un negatīva. Ja $\Omega \rightarrow \omega_0$, $\text{tg } \varphi_0$ kļūst bezgalīgi liels un negatīvs, tāpēc fāzu nobīde $\varphi_0 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$. Frekvencei Ω vēl palielinoties $\text{tg } \varphi_0$ kļūst pozitīvs (jo gadījumā, ja $\omega_0 < \Omega$, $-\frac{\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} > 0$) un fāzu nobīde $\varphi_0 < -\pi/2$. Ja $\Omega \rightarrow \infty$, tad $\text{tg } \varphi_0$ tuvojas nullei, resp., φ_0 tuvojas vērtībai $-\pi$, t. i., kustība attiecībā pret periodisko spēku ir fāzē nokavējusies par π , bet laika ziņā — par pusperiodu.



4-16. zīm.



4-17. zīm.

6. §. REZONANSE

1. Rezonanse ir *pastiprināta svārstības enerģijas pāreja* no kāda cita svārstoša ķermeņa vai kāda laikā periodiska spēku lauka uz aplūkojamo svārstošo ķermeni. Šāds process var norisināties intensīvi tikai tad, ja svārstību izvērzes un periodiskā ierosinošā spēka fāzu nobīde ir aptuveni $-\pi/2$ (vai $-(2n+1)\pi/2$), t. i., ja izvērze attiecībā pret spēku ir laika ziņā nokavējusies par $1/4$ (vai par $(2n+1)/4$) perioda. Ātrums un spēks tad svārstās vienā fāzē.

Enerģijas visstraujākās pārejas stāvoklī jeb t. s. *rezonances stāvoklī* aplūkojamā ķermeņa svārstības amplitūdai ir vislielākā vērtība, t. i., izteiksmes (4-41) saucēja zemsaknes lielumam ir vismazākā vērtība. Pēdējo lielumu diferencējot pēc Ω un iegūto rezultātu pielīdzinot nullei, var iegūt šim gadījumam atbilstošo ārējā periodiskā spēka frekvenci Ω_r , resp., *rezonances frekvenci*,

$$\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\left(\frac{\beta}{2m}\right)^2}. \quad (4-43)$$

No tās redzam, ka rezonanse, t. i., lieluma $A(\Omega)$ maksimums, izzūd, ja $\omega_0 \geq \beta/\sqrt{2}m$. Ievietojot šo Ω_r izteiksmi vienādībā (4-41), dabūjam *rezonances stāvokļa amplitūdu*

$$A_r = \frac{2F_0 m}{\beta^2 \sqrt{\frac{4km}{\beta^2} - 1}}, \quad (4-44)$$

kas gadījumā, ja β ir mazs lielums (ω_0 ir tuvu Ω_r), ir $A_r \approx \frac{F_0}{\beta\omega_0} = \frac{x_{st} m \omega_0}{\beta}$. Uzspiestā svārstībā bez berzes ($\beta=0$) amplitūda $A_r = \infty$, bet frekvence $\Omega_r = \omega_0$.

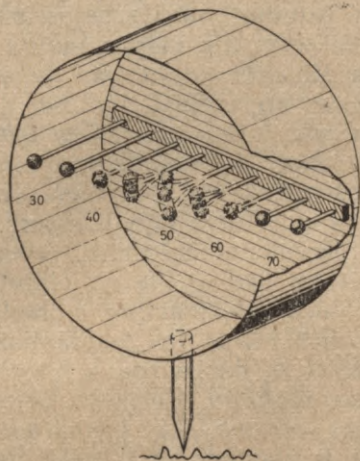
No enerģētiskā viedokļa svārstības galīgā amplitūda kā rezonances stāvoklī, tā arī citos stāvokļos ir izskaidrojama ar to, ka uzspiestā svārstībā amplitūda periodiskā spēka ietekmē palielinās tik ilgi, kamēr ķermeņa iegūtā enerģija kļūst vienāda ar berzē zaudēto enerģiju. Šāds stacionārs svārstības stāvoklis rodas tāpēc, ka periodiskā spēka ietekmē svārsta uzņemtā enerģija viena perioda laikā ir aptuveni neatkarīga no amplitūdas, bet berzes zudumi līdz ar kustības ātrumu un tātad līdz ar amplitūdu pieaug.

Rezonansi var novērot divu vai vairāku ķermeņu saistītās svārstībās. Svārstu saites šajos gadījumos veido atsperes, pavedieni vai cietas, šķidrās un gāzveida vides.

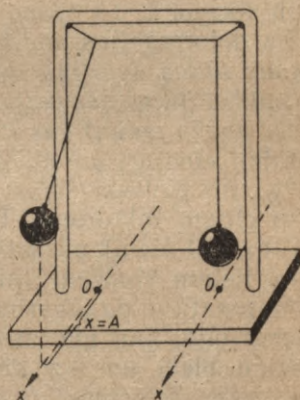
Piemēri. 1. Uz motora novietots tahometrs, kas sastāv no vairākām dažāda garuma vienā galā nekustīgi nostiprinātām elastīgām sloksnītēm, kuru pašfrekvences ir dažādas (4-18. zim.). Motoram darbojoties, ar to rezonē tā tahometra sloksnīte, kuras pašfrekvence sakrīt ar motora griešanās frek-

venci. Šo frekvenci nolasa uz skalas, kas novietota pie sloksnīšu brīvajiem galiem. Šajā gadījumā enerģija pāriet no motora uz tahometra svārstošajām sloksnītēm pa ass gultni un tahometra korpusu. Līdzīgi pāriet svārstības enerģija no dzinēja uz dzinēja korpusu un uz ēku, kurā atrodas dzinējs.

2. Divi vienāda garuma (vienāda perioda) saistīti diega svārsti jeb simpātiskie svārsti (4-19. zīm.). Atvelkot vienu svārstu līdz maksimālajai



4-18. zīm.



4-19. zīm.

izvirzei $x=A$, t. i., izveidojot ar otru svārstu (kam $x=0$) fāzu nobīdi $\varphi_0=\pi/2$ un tad palaižot to vaļā, novēro, ka šī svārstā amplitūda samazinās un sāk svārstīties blakus svārstis. Tas turpinās tik ilgi, kamēr pirmais svārstis apstājas, t. i., kamēr visa tā enerģija ir pārgājusi uz otru svārstu. Pēc tam atkal sāk svārstīties pirmais svārstis. Rezonanse šajā gadījumā izskaidrojama ar viena svārstā piekāršanas punkta svārstības iedarbību ar periodisku spēku uz otra svārstā piekāršanas punktu.

3. Interessants ir arī svārstību ierosināšanas veids ar t. s. parametrisko rezonansi, kurā periodiski maina kādu svārstā parametru (masu, garumu u. c.). Ja, piemēram, periodiski saīsina matemātisko svārstu, tam ejot caur līdzsvara stāvokli, un pagarina, tam atrodoties maksimālās izvirzes stāvokļos, svārstis uzšūpojas, jo pirmajos stāvokļos tā enerģija palielinās vairāk nekā otrajos samazinās.

4. Līdz šim galvenokārt aplūkojām svārstības ar mazām izvirzēm, kurās elastības spēks ir proporcionāls izvirzei. Ja svārstību izvirzes ir lielas, elastības spēka atkarība no izvirzes un arī pašas svārstības ir sarežģītākas. Sakām, ka svārstības kļūst nelineāras. Tad, piemēram, ķermenis svārstās vienlaikus ar vairākām frekvencēm. Šīs bieži sastopamās un praktiski svarīgās, bet daudz complicētākās svārstības neaplūkosim.

ELASTĪBA

1. §. ĶERMEŅU ELASTISKĀS ĪPAŠĪBAS. HUKA LIKUMS

Sajā nodaļā aplūkosim elastīgu ķermeņu *deformācijas*, kuras rodas, ķermenim pieliekot ārējus spēkus. Par ķermeņa deformācijām sauc tā materiālo punktu (atomu) savstarpējos pārvietojumus. So pārvietojumu rezultātā ķermenis vispār maina tilpumu un formu, t. i., rodas ķermeņa *tilpuma un formas deformācijas*. Šīs deformācijas var būt elastīgas un neelastīgas. *Par elastīgām sauc tādas deformācijas, kuras pēc spēka iedarbības izbeigšanās izzūd. Pilnīgi neelastīgas (plastiskas) ir tādas deformācijas, kuras pēc spēka iedarbības izbeigšanās paliek.* Reāli ķermeņi deformējas daļēji elastīgi un daļēji neelastīgi. Deformāciju raksturs ir atkarīgs no pielikto spēku lieluma, ķermeņa materiāla, temperatūras un citiem faktoriem. Tā, piemēram, dzelzij pie nelielām slodzēm (līdz 100 MPa) parastā temperatūrā deformācijas ir elastīgas, bet pie lielām slodzēm (piemēram, 500 MPa) tās ir plastiskas. Bet, temperatūru paaugstinot līdz 1300 K, dzelzi rodas plastiskās deformācijas jau pie vismazākajām slodzēm. Ķermeņu deformācijas veidu bieži nosaka *deformācijas ātrums*. Tā, piemēram, asfalts straušas deformācijas gadījumā ir elastīgs un trausls, bet, ja deformācija ir lēna, tas ir plastisks. Piķis smagumspeka ietekmē pēc ilgāka laika iztek no piltuves, asfalta konuss izplūst uz visām pusēm. Parastos apstākļos elastīgi ir metāli, koksne, polimēri u. c., plastiski — svins, piķis, zeme. Ķermeņu plastiskās deformācijās parasti paliekoši mainās to forma, nevis tilpums. Šķidrums stiepes un bīdes ziņā vienmēr ir plastiski, to formu nosaka trauks; turpretim pret spiedi tie izturas elastīgi. Jāpiezīmē, ka ļoti ātrās deformācijās šķidrums izturas kā cieti ķermeņi. Birstošas, plūksnainas, cietas vielas plastiski deformējas tiklab tilpuma, kā arī formas ziņā. Gāzei elastiskās īpašības ir tikai pret tilpuma maiņu.

Izšķir absolūtas deformācijas un relatīvas deformācijas. Ķermeņa absolūtā deformācija ir ķermeņa tilpuma un garuma maiņas absolūtās vērtības. Tehniskajās konstrukcijās absolūtajām deformācijām ir liela nozīme, jo ierīču, mašīnu un aparātu detaļas ekspluatācijas laikā nedrīkst mainīt savus izmērus vairāk par noteikto normu. Relatīvā deformācija ir ķermeņa tilpuma vai garuma absolūtās deformācijas attiecība pret ķermeņa sākuma tilpumu vai garumu. Ķermeņa absolūtā deformācija ir atkarīga no ķermeņa lieluma, turpretim ķermeņa relatīvā deformācija ir katrai vietai raksturīgs un no ķermeņa izmēriem neatkarīgs lielums.

Nelielas relatīvās un absolūtās deformācijas noris saskaņā ar Huka likumu: *deformācija ir tieši proporcionāla spēkam.*

Lielas ķermeņa deformācijas ar noteiktiem kvantitatīviem likumiem (formulām) var izteikt tikai aptuveni.

2. §. TILPUMA DEFORMĀCIJAS

Ķermeņa tilpuma deformācijā nemainās ķermeņa forma, bet tikai tilpums. Lai iegūtu šādu deformāciju, ņemsim viendabīgu kubveida ķermeni un perpendikulāri tā visām sešām skaldnēm pieliksim vienādus spēkus F (5-1. zīm.). Tad uz katru skaldni spiediens $\sigma = F/S$, kur S — skaldnes laukums. Virsmai perpendikulāri vērstu spēku uz laukuma vienību sauc par normālo slodzi. Ja ķermeņa tilpuma neliela maiņa ir $\Delta V = V - V_0$, kur V_0 — sākuma tilpums, bet V — beigu tilpums, tad Huka likums tilpuma deformācijas gadījumā ir šāds:

$$-\frac{\Delta V}{V_0} = k_t \frac{F}{S} = k_t \sigma, \quad (5-1)$$

t. i., tilpuma relatīvā maiņa ir proporcionāla normālajai slodzei. No izteiksmes (5-1)

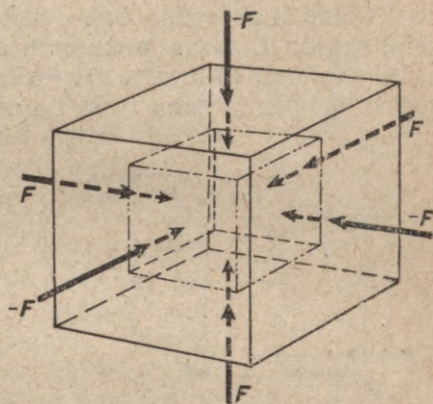
$$k_t = -\frac{\Delta V/V}{\sigma}, \quad (5-2)$$

t. i., tilpuma elastības koeficients k_t ir tilpuma relatīvā maiņa, kuru izraisa vienu vienību liela (t. i., 1 Pa) no visām pusēm ķermenim pielikta normāla slodze.

Spiedē $\Delta V < 0$ un $k_t > 0$, bet stiepē $\Delta V > 0$ un $k_t < 0$. No visām pusēm izdarītas normālās spiedes gadījumā koeficientu k_t sauc arī par saspiežamības jeb kompresijas koeficientu. Cietiem ķermeņiem ne visai lielas stiepes un spiedes gadījumā k_t ir vienādi. Cietām vielām k_t ir mazāks nekā šķidrumiem, piemēram, varam $k_t = 0,73 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$, ūdenim $k_t = 49 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$. Turpretim stiepē šķidrumiem $k_t = \infty$, jo šķidrumi jau ļoti mazas stiepes gadījumā sadalās atsevišķās daļās. Koeficienta k_t vietā lieto arī apgriezto tilpuma elastības koeficientu $\frac{1}{k_t} = E_t$, kuru sauc par tilpuma elastības moduli.

Nelielas ķermeņa tilpuma relatīvās deformācijas ir trīs reizes lielākas nekā ķermeņa lineārās relatīvās deformācijas. Tā, piemēram, kubveida ķermenim ar malas garumu l_0

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{(l_0 + \Delta l)^3 - l_0^3}{l_0^3} \approx \frac{3\Delta l}{l_0}. \quad (5-3)$$

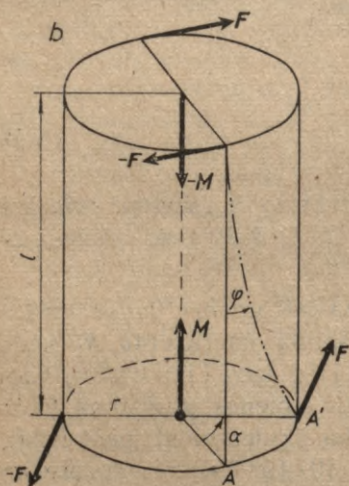
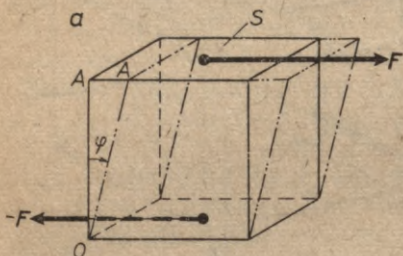


5-1. zīm.

3. §. FORMAS DEFORMĀCIJAS

Ķermeņa «tirā» formas deformācija, t. i., deformācija, kurā mainās tikai ķermeņa forma, bet tilpums paliek konstants, rodas, ja ķermeņiem spēkus pieliek *paralēli* virsmai. Tādas ir bīdes un vērpes deformācijas.

1. **Bīde.** Lai iegūtu bīdes deformāciju, kubveida ķermeņa augšējai skaldnei, kuras laukums ir S , pieliksim spēku F , kas paralēls pašai skaldnei (5-2. zīm. *a*). Protams, tikpat liels, bet pretēji vērsts spēks $-F$ pēc Ņūtona trešā likuma ir jāpieliek kuba pretējai skaldnei. Šī spēkpāra ietekmē ķermeņim rodas bīdes deformācija — tas sašķiebjas. Bīdes deformācija, saņemdamā zināmu lielumu, apstājas, ja pielikto spēkpāri F , $-F$ kompensē tikpat lielais, bet pretēji vērsta spēks ķermeņa iekšējo reakciju spēkpāris. Virsmai paralēlo spēku uz laukuma vienību $\tau = F/S$ sauc par tangenciālo slodzi. Lielumu $AA'/OA = \text{tg } \varphi \approx \varphi$ sauc par ķermeņa *relatīvo bīdi*, kur φ ir bīdes leņķis. *Bīdes deformācijai* Huka likums ir šāds:



5-2. zīm.

2. **Vērpe.** Cilindram, kura garums ir l un rādiuss r (5-2. zīm. *b*) un kura abiem galiem pielikti pretēji vērsti spēka momenti M , vērpes deformācijas gadījumā Huka likums ir šāds:

$$\alpha = \frac{2Ml}{E_b S r^2}, \quad (5-5)$$

kur α — cilindra apakšējā gala pagriezienu leņķis attiecībā pret augšējo galu (šim leņķim atbilst loks AA') un $S = \pi r^2$ — cilindra gala virsmas laukums. Šeit der ievērot, ka $\alpha \sim 1/r^4$.

Šī spēkpāra ietekmē ķermeņim rodas bīdes deformācija — tas sašķiebjas. Bīdes deformācija, saņemdamā zināmu lielumu, apstājas, ja pielikto spēkpāri F , $-F$ kompensē tikpat lielais, bet pretēji vērsta spēks ķermeņa iekšējo reakciju spēkpāris. Virsmai paralēlo spēku uz laukuma vienību $\tau = F/S$ sauc par tangenciālo slodzi. Lielumu $AA'/OA = \text{tg } \varphi \approx \varphi$ sauc par ķermeņa *relatīvo bīdi*, kur φ ir bīdes leņķis. *Bīdes deformācijai* Huka likums ir šāds:

$$\varphi = k_b \tau = \frac{\tau}{E_b}, \quad (5-4)$$

t. i., *bīdes leņķis* φ ir *proporcionāls tangenciālajai slodzei* τ . Bīdes elastības koeficienta k_b vietā bieži lieto bīdes moduli $E_b = \frac{1}{k_b} = \frac{\tau}{\varphi}$, kas skaitliski vienāds ar to virsmas tangenciālo slodzi τ , pie kuras bīdes leņķis φ ir 1 rad. Tā kā šķidrumu formu varam mainīt ar niecīgu spēku, tad šķidrumiem modulis $E_b \approx 0$.

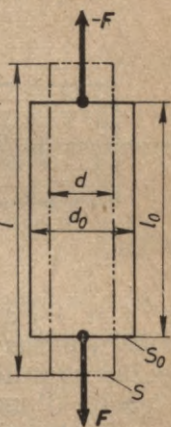
4. §. VIENVIRZIENA STIEPES-SPIEDES SLODZES IZRAISĪTĀS DEFORMĀCIJAS

1. Stienim, kura garums ir l_0 un šķērsriezuma laukums S_0 (5-3. zīm.), pieliksim abos galos vienādus, laukumam S_0 perpendikulārus pretēji vērstus spēkus F un $-F$. Tad atkarībā no spēku vērsuma stienis vai nu pagarinās, vai saīsinās. Stieņa pagarinājumu (saīsinājumu) $\Delta l = l - l_0$ un pieliktā stiepes (spiedes) spēka F slodzi $\sigma = F/S$, ja stieņa šķērsriezuma samazināšanos neievēro, nelielas elastīgas deformācijas gadījumā saista **Huka likums**:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = k\sigma = \frac{\sigma}{E}, \quad (5-6)$$

t. i., *stieņa relatīvais pagarinājums ir tieši proporcionāls pieliktajai stiepes slodzei*. To pašu var teikt par ķermeņa relatīvo saīsinājumu spiedes gadījumā. Lielums k ir pagarinājuma elastības koeficients un $E = 1/k$ — *pagarinājuma elastības modulis* jeb **Junga modulis**. Saskaņā ar izteiksmi (5-6) *modulis*

$$E = \frac{F}{S \frac{\Delta l}{l_0}}, \quad (5-7)$$



5-3. zīm.

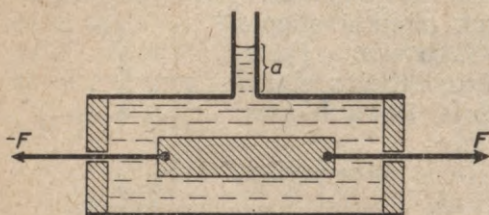
skaitliski ir tā stiepes slodze σ (spēks F uz šķērsriezuma S laukuma vienību), pie kuras pagarinājums Δl ir vienāds ar stieņa sākotnējo garumu: $\Delta l/l_0 = 1$. Tādā gadījumā $E = \sigma$. Atbilstoši spiedes elastības modulis ir tā spiedes slodze, pie kuras stieņa garums $l = 0$, t. i., pie kuras $\Delta l/l_0 = 1$. Parasti, stieņus stiepjot, nevar pielikt tik lielu stiepes slodzi, jo stiepe tad vairs nepakļaujas Huka likumam un stienis tiek pārrauts jau pie daudz mazākas stiepes slodzes. Tāpat nevar pielikt arī tik lielu spiedes slodzi, lai Δl būtu vienāds ar l_0 , jo pie lielām slodzēm vai nu nav vairs spēkā Huka likums, vai stienis izliecas un salūst.

Dažu vielu bīdes moduļa E_b un Junga moduļa E skaitliskās vērtības dotas tabulā.

Vielā	E_b [10^5 MPa]	E [10^5 MPa]	μ
Tērauds (0,16% C)	0,86	2,2	0,28
Kronstikls	0,25	0,60	0,21
Misiņš	0,40	0,75	0,35

2. Vienvirziena stiepes-spiedes slodze patiesībā rada *saliktu formas un tilpuma deformāciju*. Stiepjot stienis paliek ne vien garāks un tievāks, bet pieaug arī tā tilpums. Tilpuma palielināšanās

izskaidrojama ar to, ka stiepes virzienā stieņa iekšējie spriegumi ir lielāki nekā stiepei perpendikulārā virzienā. Tāpēc molekulu attālināšanās stiepes virzienā ir lielāka nekā molekulu tuvināšanās perpendikulārā virzienā. Tilpuma palielināšanos stiepes gadījumā var eksperimentāli noteikt, piemēram, stiepjot gumijas saiti (5-4. zīm.) ar ūdeni piepildītā cilindrā. Tilpuma pieaugumu nosaka ūdens līmeņa pacelšanās caurulītē a .



5-4. zīm.

Sakarība starp stieņa relatīvo pagarinājumu $\Delta l/l_0$ un stieņa relatīvo saraušanos šķērsriezuma virzienā $\frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d_0 - d}{d_0}$ ir šāda:

$$\frac{\Delta d}{d_0} = \mu \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (5-8)$$

kur μ ir Puasona koeficients, d_0 , d — cilindriska stieņa diametri pirms un pēc stiepes. Koeficienta μ skaitliskās vērtības ir robežās no 0 līdz $1/2$ (sk. tabulu). Gadījumā, ja stiepes-spiedes deformācijā tilpums nemainās, t. i., ja garuma pieauguma ietekmi uz tilpumu pilnīgi kompensē šķērsriezuma samazināšanās ietekme uz tilpumu kā tas ir, piemēram, kaučukam un šķidrumiem, tad $\mu = 1/2$. Ja μ būtu lielāks par $1/2$, tad izotropš ķermenis stiepes deformācijā samazinātu savu tilpumu; tas nav iespējams. Turpretim korķim $\mu = 0$, t. i., korķis stiepes gadījumā šķērsriezumu nemaina. Tēraudam $\mu = 0,28$. No šī stiepes-spiedes deformācijas apskata secinām, ka brīvu, cietu, elastīgu ķermeni vienā virzienā vien nevar deformēt.

Elastības moduljus E_t , E_b un E un Puasona koeficientu μ izotropai vielai saista šāda sakarība:

$$E = 2E_b(1 + \mu) = 3E_t(1 - 2\mu). \quad (5-9)$$

5. §. ELASTĪBAS ENERĢIJA

Katram elastīgi deformētam ķermenim (izplestam, saspīestam, sašķiebtam) ir zināma elastības enerģija, kas vienāda ar deformācijas procesā padarīto ārējo darbu. Noteiksim šo elastības enerģiju stieņa stiepes (spiedes) deformācijas gadījumā, ja tā pagarinājums (saīsinājums) ir Δl , garums l_0 un šķērsriezuma laukums S . Tā kā pēc Huka likuma (5-6) elastības pretspēks F' ārējam spēkam F ir

$$F' = -F = -\frac{ES}{l_0} \Delta l, \quad (5-10)$$

t. i., F' ir proporcionāls deformācijai Δl , tad vidējais elastības

spēks visā deformācijas rašanās laikā ir $\bar{F}' = \frac{F'}{2} = -\frac{ES}{2l_0} \Delta l$ un šī spēka darbs

$$A = \bar{F}' \Delta l = -\frac{ES(\Delta l)^2}{2l_0}. \quad (5-11)$$

To ievērojot, stiepes-spiedes deformācijā elastības potenciālā enerģija

$$E_p = -A = \frac{ES(\Delta l)^2}{2l_0} = \omega V, \quad (5-12)$$

kur $V = Sl_0$ ir stieņa tilpums. Tāpēc deformētā stieņa elastības enerģijas blīvums, t. i., enerģijas daudzums tilpuma vienībā, ir

$$\omega = \frac{E_p}{Sl_0} = \frac{E \left(\frac{\Delta l}{l_0} \right)^2}{2}. \quad (5-12')$$

Līdzīgā veidā var atrast, ka arī bīdes deformācijā elastības enerģijas blīvums ir tieši proporcionāls relatīvās bīdes deformācijas φ (radiānos) kvadrātam:

$$\omega = \frac{E_b \varphi^2}{2}. \quad (5-13)$$

6. Š. LIELAS DEFORMĀCIJAS. ELASTISKĀ PĒCDARBĪBA. HISTEREZE

1. Cietu ķermeņu deformācijas ir lielas tad, ja ķermeņu absolūtās deformācijas ir salīdzināmas ar ķermeņa izmēriem, kā arī tad, ja deformācijas ir plastiskas. Lielu deformāciju gadījumā cietam ķermenim pieliktā spēka un deformācijas sakarība parasti ir nelineāra, t. i., deformācija vairs nepakļaujas Huka likumam. Stiepes spēka un pagarinājuma sakarības trauslam (līkne 1), sīkstam (2) un plastiskam (3) ķermenim stiepes deformācijā attēlotas 5-5. zīmējumā. Šajās sakarībās svarīgas ir šādas deformācijas apgabalu robežas.

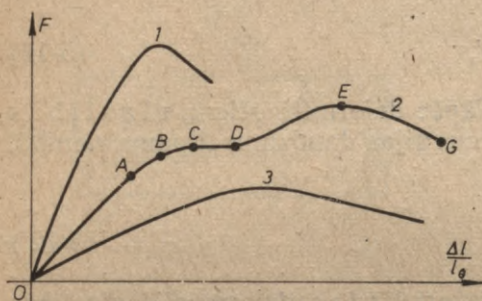
a. Proporcionalitātes robeža — punkts *A* ir robeža, līdz kurai deformācija noris pēc Huka likuma.

b. Elastības robeža — punkts *B*. Līdz šai robežai ķermenim nav paliekošās deformācijas un ķermenī, to deformējot, neattīstās siltums. Dažām vielām, piemēram, tēraudam, elastības robeža ir liela, citām, piemēram, svinam, tā ir maza. Oglekļa tēraudiem punktā *A* stiepes spēks uz laukuma vienību $\sigma = 180 \div 260$ MPa un punktā *B* $\sigma = 220 \div 400$ MPa.

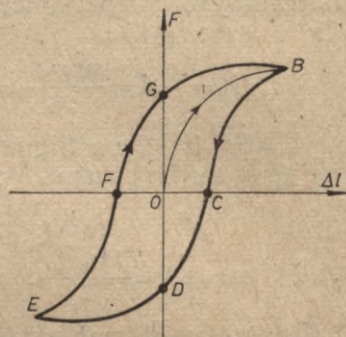
c. Tecēšanas robeža — punkts *C*. Sasniedzot šo robežu, ķermenis deformējas tālāk līdz punktam *D* bez pieliktā spēka palielināšanas. Šajā apgabalā norisinās t. s. ķermeņa mehāniskā nostiprināšanās. Tērauda tecēšanas robežai atbilstošā paliekošā deformācija ir aptuveni 0,2%. Trausliem materiāliem, piemēram, tēraudiem ar augstu oglekļa saturu tecēšanas robežas un tecēšanas apgabala *CD* nav.

d. Izturības robeža — punkts *E*. Pie šīs robežas, ķermeni stiepjot, tas nepagarinās visā garumā vienādi, bet tam vienā vietā rodas sašaurinā-

fums — «kakliņš». Pēc tam ķermeņi ar samazinātu stiepes spēku var pagarināt līdz sagraušanas robežai G . Ne vien elastīgs, bet arī ļoti plastisks ir tērauds. Tas pagarinās aplūkotajā veidā līdz 30% no sava sākotnējā garuma. Trausliem materiāliem, piemēram, betonam, čugunam, stiklam, akmenim, «kakliņš» neizveidojas, un tie arī bieži trūkst pie samērā mazām slodzēm, pagarinoties ne vairāk par 1% no sava sākotnējā garuma.



5-5. zīm.



5-6. zīm.

2. Pēc slodzes izbeigšanās ķermeņi var palikt deformācija. Viena daļa no šīs deformācijas ar laiku izbeidzas, elastības potenciālajai enerģijai pārejot kinētiskajā enerģijā vai citās netermiskās enerģijas formās. Tā ir **elastiskā pēcdarbība**. Otrā deformācijas daļa ir **pilnīgi paliekoša**. Periodiski slogotos ķermeņos, piemēram, periodiski slogotās mašīnu detaļās, abi minēto paliekošo deformāciju veidi ir cēlonis t. s. elastiskās histerēzes parādībai. To grafiski attēlo slodzes un deformācijas sakarība 5-6. zīmējumā. Sākotnējā stiepes spēka—pagarinājuma likne ir OB . Atslogošanas likne — BC . Ja $F=0$, paliek pagarinājums OC , kuru likvidē pretējā virzienā pielikts spiedes spēks OD . Tālāk saīsinājumu-pagarinājumu atkarībā no spēka attēlo likne $DEFGBCD$ utt. Šādu spēka un pagarinājuma grafisko attēlu sauc par histerēzes cilpu.

Histerēzes gadījumā laikā mainīgie stiepes-spiedes spēki (iekšējie berzes spēki) daļēji ir nekonservatīvi, tāpēc deformācijas radīšanā patērētā **enerģija daļēji pārvēršas siltumā**. Grafiski šo darba daļu attēlo histerēzes cilpas laukums. Kaut arī vienā ciklā attīstītais siltums ir mazs, tomēr ar lielu frekvenci darbinātās un stipri slogotās mašīnu detaļās šādā veidā rodas lieli siltuma daudzumi, tāpēc šādas mašīnas dzesē ar ūdeni, gaisu un citādā veidā. Šī iemesla dēļ konstruktoriem vajadzīgi materiāli ar šauru histerēzes cilpu.

6. NODAĻA

ŠĶIDRUMU UN GĀZU MEHĀNIKA

Sajā nodaļā aplūkosim šķidrumu un gāzu statikas, kinemātikas un dinamikas pamatlikumus. Gāzei ir daudz mazāks blīvums un daudz lielāka saspiežamība nekā šķidrumiem, un, mainoties spie-

dienam, gāzei ievērojami mainās arī temperatūra. Tomēr gāzes, ja to kustības ātrums nav tuvs skaņas izplatīšanās ātrumam, ārējo spēku ietekmē aptuveni izturas tāpat kā šķidrums. Tāpēc mehāniskās īpašības abām vidēm var aplūkot vienkopus.

1. §. ŠĶIDRUMU UN GĀZU STATIKA

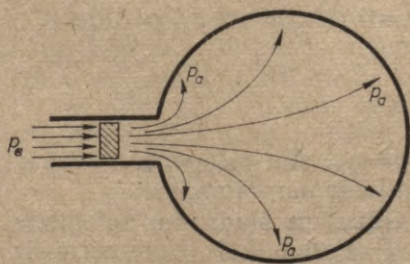
1. **Šķidrumu un gāzu spiediens.** Parastos apstākļos uz šķidrumu vai gāzi, kas atrodas kādā traukā, darbojas divi aktīvi spēki: 1) *ārējais spēks*, resp., ārējais spiediens, kas pielikts šķidrums vai gāzes virsmai, un 2) *iekšējais smagums spēks*, ar kuru Zeme darbojas uz traukā esošo šķidrums vai gāzi, resp., iekšējais smagums spēka spiediens. Gāzei nelielā traukā šo pēdējo spēku var neņemt vērā. Tas, ka šķidrums vai gāze ieņem galīgu tilpumu, izskaidrojams ar to, ka no visām pusēm vērstos ārējā spiediena spēkus un smagums spēkus līdzsvaro iekšējie *elastības pretpēki*, resp., iekšējā elastības spēka spiediens. Elastības spēkus izraisa šķidrums un gāzes molekulu atgrūšanās spēki.

Jāpiezīmē, ka ārējo spiediena spēku iedarbība uz šķidrums vai gāzi ir citāda nekā uz cietu ķermeni. Galvenā atšķirība (kā to atzīmējam jau 5. nod. 2. §) ir tā, ka šķidrums nav stiepes pretestības. Bez tam šķidrums un gāzei, ja vien slodze nav pārāk strauja, nav arī formas maiņas pretestības.

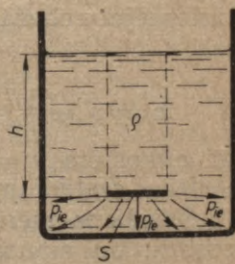
Ja šķidrums atrodas *līdzsvara stāvoklī*, tad uz katru šķidrums daļiņu darbošos visu minēto spēku summa ir vienāda ar nulli. Tā, piemēram, vertikāla cilindriska šķidrums daļiņa, kas atrodas šķidrums iekšienē, nepārvietojas lejujup tāpēc, ka tā smagums spēku līdzsvaro uz augšu vērsta elastības pretpēku starpība (sk. 6. nod. 3. §), kuri darbojas uz cilindra pamatnēm.

2. **Spiediena izplatīšanās likumi.** Šķidrums un gāzēs ir divi spiediena izplatīšanās likumi: šķidrums vai gāzes virsmai pieliktā ārējā spiediena un smagums spēka spiediena izplatīšanās likums.

a. Ja slēgtam gāzes vai šķidrums traukam vienā virsmas daļā pieliek zināmu *ārēju spiedienu* p_a , tad šis spiediens ar tikpat lielu skaitlisko vērtību *izplatās pa visu gāzi vai šķidrums* (sk. 6-1. zīm.). Tas ir **Paskāla likums**.



6-1. zīm.



6-2. zīm.

b. *Smagumspēka spiediens* šķidrumos un gāzēs izplatās tikai smagumspēka virzienā un uz sāniem. Tā, piemēram, dziļumā h virsējā šķidruma smaguma spiediens p_{ie} izplatās uz leju un uz sāniem, t. i., visā šķidrumā, kas atrodas zemāk par dziļumu h (6-2. zīm.), bet neizplatās uz augšu, augšējos šķidruma slāņos.

Šķidruma smagumspēka atļūstītais spiedienu mainās līdz ar dziļumu. Ja šķidruma viscaur konstantais, t. i., no augstuma h neatkarīgais blīvums ir ρ , šķidruma stabam ar šķēsgriezuma laukumu S (6-2. zīm.) un dziļumu h masa ir $M = \rho Sh$ un svars P , tad iekšējais smagumspēka spiedienu

$$p_{ie} = \frac{P}{S} = \frac{Mg}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho gh. \quad (6-1)$$

Ja ārējais spiedienu uz šķidrumu ir p_a , tad kopējais spiedienu atkarībā no dziļuma h mainās pēc šādas sakarības

$$p = p_a + p_{ie} = p_a + \rho gh. \quad (6-2)$$

Gāzes blīvums mainās līdz ar spiedienu. Sakarību $p_{ie}(h)$ atradīsim, izteiksmi (6-1) uzrakstot diferenciālā formā

$$-dp_{ie} = \rho g dh \quad (6-1')$$

un integrējot pie konstantas temperatūras. Mīnusa zīme šajā izteiksmē ir tāpēc, ka, palielinoties augstumam h , spiedienu p_{ie} samazinās.

Gāzu pētījumi (Boila—Mariota likums; sk. 7. nod. 3. §) ir pierādījuši, ka konstantā temperatūrā spiediena p_{ie} un blīvuma ρ attiecība ir konstants lielums, t. i., $\frac{p_{ie}}{\rho_{ie0}} = \frac{\rho}{\rho_0}$, no kurienes $\rho = \frac{\rho_0 p_{ie}}{p_{ie0}}$, kur p_{ie0} ir iekšējais gāzes smagumspēku spiedienu un ρ_0 — gāzes blīvums augstumā $h=0$, bet p_{ie} un ρ ir tie paši lielumi augstumā h . Sakarību

$$-dp_{ie} = \frac{\rho_0 p_{ie} g}{p_{ie0}} dh$$

pārveidojot formā

$$\frac{dp_{ie}}{p_{ie}} = - \frac{\rho_0 g}{p_{ie0}} dh$$

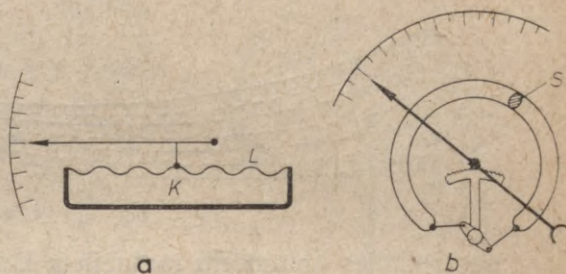
un integrējot robežās no $h=0$ līdz h un $p=p_0$ līdz p_{ie} , dabūjam, ka

$$p_{ie} = p_{ie0} e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_{ie0}}}. \quad (6-3)$$

Brīvā atmosfērā $p_a=0$ un $p=p_{ie}$. Augstuma formulai (6-3) atmosfēras statikā un dinamikā ir pamatnozīme.

3. **Spiediena mērīšana.** Gāzu un šķidrumu spiedienu mēra ar barometru un manometru. Pazīstamākais barometrs ir *dzīvsudraba staba barometrs*. Mūsdienās plaši lieto pārnēsamus baromet-

rus — *aneroidus*. Tajos, mainoties spiedienam, ieliecas vai izliecas slēgtas metāla kārbas *K* vāks *L* (6-3. zīm. *a*) vai arī iztaisnojas (saliecas) slēgta, līka eliptiska šķērsgriezuma *S* caurule (*Burdona caurule*; sk. 6-3. zīm. *b*). Vākam vai caurules galam piestiprināts rādītājs virzās pa skalu, kas ir graduēta spiediena vai augstuma (*altimetros*) vienībās. Barometrs-altimetrs ir parocīgs tiešai augstuma mērīšanai (ar kļūdu $\pm 0,5$ m), tikai jāievēro altimetra uzrādītā augstuma temperatūras korekcija, jo gaisa spiediens ir atkarīgs arī no temperatūras. Paceļoties 10 metrus, gaisa spiediens samazinās apmēram par 133,3 Pa. Augstu spiedienu mērīšanai lieto arī valēju un ar mērāmo trauku savienotu liektu *Burdona cauruli*.



6-3. zīm.

Šāda tipa manometru, ja tā skala ir graduēta spēka vienībās, var lietot arī spēka mērīšanai. Sevišķi augstu gāzes spiedienu (vairākus tūkstošus atmosfēru) mērīšanai izmanto *elektriskās pretestības manometrus*. To darbība pamatojas uz to, ka, gāzes spiedienam pieaugot, pieaug siltuma noplūde no elektriskās strāvas vada, tādēļ samazinās vada temperatūra un mainās elektriskā pretestība.

2. §. ŠĶIDRUMU UN GĀZU KINEMĀTIKA

1. Aplūkojot šķidrumu un gāzu kustību (plūsmu), bieži to īpašības vienkāršo. It zināms, ka visi reālie šķidrumi ir viskozi, t. i., ka tiem piemīt iekšējā berze. Bet reāla šķidruma vietā bieži aplūko šķidrumu, kuram it kā nav iekšējās berzes. Tā var darīt, ja citi uz šķidrumu darbojošies spēki ir daudz lielāki nekā iekšējie berzes spēki. Tādu šķidrumu sauc par *ideālu šķidrumu*. Šķidruma tilpuma maiņa parasti ir maza, tāpēc to šķidruma kustībā var uzlūkot par nemainīgu, t. i., šķidrumu par *nesaspiežamu*. Šāds vienkāršojums ir atkarīgs no šķidruma ātruma. Gāzes plūsmu, piemēram, lidmašīnu vai automašīnu aptecē, var uzlūkot aptuveni par nesaspiežamu tikai tad, ja gāzes ātrums, resp., ķermeņa kustības ātrums gāzē, ir mazāks par 200 km/h.

Atkarībā no šķidruma kustības veida telpā izšķir bezvirpulinu (*lamināru*) šķidruma plūsmu, kad šķidruma daļiņas pārvietojas cita citai līdztekus, un virpulinu (*turbulentu*) šķidruma plūsmu, kad šķidruma daļiņas griežas. Atkarībā no laika savukārt izšķir stacionāru šķidruma vai gāzes plūsmu, kad šķidruma daļiņu ātrumi katrā šķidruma plūsmas vietā ir pastāvīgi, laikā nemainīgi lielumi, un nestacionāru plūsmu, kad

šķidruma vai gāzes daļiņu ātrumi plūsmas noteiktās vietās ar laiku mainās.

2. Šķidruma un gāzes kinemātikā apskata daļiņu trajektorijas, ātrumus, paātrinājumus utt., t. i., aplūko tos pašus lielumus, ko apskatījām materiāla punkta un cieta ķermeņa kinemātikā. Minēto lielumu vispārīgās definīcijas šķidruma vai gāzveida daļiņai ir tādas pašas kā materiālam punktam. Šķidruma kinemātikā tomēr



6-4. zīm.

sastopamies ar dažiem īpatnējiem lielumiem, piemēram, ar šķidruma izteci (kuru parasti mēra ar iztecējušā šķidruma tilpumu), plūsmas līniju un plūsmas cauruli. Plūsmas līnijas ir šķidruma daļiņu trajektorijas. Plūsmas caurule (6-4. zīm.) ir cauruļveida plūsmas līniju saime. Bezvirpuļainā šķidruma plūsmā līdztekus kustošām šķidruma daļiņām, kas kādā laika brīdī atrodas plūsmas caurules iekšienē, ir jāpaliek caurules iekšienē arī turpmākajos laika brīžos.

3. Bezvirpuļaina un nesaspiežama šķidruma plūsma ir pakļauta t. s. **šķidruma plūsmas nepārtrauktības (kontinuitātes) likumam**. To atvasinot, pieņemsim, ka vienā plūsmas caurules vietā tās šķērsriezums ir S_1 , šķidruma ātrums v_1 un šķidruma pārvietojums laikā dt ir $ds_1 = v_1 dt$. Tad caur šo šķērsriezumu iztecējušā šķidruma daudzums ir $S_1 ds_1 = S_1 v_1 dt$. Otrā vietā šķērsriezums ir S_2 , šķidruma pārvietojums $ds_2 = v_2 dt$ un iztecējušā šķidruma daudzums laikā dt ir $S_2 ds_2 = S_2 v_2 dt$. Ietecējušā un iztecējušā šķidruma daudzumiem pēc tilpuma jābūt vienādiem, tāpēc $S_1 v_1 dt = S_2 v_2 dt$, no kurienes

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1}, \quad (6-4)$$

t. i., *plūsmas cauruļu šķērsriezumi ir apgriezti proporcionāli šķidruma ātrumiem*. Tur, kur plūsmas caurule ir platāka, šķidruma ātrums ir mazāks — un otrādi. Sakarība (6-4) ir derīga arī tad, ja šķidruma plūsmas caurules vietā ir šķidrumu necaurļaidoša caurule ar cietām sienām.

4. Zinot šķidruma ātrumu v un plūsmas šķērsriezumu S , var aprēķināt šķidruma daudzumu I , kas vienā laika vienībā iztek caur caurules šķērsriezumu S :

$$I = Sv. \quad (6-5)$$

Lielumu I sauc par caurteces intensitāti.

3. Š. IDEĀLU ŠĶIDRUMU UN GĀZU DINAMIKA. BERNULLI TEORĒMA

Šajā paragrāfā aplūkosim ideāla, nespiežama šķidruma bezvirpuļainas un stacionāras plūsmas pamatlikumus. Šādas plūsmas gadījumā šķidruma daļiņas pārvietojas pa plūsmas līnijām un plūsmas caurulēm un ātrums jebkurā noteiktā plūsmas punktā laikā nemainās. Šķidruma daļiņai pārvietojoties uz citu vietu, tās ātrums parasti mainās. Tas nozīmē, ka smagums spēks $F_{sm} = mg$ un spiediena starpības spēks F_{sp} , kas darbojas uz daļiņu ar masu m , nav līdzsvarā, tāpēc daļiņa kustas paātrināti.

1. Vispirms noteiksim spiediena starpības spēku F_{sp} . Šim nolūkam pieņemsim, ka šķidruma daļiņa ir cilindriska ar pamata laukumu S un augstumu Δl un ka cilindrs ir orientēts spiediena lielākā krituma virzienā (6-5. zīm.). Ja pie cilindra viena pamata spiediens ir $p + \Delta p$, bet pie otra pamata spiediens ir p , tad spiediena starpības spēks F_{sp} , kas darbojas uz cilindrisko šķidruma daļiņu tās garuma virzienā, ir vienāds ar spiedienu spēku starpību, kuri darbojas pie pamatnēm:

$$F_{sp} = pS - (p + \Delta p)S = -\Delta pS. \quad (6-6)$$

Spiediena spēki, kas darbojas uz cilindra sānu virsmu, savstarpēji līdzsvarojas. Tā kā $S\Delta l = \Delta V$, tad spēku F_{sp} var rakstīt arī šādi:

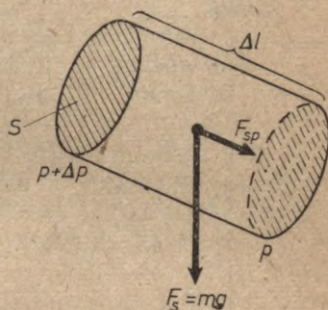
$$F_{sp} = -\frac{\Delta p S \Delta l}{\Delta l} = -\frac{\Delta p}{\Delta l} \Delta V, \quad (6-7)$$

kur $-\frac{\Delta p}{\Delta l}$ ir spiediena starpības spēks, kas darbojas uz šķidruma tilpuma vienību. Spēks F_{sp} nav atkarīgs no izvēlēta tilpuma ΔV formas.

2. Bernulli teorēma pēc būtības ir enerģijas teorēma ideālam nespiežamam šķidrumam, kas kustas Zemes pievilksanas spēka un spiediena starpības spēka ietekmē. Ja ciets ķermenis krīt tikai smagums spēka ietekmē, tad enerģijas teorēma apgalvo, ka ķermeņa kinētiskās enerģijas maiņa ir vienāda ar smagums spēka darbu. Turpretim uz šķidruma daļiņu bez smagums spēka darbojas arī spiediena starpības spēks, tāpēc smaga šķidruma plūsmā pēc enerģijas teorēmas *šķidruma kinētiskās enerģijas maiņa ir vienāda ar smagums spēka un spiediena starpības spēka darbu:*

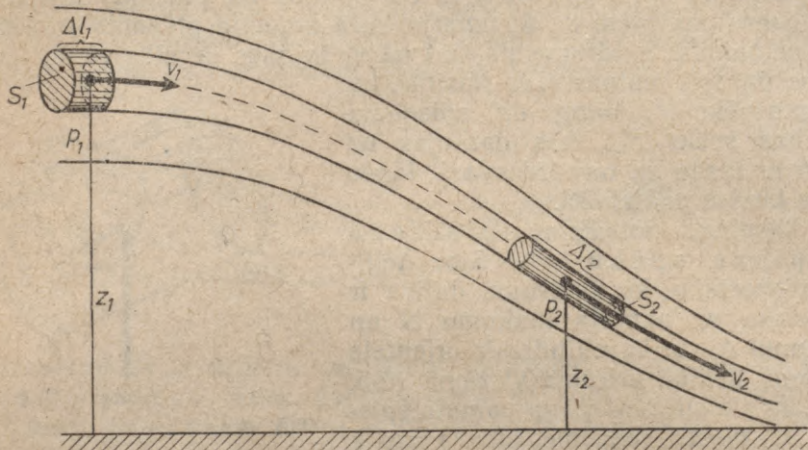
$$\Delta E_k = A_{sm} + A_{sp}. \quad (6-8)$$

Lai šo sakarību konkretizētu, bezvirpuļainā nespiežamā šķidruma plūsmā augstumā z_1 , kur šķidruma ātrums ir v_1 un spiediens p_1 , izvēlamies nelielu cilindrisku šķidruma tilpumu $\Delta V = S_1 \Delta l_1$ (6-6. zīm.). Ja šķidruma blīvums ir ρ , tad tilpumā ΔV



6-5. zīm.

esošā šķidruma masa $m = \rho \Delta V$. Kustībā pa plūsmas līniju šis šķidrums, nemainot savu tilpumu $\Delta V = S_2 \Delta l_2$, bet mainot tikai formu, nonāk vietā ar augstumu z_2 , kur šķidruma spiediens ir p_2 , ātrums v_2 . Šajā pārvietojumā šķidruma tilpuma ΔV kinētiskās enerģijas



6-6. zīm.

maiņa $\Delta E_k = \Delta \frac{mv^2}{2} = \rho \Delta V \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$ un smagumspēka $F_{sm} = mg = \rho \Delta V g$ darbs $A_{sm} = F_{sm}(z_1 - z_2) = \rho \Delta V g(z_1 - z_2)$. Ievērojot, ka $\frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{\Delta p'}{\Delta s}$, kur $\Delta p' = p_2 - p_1$ un Δs ir tilpuma ΔV ceļš no stāvokļa (1) līdz stāvoklim (2), darbs $A_{sp} = F_{sp} \Delta s = \frac{-\Delta p'}{\Delta s} \Delta V \Delta s = -(p_2 - p_1) \Delta V$. Saskaņā ar šīm sakarībām izteiksmi (6-8) varam pārrakstīt šādi:

$$\frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} - \frac{\rho \Delta V v_1^2}{2} = \rho g \Delta V z_1 - \rho g \Delta V z_2 - p_2 \Delta V + p_1 \Delta V.$$

No šejienes pēc saīsināšanas ar ΔV iegūstam, ka

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1. \quad (6-9)$$

Ideāla šķidruma plūsmā, šķidruma tilpuma vienības kinētiskās enerģijas, Zemes gravitācijas potenciālās enerģijas un spiediena enerģijas summa uz vienas un tās pašas šķidruma plūsmas līnijas ir konstants lielums. Tā ir Bernulli teorēma.

3. Ja šķidruma plūsma ir horizontāla ($z_1 = z_2$), tad Bernulli teorēmai (6-9) ir šāds veids:

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1. \quad (6-10)$$

No tās redzam, ka tur, kur šķidruma ātrums v ir lielāks, statiskais spiediens ir mazāks — un otrādi. Bernulli teorēma (6-10) dod arī sakarību starp šķidruma ātruma maiņu $v_1^2 - v_2^2$ un spiedienu starpību $p_2 - p_1 = \Delta p$ šķidruma horizontālā plūsmā:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2). \quad (6-11)$$

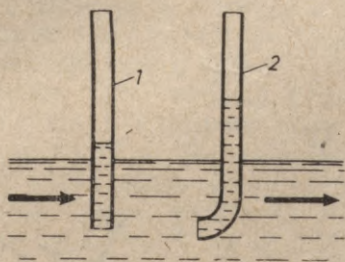
Lielumu $\frac{\rho v^2}{2} = p_d$ bieži sauc par dinamisko spiedienu un $p_p = p + p_d$ par pilno spiedienu. Ievērojot to, Bernulli teorēmu (6-10) šķidrums horizontālai plūsmi var rakstīt šādā formā:

$$p_{p2} = p_{p1}. \quad (6-12)$$

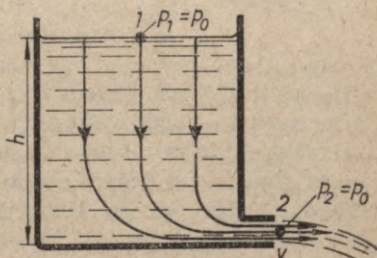
Uz horizontālas plūsmas līnijas pilnais spiediens ir konstants lielums.

Ja pieņemtu, ka šķidrums nav ideāls, tad Bernulli teorēmā būtu jāņem vērā arī šķidrums spiediena zudumi berzes dēļ.

4. Statisko, dinamisko un pilno spiedienu var mērīt ar Pito ierīci (6-7. zīm.). Tā sastāv no divām caurulēm ar vaļējiem galiem. Ar cauruli 1, kuras atvere ir paralēla plūsmi, mēra statisko spiedienu p , bet ar cauruli 2, kuras atvere ir pagriezta plūsmi tieši pretī (pie šīs atveres plūsmas ātrums $v=0$), mēra pilno spiedienu. Dinamisko spiedienu uzrāda līmeņu starpība caurulēs.



6-7. zīm.



6-8. zīm.

4. Š. BERNULLI TEORĒMAS PIELIETOJUMI

1. Toričelli likums (6-8. zīm.) izsaka no trauka iztekošā šķidrums ātrumu v . Ņemot plūsmas līnijas vienu punktu uz šķidrums virsmas ($v_1=0$, $p_1=p_0$, h), bet otru punktu iztecēšanas vietā ($v_2=v$, $p_2=p_0$, $h=0$), no Bernulli teorēmas (6-9) dabūjam, ka $0 + p_0 + \rho gh = \frac{\rho v^2}{2} + p_0 + 0$. Izejot no tā, Toričelli likums ir šāds:

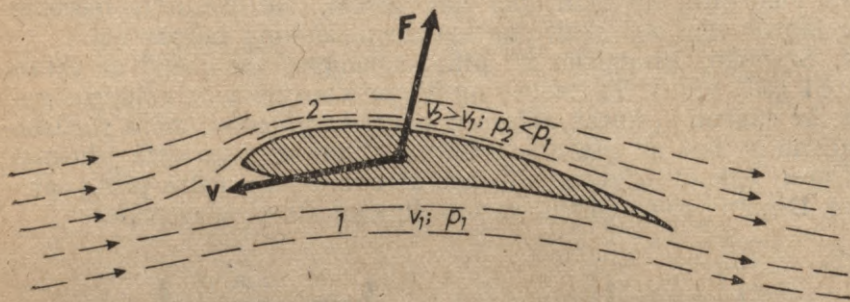
$$v = \sqrt{2gh}, \quad (6-13)$$

t. i., iztekošā šķidrums ātrums ir tieši proporcionāls kvadrātsaknei no šķidrums līmeņa augstuma. Šķidrums iztecēšanas ātrums v atbilst tai kinētiskajai enerģijai (potenciālās enerģijas maiņai), kura rodas, šķidrums krītot no augstuma h . Vai citādi: iztecēšanas ātrums v atbilst 1 m^3 šķidrums spiediena p enerģijas maiņai, šķidrums iztekojot no trauka ar spiedienu $p = \rho gh + p_0 = \frac{\rho v^2}{2} + p_0$ telpā ar spiedienu p_0 . Eksperimentāli šāds ātrums ir tikai ļoti noapaļotam iztecēšanas caurumam: Caurumam ar asu malu $v = a\sqrt{2gh}$, kur koeficients $a = 0,60 \div 0,64$.

2. Lidmašīnas cēlējspēks. Gaisa plūsmu ap lidmašīnas spārnu un tās izraisītā cēlējspēka atkarību no plūsmas ātruma, spārna nolieces leņķa pret plūsmas virzienu un spārna profila pirmais 1905. gadā izpētīja ievērojamais krievu

zinātnieks Zukovskis. Lai aprēķinātu lidmašīnas cēlējspēku, pieņemsim, ka slīpi novietots lidmašīnas spārns kustas gaisā horizontālā virzienā (6-9. zīm.). Tā kā spārna virspusē aptekošā gaisa vidējais ātrums v_2 ir lielāks par ātrumu v_1 spārna apakšpusē, tad attiecīgi statiskais spiediens $p_2 < p_1$. Spiedienu starpība $p_1 - p_2$ rada augšup vērstu spārna cēlējspēku F . Tuvāka analīze rāda, ka cēlējspēks ir tieši proporcionāls gaisa blīvumam ρ , spārna ātrumam v , gaisa cirkulācijai $Z = \bar{v}d$ ap spārnu un spārna garumam l :

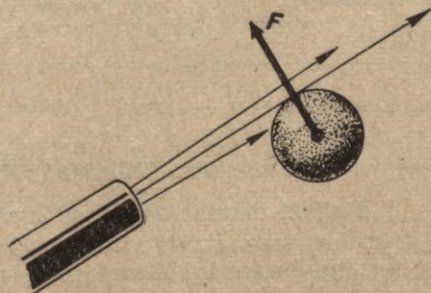
$$F = \rho v Z l, \quad (6-14)$$



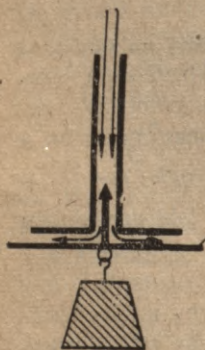
6-9. zīm.

kur $\bar{v} = v_2 - v_1$ ir vidējais gaisa aptecēšanas ātrums un d — spārna šķērsriezuma perimetrs. Līdzīga rakstura parādība ir zem slīpas gaisa plūsmas notūrīgi stāvoša galda tenisa bumbiņa (6-10. zīm.).

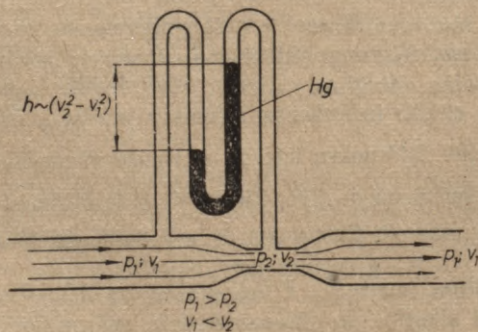
3. Zemes aerācija. Mainoties vēja ātrumam, mainās arī kustīgā virszemes gaisa un miera stāvoklī esošā augsnes gaisa spiedienu starpība, kas savukārt rada mainīgu gaisa plūsmu no augsnes uz gaisu un atpakaļ. Rezultātā no augsnes tiek nosūkts izlietotais gaisa un tai pievadīts svaigs gaiss.



6-10. zīm.



6-11. zīm.



6-12. zīm.

4. Interesanta parādība ir t. s. hidrodinamiskais paradokss. Pret ripu r ar 70 cm diametru (6-11. zīm.) tiek vērsta spēcīga gaisa strūkļa. Tā nespiež ripu uz leju, bet velk uz augšu ar spēku, kas var noturēt pat vidēji smāgu cilvēku. Līdzīgi smidzinātājā paceļas šķidrums, Bunzena deglī ieplūst gaiss, savstarpēji pievelkas blakus braucoši kuģi utt.

5. Lai izmēritu lielu ūdens plūsmu caurteci, lidmašīnu ātrumus un citus lielumus, lieto t. s. Venturi cauruli (6-12. zīm.). Tā ir caurule ar sašaurinājumu, manometru un skalu, kas tieši rāda plūsmas ātrumu v_1 .

5. Š. VISKOZU ŠĶIDRUMU UN GĀZU BEZVIRPUĻAINA PĻUSMA

1. Reālos šķidrumos un gāzēs starp kustīgām daļiņām darbojas *iekšējie* berzes spēki. Tādus šķidrumus sauc par viskoziem. Jāpiezīmē, ka bez iekšējās berzes spēkiem darbojas arī spēki starp šķidruma vai gāzes daļiņām un trauka sienu; tie ir *ārējie* berzes spēki. Ja šķidrums trauka sienu slapina, tad tai pielīp plāna šķidruma kārtiņa. Tādā gadījumā uz kustošām šķidruma daļiņām darbojas tikai iekšējie berzes spēki. Ja ķermenis kustas gāzē, tad ķermeņa virsmai piesaistās plāna gāzes kārtiņa.

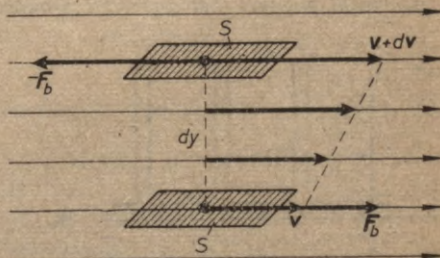
Iekšējo berzes spēku F_b šķidrumos (gāzēs) var aprēķināt šādi. Nemsim divus paralēli plūstošus horizontālus šķidruma slāņus (6-13. zīm.). Attālums starp tiem ir dy , bet ātrumu starpība dv . Uz apakšējā — lēnākā slāņa laukumu S no visa augšējā — ātrākā slāņa puses darbojas berzes spēks F_b , kas apakšējā slāņa kustību cenšas paātrināt. Pēc Ņūtona trešā likuma uz augšējā slāņa laukumu S no apakšējā slāņa puses darbojas tikpat liels, bet pretēji vērsts spēks $-F_b$, kas cenšas augšējā slāņa kustību palēnināt. Novērojumi rāda, ka *iekšējās berzes spēks F_b ir tieši proporcionāls slāņu kustības ātrumu starpībai dv un slāņu laukumam S , bet apgriezti proporcionāls slāņu attālumam dy :*

$$F_b = \eta \frac{dv}{dy} S. \quad (6-15)$$

Gadījumā, ja v atkarībā no y mainās vienmērīgi, tad izteiksmi (6-15) var rakstīt šādi: $F_b = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y} S$. Tas ir **Ņūtona iekšējās berzes likums**. Šeit η ir iekšējās berzes jeb viskozitātes koeficients, bet $\frac{dv}{dy}$ — ātruma gradients, t. i., ātruma kritums uz slāņu attāluma vienību. No izteiksmes (6-15) viskozitātes koeficients

$$\eta = \frac{F_b}{\left(\frac{dv}{dy}\right) S} \quad (6-16)$$

Redzam, ka viskozitātes koeficients ir skaitliski vienāds ar iekšējās berzes spēku F_b , kas darbojas uz $S = 1 \text{ m}^2$



6-13. zīm.

lielu šķidrums slāni, ja ātruma gradients $\frac{dv}{dy} = 1 \text{ s}^{-1}$. Koeficienta η mērvienība SI sistēmā ir $\text{Pa} \cdot \text{s}$. η ir $1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, ja $S = 1 \text{ m}^2$, $\frac{dv}{dy} = 1 \text{ s}^{-1}$ un $F_b = 1 \text{ N}$.

Viskozitātes koeficients η ir atkarīgs no šķidrums temperatūras. Temperatūrai paaugstinoties, šķidrums koeficienta η skaitliskā vērtība samazinās, bet gāzēm — palielinās. Ūdenim $0 \text{ }^\circ\text{C}$ temperatūrā $\eta = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, bet $100 \text{ }^\circ\text{C}$ temperatūrā $\eta = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

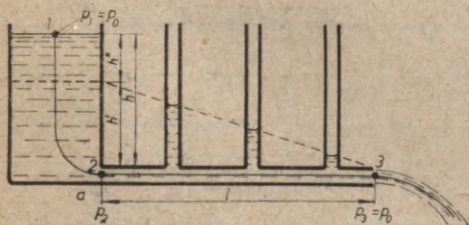
Aparātus, ar kuriem mēra šķidrums viskozitātes koeficientus, sauc par viskozimetriem. Pazīstamākie ir *Ostvalda* un *Englera viskozimetri*.

2. Viskoza šķidrums (gāzes) bezvirpuļaina plūsma pa cauruli. a. Viskozam šķidrums plūstot pa cauruli, uz to darbojas iekšējās berzes spēks F_b , kura pārvarēšanai ir jāpatērē kāda spiediena starpība. Ja caurule ir pietiekami gara, tad spiediena kritums tajā un arī šķidrums plūsma ātrums samazinās un ir liels. To var novērot pēc šķidrums līmeņa pakāpeniskas samazināšanās plūsma virzienā horizontālai caurulei pievienotās tievās vertikālās caurulītēs (6-14. zīm.). Augstums h' , kurā šķidrums trauku krusto caurulīšu līmeņus un caurules galu savienojosa taisne, parāda, kāds spiediena kritums ir jāpatērē iekšējā berzes spēka pārvarēšanai. Atlikušais augstums h'' rāda, kāds spiediena kritums atliek šķidrums izteces ātrumam $v = \sqrt{2gh''}$. Ja šķidrums berze liels vai caurule ļoti gara, $h' \approx h$ un $v \approx 0$. Turpretim, ja berze ļoti maza, tad šķidrums caurulītēs nepaceļas, t. i., $h'' \approx h$.

b. Šķidrums ātrums v pa caurules šķērsgriezumu ir mainīgs (pie sienām $v = 0$, bet centrā vislielākais). Ja šķidrums vidējais ātrums ir \bar{v} un caurules šķērsgriezums S , tad 1 sekundē no tās gala iztekošā šķidrums daudzums jeb izteces intensitāte $I = S\bar{v}$. Tā ir atkarīga no spiediena krituma Δp , no caurules rādiusa r , garuma l un, protams, arī no šķidrums viskozitātes η . Aprēķini dod, ka

$$I = \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \eta l} \quad (6-17)$$

t. i., ka bezvirpuļainā viskoza šķidrums plūsmā pa cilindrisku cauruli caurteces intensitāte I ir tieši proporcionāla spiedienu starpībai $\Delta p = p_1 - p_2$ un caurules rādiusa r ceturtajai pakāpei, bet apgriezti proporcionāla šķidrums



6-14. zīm.



6-15. zīm.

viskozitātes koeficientam η un caurules garumam l . Tas ir Hāgena—Puazeija likums. Hāgena—Puazeija likumu izmanto ūdens un citu šķidrumu caurteces intensitātes aprēķināšanai, šķidrums berzes koeficienta η noteikšanai u. c.

3. Stoksa likums izsaka berzes pretestības spēku R , kas darbojas uz vienmērīgi ar ātrumu v kustošu lodī šķidrumā vai gāzē (6-15. zīm.). Šķidrums aptekot lodī no punkta A (kur šķidrums ātrums vienāds ar nulli) līdz punktam B (kur ātrums ir $3v/2$), pēc izteiksmes (6-15), ja tajā ievieto $\Delta y = r$ (lodes rādiuss), $\Delta v = 3v/2$ un aptekošās virsmas laukumu $S = 4\pi r^2$, pretestības spēks

$$R = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y} S = \eta \frac{3}{2} \frac{v}{r} \cdot 4\pi r^2 = 6\pi \eta v r. \quad (6-18)$$

Lodes bezvirpuļainas apteices gadījumā spēks R ir tieši proporcionāls viskozitātes koeficientam η , lodes ātrumam v un lodes rādiusam r . Pretestības spēka R proporcionalitāte viskozitātes koeficientam η un šķidrums ātrumam v izskaidrojama ar to, ka lodei aplīp nekustīga šķidrums kārtiņa. Tātad viss pretestības spēks R rodas tikai no viskozitātes koeficientam η un ātrumam v proporcionālās iekšējās berzes. Tā, piemēram, maisot ūdeni un šķidru medu, lielāka pretestība ir medum, jo tam ir lielāks viskozitātes koeficients.

Saskaņā ar Stoksa likumu nēris sīku daļiņu krišana šķidrumā, lietus pilienu un putekļu krišana gaisā, uzlādētu sīku daļiņu pārvietošanās elektriskajā laukā utt. Šajos gadījumos daļiņu krišanas kustība sākumā ir paātrināta, bet pēc tam, kad berzes pretestības spēks R , krišanas ātrumam pieaugot, kļūst vienāds ar aktīvo spēku, piemēram, smagumspeku P , tā kļūst vienmērīga. Ja krītošās lodveida daļiņas masa ir m_1 , blīvums ρ_1 , tilpums V , vides blīvums ρ_2 un vides masa daļiņas tilpumā m_2 , tad smagumspeks

$$P = (m_1 - m_2) g = V(\rho_1 - \rho_2) g = \frac{4\pi r^3}{3} (\rho_1 - \rho_2) g. \quad (6-19)$$

Konstanto lodes krišanas ātrumu v tad var aprēķināt no sakarības $P = R$, t. i., no sakarības $\frac{4\pi r^3}{3} (\rho_1 - \rho_2) g = 6\pi \eta v r$, kas dod izteiksmi

$$v = \frac{2(\rho_1 - \rho_2) g r^2}{9\eta}. \quad (6-20)$$

Piemērs. Smilšu graudiņa rādiuss $r = 1 \mu\text{m}$. Aprēķināt tā krišanas ātrumu ūdenī, ja 20°C temperatūrā $\eta = 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\rho_1 = 2,65 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ un $\rho_2 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

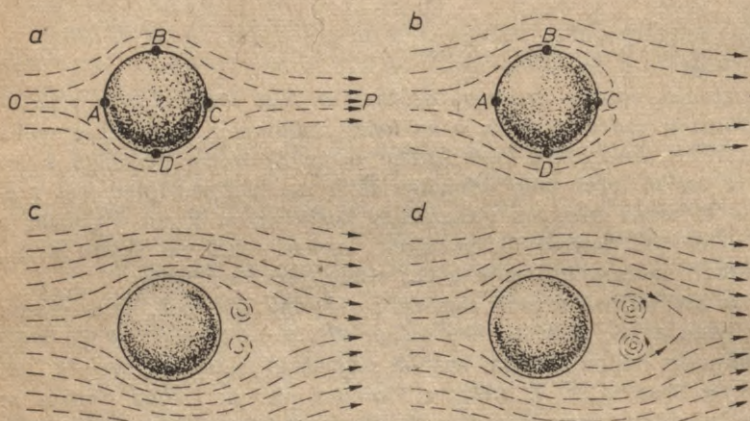
Pēc izteiksmes (6-20)

$$v = \frac{2 \cdot 1,65 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (10^{-6})^2 \text{ m}^2}{9 \cdot 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}} = 0,36 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6. §. VISKOZA ŠĶIDRUMA VAI GĀZES VIRPUĻAINA APTECE

Ja šķidrums plūsmas ātrums ir lielāks par noteiktu kritisko vērtību, tad šķidrums, aptekot mierā stāvošu ķermeni, izveido virpuļus. Tas pats notiek, ja ķermenis ar lielāku ātrumu kustas miera stāvoklī esošā šķidrumā. Vispirms aplūkosim virpuļu rašanās mehānismu.

1. **Virpuļu rašanās.** *Ideāls šķidrums*, plūstot no punkta O (6-16. zīm. *a*) uz lodes punktu A , kustas pretim spiediena kritumam, zaudē savu kinētisko enerģiju, samazina ātrumu v līdz nullei un iegūst spiediena enerģiju. Pēc tam šķidrums paātrināti plūst uz punktiem B un D , kuros tam pēc Bernulli likuma spiediens ir mazs, bet ātrums un kinētiskā enerģija lieli. Ideālam šķidrumam virzoties tālāk no punktiem B un D uz punktu C , šķidrums plūst pretim spiediena kritumam, tāpēc tas savu iegūto kinētisko enerģiju un ātrumu atkal zaudē. Pēc tam, plūstot spiediena krituma virzienā no punkta C uz punktu P ,



6-16. zīm.

šķidrums atkal iegūst savu iepriekšējo ātrumu. Tā ideāls, lamināri plūstošs šķidrums aptiek lodi bez pretestības, t. i., bez kinētiskās un spiediena enerģijas zaudējuma (*Eilera paradokss*).

Turpretim *viskozs šķidrums*, plūstot no punktiem B un D , zaudē kinētisko enerģiju un ātrumu arī berzes dēļ. Tā kā spiediena kritums vērstas no punkta C uz punktiem B un D , tad šķidrums, nesasniedzot punktu C , tiek atgriezts atpakaļ (6-16. zīm. *b*) un rodas šķidrumsa topošā virpuļa centrs. Nākošām šķidrumsa daļiņām jāaptek ne vien lode, bet arī virpuļa centrs, tātad virpulis var augt (6-16. zīm. *c*). Virpulim sasniedzot zināmu lielumu, tam garām plūstošā šķidrumsa berzes spēki atrauj virpuli no lodes (6-16. zīm. *d*). Pēc tam sāk attīstīties jauns virpulis. Tādā veidā aiz lodes izveidojas regulāri novietotu virpuļu virkne jeb t. s. virpuļu gatve.

Tāpat virpuļi izveidojas aiz gaisā kustošas lidmašīnas, automašīnas, raķetes u. c. Virpuļu izveidošanās ir sevišķi spēcīga, ja ķermenim ir liels paātrinājums, kas parasti ir, ķermenim sākot vai beidzot kustību. Tas novērojams, piemēram, lidmašīnai startējot. *Starta virpuļa* lielums nosaka lidmašīnas cēlējspēku. Virpuļi daudzreiz ir ļoti gari — *pavedienveida*, piemēram, ūdens stabi jūrās un smilšu stabi tuksnešos. Divi vienādi, blakus esoši, taisni, paralēli virpuļu pavedieni ar pretējām rotācijām nestāv uz vietas, bet pārvietojas taisnvirziena kustībā. Pie tam abu virpuļu kopējais un perpendikulāri virpuļu pavedienu plaknei vērstais translācijas ātrums ir proporcionāls virpuļu griešanās ātrumam. Dažreiz pavedienveida virpuļi veido noslēgtus virpuļu gredzenus.

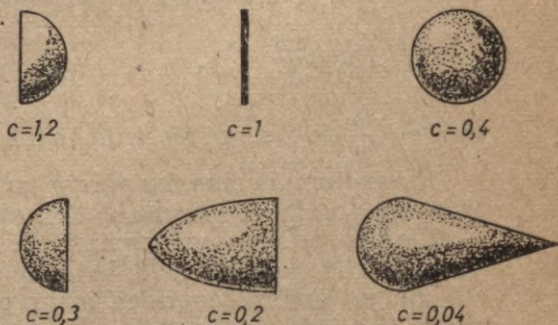
2. Viskoza šķidrums vai gāzes virpuļainas apteces pretestības spēks uz ķermeni. a. Iepriekš jau atzīmējām, ka, šķidrums plūsmas ātrumam sasniedzot noteiktu kritiskā ātruma vērtību, šķidrums aptece kļūst virpuļaina. Pie šī kritiskā ātruma, kas ūdenim aptuveni ir 0,2 m/s, gaisam 3 m/s, pēkšņi izmainās arī šķidrums pretestības spēka raksturs — tas kļūst atkarīgs no šķidrums blīvuma ρ un atkarībā no ātruma sāk mainīties kvadrātiski. Pretestības spēka atkarība no viskozitātes kļūst netieša. Virpuļaini aptekošā šķidrums pretestības spēks R skaitliski ir vienāds ar enerģiju E_k , kas jāpatērē uz vienu ceļa garuma s vienību, lai šķidrums virpuļainā kustībā aizpildītu aiz kustošā ķermeņa radušos tukšumu. Ja ķermeņa noietais ceļš ir s , kustības ātrums v , virpuļainā šķidrums 1 m^3 kinētiskā enerģija $\rho \frac{v^2}{2}$ un aizpildāmais tilpums $V = cSs$, tad ceļā s patērētā enerģija $E_k = \frac{\rho v^2}{2} V$ un pretestības spēks

$$R = \frac{E_k}{s} = c \frac{\rho v^2}{2} S, \quad (6-21)$$

kur c — empīriskā konstante — pretestības koeficients; S — ķermeņa lielākais šķērsriezums ķermeņa kustībai perpendikulārā virzienā; cS — t. s. ķermeņa efektīvais šķērsriezums.

Ja vides iekšējās berzes pretestība ir maza, ķermeņu ātrums salīdzinājumā ar skaņas ātrumu mazs un ķermeņiem ir vienāds lielākais šķērsriezums S , bet dažāda forma, tad to pretestības koeficienti ir dažādi.

No 6-17. zīmējumā attēlotajiem piemēriem redzams, ka koeficients c un līdz ar to pretestības spēks R un ķermeņa pārvietošanā padarītais darbs galvenokārt ir atkarīgs no ķermeņa *aizmu-gures*, bet ne no priekšējās daļas formas. Tas ir tāpēc, ka pretestības cēlonis ir ķermeņa radītie virpuļi, kas veidojas aiz ķermeņa. Jo vairāk pēc plūsmas līniju (plūdlīniju) formas ir veidota ķermeņa «aste», jo šaurāka aiz tā ir «virpuļu gatve», mazāks virpuļaini aizpildāmais tukšums aiz ķermeņa, mazāka «virpuļu gatves» kinētiskā enerģija, mazāks pretestības spēku darbs un līdz ar to mazāks ir arī pretestības spēks R . Dabā



6-17. zīm.

plūdlīniju forma ir zivīm, putniem. Tehnikā ar šādu formu būvē automašīnas, lidmašīnas, vilcienus, raķetes utt.

Jāpiezīmē, ka vispār bez aplūkotā no ātruma kvadrātiski atkarīgā virpuļu radītā pretestības spēka darbojas arī 6. nodaļas 5. § aplūkotais ātrumam v proporcionālais pretestības spēks, kuru nosaka šķidruma viskozitāte η . Virpuļainas apteces gadījumā šķidrums pretestības spēks uz ķermeni ir lielāks nekā bezvirpuļainā aptecē. Tāpēc, piemēram, šķidrums plūsmai caurulē pārejot no bezvirpuļaina režīma uz virpuļainu režīmu, caurtece stipri samazinās.

b. Ja ķermenis kustas vakuumā ar nemainīgu ātrumu taisnā virzienā, tad kospēks uz to ir nulle, darbu ķermenis nedara un tam arī nav jaudas. Ja šādu kustību apskatām vidē ar berzi (pretestību), tad ķermenim pieliktais aktīvais dzinējspēks līdzsvaro berzes pretestības spēku. Aktīvā dzinējspēka darbs vai ar to vienāda berzes pretestības spēka darbs parāda to dzinēja enerģiju, kas pārvēršas vides siltuma enerģijā. Šī pāreja norisinās tieši, ja darbojas ātrumam tieši proporcionālais iekšējās berzes (viskozitātes) spēks, vai netieši, vispirms rodies virpuļu kinētiskajai enerģijai, ja darbojas no ātruma kvadrātiski atkarīgais pretestības spēks. Darbs, ko pēdējā gadījumā ceļā s padara ķermeņa dzinējs, ir

$$A = R_s = \frac{cQv^2}{2} S_s = \frac{Qv^2}{2} V. \quad (6-22)$$

c. Ķermeņa kustības jauda N šķidrums virpuļainas apteces gadījumā

$$N = Rv = c \frac{Qv^3}{2} S. \quad (6-23)$$

3. **Reinoldsa skaitlis.** Tagad varam precīzāk raksturot pārejas sākumu no šķidrums bezvirpuļainas plūsmas uz virpuļaino plūsmu. To nosaka 1) plūsmā esošā ķermeņa izmērs l (caurules vai lodes diametrs, ķermeņa garums vai platums utt.), 2) šķidrums ātrums v , 3) šķidrums blīvums ρ un 4) šķidrums viskozitātes koeficients η . No šiem četriem lielumiem var izveidot *bezdimensionālu lielumu* jeb t. s. *Reinoldsa skaitli*

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} = \frac{v l}{\nu}. \quad (6-24)$$

Šeit $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ ir t. s. kinemātiskā viskozitāte.

Novērojumi liecina, ka pāreja no bezvirpuļainas šķidrums plūsmas uz virpuļainu plūsmu notiek pie zināmas *kritiskas* Reinoldsa skaitļa Re vērtības vai zināmā Re intervālā. Ūdenim caurulē tā parasti ir $Re = 1200 \div 2000$, bet, rūpīgi nogludinot caurules iekšējo virsmu un uzturot caurulei ūdens pieplūdi ļoti stacionāru, ir pānākts, ka ūdens virpuļainā kustība sākas tikai tad, kad $Re = 500\,000$ un vairāk.

Reinoldsa skaitli Re reizinot un dalot ar ātrumu v un ķermeņa kādu citu izmēru d (tādu, lai $dl=S$), dabūjam, ka $Re = \frac{\rho v l \cdot v d}{\eta \cdot v d} = \frac{\rho v^2 S}{\eta \left(\frac{v}{l}\right) S}$. No šīs izteiksmes redzam, ka Reinoldsa skaitli fizikāli

izsaka inerciālā virpuļu veidošanas spēka $\rho v^2 S$ un viskozās pretestības spēka $\eta \frac{v}{l} S$ attiecība. Inerciālajiem spēkiem augot proporcionāli v^2 un viskozās berzes spēkiem — proporcionāli v un saņiedzot kādu šo abu spēku attiecības vērtību, sākas strauja un pakāpeniska bezvirpuļainas plūsmas pāreja virpuļainā plūsmā.

Reinoldsa skaitlim ir liela nozīme lidmašīnu un kuģu modeļu pārbaudē aerodinamiskajās caurulēs un hidrodinamiskajos kanālos. Ja būvējamai lidmašīnai un tās modelim Reinoldsa skaitlis ir vienāds, tad gaisa apteces abos gadījumos ir līdzīgas. No modeļa apteces, slodzes, pretestības un citu lielumu mērījumiem minētajās ierīcēs var noteikt attiecīgos lielumus arī būvējamai lidmašīnai vai kuģim.

MOLEKULĀRĀ FIZIKA UN TERMODINAMIKA

7. NODAĻA

IDEĀLAS GĀZES

1. §. ATOMI. MOLEKULAS

Pašreiz ir zināmi 105 ķīmiskie elementi, tāpat zināms, ka tie sastāv no atomiem. Atomi savukārt saistoties veido molekulas.

1. Atoma un molekulas masu parasti mēra **atoma masas vienībās** (u). Šī jaunā masas vienība u (no vārda *unit*) ir $1/12$ no oglekļa izotopa C^{12} atoma masas. $1 u = m_{C^{12}} / 12 = 1,660345 \cdot 10^{-27}$ kg.

Par vienkāršas vielas *relatīvo atommasu* A sauc elementa atoma masas attiecību pret $1/12$ no oglekļa C^{12} atoma masas. Saskaņā ar šo definīciju ūdeņradim relatīvā atommasa $A = 1,008$, slāpeklim — $A = 14,008$, dzelzij — $A = 55,84$ utt.

Saliktas vielas relatīvā molekulmasa M' ir dotās molekulas masas attiecība pret $1/12$ no C^{12} atoma masas. Tā, piemēram, ūdenim (H_2O) $M' = 18,016$, molekulāram slāpeklim (N_2) — $M' = 28,016$ utt. Kā tas izriet no šīm definīcijām relatīvā atommasa A , tāpat kā relatīvā molekulmasa M' , ir *relatīvi* lielumi, t. i., nenosaukti skaitļi.

2. **Kilomols.** Ķīmijā un fizikā par vielas daudzuma mērvienību bieži lieto *kilomolu* (kmol) — saliktām vielām un *kiloatomu* (k-atoms) — vienkāršām vielām. Tas ir tāds vielas daudzums, kura kilogramu skaits vienāds ar tās relatīvo molekulmasu M' vai relatīvo atommasu A . $1/1000$ kilomola sauc par *molu*. Šīs trīs vienības ir bezdimensionālas, kaut arī tās izsaka vielas daudzumu. *Kilomolam vai kiloatomam atbilstošo vielas masu saucim par kilogrammolu vai kilogramatomu* un kopēji apzīmēsim ar μ [kg/kmol]. $1/1000$ kilogrammola ir *grammols*.

Tā, piemēram, gaisam — $\mu = 29$ kg/kmol, H_2 — $\mu = 2,016$ kg/kmol, N_2 — $\mu = 28,016$ kg/kmol, O_2 — $\mu = 32$ kg/kmol, Fe — $\mu = 55,85$ kg/kmol.

Vielas daudzumu kilomolos izsaka šādi:

$$v = \frac{M}{\mu} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg/kmol}} \right] = \frac{M}{\mu} \text{ [kmol]}, \quad (7-1)$$

kur M — vielas masa.

3. Kilomols kā vielas daudzuma mērs ir ērts tāpēc, ka tas vienmēr satur vienu un to pašu molekulu skaitu, kuru sauc par **Avogadro skaitli**:

$$N_{\mu} = 6,02220 \cdot 10^{26} \frac{\text{molekulas}}{\text{kmol}}$$

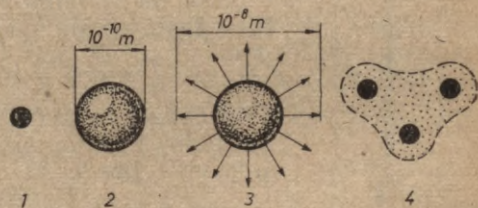
Arī salīdzinot dažādu vielu īpašības, pareizāk ir ņemt vielas ar vienādu molekulu skaitu, nevis ar vienādām masām. Tā, piemēram, dažādām vienkāršām vielām, kuru masas ir 1 kg, ipatnējās siltumietilpības augstā temperatūrā ir dažādas, bet šo pašu vielu kiloatomiem tās ir vienādas. Ja 1 kilogrammola masa ir μ un tajā ir N_{μ} molekulas, tad 1 molekulas masa $m = \mu/N_{\mu}$. Apzīmējot 1 kilomola tilpumu ar V_{μ} , molekulu skaits tilpuma vienībā ir

$$n = N_{\mu}/V_{\mu} = \mu/(V_{\mu} \cdot m) = \rho/m, \quad (7-2)$$

kur ρ — blīvums. Ja ir dota vielas masa M , tad molekulu skaits tajā ir

$$N = M/m = \nu \mu/m = \nu N_{\mu}$$

4. Molekulu uzbūvi aplūkosim 36. nodaļā. Tomēr, lai no vielas molekulārās uzbūves viedokļa varētu izskaidrot vielu mehāniskās un termiskās īpašības, priekšstats par molekulām ir vajadzīgs jau tagad. Šajā daļā lietosim šādus atoma un molekulas modeļus: 1) *materiāls punkts*, 2) *elastīgā lodīte* ar diametru d bez spēka lauka, 3) *elastīga lodīte ar spēka lauku*, 4) *molekulas atomārā struktūra*. 7-1. zīmējumā parādīti minētie modeļi H_2O molekulai. Molekulu skaits ķermeņos ir liels, piemēram, 1 m^3 gaisa parastos apstākļos ir $2,7 \cdot 10^{25}$ molekulas, bet 1 m^3 vārāmās sāls satur $2,2 \cdot 10^{28}$ hlora un nātrija atomus. Parasti gāzēs molekulas novietojas tālu viena no otras, piemēram, gaisā normālos apstākļos molekulas atrodas ≈ 10 molekulas diametru attālumā, turpretim šķīdumos un cietās vielās tās atrodas cieši kopā.



7-1. zīm.

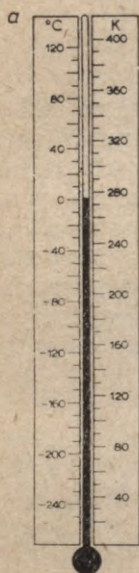
2. §. TEMPERATŪRA UN TĀS MĒRĪŠANA

1. Raksturīgākais siltuma parādību lielums ir *temperatūra* T . Temperatūru raksturo ķermeņa molekulu haotiskās termiskās kustības enerģija. Ķermeņa temperatūru T nosaka siltuma daudzums Q , kas pievadīts ķermenim no molekulu haotiskās termiskās kustības sākšanās momenta, kad $T=0$, pieņemot, ka viss pievadītais siltuma daudzums Q ir pārvērsts ķermeņa molekulu termiskās kustības enerģijā. Tomēr tiešā proporcionalitāte starp ķermenim

pievadīto siltumu Q un temperatūru T pastāv tikai ideālām gāzēm. Vispār ķermenim pievadītā siltuma daudzuma Q un temperatūras T sakarība ir sarežģītāka, piemēram, cietām vielām zemā temperatūrā parasti $Q \sim T^4$.

2. Ķermeņu temperatūru un ķermeņu temperatūras starpību mēra kelvinos (K)* un Celsija grādos ($^{\circ}\text{C}$). Kelvīnu definē ar absolūto termodinamisko skalu un Celsija grādu ar starptautisko simtgrādu skalu. Termodinamiskās skalas temperatūru apzīmē ar T un starptautiskās simtgrādu skalas temperatūru apzīmē ar t .

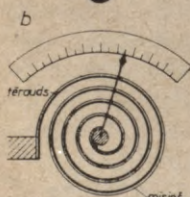
Absolūtajai termodinamiskajai skalai ir tikai viens patvaļīgi pieņemts punkts — ūdens trīskāršais punkts (13. nod. 4. §), kura temperatūra ir pieņemta par $+273,16$ K (precīzi). Šīs skalas temperatūras mērvienība — kelvins tāpat ir $\frac{1}{273,16}$ no temperatūras starpības starp absolūtās temperatūras nullpunktu un ūdens trīskāršo punktu.



Starptautisko simtgrādu temperatūras skalu definē ar 6 pieņemtiem punktiem — skābekļa, ūdens un sēra vārišanās punktiem, ledus kušanas punktu, kas ir par $0,0100$ K zemāks nekā trīskāršais punkts, sudraba un zelta sacietēšanas punktiem. Visus šos punktus, izņemot ūdens trīskāršo punktu, definē pie 1 atm liela spiediena. Celsija grāds ($^{\circ}\text{C}$) ir $\frac{1}{100}$ no temperatūras starpības starp ledus kušanas un ūdens vārišanās punktiem pie 1 atm spiediena. Praktiski abu skalu temperatūras grāda lielums ir vienāds, bet skaitliski temperatūras atšķiras par $273,15$ (7-2. zīm. a). Tātad starp Celsija un Kelvīna skalās nolasītajām temperatūrām pastāv šāda sakarība:

$$T = t + 273,15 \text{ [K]}.$$

Pēc abām temperatūras skalām parastos apstākļos ledus kušanas un ūdens vārišanās punktu starpība ir ≈ 100 K.



Agrāk lietoja arī Reomīra un Fārenheita skalu un grādus. Reomīra grāds ir $\frac{1}{80}$ un Fārenheita grāds $\frac{1}{180}$ no temperatūras starpības 100 K. Pēc Reomīra skalas ledus kūst 0 $^{\circ}\text{R}$ temperatūrā, bet pēc Fārenheita skalas $+32$ $^{\circ}\text{F}$ temperatūrā, un ūdens vārišanās punkts attiecīgi ir 80 $^{\circ}\text{R}$ un 212 $^{\circ}\text{F}$.

3. Ne visai augstas temperatūras mērīšanai izmanto dzīvsudraba vai krāsota spirta izple-

7-2. zīm.

* Saskaņā ar XIII ģenerālās mēru un svaru konferences lēmumu un fizikālo lielumu mērvienību valsts standarta projektu nosaukums «kelvins» un apzīmējums K lietots agrākā nosaukuma «Kelvīna grāds» un apzīmējuma « $^{\circ}\text{K}$ » vietā.

šanos. No stikla pagatavotus *dzīvsudraba termometrus* lieto temperatūras mērīšanai no $-38,87\text{ }^{\circ}\text{C}$ (dzīvsudraba sasalšanas temperatūra) līdz $650\text{ }^{\circ}\text{C}$, bet no kvarca pagatavotus termometrus — līdz $800\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tā kā dzīvsudrabs $357\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūrā vārās un tādēļ termometrs var saplīst, tad dzīvsudraba vārīšanos aizkavē ar palielinātu spiedienu, virs dzīvsudraba kapilārā iepildot slāpekli. Zemu temperatūru (līdz šķidra gaisa vārīšanās temperatūrai — $190\text{ }^{\circ}\text{C}$) mērīšanai kapilārus pilda ar *pentānu*.

Ne visai augstas temperatūras ļoti precīzi var mērīt ar *termistoriem* (37. nod. 4. §). Termistori ir pusvadītājas vielas, kurām, mainoties temperatūrai, strauji mainās elektriskā pretestība. Tāpēc izmērītās temperatūras ir ļoti precīzas ($\pm 0,0001\text{ K}$).

Sevišķi augstas temperatūras (līdz 2800 K) mērīšanai lieto *termoelementus* (16. nod. 5. §) un *elektriskās pretestības termometrus* (tajos temperatūras maiņu mēra ar tās izraisīto elektriskās strāvas pretestības maiņu). Šāda veida termometri parasti ievietoti garās caurulēs, kuras ieliek krāsnīs, ierok zemē u. c. Tie ir ērti tajā ziņā, ka mēraparātu, uz kura skalas nolasa temperatūru, var novietot tālu no temperatūras mērīšanas vietas. Minētos termometrus graduē ar gāzes (parasti ar ūdeņraža) termometriem.

Ķermeņa temperatūru (virs $500\text{ }^{\circ}\text{C}$) var noteikt arī pēc tā izstarotās gaismas, izmantojot *pirometru* (sk. 32. nod. 4. §).

Metāla termometra galvenā sastāvdaļa ir taisna vai spirālē savērpā divu metālu (*bimetāla*) sloksnīte. Tā kā abiem metāliem ir dažādi termiskās izplešanās koeficienti (7-2. zīm. b), tad sloksnīte, temperatūrai mainoties, liecas un virza rādītāju pa termometra skalu.

Termogrāfos — temperatūras pašrakstītājos parasti temperatūru mēra ar Burdona caurules liekšanās. Temperatūras maiņas likni uz rotējoša cilindra virsmas, kuru griež pulksteņa mehānisms, zīmē pie Burdona caurules viena gala piestiprinātais rādītājs.

Temperatūras kontrolei (no $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ līdz $700\text{ }^{\circ}\text{C}$ ar 5% kļūdu) dzinējos, katlos, caurulēs un citur lieto arī speciālas *krāsvielas*, kuras zināmā temperatūrā maina krāsu. Tā, piemēram, dzeltenais sudraba-dzīvsudraba jodīts $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūrā kļūst oranžsarkans. Ir tādas krāsvielas, kas, temperatūrai ceļoties un kritoties, maina krāsu turp un atpakaļ, bet ir arī tādas krāsvielas, piemēram, Cu, Cr, Ni un citu metālu sāļi, kas zināmā temperatūrā maina savu krāsu un patur to arī pēc atdzišanas.

Augstas temperatūras aptuvenai noteikšanai lieto arī no dažādām cietām vielām pagatavotus konusus (t. s. *temperatūras konusus*), kuru virsotnes, kad konusi noteiktā temperatūrā sāk kust, liecas.

Maksimālie un *minimālie termometri* ir U veida kapilāri, kas pildīti ar dzīvsudrabu, virs kura atrodas spirts. Ja temperatūra

mainās, tad abi dzīvsudraba līmeņi pārvieto uz vienu pusi ar dzelzs stieplīti aptītus stikla stabiņus. Temperatūrai mainoties pretējā virzienā, stabiņi paliek uz vietas. Medicīniskā termometra kapilāram pie dzīvsudraba rezervuāra ir sašaurinājums, pie kura, temperatūrai kritoties, dzīvsudraba stabiņš pārtrūkst. Tāpēc šāds termometrs rāda maksimālo temperatūru.

Kā jau norādījām 2. nod. 2. §, siltuma parādību mērījumos SI mērvienību sistēma ir *MKSK mērvienību sistēma* (sk. I. pielikumu), kurā ir četras pamatvienības: m, kg, s un K. Tās raksturīgākā īpatnība ir tā, ka siltuma daudzumu mēra nevis kalorijās (cal), bet džoulos (J): $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$.

3. §. IDEĀLAS GĀZES PAMATLIKUMI

Gāze ir *ideāla*, ja tās molekulām nav tilpuma un nav savstarpējas mijiedarbības. Tā kā daudzu gāzu (gaiss, ūdeņradis, cēlgāzes) molekulārā pievilkšanās ir vāja un molekulas ieņem nelielu tilpumu, piemēram, gaisa molekulas 20°C temperatūrā pie 1 atm spiediena ieņem apmēram 0,001 no gaisa tilpuma, tad tās var uzskatīt par ideālām gāzēm. Eksperimentos ar ideālām gāzēm ir atklāts ideālās gāzes stāvokļa vienādojums, kas saista *četrus* ideālās gāzes termiskā stāvokļa lielumus — pamatparametrus: *spiedienu* (p), *tilpumu* (V), *temperatūru* (t vai T) un *vielas masu* (M). Gadījumā, ja ideālās gāzes masa M ir konstanta, tad gāzes stāvokļa vienādojums saista trīs lielumus (p , V un t vai T), bet gadījumā, ja vēl vienu no šiem trim lielumiem notur konstantu, tad dabū trīs īpašus ideālās gāzes likumus, kuri saista tikai divus gāzes stāvokli raksturojošus lielumus.

Kaut kādu gāzes stāvokli bieži salīdzina ar tās stāvokli normālos apstākļos, t. i., ar tās stāvokli 0°C temperatūrā un pie 1 atm spiediena. Normālos apstākļos ideālās gāzes 1 kilomola tilpums ir $22,415 \text{ m}^3$.

1. **Gei-Lisaka pirmais likums** (1802. g.) izsaka ideālās gāzes tilpuma V maiņu $V - V_0$ atkarībā no temperatūras t , ja gāzes spiediens p paliek konstants. Šādu siltuma procesu sauc par *izobārisku*. Ja V_0 ir ķermeņa tilpums 0°C temperatūrā, bet V — tilpums $t^\circ\text{C}$ temperatūrā un ja $M = \text{const}$ un $p = \text{const}$, tad

$$V - V_0 = V_0 \alpha t, \quad (7-3)$$

t. i., ja spiediens konstants, *ideālās gāzes tilpuma starpība* $V - V_0$ ir tieši *proporcionāla ideālās gāzes temperatūrai* t . Izteiksmē (7-3) lielumu $\alpha = \frac{V - V_0}{V_0 t} = \text{const}$ sauc par ideālās gāzes termiskās izplešanās koeficientu. Tas izsaka, *par kādu daļu mainās gāzes tilpums, ja tās temperatūra mainās par $1^\circ\text{C} = 1 \text{ K}$* . Eksperimentos ir atrasts, ka $\alpha = \frac{1}{273,15 \text{ K}} = 0,003660 \text{ K}^{-1}$. Ja Gei-Lisaka

pirmā likuma izteiksmē (7-3) Celsija skalas temperatūru t aizvieto ar absolūto temperatūru T :

$$t = T - \frac{1}{\alpha} = T - T_0 = T - 273,15,$$

tad

$$V = V_0 \alpha t + V_0 = V_0 \alpha \left(T - \frac{1}{\alpha} \right) + V_0 = V_0 \alpha T. \quad (7-4)$$

Tātad Gei-Lisaka pirmo likumu var formulēt arī šādi: *pie konstanta spiediena ideālās gāzes tilpums V ir tieši proporcionāls absolūtajai temperatūrai T* (7-3. zīm.). Kā izriet no sakarības (7-4), ja $T=0$, tad arī ideālās gāzes tilpums ir vienāds ar nulli. Šāds gāzes stāvoklis tomēr nav iespējams, jo tā šajā temperatūrā atkāpjas no ideālo gāzu likumiem.

No sakarības (7-4) dabūjam, ka diviem ideālās gāzes stāvokļiem V_1 , T_1 un V_2 , T_2 , ja spiediens ir konstants,

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (7-5)$$

t. i., pie konstanta spiediena ideālās gāzes tilpumu attiecība ir vienāda ar absolūto temperatūru attiecību.

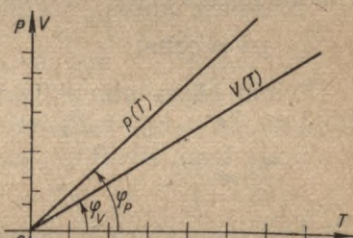
2. **Gei-Lisaka otrais likums** (1802. g; piezīmēsim, ka abus Gei-Lisaka likumus simt gadus agrāk bija atklājis Amontons) izsaka noteikta daudzuma ($M = \text{const}$) ideālās gāzes spiediena p maiņu $p - p_0$ pie konstanta tilpuma V , t. i., izohoriskā procesā, ja mainās tās temperatūra t :

$$p - p_0 = p_0 \beta t. \quad (7-6)$$

Nemainīgā tilpumā ideālās gāzes spiediena starpība $p - p_0$ ir tieši proporcionāla gāzes Celsija temperatūrai t . Seit p ir gāzes spiediens t °C temperatūrā, p_0 — gāzes spiediens 0 °C temperatūrā un β — ideālās gāzes spiediena termiskais koeficients. No izteiksmes (7-6) $\beta = \frac{p - p_0}{p_0 t}$. Tātad koeficients β ir relatīvā ideālās gāzes spiediena maiņa, ja gāzes temperatūra mainās par 1 °C = 1 K.

Eksperimentos ir atrasts, ka ideālai gāzei $\beta \approx \alpha = \frac{1}{273,15 \text{ K}} = 0,003660 \text{ K}^{-1}$. Gei-Lisaka otro likumu (7-6), aizvietojot Celsija temperatūru $t = T - \frac{1}{\beta}$ ar absolūto temperatūru T , var uzrakstīt arī šādi:

$$p = p_0 + p_0 \beta t = p_0 + p_0 \beta \left(T - \frac{1}{\beta} \right) = p_0 \beta T, \quad (7-7)$$



7-3. zīm.

t. i., *pie konstanta tilpuma ideālās gāzes spiediens ir tieši proporcionāls absolūtajai temperatūrai* (7-3. zīm.).

Diviem ideālās gāzes stāvokļiem p_1, T_1 un p_2, T_2 , ja $V = \text{const}$, no sakarības (7-7) dabūjam, ka

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (7-8)$$

t. i., *pie konstanta tilpuma ideālās gāzes spiedienu attiecība ir vienāda ar absolūto temperatūru attiecību.*

3. Boila—Mariota likums. Boils (1662. g.) un Mariots (1676. g.) konstatēja, ka nemainīga daudzuma ($M = \text{const}$) *ideālai gāzei izotermiskā procesā* (t vai $T = \text{const}$) *spiediena un tilpuma reizinājums ir konstants lielums:*

$$pV = \text{const}. \quad (7-9)$$

Diviem gāzes stāvokļiem p_1, V_1 un p_2, V_2 no sakarības (7-9) dabūjam, ka $p_1 V_1 = p_2 V_2$ jeb

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}, \quad (7-10)$$

t. i., *ja temperatūra ir nemainīga, tad ideālās gāzes spiedienu attiecība ir vienāda apgrieztai tilpumu attiecībai.*

4. Klapeirona (1834. g.)—Mendeļejeva (1874. g.) gāzes stāvokļa vienādojums izsaka sakarību starp noteikta daudzuma ($M = \text{const}$) ideālās gāzes tilpumu V , spiedienu p un temperatūru T jebkurā siltuma procesa stāvoklī. Izrisinot šo likumu, izmantosim likumsakarību, ka ideālo gāzi no normālā stāvokļa, kad $p_0 = 1 \text{ atm}$, $V_0, T_0 = 273,15 \text{ K}$, var novest jebkurā stāvoklī, kuru raksturo parametru vērtības p, V, T , divos īpašos procesos. Vispirms saskaņā ar Gei-Lisaka pirmo likumu, turot spiedienu p_0 konstantu, mainīsim ideālās gāzes tilpumu un temperatūru, kamēr tai būs temperatūra T . Tad ideālai gāzei būs tilpums $V' = V_0 \alpha T$, bet spiediena un tilpuma reizinājums $p_0 V' = p_0 V_0 \alpha T$. Pēc tam, turot temperatūru T konstantu, saskaņā ar Boila—Mariota likumu (7-9) mainīsim ideālās gāzes spiedienu un tilpumu, kamēr tie iegūs vērtības p un V . Tad $p_0 V' = pV = V_0 p_0 \alpha T$. Atceroties, ka $\alpha = 1/T_0$, no šīs sakarības iegūstam meklēto gāzes stāvokļa vienādojumu

$$pV = \frac{p_0 V_0}{T_0} T. \quad (7-11)$$

Tātad *jebkurā ideālās gāzes stāvoklī* (ja $M = \text{const}$) *spiediena un tilpuma reizinājums ir tieši proporcionāls absolūtajai temperatūrai.* Citādi sakot, visos ideālās gāzes stāvokļos attiecība $\frac{pV}{T}$ ir

viena un tā pati. Normālā stāvoklī šī attiecība ir $\frac{p_0 V_0}{T_0}$. Lielums

$\frac{p_0}{T_0}$ nav atkarīgs no vielas daudzuma. Ideālās gāzes daudzumam M , resp., ν tieši proporcionāls ir tās tilpums: $V_0 = \nu V_{\mu 0}$, kur ν — gāzes

daudzums kilomolos un $V_{\mu 0}$ — viena gāzes kilomola tilpums normālā stāvoklī, kurā temperatūra $T_0 = 273,15$ K un spiediens $p_0 = 1$ atm. Tāpēc izteiksmes (7-11) konstantais faktors $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{\nu p_0 V_{\mu 0}}{T_0} = \nu R$, kur $R = \frac{p_0 V_{\mu 0}}{T_0}$. Konstanti R sauc par **gāzu konstanti**, un tā ir *universāla*, jo visām gāzēm tai ir viena un tā pati vērtība. Tā kā normālos apstākļos ($T_0 = 273,15$ K, $p_0 = 1$ atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa) 1 kilomola gāzes tilpums $V_{\mu 0} = 22,415$ m³/kmol, tad gāzu konstantes R skaitliskā vērtība ir šāda:

$$R = 8,314 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}.$$

Universālās gāzu konstantes R vērtību uz vienu molekulu

$$k = \frac{R}{N_{\mu}} = \frac{8,314 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kmol}}{\text{kmol} \cdot \text{K} \cdot 6,023 \cdot 10^{26}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

sauc par **Bolcmaņa konstanti**. Ievērojot teikto, Klapeirona—Mendeļejeva gāzes stāvokļa vienādojumu var uzrakstīt šādā *standartveidā*:

$$pV = \nu RT. \quad (7-12)$$

5. **Puasona likums** izsaka tilpuma, spiediena un temperatūras sakarību noteikta daudzuma ($M = \text{const}$) ideālai gāzei, mainot šos lielumus bez siltuma Q noplūdes vai pieplūdes ($Q = 0$), t. i., *adiabātiskā procesā*. Ievērojot apzīmējumu $\kappa = \frac{C_p}{C_v}$, kur C_p un C_v ir ideālās gāzes 1 kilomola īpatnējās siltumietilpības (7. nod. 9. §) pie konstanta spiediena un konstanta tilpuma, Puasona likumu var rakstīt šādi:

$$pV^{\kappa} = \text{const}. \quad (7-13)$$

Tā kā pēc Klapeirona—Mendeļejeva likuma (7-12) $pV \sim T$, tad Puasona likumu var izteikt arī ar temperatūru T un tilpumu V :

$$TV^{\kappa-1} = \text{const}. \quad (7-14)$$

No izteiksmēm (7-13) un (7-14) izriet, ka divus ideālās gāzes stāvokļus p_1, V_1, T_1 un p_2, V_2, T_2 , ja $Q = 0$, saista šādas sakarības:

$$p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa} \quad (7-15)$$

un

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}. \quad (7-16)$$

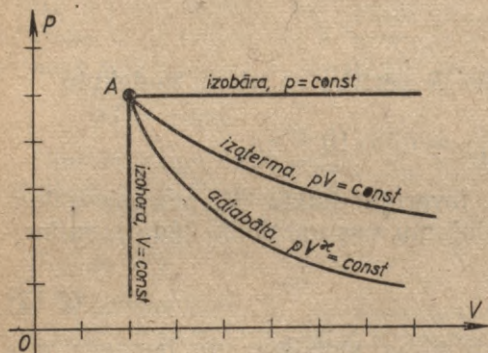
Šīs izteiksmes lieto, aprēķinot spiedienu, tilpumu un temperatūru, piemēram, iekšdedzes dzinēju adiabātisko procesu sākumā vai beigās, sasilušam augšup kāpjošam gaisam, kas izplešas, u. c.

Ideālās gāzes spiediena p maiņa atkarībā no tilpuma V izohoriskā ($V = \text{const}$), izobāriskā ($p = \text{const}$), izotermiskā ($T = \text{const}$)

un adiabatiskā ($Q=0$) procesā (izejot no viena un tā paša stāvokļa A) grafiski attēlota 7-4. zīmējumā. Šo procesu līknes attiecīgi sauc par *izohorām*, *izobārām*, *izotermām* un *adiabātām*.

6. **Daltona likums** izsaka to, ka ideālu gāzu maisījumā atsevišķo gāzu spiedienu p_1, p_2, \dots summa vienāda ar kopējo spiedienu p :

$$p = p_1 + p_2 + \dots = \frac{v_1 RT}{V} + \frac{v_2 RT}{V} + \dots = \frac{(v_1 + v_2 + \dots) RT}{V} = \frac{v RT}{V}, \quad (7-17)$$



kur $v_1 = M_1/\mu_1$, $v_2 = M_2/\mu_2, \dots$ ir atsevišķo gāzu daudzumi kilomolos, M_1, M_2, \dots — šo daudzumu masas kilogramos, μ_1, μ_2, \dots — gāzu kilomolu masas un $v = v_1 + v_2 + \dots$ — gāzu maisījuma daudzums kilomolos. Pēdējo tāpat var rakstīt veidā $v = M/\mu$, kur

$$\mu = \frac{M}{v} = \frac{M_1 + M_2 + \dots}{\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} + \dots} \quad (7-18)$$

7-4. zīm.

ir gāzu maisījuma 1 kilomola masa.

Piemēri. 1. Auditorijas tilpums ir 800 m^3 . Aprēķināt tajā esošo gaisa daudzumu kilomolos un tā svaru, ja gaisa spiediens p ir 1 tehniskā atmosfēra, temperatūra $t = 20^\circ \text{C}$ un gaisa molekulu vidējā masa $M' = 29$, t. i., gaisa 1 kilomola masa $\mu = 28,96 \approx 29 \text{ kg/kmol}$. Tā kā $1 \text{ kgf/cm}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, tad pēc sakarības (7-12)

$$v = \frac{pV}{RT} = \frac{9,8 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 800 \text{ m}^3}{8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \cdot 293,15 \text{ K}} = 32,2 \text{ kmol}$$

un gaisa svars

$$P = Mg = v\mu g = 32,2 \text{ kmol} \cdot 29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9143 \text{ N}.$$

2. Kāds ir gaisa blīvums q 37°C temperatūrā un pie 760 mm Hg spiediena? Tā kā $q = M/V$, tad, izmantojot izteiksmi (7-12), dabūjam, ka $\rho = \frac{qRT}{\mu}$ un

$$q = \frac{\mu p}{RT} = \frac{29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{8,314 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}} \cdot 310 \text{ K}} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

3. Traukā, kura tilpums ir 100 litri, atrodas 140 g molekulārā slāpekļa un 2 g molekulārā ūdeņraža. Noteikt gāzu maisījuma spiedienu 27°C temperatūrā.

No Daltona likuma (7-17) un Klapeirona—Mendeļejeva vienādojuma (7-12) izriet, ka

$$p = p_{N_2} + p_{H_2} = \left(\frac{M_{N_2}}{\mu_{N_2}} + \frac{M_{H_2}}{\mu_{H_2}} \right) \frac{RT}{V} = \left(\frac{0,140 \text{ kg}}{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} + \frac{0,002 \text{ kg}}{2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} \right) \times \\ \times \frac{82,1 \frac{\text{l} \cdot \text{atm}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{100 \text{ l}} = 1,46 \text{ atm} = 1,48 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

4. 30 l tilpuma balonā atrodas acetilēns (C_2H_2) pie spiediena $p_1 = 150 \text{ atm}$ un temperatūras $t = 30^\circ C$. Cik daudz acetilēna bija balonā, un cik to izlietoja metināšanai, ja pie tās pašas temperatūras spiediens balonā nokritās līdz $p_2 = 30 \text{ atm}$?

Tas ir process, kurā mainās gāzes masa M . Izmantojot Mendeļejeva—Klapeirona vienādojumu (7-12) sākuma un beigu stāvokļiem, dabūjam, ka sākuma masa

$$M_1 = \frac{\mu p_1 V}{RT} = \frac{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \cdot 150 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,03 \text{ m}^3}{8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}} \cdot 303 \text{ K}} = 5,0 \text{ kg}$$

un izlietotā masa

$$\Delta M = M_1 - M_2 = \frac{\mu (p_1 - p_2) V}{RT} = \\ = \frac{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \cdot 120 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,03 \text{ m}^3}{8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}} \cdot 303 \text{ K}} = 4,0 \text{ kg}.$$

4. §. BOLCMAŅA UN MAKSELA IDEĀLĀS GĀZĒS SADALĪJUMI

Sajā paragrāfā noteiksim 1) ideālās gāzes molekulu skaitu atkarībā no augstuma h gravitācijas spēka laukā jeb speciālo Bolcmaņa sadalījumu, 2) Maksvela molekulu ātrumu sadalījumu un 3) vispārīgo Bolcmaņa sadalījumu.

1. Daļiņu sistēmas statistiskais iztīrājums. Šodien zinām, ka vielu veido ļoti liels molekulu, atomu un citu daļiņu skaits un ka siltumkustība ir molekulu haotiskā kustība. Gāzveida vielā tā ir molekulu translācijas, rotācijas un molekulas atomu oscilācijas kustība, bet cietā vielā un šķidrumsos tā ir savstarpēji saistītu atomu un molekulu oscilācijas kustība. Vēl zinām, ka spiediens uz trauka sienu ir ļoti daudz molekulu triecienu sekas, vienas difūzija ir vienas vielas molekulu iespiešanās citā vielā utt. Līdz ar to rodas jautājums, kāda metode jālieto minēto molekulu kustību aprakstīšanai. Protams, izsekot katras molekulas kustībai atkarībā no laika nav iespējams, jo parādību veidojošo molekulu skaits ir ļoti liels. Ir pierādīts, ka šādu ļoti daudz molekulu, atomu, elektronu un citu daļiņu sistēmu siltumparādības var pētīt un aprakstīt, izmantojot statistikas un varbūtības metodes. Tāpēc šo fizikas daļu sauc par *statis-*

fisko fiziku. Tās visvienkāršāko daļu, kura veidos šis nodaļas galveno saturu, sauc par *gāzu kinētisko teoriju*.

Molekulu sistēmu aplūkojot statistiski, vispirms ar eksperimentiem vai ar novērojumiem cenšas iegūt t. s. *gadījuma datus*, t. i., molekulu vienas pazīmes skaitliskās vērtības. Šādi gadījumu dati ir, piemēram, Sterna—Gerlaha eksperimentā (sk. tālāk) izmēritie molekulu ātrumi. Pēc tam no gadījuma datiem atrod *molekulu sadalījumu* pa šīs pazīmes skaitliskajām vērtībām. Grafiski šo statistisko sadalījumu atrod, vienas koordinātu ass virzienā atliekot pazīmes, piemēram, molekulu ātruma skaitlisko vērtību, bet otras ass virzienā — molekulu skaitu, kas atrodas pazīmes vienu vienību lielā intervālā. Savienojot atliktos punktus, iegūst likni, kas attēlo molekulu statistisko sadalījumu pa vienas pazīmes skaitliskajām vērtībām, piemēram, Maksvela molekulu ātrumu sadalījumu (sk. 7-6. zīm. b). Ja molekulu sadalījums ir zināms, tad, izmantojot statistikas un varbūtības teorijas metodes, var aprēķināt daudzus molekulu sistēmu raksturojošus fizikālos lielumus.

Var tomēr sadalījuma funkciju iegūt arī ar teorētiskiem pārspriedumiem, kā to arī darīsim, meklējot Bolcmaņa un Maksvela molekulu augstuma un ātruma sadalījumus.

2. Speciālais Bolcmaņa sadalījums. To atradīsim no ideālās

gāzes augstuma formulas (6-3): $p_{ie} = p_{ie0} e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_{ie0}}}$, ievietojot tajā saskaņā ar Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu (7-12) attiecību

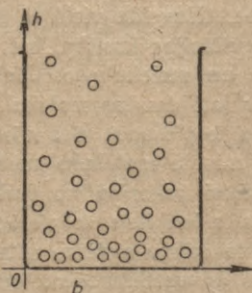
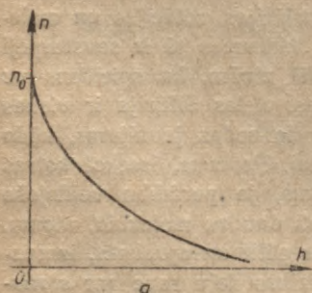
$$\frac{p_{ie0}}{p_{ie}} = \frac{p}{p_{ie}} = \frac{\mu}{RT} = \frac{m}{kT}, \quad (7-19)$$

kur p_0 un p — gāzes blīvumi, p_{ie0} un p_{ie} — spiedieni (indekss 0 raksturo lielumu vērtības, ja $h=0$) un m — molekulas masa. Tā kā $p_{ie} \sim n$ un $p_{ie0} \sim n_0$, tad molekulu skaitu n tilpuma vienībā augstumā h (7-5. zīm. a) nosaka šāda sakarība:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \quad (7-20)$$

3. Bolcmaņa molekulu sadalījumu atkarībā no augstuma h

eksperimentāli pārbaudījis Perēns (1909. g.). Perēna eksperimenta pamatā ir novērojums, ka šķīdumā esošām ļoti ma-



7-5. zīm.

zām, bet jau mikroskopā saskatāmām daļiņām piemīt gāzes molekulu siltumkustībai līdzīga haotiskā kustība. Šādu mazu daļiņu kustību — t. s. **Brauna kustību** 1827. gadā mikroskopā pirmais novēroja botāniķis Brauns. Perēns savos novērojumos izmantoja gumiguta daļiņas, kuru efektīvā masa m (daļiņas masa, no kuras atskaitīta šķidrums masa daļiņas tilpumā) aptuveni 10^8 reizi pārsniedz parasto molekulu masu, un tām ir gandrīz vienāds lielums. Tā kā šo gumiguta daļiņu Brauna kustība ir līdzīga gāzes molekulu siltumkustībai gravitācijas spēka laukā, tad arī tām ir jāpakļaujas Bolcmaņa molekulu skaita sadalījuma likumam. Bet, ņemot vērā gumiguta daļiņu lielo masu salīdzinājumā ar molekulu masu, no izteiksmes (7-20) izriet, ka «gumiguta molekulu» skaits atkarībā no augstuma h mainās nesalīdzināmi straujāk nekā gaisa molekulu skaits (7-5. zīm. *b*). Tā, piemēram, gaisa molekulām $n=n_0/2$, ja $h=5$ km, bet «gumiguta molekulām», ja $h=0,005$ cm. Šīs «gumiguta molekulas» mikroskopā dažādos augstumos h saskaitot, Perēns varēja pārbaudīt speciālā Bolcmaņa molekulu sadalījuma likuma (7-20) pareizību.

4. **Avogadro skaitļa noteikšana.** Molekulu skaitu 1 kilomolā N_μ Perēns noteica, izmērot daļiņu skaitu n_1 un n_2 augstumā h_1 un h_2 .

Uzrakstot formulu (7-20) gadījumam, kad $n=n_1$, $h=h_1$, un gadījumam, kad $n=n_2$, $h=h_2$, rodas divas izteiksmes. Tās izdalot un logaritmējot, dabū, ka

$$\ln \frac{n_1}{n_2} = \frac{mg}{kT} (h_2 - h_1) = \frac{mg}{kT} \cdot \frac{N_\mu}{N_\mu} (h_2 - h_1), \quad (7-21)$$

no kurienes, ievērojot, ka $kN_\mu = R$, izriet, ka

$$N_\mu = \frac{RT \ln \frac{n_1}{n_2}}{mg(h_2 - h_1)}. \quad (7-22)$$

Ievietojot šajā izteiksmē novērojumos iegūtās n_1 , n_2 , h_1 , h_2 un m vērtības, atrodam, ka Avogadro skaitlis $N_\mu = 6,022 \cdot 10^{26}$ kmol⁻¹.

5. **Maksvela molekulu ātrumu sadalījums** (1860. g.). Molekulu kinētiskās enerģijas, resp., molekulu ātruma sadalījumu pa ātruma komponentes v_z vērtībām dabū no molekulu augstuma sadalījuma izteiksmes (7-20), h vietā rakstot z un saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu molekulas gravitācijas potenciālās enerģijas mgz vietā ievietojot tās kinētisko enerģiju z ass virzienā $\frac{mv_z^2}{2}$:

$$N_z = N_{z0} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}, \quad (7-23)$$

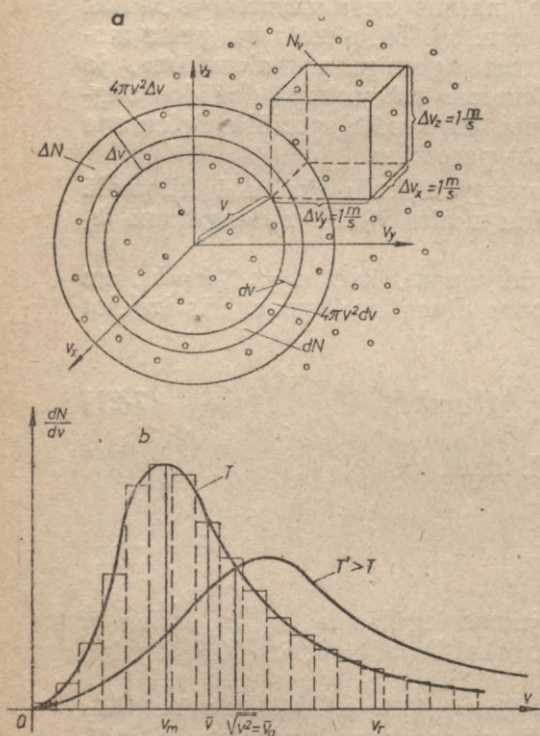
kur N_z — molekulu skaits ar ātrumu v_z ātruma v_z vienības intervālā $\Delta v_z = 1$ m/s, ja molekulu ātrumi x un y asu virzienos ir patvaļīgi, un N_{z0} — molekulu skaits ātruma v_z vienības intervālā $\Delta v_z = 1$ m/s, ja ātrums $v_z = 0$. Konstanti N_{z0} atrod no nosacījuma, ka viss molekulu skaits ir N . Integrējot izteiksmi

$dN_z = N_{z0} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z$, kas izsaka molekulu skaitu ātruma v_z intervālā dv_z , dabūjam, ka

$$N = \int_0^{\infty} dN = N_{z0} \int_0^{\infty} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z = N_{z0} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m}}$$

(sk. integrālrēķinus), no kurienes $N_{z0} = N \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}$ un

$$N_z = N \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} \quad (7-24)$$



7-6. zīm.

Pilnīgi līdzīgas izotropā gāzē ir molekulu ātrumu sadalījuma izteiksmes pa ātrumu komponentēm v_y un v_x . Tā kā varbūtība kādam notikumam ir labvēlīgo gadījumu skaita un visu iespējamo gadījumu skaita attiecība, tad varbūtība vienai molekulai atrasties ātruma v_z intervālā $\Delta v_z = 1$ m/s ir N_z/N . Varbūtība vairākiem notikumiem notikt vienā laikā ir atsevišķo varbūtību reizinājums, tāpēc vienas molekulas atrašanās varbūtība ātrumu v_x , v_y un v_z vienības intervālos $\Delta v_x = 1$ m/s, $\Delta v_y = 1$ m/s un $\Delta v_z = 1$ m/s, t. i., ātruma koordinātu taisnleņķu sistēmas v_x , v_y , v_z tilpuma vienībā (7-6. zīm. a), ir viendimensionālo varbūtību reizinājums $(N_x/N)(N_y/N)(N_z/N)$. Reizinot šo varbūtību ar visu gāzes molekulu skaitu N , dabūjam molekulu skaitu «ātrumu telpas» tilpuma vienībā N_v . Tāpēc, ievērojot vēl, ka $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$, dabūjam, ka

$$\begin{aligned} N_v &= N \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \cdot \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} \cdot \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} \\ &= N \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \end{aligned} \quad (7-25)$$

Atzīmēsim, ka šeit lietotais jēdziens «ātrumu telpa» ir formāli līdzīgs parastās telpas jēdzienam, tikai koordinātu x , y , z vietā ir «koordinātes» v_x , v_y , v_z un rādiusvektora r vietā ātrums v . Arī ātrumu telpā varam formāli definēt «līnijas», «virsmas» un «tilpumus». Tā, piemēram, «tilpuma vienība» tajā ir

$\Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z = 1 \text{ (m/s)}^3$, «sfēriskās virsmas laukums» $4\pi v^2$ utt. Parastajā telpā līnija rāda, kā mainās molekulas vieta, bet ātrumu telpā tā rāda, kā mainās molekulas ātrums. Molekula miera stāvoklī atrodas ātrumu telpas koordinātu sistēmas v_x, v_y, v_z sākumpunktā; ja tās ātrums v aug, tā «attālinās» no šī sākumpunkta.

Izmantojot izteiksmi (7-25), atrodam, ka molekulu skaits ātruma v intervālā dv , t. i., «ātrumu telpas sfēriskā čaulā ar tilpumu» $4\pi v^2 \cdot dv$ (sk. 7-6. zīm. a), ir

$$dN = N_v \cdot 4\pi v^2 dv = 4\pi N \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv. \quad (7-26)$$

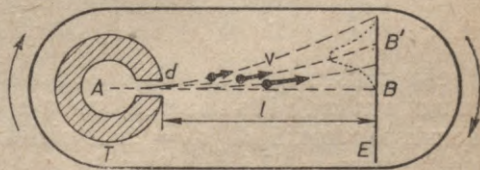
Tas ir ideālās gāzes molekulu ātrumu Maksvela sadalījums. dN palielināšanos nosaka faktors v^2 , kas ir noteicošais, ja molekulu ātrumi ir mazi, bet samazināšanos, kas ir noteicošā, ja ātrumi ir lieli, nosaka eksponenciālais faktors. Grafiski atliekot uz abscisu ass ātrumu v un uz ordinātu ass molekulu skaitu ātruma vienības intervālā dN/dv , molekulu ātruma sadalījums (7-26) ir attēlots 7-6. zīmējumā b. Tajā redzam, ka maz ir molekulu, kas kustas ar maziem un lieliem ātrumiem, bet visvairāk molekulu kustas ar sadalījuma maksimumam atbilstošo ātrumu v_m . Temperatūrai palielinoties no T līdz T' , molekulu ātrumu sadalījuma maksimums, nemainot tā un v ass ierobežoto laukumu, pārvietojas uz lielākā ātruma pusi.

Molekulu skaits N_r , kuru ātrums ir lielāks par kādu robežātrumu v_r , ja $v_r > v_m$ ir

$$N_r = \int_{v_r}^{\infty} dN \approx Ne^{-\frac{mv_r^2}{2kT}}. \quad (7-26')$$

Tā kā molekulas var savā starpā ķīmiski reaģēt tikai tad, ja to relatīvais ātrums sadursmē pārsniedz zināmu robežvērtību v_r , tad šī izteiksme dod ķīmiski reaģējošo molekulu skaitu gāzē. N_r atkarībā no T aug eksponenciāli, tas izskaidro arī ķīmiskās reakcijas ātruma straujo pieaugumu, palielinoties temperatūrai.

6. Gāzes molekulu ātruma sadalījumu var noteikt arī ar Šterna—Gerlaha eksperimentu (7-7. zīm.). Tajā elektromotora asij piestiprina vakuuma kameru, kurā atrodas Na atomu staru avots



7-7. zīm.

A un fotoplate E. Ja kamera nerotē, tad Na atomu staru kūlis, ejot cauri spraugai d , krīt uz fotoplati E punktā B. Ja kamera kopā ar staru avotu A rotē ar leņķisko ātrumu ω , tad laikā Δt , kad atomi ar ātrumu v veic ceļu $dB = l = v\Delta t$, fotoplate noiet loku $BB' = \varphi = \omega\Delta t$. Tāpēc šajā gadījumā Na atomi krīt uz fotoplati

punktā B' , kas mainās atkarībā no atomu ātruma v . Nosakot punktus B' atomu skaitus (fotometrējot plates nomelnojumu) un atomu ātrumus no sakarības $v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l\omega}{\varphi}$, apstiprinās molekulu ātrumu sadalījuma likums (7-26).

7. Vidējo lielumu aprēķināšana. Vidējo lielumu, kā zinām, atrod, visas lieluma vērtības saskaitot un izdalot ar saskaitāmo vērtību skaitu. Ja dN ir molekulu skaits ātruma intervālā dv un lieluma vērtība šīnī intervālā ir f , tad šo vērtību summa šajā ātruma intervālā ir $f \cdot dN$. Summa (integrālis) pa visu ātruma intervālu no $v=0$ līdz ∞ tad ir $\int_0^{\infty} f dN$. Dalot šo summu ar saskaitāmo skaitu N un izsakot lielumu f atkarībā no ātruma v (lai varētu izpildīt integrēšanu), atrodam, ka lieluma f vidējā vērtība attiecībā uz vienu molekulu ir

$$\overline{f(v)} = \int_0^{\infty} \frac{f(v) dN}{N}. \quad (7-27)$$

Tā, piemēram, vidējais molekulas ātrums $\overline{f(v)} = \overline{v}$ (par kuru vienai pusei no molekulu skaita ātrums ir lielāks, otrai pusei — mazāks), ievērojot izteiksmi (7-26) un pēc tam arī (7-12), ir šāds:

$$\begin{aligned} \overline{v} &= \int_0^{\infty} \frac{v dN}{N} = 4\pi N \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} \int_0^{\infty} v^3 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv = \dots = \\ &= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} = \sqrt{\frac{8\rho V}{\pi \mu}}. \end{aligned} \quad (7-28)$$

Līdzīgā veidā atrodam, ka vidējais kvadrātiskais ātrums \overline{v}_q (kvadrātsakne no ātruma kvadrāta vidējās vērtības), ievērojot, ka šai gadījumā $f(v) = v^2$, ir šāds:

$$\overline{v}_q = \sqrt{\int_0^{\infty} \frac{v^2 dN}{N}} = \dots = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (7-29)$$

Trešo raksturīgo ātrumu, t. i., ātrumu sadalījuma maksimumam atbilstošo ātrumu v_m , atrodam, izteiksmi (7-26) uzrakstot formā $dN/dv = \dots$, pielīdzinot nullei un pēc tam izrisinot ātrumu v_m . Tā dabūjam, ka

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (7-30)$$

Visu triju ātrumu attiecība, kā tas redzams no dotajām ātrumu izteiksmēm, ir

$$v_m : \overline{v} : \overline{v}_q = \sqrt{2} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{3} \approx 1 : 1,13 : 1,22. \quad (7-31)$$

Skaitliski, piemēram, slāpeklim (N_2) $0^\circ C$ temperatūrā $\overline{v}_q = 493$ m/s.

8. **Vispārīgais Bolcmaņa sadalījums.** Maksvela ideālās gāzes molekulu translācijas ātruma v sadalījumā (7-26) aizvietojojam ātrumu v ar translācijas kinētisko enerģiju $\epsilon_t = mv^2/2$, t. i., ievietojot $v = \sqrt{2\epsilon_t/m}$, dabūjam molekulu translācijas kinētiskās enerģijas sadalījumu. Ja molekulām bez translācijas kustības enerģijas ir arī rotācijas kustības enerģija $\epsilon_r = I\omega^2/2$ (I — molekulas inerces moments, ω — leņķiskais ātrums), oscilācijas kustības enerģija ϵ_o , potenciālā enerģija ϵ_a ārējā gravitācijas, elektriskajā un magnētiskajā spēka laukā un iekšējā elektronu ierosmes enerģija ϵ_i , t. i., vispār kāda enerģija ϵ , tad Maksvela molekulu translācijas kustības sadalījumā translācijas kinētiskās enerģijas $mv^2/2$ vietā eksponenciālā faktorā jāņem šī enerģija ϵ . Molekulu skaitu enerģijas vienības intervālā $\Delta\epsilon = 1$ J ar enerģiju ϵ tad dod izteiksme

$$N = age^{-\frac{\epsilon}{kT}}, \quad (7-32)$$

kur a — kāda konstante un $g(\epsilon)$ ir enerģijas stāvokļu skaits ar enerģiju ϵ . Ja $g(\epsilon) = \text{const}$, t. i., visu enerģijas stāvokļu «svars» vienāds, tad $ag = N_0$ ir molekulu skaits ar enerģiju $\epsilon = 0$. Izteiksme (7-32) izsaka molekulu *vispārīgā Bolcmaņa sadalījuma likumu*. Ipašā gadījumā, ja ārējais spēks ir gravitācijas spēks, $\epsilon_a = mgh$ un no izteiksmes (7-32), tajā ievietojot ϵ vietā mgh , iegūstam izteiksmi (7-20), kas izsaka molekulu skaitu augstumā h , vienības intervālā $\Delta h = 1$ m, ar molekulu jebkuru translācijas, rotācijas un oscilācijas enerģiju.

5. §. GĀZES SPIEDIENA FORMULAS IZRISINĀJUMS

Jau 1738. gadā J. Bernulli pierādīja, ka gāzes spiedienu var radīt molekulu sadursmes ar trauka sienu. Viens no siltuma molekulārās teorijas celmlaužiem bija ievērojamais krievu zinātnieks Lomonosovs. Istu molekulāri kinētisku gāzu teoriju tomēr izveidoja tikai simt gadu vēlāk Maksvels, Klauziuss, Bolcmanis u. c.

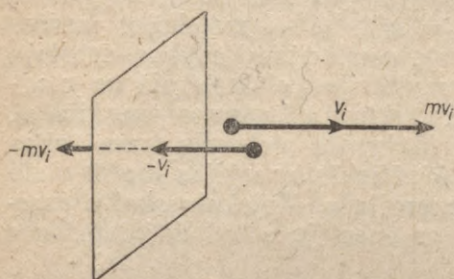
1. Lai iztīrātu jautājumu par gāzu spiedienu no molekulāri kinētiskās teorijas viedokļa, ir jāzina, ka *spiediens uz trauka sienu ir 1 sekundē sienas laukuma vienības iegūtais kustības daudzums sadursmē ar molekulām*. Tiešām, no pirmās dinamikas teorēmas $\sum_i \Delta(mv_i) = F\Delta t$, dalot vienādojuma abas pušes ar trauka sienas laukumu S un ievietojot $\Delta t = 1$ s, izriet, ka

$$\frac{\sum_i \Delta(mv_i)}{S} = \frac{F}{S} = p, \quad (7-33)$$

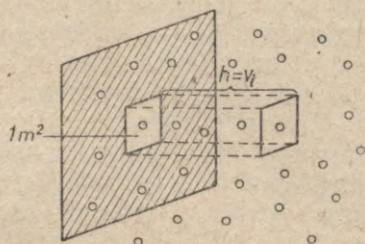
kur v_i — molekulas ātrums, m — masa, $\sum_i \Delta(mv_i)$ — molekulu

kustības daudzuma maiņa sadursmē ar trauka sienu un F — molekulu triecienos attīstītais spiediena spēks uz trauka sienu.

2. Nosakot gāzes molekulu radīto spiedienu uz trauka sienu, vispirms jāatrod vienas molekulas vienā sadursmē trauka sienai atdotais kustības daudzums. Pēc tam jānosaka molekulu skaits, kas sekundē ar ātrumiem v_i triecas pret sienas laukuma vienību.



7-8. zīm.



7-9. zīm.

Reizinot šos lielumus, dabūjam spiedienu, kuru rada ar ātrumu v_i kustošās molekulas. Beidzot, summējot atrasto spiedienu pa visiem molekulu ātrumiem v_i , dabūjam meklēto spiedienu.

a. Ja trauka siena salīdzinājumā ar molekulu ir ļoti smaga, tad viena molekula pilnīgi elastīgā perpendikulārā sadursmē ar sienu (7-8. zīm.) atdod tai kustības daudzumu:

$$mv_i - (-mv_i) = 2mv_i. \quad (7-34)$$

Šeit labi jāievēro fakts, ka ļoti smagā siena elastīgā sadursmē ar molekulu neiegūst enerģiju nemaz, bet kustības daudzumu saņem ļoti lielu — divas reizes lielāku nekā pašas molekulas kustības daudzums.

b. Pieņemsim, ka gāzes molekulas kustas tikai trijos savstarpēji perpendikulāros virzienos. Ja ar ātrumu v_i tilpuma vienībā kustas n_i molekulas un molekulu kustība gāzē ir visos virzienos vienāda, tad katrā no trim telpas virzieniem kustas $n_i/3$ molekulas, bet katrā virzienā uz vienu pusi — $n_i/6$ molekulas. Lai atrastu uz sienas laukuma vienību sekundē kritošo molekulu skaitu, tad uz sienas laukuma vienību konstruējam $h = v_i$ vienību garu un sienai perpendikulāru paralēlskaldni (7-9. zīm.), kura tilpums tāpat ir v_i . To molekulu skaits, kas šajā paralēlskaldnī kustas sienas virzienā ar ātrumu v_i , ir vienāds ar molekulu skaitu, kuras krīt uz sienas laukuma vienību sekundē. Tiešām, paralēlskaldņa galā esošā molekula var vēl sekundes beigās nokrist uz sienu, bet molekulas, kuru attālums no sienas ir lielāks par v_i , nevar vairs sekundes laikā sasniegt sienu. Tā kā tilpuma vienībā ir $n_i/6$ šādu molekulu un paralēlskaldņa tilpums ir v_i , tad uz sienas laukuma vienību sekundē ar ātrumu v_i krīt $n_i v_i/6$ molekulas.

c. Sareizinot lielumus $2mv_i$ un $n_i v_i/6$, dabūjam, ka ar ātrumu v_i kustošās molekulas rada spiedienu

$$p_i = \frac{mn_i v_i^2}{3}. \quad (7-35)$$

d. Ja $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots$ ir to molekulu skaiti tilpuma vienībā, kuras kustas attiecīgi ar ātrumiem $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots$, tad visu molekulu grupu summārais spiediens saskaņā ar Daltona likumu ir

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_i + \dots = \frac{mn_1 v_1^2}{3} + \frac{mn_2 v_2^2}{3} + \dots + \frac{mn_i v_i^2}{3} + \dots = \frac{mn}{3} \cdot \frac{n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + \dots + n_i v_i^2 + \dots}{n} = \frac{mn \bar{v}^2}{3}, \quad (7-36)$$

kur $n = n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots$ — molekulu skaits tilpuma vienībā un \bar{v}^2 — molekulu vidējais ātruma kvadrāts. Tātad ideālās gāzes spiediens p ir tieši proporcionāls molekulu skaitam n tilpuma vienībā, molekulu masai m un molekulu vidējam ātruma kvadrātam \bar{v}^2 . Tā kā molekulu skaits n tilpuma vienībā ir tieši proporcionāls gāzes blīvumam ρ un molekulu vidējais ātruma kvadrāts \bar{v}^2 — absolūtajai temperatūrai T , tad spiediens ir tieši proporcionāls gāzes blīvumam un absolūtajai temperatūrai.

Ievērojot, ka $m\bar{v}^2/2 = \bar{\epsilon}_t$, kur $\bar{\epsilon}_t$ ir molekulas vidējā translācijas enerģija, gāzes spiedienu uz trauka sienu var izteikt arī šādi:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{\epsilon}_t. \quad (7-36')$$

Gāzes spiediens ir proporcionāls molekulu skaitam tilpuma vienībā un vidējai molekulas translācijas enerģijai.

6. §. MOLEKULAS SADURSMJU SKAITS UN BRĪVĀ CEĻA VIDEJAIS GARUMS

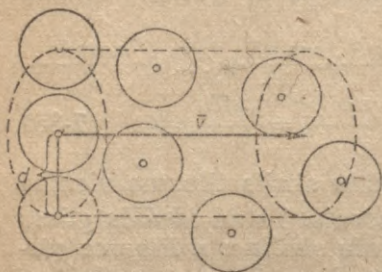
Pieņemsim, ka ideālās gāzes molekulas nav vairs materiāli punkti, bet lodītes ar diametru d .

1. Lai aprēķinātu vienas molekulas sadursmju skaitu ar pārējām molekulām vienā sekundē, vispirms pieņemsim, ka ar vidējo ātrumu \bar{v} kustas tikai viena izraudzīta molekula, bet pārējās molekulas atrodas miera stāvoklī. Kustoties molekula sekundes laikā izveido cilindru, kura diametrs ir d un augstums \bar{v} . Tad vienas molekulas sadursmju skaits sekundē ar citām mierā stāvošām molekulām ir vienāds ar molekulu centru skaitu tikpat garā cilindrā, bet ar divreiz lielāku diametru (7-10. zīm.). Cilindra diametrs ir jāpalielina divas reizes tāpēc, ka molekulas sāk sadurties ne tad, kad to centru attālums ir $d/2$, bet kad to centru attālums ir d . Tā kā tilpuma vienībā ir n molekulu un molekulas izveidotā cilindra tilpums ir vienāds ar $\pi d^2 \bar{v}$, tad cilindrā esošais

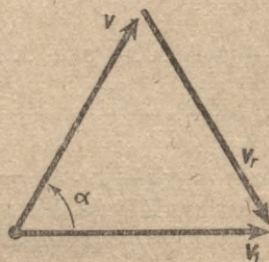
molekulu centru skaits, tātad arī meklētais molekulas sadursmju skaits sekundē ir

$$z = \pi d^2 \bar{v} n, \quad (7-37)$$

kur lielumu $\sigma = \pi d^2$ sauc par molekulas efektīvo šķērsgrizumu, bet d — par efektīvo diametru. Istenībā tomēr kustas arī



7-10. zīm.



7-11. zīm.

pārējās molekulas, tāpēc sadursmju skaitu nenosaka molekulu vidējais absolūtais ātrums \bar{v} , bet gan vidējais relatīvais ātrums \bar{v}_r . Ja v ir izvēlētas molekulas ātrums un v_1 ir kādas citas molekulas ātrums (7-11. zīm.), tad abu molekulu relatīvā ātruma $v_r = v_1 - v$ skaitliskās vērtības kvadrāts ir

$$v_r^2 = v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \cos \alpha. \quad (7-38)$$

Nemot šis izteiksmes vidējo vērtību un ievērojot, ka vidējā $\cos \alpha$ vērtība ir vienāda ar nulli un visu molekulu ātrumu kvadrātu vidējās vērtības ir vienādas, t. i., $\bar{v}^2 = \bar{v}_1^2$, dabūjam, ka $\bar{v}_r^2 = 2\bar{v}^2$. Molekulu absolūto ātrumu vidējās vērtības tātad ir $\sqrt{2}$ reizes mazākas nekā relatīvo ātrumu vidējās vērtības. Tāpēc, ievietojot izteiksmē (7-37) \bar{v} vietā $\sqrt{2}\bar{v}$, dabūjam, ka

$$z = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v}. \quad (7-39)$$

Tā kā ideālās gāzes spiediens p ir tieši proporcionāls gāzes tilpuma vienībā esošajam molekulu skaitam n un vidējais ātrums \bar{v} ir tieši proporcionāls kvadrātsaknei no absolūtās temperatūras T , tad vienas molekulas sadursmju skaits z ir tieši proporcionāls gāzes spiedienam p un kvadrātsaknei no absolūtās temperatūras T .

2. Molekulas brīvā ceļa vidējais garums ir tās vidējais attālums starp divām vienu otrai sekojošu sadursmju vietām. Tā kā 1 sekundē molekulas noietais vidējais ceļa gabals ir \bar{v} un šajā laikā tā saduras z reizes, tad tās brīvā ceļa vidējais garums

$$\bar{l} = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (7-40)$$

Brīvā ceļa vidējais garums \bar{l} ir apgriezti proporcionāls molekulu skaitam n tilpuma vienībā vai spiedienam p , bet nav atkarīgs no molekulu ātruma \bar{v} , resp., no temperatūras T .

Tā, piemēram, gaisā pie $p=1$ atm spiediena un 0°C temperatūrā skābekļa molekulai $\bar{v}\approx 5\cdot 10^2$ m/s. Tā kā tās diametrs $d=2,98\cdot 10^{-10}$ m, tad pēc izteiksmēm (7-39) un (7-40) sadursmju skaits 1 sekundē ir

$$z = \sqrt{2} \cdot 3,14 (3 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2 \cdot 2,7 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 5 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= 5,4 \cdot 10^9 \frac{\text{sad.}}{\text{s}},$$

efektīvais šķērsriezums

$$\sigma = \pi d^2 = 3,14 (2,98 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2 = 0,28 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$$

un brīvā ceļa vidējais garums

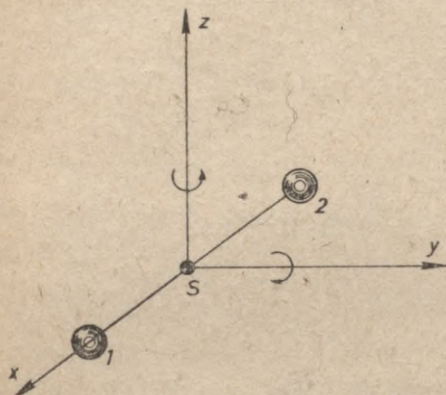
$$\bar{l} = \frac{5 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,4 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}} = 9,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}.$$

Tātad normālos apstākļos molekulas sadursmju skaits z sekundē ir ļoti liels un brīvā ceļa vidējais garums \bar{l} ļoti mazs lielums. Tas, neskatoties uz lielo molekulas ātrumu, arī izskaidro gāzes molekulas lēno pārvietošanos (difūziju) gāzē.

7. §. KUSTĪBAS BRĪVĪBAS PAKĀPES UN ENERĢIJAS VIENMĒRĪGĀ SADALĪJUMA LIKUMS

1. Par kustības brīvības pakāpi sauc neatkarīgu ķermeņa kustību, t. i., tādu ķermeņa kustību, kura var tikt izdarīta neatkarīgi no citām kustībām. Parasti tai atbilst kāda ķermeņa stāvokli raksturojoša koordināte, kas, ķermeni pārvietojot, nemaina citu ķermeņa koordinātu vērtības. Par ķermeņa kustības brīvības pakāpju skaitu sauc maksimālo neatkarīgo kustību skaitu, kuras var izdarīt ķermenis. Tas sakrīt ar maksimālo neatkarīgo koordinātu skaitu, kas pilnīgi nosaka ķermeņa stāvokli. Visvienkāršākajam ķermenim — *materiālam punktam* ir 3 kustības brīvības pakāpes, piemēram, tas neatkarīgi var kustēties x , y un z ass virzienos vai arī neatkarīgi kustēties radiālā virzienā r un loku θ un φ virzienos, t. i., pa sfēriskas koordinātu sistēmas asu virzieniem. Šajos abos gadījumos neatkarīgās kustības ir savstarpēji perpendikulāras (ortogonālas). Tātad neatkarīgo kustību, resp., brīvības pakāpju veidi materiālam punktam var būt dažādi (tik, cik ir ortogonālo koordinātu sistēmu), bet to skaits vienmēr ir 3. Tāpēc arī sakām, ka mēs dzīvojam trīsdimensiju telpā. *Diviem* neatkarīgiem materiāliem punktiem ir 6 kustības brīvības pakāpes, bet *diviem* nemainīgā attālumā d sasaistītiem materiāliem

punktiem, ievērojot, ka to 6 koordinātēm $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ jāapmierina viena sakarība $d = \text{const}$, ir 5 kustības brīvības pakāpes. Pēdējā gadījumā tās var atrast šādi. Abu punktu smaguma centram S (7-12. zīm.) ir trīs translācijas kustības brīvības pakāpes (x, y, z virzienos) un abiem punktiem ap smagumcentru S ir divas rotācijas kustības brīvības pakāpes ap y un z asi.



7-12. zīm.

kustības brīvības pakāpju skaits ir 5. Gadījumā, ja abi materiālie punkti ir saistīti ar pievilksnās vai atgrūšanās spēkiem, piemēram, atomi divatomu molekulā, un tie, mainot savu savstarpējo attālumu, *oscilē* (svārstās), tad tiem ir septiņas kustības brīvības pakāpes. Divu materiālu punktu oscilācijas kustībai divas kustības brīvības pakāpes ir tāpēc, ka tai piemīt ne vien kinētiskā, bet arī potenciālā enerģija.

Tādējādi N atomu gāzei ir $3N$ kustības brīvības pakāpes, gāzei ar N divatomu molekulām, kurām var būt translācijas un rotācijas kustība, ir $5N$ brīvības pakāpes, N oscilējošu divatomu molekulu gāzei — $7N$ brīvības pakāpes, N oscilējošiem atomiem miera stāvoklī esošā absolūti cietā ķermenī — $6N - 6$ iekšējās kustības brīvības pakāpes un 6 ārējās kustības brīvības pakāpes (ķermeņa 3 translācijas un 3 rotācijas kustības brīvības pakāpes) utt.

2. Pētot molekulas enerģijas pa kustības brīvības pakāpēm, ir atrasts, ka molekulu termiskās kustības vidējās enerģijas $\bar{\epsilon}_1$ uz molekulas visām kustības brīvības pakāpēm ir vienādas. Tas ir molekulu termiskās enerģijas vienmērīgā sadalījuma likums. Tā, piemēram, divatomu molekulu gāzē vienai molekulai tās translācijas kustībā x ass virzienā atkarībā no laika ir dažādas enerģijas ϵ_{11} . Tāpat neregulāri mainās, piemēram, molekulas rotācijas enerģija ϵ_{rx} ap x asi. Tomēr vidējās enerģijas $\bar{\epsilon}_{11} = \frac{mv_x^2}{2}$ un $\bar{\epsilon}_{rx} = \frac{I_x \omega_x^2}{2}$ uz šīm translācijas un rotācijas kustības brīvības pakāpēm ir vienādas (I_x un ω_x attiecīgi ir molekulas inerces moments pret x asi un leņķiskais ātrums ap x asi). Ja temperatūra palielinās, tad vidēji abu kustības veidu enerģijas palielinās vienādi.

Var pierādīt, ka vidējā enerģija $\bar{\epsilon}_1$ uz vienu kustības brīvības pakāpi ir tieši proporcionāla absolūtajai temperatūrai T :

$$\bar{\epsilon}_1 = \frac{kT}{2}, \quad (7-41)$$

kur k — Bolcmaņa konstante.

3. No enerģijas vienmērīgā sadalījuma likuma izriet, ka molekulas vidējā enerģija $\bar{\epsilon}$, ja molekulai ir i kustības brīvības pakāpes, ir šāda:

$$\bar{\epsilon} = \frac{ikT}{2}. \quad (7-42)$$

Molekulai ir $i_t=3$ translācijas brīvības pakāpes, $i_r=2$ vai 3 rotācijas brīvības pakāpes un dažāds oscilācijas brīvības pakāpju skaits i_o . Kopējais brīvības pakāpju skaits $i=3+i_r+i_o$. Tāpēc molekulas kopējo enerģiju var sadalīt trim brīvības pakāpju veidiem atbilstošās trijās daļās:

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_t + \bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_o = \frac{3}{2}kT + \frac{i_r}{2}kT + \frac{i_o}{2}kT, \quad (7-43)$$

kur $\bar{\epsilon}_t$, $\bar{\epsilon}_o$ un $\bar{\epsilon}_r$ ir molekulas vidējās translācijas, oscilācijas un rotācijas enerģijas.

4. Ievērojot, ka $\bar{\epsilon}_t = \frac{mv^2}{2} = \frac{3kT}{2}$, var arī izteikt citādi ideālās gāzes spiediena formulu (7-36):

$$p = \frac{2n}{3} \cdot \frac{mv^2}{2} = nkT. \quad (7-44)$$

Tātad ideālās gāzes spiediens ir tieši proporcionāls molekulu skaitam tilpuma vienībā n un absolūtajai temperatūrai T .

8. §. IDEĀLĀS GĀZES IEKŠĒJĀ ENERĢIJA UN STĀVOKĻA VIENĀDOJUMS

1. Ideālās gāzes iekšējā enerģija U . No enerģijas vienmērīgā sadalījuma likuma, zinot molekulas kustības brīvības pakāpju skaitu i un molekulu skaitu N vielā, var izteikt ne vien gāzveida ķermenī, bet arī cietā un šķidrā ķermenī esošo termiskās kustības enerģiju jeb t. s. *iekšējo enerģiju*:

$$U = N \cdot \bar{\epsilon} = N \cdot \frac{ikT}{2}. \quad (7-45)$$

Tā kā $N = \nu N_\mu$ un $kN_\mu = R$, kur ν — vielas daudzums kilomolos un N_μ — Avogadro skaitlis, tad izteiksmi (7-45), ievērojot, ka $R = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$, var uzrakstīt arī šādi:

$$U = \frac{\nu i RT}{2} = 4,16 \cdot 10^3 \cdot \nu i T. \quad (7-46)$$

Tāpat kā vienas molekulas vidējo enerģiju $\bar{\epsilon}$ [sk. izteiksmi (7-43)], arī visas ideālās gāzes iekšējo enerģiju U var sadalīt sastāvdaļās — molekulu *translācijas, rotācijas un oscilācijas enerģijās*:

$$\begin{aligned} U &= U_t + U_r + U_o = N \cdot \frac{3kT}{2} + N \cdot \frac{i_r kT}{2} + N \cdot \frac{i_o kT}{2} = \\ &= \frac{3}{2} \nu RT + \frac{i_r}{2} \nu RT + \frac{i_o}{2} \nu RT. \end{aligned} \quad (7-47)$$

Tā, piemēram, div atomu molekulu gāzei tajā temperatūras intervālā, kurā kustība pa oscilācijas kustības brīvības pakāpēm nav ierosināta ($i_0=0$, $i_r=2$, $i=3+2=5$), iekšējā enerģija ir molekulu translācijas un rotācijas kinētiskā enerģija:

$$U = U_t + U_r = \frac{3}{2} \nu RT + \nu RT = \frac{5}{2} \nu RT = 20,78 \cdot 10^3 \nu T. \quad (7-48)$$

No izteiksmes (7-46) dabūjam, ka ideālās gāzes iekšējās enerģijas maiņa

$$\Delta U = \frac{\nu i R \Delta T}{2} = 4,19 \cdot 10^3 \nu i \Delta T. \quad (7-49)$$

2. Ideālās gāzes stāvokļa vienādojums. Kinētiskajā gāzu teorijā, kuru patlaban, sākot ar 4. §, iztirzājam, empīriskie likumi — abi Gei-Lisaka likumi, Boila—Māriota likums un Klapeirona—Mendeļejeva gāzes stāvokļa vienādojums — ir izrisināmi. Tā, piemēram, no izteiksmes (7-44) $p = nkT$, to reizinot ar V un ievērojot, ka $n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_\mu}{V}$ un $U_t = \frac{3}{2} \nu RT$, dabūjam Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu:

$$pV = \frac{NkT}{V} V = \nu N_\mu kT = \nu RT = \frac{2}{3} U_t. \quad (7-50)$$

Piemērs. Aprēķināt $12,5 \text{ m} \times 16 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ lielas auditorijas gaisa molekulu translācijas enerģiju U_t , ja spiediens ir 1 tehniskā atmosfēra un temperatūra $t = 17^\circ\text{C}$.

No izteiksmes (7-50) visām ideālajām gāzēm translācijas enerģija $U_t = \frac{3}{2} pV$. Tā kā $p = \frac{1 \text{ kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{9,8}{10^{-4}} \text{ Pa} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $V = 12,5 \cdot 16 \cdot 4 \text{ m}^3 = 800 \text{ m}^3$, tad

$$U_t = \frac{3}{2} \cdot 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 800 \text{ m}^3 = 1,18 \cdot 10^8 \text{ J}.$$

9. §. ĪPATNĒJĀS SILTUMIETILPĪBAS

1. Ideālās gāzes īpatnējā siltumietilpība pie konstanta tilpuma C_V . Vispār *īpatnējā siltumietilpība ir vienai vielas daudzuma vienībai pievadītais siltums, palielinot tās temperatūru par 1 kelvinu*. Bet vielas vienam kilomolam pie konstanta tilpuma V pievadītais siltums Q_μ , palielinot tā temperatūru par ΔT , ir vienāds ar vielas iekšējās enerģijas maiņu ΔU_μ . Tāpēc, ievērojot izteiksmi (7-46), ideālās gāzes molārā īpatnējā siltumietilpība pie konstanta tilpuma

$$C_V = \left(\frac{Q_\mu}{\Delta T} \right)_V = \frac{\Delta U_\mu}{\Delta T} = \frac{iR\Delta T}{2\Delta T} = \frac{iR}{2}. \quad (7-51)$$

Tāpat kā ideālās gāzes iekšējo enerģiju U [izteiksme (7-47)], arī ideālās gāzes īpatnējo siltumietilpību C_V var sadalīt *translā-*

cijas īpatnējā siltumietilpībā ($i_t=3$) $C_{Vt} = \frac{3R}{2} = 12,47 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$, rotācijas
 jās īpatnējā siltumietilpībā $C_{Vr} = \frac{i_r R}{2} = 4,16 i_r \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$ un oscilācijas
 īpatnējā siltumietilpībā $C_{Vo} = \frac{i_o R}{2} = 4,16 i_o \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$, kur $C_{Vt} + C_{Vr} +$
 $+ C_{Vo} = C_V$. Trisatomu un vairākatomu molekulu gāzēm, kurām
 atomi neatrodas uz vienas taisnes, rotācijas kustības brīvības pakāpju skaits $i_r=3$ un rotācijas īpatnējā siltumietilpība $C_{Vr} =$
 $= 12,47 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$, bet divatomu un lineāru molekulu gāzēm, kurām
 $i_r=2$, $C_{Vr} = 8,31 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$.

Jāatzīmē, ka bieži arī lineārajās molekulās (piemēram, CO_2) transversālo svārstību dēļ atomi nav uz vienas taisnes, tāpēc $i_r \approx 3$.

Ar atomu skaita palielināšanos molekulā palielinās tikai oscilācijas kustības brīvības pakāpju skaits i_o un oscilācijas īpatnējā siltumietilpība C_{Vo} . Tāpēc, izmērot gāzes īpatnējo siltumietilpību, var noteikt atomu skaitu molekulā. Bet molekulu oscilācijas kustība tiek ierosināta tikai pie augstākām temperatūrām, tāpēc ne visai augstā temperatūrā $U_o=0$, $C_{Vo}=0$ un visa īpatnējā molārā siltumietilpība $C_V = C_{Vt} + C_{Vr}$. Divatomu un lineārām molekulām $i_o=2$, tāpēc $C_V = 5R/2 = 20,78 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$, trisatomu molekulu gāzēm ($i_o=3$) $C_V = 3R = 24,94 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$.

2. Gāzei sasilstot pie konstanta spiediena p , tā izplešas un dara darbu A , tāpēc daļa no uzņemtās siltuma enerģijas mehāniskā darba veidā aizplūst uz apkārtni. Tādēļ siltuma daudzums $Q_{\mu p}$, kas vajadzīgs, lai 1 kilomolu gāzes sasildītu par 1 K pie konstanta spiediena, ir lielāks nekā siltuma daudzums $Q_{\mu V}$, kas nepieciešams, lai gāzi sasildītu par 1 K pie konstanta tilpuma, t. i., molārā īpatnējā siltumietilpība pie konstanta spiediena $C_p > C_V$. Kā to parādīsim 9. nod. 5. §, 1 kilomola ideālās gāzes izplešanās darbs $A=R$, tāpēc

$$C_p = C_V + R = \frac{iR}{2} + R = \frac{i+2}{2} R \quad (7-52)$$

un

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (7-53)$$

Tātad vienatoma molekulu gāzei, kurai $i=3$, $\kappa=5/3=1,67$ un $C_p = \kappa C_V = 1,67 \cdot 12,47 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}} = 20,8 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$. Ne visai augstā temperatūrā divatomu molekulu gāzei $i=5$, $\kappa=7/5=1,4$, bet $C_p = \kappa C_V = 29,1 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$. Trīs un vairāku atomu molekulu gāzei $i=6$, $\kappa=8/6 = 1,33$ un $C_p = \kappa C_V = 33,2 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$. Visām gāzēm, izņemot ūdeņradi, šādas C_p/C_V vērtības dabū arī eksperimentāli.

3. Bieži lieto arī *masas vienības īpatnējo siltumietilpību*, kas ir masas vienībai pievadītais siltums, sasildot to par 1 K. Šī lieluma mērvienība ir J/(kg·K). Izšķir masas vienības īpatnējo siltumietilpību pie konstanta tilpuma c_V un konstanta spiediena c_p . Ar molārajām īpatnējām siltumietilpībām C_V un C_p tās saista sakarības

$$c_V = \frac{C_V}{\mu} \quad \text{un} \quad c_p = \frac{C_p}{\mu}. \quad (7-54)$$

4. Daudzreiz jānosaka arī *gāzu maisījuma īpatnējā siltumietilpība*. Tā kā $v = v_1 + v_2 + \dots$ kilomoliem ideālu gāzu maisījuma pievadītais siltums pie konstanta tilpuma, sasildot to par 1 K, ir $v_1 C_{V1} + v_2 C_{V2} + \dots = v C_V$, tad šo gāzu maisījuma molārā īpatnējā siltumietilpība pie *konstanta tilpuma* C_V ir šāda:

$$C_V = \frac{v_1 C_{V1} + v_2 C_{V2} + \dots}{v_1 + v_2 + \dots}, \quad (7-55)$$

kur $v_1 = M_1/\mu_1$, $v_2 = M_2/\mu_2$, ... un C_{V1} , C_{V2} , ... attiecīgi ir atsevišķo gāzu kilomolu skaiti un molārās īpatnējās siltumietilpības. *Konstanta spiediena* gadījumā C_V , C_{V1} , ... izteiksmē (7-55) jāapmaina ar C_p , C_{p1} , ...

Līdzīgi var atrast, ka ideālu gāzu maisījuma *masas vienības īpatnējā siltumietilpība pie konstanta tilpuma* ir

$$c_V = \frac{M_1 c_{V1} + M_2 c_{V2} + \dots}{M_1 + M_2 + \dots}, \quad (7-56)$$

kur M_1 , M_2 , ... un c_{V1} , c_{V2} , ... attiecīgi ir atsevišķo gāzu masas un masas vienību īpatnējās siltumietilpības. *Konstanta spiediena* gadījumā c_V , c_{V1} , ... izteiksmē (7-56) ir jāapmaina ar c_p , c_{p1} , ... Ja ideālo gāzu maisījuma molārā īpatnējā siltumietilpība C_V (vai C_p) ir zināma, tad c_V (vai c_p) var aprēķināt pēc izteiksmes $c_V = C_V/\mu$ (vai $c_p = C_p/\mu$), kur μ ir gāzu maisījuma kilogrammola masa [sk. izt. (7-18)].

5. *Siltuma daudzums*, kas pie konstanta tilpuma vai konstanta spiediena jāpievada vielai ar masu M un molu skaitu $v = M/\mu$, lai paaugstinātu temperatūru par ΔT , tad ir šāds:

$$\left. \begin{aligned} Q_V &= \frac{M}{\mu} C_V \Delta T = M c_V \Delta T, \\ Q_p &= \frac{M}{\mu} C_p \Delta T = M c_p \Delta T. \end{aligned} \right\} \quad (7-57)$$

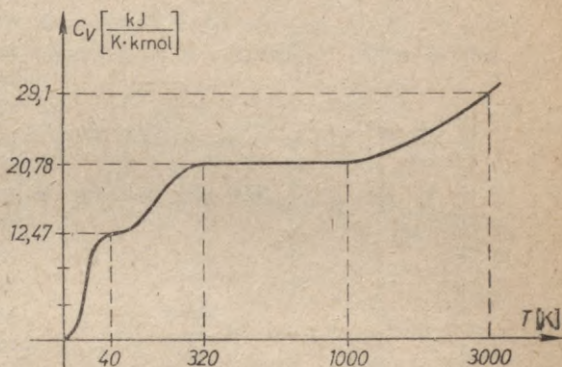
6. Šo īpatnējās siltumietilpības teoriju salīdzinot ar eksperimentu, redzam, ka eksperimentāli īpatnējā siltumietilpība nav konstanta, bet mainās līdz ar temperatūru. Tā ūdeņradim zemā temperatūrā molārā īpatnējā siltumietilpība $C_V = 12,47$ kJ/(K·kmol), temperatūras intervālā 100—300 K pieaug līdz 20,78 kJ/(K·kmol), tad paliek konstanta, bet intervālā 1500—3000 K atkal pieaug līdz 29,1 kJ/(K·kmol) (7-13. zīm.) un kļūst vēl lielāka. Citām divatomu molekulu gāzēm jau zemā temperatūrā

molārā īpatnējā siltumietilpība $C_V = 20,78 \text{ kJ}/(\text{K} \cdot \text{kmol})$, bet neli-
nēārām vairāku atomu molekulu gāzēm $C_V = 24,94 \text{ kJ}/(\text{K} \cdot \text{kmol})$.
Augstākā temperatūrā tām tāpat noliek C_V pāreja uz
 $29,1 \text{ kJ}/(\text{K} \cdot \text{kmol})$ (divatomu molekulu gāzēm) vai uz vērtību $iR/2$
(trīs un vairāku atomu molekulu gāzēm). Ja $T \rightarrow 0$, arī $C_V \rightarrow 0$.

7. Augstā tempera-
tūrā (1000—2000 K) ātro gā-
zes molekulu sadursmju dēļ sā-
kas gāzu molekulu *elektroniskā*
ierosme, t. i., molekulu elektroni
palielina savu enerģiju jeb, kā
to redzēsīm 37. nodaļā, «pāriet
uz augstākiem enerģijas stāvok-
ļiem». Šī apstākļa dēļ palieli-
nās gāzes īpatnējā siltumietil-
pība. Tā, piemēram, divatomu
molekulu gāzei īpatnējā siltum-
ietilpība kļūst lielāka nekā $29,1$
 $\frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}$. 2500 K temperatūrā

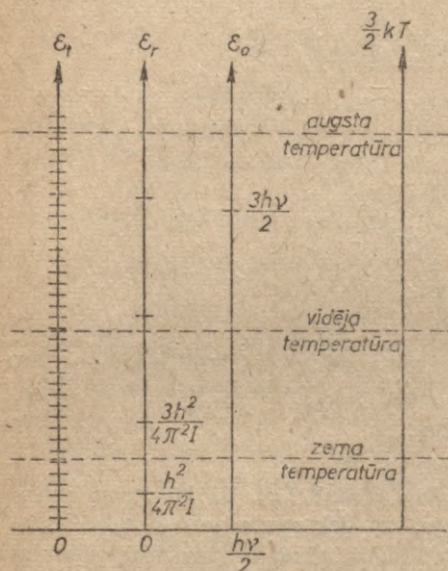
parasti sākas divatomu mole-
kulu sadalīšanās atomos un jonus (*molekulu disociācija*). Tā kā atomu saišu
pārraušanai molekulā nepieciešama enerģija, kas tiek ņemta no molekulu kustī-
bas enerģijas, t. i., no siltuma enerģijas, tad tālāka gāzes temperatūras celšanās
vēl vairāk palēninās. Bez tam disociācijas rezultātā palielinās arī daļiņu skaits.
Tāpēc gāzes īpatnējā siltumietilpība molekulu disociācijas dēļ stipri palielinās.
Ar gāzes molekulu disociāciju ir izskaidrojams tās, ka liesmu temperatūra nav
sevišķi augsta (3000 K). Temperatūru vēl palielinot, sāk *jonizēties* arī gāzes
atomi. Temperatūrā, kāda eksistē atombumbas sprādziena brīdī (10^9 līdz 10^7 K),
vielas atomi ir stipri jonizēti, bet vieglo elementu atomi ir pilnīgi jonizēti, t. i.,
no tiem ir atdalīti visi elektroni. Līdz ar daļiņu skaita pieaugumu aug arī
īpatnējā siltumietilpība.

8. Jēdziens par gāzu īpatnējās siltumietilpības kvantu teoriju. Gāzu īpat-
nējā siltumietilpība mainās atkarībā no temperatūras tādēļ, ka gāzu molekulas
nekustas pēc klasiskās mehānikas likumiem, bet kustas pēc īpašiem mikropa-
saulē valdošiem kvantu mehānikas likumiem. Tos tuvāk aplūkosim šī kursa
atomfizikas daļā. Seit mums ir jāzina tikai tas, ka pēc šiem likumiem molekulas
translācijas, rotācijas, atomu oscilācijas kustības *enerģijām var būt tikai atse-
višķas (diskrētas) vērtības*. Enerģija tād nemainās nepārtraukti kā klasiskajā
mehānikā, bet *mainās lēcieniem*. Molekulas minēto triju kustību iespējamās
diskrētās enerģijas vērtības ϵ_1 , ϵ_r un ϵ_o , atliktas uz vertikālām asīm (7-14. zīm.),
rāda, ka translācijas kustības iespējamo enerģijas vērtību star-
pības ir tik mazas, ka pat zemā temperatūrā, kur molekulas kustas lēni un maz
maina enerģiju, enerģijas lēcieni tomēr ir ļoti bieži, tāpēc kvantu mehāniskā
kustība maz atšķiras no klasiskās kustības. Tā rezultātā translācijas kustībai
paliek spēkā enerģijas vienmērīgā sadalījuma likums pa kustības brīvības pa-
kāpēm $\epsilon_i = 3kT/2$ un der molārās īpatnējās siltumietilpības izteiksme $C_{V_i} = 3R/2$.



7-13. zīm.

Molekulas rotācijas kustības enerģijas pēc kvantu mehānikas [sk. izt. (35-28)] ir $\epsilon_r = 0, h^2/4\pi^2 I, 3h^2/4\pi^2 I, \dots$, kur $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s ir Planka konstante un I — molekulas inerces moments. So diskreto enerģijas vērtību starpības, piemēram, pirmā starpība $\Delta\epsilon_r = h^2/4\pi^2 I$, ir miljonkārt lielākas nekā translācijas enerģiju starpības. Ja starpības $\Delta\epsilon_r$ salīdzina ar vidējo molekulas rotācijas enerģiju pēc vienmērīgā enerģijas sadalījuma likuma $\bar{\epsilon}_r = 3kT/2$, tad tomēr atrodam, ka tikai pie zemas temperatūras ($T \approx 50$ K) un tikai ūdeņraža molekulai, kurai inerces moments I stipri mazāks nekā citām molekulām, $\Delta\epsilon_r < 3kT/2$. Tātad praktiski tikai ūdeņraža rotācijas īpatnējā siltumietilpībā izpaudīsies atkāpe no iegūtā klasiskās statistiskās mehānikas rezultāta $C_{Vr} = R$ (protī, būs $C_{Vr} < R$). Turpretim molekulas atomu oscilācijas enerģija pēc kvantu mehānikas ir $\epsilon_o = hv/2, 3hv/2, \dots$ [sk. izt. (35-23)], kur v — svārstības frekvence. Šeit diskreto iespējamo enerģijas vērtību starpība $\Delta\epsilon_o = hv$ ir liela. Izskaitļosim kritisko temperatūru, pie kuras šī enerģija ir vienāda ar vidējo molekulas translācijas kustības enerģiju $3kT/2$ pēc vienmērīgā sa-



7-14. zīm.

dalījuma likuma ūdeņradim (H_2). Tā kā ūdeņraža molekulai $v = 1,25 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, tad no sakarības $hv = 3kT_o/2$ dabūjam, ka temperatūra $T_o = 2hv/3k = 2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 1,25 \cdot 10^{14} / (3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}) \approx 4000$ K. Tātad praktiski līdz 1500 K temperatūrai ūdeņraža molekulu sadursmēs translācijas kustība nespēj ierosināt atomu oscilācijas kustību, tāpēc līdz šai temperatūrai oscilācijas īpatnējā siltumietilpība $C_{Vo} = 0$; tas ir saskaņā ar eksperimentu, bet pretrunā ar klasiskās statistiskās mehānikas rezultātu $C_{Vo} = R$. Skābeklim (O_2), kuram $v = 0,47 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ (arī citām gāzēm), ir zemāka kritiskā temperatūra: $T_o \approx 1500$ K.

Piemērs. Aprēķināt ūdeņraža īpatnējās siltumietilpības c_v un c_p , ja 40% no tā ir disociēti atomos.

Uzdevums ir atrast molekulārā ($\mu_1 = 2$ kg/kmol) un atomārā ūdeņraža ($\mu_2 = 1$ kg/kmol) maisījuma masas vienības īpatnējās siltumietilpības. Molekulārajam ūdeņradim brīvības pakāpju skaits $i = 5$, tāpēc

$$c_{v1} = \frac{iR}{2\mu_1} = \frac{5}{4} \cdot 8,31 \cdot 10^3 = 1,04 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{p1} = \frac{(i+2)R}{2\mu_1} = \frac{7}{4} \cdot 8,31 \cdot 10^3 = 1,46 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Atomārajam ūdeņradim $t=3$, tāpēc analogi

$$c_{v2} = \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 10^3 = 1,25 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{p2} = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 10^3 = 2,08 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Pieņemsim, ka visa ūdeņraža masa $M=1$ kg. Tad $M_1=0,6$ kg un $M_2=0,4$ kg un pēc izteiksmes (7-56) maisījuma masas vienības īpatnējās siltumietilpības ir šādas:

$$c_v = \frac{M_1 c_{v1} + M_2 c_{v2}}{M_1 + M_2} = \frac{0,6 \cdot 1,04 \cdot 10^4 + 0,4 \cdot 1,25 \cdot 10^4}{1} = 1,12 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_p = \frac{M_1 c_{p1} + M_2 c_{p2}}{M_1 + M_2} = \frac{0,6 \cdot 1,46 \cdot 10^4 + 0,4 \cdot 2,08 \cdot 10^4}{1} = 1,71 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

8. NODAĻA

PĀRNESES PROCESI

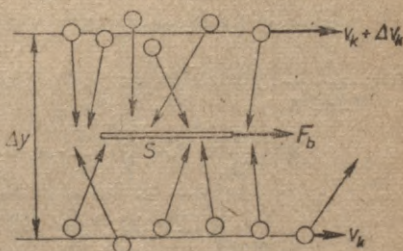
1. §. VIZKOZITĀTE

Par viskozitāti jeb iekšējo berzi sauc spēka pārneši vidē no vienas vietas uz kādu citu vietu, vides atsevišķām daļām savstarpēji pārvietojoties. Tā var novērot kā šķidrums un gāzēs, tā arī tad, ja plastiski deformējas cietas vielas. Šķidrums un gāzu iekšējo berzi no makroskopiskā viedokļa jau aplūkojam 6. nod. 5. §. Tur, iztīrējot bezvirpuļainu šķidruma vai gāzes kustību, ja perpendikulāri kustībai virzienā y eksistē konstants ātruma gradients $\Delta v_k / \Delta y$, konstatējām, ka uz kāda ātruma gradientam perpendikulāra slāņa laukumu S darbojas berzes spēks

$$F_b = -\eta \frac{\Delta v_k}{\Delta y} S, \quad (8-1)$$

kur η — viskozitātes koeficients, Δv_k — slāņu ātrumu starpība, Δy — slāņu attālums un S — slāņa laukums (8-1. zīm.).

Seit aplūkosim gāzu iekšējo berzi no vielas molekulārās uzbūves viedokļa. Pēc kinētiskās gāzu teorijas berzes spēku uz laukumu S (8-1. zīm.), kas atrodas starp relatīvā kustībā esošiem gāzes slāņiem, rada molekulu pārvietošanās. Virsējā — ātrākā slāņa molekulas, krītot uz laukumu S , tā kustību paātrina, un apakšējā — lēnākā slāņa molekulas tā kustību palēnina. Ja abu slāņu temperatūras un spiedienu ir vienādi, tad molekulu termiskās



8-1. zīm.

kustības vidējais ātrums \bar{v} abos slāņos ir vienāds, tātad arī molekulu skaits $\frac{n}{6}\bar{v}S$, kas laika vienībā abos virzienos krīt uz laukumu S (sk. 7. nod. 5. §), ir vienāds. Tomēr slāņu kustības virzienā vērtais kustības daudzums, ko tās sekundē pārnes uz laukumu S , ir dažāds. Pareizinojot vienas molekulas kustības daudzumu ar molekulu skaitu, iegūstam, ka pārnesto kustības daudzumu starpība

$$\frac{n}{6}\bar{v}S \cdot m v_h - \frac{n}{6}\bar{v}S \cdot m (v_h + \Delta v_h) = -\frac{n}{6}\bar{v}S m \Delta v_h.$$

Saskaņā ar kustības daudzuma teorēmu (2. nod. 13. §) 1 sekundē pārnesto kustības daudzumu starpība ir vienāda ar berzes spēku:

$$F_b = -\frac{n}{6}\bar{v}m\Delta v_h \cdot S. \quad (8-2)$$

Molekulas, izejot no abiem slāņiem, var pārnest savu kustības daudzumu uz laukumā S esošām molekulām, ja molekulas saduras. Bet tas var notikt tikai tad, ja molekulas noiet ceļa gabalu, kas vienāds ar brīvā ceļa vidējo garumu \bar{l} . Tāpēc abu gāzes slāņu attālums $\Delta y = 2\bar{l}$ un $\frac{\Delta v_h}{\Delta y} = \frac{\Delta v_h}{2\bar{l}}$. Reizinot un dalot izteiksmes (8-2) labo pusi ar $2\bar{l}$, dabūjam, ka

$$F_b = -\frac{1}{3}n\bar{v}m\bar{l}\frac{\Delta v_h}{2\bar{l}} \cdot S. \quad (8-3)$$

Salīdzinot šo izteiksmi ar izteiksmi (8-1), redzam, ka lodveida molekulu gāzes viskozitātes koeficients

$$\eta = \frac{1}{3}n\bar{v}m\bar{l} = \frac{1}{3}\bar{v}\bar{\rho}\bar{l}, \quad (8-4)$$

kur $\bar{\rho} = mn$ — gāzes blīvums. Ņemot vērā, ka $n \sim p$, $\bar{l} \sim \frac{1}{p}$ un $\bar{v} \sim \sqrt{T}$, secinām, ka *ideālās gāzes viskozitātes koeficients η ir tieši proporcionāls kvadrātsaknei no absolūtās temperatūras T un nav atkarīgs no spiediena p* . To pierāda arī novērojumi.

Piemērs. Atrast slāpekļa viskozitātes koeficientu η 0°C temperatūrā, ja molekulas diametrs $d = 3,0 \cdot 10^{-8}$ cm.

Ievērojot izteiksmes (7-31), (7-29), (7-40), t. i., $\bar{v} = 0,92\bar{v}_g = 0,92 \sqrt{\frac{3kT}{m}}$,

$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, no izteiksmes (8-4) dabūjam, ka

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{3}n \cdot 0,92 \sqrt{\frac{3kT}{m}} \cdot m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = 0,12 \frac{\sqrt{kTm}}{d^2} = \\ &= 0,12 \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 273 \text{ K} \cdot 28 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{(3,0 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}. \end{aligned}$$

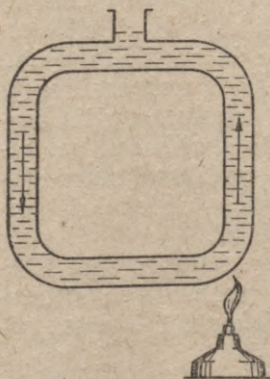
2. §. SILTUMA VADĪŠANA

1. Visātrāk siltums izplatās siltuma starojuma (sk. 32. nod.) un *siltuma konvekcijas* veidā. Tā, piemēram, siltuma konvekcijas rezultātā izplatās siltums atmosfērā. Vasarā virs Eiropas 10 km augstumā atmosfēras temperatūra augšup kāpjošo silto gaisa masu adiabatiskās izplešanās dēļ pazeminās līdz $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ (uz 100 m par $0,65\text{ K}$). Tomēr 50 km augstumā (troposfērā) temperatūra paaugstinās līdz $+50\text{ }^{\circ}\text{C}$, jo tur palielinās ozona koncentrācija un līdz ar to gaismas absorbcija. 80 km augstumā temperatūra atkal kritas līdz $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$, bet jonosfērā (100—400 km augstumā), kur spiediens $p < 1\text{ Pa}$, temperatūra Saules gaismas un elektronu absorbcijas dēļ paaugstinās līdz dažiem simtiem $^{\circ}\text{C}$ un 1000 km augstumā sasniedz pat $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$. Konvekcijas rezultātā temperatūra mainās arī telpās, kurās ir centrālā ūdens apkures sistēma (8-2. zīm.), dzīvnieku organisma asinsvados un limfvados (jo dzīvnieku cietās audu daļas, tauki, āda ir labi siltuma izolatori) u. c. Ja konvekcija jā kavē, tad lieto porainus būvmateriālus, audumus, vati, azbestu un citus materiālus, kuriem piemīt labas siltuma izolācijas spējas.

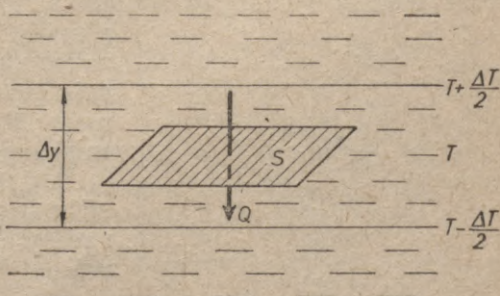
2. Šeit aplūkosim tuvāk **molekulāro siltuma vadīšanu**. Izrisinot vispārīgo molekulārās siltuma vadīšanas likumu, pieņemsim, ka homogēnā vielā starp augšējo vielas slāni, kura temperatūra ir $T + \frac{\Delta T}{2}$ (8-3. zīm.), un apakšējo vielas slāni, kura temperatūra ir $T - \frac{\Delta T}{2}$, pastāv stacionārs un konstants *temperatūras gradients* jeb kritums $\frac{\Delta T}{\Delta y}$, kur Δy — slāņu attālums. Caur laukumu S , kas paralēls šiem slāņiem, tad laikā t iziet siltuma daudzums

$$Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta y} S t, \quad (8-5)$$

t. i., *homogēnā vidē caur virsmas laukumu S izgājušais siltuma*



8-2. zīm.



8-3. zīm.

daudzums Q ir tieši proporcionāls temperatūras gradientam $\frac{\Delta T}{\Delta y}$, laukumam S un laikam t . Tas ir Furjē likums. Šeit λ — vides siltumvadītspējas koeficients. Gadījumā, ja temperatūras gradients nav konstants, izteiksme (8-5) jāraksta diferenciālā formā, kas atšķiras no izteiksmes (8-5) ar to, ka $\Delta T/\Delta y$ vietā ir dT/dy .

Lielumu $\frac{\lambda S}{\Delta y}$ sauc par siltumvadītspēju, bet apgriezto lielumu $\frac{\Delta y}{\lambda S}$ — par siltuma plūsmas pretestību. Praksē bieži lieto arī temperatūras vadītspēju $\frac{\lambda}{\rho c_p}$, kur ρ — blīvums, c_p — vielas masas vienības īpatnējā siltumietilpība pie konstanta spiediena.

Furjē likums der kā gāzveida, tā arī cietām un šķidrām vielām. Šķidrums, kuru temperatūra virzienā uz augšu ir augoša, konvekcijas nav, jo parasti šķidrums silstot izplešas.

Tomēr ūdenim, to sildot no 0°C līdz 4°C , blīvums palielinās. Tāpēc šajā temperatūras intervālā augšējie — siltākie ūdens slāņi grimst un vēsākie slāņi ceļas uz augšu. Konvekcija izbeidzas tad, kad ūdens temperatūra baseina apakšējā slānī sasniedz 4°C .

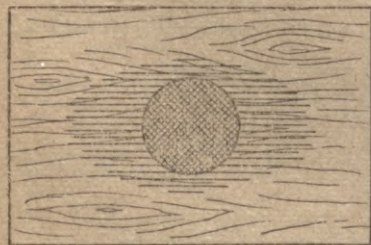
No Furjē likuma (8-5) varam izteikt siltumvadītspējas koeficientu:

$$\lambda = - \frac{Q}{\frac{\Delta T}{\Delta y} \cdot St} \left[\frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} \right]. \quad (8-6)$$

Siltumvadītspējas koeficients λ skaitliski ir vienāds ar to siltuma daudzumu Q , kas laikā vienībā izplūst caur laukuma vienību, ja temperatūras gradients ir viena vienība.

Kristālos, koksni un citās anizotropās vielās siltumvadītspēja dažādos virzienos ir dažāda. To var novērot, piemēram, uzliekot uz koka dēliša, kas pārklāts ar parafīnu, sakarsētu metāla cilindru. Šķiedru virzienā parafīns kūst ātrāk nekā šķērsvirzienā (8-4. zīm.).

3. Pēc molekulāri kinētiskās teorijas siltuma pārneši gāzēs izraisa molekulu pāreja no viena gāzes slāņa uz citu slāni. Molekulām pārejot no gāzes slāņa, kurā temperatūra ir augstāka, resp., kurā molekulu enerģija ir lielāka, uz slāni, kurā temperatūra ir zemāka, resp., molekulu enerģija mazāka, pirmais slānis atdziest, bet otrais sasilst. Šajā gadījumā starp slāņiem tiek pārnesta molekulas termiskā enerģija $ikT/2$.



8-4. zīm.

Līdzīgi kā iepriekš aprēķinot šāda siltuma pārnese mehānisma siltumvadītspējas koeficientu λ ideālai gāzei, dabūjam, ka

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{n} \bar{m} \bar{v} c_v. \quad (8-7)$$

Tātad gāzes siltumvadītspējas koeficients λ ir tieši proporcionāls molekulu skaitam tilpuma vienībā n , molekulas brīvā ceļa vidējam garumam \bar{l} , molekulas masai m , molekulas vidējam ātrumam \bar{v} un gāzes masas vienības īpatnējai siltumietilpībai pie konstanta tilpuma c_V . Tā kā $nm = \rho = \frac{M}{V}$, kur M — gāzes masa, V — tilpums un ρ — blīvums, siltumvadītspējas koeficientu var uzrakstīt arī šādi: $\lambda = \frac{1}{3} \rho \bar{l} \bar{v} c_V = \frac{1}{3} \bar{v} l c_l$. Šajā izteiksmē $c_l = \rho c_V$ ir 1 m^3 gāzes īpatnējā siltumietilpība. Kā redzams no izteiksmes (8-7), $\lambda \sim n \bar{l} \sim p \cdot \frac{1}{p}$ un $\lambda \sim \bar{v} \sim \sqrt{T}$. Tātad siltumvadītspējas koeficients λ nav atkarīgs no spiediena p (Maksvela likums) un ir tieši proporcionāls kvadrātsaknei no absolūtās temperatūras T . Gaisam, piemēram, $\lambda = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K})$.

Gāzēm molekulārās siltuma plūsmas pretestība ir lielāka nekā cietām vielām (sevišķi metāliem) un šķidrumiem. Tāpēc audumā un ādas spalvās esošais gaiss piešķir apģērbam un ādai labas siltuma izolācijas spējas; dubultlogi, poraini būvmateriāli daudz labāk saglabā siltumu telpās nekā vienkārši logi un blīvi būvmateriāli. Stikla vates vai spaļu klājums samazina arī silto griestu svaru un saglabā ledu pagrabā visu vasaru.

Vislabākā siltumizolācijas spēja piemīt vakuumam. To izmanto, gatavojot t. s. *Djuāra traukus* ar dubultām sienām, starp kurām ir vakuums.

4. Siltuma pāreja ir siltuma plūsma caur divu vidu robežu vai caur divas vides atdalošu vielas slāni. Ja abu vidu temperatūras robežvirsmu tuvumā ir T_1 un T_2 , tad laikā t caur robežvirsmas vai slāņa laukumu S izplūdušais *pārejas siltums*

$$Q = -\alpha_T (T_2 - T_1) S t, \quad (8-8)$$

kur α_T — *siltuma pārejas koeficients*. Tā mērvienība ir $\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$.

Piemērs. Aprēķināt slāpekļa siltumvadītspējas koeficientu λ 0°C temperatūrā un pie 1 atm spiediena, ja slāpekļa molekulas brīvā ceļa vidējais garums $\bar{l} = 9,3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$.

Tā kā $\bar{v} = 0,92 \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, $n = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$, $m = 28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $c_V = \frac{C_V}{\mu}$, tad no izteiksmes (8-7)

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{3} n \bar{l} m \cdot 0,92 \sqrt{\frac{3kT}{m}} \cdot c_V = \frac{1}{3} \cdot 2,7 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} \cdot 9,3 \cdot 10^{-8} \text{ m} \times \\ &\times 28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,92 \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 273 \text{ K}}{28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \times \\ &\times 20,8 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{28 \text{ kg} \cdot \text{K}} = 1,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}}. \end{aligned}$$

3. §. DIFŪZIJA

1. *Difūzija ir vielu sajaukšanās molekulārās kustības rezultātā.* Ja sajaucas viena un tā pati viela, tad tādu parādību sauc par *pašdifūziju* (autodifūziju). Pašdifūzijas ātrumu var noteikt, ja vienā vielas slānī novieto ķīmiski līdzīgas iezīmētas (radioaktīvas) molekulas un novēro to pārvietošanos. Ja viela molekulāri sajaucas ar citu vielu, tad tādu parādību sauc par *savstarpējo difūziju*. Gāzu difūziju cauri kādai starpsienai sauc par *transfūziju*, bet šķidrums molekulu caurspiešanos starpsienai — par *osmozi*.

Piemēri. Trauka apakšā iepilda CO_2 un virs tā atstāj gaisu. Citā traukā apakšā ielej zilo vara vitriola šķīdumu un virs tā ūdeni, kas ir vieglāks par vara vitriola šķīdumu. Jau pēc stundas var novērot, ka CO_2 un gaiss ir sajaukušies, bet pēc nedēļas novēro, ka tas pats ir noticis ar abiem šķidrumiem.

2. Difūzija raksturo vielas tieksmi izlīdzināt savu koncentrāciju jeb blīvumu. Pieņemsim, ka diviem vielas slāņiem, kuri atrodas attālumā Δy , ir blīvumi $\rho + \frac{\Delta \rho}{2}$ un $\rho - \frac{\Delta \rho}{2}$, kur $\rho = nm$, n ir vielas molekulu skaits tilpuma vienībā un m molekulas masa (8-5. zīm.). Tad laikā t difūzijas veidā caur virsmu S plūst vielas daudzums

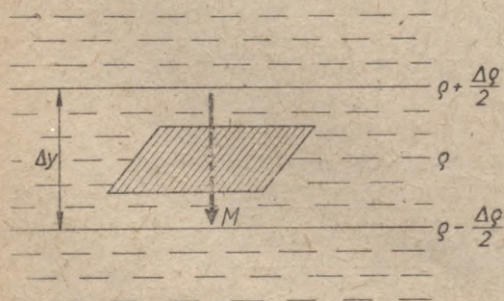
$$M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta y} S t, \quad (8-9)$$

t. i., *difundētās vielas daudzums M ir tieši proporcionāls blīvuma gradientam $\frac{\Delta \rho}{\Delta y}$, difūzijas laukumam S un difūzijas laikam t .* Tas ir **Fika likums**. Ja blīvuma gradients ir mainīgs, izteiksmē (8-9) $\Delta \rho / \Delta y$ vietā jāraksta $d\rho/dy$.

No izteiksmes (8-9) **difūzijas koeficients**

$$D = - \frac{M}{\frac{\Delta \rho}{\Delta y} S t} \quad (8-10)$$

skaitliski vienāds ar to vielas daudzumu M , kas sekundes laikā



8-5. zīm.



8-6. zīm.

iet cauri 1 m^2 laukumam, ja blīvuma gradients $\frac{\Delta \rho}{\Delta y} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^4}$. Difūzijas koeficienta D mērvienība SI sistēmā ir m^2/s . Palielinoties temperatūrai, vielu difūzijas koeficienti D aug eksponenciāli. Istabas temperatūrā cietu vielu difūzijas koeficienti ($D \approx 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}$) un šķidrums difūzijas koeficienti ($D \approx 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$) ir daudz mazāki par gāzu difūzijas koeficientiem ($D \approx 10^{-3} \div 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$). Tā, piemēram, gaisam sajaucoties ar skābekli, $D = 0,178 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, ūdeņradim ar skābekli — $D = 0,778 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$; vārāmai sāļij ar ūdeni — $D = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$.

3. Ideālām gāzēm ar lodveida molekulām difūzijas koeficientu D aprēķina līdzīgi kā viskozitātes koeficientu η (8. nod. 1. §). To izdarot, dabū, ka

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{l}. \quad (8-11)$$

Tātad ideālu gāzu difūzijas koeficients $D \sim \bar{l} \sim 1/p$ un $D \sim \bar{v} \sim \sqrt{T}$, t. i., D ir apgriezti proporcionāls spiedienam un tieši proporcionāls kvadrātsaknei no absolūtās temperatūras.

Cietu vielu un šķidrums difūzijas procesā molekulas pārvietojas pa molekulu režģa tukšumiem un režģa starpvietām, kā arī apmainoties savām vietām. Molekulas difūzijas procesā kustas pa lauztu līniju (8-6. zīm.). Cietu vielu un šķidrums difūziju stipri ietekmē arī molekulu izmēri, difūzijas process notiek ātrāk, ja molekulas ir mazākas. Tādā veidā var izskaidrot atomārā ūdeņraža ļoti lielo difūzijas spēju.

Pārneses procesu koeficientus η (8-4), λ (8-7) un D (8-11) ideālai gāzei saista sakarība

$$\eta = \frac{\lambda}{c_v} = Dnm = D\rho. \quad (8-12)$$

Precīzāk $\eta = \lambda/ac_v$, kur $a = 2 \frac{C_p}{C_v} - 1$. Ievērosim arī, ka saskaņā ar izteiksmi (7-40) $D \sim \bar{l} \sim 1/d^2$ ir stipri atkarīgs no molekulas diametra d .

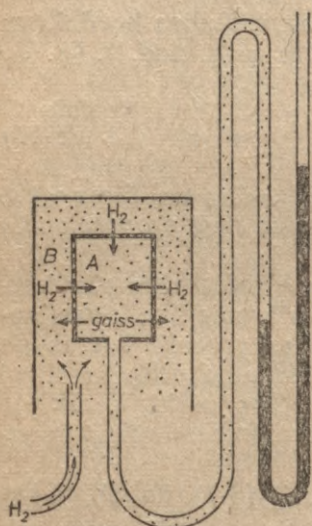
4. Praksē liela nozīme ir gāzu transfūzijai. Ir novērots, ka plānas gumijas, sakarsēta kvarca, dzelzs un citu vielu kārtiņas, kas liekas pilnīgi blīvas, laiž cauri gāzes. Sevišķi liela caurlaidība attiecībā pret ūdeņradi piemīt pallādiyam. Pallādijs spēj arī absorbēt ūdeņradi, kura tilpums ir 936 reizes lielāks par paša tilpumu. Arī telpu ventilācija daļēji notiek difūzijas veidā caur sienām.

Gāzes transfūzijas straujuma atkarību no molekulas termiskās kustības vidējā ātruma \bar{v} , resp., no masas m , var novērot šādā eksperimentā. Apgāztu trauku B (8-7. zīm.), kurā atrodas noslēgts sīkporains māla trauks A , piepilda ar ūdeņradi. Ūdeņraža molekulām salīdzinājumā ar gaisa molekulām ir lielāks ātrums un mazāka masa, tāpēc to difūzija caur sienu traukā A ir straujāka par

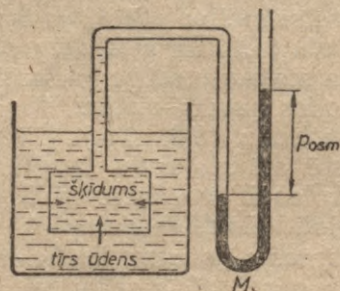
gaisa molekulu difūziju ārā no šī trauka. Ja sākumā traukā *A* spiediens bija vienāds ar ārējā gaisa spiedienu, tad tagad tas kļūst lielāks (8-7. zīm.). Pēc zināma laika spiedieni traukā *A* un apkārtņē atkal kļūst vienādi. Ja tagad no māla trauka *A* noņem ar ūdenradi piepildīto trauku *B*, tad spiediens traukā *A* samazinās, jo ūdenradis difundē no trauka *A* ārā straujāk, nekā gais difundē šajā traukā.

Difūzijas straujuma atkarību no molekulu masas izmanto izotopu, piemēram, U^{238} un U^{235} atdalīšanai (ņemot UF_6 gāzi). Izejot transfūzijas veidā caur vairāku simtu difūzijas kameru sienām, beigās paliek samērā tīra izotopa gāze.

Gāzveida izotopus var atdalīt, izmantojot termodifūziju, t. i., parādību, ka gāzē ar temperatūras gradientu vieglākās, t. i., ātrākās, gāzu molekulas di-



8-7. zīm.



8-8. zīm.

fundē uz augstākās temperatūras pusi, bet smagākās molekulas paliek tur, kur ir zemākā temperatūra.

5. Osmoze ir šķidrums difūzija caur puscaurlaidīgu membrānu. Ir zināmas vairākas vielas, no kurām var pagatavot membrānas ar dažāda caurmēra porām, kas laiž cauri tikai molekulas līdz zināmam lielumam. Tāpēc tās sauc par puscaurlaidīgām. Ar lielāku poru puscaurlaidīgām membrānām var no dzelzs oksīda, dekstrīna, krāsvielu un olbaltumvielu šķīdumiem atdalīt skābes un sāļus (dialīze), jo pirmo vielu molekulas veido kompleksus, kurus membrāna nelaiž cauri.

Sikporaina membrāna ir, piemēram, māla trauks, kura sienās ir nosēdies $Cu_2Fe(CN)_6$ — vara heksaciano(2)ferāts. Ja šādu ar cukura šķīdumu piepildītu trauku ievieto tīrā ūdenī, tad traukā difundē ūdens. Šķīduma spiediens (līmenis) traukā palielinās tik ilgi, kamēr spiediens traukā kļūst vienāds ar tīrā ūdens iekšējo spiedienu trauka ārpusē. Šī šķietami paradoksālā tīrā ūdens iesūkšanās parādība ir izskaidrojama ar ūdens molekulu iekšējā spiediena samazināšanos, ja starp ūdens molekulām iespējams izšķīdušās vielas molekulas. Manometra *M* (8-8. zīm.) līmeņu starpība rāda iekšējā spiediena samazi-

nāšanos šķīdinātājā, resp., izšķīdušās vielas osmotisko spiedienu p_{osm} uz šķīdinātāju. Ir pierādīts, ka kvantitatīvi nelielām šķīduma koncentrācijām

$$p_{osm} = \frac{\nu RT}{V}, \quad (8-13)$$

kur ν — izšķīdušās nedisociējošās vielas molu skaits, V — šķīduma tilpums, R — gāzu konstante. Izšķīdušās vielas molekulas šķīduma tilpumā tātad izturas tāpat kā ideālā gāze tukšumā.

Elektrolītu šķīdumos izšķīdušo daļiņu skaits ir lielāks nekā izšķīdušo molekulu skaits, jo daļa molekulu ir sadalījusies jonos, tāpēc osmotiskais spiediens ir lielāks.

6. Īpaša nozīme difūzijai ir *augu* un *dzīvnieku* dzīvības procesos, jo augi un dzīvnieki barību uzņem difūzijas veidā. Barības vielu uzņemšana no augsnes ar saknēm notiek tāpēc, ka starp augsni un augā saknēm pastāv auga barības vielu koncentrācijas starpība. Tās šķidrās vai gāzveida vielas, ko augs nepārstrādā, visumā līdzīgās koncentrācijās atrodas kā augsnē, tā augā. Arī cilvēks barību uzņem caur barības vada kapilāru sienām (to virsmas laukums $\approx 6000 \text{ m}^2$) difūzijas veidā. Turklāt jāpiezīmē, ka ūdens un barības vielu pārvietošanās augos pa savstarpēji savienotiem kapilāriem, gaisa porām un cauri šūnu apvalkiem norisinās gan kapilārā, gan difūzijas veidā. Barības vielu pārnesē tātad nav pakļauta Fika likumam. Tāpat konvekcijas un difūzijas veidā dzīvnieka organismā pārvietojas asinis un limfa.

Tehnikā difūziju izlieto dažādu vielu *ekstrakcijai*, piemēram, cukura iegūšanai no bietēm, ārstniecības līdzekļu iegūšanai no ārstniecības augiem utt. Tērauda cementēšanu izdara, difundējot dzelzi oglekli.

4. §. STIPRI RETINĀTAS GĀZES

1. Par *stipri retinātām* sauc tādas gāzes, kurās molekulu brīvā ceļa vidējie garumi \bar{l} ir vienādi vai lielāki par trauka izmēriem, piemēram, ja trauka lineārais izmērs ir 5 cm, $p \approx 10^{-1}$ Pa un $\bar{l} \approx 10$ cm. Šādos apstākļos gāzu molekulas galvenokārt saduras ar trauka sienām, tāpēc molekulas brīvā ceļa garums \bar{l} vairs nav atkarīgs no gāzes blīvuma, bet no trauka izmēriem. No tā izriet, ka stipri retinātai gāzei ir piemērojami tikai tie ideālo gāzu likumi, kuru izrisināšanā molekulas var pieņemt par materiāliem punktiem. Tādi, piemēram, ir Gei-Lisaka, Boila—Mariota, Klapeirona—Mendeļejeva, Puasona un citi likumi. Bet nav derīgas tādas sakarības kā, piemēram, sadursmju skaita, brīvā ceļa garuma, visu pārneses procesu koeficientu un citas izteiksmes, kurās tieši vai netieši iesaistīts molekulu diametrs.

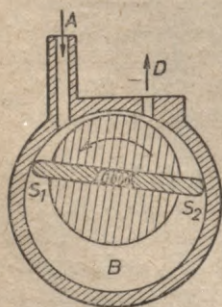
Tā kā stipri retinātā gāzē molekulu sadursmes notiek reti, tad tai nepiemīt ne iekšējā berze, ne arī iekšējā siltumvadītspēja. Tai ir tikai ārējā gāzes un trauka sienas savstarpējā berze un tieša siltuma pārnese starp trauka sienām. Berzes spēks F_b šajā gadījumā ir tieši proporcionāls gāzes trauka sienu ātrumu starpībai Δv_h un pārnestais siltuma daudzums Q ir tieši proporcionāls sienu

temperatūras starpībai ΔT . Lielumi F_b un Q vairs nav atkarīgi no sienu attāluma Δy .

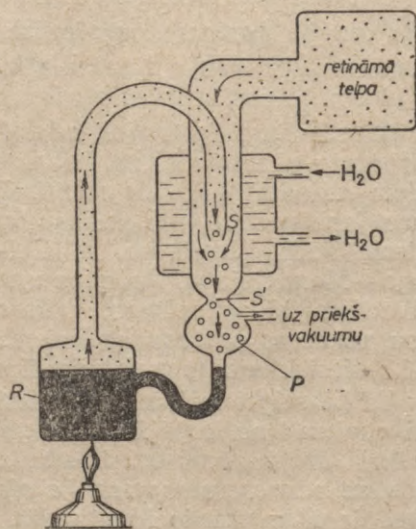
Molekulas brīvā ceļa garumam \bar{l} pārsniedzot *caurules* diametru d , spiediena starpības Δp izraisītā gāzu plūsmas intensitāte nav vairs tieši proporcionāla d^4 [sk. Hāgena—Puazeija likumu (6-17)], bet tieši proporcionāla tikai d^3 . Tāpēc, lai gaisa sūkņi darbotos ar pietiekamu jaudu, visiem retināto gāzu plūsmu pievadiem un kanāliem sūkņi jābūt ne vien isiem, bet arī resniem. Arī stipri retinātu gāzu molekulāro pārvietošanos raksturojošais difūzijas koeficients D ir atkarīgs no trauka izmēriem (cilindriskās caurulēs $D = \frac{1}{3} \bar{v} d$). Jāatzīmē, ka arī garenā traukā vai traukā ar sašaurinājumu vidū, ja traukā ir liels retinājums, tajā galā, kur sienai ir augstāka temperatūra, gāzes spiediens ir lielāks pretēji Paskāla likumam, kas apgalvo, ka spiediens visās viena trauka vietās ir vienāds.

5. §. GĀZU SŪKŅI. AUGSTVAKUUMA MANOMETRI

1. Lielāka gāzes retinājuma iegūšanai lieto dažāda tipa *vakuumu sūkņus*. Liela sūkņēšanas jauda (pie attiecīgā spiediena izsūkņētais tilpums laika vienībā) ir rotācijas sūkņim (8-9. zīm.). Tā galvenā sastāvdaļa ir divi ekscentriski novietoti cilindri. Gaisu no retināmās telpas A nosūc divas iekšējam rotējošam cilindram piestiprinātas lāpstas S_1 un S_2 , kuras ar atsperēm tiek nepārtraukti piespiestas ārējā cilindra iekšējai virsmai. Ārējā telpā D gaisu izvada caur ventili un eļļu. Viens rotācijas sūkņis rada retinājumu 10^{-1} Pa, bet vairāki virknē savienoti sūkņi — līdz 10^{-3} Pa. Augstvakuumu tehnikā ar rotācijas sūkņiem parasti iegūst tikai priekšvakuumu un tad var sākt darboties dzīvsudraba un eļļas difūzijas vai dzīvsudraba tvaika strūkļas sūkņi, kas dod lielāku retinājumu.



8-9. zīm.



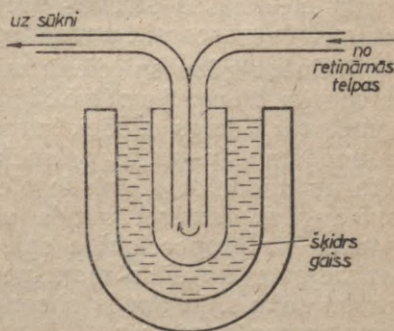
8-10. zīm.

2. Dzīvsudraba tvaika strūklas sūkņa shēma parādīta 8-10. zīmējumā. Rezervuāru R sildot ar elektrisko sildītāju, iegūst karstu Hg tvaiku, kas, daļēji kondensējoties, parasti izplūst no sprauslas S ar ātrumu, kas pārsniedz skaņas izplatīšanās ātrumu. Lielā plūsmas ātruma dēļ pie sprauslas S spiediens pazeminās gandrīz līdz nullei (Bernulli teorēma). Tas arī ir iemesls, kāpēc Hg strūklā no retināmās telpas ieplūst gaiss. Pie otras sprauslas S' strūkla palēninās un rodas spiediena kāpums, ko līdzsvaro Hg strūklas dinamiskā spiediena maiņa un kas neļauj gaisam ieplūst atpakaļ no telpas P . Hg strūkla apstājas telpā P un atbrīvojas no gaisa, kuru pēc tam nosūc priekšvakuuma sūknis, bet dzīvsudrabs nokļūst atpakaļ traukā R .

Principiāli līdzīgs ir dzīvsudraba vai eļļas difūzijas sūknis. Tajā tvaika spiediens un ātrums ir mazāks un Hg tvaikašķidrumā strūklā pie sprauslas S gaiss ieplūst difūzijas veidā.

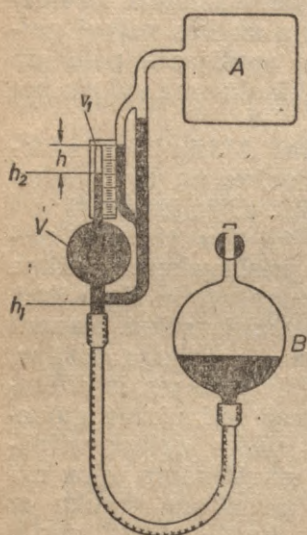
Lai palielinātu retinājumu, sūkņus darbina citu aiz cita, piemēram, 8-10. zīmējumā attēlotajam sūknim priekšvakuuma sūkņa vietā pieslēdz vēl vienu sūkni. No metāla pagatavotie Hg sūkņi, kuru jauda sasniedz 1500 l/s, parasti ir 3 pakāpju sūkņi. Parasti pirmā pakāpe ir difūzijas, bet otrā un trešā — strūklas pakāpe. Stikla sūkņiem ar jaudu 0,3—50 l/s visas trīs pakāpes ir difūzijas pakāpes. Ar minētajiem sūkņiem iegūstamo retinājumu galvenokārt ierobežo Hg vai eļļas tvaiks, kas no sūkņa ieplūst retināmajā telpā. Šo ieplūdi aizkavē, starp sūkni un retināmo telpu novietojot tvaika molekulu «lamatas», piemēram, trauku ar šķidru gaisu, caur kuru iet retinātas gāzes kanāls (8-11. zīm.), kas uztver uz retināmo telpu plūstošo tvaiku, to kondensējot. Tad ar Hg tvaika sūkni var sasniegt 10^{-3} — 10^{-4} Pa, bet ar eļļas tvaika sūkni 10^{-4} — 10^{-6} Pa lielu retinājumu. Augstākie lielā telpā sasniegtie retinājumi ir 10^{-9} Pa, tad $\bar{l} \approx 5000$ km un 1 cm^3 tilpumā ir vēl 300 000 molekulu. Tas tomēr tālu atpaliek no starpzvaigžņu telpas retinājuma (10^{-14} Pa).

3. Augstvakuuma sūkņus plaši izmanto laboratorijās un ražošanā. Dažādu radiolampu, elektronu staru lampu, kodolfizikas ātro jonu staru ierīču, Hg taisngriežu, Geigera skaitītāju, rentgenlampu un citu ierīču izgatavošana ir iespējama tikai ar augstvakuuma sūkņu palīdzību. Arī ķīmisku vielu un pārtikas produktu ražošanā, piemēram, ķīmiskās sintēzēs, pārtvaicēšanā, konservēšanā un citos procesos, bieži ir jāierobežo gaisa pieplūde. Daudzos gadījumos šādā nolūkā no telpas, kur notiek process, izsūknē gaisu. Ļoti labas kvalitātes bezporainus metāla lējumus dabū, ļejojot tos vakuumā.



8-11. zīm.

4. Lai izmērītu mazus gāzu spiedienus (līdz 10^{-3} Pa), agrāk plaši lietoja Makleoda manometru (8-12. zīm.). Tā darbības pamatā ir mēramās retinātās gāzes saspiešana. Sākuma stāvoklī dzīvsudraba līmenis atrodas pie atzīmes h_1 un telpa, kurā tilpums V , vēl ir savienota ar trauku A , kurā mēramās retinātās gāzes spiediens ir p . Paceļot trauku B , dzīvsudraba līmenis



8-12. zīm.

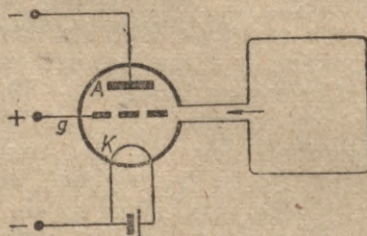
(resp., a) un V un nolaset h , meklēto spiedienu p atrod no sakarības

$$p = \frac{a}{V} h^2. \quad (8-14)$$

Tikpat mazu spiedienu var mērīt ar Pirani—Galles termoelektrisko manometru, kurā spiediena mērīšanai izmanto elektriskās strāvas pretestības maiņu atkarībā no temperatūras, jo gāzes siltumvadītspēja mainās atkarībā no spiediena.

Retinātu gāzu spiedienu mērīšanai līdz 10^{-11} Pa pēdējā laikā galvenokārt lieto jonizācijas manometrus. Šāda tipa manometrs ir līdzīgs triodei, kuras tīkliņam g pielikts augsts pozitīvs un anodam A negatīvs potenciāls (8-13. zīm.). Tad katoda K emitētie un anoda A atgrūstie elektroni oscilē ap lampas tīkliņu un jonizē gāzi. Izmērot anoda uztverto pozitīvo jonu plūsmu, kas aptuveni ir proporcionāla spiedienam, tiek noteikts arī spiediens. Atzīmējams, ka šāds manometrs reizē darbojas arī kā augstvakuumā sūkņi, jo anods absorbē pozitīvos jonus un lampā retinājums pamazām pieaug.

no atzīmes h_1 paceļas līdz atzīmei h_2 un retinātās gāzes tilpums samazinās $\approx 10\,000$ reizi līdz tilpumam v_1 . Attiecībā pret nespiesto retināto gāzi tai rodas dzīvsudraba līmeņu starpība h , kurai atbilst spiediens $a'h$. Ievērojot, ka $v_1 = a''h$, pēc Boila—Mariota likuma $pV = a'hv_1 = a'h \cdot a''h = ah^2$. Zinot aparāta konstantes a' , a''



8-13. zīm.

TERMODINAMIKAS FIZIKĀLIE PAMATI

Arī termodinamika, tāpat kā iepriekšējās nodaļās iztirzātā gāzu kinētiskā teorija, aplūko siltuma parādības. Tikai termodinamika šo parādību apskatā lieto *makroskopiskus* parametrus, t. i., fizikālos lielumus, kas piemīt no ļoti daudzām molekulām sastāvošiem ķermeņiem. Termodinamiskie pamatparametri ir ķermeņa masa M , tilpums V , spiediens p un temperatūra T . Šiem pamatparametriem termodinamikā ir tāda pati nozīme kā mehānikā ķermeņa masai, noietajam ceļam, kustības laikam un ātrumam. Ja noris kāds siltuma process, piemēram, sasilšana, atdzišana, iztvaikošana, izplešanās utt., tad vispār mainās arī ķermeņa masa, tilpums, spiediens un temperatūra. Tā kā ķermeņa masas, tilpuma un spiediena maiņa raksturīga ķermeņa mehāniskām parādībām, tad vispār siltuma parādībās vienlaikus norisinās arī mehāniski procesi. Tāpēc termodinamika nav zinātnes nozare, kas apskata tikai siltuma parādības vien, bet tā aplūko ķermeņu siltuma, mehāniskās, elektriskās un citas parādības visā to kopsakarībā. Un tieši šīs siltuma un citu parādību saistības dēļ siltuma parādībām, tāpat arī termodinamikai ir liela praktiska nozīme, jo kopējās siltuma un mehāniskās parādībās, piemēram, ķermeņa sasildšanas un izplešanās procesā siltuma enerģija pārvēršas mehāniskajā enerģijā. Šis apstāklis ir mūsdienu siltumtehnikas pamats. Īpaši izteikta mehānisko un siltuma parādību saistība ir novērojama gāzu siltuma procesos. Tāpēc gāzu siltuma parādības termodinamikā ieņem centrālo vietu.

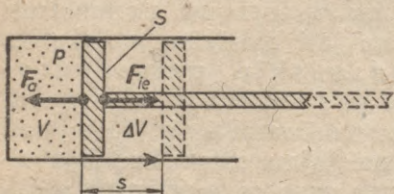
Termodinamika balstās uz divām no novērojumiem un prakses secinātām aksiomām: pirmo un otro termodinamikas likumu. Mazāk svarīgs ir trešais termodinamikas likums. Pirmo divu termodinamikas likumu nozīme siltuma parādību izpratnē ir tikpat liela kā Ņūtona likumiem mehānikā: tie veido termodinamikas pamatu, uz kura, izmantojot vēl dažādas empīriskas sakarības, galvenokārt ķermeņa stāvokļa vienādojumus, var uzbūvēt visu termodinamikas celtni. Pirms analizējam abus termodinamikas likumus, aplūkosim dažus termodinamikas pamatjēdzienus, piemēram, izplešanās darbu A , sistēmai pievadīto vai no tās aizvadīto siltuma daudzumu Q un sistēmas iekšējo enerģiju U .

1. §. IZPLEŠANĀS DARBS

Pieņemsim, ka kādā cilindrā ar kustīgu virzuli norobežotā gāze (9-1. zīm.) izplešas tā, ka spiediens $p = F/S$, resp., spiediena spēks $F = p \cdot S$ uz virzuļa laukumu S paliek konstants. Pieņemsim arī, ka, virzulim pārvietojoties, ārējais spēks F_a ir vienāds, bet

pretēji vērstis gāzes iekšējā spiediena spēkam $F_{ie} = -F_a$. Tad gāzes izplešanās ārējais darbs $A_a = -F_a s = -p S s = -p \Delta V < 0$ (mīnusa zīme tāpēc, ka spēka un ceļa virzieni ir pretēji), bet gāzes izplešanās iekšējais darbs

$$A_{ie} = A = F_{ie} s = p S s = p \Delta V > 0, \quad (9-1)$$



9-1. zīm.

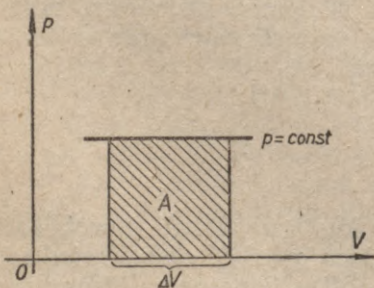
kur ΔV ir tilpuma maiņa Ss , ja virzulis pārvietojas attālumā s . Gāzi saspiežot ($\Delta V < 0$), tā dara darbu $A_{ie} = p \Delta V < 0$, ārējais darbs $A_a = -p \Delta V > 0$. Turpmāk, runājot par izplešanās darbu A , domāsim iekšējo darbu A_{ie} . Gāzei lēni izplešoties un virzulim pārvietojoties bez berzes, gāzes iekšienē esošā enerģija pārvēršas mehāniskajā

enerģijā un pāriet uz cilindra ārieni (uz gaisu un cilindra virzulim pievienoto darba mašīnu). Iekšējo izplešanās darbu p un V koordinātu ass grafiski attēlo iesvītrotais laukums (9-2. zīm.).

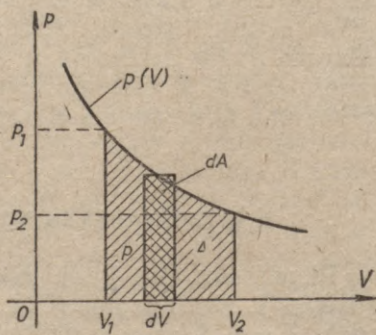
Mainīga spiediena gadījumā (9-3. zīm.), palielinoties gāzes tilpumam no V_1 līdz V_2 , iekšējo darbu A atradīsim, summējot jeb integrējot no tilpuma V_1 līdz tilpumam V_2 elementāros darbus $dA = p dV$:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} dA = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (9-2)$$

Arī šajā gadījumā darbu A attēlo laukums, ko ierobežo spiediena $p = p(V)$ likne un V ass. Izplešanās darbu, tāpat kā citus darbus, mēra džoulos. Gāze izplešoties padara 1 J darbu, ja tā pie nemainīga spiediena $p = 1$ Pa palielina savu tilpumu par $\Delta V = 1$ m³.



9-2. zīm.



9-3. zīm.

2. §. SILTUMA ENERĢIJA. SILTUMA DAUDZUMS. SILTUMA MEHĀNISKAIS EKVIVALENTS

Iepriekšējās nodaļās aplūkotajā gāzu kinētiskajā teorijā tika pierādīts, ka ķermeņa *siltuma enerģija* (termiskā enerģija) ir molekulu un citu daļiņu haotiskās kustības kinētiskā un potenciālā enerģija. Siltuma enerģijas absolūtais lielums ķermenī ir vienāds ar enerģiju, kura pievadīta vielai, sasildot to no absolūtās nulles līdz dotajai temperatūrai un neļaujot pievadītajai enerģijai pārvērsties netermiskos enerģijas veidos. Šī enerģija termodinamikā un arī kinētiskajā gāzu teorijā ir iekšējā enerģija U (vai vismaz viena tās daļa).

Termodinamikā par *siltuma daudzumu* Q parasti sauc ķermeņim (termodinamiskajai sistēmai) pievadīto vai no tā aizvadīto siltuma enerģiju. Siltuma daudzumu Q un darbu A , ja viss paša ķermeņa padarītais vai apkārtnes pie ķermeņa padarītais darbs A pārvēršas pievadītajā vai aizvadītajā siltumā, saista sakarība

$$A = Q, \quad (9-3)$$

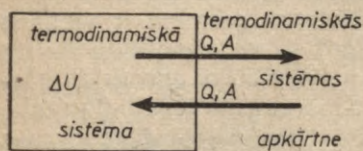
t. i., darbs A ir vienāds ar siltuma daudzumu Q . To vispirms eksperimentāli pierādīja angļu fiziķis Džouls 1843. gadā, konstatējot, ka *mehāniskais siltuma ekvivalents*, t. i., iegūtā siltuma un patērētā darba attiecība, $A/Q = 1$.

3. §. TERMODINAMISKĀS SISTĒMAS. IEKŠĒJĀ ENERĢIJA

Ķermeņu sistēmu, kurā notiek siltuma process, sauc par *termodinamisku sistēmu*. Termodinamisko sistēmu piemēri ir kāds ciets, šķidrums vai gāzveida ķermenis, dzinēja motors, labības lauks, meža iecirknis, dzīva būtne, atoma kodols, zemeslode, zvaigzne utt. Visā tilpumā ķīmiski un fizikāli (ķīmiskais sastāvs, blīvums, elastība, krāsa, agregātstāvoklis utt.) viendabīgu sistēmu sauc par *homogēnu sistēmu*. Pretējā gadījumā tā ir *nehomogēna* (heterogēna) sistēma. Tā, piemēram, gāze bez trauka ir homogēna sistēma, bet gāze ar trauku ir nehomogēna sistēma.

Visu termodinamiskās sistēmas tilpumā esošo enerģijas veidu summu sauc par termodinamiskās sistēmas *iekšējo enerģiju* U . Gāzei miera stāvoklī iekšējo enerģiju U rada tikai siltuma jeb molekulu haotiskās kustības kinētiskā un potenciālā enerģija, bet, ja gāze sistēmas iekšienē pārvietojas, tad iekšējā enerģija U ietver arī gāzes konvekcijas mehānisko kinētisko enerģiju. Ja termodinamiskā sistēma, piemēram, gāze, šķidrums vai cietā viela, ir homogēna, atrodas mehāniskā miera stāvoklī un tai ir tikai termiskā enerģija, kas ir termiskā līdzsvara (9. nod. 6. §) stāvoklī, tad sistēmas iekšējā enerģija U ir atkarīga tikai no termodinamiskās sistēmas masas m , tilpuma V , spiediena p un temperatūras T . Tā kā šos četrus lielumus saista sistēmas stāvokļa

vienādojums, tad iekšējo enerģiju U nosaka tikai 3 mainīgi lielumi, piemēram, $U=f(m, V, T)$. Ja siltuma procesā sistēmas masa $m = \text{const}$, tad, piemēram, $U=f(V, T)$, t. i., iekšējo enerģiju nosaka tikai divi stāvokļa parametri. *Iekšējā enerģija U ir termodinamiskās sistēmas stāvokļa lielums*, kuras vērtību viennozīmīgi



9-4. zīm.

nosaka sistēmas parametru vērtības, piemēram, p , V un T . *Iekšējās enerģijas maiņa $U_2 - U_1 = \Delta U$ tad ir atkarīga tikai no sistēmas sākuma un beigu stāvokļa parametru vērtībām*, piemēram, no m_1, V_1, T_1 un m_2, V_2, T_2 , bet nav atkarīga no tā, kādā veidā sistēma pāriet no viena stāvokļa otrā.

Visu veidu enerģiju, kura, mainīdama vai nemainīdama savu veidu, *iet caur termodinamiskās sistēmas robežu* (9-4. zīm.), dala divās daļās: siltuma enerģijā Q un *netermiskajā enerģijā* (piemēram, mehāniskajā, elektriskajā, gaismas u. c.), proti, darbā A . Tā, piemēram, gāzei izplešoties, darbs A izteic iekšējās enerģijas daudzumu ΔU , kas aiziet no sistēmas netermiskās enerģijas veidā. Tā, piemēram, gāzei izplešoties atmosfērā, atmosfēras gaiss paceļas uz augšu un palielinās gaisa masas gravitācijas potenciālā enerģija. Kā redzam, darbam A termodinamikā ir citāda būtība nekā mehānikā, kur tas raksturo enerģijas veidu maiņu. No sistēmas aizejošo siltuma enerģiju Q un sistēmas darīto darbu A uzskatīsim par negatīvu lielumu un sistēmai pieplūstošo siltumu Q un pie sistēmas darīto darbu A — par pozitīviem lielumiem.

4. §. PIRMAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS

R. Maiers (1842. g.) un Dž. Džouls (1843. g.) pierādīja, ka, pārejot termodinamiskās sistēmas robežu, enerģija var gan mainīt savu veidu, tomēr tās daudzums sistēmā un apkārtņē kopā nemainās. Citādi sakot, *termodinamiskās sistēmas iekšējās enerģijas maiņa ΔU ir vienāda ar termodinamiskai sistēmai pievadīto (vai no tās aizvadīto) siltuma enerģiju Q un sistēmas padarīto (vai pie sistēmas padarīto) darbu A* . Tas ir pirmais termodinamikas likums.

Elementāram (bezglīgi mazam) un *galīgam* siltuma procesam pirmo termodinamikas likumu izsaka šādi:

$$dU = dQ^* - dA^* \text{ un } \Delta U = Q^* - A^* \quad (9-4)$$

Šeit zvaigznītes (turpmāk tās nerakstīsim) norāda, ka sistēmai pievadītais vai no tās aizvadītais siltuma daudzums un darbs nav pilni diferenciāļi, t. i., ka lielumi A^* un Q^* nav sistēmas stāvokļa parametru, piemēram, m, V, p, T , izmaiņu viennozīmīgas funkci-

jas (kaut gan to starpība ΔU tāda ir!). Vispār sistēmai pievadītais vai no tās aizvadītais siltuma daudzums Q^* un sistēmas darbs A^* ir no sistēmas siltuma procesa atkarīgi lielumi. Tikai tad, ja sistēmas siltuma process ir atgriezenisks (sk. turpmāk) un atkarīgs tikai no viena neatkarīgā mainīgā, dA un dQ ir pilni diferenciāļi. Tā ir, piemēram, izotermiskā ($T = \text{const}$) siltuma procesā, kur spiediens p ir vienīgā neatkarīgā mainīgā tilpuma V funkcija.

Ja A^* ir tikai mehāniskais izplešanās darbs, tad pirmo termodinamikas likumu elementāram un galīgam siltuma procesam var uzrakstīt šādi:

$$dU = dQ^* - pdV \text{ un } \Delta U = Q^* - \int_{V_1}^{V_2} pdV. \quad (9-5)$$

Ja termodinamiskā sistēma ir noslēgta, t. i., tai netiek pievadīta vai no tās aizvadīta enerģija ($dQ^* = 0$ un $dA^* = 0$), tad arī $dU = 0$ jeb $U_2 = U_1$, t. i., noslēgtā sistēmā iekšējā enerģija U ir konstants lielums.

5. §. PIRMĀ TERMODINAMIKAS LIKUMA PIELIETOJUMI ĪPAŠOS SILTUMA PROCESOS

Pielietosim pirmo termodinamikas likumu izohoriskā, izobāriskā, izotermiskā un adiabatiskā siltuma procesā jebkurai sistēmai un ideālai gāzei, pieņemot, ka A ir tikai mehāniskais darbs.

Pēc pirmā termodinamikas likuma, zinot sistēmai pievadīto siltumu Q un sistēmas padarīto darbu A , var aprēķināt sistēmas iekšējās enerģijas maiņu ΔU . Tomēr svarīgākos secinājumus no pirmā likuma dabū tad, kad ir zināma sistēmas iekšējā enerģija U atkarībā no stāvokļa parametriem m , T , p , V . Ideālai gāzei šo atkarību izsaka izteiksme (7-46), bet reālai gāzei — izteiksme (10-7). Savukārt sistēmas iekšējo enerģiju U parasti iegūst, izejot no sistēmas stāvokļa vienādojuma.

1. **Izohorisks process** $V = \text{const}$ ($\Delta V = 0$). Galīgam izohoriskam siltuma procesam, piemēram, ķīmiskam procesam kalorimetriskajā bumbā, siltuma dzinēja dažām taktīm utt., mehāniskais tilpuma maiņas darbs $A = 0$, tāpēc *pirmais termodinamikas likums* (9-4) ir šāds:

$$\Delta U = Q_V = \nu \bar{C}_V \Delta T, \quad (9-6)$$

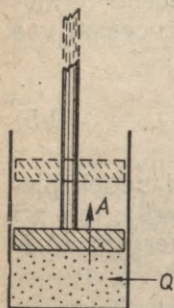
kur Q_V ir sistēmai pievadītais vai no tās aizvadītais siltums pie konstanta tilpuma V un $\bar{C}_V = \frac{\int_{T_1}^{T_2} C_V dT}{T_2 - T_1}$ — vidējā molārā īpatnējā siltumietilpība. *Izohoriskā procesā iekšējās enerģijas maiņa ΔU ir vienāda ar sistēmai pievadīto vai no tās aizvadīto siltuma daudzumu Q_V .*

Ideālai gāzei $\bar{C}_V = C_V = \frac{iR}{2}$ un $\Delta U = \frac{\nu i R \Delta T}{2}$, tāpēc ideālās gāzes ν kilomolēm izohoriskā procesā *pirmais termodinamikas likums* rakstāms šādi:

$$Q_V = \frac{\nu i R \Delta T}{2}. \quad (9-7)$$

Ja $T_1 = 0$, tad $\Delta T = T_2 - T_1 = T$, $\Delta U = U = Q_{V0} = \frac{\nu i R T}{2}$. Ideālai gāzei

izohoriskā procesā siltuma daudzums Q_{V0} , kas jāpievada gāzei, lai to sasildītu no temperatūras $T=0$ līdz temperatūrai T , ir proporcionāls absolūtajai temperatūrai T .



9-5. zīm.

2. **Izobāriskais process** $p = \text{const}$ ($\Delta p = 0$). Izobāriskais siltuma process parasti norisinās brīvā atmosfērā pie atmosfēras spiediena (9-5. zīm.). Šajā gadījumā izplešanās darbs $A = p \Delta V$, tātad galīgam izobāriskam siltuma procesam *pirmais termodinamikas likums* ir

$$\Delta U = Q_p - p \Delta V, \quad (9-8)$$

kur Q_p ir sistēmai pievadītais siltums pie konstanta spiediena p .

Tā kā $\Delta U = \nu \bar{C}_V \Delta T$, $Q_p = \nu \bar{C}_p \Delta T$, kur \bar{C}_p — vidējā īpatnējā siltumietilpība pie konstanta spiediena, tad izteiksme (9-8) ir

$$\bar{C}_p - \bar{C}_V = \frac{A}{\nu \Delta T}, \quad (9-9)$$

t. i., *īpatnējo molāro siltumietilpību starpība $\bar{C}_p - \bar{C}_V$ ir skaitliski vienāda ar izobāriskā procesa darbu A , ko padara viens kilomols ($\nu = 1$) vielas, mainoties temperatūrai par 1 kelvinu ($\Delta T = 1$ K).*

Ideālai gāzei $p = \frac{\nu R T}{V}$, $\Delta V = \frac{\nu R \Delta T}{p}$, tātad izobāriskā siltuma procesā *izplešanās darbs*

$$A = p \Delta V = \nu R \Delta T. \quad (9-10)$$

Izmantojot šo sakarību, no izteiksmes (9-9) iegūstam, ka ideālai gāzei

$$C_p - C_V = R = 8,314 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}}. \quad (9-11)$$

No šīs sakarības redzam, ka *ideālās gāzes īpatnējo siltumietilpību starpība ir vienāda ar gāzu universālo konstanti R .*

3. **Izotermiskais process** $T = \text{const}$. Izotermiski procesi parasti notiek termostatos. Ja sistēmas iekšējā enerģija U ir atkarīga tikai no temperatūras, resp., $U = U(T)$ un $\Delta U = 0$, tad izotermiskam procesam *pirmais termodinamikas likums* ir šāds:

$$Q_T = A = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \quad (9-12)$$

t. i., izotermiskā procesā viss sistēmai pievadītais vai no tās aizvadītais siltums Q_T pārveidojas darbā A .

Ideālai gāzei, kurai $p = \frac{\nu RT}{V}$, izotermiski pievadītais siltums (darbs)

$$Q_T = A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \\ = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (9-13)$$

4. **Adiabātisks process** $Q=0$. Adiabātiskā siltuma procesā sistēma ir termiski izolēta, t. i., tai netiek pievadīta vai no tās aizvadīta siltuma enerģija. Pārējie enerģijas veidi, sistēmai darot darbu A , var pāriet sistēmas robežu. Tā kā siltuma enerģija sistēmai parasti pieplūst vai no tās aizplūst lēni, visi straujie siltuma procesi, piemēram, gāzes strauja kompresija vai ekspansija, kas notiek, izplatoties vidē skaņas viļņiem, iekšdedzes dzinējos, saldēšanas mašīnās, atmosfērā paceļoties augšup sasīlušām gaisa masām, ir aptuveni adiabātiski. Tā kā $Q=0$, tad šajā gadījumā jebkurai sistēmai *pirmais termodinamikas likums* ir

$$\Delta U = -A, \quad (9-14)$$

t. i., *adiabātiskā procesā sistēmas iekšējās enerģijas maiņa ir vienāda ar sistēmas veikto darbu, kas ņemts ar pretēju zīmi*. Ievērojot, ka $\Delta U = \nu \bar{C}_V \Delta T$, dabūjam, ka $A = -\nu \bar{C}_V \Delta T$.

Ideālai gāzei, kurai $\bar{C}_V = C_V = \frac{iR}{2}$ un $\Delta U = \frac{\nu i R \Delta T}{2}$, izteiksme (9-14) ir šāda:

$$A = -\frac{\nu i R \Delta T}{2}. \quad (9-15)$$

Tātad adiabātiskā procesa darbu dabū, izmērot ideālās gāzes temperatūras maiņu ΔT . Jāpiezīmē, ka reālie gāzu procesi nav ne izotermiski, ne adiabātiski, bet ir politropiski. Tiem der adiabātisko procesu formulas, kurās κ vietā ir γ ar vērtībām robežās $1 \leq \gamma \leq \kappa$ (piemēram, $pV^\gamma = \text{const}$).

Piemēri. 1. Pie zemes virsmas sasīlušais gaiss ceļas augšup un, adiabātiski izplešoties, uz katriem 100 m atdziest par 0,6 °C. Tādējādi atmosfērā rodas vertikāla un horizontāla gaisa cirkulācija (9-6. zīm.). Ziemeļu puslodē horizontālie ziemeļu-dienvidu un dienvidu-ziemeļu vēji Zemes rotācijas izraisīto Koriolisa spēku (2. nod. 21. §) dēļ kļūst par ziemeļaustrumu-dienvidrietumu un dienvidrietumu-ziemeļaustrumu vējiem. Lokālā sasīluma vietā ($\Delta p < 0$) augšup vērsta gaisa plūsma rada horizontālu un radiāli saejošu gaisa plūsmu (9-7. zīm. a), kas Zemes rotācijas Koriolisa spēku ietekmē pārvēršas par rotējošu plūsmu — ciklonu (9-7. zīm. b). Lokālā gaisa atdzišanas vietā ($\Delta p > 0$) rodas radiāli izklīstoša horizontāla plūsma. Koriolisa spēku ietekmē tā griežas pretējā virzienā un rada anticiklonu.

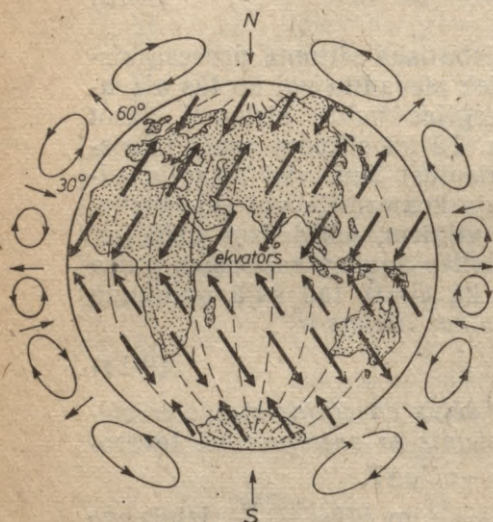
2. Gāze, kuras tilpums 30 l, pie 20 atm spiediena tiek izobāriski sakarsēta no 17 °C līdz 100 °C. Atrast izplešanās darbu.

Tā kā pie $p = \text{const}$ $\Delta V = \frac{\nu R \Delta T}{p}$ un $\nu = \frac{p V_1}{R T_1}$, tad

$$A = p \Delta V = p \frac{\nu R \Delta T}{p} = \frac{p V_1}{R T_1} R \Delta T = \frac{p V_1 \Delta T}{T_1} = \frac{20 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 83 \text{ K}}{290 \text{ K}} = 1770 \text{ J}.$$

3. Kāds ir gāzes iekšējās enerģijas pieaugums ΔU džoulos, ja, adiabātiski saspiežot 84 g slāpekļa, tā temperatūra palielinās no 20 °C līdz 100 °C?

Slāpeklim ir piecas kustības brīvības pakāpes, tāpēc



9-6. zīm.



ja zeme negrieztos
a

zemei griežoties
b

9-7. zīm.

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i R \Delta T}{2} = \frac{0,084 \text{ kg}}{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} \cdot \frac{5 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{kmol}} \cdot 80 \text{ K}}{2} = 4990 \text{ J}.$$

5. Puasona vienādojuma izrisinājums. No pirmā termodinamikas likuma adiabātiskam procesam $dU = -dA$ dabūjam, ka ideālai gāzei $\nu C_V dT = -pdV =$

$= -\frac{\nu R T}{V} dV$, no kurienes

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV}{V}.$$

Tā kā $R = C_P - C_V$, tad, dalot ar C_V , dabūjam, ka $\frac{R}{C_V} = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \kappa - 1$.

Pēc integrēšanas iepriekšējais vienādojums tāpēc ir šāds:

$$\ln T + \text{const} = -(\kappa - 1) \ln V + \text{const},$$

resp.,

$$\ln (TV^{\kappa-1}) = \text{const}.$$

Ņemot antilogaritmu, dabūjam Puasona vienādojumu (ar mainīgo pāri T, V)

$$TV^{\kappa-1} = \text{const} \text{ jeb } T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}. \quad (9-16)$$

Ievietojot šeit $T = \frac{pV}{\nu R}$, ideālai gāzei Puasona vienādojums (9-16) ar mainīgo pāri p, V ir šāds:

$$pV^\kappa = \text{const} \text{ jeb } p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa. \quad (9-16')$$

Ievietojot vienādojumā (9-16) izteiksmi $V^{\kappa-1} = \left(\frac{\nu RT}{p}\right)^{\kappa-1}$, dabūjam, ka ar mainīgo pāri p, T tas ir $T^\kappa p^{1-\kappa} = \text{const}$, no kurienes, izvelkot κ pakāpes sakni, izriet, ka

$$Tp^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{const} \text{ jeb } T_1 p_1^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_2 p_2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}. \quad (9-16'')$$

6. **Adiabātiska procesa darba formulas.** Adiabātiska procesa darba izteiksmē $A = -\nu C_V (T_2 - T_1)$ ievietojot $C_V = \frac{C_V (C_p - C_V)}{C_p - C_V} = \frac{R}{\frac{C_p}{C_V} - 1} = \frac{R}{(\kappa - 1)}$, dabūjam, ka adiabātiskā procesā izplešanās darbs ideālām gāzēm

$$A = \nu \frac{R}{\kappa - 1} (T_1 - T_2). \quad (9-17)$$

Ievērojot izteiksmi (9-16''), $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ un izteiksme (9-17) ir šāda:

$$A = \frac{\nu RT_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} \right] = \frac{\nu RT_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]. \quad (9-17')$$

Ja adiabātiskā izplešanās procesā ideālā gāze atdziest līdz $T_2 = 0$, tad pēc izteiksmes (9-17) adiabātiskā procesa darbs

$$A_m = \frac{\nu RT_1}{\kappa - 1} = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} = U_1 = U. \quad (9-17'')$$

Šī izteiksme dod ideālās gāzes iekšējās enerģijas U absolūto lielumu, ja pieņem, ka pie $T = 0$ arī $U = 0$.

7. **Piezīme.** Risinot siltuma uzdevumus (parasti par ideālo gāzi), jānoskaidro tā process (izotermisks, adiabātisks utt.) un tips:

1) *makroskopiska tipa* uzdevumus ar parametriem p, V, T, M , ja nav doti un nav jāaprēķina molekulārie lielumi (molekulu masa, ātrums, diametrs, enerģija u. c.), kā arī enerģijas (siltuma daudzums, darbs), risina ar 7. nod. 3. § sakarībām;

2) *molekulāra tipa* uzdevumus risina ar 7. nod. 4.—9. § un 8. nod. izteiksmēm;

3) *enerģētiska tipa* uzdevumiem izmanto 9. nodaļas un arī 7. nod. 3. § sakarības.

6. §. SISTĒMAS TERMISKĀ LĪDZSVARA STĀVOKLIS. NELĪDZSVAROTI, KVĀZISTATISKI, ATGRIEZENISKI UN NEATGRIEZENISKI SILTUMA PROCESI

1. Tādu termodinamiskās sistēmas stāvokli, kurā sistēmas termiskā stāvokļa parametru (p, V, T, m u. c.) vērtības ir nemainīgas, sauc par sistēmas termiskā līdzsvara stāvokli.

Ievērojot to, ka sistēmas siltuma procesi noris vienmēr divos savstarpēji pretējos virzienos, var teikt, ka termiskā līdzsvara stāvoklī sistēmas pretēji vērstie siltuma procesi ir vienādi. Sistēma nonāk kādā citā termiskā līdzsvara stāvoklī, ja tai pieplūst vai no tās aizplūst enerģija vai viela vai ja tajā norisinās iekšēja fizikāla vai ķīmiska pārvērtība. Pārmaiņas sistēmā parasti tiek izraisītas, mainot sistēmas ārējos parametrus, piemēram, spiedienu, tilpumu un temperatūru tā, lai sistēmā un tās apkārtņē spiediens, temperatūra un vielas sastāvs atšķirtos. Tādu stāvokli, kurā parametru vērtības sistēmā, tās apkārtņē vai arī atsevišķās sistēmas daļās ir dažādas, sauc par nelīdzsvarotu termisku stāvokli.

Sistēmas stāvokļa maiņa var būt arī bezgalīgi lēna; tas nozīk, ja minēto sistēmas un apkārtnes stāvokļa parametru starpības ir bezgalīgi mazas, tādu siltuma procesu sauc par kvazistatisku siltuma procesu. Kvazistatisku procesu laikā sistēma bezgalīgi maz atšķiras no termiskā līdzsvara stāvokļa. Izohorisku, izobārisku un izotermisku kvazistatisku procesu var realizēt bez sevišķām grūtībām, bet realizēt adiabatisku kvazistatisku procesu, kam jānoris strauji (lai būtu $Q=0$), nav viegli.

2. Atgriezeniski ir tādi siltuma procesi, kuriem liekot norisināties pa to pašu stāvokļu virkni pretējā virzienā, tiklab sistēmu, kā arī tās apkārtni var atgriezt sākotnējā stāvoklī. Mehāniskie, elektriskie un optiskie procesi ir atgriezeniski, piemēram, ķermeni var atgriezt atpakaļ sākuma stāvoklī, liekot tam pārvietoties pretējā virzienā, elektronu atomā var atgriezt atpakaļ savā sākotnējā enerģētiskajā stāvoklī, liekot tam absorbēt tā emitēto gaismas kvantu.

Atgriezeniski siltuma procesi ir visi bezgalīgi lēnie ar bezgalīgi mazām stāvokļa parametru diferencēm notiekošie, t. i., kvazistatiskie siltuma procesi, piemēram, bezgalīgi lēna sasilšana, atdzišana, kušana, iztvaikošana, saspiešana un izplešanās, fāzu maiņa, ja vielas koncentrāciju starpības ir bezgalīgi mazas, utt. Atgriezeniska ir arī adiabatiska gāzes izplešanās un saspiešana bez iekšējās un ārējās berzes (kad darbojas tikai konservatīvi spēki).

Visos reālos siltuma procesos tomēr sistēmas un apkārtnes vai sistēmas daļu temperatūras un spiediena starpības ir galīgas, tāpēc tie ir neatgriezeniski. Tāpat visi reālie siltuma procesi, ieskaitot arī kvazistatiskos procesus, kuros rodas berzes siltums, ir neatgriezeniski. Tas nozīmē, ka pa to pašu stāvokļu virkni sistēma var iet atpakaļ, bet tajā pašā laikā sistēmas apkārtne — nevar. Tā, piemēram, atdzisušu ūdeni var viegli uzsildīt atkal no jauna, bet apkārtņē būs radies neatgriežams kurināmā patēriņš. Tā kā neatgriezeniskos procesos parametru starpības ir galīgas, tad sistēmas tuvošanās līdzsvara stāvoklim, piemēram, siltuma apmaiņa, difūzija, netermiskās enerģijas pāreja siltuma enerģijā un otrādi, kā arī citi procesi noris strauji. Kaut gan principā gan-

drīz visi siltuma procesi ir neatgriezeniski, tomēr daudzi siltuma procesi tiek uzlūkoti par *aptuveni* atgriezeniskiem. Tādā gadījumā uz tiem var attiecināt otro termodinamikas likumu vienādības veidā (sk. turpmāk), tam ir ļoti liela nozīme siltuma procesu aprēķināšanā. Dziļāk siltuma procesu atgriezeniskumu un neatgriezeniskumu izskaidro statistiskā teorija (sk. 9. nod. 10. §).

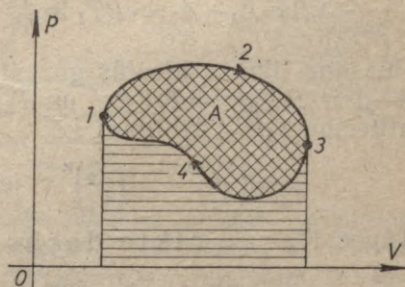
7. §. CIKLISKI SILTUMA PROCESI. KARNO CIKLS

1. **Cikliski siltuma procesi.** Siltumtehnikā un daudzās citās zinātnes nozarēs liela nozīme ir cikliskajiem siltuma procesiem. Ciklisks ir tāds siltuma process, kurā sistēma kā mehāniski, tā arī termiski, ķīmiski un elektriski atgriežas savā izejas stāvoklī, t. i., atgūst savu sākotnējo mehānisko, termisko un elektrisko stāvokli un ķīmisko sastāvu raksturojošās parametru vērtības. Sistēmas speciālo ciklisko siltuma procesu, kuru pavada tikai mehāniskais izplešanās process, grafiski p - V plaknē attēlo slēgta līkne. Apejot šo līkni pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tās laukums attēlo sistēmas padarīto pozitīvo mehānisko izplešanās darbu A (9-8. zīm.). Ja cikliskā siltuma procesa virziens ir pretējs, tad cikla laukums attēlo pie sistēmas padarīto negatīvo darbu A . Sistēmas darbu attēlo cilpas laukums. Tas redzams no tā, ka summārais cikla darbs ir darbu starpība, ko sistēma pāstrādā posmos 1—2—3 un 3—4—1. Kad sistēma atgriežas savā sākotnējā stāvoklī, tad arī iekšējā enerģija U pieņem sākotnējo vērtību. Tāpēc cikliskā siltuma procesā $\Delta U = 0$ un pirmais termodinamikas likums (9-4) ir

$$Q = A. \quad (9-18)$$

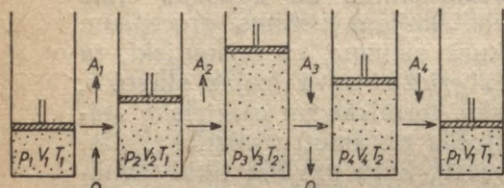
Cikliskā siltuma procesā sistēmai pievadītais vai no tās aizvadītais siltums Q ir vienāds ar sistēmas padarīto vai pie sistēmas padarīto darbu A . Tāpat kā citi siltuma procesi, arī cikliskie siltuma procesi var būt atgriezeniski vai neatgriezeniski.

2. **Karno cikls**, kuru (1824. g.) aprakstīja franču zinātnieks S. Karno, ir pirmais termodinamiski pareizi izprastais cikliskais siltuma process. Tas vēl mūsdienās veido pamatu to siltuma procesu izpratnei, kurus pavada mehāniski procesi. Karno ciklā termodinamiskā sistēma ir noteikts daudzums ideālās gāzes, kas atrodas cilindrā ar kustīgu virzuli. Gāze ciklisko siltuma procesu veic pārmaiņus pa diviem izotermiskiem un diviem adiabatiskiem procesiem jeb taktīm. Pirmā izotermiskā (iz-

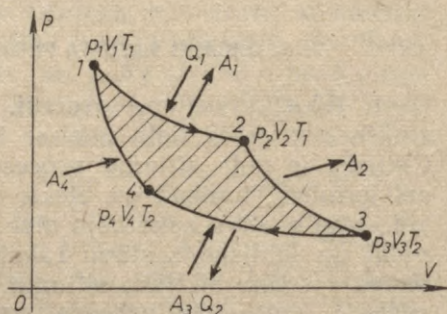


9-8. zīm.

plešanās) procesa laikā cilindru pievieno sildītājam ar noteiktu temperatūru T_1 , bet otrā izotermiskā (saspiešanas) procesa laikā — dzesētājam ar temperatūru T_2 (9-9. zīm.). Pirmajā taktī gāzei tiek pievadīts siltums Q_1 un gāze, izotermiski izplešoties, pāriet no stāvokļa p_1, V_1, T_1 stāvoklī p_2, V_2, T_1 . Šajā taktī gāze padara izplešanās darbu A_1 . Otrajā taktī gāze *adiabātiski izplešas* no stāvokļa $p_2,$



9-9. zīm.



9-10. zīm.

V_2, T_1 uz stāvokli p_3, V_3, T_2 , padarot izplešanās darbu A_2 , pie tam tās temperatūra samazinās no T_1 līdz T_2 . Trešajā taktī (otrajā izotermiskajā taktī) gāze tiek *izotermiski saspiesta* un stāvokļa p_3, V_3, T_2 vietā rodas stāvoklis p_4, V_4, T_2 , turklāt tiek pastrādāts darbs A_3 un aizvadīts siltums Q_2 . Ceturtajā (otrajā adiabātiskajā) taktī, kad tiek veikts *adiabātisks saspiešanas* darbs A_4 , gāze tiek atgriezta sākuma stāvoklī p_1, V_1, T_1 , turklāt tās temperatūra pieaug no T_2 līdz T_1 .

Aprēķināsim Karno cikla darbu A un lietderības koeficientu η . Karno cikls p — V plaknē grafiski attēlots 9-10. zīmējumā. Darbi A_1, A_2 kā izplešanās darbi ir pozitīvi, bet darbi A_3, A_4 ir negatīvi. Abi lieluma ziņā vienādie adiabātisko procesu darbi A_2 un A_4 pēc izteiksmes (9-15) ir atkarīgi tikai no temperatūru starpības, kas procesiem 2—3 un 4—1 ir skaitliski vienāda, bet ar pretējām zīmēm. Tāpēc $A_2 + A_4 = 0$ un viss sistēmas (v kilomolu ideālās gāzes) cikla darbs ir abu izotermisko procesu darbu (9-13) summa:

$$A = A_1 + A_3 = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}. \quad (9-19)$$

Puasona likums ideālās gāzes adiabātiskajiem procesiem 2—3 un 4—1 ir $T_1 V_2^{\kappa-1} = T_2 V_3^{\kappa-1}$ un $T_2 V_4^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1}$, no kurienes, izsakot attiecību T_1/T_2 , dabūjam, ka

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1} \text{ jeb } \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2}. \quad (9-20)$$

Tāpēc Karno cikla darbs

$$A = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \nu RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (9-21)$$

Ievērojot pirmo termodinamikas likumu, cikla darbs, kas izteikts ar sistēmai pievadītajiem un no tās aizvadītajiem siltumiem Q_1 un Q_2 , ir $A=Q_1-Q_2$.

Karno mašīnas lietderības koeficients η ir vienā ciklā iegūtā darba A un mašīnas patērētā siltuma daudzuma Q_1 (pirmajā izotermiskajā ciklā pievadītā siltuma daudzuma) attiecība; ievērojot izteiksmi (9-13), to var uzrakstīt šādi:

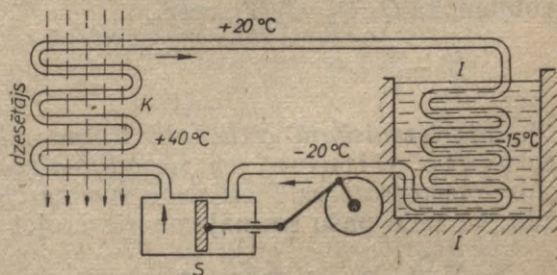
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\nu R(T_1 - T_2) \ln(V_2/V_1)}{\nu R T_1 \ln V_2/V_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (9-22)$$

Lai palielinātu Karno mašīnas lietderības koeficientu η , samazina dzesētāja temperatūru T_2 (kas parasti nav zemāka kā apkārtņē) un palielina temperatūru T_1 . Pēdējo ierobežo sildītāja rezervuāra sienu izturība. Praktiski tvaika dzinējiem lietderības koeficients ir mazāks par 25%, bet iekšdedzes dzinējiem — mazāks par 45%.

Karno mašīnu darbinot pretējā virzienā, tiek patērēts mehānisks darbs un aizvadīts siltums no zemākas temperatūras rezervuāra uz augstākas temperatūras rezervuāru. Tāda Karno mašīna ir saldēšanas mašīna.

3. Saldēšanas mašīnā (9-11. zīm.) sūknis-kompresors S , saspiežot amonjaku vai freonu, pēc tam dzen to caur kondensatoru K , kurā amonjaks atdziest no 40°C līdz 20°C , daļēji sašķīdinās un nonāk iztvaikotājā. No tā amonjaka tvaikus sūknē atpakaļ sūknis-kompresors. Iztvaikotājā, spiedienam samazinoties, amonjaks strauji iztvaiko un, atdziestot līdz -20°C , atdesē arī iztvaikotāja baseinā esošo sāls šķīdumu. Auksto sāls šķīdumu ar citu sūkni parasti pa caurulēm pievada aukstuma patērētājiem.

4. Siltuma sūknis ir ierīce, kas siltumu pārvada no vietas ar zemāku temperatūru uz vietu ar augstāku temperatūru. Tāda ierīce ir, piemēram, p - V plāknē pa ciklu pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam darbojošā Karno mašīna, kurā izmanto augstākas temperatūras rezervuāram pievadīto



9-11. zīm.

siltumu Q_1 . Siltuma sūknis principā darbojas tāpat kā aplūkotā saldēšanas mašīna. Ja siltuma sūkni izmanto centrālpakurei, tad siltuma Q_1 atdeves rezervuāru veido kā radiatoru, bet cikla zemās temperatūras rezervuāru, no kura uzņem siltumu Q_2 , novieto ūdens plūsmā, piemēram, upē. Siltuma sūkņa lietderības koeficients $\eta = Q_1/A \approx 400\%$, kur $Q_1 = Q_2 + A$.

8. §. ABSOLŪTĀ TEMPERĀTŪRA

Temperatūras mērīšanu, kas pamatojas uz gāzes izplešanos, īpaši pie zemām temperatūrām apgrūtina tas, ka gāzu īpašības tad sāk stipri atkāpties no ideālu gāzu likumiem. Cita — no termometriskās vielas neatkarīga temperatūras mērīšanas metode balstās uz Karno mašīnas maksimālā lietderības koeficienta $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ noteikšanu. Ja par absolūto *normāltemperatūru* pieņem ūdens trīskāršā punkta (sk. 13. nod. 4. §) temperatūru $T_2 = T_0$, tad kādu citu absolūto temperatūru $T_1 = T > T_0$ noteiks formula

$$T = \frac{T_0}{1 - \eta}. \quad (9-23)$$

Ja $T < T_0$, tad, ievietojot T_2 vietā T un T_1 vietā T_0 ,

$$T = (1 - \eta) T_0. \quad (9-24)$$

Tā kā $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$, tad, citādi rakstot, ja $T > T_0$, $T = T_0 \frac{Q_1}{Q_2}$, bet, ja $T < T_0$, $T = T_0 \frac{Q_2}{Q_1}$. Šī t. s. *termodinamiskā absolūtā temperatūra* pilnīgi saskan ar 7. nodaļas 3. § definēto ideālās gāzes termometra absolūto temperatūru.

9. §. ENTROPIJA

1. No Karno mašīnas atgriezeniskā siltuma procesa lietderības koeficienta izteiksmes

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (9-25)$$

dabūjam, ka $Q_2/Q_1 = T_2/T_1$, resp.,

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0, \quad (9-26)$$

t. i., *atgriezeniskajā cikliskajā Karno mašīnas siltuma procesā reducēto siltumu jeb pievadīto-aizvadīto siltumu Q un absolūtās temperatūras T attiecību summa vienāda ar nulli*. Var pierādīt, ka tādu pašu secinājumu (ievērojot Q_i zīmes), t. i.,

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0 \text{ vai } \oint \frac{dQ}{T} = 0, \quad (9-27)$$

dabū jebkādam atgriezeniskam cikliskam siltuma procesam. Izteiksmes (9-26) un (9-27) der arī tad, ja Karno mašīnā ideālās gāzes vietā ciklisku siltuma procesu veic cita viela un ciklisko siltuma procesu pavada jebkura veida darbs.

2. Definēsim termodinamiskai sistēmai otru stāvokļa lielumu — entropiju S . Vispirms definēsim sistēmas entropijas maiņu ΔS atgriezeniskā siltuma procesā:

$$\left. \begin{aligned} \Delta S &= \frac{Q}{T}, \text{ ja } T = \text{const}, \\ \Delta S &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}, \text{ ja } T \neq \text{const}, \end{aligned} \right\} \quad (9-28)$$

t. i., ja sistēmas temperatūra ir konstanta, sistēmas entropijas maiņa atgriezeniskā procesā ir vienāda ar atgriezeniski pievadītā-aizvadītā siltuma Q un absolūtās temperatūras T attiecību, bet, ja temperatūra nav konstanta, tad entropijas maiņa ΔS atgriezeniskā procesā ir vienāda ar pievadīto-aizvadīto siltumu dQ un temperatūru T attiecību summu (integrāli). Citādi var teikt, ka sistēmas entropijas maiņa atgriezeniskā siltuma procesā ir vienāda ar reducēto siltumu (ja $T = \text{const}$) vai reducēto siltumu summu (ja $T \neq \text{const}$).

Tātad, ja sistēmai pievada siltuma daudzumu Q , tās entropija aug, ja aizvada, — tās entropija dilst. Protams, sistēmas apkārtnes entropijas maiņai ir pretēja zīme. Ja sistēmai siltumu nepievada un tā atrodas termiskā līdzsvara stāvoklī, tad tās entropija S nemainās. Atgriezenisks adiabatisks siltuma process ($Q=0$) tātad ir atgriezenisks izoentropisks ($S = \text{const}$) process. Entropijas absolūto lielumu S nosaka trešais termodinamikas likums. Visu ķermeņu entropijas, ja temperatūra $T \rightarrow 0$, arī tuvojas nullei.

Ideālai gāzei $dQ = TdS = dU + pdV = \nu C_V dT + (\nu RT/V)dV$, no kurienes, dalot ar T un integrējot robežās no T_0 līdz T un no V_0 līdz V , dabūjam, ka

$$\Delta S = \nu C_V \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + \nu R \ln \left(\frac{V}{V_0} \right). \quad (9-29)$$

No šejienes,

$$\left. \begin{aligned} \text{ja } T = \text{const}, \Delta S &= \nu R \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = \nu R \ln \left(\frac{p_0}{p} \right), \\ \text{ja } V = \text{const}, \Delta S &= \nu C_V \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) = \nu R \ln \left(\frac{p}{p_0} \right), \\ \text{ja } p = \text{const}, \Delta S &= \nu C_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) = \nu C_p \ln \left(\frac{V}{V_0} \right). \end{aligned} \right\} \quad (9-30)$$

3. No sakarībām (9-26), (9-27) un (9-28) var secināt, ka atgriezeniskā cikliskā siltuma procesā

$$(\Delta S)_1 - (\Delta S)_2 = \Delta S = 0; \quad \sum_i (\Delta S)_i = 0 \text{ vai } \oint dS = 0, \quad (9-31)$$

t. i., atgriezeniskā cikliskā procesā sistēmas entropija nemainās. Tas arī ir saprotams, jo entropija ir sistēmas stāvokļa lielums,

un, ja sistēma ir atgriezies savā sākuma stāvoklī, tad arī entropijai ir jābūt tai pašai. No sacītā izriet, ka atgriezeniskā cikliskā procesā arī sistēmas apkārtnes entropija nav mainījusies, lai gan darba procesā zināms siltuma daudzums ir pārvērsts citos enerģijas veidos.

4. Karno mašīnas neatgriezeniskā cikliskā siltuma procesā tiek darīts mazāks darbs A_{neatgr} un lielāks siltuma daudzums $Q_{2neatgr}$ aizplūst uz dzesētāju, tāpēc $\frac{Q_{2neatgr}}{Q_{1neatgr}} > \frac{Q_2}{Q_1}$ un lietderības koeficients $\eta_{neatgr} = 1 - \frac{Q_{2neatgr}}{Q_{1neatgr}}$ ir mazāks nekā lietderības koeficients $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ Karno mašīnas atgriezeniskā cikliskā procesā. No tā izriet, ka $1 - \frac{Q_{2neatgr}}{Q_{1neatgr}} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$ jeb

$$\frac{Q_{1neatgr}}{T_1} - \frac{Q_{2neatgr}}{T_2} < 0, \quad (9-32)$$

t. i., *neatgriezeniskā Karno ciklā sistēmai pievadīto un no tās aizvadīto reducēto siltumu summa ir mazāka par nulli.*

Kāda šajā neatgriezeniskajā cikliskajā siltuma procesā ir entropijas maiņa? Tā kā sistēma pēc cikla veikšanas ir atgriezies savā sākotnējā stāvoklī, tad arī tās entropija ir tā pati, t. i., sistēmai $\Delta S = 0$. Tā nav sistēmas apkārtne, kur augstākās temperatūras T_1 rezervuārs ir zaudējis siltumu $Q_{1neatgr}$, tātad zaudējis entropiju $(\Delta S)_1 = \frac{Q_{1neatgr}}{T_1}$, un kur zemākās temperatūras T_2 rezervuārs ir ieguvis siltumu $Q_{2neatgr}$, tātad ieguvis entropiju $(\Delta S)_2 = \frac{Q_{2neatgr}}{T_2}$. Tā kā saskaņā ar sakarību (9-32) $\frac{Q_{2neatgr}}{T_2} > \frac{Q_{1neatgr}}{T_1}$, tad

$$(\Delta S)_2 - (\Delta S)_1 = \Delta S > 0, \quad (9-33)$$

t. i., *neatgriezeniskā Karno mašīnas cikliskā procesā sistēmas apkārtnes entropija palielinās.* Formula (9-33) der arī tad, ja Karno mašīnā ideālās gāzes vietā darbu dara kāda cita viela vai vispār Karno mašīnas vietā ir kāds cits cikliskais siltuma process.

5. Sistēmā ietilpinot arī abus siltuma rezervuārus, noslēgta sistēma pārvēršas noslēgtā sistēmā. Tad, pamatojoties uz izteiksmi (9-33), var apgalvot, ka *noslēgtas sistēmas iekšienē notiekošajā neatgriezeniskā cikliskā, kā arī necikliskā siltuma procesā sistēmas entropija palielinās ($\Delta S > 0$), bet atgriezeniskā cikliskā, kā arī necikliskā siltuma procesā tā paliek konstanta: ($\Delta S = 0$).* Apvienojot šos rezultātus, var rakstīt, ka noslēgtai sistēmai

$$\Delta S \geq 0. \quad (9-34)$$

Šis entropijas maiņas likums ir otrais termodinamikas likums noslēgtai sistēmai.

Atzīmēsim, ka termodinamiskos aprēķinos bez iekšējās enerģijas U un entropijas S plaši lieto arī citus *stāvokļa lielumus* (funkcijas) — brīvo enerģiju $F=U-TS$ (darbs izotermiskā procesā), entalpiju $H=U+pV$ un termodinamisko potenciālu $G=U-TS+pV$.

10. §. OTRAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS

Pēc vispārīgā enerģijas nezūdamības jeb pirmā termodinamikas likuma ikviens enerģijas veids var pāriet jebkurā citā enerģijas veidā. Tomēr pieredze rāda, ka visi enerģijas veidi pilnīgi var pāriet siltuma enerģijā, bet pilnīga siltuma enerģijas pāreja citos enerģijas veidos ir iespējama tikai retos gadījumos, piemēram, ideālās gāzes izotermiskā atgriezeniskā un neperiodiskā izplešanās procesā. Parasti siltuma procesos siltuma enerģija tikai daļēji pāriet citos enerģijas veidos. Tāpat pēc pieredzes zināms, ka siltuma enerģija pati no sevis pāriet no vietas ar augstāku temperatūru uz vietu ar zemāku temperatūru, bet pretējā virzienā pāriet tikai piespēsti, ja vienlaikus noris kāds process, kurā netermiskā enerģija pārvēršas termiskajā (siltuma) enerģijā. Citiem enerģijas veidiem šāds savstarpējas pārveidošanās virzieniskums nepiemīt. Tātad pieredze rāda, ka enerģijas veidu savstarpējām maiņām ir šāds virziens: visi enerģijas veidi tiecas pāriet siltuma enerģijā un siltuma enerģija savukārt no vietas ar augstāku temperatūru — uz vietu ar zemāku temperatūru. Tā ir otrā termodinamikas likuma būtība. Otrajam termodinamikas likumam ir daudzi dažādām siltuma parādībām piemēroti formulējumi. Ar dažiem no tiem iepazīsimies.

1. *Karno mašīnas atgriezeniskā cikliskā siltuma procesā no temperatūras T_1 līdz T_2 cikla lietderības koeficients [izteiksme (9-22)] $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ ir vislielākais.*

To var pierādīt, pieņemot, ka eksistē kāda pār-Karno mašīna, kuras lietderības koeficients ir lielāks nekā parastai atgriezeniskajai Karno mašīnai. Pieņemsim, ka abas mašīnas strādā pretējos virzienos starp vienādām temperatūrām T_1 un T_2 , pie tam atgriezeniskā Karno mašīna siltumu pārvērš darbā, bet pār-Karno mašīna — darbu siltumā. Ja abas mašīnas dara *vienu un to pašu darbu A* , tad to summārais darbs ir nulle. Bet, tā kā pār-Karno mašīna ir lietderīgāka, tā var no zemākās temperatūras rezervuāra uz augstākās temperatūras rezervuāru pārvadīt *lielāku siltuma daudzumu Q_2'* nekā atgriezeniskā Karno mašīna no augstākās temperatūras uz zemākās temperatūras rezervuāru. Abu mašīnu darbības rezultātā vienā ciklā no zemākās temperatūras T_2 uz augstāko temperatūru T_1 tiek pārvadīts siltums $Q_2' - Q_2$.

Ja abu pretēji strādājošo mašīnu zemākās temperatūras rezervuāram tiktu pievadīts un no tā aizvadīts *vienāds siltums Q_2* ,

tad, tā kā pār-Karno mašīna ir lietderīgāka, tai būtu *jātērē mazāks darbs* A' , lai siltumu Q_2 aizvadītu uz augstākās temperatūras rezervuāru T_1 . Rezultātā, darbojoties abām mašīnām vienlaikus, zemākās temperatūras rezervuāra siltums nemainās, bet zināms augstākās temperatūras rezervuāra siltuma daudzums $Q_1 - Q_1'$ simtprocentīgi pārvēršas mehāniskā darbā $A - A'$.

Tā kā abu gadījumu rezultāti ir pretrunā ar pieredzi, secinām, ka pār-Karno mašīna neeksistē un ka atgriezeniskās Karno mašīnas lietderības koeficients ir pats lielākais.

2. *Nav iespējams uzbūvēt tādu periodiski darbojošos siltuma mašīnu, kas darbotos, izlietojot tikai viena siltuma rezervuāra siltumu un to simtprocentīgi pārvēršot kādā citā enerģijas veidā.* Šādā siltuma enerģijas pārvēršanās procesā tikai daļu ņemtā siltuma daudzuma varam pārvērst darbā, t. i., citos enerģijas veidos. Otrai daļai neizbēgami ir jāaiziet uz kādu zemākas temperatūras siltuma rezervuāru. Maksimāli iespējamo darbu rāda atgriezeniskās Karno mašīnas lietderības koeficients η . Jo zemāka ir temperatūra T_2 , jo lielāka siltuma daudzuma daļa pārvēršas darbā. Bet, tā kā absolūtās nulles temperatūru sasniegt nevaram, tad arī Karno mašīnas lietderības koeficients η nevar būt vienāds ar 1, tātad vienmēr $\eta < 1$.

Labi otro termodinamikas likumu var ilustrēt, aplūkojot kuģi jūrā. Jūras ūdens satur milzīgu siltuma enerģijas krājumu, ar kuru, raugoties no enerģijas nezūdamības, t. i., no pirmā termodinamikas likuma viedokļa, viegli varētu darbināt kuģa dzinējus. Bet, tā kā jūras ūdenim un kuģim ir viena un tā pati temperatūra, minētie ūdens siltuma enerģijas krājumi saskaņā ar otro termodinamikas likumu nav izmantojami, jo ar tiem darbu darīt, t. i., citus enerģijas veidus iegūt, nevar.

3. Otrā termodinamikas likuma formulējums ar periodiski darbojošos mašīnu ir tuvs šādam formulējumam: *otrā veida mūžīgais dzinējs (perpetuum mobile) nav iespējams.* Par otrā veida mūžīgo dzinēju sauc dzinēju, kurš pakļaujas enerģijas nezūdamības, t. i., pirmajam termodinamikas likumam, bet nepakļaujas otrajam termodinamikas likumam, piemēram, liekot siltuma dzinējam pārvērst darbā visu siltumu. Siltuma dzinēju «konstruktori», kuri neievēro otro termodinamikas likumu, sastopami vēl pat mūsdienās.

4. *Noslēgtas sistēmas siltuma procesos entropija vai nu paliek konstanta, ja sistēmas iekšienē norisinās atgriezeniski siltuma procesi, vai pieaug, ja tās iekšienē siltuma procesi ir neatgriezeniski: $\Delta S \geq 0$.* Tātad noslēgtā sistēmā ar laiku visi enerģijas veidi pārvēršas siltumā, kas tiecas uz vislielāko entropijas vērtību, jo T dilst un Q aug. Kā redzam, šajā vispārīgajā gadījumā otro termodinamikas likumu izteicošā sakarība starp sistēmas parametriem ir nevienādība. Ja dažādu lielumu aprēķināšanā to nevar izlietot, tad tā tomēr spēj norādīt siltuma procesa virzienu.

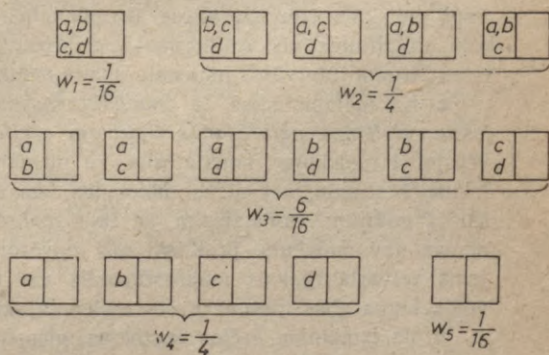
5. Šo otrā termodinamikas likuma formulējumu noslēgtai sistēmai ideālistiskā filozofija cenšas attiecināt uz Visumu. Ja Vi-

suma entropija sasniegs maksimumu, visām makroskopiskajām kustībām ir jāizbeidzas, jāiestājas Visuma nāvei. Šādu perspektīvu dēļ cilvēkam esot jāmeklē glābiņš reliģijā. Tomēr Visums, kā to liecina pētījumi, ir bezgalīga, nenoslēgta sistēma. Tāpēc saskaņā ar otro termodinamikas likumu Visuma entropija var tiklab pieaugt, kā arī samazināties un nekāda Visuma nāve nav gaidāma. Vēl vairāk — Visuma parādību novērojumi liek domāt, ka tas atrodas nepārtrauktā attīstības stāvoklī, kurā matērija pakāpeniski pāriet arvien komplicētākās formās.

6. Siltuma procesu atgriezeniskums-neatgriezeniskums, entropija un otrais termodinamikas likums molekulāri statistiskā skatījumā. Lai no molekulāri statistiskā viedokļa izprastu neatgriezeniskumu, entropiju un tās tieksmi palielināties, jāzina, kas ir termodinamiskās sistēmas mikroskopiskais un makroskopiskais stāvoklis un kāda ir šo stāvokļu matemātiskā un termodinamiskā varbūtība. Par sistēmas mikroskopisko stāvokli jeb *mikrostāvokli* sauc kādu molekulu novietojumu, kurā molekulām ir kādas noteiktas vietas un kādi noteikti ātrumi. Tādat molekulu sistēmas mikrostāvoklis ir kaut kāds ar sistēmas molekulāriem parametriem (molekulu koordinātēm, ātrumiem) noteikts molekulu «novietojums» vietas-ātruma telpā (7. nod. 4. §). Kāds molekulu sistēmas makroskopisks stāvoklis jeb *makrostāvoklis* ar noteiktām makroskopisko parametru (temperatūras, spiediena un tilpuma) vērtībām tiek realizēts ar daudziem mikrostāvokļiem.

Mikrostāvokļu skaitu, kāds piemīt noteiktam sistēmas makrostāvoklim, sauc par sistēmas termodinamisko varbūtību. Molekulu sistēmas matemātiskā varbūtība atrasties vienā *mikrostāvoklī* ir vienāda ar apgrieztu visu sistēmas mikrostāvokļu skaitu, bet matemātiskā atrašanās varbūtība kādā *makrostāvoklī* ir sistēmas mikrostāvokļu skaits šajā makrostāvoklī, kas dalīts ar visu sistēmas mikrostāvokļu skaitu. Visu mikrostāvokļu matemātiskās varbūtības ir vienādas.

a. Lai šos jēdzienus noskaidrotu, pieņemsim, ka vietas koordinātu telpā ir 4 molekulas *a, b, c* un *d* un aplūkosim šo molekulu novietošanas tilpumā *V*, par molekulu ātrumiem, resp., to «novietošanas» ātruma telpā, neinteresējoties. Tam nolūkam sadalīsim telpu *V* divās vienādās daļās *V/2* (sk. 9-12. zīm.). Tā kā vienai noteiktai molekulai matemātiskā atrašanās varbūtība tilpumā ΔV ir $\Delta V/V$, tad, ja $\Delta V = V/2$, šai molekulai atrašanās varbūtība tajā ir $1/2$. Varbūtība w_1 atrast visas 4 molekulas šajā tilpuma pusē ir atsevišķo molekulu atrašanās varbūtību reizinājums, t. i., $w_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$. Varbūtība w_2 atrast trīs molekulas vienā tilpuma pusē ir $w_2 = \frac{4}{16}$, jo tas ir iespējams 4 veidos *bcd, acd,*



abd, abc (4 mikroskopiskie stāvokļi). Varbūtība w_3 atrast vienā tilpuma pusē *divas* molekulas ir $w_3 = \frac{6}{16}$, jo tas ir iespējams 6 veidos *ab, ac, ad, bd, bc, cd* (6 mikroskopiskie stāvokļi). Varbūtība w_4 atrast *vienu* molekulu vienā tilpuma pusē ir $w_4 = \frac{4}{16}$, jo tas ir iespējams 4 veidos *a, b, c, d* (4 mikro-stāvokļi), bet varbūtība neatrast *nevienu* molekulu vienā tilpuma pusē (visas molekulas ir otrā tilpuma pusē) ir $w_5 = \frac{1}{16}$. Tātad ir 5 makrostāvokļi un 16 mikro-stāvokļi. Visu stāvokļu matemātisko varbūtību summa $w = w_1 + w_2 + \dots + w_5 = \frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = 1$. Atbilstošās termodinamiskās varbūtības $W_1 = 1$, $W_2 = 4$, $W_3 = 6$, $W_4 = 4$, $W_5 = 1$ un to summa $W = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$. Ja molekulu skaits būtu 8, tad matemātiskā varbūtība atrast visas molekulas vienā tilpuma pusē būtu $w_1 = (1/2)^8 = 1/256$, bet varbūtība atrast katrā pusē pa 4 molekulām būtu $w_v = 70/256$. Atbilstošās šo makrostāvokļu termodinamiskās varbūtības būtu $W_1 = 1$ un $W_v = 70$. Ja molekulu skaits N ir ļoti liels (un tāds tas arī parastos apstākļos ir), tad īpaši pieaug varbūtīgākā makrostāvokļa varbūtības w_v un W_v (kad molekulu skaits abās tilpuma pusēs ir vienāds) un tam ļoti tuvu stāvošo makrostāvokļu (*kvazistatisko makrostāvokļu*) varbūtība. Pie tam tās ir tik lielas salīdzinājumā ar citu makrostāvokļu varbūtībām w_i , kuros molekulu skaits abos tilpumos — N_1 un $N - N_1$ ir ļoti dažāds, ka šīs w_i var atņemt, t. i., visu makrostāvokļu varbūtību summa praktiski ir vienāda ar visvarbūtīgākā makrostāvokļa un tam ļoti tuvu stāvošo kvazistatisko makrostāvokļu varbūtību summu. Var pierādīt, ka tad $w_1 = (1/2)^N$, $w_v = \frac{N!}{\left(\frac{N}{2}\right)! \left(\frac{N}{2}\right)!} \left(\frac{1}{2}\right)^N$

un

$$w_i = \frac{N!}{N_1!(N-N_1)!} \left(\frac{1}{2}\right)^N \quad (9-35)$$

un summārā termodinamiskā varbūtība $W = 1/w_1 = 2^N$. Tiešām, pieņemot $N=4$, pēc izteiksmes (9-35), ja $N_1=4$, $N-N_1=0$, $w_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$; ja $N_1=2$, $N-N_1=2$, $w_v = \frac{4!}{2!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{6}{16}$, un $W = 16$.

b. Šādā pašā veidā iztīrējot brīvu molekulu sadalījumu pa ātrumiem, resp., molekulu «novietošanos» ātruma telpā, atrastu Maksvela sadalījumu. Molekulu sadalījums visvarbūtīgākajā makrostāvoklī tad nebūtu vienmērīgs, t. i., visos ātruma intervālos molekulu skaits nebūtu vienāds.

c. Kā matemātiskās, tā termodinamiskās varbūtības ir proporcionālas molekulu sistēmas uzturēšanās ilgumam atbilstošajos stāvokļos. Tā, 16 stundas vērojot 4 molekulas, konstatēsim, ka pirmajā tilpuma pusē nebūs neviena molekula 1 stundu, bet divas molekulas būs 6 stundas ilgi. Ļoti liela molekulu skaita gadījumā konstatēsim, ka tāds makrostāvoklis, kurā vienā tilpuma pusē nemaz nav molekulu, praktiski nav novērojams nekad, bet visu laiku novērojams visvarbūtīgākais makrostāvoklis vai tam tuvie kvazistatiskie makrostāvokļi, kuros abās tilpuma pusēs molekulu skaits ir vienāds vai gandrīz vienāds.

d. Ja izmainām ārējos apstākļus, piemēram, palielinām tilpumu, tad brīvās molekulas neatstāj to tukšu, jo tad šāda stāvokļa varbūtība ir stipri mazāka

par varbūtību stāvoklim, kurā viss tilpums aizņemts ar molekulām. Ja paaugstinām molekulu gāzes temperatūru, tad molekulas pāriet uz lielāka ātruma intervāliem tā, lai to novietošanās varbūtība ātrumu telpā būtu vislielākā, piemēram, lai tās atkal izpildītu Maksvela sadalījuma likumu. Tātad, izmainot ārējos apstākļus, iepriekšējais molekulu sadalījums vairs neatbilst visvarbūtīgākajam stāvoklim un šis sadalījums, molekulām pārkārtojoties, pāriet jaunā visvarbūtīgākajā sadalījumā. Varbūtības tieksme palielināties tātad ir tieksme realizēt tos mikro-stāvokļus, kas tai ir iespējami.

Pie tam nekad nav novērots, ka liela molekulu skaita gadījumā molekulas pāriet no visvarbūtīgākā stāvokļa uz *ievērojami mazāk varbūtīgu stāvokli*. Tā ir izskaidrojams siltuma procesa *neatgriezeniskums*, un *siltuma procesa virziens*. Ja, piemēram, katrā tilpuma pusē sākumā ir sava gāze, tad tās sajauksies, notiekot difūzijai, jo gāzes molekulas cenšas ieņemt savas atļautās vietas arī otrā tilpuma pusē. Tā rezultātā makro-stāvokļa varbūtība tik strauji pieaug, ka varbūtības novērot sākotnējo stāvokli praktiski vairs nav, t. i., noticis neatgriezenisks process.

Turpretim sistēma, realizējot no visvarbūtīgākā stāvokļa maz atšķirīgos *kvazistatiskos stāvokļus*, var izmainīties abos virzienos, t. i., kā palielināt, tā samazināt stāvokļu varbūtību. Tātad pa kvazistatisku stāvokļu virkni siltuma process var norisināties atgriezeniski.

e. Kā redzējām, termodinamiskā noslēgtas sistēmas siltuma procesa virzienu nosaka entropijas tieksme palielināties. Tātad, ievērojot iepriekš teikto, jābūt kādai sakarībai starp entropiju un makro-stāvokļa varbūtību. To arī 19. un 20. gs. mijā atklāja Bolcmanis, un tā ir šāda:

$$S = k \ln W, \quad (9-36)$$

kur k — Bolcmaņa konstante un W — termodinamiskā varbūtība. *Entropija tātad ir proporcionāla termodinamiskās varbūtības naturālajam logaritmam*. Ja kādai sistēmai entropija ir maza, tad tas nozīmē, ka tās molekulas atrodas mazvarbūtīgā stāvoklī, tātad sakārtotā stāvoklī, bet, ja entropija liela, tad haotiskā stāvoklī. Tā, piemēram, kritoša akmens molekulām visi krišanas ātrumi ir vērsti vienā virzienā un ir vienādi, tātad $W=1$ (ir tikai viens mikro-stāvoklis) un $S=0$. Akmenim neelastīgi atsītoties pret zemi, kinētiskā enerģija pāriet haotiskajā molekulu kustības enerģijā. Šādam stāvoklim ir liela varbūtība un entropija, tātad sākuma stāvokli atpakaļ iegūt vairs nav iespējams. No šī piemēra var arī secināt, ka sistēmas spēja darīt darbu ir atkarīga no *stāvokļa varbūtības, resp., entropijas: ja tā ir maza, tad darba spēja ir liela, bet, ja tā liela, tad darba spēja maza*.

f. Sistēmā ar lielu molekulu skaitu N realizējas tikai visvarbūtīgākais makro-stāvoklis un tam ļoti tuvu esošie stāvokļi, tāpēc sistēmas makro-stāvokli raksturojošiem lielumiem — spiedienam, tilpumam, temperatūrai un citiem — praktiski ir konstantas vērtības. Turpretim, ja molekulu skaits N ir mazs, tad realizējas arī citi makro-stāvokļi, kuriem šo parametru vērtības ir citas. Šo parādību sauc par *fluktuāciju*. Kādam lielumam L tā *fluktuācijas absolūto vērtību* izsaka formula

$$(\Delta L)_n = \sqrt{(L-\bar{L})^2}, \quad (9-37)$$

kur \bar{L} ir lieluma vidējā, t. i., visvarbūtīgākā vērtība. Var arī atrast, ka t. s.

relatīvā fluktuācija $\frac{(\Delta L)^2}{L} = \frac{1}{\sqrt{N}}$ ir apgriezti proporcionāla molekulu skaita N kvadrātsaknei. Ar fluktuācijām sastopamies daudzreiz. Ja gāzes retinājums ir ļoti liels, tajā esošais jutīga *galvanometra spoguļlītis*, kas atstaro gaismas signālu, iregulāro svārstību dēļ sāk nekārtīgi grozīties un mērīšana kļūst neiespējama. Vidē esoša maza daļiņa izdara iregulāro Brauna kustību, tāpēc ka uz to iedarbojošais spiediena spēks fluktuē. *Ļoti vājas elektriskās strāvas stiprums* fluktuācijas rodas tādēļ, ka elektronu skaits, kas noteiktā laikā iziet cauri vada šķērsgriezumam, ir mainīgs; šīs fluktuācijas tiek pastiprinātas, un tās izraisa radioaparaturā rukoņu. Fluktuāciju dēļ noslēgtā sistēmā entropija ne vien pieaug, bet arī samazinās, tas ir pretrunā ar otro termodinamikas likumu. Tāpēc otrs termodinamikas likums ir derīgs tikai sistēmām ar bezgalīgi lielu (praktiski ļoti lielu) molekulu skaitu.

10. NODAĻA

REĀLĀS GĀZES UN GĀZU SAŠĶIDRINĀŠANA

1. §. ATOMU UN MOLEKULU MIJIEDARBĪBA

Atomus vai molekulas saista *pievilkšanās spēki* jeb atomu vai molekulu *ķīmiskās saites*. Galvenie atomu vai molekulu mijiedarbību veidi ir šādi: 1) *jonu (heteropolārā)*, 2) *homeopolārā (kovalentā)*, 3) *Van der Vālsa un 4) metāliskā mijiedarbība*. Pēc mijiedarbības stiprums, ko nosaka atomu vai molekulu saistīšanās procesā atbrīvotās enerģijas daudzums, mijiedarbības iedala 1) *stiprās starpatomu (jonu, homeopolārās un metāliskās) saitēs* un 2) *vājās starpmolekulārās* — parasti Van der Vālsa saitēs. Gāzēs ar samērā vienkāršām un neitrālām molekulām jonu un metāliskā saite nav sastopama. Kovalento saiti aplūkosim 36. nod. 7. §. Tā ir stipra tikai mazos atomu vai molekulu attālumos, tāpēc gāzēs, kur molekulas parasti atrodas lielākos attālumos, molekulas mijiedarbojas ar Van der Vālsa spēkiem, kuru darbības rādiuss ir liels.

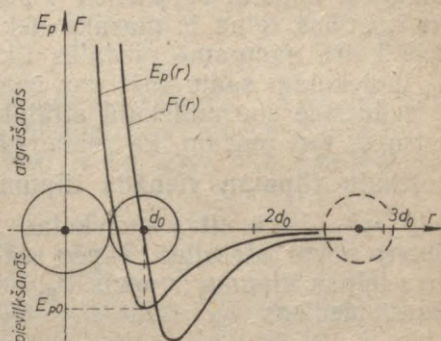
1. **Van der Vālsa spēkiem**, tāpat kā citiem atomu vai molekulu mijiedarbības veidiem, ir *elektriska daba*, t. i., tie rodas atomu vai molekulu elektrisko lādiņu elektriskās mijiedarbības. Atkarībā no tā, vai molekulām eksistē jau pastāvīgs elektrisks dipola moments (sk. 14. nod. 10. §) vai tām tāds moments tiek inducēts, ir trīs Van der Vālsa spēku veidi: 1) ātri rotējošo molekulu *pastāvīgo* elektrisko dipola momentu orientācijas mijiedarbība, piemēram, starp H_2O molekulām (šajā gadījumā molekulu dipola momenti cenšas pagriezties savstarpēji paralēlā stāvoklī un pievilkties); 2) ātri rotējošo molekulu *pastāvīgo* dipola momentu un molekulās inducēto dipola momentu *neperiodiskā* mijiedarbība (viena molekula ar pastāvīgu dipola

momentu inducē citā molekulā sev paralēlu dipola momentu) un 3) periodiskā sinhronā atomu vai molekulu lādiņu svārstību mijiedarbība jeb dispersijas spēks, piemēram, starp CO₂ molekulām. Indukcijas mijiedarbība un dispersijas mijiedarbība parasti ir ievērojami mazāka nekā orientācijas mijiedarbība.

Atomu un molekulu attālumiem samazinoties, visi šie trīs Van der Vālsa spēki pieaug apgriezti proporcionāli attāluma septītajai pakāpei: $F_p = -\frac{a}{r^7}$, kur a — konstante. Mīnusa zīme norāda, ka spēks F_p ir pievelkošs. Kad atomi vai molekulas nonāk saskarē, sāk darboties atgrūšanās spēks $F_a = \frac{b}{r^9}$, kas, attālumam samazinoties, pieaug vēl straujāk nekā F_p . Tātad starp molekulām darbošais Van der Vālsa spēks (sk. 10-1. zīm.) ir

$$F = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^9}. \quad (10-1)$$

Šī spēka F ietekmē abas molekulas vai atomi molekulā nostājas līdzsvara attālumā $r = d_0$, kurā spēks uz molekulām vai atomiem $F = 0$. Ja tad abu atomu vai molekulu attālumu palielina, tad starp abām daļiņām darbojas *pievelkošs* spēks, jo tas attālumā $r > d_0$ ir lielāks par atgrūšanās spēku. Bet, ja abu daļiņu attālums ir mazāks par līdzsvara attālumu ($r < d_0$), tad tās atgrūžas, jo šajā attālumā atgrūšanās spēks ir lielāks nekā pievilksšanās spēks.



10-1. zīm.

Abiem atomiem vai molekulām nedaudz, t. i., par Δr , mainot savu attālumu, ar formulu (10-1) izteiktā abu spēku summa (kopējais spēks) tuvināti ir elastīgs spēks $F = -k\Delta r$, jo katru kāda lieluma nelielu maiņu var tuvināti uzlūkot par lineāru. Jāpiezīmē, ka šādi elastīgi spēki darbojas ne vien starp atsevišķiem atomiem molekulās, bet arī starp atomiem vai molekulām cietās un šķidrās vielās. Tāpēc, veidojot molekulu un cietas vielas modeļus, tajos atomus un molekulas savieno ar elastīgām atsperēm.

2. Abu atomu vai molekulu savstarpējā potenciālā enerģija E_p attēlota 10-1. zīmējumā. Kā no tā redzams, bezgalīgā attālumā potenciālā enerģija ir vienāda ar nulli. Daļiņu attālumam r samazinoties, samazinās arī potenciālā enerģija $E_p \sim 1/r^6$, sasniedzot vismazāko vērtību $-E_{p0}$ līdzsvara attālumā d_0 . Šajā attālumā potenciālā enerģija $-E_{p0}$ (neievērojot t. s. «nulle enerģiju») ir vienāda ar abu atomu vai molekulu saites enerģiju. Daļiņām tuvinoties vēl vairāk, potenciālā enerģija atkal palielinās.

2. §. REĀLĀS GĀZES. VAN DER VĀLSA VIENĀDOJUMS

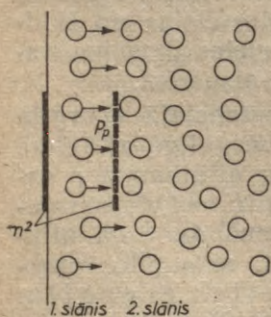
1. Reāla gāze, temperatūrai un tilpumam pamazinoties un spiedienam palielinoties, kondensējas un pārvēršas šķidrumā. Tas norāda, ka, gāzei tuvojoties kondensēšanās punktam, reālās gāzes likumi sāk stipri atšķirties no ideālās gāzes Gei-Lisaka, Boila—Mariota, Klapeirona—Mendeļejeva un citiem likumiem, jo ideālā gāze nevar sašķidrināties. Iztirzājot reālu gāzu īpašības, vispirms atradīsim **reālas gāzes stāvokļa vienādojumu**, kas saista gāzes tilpumu V , spiedienu p un temperatūru T . Šo vienādojumu iegūsim, koriģējot 1 kilomola ideālās gāzes Klapeirona—Mendeļejeva stāvokļa vienādojumā $p_i = \frac{RT}{V_\mu}$ spiedienu p_i un tilpumu V_μ .

Pirmkārt, reālās gāzes molekulām (pretēji ideālās gāzes molekulām) ir zināms tilpums V' , tāpēc reālās gāzes molekulu brīvās kustības telpa ir mazāka nekā trauka tilpums V_μ . Praktiski gāzē katrā sadursmē piedalās tikai 2 molekulas, tāpēc gāzē ar N_μ molekulām sadursmēs var izveidoties $N_\mu/2$ molekulu pāri. Tā kā sadursmē abu molekulu attālums ir vienāds ar molekulas diametru d , tad redzam, ka reālai gāzei piemīt kāds ar četrkārtotu molekulu tilpumu vienāds tilpums $\frac{N_\mu}{2} \cdot \frac{4\pi d^3}{3} = 4 N_\mu \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 = 4V' = b_1$, kurā citas molekulas (pareizāk sakot, citu molekulu centri) nevar atrasties. Tāpēc reālās gāzes molekulu brīvās kustības telpas tilpums ir nevis V_μ , bet gan $V_\mu - b_1$. Līdz ar to reālās gāzes spiediens

$$p' = \frac{RT}{V_\mu - b_1}. \quad (10-2)$$

Tātad pie tās pašas temperatūras T un trauka tilpuma V_μ reālās gāzes spiediens p' ir **lielāks** nekā ideālai gāzei ($p' > p_i$). Tas izskaidrojams ar to, ka reālās gāzes molekulu brīvās kustības telpa ir mazāka, tāpēc molekulu skaits, kas 1 s krit uz 1 m² laukumu, ir lielāks. Kā redzēsīm turpmāk, reālās gāzes molekulu spiediena otra korekcija (papildu spiediena korekcija) maina spiedienu p_i pretējā virzienā.

Otrkārt, starp reālo gāzu molekulām (pretēji ideālās gāzes molekulām) darbojas pievilksnās spēki. To rezultātā uz reālo molekulu gāzi darbojas ne vien ārējais, bet arī molekulu pievilksnās spēku izraisītais **papildu spiediens** p_p . Lai šo papildu spiedienu novērtētu, aplūkosim divus molekulu slāņus, kas atrodas pie trauka sienas (10-2. zīm.). Pirmā slāņa molekulas, kuras, attīstot spiedienu, tieši iedarbojas uz trauka sienu, pievelk otrā slāņa molekulas. Tāpēc sekundē uz sienas 1 m² no gāzes pirmā slāņa molekulām pārnestais kustības daudzums (mole-



10-2. zīm.

kulārais spiediens) ir mazāks nekā ideālās gāzes gadījumā. Pie vienas un tās pašas temperatūras reālās gāzes ārējais spiediens p sakarā ar molekulu savstarpējo pievilkšanās spēku papildu spiedienu tātad ir *mazāks* nekā ideālai gāzei. Šo molekulāro papildu spiedienu p_p nosaka gāzes molekulu pievilkšanās spēku kopspēks, kas darbojas uz 1 m^2 lielu pirmo (ārējo) molekulu slāni no tikpat liela otrā (iekšējā) molekulu slāņa puses (spēki, kas darbojas reālās gāzes iekšienē uz ikvienu molekulu no visām pusēm, savstarpēji kompensējas). Šis kopspēks ir tieši proporcionāls kādai konstantei a , kas raksturīga katrai gāzei, un molekulu skaitam abu slāņu 1 m^2 laukumos. Abi pēdējie lielumi savukārt ir tieši proporcionāli gāzes blīvumam jeb apgriezti proporcionāli gāzes 1 kilomola tilpumam V_μ . Tāpēc reālās gāzes papildu spiediens $p_p = \frac{a}{V_\mu^2}$ un ārējais spiediens $p = p' - p_p$ ir

$$p = \frac{RT}{V_\mu - b_1} - \frac{a}{V_\mu^2}. \quad (10-3)$$

No šīs 1 kilomolam derīgās sakarības, reizinot un dalot labās puses locekļus ar v un v^2 , dabūjam v kilomolu (ar tilpumu $V = vV_\mu$) reālās gāzes stāvokļa jeb Van der Vālsa vienādojumu:

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right) (V - vb_1) = vRT. \quad (10-4)$$

Salīdzinājumā ar ideālo gāzi mazo lielumu $\frac{v^2 a}{V^2} \cdot vb_1$ var atņemt un šo vienādojumu var rakstīt formā

$$pV \approx vRT - \frac{v^2 a}{V} + vpb_1. \quad (10-5)$$

Dažu reālu gāzu konstantes a un b_1 dotas tabulā:

	$a \left[\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^6}{\text{kmol}^2} \right]$	$b_1 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right]$
Gaiss	$1,34 \cdot 10^5$	$36,9 \cdot 10^{-3}$
CO_2	$3,61 \cdot 10^5$	$42,8 \cdot 10^{-3}$
H_2	$0,245 \cdot 10^5$	$26,6 \cdot 10^{-3}$
O_2	$1,30 \cdot 10^5$	$31 \cdot 10^{-3}$
H_2O	$0,55 \cdot 10^5$	$30 \cdot 10^{-3}$

Izmantojot konstantes a un b_1 , var parādīt, ka reālās gāzes stāvokļa un ideālās gāzes stāvokļa atšķirība tālu no gāzes kondensācijas punkta ir maza. Tā, piemēram, gaisam, ja $p = 1 \text{ atm} \approx$

$$\approx 10^5 \text{ Pa}, p_p = \frac{a}{V_\mu^2} = \frac{1,34 \cdot 10^5 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^6}{\text{kmol}^2}}{(22,4)^2 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}^2}} = 0,27 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad \text{un} \quad \frac{b_1}{V_\mu} =$$

$$= \frac{36,9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}}{22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}} = 1,7 \cdot 10^{-3}, \text{ t. i., papildu spiediens } p_p \text{ ir apmēram}$$

1/400 no ārējā spiediena un gaisa molekulu ieņemtā tilpums apmēram 600 reižu mazāks par gaisa tilpumu. Citādi tas ir gāzes kondensācijas punkta tuvumā. Ja, piemēram, ūdens tvaiku, kas izturas tāpat kā ideāla gāze, pie 1 atm spiediena atdzesē no 100,5 °C līdz 99,5 °C temperatūrai, tā tilpums samazinās tikai par 1/273 turpretim, ja tas izturas kā reāla gāze, tad kondensējoties tā tilpums samazinās 1700 reižu.

2. Reālo gāzu iekšējā enerģija U ir atkarīga ne vien no temperatūras T , bet arī no tilpuma V , jo tā tagad ietver arī molekulu pievilksnās spēku potenciālo enerģiju, kas ir atkarīga no molekulu attāluma, resp., no gāzes tilpuma. Izteiksim reālās gāzes iekšējo enerģiju U kā šīs gāzes adiabatiskas izplešanās darbu no tilpuma V un temperatūras T līdz tilpumam $V_2 = \infty$ un temperatūrai $T_2 = 0$ (sk. 9. nod. 5. §). Tāpat kā ideālai gāzei iekšējā spiediena p' spēka darbs $A = \nu C_V T$. Pieskaitot tam molekulu pretēji vērsto pievilksnās spēku darbu, t. i., papildu spiediena p_p darbu

$$A_p = - \int_V^{\infty} p_p dV = - \int_{V_\mu}^{\infty} \frac{a}{V_\mu^2} d(\nu V_\mu) = - \frac{\nu a}{V_\mu}, \quad (10-6)$$

dabūjam kopējo darbu $A_k = A + A_p$. Tātad, ievērojot, ka $V_\mu = V/\nu$, reālās gāzes iekšējā enerģija

$$U = A_k = \nu C_V T - \frac{\nu^2 a}{V}. \quad (10-7)$$

Izteiksmes (10-7) pirmais loceklis izsaka molekulu kinētisko enerģiju un otrais loceklis — molekulu savstarpējo potenciālo enerģiju (ja molekulas neoscilē).

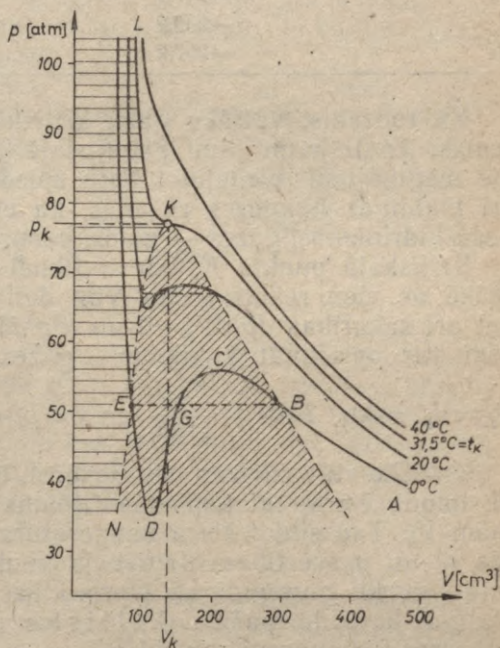
3. §. GĀZU SAŠĶIDRINĀŠANĀS UN ZEMU TEMPERATURU IEGŪŠANA

1. Gāzu sašķidrināšanās pamatnosacījumus noskaidroja Endrjūss 1866. gadā, sašķidrinot izotermiskos procesos CO₂ gāzi. 10-3. zīmējumā attēlotas Endrjūsa eksperimentāli iegūtās CO₂ izoterms 0 °C, 20 °C, 31,5 °C, 40 °C temperatūrās (slīpi iesvītrotajā apgabalā tās attēlotas ar svītrlīniju, ārpus šī apgabala — ar nepārtrauktu līniju). Atbilstošās izoterms pēc Van der Vālsa vienādojuma šajā zīmējumā attēlotas viscaur ar nepārtrauktu līniju. 0 °C temperatūrā, samazinot gāzes tilpumu un palielinot spiedienu no punkta A līdz punktam B, gāze izturas aptuveni tāpat kā ideāla

gāze. No punkta B sākot, gāzei nemainās spiediens pa līkni $BCDE$, kā to prasa Van der Vālsa formula, bet, tilpumu samazinot līdz punktam E , spiediens paliek konstants (10-3. zīmējumā svītrlīnija). Acīm redzot, punktā B ir sākusies gāzes daļēja kondensācija, kura beidzas punktā E . Tad visu trauka tilpumu piepilda CO_2 šķidrums, un tālākā tilpuma samazināšanās ir saistīta ar strauju spiediena palielināšanos, kas ir raksturīga šķidram vielas stāvoklim. Līdzīga aina ir novērojama arī 20°C izotermā. $31,5^\circ\text{C}$ izotermā pakāpeniskas kondensācijas vietā punktā K notiek momentāna kondensācija.

Vielas stāvokli, kurā viela visā tilpumā nav ne gāzveida, ne arī šķidrā stāvoklī, bet atrodas pārejas stāvoklī starp šiem vielas agregātstāvokļiem, sauc par kritisko stāvokli. Punktu K sauc par kritisko punktu. Kritiskā stāvokļa tilpumu, spiedienu un temperatūru sauc par *kritisko tilpumu* V_k , *kritisko spiedienu* p_k un *kritisko temperatūru* t_k . Kritiskajā punktā gāzes un šķidruma blīvums un īpatnējais tilpums (tilpums, ko ieņem 1 kg vielas) kļūst vienādi, bet šķidruma iztvaikošanas siltums un virsmas spraigums zūd (Mendeļejeva pētījumi 1860. g.).

Turpretim uz 40°C izotermas CO_2 gāze šķidrā stāvoklī nebija pārvēršama arī pie vislielākajiem spiedieniem. CO_2 kritiskā temperatūra t_k tāpat ir maksimālā temperatūra, kurā CO_2 gāzi saspiežot var pārvērst šķidrā stāvoklī. Vēlāk noskaidrojās, ka līdzīgi izturas arī citas gāzes. Arī tās *virš kādas kritiskās temperatūras nav pārvēršamas šķidrā stāvoklī*. Tādējādi viss noteikta gāzes daudzuma pozitīvā spiediena un tilpuma maiņas apgabals (10-3. zīm. pozitīvais p, V asu kvadrants) — sadalās trīs daļās: *gāzes apgabalā* (neiesvītrotais laukums), *gāzes* (piesātināta tvaika) *un šķidruma apgabalā* (slīpi iesvītrotais laukums) un *šķidruma apgabalā* (horizontāli iesvītrotais laukums). Šos apgabalus atdala līnijas KL , KN un KB , kuras pārejot no šķidruma puses uz gāzes pusi sākas vārīšanās vai rodas slapjš tvaiks.



10-3. zīm.

Daži gāzu kritiskie lielumi sakopoti tabulā:

Vielā	t_k [°C]	p_k [atm]
Ūdens	+374,2	217,5
CO ₂	+ 31,5	72,8
O ₂	-118,8	49,7
Gaiss	-140,6	37,2
N ₂	-147,1	33,5
H ₂	-239,9	12,8
He	-267,9	2,26

Kā redzams, vairāku gāzu kritiskās temperatūras t_k ir visai zemas. Tā izskaidrojami pagājušajā gadsimtā izdarītie nesekmīgie mēģinājumi, pielietojot lielu spiedienu, sašķidrināt gaisu, kā arī maldīgās hipotēzes rašanās, ka eksistē «permanentas», t. i., nesašķidrināmas, gāzes — gaiss, ūdeņradis u. c.

Kritiskajā punktā K , kur ir liknei t. s. *pārlietuma punkts*, ir spēkā ne vien reālās gāzes Van der Vālsa vienādojums (10-3), bet arī sakarības $dp/dV_\mu=0$ un $d^2p/dV_\mu^2=0$. No šīm trim sakarībām var aprēķināt 1 kilomola gāzes kritiskā punkta lielumus:

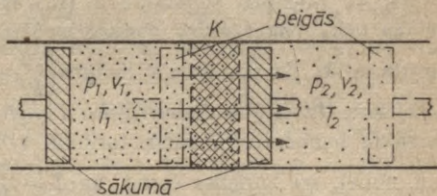
$$V_\mu = V_{\mu k} = 3b_1, \quad T = T_k = \frac{8a}{27Rb_1} \quad \text{un} \quad p = p_k = \frac{a}{27b_1^2}.$$

Kritisko stāvokli var labi novērot, biežā stikla kapsulā iepildot tik daudz ētera, lai kapsulas tilpums atbilstu kritiskajam tilpumam V_k . Tad sildot ētera temperatūra un spiediens iegūst kritiskās t_k un p_k vērtības. Kritiskais punkts tiek sasniegts tad, kad šajā stāvoklī caurspīdīgais ēteris kļūst gaismas necaurļaidīgs. Jāpiezīmē, ka šāda īpašība (kritiskā opalescence) vielai piemīt visos fāzu pāreju stāvokļos.

2. Zemu temperatūru iegūšana. Kā rāda gāzu kritiskās temperatūras, gāzu sašķidrināšanai ir vajadzīga zema temperatūra. Zemu temperatūru un šķidrās gāzes var iegūt ar vairākām metodēm: 1) *gāzi saspiežot un atdzesējot*; 2) *pagatavojot saldējošus maisījumus*, piemēram, ogļskābes sniega un spirta maisījumam ir -78°C temperatūra, vārāmās sāls (1 daļa) un ledus (3 daļas) maisījumam ir -20°C temperatūra; 3) *liekot strauji iztvaikot šķidrumam*, piemēram, atdzesējot un saspiežot vispirms iegūst šķidru SO₂ pēc tam, liekot SO₂ šķidrumam strauji iztvaikot un atdzist, līdzīgā veidā dabū šķidru CO₂; to iztvaicējot un atdzesējot līdz -140°C , iegūst šķidru gaisu; 4) *liekot gāzei strauji adiabatiski izplesties un darīt arī darbu*; 5) *izmantojot Džoula—Tomsona efektu*; 6) *izmantojot Peltjē efektu* (16. nod. 5. §); 7) *adiabatiski atmagnetizējot* paramagnētisku vielu ļoti zemā temperatūrā, tās vienā virzienā orientētie molekulārie magnētiskie dipoli molekulu termiskās kustības dēļ dezorientējas un viela atdziest. Tehnikā ne visai zemu temperatūru iegūšanā lieto pirmo,

otro un trešo metodi. Zemo un ļoti zemo temperatūru iegūšanā galvenokārt lieto ceturto un piekto metodi. Šķidru gaisu un šķidru ūdenradi (Olševskis, 1895. g.) galvenokārt iegūst ar *Lindes—Hempsona* mašīnām, kuru darbības pamatā ir gāzu Džoula—Tomsona efekts. Šķidru hēliju parasti iegūst ar *Kloda—Kapicas* mašīnu (detanderu), kurā gāzes temperatūru pazemina, liekot gāzei adiabatiski izplesties un darīt darbu.

3. Aplūkosim vispirms tuvāk **Džoula—Tomsona efektu**. Ideālai gāzei adiabatiski izplešoties un darbu nedarot, kā to rāda Gei-Lisaka eksperiments, tās temperatūra nemainās, jo ideālās gāzes iekšējā enerģija nav atkarīga no tilpuma, bet tikai no temperatūras. Turpretim reālai gāzei, ja tās temperatūra ir zemāka par kādu noteiktu temperatūru, tā pazeminās. Tas izskaidrojams ar to, ka, reālai gāzei izplešoties, ar pievilkšanās spēkiem saistītās molekulas attālinās un, pieaugot savstarpējai



10-4. zīm.

potenciālajai enerģijai, to kinētiskā enerģija pamazinās. Tehniskajā Džoula—Tomsona procesā gāze adiabatiski izplešas, plūstot caur stikla vates sprostsplāni *K* (10-4. zīm.). Tā tiek novērsta gāzes virpuļošana un gāzei sprostsplāņa abās pusēs uzturēti noteikti spiedieni p_1 un p_2 un noteikta spiedienu starpība $p_1 - p_2$. Šādu bremsētu adiabatisku gāzes izplešanās procesu, kurā gāze, padarot darbu $A = A_1 + A_2 = -p_1 V_1 + p_2 V_2$, pāriet no stāvokļa p_1, V_1, T_1 uz stāvokli p_2, V_2, T_2 , sauc par **adiabatisku droselēšanu**.

Vienreizējā Džoula—Tomsona procesā temperatūras pazemināšanās nav pārāk liela, piemēram, gaisu ar -100°C temperatūru droselēti-adiabatiski atslūgojot no 100 atmosfērām līdz 1 atmosfērai, temperatūra krītas līdz -173°C . Tāpēc ar iegūto pazeminātās temperatūras gāzi kompresijas, dzesēšanas un adiabatiskas droselēšanas process ir jāatkārto vairākas reizes. Pēdējā atkārtotajā procesā, kurā gāze jau daļēji sašķidrinas, ir izotermiska droselēšana.

Aprēķināsim temperatūras maiņu Džoula—Tomsona procesā. No pirmā termodinamikas likuma adiabatiskam procesam $\Delta U = -A$. Ievērojot vispirms reālās gāzes iekšējās enerģijas izteiksmi (10-7) un pēc tam reālās gāzes pV izteiksmi (10-5) 1 kilomolam ($\nu = 1$), dabūjam, ka

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_V T_2 - \frac{a}{V_{\mu 2}} - \left(C_V T_1 - \frac{a}{V_{\mu 1}} \right) \text{ un}$$

$$-A = p_1 V_{\mu 2} - p_2 V_{\mu 2} = RT_1 - \frac{a}{V_{\mu 1}} + b_1 p_1 - \left(RT_2 - \frac{a}{V_{\mu 2}} + b_1 p_2 \right).$$

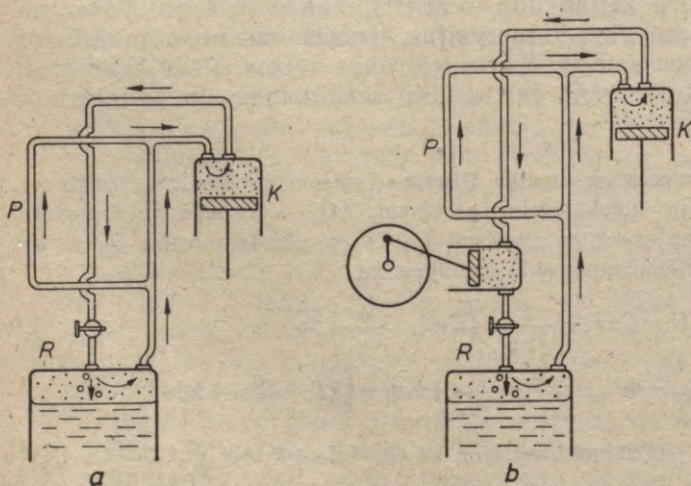
Abas šīs izteiksmes pielīdzinot, ievērojot, ka $C_p = C_V + R$, bet $\frac{a}{V_{\mu 1}} = \frac{ap_1}{RT_1} = \frac{ap_1}{RT}$,

un mazo locekli $\frac{a}{V_{\mu 2}}$ rakstot formā $\frac{a}{V_{\mu 2}} \approx \frac{ap_2}{RT}$, dabūjam, ka $C_p(T_2 - T_1) = \frac{2a(p_2 - p_1)}{RT} + b_1(p_1 - p_2)$. Tāpēc temperatūras maiņa droselētā adiabatiskā procesā $\Delta T = T_1 - T_2$, ja spiediena maiņa $\Delta p = p_1 - p_2$, ir šāda:

$$\Delta T = \frac{\Delta p}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - b_1 \right). \quad (10-8)$$

Džoula—Tomsona procesā gāzes izplešas ($\Delta p < 0$) tāpēc, ja $\frac{2a}{RT} - b_1 > 0$, tad $\Delta T < 0$, t. i., temperatūra pazeminās. Tādā gadījumā papildu spiediena p_p efekts, ko raksturo konstante a (tas izraisa temperatūras pazemināšanos), ir lielāks nekā temperatūru paaugstinošais molekulu tilpuma efekts, ko raksturo konstante b_1 . Ja pie $\Delta p < 0$ lielums $\left(\frac{2a}{RT} - b_1 \right) < 0$, tad $\Delta T > 0$, t. i., temperatūra palielinās. **Inversijas temperatūru** T_i , pie kuras Džoula—Tomsona procesā gāze nemaina temperatūru, dabū, formulā (10-8) iekavās ieslēgto izteiksmi pielīdzinot nullei, no kurienes izriet, ka $T_i = \frac{2a}{Rb_1}$. Tātad, ja gāzes temperatūra ir lielāka par inversijas temperatūru, gāze Džoula—Tomsona procesā sasilst, ja zemāka, tad atdziest. Jāatzīmē, ka tikai hēlijam, ūdeņradim un neonam ir zema inversijas temperatūra, t. i., relatīvi maza konstante a , piemēram, hēlijam $T_i = -258^\circ\text{C}$. Gaisam turpretim $T_i = +384^\circ\text{C}$, tātad gaisu var Džoula—Tomsona procesā atdzēsēt parastajā temperatūrā.

Lindes—Hempsona mašīnas (10-5. zīm. a) un Kloda—Kapicas mašīnas (10-5. zīm. b) dažādie izveidojumi šķidru gāzu iegūšanai satur šādus virknē saslēgtus elementus: 1) kompresoru un sūkni K , kas saspiež un nosūc nesašķidrināto gāzi no rezervuāra R , 2) gāzes sausinātāju, 3) dzesētāju un 4) siltummaini P , kurā atdzesētā gāze, plūstot pretēji saspiegtai paaugstinātas temperatūras gāzei, pēdējo atdzēsē.

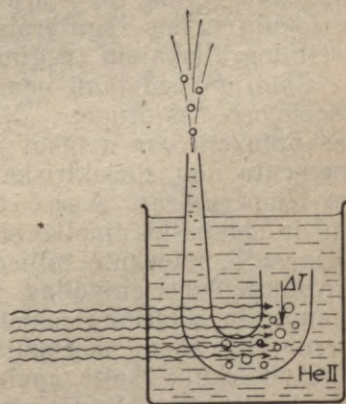


10-5. zīm.

4. Šķidrums gaiss ir praktiski svarīgākā šķidrā gāze. Šķidrums gaiss ir caurspīdīgs, iezilgans šķidrums, tā blīvums $\rho=1 \text{ g/cm}^3$. Šķidrums gaiss vārās -193°C un sacietē -213°C temperatūrā; tajā parasti peld ledus un CO_2 kristāli. Izvairkojot vispirms vieglākajai daļai — slāpeklim, kas vārās pie $-195,8^\circ\text{C}$, pāri paliek šķidrums skābeklis (vārās pie -183°C). Šķidru skābekli lieto medicīnā (elpināšanai un injekcijām), augstos lidojumos u. c. Organiskas vielas (gaļa, augļi) un gumija šķidra gaisa vārīšanās temperatūrā kļūst tik cietas un trauslas, ka tās var saberzt pulverī. Šķidrā gaisa temperatūrā daudzas vielu fizikālās īpašības krasi izmainās. Tā, piemēram, ievērojami palielinās metāla elastība: svina zvaniņš dzidri skan, dzīvsudrabs kļūst tik ciets, ka to var lietot kā veseri, tantāla atsperi elastīgi var izstiept taisnu. Īslaicīgi atdzēsējot, stipri uzlabojas mēraparātu tērauda atsperu elastība. Daudzas reizes pieaug arī metālu elektriskā vadītspēja. Šķidrajā gaisā esošo slāpekli izmanto amonjaka ieguvē, kuru savukārt izmanto krāsvielu, spridzināmo vielu, mākslīgo mēslu ražošanā u. c. Šķidrums gaiss jāglabā viegli nosprostotos dubultsienu (Djuāra) traukos.

5. Tāpat kā citas grūti sašķidrināmās gāzes, šķidrums hēlijs (He^4 I) ir viegls (4 K temperatūrā tā blīvums $\rho=0,128 \text{ g/cm}^3$), bezkrāsains, caurspīdīgs šķidrums, kas vārās pie $p=1 \text{ atm}$, ja $T=4,2 \text{ K}$. Šķidrā hēlija visinteresantākā īpašība ir tā, ka, blīvumam augot un temperatūrai pazeminoties, šķidrums hēlijs (He^4 I) $2,186 \text{ K}$ temperatūrā un pie 1 atm spiediena pāriet šķidrajā He^4 II (ja spiediens lielāks, tad pārejas temperatūra zemāka), kuram piemīt pavisam citas fizikālās īpašības nekā šķidrajam He^4 I (Kāpicas pētījumi 1939. g.). Tā, piemēram, He^4 II siltumvadītspēja $\lambda=10^5 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$ t. i., vairākus miljonus reizu lielāka nekā He^4 I, kam pie $2,5 \text{ K}$ $\lambda=1,7 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}$. To var izskaidrot ar spēcīgām konvekcijas plūsmām, kas temperatūras gradientā rodas He^4 II. Bet šāda konvekcija ir iespējama tikai tad, ja He^4 II viskozitāte ir ļoti maza. Tiešām mērījumi pierādīja, ka He^4 II $\eta=10^{-12} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ (He^4 I pie $T=2,2 \text{ K}$ $\eta=3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, ūdenim $\eta=10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$). Tāpēc saka, ka He^4 II ir supraplūstošs (pareizāk sakot, supraplūstošs ir He^4 II fāzes un normālās He^4 I fāzes maisījums). Straujās atdzišanas dēļ He^4 II nevārās burbuļojot, bet izvairko tikai no virsmas.

He^4 II, tāpat kā daudziem citiem šķidrumiem, piemēram, petrolejai, ir tieksme izveidot uz cieta ķermeņa virsmas plānu kārtiņu, kuras biezums $\approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$. Ja traukam, kurā atrodas šķidrums He^4 II, augšējās daļas temperatūra ir augstāka par apakšējās daļas temperatūru, tad He^4 II pa minēto plāno slāni pārvietojas augstākās temperatūras virzienā un plūst pāri trauka malai. Tāpēc He^4 II jātur noslēgtā traukā.



10-6. zīm.

Intensīvi apgalsojot resnajā U veida caurules zarā iebērto smirģeļa pulveri (10-6. zīm.), tajā rodas temperatūras kritums. Caurules resnajā daļā hēlijam II plūstot augstākās temperatūras virzienā, caurules tievajā galā izveidojas spēcīga plūsma — fontāns.

Spiediena diferences iedarbībā ejot caur šauru sprauslu, He II atdziest (līdz 0,4 K). Tā var iegūt ļoti zemu temperatūru. He izotops He^3 nepāriet He II fāzē.

11. NODAĻA

ŠĶIDRUMU VIRSMAS FIZIKA

1. §. ŠĶIDRUMA MOLEKULĀRĀ UZBŪVE

1. Šķidrums daļēji ir līdzīgs cietai vielai un daļēji gāzei. Blīvuma ziņā tas ir līdzīgs cietai vielai — šķidrumiem parasti blīvums ir par 9—10% mazāks, šķidriem metāliem par 3% mazāks, — bet nav līdzīgs gāzei, kuras blīvums aptuveni 1000 reīzu mazāks. Turpretim formas maiņas pretestības ziņā šķidrums ir līdzīgs gāzei, bet nepavisam tam nav līdzības ar cietu vielu. Tātad šķidrāis vielas stāvoklis ir it kā pārejas stāvoklis starp vielas cieto un gāzveida stāvokli.

Šķidruma molekulu novietojums, kā to liecina rentgenstaru, elektronu un neitronu difrakcijas novērojumi, ir līdzīgs molekulu novietojumam cietā vielā. Tomēr šim molekulu novietojumam šķidrumā pastāv tikai tuvā kārtība, t. i., aptuveni noteiktos attālumos atrodas tikai kaimiņos esošās molekulas. Cietu vielu kristāliem raksturīgā molekulu tālā regulārā novietojuma kārtība, kurā visi molekulu attālumi ir precīzi vienādi, šķidrumiem nepiemīt. Molekulu regulārā novietojuma veidu šķidrumā nosaka molekulu forma un starpmolekulārie spēki. Daudzos gadījumos molekulu tuvais regulārais sakārtojums šķidrumā ir līdzīgs tam kristalogrāfiskajam režģim, kāds izveidojas, ja šķidrums sacietē.

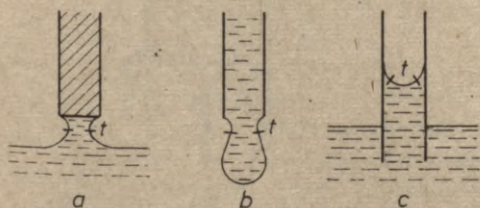
Šķidrumi iedalāmi neasociējošos jeb vienkāršos šķidrumos un asociējošos šķidrumos. Neasociējošo šķidrumu molekulas aptuveni var uzlūkot par lodveidīgām, tām elektriskā dipola momenta nav, dielektriskā konstante ϵ ir maza un nav atkarīga no temperatūras. Asociējošos šķidrumos, kuros molekulas ir elektriski dipoli vai arī molekulas mijiedarbojas ar ūdeņraža saiti, molekulu mijiedarbības spēki ir atkarīgi no molekulu savstarpējās orientācijas. Šajos šķidrumos, piemēram, ūdens šķīdumos un šķidrumu maisījumos rodas lielāki molekulu apvienojumi. Tīrā ūdenī asociācijas parādības veido galvenokārt lielāka H_2O molekulu skaita apvienojumi. Šie molekulu apvienojumi nav stabili; tie rodas un pēc zināma laika atkal sabrūk. Daži organisko vielu šķidrumi, piemēram, azoksifenols, ziepes, it sevišķi bioorga-

niskie savienojumi, lipoīdi, veido makroskopiskus tuvas kārtības pavedienveidīgus vai slāņainus molekulu novietojumus. Tos ar vājiem elektriskajiem vai magnētiskajiem laukiem var orientēt un tādā veidā iegūt makroskopiskus «kristāliskus šķidrums». Pēdējiem eksistē arī kritiskā «kušanas» temperatūra. Kristāliskie šķidrums veido nesfēriskus šķidruma pilienus.

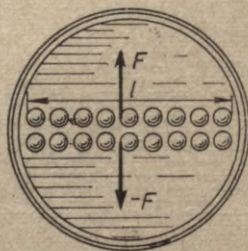
2. Kā kustas molekulas šķidrums? Šķidruma molekulas siltumkustībā izdara divu veidu kustības: 1) tās haotiski svārstās ap savām līdzsvara vietām ar frekvenci $\nu \approx 10^{13} \text{ s}^{-1}$; 2) izdarot 10^8 — 10^{10} lēcienus sekundē (uz 10^3 — 10^5 molekulas pilnām svārstībām notiek viens lēcieni), tās pārvietojas pa savām tukšajām līdzsvara vietām vai molekulu starpvietām. Šķidrums molekula var izdarīt lēcieni uz tukšo kaimiņmolekulas vietu vai uz kādu molekulu starpvietu tad, ja molekulu siltumkustības fluktuāciju dēļ molekulai īsu brīdi piemīt liela enerģija ΔE . Jāpiezīmē, ka šādi lēcieni notiek arī cietā vielā, tikai daudz retāk. Saskaņā ar vispārīgo Bolcmaņa sadalījumu (7. nod. 4. §), temperatūrai T palielinoties, šķidruma molekulas vietas maiņu skaits laika vienībā palielinās eksponenciāli. Tāpēc arī ar vietas maiņu saistītie lielumi atkarībā no temperatūras mainās eksponenciāli, piemēram, difūzijas koeficients D samazinās, bet viskozitātes koeficients η pieaug: $D \sim e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$; $\eta \sim e^{\frac{\Delta E}{kT}}$. Šķidruma molekulārā difūzija, molekulārā siltuma vadīšana un viskozitāte pakļaujas 8. nodaļā aplūkotojām Fika, Furjē un Ņūtona likumiem.

2. §. ŠĶIDRUMA VIRSMAS SPRAIGUMS UN VIRSMAS ENERĢIJA

1. Daudzi novērojumi rāda, ka vienas šķidruma daļas atrāšanās no otras ir vajadzīgs zināms spēks. Ja, piemēram, no ūdens (vai no cita šķidruma) lēnām izvelk plāksnīti (11-1. zīm. a), ko ūdens slapina, var novērot, ka ķermenim ir piesaistīta ūdens plēvīte. Šī plēvīte līdz ar ķermeņa attālināšanos no šķidruma kļūst plānāka un beigās, ja šķidrums nav pārāk viskozi, to veido aptuveni divu molekulu biezs slānis. Līdz šim brīdim ķermeni no šķidruma varēja attālināt, nepieliekot spēku, jo no plēvītes iekšienes ūdens molekulas varēja aiziet brīvi, tāpēc ka šķidruma iekšienē uz



11-1. zīm.



11-2. zīm.

molekulu darbojošais kospēks ir nulle, bet tagad vietā t ir jāpārrauj dubultais monomolekulārās šķidruma virsmas slānis. Tam ir vajadzīgs spēks

$$F = \alpha l, \quad (11-1)$$

kur l — pārrautās šķidruma plēvītes perimetrs. So spēku sauc par šķidruma **virsmas spraiguma spēku**. Tas darbojas starp šķidruma virsmas molekulām *virsmas pieskares virzienā* (11-2. zīm.).

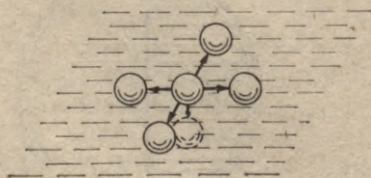
Koeficients

$$\alpha = \frac{F}{l} \quad (11-2)$$

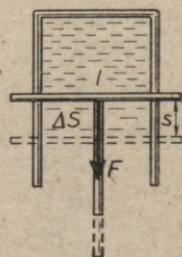
ir *skaitliski vienāds ar spēku, kas virsmas pieskares virzienā darbojas starp divām $l=1$ m garām blakus esošām un taisnām šķidruma virsmas molekulu virknēm*. To sauc par **virsmas spraiguma koeficientu**, un tā mērvienība ir N/m. Tā kā molekulas vienas saites maksimālais pievilkšanas spēks ir $\approx 10^{-10}$ N un uz 1 m ir $\approx 3 \cdot 10^9$ molekulu, tad virsmas spraiguma koeficients ir apmēram $10^{-10} \text{ N} \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1} = 0,3 \text{ N/m}$.

Arī *eksperimentāli* mērot šķidrumu virsmas spraiguma koeficientu α , parasti nosaka spēku, kāds jāpieliek, lai pārrautu $l=1$ m platu šķidruma virsmas molekulu slāni. 11-1. zīmējumā b šķidruma piliens no caurules atraujas tad, kad tā svars ir vienāds ar virsmas spraiguma spēku; gadījumā c parādīts, ka šķidrumums kapilārā paceļas tik augstu, cik to ļauj izliektās virsmas izturība pie kapilāra malas vietā t .

2. Molekulām saistoties ar ķīmiskām saitēm, uz katru saiti atbrīvojas zināms enerģijas daudzums. Ja molekula pāriet no šķidruma iekšienes, kur molekulai ir 6 saites, uz šķidruma virsmu, kur tai ir 5 saites (četras uz sāniem un viena uz leju; 11-3. zīm.), tad tās enerģija pieaug par vienas saites enerģiju. Tātad šķidruma virsmas molekulām ir lielāka enerģija (mazāka saišu enerģija) nekā šķidruma iekšienes molekulām. Tas nozīmē, ka šķidruma virsmas izveidošanai ir jāpatērē enerģija un enerģija atbrīvojas, ja šķidruma virsma samazinās. *Darbu, kas jāpadara, lai no šķidruma iekšienes molekulām izveidotu šķidruma virsmu, sauc par šķidruma virsmas enerģiju*. Ja, to darot, temperatūra tiek turēta



11-3. zīm.



11-4. zīm.

konstanta, tad šis darbs ir vienāds ar šķidruma virsmas brīvo enerģiju.

Lai aprēķinātu šo enerģiju, pieņemsim, ka tainstūra rāmīti atrodas šķidruma plēve (11-4. zīm.). Pārbīdot rāmīša malu l ar spēku $F = \alpha \cdot 2l$ attālumā s , šķidruma plēves laukums abās plēves pusēs palielinās par $2l \cdot s = \Delta S$. Virsmas laukuma ΔS izveidošanā izlietotā enerģija ΔE_v , t. i., enerģija, kas jāpatērē, lai molekulas pārvietotu no šķidruma iekšienes uz virsmu, ir vienāda ar šajā pārvietojumā s padarīto darbu A_v :

$$\Delta E_v = A_v = Fs = \alpha \cdot 2l \cdot s = \alpha \Delta S. \quad (11-3)$$

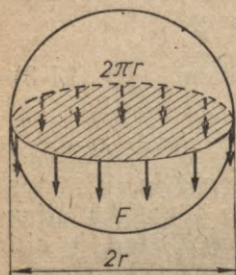
No šejienes redzam, ka virsmas spraiguma koeficients $\alpha = \frac{\Delta E_v}{\Delta S}$ ir arī šķidruma vienas laukuma vienības brīvā enerģija. Virsmas enerģija ir šķidruma potenciālā enerģija, un tā, tāpat kā citas ķermeņu potenciālās enerģijas, tiecas uz minimumu. Tātad, ja citi spēki uz šķidrumu nedarbojas, tad šķidrumam ir sfēriska forma, jo tad noteiktam šķidruma daudzumam ir vismazākais virsmas laukums. To apstiprina arī Plato eksperiments, kurā novēro, ka, piemēram, eļļas piliens spirta šķīdumā, gaisa pūslīši ūdenī, mazi Hg pilieni (tiem liels α) pieņem sfērisku formu.

3. Līdz ar temperatūras paaugstināšanos virsmas spraiguma koeficients α samazinās. Tā, piemēram, zem karsta gludekļa traipa tauki no auduma pārvietojas uz auduma tās virsmas pusi, kur spraiguma koeficients ir lielāks, t. i., zemākās temperatūras virzienā. Tur tos uzsūc cita drāna vai sūcpapīrs. Šķidruma virsmas spraigums mainās arī atkarībā no šķidruma koncentrācijas. Tīrot drānā tauku traipu, tā apkārtne ir jāsamitrina ar benzīnu. Tad taukus saturošais benzīns, kam virsmas spraigums lielāks, savēl taukus plankuma vidū. Uz ūdens uzņemts kampara gabaliņš, šķīstot rada koncentrācijas, tātad arī virsmas spraiguma starpību, un tās dēļ ūdens virsmā rodas spēcīgas plūsmas, kuru ietekmē pārvietojas arī pats kampara gabaliņš («kampara de ja»).

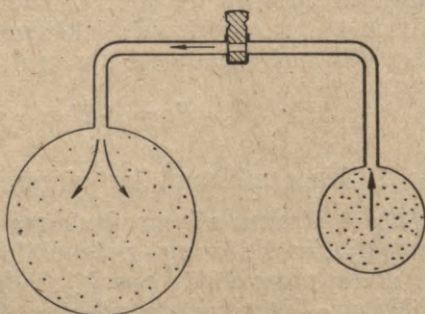
4. Šķidruma virsmas spraiguma parādības novērojamas daudzos gadījumos: uz ūdens virsmas lēni uzlikta tērauda adata negrimst; ūdenī iegremdēts areometrs, kam galā piestiprināts dzelzs sietiņš, vairs nepaceļas; no kapilāra ar rādiusu r šķidrums iztek pilienu veidā (tā kā $mg = 2\pi r \cdot \alpha$, tad piliena masa $m = \frac{2\pi r \alpha}{g}$); siks caurumiņš neļauj no trauka izplūst visam šķidrumam — daļa tajā paliek; iegremdējot sarenī ūdenī, sari izplešas, bet, izvelkot no ūdens, tie sakļaujas, jo šķidrums cenšas pieņemt mazāko virsmu; kukaiņi, pārvietojoties pa ūdens virsmu, negrimst. Ja uz ūdens virsmas uzlej eļļu, tad vilņu maksimumu un minimumu vietās palielinās virsmas spraigums, kas nedaudz bremsē vilņu svārstības un galvenokārt novērš šlakatas. Aiz mo- torlaivas ceļa ilgāku laiku ūdens vilņi nepļīst.

3. §. LIKTAS ŠĶIDRUMA VIRSMAS SPIEDIENS

Virsmas spraiguma spēki ir vērsti paralēli virsmai, tāpēc plakanas šķidruma virsmas gadījumā perpendikulāri šķidruma virsmai ne spēku, ne spiedienu tie attīstīt nevar. Turpretim izliektas šķidruma virsmas spraiguma spēki uz šķidrumu izdara zināmu spiedienu. Aprēķinot šo liektās šķidruma virsmas spraiguma spēka



11-5. zīm.



11-6. zīm.

spiedienu sfēriskai virsmai, iedomāsimies, ka sfēriska šķidruma piliens ar rādiusu r ir sadalīts divās pussfērās (11-5. zīm.). Tad piliena viena pussfēra uz otru pussfēru pa šķēluma aploci $l=2\pi r$ darbojas ar virsmas spraiguma spēku $F=2\pi r \cdot \alpha$, kas uz pussfēru saskares laukumu $S=\pi r^2$ attīsta spiedienu

$$p_v = \frac{F}{S} = \frac{2\pi r \alpha}{\pi r^2} = \frac{2\alpha}{r}. \quad (11-4)$$

Ja ārējais spiediens ir p_a , tad uz šķidrumu darbojas *kopējais spiediens*

$$p = p_a + \frac{2\alpha}{r}. \quad (11-5)$$

Tā kā šķidrumā virsmas spēku spiediens izplatās visos virzienos vienmērīgi, tad šāds spiediens ir visos piliena iekšienes punktos. Līdzīgs spiediens darbojas arī uz šķidrumā esošu gāzes pūslīti.

Elipsoidālai šķidruma virsmai ar liekumu rādiusiem r_1 un r_2 spiediens

$$p_v = \alpha \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (11-6)$$

Ja $r_1=r_2=r$, tad no izteiksmes (11-6) dabūjam (11-4). Tāpēc *kopējais spiediens* uz šķidrumu ar elipsoidālu virsmu ir

$$p = p_a + \alpha \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (11-7)$$

Cilindriskai virsmai $r_2=\infty$, tāpēc spiediens $p_v = \frac{\alpha}{r_1}$. Izteiksmes (11-4) un (11-6) ir **Laplasa formulas**. Kā redzam, sevišķi liels

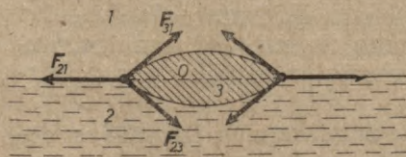
virsmas spraiguma spiediens ir virsmām ar mazu rādiusu. Tā, piemēram, ūdens pilienam ar $r=10^{-5}$ cm $p_v = \frac{2 \cdot 72 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}}{10^{-7} \text{ m}} = 14 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 14 \text{ atm}$.

Liektu virsmu spiediens labi novērojams, ja savieno divus ziepju burbuļus (11-6. zīm.) — mazākais burbulis lielāka iekšējā spiediena p_v dēļ samazinās un lielākā burbuļa izmēri palielinās.

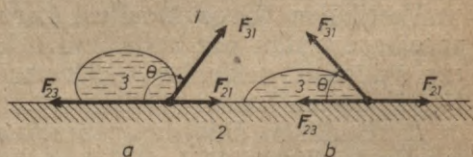
4. Š. VIRSMAS SPRAIGUMA SPĒKI PIE DIVU UN TRIJU VIDU ROBEŽAS. MALAS LENĶIS

Šķidrums virsmas spraiguma koeficientu α attiecībā pret vakuumu vai praktiski pret gaisu sauc par absolūto *virsmas spraiguma koeficientu*. *Divu vielu robežvirsmas spraiguma koeficientu* sauc par relatīvo *virsmas spraiguma koeficientu* α_{12} . Tā, piemēram, dzīvsudrābam-ūdenim $\alpha_{12}=0,375 \text{ N/m}$, ūdenim-petrolejai $\alpha_{12}=0,018 \text{ N/m}$, ūdenim-olīveļļai $\alpha_{12}=0,018 \text{ N/m}$. Bieži sistēmā ir *trīs vides* (11-7. zīm.): parasti 1) divi šķidrums (vides 2 un 3) un gaiss (vide 1) vai 2) cieta viela (vide 2), šķidrums (vide 3) un gaiss (vide 1). Trīs vides veido trīs divu vidu robežvirsmas, kuras nobeidzas pie *triju vidu robežlīnijas O*. Ja šo triju vidu savstarpējie virsmas spraiguma koeficienti ir α_{21} , α_{31} un α_{23} , tad uz vides daļiņu pie robežlīnijas *O* robežvirsmu virzienos darbojas virsmas spraiguma spēki F_{21} , F_{31} un F_{23} .

Ja vides 2 un 3 ir šķidrums un ja $|F_{21}| > |F_{23} + F_{31}|$, tad šķidrums 3 tiecas *izplūst* pa otra šķidrums 2 virsmu, piemēram, petroleja uz ūdens, bet, ja $|F_{21}| < |F_{23} + F_{31}|$, tad šķidrums 3 cenšas *sarauties* (tauku pile uz ūdens). Šķidrums 3 pārvietošanās izbeidzas, iestājoties visu triju virsmas spraiguma spēku līdzsvaram: $|F_{21}| = |F_{23} + F_{31}|$, ja tas iespējams, jo var būt, ka vienmēr $|F_{21}| > |F_{23} + F_{31}|$, tad piliens pilnīgi un praktiski momentāni izplūst pa vides 2 virsmu, vai arī $|F_{21}| < |F_{23} + F_{31}|$, tad piliens pilnīgi atdalās no vides 2 virsmas.



11-7. zīm.



11-8. zīm.

Līdzīga parādība ir novērojama, ja šķidrums piliens atrodas uz *cietas horizontālas virsmas*. Tad līdzsvara stāvoklī pilienam spēku līdzsvara nosacījumu var uzrakstīt šādi: $F_{21} = F_{23} + F_{31} \cos \theta$. Pie tam cieto virsmu *neslapinoša* šķidrums gadījumā (piemēram, ūdens uz parafīna) līdzsvara stāvoklī šķidrums piliens pieņem 11-8. zīmējumā *a* attēloto formu, bet *slapinoša* (piemēram,

petroleja uz metāla) šķidruma gadījumā līdzsvara stāvoklī piliens pieņem 11-8. zīmējumā b attēloto formu. Tas izskaidrojams ar to, ka neslapinoša šķidruma gadījumā šķidruma un cietās vielas molekulu savstarpējā pievilksšanās ir mazāka nekā gaisa un cietās vielas molekulu pievilksšanās, bet slapinoša šķidruma gadījumā — otrādi.

Leņķi Θ , ko veido cietā ķermeņa un šķidruma saskares virsma ar šķidruma un gaisa robežvirsmu jeb spēks F_{31} ar F_{23} , sauc par **malas leņķi**. Kā redzam, neslapinošiem šķidrumiem $\Theta > \frac{\pi}{2}$, bet slapinošiem šķidrumiem $\Theta < \frac{\pi}{2}$. Tā kā šajos gadījumos $F_{21} - F_{23} = F_{31} \cos \Theta$ un $F \sim a$, tad $\cos \Theta = \frac{a_{21} - a_{23}}{a_{31}}$.

Ja virsma ir *elektriski lādēta*, tad tās virsmas spraugums ir mazāks, jo lādīņi atgrūžoties tiecas šķidruma virsmu palielināt. To pierāda šāds eksperiments. Uz pulkstenstikla uzlej dzīvsudraba pilienu. Pēc tam pilienam pārlej sērskābi un tajā radiālā virzienā iemērc dzelzs adatu. Šāda ierīce ir galvanisks elements. Ja adata pieskaras pilienam, elements tiek savienots isslēgumā, piliens atlādējas un radiāli saraujas. Tā rezultātā piliena un adatas kontakts pārtrūkst un piliens no jauna uzlādējas un izplūst. Tātad dzīvsudraba piliena formas maiņa noris periodiski.

Šķidruma īpašību slāpināt cietu ķermeni izmanto pildspalvās, ķermeņu krāsošanā, metālu pārklāšanā ar elektrisko izolāciju, korozijas novēršanai u. c. Lai *metālu rūdu atdalītu no iežiem*, to samaļ un ieber ūdens un eļļas maisījumā, tad metāla daļiņas aplīp ar eļļu. Ja maisījumam cauri pūš gaisu, tā pūslīši pielīp pie rūdas daļiņām (gaiss nepielīp ar ūdeni saslapinātiem smilšu graudiņiem) un uznes rūdas daļiņas šķidruma virspusē. Pievienojot ūdenim dažādas speciālu vielu piedevas, var atskaldīt no iežiem daudzus minerālus. Šo paņēmieni sauc par *flotāciju*.

5. §. KAPILARITĀTE

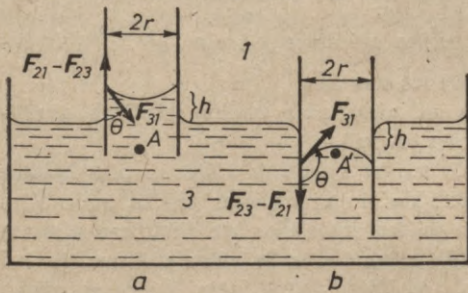
Vertikālos tievos kanālos, kuru sienas šķidrums slapina, tas paceļas augstāk par apkārtējo šķidruma līmeni, bet kanālos, kurus šķidrums neslapina, šķidruma līmenis ir zemāks par apkārtējo šķidruma līmeni (11-9. zīm.).

Aprēķināsim šķidruma pacelšanās augstumu vai kapilāro depresiju h cilindriskā kapilārā ar rādiusu r . Šķidruma daļiņa, kas atrodas pie kapilāra virsmas 2, gaisa 1 un šķidruma 3 saskares robežas, pa saslapinātu virsmu, kad $F_{21} > F_{23}$, var tik ilgi ar spēku $F_{21} - F_{23} \geq F_{31} \cos \Theta$ pārvietoties uz augšu (pa nesaslapinātu virsmu, kad $F_{21} < F_{23}$, spiesties uz leju), kamēr šķidruma virsmas sprauguma spēka komponente $F_{31} \cos \Theta = 2\pi r a \cdot \cos \Theta$, kur $a = a_{31}$, kļūst vienāda ar šķidruma staba h svaru $mg = V \rho g = \pi r^2 h \cdot \rho g$, jo gadījumā, ja spēks $F_{21} - F_{23}$ pie kapilāra virsmas esošo augstāko šķidruma daļiņu pārvietotu vēl augstāk, tā tiktu atrauta no pārējā

šķidrums un tūlīt uz to sāktu darboties arī tikpat liels lejup vērsts spēks. No spēku līdzsvara vienādojuma $qgrh = 2\alpha \cos \Theta$ dabūjam, ka

$$h = \frac{2\alpha \cos \Theta}{qgr} \quad (11-8)$$

Tievā kapilārā $\Theta \approx 0$ un $\cos \Theta \approx 1$. Gadījumā, ja ir jāievēro arī gaisa blīvums q_g vai piesātināta tvaika blīvums q_{tv} un tā maiņa līdz ar augstumu h , tad šķidrums blīvums q izteiksmē (11-8) jāaizstāj ar $q - q_g$ vai $q - q_g - q_{tv}$.



11-9. zīm.



11-10. zīm.

Citādi kapilāro pacelšanos vai kapilāro depresiju h var pamatot ar to, ka zem ieliektas šķidrums virsmas šķidrums spiediens ir mazāks un zem izliektas virsmas šķidrums spiediens ir lielāks nekā zem plakanas šķidrums virsmas. Tāpēc, lai punktus A , resp., A' (11-9. zīm.), spiediens būtu vienāds ar apkārtējās plaknās virsmas šķidrums spiedienu tajā pašā līmenī, šķidrumam slapinātā kapilārā jāpaceļas un neslapinātā kapilārā jāpazeminās, jo tad šajos punktos šķidrums smagums spēka spiediens palielinās vai samazinās.

Kapilaritātei ir ļoti liela nozīme dabā un tehnikā. Augu sulas augos kāpj uz augšu kapilaritātes dēļ (kokiem ir tievi, bet zālei un krūmiem resni kapilāri). Šī paša iemesla dēļ no zemes un ēku pamatiem pa sienām uz augšu sūcas mitrums, lampā pa degli uz augšu sūcas petroleja, tinte iesūcas papīrā, ūdens sūklī, drānās un māla traukos. Tāpat kapilaritātes dēļ ūdens nesūcas cauri gumijotai drēbei. Kapilāros ar mainīgu šķērsgrīzumu slapinošais šķidrums cenšas novietoties šaurākās vietās, neslapinošais — plātākās vietās (11-10. zīm). Tiklīdz temperatūra ceļas, virsmas spraiguma koeficients samazinās un slapinošais šķidrums pa kapilāru pārvietojas uz zemākās temperatūras pusi. Tāpēc no malkas šķīlām, kas saulē žāvējas, sula iztek tikai ēnas pusē.

Slapināmās daļiņas savā starpā un neslapināmās daļiņas savā starpā, šķidrums līmenim tiecoties nolīdzināties ar apkārtni, kapilāro spēku dēļ *pievelkas*, bet dažāda tipa daļiņas savā starpā *atgrūžas*. Tāpēc pie ūdens baseina malām sakrājas netīrumi.

6. Š. PIESĀTINĀTA TVAIKA SPIEDIENS VIRS LIEKTAS ŠĶIDRUMA VIRSMAS. VIRSMAS AKTĪVĀS VIELAS

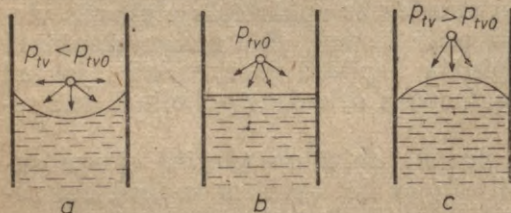
1. Ja šķidrums vertikālā slāpinātā kapilārā ir pacēlies augstumā h , tad *virs ieliektas šķidruma virsmas piesātināta* tvaika spiediens p_{tv} tvaika pašvara dēļ ir par $Q_{tv}gh$ mazāks nekā piesātināta tvaika spiediens p_{tv0} pie kapilāra pamata virs plakanas šķidruma virsmas, t. i., $p_{tv} = p_{tv0} - Q_{tv}gh$, kur Q_{tv} — piesātināta tvaika blīvums. No izteiksmes (11-8) dabūjam, ka $gh = \frac{2\alpha}{rQ}$, tāpēc $Q_{tv}gh = \frac{2\alpha Q_{tv}}{rQ}$ un piesātināta tvaika spiediens virs ieliektas šķidruma virsmas ir $p_{tv} = p_{tv0} - \frac{2\alpha Q_{tv}}{rQ}$. Līdzīgs stāvoklis ir kapilārā ar neslapinošu šķidrumu, kur *virs izliektas šķidruma virsmas* piesātināta tvaika spiediens $p_{tv} = p_{tv0} + \frac{2\alpha Q_{tv}}{rQ}$ ir lielāks nekā pie kapilāra pamata virs plakanas virsmas.

Iepriekšējās izteiksmes ir derīgas arī piesātināta tvaika spiediena aprēķināšanai ārpus šķidruma piliena to virsmu tuvumā.

No molekulārā viedokļa *piesātināta tvaika spiedienu atšķirība virs liektām virsmām un virs plakanas virsmas izskaidrojama* ar to, ka molekulām vieglāk atrauties no izliektās virsmas, jo tad molekulas un šķidruma virsmas pievilkšanās spēki ir mazāki, bet grūtāk atrauties no ieliektas virsmas, jo tad pievilkšanās spēki ir lielāki (11-11. zīm.). Tā kā piesātināta tvaika spiedienu nosaka molekulu skaits, kas pāriet no virsmas tvaikā, un šis skaits savukārt ir proporcionāls molekulu pievilkšanās spēku stiprumam, tad virs izliektas virsmas var sakrāties vairāk molekulu (tur piesātināta tvaika spiediens ir lielāks) nekā virs ieliektas virsmas (tur piesātināta tvaika spiediens ir mazāks). Tādēļ arī iztvaikošana no ieliektas virsmas ir lēnāka un no izliektas virsmas straujāka nekā no plakanas virsmas.

No tvaika mazo, stipri izliekto šķidruma pilienu virsmām iztvaikošana ir straujāka nekā no tikpat lielas maz liektas šķidruma virsmas.

Ļoti tievos slāpināmos kapilāros var sākties pat kapilārā kondensācija, ja gaisa mitrums mazs. Šis parādības dēļ augsnē saglabājas



11-11. zīm.

mitrums, lēni žūst higroskopiski sīkporaini ķermeņi utt.

2. Šķidruma virsmas enerģija var samazināties, ne vien samazinoties šķidruma virsmas laukumam S , bet arī samazinoties *virsmas spraiguma koeficientam* α . Tas notiek, ja šķidruma virsmā iekšējas vai ārējas pieplūdes (adsorbcijas) dēļ novietojas vielas, kuru virsmas spraigums α' ir mazāks nekā viendabīga šķidruma virsmas spraigums α , vai ja no virsmas aiziet vielas, kuru virsmas spraigums α' ir lielāks nekā minētā šķidruma virsmas spraigums α . Šādas vielu pārvietošanās dēļ starp šķidruma tilpumu un virsmu rodas *koncentrāciju starpība*. Vielas, kuras cenšas novietoties uz šķidruma virsmas, sauc par *virsmas aktīvām vielām*. Virsmas aktīvās vielas ir daudzi organiskie savienojumi. Šo vielu molekulu orientācija uz virsmas parasti ir noteikta. Tā,

piemēram, taukskābes molekula nostājas ar hidrofilo $-\text{COOH}$ grupu ūdenī. Ja koncentrācija ir pietiekami liela, taukskābes molekulas, novietojušās blīvi un regulāri, aizņem visu ūdens virsmu. Šādas molekulāras vielu kārtas izveidojas arī labi pieslīpētos, eļļotos metāla gultņos. Tur *effas* molekulu aktīvie gali ir piesaistīti metāliem, tāpēc molekulu neaktīvo galu savstarpējai slīdei ir maza berze. *Ziepju* molekulas ziepju šķīdumā savienojas ar nepolārajiem galiem, izveidojot viegli slidošus molekulārus dubultslāņus, bet ūdenim piesaistītie polārie gali savāc netīrumus un atdod tos ūdenim. Virsmas aktīvās vielas, dažādi stipri samazinādamas šķidrums (parasti ūdens) virsmas spraigumu, piešķir šķidrumam spēju vienu vielu daļiņas ar dažādu intensitāti piesaistīt, bet citu vielu daļiņas atgrūst. To plaši izmanto *flotācijā* (flotoreāģenti), emulsiju samaltainātības un noturības palielināšanai (emulgatori) u. c.

12. NODAĻA

CIETVIELAS

1. §. CIETVIELU ATOMĀRĀS UZBŪVES PAMATELEMENTI

Šajā nodaļā 1) aplūkosim atomu un molekulu sakārtojumus cietvielās, t. i., cietvielu kristāliskās struktūras, un, 2) pamatojoties uz cietvielu atomāri molekulāro uzbūvi, izskaidrosim vairākas praktiski svarīgas cietvielu īpašības.

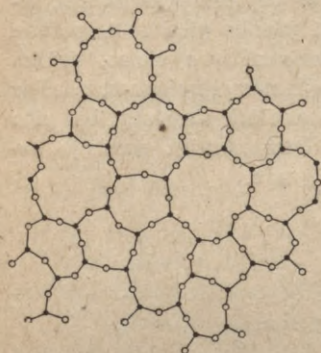
1. **Amorfās un kristāliskās vielas.** Visas cietvielas iedalāmas amorfās un kristāliskās vielās. *Amorfās cietvielās* regulārs atomu sakārtojums, t. i., aptuveni vienādi blakus esošo atomu atstatumi, pastāv tikai nedaudzu atomu veidotā tilpumā. Atomu skaitam palielinoties, tālāk novietoto atomu savstarpējo attālumu noteiktība zūd un visi atomu attālumi kļūst vienlīdz varbūtīgi. Tātad amorfās vielās pastāv tikai *atomu tuvā novietojuma kārtība*, kas savukārt ir no vietas uz vietu mainīga. Šajā ziņā amorfu vielu atomārā uzbūve ir līdzīga šķidrums atomārai uzbūvei. Galvenā atšķirība ir tā, ka šķidrums tuvā novietojuma kārtība diezgan strauji mainās arī laikā, turpretim amorfās cietvielās tā laika ziņā ir noturīga. Amorfās vielas ir, piemēram, stikls, organiskie polimēri un citas vielas. Kvarca stikla (amorfa viela) atomu sakārtojums parādīts 12-1. zīmējumā.

Kristāliskās vielās atomu sakārtojums ir regulārs arī tad, ja atomu atstatumi lieli, t. i., tajās pastāv precīza *atomu tālā novietojuma kārtība*. Ja šāda atomu novietojuma kārtība ir visā vielā, tad to sauc par *monokristālisku* (vienkristālisku). Tomēr parasti metāliskās un nemetāliskās vielas sastāv no sīkiem monokristāliņiem, kuru caurmērs ir apmēram 10^{-6} – 10^{-7} m. Tādu vielu sauc par *polikristālisku* (daudzkrīstālisku).

Tērauda polikristāliskā struktūra attēlota 12-2. zīmējumā. Vielu polikristāliskās struktūras aplūkošanai lieto t. s. *metālu*

mikroskopu, kurā attēlu veido no pilnīgi tīras metāla virsmas atstarotā gaismā.

2. **Kristālrežģa mezgli, taisnes un plaknes.** Kristālu režģus var veidot atomi (Si, B u. c.), atomāri joni (Na^+ , Ca^{++} utt.), molekulas (N_2 , CO_2 utt.) un kompleksi joni (CO_3^{--} , SO_4^{--} utt.). Kris-



12-1. zīm.

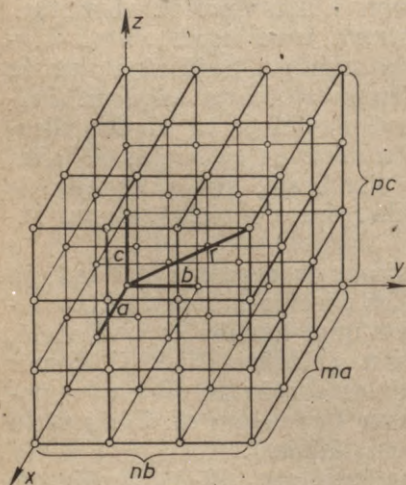


12-2. zīm.

tāla režģī (režģa piemērs dots 12-3. zīm.), atomi, joni vai molekulas ir novietojušās uz «*atomu taisnēm*» un «*atomu plaknēm*», veidojot vairākas paralēlu taisņu un plakņu saimes. Atomu režģī eksistē trīs paralēlu taisņu saimes, kurās atomu vai molekulu attālumi a , b , c ir vismazākie. Tie ir t. s. režģa pamatvektori. Šos režģa virzienus parasti izvēlas par atomu režģa koordinātu asīm x , y , z . Režģa koordinātu asu veidotie leņķi, t. i., $\alpha = \angle(b, c)$, $\beta = \angle(c, a)$ un $\gamma = \angle(a, b)$, nav vienmēr vienādi ar 90° . Plaknes xy , yz , zx sauc par režģa koordinātu plaknēm. Koordinātu asīm vai koordinātu plaknēm paralēlo atomu taisņu un plakņu saimju krustpunktus sauc par režģa mezgliem. Koordinātu sākumpunkta un kāda režģa mezgla attālumu r izsaka formula

$$r = ma + nb + pc, \quad (12-1)$$

kur m , n , p ir mezglu indeksi jeb mezglu koordinātes (veseli pozitīvi vai negatīvi skaitļi). Atomu režģis ir vienkāršs, ja atomi atrodas tikai režģa mezglos un atomi ir vienādi. Ja režģa mezglu atomi nav vienādi vai tie atrodas starp režģa mezgliem, tad atomu režģis ir *salikts*. Var

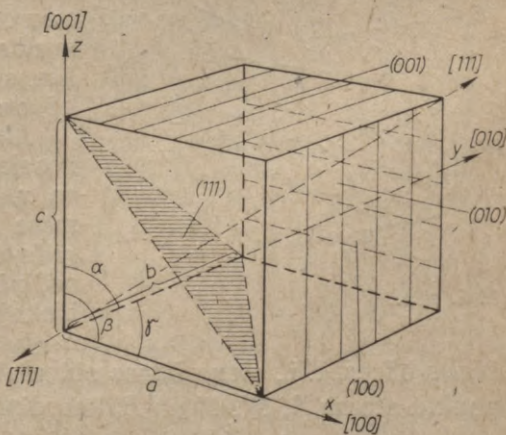


12-3. zīm.

uzskatīt, ka salikts režģis sastāv no vairākiem līdzīgiem, savstarpēji nobīdītiem vienkāršiem režģiem. Molekulu režģis, t. i., režģis, kurā saites starp atomiem molekulā ir ciešas, bet starp molekulām tās ievērojami vājākas, vienmēr ir salikts kristālrežģis, jo molekulu atomi parasti neatrodas režģa mezglos, bet ir novietojušies režģa mezglu apkārtnē, izveidojot divus vai vairākus savstarpēji nobīdītus līdzīgus atomu režģus.

Kristālrežģa atomu taisnes, tāpat arī režģa atomu plaknes apzīmē ar indeksiem. Kādas paralēlu režģa taisņu saimes virziena indeksi ir koordinātu sākumpunkta un tam tuvākā mezgla punkta (kas atrodas uz saimes taisnes) attāluma vektora $r = ma + nb + pc$ koordinātes m , n un p . Tātad režģa mezglu indeksi vienlaikus ir arī režģa taisņu virzienu indeksi. Tā x ass, y ass un z ass virziena indeksi attiecīgi ir $[100]$, $[010]$, $[001]$, bet četru diagonāļu indeksi ir $[111]$, $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$, $[\bar{1}\bar{1}1]$ un $[11\bar{1}]$; m , n , p koordinātu mīnusa zīmi novieto virs indeksa.

Kristālrežģa atomu plakne šķeļ x , y , z asis atbilstoši punktos ma , nb , pc . Asu nogriežņu skaitļi m , n , p rāda, cik pamatvektorus a , b vai c šī plakne atšķeļ no atbilstošās ass. Paralēlu kristāla atomu plakņu saimi raksturo trīs vienkāršās iekavās ieslēgti skaitļi jeb **Millera indeksi**. Tie ir koordinātu sākumpunktam tuvākās atomu plaknes no koordinātu asīm atšķelto nogriežņu apgriezto skaitļu $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{p}$, kuriem atrasts mazākais kopsaucējs, skaitītāji. Tā, piemēram, ja režģa plakne atšķeļ gabalus $3a$, $2b$, $1c$, tad a , b , c nogriežņu skaitļu 3, 2 un 1 apgrieztie skaitļi ir $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ un 1. Izsakot tos ar mazāko kopsaucēju 6, šo daļu skaitītāji ir 2, 3, 6. Tāpēc šīs plaknes, resp., tai paralēlo plakņu saimes Millera indeksi ir 2, 3, 6. Ja plakne ir kādai asij paralēla, tad nogriežņa skaitlis ir bezgalīgi liels un attiecīgais apgrieztais nogriežņa skaitlis, resp., plaknes Millera indekss, ir vienāds ar nulli. Tā koordinātu plakni xy (12-4. zīm.) raksturo indeksi (001) , yz plakni — (100) , zx plakni — (010) un plakni, kurai $m=n=p$, — indekss (111) . Attiecīgi $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ ir iepriekšējai plaknei paralēla plakne, kas atšķeļ tikpat daudz pamatvektoru no x , y , z asu negatīvajām daļām. Īpatnēji ir heksagonālās sistēmas parametri a_1 a_2 a_3 c , jo, x , y asu vietā ir trīs par 120° pagrieztas asis x_1 , x_2 , x_3 .



12-4. zīm.

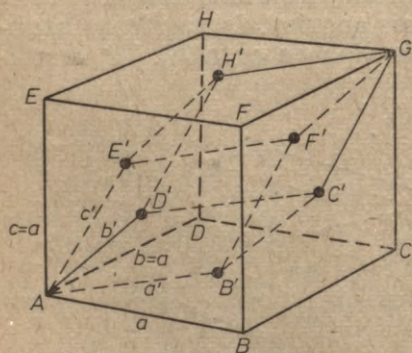
3. **Elementārā šūna.** Mazāko blakus esošo atomu kopu, kuru trīs koordinātu asu virzienos pārvietojot translācijas kustībā var atveidot visu kristālu, sauc par bāzi. Bāze sastāv no viena vai vairākiem atomiem, kuri ir dažādi un atšķiras ar novietojumu režģī. Tā, piemēram, NaCl kristālā, kas sastāv no diviem skaldnē centrētiem un par pusi no kuba malas (vai pusi no diagonāles) garuma nobīdītiem kubiskiem Na^+ un Cl^- režģiem, bāze ir Na^+ un Cl^- jonu pāris (sk. 12-11. zīm.). To pārbīdot par kuba malas garumu trīs telpas virzienos, dabū visu NaCl režģi.

Kristālrežģa pamatvektori \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} izveido paralēlskaldni, kuru sauc par *elementāro šūnu* (piemēram, 12-5. zīmējumā attēlotais kubs ABCDEFGH). Šūna parasti ir nedaudz lielāks veidojums nekā bāze. Kā redzams, šādu *elementāro šūnu skaits* kristālā ir vienāds ar visu kristāla režģa mezglu skaitu, kas dalīts ar elementārajā šūnā ietilpstošo mezglu skaitu. Novērtējot mezglu skaitu šūnā, jāievēro, ka viens atoms (mezgls) reizē pieder vairākām šūnām, piemēram, viens kuba virsotnes atoms reizē pieder 8 elementārajām šūnām. Bāzi bieži veido no tik atomiem, cik atomu ietilpst kristāla elementārajā šūnā. Tad kristāla šūnu skaits ir vienāds ar bāzu skaitu. Arī elementāro šūnu pārvietojot translācijā trīs telpas virzienos, dabū visu kristālu.

Elementāro šūnu, kurā atomi atrodas tikai kristālrežģa mezglos, sauc par *primitīvu*. Tad \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} sauc par *primitīvajiem pamatvektoriem* un vektoru \mathbf{r} (izteiksme 12-1) — par *primitīvo attāluma vektoru*. Jāpiezīmē, ka elementāru neprimitīvu šūnu var aizvietot ar primitīvu, ja starp jaunajiem pamatvektoriem \mathbf{a}' , \mathbf{b}' , \mathbf{c}' pieļauj dažādus slīpus leņķus. 12-5. zīmējumā skaldnē centrētā kubiskā elementārajā šūnā iezīmēta romboedriska primitīvā šūna

$AB'C'D'E'F'GH'$. Ja elementārajā šūnā atomi atrodas visu vai tikai divu pretējo skaldņu viduspunktos, tad elementārā šūna ir attiecīgi centrēta skaldnē vai pamatskaldnē; ja atoms atrodas šūnas centrā, tad šūna ir telpiski centrēta.

Atoma vietu elementārajā šūnā nosaka tā koordinātes, kuras pa x , y , z asu virzieniem attiecīgi mēra a , b , c vienībās. Parasti uzrāda tikai šūnas vienas bāzes koordinātes. Tā skaldnē centrētā kubiskajā sistēmā (12-5. zīm.), kurā $a=b=c$, atomu režģa elementārās



12-5. zīm.

šūnas bāzes, t. i., viena šūnas stūra atoma un triju skaldņu viduspunktu atomu A , D' , B' un E' koordinātes ir

$$\left[0, 0, 0\right], \left[0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right] \text{ un } \left[\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right].$$

2. §. KRISTĀLU SIMETRIJAS PAZĪMES. SISTĒMAS UN KLASES

Kristāliskos ķermeņus iedala dažādās t. s. *simetrijas sistēmās* un tālāk *simetrijas klasēs* 1) pēc kristāla ārējām makroskopiskām simetrijas pazīmēm; 2) pēc iekšējām kristāla atomu sakārtojuma simetrijas pazīmēm. Vispār ikvienai kristāla simetrijas pazīmei atbilst vai nu kāda galīga simetriska ķermeņa, vai arī bezgalīga atomu režģa *simetrijas operācija*, kuru izdarot kristāls sakrīt pats ar sevi.

1. Kristāla simetrijas pazīmes ir 1) *simetrijas plakne* (*spoguļplakne*), 2) *simetrijas (rotācijas) ass* un 3) *simetrijas (inversijas) centrs*. Tās ir vienkāršās simetrijas pazīmes. Bez tam kristālam ir kombinētās simetrijas pazīmes; tās ir 4) *rotācijas-atspoguļošanas simetrijas ass* un 5) *rotācijas-inversijas simetrijas ass*.

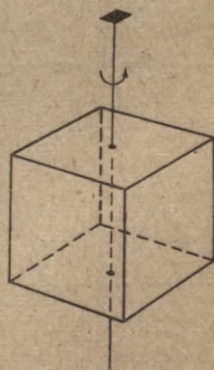
Simetrijas plaknē jeb *spoguļplaknē* (to apzīmē ar m) sadala kristālu divās daļās tā, ka viena daļa ir otras spoguļattēls.

Simetrijas (*rotācijas*) ass ir taisne, ap kuru kristālu pagriežot par leņķi, kas mazāks nekā 360° , tas sakrīt pats ar sevi. Tā, piemēram, kubu pagriežot ap vertikālu asi (12-6. zīm.) par 90° , tas nonāk ar sevi sakrītošā stāvoklī. Šī kuba simetrijas (*rotācijas*) ass ir *četrkārša*, jo pilns apgriezums (360°) satur četrus sakrītošus stāvokļus. Vispār ir iespējamās tikai divkāršas (180°), trīskāršas (120°), četrkāršas (90°) un seškāršas (60°) rotācijas asis ar apzīmējumiem \bullet , \blacktriangle , \blacksquare , \blacklozenge . (algebriski tās apzīmē ar $X=2, 3, 4, 6$).

Simetrijas (*inversijas*) centrs (to apzīmē ar I) kristālam ir tad, ja katra caur kādu kristāla punktu vilkta taisne šķēļ kristāla virsmu vienādos attālumos no šī punkta (*centra*), resp., ja kristāla atomam vietā r atbilst līdzīgs atoms vietā $-r$. Šai simetrijas pazīmei atbilst atspoguļošanas operācija pret centru.

Rotācijas-atspoguļošanas simetrijas ass kristālam ir tad, ja kristāls sakrīt pats ar sevi, to pagriežot un atspoguļojot pret plakni. Šo asi apzīmē ar X/m , ja attiecīgā spoguļplakne ir perpendikulāra rotācijas asij, ar Xm , ja paralēla, bet ar $\frac{X}{m}m$, ja ir simetrijas ass un abu veidu simetrijas plaknes.

Rotācijas-inversijas simetrijas ass (to apzīmē ar $\bar{X}=1, 2(=m), 3, 4, 6$) ir tad, ja kristāls sakrīt pats ar sevi pēc pagriezienu un tam sekojošas inversijas pret centru.



12-6. zīm.

Kristalogrāfiskā sistēma	Koordinātu un simetrijas asis	Elementārās šūnas malu garumi un leņķi	Bravē režģi			
			vienkāršie	saliktie, kas centrēti		skalidnē
				pamatskalidnē	telpiski	
1 kubiskā		$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$				
2 tetragonālā		$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$			—	
3 heksagonālā		$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$			—	
4 romboedriskā (trigonālā)		$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ, 60^\circ$			—	
5 rombiskā		$b > a > c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$				
6 monoklīnā		$a \geq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$			—	
7 triklīnā		$b \geq a > c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$			—	

12-7. zīm.

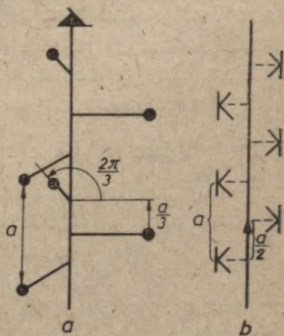
2. Kristālu klases un sistēmas. Izpēte pierādījusi, ka minētās piecas simetrijas operācijas telpiskā punktu (sferisku daļiņu) režģī bez pretrunām var kombinēties tikai 32 dažādos veidos. Tas norāda, ka nav vairāk kā 32 dažādi atomu sakārtojumu veidi telpā, t. i., ka nav vairāk kā 32 kristālu klases. No šīm 32 kristālu klasēm 13 sastop bieži, 17 reti, bet 2 nav novērotas.

Sakarā ar to rodas jautājums, kādi ir atomu kristālrežģa veidi, kuriem piemīt šīs 32 dažādās piecu simetrijas operāciju kombinācijas. Kā to 1848. gadā noskaidroja Bravē, tās var realizēt 14 (un vairāk arī nav) kristalogrāfisko režģu tipos jeb 14 Bravē režģos (12-7. zīm.).

Minētās 32 kristālu klases, resp., 14 Bravē režģus, tālāk sagrupē 7 kristalogrāfiskās sistēmās: ir kubiskā, tetragonālā, heksagonālā, romboedriskā, rombiskā, monoklinā un triklinā sistēma, kuras var raksturot ar kristālrežģa elementārās šūnas pamatvektoru a , b , c garumiem un to veidotajiem leņķiem α , β , γ . Šo septiņu kristalogrāfisko sistēmu elementāro šūnu pamatvektoru garumi, leņķi un atbilstošie Bravē režģi attēloti 12-7. zīmējumā.

Kristalogrāfiskajām sistēmām ir šādas nepieciešamās simetrijas īpašības. *Kubiskajā sistēmā* jābūt 4 trīskāršām paralēli kuba diagonālēm vērstām vai 3 savstarpēji perpendikulārām četrkāršām un kuba plaknēm perpendikulārām simetrijas asīm. *Tetragonālajā sistēmā* jābūt 1 četrkāršai simetrijas asij, *romboedriskajā sistēmā* — 1 trīskāršai simetrijas asij. *Heksagonālās sistēmas* nepieciešamā simetrija ir 1 seškārša un 1 trīskārša simetrijas ass. *Rombiskajā sistēmā* jābūt 3 perpendikulārām divkāršām asīm jeb 2 perpendikulārām simetrijas plaknēm. *Monoklinai sistēmai* raksturīga 1 divkārša ass vai tai perpendikulāra simetrijas plakne. *Triklinajā sistēmā* nepieciešams tikai simetrijas centrs.

Krievu zinātnieks Fjodorovs, vācu kristalogrāfs Šēnfliss un citi 19. gadsimta otrajā pusē atklāja, ka bezgalīgam atomāram kristālrežģim (atšķirībā no galīga izmēra režģa) piemīt vēl divas jaunas simetrijas pazīmes: 6) translācijas-rotācijas ass (12-8. zīm. *a*) un 7) slīdes-atspoguļošanas simetrijas plakne (12-8. zīm. *b*). Saskaņā ar šīm simetrijas pazīmēm kristāla režģis sakrīt pats ar sevi, attiecīgi reizē to pārbīdot un pagriežot vai reizē to pārbīdot un atspoguļojot. Kombinējot šīs divas simetrijas pazīmes ar iepriekš minētajām piecām simetrijas pazīmēm, dabū pavisam 230 dažādas kristālu klases, kuras arī iekļaujas aplūkotajās 7 kristalogrāfiskajās sistēmās.



12-8. zīm.

3. §. KRISTĀLU STRUKTŪRAS PIEMĒRI

1. Vienkāršu vielu kristālrežģi. Vienkāršām vielām, izņemot dzīvsudrabu (Hg), kas kristalizējas trigonālajā sistēmā, ir salikti režģi. Tiem bieži ir vairākas no temperatūras atkarīgas alotropiskas modifikācijas (13. nod. 1. §). Vienkāršu vielu kristālrežģus var iedalīt atomāros režģos, molekulāros režģos un metāliskos režģos.

a. *Atomārus režģus* veido atomi, kurus šajā gadījumā saista kovalentā (homeopolārā) saite. Tādi, piemēram, ir dimanta un grafīta režģi. Vispār kristāli ar atomāru režģi ir ļoti cieti un to elektriskā un siltuma vadītspēja ir maza. Salikts atomārais režģis ir 12-9. zīmējumā *a* attēlotais dimanta režģis, kas sastāv no diviem par $\frac{1}{4}$ no elementārās šūnas diagonāles garuma nobīdītiem un skaldnē centrētiem kubiskiem režģiem. Var arī uzskatīt, ka dimanta kubiskais režģis sastāv no 8 vienkāršiem un savstarpēji paralēli nobīdītiem kubiskiem režģiem. Dimanta režģa bāzes koordinātes ir $\left[\left[0 \ 0 \ 0; 0 \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 0; \frac{1}{2} \ 0 \ \frac{1}{2} \right] \right]$ un $\left[\left[\frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4}; \frac{1}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{4}; \frac{3}{4} \ \frac{3}{4} \ \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \ \frac{1}{4} \ \frac{3}{4} \right] \right]$.

b. *Molekulāros režģos*, piemēram, H₂, N₂, O₂, režģu mezglos atrodas molekulas. Molekulāros kristālos ciešā divatomu saite paliek arī vielas cietajā fāzē un starp molekulām darbojas tikai vājie Van der Vālsa spēki. Tāpēc vienkāršo vielu molekulārie kristāli rodas tikai zemā temperatūrā. Tās ir mīkstas, caurspīdīgas, diamagnētiskas un elektrību nevadošas cietas vielas ar lielu termiskās izplešanās koeficientu.

c. Daudzas vienkāršas vielas kristalizējas arī metāliskos režģos. Tos veido pozitīvi metāla atomu joni, kurus sasaista brīvi pa visu metāla tilpumu kustoši elektroni. Atomu saitei šādā gadījumā ir kolektīvs raksturs. Metāla atomiem valence, t. i., noteiks citu atomu skaits ar kuriem atoms saistās, vairs nepiemīt. Šī metāla atomu saistības īpatnība nosaka to, ka metāla režģim jābūt ar maksimāli lielu tuvāko kaimiņu atomu skaitu. Atomāros režģos tuvāko kaimiņu atomu skaits ir vienāds ar atoma valenci, bet metālos to nosaka atomu, resp., jonu rādiusi un atomu tieksme veidot pēc iespējas blīvākus sakārtojumus. Tāpēc metāli galvenokārt (apmēram 80%) kristalizējas *blīvā ložu pakojumā* skaldnē centrētā kubiskā (12 tuvākie kaimiņi; 12-9. zīm. *b*) vai heksagonālā sistēmā (12 tuvākie kaimiņi; 12-9. zīm. *c*), kurās atomi aizņem 74,85% no visas telpas, vai arī nedaudz mazāk blīvā telpiski centrētā kubiskā sistēmā.

Metāliskais režģis ir, piemēram, magnijam (Mg), tāpat Be, Zn, Ca un citiem elementiem, kas kristalizējas heksagonālajā sistēmā (blīvā ložu pakojumā). To saliktais režģis sastāv no diviem savstarpēji nobīdītiem vienkāršiem heksagonāliem režģiem (12-10. zīm.). No režģa bāzes koordinātēm $\left[\left[000; \frac{1}{3} \ \frac{2}{3} \ \frac{1}{2} \right] \right]$ redzam, ka otrā vienkāršā režģa sākuma punkts atrodas virs pirmā vienkāršā režģa pamatnes trīsstūra smaguma centra augstumā *c/2*.

Mehāniskās īpašības metāliem ir ļoti dažādas: tie ir ļoti cieti (W, Cr) vai mīksti (Hg, Pb). Metālu kušanas temperatūra parasti ir augsta, jo metālu atomu saites enerģija ir liela. Termiskās izplešanās koeficients metāliem mainās no $80 \cdot 10^{-6}$ līdz $3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

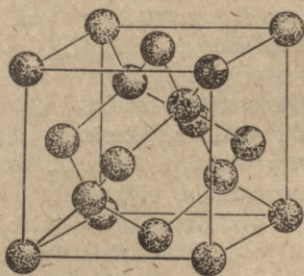
2. Saliktu vielu kristālrežģi (jauktie kristāli). Saliktas vielas veido 1) ato-

mārus, jonu un metāliskos režģus, kuru mezglos atbilstoši atrodas nemetālu atomi, piemēram, C, H, Si u. c., atomāri joni, piemēram, Na^+ , Cl^- (12-11. zīm.), vai metāla atomi, un 2) molekulārus režģus, kuru mezglos ir molekulas vai molekulu radikāļi, piemēram, H_2O , CO_3 , SO_4 utt.

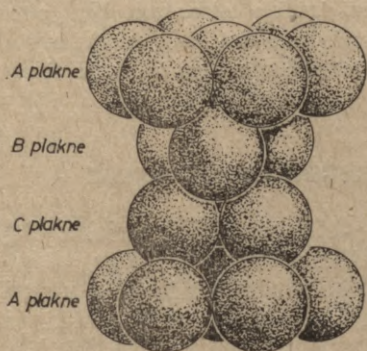
a. Atomāros saliktu vielu režģos atomus saista kovalentā saite, jonu režģos — jonu saite un metāliskos saliktu vielu režģos — metāliskā saite.

Vienkāršu vielu kristālos starp atomiem darbojas galvenokārt kovalentā saite, turpretim saliktu vielu kristālos galvenā ir joniskā un metāliskā saite.

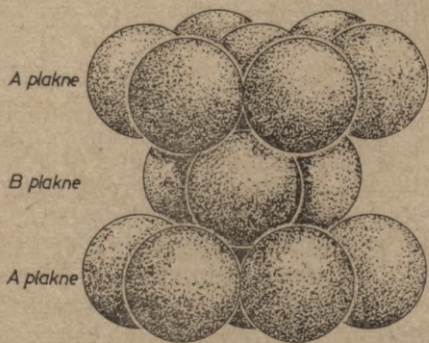
Jonu kristālu jonu saites enerģija ir liela, tāpēc jonu kristāli ir cieti un to termiskā izplešanās maza. Parasti jonu kristāliem, kas neveda elektrību, augstā temperatūrā rodas jonu vadītspēja. Spektra infrasarkanajā daļā režģa jonu svārstības izraisa stipru gaismas absorbciju. Režģos ar jonu, kovalentām un metāliskām saitēm gadījumā,



a

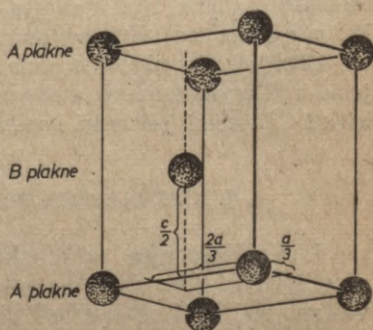


b

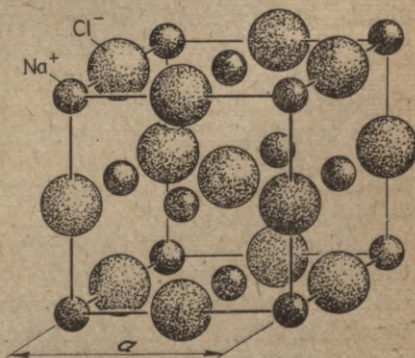


c

12-9. zīm.



12-10. zīm.



12-11. zīm.

ja atomu A, B, \dots skaitļi attiecas kā nelieli veseli skaitļi, piemēram, kā intermetāliskos savienojumos, izveidojas zināma *virstruktūra*: noteiktas režģa vietas aizņem noteikti atomi. Tā, piemēram, CuZn (β misiņš) kubiskajā kristālā visu kubu stūrus ieņem Zn un centrus Cu atomi. Tāda kārtība izveidojas ne vien AB tipa (piemēram, FeAl, CuAu utt.), bet arī A_2B, AB_2, AB_3 (piemēram, Fe_3Al, Cu_3Au utt.) un citu tipu savienojumos. Šādu atomu novietojuma veidu režģī sauc par tālo kārtību.

Ja viela A ir *ievērojamā pārākumā* un vielas B atomi pa vielu A novietoti vienmērīgi, tad bieži izveidojas cietie šķīdumi. Cietā šķīdumā atoms B 1) var ieņemt kādu atoma A vietu, ja atoms B ir relatīvi liels, vai 2) var nostāties starp režģa atomiem A , ja atoms B , piemēram, H, B, C, N, O ir relatīvi mazs. Pēdējā veida cietā šķīduma piemērs ir oglekļa šķīdums γ dzelzī — austenīts. Vielas B šķīdību nosaka ne vien ģeometriski faktori (režģa veids un atomu rādiusi), bet arī valence un ķīmiskie spēki. Ja, piemēram, atomu A mijiedarbība ir lielāka nekā mijiedarbība starp atomiem A un B , tad atomu B šķīdība, kura eksponenciāli aug līdz ar temperatūru, ir vāja.

b. Molekulāros saliktu vielu režģos, kurus veido molekulas vai molekulu radikāļi, tās mijiedarbojas kā joni, kā elektriski dipoli, piemēram, H_2O , vai arī ar t. s. ūdeņraža saitēm. Dīvos pēdējos gadījumos, it īpaši cietās organiskās vielās, bieži veidojas ķēžveida vai gredzenveida molekulu virknes. Tā, piemēram, ledū H_2O molekulas aptuveni izveido tetraedrus, kuru virsotnēs un centrā atrodas skābekļa atomu grupējumi. Aptuveni H_2O molekulu novietojums ir tāds, ka katra O atoma apkārtnē ir 4 H atomi un katra H atoma apkārtnē 2 O atomi. Tetraedri savukārt veido gredzenveida virknes.

4. §. KRISTĀLREŽĢA DEFEKTI. PLASTISKĀS DEFORMĀCIJAS

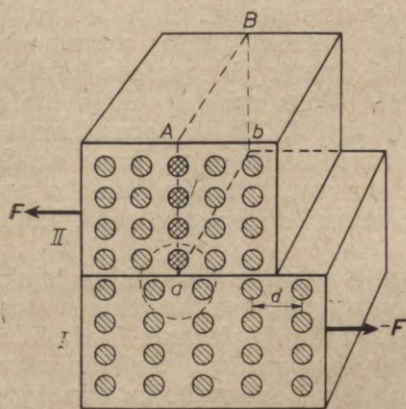
1. **Kristālrežģa mikroskopiskie defekti.** Reālā kristālrežģī ir atrodami šādi galvenie mikroskopiskie defekti: 1) tukšas atomu vietas jeb Šotki defekti; 2) režģa starpvietās esoši atomi jeb Frenkeļa defekti; 3) pamatvielas atoma vietā esoši piejaukuma vielas atomi — piejaukuma defekti (tā kā ķīmiski var iegūt vielu ar tīrību tikai līdz $10^{-5}\%$, tad 1 cm^3 satur vismaz 10^{15} piejaukuma atomu); 4) elektroni, kas atrodas negatīvu jonu vietās, jeb F centri; 5) *ierosināti režģa atomi*. Bez tam ir sastopamas šo *defektu kombinācijas*.

Pirmā, otrā, trešā un daļēji arī ceturrtā un piektā veida defekti neizbēgami rodas molekulu siltumkustības rezultātā. Tādā gadījumā termiskā līdzsvara stāvoklī šo defektu skaitu tilpuma vienībā

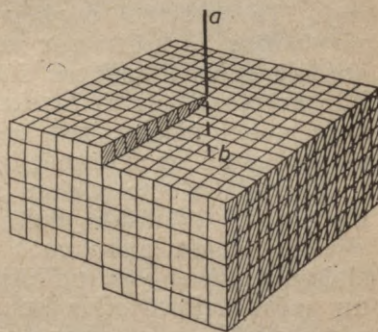
$N = Be^{-\frac{\Delta E}{kT}}$ nosaka temperatūra, kur B — konstante. Tā, piemēram, ja $T = 300\text{ K}$, $B = 10^{22}\text{ cm}^{-3}$, $\Delta E = 1\text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ (tāda aptuveni ir nepieciešamā atoma enerģija, lai tas varētu radīt Šotki defektu), tad vielas 1 cm^3 ir $N \approx 10^{10}$ tukšas atomu vietas. Kristālam atdzīstot ļoti lēni un defektu skaitam atrodoties termiskā līdzsvarā, to skaits, temperatūrai krītoties, samazinās pēc minētā eksponenciālā likuma. Parasti tomēr, temperatūrai strauji pazeminoties, defekti kristālā daļēji «iesalst».

Viena cietvielu īpašību grupa (blīvums, īpatnējā siltumietilpība, termiskā izplešanās, elastība, kušanas un vārīšanās temperatūra, optiskā dispersija u. c.) ir *nejūtīga* pret defektiem, bet otras grupas īpašības (mehāniskā izturība, difūzija, elektriskā vadītspēja, luminiscence u. c.) stipri vai pat *pilnīgi nosaka* režģa defekti.

2. **Dislokācijas.** Viens no svarīgākajiem cietvielu fizikas atklājumiem ir konstatējums, ka mikroskopiskie Šotki defekti rada saliktus defektus, kurus sauc par *dislokācijām*. Starp dažāda veida



12-12. zīm.



12-13. zīm.

dislokācijām svarīgākās ir lineārās un skrūves dislokācijas. Lineārā atomu režģa dislokācija ir kristāla atomu plakne AB , kura beidzas nevis kristāla malā, bet vidū pie atomu taisnes ab (12-12. zīm.). Šī dislokācija sadala visu kristālu divos apgabalos — I un II. Apgabalā I pie līnijas ab ir atomu retinājums, bet apgabalā II pie tās ir atomu sablīvējums. Skrūves dislokācija ir atomu plakne, kas, liecoties pa spirāli ap taisni ab (12-13. zīm.), izveido it kā spirālveida kāpnes, kuru pakāpe ir vienāda ar režģa konstanti. Taisni ab sauc par *skrūves dislokācijas asi*.

3. **Monokristāla plastiska slīdes deformācija.** Ķermeņiem *elastīgi* deformējoties, ķermeņa atomi, nemainot savus kaimiņatomus, nedaudz pārvietojas un starp atomiem parādās elastīgi, pārvietojumam proporcionāli spēki. Ja ārējais ķermeņu deformāciju izraisošais spēks izbeidzas, tad ķermeņa atomi atgriežas savās sākotnējās līdzsvara vietās. Ķermeņa *plastiskā* deformācijā atomi pārvietojoties maina savus kaimiņatomus, tāpēc, ārējam spēkam izbeidzoties, tie savās vietās vairs neatgriežas.

Aplūkosim no dislokāciju teorijas viedokļa *monokristāla slīdes deformāciju*. Kristāla vismazākā plastiskā slīdes deformācija ir divu atomu plakņu savstarpējā pārvietošanās par vienu režģa

pamatvektoru *a*, *b* vai *c*. Ideālā kristālrežģī šajā pārvietojumā kristāla bloka II apakšējās virsmas atomiem (12-12. zīm.) būtu jāatraujas no visiem bloka I augšējās virsmas atomiem, lai pēc tam atkal piesaistītos pie citiem šīs virsmas atomiem. Lai to izdarītu, būtu jāpieliek ap simt reižu lielāki spēki par praksē novērotajiem. Ja spēki ir daudz mazāki, t. i., tādi, kādus novērojam, tad šāda plastiska kristāla deformācija var rasties kristālos, kurās eksistē dislokācijas. 12-12. zīmējumā attēlotajam augšējam kristāla blokam II ar lineāro dislokāciju *ab* pieliekot pa kreisi vērstu nelielu spēku *F*, apakšējā bloka I virsmas atomi, piepildot pakāpeniski no kreisās puses dislokācijas līnijā *ab* tukšās atomu vietas, pārvieto šo dislokāciju pa kreisi, kamēr tā sasniedz kristāla malu. Tā rezultātā augšējais kristāla bloks pret apakšējo bloku pārvietojas pa kreisi par režģa konstanti *d*. Tā kā parasti monokristālā eksistē daudzas šādas lineāras dislokācijas, kuru skaits līdz ar plastiskās deformācijas pieaugumu, t. i., «mehānisko apstrādi», vēl pieaug, tad ar samērā mazu spēku var radīt lielas plastiskas slīdes deformācijas.

Kristālā atomu plakņu savstarpējā pārbīde parasti norisinās starp vājāk saistītām plaknēm vai visstiprāk saistīto atomu (visblīvākā atomu pakojuma) virzienā. Taču jāpiezīmē, ka slīdes plakņu virziens var mainīties līdz ar temperatūru, piejaukumiem un pašas deformācijas lielumu. Plastiskai deformācijai pieaugot, monokristāla plastiskums parasti samazinās. Tā, piemēram, Zn monokristāla stienīti, kurā jau ir daudz dislokācijas (10^6 — 10^8 cm/cm³), var saliekt ap pirkstu, bet viegli atliekt to vairs nevar. Tas norāda, ka nedeformēts monokristāls ir plastiskāks nekā deformēts, kas pēc plastiskās deformācijas būtībā ir kļuvis par polikristālu. Tā kā tajā atsevišķo kristāliņu slīdes plakņu virzieni ir dažādi, tad to slīde ir savstarpēji traucēta.

Polikristāliskos materiālos, tos plastiski deformējot, slīdes joslā norisinās arī kristāliņu orientēšanās labākās slīdes plaknes virzienā (piemēram, telpiski centrētiem kubiskiem kristāliem (111) plaknes virzienā). Polikristāla dislokāciju skaitu un līdz ar to kristāla plastiskumu un izturību ietekmē daudzi faktori — temperatūra, mehāniskā un termiskā apstrāde (rūdišana), citu vielu piejaukšana (lēģēšana), pārklāšana ar virsmas aktīvām vielām (kuras pēc tam pa kristāla spraugām pārvietojas uz kristāla iekšieni) un ķermeņa apstarojums. Tā, piemēram, jau neliela neitronu plūsma pamazina metāla plastiskumu un palielina tā ciētību. Ir konstatēts, ka kristāla izturība (piemēram, pret stiepi), dislokāciju skaitam pieaugot, sākumā pamazinās, tad sasniedz minimālu vērtību un pēc tam atkal aug. Tāpēc ar mehānisko un termisko apstrādi, palielinot dislokāciju kopgarumu (līdz 10^{11} — 10^{12} cm/cm³), var stipri palielināt materiālu izturību (piemēram, tēraudam līdz 4000 MPa).

Līdzīgā veidā ar *skrūves dislokācijām* izskaidro monokristāla plastiskās *vērpes deformācijas*.

5. §. CIETVIELU TERMISKĀS ĪPAŠĪBAS

1. Viendabīgas cietvielas, tāpat kā gāzu un šķidrums tilpuma termiskā izplešanās aptuveni noris pēc likuma

$$V = V_0[1 + \alpha_t(t - t_0)], \quad (12-2)$$

kur V_0 ir tilpums temperatūrā t_0 un

$$\alpha_t = \frac{V - V_0}{V_0(t - t_0)} \quad (12-2')$$

ir tilpuma termiskās izplešanās koeficients. Pie 20°C dzelzij $\alpha_t = 34,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, ūdenim $\alpha_t = 20,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Invaram (66% tērauda, 34% Ni), ko izlieto automobiļu virzuļu gatavošanai, tas ir mazs ($\alpha_t = 3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$). Vienādi α_t ir dzelzij un betonam, elektriskās strāvas vadam un elektrisko spuldžu stiklam iekausējumu vietās. Jāpiezīmē, ka lineārās termiskās izplešanās koeficients $\alpha_t = \frac{l - l_0}{l_0(t - t_0)} \approx \frac{\alpha_t}{3}$ ir trīs reizes mazāks nekā tilpuma izplešanās koeficients: dzelzij $\alpha_t = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, misiņam $\alpha_t = 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Diferenciālā formā $\alpha_t = dV/(V_0 dt)$. Precīzi tilpuma V atkarību no temperatūras t dod empīriskā formula

$$V = V_0[1 + \alpha_t(t - t_0) + \alpha_t'(t - t_0)^2 + \dots], \quad (12-3)$$

kur $\alpha_t \gg \alpha_t' \gg \dots$ ir strauji dilstoši koeficienti. No atomārā vielokļa cietu ķermeņu izplešanos var izskaidrot ar intensīvāk svārstošos atomu stipru periodisku tuvošanos saviem kaimiņu atomiem (atsišanos); tas savukārt izraisa spēka, kas darbojas kristāla režģī uz atomiem, neharmoniskumu: $F = -kx + k'x^2 + k''x^3 + \dots$. Svārstības neharmonisko raksturu nosaka koeficienti k' , $k'' \dots$. Ja tie būtu vienādi ar nulli, tad viela termiski neizplestos.

2. Cietvielas iekšējā enerģija U un īpatnējā siltumietilpība C_V pēc klasiskās mehānikas. Cietvielā siltumkustību veido atomu haotiskās svārstības ap savām līdzsvara vietām atomu režģī. Izvirzot atomu no līdzsvara stāvokļa attālumā x , pirmajā tuvinājumā uz to darbojas atpakaļ virzošs spēks $F = -kx$. Tāpēc atomam ar masu m frekvence ir tāda pati kā 4. nod. 3. § aplūkotajam elastīgajam svārstam: $\nu = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$. Atomam cietvielā ir 6 kustības brīvības pakāpes (trīs kinētiskās un trīs potenciālās enerģijas), līdz ar to pēc klasiskās mehānikas enerģijas vienmērīgā sadalījuma likuma (7-41) pa kustības brīvības pakāpēm atoma vidējā enerģija $\bar{\epsilon} = 6 \cdot \frac{kT}{2} = 3kT$. Tātad vienkāršās vielas ν kilomolēm iekšējā enerģija

$$U = N \cdot 3kT = \nu N_\mu \cdot 3kT = 3\nu RT, \quad (12-4)$$

kur N — atomu skaits. Tātad cietvielas iekšējā enerģija ir proporcionāla absolūtai temperatūrai. No izteiksmes (12-4) dabūjam,

ka vienkāršas vielas molārā īpatnējā siltumietilpība (jeb atomārā īpatnējā siltumietilpība)

$$C_V = 3R \approx 25 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at.}} \quad (12-5)$$

Šāds rezultāts izsaka **Dilonga—Pti likumu**: visu vienkāršo vielu atomārās īpatnējās siltumietilpības nav atkarīgas no temperatūras un ir vienādas ar $3R \approx 25 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at.}}$. Patiešām, smago elementu ato-

māro īpatnējo siltumietilpību vērtības ir šādas: Fe — $C_V = 25,1 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at.}}$

W — $C_V = 26,5 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at.}}$. Bet vieglajiem elementiem, īpaši zemā temperatūrā, atomārās īpatnējās siltumietilpības ir daudz mazākas, piemēram, dimantam 10 K temperatūrā $C_V = 0,004 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at.}}$, bet ista-

bas temperatūrā $C_V = 8,5 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at.}}$. Piezīmēsim, ka cietvielām $C_V \approx C_P$.

3. Cietvielu iekšējās enerģijas un īpatnējās siltumietilpības kvantu teorija. Eksperimentālie rezultāti rāda, ka visu cietvielu īpatnējās siltumietilpības C_V pretēji klasiskās mehānikas apgalvojumam nav konstantas, bet absolūtai temperatūrai $T \rightarrow 0$, arī $C_V \rightarrow 0$.

a. Einšteina īpatnējās siltumietilpības teorija (1907. g.). Lai saskaņotu eksperimentu ar teoriju, Einšteins pieņēma, ka vienkāršas cietvielas atomi savā siltumkustībā 1) svārstās ap savām līdzsvara vietām, cits citu neietekmējot, ar vienādām frekvencēm ν_0 , bet 2) pretēji klasiskai mehānikai maina savu enerģiju tikai porcijām — kvantiem $\epsilon_0 = h\nu_0$. Tas nozīmē, ka, atmetot t. s. nullenerģiju $h\nu_0/2$, atomu svārstības enerģijas ir $h\nu_0, 2h\nu_0, 3h\nu_0, \dots$

Vispirms aprēķināsim vidējo enerģiju atoma oscilācijas kustībai vienā telpas, piemēram, x ass virzienā. Pieņemsim (sk. arī 32. nod. 3. §), ka tilpumā ir N atomu, no kuriem N_0 atomiem ir enerģija $\epsilon = 0$. Tad saskaņā ar Bolcmaņa sadalījuma likumu

(7-32) atomu-oscilatoru skaits ar enerģiju $\epsilon = n\epsilon_0$ ir $N_n = N_0 e^{-\frac{n\epsilon_0}{kT}}$

un to kopējā enerģija ir $n\epsilon_0 \cdot N_n = n\epsilon_0 \cdot N_0 e^{-\frac{n\epsilon_0}{kT}}$, kur $n = 0, 1, 2, \dots$

ir oscilatora kvantu skaitlis. Ievēdot apzīmējumu $e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} = x$, dabūjam, ka kustībā pa x asi atoma vidējā enerģija ϵ , kas ir visu atomu kopējā enerģija, dalīta ar visu atomu $N = \sum_n N_n$ skaitu, ir šāda:

$$\epsilon = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} N_0 e^{-\frac{n\epsilon_0}{kT}} \cdot n\epsilon_0}{\sum_{n=0}^{\infty} N_0 e^{-\frac{n\epsilon_0}{kT}}} = \frac{0 + \epsilon_0 e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} + 2\epsilon_0 e^{-\frac{2\epsilon_0}{kT}} + \dots}{1 + e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} + e^{-\frac{2\epsilon_0}{kT}} + \dots} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\varepsilon_0 x(1+2x+3x^2+\dots)}{1+x+x^2+\dots} = \frac{\varepsilon_0 x(1+x+x^2+\dots)^2}{1+x+x^2+\dots} = \\
 &= \varepsilon_0 x(1+x+x^2+\dots) = \frac{\varepsilon_0 x}{1-x} = \frac{\varepsilon_0}{\frac{1}{x}-1} = \frac{h\nu_0}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}}-1}. \quad (12-6)
 \end{aligned}$$

Šī izteiksme pie augstas temperatūras, kad $\frac{h\nu_0}{kT} \ll 1$ un $e^{\frac{h\nu_0}{kT}} = 1 + \frac{h\nu_0}{kT} + \dots$, dod klasiskās mehānikas rezultātu:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0}{kT} + \dots - 1} \approx kT. \quad (12-6')$$

Tā kā atoms svārstās telpā visos trijos tās virzienos, tad atoma-oscilatora vidējā enerģija ir $3\bar{\varepsilon}$, vienkāršas izotropas vielas N atomu enerģija

$$U = N \cdot 3\bar{\varepsilon} = 3N \frac{h\nu_0}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1} \quad (12-7)$$

un atomārā īpatnējā siltumietilpība

$$C_V = \frac{dU}{v dT} = 3N_\mu k \frac{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} \cdot \left(\frac{h\nu_0}{kT}\right)^2}{\left(e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1\right)^2}. \quad (12-8)$$

Pēc Einšteina teorijas, ja $T \rightarrow 0$, tad $kT \ll h\nu_0$, tāpēc -1 var atnest un $C_V = 3R \left(\frac{h\nu_0}{kT}\right)^2 e^{-\frac{h\nu_0}{RT}} \rightarrow 0$ pēc eksponenciāla likuma. Tomēr eksperimentāli, ja $T \rightarrow 0$, tad $C_V \sim T^3$. No izteiksmes (12-7) dabūjam, ka gadījumā, kad $kT \gg h\nu_0$, $U = \frac{3Nh\nu_0}{1 + h\nu_0/kT + \dots - 1} \approx 3NkT = 3\nu RT$ un $C_V \approx 3R$, t. i., ja $T \rightarrow \infty$, īpatnējā atomārā siltumietilpība C_V tuvojas klasiskās mehānikas vērtībai $3R \approx 25 \frac{\text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{k-at}}$.

1912. gadā Einšteina teoriju uzlaboja Borns un Ķarmans, ievērojot apstākli, ka atomu svārstības ir saistītas. Tādā gadījumā atomu svārstības frekvences ν_i nav vairs vienādas.

b. Debaī īpatnējās siltumietilpības teorijā (1912. g.) pieņem, ka cietviela ir nepārtraukta vide, kurā siltumkustību veido $3N$ (N — atomu skaits) zemāko frekvenču akustiskie stāvviļņi (N longitudinālie un $2N$ transversālie stāvviļņi). Izotropā kubiskā ķermenī ar malas garumu l tiem var būt tikai tādas viļņa garumu λ_i komponentes λ_{ix} , kuras ieiet divkāršā malas garumā $2l$ veselu skaitu reizū: $n\lambda_{ix} = 2l$ (līdzīgi pa y un z virzieniem). Šiem viļņa garumiem atbilst frekvences $\nu_{il} = \nu_i/\lambda_i$ un $\nu_{it} = \nu_i/\lambda_i$, kur ν_i — longitudinālo un ν_t — transversālo viļņu ātrumi. Arī Debaī pieņēma, ka šiem stāvviļņiem, kuru izmērs ir visa ķermeņa izmērs, enerģija

mainās kvantiem $h\nu_i$, un pēc izteiksmes (12-6) to vidējā enerģija $\bar{\varepsilon}_i = \frac{h\nu_i}{e^{h\nu_i/kT} - 1}$. Vielas iekšējā enerģija U tad ir visu stāvviļņu enerģiju summa: $U = \sum_{i=1}^{3N} \bar{\varepsilon}_i$. Ja $T \ll \frac{h\nu_{3N}}{kT} = \Theta$, tad var atrast, ka ν ki-
lomoliem

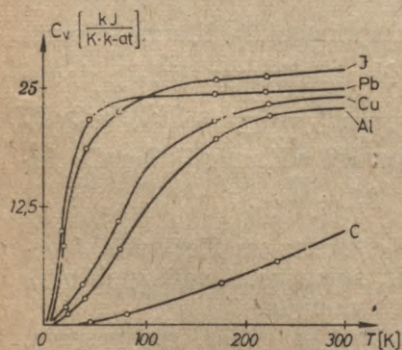
$$U = \nu \cdot \frac{3\pi^4 R}{5\Theta^3} T^4, \quad (12-9)$$

t. i., iekšējā enerģija ir proporcionāla temperatūras ceturtajai pakāpei. No šīs izteiksmes dabūjam, ka atomārā īpatnējā siltumietilpība

$$C_V = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{12\pi^4 R}{5\Theta^3} T^3. \quad (12-10)$$

Seit Θ ir t. s. Debaī raksturīgā temperatūra, kuru nosaka akustiskā stāvviļņa pēdējā, $3N$ -tā (vislielākā) frekvence ν_{3N} : $\Theta = \frac{h\nu_{3N}}{k}$. Ogleklim $\Theta = 2000$ K, Fe — $\Theta = 467$ K. Pēc Debaī raksturīgās temperatūras var iedalīt ķermeņa temperatūru T : tā ir zema, ja $T \ll \Theta$, un tā ir augsta, ja $T \gg \Theta$.

Augstās temperatūrās Debaī teorijā iekšējā enerģija U un īpatnējā siltumietilpība C_V tuvojas pēc klasiskās statistikas aprēķinātajām vērtībām: $U = 3\nu RT$ un $C_V = 3R$. 12-14. zīmējumā attēlotās J, Pb, Cu, Al un C atomārās īpatnējās siltumietilpības C_V un temperatūras T sakarības liknes, pēc Debaī teorijas, labi saskan ar eksperimentu rezultātiem (ar aplīšiem apzīmētajiem punktiem).



12-14. zīm.

stiprāk svārstošiem atomiem palielinot blakus esošu atomu svārstības. Šāda enerģijas izplatīšanās pa vidi, ko veido saistīti atomi, nav nekas cits kā elastisko viļņu izplatīšanās cietā vielā.

Iztirzājot šādu siltuma enerģijas izplatīšanos pēc kvantu teorijas, minētos elastiskos viļņus aizstāj ar «skaņas kvantiem» (skaņas daļiņām) jeb t. s. fononiem. Fononu kustības ātrums ir vie-

4. Priekšstats par cietvielu siltumvadītspēju.

Cietvielās siltuma pārnese, tāpat kā gāzēs un šķidrums, noris pēc Furjē likuma [izt. (8-5)]. Metālos siltuma enerģijas pārneseja galvenokārt ir metālā esošā brīvo elektronu gāze. Šo siltuma pārnese veidu aplūkosim tuvāk 15. nodaļā. Izolatoros siltuma enerģija pāriet no vienas vietas uz kādu citu vietu molekulu svārstību pārnese veidā,

nāds ar skaņas ātrumu, un to enerģija $\epsilon = hv_i$, kur v_i — skaņas stāvviļņu frekvence. Tā kā fononi cietvielā izturas tāpat kā molekulu gāze, tad cietvielas iekšējā enerģija un īpatnējā siltumietilpība ir fononu gāzes iekšējā enerģija U un īpatnējā siltumietilpība C_V . Fononu gāzei tos tāpat izsaka izteiksmes (12-9) un (12-10). Siltuma molekulārā pārnese cietvielā no fononu gāzes teorijas viedokļa norisinās līdzīgi kā siltuma pārnese ideālā molekulu gāzē [sk. 8. nod. 2. § un izt. (8-7)], tikai ar to atšķirību, ka fononu sadursmēs enerģija apmainās kvantiem. No temperatūras atkarīgais fononu brīvā ceļa vidējais garums \bar{l} , kuru nosaka fonona sadursmes ar kristāla robežām, režģa defektiem un neharmoniski svārstošiem atomiem (fonona-fonona sadursmes), ir mazs: $\bar{l} = 10^{-6} \div 10^{-7}$ cm, tāpēc arī fononu gāzes siltumvadītspēja saskaņā ar izteiksmi (8-7) ir maza.

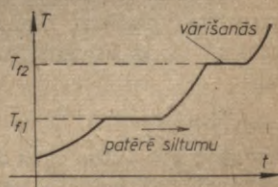
13. NODAĻA

VIELAS FĀZU PĀREJAS UN FĀZU LĪDZSVARS

1. §. VIELAS FĀZU PĀREJU VISPĀRĪGS RAKSTUROJUMS

1. Termodinamiskā sistēmā esošās vielas var atrasties *cietā*, *šķidrā* un *gāzveida* agregātstāvoklī. Ja sistēmu veido vienkārša vai salikta ķīmiska viela, kas cietā agregātstāvoklī ir *kristāliska*, tad cietā agregātstāvokļa pāreja šķidrā un otrādi norisinās *kušanas* (*sacietēšanas*) temperatūrā. Iztvaikošana, kondensācija un sublimācija (cietā vai šķidrā agregātstāvokļa pāreja gāzveida agregātstāvoklī un otrādi) turpretim noris *dažādā* temperatūrā, izņemot īpašo iztvaikošanas veidu — *vārišanos*, kuras temperatūra ir noteikta. Fāzu pārejas norisi un pārejas temperatūru T_f bieži uzzinām, ja, mērot atkarībā no laika t silstoša vai atdziestoša ķermeņa temperatūru T , konstatējam temperatūras maiņas apstāšanos (13-1. zīm.).

Vienas ķīmiskas vielas šķidrā un gāzveida agregātstāvoklis parasti ir fizikāli viens vienīgs, turpretim to nevar teikt par cieto agregātstāvokli. Vispirms cietai vielai var būt *dažāda kristāliskā struktūra*, t. i., tai var būt vairākas polimorfiskās *modifikācijas* (vienkāršām vielām tās sauc par *alotropiskām modifikācijām*). Tā, piemēram, dzelzij ir α , γ un δ , alvai — pelēkā un baltā, sēram — dzeltenā un sarkanā, ledum — I, II, III, V, VI, VII modifikācija, kuras, mainoties temperatūrai, pāriet cita citā. Šajā struktūras pārejā pārbīdās kaimiņu atomi (kas atrodas t. s. pirmajā koordinācijas sfērā) vai tikai pārkaimiņu atomi (otrajā koordinācijas



13-1. zīm.

sfērā), pie tam var pat izmainīties saistības veids (piemēram, metāliskās saites vietā jonu saite). Bez tam cietai vielai var būt *fizikālo īpašību krasas atšķirības*, kuru dēļ tā arī var veidot dažādas modifikācijas. Tā, piemēram, viela var būt paramagnētiska vai feromagnētiska (21. nod.), var būt normālā vai supravadišanas stāvoklī (21. nod. 1. §; 15. nod. 3. §). Tātad vienai vielai ar vienu noteiktu kristālisko struktūru var eksistēt vairākas fizikāli viendabīgas modifikācijas, kuras parasti noteiktā temperatūrā ātri vai lēni pāriet citas citā.

Gāzveida un šķidro agregātstāvokli un cietā agregātstāvokļa modifikācijas sauc par fāzēm. Fāze ir termodinamiskās sistēmas apgabals vai apgabalu kopums ar vienādām fizikālajām un ķīmiskajām īpašībām.

Termodinamiskā sistēmā noteiktā temperatūrā viena viela var būt vienā agregātstāvoklī vai arī var veidot apgabalus ar diviem vai pat visiem trim agregātstāvokļiem. Tā, piemēram, traukā var būt tikai ūdens vai ūdens un ledus vai arī ūdens, ledus un ūdens tvaiks. Atsevišķo agregātstāvokļu apgabali var būt kā *nesadalīti*, tā arī *saskaldīti* sīkās daļās (piemēram, sīki ūdens pilieni ūdens tvaikā). Dažādu fāžu apgabalu saskares virsmu sauc par fāžu robežvirsmu, kas sīki saskaldīta fāzes apgabala gadījumā var būt ievērojami liela.

Daudz sarežģītāka fāžu aina ir tad, ja termodinamiskā sistēmā atrodas divas vai vairākas ķīmiski savā starpā *nereaģējošas* vielas, resp., termodinamiskās sistēmas komponentes. No vairākām komponentēm (vielām) sastāvošā termodinamiskā sistēmā dažādas fāzes var radīt ne vien atsevišķas vielas, atrazdamās dažādos agregātstāvokļos un modifikācijās, bet arī vielu atomārie vai molekulārie maisījumi. Vēl sarežģītāka fāžu aina ir ķīmiski savā starpā *reaģējošām* vielām, kad atsevišķo vielu daudzumi ir mainīgi.

Gibbs ir pierādījis, ka termodinamiskas sistēmas neatkarīgo mainīgo parametru (spiediens, tilpums, temperatūra un vielu koncentrācijas atsevišķās fāzēs) skaitu z , fāžu skaitu f un vielu (komponentu) skaitu k saista šāda sakarība:

$$f = k - z + 2. \quad (13-1)$$

To sauc par **Gibsa fāžu likumu**. Tā, piemēram, tīram ūdenim $k=1$. Ja pieņem, ka $z=1$, t. i., ka brīvi var mainīt tikai 1 parametru piemēram, temperatūru, tad $f=2$ jeb līdzsvara stāvoklī (kad atsevišķās fāzēs vielu daudzumi nemainās) ir divas fāzes. Bet, ja $z=0$, t. i., nav neviens brīvi maināms parametrs, tad $f=3$, resp., ūdens atrodas t. s. trīskāršajā punktā (13. nod. 4. §).

2. Izšķir pirmā un otrā veida fāžu pārejas. Ja *fāžu pārejā atbrivojas vai tiek patērēts siltuma daudzums*, resp., fāžu pārejas siltums, tad tā ir **pirmā veida fāžu pāreja**. Pirmā veida fāžu pārejas ir kušana-sacietēšana, iztvaikošana-kondensācija, sublimācija un cietas vielas modifikāciju pārejas. Pirmā veida fāžu pār-

ejās vielas īpatnējais tilpums V/N (viena atoma tilpums) un iekšējā enerģija U mainās lēcienuveidā. Tāpēc saspiežamības koeficients $\frac{dV}{Vdp}$, termiskās izplešanās koeficients $\frac{dV}{VdT}$ un īpatnējā siltumietilpība dU_{μ}/dT šī veida fāzu pārejās kļūst bezgalīgi lieli.

Otrā veida fāzu pārejas process noris bez fāzu pārejas latentā siltuma, īpatnējais tilpums V/N un iekšējā enerģija U mainās nepārtraukti, bet minētie koeficienti un īpatnējā siltumietilpība mainās ar galīgu lēcieni. Tāda, piemēram, ir vielas pāreja no parastā stāvokļa supravadītspējas stāvoklī, vielas pāreja no feromagnētiskā stāvokļa paramagnētiskā stāvoklī (ja tajā nemainās režģa struktūra), sakausējumu (AgAu, CuZn u. c.) kristāliskās struktūras pāreja no atomu tuvās kārtības uz tālo kārtību, molekulu grupu pāreja no rotācijas uz svārstības kustību (CH_4 grupa cietā metānā) u. c.

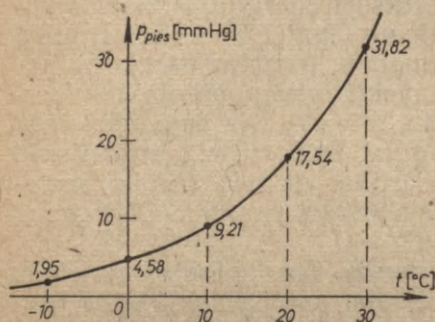
3. Tomēr sastopami gadījumi, kuros fāzu pāreja norisinās temperatūrā, kas ir augstāka vai zemāka par parasto. Bieži fāzu pārejas process noris arī neparasti lēni. Tad saka, ka fāzu pārejas nokavējas. Tā šķidrumu var atdzēsēt zem kušanas temperatūras. Tādu šķidrumu tad sauc par *pārdzesētu šķidrumu*. Tā, piemēram, labi novāritu (bez gaisa) ūdeni var atdzēsēt līdz -15°C un šādā temperatūrā tas nesusas. *Pārdzesēts tvaiks* ir gāze, kuras blīvums ir lielāks nekā piesātinātam tvaikam, tomēr tas nesašķidrinas. Kušana turpretim nekad nenokavējas — cietu vielu nevar sasildīt virs kušanas temperatūras.

Pārdzesētu šķidrumu un tvaiku eksistence ir izskaidrojama ar to, ka kristālu un šķidruma pilienu veidošanās sākumam ir vajadzīgi kristalizācijas, resp., kondensācijas centri (joni, sīkas svešvielu daļiņas). Tikko šādi centri vidē ir radušies, sākas arī strauja fāzes pāreja. Tā, piemēram, baltā sīku ūdens daļiņu josla, kas rodas gaisā aiz lidmašīnas, rāda, ka pārdzesētais ūdens tvaiks kondensējas ap motora dūmu daļiņām un deggāzu joniem. Ja izkausētā un atdzēsētā fiksāžas šķīdumā iemet mazu cietas fiksāžas graudiņu, tūlīt sacietē viss šķidrums. Arī vārīšanās procesam nepieciešami *tvaika pūslīšu centri*, tāpēc nereti vārīšanās sākas augstākā temperatūrā nekā vārīšanās temperatūra. Pārkaršēts ūdens, kas sāk lavīnveidā attīstīt ūdens tvaikus, var izraisīt tvaika katla eksplōziju. Tās novēršanai katlā pūš gaisa strūklu vai ieber šķautnainas cietvielu drums. Sevišķi bieži un pat gadiem ilgi «iesaldētas» vai «pārkaršētas» fāzes ir novērojamas cietvielu kristālisko polimorfisko modifikāciju pārejās.

2. §. ŠĶIDRAS UN GĀZVEIDA FĀZES LĪDZSVARS

1. Virs šķidruma noslēgtā traukā vienmēr izveidojas noteikts tvaika spiediens. Šo spiedienu sauc par piesātināta tvaika spiedienu. Ja trauka tilpumu palielinām vai samazinām, bet

temperatūru turam konstantu, šis spiediens nemainās. Tātad *piesātinātā tvaika spiediens nav atkarīgs no tilpuma, bet to nosaka tikai temperatūra*. Ja traukā gaisa nav, tad nav arī gaisa papildu spiediena uz šķidrums un šķidrums spiediens pie virsmas ir viēnāds ar piesātinātā tvaika spiedienu. Ja šī trauka tilpumu paliēlina, tad tvaiks kļūst nepiesātināts un tvaika rašanās sākas visā



13-2. zīm.

šķidrums tilpumā. Tā ir vārīšanās. Ja virs šķidrums ir gaisis, tad fāzu līdzsvars iestājas, šķidrums iztvaikojoē tikai no virsmas, un tas notiek daudz lēnāk. Vārīšanās gaisa klātbūtnē sākas tikai tad, ja nepiesātinātā tvaika un gaisa kopējais spiediens kļūst mazāks par piesātinātā tvaika spiedienu.

Molekulāri šķidrums iztvaikošanu var *izskaidrot* ar ātro molekulu atraušanos no šķidrums virsmas. Jo lielāka ir temperatūra, jo lielāks ir ātro molekulu skaits (tas saskaņā ar Bolcmaņa sadalījumu (7-32) līdz ar temperatūru aug eksponenciāli) un lielāks ir piesātinātā tvaika spiediens (13-2. zīm.). Iztvaikošanas straujums nosaka arī šķidrums virsmas lielums. Ņemot vērā daudzo tvaika pūslīšu virsmas šķidrums iekšienē, vārīšanās gadījumā šķidrums virsma ir ļoti liela. Iztvaikošanas procesā šķidrums virsma zaudē enerģiju un atdziest, tāpēc iztvaikošana ir atkarīga arī no siltums pieplūdes šķidrums virsmai. Glāzē ūdenim ir vienmēr par dažiem grādiem zemāka temperatūra nekā istabas gaisam.

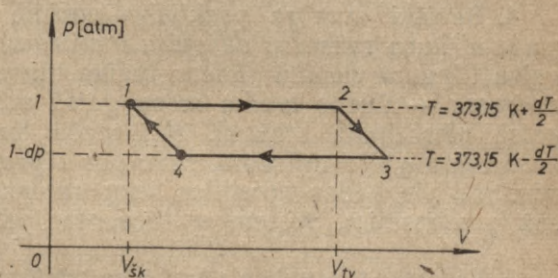
2. **Molāro iztvaikošanas siltums** Q_i un vielas tilpums maiņu iztvaikošanas procesā $V_{\mu tv} - V_{\mu šķ}$ atkarībā no iztvaikošanas temperatūras T , kā arī piesātinātā tvaika spiediena p maiņu atkarībā no temperatūras dabū, aplūkojot atgriezenisku izotermisku—adiabātisku—izotermisku—adiabātisku ciklu, kurā tiek iztvaicēts un pēc tam atkal kondensēts 1 kilomols ūdens. Pirmajā (izotermiskajā un izobāriskajā) taktī no stāvokļa 1 līdz stāvoklim 2 (13-3. zīm.), ūdenim iztvaikojoē pie 1 atm spiediena un $T = 373,15 \text{ K} + dT/2$ temperatūras, tā tilpums pieaug no $V_{šķ}$ līdz V_{tv} . Otrajā taktī (2—3) ļaujām piesātinātajam ūdens tvaikam adiabātiski nedaudz izplesties. Tā temperatūra un spiediens tad samazinās par dT un dp un ūdens tvaiks var sākt kondensēties. Trešajā taktī (3—4) ūdens tvaiku izotermiski un izobāriski temperatūrā $T = 373,15 \text{ K} - dT/2$ saspiežam līdz tā pilnīgai kondensācijai. Ceturtajā taktī (4—1), ūdeni adiabātiski saspiežot, nonākam sākuma stāvoklī ($T = 373,15 \text{ K} + dT/2$, $p = 1 \text{ atm}$). Pirmajā taktī pievadītais un trešajā taktī aizvadītais siltums daudzums attiecīgi ir Q_i (molārais iztvaikošanas siltums pie temperatūras $373,15 + dT/2$) un Q_2 (mo-

lārais kondensācijas siltums pie temperatūras $373,15 - dT/2$. Cikla darbs $dA = Q_i - Q_2 = (V_{\mu tv} - V_{\mu šķ}) dp$ (cikla laukums), un cikla lietderības koeficients

$$d\eta = \frac{dA}{Q_i} = \frac{(V_{\mu tv} - V_{\mu šķ}) dp}{Q_i} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{dT}{T}, \quad (13-2)$$

no kurienes dabūjam, ka

$$Q_i = T(V_{\mu tv} - V_{\mu šķ}) \frac{dp}{dT} \approx TV_{\mu tv} \frac{dp}{dT}. \quad (13-3)$$



13-3. zīm.

Molārais iztvaikošanas siltums ir tieši proporcionāls absolūtajai temperatūrai, vielas viena kilomola tvaika stāvokļa un šķidrums stāvokļa tilpuma starpībai un piesātināta tvaika spiediena maiņas straujūmam atkarībā no temperatūras. Izteiksmi (13-3) sauc par Klauziusa—Klapeirona formulu.

Tā, piemēram, ūdens tvaikam 373 K temperatūrā $\frac{dp}{dT} = 27,5 \frac{\text{mm Hg}}{\text{K}} = 3,7 \cdot 10^3 \frac{\text{Pa}}{\text{K}}$ un $V_{\mu tv} = V_{\mu 0}(1 + \alpha t) = 22,4 \text{ m}^3 \cdot \left(1 + \frac{100}{273}\right) = 30,5 \text{ m}^3$. Ievērojot šos datus, no izteiksmes (13-3) ūdens īpatnējais iztvaikošanas siltums

$$q_i = \frac{Q_i}{\mu} = \frac{373 \text{ K} \cdot 30,5 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \cdot 3,7 \cdot 10^3 \frac{\text{Pa}}{\text{K}}}{18 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 2,27 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}},$$

kas pilnīgi sakrīt ar eksperimentāli atrasto q_i vērtību. Līdzīgā veidā var aprēķināt iztvaikošanas siltumu citā temperatūrā.

Iztvaikošanas siltums Q_i tiek izlietots molekulu atraušānai no šķidrums, kā arī tvaika tilpums radišanai, pārvarot ārējo spiediena spēku. Ūdenim pie 1 atm spiediena pirmais darbs ir aptuveni 10 reizes lielāks nekā otrais.

3. Piesātināta tvaika spiedienu atkarībā no temperatūras var atrast, integrējot izteiksmi (13-3). Pieņemot, ka tuvināti tvaiks izturas kā ideālā gāze, ievietojam izteiksmē (13-3) $V_{\mu tv} = RT/p$. Pēc tam šo izteiksmi pārveidojam un dabūjam, ka

$$\frac{Q_i}{R} \frac{dT}{T^2} = \frac{dp}{p}.$$

Integrējot iegūstam sakarību

$$-\frac{Q_i}{RT} = \ln p - \text{const.}$$

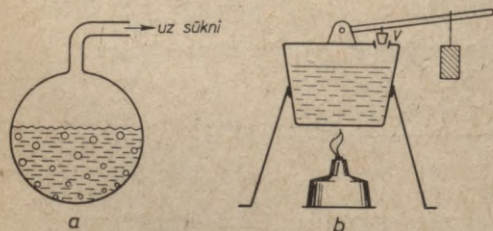
Apzīmējot $\text{const} = \ln p_0$, no tās dabūjam, ka

$$p = p_0 e^{-\frac{Q_i}{RT}}. \quad (13-4)$$

Tātad piesātināta tvaika spiediens līdz ar temperatūru *pieaug eksponenciāli* (sk. 13-2. zīm.).

4. Sevišķi svarīga praktiska nozīme ir ūdens saturam gaisā, kuru raksturo *absolūtais mitrums* — ūdens tvaika masa gaisa tilpuma vienībā (ūdens tvaika blīvums gaisā) un *relatīvais mitrums* — ūdens tvaika masa gaisā attiecībā pret ūdens masu gaisā piesātinātā stāvoklī tajā pašā temperatūrā. Aparātu, ar kuru mēra gaisa mitrumu, sauc par *higrometru*. Temperatūru pazeminot, pie kādas noteiktas temperatūras vērtības ūdens tvaiks sāk kondensēties. Šo temperatūru sauc par *rasas punktu*.

5. Vārīšanās temperatūra atkarībā no spiediena *palielinās, ja spiediens pieaug, un samazinās, ja spiediens krītas*. Vispār vārīšanās jeb tvaika rašanās šķidrums iekšienē sākas pie spiediena, pie kura piesātināta tvaika spiediens kļūst vienāds ar spiedienu šķidrums iekšienē jeb, precīzāk sakot, spiediens tvaika pūslītī ir vienāds ar hidrostatisko, ārējās atmosfēras un tvaika pūslīša virsmas spraiguma spēka spiediena summu. Tāpēc, nosūknējot virs šķidrums esošo gaisu un tā samazinot spiedienu, varam panākt šķidrums vārīšanos jau istabas temperatūrā (13-4. zīm. a). Turpretim, spiedienu palielinot, varam vārīšanās temperatūru paaugstināt. Pēc šāda principa darbojas slēgts un ar ūdeni pildīts trauks — *Papēna katls*. Papēna katlam silstot, pakāpeniski pieaugošais ūdens tvaika spiediens noslāpē vārīšanās procesu. Tādējādi var sakarsēt ūdeni līdz 180 °C ($p \approx 10$ atm). Drošības ventilis V pie zināma spiediena ļauj tvaikam izplūst un tā novērš eksploziju (13-4. zīm. b).



13-4. zīm.

Papēna katla darbības princips tiek izmantots *autoklāvos*, ko lieto, piemēram, celulozes vārīšanai u. c.

6. Šķidrums piesātināta tvaika spiediens p , kā to rāda novērojumi, ir *mazāks nekā tīra šķīdinātāja tvaika spiediens p_0* . *Negaistošas izšķīdušas vielas izraisītais piesātināta tvaika spiediena relatīvais samazinājums $\frac{p-p_0}{p_0}$ ir vienāds ar kilomolu skaita v_1 un šķidrums kilomolu skaita $v_0 + v_1$ attiecību:*

$$\frac{p-p_0}{p_0} = \frac{v_1}{v_0+v_1}. \quad (13-5)$$

Tas ir *pirmais Raula likums*, kas nosaka šķidrums tvaika spiediena samazinā-

šanos. Vājiem šķīdumiem $v_0 \gg v_1$, tāpēc $\frac{v_1}{v_0 + v_1} \approx \frac{v_1}{v_0}$ un $p - p_0 = \Delta p = -\frac{p_0}{v_0} v_1$. Mīnusa zīme izteiksmē (13-5) norāda, ka tvaika spiediens p , šķīduma koncentrācijai pieaugot, samazinās. Attiecība $\frac{p-p_0}{p_0}$ nav atkarīga no šķīdinātāja un izšķīdušās vielas dabas, bet tikai no šķīduma koncentrācijas. Šķīduma piesātinātā tvaika spiediena samazināšanās ir izskaidrojama ar to, ka šķīdumā šķīdinātāja un izšķīdušās vielas molekulas saistās stiprāk nekā tīra šķīdinātāja molekulas.

Tā paša iemesla dēļ vāji gaistošas vielas šķīduma vārišanās temperatūra T ir lielāka nekā šķīdinātāja vārišanās temperatūra T_0 . Šķīdumu vārišanās temperatūras palielināšanās $T - T_0$ ir tieši proporcionāla izšķīdušās vielas kilomolu skaita un šķīdinātāja kilomolu skaita attiecībai:

$$T - T_0 \approx \frac{RT_0^2}{Q_i} \cdot \frac{v_1}{v_0} = E v_1, \quad (13-6)$$

kur Q_i — šķīdinātāja molārais iztvaikošanas siltums vārišanās temperatūrā T_0 un $E = RT_0^2 / Q_i v_0$ ir t. s. Raula ebulioskopiskā konstante. Tas ir otrais Raula likums, kas nosaka šķīduma vārišanās temperatūras palielināšanos. Izteiksmi (13-6) var atvasināt no Klauziusa—Klapeirona izteiksmes (13-3).

Ūdens šķīdumiem 373,15 K temperatūrā viena kilomola ūdens iztvaikošanas siltums $Q_i = 18,02 \cdot 539,7 \cdot 4,19 \cdot 10^3$ J/kmol, $v_0 = 1000/18,02$, tāpēc Raula ebulioskopiskā konstante $E = \frac{RT_0^2}{Q_i v_0} = 0,52$, un otro Raula likumu var uzrakstīt šādi: $T - T_0 = 0,52 v_1$.

Izteiksmi (13-6) bieži izmanto izšķīdušās vielas relatīvās molekulmasas M_1' noteikšanai (ebulioskopiskā metode), jo $\frac{v_1}{v_0} = k \frac{M_0'}{M_1'}$ (k — šķīduma koncentrācija jeb izšķīdušās vielas un šķīdinātāja masa attiecība, M_0' — šķīdinātāja relatīvā molekulmasa).

No šķīdumiem dažādas vielas iztvaiko dažādi ātri. Šo parādību izmanto, piemēram, destilācijā. Sāļu šķīdumos ūdenī ātrāk iztvaiko ūdens, spirta ūdens šķīdumos ātrāk iztvaiko spirts.

3. Š. CIETAS UN ŠĶIDRAS FĀZES LĪDZSVARS

1. Ja viela ir kristāliska, tad cietas un šķidrās vielas fāzu pārēja norisinās noteiktā kušanas-sacietēšanas temperatūrā. Klapeirona—Klauziusa formulu (13-3) kušanai-sacietēšanai molārajam kušanas siltumam Q_k var uzrakstīt šādi:

$$Q_k = T(V_{\mu šķ} - V_{\mu c}) \frac{dp}{dT}, \quad (13-7)$$

kur T ir kušanas temperatūra, $V_{\mu šķ}$ un $V_{\mu c}$ — molārais vielas tilpums šķidrā un cietā fāzē un dp/dT — kušanas spiediena maiņas un kušanas temperatūras maiņas attiecība. Molārais kušanas siltums Q_k ir proporcionāls kušanas temperatūrai T , tilpuma maiņai kušanas procesā ($V_{\mu šķ} - V_{\mu c}$) un kušanas spiediena p maiņas straujumam atkarībā no kušanas temperatūras T , t. i., dp/dT .

Gandrīz visas vielas kūstot izplešas, t. i., $V_{\mu\delta h} > V_{\mu c}$, tāpēc tā kā $Q_h > 0$, arī $dp/dT > 0$ jeb, spiedienam palielinoties, palielinās arī kušanas temperatūra. Ledum, bismutam, čugunam un dažām citām vielām, kuras kūstot saraujas, $dp/dT < 0$, t. i., palielinot spiedienu ($dp > 0$), šo vielu kušanas temperatūra pazeminās ($dT < 0$).

Tā, piemēram, ūdenim, izteiksmē (13-7) d vietā liekot Δ un dalot ar $\mu = 18,02$, ja $\Delta p = 1 \text{ at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $T = 273,15 \text{ K}$, $V_{\mu\delta h}/18,02 = 1,000132 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$, $V_{\mu c}/18,02 = 1,09074 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ un $Q_h/18,02 = 334 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$, dabūjam, ka $\Delta T = -0,0072 \text{ K}$. Ja izteiksmē (13-7) ievietotu $\Delta T = -1 \text{ K}$, tad no šiem pašiem skaitļiem dabūtu, ka ūdenim $\Delta p = 130 \text{ at} = 130 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Tātad spiediena palielināšana par 1 at pazemina ledus kušanas temperatūru par 0,0072 K, bet kušanas temperatūra pazeminās par 1 K, ja spiedienu palielina par 130 at.

Ar ledus kušanas temperatūras samazināšanos, augot spiedienam, un tilpuma samazināšanos, ledum kūstot, izskaidrojami daudzi novērojumi. Šļūdonim virzoties uz leju, ledus zem šļūdoņa izkūst un no šļūdoņa apakšas iztekošais ūdens, kam temperatūra ir zemāka par $0 \text{ }^\circ\text{C}$, sasalst. Zem slidas ledus kušanas temperatūra pazeminās par $3 \div 5 \text{ K}$ un rodas ūdens, tādēļ slidas labi slīd. Stipri zemā temperatūrā tas nenotiek vai notiek ļoti maz, tāpēc slīdēšana ir ievērojami sliktāka. Klinšu ūdenim sasalstot, ledus sašķel klintis — notiek erozija. Ledus peld virs ūdens, bet visblīvākais ūdens ($4 \text{ }^\circ\text{C}$ temperatūrā) grimst.

2. Monokristālu iegūšana. Dažādās tehnikas nozarēs tagad liela nozīme ir monokristāliem un tātad arī to iegūšanai («audzēšanai»). Ja šķidrumu, kuru gribam kristalizēt, atdzesē strauji, tad sacietēšanas temperatūrā *kristalizācijas centru*, t. i., kristāla «iedīgļu», ap kuriem var augt kristāli, ir daudz, tāpēc, šķidrumam sacietējot, rodas polikristāliska viela. Lai iegūtu monokristālu, starp augošo kristālu un šķidrumu vai gāzi (atkarībā no tā, kādā fāzē aug kristāls) jāuztur ļoti mazs un konstants temperatūras kritums. Tādā gadījumā šķidrumā vai gāzē kristalizācijas centru ir maz, tāpēc izaug viens vai nedaudzi lieli monokristāli. Vislabāk monokristālu var iegūt, to audzējot uz tā paša vai cita līdzīga kristāla iedīgļa virsmas. Noteiktas regulāras kristāliskās formas nepārtraukta veidošanās izskaidrojama ar to, ka, šķidruma vai gāzes atomam piesaistoties monokristāla virsmai, vislielākā enerģija atbrīvojas, ja atoms piesaistās jaunveidojamās atomu plaknes un iepriekšējās atomu plaknes veidotos kaktos. Tā kā atoma piesaistīšanās varbūtība monokristālam ļoti strauji mainās atkarībā no atbrīvotās enerģijas, praktiski aug tikai tā monokristāla atomu plakne, kura jau sākusi veidoties. Un tikai tad, kad tā ir izveidojusies, sākas jaunas atomu plaknes augšana.

3. Šķidrumu kušanas-sacietēšanas temperatūra T pazeminās, ja koncentrācija palielinās. Vājiem šķidrumiem kvantitatīvi to izsaka Raula kušanas temperatūras pazemināšanās formula:

$$T - T_0 = - \frac{RT_0^2}{Q_h} \cdot \frac{v_1}{v_0} = - K \frac{v_1}{v_0}, \quad (13-8)$$

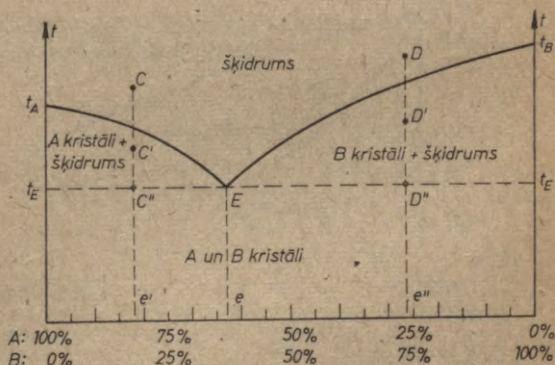
kur T_0 un Q_h — kušanas temperatūra un molārais kušanas siltums šķīdinātājam, v_1 — izšķīdušās vielas, kas nav elektrolīts, kilomolu skaits šķīdinātāja v_0 kilomolos un K — Raula krioskopiskā konstante. Šķīduma kušanas-sacietēšanas temperatūras pazemināšanās ir tieši proporcionāla izšķīdušās vielas un šķīdinātājas vielas molu skaitu attiecībai. Proporcionalitātes koeficients katram šķīdinātājam ir savs. Tā, piemēram, ūdenim 273,15 K temperatūrā $Q_h=5,095 \cdot 10^6$ J. Ņemot $v_0=1000/18,02$, ūdens šķīdumiem $T-T_0=-1,86 v_1$. Elektrolītiem K vietā jāņem $K[1+(z-1)\alpha]$, kur α — disociācijas pakāpe un z — jonu skaits, kuros sadalās molekula.

Šķīduma sacietēšana notiek šādi. Temperatūrā $T < T_0$ vispirms kristalizējas šķīdinātājs. Līdz ar to šķīduma koncentrācija palielinās un pazeminās sacietēšanas temperatūra. Kad šķīdums kļūst piesātināts, tad, koncentrācijai tālāk nemainoties, sacietē viss šķīdums.

4. Liela praktiska nozīme ir divu elementu A un B sakausējuma kušanai-sacietēšanai atkarībā no abu vielu procentuālā sastāva, ja šķidrā stāvoklī tie veido īstu šķīdumu. Seit var izšķirt šādus gadījumus: 1) cietā fāzē abas vielas savstarpēji nešķīst. Tad sacietējot rodas tīri A un tīri B vielas kristāli; 2) cietā fāzē viena viela ierobežotā daudzumā šķīst otrā vielā. Tad atkarībā no vielu A un B procentuālā sastāva rodas cieta AB šķīduma jeb *jauktie* AB kristāli un tīri vielas A vai B (piemēram, Fe vai C) kristāli; 3) cietā fāzē abas vienkāršās vielas ir savstarpēji neierobežoti šķīstošas (piemēram, Bi un Sb, Cu un Zn). Tad rodas *jauktie* AB kristāli, kuru procentuālais sastāvs mainās līdz ar temperatūru; 4) cietā fāzē abas vienkāršās vielas veido ķīmiskus savienojumus. Par šķīšanu, kā redzam, ir nosaukta arī vienas cietas vielas atomārā sadalīšanās pa kādu citu cietu vielu.

1) Ja cietā fāzē vielas A un B ir savstarpēji nešķīstošas, piemēram, sakausējumi Cd — Zn, Pb — Sn u. c., tad sacietēšanas sākuma un beigu temperatūru atkarībā no abu vielu sakausējuma procentuālā sastāva attēlo 13-5. zīmējumā redzamās līknes jeb fāzu diagrammā. Tajā t_A ir vielas A un t_B — vielas B kušanas temperatūra. Vielai A piejaucot nedaudz vielu B vai vielai B piejaucot nedaudz vielu A , rodas sakausējums ar zemāku kušanas sākuma temperatūru. Parasti sakausējuma kušana (sacietēšana) norisinās diezgan plašā temperatūras intervālā. Tomēr eksistē kāds noteikts abu vielu procentuālā sastāva sakausējums — eitektika (13-5. zīm. e %), kas sacietē noteiktā temperatūrā t_E , kuru sauc par eitektisko temperatūru.

Punktu E fāzu diagrammā sauc par eitektisko punktu. Tā, piemēram, Cd — Zn sakausējumam $t_E=266^\circ\text{C}$, ja Cd ir 17% un Zn — 83%, un Pb — Sn sakausējumam (lodalvai) $t_E=183^\circ\text{C}$, ja Pb ir 61,9% un Sn — 38,1%. Eitektika cietā fāzē sastāv no tīriem vielas A un tīriem vielas B kristāliņiem.

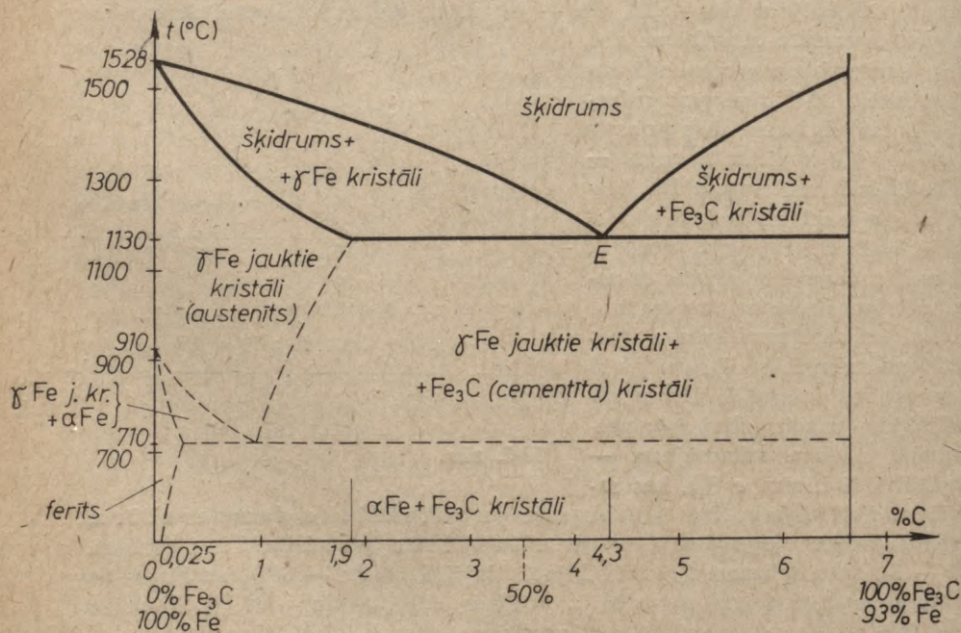


13-5. zīm.

Kā dažādās koncentrācijās, pazeminot temperatūru, norisinās sakausējuma sacietēšana? Izejot, piemēram, no punkta *C*, t. i., no šķīduma, kurā vielas *A* procentuālais sastāvs $e' > e$ (13-5. zīm.), un pazeminot temperatūru, punktā *C'* vispirms no šķīduma izdalās vielas *A* kristāli. Tāpēc šķīdumā vielas *B* koncentrācija aug. Šķīdums punktā *C''* sacietē un rodas kā vielas *A*, tā arī vielas *B* kristāli. Izejot no punkta *D*, kurā vielas *A* koncentrācija $e'' < e$, šķidrā viela atdziest un punktā *D'* sāk izdalīties vielas *B* kristāli, bet punktā *D''*, kad šķīdums kļuvis eitektisks, tajā izdalās kā vielas *B*, tā arī vielas *A* kristāli.

Temperatūra, kurā sākas palikušā eitektiskā šķīduma sacietēšana, nav atkarīga no sakausējuma sākotnējā procentuālā sastāva. 13-5. zīmējumā šo temperatūru attēlo taisne *C''ED''*. Eitektikai tāpat ir viszemākā sacietēšanas-kušanas temperatūra. Tā, piemēram, Bi kušanas temperatūra ir 271 °C, Pb — 327 °C, Sn — 232 °C un Cd — 321 °C, bet Vuda metālam (50% Bi, 25% Pb, 12,5% Sn, 12,5% Cd) kušanas temperatūra ir 60 °C. Vārāmās sāls šķīdumam ūdenī eitektiskā koncentrācija ir 22,4% un eitektikas sacietēšanas temperatūra — 21 °C. Bet 26% vārāmās sāls šķīduma kušanas temperatūra ir atkal 0 °C. 57,2% CrO₃ ūdens šķīduma eitektikas sacietēšanas temperatūra ir — 105 °C. Līdzīgas īpašības piemīt arī citiem sāļu šķīdumiem.

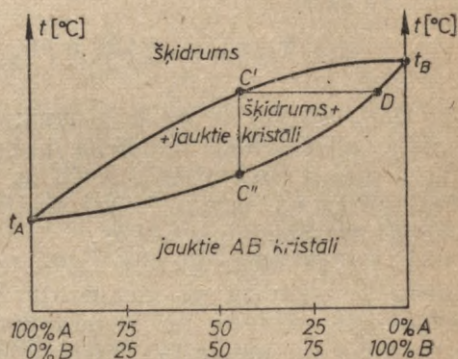
2) Divu vielu cieto fāžu daļēju šķīšanu 13-6. zīmējumā attēlo daļa no vienkāršotas Fe—C fāžu diagrammas (neievērojot dzelzs δ fāzi). Tajā nepārtrauktās līnijas norāda kušanas-sacietēšanas fāžu pārejas, bet svītrlīnijas — cietās fāzes modiifikāciju pārejas. Praktiski svarīgos oglekļa un dzelzs jauktos kristālus (oglekļa cietais šķīdums dzelzī) veido α dzelzs telpiski centrēti kubiski kristāli — ferīts un γ dzelzs skaldnē centrēti kubiski kristāli — austenīts. Ferītā maksimālais C daudzums ir 0,025%, bet austenītā — 1,9%. Tomēr, mai-



13-6. zīm.

not temperatūru, pārejas starp šim un vēl citām Fe—C sakausējuma fāzēm var notikt tikai lēni. Tāpēc, strauji atdzesējot, var fāzes «iesaldēt» un tādējādi uzlabot dzelzs stiprību un cietību. Tā, piemēram, nocietinot dzelzi, jāpanāk, lai tajā paliktu iesaldēti dzelzs jauktie kristāli. Viegļmetālus (piemēram, dūralumīniju) rūdot, tāpat iesaldē jauktos (Al_2Cu) kristālus, kuros $500\text{ }^\circ C$ temperatūrā pastiprināti izšķīdis varš.

3) Cietā fāze savstarpēji neierobežoti šķīstos divu vielu, piemēram, Bi un Sb, Cu un Zn, fāžu diagramma attēlota 13-7. zīmējumā. Atdziestot punktā C' izdalās jauktie kristāli ar tādu vielu A un B procentuālo sastāvu, kas atbilst punktam D. Lēni atdzesējot jau esošos un no šķidrums radušos kristālus, jaukto kristālu sastāvs mainās atbilstoši līknes DC'' punktiem. Punktā C'' viss šķidrums ir pārvērties vienādos jauktos kristālos. Strauji dzesējot, rodas jauktie kristāli ar dažādu sastāvu.



13-7. zīm.

4) Ja abas vienkāršās vielas veido ķīmiskos savienojumus, piemēram, Sn un Hg sakausējumā, tad var būt vairāki eitektiskie punkti. Tas redzams arī 13-6. zīmējumā attēlotajā Fe—C fāžu diagrammā (veidojas Fe_3C — cementīta kristāli).

4. Š. CIETAS UN GĀZVEIDA FĀZES LĪDZSVARS. SUBLIMĀCIJA. FĀŽU DIAGRAMMAS. TRĪSKĀRŠAIS PUNKTS

1. Visas šķidrās vielas, izņemot $HeII$, atdziestot kļūst cietas. Ja slēgtā trauka tilpums, kurā atrodas cieta viela, ir lielāks par cietās vielas tilpumu, tad pie maza spiediena cieta viela, nepārvēršoties šķidrumā, tieši var pāriet gāzveida agregātstāvoklī. Tas izskaidrojams ar to, ka ne vien šķidrumā, bet arī cietā vielā ir zināms skaits molekulu ar tik lielu kinētisko enerģiju, ka tās spēj atrauties no cietās vielas virsmas. Tajā pašā laikā viela no gāzveida agregātstāvokļa tieši pāriet cietā agregātstāvoklī. Šādas fāžu pārejas norisinās tik ilgi, kamēr iestājas fāžu līdzsvars, t. i., kamēr tikpat daudz cietās vielas pāriet gāzes stāvoklī, cik no gāzes stāvokļa pāriet cietā stāvoklī. Šādu parādību sauc par sublimāciju un tvaika spiedienu minētajā fāžu līdzsvara stāvoklī par *sublimācijas tvaika spiedienu* p_{subl} . Temperatūrai augot, sublimācijas tvaika spiediens palielinās. Parasti sublimācijas spiediens ir ļoti mazs, bet dažos gadījumos tas ir liels. Tā ledum maksimālais sublimācijas tvaika spiediens $p_{subl} = 614\text{ Pa}$ (ledus trīskāršajā punktā $0,01\text{ }^\circ C$ temperatūrā), bet CO_2 sniegam (CO_2

parasti pāriet tieši no cietas fāzes gāzveida fāzē) maksimālais sublimācijas tvaika spiediens $p_{subl}=5,28$ atm ($-56,6$ °C temperatūrā). Tāpēc CO_2 no cietas fāzes var pāriet šķidrā fāzē tikai pie samērā augsta spiediena.

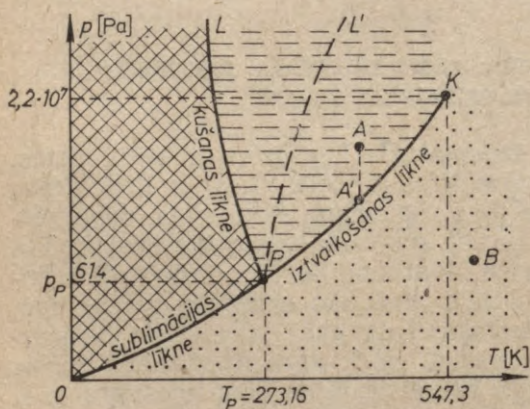
Sublimācijas molāro latento siltumu Q_s , cietas vielas un tvaika līdzsvara gadījumā aprēķina pēc Klauziusa—Klapeirona formulas

$$Q_s = T(V_{utv} - V_{uc}) \frac{dp}{dT} \approx TV_{utv} \frac{dp}{dT}, \quad (13-9)$$

kur V_{utv} un V_{uc} — molārie tvaika un cietās fāzes tilpumi; dp — sublimācijas tvaika spiediena maiņa, dT — sublimācijas temperatūras maiņa. Sublimācija dabā ir, piemēram, sniega un ledus iztvaikošana un sarma. Stipri sublimē jods, naftalīns, bet ļoti maz metāli un sacietējušas eļļas.

2. Arī pēdējiem diviem aplūkotajiem fāzu pārejas veidiem spiedienu p atkarībā no temperatūras T var aprēķināt, integrējot Klauziusa—Klapeirona vienādojumus (13-7) un (13-9). Iegūtās sakarības un sakarība (13-4) grafiski p, T koordinātu sistēmā attēlojamas ar trim līknēm (13-8. zīm.). Tās ir 1) iztvaikošanas un kondensācijas likne PK , kas attēlo šķidruma piesātināta tvaika spiedienu $p=p_{tv}$ atkarībā no temperatūras T ; 2) kušanas un sacietēšanas likne PL , kas attēlo kušanas-sacietēšanas spiedienu $p=p_h$ atkarībā no temperatūras T , un 3) sublimācijas likne, kas attēlo sublimācijas tvaika spiediena $p=p_{subl}$ atkarību no temperatūras T . Visas trīs līknes krustojas

trīskāršajā punktā P . Iztvaikošanas likne PK sākas punktā P . p_P ir zemākais spiediens, pie kura var eksistēt šķidra fāze (šķidrums vispār pie ļoti maziem spiedieniem nav līdzsvarā). Iztvaikošanas likne izbeidzas kritiskajā punktā K , jo pie augstākas temperatūras viela šķidrā fāzē nav līdzsvara stāvoklī. Arī kušanas likne PL sākas trīskāršajā punktā P . Vielām, kas kūstot saraujas (t. i., kurām



13-8. zīm.

$dp/dT < 0$), tā liecas pa kreisi; vielām, kas kūstot izplešas ($dp/dT > 0$), tā liecas pa labi (līkne PL'). Sublimācijas likne sākas pie $p=0$ (kad $T=0$) un beidzas trīskāršajā punktā P , jo pie lielāka spiediena nekā punkta P spiediens p_P cietas un gāzveida fāzes līdzsvars neeksistē. *Trīskāršajā punktā P līdzsvarā atrodas visas trīs fāzes*, t. i., traukā vienlaikus var eksistēt visas trīs fāzes.

Ūdenim punktā P $p_P=614$ Pa, $t_P=0,0100$ °C. Triskāršajā punktā P molāro iztvaikošanas, kušanas un sublimācijas latentu siltumu saista sakarība $Q_s=Q_h+Q_i$.

Aplūkotās 3 divu fāžu līdzsvara līknes sadala visu fāžu plakni trīs apgabalos, kuros viela atrodas līdzsvarā, ja tā ir tikai gāzveida, šķidrā vai cietā agregātstāvoklī. Ja, piemēram, viela atrodas līdzsvarā punktā A , tad tā atrodas šķidrā fāzē, ja punktā B , tad gāzveida fāzē. Ja punktā A viela nav līdzsvarā, piemēram, tai ir šķidra un gāzveida fāze, tad gāze daļēji kondensējas un spiediens p samazinās tik ilgi, kamēr viela nonāk divu fāžu līdzsvara līknes punktā A' , kurā ir līdzsvarā divas fāzes, t. i., šajā gadījumā šķidra un gāzveida fāze. Visu fāžu līdzsvara līkņu saimi p , T plaknē sauc par vielas fāžu diagrammu.

Ūdens fāžu diagramma kļūst sarežģītāka, ja to papildina vēl ar ledus modifikāciju līdzsvarotajām pārejām. Ir konstatēts, ka bez parastā ledus pie lieliem spiedieniem eksistē vēl ledus II, III, V, VI un VII. Tā, piemēram, ledus VII eksistē pie $p=40\,000$ atm un $t=192$ °C. Vielas fāžu diagrammai praksē ir liela nozīme, jo no tās var redzēt, kāds ir vielas stāvoklis pie zināma spiediena un temperatūras.

ELEKTRĪBA UN MAGNĒTISMS

A. ELEKTROSTATIKA

14. NODAĻA

ELEKTRISKAIS LAUKS VAKUUMĀ UN VIELĀ

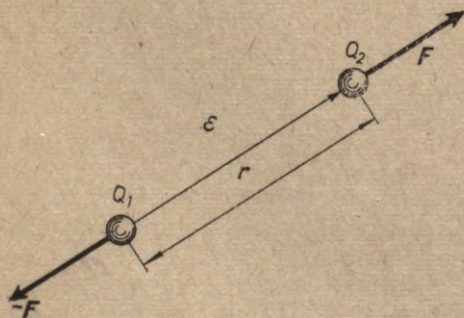
1. §. ELEKTRISKIE LĀDIŅI UN TO MIJEDARBĪBA

1. Sodiens zinām, ka viela sastāv no atomiem, bet atomi galvenokārt būvēti no elektriski *neitrālām* (neutroni) vai elektriski *pozitīvi* un *negatīvi* lādētām elementārdaļiņām (elektroni, protoni), *Elektriskie lādiņi*, kas piemīt šīm daļiņām, ir īpašs matērijas veids. Tā kā atomu skaits ķermeņos ir ļoti liels, tad tajos atrodas arī ļoti lieli abu zīmju elektriskie lādiņi. Parastos apstākļos ķermeņi ir elektriski neitrāli, t. i., tajos abu zīmju elektriskie lādiņi ir vienādā daudzumā. Ja viens ķermenis atņem kādam citam ķermeņim pozitīvu elektrisko lādiņu, tad pēdējais ķermenis iegūst tikpat lielu negatīvu lādiņu. No tā spriežam, ka kopējais elektriskais lādiņš kādā noslēgtā ķermeņu sistēmā ir konstants lielums. Tas ir elektrisko lādiņu saglabāšanās likums.

2. Novērojumi rāda, ka vienādu zīmju elektriskie lādiņi atgrūžas, bet pretēju zīmju elektriskie lādiņi pievelkas. *Divu punktteida elektrisko lādiņu* Q_1 un Q_2 (14-1. zīm.) mijiedarbības spēka skaitlisko lielumu F izsaka **Kulona likums** (1785. g.):

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad (14-1)$$

kur r — attālums starp lādiņiem, ϵ — relatīvā dielektriskā konstante jeb *dielektriskā caurlaidība*,



14-1. zīm.

kas raksturo vides ietekmi, un ϵ_0 — vakuuma dielektriskā konstante; to sauc arī par *elektrisko konstanti*. Spēks, ar kādu viens punktveida lādiņš iedarbojas uz otru punktveida lādiņu, ir tieši proporcionāls lādiņu lielumiem un apgriezti proporcionāls vides dielektriskajai konstantei $\epsilon\epsilon_0$ un abu lādiņu attāluma kvadrātam.

Kulona likuma izteiksme (14-1) rakstīta SI mērvienību sistēmā jeb t. s. *racionalizētajā MKSA* (metra — kilograma — sekundes — ampēra) *mērvienību sistēmā*, kas ir SI sistēmas sastāvdaļa. MKSA sistēmā bez trim jau pazīstamām pamatvienībām (m, kg, s) ceturtā pamatvienība ir elektriskās strāvas stipruma vienība *ampērs* (A). Tā definīcija dota 19. nod. 1. §. Elektrisko lādiņu Q SI, resp., MKSA sistēmā mēra kulonos (C). $1\text{C} = 1\text{A}\cdot\text{s}$ (ampērsekunde). *1 kulons ir tāds elektrības daudzums, kas 1 sekundē iziet caur vada šķērsgriezumu, ja strāvas stiprums vadā ir 1 ampērs.*

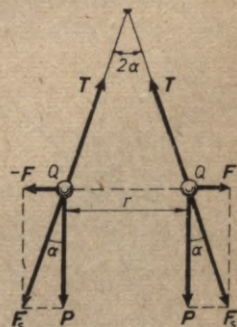
Relatīvā dielektriskā konstante jeb dielektriskā caurlaidība ϵ rāda, cik reižu spēks starp lādiņiem vidē ir mazāks nekā vakuumā, kur $\epsilon=1$.

Novērojumos konstatēts, ka spēks starp diviem $Q=1\text{C}$ lieliem punktveida lādiņiem attālumā $r=1\text{m}$ vakuumā ($\epsilon=1$) ir $F=9\cdot 10^9\text{N}$. Šos skaitliskos lielumus ievietojot izteiksmē (14-1), dabūjam, ka $9\cdot 10^9\text{N} = \frac{(1\text{C})^2}{4\pi\epsilon_0\cdot(1\text{m})^2}$, no kurienes vakuuma *dielektriskā konstante* $\epsilon_0 = \frac{C^2}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2} = 8,85\cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{A}\cdot\text{s}}{\text{V}\cdot\text{m}} = 8,85\cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$. Precīzi $\epsilon_0 = 8,85416\cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$. Seit, atvasinot ϵ_0 mērvienību, izmantotas no vidusskolas fizikas kursa pazīstamās mērvienību sakarības $1\text{C}\cdot\text{V} = 1\text{J} = 1\text{N}\cdot\text{m}$ un $1\frac{\text{C}}{\text{V}} = 1\text{F}$. Relatīvās un vakuuma dielektriskās konstantes reizinājumu $\epsilon\epsilon_0$ bieži sauc par *absolūto dielektrisko konstanti (caurlaidību)*.

Piemērs. Divas vienāda svāra un vienādas zīmes lādiņiem $Q=4\cdot 10^{-7}\text{C}$ lādētas lodītes vakuumā pakārtas $l=20\text{cm}$ garos pavedienos, kas veido leņķi $2\alpha=60^\circ$. Noteikt lodītes svaru P (14-2. zīm.).

Uz lodītēm darbojas divi aktīvi spēki: smaguma spēks P un elektriskais atgrūšanās spēks F , kuru summu F_s līdzsvaro pavediena stiepes sprieguma spēks T , kas pielikts lodītēm no pavediena puses. Tā kā $r=2l\sin\alpha$ un $\frac{F}{P} = \text{tg}\alpha$, tad

$$P = \frac{F}{\text{tg}\alpha} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0(2l\sin\alpha)^2 \cdot \text{tg}\alpha} = \frac{(4\cdot 10^{-7})^2 \text{C}^2}{4\pi \cdot 9\cdot 10^9 \frac{\text{C}}{\text{V}\cdot\text{m}} \cdot 4(0,2)^2 \text{m}^2 \cdot \sin^2 30^\circ \cdot \text{tg} 30^\circ} = 0,063\text{N}.$$



14-2. zīm.

2. §. ELEKTRISKO LĀDIŅU ELEKTRISKAIS LAUKS

Mehānikā un siltuma mācībā uzmanības centrā atradās ķermeņi, to mehāniskie pārvietojumi, kā arī to mehāniskās un siltuma enerģijas iegūšana un atdeve. Elektriskās un elektromagnētiskās parādībās galvenā vērība jāvelti ne ķermeņiem, bet *telpai* elektriski lādētu ķermeņu un elektriskās strāvas vadu apkārtnē. Tas ir tāpēc, ka elektriskā un magnētiskā enerģija atrodas ne tik daudz pašos ķermeņos un strāvas vados kā to apkārtējā telpā, kurā noris elektriskā un magnētiskā mijiedarbība, t. i., elektriskajā un magnētiskajā laukā. Elektriski uzlādētie ķermeņi un strāvas vadi galvenokārt darbojas kā elektrisko un magnētisko lauku avoti. Elektriskais un magnētiskais lauks ir viena no matērijas fizikālās izpausmes formām.

1. Viens no elektrisko lauku raksturojošiem lielumiem — **elektriskā lauka intensitāte** E ir *skaitliski vienāda ar elektriskā lauka spēku* F , kas kādā lauka punktā darbojas uz pozitīva lādiņa vienību. Ja elektriskajā laukā uz mazu punktteida lādiņu q (14-3. zīm.), kas pēc ievietošanas elektriskajā laukā to neietekmē, darbojas spēks F , tad elektriskā lauka intensitātes E skaitlisko lielumu šajā punktā definē sakarība

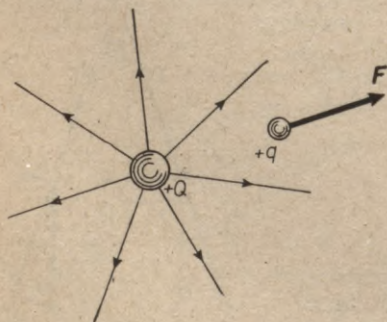
$$E = \frac{F}{q}. \quad (14-2)$$

Elektriskā lauka intensitāte E ir *vektoriāls lielums*, jo spēks F ir vektoriāls, bet elektriskais lādiņš q — skalārs lielums. Tā kā SI (MKSA) sistēmā spēka F mērvienība ir ņūtons (N), elektriskā lādiņa q mērvienība ir kulons (C) un $1 \text{ N} = 1 \text{ (C} \cdot \text{V)/m}$, tad pēc izteiksmes (14-2) elektriskā lauka intensitātes E mērvienība ir *voltss uz metru*: $1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{C} \cdot \text{V}}{\text{m} \cdot \text{C}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

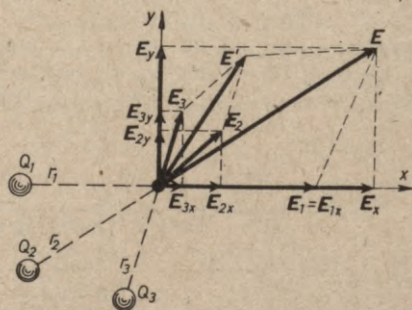
No izteiksmes (14-2) dabūjam, ka uz elektrisko lādiņu q elektriskajā laukā darbojas spēks

$$F = qE, \quad (14-3)$$

kas ir proporcionāls lādiņam un elektriskā lauka intensitātei.



14-3. zīm.



14-4. zīm.

2. Punktveida lādiņa Q elektriskā lauka intensitāti E attālumā r no tā iegūst, izmantojot Kulona likumu:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2 \cdot q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (14-4)$$

Skaitliski, piemēram, ūdeņraža atoma kodola (protona) lādiņa $e = 4,80 \cdot 10^{-10}$ CGSE l. v. elektriskā lauka intensitāte vietā, kur atrodas elektrons, t. i., attālumā $r = 0,53 \cdot 10^{-8}$ cm (Bora atoma rādiuss) no kodola, ir

$$E = \frac{4,8 \cdot 10^{-10} (3 \cdot 10^9)^{-1} \text{ C}}{4\pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}} (0,53 \cdot 10^{-10})^2 \text{ m}^2} = 5,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

3. Vairāku punktveida lādiņu Q_1, Q_2, Q_3, \dots elektrisko lauku intensitāšu E_1, E_2, E_3, \dots rezultējošā intensitāte E kādā telpas punktā ir atsevišķo lādiņu lauku intensitāšu ģeometriskā summa (14-4. zīm.):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots \quad (14-5)$$

Summārā elektriskā lauka intensitātes skaitliskais lielums, ja visas atsevišķo lādiņu lauka intensitātes E_1, E_2, \dots atrodas vienā plaknē x, y (telpā ir līdzīgi), ir šāds:

$$E = \sqrt{(E_{1x} + E_{2x} + \dots)^2 + (E_{1y} + E_{2y} + \dots)^2} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}, \quad (14-5')$$

kur $E_{1x}, E_{2x}, \dots, E_{1y}, E_{2y}, \dots, E_x$ un E_y ir atsevišķo lādiņu lauku intensitāšu un kopējā lauka intensitātes x un y komponentes.

4. Nepārtraukti sadalīta lādiņa Q elektriskā lauka intensitāti kādā lauka punktā aprēķina, summējot (integrējot) šajā punktā visu lādiņa elementu dQ lauka intensitātes $d\mathbf{E} = \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0$, kur r — lādiņa elementa dQ attālums līdz lauka punktam un \mathbf{r}_0 — vienības vektors attāluma vektora \mathbf{r} , resp., elektriskā lauka intensitātes $d\mathbf{E}$ virzienā ($|\mathbf{r}_0| = 1$).

a. Bieži sastopamā speciālgadījumā, kad visu lādiņa elementu dQ un to lauku intensitāšu $d\mathbf{E}$ sadalījums dotajā lauka punktā ir *plaknisks*, piemēram, tas ir plaknē x, y , vektors $\mathbf{r}_0 = \cos \alpha \cdot \mathbf{i} + \sin \alpha \cdot \mathbf{j}$ [\mathbf{i} un \mathbf{j} ir vienības vektori pa x un y asīm un $\alpha = \sphericalangle(\mathbf{r}, x)$] un *summārā lauka intensitāte*

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \int d\mathbf{E} = \int \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0 = \left[\int \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cos \alpha \right] \mathbf{i} + \\ &+ \left[\int \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \sin \alpha \right] \mathbf{j} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j}. \end{aligned} \quad (14-6)$$

Integrācija izdarāma pa lādiņa Q ieņemto plaknes vai līnijas apgabalu. Tā kā $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cos \alpha = x/r$, $\sin \alpha = y/r$, tad *summārā elektriskā lauka intensitātes skaitliskais lielums*

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\left[\int \frac{dQ \cdot x}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \right]^2 + \left[\int \frac{dQ \cdot y}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \right]^2}. \quad (14-7)$$

b. Gadījumā, kad lauku intensitātēm dE virzienu sadalījums dotajā punktā ir *telpisks*, bet no lādiņa Q sadalījuma simetrijas redzams, kādā virzienā ir vērsta *summārā elektriskā lauka intensitāte* E , tās skaitliskais lielums

$$E = \int dE \cos \psi = \int \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \psi, \quad (14-8)$$

kur ψ ir leņķis starp E un dE . Integrācija izdarāma pa visu lādiņa Q ieņemto telpas, virsmas vai līnijas apgabalu. Tā var aprēķināt elektriskā lauka intensitāti, piemēram, vienmērīgi uzlādētam gredzenam kādā punktā uz gredzena ass. Tad ir skaidrs, ka summārā lauka intensitāte vērsta gredzena ass virzienā un tāpēc jāsummē tikai dE komponentes ass virzienā, t. i., $dE \cos \psi$, jo dE komponentes asij perpendikulāros virzienos savstarpēji kompensējas.

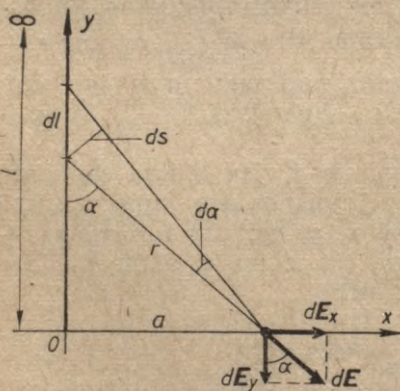
c. Ja elektriskais lādiņš ir sadalīts telpā, tad $dQ = \rho dV$, kur ρ ir elektriskā lādiņa telpiskais blīvums (lādiņš telpas tilpuma vienībā) un dV — telpas tilpuma elements. Ja elektriskais lādiņš atrodas uz ķermeņa virsmas S , tad elektriskā lauka intensitātes izteiksmē dQ vietā var rakstīt σdS , kur σ ir elektriskā lādiņa virsmas blīvums, t. i., lādiņš uz laukuma vienību. Bet, ja elektriskais lādiņš atrodas uz kādas līnijas l , tad dQ vietā šajā izteiksmē ir τdl , kur τ — elektriskā lādiņa lineārais blīvums, t. i., lādiņš uz garuma vienību.

Piemērs. Noteikt spēku F , kas vakuumā ($\epsilon=1$) darbojas uz punktveida elektrisko lādiņu $q=10^{-8}$ C, ja tas atrodas attālumā $a=20$ cm no ļoti garā tieva vienmērīgi uzlādēta stieņa viena gala, stienim perpendikulārā virzienā. Stieņa vienmērīgā lādiņa lineārais blīvums $\tau=0,1$ $\mu\text{C}/\text{cm}$.

Dotais elektriskais lauks ir plakniskis, tāpēc saskaņā ar izteiksmēm (14-3) un (14-7)

$$F = qE = q\sqrt{E_x^2 + E_y^2}.$$

Tātad vispirms jāaprēķina summārā elektriskā lauka komponentes E_x un E_y . Ja kāds stieņa garuma elements dl , uz kura ir lādiņš $dQ = \tau dl$, rada elektriskā lauka intensitāti dE (14-5. zīm.), tad pēc izteiksmes (14-6)



14-5. zīm.

$$E_x = \int_{r=\infty}^{r=a} dE \sin \alpha = \int_{r=\infty}^{r=a} \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \alpha,$$

$$E_y = \int_{r=\infty}^{r=a} dE \cos \alpha = \int_{r=\infty}^{r=a} \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \alpha.$$

Tā kā $ds = r da$, tad $dl = ds \sin \alpha = r da \sin \alpha$. Ja dl ir bezgalībā, $\alpha = 0$, bet, ja dl ir stieņa apakšējā galā ($r = a$), tad $\alpha = \pi/2$. Ievērojot vēl, ka $a = r \sin \alpha$,

$$E_x = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \alpha da}{r} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \alpha da =$$

$$= \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{\cos^3 \alpha}{3} - \cos \alpha \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 a} \left(0 - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \right) = \frac{\tau}{6\pi\epsilon_0 a},$$

$$E_y = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \alpha \cos \alpha da}{r} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \alpha \cos \alpha da =$$

$$= \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 a} \cdot \frac{\sin^3 \alpha}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{1}{3} - 0 \right) = \frac{\tau}{12\pi\epsilon_0 a}.$$

Meklētais spēks

$$F = q \sqrt{\left(\frac{\tau}{6\pi\epsilon_0 a} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{12\pi\epsilon_0 a} \right)^2} = \frac{q\tau}{\pi\epsilon_0 a} \sqrt{\left(\frac{1}{6} \right)^2 + \left(\frac{1}{12} \right)^2} =$$

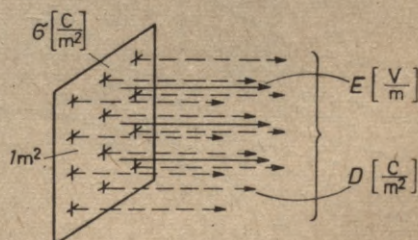
$$= \frac{\sqrt{5} q \tau}{12\pi\epsilon_0 a} = \frac{\sqrt{5} \cdot 10^{-8} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 3,14 \cdot \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 0,2} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ N.}$$

3. §. ELEKTRISKĀ LAUKA NOBĪDE

Līdz ar elektriskā lauka intensitāti E elektriskā lauka raksturošanai lieto arī *elektriskā lauka nobīdi* jeb elektriskā lauka indukciju jeb dielektrisko nobīdi D . Tajā pašā telpas apgabalā, kur ir elektriskā lauka intensitāte E , eksistē arī *elektriskā lauka nobīdes D lauks*. Elektriskā lauka nobīdi D izotropā vidē definē ar elektriskā lauka intensitātes E un absolūtās dielektriskās konstantes $\epsilon\epsilon_0$ reizinājumu:

$$D = \epsilon\epsilon_0 E. \quad (14-9)$$

Tā kā relatīvā dielektriskā konstante ϵ ir bezdimensionāls lielums un vakuuma dielektriskās konstantes ϵ_0 mērvienība ir $C/V \cdot m$, tad no izteiksmes (14-9) izriet, ka elektriskā lauka nobīdes $D = \epsilon\epsilon_0 E \left[\frac{C}{V \cdot m} \cdot \frac{V}{m} \right] = \epsilon\epsilon_0 E \left[\frac{C}{m^2} \right]$ mērvienība ir vienāda ar elektriskā lādiņa virsmas blīvuma mērvienību — kulonu uz kvadrātmetru $\left(\frac{C}{m^2} \right)$. No tā varam secināt, ka fizikāli elektriskā lauka nobīdi D (sk. 14-6. zīm.) kādā elektriskā lauka vietā



14-6. zīm.

raksturo elektriskā lādiņa virsmas blīvums σ , kas jānovieto šajā vietā uz lauka virzienam perpendikulāras virsmas, lai tas tur radītu šo elektrisko lauku. Tā kā kulons ir liela vienība, tad, ja elektriskā lauka nobīde D vakuumā ir $1 \frac{C}{m^2}$, arī lauka intensitāte $E = \frac{D}{\epsilon_0} = 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{V}{m} = 1,12 \cdot 10^{11} \frac{V}{m}$ ir ļoti liela.

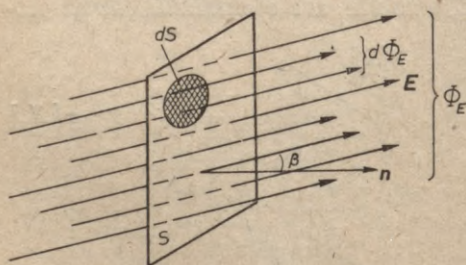
4. §. ELEKTRISKĀ LAUKA PLŪSMA. GAUSA TEORĒMA

1. Elektriskā lauka intensitātes E lauku labi var attēlot ar intensitātes jeb t. s. spēka līnijām (sk. 14-3., 14-7., 14-8. zīm. u. c.). Lauka intensitātes līniju virzienu nosaka spēka virziens uz elektriskā laukā novietotu mazu pozitīvu lādiņu. Lauka līniju skaits caur $1 m^2$ lielu līnijām perpendikulāru laukumu skaitliski raksturo lauka intensitāti dotajā lauka vietā. Tātad tur, kur elektriskā lauka attēlā spēka līnijām ir mazāki attālumi, lauka intensitāte ir lielāka — un otrādi. Seit jāpiezīmē, ka šādas līnijas patiesībā neeksistē, bet tās tikai *uzskatāmi* attēlo elektriskā (vai magnētiskā) lauka virzienu un stiprumu.

Cits elektrisko lauku raksturojošs lielums ir **elektriskā lauka intensitātes plūsma** Φ_E . Visvienkāršākajā gadījumā (14-7. zīm.), kad 1) lauka intensitāte E virsmas S visās vietās ir vienāda un 2) visās virsmas vietās vienāds ir arī virsmas normāles n un lauka E pozitīvā virziena veidotais leņķis β , elektriskā lauka intensitātes plūsmu Φ_E var izteikt šādi:

$$\Phi_E = E \cdot S \cos \beta. \quad (14-10)$$

Elektriskā lauka intensitātes plūsma caur virsmu S ir lauka intensitātes E reizinājums ar laukuma S projekciju uz lauka virzienam



14-7. zīm.

perpendikulāru virsmu. Tā kā E izsaka elektriskā lauka intensitātes līniju skaitu, kas iet caur laukam perpendikulāri novietotu laukuma vienību, tad elektriskā lauka intensitātes plūsma Φ_E izsaka elektriskā lauka intensitātes lauku attēlojošo līniju skaitu, kas iet caur virsmu ar laukumu S .

Gadījumā, ja abi minētie nosacījumi nav izpildīti, jālieto intensitātes plūsmas integrālā izteiksme:

$$\Phi_E = \int_S d\Phi_E = \int_S E \cos \beta dS. \quad (14-11)$$

Zinot plūsmu Φ_E , var noteikt arī elektriskā lauka **nobīdes plūsmu**: $\Phi = \epsilon \epsilon_0 \Phi_E$.

Kā redzams no izteiksmes (14-10) un no iepriekšējās sakarības, plūsmas Φ_E mērvienība ir $V \cdot m \left(\frac{V}{m} \cdot m^2 = V \cdot m \right)$, bet plūsmu Φ mēra kulonos $\left(\frac{C}{V \cdot m} \cdot V \cdot m = C \right)$.

2. Pilnai (totālai) elektriskā lauka intensitātes plūsmai no lādiņa Q ir spēkā **Gausa teorēma**, kas saista elektriskā lauka intensitātes pilno plūsmu Φ_{E0} un lādiņu Q . Atradīsim šo sakarību vispirms punktveida lādiņam Q . Pieņemsim, ka lādiņš Q atrodas sfēras centrā, kuras rādiuss ir r (14-8. zīm.). Tā kā uz sfēras virsmas visos punktos elektriskā lauka intensitāte $E = \text{const}$, tad, ievērojot izteiksmi (14-4) un to, ka $\beta = 0$, $\cos 0 = 1$, elektriskā lauka intensitātes pilnā plūsma

$$\Phi_{E0} = E \cdot S = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (14-12)$$

Tā kā $D = \epsilon\epsilon_0 E$, tad elektriskā lauka nobīdes pilnā plūsma

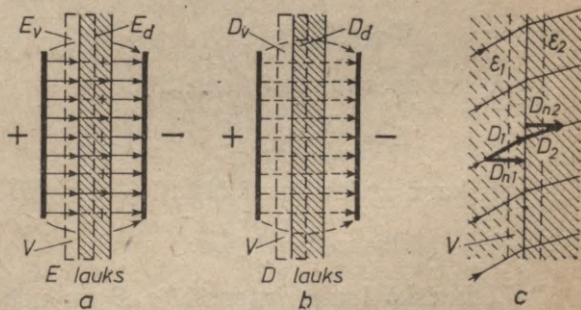
$$\Phi_0 = Q. \quad (14-13)$$

Sakarības (14-12) un (14-13) ir vispārināmas uz katru lādiņu sadalījumu, kas atrodas jebkuras noslēgtas virsmas iekšienē. Tātad pēc Gausa teorēmas elektriskā lauka intensitātes E pilnā plūsma caur jebkuru noslēgtu virsmu ir vienāda ar virsmas iekšienē esošo elektrisko lādiņu Q , kas dalīts ar dielektrisko konstanti $\epsilon\epsilon_0$, bet nobīdes D pilnā plūsma ir vienāda ar lādiņu Q .

3. Ja noslēgtajā tilpumā neatrodas elektriskie lādiņi, tad neatkarīgi no tā, kādas dielektriskas vides tajā atrodas, nobīdes pilnā plūsma $\Phi_0 = 0$. No tā varam spriest par intensitātes E lauka



14-8. zīm.



14-9. zīm.

un nobīdes D lauka izturēšanos pie divu dielektriķu robežvirsmas. Pieņemsim, ka tilpuma V iekšienē ir elektriskajam laukam perpendikulāra robežvirsmā starp dielektriķi un vakuumu (14-9. zīm.). Tad saskaņā ar Gausa teorēmu tilpumā V ieejošai D lauka plūsmai jābūt vienādai ar izejošo plūsmu. Tas var būt tikai tad, ja no vakuuma izejošā D_V lauka plūsma ir

vienāda ar dielektriķi ieejošo D_d plūsmu. Tātad vektors D pāriet robežvirsmu nemainīdamies: $D_V = D_d$ (14-9. zīm. b). Turpretim, tā kā $D = \epsilon \epsilon_0 E$, tad elektriskā lauka intensitāte uz robežvirsmas mainās ar lēcieni no E_V uz $E_d = E_V / \epsilon$ un intensitātes plūsma — no Φ_{EV} uz $\Phi_{Ed} = \Phi_{EV} / \epsilon$ (14-9. zīm. a).

Ja elektriskais lauks pie divu dielektriķu neuzlādētas robežvirsmas pienāk *slīpi*, tad $D_1 \neq D_2$. Bet, lai būtu izpildīta Gausa teorēma, t. i., lai plūsma Φ , kas iet caur robežvirsmu, nemainītos, jābūt spēkā vienādībai $D_{n1} = D_{n2}$, resp., $\epsilon_1 \epsilon_0 E_{n1} = \epsilon_2 \epsilon_0 E_{n2}$. No šejienes elektrisko lauku intensitāšu normālo komponentu attiecība

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \quad (14-14)$$

Nav grūti redzēt, ka robežvirsmas tangenciālajām komponentēm ir pareizas sakarības $D_{t1}/D_{t2} = \epsilon_1/\epsilon_2$ un $E_{t1} = E_{t2}$.

5. §. ĪPAŠI ELEKTRISKIE LAUKI

Apskatīsim dažus īpašus elektriskā lauka gadījumus, izmantojot Gausa teorēmu.

1. **Plakana kondensatora elektriskais lauks** (14-10. zīm.). Ja kondensatora plates laukums ir S , uz platēm atrodas lādiņi $+Q$ un $-Q$ un attālums d starp platēm ir mazs, tad elektriskais lauks praktiski atrodas tikai telpā starp platēm, jo ārpus platēm abu plašu lauki ir vienādi un pretēji vērsti, bet starp platēm to vērsumi ir vienādi, tāpēc tie tur summējas un lauka intensitāti E tur var aptuveni uzskatīt par konstantu. Pēc Gausa teorēmas elektriskā lauka intensitātes pilnā plūsma

$$\Phi_{E0} = ES = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (14-15)$$

no kurienes *lauka intensitāte*

$$E = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}. \quad (14-16)$$

Saskaņā ar izteiksmi (14-9) elektriskā *lauka nobīde*

$$D = \epsilon \epsilon_0 E = \frac{Q}{S} = \sigma. \quad (14-17)$$

Elektriskā lauka intensitāte E un nobīde D šajā gadījumā tātad nav atkarīga no plašu attāluma d .

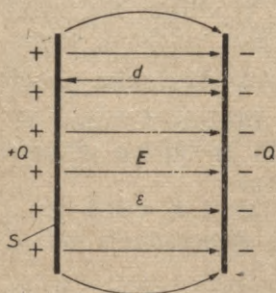
2. Vienas bezgalīgi lielas uzlādētas plates elektriskā lauka intensitāte ir divreiz mazāka:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0}, \quad (14-18)$$

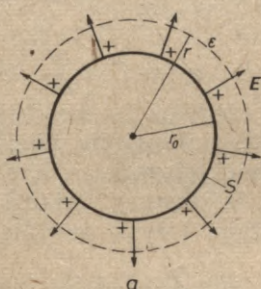
jo šajā gadījumā lauks ir abās plates pusēs, t. i., puse no lauka intensitātes plūsmas ir vērsta uz vienu plates pusi, bet otra — uz pretējo plates pusi.

3. Vienmērīgi uzlādētas sfēras elektriskais lauks. Ja uz sfēras virsmas S ar rādiusu r_0 ir lādiņš Q (14-11. zīm. *a*), tad, pēc Gausa teorēmas,

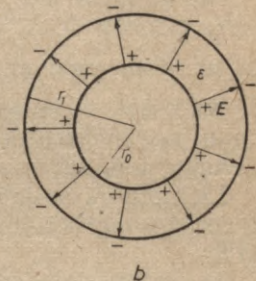
$$\Phi_{E0} = ES = E4\pi r_0^2 = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (14-19)$$



14-10. zīm.



14-11. zīm.



No šejienes izriet, ka *pie sfēras virsmas* elektriskā lauka intensitāte un nobīde attiecīgi ir

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_0^2} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \quad \text{un} \quad D = \epsilon\epsilon_0 E = \frac{Q}{4\pi r_0^2} = \sigma. \quad (14-20)$$

Sajās elektriskā lauka izteiksmēs, sfēras rādiusa r_0 vietā liekot $r > r_0$, dabūjam formulas, kas izsaka elektriskā lauka intensitāti E un nobīdi D telpas punktos *ārpus sfēras virsmas*:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \quad \text{un} \quad D = \frac{Q}{4\pi r^2}. \quad (14-21)$$

Ja uzlādētu sfēru ar rādiusu r_0 un lādiņu Q aptver otra koncentriskā sfēra ar rādiusu r_1 un lādiņu $-Q'$ (14-11. zīm. *b*), tad elektriskā lauka intensitāte $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$ un nobīde $D = \frac{Q}{4\pi r^2}$ telpā *starp abām sfēriskajām virsmām*, kur $r_0 < r < r_1$, ir tāda pati kā vienas iekšējās sfēras gadījumā. Tas ir tāpēc, ka ārējās sfēriskās virsmas lauka intensitāte tās iekšpusē ir vienāda ar nulli. Šādas divas no vadītājiem izgatavotas koncentriskas sfēras veido *sfērisku kondensatoru*. Ja abu sfēru pretējie lādiņi nav vienādi pēc lieluma, tad pastāv centrālsimetriskis elektriskais lauks arī *ārpus sfēriskā kondensatora*, kuru rada abu lādiņu summa (starpība).

4. Vienmērīgi uzlādēta tieva vada un cilindra elektriskais lauks. Ja ļoti garām cilindram ar rādiusu r_0 garuma l vienības lādiņš ir τ , tad, pēc Gausa teorēmas, no šī cilindra garuma vienības virsmas $S_1 = 2\pi r_0 \cdot l$ lauka intensitātes E plūsma

$$\Phi_{E0} = ES_1 = E2\pi r_0 l = \frac{\tau l}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (14-22)$$

Saskaņā ar to elektriskā lauka intensitāte un nobīde pie ļoti gara tieva *vada vai cilindra virsmas* (sk. 14-11. zīm. *a*, uzskatot to par cilindra šķērsriezumu) ir

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \text{ un } D = \epsilon\epsilon_0 E = \frac{\tau}{2\pi r_0} = \sigma. \quad (14-23)$$

Kā redzam no aplūkotajiem piemēriem, vadītāja elektriskā lauka plūsma iziet no vadītāja virsmas normāles virzienā, ir vērsta uz vienu pusi un tai $D = \sigma$ un $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$. Elektriskā lauka nobīde pie vadītāja virsmas ir vienāda ar vadītāja lādiņa virsmas blīvumu, bet elektriskā lauka intensitāte vienāda ar lādiņa virsmas blīvumu, kas dalīts ar dielektrisko konstanti $\epsilon\epsilon_0$.

Lielumu r_0 sātušās izteiksmes (14-23), liekot r_0 vietā $r > r_0$, ir derīgas arī visiem citiem telpas punktiem *ārpus vada vai cilindra*.

Ja aplūkojamo garo cilindru aptver cits ļoti garš koaksiāls cilindrs ar rādiusu r_1 un abi cilindri ir vadītāji, tad tādu vadītāju sistēmu sauc par cilindrisku kondensatoru (sk. 14-11. zīm. *b*, uzskatot to par cilindrisku kondensatora šķērsriezumu). Ja uzlādētam cilindriskam kondensatoram uz tā klājumu garuma vienību ir vienādi pretējas zīmes lādiņi $+\tau$ un $-\tau$, tā elektriskā lauka punkta intensitāti un nobīdi starp cilindriem var izteikt ar formulām (14-23), liekot tajās r_0 vietā r , kur $r_0 < r < r_1$. Lauka intensitāti un nobīdi starp klājumiem rada tikai iekšējā cilindra lādiņš. *Ārpus kondensatora* E un D nav nulle tikai tad, ja klājumu lādiņi ir pēc lieluma dažādi.

5. Aprēķināt spēku F starp diviem telpiski sadalītiem elektriskiem lādiņiem vispār ir grūts uzdevums. Vienkāršākos gadījumos, kad jāaprēķina spēks F_1 uz uzlādētas plaknes laukuma vienību vai uz taisna vada garuma vienību elektriskajā laukā, ko rada bezgalīga paralēla uzlādēta plakne vai paralēls bezgalīgi garš uzlādēts taisns vads, izmantojam izteiksmes (14-16) vai (14-23), kas izsaka elektriskā lauka intensitāti E lādiņu σ vai τ atrašanās vietās. Tad $F_1 = \sigma E$ vai $F_1 = \tau E$.

6. §. ELEKTRISKĀ LAUKA DARBS

1. Elektriskais lauks, pārvietojot lādiņu q ar spēku F , dara darbu, t. i., pārvērš elektrisko enerģiju kādā citā enerģijas veidā. Tā kā $F = qE$, tad elektriskā lauka darbs *bezgalīgi mazā ceļā* ds ir

$$dA = Fds = Fds \cos \alpha = qEds \cos \alpha, \quad (17-24)$$

kur α ir leņķis starp spēku F un ceļu ds . *Galīgā ceļā* no punkta 1 līdz punktam 2 (14-12. zīm.) darbs

$$A = \int_1^2 Fds = q \int_1^2 Eds \cos \alpha. \quad (14-25)$$

Elektriskā lauka darbu mēra džoulos (J). Ārpus-sistēmu darba vienība ir elektronvolts (eV). $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Elektronvolts ir darbs, ko padara elementārlādiņš e pārvietodamies starp telpas punktiem ar 1 V lielu potenciālu diferenci.

Īpašā gadījumā, ja lādiņa q ceļā 1) $\cos \alpha = \text{const}$ un 2) $F = \text{const}$, resp., $E = \text{const}$, tad

$$A = qEs \cos \alpha. \quad (14-26)$$

Ja $A > 0$, tad elektriskais lauks, pārvietojot lādiņu q , dara darbu un lādiņu savstarpējā potenciālā enerģija (sk. 14. nod. 7. §) samazinās. Bet, ja $A < 0$, tad, pārvarot elektriskā lauka spēku, darbu dara kādi citi spēki un elektrisko lādiņu savstarpējā potenciālā enerģija palielinās. Ņemot q vietā $-q$, darba A vietā iegūstam $-A$, bet, mainot arī ceļa s virzienu, darbs atkal ir A . Attiecībā uz elektriskā lauka darba būtību, jāatkārto 2. nod. 14. § teiktais par mehānisko darbu. Elektriskais darbs izsaka elektriskās potenciālās enerģijas palielināšanos vai samazināšanos, palielinoties vai samazinoties kādam citam enerģijas veidam. Tātad dažādos gadījumos, aprēķinot elektrisko darbu, ir jāzina, kādi enerģijas veidi pāriet elektriskajā potenciālajā enerģijā — un otrādi.

2. Noslēgtā ceļā elektrostātiskā lauka darbs $A = \oint dA = 0$. Tā kā $q = \text{const}$, tad no tā izriet, ka

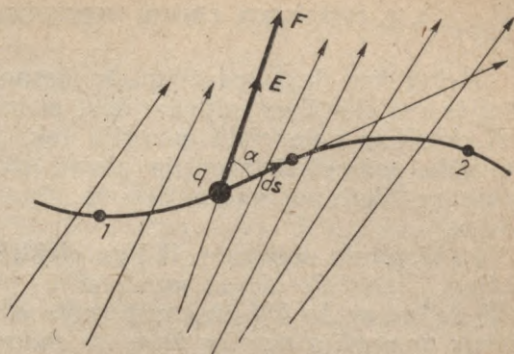
$$\oint E ds \cos(\mathbf{E}, d\mathbf{s}) = \oint E_s ds = 0, \quad (14-27)$$

t. i., elektriskā lauka intensitātes \mathbf{E} līknes integrālis, t. i., lielumu $E_s ds$ summa, pa noslēgtu līkni ir nulle. Laukus, kuros spēku darbs pa noslēgtu ceļu ir nulle, sauc par potenciāliem laukiem. Elektrostātiskais lauks tātad ir potenciāls jeb bezvirpuļains lauks. Tā plūsma (spēka līnijas) nav noslēgta, bet sākas pie «+» lādiņiem un nobeidzas pie «-» lādiņiem.

Piemērs. Pārvietojot pozitīvu lādiņu q no punkta, kas atrodas attālumā $r_1 = r$ no pozitīva punktveida lādiņa Q , līdz bezgalībai ($r_2 = \infty$), elektriskais lauks ar intensitāti $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$ padara darbu

$$A = \int_{r_1}^{r_2} qE dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{qQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr = \frac{qQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{\infty} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (14-28)$$

Lādiņu pārvietojot pretējā virzienā, darbs būtu tikpat liels, bet negatīvs.



14-12. zīm.

7. §. ELEKTRISKO LĀDIŅU ELEKTRISKĀ POTENCIĀLĀ ENERĢIJA

Mehānikas daļā redzējām, ka ķermeņiem, kurus saista gravitācijas vai elastības mijiedarbība, piemīt savstarpējā gravitācijas vai elastības potenciālā enerģija (sk. 2. nod. 18. §). Tāpat savstarpējā potenciālā enerģija piemīt elektriskiem lādiņiem. Tā ir atkarīga tikai no lādiņu lieluma, to novietojuma un vides īpašībām.

1. Vispirms noteiksim lādiņu elektriskās potenciālās enerģijas maiņu. *Elektrisko lādiņu savstarpējās potenciālās enerģijas maiņu ΔW definē ar šo lādiņu savstarpējo elektrisko spēku darbu, kurš ņemts ar pretējo zīmi un kuru tie padara, elektriskos lādiņus pārvietojot no viena stāvokļa otrā:*

$$\Delta W = -A. \quad (14-29)$$

Tātad, ja $\Delta W > 0$, tad $A < 0$ — un otrādi. Ja, piemēram, ir divi elektriskie lādiņi Q un q , tad to savstarpējās potenciālās enerģijas maiņa aprēķināma pēc izteiksmēm (14-25) vai (14-26), kurās E ir lādiņa Q elektriskā lauka intensitāte. Tā kā darbs, kas ņemts ar pretējo zīmi, saskaņā ar izteiksmi (14-27), elektrostatiskajā laukā nav atkarīgs no ceļa, pa kuru lādiņš pārvietojas, tad arī abu lādiņu Q un q potenciālās enerģijas maiņa nav atkarīga no ceļa, t. i., to nosaka tikai abu lādiņu sākuma un beigu stāvokļi.

2. Divu lādiņu Q un q savstarpējās elektriskās potenciālās enerģijas absolūto lielumu W kādā stāvoklī mēra ar šo lādiņu savstarpējo elektrisko spēku darbu $-A_\infty$, kas jāpadara, elektrisko lādiņu q no bezgalības pārvietojot līdz dotajam telpas punktam:

$$W = -A_\infty. \quad (14-30)$$

Savstarpējo potenciālo enerģiju, lādiņam q atrodoties bezgalībā, pieņemam par nulli. Praksē tomēr bezgalību aizstāj ar zemi, t. i., abu elektrisko lādiņu potenciālās enerģijas absolūto lielumu pieņemam par nulli, ja lādiņš q atrodas uz vadītāja, kas savienots ar zemi. Jāpiezīmē, ka patiesībā zemes virsmai ir $-6 \cdot 10^5$ C liels elektriskais lādiņš, tāpēc ar zemi savienotā vadītāja elektriskā lādiņa potenciālā enerģija nav nulle. Tātad praksē elektriskā lādiņa potenciālās enerģijas absolūto lielumu izsaka ar pretējo zīmi ņemts darbs, kas jāpadara, pārvietojot elektrisko lādiņu no zemes līdz dotajam stāvoklim. Potenciālo enerģiju, tāpat kā darbu, mēra džoulos (J).

3. Vairāku punktveida elektrisko lādiņu savstarpējā potenciālā enerģija ir visu lādiņu pāru savstarpējo potenciālo enerģiju summa:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_{ij}}, \quad (14-31)$$

kur r_{ij} ir lādiņu q_i un q_j attālums un $1/2$ ņemta tāpēc, lai viena un tā pati potenciālā enerģija netiktu summēta divas reizes.

4. *Elektriskie spēki ir konservatīvi*, jo tiem eksistē potenciālā enerģija, tāpēc arī elektrisko lādiņu kustībā ir spēkā pilnās enerģijas saglabāšanās likums: $E_{kin} + W = \text{const}$ jeb, citādi rakstot,

$$\Delta W = -\Delta E_{kin}, \quad (14-32)$$

t. i., potenciālās enerģijas maiņa ir vienāda ar kinētiskās enerģijas maiņu, kas ņemta ar pretējo zīmi. Ja, piemēram, pozitīvs lādiņš q no bezgalības, kur tā kinētiskā enerģija ir $mv^2/2$, pārvietojas pozitīva lādiņa Q virzienā līdz attālumam r no tā un tur apstājas, tad saskaņā ar izteiksmi (14-32) $W = E_{kin}$, t. i., $qQ/(4\pi\epsilon\epsilon_0 r) = mv^2/2$.

Piemērs. *Punktveida lādiņa q potenciālā enerģija W punktveida lādiņa Q laukā saskaņā ar izteiksmi (14-28) ir*

$$W = -A_\infty = \frac{qQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \quad (14-33)$$

jo darbs $-qQ/(4\pi\epsilon\epsilon_0 r)$, pārvietojot lādiņu q no bezgalības līdz attālumam r , ir negatīvs (tas tiek darīts, pārvarot elektriskos spēkus).

8. §. ELEKTRISKĀ LAUKA PUNKTU POTENCIĀLU STARPĪBA UN POTENCIĀLS

1. **Elektriskā lauka punktu potenciālu starpība un spriegums.** Elektriskā lauka raksturošanai bez elektriskā lauka intensitātes un nobīdes lieto vēl trešo lielumu — elektriskā lauka potenciālu φ . Vispirms definēsim elektriskā lauka punktu potenciālu starpību: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ un spriegumu $U = -\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. *Elektriskā lauka punktu 1 un 2 potenciālu starpība $\Delta\varphi$ skaitliski vienāda ar pretējo zīmi ņemtam elektrisko spēku darbam A , kas jāpadara, pārvietojot elektriskajā laukā lādiņu $q=1$ C no punkta 1 uz punktu 2.* Tā kā spriegums U un potenciālu starpība atšķiras tikai ar zīmi, tad spriegums skaitliski ir vienāds ar lādiņa $q=1$ C darbu tajā pašā ceļā. Tātad

$$\Delta\varphi = -U = -\frac{A}{q} = \frac{\Delta W}{q}. \quad (14-34)$$

No izteiksmes (14-34) dabūjam, ka $U = \frac{A}{q}$. SI mērvienību sistēmā elektriskā lauka potenciālu starpību $\Delta\varphi$ (arī potenciālu φ) un spriegumu U mēra voltos (V). Elektriskajā laukā *spriegums starp punktiem 1 un 2 ir 1 V, ja, pārvietojot starp tiem 1 C lādiņu, padara 1 J lielu darbu.* Saskaņā ar izteiksmi (14-34) $V = \frac{J}{C}$. Potenciālu starpības un sprieguma definēšanas sakarība (14-34) dod iespēju arī citādi izteikt elektriskā lauka darbu:

$$A = -q\Delta\varphi = qU. \quad (14-34')$$

2. **Elektriskā lauka sprieguma (potenciālu starpības) un intensitātes sakarība.** Pielīdzinot homogēna elektriskā lauka darba

izteiksmi $A = qEs$ darba izteiksmei $A = Uq$ un sāisinot ar q , iegūstam, ka

$$U = Es, \quad (14-35)$$

t. i., homogēnā elektriskajā laukā spriegums starp diviem punktiem uz vienas un tās pašas spēka līnijas ir lauka intensitātes un šo punktu attāluma reizinājums.

Nehomogēnā elektriskajā laukā, kur $dU = -d\varphi$, sakarība (14-35) ir šāda: $-d\varphi = Eds$, resp., $E = -\frac{d\varphi}{ds}$. Šajā izteiksmē elementārais attālums ds ir ņemts potenciāla φ straujākā krituma virzienā, tāpēc lielumu $-\frac{d\varphi}{ds}$ sauc par potenciāla gradientu. Vektoriāli to raksta šādi: $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$, t. i., lauka intensitāte ir potenciāla gradients, kas ņemts ar pretējo zīmi. Ja $d\varphi > 0$ un $ds > 0$, tad vektors \mathbf{E} ir vērsts pretēji ds vērsumam, bet, ja $d\varphi > 0$ un $ds < 0$, tad \mathbf{E} ir vērsts tāpat kā ds . Ja ds un \mathbf{E} virzieni veido leņķi α , tad E un $d\varphi$ sakarību izsaka formula $E = -\frac{d\varphi}{ds \cos \alpha}$, resp., $d\varphi = -E \cos \alpha ds = -E_s ds$. Nehomogēnā elektriskajā laukā galīgu potenciālu starpību $\Delta\varphi$ atkarībā no elektriskā lauka intensitātes E izsaka vienādība

$$\Delta\varphi = - \int_1^2 E_s ds. \quad (14-36)$$

Šī integrāļa vērtība pa noslēgtu līkni, kurai punkti 1 un 2 sakrīt, pamatojoties uz izteiksmi (14-27), ir vienāda ar nulli.

3. Plakana kondensatora spriegums. Plakanā kondensatorā ar plašu attālumu d , plates virsmas laukumu S un relatīvo dielektrisko konstanti ϵ , ja plašu attālums d salīdzinājumā ar plates virsmas S izmēriem ir mazs, elektriskais lauks ir homogēns. Tāpēc potenciālu starpības (sprieguma) $-\Delta\varphi = U$ un elektriskā lauka intensitātes E sakarību izsaka izteiksme (14-35).

Izmantojot arī izteiksmi (14-16), dabūjam, ka

$$-\Delta\varphi = U = E \cdot d = \frac{Qd}{\epsilon\epsilon_0 S}, \quad (14-37)$$

t. i., uzlādēta un no sprieguma avota atvienota kondensatora spriegums U ir proporcionāls vienas plates elektriskajam lādiņam Q un plašu attālumam d , bet apgriezti proporcionāls plates laukumam S un dielektriskai konstantei $\epsilon\epsilon_0$. Bet, ja kondensators paliek pievienots sprieguma avotam, tad, mainot plašu attālumu d vai relatīvo dielektrisko konstanti ϵ , spriegums starp platēm nemainās, bet mainās E un Q lielumi.

4. Vienas uzlādētas bezgalīgi lielas plaknes elektriskā lauka divu punktu potenciālu starpība, ievērojot izteiksmes (14-36) un (14-18), ir šāda:

$$\Delta\varphi = - \int_{x_1}^{x_2} E dx = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} dx = - \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (x_2 - x_1), \quad (14-38)$$

kur pieņemts, ka elektriskais lauks ir vērsts x ass virzienā, x_1 un x_2 ir punktu koordinātes, σ — plaknes lādiņa virsmas blīvums un ϵ — vides relatīvā dielektriskā konstante.

5. Uzlādētas bezgalīgi garas taisnes elektriskā lauka divu punktu, kā arī cilindriska kondensatora potenciālu starpība saskaņā ar izteiksmēm (14-36) un (14-23) ir

$$\Delta\varphi = - \int_{r_1}^{r_2} E dr = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} dr = - \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (14-39)$$

(kur τ — taisnes lādiņa lineārais blīvums), bet sfēriskam kondensatoram $\Delta\varphi = Q(1/r_1 - 1/r_2)/4\pi\epsilon\epsilon_0$.

6. Elektriskā lauka potenciāla absolūtais lielums. Lauka punkta potenciāla absolūtais lielums φ skaitliski ir vienāds ar pretējo zīmi ņemtam darbam $-A_\infty$, kas jāpadara elektriskajam laukam, pārvietojot $q=1$ C lielu pozitīvu punktveida lādiņu no bezgalības, kur potenciālu pieņemam par nulli, līdz dotajam lauka punktam, t. i., $\varphi = -A_\infty/q$. Šī sakarība izriet no izteiksmes (14-34), kura šajā gadījumā ir $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi - 0 = \varphi$. Ievērojot, ka $A_\infty = -W$, dabūjam, ka elektriskā lauka potenciāls

$$\varphi = - \frac{A_\infty}{q} = \frac{W}{q}. \quad (14-40)$$

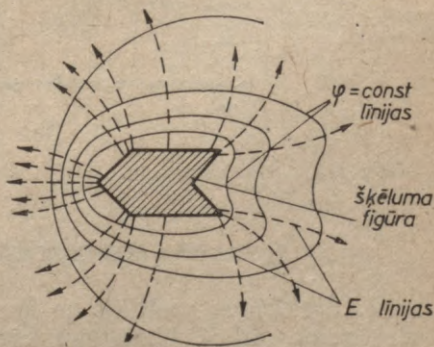
Praksē, kā jau norādījām, bezgalības vietā ņem zemi, tāpēc tiklab bezgalībā, kā arī uz zemes virsmas un zemes iekšienē potenciāls ir vienāds ar nulli. Tātad vadītāja potenciāls kļūst vienāds ar nulli, ja to iezemē.

Potenciāla statiskai mērīšanai izmanto sloksnītes elektrometru, kam uzlādējoties vtdū nostiprinātā alumīnija sloksnīte pagriežas attiecībā pret vertikālo vadītāja stienīti, vai diegu elektrometru, kuriem uzlādējoties tie atvirzās; atvirzi nolasa mikroskopā.

Elektriskajā laukā savienojot punktus ar vienādiem potenciāliem, dabū t. s. ekvipotenciālās virsmas: $\varphi(x, y, z) = \text{const}$. Šīs virsmas krustojot ar plaknēm, šķēlumā dabū t. s. ekvipotenciālās līnijas. Ekvipotenciālās virsmas un līnijas ir perpendikulāras elektriskā lauka intensitātes līnijām. Elektriskā lauka intensitātes un ekvipotenciālo līniju saimju piemērs attēlots 14-13. zīmējumā.

7. Punktveida lādiņa Q potenciāls, ievērojot izteiksmes (14-33) un (14-40), ir

$$\varphi = \frac{W}{q} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (14-41)$$



14-13. zīm.

Vairāku punktveida lādiņu Q_1, Q_2, \dots, Q_n sistēmas potenciāls, kā arī vairāku telpā pa virsmām vai līnijām novietotu lādiņu potenciāls kādā lauka punktā ir atsevišķo lādiņu potenciālu algebriskā summa:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} + \dots + \frac{Q_n}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_n}. \quad (14-42)$$

8. Telpā nepārtraukti sadalītu lādiņu potenciāls kādā lauka punktā ir visu lādiņu elementu dQ potenciālu summa (integrālis):

$$\varphi = \int \frac{dQ}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \text{const} = \int \frac{qdV}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \text{const}. \quad (14-43)$$

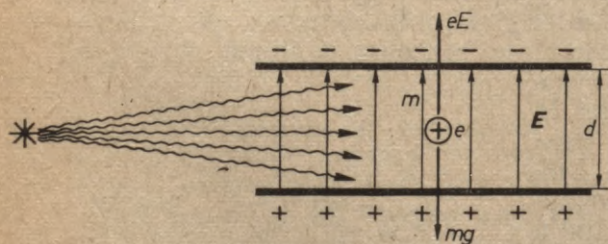
Šeit r ir lauka punkta attālums no dQ . Ja lādiņi novietoti pa virsmu S ar virsmas blīvumu σ vai pa līniju l ar lineāro blīvumu τ , tad qdV vietā izteiksmē (14-43) jāliek σdS vai τdl .

9. Elektriskā elementārlādiņa noteikšana ar Milikena—Jofes metodi. Plakanā kondensatorā vertikāli uz augšu vērstā elektriskā laukā tiek iesmidzināti mikroskopiski eļļas pilieniņi. Tos apstarojot ar ultravioletajiem stariem, piemēram, ar elektriskā loka gaismu, pilieniņi zaudē negatīvo lādiņu un uzlādējas pozitīvi. Pilieniņa lādiņš

$$q = en, \quad (14-44)$$

kur e — elementārlādiņš, n — vesels skaitlis. Uz katru pozitīvi uzlādētu pilieniņu, kura masa ir m , darbojas augšup vērsts elektriskais spēks $F = neE$ un lejup vērsts smagums spēks mg (14-14. zīm.). Mainot kondensatora spriegumu, resp., elektriskā lauka intensitāti $E = U/d$, pilienus var nostādīt miera stāvoklī. Tādā gadījumā no spēka līdzsvara nosacījuma $neE = mg$ dabūjam, ka

$$e = \frac{mgd}{nU}. \quad (14-45)$$



14-14. zīm.

Piliena masu m nosaka, ļaujot pilienam krist ar konstantu ātrumu (bez elektriskā lauka), pēc Stoksa likuma (6-19). Zinot m , U un d , pēc izteiksmes (14-45) var aprēķināt elementārlādiņu (elektrona vai jona lādiņu):

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

9. Š. VADĪTĀJI ELEKTRISKAJĀ LAUKĀ

1. Elektrības vadītājs ir ķermenis, kurā atrodas daudzi brīvi elektriskie lādiņi. Uzlādējot kādu vadītāju vai ievietojot to ārējā elektriskajā laukā, noris īslaicīga brīvo lādiņu pārvietošanās. Tai

izbeidzoties, vadītāja iekšienē elektriskā lauka intensitātei E jābūt vienādei ar nulli, jo pretējā gadījumā vadītāja iekšienē uz brīvajiem lādiņiem darbotos elektriski spēki $F=qE$ un lādiņi neatrastos līdzsvara stāvoklī.

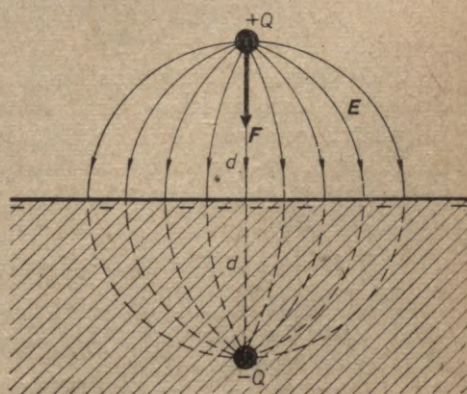
Elektriskā lauka potenciāls φ , lai kāda būtu vadītāja forma, visos tā punktos ir vienāds. Tas secināms no potenciālu starpības un elektriskā lauka intensitātes sakarības (14-36). Ja šajā izteiksmē $E_s=0$, tad $\Delta\varphi=0$, t. i., $\varphi=\text{const}$.

Citos apstākļos atrodas brīvie elektriskie lādiņi uz vadītāja virsmas, jo tur uz lādiņiem darbojas arī spēki, kas tos piesaista vadītājam. Lādiņu līdzsvara stāvoklī minētie spēki kompensē elektriskos spēkus. Ārpus vadītāja tā virsmas lādiņi izveido elektrisko lauku; *pie vadītāja virsmas* šo lauku raksturo izteiksmes (14-16), (14-20) un (14-23): $\sigma=D=\epsilon\epsilon_0 E$. Vadītāja virsmas tuvumā D un E lauki ir perpendikulāri vadītāja virsmai. Pie vadītāja virsmas asumiem lādiņu virsmas blīvums σ , lauka intensitāte E un nobīde D ir lielāka nekā pie mazāk izliektām virsmas daļām (14-13. zīm.). Šī iemesla dēļ no vadītāja asumiem var *noplūst lādiņi*. Šī noplūde dažreiz ir pat redzama, ja to pavada gāzes mirdzēšana. Lai izvairītos no lādiņu noplūdes un atbilstošiem enerģijas zudumiem, augstsprieguma līnijām lieto resnus cauruļvadus. Augstsprieguma kondensatorus, slēdžus un citas ierīces veido bez asām šķautnēm un virsmu nelīdzenumiem.

2. Ja neuzlādētas vadītāja virsmas tuvumā novieto punktveida elektrisko lādiņu Q , tad uz lādiņam tuvākās vadītāja virsmas daļas inducējas tikpat liels pretējas zīmes elektriskais lādiņš. Starp virsmā inducēto lādiņu un punktveida lādiņu Q , kas atrodas no virsmas attālumā d , pievilksnās spēks ir tāds, it kā vadītāja iekšienē tādā pašā attālumā d no virsmas atrastos otrs punktveida lādiņš $-Q$, ko sauc par «attēla» lādiņu (14-15. zīm.). Tāpēc spēks F jeb t. s. «attēla» spēks, ar kuru plakana metāliska virsma pievelk lādiņu Q , pēc Kulona likuma (14-1) ir

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0(2d)^2}. \quad (14-46)$$

Pievelkošais attēla spēks ir cēlonis tam, ka pie termoelektronus emitējoša katoda izveidojas negatīvs t. s. elektronu telpas lādiņš (16. nod. 2. §).



14-15. zīm.

10. §. ELEKTRISKAIS DIPOLS

1. *Elektrisko dipolu veido divi vienādi pretējas zīmes lādiņi* $+q$ un $-q$, kas atrodas mazā attālumā l (14-16. zīm.). Lielumu $d_0=ql$, kas ir *dipola pozitīvā lādiņa reizinājums ar dipola abu lādiņu attālumu*, sauc par dipola momentu. Tas ir vektoriāls lielums, kas vērsts dipola lādiņu attāluma l virzienā no lādiņa $-q$ uz lādiņa $+q$ pusi. Dipola elektriskā lauka **potenciāls** punktā P ir abu tā lādiņu potenciālu φ_+ un φ_- summa: $\varphi=\varphi_++\varphi_-$, t. i.,

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_+} + \frac{-q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_-} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \left(r - \frac{l}{2} \cos \vartheta\right)} - \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \left(r + \frac{l}{2} \cos \vartheta\right)} = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[\frac{1}{1 - \frac{l}{2r} \cos \vartheta} - \frac{1}{1 + \frac{l}{2r} \cos \vartheta} \right].\end{aligned}\quad (14-47)$$

Tajos lauka punktos, kuros $\frac{l \cos \vartheta}{2r}$ ir mazs lielums, potenciāls

$$\varphi \approx \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[1 + \frac{l}{2r} \cos \vartheta - \left(1 - \frac{l}{2r} \cos \vartheta \right) \right] = \frac{d_0 \cos \vartheta}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.\quad (14-48)$$

2. Tā kā elektriskā lauka **intensitāte** ir vienāda ar potenciāla gradientu, kas ņemts ar mīnusa zīmi, t. i., $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi = E_r \mathbf{n}_r + E_\vartheta \mathbf{n}_\vartheta = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} \mathbf{n}_r - \frac{\partial \varphi}{\partial s} \mathbf{n}_\vartheta$, kur \mathbf{n}_r un \mathbf{n}_ϑ ir vienības vektori \mathbf{r} un ds (resp., ϑ) virzienos un $ds=r d\vartheta$, tad, diferencējot izteiksmi (14-48), var atrast dipola elektriskā lauka **intensitātes** \mathbf{E} *komponentes* (14-16. zīm.):

$$\begin{aligned}E_r &= -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{d_0 \cos \vartheta}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}; \\ E_\vartheta &= -\frac{\partial \varphi}{r \partial \vartheta} = \frac{d_0 \sin \vartheta}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}.\end{aligned}\quad (14-49)$$

Saskaņā ar to, dipola elektriskā lauka **intensitātes skaitliskais lielums**

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\vartheta^2} = \frac{d_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{4 \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta} = \frac{d_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \vartheta + 1}.\quad (14-50)$$

3. Gadījumā, ja elektriskais dipols ar momentu $d_0=ql$ atrodas *homogēnā elektriskajā laukā* ar intensitāti E , tad uz dipola lādiņiem $+q$ un $-q$ darbojas vienādi un pretēji vērsti spēki F_1 un $F_2=-F_1$, t. i., darbojas spēku pāris (14-17. zīm.), kas var izraisīt *dipola pagriešanos*. Ja dipols ar elektrisko lauku veido leņķi Θ , tad saskaņā ar izteiksmi (3-1) *dipola spēku pāra momenta skaitliskais lielums*

$$M = l \sin \Theta \cdot F_1 = l \sin \Theta \cdot qE = d_0 E \sin \Theta.\quad (14-51)$$

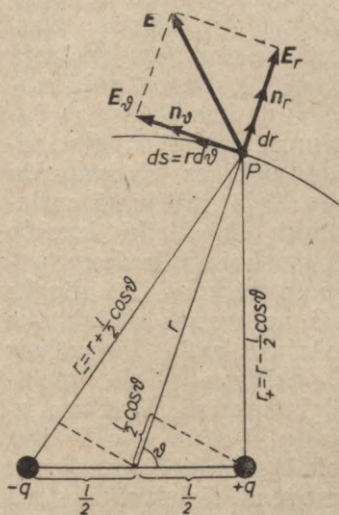
Nehomogēnā elektriskajā laukā, kur dipola lādiņu $+q$ un $-q$ atrašanās vietās elektriskā lauka intensitātes $E_1=E_2+\Delta E$ un E_2 ir dažādas, uz dipolu darbojas arī kospēks

$$\Delta F = F_1 + F_2 = qE_1 + (-q)E_2 = q[(E_2 + \Delta E) - E_2] = q\Delta E,\quad (14-52)$$

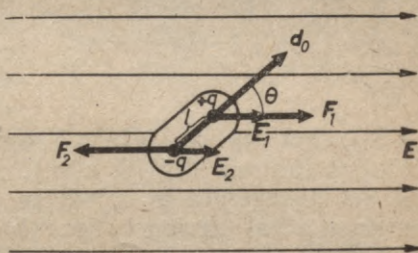
kas vērsts lauka intensitātes E starpības ΔE , t. i., aplūkojamā gadījumā spēka F_1 , virzienā. Spēks ΔF izraisa elektriskā dipola translāciju.

4. Elektriskā dipola potenciālā enerģija W homogēnā elektriskajā laukā ir vienāda ar pretējo zīmi ņemtam darbam, kas jāpadara, dipolu no stāvokļa, kad tā potenciālā enerģija ir vienāda ar nulli, pagriežot dotajā stāvoklī. Pieņemsim, ka dipola potenciālā enerģija ir nulle,

ja tā dipola moments d_0 ir perpendikulārs elektriskā lauka intensitātes E virzienam, t. i., ja $\Theta = \pi/2$ (sk. 14-17. zīm.). Ja dipola virziens ar elektriskā lauka virzienu veido leņķi Θ , tad tā potenciālā enerģija ir ar pretējo zīmi ņemtais dipola pagriešanas darbs no leņķa $\Theta = \pi/2$ līdz leņķim Θ :



14-16. zīm.



14-17. zīm.

$$W = -A = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\Theta} Md\Theta = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\Theta} d_0 E \sin \Theta d\Theta = -d_0 E \cos \Theta. \quad (14-53)$$

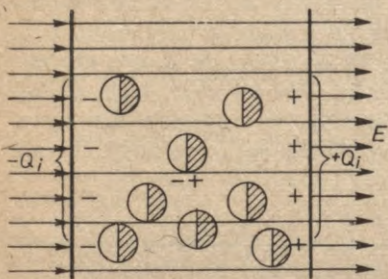
Ja $\Theta = 0$, t. i., dipola moments d_0 ir vērsts ārējā elektriskā lauka E virzienā, tad $W = -d_0 E$, bet, ja $\Theta = \pi$, tad $W = d_0 E$.

11. §. DIELEKTRIĶI ELEKTRISKAJĀ LAUKĀ

Dielektriķi ir vielas, kurās nav brīvu, t. i., pa visu vielas tilpumu pārvietoties spējīgu elektrisko lādiņu. Lādiņu pārvietošanās dielektriķos norisinās tikai atoma vai molekulas ienemtā tilpuma robežās. Dielektriķi var būt gāzveida (gaiss), šķidrās (transformatoru eļļa), vaskveida (parafīns), cietas (keramika), dabiskas (vizla) vai mākslīgas (celuloīds, kaučuks) vielas. Ievietojot homogēnu dielektriķi elektriskajā laukā, dielektriķa virsmas atsevišķas daļas uzlādējas ar pretējas zīmes lādiņiem. So parādību sauc par dielektrisko polarizāciju un radītos lādiņus — par polarizācijas lādiņiem. Dielektriskā polarizācija izmaina arī sākotnējo elektrisko lauku, jo tam pārklājas polarizācijas lādiņu elektriskais lauks.

Raugoties no molekulārā viedokļa, dielektriķa polarizācija rodas, 1) molekulu *elektriskajiem lādiņiem pārbīdoties* un 2) elektriski *polārām molekulām pagriežoties* lauka spēka virzienā. Aplūkosim šos abus vielas polarizācijas veidus tuvāk.

1. Ja ārējā elektriskajā laukā vielas molekulu pozitīvo un negatīvo elektrisko lādiņu $+q$ un $-q$ savstarpējās nobīdes dēļ *elektriski neitrālas molekulas kļūst par elektriskiem dipoliem* ar ārējā lauka virzienā vērstiem dipola momentiem $d_i = ql$, kur l ir abu lādiņu atstatums, tad tādu polarizāciju sauc par *nobīdes jeb inducēto polarizāciju*. Šajā gadījumā molekulārie dipoli dielektriķī izveido ārējam elektriskajam laukam paralēlas dipolu virknes. Šo dipolu virkņu gali uz vienas dielektriķa virsmas daļas rada negatīvus



14-18. zīm.

($-Q_i$), bet uz pretējās virsmas daļas pozitīvus ($+Q_i$) polarizācijas lādiņus (14-18. zīm.). Izzūdot elektriskajam laukam, izzūd arī dielektriķa polarizācija, jo, molekulu $+q$ un $-q$ lādiņu centriem atkal savienojoties ($l=0$), molekulās inducētais dipola moments d_i kļūst vienāds ar nulli. Ja homogēna dielektriķa visās molekulās inducētie dipola momenti pēc lieluma un virziena ir vienādi, tad saka, ka tā polarizācija ir *homogēna*.

Sāda dielektriķa polarizācijas pakāpi raksturo *inducētās polarizācijas vektors* P_i , kas dielektriķa tilpuma vienībai ar n vienādām molekulām ir $P_i = nd_i$. Tātad P_i ir *dielektriķa tilpuma vienības dipola moments*. Gadījumā, ja ārējais lauks nav ļoti stiprs, molekulā inducētā elektriskā dipola moments d_i ir tieši proporcionāls elektriskā lauka intensitātei: $d_i = \epsilon_0 a E$, kur a ir *molekulas polarizējamību* raksturojoša konstante. To ievērojot, dielektriķa inducētās polarizācijas vektors izsakāms šādi:

$$P_i = n\epsilon_0 a E. \quad (14-54)$$

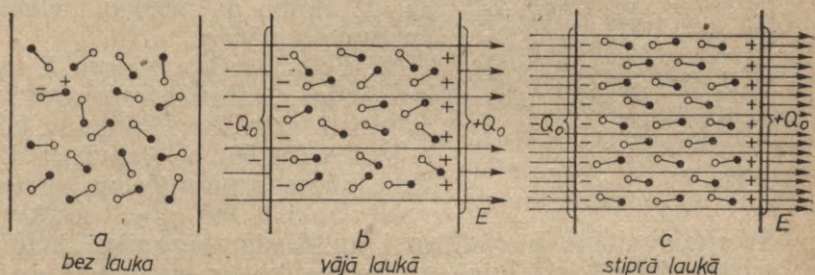
2. Dielektriķa molekulām (piemēram, H_2O , HCl , NH_3 u. c.) var būt arī *pastāvīgs*, no ārējā elektriskā lauka neatkarīgs *dipola moments* d_0 . Sādām polārām molekulām pagriežoties lauka virzienā (14-19. zīm. *a, b, c*), tāpat kā iepriekšējā gadījumā rodas dielektriķa pretējo virsmu uzlādēšanās ar pretējas zīmes elektriskajiem lādiņiem $+Q_0$ un $-Q_0$. Tā ir *orientācijas polarizācija*.

Ja molekulas dipola momenta d_0 komponente elektriskā lauka virzienā ir $d_{0E} = d_0 \cos \Theta$ un tilpuma vienībā ir n vienādas molekulas, tad tilpuma vienības *vidējais dipola moments* jeb polarizācijas vektors $P_o = n\overline{d_{0E}} = n \cdot d_0 \cos \Theta$. Seit $\cos \Theta$ ir dipolu momentu vidējā $\cos \Theta$ vērtība. Var pierādīt, ka gadījumā, ja $d_0 E \ll kT$, tad $\overline{\cos \Theta} = \frac{d_0 E}{3kT}$, kur k ir Bolcmaņa konstante un T — dielektriķa

absolūtā temperatūra, tāpēc dielektriķa orientācijas polarizācijas vektors

$$P_o = \frac{nd_0^2}{3kT} E. \quad (14-55)$$

Dielektriķa polarizācijas vektori P_i un P_o polikristāliskā vielā ir vērsti ārējā elektriskā lauka E virzienā, t. i., no negatīvā virsmas polarizācijas lādiņa $-Q_i$ vai $-Q_o$ uz pozitīvā virsmas polarizācijas lādiņa $+Q_i$ vai $+Q_o$ pusi. Aptuveni dielektriķu polāro



14-19. zīm.

molekulu dipola moments $d_0 = ql = 3 \cdot 10^{-20} \text{ C} \cdot 10^{-10} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$. Tā kā 1 m^3 tilpumā ir $n \approx 10^{30}$ polāras molekulas, tad polarizācijas vektors $P_o \approx 10^{30} \text{ m}^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m} = 3 \text{ C/m}^2$.

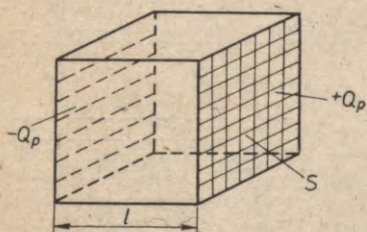
3. No izteiksmes (14-55) redzam, ka orientēto molekulāro dipolu vidējais dipola moments d_{0E} , tāpat kā inducētais molekulas dipola moments d_i , ja elektriskais lauks nav ļoti stiprs, ir tieši proporcionāls elektriskā lauka intensitātei dielektriķī. Tāpēc, ievērojot izteiksmes (14-54) un (14-55), pilnais vielas dielektriskās polarizācijas vektors, t. i., kopējais dielektriķa tilpuma vienības dipola moments,

$$P = P_i + P_o = n \left(\alpha + \frac{d_0^2}{3\epsilon_0 kT} \right) \epsilon_0 E = \kappa \epsilon_0 E \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]. \quad (14-56)$$

Šeit lielums $\kappa = n \left(\alpha + \frac{d_0^2}{3\epsilon_0 kT} \right)$ ir relatīvā dielektriskā susceptibilitāte jeb uzņēmība. SI sistēmā dielektriskās polarizācijas vektora P , tāpat kā elektriskā lauka nobīdes D mērvienība ir C/m^2 , bet relatīvā dielektriskā uzņēmība κ , tāpat kā relatīvā dielektriskā konstante ϵ ir bezdimensionāls lielums. Izteiksmes (14-54), (14-55) un (14-56) ir izrisinātas, pieņemot, ka dipolu mijiedarbība ir neievērojami maza, tāpēc tās lietojamas tikai retinātām gāzēm.

Kondensētas vielas dielektriķu polarizāciju ietekmē ne vien ārējais lauks, bet arī molekulu mijiedarbība. To pētot, ir atklāts, ka blīvās gāzēs, dielektriskos šķidrumsos un kubiskās sistēmas kristālos uz molekulu darbojošā iekšējā elektriskā lauka intensitāte

nav tikai ārējā lauka intensitāte E , bet ir $E' = E + \frac{P}{3\epsilon_0}$. Šis izteiksmes loceklis $\frac{P}{3\epsilon_0}$ izsaka molekulas apkārtnē esošo polarizācijas lādiņu lauka intensitāti aplūkojamās molekulas vietā. Cietos dielektriķos polārās molekulas parasti nevar pagriezties, tāpēc tām elektriskajā laukā eksistē tikai inducētā polarizācija. To izraisa jonu nobīde (jonu kristālos NaCl, TiO₂ u. c., kuros gaismas laušanas koeficienta kvadrāts $n_g^2 < \epsilon$), kā arī atomu un molekulu elektronu čaulu deformācija.



14-20. zīm.

4. Polarizācijas vektoru P un polarizācijas lādiņu virsmas blīvumu σ_p saista sakarība $P = \sigma_p$, un pēc izteiksmes (14-56) $\sigma_p = \chi\epsilon_0 E$. Ja dielektriķa virsmas normāle un vektors P veido leņķi β , tad $\sigma_p = P \cos \beta$.

Šī apgalvojuma pierādīšanai aplūkosim bezgalīgā homogēni polarizētā dielektriskā vidē paralēlskaldni ar garumu l un gala laukumiem S (14-20. zīm.). Homogēni polarizētam dielektriķim visā tā tilpumā polarizācija ir vienāda. Ja aplūkojamais dielektriķis ir polarizēts malas l virzienā, tad uz tā divām pretējām gala virsmām ir lādiņi $-Q_p$ un $+Q_p$. Tā kā šo abu lādiņu attālums ir l , tad visa tilpuma dipola moments ir $Q_p l$ un vienas tilpuma vienības dipola moments $Q_p l / S l = Q_p / S = \sigma_p = P$. Polarizācijas vektors P tātad tiešām ir vienāds ar vienas tilpuma vienības elektrisko dipola momentu, resp., ar polarizācijas lādiņu virsmas blīvumu. Jāpiezīmē, ka tilpuma vienības elektriskais dipola moments nav atkarīgs no šīs tilpuma vienības formas, jo to nosaka tikai molekulu skaits tilpuma vienībā n un molekulas vidējais dipola moments.

5. Pie vadītāja un dielektriķa robežvirsmas dielektriķa polarizācijas jeb saistīto lādiņu $Q_p = Q_i + Q_o$ (to virsmas blīvums $\sigma_p = P$) un t. s. šķietamo lādiņu Q_s summa (lādiņu Q_s virsmas blīvums $\sigma_s = \epsilon_0 E$) ir vienāda ar t. s. brīvo lādiņu Q (tā virsmas blīvums $\sigma = D$), kas atrodas uz dielektriķim pieguļošās vadītāja virsmas, t. i., $Q = Q_s + Q_p$. Šķietamie lādiņi Q_s ir elektriskā lauka intensitātes E avoti, bet brīvie lādiņi $\pm Q$ ir sākums un beigas lauka nobīdes D līnijām. Dalot pēdējo izteiksmi ar vadītāja un dielektriķa saskares virsmas laukumu S , iegūstam, ka $\sigma = \sigma_s + \sigma_p$ jeb

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E + \chi \epsilon_0 E = (1 + \chi) \epsilon_0 E. \quad (14-57)$$

Šī sakarība saista elektriskā lauka lielumus D , E un P . Zinot, ka $D = \epsilon \epsilon_0 E$ un salīdzinot abām pēdējām izteiksmēm labās puses, iegūstam, ka relatīvo dielektrisko konstanti ϵ un relatīvo dielektrisko uzņēmību χ saista sakarība

$$\epsilon = 1 + \chi. \quad (14-58)$$

6. Galīga izmēra dielektriķis elektriskajā laukā. Līdz šim, aplūkojot dielektriķa ietekmi uz elektriskā lauka intensitāti un nobīdi D , pieņēmām, ka dielektriķis piepilda visu elektriskā lauka telpu vai galīga dielektriķa (piemēram, plates) virsma ir ekvipotenciāla virsma. Tādā gadījumā elektriskā lauka intensitāte dielektriķī $E = \frac{E_0}{\epsilon} = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0}$ ir ϵ reizes mazāka par lauka intensitāti vakuumā E_0 , bet polarizācijas lādiņa Q_p pretēji E_0 virzienam vērsta lauka intensitāte $E_p = \frac{P}{\epsilon_0} = (\epsilon - 1) E$ ir $\epsilon - 1$ reizi mazāka nekā E_0 .

Ievietojot cita veida galīga izmēra dielektriķi elektriskajā laukā, tikai viena daļa no polarizācijas lādiņa Q_p elektriskā lauka intensitātes E_p plūsmas iet pa dielektriķa iekšieni. Homogēnas polarizācijas gadījumā, ja dielektriķim ir *rotācijas elipsoīda* veids, šai plūsmas daļai virzienam ir pretējs sākotnējā (vakuumā) lauka intensitātes E_0 plūsmas virzienam. Otra plūsmas daļa apiet dielektriķi pa tā apkārtni. Līdz ar to dielektriķa iekšienē elektriskā lauka intensitāte E salīdzinājumā ar gadījumu, kad visām E_p līnijām jāiet pa dielektriķi, palielinās. Vispār homogēnas polarizācijas un rotācijas simetrisku ķermeņu gadījumā (tad $\mathbf{P} \parallel \mathbf{E}_0$) elektriskā lauka intensitāte dielektriķa iekšienē $E = E_0 - \frac{NP}{\epsilon_0}$, kur $N \leq 1$ ir t. s. atelektrizēšanās faktors. Ja dielektriķis piepilda visu telpu vai tas ir bezgalīga izmēra dielektriska plate, tad $N = 1$. Dielektriskai lodei $N = \frac{1}{3}$, laukumam perpendikulāram cilindram $N = \frac{1}{2}$ un tievam paralēli laukumam novietotam dielektriskam cilindram $N = 0$. Līdzīgā veidā mainās elektriskā lauka intensitāte no E dielektriķī uz E_0 vakuumā, ja bezgalīgā homogēnā dielektriķī atrodas līdzīgas formas dobumi.

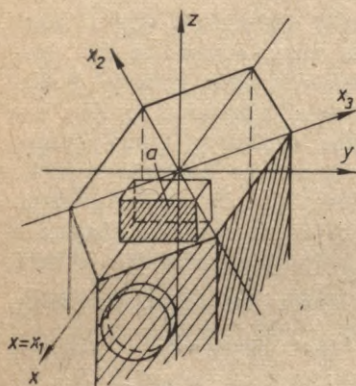
7. Nehomogēnā elektriskajā laukā uz dielektriķi darbojas spēki, kas cenšas to pārvietot lielākās lauka intensitātes virzienā. Tā, piemēram, elektriskajā laukā novietotā tievā caurulītē paceļas ūdens un mainās šķidrums virsmas forma. Cēlonis šīm parādībām ir elektriskā lauka tieksme samazināt savu enerģiju. Tā izskaidrojama arī visnenāk novērotā elektrības parādība — elektrizētu ķermeņu spēja pievilkt sīkus papīra gabaliņus, putnu spalvas un citus organiska sastāva priekšmetus.

12. §. PJEZOELEKTRISKAIS EFEKTS UN ELEKTROSTRIKCIJA

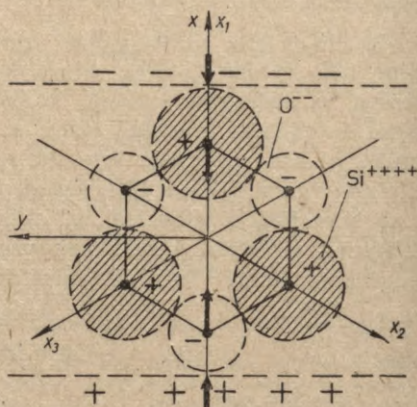
1. Dielektriskas kristāliskas vielas, kurām nav kristāla simetrijas centra (izņemot vienu klasi; sk. 12. nod. 2. §), piemēram, kvarcs, turmalīns, segnetsāls, bārija titanāts, cukurs, ja tās *saspiež vai izstiepj, elektriski polarizējas* (novērojuši Pjērs un Žaks Kīri 1880. g.). Tas ir pjezoelektriskais efekts. Visplašāk mūsdienās izmanto *kvarca* (SiO_2) pjezoelektriskās īpašības. Parastī no kvarca kristāla izgriež taisnstūra paralēlskaldaņa plāksnīti tā, lai lielākā plāksnītes skaldne būtu paralēla galvenajai optiskajai asij z (14-21. zīm.) un perpendikulāra kādai no trim z asij perpendikulārajām t. s. elektriskajām asīm x_1, x_2, x_3 , piemēram, x_1 asij. Spiežot vai stiepjot kvarca plāksnīti x_1 vai y ass virzienā, uz tās abām pretējām virsmām a parādās pretēju zīmju

elektriskie polarizācijas lādiņi. Pārejot no spiedes uz stiepi, polarizācijas lādiņi maina zīmi. Stiepe vai spiede optiskās ass z virzienā polarizāciju neizraisa. Virsmu polarizācijas lādiņu lielumi ir proporcionāli spiedienam.

2. Kvarca pjezoelektriskā efekta izskaidrojums. Elektrisko asu x_1, x_2, x_3 (resp., x, y) plaknē SiO_2 joni



14-21. zīm.



14-22. zīm.

Si^{4+} un O^{2-} veido sešstūri (14-22. zīm.). Spiežot plāksnīti x_1 ass virzienā, augšējā SiO_2 slāņa pozitīvie Si joni nedaudz pārvietojas uz leju un apakšējā slāņa negatīvie O joni nedaudz uz augšu (vispār pārvietošanās ir ļoti maza). Rezultātā augšējais SiO_2 slānis, zaudēdams pozitīvos lādiņus, uzlādējas negatīvi, bet apakšējais slānis līdzīgā veidā uzlādējas pozitīvi. Spiežot šo SiO_2 kristālu sāniski (y ass virzienā), joni Si^{4+} bīdās uz augšu un O^{2-} — uz leju. Tāpēc augšējais slānis uzlādējas pozitīvi, bet apakšējais — negatīvi. Stiepjot attiecīgie joni pārvietojas pretējos virzienos un slāņu lādiņi maina zīmi.

3. Pjezoelektriskajam efektam eksistē arī apgrieztais efekts: ja kvarca plāksnīti novieto x_1 ass virzienā vērsta elektriskajā laukā, tad kvarca plāksnīte tiklab x_1 , kā arī y asu virzienos izplešas vai saraujas. Tā ir elektrostrikcija. Ja kvarca plāksnīte atrodas periodiski mainīgā elektriskajā laukā, tad plāksnītē rodas periodiskas mehāniskas svārstības, kuras izstaro apkārtējā vidē skaņas viļņus. Ja pieliktā maiņsprieguma frekvence sakrīt ar plāksnītes mehānisko svārstību pašfrekvenci (kas, piemēram, 1 mm biezai plāksnītei ir $\nu = 2,8 \cdot 10^6$ Hz) vai tās virsfrekvenci, tad kvarca plāksnītes svārstības kļūst sevišķi spēcīgas. Pjezoelektrisko efektu un elektrostrikciju ļoti plaši izmanto praksē ultraskaņas ģeneratoros, kvarca pulksteņos (to kļūda 10 gados ir ± 1 s), frekvenču stabilizatoros, mehāniskos deformāciju mērītājos u. c.

13. §. SEGNETOELEKTRIKI

1. *Segnetoelektriki* ir īpašas kristāliskas pjezoelektriskas vielas, kuras jau bez ārēja elektriska lauka satur līdz piesātinājumam elektriski polarizētus apgabalus — domenus. Vienā domenā visu molekulu dipolu momenti ir nostājušies vienā virzienā. Šādas īpašības segnetsālim ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$) 1921. gadā atklāja čehu zinātnieks Valaseks un 1930. gadā tuvāk izpētīja padomju zinātnieks Kurčatovs, bet bārija titanātam (BaTiO_3) 1945. gadā — padomju zinātnieks Vuls. Līdzīgi kā feromagnētisko vielu magnētiskā caurlaidība μ minēto vielu relatīvā dielektriskā konstante ϵ ir ļoti liela un atkarīga arī no elektriskā lauka intensitātes un temperatūras. Segnetsāls dielektriskās konstantes ϵ atkarība no temperatūras parādīta 14-23. zīmējumā.

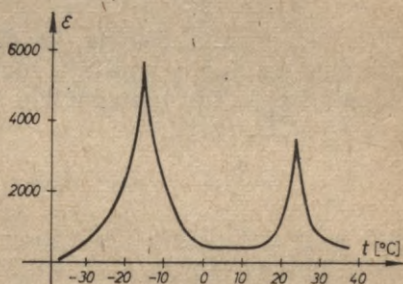
Novietojot segnetoelektrisku vielu ārējā elektriskajā laukā, elektriski pilnīgi polarizēto domenu polarizācija lēcienveidā pārorientējas ārējā lauka virzienā. Tā kā segnetoelektrisku vielu dielektriskā konstante ϵ ir atkarīga no elektriskā lauka intensitātes E , tad

elektriskā lauka intensitātes un nobīdes D sakarība nav vairs lineāra (D nav $\sim E$). Bez tam šī sakarība nav viennozīmīga, t. i., vielai piemīt elektriskā histerēze.

Vielas temperatūrai pārsniedzot noteiktu vērtību T_h , segnetoelektriskās īpašības izzūd. Šo temperatūru sauc par Kirī punktu. Dažām segnetoelektriskām vielām, piemēram, segnetsālim, ir divi Kirī punkti: $+22,5^\circ\text{C}$ — augšējais un -15°C — apakšējais. Segnetoelektriskās īpašības segnetsālim tādā veidā piemīt tikai šajā temperatūras intervālā (14-23. zīm.). Kirī punktus vienlaikus ar pēkšņām vielas dielektriskās konstantes un citu īpašību maiņām norisinās arī kristālisko fāzu pārejas. Tā, piemēram, BaTiO_3 kristāls, temperatūrai pazeminoties, Kirī punktā (120°C) no kubiskās sistēmas (kuba centrā Ti, virsotnēs Ba un čānu skaldņu viduspunktos O atomi), vienai kuba malai Ti jona pārvietošanās dēļ pagarinoties par 1%, pāriet tetragonālajā sistēmā. Arī 10°C un -80°C temperatūrā, pārejot vispirms rombiskajā un pēc tam romboedriskajā kristalogrāfiskajā sistēmā, BaTiO_3 maina fāzi, bet joprojām saglabā segnetoelektriskās īpašības.

Segnetoelektriskās vielas izmanto mazgabarīta kondensatoros, elektronu mikroskopos ar elektriskām lēcām, frekvences modulācijā (nelineārās D un E sakarības dēļ) u. c.

2. *Piroelektrība*. Daudzām pjezoelektriskām monokristāliskām vielām (piemēram, turmalīnam), kurām nav simetrijas centra, bet



14-23. zīm.

ir viena simetrijas ass un kurām ir lineāra D un E sakarība, nav daudzu elektriski pilnīgi polarizētu domenu struktūras, toties vienā virzienā elektriski pilnīgi polarizējas viss šādas vielas ķermenis. Bet, tā kā lielos polarizācijas lādiņus uz ķermeņa virsmas kompensē no ārienes pieplūduši brīvi lādiņi, tad uz ārieni ķermenis elektriski ir neitrāls. Sildot tas izplešas un atkarībā no temperatūras maina kā savu struktūru, tā pjezoelektrisko polarizāciju (polarizācijas lādiņus) un uzlādējas. Tādas vielas sauc par piroelektriskām.

14. §. VADĪTĀJA KAPACITĀTE. KONDENSATORI

1. Novērojumi liecina, ka divu ar vienādiem, bet pretēju zīmju lādiņiem uzlādētu vadītāju elektriskie lādiņi $\pm Q$ ir tieši proporcionāli šo vadītāju potenciālu starpībai (spriegumam) $\varphi - \varphi_1 = U$, t. i., $Q = CU$, resp.,

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (14-59)$$

Seit φ ir potenciāls vadītājam ar lādiņu Q , bet φ_1 — potenciāls vadītājam ar lādiņu $-Q$. Konstanti C vienādībā (14-59) sauc par abu vadītāju savstarpējo elektrisko kapacitāti (elektrisko lādiņu ietilpību). Saskaņā ar izteiksmi (14-59) *abu vadītāju savstarpējā elektriskā kapacitāte C skaitliski ir vienāda pozitīvajam lādiņam Q , ar kuru jāuzlādē viens vadītājs, lai spriegums U starp šo vadītāju un otro — ar lādiņu $-Q$ uzlādēto vadītāju būtu 1 V.*

Ja vadītājs, uz kura atrodas lādiņš $-Q$, ir pievienots zemei, tad $\varphi_1 = 0$, $U = \varphi$ un $C = \frac{Q}{\varphi}$. Bet, ja $\varphi_1 = 0$ un lādiņš $-Q$ atrodas bezgalībā, tad tāpat $C = \frac{Q}{\varphi}$. Šo pēdējo vadītāja kapacitāti, kas skaitliskā lieluma ziņā atšķiras no iepriekšējā gadījumā definētās kapacitātes, sauc par vadītāja paškapacitāti vai, īsāk sakot, par vadītāja kapacitāti.

Praksē vissvarīgākā kapacitāte ir tā, ko veido divas plakanas vai liektas paralēlas vadītāja virsmas. Tādu ierīci sauc par kondensatoru. Abus vadītājus, kurus atdala gaiss vai kāds cits dielektriķis, sauc par *kondensatora klājumiem*. Kondensatora kapacitāte ir abu tā klājumu savstarpējā kapacitāte.

SI sistēmā kapacitātes mērvienība ir **farads** (F). *1 F liela kapacitāte saskaņā ar izteiksmi (14-59) piemīt tādām kondensatoram, kurā uz viena klājuma ir elektriskais lādiņš 1 C un spriegums starp klājumiem 1 V.* Tātad $F = \frac{C}{V}$. Farads ir liela mērvienība, tāpēc praksē bieži lieto $1 \mu F = 10^{-6} F$ un $1 pF = 10^{-12} F$.

2. Saslēdzot kondensatorus ar kapacitātēm C_1, C_2, \dots, C_n paralēli (14-24. zīm. a), visas kondensatoru sistēmas kopējais spriegums U ir tikpat

liels kā atsevišķo kondensatoru spriegumi $U=U_1=U_2=\dots=U_n$. Kondensatoru sistēmas kopējo kapacitāti šajā gadījumā var atrast, summējot kondensatoru vienas plašu sistēmas lādiņus: $Q=Q_1+Q_2+Q_3+\dots+Q_n=U(C_1+C_2+C_3+\dots+C_n)=UC$. No šejienes slēguma kopējā kapacitāte C ir atsevišķo kapacitāšu summa

$$C=C_1+C_2+C_3+\dots+C_n. \quad (14-60)$$

Ja $C_1=C_2=C_3=\dots=C_n$, tad visu n vienādo un paralēli slēgto kondensatoru kopējā kapacitāte $C=n \cdot C_1$.

Kondensatorus ar kapacitātēm $C_1, C_2, C_3 \dots$ saslēdzot virknē (14-24. zīm. b) un pirmā kondensatora klājumam pievadot lādiņu $+Q$, uz tā otrā klājuma inducējas lādiņš $-Q$, bet uz otrā kondensatora pirmā klājuma inducējas lādiņš $+Q$. Šādi indukcijai pa kondensatoru virkni turpinoties, uz kondensatoru klājumiem neatkarīgi no to kapacitātēm inducējas skaitliski vienādi lādiņi $\pm Q$.

Šo lādiņu radītie kondensatoru spriegumi U_1, U_2, \dots, U_n tomēr ir dažādi. Uz slēguma spailēm spriegums

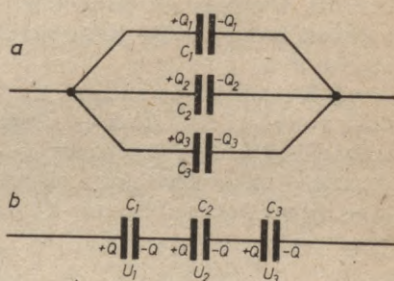
$$U=U_1+U_2+\dots+U_n=Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\dots+\frac{1}{C_n}\right)=\frac{Q}{C}, \quad (14-61)$$

no kurienes apgrieztā kopējā kapacitāte $\frac{1}{C}$ ir atsevišķo apgrieztu kapacitāšu summa:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\dots+\frac{1}{C_n}. \quad (14-62)$$

Ja visas kapacitātes vienādas, tad $\frac{1}{C}=\frac{n}{C_1}$ un $C=\frac{C_1}{n}$. Tātad, saslēdzot virknē n vienādus kondensatorus, slēguma kapacitāte salīdzinājumā ar viena kondensatora kapacitāti samazinās n reizes.

3. Elektriskās enerģijas izmantošanā ir vajadzīgi visdažādākā veida kondensatori. Izšķir stiprstrāvas kondensatorus (ar lielām kapacitātēm) un vājstrāvas kondensatorus (ar mazākām kapacitātēm). Stiprstrāvas tehnikā kondensatorus izmanto maiņstrāvas tīkla $\cos \varphi$ palielināšanai, pārsprieguma novēršanai pie slēdžiem, elektriskā tīkla sprieguma pulsāciju amplitūdas samazināšanai, taisngriežu filtros u. c. Vājstrāvas tehnikā kondensatorus izmanto svārstību kontūros, filtros (piemēram, kādas frekvenču joslas caurlaišanai vai noslāpēšanai), kontūru saišu veidošanā, maiņspriegumu fāzes maiņai, spriegumu svārstību izlīdzināšanai, āreju traucējumu novēršanai un daudziem citiem mērķiem. Kondensatori pēc formas ir ļoti dažādi, piemēram, plakani, cilindriski, zvanveida utt. Kondensatoru kapacitāte var būt nemainīga (*blok-kondensatori*) vai mainīga (*maiņkondensatori*). Pēdējos parasti ipašas dielektriskas vielas starp platēm nav, un tāpēc tos sauc par gaisa kondensatoriem. Kondensatorus vēl iedala pēc to dielektriķa: papīra, vizlas, plastmasu, elektrolītiskos kondensatorus u. c.



14-24. zīm.

4. **Kapacitāšu formulas.** a. Plakana kondensatora kapacitāte. Tā kā šajā gadījumā pēc izteiksmēm (14-16) un (14-35) $U=Ed=\frac{Q}{\epsilon\epsilon_0 S}d$, tad

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (14-63)$$

Plakana kondensatora kapacitāte ir tieši proporcionāla plates laukumam S , apgriezti proporcionāla plašu atstatumam d un atkarīga no dielektriskās konstantes ϵ .

b. Kondensatoram ar vairākiem paralēliem dielektriķu slāņiem, ja S — virsmas laukumi, d_i — slāņu biezumi, ϵ_i — relatīvās dielektriskās konstantes, Q — lādiņš, U un $U_i = E_i d_i = \sigma d_i / \epsilon_i \epsilon_0$ — kondensatora un tā dielektriķu slāņu spriegumi, E_i — slāņu lauka intensitātes, σ — lādiņu virsmas blīvums, kapacitāte

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma S}{\sum U_i} = \frac{\sigma S}{\sum \frac{\sigma d_i}{\epsilon_i \epsilon_0}} = \frac{\epsilon_0 S}{\sum \frac{d_i}{\epsilon_i}} \quad (14-63')$$

c. Kondensatoram ar n platēm, ja kopā ir savienotas 1., 3., 5., ... un 2., 4., 6., ... plates, kapacitāte $C = \frac{\epsilon\epsilon_0(n-1)S}{d}$.

d. Lodes paškapacitāte $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r$.

e. Sfēriskā kondensatora kapacitāte $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 Rr / (R-r)$, kur R — ārējās, bet r — iekšējās sfēras rādiuss.

f. Cilindriska kondensatora kapacitāte $C = 2\pi\epsilon\epsilon_0 l / \ln(R/r)$, kur l — garums.

g. Divvadu līnijas kapacitāte $C = \pi\epsilon\epsilon_0 l / \ln(a/R)$, kur l — garums, a — vadu atstatums, R — vadu rādiuss.

15. §. ELEKTRISKĀ ENERĢIJA

1. **Uzlādēta vadītāja enerģija.** Katram elektriski uzlādētam ķermenim piemīt elektriska enerģija, kas izsaka tā elektrisko lādiņu savstarpējo potenciālo enerģiju. To raksturo darbs (kāda cita patērētās enerģijas forma), kas jāpadara, šos lādiņus no bezgalības pārnesot uz ķermeni. Aprēķināsim to. Ja ķermeņa (vadītāja) kapacitāte ir C , potenciāls φ un pārējie ķermeņi ir tālu, tad, lai palielinātu tā lādiņu par dQ , ir jāpadara darbs $dA = -\varphi dQ = -\varphi C d\varphi$. Elektriskajam darbam dA ir mīnusa zīme tāpēc, ka lādiņa dQ pārvietošanas virziens ir pretējs elektriskā spēka virzienam. Saskaņā ar izteiksmi (14-29) elektriskā potenciālā enerģija palielinās par $dW = -dA = C\varphi d\varphi$. Norādītajā veidā uzlādējot ķermeni no lādiņa $Q=0$ un potenciāla $\varphi=0$ līdz lādiņam Q un potenciālam φ , tas iegūst elektrisko potenciālo enerģiju

$$W = -A = \int_0^{\varphi} dW = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C} \quad (14-64)$$

Ja uzlādētā ķermeņa tuvumā ir kādi citi uzlādēti ķermeņi, tad tam piemīt arī ķermeņu savstarpējā elektriskā potenciālā enerģija. Tā, piemēram, uzlādēta kondensatora elektriskā enerģija

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}, \quad (14-65)$$

kur $U = \varphi_1 - \varphi_2$ ir plāšu potenciālu starpība, Q — vienas plātes lādiņš.

2. **Elektriskā lauka enerģija.** Uzlādēta ķermeņa elektriskās potenciālās enerģijas izteiksme (14-64) neizsaka to būtisko faktu, ka uzlādēta ķermeņa elektriskā enerģija neatrodas pašā ķermenī (tur parasti tā ir relatīvi maza), bet gan tam apkārtējā *elektriskajā laukā*. Elektriski uzlādētu ķermeņu potenciālo enerģiju kā šo ķermeņu lādiņu elektriskā lauka enerģiju vispirms izteiksim uzlādēta *plakana kondensatora gadījumā*. Pārveidojot izteiksmi (14-65), dabūjam, ka

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{\varepsilon_0 E S E d}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (14-66)$$

kur $V = Sd$ ir plakanā kondensatora homogēnā elektriskā lauka tilpums. Vienas tilpuma vienības enerģija, t. i., **elektriskā lauka enerģijas blīvums**

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (14-67)$$

Ievērojot izteiksmi (14-57) un to, ka $\varepsilon = 1 + \kappa$ un $\kappa \varepsilon_0 E = P$,

$$\omega = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{EP}{2}. \quad (14-68)$$

Elektriskā lauka enerģija tilpuma vienībā dielektriķī ir vakuuma elektriskā lauka enerģijas blīvuma $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ un dielektriķa molekulu orientācijas un inducētās polarizācijas enerģijas blīvuma $\frac{EP}{2}$ summa. Izteiksmes (14-67) un (14-68) ir piemērojamas ne vien plakana kondensatora laukam, bet arī *citiem* elektriskajiem laukiem.

Ja $E \neq \text{const}$, tad tilpuma elementa dV elektriskā lauka enerģija $dW = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 dV}{2}$, bet *visa elektriskā lauka enerģija*

$$W = \int \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 dV}{2}. \quad (14-69)$$

3. Zinot uzlādētu ķermeņu savstarpējo elektrisko potenciālo enerģiju W un atvasinot to pēc ķermeņu savstarpējā pārvietojuma s , var atrast starp šiem ķermeņiem darbojošā elektriskā

spēka komponenti F_s pārvietojuma s virzienā. Ja, uzlādētajiem ķermeņiem pārvietojoties, to lādiņš Q nemainās, tad

$$F_s = \frac{dW}{ds} \quad (14-70)$$

Tā kā $dW < 0$, tad šis spēks vērsts potenciālās enerģijas samazināšanās virzienā. Bet, ja $U = \text{const}$, tad $dW > 0$, un, tā kā spēks ir tikpat liels un vērsts tajā pašā virzienā kā iepriekš, tad $F_s = -\frac{dW}{ds}$. Šo izteiksmi lietojot, protams, jāzina enerģijas W atkarība no pārvietojuma s . Tā, piemēram, plakana kondensatora gadījumā, atvasinot izteiksmi (14-66) pēc plašu attāluma d , dabūjam, ka

$$F = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2 S}{2} \quad (14-71)$$

Piemērs. Spriegums gaisā starp kondensatora ($d_1 = 5$ mm, $S = 1000$ cm²) platēm ir $U = 200$ V. Noteikt darbu, kādu padara elektriskie pievilkšanās spēki, ja plašu attālumu pamazina (tātad kapacitāti C palielina) 5 reizes, a) kondensatoru atvienojot no sprieguma U avota; b) kondensatoru atstājot pieslēgtu tam.

Ja kondensators atvienots no sprieguma avota, tad $Q = \text{const}$ un ārējais darbs $A_k' = -\Delta W' = \frac{Q_1^2}{2C_1} - \frac{Q_1^2}{2C_2} > 0$, t. i., ārējais darbs tiek darīts tikai uz kondensatora elektriskā lauka enerģijas rēķina, kas samazinās (jo $C_2 > C_1$).

Sprieguma avotam pieslēgta kondensatora gadījumā ($U = \text{const}$) tā elektriskā lauka enerģija turpretim palielinās:

$$\begin{aligned} \Delta W'' &= \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{Q_1^2}{2} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right) = \frac{C_1^2 U^2}{2} \left(\frac{d_1}{\epsilon_0 S} - \frac{d_2}{\epsilon_0 S} \right) = \\ &= \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d_1^2} (d_1 - d_2) = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1 \cdot 200^2}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} 4 \cdot 10^{-3} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ J} > 0. \end{aligned}$$

Tas, ka kondensators dara ārēju darbu A_k'' (atdod enerģiju ārienei vai pārvērš to plašu kinētiskajā enerģijā) un tomēr tā lauka enerģija palielinās, izskaidrojams ar to, ka arī sprieguma avots pie kondensatora dara darbu, pie tam divas reizes lielāku nekā kondensatora elektriskais lauks: $A_{av} = (Q_2 - Q_1)U = (C_2 - C_1)U^2 = 2\Delta W''$. Tātad kopējais ārējais darbs šajā gadījumā ir

$$\begin{aligned} A'' &= A_{av} + A_k'' = 2\Delta W'' - \Delta W'' = \frac{(C_2 - C_1)U^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S}{2} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) U^2 = \\ &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1}{2} \left(\frac{1}{10^{-3}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot 200^2 = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}. \end{aligned}$$

B. LĪDZSTRĀVA

15. NODAĻA

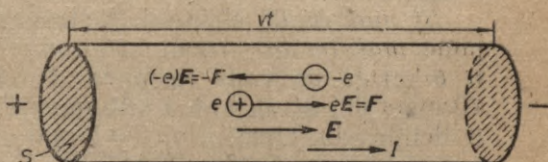
ELEKTRISKĀS STRĀVAS VISPĀRĪGIE LIKUMI

1. §. ELEKTRISKĀS STRĀVAS STIPRUMS UN BLĪVUMS

Šajā nodaļā aplūkosim elektriskās strāvas pamatlielumus un pamatlikumus. Nodaļas sākumā formulēsim šos likumus, balstoties uz elektriskās strāvas parādību novērojumiem. Nodaļas beigās aplūkosim arī šo likumu izrisinājumus elektronu teorijas ietvaros.

Vispār vielā var plūst elektriskā strāva tikai tad, ja 1) vielā eksistē elektriskais lauks un 2) vielā ir brīvi, pārvietoties spējīgi elektriskie lādiņi. Kā redzēsim šīs nodaļas 7. un 8. §, metālos elektrisko strāvu izraisa elektronu kustība. Nemetāliskās cietās vielās, piemēram, vārāmajā sāļi, var konstatēt arī ļoti vājas jonu strāvas.

1. Elektriskās strāvas stiprums. Vadītāja brīvo elektrisko lādiņu e pārvietošanās ceļonis vadītājā ir elektriskā lauka intensitāte E , kas darbojas uz vadītāja brīvajiem lādiņiem e ar spēku $F = eE$. Pieņemsim, ka šī spēka un kāda cita no ātruma atkarīga un pretēji vērsta «berzes spēka» ietekmē brīvo elektrisko lādiņu e kustība ir *vienmērīga*. Apzīmēsim brīvo lādiņu vidējo ātrumu ar \bar{v} un vadītāja tilpuma vienībā esošo brīvo lādiņu e skaitu ar n . Tad kopējais brīvais lādiņš šajā tilpumā $Q_1 = ne$. Laikā t brīvie lādiņi noiet ceļu $\bar{v}t$, tātad caur vada šķērs-griezumu S (15-1. zīm.) šajā laikā iziet visi brīvie elektriskie lādiņi, kuri atrodas vadītāja tilpumā $V = S \cdot \bar{v}t$, t. i., iziet elektriskais lādiņš



15-1. zīm.

$$Q = Q_1 V = neS\bar{v}t. \quad (15-1)$$

Konstantai strāvai strāvas stiprums I , kuru definē ar laika vienībā vada šķērsgriezumam S caurplūstošo elektrisko lādiņu, tāpēc ir šāds:

$$I = \frac{Q}{t} = neS\bar{v} = Q_1 S\bar{v}, \quad (15-2)$$

no kurienes $Q = It = neS\bar{v}t = Q_1 S\bar{v}t$.

Mainīga stipruma strāvu labāk raksturo momentānais strāvas stiprums $I = \frac{dQ}{dt} = Q_1 S\bar{v}(t)$, kur dQ ir laikā dt caurplūstošais

lādiņš un $\bar{v}(t)$ — brīvo lādiņu vidējais ātrums laika brīdī t . No šejienes laikā t caur vada šķērsgriezumu izplūdušais lādiņš $Q =$

$$= \int_0^t I dt = Q_1 S \int_0^t \bar{v}(t) dt.$$

Strāvas stipruma mērvienība SI sistēmā ir ampērs (A), kas ir viena no pamatvienībām. Ampērs ir tāda nemainīga strāva, kas, plūstot pa katru no diviem bezgalīgi gariem paralēliem vadiem ar bezgalīgi mazu šķērsgriezumu, kuri novietoti vakuumā 1 m attālumā viens no otra, rada $2 \cdot 10^{-7}$ N lielu mijiedarbības spēku uz katru garuma metru (sk. 19. nod. 1. §). Tā kā $I = Q/t$, tad ampērs ir kulons sekundē ($A = C/s$).

2. **Elektriskās strāvas blīvums j skaitliski ir vienāds ar strāvas stiprumu, kas plūst caur vada šķērsgriezuma laukuma vienību.** Ja vada šķērsgriezuma S dažādās vietās strāvas stiprums dI caur laukuma elementu dS ir *konstants* (kā tas ir, piemēram, līdzstrāvai un zemfrekvences maiņstrāvai), tad no izteiksmes (15-2) strāvas blīvumu j izsaka sakarība

$$j = \frac{I}{S} = n e \bar{v} = Q_1 \bar{v} = \text{const.} \quad (15-3)$$

Bet, ja strāvas blīvums j vada šķērsgriezumā S ir *mainīgs*, tad $j = \frac{dI}{dS} = n e \bar{v}$ un strāvas stiprums $I = \int_S j dS$. Strāvas blīvums j ir *vektoriāls* lielums, kura virziens vienāds ar pozitīvo lādiņu kustības virzienu. SI sistēmā elektriskās strāvas blīvuma mērvienība ir A/m^2 .

Ar *maksimālo* elektriskās strāvas blīvumu j_{max} nosaka pieļaujamo *maksimālo strāvas stiprumu* I_{max} elektriskajos vados; j_{max} ir atkarīgs no vada resnuma. Tievi vadi savas relatīvi lielākās virsmas dēļ ātrāk atdod siltumu nekā resni vadi, tāpēc tiem j_{max} ir lielāks. Ja, piemēram, $S = 1 \text{ mm}^2$, tad vara vadu gaisā var slogot ar $j_{max} = 12 \text{ A/mm}^2$, bet, ja $S = 50 \text{ mm}^2$, tad tikai ar $j_{max} = 3 \text{ A/mm}^2$, t. i., ar četras reizes mazāku strāvas blīvumu. Šeit jāpiezīmē, ka bieži dažādām elektriskās strāvas pretestībām pieļaujamā *maksimālā strāvas stipruma* I_{max} vietā uzrāda tajās atbilstīgo *maksimāli pieļaujamo jaudu* N_{max} vatos. Arī caur pusvadītāju taisngrieža sprostslāni (sk. 37. nod. 5. §) plūstošās *maksimālās strāvas stiprumu* nosaka ar *maksimālās strāvas blīvumu*. Tāpat arī lampu katodu termoelektronu emisijas spēju nosaka strāvas blīvums j , kas ir tieši proporcionāls 1 sekundē emitētam termoelektronu skaitam no katoda virsmas laukuma vienības.

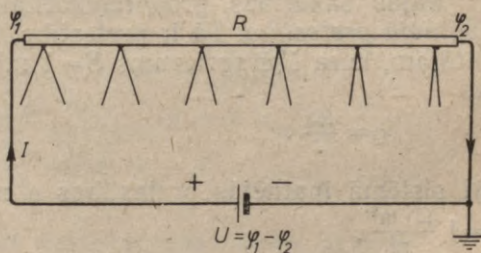
2. §. ELEKTRODZINĒJSPEKI. OMA LIKUMS. PRETESTĪBA

1. **Elektrodzinēj spēki.** Lai kādā vadītājā plūstu nemainīga elektriskā strāva, tad starp vadītāja galiem jāuztur nemainīga potenciālu starpība. Tas iespējams tikai tad, ja vadītāja katrā galā pie-

vadīto elektrisko lādiņu daudzumi ir vienādi ar aizvadīto lādiņu daudzumiem. Ierīces, kuras starp vadītāja galiem spēj uzturēt potenciāla starpību (spriegumu), sauc par elektriskā sprieguma jeb elektriskās strāvas ģeneratoriem, resp., avotiem. Elektriskās potenciālu starpības radišanai tajos izmanto spēkus, kas var elektriski neitrālā ķermenī atdalīt pozitīvos lādiņus no negatīvajiem un tā uzlādēt vienu ģeneratora daļu pozitīvi un kādu citu daļu — negatīvi. Šos spēkus sauc par elektrodzinējspēkiem. Tie, izņemot ķīmiskos spēkus, ir neelektriskas dabas spēki, piemēram, mehāniskie, termiskie, magnētiskie un citi spēki.

Saskaņā ar vispārpieņemto terminoloģiju par elektrodzinējspēku (EDS) saucsim ne pašu «+» un «-» lādiņus atdalošo spēku, bet tā radīto spriegumu, kas skaitliski vienāds ar šī spēka darbu pie $Q=1$ C liela lādiņa, to pārvietojot pa strāvas avota iekšieni no viena pola līdz otram polam. EDS apzīmē ar \mathcal{E} un mēra voltos. Praksē par elektrodzinējspēku sauc neslogota vai vāji slogota strāvas avota spaiļu spriegumu.

2. Potenciāla kritums vadītājā. Pieslēdzot elektriskā sprieguma U avotu kādam vadītājam, dabūjam noslēgtu elektriskās strāvas ķēdi, kas sastāv no strāvas avota un vadītāja (pretestības). Elektriskās strāvas I virzienā potenciāls vadītājā krītas no φ_1 līdz φ_2 . 15-2. zīmējumā attēlotajā mēģinājumā tas redzams no vadam piestiprināto zīdpapīra lapiņu atgrūšanās, kas strāvas virzienā samazinās. Potenciāla kritumu $\varphi_1 - \varphi_2$ vadītājā sauc par elektriskās ķēdes posma spriegumu U . Tā kā starp vadītāja galiem ir potenciālu starpība, tad strāvas vada iekšienē elektriskā lauka intensitāte $E \neq 0$.



15-2. zīm.

3. Oma likums. Vadītāja atomi, molekulas vai joni kavē brīvo lādiņu pārvietošanos, tā radot elektriskajai strāvai pretestību un veidojot sprieguma kritumu. Jo lielāks ir spriegums starp vadītāja galiem, jo ātrāk kustas brīvie lādiņi, tātad lielāks ir laika vienībā vada šķēsgriezumam caurejošo lādiņu skaits, resp., strāvas stiprums. Sīkāk vadītāja pretestības mehānismu brīvo lādiņu kustībai metālos aplūkosim šīs nodaļas 7. un 8. §. Vācu zinātnieks Oms 1827. gadā atklāja likumu, pēc kura spriegums U starp vada galiem ir tieši proporcionāls caur vada šķēsgriezumu izplūstošajam elektriskajam lādiņam sekundē, t. i., strāvas stiprumam I :

$$U = RI. \quad (15-4)$$

Tas ir Oma likums ķēdes posmam. Katram vadītājam raksturīgo proporcionalitātes konstanti R Oma likumā sauc par

elektriskās ķēdes posma pretestību. SI sistēmā elektriskās strāvas pretestību mēra omos (Ω). 1Ω ir tāda vadītāja pretestība, kura galiem pieliekot $1 V$ spriegumu tajā plūst $1 A$ stipra strāva.

Gadījumā, ja elektriskās ķēdes ārējā pretestība R ir ļoti liela salīdzinājumā ar elektriskās strāvas avota pretestību r (iekšējo pretestību), spriegums uz ārējās pretestības U ir vienāds ar elektrodzinējspēku (EDS): $U = \mathcal{E}$. Bet, ja R un r ir salīdzināmas kārtas lielumi, tad elektrodzinējspēks nespēj uz strāvas avota spailēm realizēt savu pilno vērtību \mathcal{E} . Tā samazinājums U_{ie} ir proporcionāls strāvas stiprumam I un iekšējai pretestībai r , t. i., $U_{ie} = Ir$. Rezultātā iegūstam, ka spaiļu spriegums

$$U = \mathcal{E} - Ir. \quad (15-5)$$

Šī sakarība izsaka Oma likumu pilnai ķēdei.

4. **Pretestība un īpatnējā pretestība.** Ja vada garums ir dl un šķērsriezums S , tad tā pretestība $dR = \frac{\rho dl}{S}$. Visam vadam ar garumu l un mainīgu šķērsriezumu S pretestība

$$R = \int_l dR = \rho \int_l \frac{dl}{S}. \quad (15-6)$$

Ja $S = \text{const}$, tad

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (15-7)$$

Sajās sakarībās proporcionalitātes koeficients ρ ir vadītāja īpatnējā pretestība. Tā ir pretestība, kas piemīt $l=1$ m garam vadītājam, kura šķērsriezums $S=1$ m². No izteiksmes (15-7) izriet, ka

$$\rho = \frac{RS}{l}. \quad (15-8)$$

SI sistēmā īpatnējās pretestības ρ mērvienība ir $\Omega \cdot m$. $1 \Omega \cdot m = = 1 \frac{\Omega \cdot m^2}{m}$.

5. **Vadīspēja un īpatnējā vadīspēja.** Vadītāja pretestības apgrieztais lielums $\frac{1}{R}$ ir vadītāja elektriskā vadīspēja. To mēra sīmensos (S). $1 S$ vadīspēja ir tādām vadītājam, kura pretestība ir 1Ω ($S = \frac{1}{\Omega}$).

Īpatnējās pretestības apgriezto lielumu sauc par vadītāja īpatnējo elektrisko vadīspēju:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}. \quad (15-9)$$

Īpatnējās vadīspējas mērvienība SI sistēmā ir $\frac{1}{\Omega \cdot m}$. Jāatzīmē, ka monokristālisku vielu elektriskā pretestība un vadīspēja dažādos virzienos ir dažāda.

6. Vadam ar bezgalīgi mazu garumu dl un galīgu šķērsgrīzumu S Oma likums ir šāds:

$$I = \frac{dU}{dR}. \quad (15-10)$$

Ievietojot šajā izteiksmē $dU = Edl$, $dR = \frac{\rho dl}{S}$ un dalot to ar S , dabūjam, ka

$$j = \frac{I}{S} = \frac{Edl}{\frac{\rho dl}{S} \cdot S} = \frac{E}{\rho} = \gamma E. \quad (15-11)$$

Strāvas blīvums j vadītājā ir tieši proporcionāls elektriskā lauka intensitātei E . Ja lauks ir homogēns, tad $E = U/l$ un $j = \frac{\gamma U}{l}$. Sakarības (15-10) un (15-11) sauc par **Oma likumu diferenciālā formā**.

Piemērs. Aprēķināt strāvas iekšējo noplūdi $l = 200$ m garā cilindriskā kabelī ar rādiusiem $r_1 = 0,20$ cm un $r_2 = 0,54$ cm, ja spriegums U starp tā centrālo vadu un metālisko apvalku ir 380 V un izolācijas īpatnējā pretestība $\rho = 10^7 \Omega \cdot \text{m}$.

Kabeļa centrālā vada un apvalka izolācija ir vads ar mainīgu šķērsgrīzumu $S = 2\pi r l$, kuram pēc izteiksmes (15-6) pretestība

$$R = \rho \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{S} = \frac{\rho}{2\pi l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Pamatojoties uz Oma likumu, strāvas noplūde caur šo pretestību

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot 2\pi l}{\rho \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{380 \text{ V} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 200 \text{ m}}{10^7 \Omega \cdot \text{m} \left(\ln \frac{0,54}{0,20} \right)} = 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ A}.$$

3. §. ELEKTRISKĀS STRĀVAS VADĪTĀJU (PRETESTĪBU) ĪPAŠĪBAS

1. Elektrisko vadu galvenie uzdevumi ir 1) pārvadīt elektrisko enerģiju, 2) pārveidot elektrisko enerģiju citos enerģijas veidos, 3) mainīt strāvas stiprumu ķēdē.

Elektriskās enerģijas pārvadei vislabākie ir cietie un mīkstie elektrolītiskā vara vadi. Ja vadam $S = 1 \text{ mm}^2$, tad 1 m gara vara vada pretestība $R = 0,0175 \Omega$, bet tādām 1 kg smagam ($l = 110$ m garam) vara vadam pretestība ir 2Ω . Lieto arī mehāniski cietākus misiņa, bronzas un nocinkotas dzelzs (tērauda) vadus. Dzelzs īpatnējā pretestība ir aptuveni 6 reizes lielāka nekā vara. Parasti varu aizstāj cietais vai mīksts alumīnijs, kura īpatnējā pretestība ρ ir gan 1,5 reizes lielāka nekā varam, bet īpatnējais svars turpretim 3,3 reizes mazāks.

Pārvēršot elektrisko enerģiju siltuma enerģijā, līdz 1000°C temperatūrai lieto fehrala (Fe+Cr+Al) un nihromā ($2/3 \text{ Ni}$,

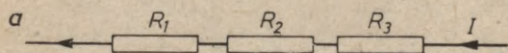
1/6 Cr, 1/6 Fe) vadus. Nihroma īpatnējā pretestība $\rho \approx 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$. Augstākas temperatūras gadījumos (piemēram, kvēlspuldzēs) lieto volframa vadus.

Vadus parasti *nostiprina* uz keramiskiem vai porcelāna izolatoriem. *Lielu pretestību* izgatavošanai lieto ogli, silīcija karbīda vai dažādu jauktu vielu presmasas. Mērinstrumentu pretestības izgatavo no noturīgiem platīna, sudraba, niķeļa, vara un citu metālu sakausējumiem.

Elektriskās strāvas maiņai un citiem uzdevumiem lieto pastāvīgas vai maināmas (slīdes, kloķa un tapiņu reostati) pretestības.

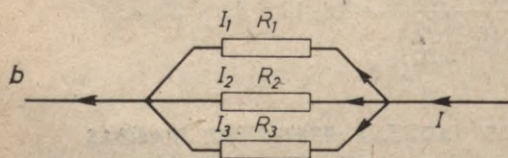
Pretestību rāksturo 1) tās vērtība omos, 2) pretestības iespējamā novirze no uzdotās vērtības (piemēram, vājstrāvas tehnikā tā var būt $\pm 20\%$), 3) maksimālā strāva (parasti uzdod maksimālo jaudu, bet lielām pretestībām — arī maksimālo spriegumu, jo citādi, piemēram, ogles pretestībās, pie lieliem spriegumiem starp ogles graudiņiem izveidojas elektriskais loks un pretestība sadeg), 4) pretestības termiskais koeficients, 5) pretestības atkarība no ārējiem apstākļiem (lietošanas laika, mitruma, temperatūras u. c.) un 6) induktivitāte un kapacitāte (jo pretestībai pie augstām maiņsprieguma frekvencēm piemīt arī induktīvā un kapacitatīvā pretestība).

2. Ja vairākas pretestības R_1, R_2, R_3, \dots savienotas virknē (15-3. zīm. a), tad strāvas stiprums I visās pretestībās šajā gadījumā ir viens un tas pats, bet spriegumi sadalās tieši proporcionāli pretestībām R_1, R_2, \dots . Kopējais spriegums $U = U_1 + U_2 + \dots = IR_1 + \dots = I(R_1 + R_2 + \dots) = IR$. Tātad kopējā pretestība ir atsevišķo pretestību summa:



$R = R_1 + R_2 + \dots$

$$R = R_1 + R_2 + \dots \quad (15-12)$$



Slēdzot pretestības paralēli (15-3. zīm. b), spriegums U uz visām pretestībām ir viens un tas pats. Strāvas stiprums nesazarotajā ķēdes daļā vienāds ar paralēlos zarus plūstošo strāvu stiprumu summu: $I = I_1 + I_2 + \dots = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \right) = \frac{U}{R}$, t. i., kopējā vadītspēja $\frac{1}{R}$ ir vienāda ar zaru vadītspēju summu:

15-3. zīm.

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (15-13)$$

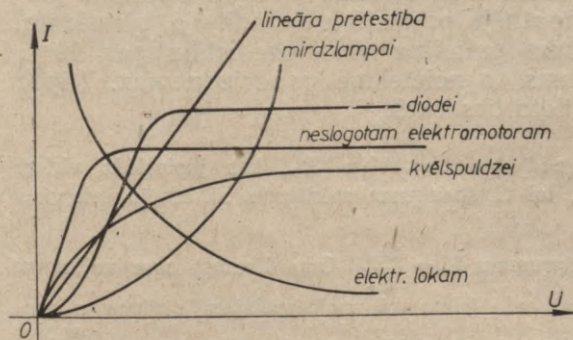
Strāvas stiprumi zarus sadalās apgriezti proporcionāli to pretestībām.

3. Vadītāja pretestību R atkarībā no temperatūras t ne pārāk lielā temperatūras intervālā var aptuveni novērtēt ar izteiksmi

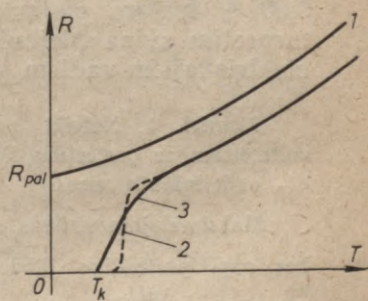
$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (15-14)$$

kur t — vadītāja pretestības temperatūra pēc Celsija skalas, R_0 — pretestība 0°C temperatūrā un α — pretestības termiskais koeficients, t. i., skaitlis, kas rāda, par kādu daļu mainās pretestība, ja temperatūra mainās par 1 K. Metāliem Cu, Pb, Al $\alpha \approx 0,004 \text{ K}^{-1} \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$, Fe — $\alpha = 0,0045 \div 0,006 \text{ K}^{-1}$, nihromam $\alpha = 0,0002 \text{ K}^{-1}$, konstantānam $\alpha = 0,000004 \text{ K}^{-1}$. Vispār metāliem $\alpha > 0$. Pēc izteiksmes (15-14), dzelzs pretestība 1000°C temperatūrā ir 6 reizes lielāka nekā 0°C temperatūrā, bet konstantāna pretestība šajā temperatūras intervālā izmainās tikai par 0,4%. Daudzos aparātos vajadzīgs, lai pretestība nebūtu atkarīga no temperatūras, bet pretestības termometros, bolometros (lieto starojumu intensitātes mērīšanai) un citur tieši ir svarīga liela pretestības mainīšanās atkarībā no temperatūras. Tuvojoties absolūtajai nullei, pretestība parasti netuvojas nullei, bet tuvojas kādai t. s. *paliekošai pretestībai* (sk. 15-5. zīm.).

Vadītāju, kura pretestību neietekmē tajā plūstošā strāva, t. i., kurš pakļaujas Oma likumam $R = \frac{U}{I} = \text{const}$, sauc par *lineāru pretestību*. Tās voltampēru raksturlīkne [t. i., sakarība $I = I(U)$] ir taisne. *Nelineārai pretestībai* $R = \frac{U}{I} \neq \text{const}$. Strāvas stipruma atkarību no sprieguma dažās nelineārās pretestībās attēlo to voltampēru raksturlīknes 15-4. zīmējumā.



15-4. zīm.



15-5. zīm.

4. Holandiešu fiziķis Kamerlings-Onness 1911. gadā atklāja, ka daudzām vienkāršām vielām (Pb, Sn, Hg u. c.) kādā noteiktā temperatūrā, kura atrodas temperatūras intervālā no 0 K līdz 10 K, pēkšņi zūd pretestība (15-5. zīm. līkne 2). Tā kā šādā gadījumā tās elektriskā vadītspēja tiecas uz bezgalību, tad šo parādību nosauca par **supravadišanu**. Vienkāršām vielām šī fāzu pāreja norisinās strauji ($\approx 1/1000$ kelvina robežās), bet sakausējumiem parasti lēnāk (sk. 15-5. zīmējumā līkni 3). Padomju fiziķis Bogolubovs un amerikāņu zinātnieki Kupers un Bardins šīs

parādības izcelšanos nesēn izskaidroja ar saistītu elektronu pāru izveidošanos, kur abiem elektroniem ir pretēji kustības daudzumi un pretēji spini (21. nod. 2. §). Šos elektronu pārus atomu režģa termiskās svārstības un režģa defekti vairs neizkaidē, tātad vielai elektriskās strāvas pretestība vairs nepiemīt.

5. Elektrisko vadītspēju ietekmē arī vada deformācija: stiepe un liece. To izmanto, piemēram, mašīnu detaļu slodzes noteikšanā: slogotai mašīnas detaļai pielīmē plakanā spirālē salocītu stiepli, kuras pretestība mainās tieši proporcionāli slodzei. Izmērot pretestības maiņu, nosaka slodzi un deformāciju.

6. Magnētiskajā laukā metāla pretestība parastās temperatūrās mainās maz. Tomēr dažām vielām, piemēram, bismutam, tā mainās tik stipri, ka, izmantojot mazas bismuta spirāles pretestības maiņu magnētiskajā laukā, var izmērīt magnētiskā lauka intensitāti. Zemās temperatūrās un stipros magnētiskajos laukos vadītāja elektriskās pretestības relatīvās maiņas var būt ļoti lielas.

7. Pretestība vienkāršām vielām ir atkarīga no piejaukumiem, pie tam pretestības maiņa ir tieši proporcionāla piejaukumu procentuālajam daudzumam, ja tas ir mazāks par 2%. Tā, piemēram, dzelzij piejaucot nedaudz vara, kas ir labāks vadītājs, tā pretestība tomēr aug. Šāda parādība izskaidrojama ar to, ka piejaukumu vielas atomi izveido atomu režģī defektīvas vietas. Šajās vietās norisinās strāvas elektronu biežas sadursmes ar atomu režģi, kas arī ir pretestības cēlonis. Dažādu elementu piejaukumi izmaina vielas īpatnējo pretestību dažādi. Tā, piemēram, 0,001% fosfora piejaukuma palielina vara pretestību par 10%, turpretim svina piejaukums to neietekmē gandrīz nemaz. Tāpēc elektriskajiem vadiem jālieto tīrs varš.

Piemēri. 1. Noteikt papildpretestību R_p , kas jāpieslēdz virknē voltmetram ar pretestību R_v , lai tā sprieguma mērīšanas sākotnējo intervālu U_m palielinātu n reizes.

Maksimālajam strāvas stiprumam $I_m = \frac{U_m}{R_v}$ (Oma likums) caur voltmetru bez papildpretestības jābūt tikpat lielam kā maksimālajam strāvas stiprumam $I_m = \frac{nU_m}{R_p + R_v}$ caur voltmetru ar papildpretestību. No šejienes $\frac{U_m}{R_v} = \frac{nU_m}{R_p + R_v}$ un

$$R_p = (n-1)R_v. \quad (15-15)$$

Skaitliski, ja $R_v = 3000 \Omega$, $U_m = 300 \text{ V}$ un ar voltmetru vēlamies mērīt spriegumus līdz 6000 V, tad, tā kā $n = \frac{6000}{300} = 20$, jāņem $R_p = 19 \cdot 3000 = 57\,000 \Omega$.

2. Noteikt šunta, t. i., paralēli pieslēdzamās pretestības lielumu R_s ampērometram ar skalas maksimālo vērtību I_m , lai ar to varētu mērīt n reizes stiprāku strāvu nI_m . Ampērometra pretestība ir R_a .

Ja pieslēgts šunts, tad maksimālais strāvas stiprums nesazarotajā ķēdes

daļā ir n reižu lielāks par maksimālo strāvas stiprumu I_m bez šunta. Bet abos gadījumos caur ampērmetru plūstošo strāvu maksimālie stiprumi ir vienādi. Tātad, ja pieslēgts šunts, caur ampērmetru plūst strāva I_m un caur šuntu $(n-1) I_m$. Paralēli slēgtās pretestībās strāvu stiprumi ir apgriezti proporcionāli pretestībām, t. i., $\frac{I_m}{(n-1)I_m} = \frac{R_s}{R_a}$, no kurienes

$$R_s = \frac{R_a}{n-1}. \quad (15-16)$$

Ja, piemēram, miliampērometram $I_m = 150$ mA, $R_a = 0,01 \Omega$ un vēlamies ar to mērīt līdz 7,5 A stipras strāvas, tad $n = \frac{7500}{150} = 50$ un pēc izteiksmes (15-16)

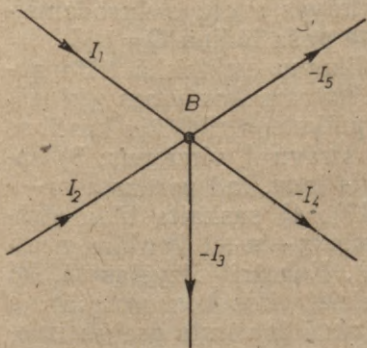
$$R_s = \frac{0,01 \Omega}{49} = 0,00020 \Omega.$$

4. §. KIRHHOFA LIKUMI

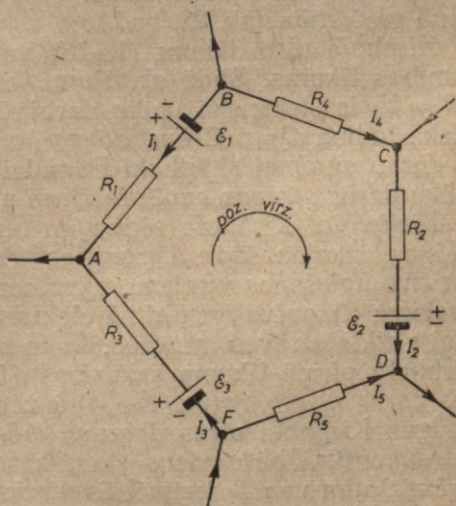
1. Kirhhofa pirmais likums: ja elektriskās strāvas ir konstantas vai tām nav visai augsta frekvence, tad kādā elektriskās strāvas sazarojumā (mezglā) pieplūstošo un no tā aizplūstošo strāvu stiprumu summas ir vienādas. Šāds secinājums izriet no elektrisko lādiņu nezūdamības likuma.

15-6. zīmējumā attēlotajam mezglam B Kirhhofa pirmais likums ir $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$ jeb $I_1 + I_2 + (-I_3) + (-I_4) + (-I_5) = 0$. Uzskatot mezglam pieplūstošās strāvas par pozitīvām un no tā aizplūstošās strāvas par negatīvām, Kirhhofa pirmajam likumam ir šāds vispārīgais veids:

$$\sum_i I_i = 0. \quad (15-17)$$



15-6. zīm.



15-7. zīm.

2. Kirhhofa otrais likums attiecas uz noslēgtu elektriskā tīkla ķēdi (kontūru), kura bez lineārām pretestībām satur arī elektriskās strāvas avotus (15-7. zīm.). Kontūra posmu no viena sazarojuma līdz nākamajam sauc par zaru. Pieņemsim, ka 15-7. zīmējumā attēlotā kontūra zaros ieslēgto strāvas avotu elektrodzinēj-spēki ir $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3$, zaru pretestības — R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 , zaros plūstošo strāvu stiprumi — I_1, I_2, I_3, I_4 un I_5 un strāvas sazarojumu potenciāli — $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$ un φ_F . Atsevišķiem zariem Oma likumi ir

$$\varphi_A - \varphi_B = -I_1 R_1 - (-\mathcal{E}_1),$$

$$\varphi_B - \varphi_C = I_4 R_4,$$

$$\varphi_C - \varphi_D = I_2 R_2 - (-\mathcal{E}_2),$$

$$\varphi_D - \varphi_F = -I_5 R_5,$$

$$\varphi_F - \varphi_A = I_3 R_3 - \mathcal{E}_3.$$

Šis vienādības saskaitot, dabūjam, ka kreiso pušu summa ir vienāda ar nulli. Labo pušu summu pielīdzinot nullei, dabūjam vienādību

$$-I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_2 R_2 - I_5 R_5 + I_3 R_3 = -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3.$$

Šī sakarība izsaka Kirhhofa otro likumu, kura vispārīgais veids ir šāds:

$$\sum_i (I_i R_i) = \sum_i \mathcal{E}_i. \quad (15-18)$$

Kontūra zaru strāvas stiprumu un pretestību reizinājumu, t. i., spriegumu summa ir vienāda ar elektrodzinēj-spēku summu. Maiņstrāvas gadījumā zara omiskās pretestības R vietā jāņem zara pilnā pretestība (sk. 22. nod.).

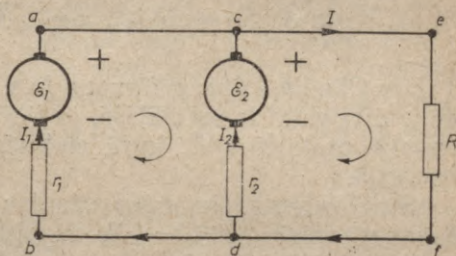
Kirhhofa otro likumu (15-18) var izrisināt no enerģijas nezūdamības likuma. Šādā skatījumā tā kreisajā pusē esošie lielumi $I_i R_i = U_i$ ir elektriskā lauka darbi (Džoula siltumi) strāvas elektriskā lādiņa $Q=1$ C kustībā pa kontūra zariem, bet labā pusē ir šo darbu summai skaitliski vienāda strāvas avotu elektrodzinēj-spēku darbs strāvas avotu iekšienē pie tā paša lādiņa $Q=1$ C.

Pielietojot Kirhhofa pirmo un otro likumu elektriskā tīkla aprēķinos, rīkojas šādi: 1) izvēlas tīkla katram kontūram (ķēdei) pozitīvo apiešanas virzienu, piemēram, pulksteņa rādītāju kustības virzienu; 2) patvaļīgi iezīmē elektrisko strāvu I_i virzienus; 3) saskaīta tīkla strāvas mezglus. Ja to skaits ir m , tad uzraksta $m-1$ Kirhhofa pirmā likuma sakarības (15-17); 4) saskaīta tīkla strāvas zarus. Ja to skaits ir n , tad uzraksta $n-m+1$ kontūru neatkarīgus Kirhhofa otros likumus (15-18). Kontūri jāizvēlas tā, lai katrā kontūrā būtu viens zars, kas neieiet citos kontūros; 5) ja strāvas stipruma I_i iezīmētais virziens zarā ir vērsts pretim izvēlētajam ķēdes pozitīvajam apiešanas virzienam, tad reizinājumu

$I_i R_i$ ņem ar mīnusa zīmi; 6) ja aprēķinātie zaru elektriskās strāvas stiprumi I_i ir negatīvi, tad secina, ka strāva šajā ķēdes zarā plūst pretējā virzienā, nekā sākumā iezīmēts. Ja zara pretestība R_i iznāk negatīva, tad jāmaina šajā zarā iezīmētais strāvas virziens un aprēķini jāatkārto; 7) elektrodzinēj spēku \mathcal{E}_i pieņem par pozitīvu, ja, ejot caur strāvas avotu izvēlētajā pozitīvajā kontūra virzienā, potenciāls palielinās (t. i., ja iet no strāvas avota «-» pola uz «+» polu), bet par negatīvu, ja potenciāls pazeminās (t. i., ja iet no «+» uz «-» polu).

Piemērs. Divi strāvas avoti, kuru elektrodzinēj spēki ir $\mathcal{E}_1=2$ V un $\mathcal{E}_2=1,5$ V, bet iekšējās pretestības $r_1=0,05$ Ω un $r_2=0,2$ Ω , ieslēgti ķēdē paralēli. Caur slodzes pretestību R plūst 4 A stipra strāva. Aprēķināt strāvu stiprumus katrā ģeneratorā I_1 un I_2 un slodzes pretestību R .

Pēc Kirhhofa pirmā likuma punktā c (15-8 zīm.) $I=I_1+I_2$. Tā kā zaru skaits $n=3$, mezglu skaits $m=2$ un $n-m+1=2$, tad tiklam ir viena Kirhhofa pirmā likuma sakarība $I_1+I_2=I$ un divas Kirhhofa otrā likuma sakarības. Kontūriem $acdba$ un $cefdc$ tās ir šādas: $I_1 r_1 - I_2 r_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ un $I_2 r_2 + IR = \mathcal{E}_2$. Ievietojot pirmajā vienādojumā $I_1 = I - I_2$, dabūjam, ka



15-8. zīm.

$$I_2 = \frac{I r_1 - (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{r_1 + r_2} = \frac{(4 \cdot 0,05 - 2 + 1,5) \text{ V}}{(0,05 + 0,2) \Omega} = -1,4 \text{ A.}$$

Tātad caur ģeneratoru ar elektrodzinēj spēku \mathcal{E}_2 strāva plūst pretējā virzienā, nekā ir iezīmēts. Tas nozīmē, ka ģeneratora \mathcal{E}_1 strāva šajā zarā ir stiprāka par ģeneratora \mathcal{E}_2 strāvu. Šo parādību izraisa abu elektrodzinēj spēku starpība un ģeneratoru mazā iekšējā pretestība. Tālāk

$$I_1 = I - I_2 = 4 \text{ A} - (-1,4) \text{ A} = 5,4 \text{ A.}$$

No \mathcal{E}_2 un $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ izteiksmēm iegūstam, ka slodzes pretestība

$$R = \frac{\mathcal{E}_2}{I} - \frac{I_2 r_2}{I} = \frac{\mathcal{E}_2}{I} - \frac{I_1 r_1 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{I} = \frac{1,5 \text{ V}}{4 \text{ A}} - \frac{(5,4 \cdot 0,05 - 2 + 1,5) \text{ V}}{4 \text{ A}} = 0,3175 \Omega.$$

5. §. ELEKTRISKĀS STRĀVAS ENERĢIJA. DŽOUĻA—LENCA LIKUMS

1. Džoula—Lenca likums. Elektriskā enerģija ir elektrisko lādiņu savstarpējā potenciālā enerģija. Pozitīviem lādiņiem pārvietojoties no pozitīvā potenciāla vietas negatīvā potenciāla virzienā, to potenciālā enerģija samazinās. Tas pats notiek ar pretējā virzienā kustošiem elektroniem. Lādiņiem pārvietojoties vadītājā, to

elektriskā potenciālā enerģija pārvēršas kinētiskajā enerģijā, kura pēc īsa brīža lādiņu sadursmēs ar vadītāja atomiem un joniem var pārvērsties atomu kinētiskajā enerģijā, t. i., siltuma enerģijā un citos enerģijas veidos. Tas ir elektriskās strāvas enerģijas veida nav. Elektriskās strāvas enerģija ir elektriskās strāvas darbs, kas izsaka tiklab elektriskās strāvas lādiņu zaudēto elektrisko potenciālo enerģiju, kā arī lādiņu iegūto tikpat lielo kinētisko enerģiju, vadītājā attīstīto siltuma, ķīmisko, magnētiskā lauka un citu veidu enerģiju. Ja caur miera stāvoklī esošu vadītāju, starp kura galiem ir spriegums U , laikā t izplūst lādiņš $Q=It$ ($I=\text{const}$), tad, ievērojot izteiksmes (14-34) un (15-4), elektriskās strāvas darbs (pretestībā R radītais siltuma daudzums Q_s)

$$A=Q_s=UQ=UIt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t. \quad (15-19)$$

Tas ir *Džoula—Lenca likums*, kas pierakstīts vairākos veidos. Pēdējie divi veidi ir speciālāki, jo tie izsaka elektriskās strāvas darbu omiskā pretestībā R , kurā elektriskā enerģija pārvēršas siltuma enerģijā.

Strāvas enerģiju mēra džoulos ($1\text{ J}=1\text{ C}\cdot 1\text{ V}$). Bez tam lieto šādas vienības: $3600\text{ J}=1\text{ W}\cdot\text{h}$, $360\,000\text{ J}=1\text{ hW}\cdot\text{h}$ un $3\,600\,000\text{ J}=1\text{ kW}\cdot\text{h}$. Elektriskās strāvas darbu mēra, piemēram, ar elektriskās strāvas enerģijas (darba) skaitītāju.

Lietojot Džoula—Lenca likumu, izvēlamies to pieraksta veidu, kurā viens lielums (U , I vai R) ir konstants. Tā virknē slēgtās pretestībās $R=R_1+R_2$ konstants ir strāvas stiprums, tāpēc no sakarības $I^2Rt=I^2R_1t+I^2R_2t$ spriežam, ka lielāks Džoula siltums attīstās lielākā pretestībā. Parāli slēgtām pretestībām kopējs ir spriegums U , tāpēc no sakarības $\frac{U^2}{R}t=\frac{U^2}{R_1}t+\frac{U^2}{R_2}t$ secinām, ka lielāks Džoula siltums izdalās mazākā pretestībā.

2. Elektriskās strāvas vads ne vien sasilst pēc Džoula—Lenca likuma, bet arī *atdziest* pēc Ņūtona atdzišanas likuma $Q_a=-\alpha_T\Delta TS_vt$. Šeit Q_a ir vada atdotais siltums laikā t , α_T — vada siltuma atdeves koeficients, ΔT — vada un apkārtējās vides temperatūras starpība, S_v — vada virsmas laukums un t — dzišanas laiks. Izmantojot abu siltumu Q_s un Q_a bilanci $I^2Rt=-\alpha_T\Delta TS_vt$, ja vadā plūst nemainīga stipruma strāva I , var atrast vada un apkārtnes temperatūras starpību $\Delta T=\frac{I^2R}{\alpha_T S_v}$.

3. **Diferenciālais Džoula—Lenca likums** izsaka elektriskās strāvas attīstīto siltumu dQ_s bezgalīgi mazā tilpumā $dV=Sdl$ laikā dt . Ievērojot, ka $I=\frac{dU}{dR}$, $dU=Edl$, $dR=\frac{\rho dl}{S}$, $\rho=\frac{1}{\gamma}$ un $j=\gamma E$, izteiksme (15-19) pārveidojama šādi:

$$dQ_s=I^2dRdt=\left(\frac{dU}{dR}\right)^2dRdt=\frac{(Edl)^2S}{\rho dl}dt=\gamma E^2dVdt=\frac{j^2}{\gamma}dVdt. \quad (15-20)$$

Tas ir Džoula—Lenca likums *diferenciālā formā*. Tilpuma vienībā laikā dt attīstītais siltums $dq_s = dQ_s/dV = \frac{j^2}{\gamma} dt$.

Visā tilpumā V laikā t izdalītais siltums $Q_s = \int_0^t dt \int_V \frac{j^2}{\gamma} dV$. Ja elektriskais lauks vadītājā ir *homogēns*, tad, ievietojot dV vietā Sl un ievērojot, ka $j = \frac{I}{S}$ un $\gamma = \frac{l}{RS}$, no izteiksmes (15-20) dabūjam, ka $Q_s = \int_0^t I^2 R dt$. No šejienes, ja I un R nav atkarīgi no laika, dabūjam izteiksmi (15-19).

4. Elektriskās strāvas radīto siltumu mūsdienu tehnikā plaši izmanto pretestības, loka ($I \approx 100\,000$ A) un indukcijas krāsnīs, sildaparātos, kvēlspuldzēs, elektriskajos drošinātājos u. c. Daudzos gadījumos elektriskās strāvas attīstītais siltums ir kaitīgs: tā dēļ rodas zudumi elektriskās enerģijas pārvadē un notiek elektromotoru un transformatoru pārkaršana, kas bojā to izolāciju. Sakaršana bojā arī pusvadītāju sprostsplāni un izmaina elektrisko shēmu darba režīmu.

Piemērs. Pretestībā R elektriskās strāvas stiprums I laikā $t_m = 10$ s vienmērīgi samazinās no $I_m = 4$ A līdz nullei. Noteikt pretestību R , ja šajā laikā izdalās siltuma daudzums $Q_s = 100$ J.

Vienmērīgi dilstošo elektriskās strāvas stiprumu I var izteikt šādi: $I = I_m - at$. Šajā izteiksmē ievietojot $t = 0$, tiešām $I = I_m$. Konstanti a dabū no nosacījuma, ka brīdī $t = t_m$ strāva $I = 0 = I_m - at_m$. No šīs vienādības atrodam, ka $a = I_m/t_m$. Tāpēc $I = I_m - \frac{I_m}{t_m} t$ un strāvas attīstītais siltums $Q_s =$

$$= \int_0^{t_m} \left(I_m - \frac{I_m}{t_m} t \right)^2 R dt, \text{ no kurienes}$$

$$R = \frac{Q_s}{I_m^2 \int_0^{t_m} \left(1 - \frac{t}{t_m} \right)^2 dt} = \frac{3Q_s}{I_m^2 t_m} = \frac{3 \cdot 100}{4^2 \cdot 10} = 1,85 \, \Omega.$$

6. §. ELEKTRISKĀS STRĀVAS JAUDA

1. *Elektriskās strāvas jauda ir strāvas darbs laika vienībā*, t. i., elektriskās enerģijas un citu enerģijas formu apmaiņas straujums. Nemainīgai elektriskai strāvai jauda

$$N = \frac{A}{t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (15-21)$$

Pēdējie divi pieraksta veidi izsaka jaudu omiskā pretestībā R , t. i., vienā laika vienībā attīstīto siltumu. Jaudas mērvienība ir **v a t s**

(1 W = 1 V · 1 A). 1 kilovats (kW) = 10³ W. Jaudu mēra ar vatmetriem.

2. Elektriskās strāvas avota lietderības koeficients ir ārējās ķēdes darba A_a vai jaudas N_a un strāvas avota pilnā darba A vai pilnās jaudas N attiecība. Elektriskās ķēdes pilnā pretestība ir $R+r$, tāpēc elektriskās strāvas avota lietderības koeficients

$$\eta_a = \frac{A_a}{A} = \frac{N_a}{N} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{IU}{I\mathcal{E}} = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R+r}. \quad (15-22)$$

$\eta_a = 1$, ja $r = 0$.

Tā kā $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$, tad ķēdes ārējā posmā jauda

$$N_a = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}. \quad (15-23)$$

Ķēdes ārējā posmā jauda, kā redzam, ir atkarīga kā no ārējās, tā arī no iekšējās pretestības. Jaudas maksimumu ķēdes ārējā posmā atkarībā no ķēdes pretestībām atrod, jaudas izteiksmi (15-23) atvasinot pēc ārējās pretestības R un pielīdzinot nullei.

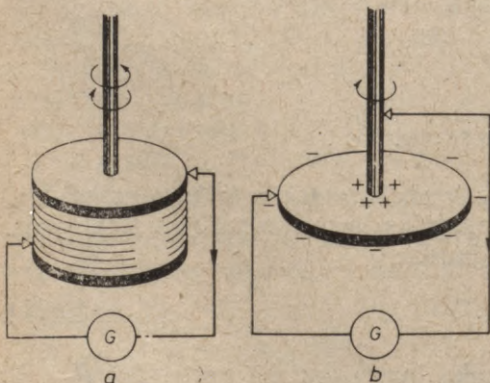
$\frac{d}{dR} \left[\frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2} \right] = 0$, no kurienes $\mathcal{E}^2 (R+r)^2 - 2(R+r) \mathcal{E}^2 R = 0$ un $R=r$.

Ārējā ķēdes posmā jauda ir maksimālā, ja ārējā pretestība ir vienāda ar iekšējo pretestību. Šajā gadījumā $\eta_a = 1/2$.

7. §. METĀLU KLASISKĀ ELEKTRONU TEORIJA

1. Brīvo elektronu eksistence metālos. Metālu labo elektrisko un siltuma vāditspēju, plastiskumu, magnētiskās un citas īpašības galvenokārt nosaka metālos esošie brīvie elektroni. To, ka metālos tiešām atrodas šādi brīvi pa visu metālu pārvietoties spējīgi elektroni, liecina daudzi novērojumi.

Mandelštama — Papaleksi eksperimentā (1913. g.)



15-9. zīm.

tika novērota periodiska potenciālu diferences rašanās spolē (15-9. zīm. a), ja tā ap savu asi izdarīja griešanās svārstības. Šo potenciālu diferenci Mandelštams un Papaleksi izskaidroja ar brīvo elektronu inerciālo kustību attiecībā pret svārstošo spoli.

Tolmena un Stjuarta eksperimentā (1916. g.) pēkšņi tika apstādināta ap savu asi

rotējoša *spole*: Apstāšanās brīdī metālā brīvie elektroni, inerces dēļ turpinādami kustību, radija starp spoles galiem īslaicīgu potenciālu diferenci. Tā savukārt izraisīja spoles galiem pievienotajā ballistiskajā galvanometrā īsu strāvas impulsu.

Kādā citā eksperimentā, kurā tika ātri griezts metāla disks, Tolmens un Stjuarts novēroja, ka diska ārējā malā inerces dēļ sablīvējas brīvie elektroni analogi kā pie trauka malām paceļas un vidū nokrītas šķidrums līmenis rotējošā traukā. Tāpēc diska mala uzlādējas negatīvi, bet centrs — pozitīvi. Ja pozitīvajam diska centram un negatīvajai malai pieslēdz galvanometru, caur to plūst elektriskā strāva (15-9. zīm. *b*). No šiem eksperimentiem varēja secināt, ka metālos brīvo daļiņu lādiņš $e = -1,60 \cdot 10^{-19}$ C un masa $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Tātad tie ir elektroni. Brīvo elektronu skaits n tilpuma vienībā metālos izrādījās tuvs atomu skaitam, t. i., $10^{28} - 10^{29} \text{ m}^{-3}$. Katrs atoms tātad dod metālam aptuveni vienu brīvo elektronu.

2. Brīvo elektronu gāze. Pēc Drudes 1900. gadā izvirzītās hipotēzes brīvo elektronu kustība metālā ir līdzīga molekulu kustībai gāzē un noris pēc klasiskās mehānikas un elektrodinamikas likumiem. Uz metāla brīvajiem elektroniem tātad var attiecināt visus 7. nodaļā klasiskajai molekulu gāzei izrisinātos likumus un sakarības. Tā, piemēram, elektronu ātrumu sadalījumu izsaka Maksvela sadalījums (7-26), brīvā ceļa vidējo garumu izteiksme (7-40) utt. Protams, minēto un citu fizikālo lielumu skaitliskās vērtības šai elektronu gāzei salīdzinājumā ar molekulu gāzi ir atšķirīgas. Tā, piemēram, elektronu skaits tilpuma vienībā ir $\approx 10^3$ reizes lielāks par molekulu skaitu tilpuma vienībā gāzē normālos apstākļos, tāpēc brīvā ceļa vidējais garums ($\bar{l} \approx 10^{-8}$ cm) elektro-niem metālā ir $\approx 10^3$ reizes mazāks.

Pēc enerģijas vienmērīgā sadalījuma likuma pa kustības brīvības pakāpēm (7-41) elektrona vidējai kinētiskajai enerģijai temperatūrā T jābūt $\overline{mu^2}/2 = 3kT/2$ (k — Bolcmaņa konstante). Tas nozīmē, ka $T = 273$ K temperatūrā elektrona termiskās kustības vidējais kvadrātiskais ātrums

$$\overline{u_q} = \sqrt{\overline{u^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 110 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (15-24)$$

ir dažus simtus reižu lielāks nekā molekulas vidējais ātrums.

3. Elektrona ātrums metālā elektriskajā strāvā. Elektriskajā laukā metālā elektronu haotiskajai termiskajai kustībai, kuras ātrums u , kļājas pāri elektrona kustība elektriskā lauka intensitātes E virzienā ar vidējo ātrumu \overline{v} . Aprēķināsim to. Ja elektrona lādiņš ir e un 1 m^3 atrodas n brīvie elektroni, tad elektriskās strāvas blīvums j , t. i., elektriskais lādiņš, kas iziet caur 1 m^2 laukumu 1 s [sk. izt. (15-3)], ir $j = nev$. No šīs izteiksmes, ja, piemēram, $n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ (rēķinot uz 1 atomu 1 brīvo elektronu), pie

maksimāli pieļaujamā strāvas blīvuma $j=12 \text{ A/mm}^2$, dabūjam, ka elektrona kustības vidējais ātrums elektriskajā strāvā ir

$$\bar{v} = \frac{j}{ne} = \frac{12 \cdot 10^6 \frac{\text{C}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}}{8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,0009 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (15-25)$$

Tātad $\bar{v} \ll \bar{u}_q$, t. i., elektronu termiskās kustības ātrums daudzkārt pārsniedz tā ātrumu strāvā.

Jāatzīmē, ka, runājot par elektrisko strāvu, nedrīkst sajaukt elektronu kustības ātrumu v ar elektriskā lauka izplatīšanās ātrumu v' vadītājā. Ātrums $v' \approx 280\,000 \text{ km/s}$ ir tuvs gaismas ātrumam $c=300\,000 \text{ km/s}$, tāpēc, ja strāvas kontūrs nav pārāk liels, strāva sāk plūst (iesāk kustēties elektroni) visās tā daļās vienlaikus.

4. Lietojot klasiskās elektronu gāzes priekšstatu, izrisināsim **diferenciālo Oma likumu** un aprēķināsim īpatnējo elektrisko vadītspēju γ . Elektrona kustība metālā pēc klasiskās elektronu teorijas aptuveni norisinās šādi. Uz brīvo elektronu metālā darbojas elektriskā lauka spēks $F=eE$, kura ietekmē kādu laika sprīdi tas kustas vienmērīgi paātrinātā kustībā ar paātrinājumu $a=F/m=eE/m$. Ja kustības sākumā tā ātrums $v=0$, tad laika brīdī t_0 elektrons iegūst ātrumu $v=at_0=\frac{eE}{m}t_0$. Šajā brīdī elektrons saduras ar metāla atomu un nonāk atkal miera stāvoklī ($v=0$). Nākamajos laika sprīžos t_0 šāds elektrona paātrināšanas un nobremzēšanas process atkārtojas vienmēr no jauna. Laikā t_0 , kurā elektrona iegūtais vidējais ātrums strāvā $\bar{v}=\frac{v}{2}=\frac{eEt_0}{2m}$, tas noiet ceļu $\bar{l}=(\bar{u}+\bar{v})t_0 \approx \bar{u}t_0$, kur \bar{u} ir elektrona termiskās kustības vidējais ātrums. Izmantojot sakarību $t_0 \approx \bar{l}/\bar{u}$, strāvas blīvums j , resp., **Oma likums diferencālā formā**, ir šāds:

$$j=ne\bar{v}=ne\frac{eEt_0}{2m}=\frac{ne^2\bar{l}}{2mu}E=\gamma E. \quad (15-26)$$

No tā redzam, ka **īpatnējā elektriskā vadītspēja**

$$\gamma = \frac{ne^2\bar{l}}{2mu}. \quad (15-27)$$

5. Izrisināsim metālu klasiskās elektronu teorijas ietvaros arī **Džoula—Lenca likumu**, kas izsaka laikā t tilpuma vienībā izdalīto elektriskās strāvas siltumu metālā. Šis siltums rodas, brīvo elektronu potenciālajai enerģijai vadītājam pieliktajā elektriskajā laukā pārvēršoties elektronu kinētiskajā enerģijā, kas elektronu sadursmēs ar atomiem nekavējoties pārvēršas termiskajā atomu svārstību kinētiskajā un potenciālajā enerģijā. Vienā sadursmē elektrons atdod atomam enerģiju $\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{eEt_0}{m}\right)^2$, tāpēc laikā t , kurā norisinās $t/t_0 = \bar{t}/\bar{l}$ sadursmes, elektrons atdod enerģiju

$q_{s1} = \frac{m\bar{v}^2}{2} \frac{t}{t_0} = \frac{e^2 \bar{l} E^2 t}{2m\bar{u}}$. Tilpuma vienībā esošo n brīvo elektronu at-
tīstītais siltums q_s tad ir

$$q_s = nq_{s1} = \frac{ne^2 \bar{l}}{2m\bar{u}} E^2 t = \gamma E^2 t = \frac{j^2}{\gamma} t. \quad (15-28)$$

6. Metāla siltumvadītspēju praktiski arī nosaka me-
tāla brīvo elektronu gāze. Tāpēc metāla siltumvadītspējas koefi-
cientu λ izsaka elektronu gāzes siltumvadītspējas koeficienta iz-
teiksme (8-7). Šajā izteiksmē ievietojot $nmc_V = nm \frac{3R}{2\mu} = nm \frac{3N_{\mu}k}{2mN_{\mu}} =$
 $= \frac{3nk}{2}$, dabūjam, ka *metālu siltumvadītspējas koeficients*

$$\lambda = \frac{1}{3} nmc_V \bar{u} \bar{l} = \frac{n\bar{k}\bar{l}\bar{u}}{2}. \quad (15-29)$$

7. Vīdemana—Franca likums. Dabūt siltumvadītspējas
koeficientu λ , resp., izteiksmi (15-29), ar elektriskās strāvas īpat-
nējo elektrisko vadītspēju γ , resp., izteiksmi (15-27), un ievērojot,
ka $\frac{m(\bar{u})^2}{2} \approx \frac{m\bar{u}^2}{2} = \frac{3kT}{2}$, dabūjam

$$\frac{\lambda}{\gamma} = \frac{n\bar{k}\bar{l}\bar{u} \cdot 2m\bar{u}}{2ne^2 \bar{l}} = 3 \left(\frac{k}{e}\right)^2 T. \quad (15-30)$$

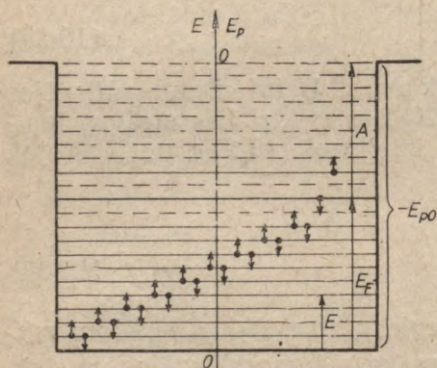
Kā redzams, šī attiecība nesatur nevienu atsevišķam metālam rak-
sturīgu lielumu (\bar{l} , n), tāpēc secinām, ka *siltumvadītspējas un elek-
triskās vadītspējas attiecība visiem metāliem ir vienāda* un tieši
proporcionāla absolūtajai temperatūrai. Tas ir Vīdemana—Franca
likums. Precīzi aprēķini klasiskās elektronu teorijas ietvaros koe-
ficienta 3 vietā dod koeficientu 2.

8. Teorētiski atrastos rezultātus salīdzinot ar ekspe-
rimentu, atklājas vairākas *klasiskās elektronu gāzes teorijas nepilnības*: 1) tā kā $\bar{u} \sim \sqrt{T}$, pamatojoties uz izteiksmi (15-27),
īpatnējā elektriskā vadītspēja $\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, turpretim augstākās tempe-
ratūrās eksperimentāli bieži konstatēts, ka $\gamma \sim \frac{1}{T}$, un zemās tem-
peratūrās, ka $\gamma \sim \frac{1}{T^{\frac{5}{2}}}$; 2) Vīdemana—Franca likuma koeficienta
 $3 \left(\frac{k}{e}\right)^2 = 2,2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{J}{C \cdot K}\right)^2$ vērtība ir mazāka par eksperimentos
novērotu; 3) pēc klasiskās elektronu teorijas vienkāršām metāli-
skām vielām salīdzinājumā ar nemetāliem, kuriem brīvo elektronu
nav, vajadzētu būt lielākai īpatnējai siltumietilpībai. Tā 1 kilomo-
lam, kam ir $N_{\mu} \approx 6 \cdot 10^{26}$ brīvie elektroni, vajadzētu būt vēl papildus
īpatnējai siltumietilpībai $C_V = \frac{3R}{2} = 12,5 \cdot 10^3 \frac{J}{K \cdot kmol}$, t. i., visai
īpatnējai siltumietilpībai $C_V = 37,4 \cdot 10^3 \frac{J}{K \cdot kmol}$. Eksperimentāli

tomēr konstatēts, ka metālisku un nemetālisku vienkāršu vielu īpatnējās siltumietilpības aptuveni ir vienādas — augstākā temperatūrā visas vienkāršās vielas pakļaujas Dilonga—Pti likumam $C_V \approx 25 \cdot 10^3 \frac{J}{K \cdot kmol}$.

8. Š. METĀLU ELEKTRONU KVANTU TEORIJA

1. Elektronu kustība metālā pēc kvantu teorijas. 7. § 8. punktā minētās nesaskaņas ar eksperimentu novērš metālu elektronu kvantu teorija. Metāla brīvie elektroni atrodas elektriskās potenciālās enerģijas bedrē, kuras izmēri ir vienādi ar metāla gabala izmēriem. Tomēr elektronu translācijas kustība šajā bedrē nenorisnās pēc klasiskās mehānikas likumiem, kurā tiem ir iespējama ikviena translācijas kustības enerģijas vērtība, bet tā ir pakļauta kvantu mehānikas likumiem, kurā tiem ir iespējamas tikai noteiktas *diskrētas translācijas kustības kinētiskās enerģijas E* (sk. 7. nod. 9. § 8. punktu) un tātad arī *diskrētas pilnās enerģijas* $E_p = E + (-E_{p0})$, jo to potenciālā enerģija $-E_{p0} = \text{const}$.



15-10. zīm.

Šie diskrētie enerģijas stāvokļi, kas atrodas ļoti tuvu cits citam (to enerģiju starpība $\approx 10^{-17}$ eV) attēloti grafiski 15-10. zīmējumā kā horizontālas svītras jeb «līmeņi».

Jāievēro arī otra svarīga atkāpe no klasiskās mehānikas, proti, ar vienu enerģijas vērtību daudzu elektronu sistēmā var būt nevis neierobežots elektronu skaits, bet tikai divi elektroni, pie tam to spiniem (vērpes kustībām, kas piemīt elektroniem) jābūt pretēji vērstiem. Tas ir t. s. Pauli princips (sk. 36. nod. 5. §). Šim apstāklim, protams, ir ļoti liela ietekme uz elektronu sadalījumu pa enerģijām: elektronu lielākai daļai ir daudz lielāka enerģija nekā pēc Maksvela klasiskā sadalījuma, jo mazākās enerģijas vērtības tie nevar iegūt vienkārši tāpēc, ka ar katru no tām jau kustas 2 elektroni.

2. Fermi sadalījums. a. Saskaņā ar Pauli principu absolūtajā temperatūrā $T=0$, ja tilpuma vienībā ir n brīvie elektroni, visi $n/2$ zemākie enerģijas līmeņi no nulles līdz enerģijai E_m ir aizņemti katrs ar 2 elektroniem, bet augstākie enerģijas līmeņi ir tukši. Elektronu enerģija pie tukšo līmeņu robežas, pie t. s. Fermi līmeņa E_{F0} ir liela, piemēram, 5 eV. Turpretim pēc klasiskās statistikas

likumiem visu daļiņu enerģijas būtu vienādas ar nulli, jo saskaņā ar tiem daļiņu skaits vienā enerģijas stāvoklī nav ierobežots.

Temperatūrai T augot, daļa elektronu, kuri atrodas pie aizpildīto enerģijas līmeņu virsotnēs, pāriet uz augstākiem neaizpildītiem enerģijas līmeņiem. Pie tam praktiski savu enerģiju var mainīt tikai tie elektroni, kas atrodas Fermī līmeņa tuvumā (ap 2% no visa brīvo elektronu skaita). Var pierādīt, ka elektronu skaitu dn tilpuma vienībā enerģijas intervālā dE pie enerģijas E un temperatūras T izsaka formula

$$dn = f(E) \cdot \rho(E) dE = \frac{2}{e^{-\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \cdot \frac{4\pi\sqrt{2m_0^3 E}}{h^3} dE, \quad (15-31)$$

kur m_0 ir elektrona masa, h — Planka konstante, $f(E) = 2/(e^{(E-E_F)/kT} + 1)$ — *Fermī funkcija*, kas izsaka varbūtību, ar kādu elektroni aizņem enerģijas līmeņus enerģijas intervālā $E \div E + dE$ un $\rho(E) dE = \frac{4\pi\sqrt{2m_0^3 E}}{h^3} dE$ — brīvo elektronu iespējamo enerģijas līmeņu skaits enerģijas intervālā $E \div E + dE$.

b. Lielums E_F ir elektrona *ķīmiskais potenciāls* jeb *Fermī līmenis*. Temperatūrā $T=0$ līmenis E_{F0} ir vienāds ar elektrona maksimālo kinētisko enerģiju E_m . Fermī līmenis E_{F0} ir jo augstāks, jo lielāka ir elektronu koncentrācija n . To redzam, ja pie $T=0$, kad $f(E) = 2$, integrējam izteiksmi (15-31):

$$n = \int_0^{E_{F0}} dn = \frac{8\pi\sqrt{2m_0^3}}{h^3} \int_0^{E_{F0}} E^{1/2} dE = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_0 E_{F0}}{h^2} \right)^{3/2} = \frac{8\pi}{3} p_m^3, \quad (15-32)$$

no kurienes

$$E_{F0} = \frac{h^2}{2m_0} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (15-33)$$

p_m ir *maksimālais elektronu kustības daudzums* un $v_m = \frac{p_m}{m_0} = \sqrt{\frac{2E_{F0}}{m_0}}$ — *maksimālais elektronu ātrums*. Tā, piemēram, sudrabam $E_{F0} = 5$ eV un $v_m = 1,4 \cdot 10^6$ m/s.

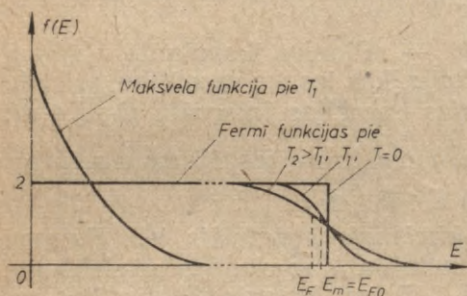
Vispār Fermī līmenis E_F ir elektrona vidējā kinētiskā enerģija, ja tas, pievienodamies elektriski neitrālam metālam, aizņem kādu tukšu enerģijas līmeni; jeb tā ir elektrona kinētiskā enerģija E , ja $f(E) = 1$. Ja $T > 0$, tad var atrast, ka $E_F = E_{F0} \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{F0}} \right)^2 \right]$.

c. Ja *augstā temperatūrā T* Fermī līmenis E_F apmierina nosacījumu $kT > E_F$ (parastajās temperatūrās tas ir tad, ja brīvo elektronu koncentrācija n ir maza, piemēram, daudziem pusvadītājiem), tad izteiksmē (15-31) eksponenciālais faktors $e^{\frac{E-E_F}{kT}} \gg 1$ un

locekli +1 var atņemt. Tādā gadījumā Fermī funkcija pārveidojas Maksvela funkcijā:

$$f(E) = 2e^{\frac{E_F}{kT}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} = Ae^{-\frac{E}{kT}}, \quad (15-34)$$

kur $A = 2e^{\frac{E_F}{kT}}$. Tad neaizņemto enerģijas līmeņu starp aizņemtajiem līmeņiem ir daudz un elektroni savas enerģijas var mainīt samērā brīvi, t. i., tāpat kā klasiskajā mehānikā. Kā redzam, pāreja no Fermī sadalījuma uz Maksvela—Bolcmaņa sadalījumu iestājas, ja $kT_h \approx E_F$, resp., ja $T_h = E_F/k$. Metālu brīvajiem elektroniem šī temperatūra $T_h \approx 50000$ K, tāpēc metālu brīvie elektroni vienmēr pakļauti Fermī sadalījuma funkcijai. Fermī funkcija $f(E)$ pie temperatūrām $T=0$, T_1 un $T_2 > T_1$, kā arī atbilstošā Maksvela funkcija pie temperatūras T_1 attēlota 15-11. zīmējumā.



15-11. zīm.

3. Metālu elektriskā vadītspēja pēc kvantu teorijas.

Var pierādīt, ka pēc kvantu mehānikas likumiem elektrons, kustēdamies pa cietvielas ideāli periodisku atomu režģi, nesastop nekādu pretestību (neizkliedējas). Tātad ideālam atomu režģim nav elektriskās pretestības. Elektronu izkliedi un vielas pretestību izraisa tikai *ideālā režģa izkropļojumi*. Tie rodas no režģa *atomu siltumkustības*, citu vielu atomu *piejaukumiem*, režģa *dislokācijām* un citiem *režģa defektiem*. Izmantojot Fermī sadalījuma funkciju un aprēķinot īpatnējo elektrisko vadītspēju γ (apgriezto īpatnējo pretestību), kura rodas no ideāla režģa termisko svārstību izraisītajiem kropļojumiem, augstā temperatūrā T dabūjam, ka

$$\gamma = \frac{ne^2 \bar{l}}{p_m}, \quad (15-35)$$

kur p_m ir elektrona kustības daudzums pie Fermī robeženerģijas E_{F0} . Šo izteiksmi salīdzinot ar klasiskās statistikas γ izteiksmi (15-27), redzam, ka $2m\bar{l}$ vietā ir p_m , t. i., klasiskās teorijas vidējā elektronu kustības daudzuma vietā ir elektrona kustības daudzums pie Fermī līmeņa. Skaitliski metālos p_m 10÷100 reizes pārsniedz $2m\bar{l}$ vērtību. Bet, tā kā elektrona brīvā ceļa vidējais garums \bar{l} pie Fermī līmeņa, kas aprēķināts pēc kvantu mehānikas, ir 10÷100 reizes lielāks nekā pēc klasiskās elektronu teorijas, tad īpatnējās elektriskās vadītspējas γ lieluma kārtā kvantu mehānikā un klasiskajā teorijā ir vienāda. Atšķirīga ir γ atkarība no tempe-

ratūras. Klasiskajā teorijā elektrona brīvā ceļa vidējais garums \bar{l} nav atkarīgs no temperatūras, bet elektrona vidējais ātrums $\bar{u} \sim \sqrt{T}$. Turpretī kvantu mehānikā $\bar{l} \sim 1/T$ (ja $T=10$ K, $\bar{l} \approx 10^{-5}$ cm, bet, ja $T=300$ K, $\bar{l} \approx 5 \cdot 10^{-7}$ cm) un elektrona kustības daudzums pie Fermī līmeņa p_m no temperatūras praktiski nav atkarīgs. Tāpēc klasiskajā teorijā īpatnējā elektriskā vadītspēja $\gamma \sim 1/\sqrt{T}$, bet kvantu mehānikā $\gamma \sim 1/T$ un zemās temperatūrās pat $\gamma \sim T^{-5}$. Līdz ar to kvantu mehānikā izmainās temperatūras atkarība Videmana—Franca likumā. Tikai augstākās temperatūrās Videmana—Franca likums kvantu mehānikā un klasiskajā elektronu teorijā [sk. izt. (15-30)] ir vienāds, izņemot to, ka klasiskās teorijas koeficientā skaitļa 3 vietā tad ir skaitlis $\pi^2/3$.

16. NODAĻA

TERMoeLEKTRONU EMISIJA UN KONTAKTPOTENCIĀLI

1. §. ELEKTRISKĀ LĀDIŅA KUSTĪBA VAKUUMĀ ELEKTRISKAJĀ LAUKĀ

Daudzās vakuuma ierīcēs, kurās elektronus emitē termokatods, fotokatods vai katods, ko bombardē elektroni un joni, tos paātrina un arī fokusē elektriskais lauks un pēc tam tos novirza cits paātrināšanai perpendikulārs elektriskais lauks (16-1. zīm.). Aprēķināsim šādā veidā kustošas daļiņas ātrumu, nolieci un traektoriju.

1. Pieņemsim, ka daļiņas masa ir m , lādiņš e , ātrums pie katoda $v=0$ (relatīvi mazais termoelektronu emisijas ātrums nav jāievēro), ātrums pie anoda v un paātrināošais anoda-katoda spriegums U . Ja $v \ll c$ ($U < 1000$ V), tad minētos lielumus saista enerģijas nezūdamības likums (sk. izt. [14-32]),

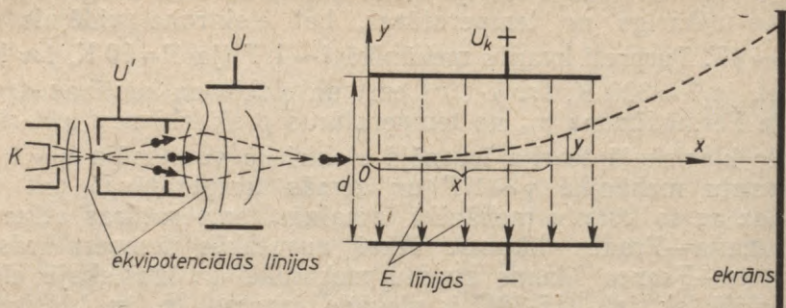
$$eU = \frac{mv^2}{2}, \quad (16-1)$$

t. i., daļiņas paātrināšanas darbs eU ir vienāds ar tās iegūto kinētisko enerģiju $\frac{mv^2}{2}$. No izteiksmes (16-1), ievērojot, ka elektroniem $e=1,60 \cdot 10^{-19}$ C un $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, to ātrums

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} U}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 594 \cdot 10^3 \sqrt{U} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]. \quad (16-2)$$

Sakarības (16-1) un (16-2) der arī protoniem, joniem un citām lādētām daļiņām, tikai šo daļiņu masas un no tām izrietošās koeficienta vērtības pie \sqrt{U} ir citas.

Ja paātrināošais spriegums U ir vairākus simtus tūkstošu voltu liels, elektronu ātrums tuvojas gaismas ātrumam $c=3 \cdot 10^8$ m/s. Tad elektrona masa m saskaņā ar relativitātes teoriju nav konstanta, bet pieaug atkarībā no ātruma v , tāpēc izteiksmes (16-1)



16-1. zīm.

un (16-2) vairs neder. Ja, piemēram, $U=1$ MV, pēc izteiksmes (16-1), $v=5,94 \cdot 10^8$ m/s, bet patiesībā $v=v_{rel}=2,835 \cdot 10^8$ m/s.

2. Lādētas daļiņas, ielidojot uzlādēta plakana kondensatora elektriskajā laukā (plašu attālums d , spriegums U_k) tam perpendikulāri, noliecas šī lauka virzienā (16-1. zīm.). Daļiņas kustība x ass virzienā ir vienmērīga, bet y ass virzienā — vienmērīgi paātrināta. Tāpēc, ja daļiņa ieiet kondensatora elektriskajā laukā brīdī $t=0$, kad $x=0$, $y=0$, tās noietais ceļš x kondensatorā un noliece y ir

$$\left. \begin{aligned} x &= vt, \\ y &= \frac{at^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (16-3)$$

Seit v — daļiņas ātrums, $a=eE/m$ — daļiņas paātrinājums kondensatora elektriskajā laukā ar intensitāti $E=U_k/d$, m — tās masa un e — lādiņš. No sakarībām (16-3) izslēdzot laiku $t=\frac{x}{v}$, dabūjam, daļiņas trajektorijas vienādojumu: $y=\frac{eEx^2}{2mv^2}$. Tātad trajektorija ir *parabola*. Izgājusi no kondensatora elektriskā lauka, daļiņa atkal kustas pa taisni.

2. §. TERMOELEKTRONU EMISIJA

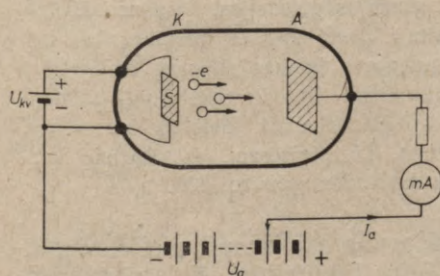
1. Izejas darbs. Kā noskaidrojām 15. nodaļas 8. §, elektroni metālos atrodas potenciālās enerģijas bedrē, kurā tie kustas brīvi, t. i., no visām pusēm uz tiem darbojas vienādi spēki. Turpretim, elektroniem nonākot pie metāla virsmas, uz tiem sāk darboties stipri, no virsmas uz metāla iekšieni vērsti elektriski spēki, kuri notur elektronus metālā. Šos spēkus rada pie metāla virsmas esošais tikai dažus atomu diametrus biežais ($\approx 10^{-8}$ cm) elektriskais dubultslānis, kura «+» lādiņu klājums ir metāla iekšpusē un «-» lādiņu klājums — ārpusē. Elektrisko dubultslāni izveido

metāla elektroni, lidodami uz metāla virsmu un inercēs dēļ izie-
dami nedaudz tai cauri. Piezīmēsīm, ka ir arī kāds cits, daudz bie-
zāks elektrisks dubultslānis, kas izveidojas, ja metāla temperatūra
ir augsta, un tas emitē elektronus; daļa no tiem t. s. attēla spēka
ietekmē paliek kā negatīvs telpas lādiņš pie metāla virsmas un
inducē atbilstošu pozitīvu attēla lādiņu metālā pie tā virsmas.

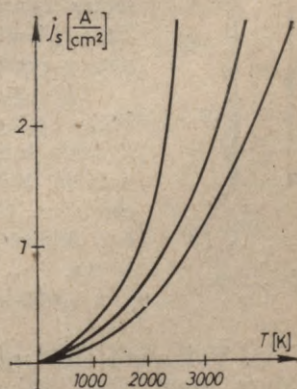
Kā redzējām 15. nod. 8. §, pie absolūtās temperatūras $T=0$
un praktiski arī pie parastajām temperatūrām visi zemākie ener-
ģijas stāvokļi līdz stāvoklim E_F , t. i., Fermī līmenim, ir aizņemti.
Tātad, lai atrautu elektronu no metāla, ir jāpatērē vismaz darbs,
to atraujot no Fermī līmeņa, $A=E_{p0}-E_F$, kur E_{p0} ir visiem me-
tāla brīvajiem elektroniem vienādā potenciālā enerģija. Šo darbu
sauc par elektrona *izejas darbu*. Tā skaitliskais lielums ir daži eV.

2. Karsējot metālu un līdz ar to tajā esošo brīvo elektronu
gāzi, elektronu kinētiskā enerģija palielinās, un tie elektroni, kuru
kinētiskā enerģija ir lielāka par E_{p0} , var pārvarēt metāla vir-
smas potenciāla barjeru un atrauties no metāla. Tā notiek **termo-
elektronu emisija**. Ja ārējā elektriskā lauka nav, tad šie elektroni
kādu brīdi paliek pie metāla virsmas negatīvā telpas lādiņa rajonā
un pēc tam atgriežas atpakaļ metālā.

Tagad pieņemsim, ka vakuumā bez katoda K (sakarsēta me-
tāla) atrodas arī otrs elektrods — anods A . Pieliekot starp ka-
todu K un anodu A anodspriegumu U (16-2. zīm.), termoelektronu
elektriskā lauka ietekmē virzās uz anodu. Anodspriegumam pali-
elinoties, samazinās katoda atpakaļ absorbēto elektronu skaits un
anodstrāvas stiprums palielinās. Pie kāda noteikta anodsprieguma
visi elektroni, kurus emitē katods, iet uz anodu. Tālāka sprieguma
palielināšana strāvas stiprumu vairs nepalielina. Tādu elektrisko
strāvu sauc par s ā t s t r ā v u. *Sātstrāvas blīvumu* nosaka to me-
tāla virsmas normāles virzienā x kustošo brīvo elektronu skaits,
kuru kinētiskās enerģijas $mv_x^2/2$ ir lielākas par elektronu izejas
darbu A . Iztirzājot ideālās gāzes parādības (7. nod. 4. §), atra-
dām, ka to molekulu skaitu N_r , kuru kinētiskā enerģija pārsniedz



16-2. zīm.



16-3. zīm.

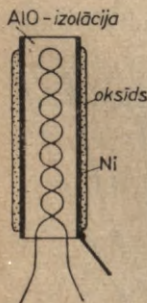
kādu robežvērtību $mv_{xr}^2/2$, izteic eksponenciāla funkcija [sk. izt. (7-26')]. Šīs funkcijas kāpinātājs ir molekulas robeženerģijas $mv_{xr}^2/2$ un vidējās termiskās enerģijas kT attiecība. Attiecinot šo sakarību uz termoelektroniem un ievietojot $mv_{xr}^2/2=A$, dabūjam termoelektronu sātstrāvas blīvuma izteiksmi

$$\frac{I_s}{S} = j_s = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}}. \quad (16-4)$$

Šeit I_s ir sātstrāvas stiprums no katoda virsmas laukuma S , j_s — sātstrāvas blīvums, k — Bolcmaņa konstante, $B = \frac{4\pi m k^2 e}{h^3} = 120,2 \cdot 10^4 \frac{A}{m^2 \cdot K^2}$, h — Planka konstante. Šīs t. s. Ričardsona termoelektronu emisijas formulas grafiskais attēls dažādām A vērtībām parādīts 16-3. zīmējumā. No tā redzam, ka termoelektronu emisija sāk strauji augt tikai pie $T=1000 \div 2000$ K.

Pārbaudot izteiksmi (16-4) eksperimentāli, jāsastopas ar grūtībām, jo elektronu emisiju stipri ietekmē katoda virsmas mainīgā mikrostruktūra. Pie tam viena elektronu daļa no katoda iekšējās virsmas reflektējas un paliek metālā. Visos gadījumos labi apstiprinās eksponenciālā termoelektronu emisijas atkarība no temperatūras.

Kā redzam no izteiksmes (16-4), katoda darba temperatūru T_d , t. i., temperatūru, pie kuras katods sāk ievērojamā skaitā emitēt termoelektronus (parasti $j_s=0,15 \div 1,5$ A/cm²), nosaka elektronu izejas darbs A no katoda. Volframam (W) $A=4,54$ eV, sakausējumam W+Cs $A=1,40$ eV, Cs-A $A=1,97$ eV, W+Th-A $A=2,6$ eV. Šie skaitļi rāda, ka torija piejaukums volframam pazemina katoda darba temperatūru T_d , jo, karsējot šādu katodu, tā virsma pārklājas ar torija atomu kārtiņu, kurai ir mazāks izejas darbs. Šādus katodus lieto pie anodspriegumiem $U=500 \div 5000$ V. Parasti elektronu lampās tagad lieto ar bārija oksīdu, stroncija oksīdu vai kalcija oksīdu pārklātus Ni vai Pt elektrodus. Arī šo katodu zemo darba temperatūru $t_d \approx 800 \div 900$ °C nosaka minēto oksīdu mazais izejas darbs ($A=1,1 \div 1,4$ eV). Tīra volframa katodus lieto tikai lampās ar augstu spriegumu, piemēram, rentgenstaru lampās.



16-4. zīm.

Lai varētu kvēlināt katodu ar maiņstrāvu, bet mainīgais kvēles spriegums neradītu emisijas pulsācijas, lieto *netieši kvēlināmus katodus* (16-4. zīm.). Tādā katoda virsma ir ekvipotenciāla. Katodu parasti pagatavo taisnas stieples, cilindriskas caurulītes, ripiņas un citāda veida. Katodu raksturo tā *lietderības koeficients* $\eta = I_e/N_{hv}$ un darbmūžs. Šeit I_e ir emisijas strāva, N_{hv} — kvēles jauda. Tā, piemēram, oksīdkatodu lampām $\eta=50 \div 120$ mA/W un darbmūžs aptuveni 5000 h.

3. Vakuumā elektronus no metāla var arī izraut, pieliekot metālam elektrisko lauku ar ļoti lielu intensitāti E (piemēram, 10^6 V/cm). Praktiski tik liela elektriskā lauka intensitāte var ras-

ties tikai pie metāla asumiem. Tā kā pie asuma mikroskopiskiem defektiem elektriskā lauka intensitāte var būt vēl daudzkārt lielāka ($E=10^7 \div 10^8$ V/cm), mikroasumi spēcīgi emitē elektronus. Šo parādību sauc par elektronu auksto emisiju (asumu emisiju). To izmanto, piemēram, metālisku asumu virsmu mikroskopijā, kurā iegūst līdz 10^7 reižu palielinātus elektronus emitējošo virsmu attēlus.

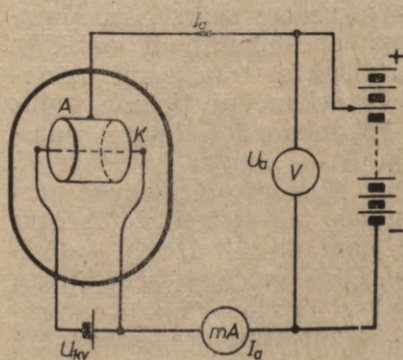
3. §. ELEKTRONU LAMPAS UN TO PIELIETOŠANA

Visplašāk termoelektronu emisiju izmanto elektronu lampās, kuras atkarībā no elektrodu skaita sauc par diodēm, triodēm, tetrodēm, pentodēm, dubultdiodēm, dubulttriodes, dubulttetrodēm, dubultpentodēm (divas diodes, triodes, pentodes vienā balonā) utt.

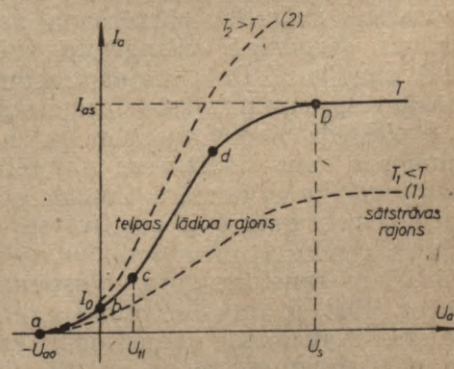
1. **Diode.** Tiešās kvēles diodei katods parasti ir taisna stieple, ko apņem cilindrisks metāla anods (16-5. zīm.). Galvenā diodes īpašību raksturotāja ir *voltampēru raksturlikne*. Tā izsaka anodstrāvu atkarībā no anodsprieguma, ja katoda kvēles temperatūra ir nemainīga. Diodes voltampēru raksturlikne attēlota 16-6. zīmējumā. Tai ir raksturīgi divi rajoni: 1) *telpas lādiņa rajons*, kurā strāvas un sprieguma sakarību galvenokārt nosaka negatīvais telpas lādiņš pie katoda, un 2) *sātstrāvas rajons*, kurā strāvas stiprums I_{as} vairs nav atkarīgs no anodsprieguma. I_{as} lielumu nosaka katoda elektronu emisijas spēja. Kad $U_a=0$ (16-6. zīm.), tad caur diodi plūst ātro termoelektronu izraisītā nullstrāva I_0 . Lai I_a kļūtu vienāda ar nulli, anodam jāpieliek neliels negatīvs spriegums $-U_{a0}$. Telpas lādiņa rajona daļā *ac* anodstrāva I_a nemainās tieši proporcionāli anodspriegumam U_a , tāpēc šajā rajonā Oma likums neder. I_a maiņu atkarībā no U_a rajonā *ac* izsaka Bogušlavskā — Lengmīra — Šotki formula

$$I_a = aU_a^{3/2}, \quad (16-5)$$

kur a — konstante.

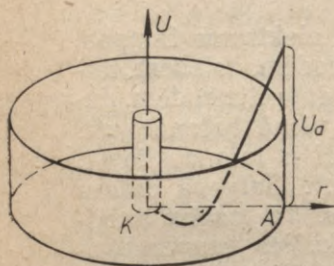


16-5. zīm.

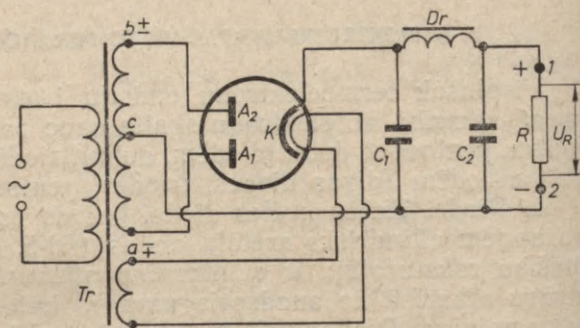


16-6. zīm.

Līknes daļa cd ir taisna, un tur ir spēkā *Oma likums*. Punktā D sākas sātstrāvas rajons. Oksīdkatodu diodēm bieži sātstrāvas rajona nav, jo, anodspriegumam U_a palielinoties ($U_a > U_s$), katoda elektronu emisija palielinās aukstās emisijas dēļ. Oksīdkatodus impulsu režīmā var slogot līdz $j = 30 \text{ A/cm}^2$. Augstākā katoda temperatūrā līknes daļa ad kļūst stāvāka un pieaug arī sātstrāva I_{as} (sk. 16-6. zīm. svītrlīniju 2). Temperatūru pazeminot,



16-7. zīm.



16-8. zīm.

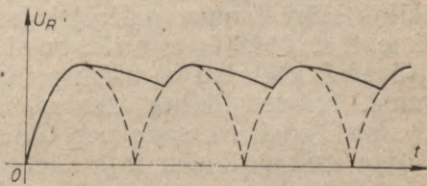
līknes daļa ad kļūst lēzenāka (16-6. zīm. svītrlīnija 1). Spriegumu U pret katodu kādam punktam telpā starp katodu un anodu atkarībā no šī punkta attāluma līdz katodam attēlo grafika 16-7. zīmējumā.

Diodi kā elektriskas shēmas elementu raksturo divi parametri: *iekšējā pretestība* $R_{ie} = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$ un *stāvums* $S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a} = \frac{1}{R_{ie}}$, kur ΔI_a ir anodstrāvas stipruma izmaiņa diodē, anodspriegumam mainoties par ΔU_a . Tā, piemēram, taisnajā raksturlīknes daļā dubultdiodēi 6L5C $R_{ie} = 160 \Omega$, bet augstsprieguma diodēm R_{ie} ir vairāki tūkstoši omu.

2. Diodi pielieto a) *maiņstrāvas taisngriešanai*, tad to parasti sauc par *kenotronu*, un b) *detektēšanai*, t. i., modulēto augstfrekvences svārstību pārvēršanai zemfrekvences svārstībās. Maiņstrāvas *divpusīgā taisngrieža* shēma ar dubultdiodi parādīta 16-8. zīmējumā. Doto maiņspriegumu vispirms transformē uz vajadzīgo spriegumu. Transformatora Tr sekundārā tinuma galus a, b pieslēdz diodes anodiem A_1, A_2 , bet sekundārā tinuma viduspunktu c caur līdzstrāvas patērētāju R — diodes katodam K . Gadījumā, ja sekundārā tinuma galam a kādā maiņstrāvas pusperiodā pret galu b ir pozitīvs spriegums, tad strāva plūdis caur diodes anodu A_1 uz katodu un tālāk caur droseli Dr un patērētāju R uz transformatora viduspunktu. Otrā anoda A_2 ķēdē strāva nevar plūst, jo transformatora gals b pret tā viduspunktu c ir negatīvs. Nākamajā pusperiodā, kad transformatora sekundārā tinumā spriegums vērst pretējā virzienā, galam b pret galu a ir pozitīvs potenciāls un strāva plūdis ķēdē $A_2 - K$, bet neplūdis ķēdē

A_1-K . Vidusposmā no diodes katoda līdz transformatora viduspunktam c abos pusperiodos strāvas virziens ir vienāds un vērsts no K uz c . Patērētāja R galapunktam 1 ir «+», bet punktam 2 ir «-» potenciāls.

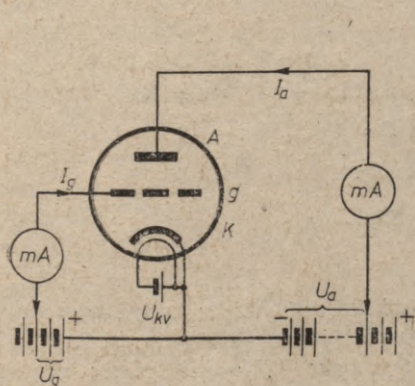
Tā kā spriegums gan ir viena virziena, bet pulsējošs (16-9. zīm. svītrlinija), tad tā gludināšanai un vidējā sprieguma palielināšanai paralēli patērētājam R pieslēdz kondensatorus C_1 un C_2 , bet virknē drošeli Dr . Kondensatori momentos, kad transformatora ģenerētais maiņspriegums ir mazs, palikdami uzlādēti, uztur samērā labi izlīdzinātu līdzspriegumu U_R (16-9. zīm. nepārtrauktā līnija). Kondensatorus C_1 , C_2 un drošeli Dr kopā sauc par *filtru*.



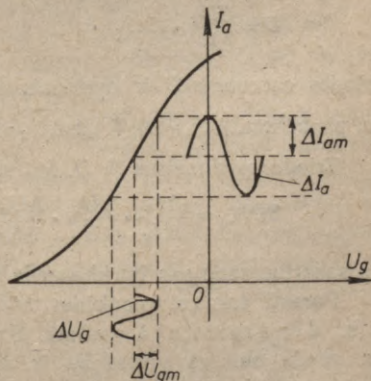
16-9. zīm.

Līdzīgi vakuuma diodei (kenotronam), maiņstrāvas taisngriešanai bieži izmanto ar Hg tvaiku vai ar kādu inertu gāzi (pie 1–10 kPa spiediena) pildītu diodi — *gazotronu*. Tajā katoda termoelektroni noder tikai lokizlādes ierosināšanai. Elektrisko strāvu dod galvenokārt triecienjonizācijā radīto pozitīvo jonu un elektronu plūsmas, tāpēc gazotrons sauc par *jonu lampām*. Gazotrons var plūst daudz lielāki elektriskās strāvas stiprumi nekā caur elektronu lampām, tāpēc tos lieto kā taisngriežus vidējām un lielām jaudām (>100 W), kā arī augstiem spriegumiem (līdz 12 kV), tad to lietderības koeficients ir daudz augstāks nekā vakuuma diodēm.

3. **Triode** (izgudrojis de Forests 1906. g.). a. Triodē starp katodu un cilindrisko anodu ir ievietota spirālē satīta stieple vai cilindrisks stieplu pinums — *tikliņš* (16-10. zīm.). Tikliņš triodē darbojas kā anodstrāvas stūre, jo, nedaudz mainot tā potenciālu, var stipri mainīt anodstrāvu. Ja tikliņam pieliktais negatīvais potenciāls ir pietiekami liels, tad tas anodstrāvu pilnīgi pārtrauc.



16-10. zīm.



16-11. zīm.

Triodei ir trīs galvenās raksturliknes (resp., to saimes): 1) grafika, kas rāda anodstrāvas I_a atkarību no anodsprieguma U_a pie konstanta tīkliņsprieguma U_g , t. s. anoda raksturlikne. Anoda raksturliknes, kas uzņemtas pie dažādiem konstantiem tīkliņspriegumiem, veido anoda raksturliķņu saimi. Triodei tās visumā ir līdzīgas diodes raksturliķņēm (sk. 16-6. zīm.). Parastos triodes pielietojumos tīkliņa potenciāls ir negatīvs, tāpēc $I_g=0$ un tīkliņš stūrē lampu, netērējot jaudu; 2) galvenā triodes raksturlikne, t. s. tīkliņa raksturlikne, ir grafika, kas rāda anodstrāvas I_a atkarību no tīkliņsprieguma U_g pie pastāvīga anodsprieguma. Triodes tīkliņa raksturliknes, kas uzņemtas pie dažādiem anodspriegumiem, sauc par tīkliņa raksturliķņu saimi. Viena no tīkliņa raksturliķņēm ir attēlota 16-11. zīmējumā. Lielām pozitīvām tīkliņsprieguma vērtībām tīkliņstrāvas dēļ anodstrāva var samazināties; 3) liķne $U_a=f(U_g)$, ja $I_a=\text{const}$ (šo liķņu saime).

b. Triodes parametri. No apskatītajām raksturliķņu saimēm varam noteikt triodes parametrus t. s. statistiskajā triodes režīmā, kad anodķēdes ārējā pretestība $R_a=0$. Tādā gadījumā anodspriegums U_a ir vienāds ar anodbaterijas spriegumu U_b .

Triodes iekšējā pretestība R_{ie} (ja $U_g=\text{const}$) pēc Oma liķuma ir

$$R_{ie} = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}. \quad (16-6)$$

Dažādām lampām $R_{ie}=1000 \div 100\,000 \Omega$.

Par triodes stāvumu (ja $U_a=\text{const}$) sauc anodstrāvas maiņas un tīkliņsprieguma maiņas attiecību:

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}. \quad (16-7)$$

Stāvums S raksturo tīkliņsprieguma maiņas ietekmi uz anodstrāvu. Ja, piemēram, $\Delta U_g=0,2$ V un $\Delta I_a=1$ mA, tad $S=5$ mA/V.

Triodes caurtvere (ja $I_a=\text{const}$) ir tīkliņsprieguma maiņas un anodsprieguma maiņas attiecība:

$$D = \frac{\Delta U_g}{\Delta U_a} = \frac{1}{\mu}. \quad (16-8)$$

Triodes caurtvere D ir apgriezts triodes pastiprinājuma koeficients μ .

Ja, piemēram, $\Delta U_a=30$ V un $\Delta U_g=5$ V, tad $D = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ un $\mu=6$.

Triodes parametrus S , D , R_{ie} saista sakarība

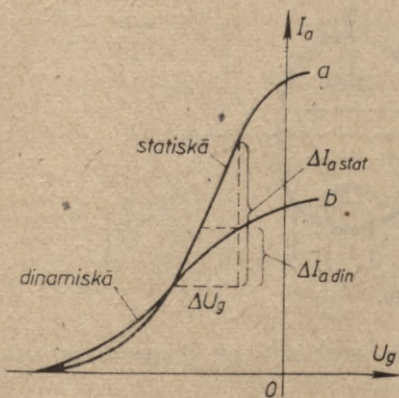
$$SDR_{ie} = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} \cdot \frac{\Delta U_g}{\Delta U_a} \cdot \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} = 1 \text{ jeb } SR_{ie} = \mu. \quad (16-9)$$

Šo sakarību sauc par Barkhauzena formulu.

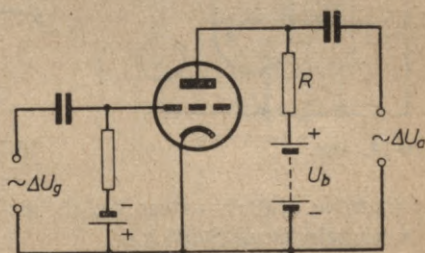
Parasti triodes anodķēdes ārējā pretestība $R_a \neq 0$, tāpēc triode darbojas t. s. dinamiskajā režīmā. Sajā gadījumā, ja anodķēdē plūst strāva I_a , uz anoda slodzes pretestību ir sprieguma kritums $I_a R_a = \Delta U_a$, tāpēc anodspriegums U_a ir mazāks par anodbaterijas spriegumu U_b , jo $U_a = U_b - I_a R_a$. Tīkliņa statistiskā (a) un dinamiskā (b) raksturliķne $I_a = f(U_g)$ attēlota 16-12. zī-

mējumā. No tā redzam, ka *dinamiskās raksturliknes stāvums* $S_d = S \frac{R_{ie}}{R_a + R_{ie}}$ ir mazāks; mazāks ir arī *dinamiskais pastiprinājuma koeficients* $\mu_d = \mu \frac{R_a}{R_a + R_{ie}} = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g}$.

c. **Triodes pielietošana.** Kaut gan pentodes un citas speciālās lampas ir daļēji aizvietojušas triodi, tomēr vēl tagad triodi lieto 1) zemsfrekvences sprie-



16-12. zīm.



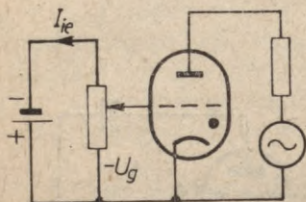
16-13. zīm.

guma un jaudas pastiprinātājos (uztvērējos, sakaru līnijās, skaņu kino u. c.), 2) svārstību ģeneratoros (mēraparātos, radiolokācijas tehnikā u. c.). Vienkārša *zemsfrekvences pastiprinātāja pakāpes shēma* parādīta 16-13. zīmējumā. Tiklīņam attiecībā pret katodu pievadot sinusoidālu maiņspriegumu ΔU_g ar amplitūdu ΔU_{gm} , arī anoda ķēdes izejā, ja maiņsprieguma svārstības norisinās tiklīņa raksturliknes taisnajā daļā (16-11. zīm.), iegūst sinusoidālu spriegumu ΔU_a ar amplitūdu ΔU_{am} . Ja $\mu > 1$, tad $\Delta U_{am} > \Delta U_{gm}$ un triode darbojas kā maiņsprieguma pastiprinātājs, kas tiklīņa raksturliknes taisnajā daļā maiņspriegumu *pastiprina lineāri*, t. i., bez kropļojumiem.

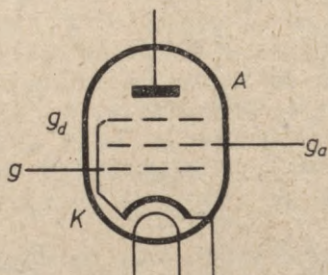
d. **Tiratrons** ir ar cēlgāzi vai Hg tvaiku ($p \approx 1$ kPa) pildīta triode. Tā raksturīgākā īpašība ir pēkšņā «aizdegšanās» (jonu izlādes iestāšanās un pretestības izzušana) pie kāda noteikta tiklīņsprieguma. Tā kā pēc «aizdedzes» pozitīvie gāzu izlādes joni neitralizē tiklīņa potenciālu, tad tiratronā izlāde «nodziest» neatkarīgi no tiklīņa potenciāla, un tas notiek tad, kad anodspriegums samazinās zem gāzes jonizācijas potenciāla. Tādējādi tiratrons ar niecīgu ieejas ķēdes strāvas I_{ie} maiņu var mainīt ļoti stipras anodstrāvas I_a . Tāpēc to plaši lieto taisngrieztās strāvas stipruma regulēšanā, elektropiedziņas regulēšanā, metināšanā, relaksācijas svārstību ģenerēšanā, automātos u. c. Tā, piemēram, palielinot negatīvo tiklīņspriegumu $-U_g$ (16-14. zīm.), taisngrieztās strāvas vidējais stiprums I_a samazinās.

4. **Pentode.** Triodes trūkumi ir mazs stāvums S un tā atkarība no slozdes, mazs pastiprinājuma koeficients μ , maza iekšējā pretestība R_{ie} un tāpēc samērā lieli iekšējie zudumi triodē, līdz ar to notiek liela svārstību rimšana kontūrā un rodas liela anoda—tiklīņa kapacitāte, kas rada saiti starp

anoda un tīkliņa ķēdēm. Šie trūkumi daļēji novērsti pentodē — elektronu vakuuma lampā ar trim tīkliņiem. Pentodes caurtveri $D = \frac{1}{\mu}$ samazina, tātad stāvumu S palielina starp stūrējošo tīkliņu un anodu novietots pozitīvi uzlādēts *ekrāntīkliņš* g_a (16-15. zīm.), kura spriegums ir $U_a/2$ un lielāks. Tas palielina arī pentodes iekšējo pretestību R_{ie} līdz dažiem $M\Omega$. Anoda emitētos sekundāros elektronus, kuri izraisa nevēlamu anodstrāvas samazināšanos



16-14. zīm.



16-15. zīm.

(*dinatrona efekts*), uztver trešais pie anoda novietotais un parasti ar katodu savienotais *bremztīkliņš* g_a .

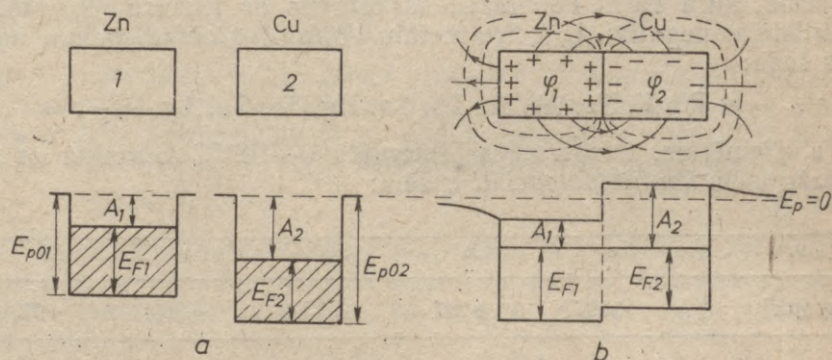
Tā kā $R_{ie} \gg R_a$, pentode tuvināti darbojas statistiskā režīmā. Pentodu pastiprinājuma koeficients μ ir liels (1000÷7000). Tāpat liela ir pentodu caurtvere $D_p = D \cdot D_e$. Šeit D_e — ekrāntīkliņa caurtvere. Pentodi pielieto visās pastiprināšanas pakāpēs u. c.

4. §. KONTAKTPOTENCIĀLU STARPĪBA

1. Novērojumi rāda, ka, saskaroties divām cietām, šķidrām vai gāzveida vielām, viena viela uzlādējas pozitīvi, otra — negatīvi. Tā, piemēram, saskaroties varam un cinkam, zināms skaits cinka elektronu pāriet uz varu un uzlādē to negatīvi, bet cinku — pozitīvi (16-16. zīm. *a* un *b*). Minēto parādību 1794. gadā konstatēja itāliešu zinātnieks Volta. Spēku, kas, atdalot lādiņus, darbojas pie abu vielu saskares robežas un uzlādē abas vielas, sauc par *kontaktelektrodzinējspēku*. Šo elektrodzinējspēku īsu brīdi pēc saskaršanās līdzsvaro pārvietoto lādiņu elektriskā lauka pretspēks, kuram atbilst noteikta potenciālu starpība — *k o n t a k t p o t e n c i ā l u* *s t a r p ĩ b a* $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Lielākā nozīme ir divu cietu vielu, kā arī cietas un šķidrās vielas kontaktiem. Šo kontaktu kontaktpotenciālu starpības $\Delta\varphi = 0 \div 10$ V, parasti $\Delta\varphi < 3$ V. Tā, piemēram, Cu—Zn kontaktpotenciālu starpība $\Delta\varphi = 0,89$ V. *Metāliem* kontaktpotenciāls φ visā metāla tilpumā ir konstants, jo lādiņi novietojas uz visas tā virsmas. Kontakta vietā uzlādētie metāli izveido plānu (biezums $\approx 10^{-8}$ cm) elektriskā potenciāla maiņas slāni (no φ_1 uz φ_2). Abu saskarošos metālu elektriskā lauka intensitātes līnijas (nepārtrauktās līknes) un ekvipotenciālās līnijas (svītrlīnijas) attēlotas 16-16. zīmējumā *b*.

Saskaroties *dielektriķiem*, uzlādējas tikai to saskares virsmas. Kontaktpotenciālu starpība divu dielektriķu saskarē parasti ir apmēram $10^{-3} \div 10^{-4}$ V, bet, dielektriķus attālinot, tā var pieaugt pat līdz 1000 V.

2. Kvantu teorija kontaktpotenciālu diferences rašanos izskaidro ar metālu potenciālās enerģijas bedres modeli, kuru līdz



16-16. zīm.

Fermī līmeņiem E_{F1} , E_{F2} piepilda abu metālu brīvo elektronu gāzes (sk. 16-16. zīm. a). Abiem metāliem saskaroties, elektroni plūst no augstākajiem aizņemtajiem cinka enerģijas līmeņiem uz zemākajiem tukšajiem vara līmeņiem. Tādā veidā, abiem metāliem uzlādējoties, cinka potenciālās enerģijas bedre nobīdās lejup (jo elektronu noplūde no cinka, resp., tā pozitīvā uzlādēšanās elektrona potenciālo enerģiju pēc skaitliskā lieluma palielina), bet vara potenciālās enerģijas bedre pabīdās augšup (jo elektronu pieplūde varu uzlādē negatīvi, tāpēc elektrona potenciālā enerģija pēc skaitliskā lieluma samazinās). Elektronu kinētiskās enerģijas praktiski nemainās. Elektronu pāreja izbeidzas tad, kad abu metālu elektronu pilnās enerģijas pie Fermī līmeņiem kļūst vienādas, t. i., kad abās potenciālās enerģijas bedrēs Fermī līmeņiem ir viens un tas pats augstums (sk. 16-16. zīm. b).

Sajā gadījumā eksistē divas enerģiju un tāpat arī *divas potenciālu starpības*: 1) eksperimentos mērītā ārējā jeb Voltas kontaktpotenciālu starpība starp diviem abu metālu ārējās virsmas punktiem

$$\Delta\varphi = \frac{A_2 - A_1}{e} \quad (16-10)$$

Tā skaitliski ir vienāda ar abu metālu elektronu izejas darbu A_1 un A_2 starpību $e=1$ C lielam elektronu lādiņam. To arī parasti uzskata par metālu kontaktpotenciālu starpību; 2) otrā pie abu metālu kontakta esošā, tieši nemērāmā, iekšējā jeb Galvani potenciālu starpība $\Delta\varphi' = (E_{F1} - E_{F2})/e$, kas skaitliski

vienāda ar $e=1$ C liela elektronu lādiņa kinētisko enerģiju (t. i., Fermi enerģiju E_{F1} un E_{F2}) starpību. Šī otrā potenciālu starpība ir ap 1 V liela, tās dubultslānis ir aptuveni 1 atomu biezs, un lauka intensitāte tajā ir ap $10^9 \div 10^{10}$ V/m (uz katriem 100 robežslāņa atomiem 1 elektrons un «+» jons). Vispirms tuvāk aplūkosim Voltas kontaktpotenciālu starpību.

3. Jau Volta noskaidroja, ka visus metālus var sakārtot tādā secībā, kurā katrs nākamais, saskaroties ar jebkuru iepriekšējo, uzlādējas negatīvi. Ļoti tīru metālu *Voltas kontaktpotenciālu rinda* ir šāda:

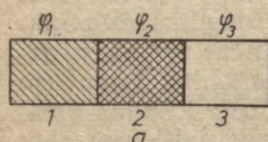
+Rb, K, Na, Al, Zn, Pb, Sn, Hg, Fe, Cu, Ag, Pt—.

Tā, piemēram, temperatūras intervālā 0—100 °C kontaktā ar Cu dažu vielu *kontaktpotenciāli* ir šādi:

Vielā	Se	Ge	Fe	Ni	Bi
$\Delta\varphi$ [μV]	+997	+297	+13,4	-20,4	-72,8

Bez tam Volta atklāja divus kontaktpotenciālu likumus.

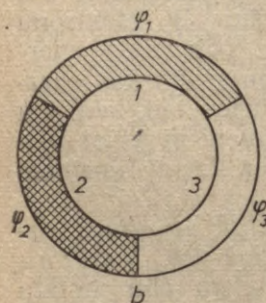
Pirmais Voltas likums. *Vairākus metālus savienojot virknē, kontaktpotenciālu starpība starp diviem metāliem nav atkarīga no tā, cik un kādi metāli atrodas starp abiem metāliem.* Tā, piemēram



(16-17. zīm. a), ja starp metāliem 1 un 3 atrodas vēl metāls 2, tad metālu 1 un 3 kontaktpotenciālu starpība ir metālu 1, 2 un 2, 3 kontaktpotenciālu starpību summa:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) = \varphi_1 - \varphi_3. \quad (16-11)$$

Kā redzams, tā nav atkarīga no vidū esošā otrā metāla kontaktpotenciāla.



Otrais Voltas likums. *Noslēgtā vairāku metālu gredzenā, ja kontaktiem ir vienādas temperatūras, kontaktpotenciālu starpību summa ir nulle.* Tā, piemēram, triju metālu gredzenam (16-17. zīm. b), saskaitot visas kontaktpotenciālu starpības, dabūjam, ka

$$(\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_1) = 0. \quad (16-12)$$

16-17. zīm.

5. §. TERMOELEKTRISKĀS PARĀDĪBAS

1. **Termoelektriskais efekts.** 1821. gadā Zēbeks novēroja, ka divu metālu gredzenā, ja kontakta vietām a un b ir dažādas temperatūras T_a un T_b , plūst elektriskā strāva (16-18. zīm.). Acīm redzot, tā rodas tāpēc, ka iekšējā Galvani kontaktpotenciālu star-

pība $\Delta\varphi'$ mainās līdz ar temperatūru. Metāla gredzenā plūstošo elektrisko strāvu sauc par termoelektrisko strāvu, pašu gredzenu par *termoelementu* un aplūkoto parādību par *termoelektrisko efektu*. Abu kontaktpotenciālu starpību diference $\Delta\varphi_a' - \Delta\varphi_b'$ jeb termoelektrodzinējspēks \mathcal{E}_T ne pārāk lielām kontaktu temperatūru starpībām ir *proporcionāls temperatūru starpībai* $\Delta T = T_a - T_b$:

$$\Delta\varphi_a' - \Delta\varphi_b' = \mathcal{E}_T = a\Delta T, \quad (16-13)$$

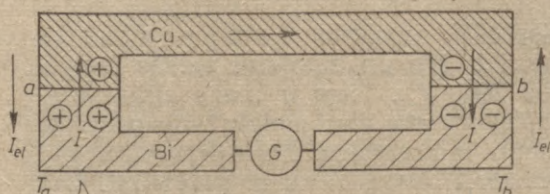
kur a — *termoelektriskā efekta konstante*, kas skaitliski vienāda ar termoelektrodzinējspēku, ja abu kontaktu temperatūras starpība ir 1 K. Termoelementu ar iekšējo pretestību r ieslēdzot ķēdē ar ārējo pretestību R , saskaņā ar Oma likumu pilnai ķēdei

$$\mathcal{E}_T = I(R+r). \quad (16-14)$$

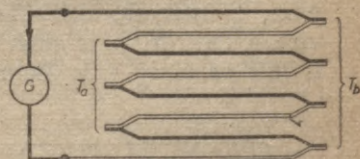
Pie lielākām temperatūras starpībām \mathcal{E}_T atkarība no ΔT ir sarežģīta un dažādiem termoelementiem dažāda. Atsevišķos gadījumos, temperatūru starpībai ΔT augot, \mathcal{E}_T var kļūt nulle un pat mainīt zīmi.

Dažu termoelementu elektrodzinējspēki \mathcal{E}_T , ja $T_b = 273,15$ K, un $T_a - T_b = \Delta T = 100$ K, doti šādā tabulā:

Vielu pāri	\mathcal{E}_T [mV]	Pieļaujamā maksimālā temperatūra
Fe — konstantāns	5,0	950 °C
Ni — Pt	1,6	1000 °C
Pt — Pt+Rh	0,6	1800 °C
Mo — W	0,5	2400 °C



16-18. zīm.



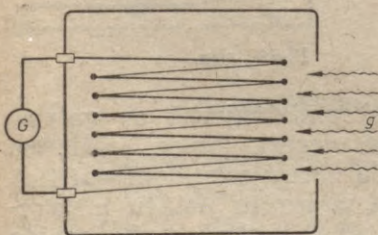
16-19. zīm.

Kā redzam, termoelektrodzinējspēki salīdzinājumā ar galvanisko elementu elektrodzinējspēkiem ir niecīgi, tomēr, izvēloties pietiekami resnus un īsus termoelementa zarus, var iegūt pat līdz 100 A stipru termoelektrisko strāvu. Lai iegūtu lielāku elektrodzinējspēku, vairākus termoelementus slēdz *virknē*, t. i., izveido t. s. *termoelementu bateriju* (16-19. zīm.).

2. Termoelektrodzinēj spēka rašanos daļēji var izskaidrot ar elektronu gāzes spiediena maiņām, ja mainās temperatūra. Sildot metāla vada vienu galu, tajā elektronu gāzei rodas lielāks spiediens nekā vada zemākās temperatūras galā. Elektroni, šīs spiediena starpības ietekmē pārvietojoties uz vada zemākās temperatūras galu, to uzlādē negatīvi, bet sakarsēto vada galu pozitīvi, un vadā rodas potenciāla kritums. Šāda elektronu pārvietošanās norisinās abos termoelementa vados, *bet nevienādi*, tāpēc pie viena kontakta rodas pozitīvo, bet pie otra kontakta — negatīvo lādiņu pārsvars (sk. 16-18. zīm.). Cenšoties šo lādiņu koncentrācijas starpību izlīdzināt, elektroni kontaktā *a* plūst no Cu uz Bi, bet kontaktā *b* no Bi uz Cu, tā radot abu metālu noslēgtā ķēdē riņķojošu nepārtrauktu elektronu plūsmu. Neaizmirsīsim, ka strāvas tehniskais virziens ir pretējs elektronu kustības virzienam. Enerģiju šajā gadījumā elektronu plūsma iegūst no abu kontaktu *a* un *b* kontaktpotenciālu starpību differences, kuru izraisa siltuma enerģija. Radusies kontaktpotenciālu starpību difference \mathcal{E}_{Thonc} ir proporcionāla kontaktu temperatūru starpībai: $\mathcal{E}_{Thonc} = a_1 \Delta T$.

Otrs ievērojams termoelektrodzinēj spēka rašanās cēlonis, īpaši pie lielākām temperatūras starpībām, ir iekšējās, t. i., *Galvani potenciālu starpības maiņa* līdz ar temperatūru. Kā redzējam 4. § 2. punktā, šo starpību nosaka Fermī līmeņu starpība $E_{F1} - E_{F2}$, bet, tā kā vadītāja Fermī līmenis mainās līdz ar temperatūru — pirmajā tuvinājumā tas mainās pēc izteiksmes $E_F = E_{F0} \times \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\pi k T}{E_{F0}} \right)^2 \right]$, — tad līdz ar temperatūru mainās arī abu kontaktu kontaktpotenciālu starpības un abu šo starpību difference, t. i., termoelektrodzinēj spēks \mathcal{E}_{TF} . Pirmajā tuvinājumā šī maiņa ir proporcionāla temperatūru starpībai: $\mathcal{E}_{TF} = a_2 \Delta T$. Tātad arī kopējā termo-EDS vērtība ir proporcionāla ΔT : $\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_{Thonc} + \mathcal{E}_{TF} = a \Delta T$.

3. a. Termoelementus visplašāk izmanto temperatūras mērīšanai. Šādi termometri ir ērti un lietojami plašās temperatūras robežās (no 0 K līdz 2800 K). Tiem ir maza siltumietilpība, piemēram, *mikrotermoelementiem* abu metālu sakausējuma vietas caurmērs ir dažī desmiti mikrometru. Mikrotermoelementi ir ļoti precīzi — ar tiem var mērīt temperatūru ar precizitāti līdz $\pm 0,0001$ K.

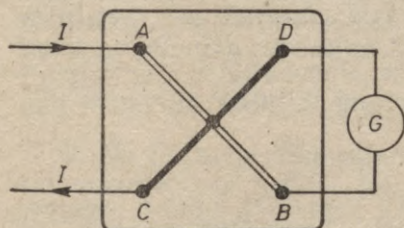


16-20. zīm.

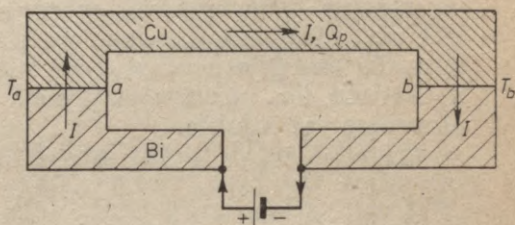
b. Starojuma spektra enerģijas mērīšanai lieto no tievām stieplēm pagatavotu termoelementu bateriju — *termostabu*, kurā starojuma enerģiju uztver visi vienā plaknē novietotie termoelementu vieni kontakti (16-20. zīm.). Īpašs termostabs ir *piranometrs*, kuram kā karstie (melnie), tā aukstie (baltie) termopāru gali šaha galdiņa veidā novie-

toti vienā plaknē. *Vakuuma termoelementā* starojumu uztver mazu plānu konstantāna un manganīna plāksnīšu kontakts.

c. Arī *elektriskās strāvas stiprumu I var mērit*, izmantojot termoelektrisko strāvu, kuru izraisa sasilušais strāvas vads tam pievienotā termoelementā. Tādā gadījumā mērāmo strāvu I laiž caur *termokrustu*. To veido divu metālu, piemēram, dzelzs un konstan-



16-21. zīm.



16-22. zīm.

tāna vadi AB un CD , kuri viduspunktā ir sametināti (16-21. zīm.). Zaru pāri AC plūstošās strāvas stiprumu I nosaka ar otru zaru pāri DB plūstošo termoelektrisko strāvu, kuru mēra jutīgs galvanometrs G .

Par pusvadītāju termoelementiem sk. 37. nodaļā.

4. **Peltjē efekts** (atklājis Peltjē 1834. g.). Novērojumi rāda, ka, laižot līdzstrāvu caur termoelementu tajā pašā virzienā, kādā plūda termostrāva (16-22. zīm.), bijušais karstais abu metālu kontakts a atdziest, bet aukstais kontakts b sasilst. Tā kā šajā gadījumā elektriskā strāva rada kontaktu temperatūru starpību, tad Peltjē efekts ir *apgriezts termoelektriskais efekts*. Siltuma daudzums Q_P , kas izdalās vai absorbējas pie kontaktiem, ir

$$Q_P = \Pi I t, \quad (16-15)$$

kur $\Pi = \frac{Q_P}{I t}$ ir *Peltjē koeficients*, kas skaitliski vienāds ar siltuma daudzumu, kas izdalās pie karstā kontakta 1 sekundē, plūstot 1 A stiprai strāvai. Π un termo-EDS koeficientu a saista sakarība $\Pi = aT$. Peltjē-koeficients Π ir mazs lielums ($10^{-2} \div 10^{-3}$ V), tāpēc arī Peltjē siltums Q_P ir neliels. Seit jāuzsver, ka pie kontaktiem a un b absorbētais un izdalītais Peltjē siltums Q_P nav sajaukams ar Džoula siltumu, kas attīstās visā strāvas ķēdē. Tā kā Džoula siltums $\sim I^2$, bet Peltjē siltums $\sim I$, tad Peltjē efektu var labi novērot tikai pie vājām strāvām. Metālu elektronu teorija Peltjē efektu izskaidro ar to, ka caur kontaktu a elektriskās strāvas elektroni iet pretēji potenciālās enerģijas krituma virzienam un savu elektrisko potenciālo enerģiju palielina uz kinētiskās enerģijas, t. i., siltuma enerģijas rēķina, bet caur kontaktu b tie iet potenciālās enerģijas krituma virzienā, daļu savas enerģijas pārvēršot atpakaļ siltuma enerģijā.

Peltjē efektu izmanto elektriskajās sildāmajās ierīcēs un galvenokārt nelielās laboratorijas un mājsaimniecības saldējamās ierīcēs (maksimālais temperatūras pazeminājums attiecībā pret apkārtni — 50 ÷ 80 K).

5. Elektriskai strāvai plūstot pa vadu, kuram ir temperatūras gradients, izdalās vai absorbējas siltums (Tomsona efekts), jo, elektroniem pārejot uz vada vietu, kur temperatūra ir zemāka, jāsamazina sava termiskā enerģija un jāizdala siltums, bet, pārejot uz vada vietu, kur temperatūra ir augstāka, jāpalielina sava termiskā enerģija un jāabsorbē siltums. Pusvadītājos, kur kustīgi ir caurumi, kas pārvietojas pretējā virzienā, siltums atbilstoši tiks absorbēts vai izdalīts.

17. NODAĻA

ELEKTRISKĀ STRĀVA ŠĶIDRUMOS

1. Š. FARADEJA ELEKTROLĪZES LIKUMI

Daudzi šķīdumi, īpaši skābju, bāzu un sāļu šķīdumi ūdenī un citos šķīdinātajos, vada elektrisko strāvu. Elektrību vadošos šķīdumus sauc par *elektrolītiem* un pašu vadišanas parādību par *elektrolīzi*. Elektriskā strāva elektrolītos ir *jonu* kustība, tāpēc elektrolītus sauc par *otrā veida vadītājiem*. Vielās daļiņas pārvietojas elektrolītos no viena elektroda uz otru, no šķīduma uz elektrodēm — un otrādi. Elektrolītiskās vadītspējas likumus eksperimentāli atklāja 1834. gadā angļu zinātnieks Faradejs.

1. **Faradeja pirmais likums.** *Elektrolīzē pie elektrodiem izdalītās vielas masa m ir proporcionāla caur elektrolītu izgājušam elektriskajam lādiņam $q = It$, t. i.,*

$$m = aq = alt. \quad (17-1)$$

Šeit I — elektriskās strāvas stiprums elektrolītā, t — strāvas plūšanas laiks un a — elektroķīmiskais ekvivalents. Ja $q = 1$ C, tad, kā redzams, $a = m$. Tātad a ir skaitliski vienāds ar vielas daudzumu, kuru pie elektrodiem izdala 1 C liels elektriskais lādiņš. Sudrabam (Ag) $a = 1,118 \cdot 10^{-6}$ kg/C; Cu — $a = 0,3294 \cdot 10^{-6}$ kg/C.

2. **Faradeja otrais likums.** *Vielu kilogramekvivalenti μ/z ir tieši proporcionāli to elektroķīmiskajiem ekvivalentiem a :*

$$\frac{\mu}{z} = Fa. \quad (17-2)$$

Šeit μ ir vielas kilogramatoms, t. i., μ [kg/k-at.], z — vērtība; z ir arī elementārlādiņu e skaits jona lādiņā ze . Vielās kilogramekvivalenta μ/z mērvienība ir kg/k-ekv. Ja vielas masu m mēra

nevis kilomolos (kas ir bezdimensionālas vienības), bet kiloekvivalentos (kas arī ir bezdimensionālas vienības), t. i., ja $\frac{m}{\mu/z} = z\nu$ [k-ekv.], tad, kā redzam, skaitliski tās daudzums ir z reizes lielāks, nekā mērīts kilomolos. Tātad $1 \text{ kmol} = z \cdot \text{k-ekv.}$ Ja $z=1$, tad $1 \text{ kmol} = 1 \text{ k-ekv.}$ Izteiksmes (17-2) proporcionalitātes koeficients F izsaka to lādiņu (kulonos), kuram jāizplūst caur elektrolītu, lai uz elektroda izdalītos 1 k-ekv liels vielas daudzums. To sauc par Faradeja skaitli. Novērojumi rāda, ka

$$F = 96,4870 \cdot 10^6 \frac{\text{C}}{\text{k-ekv.}}$$

3. No Faradeja likumiem, zinot jonu skaitu vielas 1 kilogram-ekvivalentā, var noteikt jona elementārlādiņu e (to aprēķināja Helmhols 1881. g.). Kinētiskajā gāzu teorijā konstatējam, ka vielas 1 kilomolā ir $N_\mu = 6,022 \cdot 10^{26}$ atomu jeb jonu. Tāpēc vienvērtīgam ($z=1$) jonam

$$e = \frac{F}{N_\mu} = \frac{96,487 \cdot 10^6 \frac{\text{C}}{\text{kmol}}}{6,022 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

2. §. ELEKTROLĪTU DISOCIĀCIJA UN MOLARIZĀCIJA. ELEKTROLĪTU ELEKTRISKĀ VADĪTSPĒJA

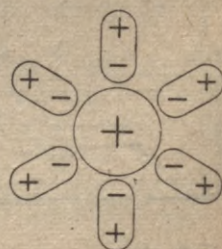
1. Polāru savienojumu molekulas, piemēram, H_2SO_4 , NaOH , NaCl šķīdumos šķīdinātāja molekulu molekulāro spēku un termiskās kustības ietekmē sadalās jonos. So parādību sauc par elektrolītisko disociāciju. Parasti šķīdumā jonu apņem polarizētas šķīdinātāja molekulas, tāpēc jona masa šķīdumā ir ievērojami lielāka nekā atsevišķa brīva jona masa (17-1. zīm.). Elektrolītos vienlaikus ar molekulu disociāciju norisinās arī jonu apvienošanās, t. i., *rekombinācija* jeb *molarizācija*. Nemainīgos ārējos apstākļos šīs abas pretējo virzienu norises nonāk *dinamiskā līdzsvara* stāvoklī.

Vispirms aprēķināsim molekulu disociācijā un jonu molarizācijā laika vienībā radušos un apvienojušos jonu skaitu un pēc tam izrisināsim molekulu disociācijas un jonu molarizācijas līdzsvara vienādojumu — Ostvalda likumu. Ja šķīduma tilpuma vienībā ir n_0 izšķīdušas molekulas, no kurām $\alpha' n_0$ (α' — molekulu disociācijas pakāpe) ir disociējušās jonu pāros un $n_n = n_0 - \alpha' n_0$ ir

neitrālu molekulu veidā, tad vienā sekundē disociēto molekulu skaits $\left(\frac{dn_n}{dt}\right)_d$ ir tieši proporcionāls nedisociēto molekulu skaitam n_n , t. i.,

$$\left(\frac{dn_n}{dt}\right)_d = \beta n_n = \beta(1 - \alpha') n_0. \quad (17-3)$$

Seit β — disociācijas koeficients, kas raksturo molekulu disociācijas strau-



17-1. zīm.

jumu. Saskaņā ar kombinatorikas likumu $\alpha'n_0$ pozitīvie joni un $\alpha'n_0$ negatīvie joni var veidot $(\alpha'n_0)^2$ dažādus pozitīvo un negatīvo jonu pārus. Tāpēc jonu molarizācijas straujums jeb 1 sekundē rekombinēto jonu pāru skaits ir proporcionāls lielumam $(\alpha'n_0)^2$, t. i.,

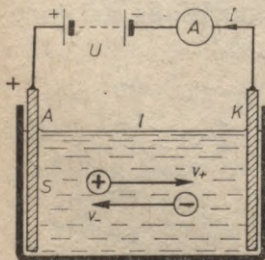
$$\left(\frac{dn_n}{dt}\right)_r = \delta(\alpha'n_0)^2, \quad (17-4)$$

kur δ ir koeficients, kas raksturo jonu rekombinācijas straujumu. Līdzsvara gadījumā $\left(\frac{dn_n}{dt}\right)_d = \left(\frac{dn_n}{dt}\right)_r$, no kurienes, ievērojot izteiksmes (17-3) un (17-4), dabūjam Ostvalda atšķaidīšanas likumu

$$\frac{1-\alpha'}{(\alpha')^2} = \frac{\delta}{\beta} n_0. \quad (17-5)$$

Šeit δ/β — disociācijas līdzsvara konstante. No izteiksmes (17-5) izriet, ka ļoti vājos šķīdumos, kuros $n_0 \rightarrow 0$, disociācijas pakāpe $\alpha' \rightarrow 1$, tas nozīmē, ka praktiski visas izšķīdušās vielas molekulas ir disociējušās. Vājos šķīdumos (n_0 mazs) jonu skaits aug līdz ar tā koncentrāciju n_0 . Koncentrētos šķīdumos $\alpha' \rightarrow 0$ un $\frac{1-\alpha'}{(\alpha')^2} \approx \frac{1}{(\alpha')^2}$, tāpēc no izteiksmes (17-5) $\alpha' \approx \sqrt{\frac{\beta}{\delta n_0}}$, t. i., ja n_0 aug, α' samazinās. Tātad koncentrētos šķīdumos, koncentrācijai n_0 augot, jonu skaits $\alpha'n_0$ samazinās.

2. Tagad aprēķināsim vāja elektrolīta īpatnējo elektrisko vadītspēju γ . Šajā nolūkā iegremdēsim elektrolītā attālumā l divas metāla plātes un pieliksim tām spriegumu U (17-2. zīm.). Pieņemsim, ka elektrolīta katjonu un anjonu skaits tilpuma vienībā ir n , bet to ātrumi virzienā uz katodu un anodu attiecīgi ir v_+ un v_- un šo jonu lādiņi $\pm e$ (katjons ir pozitīvs jons, kas pārvietojas katoda, bet anjons — negatīvs jons, kas pārvietojas anoda virzienā). Strāvas stiprumu I elektrolītā izsaka laika vienībā uz abiem elektrodziem nokļuvušais lādiņš. Tas ir vienāds ar pozitīvo un negatīvo jonu lādiņu summu, kuri atrodas paralēlskaldu tilpumos Sv_+ un Sv_- . Tā kā tilpuma vienībā ir $\pm ne$ lādiņu, tad minētajos tilpumos esošais lādiņš jeb strāvas stiprums



17-2. zīm.

$$I = I_+ + I_- = neS(v_+ + v_-). \quad (17-6)$$

Ievēdīsim jonu ātrumu vietā jonu kustīgumu:

$$u = \frac{v}{E}, \quad (17-7)$$

kas izsaka jonu ātrumu elektrolītā, ja lauka intensitāte $E = 1 \text{ V/m}$. Tad elektrolītā jonu strāvas blīvums, pēc diferenciālā Oma likuma, $j = \gamma E$ ir

$$j = \frac{I}{S} = ne(u_+ + u_-)E = \gamma E, \quad (17-8)$$

kur elektrolīta īpatnējā elektriskā vadītspēja

$$\gamma = ne(u_+ + u_-). \quad (17-9)$$

Ievietojot šajā izteiksmē $n = \alpha' n_0$, $n_0 = N_\mu c$, kur $N_\mu = 6,022 \times 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$ un c — molārā koncentrācija (kilomolu skaits 1 m^3), un ievērojot, ka $eN_\mu = F$, $en = \alpha' n_0 e = \alpha' cF$, īpatnējā elektriskā vadītspēja

$$\gamma = \alpha' cF(u_+ + u_-). \quad (17-10)$$

Dažu jonu kustīgumi $u \left[\frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \right]$ vājā ūdens šķīdumā, ja temperatūra 10°C , ir šādi: $\text{H}^+ - 3,3 \cdot 10^{-7}$; $\text{Na}^+ - 0,46 \cdot 10^{-7}$; $\text{Ag}^+ - 0,57 \cdot 10^{-7}$; $\text{OH}^- - 1,8 \cdot 10^{-7}$; $\text{Cl}^- - 0,685 \cdot 10^{-7}$; $\text{SO}_4^{2-} - 0,71 \cdot 10^{-7}$. Jona kustīgums u ir atkarīgs no jona masas un temperatūras: H^+ jonam ir maza masa, tāpēc tā kustīgums liels. Jonu ātrumi v elektrolītos vispār ir mazi, tāpēc elektriskajā laukā to potenciālā enerģija nepāriet jonu kinētiskajā enerģijā, bet berzes dēļ Džoula siltumā.

3. Aptuveni var pieņemt, ka u_+ un u_- ir konstanti, no elektriskā lauka intensitātes E neatkarīgi lielumi, tāpēc elektrolītiem der **Oma likums**

$$R = \frac{U}{I} = \frac{E \cdot l}{neS(v_+ + v_-)} = \frac{l}{neS(u_+ + u_-)} = \frac{l}{\gamma S}. \quad (17-11)$$

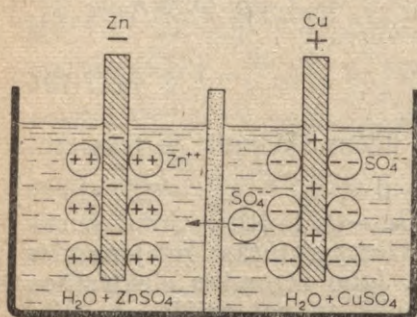
4. Ja šķīdumos elektriskajā laukā kustas lielākas *koloidālas* lādētas daļiņas, tad tādu parādību sauc par elektroforēzi. Tehnikā elektroforēzi izmanto kaučuka atdalīšanai no kaučuka piena, būvju pamatos pāļu nostiprināšanai ar grunts koloidālām daļiņām (laižot pa grunti un pāli elektrisko strāvu) u. c. Gadījumā, ja *lādēts šķidrums pārvietojas* ar pretēju zīmi lādētā porainā cietā ķermenī, tad tādu parādību sauc par elektroosmozi. Elektroosmozi izmanto, piemēram, medikamentu iesūcināšanai ar elektriskā lauka palīdzību cauri ādai audos, kā arī porainu ķermeņu žāvēšanai u. c.

5. Elektrolīzi ļoti plaši izmanto 1) elektrolītiskā *metālu iegūšanā* (piemēram, Cu no CuSO_4), 2) *metālu tīrīšanā* (metālu, piemēram, Cu, Zn, Ag, Au, ņem par anodu, bet elektrolīts ir šī metāla sāls), 3) *galvanostēģijā* (viena metāla pārklāšana ar citu metālu), 4) *galvanoplastikā* (priekšmetu atveido vaskā, pārklāj ar vadošu grafīta kārtiņu un ņem par katodu), 5) *ūdeņraža iegūšanā* u. c.

3. §. GALVANISKIE ELEMENTI. AKUMULATORI

1. Galvaniskais elements ir ķīmisks elektriskās strāvas avots, kas sastāv no diviem elektrodiem, starp kuriem atrodas elektrolīts. Galvaniskā elementa darbības noskaidrošanai aplūkosim Daniela elementu. Tas sastāv no Zn un Cu elektrodiem, kas

Iegremdēti šo metālu sulfātu šķīdumos. Abus šķīdumus atdala poraina puscaurlaidīga starpsiena, kas laiž cauri tikai SO_4^{--} jonus (17-3. zīm.). Iegremdējot cinka elektrodu cinka sulfāta ZnSO_4 šķīdumā, starp cinku un šķīdumu darbojas trīs spēki, kuri uz cinka un cinka sulfāta šķīduma saskares laukuma vienību rada trīs



17-3. zīm.

spiedienus. Šķīšanas spiediens raksturo cinka un šķīdinātāja ķīmisko mijiedarbību, kurā šķīdinātāja molekulas tiecas atraut no cinka divvērtīgos pozitīvos jonus (Zn^{++}). Šiem joniem pārejot šķīdumā, tas uzlādējas pozitīvi, bet cinks — negatīvi, un izveidojas divi pretēju lādiņu slāņi, kuri atkarībā no koncentrācijas atrodas $10^{-8} \div 10^{-4}$ cm attālumā viens no otra. Tā rezultātā rodas no šķīduma uz cinka elektroda pusi vērsts elektriskais lauks un elektrostatiskais spiediens. Cinka joni šķīdumā izturas kā molekulas gāzē, tāpēc tie attīsta uz cinku arī osmotisko spiedienu. Pēc kāda brīža cinka šķīšana izbeidzas un iestājas dinamisks līdzsvars, kurā

$$\begin{aligned} \text{šķīšanas spiediens} &= \text{elektrostatiskais spiediens} + \\ &+ \text{osmotiskais spiediens.} \end{aligned}$$

Līdzsvara stāvoklī, kas ir atkarīgs no jonu koncentrācijas, starp elektrolītu un elektrodu izveidojas noteikta potenciālu difference, kuru sauc par elektroķīmisko potenciālu starpību U vai, īsāk sakot, — par elektroķīmisko potenciālu. Tā, piemēram, $\text{Zn}-\text{ZnSO}_4$ šķīdumam $U_{\text{Zn}} = -0,50$ V. Ķīmiskie spēki, pārvietojot Zn^{++} jonus no cinka elektroda šķīdumā, pārvar elektriskos un osmotiskos spēkus un pastrādā darbu, kurā ķīmiskā enerģija pārvēršas elektriskajā enerģijā.

Pie vara elektroda Cu^{++} jonu osmotiskais spiediens ir lielāks nekā vara šķīšanas spiediens. Tāpēc uz vara plates no vara sulfāta šķīduma nosēžas pozitīvie divvērtīgie Cu^{++} joni. Līdzsvara stāvoklī pie vara elektroda

$$\begin{aligned} \text{šķīšanas spiediens} &+ \text{elektrostatiskais spiediens} = \\ &= \text{osmotiskais spiediens.} \end{aligned}$$

$\text{Cu}-\text{CuSO}_4$ šķīduma elektroķīmiskais potenciāls $U_{\text{Cu}} = 0,61$ V. Tātad Daniela elementa kopējais elektroķīmiskais potenciāls $U_{\text{Cu}-\text{Zn}} = U_{\text{Cu}} - U_{\text{Zn}} = 0,61 \text{ V} - (-0,50) \text{ V} = 1,11 \text{ V}$, kas arī ir Daniela elementa elektrodzinējspēks \mathcal{E} .

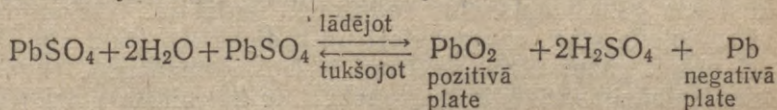
Zn un Cu plates savienojot, elektroni pa ārējo ķēdi no Zn elektroda pāriet uz Cu elektrodu. Tā rezultātā samazinās elektro-

statiskie spiedieni, izjūk minēto triju spēku līdzsvars un sākas cīnka elektroda šķīšana un vara nosēšanās uz vara elektroda.

T. s. *Vestona normālelementam* (CdHg un Hg elektrodi un CdSO₄ šķīdums — elektrolīts) elektrodzinējspēks $\mathcal{E} = 1,01830$ V.

2. Elektrodu polarizācija. Elektriskai strāvai plūstot caur elektrolītu, kurā ir iegremdēti divi metāla elektrodi, tie drīz pārklājas ar elektrolizē izdalītām vielām un izveido citu elektrodu pāri, kas rada elektriskai strāvai pretim vērstu spriegumu — *polarizācijas spriegumu* U_p . Tā, piemēram, ūdens elektrolizē, elektrodiem pārklājoties ar H un O gāzu slāņiem, $U_p = 1,23$ V. Līdz ar to vajadzīgs zināms minimālais spriegums $U = U_p$, kas jāpieliek elektrodiem, lai caur elektrolītu varētu plūst elektriskā strāva. Oma likums šajā gadījumā ir formā $I = \frac{U - U_p}{R}$, kur U — elektrodiem pieliktais spriegums. Elektrodu polarizācijas parādību izmanto akumulatoros — elektriskās enerģijas uzkrāšanās ķīmiskās enerģijas veidā. Galvaniskajos elementos polarizāciju novērš stipri oksīdi (piemēram, MnO₂), kas saista ūdeņradi ar skābekli un rada ūdeni.

3. Akumulatori. Pazīstamākais ir svina akumulators. Tā elektrodi ir režģveida svina plates, kurās iepresētas svina oksīdu Pb₃O₄ (pozitīvā plate) un PbO (negatīvā plate) pulveru pastas. Ielejot akumulatorā elektrolītu — atšķaidītu sērskābi, uz ļoti poraino elektrodu virsmām izveidojas svina sulfāts PbSO₄. Pēc tam, laižot akumulatoram cauri elektrisko strāvu, to uzlādē, t. i., pārvērš vienu plati par PbO₂, otru — par Pb. Akumulatoru lādējot un tukšojot, notiek šādas reakcijas:



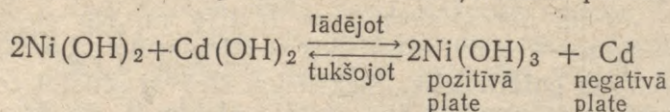
Anods PbO₂ ir brūns, katods Pb — pelēks. Lādēšana ir jābeidz, ja $U = 2,60$ V, jo tad reakcijā viss PbSO₄ ir patērēts un no elektrolīta sākas intensīva skābekļa un ūdeņraža burbuļu izdalīšanās.

Akumulatoru tukšojot, nedrīkst pieļaut spriegumam nokristies zem 1,8 V. Skābes blīvums tukšojot samazinās no 1,22 g/cm³ līdz 1,15 g/cm³.

Akumulatoru raksturo arī tā *kapacitāte*, t. i., elektrības daudzums, ko akumulators spēj atdot izlādējoties. To mēra ampērstundās (A·h). 1 A·h = 3600 C. Par akumulatora *lietderības koeficientu* sauc izlādējoties atdotās enerģijas attiecību pret enerģiju, ko patērēja, to uzlādējot. Svina akumulatora 100 cm² plašu virsmas dod 5—10 A·h lielu kapacitāti, bet 1 kg plašu masas — ap 30 W·h elektriskās enerģijas; tā lietderības koeficients ir 0,6 ÷ 0,8.

Mehāniski un elektriski izturīgāki ir Cd—Ni vai Fe—Ni akumulatori. Tajos elektrodi ir režģveida niķelēta skārda plates. Pozitīvā plate satur Ni(OH)₂, bet negatīvā plate — Cd(OH)₂

vai $\text{Fe}(\text{OH})_2$. Elektrolīts ir 20% kālija sārms — KOH. Akumulatoru lādējot un tukšojot, notiek šādas ķīmiskas pārvērtības:



Cd—Ni akumulatora EDS $\mathcal{E} = 1,15$ V, bet Fe—Ni akumulatoram $\mathcal{E} = 1,35$ V.

18. NODAĻA

ELEKTRISKĀ STRĀVA GĀZĒS

1. §. ELEKTRISKĀS IZLĀDES ELEMENTĀRIE PROCESI GĀZĒS

1. **Gāzu jonizācija.** Parasti normālos apstākļos gaiss un pārējās gāzes ir labi elektrības izolatori. Tas izskaidrojams ar tō, ka normālos apstākļos gāzēs ir ļoti maz jonu un brīvu elektronu, piemēram, 1 cm^3 gaisa aptuveni ir 1000 jonu pāri.

Lai gāzē varētu rasties elektriskā strāva, tad gāzes neitrālās molekulas ar kādu jonizatoru jāsakalda «+» un «-» jonos vai «+» jonos un elektronus.

To var izdarīt, piemēram, gāzi karsējot, jo ar lielu ātrumu kustošās gāzes molekulas saduroties jonizējas. Gāzi stipri jonizē ultravioletie stari, rentgenstari un radioaktīvo vielu starojums, kā arī pašas gāzes ātrie elektroni (trīcienjonizācija). Gaisa dabiskās jonizācijas cēlonis galvenokārt ir kosmiskie stari. Gāze tiek jonizēta arī, pārvietojoties sīkām daļiņām, piemēram, ūdens pilieniem, un šī iemesla dēļ atmosfērā rodas zibens.

Jonizatora radīto jonu skaits ir stipri atkarīgs no gāzes jonizācijas enerģijas E_j , t. i., no enerģijas, kas jāpatērē, jonizatoram neitrālo atomu vai molekulu pārvēršot jonu pāri. Jonizācijas enerģiju E_j var izteikt šādi: $E_j = eU_j$, kur U_j ir potenciālu diference, kas paātrinājusi to lādēto daļiņu, kura, saduroties ar atomu vai molekulu un atdodot visu savu kinētisko enerģiju $mv^2/2 = E_j$, pārvērš to jonu pāri. Lielums eU_j ir lādētas daļiņas darbs, izejot caur potenciālu diferenci U_j . So darbu, tāpat ar to saistīto daļiņas kinētisko enerģiju pieņemts mērit *elektronvoltos*. 1 eV ir vienāds ar enerģiju, kādu iegūst daļiņa ar lādēti e , pārvietojoties starp punktiem, kuru potenciālu diference ir 1 V. U_j sauc par *jonizācijas potenciālu* (sk. tabulu).

Viela	Na	Hg	H	N	Ne	He
U_j [V].	5,14	10,39	13,54	14,52	21,48	24,6

Ja gāzē elektronus ievada no ārienes, piemēram, elektrisko strāvu gāzē rada termoelektriskā, fotoelektriskā vai aukstā emisija no katoda (sk. 16. nod. 2. §), tad elektriskās strāvas stiprumu gāzē nosaka arī elektrona izejas darbs A no katoda. Katoda auksto emisiju izraisa pozitīvie joni, kas elektriskajā laukā ar lielu ātrumu triecas pret to. Piezīmēsim, ka elektrisko strāvu gāzē parasti sauc par *gāzu izlādi* jeb *gāzizlādi*.

2. **Gāzu izlādes elementārie procesi.** Gāzes jonizatora un katoda elektronu emisijas radītie joni un elektroni veido gāzē šādus elementāros procesus:

a. Jonu un elektronu rašanās no kāda ārēja jonizatora, t. i., jau aplūkotā gāzes molekulu *jonizācija*.

b. Gāzes joniem un elektroniem atkal satiekoties, norisinās jonu *rekombinācija*. Jonu rekombinācija pieaug līdz ar jonu koncentrāciju, tāpēc starp jonu rašanos (ko nosaka jonizatora darbības intensitāte) un rekombinēšanos (ko nosaka jonu pāru skaits) izveidojas dinamisks līdzsvars, kad gāzes tilpuma vienībā atrodas nemainīgs jonu skaits.

c. Gāzes brīvie elektroni (ļoti stiprā elektriskajā laukā arī joni), elektriskajā laukā paātrinoties, rada jaunus pozitīvus un negatīvus jonus un jaunus elektronus. Šo parādību sauc par *trīcienjonizāciju*.

d. Joni rekombinējoties, tāpat arī ierosināti atomi un molekulas, pārejot neierosinātā stāvoklī, *emitē gaismu*.

e. Ja šo gaismu absorbē gāzes trauka sienas vai pašas gāzes molekulas, tad rodas *fotoefekts*, kas savukārt izraisa molekulu *sekundāro jonizāciju* un *ierosināšanu* (iekšējās enerģijas palielināšanu).

f. Ierosinātas, bet nejonizētas gāzes molekulas sadursmēs var atdot savu ierosmes enerģiju citām — neierosinātām molekulām. Šos notikumus sauc par *otra veida sadursmēm*.

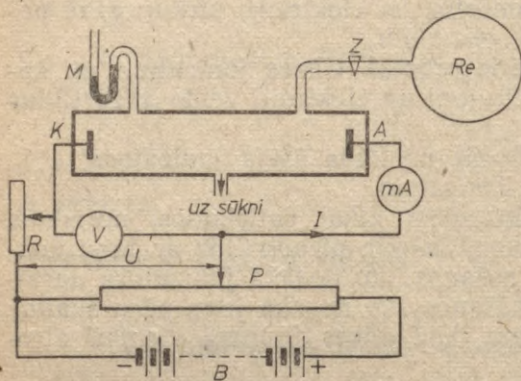
g. Dažādo lādiņu dažādā kustīguma rezultātā gāzu izlādē veidojas daļiņu koncentrāciju starpības un *telpas lādiņi*, kuru elektriskie lauki ietekmē daļiņu *difūzijas* procesus.

h. Elektronu un jonu sadursmes ar molekulām, elektrodiem un gāzes trauka sienām palielina elektrodu un trauka sienu *temperatūru*.

Savukārt minēto gāzu izlādes elementāro procesu intensitāte ir atkarīga no izlādes ārējiem apstākļiem, piemēram, no gāzes spiediena, elektrodiem pieliktā sprieguma, elektriskā lauka nehomogenitātes, elektrodu novietojuma, formas un materiāla, gāzu sastāva un temperatūras, elektriskās ķēdes veida un no citiem faktoriem, tāpēc izlāde gāzē ir ļoti sarežģīta parādība.

3. Gāzu izlādes parādības eksperimentāli var pētīt ar iekārtu, kuras principiālā shēma attēlota 18-1. zīmējumā. Gāzi izlādes caurulē ielaiž no rezervuāra Re caur aizgriezni Z . Ar sūkni var pazemināt gāzes spiedienu līdz vēlamai vērtībai. Spiedienu izlādes caurulē mēra ar manometru M . Elektrodiem pielikto

spriegumu U rāda voltmētis V . No potenciometra P , kuram ir pieslēgts vairākus simtus voltu līdzsprieguma avots B , var pievadīt elektrodiem vēlamo spriegumu. Traukā esošo gāzi jonizē ar kādu starojumu vai arī tai elektronus piegādā, izraisot termoemisiju, auksto emisiju vai fotoelektronu emisiju no katoda.



18-1. zīm.

dzas šī ārējā iedarbība, izbeidzas arī nepatstāvīgā izlāde. Turpretim, ja strāva gāzē plūst arī bez ārējās iedarbības, tad gāzu izlāde ir patstāvīga.

Strāvas stiprumu, ko mēra miliampērmetrs vai mikroampērmetrs, regulē ar pretestību R , kuru var mainīt no 0 līdz $10^8 \Omega$.

Dažādos izlādes veidos gāzē parasti iedala nepatstāvīgā izlādē un patstāvīgā izlādē. Ja gāzu izlādes brīvos lādiņus rada kāds ārējs telpisks jonizators vai termoelektronu emisija no ārēji karsēta katoda, tad tā ir nepatstāvīgā gāzu izlāde. Tikko izbei-

2. §. NEPATSTĀVĪGĀ ELEKTRISKĀ IZLĀDE GĀZĒ

1. Nepatstāvīgā elektriskā izlāde, ja gāzes spiediens ir ļoti mazs. Pieņemsim, ka gāzes spiediens p ir tik mazs ($p < 10^{-2}$ Pa), ka joni un elektroni attālumam starp anodu un katodu nolido, nesaduroties ar gāzes molekulām. Vēl pieņemsim, ka retinātās gāzes jonizāciju rada kāds telpisks jonizators ar nemainīgu intensitāti (piemēram, kosmiskie vai γ stari). Šajos gadījumos elektroni anoda virzienā kustas staru veidā. Ja spriegums ir pietiekami liels, tad tos sauc par katodstariem. Tad, ar potenciometru P vai slodzes pretestības R maiņu (18-1. zīm.) palielinot spriegumu U starp elektrodiem gāzē, var novērot, ka strāvas stiprums I iegūst konstantu sātstrāvas vērtību, piemēram, 10^{-16} A (sk. 18-2. zīm. līkni 1). To nosaka telpiskā jonizatora radītais jonu skaits laika vienībā. Turpretim, ja gāzes telpiskā jonizatora vietā elektronus elektriskai izlādei piegādā emisija no katoda, tad pie maziem spriegumiem, kā tas izriet no termoelektronu emisijas voltampēru raksturlieknes (sk. 16. nod. 3. §), elektronu staru strāvas stiprums $I \sim U^{\frac{3}{2}}$. Pēc tam, tāpat kā iepriekšējā gadījumā, spriegumam augot, iestājas sātstrāvas stāvoklis (sk. 18-2. zīm. līkni 2). Pārtraucot gāzes jonizatora iedarbību vai katoda kvēlināšanu, strāva izbeidzas.

2. Nepatstāvīgā izlāde gāzē, ja spiediens ir vidējs. Paaugstināsim gāzes spiedienu p līdz tādai vērtībai, piemēram, 10^2 Pa, lai katoda-anoda attālumā ietilptu *daudzi* gāzes molekulu un elektronu brīvā ceļa garumi. Noteiksim šajā gadījumā pie dažādiem gāzei pieliktiem spriegumiem jonizācijas un rekombinācijas bilanci, jonu skaitu līdzsvara stāvoklī, jonu-elektronu strāvas stiprumu un gāzes īpatnējo elektrisko vadītspēju.

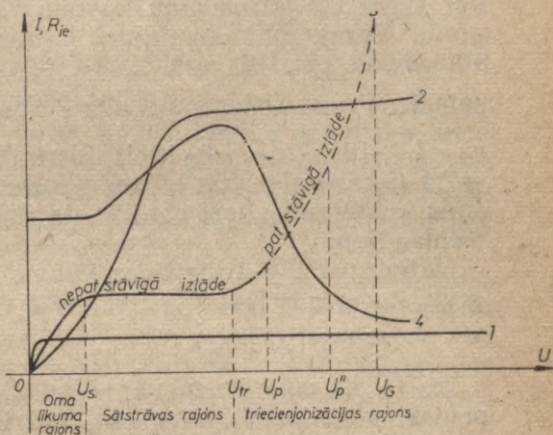
a. Vispirms noteiksim jonizācijas-rekombinācijas bilanci un jonu skaitu gāzē gadījumā, ja gāzē nav ārējā elektriskā lauka. Šajā nolūkā pieņemsim, ka telpiskais jonizators 1 s 1 m^3 rada N jonu pārus un ka gāzes 1 m^3 laika brīdī t ir n jonu pāru, bet rekombinācijas dēļ 1 s zūd δn^2 jonu pāri (jo n jonu pāri var veidot n^2 dažādus pārus). Jonu rekombinācijas koeficienta δ lielumu galvenokārt nosaka jonu izvietojums, piemēram, jonu attālumus. Normālos apstākļos gaisā joniem $\delta = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/\text{s}$. Tad jonu pāru skaita maiņa tilpuma vienībā 1 s (jonizācijas-rekombinācijas bilance) dn/dt ir vienāda ar radīto un rekombinēto jonu skaitu starpību:

$$\frac{dn}{dt} = N - \delta n^2. \quad (18-1)$$

Ja jonizators kādu laiku sprīdi jau ir darbojies un jonu skaits gāzē vairs nemainās, t. i., jonizācijā radīto jonu skaits ir kļuvis vienāds ar rekombinēto jonu skaitu, tad iestāties jonizācijas-rekombinācijas līdzsvars. Liekot izteiksmē (18-1) $\frac{dn}{dt} = 0$, dabūjam, ka gāzē līdzsvara gadījumā jonu pāru skaits 1 m^3

$$n = \sqrt{\frac{N}{\delta}}. \quad (18-2)$$

b. Tagad pieliksim elektrodiem tik *mazu spriegumu*, lai sātstrāvas stāvoklis būtu tālu un vēl tālāk būtu triecienjonizācija. Ja caur gāzi plūstošās elektriskās strāvas blīvums j ir ļoti mazs, tad ļoti mazs salīdzinājumā ar jonu skaitu gāzē n ir arī uz elektrodiem krītošo jonu un elektronu skaits. Šādā gadījumā jonu skaitu gāzē, kurš aptuveni ir tikpat liels kā bez ārējā lauka, izsaka izteiksme (18-2).



18-2. zīm.

Strāvas blīvumu gāzē (sk. 18-2. zīm. līknes 3 pirmo daļu), telpiskam gāzes jonizatoram darbojoties ar nemainīgu intensitāti, var izteikt tāpat kā elektrolītiem [sk. 17. nod. 2. § un izteiksmi (17-8)]:

$$j = en(v_+ + v_-) = en(u_+ + u_-)E, \quad (18-3)$$

kur v_+ , v_- ir gāzes jonu kustības ātrumi, u_+ , u_- — jonu kustīgumi. Gāzēs jonu kustīgumi aptuveni ir 10^3 reižu lielāki nekā šķidrumsos (sk. 17. nod. 2. §), piemēram, pie 1 atm liela gāzes spiediena un 0°C temperatūrā kustīgumi $\left[\frac{\text{m}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}\right]$ gaisa joniem $u_+ = 1,4 \cdot 10^{-4}$, $u_- = 1,9 \cdot 10^{-4}$, ūdeņraža joniem $u_+ = 5,4 \cdot 10^{-4}$, $u_- = 7,4 \cdot 10^{-4}$, ogļskābās gāzes joniem $u_+ = 0,8 \cdot 10^{-4}$, $u_- = 0,9 \cdot 10^{-4}$. Jonu kustīgumi stipri mainās, ja dotajā gāzē atrodas citas gāzes piemaisījumi.

Izteiksme (18-3) ir *Oma likums diferenciālā formā gāzei*: $j = \gamma E$, kur gāzes īpatnējā elektriskā vadītspēja

$$\gamma = en(u_+ + u_-). \quad (18-4)$$

c. Ja pie *vidēji liela gāzes spiediena* (apmēram 10^2 Pa) pakāpeniski *palielinām spriegumu*, tad ievērojama jonu daļa nokļūst uz elektrodiem, samazinās jonu rekombinācija un strāvas stiprums gāzē vairs neaug tieši proporcionāli spriegumam. Sasniedzot kādu noteiktu spriegumu U_s , elektriskā strāva kļūst par *sātstrāvu*. Tā, piemēram, dabiskos apstākļos pie normāla spiediena gaisā $I_s \approx 10^{-15}$ A, bet pie $p = 10^2$ Pa $I_s \approx 10^{-17}$ A. Šajā gadījumā gāzē jonu rekombinācijas vairs nav un visi gāzē radušies joni nokļūst uz elektrodiem. *Oma likums sātstrāvai vairs neder.*

Aprēķinot sātstrāvas stiprumu, pieņemsim, ka plakanparalēlo elektrodu virsmu laukumi ir S , to attālums d un gāzes starpelektrodu tilpumā $V = Sd$ 1 s rodas NSd jonu pāri. Tā kā visi šie joni 1 s laikā aiziet līdz elektrodiem, tad sātstrāvas stiprums

$$I_s = NeSd = NeV, \quad (18-5)$$

(sk. 18-2. zīm. līknes 3 vidējo daļu). *Sātstrāvas blīvums*

$$j_s = \frac{I_s}{S} = Ned \quad (18-6)$$

un no elektriskā lauka intensitātes E atkarīgā *īpatnējā elektriskā vadītspēja*

$$\gamma = \frac{j_s}{E} = \frac{Ned}{E}. \quad (18-7)$$

d. Turpinot elektrodiem pieliktā sprieguma U tālāku palielināšanu, pie kāda noteikta sprieguma U_{tr} strāvas stiprums atkal sāk strauji pieaugt. Tas izskaidrojams ar to, ka elektroniem ir tik liela enerģija, ka tie, saduroties ar neitrālām molekulām, var tās jonizēt, t. i., izdarīt *trīcienjonizāciju*. *Trīcienjonizācijas ra-*

jons $U_{tr}-U_G$, iedalās *proporcionalitātes rajonā* $U_{tr}-U_p'$, *pārejas rajonā* $U_p'-U_p''$ un t. s. *Geigera rajonā* $U_p''-U_G$ (sk. 18-2. zīm. un 38. nod. 8. §).

No ķermeņu elastīgās sadursmes likumiem (sk. 2. nod. 23. §) izriet, ka daļiņu elastīgā sadursmē pārnestā enerģija ir tieši proporcionāla daļiņu masu attiecībai. Tā kā $\frac{\text{jona masa}}{\text{molek. masa}} \approx 1$, bet $\frac{\text{elektrona masa}}{\text{molek. masa}} \ll 1$, tad joni sadursmēs savu enerģiju zaudē ātri, turpretim elektronu enerģija sadursmēs mainās maz. Tātad elektroni elektriskajā laukā var iegūt daudz lielāku kinētisko enerģiju nekā joni. Jaunu jonu pāru radītāji gāzē tāpēc galvenokārt ir elektroni, nevis joni. Triecienjonizācijas dēļ strauji samazinās gāzes pretestība R_{ie} (sk. 18-2. zīm. līkni 4). Tā kā $R_{ie} \neq \text{const}$, tad šajā gadījumā Oma likums nav spēkā.

3. Aplūkotie trīs gāzu izlādes veidi ir labi redzami jonizācijas gāzu izlādes raksturlīknē 3 (18-2. zīm.). Sprieguma rajonā $0-U_s$ ir spēkā *Oma likums*, U_s-U_{tr} ir *sātstrāvas*, bet $U_{tr}-U_G$ — *triecienjonizācijas* rajons. Rajonā $0-U_{tr}$ izlāde gāzē ir nepatstāvīga, bet rajonā $U_{tr}-U_G$ augstāko spriegumu daļā (pie U_G) tā parasti ir patstāvīga.

Strāva gāzē atšķiras no elektriskās strāvas elektrolītos. Elektrolītos jonu skaits ir liels un elektriskā strāva šo jonu koncentrāciju praktiski nemaina. Bez tam elektrolītos ir mazs jonu brīvā ceļa garums, tāpēc nevar rasties triecienjonizācija. Gāzē turpretim jonu skaits ir mazs, to kustīgums un brīvais ceļš ir liels, jau samērā neliela elektriskā strāva var mainīt jonu koncentrāciju un var arī viegli rasties triecienjonizācija.

Piemērs. Aprēķināt ar gaisu pildītas gāzu izlādes caurules pretestību mazas elektriskā lauka intensitātes gadījumā, ja tās garums $d=100$ cm, šķērsriezums $S=3$ cm² un 1 cm³ atrodas $n=10^7$ vienvērtīgu jonu pāri, kuru kustīgumi $u_+=1,4 \frac{\text{cm}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$ un $u_-=1,9 \frac{\text{cm}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$.

Tā kā $E=\frac{U}{d}$, tad no izteiksmes (18-3) izriet, ka $I=jS=ne(u_++u_-)\frac{U}{d} \cdot S$.

Ja šo izteiksmi salīdzina ar Oma likumu $I=\frac{U}{R}$, tad redzam, ka

$$R = \frac{d}{ne(u_++u_-)S} = \frac{1 \text{ m}}{10^{13} \text{ m}^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} (1,4+1,9) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 3,9 \cdot 10^9 \Omega.$$

3. §. MIRDZOŠĀ IZLĀDE

Tālāk aplūkosim galvenos *patstāvīgās* gāzu izlādes veidus — tumšo, mirdzošo, lokizlādi un dzirksteļizlādi. Patstāvīgā gāzu izlāde ir raksturīga ar to, ka niecīga sākotnējā elektriskā strāva lavinveidā pastiprinās un pēc tam tā vai nu nostabilizējas par

nemainīgu strāvu (kā tas ir tumšajā, mirdzošajā un lokizlādē), vai arī izbeidzas, lai atkal sāktos no jauna (dziirksteizlādē). Pamatojoties uz to, sakām, ka patstāvīgā gāzu izlāde ir gāzes caursite, kura notiek, ja starp elektrodiem ir pielikts pietiekami liels t. s. caursites spriegums U_c .

1. **Gāzes caursites nosacījums. Tumšā izlāde.** a. Lai elektriskā strāva varētu lavīnveidā pastiprināties, tad no katoda izlidojušā viena primārā elektrona triecienjonizācijas procesos radītajiem pozitīvajiem joniem ir jāizsīst no katoda vairāk nekā viens elektrons. Ja α ir elektrona jonizēto molekulu vidējais skaits vienā ceļa garuma vienībā (t. s. *telpiskās jonizācijas koeficients*) un ja ceļa vietā x ir N' elektroni, tad tie ceļa gabalā dx rada $dN' = \alpha N' dx$ jaunus elektronus. Tātad $dN'/N' = \alpha dx$. Šo izteiksmi integrējot robežās no $N' = 1$ (pieņemsim, ka no katoda izlido viens primārais elektrons) līdz $N' = N$ un $x = 0 \div d$ un pēc tam, to potencējot, dabūjam, ka uz anodu krīt $N = e^{\alpha d}$ elektroni (no kuriem $N - 1$ ir sekundāri) un gāzē rodas $N - 1 = e^{\alpha d} - 1$ pozitīvi joni. Pēdējie, krītot uz katodu, rada $z = \gamma(e^{\alpha d} - 1)$ primāros elektronus, kur γ ir t. s. *katoda virsmas jonizācijas koeficients*. Lai pie vidēja gāzes spiediena starp plakaniem elektrodiem iestātos pietiekami stipra nepārtraukta strāva (caursite), tad saskaņā ar minēto *strāvas lavīnveida pastiprināšanās nosacījumu* jābūt $z = 1$, t. i.,

$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (18-8)$$

Gāzes un katoda jonizācijas koeficienti α un γ dotai gāzei un dotam katoda materiālam ir atkarīgi no spiediena p , elektrodu attāluma d un sprieguma U šādi: $\alpha = pf_1\left(\frac{U}{pd}\right)$ un $\gamma = f_2\left(\frac{U}{pd}\right)$. Tas nozīmē, ka caursites gadījumā, kad $U = U_c$ un funkcijām f_1 un f_2 ir noteiktas vērtības, ja palielinām elektrodu attālumu d , tad palielināsies arī caursites spriegums U_c , bet, ja caursites spriegumu U_c nemainām, tad, palielinot d , tikpat reizi jāsamazina gāzes spiediens p (*Pašēna likums*).

b. Pie vidēja gāzes spiediena ($p \approx 10^3$ Pa) un pietiekami liela sprieguma U gāzes caursites gadījumā ($U_c = U_t$) strāvas stiprums I pieaug, piemēram, no 10^{-14} A līdz 10^{-6} A, bet spriegums U paliek konstants (sk. 18-9. zīm. gāzes izlādes $U-I$ raksturlienes intervālu II). Mazās jonu koncentrācijas dēļ pie katoda neizveidojas telpas lādiņš un tur nav arī sprieguma krituma. Ar to šī, t. s. *tumšā izlāde* (mazā strāvas stipruma dēļ gaismas emisija ir niecīga) atšķiras no tālāk aplūkotās mirdzošās izlādes. Tumšās izlādes režīmā darbojas, piemēram, Geigera skaitītājs (sk. 38. nod. 8. §) un ar gāzēm pildītās fotošūnas.

2. **Mirdzošā izlāde.** Ja gāzu izlādes iekārtā (18-1. zīm.), kur pie vidēja spiediena norisinās tumšā izlāde, pakāpeniski samazinām ķēdes ārējo pretestību R , tad pie kādas noteiktas strāvas stipruma vērtības strāvas stiprums sāk spēji augt, pie tam gāze

sāk emitēt gaismu. Tā, piemēram, neonā pie spiediena $p=1$ kPa tas aptuveni pieaug no 10^{-6} A līdz 10^{-3} A. Tajā pašā laikā strauji samazinās spriegums starp elektrodiem. Pēc tam, vēl vairāk palielinot strāvas stiprumu, elektrodu spriegums vairs nemainās. Šo patstāvīgās gāzu izlādes formu sauc par mirdzošo izlādi. Gaisā tā norisinās spiediena intervālā no 10^{-2} Pa līdz 6 kPa. Visintensīvākā gaismas emisija gaisā ir pie 0,1—4 kPa spiediena.

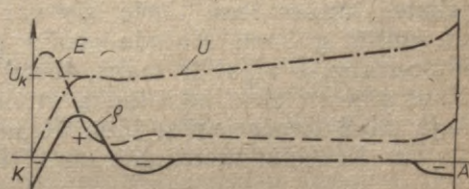


18-3. zīm.

Gaismas intensitāte stipri mainās arī pa gāzu izlādes ceļu, kur izstarojošos ceļa posmus, t. i., pirmo un otro katoda mirdzumu un pozitīvo stabu, atdala t. s. Kruksa un Faradeja tumšās telpas un cēlgāzēs arī cieši pie katoda pieguļošā, ļoti šaurā Astona tumšā telpa (18-3. zīm.). Arī pozitīvais stabs reizēm sadalās daudzās tumšās un gaišās joslās — stratos. Mainot katoda un anoda savstarpējo attālumu, mainās tikai pozitīvā staba izmēri, tāpēc garajās, piemēram, reklāmu un dienas gaismas caurulēs gaismu dod pozitīvais stabs, bet īsajās, piemēram, gāzu signālspludzēs — katoda mirdzumi. Mainoties gāzu izlādes caurules formai, pozitīvais stabs bez manām mainām seko visiem caurules izliekumiem. Mirdzošās izlādes krāsa atkarīga no gāzes: neonam Ne — pozitīvais stabs sarkans, katoda mirdzums dzeltens; N_2 — pozitīvais stabs dzeltens, bet katoda mirdzums — zils.

Arī spriegums U starp katodu un kādu punktu, kas pārvietojas no katoda līdz anodam, nemainās lineāri, bet ar strauju kāpumu U_k pie katoda — no katoda līdz otrajam katoda mirdzumam (18-4. zīm.). Sprieguma katoda kritums U_k līdz zināmam strāvas blīvumam j (piemēram, pie $p=10^2$ Pa līdz $j \approx 0,1 \frac{\text{mA}}{\text{cm}^2}$) nav atkarīgs no elektriskās strāvas blīvuma un gāzes

spiediena, bet atkarīgs tikai no katoda materiāla un gāzes. Šādu sprieguma kritumu sauc par normālo katoda kritumu. Šajā gadījumā katods ir tikai daļēji aplāts ar intensīvi elektronus emitējošo plankumu. Ja strāvas kopējais blīvums pie katoda



18-4. zīm.

virsmas palielinās pāri zināmai robežvērtībai, pie kuras visa katoda virsma emitē elektronus intensīvi, tad katoda kritums U_k pieaug un kļūst $\alpha n o m \alpha l s$, t. i., kļūst atkarīgs no strāvas blīvuma un gāzes spiediena. Tātad elektriskās strāvas maksimālo stiprumu gāzē ar normālo katoda kritumu nosaka arī katoda izmēri. Katoda otrajā mirdzumā un Faradeja tumšajā telpā spriegums mainās maz. Pozitīvajā stabā sprieguma maiņa aptuveni ir lineāra. Elektriskā lauka intensitāte E , kā tas izriet no aplūkotās sprieguma U maiņas, ir liela pie katoda, samazinās katoda otrā mirdzuma apgabalā un tālāk mainās maz (18-4. zīm.). Jāatzīmē, ka sprieguma nelineāro maiņu, resp., to, ka $E \neq \text{const}$, izraisa nevienmērīgais jonu un elektronu telpas lādiņu blīvums ρ (18-4. zīm.), kurū savukārt nosaka jonu un elektronu ātrumu starpība.

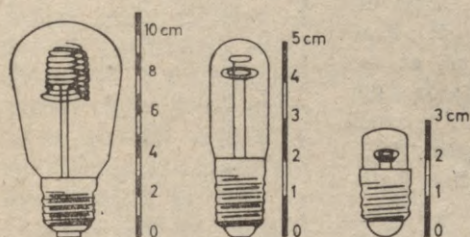
3. Jonu un elektronu kustības veids dažādos mirdzošās izlādes ceļa posmos, kā to jau rāda mainīgā gaismas emisija, ir dažāds. Tā kā pozitīvo jonu ātrums ir stipri mazāks par elektronu ātrumu, tad elektroni no katodam tuvās telpas aiziet, pirms pozitīvie joni paspēj nokļūt uz katoda. Tāpēc katoda apkārtnē rodas pozitīvo jonu pārākums, kas pretī elektronus intensīvi emitējošam katoda virsmas laukumam (virs kura cieši pie katoda virsmas ir negatīvs telpas lādiņš) izveido pozitīvi lādētu jonu slāni. Līdz ar to sākumā lineārais sprieguma kritums no katoda līdz anodam koncentrējas katoda tuvumā — Astona tumšajā telpā, pirmajā katoda mirdzumā un pirmajā (Kruksa) tumšajā telpā. Abas minētās norises, t. i., elektronu emisija no katoda un pozitīvā jonu slāņa veidošanās pirmajā (Kruksa) tumšajā telpā, ir saistītas, jo, tikko pastiprinās elektronu emisija no katoda, tā palielinās pozitīvo jonu pārākums un jonu skaits, kas krit uz katodu. Bet tas savukārt atkal pastiprina elektronu plūsmu no katoda.

Pozitīvo jonu triecienos no katoda atbrīvotie elektroni vispirms paātrinās Astona tumšajā telpā. Molekulu ierosmes un pēc tam jonizācijas enerģijai atbilstošu enerģiju elektroni sasniedz katoda pirmajā mirdzumā. Daļa no elektroniem tur izdara molekulu ierosmi un jonizāciju, kam seko gaismas emisija. Citi elektroni iziet pirmajam mirdzumam cauri un izdara molekulu jonizāciju katoda pirmajā (Kruksa) tumšajā telpā. Bet, tā kā elektroni no šīs telpas aiziet ātri, elektronu koncentrācija šeit ir maza un gaismas emisija vāja. Turpretim katoda otrajā mirdzumā ir liela elektronu koncentrācija (telpas lādiņš negatīvs), tur jonizētās molekulas kustas lēni, tāpēc tās var rekombinēties ar elektroniem un emitēt gaismu. Katoda otrajā (Faradeja) tumšajā telpā jonu koncentrācija atkal ir maza, tātad maza ir arī gaismas emisija. Kaut gan arī elektriskā lauka intensitāte E tur ir maza, elektroni šajā telpā tomēr iegūst tādu ātrumu, ka pie pozitīvā staba gala tie var ierosināt molekulas un tā izraisīt gaismas emisiju.

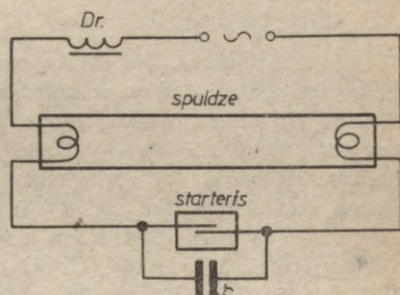
4. Mirdzošās izlādes izmantošana. a. Mirdzošās izlādes taisngrieži. Ņemot vienu elektrodu ar lielāku virsmu un mazu sprieguma katoda kritumu,

piemēram, no bārija, un otru elektrodu ar mazāku virsmu, bet lielāku sprieguma katoda kritumu, piemēram, no oglekļa, mirdzošā spuldze ir asimetriska un līdz zināmam spriegumam laiž strāvu cauri tikai vienā virzienā. Tāpēc to var izmantot maiņstrāvas taisngriešanai.

b. Signālspludzes. Dažu metālu zemais sprieguma katoda kritums ir tik mazs (piemēram, ar necnu pildītām spuldzēm pie $1 \div 4$ kPa spiediena



18-5. zīm.



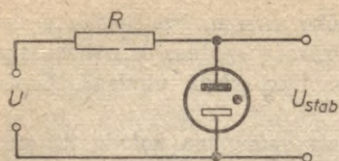
18-6. zīm.

Na — 75 V, Fe — 150 V), ka mirdzošā izlāde sākas jau pie 110 vai 220 V tīkla sprieguma. Šo mazjaudas signālspludžu elektrodu (18-5. zīm.), piemēram, divu koncentrisku spirāļu attālumi ir tik mazi, ka gaismu dod tikai katoda mirdzumi. Dažreiz nepieciešamās pretestības ir iebūvētas spuldzes pamatā.

c. Reklāmcaurulēs un dienas gaismas spuldzēs izmanto Ne un Ar vai Hg tvaiku. Gaismu dod pozitīvais stabs. Parasti dienas gaismas spuldze ir zema spiediena (ap 1 kPa), dzīvsudraba un argona spuldze, kurā Hg sava mazā jonizācijas potenciāla dēļ, elektriskajā izlādē izstaro galvenokārt ultravioletos starus. Uz spuldzes stikla sienām uzklātie *luminofori* tos pārvērš dienas gaismā ar dažādu nokrāsu (sk. 37. nod. 8. §). Dienas gaismas spuldzi iedezina starteris (18-6. zīm.). Ieslēdzot strāvu, vispirms uzliesmo gāzu izlāde starp startera bimetāla elektrodien, tāpēc tie sakarst un saskaras. Strāvas stiprumam palielinoties, sakarst (aptuveni līdz 1000 °C) arī spuldzes volframa elektrodu, starp kuriem tad sākas izlāde ($I \approx 0,1$ A), ko ierosina niecīga elektrodu termoelektronu emisija. Startera elektrodu pēc tam atdziest, atliecas un startera ķēdē strāva pārtraucas.

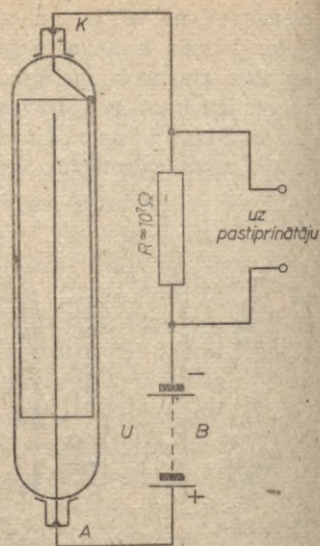
d. Ultravioleto staru spuldzes ir no kvarca stikla izgatavotas izlādes caurules ar Hg pildījumu, kuras plaši izlieto medicīnā kā ultravioleto staru avotu.

e. Sprieguma stabilizācijas mirdzlamapas — stabilitroni (18-7. zīm.). Jau iepriekš noskaidrojām, ka katoda kritums gāzu izlādes caurulēs (lampās) zināmā sprieguma rajonā nav atkarīgs no strāvas stipruma. Tas nozīmē, ka, mainoties gāzu izlādes ķēdes barošanas avota spriegumam U , šī sprieguma daļa U_{stab} , kas pielikta lampai, nemainās. Tāpēc, ja vēlamies kādai ierīcei, piemēram, mēraparatūrai, nodrošināt stabilizētu spriegumu (piemēram, 75 V, 105 V, 150 V), tad tai paralēli barošanas ķēdē var ieslēgt mirdzlamapu — stabilitronu. Jāatzīmē, ka šādu sprieguma stabilizatoru iekšējā pretestība maiņstrāvas komponentei ir ļoti maza, tāpēc tie labi nolīdzina taisngrieztā sprieguma pulsācijas. Sai ziņā tie līdzvērtīgi lielas kapacitātes kondensatoriem.



18-7. zīm.

f. Gāzu izlādes (Geigera) skaitītāji (18-8. zīm.). Tie sastāv no slēgtas cilindriskas stikla caurules ar retinātu gāzi, kurā atrodas cilindrisks metāla katods, kam pa asi novietotā tieva stieplīte — anods. Elektrodiem pieliek 300—2500 V spriegumu. Ja cauruli šķērso ātra daļiņa, tad tās radītā gāzes jonizācija izraisa starp elektrodiem īslaicīgu lavīnveida gāzes izlādi. Izlādes strāva rada pretestībā R sprieguma kritumu, ko reģistrē. Tā var mērīt rentgenstaru, γ , α un β staru un citu ātru daļiņu plūsmu intensitātes (sk. 38. nod. 8. §).



18-8. zīm.

4. §. KANĀLSTARI UN KATODSTARI

Ja katodā izveido caurumus un aizkatoda telpā ir labs vakuums, aiz caurumotā katoda novēro pozitīvi lādētu daļiņu plūsmu — **kanālstarus**. Tos rada uz katoda krītošie un katoda caurumiem cauri izgājušie pozitīvie joni. Kanālstari noliecas elektriskajā un magnētiskajā laukā, izraisa vielu luminiscenci, iedarbojas uz fotoplati. Tiem piemīt tādas pašas īpašības kā **anodstariem** un **jonu stariem**. Anodstari ir pozitīvo jonu plūsma, kurus emitē daži sakarsēti anodi, bet jonu stari ir no lokizlādes telpas izrautu un pēc tam elektriskajā laukā paātrinātu jonu plūsma.

Līdzīgi uz anodu krītoši un caur caurumotu anodu izlidojuši elektroni telpā aiz anoda veido **katodstarus**. Katodstaru galvenās īpašības ir šādas: 1) tie spēj iziet cauri plānām vielas kārtām (piemēram, 0,001 mm biežai Al plāksnītei); 2) kritot uz vielu, tie izraisa tās spīdēšanu (katodluminiscenci); 3) iedarbojas uz fotoplati. Pēdējo īpašību izmanto, piemēram, fotografējot elektronu difrakcijas ainu kristālos. Bez tam katodstari var 4) sakarsēt vielu (piemēram, anods katodstaros var sakarsēt līdz baltkvēlei); 5) jonizēt gaisu (piemēram, Vilsona miglas kamerā); 6) veidot t. s. sekundāros elektronus (piemēram, fotoelektronu daudzkaršotājos) un 7) radīt rentgenstarus (sk. 36. nod. 6. §). Tiklīdz katodstarus, kā arī pozitīvo daļiņu starus plaši izmanto vielas īpašību pētīšanā, apstarojot ar tiem vielu. Tos izmanto arī rentgenstaru lampās, elektronstaru lampās, katodizputes iekārtās (ķermeņu pārklāšanā ar plānām vielu kārtiņām), ātru daļiņu paātrinātājos, masspektrogrāfos un citur.

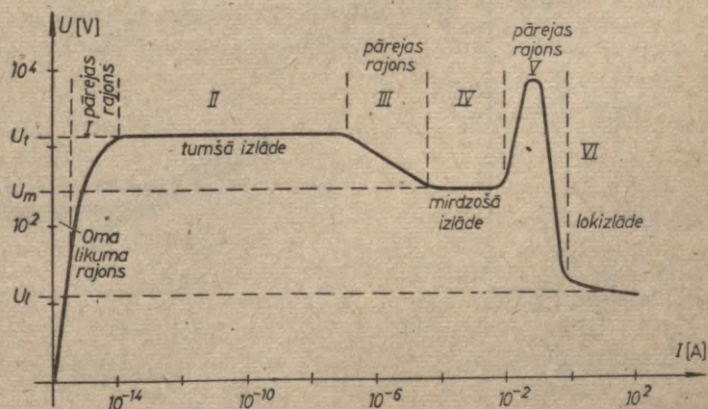
5. §. LOKIZLĀDE

1. Lokizlādes fizikālie procesi. Ja samazina kēdes ārējo pretestību R gandrīz līdz nullei un elektrodu savstarpējais attālums ir ļoti mazs, strāvas stiprums gāzē var sasniegt tādu vērtību, ka katods jonu bombardēšanas dēļ sakarst un sāk intensīvi *emitēt arī termoelektronus*. Pēdējie savukārt palielina pozitīvo jonu skaitu, kas krīt uz katodu un izsit no tā primāros elektronus. Tāpēc elektriskās strāvas stiprums ļoti strauji pieaug un sākas jauna gāzu izlādes forma — *lokizlāde*. To 1802. gadā novēroja krievu zinātnieks Petrovs. Tā parasti noris pie lielāka gāzes spiediena un ir patstāvīga izlāde, jo tajā tiek izpildīts nepieciešamais patstāvīgās gāzu izlādes nosacījums: elektronu plūsmu no katoda uztur pretēji vērstā pozitīvo jonu plūsma uz katodu. Loka «iededzināšanai» vajadzīgs tikai 40—50 V spriegums U_l . Pie lieliem spiedieniem (1 atm un lielākiem) lokizlāde «iedegas» bez mirdzošās izlādes, pēc t. s. kūļveida izlādes vai dzirksteļizlādes.

Lokizlāde atšķiras no mirdzošās izlādes ar mazu katoda sprieguma kritumu — tas ir $2 \div 5$ V. Bet, tā kā pozitīvo jonu slānis atrodas ļoti tuvu pie katoda, tad elektriskā lauka intensitāte tur ir sevišķi liela. Katoda augstās temperatūras un lielās elektronu emisijas dēļ gāzē plūst tūkstoškārt stiprāka strāva nekā mirdzošajā izlādē.

Lokizlādē, ar lokam nepieciešamo virknē slēgto reostatu palielinot strāvas stiprumu I , spriegums U uz loka parasti krītas. Lokam tātad ir t. s. krītošā *voltampēru raksturliķne* (sk. 18-9. zīm.).

Kā redzam, visas trīs patstāvīgās gāzu izlādes formas — tumšā izlāde, mirdzošā izlāde un lokizlāde atšķiras tikai ar strāvas stiprumu un spriegumu (attiecīgi U_t , U_m un U_l), kas ir atkarīgs no spiediena p . Mainot spriegumu, šīs gāzu izlādes formas pāriet cita citā, tāpēc tās var ietilpināt vienā raksturliķnē (18-9. zīm.).

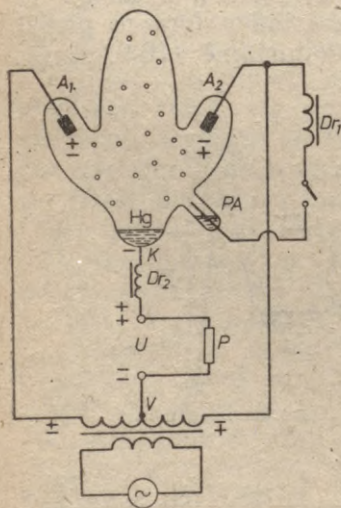


18-9. zīm.

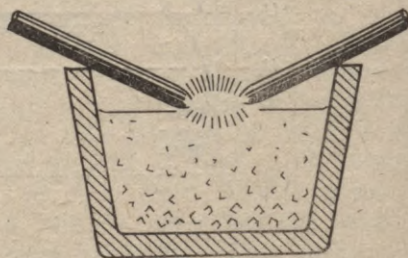
2. Lokizlādes izmantošana. a. Loka spuldzes. Sakarā ar elektriskā loka augsto temperatūru (pie maza spiediena $t \approx 100^\circ\text{C}$, pie $p=1$ atm $t=4000^\circ\text{C}$ un pie $p=100$ atm $t=10\,000^\circ\text{C}$) elektriskā loka elektrodi ļoti intensīvi emitē gaismu. Ipaši tas sakāms par pozitīvā elektroda *krāteri*, jo tam ir visaugstākā temperatūra. Loka spuldžu elektrodus izgatavo no tīrogles, volframa, efektogles u. c. Efektogles vidus pildīts ar dažādiem sāļiem loka gaismas krāsošanai. Loka spuldzes izgudroja krievu zinātnieks Jabločkovs 1876. gadā.

b. Ultravioleto staru loka spuldzēs ir aktivizēti un paškarstoši volframa elektrodi, tajās iepildīts argons ($p=1$ kPa) un stingri dozēts Hg piliens, kas pēc loka «iedegšanas» iztvaiko. Dzīvsudraba tvaiku loka spuldzes dod daudz ultravioleto staru (ar viļņa garumu līdz 200 nm). Augstspiediena spuldzēs Hg tvaiku spiediens ir 0,3–3 atm, bet ultraaugsto spiedienu spuldzēs — no 3 atm līdz dažiem simtiem atm.

c. Dzīvsudraba taisngriezis ar stikla balonu (18-10. zīm.). Katods divpusīgā dzīvsudraba loka taisngriezī ir Hg, bet divi anodi A_1 , A_2 pagatavoti no dzelzs vai ogleš. Tie ir samērā lieli, lai sitprās strāvās pārāk nesakarstu. Anodu skaits tiek saskaņots ar maiņstrāvas fāzu skaitu. Šāda taisngrieža iededzināšanai izmanto īpašu palīganodu PA un drošeli Dr_1 . Taisngriezi sagāz slīpi, lai Hg savienotu katodu ar palīganodu. Šajā gadījumā pie Hg elektroda (katoda) gāzē izveidojas pozitīvs telpas lādiņš un elektroni no nepārtraukti kustīgā un stipri elektronus emitējošā plankuma uz Hg virsmas tiek izrauti aukstās emisijas veidā (sk. 16. nod. 2. §). Transformatora sekundārā tinuma gali pieslēgti taisngrieža anodiem A_1 un A_2 , bet viduspunkts V caur slodzi katodam K . Maiņstrāvas pirmajā pusperiodā strāva plūst tikai no anoda A_1 uz katodu K , bet neplūst no anoda A_2 uz K , jo A_1 pret K ir pozitīvs, bet A_2 pret K ir negatīvs. Otrajā maiņstrāvas pusperiodā strāva plūst no A_2 uz K , bet neplūst no A_1 uz K . Tādējādi zarā VK vienmēr plūst pulsējoša vienvirziena strāva, kuru gludina drosele Dr_2 . Līdzstrāvas patērētāju pieslēdz «+» un «-» spailēm. Sprieguma kritums lokā ir 12–15 V. Taisngriezto spriegumu U uz patērētāja P atkarībā no laika t attēlo 16-9. zīmējums. Plaši lieto arī *metāliskos dzīvsudraba taisngriežus*. Stiprstrāvas tehnikā lietoto dzīvsudraba taisngriežu jauda ir līdz 1000 kW, lietderības koeficients 90%.



18-10. zīm.



18-11. zīm.

d. Jonu lampas ir gāzēm pildītas lampas ar paškarstošu (jonu triecienos) vai ārēji ar elektrisko strāvu karsējamu katodu. Plašāk lietotās jonu lampas ir šādas: 1) *ignitrons* — dzīvsudraba taisngrieža paveids ar vienu Hg katodu un vienu anodu, kas dod pulsējošu līdzstrāvu; 2) *tiratrons* — ar gāzi pildīta triode, kurai ar tiklīsprieguma maiņu, piemēram, no 0 V līdz -6 V, var mainīt anodspriegumu no 50 V līdz 200 V; 3) *gazotrons* — kvēlkatoda diode, kurā anodstrāvas palielināšanai iepildīts Hg tvaiks ar 10 Pa spiedienu un gāze ar 20—60 Pa spiedienu. Šīs lampas darbojas lōkizlādes režīmā. Mazākas jaudas tiratroni ar $I \approx 0,1$ A darbojas mirdzošās izlādes režīmā.

e. *Loka krāsnis*. Elektriskajā lokā kūst pat viscietākās vielas (tērauds, čuguns, bronza). Tāpēc ar loku (18-11. zīm.) no grūti kūstošiem izrakteņiem var iegūt dažādas vielas (SiC, CaC₂). No gaisa ar elektrisko loku iegūst slāpekļa oksīdus (sk. arī 15. nod. 5. §).

f. *Loka metinātājs*. To pirmais pagatavoja krievu zinātnieks Bernardoss 1881. gadā, bet tālāk pilnveidoja Slavjanovs 1890. gadā. Lodējamo masu viņš ņēma par vienu elektrodu, salodējamās metāla ķermeņus — par otru elektrodu un ar augstā temperatūrā kūstošām lodējamām masām salodēja augstā temperatūrā kūstošus metālus.

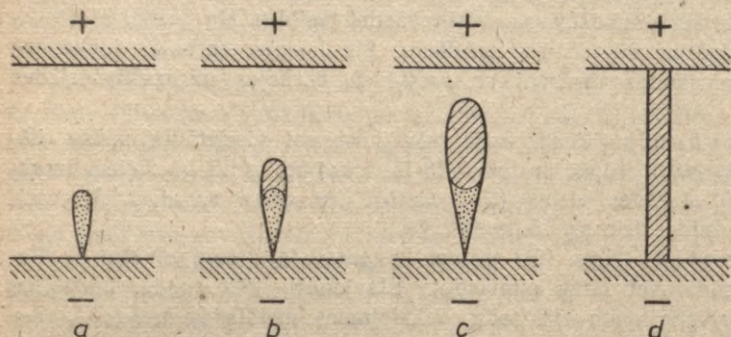
6. §. DZIRKSTELIZLĀDE. KORONA

1. Pie lieliem gāzes spiedieniem ($p \geq 1$ atm) elektronu brīvā ceļa garums un šajā ceļā iegūtā kinētiskā enerģija ir maza. Triecienjonizācija tāpēc var rasties tikai tad, ja elektriskā lauka intensitāte E ir ļoti liela, piemēram, gaisā, normālos apstākļos, ja $E_c = 30\,000$ V/cm. Pie mazākas elektriskā lauka intensitātes gaisa ir labs izolators. Ja elektrodiem pieliktais spriegums U pārsniedz caursites vērtību U_c , strāva caur gāzi tomēr neplūst nepārtraukti, bet grūdieniem, *elektriskās dzirksteles* veidā.

Gāzes dzirkstelīzlādes norisē noteicošā nozīme ir elektrona brīvā ceļa garumu \bar{l} skaitam d/\bar{l} , kas ietilpst katoda-anoda attālumā d . Ir novērots, ka gāzes caursite notiek tikai tad, ja vienā dzirksteles impulsā ir ne mazāk kā $10^8 \div 10^9$ elektronu. Viens katoda emitēts elektrons ceļā uz anodu šādu elektronu impulsu var izraisīt tikai tad, ja tā neelastīgo sadursmju skaits ir pietiekami liels. Tātad caursites spriegums U_c ir funkcija no d/\bar{l} . Tā kā $1/\bar{l} \sim p$, tad U_c ir funkcija no $d \cdot p$, t. i., $U_c(dp)$. Ja U_c turam konstantu, bet palielinām gāzes spiedienu p , tad caursites iegūšanai elektrodi jānostāda mazākā attālumā d . Tas ir *Pašēna likums*, kas ir spēkā gan gāzu izlādes caursitei pie maza un vidēja spiediena, gan arī dzirkstelīzlādei pie liela spiediena.

Sarežģītais dzirkstelīzlādes procesa mehānisms pēc t. s. dzirkstelīzlādes strīmeru teorijas sākas no katoda ar elektronu triecienjonizācijas lavīnu (18-12. zīm. a). Strauji pārvietojoties anoda virzienā, šī lavīna izveido stipri jonizētas gāzes kānālu — *strīmeru* (18-12. zīm. b, c, d). Tā ir t. s. sagatavošanas

izlāde. Tikai tad seko galvenā — redzamā izlāde, kura atkārtojas šajā kanālā vairākas reizes. Parasti dzirksteļizlādes ceļu veido nevis viena, bet vairākas citas citai sekojošas triecienviolācijas lavīnas un kanāli, tāpēc dzirksteļizlāde norisinās pa likumainu kanālu virkni.



18-12. zīm.

2. Grandioza dzirksteļizlāde novērojama dabā zibens veidā. Sīko ūdens pilieniņu un ledus kristāliņu kustība uz augšu vai uz sāniem uzlādē augšējo vai sāņus esošo mākonī negatīvi un zemei tuvāko vai citu sāņus esošo mākonī pozitīvi. Mākoņu lādiņi inducē zemes virsmā pretējas zīmes lādiņus. Šīs uzlādes dēļ starp zemi un mākoņiem vai mākoņiem savā starpā rodas plaši elektriskie lauki, kas vispirms rada dažas triecienviolācijas lavīnas. Pēc apmēram 0,01 s, šīm lavīnām sasaistoties, rodas nepārtraukts likumains dzirksteļizlādes kanāls — strīmers, pa kuru aptuveni 0,00004 s laikā notiek pirmā galvenā izlāde. Pēc 0,03 sekundēm ar 0,001 s ilgu sagatavošanas izlādi seko otrreizēja galvenā izlāde, kura novērota atkārtojamies līdz 27 reizes. Zibens spriegums $U \approx 10^8$ V, enerģija $W = 10 \div 1000$ kW·h, strāvas stiprums $I = 10^3 \div 2 \cdot 10^4$ A, laiks $t = 10^{-4} \div 10^{-5}$ s un lādiņš Q — daži kuloni. Zibens kanāla garums parasti ir 2–3 km (var arī būt 50 km) un diametrs ≈ 20 cm. Sekundē uz zemi nonāk ≈ 100 , bet gadā $\approx 1,6 \cdot 10^7$ zibeņi. Interesanta zibens forma ir pašreiz vēl neizpētītais *lodveida zibens*. Pērkona dārdoņas ilgumu nosaka zibens kanāla dažādo posmu dažāda attālums līdz novērotājam un skaņas atbalsošanās no mākoņiem.

3. Ar elektriskās dzirksteles palīdzību var izveidot *likumotus urbumus*, apstrādāt *viscietāko* materiālu detaļas, sasmalcināt viscietākās vielas vissīkākās daļiņās, *jonizēt gaisu* (medicīniskai terapijai) utt. Elektrisko impulsu tehnikā izlieto dažādas *dzirksteļizlādes lampas*.

4. Ja gāzē pie vidēja vai lielāka spiediena elektrodu spriegums U ir mazāks par caursītes spriegumu U_c , bet viens elektrods ir ass, tad pie asuma ir novērojams bāls mirdzums. Tā ir t. s. **asuma izlāde**. Pie stipri liektām virsmām, ja $U < U_c$, novēro zili

sarkanus mirdzumus un sīkšanu, ko izraisa koronas izlāde. Tā augstsprieguma līnijās, transformatoros, kondensatoros un slēdžos to metāla daļu liekumu vietās rada ievērojamus elektriskās enerģijas zudumus. Koronas izlādes novēršanai elektriskajām līnijām ar, piemēram, 200 000 V spriegumu vadu diametrs nedrīkst būt mazāks par 4 cm. Asumu un koronas izlāde dažreiz novērojama arī pie kuģu mastu galiem un koku galotnēm. Asumu un koronas izlādes cēlonis ir elektriskā lauka lielā intensitāte virsmas asumu un liekumu vietās. Elektriskais lauks izrauj no vadītāja elektronus un rada virsmas apkārtņē triecienjonizāciju.

7. §. ATMOSFĒRAS ELEKTRĪBA

Zemeslodei ir $Q = -6 \cdot 10^5$ C liels *negatīvs lādiņš*. Tātad uz Zemes virsmas 1 m^2 laukuma atrodas aptuveni $0,75 \cdot 10^8$ elektroni. Zemeslodei pieguļošā *atmosfērā ir pozitīvi uzlādēta*. Tās zemākie slāņi ir pozitīvi stiprāk uzlādēti nekā augstākie. Labos laika apstākļos pie zemes virsmas lejup vērstā elektriskā lauka intensitāte $E \approx 130 \text{ V/m}$ (svārstoties no 50 V/m līdz 500 V/m), bet jau dažu kilometru augstumā tā samazinās līdz 1 V/m . Elektriskā lauka intensitāte atmosfērā mainās kā regulāri (ar diennakts, tās puses un gada periodiem), tā arī neregulāri. Starp jonosfēru ($h = 60 \text{ km}$) un zemi spriegums $U = 150 \div 350 \text{ kV}$.

Atmosfērā atrodas dažāda lieluma elektriski lādētas daļiņas, galvenokārt *primārie molekulārie joni* ar kustīgumu $2 \div 0,1 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$. To skaits 1 cm^3 svārstās robežās no 100 līdz 1000. Bez tam vēl ir *vidējie un lielle joni* ar kustīgumu $10^{-4} \div 2,5 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$. Šo jonu skaits 1 cm^3 virs klajuma vai okeāna ir $10^3 \div 10^4$; virs lielpilsētām — $2 \cdot 10^4$. Lielie joni galvenokārt rodas, smagākām gaisa daļiņām pievienojot molekulāros jonus vai elektronus.

Augstumam h palielinoties no 0 km līdz 30 km, gaisa īpatnējā elektriskā vadītspēja γ palielinās aptuveni no $2,5 \cdot 10^{-14} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ līdz $1,2 \cdot 10^{-10} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Bez tam γ mainās arī diennakts un gada laikā. Puteklainam gaisam γ ir mazāks. Augšējo gaisa slāņu lielo elektrisko vadītspēju izraisa tajos esošie brīvie elektroni, kurus rada Saules radiācija. Pār stipri jonizētiem jonosfēras slāņiem ($h > 80 \text{ km}$) sk. arī 25. nod. 6. §.

8. §. PLAZMA

Plazma ir stipri jonizēta gāze, kurā elektronu un jonu mijiedarbība notiek ne tikai atsevišķos sadursmju brīžos, bet nepārtraukti. Vielas *plazmas stāvoklis ir sastopams* mirdzošās izlādes pozitīvajā stabā, koronas mirdzumā, lokā, dzirkstejlizādes kanālā, magnetohidrodinamiskajā un kodoltermiskajā

generatorā, kā elektronu gāze metālos un pusvadītājos un vispār vielā, kuras temperatūra kļūst augstāka par dažiem tūkstošiem kelvīnu. Tādējādi varam teikt, ka ļoti augstas temperatūras fizika, ķīmija un tehnika ir plazmas fizika, ķīmija un tehnika. Ja visas sākotnēji neitrālās daļiņas ir jonizētas, tad plazma ir pilnīgi jonizēta. Ja pozitīvo un negatīvo lādiņu skaits ir vienāds, tad plazma ir kvazineitrāla. Blīvā (elektronu, resp., jonu, koncentrācija $n > 10^{14}$ elektr./cm³) un aukstā ($T < 10^3$ K) plazmā termodinamiskais līdzsvars daļiņu termiskajā kustībā iestājas ātri, tāpēc parasti šāda plazma ir termodinamiskā līdzsvarā, t. i., visu plazmas daļiņu veidu temperatūras ir vienādas. Tādu plazmu sauc par izotermu plazmu. Turpretim, ja plazmai ir mazs lādēto daļiņu blīvums ($n < 10^8$ elektr./cm³) un augsta temperatūra ($T > 10^5$ K), tad atsevišķu daļiņu veidu temperatūras parasti ir dažādas. Tā, piemēram, gāzu izlādes plazmā elektriskās strāvas elektroniem sadursmēs ar joniem un neitrāliem atomiem enerģijas atdevē relatīvi lielās masu starpības dēļ ir ļoti maza, tāpēc elektronu temperatūra var būt 10^2 – 10^3 reizi augstāka nekā jonu temperatūra. Plazmā vispār pat atsevišķam daļiņu veidam var neiestāties termodinamiskais līdzsvars, tātad var nebūt noteiktas temperatūras.

Izraisot kādā nelielā plazmas apgabalā sakārtotas elektronu un jonu kustības, rodas elektriskie pretlauki, kas tiecas atjaunot plazmas elektrisko kvazineitralitātes stāvokli un plazmā rodas t. s. elektronu un jonu elektrostatiskās svārstības. To frekvenci ν nosaka lādēto daļiņu koncentrācija n . Tā, piemēram, elektroniem (masa m)

$$\nu_e = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\pi m}}. \quad (18-9)$$

Laboratorijas plazmās $n_e = 10^8$ – 10^{14} elektr./cm³ un $\nu_e = 10^2$ – 10^5 MHz.

Plazmas kustības noris hidrodinamiski, bet, tā kā tās stipri ietekmē magnētiskais lauks, šo hidrodinamikas nozari sauc par *magnetohidrodinamiku*. Magnētiskajā laukā plazmas lādētās daļiņas Lorencas spēka (sk. 19. nod. 8. §) iedarbībā kustas pa spirālēm ap magnētiskā lauka līnijām. Šīs magnētiskā lauka un plazmas lādēto daļiņu saistības dēļ magnētiskais lauks it kā «iesalst» plazmā, un, ja plazma pārvietojas, tai ir jāņem lauks sev līdz. Uz to arī pamatojas vienīgā metode ilgāku laiku saturēt kopā karstās ($T > 10^5$ K) plazmas.

Ja plazma atrodas stiprākā magnētiskajā laukā, nelielā telpas apgabalā notiekošas kolektīvas lādiņu svārstības, ņemot līdz magnētisko lauku, izraisa tā līniju izliekšanos un atpakaļ virzošo spēku rašanos. Radušās svārstības izplatās gan magnētiskā lauka līniju virzienā (*magnetohidrodinamiskie jeb Alfoena viļņi*), gan šķērsām līnijām (*magnetoakustiskie viļņi*).

Ja uz plazmu krīt elektromagnētiskie viļņi no ārienes, to izturēšanas no teiks plazmas stipri no viļņa frekvences atkarīgais laušanas koeficients $n = \sqrt{1 - v_e^2/v^2}$. Ja $v < v_e$, tad n ir imaginārs un viļņi pilnīgi iekšēji atstarosies (sk. 26. nod. 5. §). Tas notiek ar radioviļņiem pie atmosfēras Hivisaīda slāņiem (sk. 25. nod. 6. §). Tāpēc pa plazmu var izplatīties tikai viļņi ar frekvenci $v > v_e$.

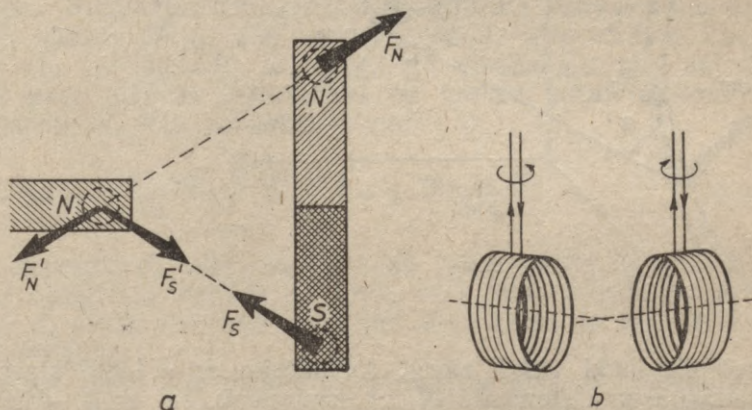
C. ELEKTROMAGNĒTISMS

19. NODAĻA

MAGNĒTISKAIS LAUKS

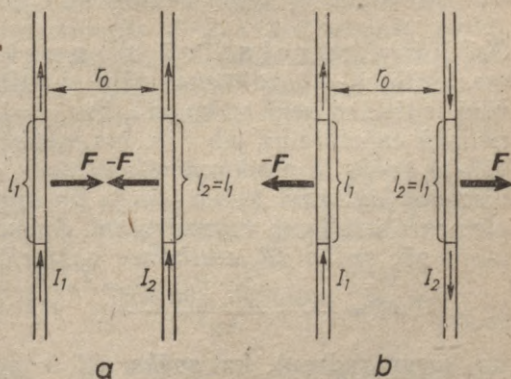
1. §. ELEKTRISKO STRĀVU MAGNĒTISKĀ MIJIEDARBĪBA

1. Ipašu, no gravitācijas un elektriskās mijiedarbības neatkarīgu ķermeņu mijiedarbības veidu, t. s. *magnētisko mijiedarbību* starp magnētisko dzelzs rūdu Fe_3O_4 saturošiem ķermeņiem, magnētiem pazina jau tālā senatnē. 19-1. zīmējumā *a* attēlota stien-



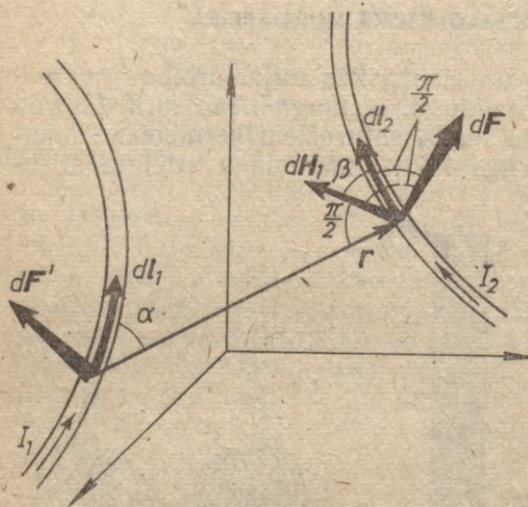
19-1. zīm.

veida magnēta vienāda nosaukuma (N-N, S-S) polu (magnētisko spēku centru) atgrūšanās un dažādo polu (N-S) pievilkšanās. Praktiski daudz svarīgākā *elektrisko strāvu magnētiskā mijiedarbība* tika atklāta 19. gs. divdesmito gadu sākumā. Tā, piemēram, novēroja, ka divas elektriskās strāvas spoles cenšas pagriezties tā, lai to asi sakristu (19-1. zīm. *b*), divi paralēli elektriskās strāvas vadi ar vienādu strāvas virzienu pievelkas, bet ar pretējiem strāvas virzieniem atgrūžas (19-2. zīm. *a*, *b*, kur I_1 un I_2 — strāvas stiprumi vados). Minētie un citi novērojumi liecināja, ka elektrisko strāvu mijiedarbība ir sarežģītāka nekā gravitācijas



19-2. zīm.

un elektriskā mijiedarbība. Tā, piemēram, divu punktveida masu un elektrisko lādiņu mijiedarbība ir atkarīga tikai no to attāluma r , bet mijiedarbību starp diviem elektriskās strāvas elementiem $I_1 dl_1$ un $I_2 dl_2$ (elektrisko strāvu mijiedarbībā tie stājas punktveida masu un lādiņu vietā) nosaka ne vien to attālums r , bet arī strāvas elementu savstarpējā orientācija, t. i., to



19-3. zīm.

veidotie leņķi (19-3. zīm.). Apzīmēsim ar α leņķi starp strāvas vada garuma elementu dl_1 un r virzienu, bet ar β — leņķi starp vada garuma elementu dl_2 un dH_1 virzienu, kas perpendikulārs r un dl_1 virzieniem. Tad bezgalīgā viendabīgā vidē strāvas elementa $I_1 dl_1$ spēks dF uz strāvas elementu $I_2 dl_2$, ja $r \gg dl_1, dl_2$ (sk. 19-3. zīm.), ir šāds:

$$dF = \frac{\mu \mu_0 I_1 dl_1 \cdot I_2 dl_2}{4\pi r^2} \sin \alpha \sin \beta. \quad (19-1)$$

Seit μ ir vides relatīvā magnētiskā caurlaidība (permeabilitāte). — bezdimensionāls skaitlis, kas rāda, cik reižu spēks vidē ir lielāks nekā vakuumā, kur $\mu = 1$, bet μ_0 ir vakuuma magnētiskā caurlaidība jeb t. s. *magnētiskā konstante*. Pēc izteiksmes (19-1) spēks ir proporcionāls strāvas elementiem $I_1 dl_1, I_2 dl_2$ un to virziena faktoram ($\sin \alpha \cdot \sin \beta$) un apgriezti proporcionāls strāvas elementu attāluma r kvadrātam. Spēka dF virziens vislabāk nosakāms pēc spēka dF izteiksmes vektorālā formā:

$$dF = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 [dl_2 \times [dl_1 \times r]]}{4\pi r^3}, \quad (19-1')$$

no kuras redzam, ka spēks dF ir perpendikulārs vada elementam dl_2 un dH_1 virzienam, kas savukārt perpendikulārs vektoriem dl_1 un r .

Jāpiezīmē, ka pēc izteiksmes (19-1), ja dl_1 un dl_2 nav paralēli, otrā strāvas elementa $I_2 dl_2$ spēks uz pirmo strāvas elementu $I_1 dl_1$ pēc skaitliskā lieluma ir $dF' \neq dF$ un ka šie spēki nav arī pretēji vērsti, t. i., tiem nav spēkā Ņūtona trešais likums. Tas ir tāpēc, ka spēka dF izteiksmē (19-1) nav ietverta tā spēka daļa, ko izraisa abu strāvu lādiņu elektromagnētisko lauku kustības daudzumu maiņas. Tomēr, tā kā praktiski nosakām tikai pilnu strāvas kontūru, t. i., integrālos, mijiedarbības spēkus $F = \int dF$ un $F' = \int dF'$ un tos minētā spēka daļa neietekmē (integrējot tā iznīcinās), tad tie pakļaujas Ņūtona trešajam likumam.

2. Gadījumā, ja dl_1 un dl_2 ir *paralēli*, tad $\beta = \sphericalangle (dl_2, dH_1) = \pi/2$ un $\sin \beta = 1$ (tad spēki pēc izteiksmes (19-1) pakļaujas Ņūtona 3. likumam). Summējot (integrējot) visus pirmā strāvas vada elementu dl_1 spēkus dF uz šim vadam paralēlo otro strāvas vada elementu dl_2 , var pierādīt, ka bezgalīgā viendabīgā vidē taisna bezgalīgi gara strāvas vada spēks uz vadam paralēlu strāvas vada elementu dl_2 , kas atrodas attālumā r , ir

$$dF = \pm \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 \cdot dl_2}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dl_1 \sin \alpha}{r^2} = \pm \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 \cdot dl_2}{2\pi r_0}, \quad (19-2)$$

kur r_0 ir elementa dl_2 attālums no vada (kā parādīts 19. nod. 3. § 2. punktā integrālis vienāds ar $2/r_0$); «+» zīme jāņem, ja strāvas I_1 un I_2 plūst vienā virzienā, bet «-» zīme, ja tās vērstas pretējos virzienos.

Summējot tālāk šos spēkus pa pirmajam strāvas vadam paralēliem otrā strāvas vada elementiem dl_2 , dabūjam, ka spēks uz bezgalīgi garām vadam paralēlu galīgu strāvas vada gabalu l_2 , kas atrodas attālumā r_0 , ir

$$F = \pm \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 \cdot l_2}{2\pi r_0}. \quad (19-3)$$

Spēks, ar kuru darbojas bezgalīgi garš strāvas vads uz tam paralēlu strāvas vadu, ir proporcionāls strāvu stiprumiem vados, vada garumam un apgriezti proporcionāls vadu attālumam. Atzīmēsim, ka ar tāda paša lieluma, tikai pretēja virziena spēku $-F$ darbojas viss bezgalīgi garais otrais vads uz tikpat garu pirmā vada gabalu $l_1 = l_2$ (sk. 19-1. zīm.).

3. *Vakuumā* ($\mu = 1$), ja $I_1 = I_2 = 1$ A, $l_2 = 1$ m un $r_0 = 1$ m, tad $F = 2 \cdot 10^{-7}$ N. No izteiksmes (19-3) tad izriet, ka vakuuma magnētiskā caurlaidība (magnētiskā konstante)

$$\mu_0 = \frac{2\pi r_0 F}{I_1 I_2 l_2} = \frac{2\pi \cdot 1 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}. \quad (19-4)$$

Šeit ievērots, ka $\frac{\text{N}}{\text{A}^2} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m} \cdot \text{A}} = \frac{\text{H}}{\text{m}}$, kur $\text{H} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$ ir induktivitātes vienības — *henrija* (sk. 20. nod. 1. §) apzīmējums.

4. Tomēr parasti sakarību (19-3) izmanto SI sistēmas elektriskās strāvas stipruma mērvienības — **ampēra noteikšanas** mēriekārtā ar paralēļajiem vadiem strāvas stipruma izteikšanai. Ņemot $I_1=I_2=I$, $r_0=1$ m, $l_2=1$ m, $\mu=1$, $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$ un laižot pa vadiem tādu strāvas stiprumu I , lai spēks $F=2 \cdot 10^{-7}$ N, no izteiksmes (19-3) dabūjam, ka

$$I = \sqrt{\frac{2\pi r_0 F}{\mu_0 l_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 1 \text{ m}}} = 1 \text{ A}.$$

Divos tievos ļoti garos paralēļos vados, kas novietoti vakuumā 1 m attālumā viens no otra, plūst 1 A stipra strāva, ja uz 1 metru garu vada nogriezni darbojas $2 \cdot 10^{-7}$ N spēks.

2. §. ELEKTRISKĀS STRĀVAS MAGNĒTISKAIS LAUKS

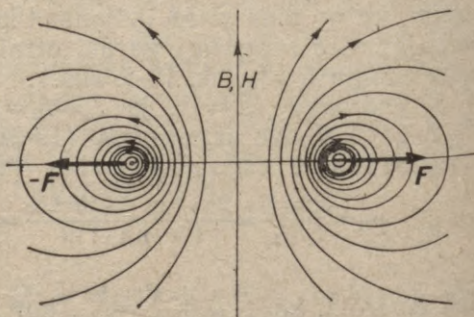
1. Elektrisko strāvu mijiedarbība ir izskaidrojama ar to apkārtņē esošiem *magnētiskajiem laukiem*. Tie, pārklājoties un tiecoties izveidot kopēju magnētisko lauku ar iespējami mazāku enerģiju, izraisa elektrisko strāvu pievilkšanos vai atgrūšanos.

Uzskatāmi elektriskās strāvas magnētisko lauku var attēlot ar lauka spēka līnijām. Taisna elektriskās strāvas vada magnētiskā lauka līnijas attēlotas 19-4. zīmējumā. No tā redzam, ka, raugoties elektriskās strāvas virzienā, magnētiskā lauka līnijas ir strāvas vadu koncentriski aptverošas pulksteņa rādītāju kustības virzienā ejošas riņķa līnijas. Divu paralēļu strāvas vadu magnētiskais lauks, ja strāvu virzieni ir pretēji, attēlots 19-5. zīmējumā.

2. Magnētiskā lauka raksturošanai ir svarīgi trīs lielumi — lauka indukcija, intensitāte un plūsma. **Magnētiskā lauka indukciju** B kādā vidē nosaka spēks dF , kas darbojas uz strāvas elementu Idl . **Magnētiskā lauka indukcija** B ir skaitliski vienāda ar spēku dF , kas darbojas uz strāvas vada elementu ar garumu



19-4. zīm.



19-5. zīm.

dl , ja pa to plūst $I=1$ A stipra strāva un vada elements dl ir perpendikulārs magnētiskā lauka virzienam ($\beta=\pi/2$):

$$B = \frac{dF}{Idl} \quad (19-5)$$

Ja dl un B nav perpendikulāri (19-6. zīm.), tad magnētiskā lauka indukciju B nosaka izteiksme

$$B = \frac{dF}{Idl \sin \beta} \quad (19-6)$$

kur β ir leņķis starp strāvas vada elementa dl un magnētiskā lauka B virzieniem. Homogēna magnētiskā lauka gadījumā, ja spēks F darbojas uz galīgu vada gabalu l , tad $B = \frac{F}{Il \sin \beta}$, bet, ja $\beta = \frac{\pi}{2}$, tad $B = \frac{F}{Il}$.

Magnētiskā lauka indukciju mēra teslās (T). No pēdējās izteiksmes izriet, ka magnētiskā lauka indukcija ir 1 T, ja uz 1 m garu taisnu vadu, kurš novietots perpendikulāri homogēnam magnētiskajam laukam un pa kuru plūst 1 A stipra strāva, darbojas 1 N liels spēks.

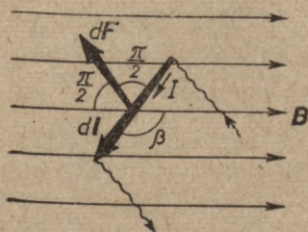
Ievērojot izteiksmi (19-3), taisna un ļoti gara strāvas vada magnētiskā lauka indukcija attālumā r_0 no tā ir

$$B = \frac{F}{I_2 l_2} = \frac{\mu \mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad (19-7)$$

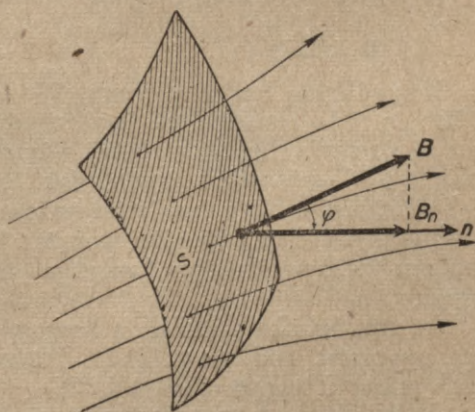
Divu magnētisko lauku indukcijas saskaita kā vektorus: $B = B_1 + B_2$. Summārās indukcijas B skaitliskais lielums

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \varphi} \quad (19-8)$$

kur φ ir $\sphericalangle (B_1, B_2)$.



19-6. zīm.



19-7. zīm.

3. Elektriskās strāvas magnētiskā lauka intensitāti H definē ar sakarību

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0}, \quad (19-9)$$

t. i., magnētiskā lauka intensitāte vienāda ar magnētiskā lauka indukciju, kas dalīta ar vides magnētisko caurlaidību $\mu\mu_0$. Lauka intensitāte, tāpat kā indukcija, ir vektoriāls lielums. Jāpiezīmē, ka monokristāliskā vidē H un B virzieni vispār nesakrīt.

Taisna un ļoti gara strāvas vada magnētiskā lauka intensitāte pēc izteiksmēm (19-7) un (19-9) ir šāda:

$$H = \frac{I_1}{2\pi r_0}. \quad (19-10)$$

Strāvas magnētiskā lauka intensitāte H viendabīgā vidē atšķirībā no indukcijas B nav atkarīga no vides, t. i., no μ (ja $\mu = \text{const.}$), bet to nosaka tikai strāvas stiprums, attālums no strāvas vada un vada orientācija telpā. Magnētiskā lauka intensitāti mēra **ampēros uz metru** (A/m). Intensitāte ir 1 A/m attālumā $r_0 = 1$ m no bezgalīgi gara strāvas vada, pa kuru plūst 2π [A] stipra strāva.

Diviem strāvas vadiem ar magnētiskā lauka intensitātēm H_1 un H_2 abu lauku kopējā intensitāte $H = H_1 + H_2$, t. i., intensitātes saskaita tāpat kā indukcijas [sk. izt. (19-8)].

4. **Magnētiskā lauka plūsma Φ .** Caur laukumu dS magnētiskā lauka plūsma $d\Phi = BdS \cos \varphi$, kur φ ir leņķis starp laukuma elementa dS normāli n un lauka B virzienu. Tā kā $B \cos \varphi = B_n$, tad visa plūsma caur kādu laukumu S ir

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (19-11)$$

Magnētiskās indukcijas B plūsmu Φ uzskatāmi attēlo magnētiskā lauka B līniju skaits, kas iet caur laukumu S (19-7. zīm.). Īpašā gadījumā, ja laukumā S viscaur $B_n = \text{const}$, izteiksme (19-11) ir šāda:

$$\Phi = B_n S. \quad (19-12)$$

Magnētiska lauka plūsmu SI sistēmā mēra **vēberos** (Wb). 1 Wb ir tāda magnētiskā lauka indukcijas B plūsma, kura, 1 sekundē samazinoties līdz nullei, vienā šo plūsmu aptverošā vijumā inducē 1 V elektrodzinējspēku (sk. 20. nod. 1. § par elektromagnētisko indukciju). Kā tas izriet no izteiksmes (19-12), $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$. Magnētisko lauku attēlojot ar spēka līnijām, šajā gadījumā caur B laukam perpendikulāru laukumu S zīmē, piemēram, vienu B līniju.

Ja magnētiskais lauks ir homogēns vai ja tas nav homogēns, bet $\mu = \text{const}$, tad magnētiskā lauka intensitātes H plūsma Φ_H saskaņā ar izteiksmi (19-9) ir $\Phi_H = \Phi / (\mu\mu_0)$.

Elektriskās strāvas magnētiskā lauka indukcijas B un intensitātes H (tikai viendabīgā vidē) lauki ir **virpuļaini**, t. i., to

linijas ir noslēgtas. Tāpēc šo lauku plūsma Φ_0 caur noslēgtu virsmu S ir vienāda ar nulli:

$$\Phi_0 = \int_S B_n dS = 0. \text{ Gaussa Teorema} \quad (19-13)$$

5. Magnētiskā lauka enerģija. Analogi elektriskā lauka enerģijas blīvumam (14-67) magnētiskā lauka enerģijas blīvumu w_m (1 m^3 lauka enerģiju) var rakstīt šādi:

$$w_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \quad (19-14)$$

(pierādījumu sk. 20. nod. 4. §). Visa magnētiskā lauka enerģija tad ir

$$W_m = \int w_m dV = \frac{\mu_0}{2} \int \mu H^2 dV = \frac{1}{2\mu_0} \int \frac{B^2}{\mu} dV. \quad (19-15)$$

Gadījumā, ja $\mu = \text{const}$ un $H = \text{const}$,

$$W_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V, \quad (19-16)$$

kur V ir lauka tilpums.

3. §. BIO—SAVĀRA—LAPLASA LIKUMS

1. Bio—Savāra—Laplasa likums izsaka strāvas elementa Idl magnētiskā lauka indukciju dB vai magnētiskā lauka intensitāti dH kādā lauka punktā attālumā r no strāvas vada. To var atrast, izmantojot izteiksmes (19-6) un (19-1). Apzīmējot izteiksmē (19-1) $dl_1 = dl$ un $I_1 = I$, dabūjam, ka

$$dB = \frac{dF}{I_2 dl_2 \sin \beta} = \frac{\mu\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (19-17)$$

Izmantojot izteiksmi (19-9),

$$dH = \frac{dB}{\mu\mu_0} = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (19-18)$$

Strāvas elementa magnētiskā lauka intensitāte dH lauka punktā ir tieši proporcionāla strāvas stiprumam I , vada garumam dl un strāvas vada elementa dl un attāluma r veidotā leņķa sinusam, bet apgriezti proporcionāla lauka punkta un strāvas elementa attāluma r kvadrātam.

Magnētiskā lauka dH , resp., dB , virziens ir perpendikulārs dl un r virzieniem, tāpēc vektoriālā veidā Bio—Savāra—Laplasa likums uzrakstāms šādi:

$$dH = \frac{I [dl \times r]}{4\pi r^3}. \quad (19-19)$$

Elektriskās strāvas I virzienā magnētiskā lauka intensitāte, resp.,

lauka indukcija, tātad ir nulle, jo $d\mathbf{l}$ un \mathbf{r} ir paralēli, bet maksimāla tā ir strāvai perpendikulārā virzienā, kad $d\mathbf{l} \perp \mathbf{r}$.

Visa strāvas vada l magnētiskā lauka intensitāte ir atsevišķo strāvas vada elementu lauka intensitāšu summa:

$$\mathbf{H} = \int d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{[d\mathbf{l} \times \mathbf{r}]}{r^3}. \quad (19-20)$$

So vektorialo $d\mathbf{H}$ integrāli aprēķina līdzīgi kā elektrostatikā elektriskā lauka intensitātes $d\mathbf{E}$ integrāli (sk. 14. nod. 2. §), sadalot to trijos integrāļos pa trim telpas koordinātēm. Ja \mathbf{H} atrasts, tad lauka indukcija $\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$. Atkal jāievēro, ka magnētiskā lauka intensitāte \mathbf{H} nav atkarīga no vides. Tā, piemēram, ievietojot strāvas spoli viendabīgā vidē, magnētiskā lauka intensitāte \mathbf{H} un strāvas stiprums I paliek nemainīgi, bet μ reizes pieaug magnētiskā lauka indukcija \mathbf{B} un uz strāvas avota rēķina pieaug arī magnētiskā lauka enerģija W_m .

Gadījumā, ja visas strāvas magnētiskā lauka virziens \mathbf{s} ir zināms (\mathbf{s} virzienam perpendikulārās \mathbf{H} un \mathbf{B} komponentes savstarpēji kompensējas), tad, meklējot magnētiskā lauka H un B skaitliskos lielumus, vektorialo integrāli (19-20) aizstāj skalārs integrālis

$$H = \int dH_s = \frac{I}{4\pi} \int dl \sin \alpha \cdot \frac{\cos \varphi}{r^2}, \quad (19-21)$$

un $B = \mu\mu_0 H$, kur φ ir leņķis starp $d\mathbf{H}$ un \mathbf{s} virzieniem un $dH_s = dH \cos \varphi$.

2. Taisna strāvas vada magnētiskais lauks. Punktā, kas atrodas attālumā r_0 no vada, visu strāvas elementu $I dl$ radītie magnētiskie lauki ir vērsti vienā virzienā (perpendikulāri 19-8. zīmējuma plaknei), tāpēc $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$ un pēc izteiksmes (19-21) vada garuma l radītā lauka intensitāte

$$H = \int_A^B dH = \frac{I}{4\pi} \int_A^B \frac{dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Tā kā $r = \frac{r_0}{\sin \alpha}$ un $ds = r d\alpha$, tad $dl = \frac{ds}{\sin \alpha} = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2 \alpha}$ un $H = \frac{I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha =$
 $= \frac{I}{4\pi r_0} \left[-\cos \alpha \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$ t. i.,

$$H = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (19-22)$$

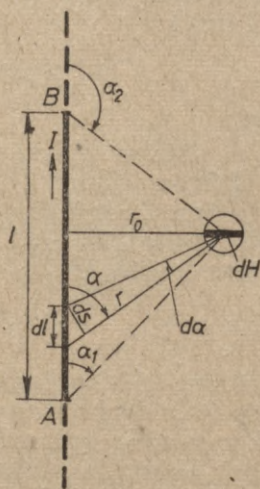
Bezgalīgi garam vadam ($l = \infty$) $\alpha_1 = 0$, $\cos \alpha_1 = 1$ un $\alpha_2 = \pi$, $\cos \alpha_2 = -1$, tāpēc

$$H = \frac{I}{2\pi r_0} \text{ un } B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}, \quad (19-23)$$

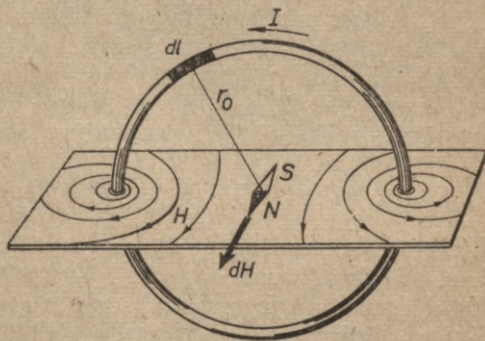
kā jau to konstatējām šīs nodaļas 2. §.

3. Riņķveida elektriskās strāvas magnētiskais lauks. Aprēķināsim magnētiskā lauka intensitāti riņķa centrā (19-9. zīm.). Seit $\alpha = \pi/2$, $\varphi = 0$, jo visi $d\mathbf{H}$ vektori vērsti vienā virzienā, tāpēc no izteiksmes (19-21)

$$H = \oint dH = \frac{I}{4\pi r_0^2} \oint dl = \frac{I}{4\pi r_0^2} \cdot 2\pi r_0 = \frac{I}{2r_0} \quad (19-24)$$



19-8. zīm.



19-9. zīm.

Noslēgtu strāvas kontūru raksturo ar kādu svarīgu fizikālu lielumu, kuru sauc par strāvas kontūra magnētisko momentu un kuru definē ar sakarību

$$d_m = IS. \quad (19-25)$$

Tātad elektriskās strāvas kontūra magnētiskais moments d_m ir kontūra strāvas stipruma I un kontūra laukuma S reizinājums. Isai spolei ar n vijumiem magnētiskais moments $d_m = nIS$. Magnētiskā momenta mērvienība, kā tas redzams no izteiksmes (19-25), ir $A \cdot m^2$.

4. §. PILNĀS STRĀVAS LIKUMS

1. Magnētiskā lauka spriegums. Tāpat kā homogēna elektriskā lauka spriegumu $U = E_s s$ starp ceļa posma s galapunktiem varam definēt arī homogēna magnētiskā lauka spriegumu

$$U_m = H_s s, \quad (19-26)$$

kas ir magnētiskā lauka intensitātes komponentes H_s ceļa s virzienā un ceļa posmā garuma s reizinājums. Nehomogēnā magnētiskā

tiskajā laukā un nenoslēgtā ceļā magnētiskā lauka spriegums ir magnētiskā lauka intensitātes H integrālis:

$$U_{m12} = \int_1^2 H_s ds, \quad (19-27)$$

t. i., elementāro reizinājumu $H_s ds$ summa.

Nehomogēnā laukā un noslēgtā ceļā s magnētiskā lauka spriegums ir reizinājumu $H_s ds$ summa pa noslēgtu līniju:

$$U_m = \oint H_s ds. \quad (19-28)$$

Magnētiskā lauka spriegumu mēra ampēros (A).

2. Pilnās strāvas likums. Pieņemsim, ka n strāvas vadus, pa kuriem plūst I ampēru stipras elektriskās strāvas, aptver riņķveida (rādiuss r_0) magnētiskā lauka spēka līnijas. Tad, ievērojot izteiksmi (19-28), strāvas magnētiskā lauka spriegums U_m pa noslēgtu spēka līniju, kas aptver šos n strāvas vadus, ir

$$U_m = \oint H ds = \oint \frac{In}{2\pi r_0} ds = \frac{In}{2\pi r_0} \cdot 2\pi r_0 = In. \quad (19-29)$$

Lielumu In sauc par pilno strāvu. Izteiksme (19-29) izsaka t. s. pilnās strāvas likumu. Pilnā strāva In ir vienāda ar magnētiskā lauka spriegumu U_m pa noslēgtu, pilno strāvu aptverošu līniju. Jāpiezīmē, ka formula (19-29) der arī jebkuram strāvas kontūram pa jebkuru, strāvas vadus apejošu, noslēgtu ceļu.

3. Aprēķināsim resna elektriskās strāvas vada magnētiskā lauka intensitāti vada iekšienē, izmantojot pilnās strāvas likumu (19-29). Ceļā pa riņķa līniju ap vada centru $H \cdot 2\pi r = I'$, kur I' ir strāvas stiprums vada centrālās daļas šķērsgriezumā πr^2 un $r \leq a$ (vada rādiuss). Tā kā $\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi a^2}$, tad $I' = \frac{I r^2}{a^2}$ un, ievietojot šo I' izteiksmē $H \cdot 2\pi r = I'$, iegūstam, ka

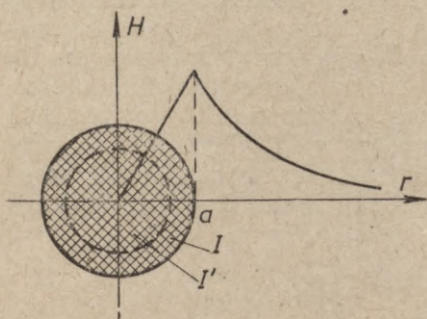
$$H = \frac{I}{2\pi a^2} \cdot r. \quad (19-30)$$

Tātad strāvas vada centrā, kur $r=0$, magnētiskā lauka intensitāte $H=0$. Tuvojoties vada virsmai, magnētiskā lauka intensitāte atkarībā no r lineāri aug, sasniedzot pie $r=a$ maksimumu, bet tālāk saskaņā ar izteiksmi (19-23) atkal samazinās — $H \sim 1/r$ (19-10. zīm.).

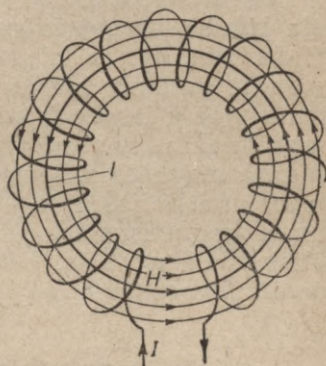
4. Toroīda magnētiskais lauks (19-11. zīm.). Toroīda, t. i., gredzenveida strāvas spoles magnētiskā lauka intensitāti H atrod, nosakot tā magnētiskā lauka spriegumu U_m uz toroīda viduslīnijas $s=l$, kura iet caur visiem n toroīda vijumiem un tādējādi it kā aptver n strāvas vadus. Tā kā uz šīs līnijas $H_s = H = \text{const}$, tad saskaņā ar izteiksmi (19-29) $U_m = Hl = In$, kur I' — strāvas stiprums toroīdā. No šejienes

$$H = \frac{In}{l} = In_1 \quad (\text{kur } n_1 = \frac{n}{l}). \quad (19-31)$$

5. Gara solenoīda (garas taisnas spoles) iekšienē (ne pārāk tuvu solenoīda galiem) magnētiskā lauka intensitāti H , tāpat kā toroīda gadījumā, precīzi izsaka izteiksme (19-31). Solenoīda galos šī izteiksme intensitāti H izsaka aptuveni. Tiešām, ejot pa ceļiem $1 \rightarrow 2$ un $3 \rightarrow 4$ (19-12. zīm. a), magnētiskā lauka spriegums U_m ir nulle ceļa s un lauka H perpendikularitātes dēļ, bet



19-10. zīm.

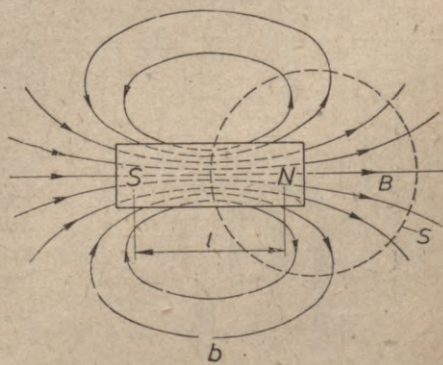
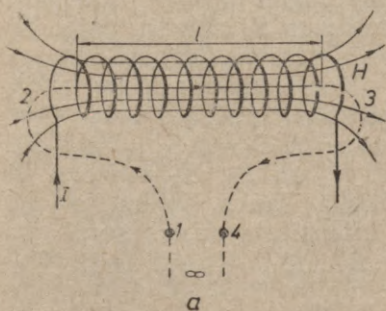


19-11. zīm.

ceļos $4 \rightarrow \infty$ un $\infty \rightarrow 1$ tas ir nulle tāpēc, ka $H=0$. Tātad visā noslēgtajā ceļā magnētiskā lauka spriegums ir tikai solenoīda iekšienē pa ceļu $2 \rightarrow 3$ (tā garums l), kurš aptuveni ir tikpat liels kā toroīdā. Tātad arī šeit $H=In_1$. No izteiksmes (19-31) redzam, ka toroīda un solenoīda magnētiskā lauka intensitāte nav atkarīga no vijuma rādiusa, tikai tam jābūt stipri mazākam par toroīda, resp., solenoīda garumu l .

Homogēnā magnētiskā lauka indukcijas $B = \mu\mu_0 H$ plūsma toroīdā vai solenoīdā ar šķērsriezumu S ir

$$\Phi = BS = \mu\mu_0 HS = \mu\mu_0 \frac{In}{l} S. \quad (19-32)$$



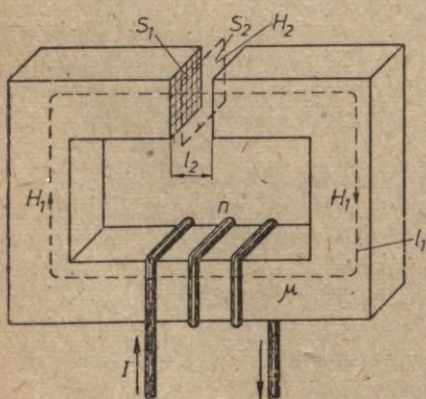
19-12. zīm.

Viendabīgā vidē toroīda un solenoīda elektrisko strāvu magnētiskie lauki (H un B), tāpat kā taisna un riņķveida vada strāvas magnētiskie lauki, veido noslēgtas līnijas. Šie lauki, kā jau atzīmējām šīs nodaļas 2. §, ir virpuļaini. Solenoīdam ar serdi noslēgtas ir tikai B lauka līnijas, turpretim H lauks pie serdes galiem mainās ar lēcieni.

Taisna solenoīda ar dzelzs serdi magnētiskajam laukam ir liela līdzība ar pastāvīga stieņveida magnēta magnētisko lauku (19-12. zīm. b). Ja, piemēram, solenoīda garums l ir vienāds ar magnēta garumu, tad kā solenoīda, tā magnēta magnētisko momentu vidē μ izsaka izteiksme $d_m = \Phi l / \mu \mu_0$, kur Φ ir solenoīda un magnēta B lauka pilnā plūsma. To magnēta, resp., solenoīda galu, no kura magnētiskā lauka līnijas iznāk, sauc par ziemeļpolu (N) un to, kurā līnijas ieiet, — par dienvidpolu (S). Pēdējais ir vērsts Zemes magnētiskajā laukā uz ziemeļiem, kur atrodas Zemes magnētiskais dienvidpols. Zemes magnētiskā lauka intensitātes horizontālā komponente $H_h \approx 10$ A/m.

5. §. MAGNĒTISKĀS KĒDES

Par magnētisku ķēdi sauc noslēgtu magnētiskā lauka plūsmu, kura sastāv no vairākiem posmiem ar katrā posmā aptuveni konstantām μ_i , B_i , plūsmas (t. i., plūsmas līnijas) garuma l_i un šķērsgriezumu S_i vērtībām. Šādas magnētiskās plūsmas ar nelielu izkliedi ir transformatoros (elektriskās enerģijas pārraidei no primārā tīnuma sekundārajā) elektrisko mašīnu, mērinstrumentu un citu ierīču seržu gaisa spraugās (stipru magnētisko lauku radīšanai) u. c. Tāpēc praksē bieži jāaprēķina magnētiskās ķēdes magnētiskā plūsma Φ , magnētiskā lauka intensitāte H vai indukcija B gaisa spraugā vai kādā citā ķēdes posmā. Aprēķināsim magnētisko plūsmu Φ elektromagnēta magnētiskai ķēdei (19-13. zīm.), kura sastāv no diviem posmiem (dzelzs serdes un gaisa spraugas), ja dota dzelzs serdes relatīvā magnētiskā caurlaidība μ , tās šķērsgriezums S_1 un garums l_1 , gaisa spraugas ($\mu=1$) plūsmas šķērsgriezums S_2 un garums l_2 , kā arī pilnās strāvas I_n vērtība.



19-13. zīm.

Ja plūsmai ne serdē, ne gaisa spraugā nav izkliedes, tad $\Phi = B_1 S_1 = \mu \mu_0 H_1 S_1 = B_2 S_2 = \mu_0 H_2 S_2$, kur B_1 , H_1 un B_2 , H_2 attiecīgi ir magnētiskā lauka indukcija un lauka intensitāte dzelzs serdē un gaisa spraugā. Tātad $H_1 = \frac{\Phi}{\mu \mu_0 S_1}$ un $H_2 = \frac{\Phi}{\mu_0 S_2}$. Ievērojot atrastās

H izteiksmes, tādas magnētiskās ķēdes pilnās strāvas likums (19-29) ir šāds:

$$U_m = H_1 l_1 + H_2 l_2 = \frac{\Phi l_1}{\mu \mu_0 S_1} + \frac{\Phi l_2}{\mu_0 S_2} = In. \quad (19-33)$$

Piezīmēsim, ka magnētiskai ķēdei ar *vairākiem tinumiem* pilnās strāvas likums ir $U_m = \Sigma H_i l_i = \Sigma I_i n_i$. No izteiksmes (19-33) dabūjam meklēto magnētiskās ķēdes plūsmas izteiksmi — t. s. Hopkinsona formulu:

$$\Phi = \frac{In}{\frac{l_1}{\mu \mu_0 S_1} + \frac{l_2}{\mu_0 S_2}}. \quad (19-34)$$

Magnētiskās ķēdes plūsma Φ , ja tās posmos relativās caurlaidības μ ir konstantas, ir tieši proporcionāla strāvas stiprumam I un vijumu skaitam n , bet apgriezti proporcionāla t. s. magnētiskās plūsmas pretestībai

$$R_m = \frac{l_1}{\mu \mu_0 S_1} + \frac{l_2}{\mu_0 S_2} = R_{serdes} + R_{gaisa}, \quad (19-35)$$

kurās mērvienība ir A/Wb. Magnētiskās plūsmas formula (19-34), t. i., $\Phi = \frac{U_m}{R_m}$, atgādina Oma likumu elektriskajai strāvai: $I = \frac{U}{R}$.

Vienas strāvas spoles vairāku cits citam sekojošu vai paralēlu magnētiskās plūsmas posmu pretestības pakļaujas virknē vai paralēli slēgtu osmisko pretestību likumiem (15. nod. 3. §): $R_m = \Sigma R_{m_i}$ vai $\frac{1}{R_m} = \Sigma \frac{1}{R_{m_i}}$. Sazarota magnētiskā plūsma pakļaujas arī pirmajam un otrajam Kirhhofa likumam: $\Sigma \Phi_i = 0$ un $\Sigma U_{m_i} = \Sigma \Phi_i R_{m_i}$.

Ja elektromagnēta strāvas stiprumu I , resp., ampērvijumu skaitu In , turam konstantu un palielinām spraugas platumu (saīsinām serdi), tad magnētiskā lauka intensitāte H un indukcija B kā spraugā, tā serdē samazinās. Spraugas «platumu» palielinot, kamēr serde pavisam izzūd, lauka intensitāte un indukcija tuvojas vakuuma vērtībām. Vispār šādu magnētiskā lauka lielumu samazināšanos, pārejot no stāvokļa, kurā viela aizņem visu lauka telpu, uz stāvokli, kurā šī telpa aizņemta tikai daļēji, sauc par vielas *atmagnetizēšanos*.

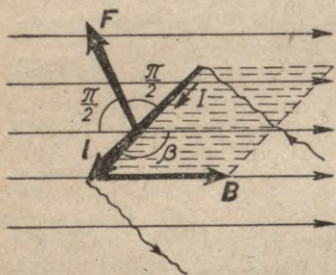
Piemērs. Cik ampērvijumu In jāņem, lai elektromotora gaisa spraugā, kuras platums $l_2 = 0,1$ cm, iegūtu indukciju $B_2 = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$ un lauka intensitāti $H_2 = \frac{B_2}{\mu_0} = \frac{10^7}{4\pi} \frac{\text{A}}{\text{m}}$, ja serdes garums $l_1 = 40$ cm un magnētiskās plūsmas šķēsgriezumi serdē un gaisa spraugā aptuveni ir vienādi?

Ja serdē un gaisa spraugai $S_1 \approx S_2$, tad $B_1 \approx B_2$. No serdes materiāla magnetizācijas līknes (B un H sakarības) atrodam, ka pie dotās $B_1 = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$ vērtī-

bas serdē $H_1=200 \frac{\text{A}}{\text{m}}$. Nepieciešamā pilnā strāva tad ir $In=H_1l_1+H_2l_2=$
 $=200 \cdot 0,4 + \frac{10^7}{4\pi} \cdot 0,001=80+797=877$ ampērvijumi. Pie $I=5$ A tinumam tāpēc
 vajag 175 vijumus. No aprēķina redzams, ka gaisa spraugā magnētiskajai
 plūsmai ir liela pretestība un tā prasa salīdzinājumā ar dzelzs serdi daudz
 ampērvijumu. Tātad gaisa spraugas (pie pastāvīga I) stipri pazemina magnē-
 tiskās plūsmas indukciju B . Elektrotehnikā seržu plaisas un neferomagnētisku
 materiālu kārtiņas magnētiskās plūsmas ceļā ir ļoti kaitīgas.

6. §. MAGNĒTISKĀ LAUKA IEDARBĪBA UZ ELEKTRISKO STRĀVU

1. Ampēra likums izsaka spēku, kas darbojas uz strāvas vadu magnētiskajā laukā. Spēku dF , kas magnētiskajā laukā darbojas uz strāvas elementu Idl , var iegūt no sakarības (19-6). Tas ir šāds:



19-14. zīm.

$$dF = BIdl \sin \beta, \quad (19-36)$$

kur β ir leņķis, ko veido magnētiskā lauka indukcija B un strāvas elements Idl . Magnētiskā lauka iedarbības spēks dF uz strāvas vada elementu ir tieši proporcionāls magnētiskā lauka indukcijai B , strāvas stiprumam I , vada garumam dl , kā arī vada elementa dl un magnētiskā lauka B veidotā leņķa sinu-
sam.

Homogēnā magnētiskajā laukā, ja taisna elektriskās strāvas vada garums ir l un spēks uz to F (19-14. zīm.), izteiksme (19-36) rakstāma šādi:

$$F = BIl \sin \beta. \quad (19-37)$$

Ja $B=1$ T, $I=1$ A, $l=1$ m un $\beta=\pi/2$, tad $F=1$ N.

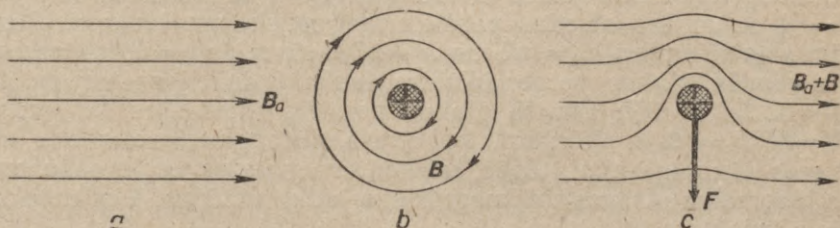
Ampēra spēka dF (resp., F) virziens ir perpendikulārs vada dl (resp., l) un lauka B virzienam. Spēku dF tāpēc var izteikt kā vektoru dl un B vektoriālo reizinājumu (skaitliski kā laukumu):

$$dF = I[dl \times B]. \quad (19-38)$$

Praksē bieži spēka dF virzienu nosaka pēc *kreisās rokas likuma*: kreisās rokas plaukstu pagriežot pret magnētiskā lauka B plūsmu un pirkstus strāvas virzienā, spēka dF virzienu rāda atliektais īkšķis. Spēka virzienu var noteikt arī pēc spēka līniju zīmējuma, summējot ārējo magnētisko lauku B_a un strāvas vada magnētisko lauku B (19-15. zīm. a , b un c). Abi magnētiskie lauki vienā vada pusē pastiprinās un otrā — pavājinās, tāpēc uz strāvas vadu darbojas spēks, kas cenšas vadu pārvietot uz to pusi, kur magnētiskais lauks ir vājāks.

Vispārīgā gadījumā uz galīga garuma elektriskās strāvas vadu l darbojošos spēka elementu $d\mathbf{F}$ kops spēks

$$\mathbf{F} = \int_l d\mathbf{F} = I \int_l [dl \times \mathbf{B}]. \quad (19-39)$$



19-15. zīm.

Ja kopspēka \mathbf{F} virziens \mathbf{s} ir zināms, tad \mathbf{s} virzienam perpendikulāros virzienos spēki kompensējas un kopspēks \mathbf{F} tad ir skalārs \mathbf{s} virzienā darbojošos spēka elementu integrālis

$$F = \int_l dF_s = I \int_l dl B \sin \beta \cdot \cos(\mathbf{dF}, \mathbf{s}). \quad (19-40)$$

Tā kā spēki dF_s darbojas uz dažādiem strāvas vada posmiem, tad šādam kopspēkam ir nozīme tikai strāvas vada translācijas kustības noteikšanai nehomogēnos magnētiskajos laukos.

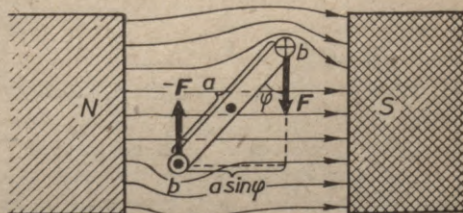
Magnētiskajā laukā spēku $d\mathbf{F}$ sistēmai var būt arī rezultējošs spēka moments, kas izraisa cietā un rotēt spējīga strāvas kontūra rotāciju.

Ampēra spēku izlieto elektromotoros, dažāda tipa grozāmo spoļu instrumentos, cilpu oscilogrāfos, elektrodinamiskajos skaļruņos, elektriskās enerģijas skaitītājos u. c.

2. Elektriskās strāvas kontūrs magnētiskajā laukā. Pieņemsim, ka sākotnēji homogēnā magnētiskajā laukā, kura indukcija ir B , atrodas taisnstūrveida rāmītis, pa kuru plūst strāva. Tā malu garumi ir a un b (19-16. zīm.).

a. Ja rāmīša plakne ir perpendikulāra magnētiskā lauka spēka līnijām, tad uz tā abām malām a , pa kurām plūst pretēja virziena strāvas, darbojas pretēji vērsti Ampēra spēki. Nedeformējamam rāmītim tos līdzsvaro iekšējie reakcijas spēki. Spēki $F = IBb$ un $-F$, kas attālumā $a \sin \varphi$ viens no otra darbojas uz rāmīša malām b , pieliek tam spēka momentu

$$M = a \sin \varphi \cdot IBb. \quad (19-41)$$



19-16. zīm.

Ievērojot, ka $ab=S$ (rāmīša laukums), $BS=\Phi_0$ (maksimālā plūsma caur rāmīša plakni) un $IS=d_m$,

$$M=IBS \sin \varphi = I\Phi_0 \sin \varphi = d_m B \sin \varphi. \quad (19-42)$$

Šī spēka momenta M mērvienība ir $Wb \cdot A = N \cdot m$. $M=1 N \cdot m$, ja rāmītīm ir viens vijums, tā laukums $S=1 m^2$, strāvas stiprums $I=1 A$ un tas atrodas paralēli magnētiskajam laukam. Rāmītīm ar n vijumiem $d_m=nIS$ un $M=I\Phi_0 n \sin \varphi$. Ja $\varphi=0$, tas nozīmē, ka rāmīša plakne perpendikulāra lauka indukcijas līnijām: tad $M=0$. Ja $\varphi=90^\circ$, rāmīša plakne paralēla indukcijas līnijām un $M=M_{max}=I\Phi_0 n$. Jāievēro, ka otrajā pusapgriezienā spēka moments M maina zīmi, tāpēc, lai kontūrs grieztos uz to pašu pusi, ir jāapmaina strāvas vai magnētiskā lauka virziens. Šim nolūkam lieto kolektoru.

b. Rāmīša magnētiskā potenciālā enerģija magnētiskajā laukā

$$W_m = -d_m B \cos \varphi = -A. \quad (19-43)$$

Tātad tā ir vienāda ar pretēju zīmi ņemtam darbam A , pagriežot rāmīti no stāvokļa $\varphi=\pi/2$, kur tā magnētisko potenciālo enerģiju pieņemam par nulli, līdz dotajam stāvoklim φ .

7. §. STRĀVAS VADA PĀRVIETOSANĀS DARBS

Elektriskās strāvas vadam pārvietojoties magnētiskajā laukā. Ampēra spēka ietekmē tiek darīts darbs un strāvas avota enerģija pārvēršas kādā citā enerģijas veidā.

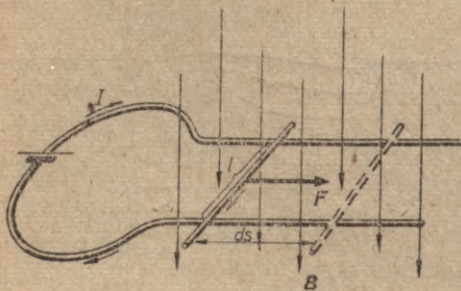
1. Strāvas kontūra posma pārvietošanās darbs magnētiskajā laukā. Pieņemsim, ka taisns strāvas vads, kura garums l , pārvietojoties perpendikulāri magnētiskā lauka indukcijai B un perpendikulāri paša vada virzienam, noiet ceļu ds (19-17. zīm.). Pēc vispārīgās darba izteiksmes šī strāvas vada pārvietošanās darbs ceļa elementā ds ir

$$dA_p = F ds = B I l ds = I B dS = I d\Phi, \quad (19-44)$$

kur I — strāvas stiprums, $dS = l ds$ — strāvas kontūra laukuma pieaugums un $d\Phi$ — magnētiskā lauka B plūsmas maiņa, resp., magnētiskā lauka plūsma caur laukumu dS .

Kontūra laukumam un magnētiskajai plūsmai mainoties par galīgu vērtību ΔS un $\Delta\Phi$, strāvas vada pārvietošanās darbs, ja $I = \text{const}$, ir

$$A_p = I \Delta\Phi. \quad (19-44')$$



19-17. zīm.

Šī darba izteiksme (ja $I = \text{const}$) ir derīga arī *nedeformējama* strāvas kontūra pārvietošanās darba izteikšanai, ja magnētiskās plūsmas maiņa caur tā laukumu ir $\Delta\Phi$. Vienīgi, ja šāds kontūrs pārvietojas *homogēnā* laukā B *translācijas* kustībā, tad $\Delta\Phi = 0$ un arī $A_p = 0$.

2. Rotējoša strāvas kontūra darbs. Pieņemsim, ka homogēnā magnētiskajā laukā ap laukam perpendikulāru asi vienmērīgi *rotē* rāmītis ar n vijumiem. Tad saskaņā ar izteiksmi (19-44') z pilnos apgriezienos $\Delta\Phi = 4\Phi_0 n z$ un veiktais darbs

$$A_p = 4I\Phi_0 n z. \quad (19-45)$$

Sajā izteiksmē koeficients $4 = 2 \cdot 2$ izsaka to, ka rotē divas b malas, kuras rāmīša pilnā apgriezienā divas teizes šķēļ maksimālo magnētiskā lauka plūsmu Φ_0 . Lai rāmītim pieliktais spēka moments nemainītu savu virzienu, t. i., lai tas grieztu rāmīti vienmēr uz vienu pusi, otrajā pusapgriezienā tajā jāmaina strāvas virziens.

3. Kontūrs, pārvietojoties un padarot darbu A_p , un vispār arī magnētiskais lauks izmaina savu enerģiju par ΔW_l . Tāpēc, ja strāvas avota darbs ir A_{av} , enerģijas pārveidošanos izsaka sakarība

$$A_{av} = Q_s + A_p + \Delta W_l, \quad (19-46)$$

kur Q_s ir kontūrā attīstītais Džoula siltums. Ipašā gadījumā, ja $I = \text{const}$ un $Q_s = 0$, tad $A_{av} = A_p + \Delta W_l$, pie tam $A_p = \Delta W_l$.

Elektriskās strāvas vada pārvietošanās darbu galvenokārt izlieto elektriskajos motoros — ierīcēs, kuras elektriskās strāvas enerģiju pārvērš kādā citā enerģijas veidā, ko nosaka motora slodzes veids.

8. §. ELEKTRISKĀ LĀDIŅA KUSTĪBA MAGNĒTISKAJĀ LAUKĀ VAKUUMĀ

1. Kustoša elektriskā lādiņa magnētiskais un elektriskais lauks. Ar ātrumu v kustoša elektriskā elementārlādiņa e *elektriskā lauka* intensitāte E attālumā r , ja $v \ll c$, aptuveni ir tāda pati kā miera stāvoklī esošam lādiņam (19-18. zīm.), t. i.,

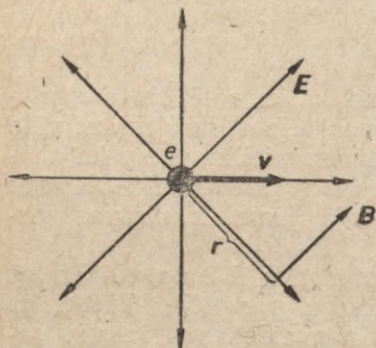
$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (19-47)$$

Ap katru kustībā esošu elektrisko lādiņu rodas arī *magnētiskais lauks* (19-18. un 19-19. zīm.). Aprēķinot šī magnētiskā lauka indukciju B kādā lauka punktā, atcerēsimies, ka strāvas stiprums $I = nevS$ [izt. (15-2)]. Tādēļ pēc Bio—Savāra—Laplasa likuma (19-17) strāvas vadam ar garumu l , kurā ir $N = nSl$ strāvas elektronu, magnētiskā lauka indukcija $B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{Il \sin \alpha}{4\pi r^2} = \mu_0 \frac{nevSl \sin \alpha}{4\pi r^2}$.

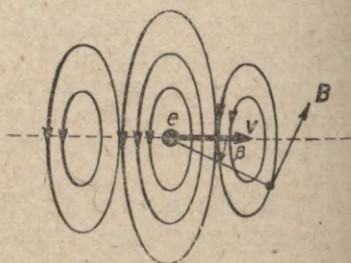
Vienam elektronam tā ir N reižu mazāka:

$$B = \mu_0 \frac{ev \sin \alpha}{4\pi r^2} \quad (19-48)$$

Kustošā lādiņa magnētiskā lauka indukcijas B virziens ir perpendikulārs lauka punkta rādiusvektora r un lādiņa ātruma v virzienam. Kā to eksperimentāli pierādījis padomju fiziķis Jofe, elektronu stara magnētiskais lauks neatšķiras no strāvas magnētiskā



19-18. zīm.



19-19. zīm.

lauka. To varēja secināt no tā, ka magnētadaļiņa elektronu stara tuvumā pagriežās tāpat kā atbilstošas elektriskās strāvas tuvumā.

2. Spēks uz magnētiskajā laukā kustošu elektrisko lādiņu. Elektriskā lādiņa e kustība vakuumā ir elektriskā strāva bez strāvas vada. Šādā skatījumā magnētiskā lauka spēku uz kustošu lādiņu e var izrisināt no Ampēra spēka izteiksmes (19-37), ievieojot tajā $I = nevS$. Tad spēks uz strāvas vadu ar garumu l , kurā ir $N = nSl$ brīvie elektroni, ir $F = BIl \sin \beta = BnevSl \sin \beta$, bet spēks uz 1 elektronu jeb t. s. Lorenca spēks ir N reižu mazāks:

$$F = Bev \sin \beta \quad (19-49)$$

Spēks uz magnētiskajā laukā kustošu lādiņu ir proporcionāls magnētiskā lauka indukcijai B , lādiņam e , lādiņa ātrumam v , kā arī ceļā un magnētiskā lauka veidotā leņķa sinusam. Lorenca spēks F vienmēr darbojas perpendikulāri magnētiskajam laukam B un lādiņu ātrumam v ($\angle \beta = \angle v, B$), tāpēc tas maina tikai lādiņu ātruma virzienu, bet lādiņa ātruma skaitlisko lielumu un kinētisko enerģiju mainīt nevar. Vektoriāli $F_m = e(v \times B)$.

3. Īpašā gadījumā, ja magnētiskais lauks B ir homogēns un lādiņš e kustās perpendikulāri laukam B , t. i., $\sin \beta = 1$, tad lādiņa e kustības trajektorija ir riņķa līnija. Tās rādiusu r nosaka Lorenca spēka $F_m = evB$ un centrālās spēka $F_c = mv^2/r$ līdzsvars: $evB = mv^2/r$. No šejienes

$$r = \frac{mv}{eB} \quad (19-50)$$

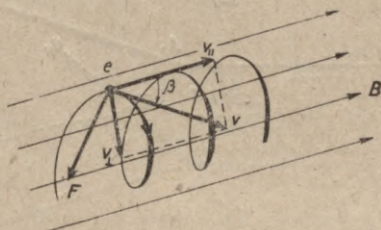
Šajā kustībā pa riņķa līniju, ievērojot izteiksmi (19-50), lādiņa kustības *leņķiskā frekvence*

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{eB}{m} \quad (19-51)$$

un *riņķošanas periods*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{eB} \quad (19-52)$$

Ja vektoru v un B veidotais leņķis $\beta \neq 90^\circ$, tad homogēnā magnētiskajā laukā lādiņš e kustas pa *spirāli* (19-20. zīm.). Šajā gadījumā lādiņa e ātruma v projekcija uz spirāles asij (t. i., B virzienam) perpendikulāru plakni $v_{\perp} = v \sin \beta$, tāpēc spirāles



19-20. zīm.

projekcijas rādiuss šajā plaknē ir $r = \frac{mv_{\perp}}{eB} = \frac{mv \sin \beta}{eB}$, bet leņķiskā frekvence $\omega = eB/m$ ir tāda pati. Spirāles ass virzienā lādiņa ātrums $v_{\parallel} = v \cos \beta$.

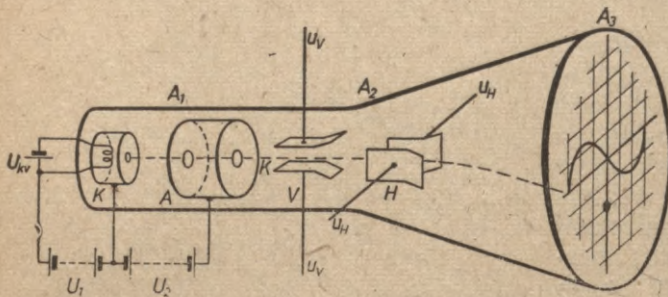
4. Praktiski izteiksmi (19-50) visbiežāk *izmanto* daļiņas ātruma un kinētiskās enerģijas noteikšanai. Ar Lorenca spēku sastopamies ļoti bieži lādiņu kustībās elektronstaru lampā, elektronu mikroskopā, masspektrogrāfā, lādētu daļiņu paātrinātājā un citu lādētu staru ierīču magnētiskajos laukos. Arī lādiņu kustībā gāzveida, šķidrās un cietās vielās (piemēram, metālos), kosmosā (piemēram, Saules emitētiem elektroniem lidojot pa spirālēm Zemes magnētisko polu rajonos) un citos gadījumos darbojas Lorenca spēks.

9. §. LĀDĒTU DAĻIŅU STARU IERĪCES

1. Elektronstaru oscilogrāfs. Viens no modernākajiem svārstību mērījumu aparātiem ir elektronstaru oscilogrāfs. Tā raksturīgākā sastāvdaļa ir piltuvveida elektronu staru lampa (19-21. zīm.). Sai lampai, tāpat kā daudzām citām elektronu staru ierīcēm, ir trīs galvenās daļas:

1) elektronu «*lielgabals*» A_1 sastāv no elektronus emitējoša kvēlkatoda K un elektrodiem, kuriem pievada spriegumus — vienu mazu, negatīvu un maināmu spriegumu U_1 , kas regulē elektronu skaitu starā, un otru lielu, elektronus paātrinošu spriegumu U_2 (līdz 2000 V). Elektroni izlido no «*lielgabala*» pa anoda A caurumu šaura paralēlu staru kūļa veidā;

2) *nolieces sistēmu* A_2 veido elektronu stara ceļā savstarpēji taisnā leņķī novietoti divi kondensatoru plāksnīšu pāri V un H . Horizontālā virzienā liečošajam kondensatoram H pieliek zāgzobveida spriegumu $u_H(t)$, kura atkarība no laika parādīta 19-22. zīmējumā. Šī sprieguma periodu var plašās robežās mainīt. Vertikālā virzienā liečošajam kondensatoram V pieslēdz pētāmo maiņspriegumu $u_V(t)$. Tajā pašā laikā, kad spriegums u_H ar nemainīgu ātrumu liec elektronu staru horizontālā virzienā, spriegums



19-21. zīm.

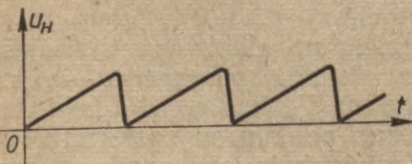
$u_V(t)$ zīmējot uz ekrāna $u_V(t)$ likni, liec to vertikālā virzienā. Katra u_H perioda laikā, kas ir u_V perioda vesels daudzkārtņis, uz ekrāna tiek zīmēta viena un tā pati līkne. Tāpēc, ja ir pietiekami augsta frekvence, uz ekrāna ir redzama noturīga $u_V(t)$ līkne;

3) *fluorescējošs ekrāns* A_3 ir caurspīdīga stikla vai plastmasas plate, kas pārklāta ar cinka vai kadmija sulfīdu ar nelielu smago metālu sāļu piejaukumu. Uz ekrāna krītošie elektroni izraisa tā fluorescenci, tādējādi pētāmā maiņsprieguma $u_V(t)$ līkne kļūst redzama (19-21. zīm.) un to var arī nofotografēt.

Televizorā kineskopā elektronu stara nolieci rada divi savstarpēji perpendikulāri strāvas spoļu pāru magnētiskie lauki.

2. *Krustoto elektrisko un magnētisko lauku metode.* Elektriskajā laukā kustoša lādēta daļiņa noliecas lauka virzienā, bet magnētiskajā laukā — laukam perpendikulārā virzienā. Nostādot abus laukus perpendikulāri, tie abi noliec daļiņu vienā virzienā. Lauku vērsumus un lielumus var izvēlēties tā, lai viens lauks noliektu daļiņu uz vienu pusi tikpat stipri kā otrs lauks uz pretējo pusi, t. i., lai abas nolieces kompensētos. Šajā gadījumā, zinot intensitātes E un indukcijas B skaitliskās vērtības, kā arī daļiņas kustības trajektorijas liekuma rādiusu r (ja daļiņu liec tikai magnētiskais lauks), var noteikt tās īpatnējo lādīgu e/m , masu m un citus lielumus.

Daļiņas īpatnējais elektriskais lādīņš ir doto daļiņu viena masas kilograma lādīņš. Ja daļiņas noliece



19-22. zīm.

homogēnā elektriskajā laukā $y = \frac{at^2}{2} = \frac{eE}{2m} t^2$ [sk. izt. (16-3)] ir viēnāda, bet pretēja noliecei magnētiskajā laukā $y = -\frac{F_m}{2m} t^2 = -\frac{eBv}{2m} t^2 = -\frac{eB}{2m} \cdot \frac{Ber}{m} \cdot t^2$ [sk. izt. (19-50)], tad, abas izteiksmes pielīdzinot, dabūjam, ka

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 r} \quad (19-53)$$

Sādā veidā, piemēram, ir atrasts, ka elektrona īpatnējais lādiņš

$$\frac{e}{m} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

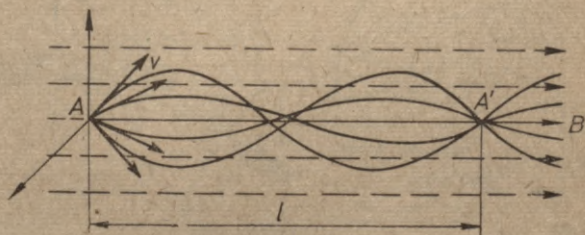
Ievērojot, ka $e = 1,6021 \cdot 10^{-19} C$, elektrona masa $m = 9,1096 \times 10^{-31} kg$. H atoma masa ir $m_H = 1,6735 \cdot 10^{-27} kg$, tāpēc $m_H/m = 1837,6$.

1905. gadā radioaktīvo vielu β staru ātro elektronu e/m mērījumi, noliecot elektronus paralēlā elektriskajā un magnētiskajā laukā, rādīja, ka elektrona masa m atkarībā no ātruma palielinās. Turpmākie novērojumi pierādīja, ka masa pieaug saskaņā ar relativitātes teorijas (sk. 31. nod.) formulu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (19-54)$$

kur m_0 ir elektrona masa miera stāvoklī un $c = 299\,793$ km/s — gaismas ātrums. Ja ātrumi ir mazi ($v/c \ll 1$), no formulas (19-54) izriet, ka $m \approx m_0$. Bet, ja elektrona kinētiskā enerģija $E_k = 10^4$ eV ($v/c = 0,195$), tad $m = 1,020 m_0$, un, ja $E_k = 10^6$ eV ($v/c = 0,94$), tad $m = 2,96 m_0$. Elektronam kustoties ar ļoti lielu ātrumu ($v \approx c$), tā masa m var būt simtiem un vēl vairāk reižu lielāka par miera masu m_0 .

3. Magnētiskā lēca. Ja leņķis β starp homogēna magnētiskā lauka virzienu un elektrona kustības virzienu ir mazs ($\cos \beta \approx 1$), tad visi elektroni, kas iziet no viena punkta A (19-23. zīm.) ar vienu un to pašu ātruma skaitlisko lielumu v , bet ar dažādiem ātruma virzieniem, veikuši pa dažādām spirālēm vienu apgriezīenu, atkal saiet kopā vienā punktā A'. Tiešām, to ceļš



19-23. zīm.

magnētiskā lauka virzienā

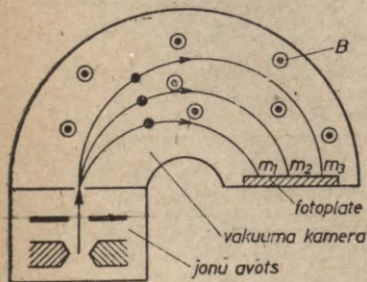
$$l = v_{\parallel} T = \frac{v \cos \beta \cdot 2\pi m}{eB} \approx \frac{2\pi m v}{eB} \quad (19-55)$$

ir viens un tas pats (sk. 8. § izteiksmes). Tātad homogēns magnētiskais lauks uz elektronu staru kūli, kas iziet no punkta A , darbojas līdzīgi tam, kā stikla savācējlēca darbojas uz izkliedēto gaismas staru kūli. Tāpēc šādu ierīci sauc par «magnētisku lēcu».

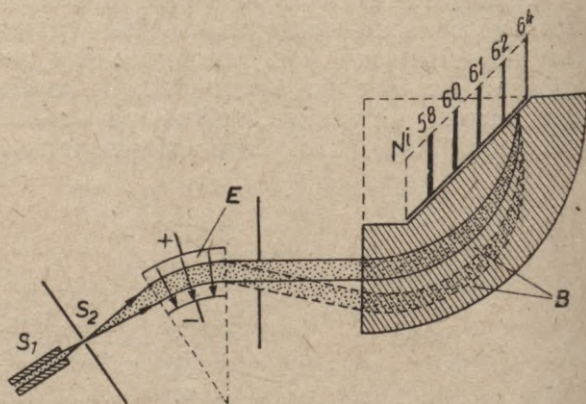
Ar īpašu *nehomogēnu* magnētisko lauku («magnētisku lēcu») var panākt, ka divu elektronu emitējošu punktu A un B attālums «attēlā» $A'B'$ ir daudz lielāks. Tātad magnētiskais lauks var dot *palielinātus* attēlus. Izmantojot šādu magnētiskā lauka īpašību, iespējams uzbūvēt elektronu mikroskopus, kuru palielinājums sasniedz pat 1 000 000 reizi. Magnētisko lauku vietā var ņemt arī īpašus elektriskos laukus, kuriem attiecībā pret elektronu stariem piemīt līdzīgas īpašības, t. i., var lietot «elektriskās lēcas» (sk. 26. nod. 10. §). Magnētiskā un elektriskā lauka spēju koncentrēt izkliedēto daļiņu staru kūlus izmanto vēl daudzās citās staru ierīcēs — elektronstaru oscilogrāfu un televizoru elektronstaru lampās, masspektrogrāfos, kodoltermisko reakciju izraisīšanā intensīvos gāzu izlādes procesos u. c.

4. Paralēla elektriskā un magnētiskā lauka metode. Laižot lādētu smagu daļiņu šauru staru kūli caur homogēnu, savstarpēji paralēlu, bet daļiņu kūlim perpendikulāru elektrisko un magnētisko lauku, visas daļiņas ar vienu un to pašu īpatnējo lādiņu e/m , bet dažādiem ātrumiem, krīt uz ekrānu punktos, kuri atrodas uz vienas parabolas. Ja daļiņu kūlī ir daļiņas ar dažādiem īpatnējiem lādiņiem, tad uz ekrāna novēro vairākas parabolas. Izmērot šo parabolu parametrus, var noteikt ne vien kūlī esošo daļiņu īpatnējos lādiņus, bet arī daļiņu masas m (Tomsona eksperimenti 1913. g.).

5. Masspektrogrāfs. Tomsona parabolu metodi ievērojami uzlaboja Astons un citi zinātnieki, konstruējot īpašas ierīces, kuras



19-24. zīm.



19-25. zīm.

sauc par masspektrogrāfiem. 19-24. zīmējumā attēlots *Dempstera masspektrogrāfs*, kurā no jonu avota (piemēram, elektriskā loka) izrauti un pēc tam elektriskajā laukā paātrināti un fokusēti pozitīvi joni ar dažādām masām iet cauri divām spraugām. Ieejot magnētiskajā laukā ar aptuveni vienādu kinētisko enerģiju, tie masu nevienādības dēļ tomēr noliecas dažādi un krīt uz fotoplāti savām masām m_1, m_2, \dots atbilstošās vietās. Šādu ierīci var lietot ne vien jonu masu mērīšanai, bet arī izotopu atdalīšanai, t. i., izmantot kā *masu selektoru*.

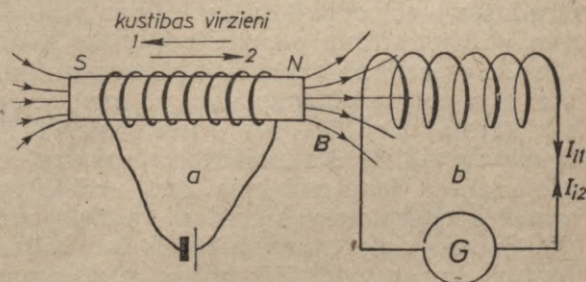
Jaunāka tipa masspektrogrāfos (19-25. zīm.) lādētu smagu daļiņu staru kūlis ar nelielu kustības virzienu un ātruma izkliedi iziet caur spraugām S_1 un S_2 un kustas sektoriālā cilindriskā elektriskā laukā E un tam perpendikulārā sektoriālā magnētiskajā laukā B . Abi šie lauki fokusē vienā ekrāna vietā visas viena īpatnējā lādiņa daļiņas, kurām, kā jau tika minēts, ir ne vien dažāds ātrums, bet arī dažāds kustības virziens. Tātad vienlaikus tiek *fokusēts daļiņu staru virziens un ātrums*. Masu mērīšanas precizitāte masspektrogrāfos ir $\pm \frac{1}{10\,000}$ atoma masas vienības. Atomu, jonu un molekulu masu analīzei ir liela zinātniska un praktiska nozīme daudzās zinātņu un tehnikas nozarēs. 19-25. zīmējumā attēlota Ni masu spektra fotogrāfija ($A=58, 60, 61, 62$ un 64).

20. NODAĻA

ELEKTROMAGNĒTISKĀ INDUKCIJA

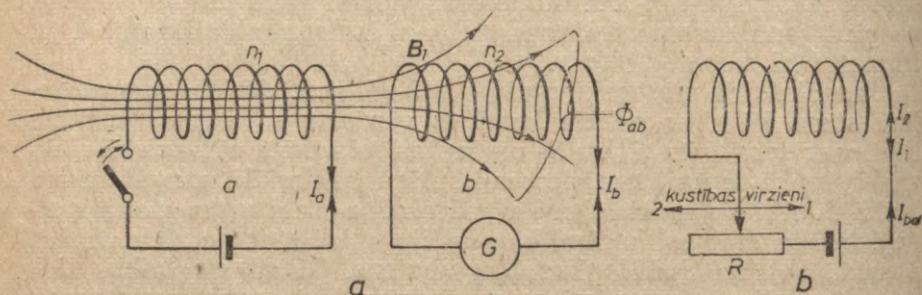
1. §. ELEKTROMAGNĒTISKĀS INDUKCIJAS PAMATLIKUMI

1. Elektromagnētiskās indukcijas veidi. a. Faradejs 1831. gadā novēroja, ka brīžos, kad spolei strauji tuvina vai no tās attālinā magnētu, spoles ķēdē ieslēgtais galvanometrs rāda, ka ķēdē plūst strāva. To pašu novēroja, ja magnētu aizstāja ar elektromagnētu (20-1. zīm.). Mainot kustības virzienu, mainījās arī strāvas virziens. Drīz noskaidrojās, ka ar magnētiskajā laukā ātri rotējošu spoli var iegūt stipru, periodiski mainīga virziena strāvu —



20-1. zīm.

maiņstrāvu. Šīs strāvas I_i nosauca par *indukcijas strāvām*, bet to cēloni — par *elektromagnētiskās indukcijas elektrodzinēj spēku* \mathcal{E}_i . Sajos elektromagnētiskās indukcijas gadījumos kā magnēta, tā elektromagnēta magnētiskais lauks laikā nemainās un indukcijas EDS rodas, magnētiskajam laukam un spolei laikā *savstarpēji pārvietojoties*.



20-2. zīm.

b. Citu elektromagnētiskās indukcijas veidu novēro, ja nekustīgā elektriskās strāvas kontūrā *a* (20-2. zīm. a) maina strāvas stiprumu, piemēram, strāvu I_a ieslēdzot vai izslēdzot. Tad strāvas stipruma maiņas laikā kādā citā, ar mainīgo magnētisko lauku induktīvi (neomiski) saistītā kontūrā *b* rodas elektriskā strāva I_b . Jo straujāk mainās strāvas stiprums kontūrā *a*, jo lielāks ir inducētais EDS \mathcal{E}_i un strāvas stiprums I_b kontūrā *b*. Ja kontūrs *b* nav noslēgts, tad tajā rodas tikai indukcijas elektrodzinēj spēks \mathcal{E}_i , bet strāva tajā praktiski neplūst. Sajā elektromagnētiskās indukcijas gadījumā magnētiskais lauks telpā nepārvietojas, bet *mainās tikai laikā*. Šo elektromagnētiskās indukcijas veidu sauc par *savstarpējo elektromagnētisko indukciju* un radušos elektrodzinēj spēku — par *savstarpējās elektromagnētiskās indukcijas elektrodzinēj spēku* \mathcal{E}_i .

Turpmākie pētījumi pierādīja, ka indukcijas strāva rodas arī tajā pašā kontūrā *a*, kurā maina strāvas stiprumu. Kontūrā strāvas stiprumu palielinot, inducētās strāvas virziens ir pretējs, bet pamazinot tās virziens ir tāds pats kā kontūra baterijas strāvai I_{bat} (20-2. zīm. b). Šo parādību nosauc par *pašindukciju* un radušos elektrodzinēj spēku — par *pašindukcijas elektrodzinēj spēku* \mathcal{E}_i , bet strāvu par *pašindukcijas strāvu* I_i .

c. Lielas cerības nākotnē iegūt stipras indukcijas strāvas saistās ar t. s. *magnetohidrodinamisko metodi*. Ja magnētiskajā laukā plūst karsta ($T \approx 2500$ K) stipri jonizēta gāze, piemēram, kāda cēlgāze ar nelielu Na tvaiku piejaukumu, tad tā sadalās divās pretēju zīmju jonu plūsmās, kas uzlādē ar pretējiem lādiņiem divus elektriskās strāvas ģenerators elektrodus.

2. Faradeja elektromagnētiskās indukcijas likums. a. Visus gadījumus, kuros vadītājā rodas elektromagnētiskās indukcijas

EDS \mathcal{E}_i var sadalīt divos veidos: 1) kad vadītājs pārvietojas nekustīgā un laikā nemainīgā magnētiskajā laukā un 2) kad miera stāvoklī esošs vadītājs atrodas a) pēc lieluma nemainīgā, bet telpā kustošā magnētiskajā laukā vai b) telpā nekustīgā, bet laikā mainīgā magnētiskajā laukā. Faradejs apgalvoja, ka visos gadījumos *noslēgtā vadītāja kontūrā inducētais EDS \mathcal{E}_i ir vienāds ar t. s. kontūra saistītās magnētiskās plūsmas Φ_n maiņas straujumu:*

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_n}{dt} \quad (20-1)$$

Saistītā magnētiskā plūsma Φ_n (jeb plūsmas saķēdējums) ir plūsmas Φ reizinājums ar kontūra vijumu skaitu n . Ja plūsma mainās *vienmērīgi*, tad $\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta\Phi_n}{\Delta t}$. Tas ir *Faradeja elektromagnētiskās indukcijas likums*. Pašindukcijas gadījumā Φ_n ir kontūra a saistītā plūsma: $\Phi_n = n_1\Phi_a$ (plūsma caur ikvienu vijumu ir Φ_a , vijumu skaits n_1), bet savstarpējās indukcijas gadījumā $\Phi_n = n_2\Phi_{ab}$ ir kontūra a un kontūra b saistītā plūsma (Φ_{ab} — vidējā plūsma caur kontūra b vijumiem, n_2 — tā vijumu skaits; sk. 20-2. zīm. a).

Ja noslēgtā kontūra pretestība ir R un tajā plūst indukcijas strāva I_i , tad pēc izteiksmes (20-1)

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = - \frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi_n}{dt} \quad (20-2)$$

no kurienes, plūsmai mainoties *vienmērīgi*, laikā Δt caur vada šķērsgriezumu izplūst *lādiņš* $Q = I_i\Delta t = \Delta\Phi_n/R$.

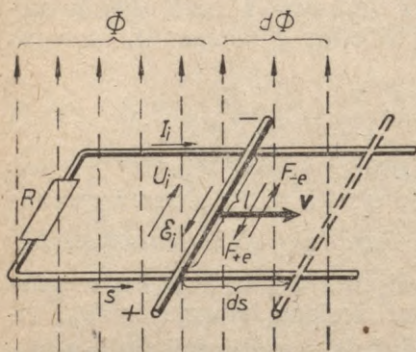
b. Elektromagnētiskās indukcijas likumu (20-1) var izrīsināt no enerģijas nezūdamības likuma. Miera stāvoklī esošā noslēgtā elektriskā ķēdē, kuras pretestība R un kurā ir strāvas avots ar elektrodzinēj spēku \mathcal{E} , laikā dt tiek padarīts darbs $\mathcal{E}Idt$, kas pārvēršas Džoula siltumā I^2Rt . Turpretim, ja elektriskās ķēdes posms ar pretestību R magnētiskajā laukā pārvietojas, tad elektriskās strāvas attīstītais Džoula siltums ir mazāks (mazāks ir strāvas stiprums I un sprieguma kritums IR), jo elektriskā strāva padara arī kontūra pārvietošanas darbu $Id\Phi$ [sk. izt. (19-44)]. Tāpēc enerģijas bilance ir $\mathcal{E}Idt = I^2Rdt + Id\Phi$. No tās izriet, ka

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}}{R} = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R} \quad (20-3)$$

Ši izteiksme rāda, ka elektriskās ķēdes posmā tā pārvietošanas laikā magnētiskajā laukā rodas papildu EDS $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$, kura vērsums, ja $d\Phi > 0$ ($\mathcal{E}_i < 0$), ir pretējs strāvas avota EDS \mathcal{E} vērsumam.

c. *Pirmā veida* indukcijas elektrodzinēj spēka rašanās, kad vadītājs pārvietojas nekustīgā magnētiskajā laukā (20-3. zīm.), izskaidrojama ar Lorenca spēku ($F_{+e} = -F_{-e}$) iedarbību

uz vadītāja lādiņiem $+e$ un $-e$. Šie spēki, pārvietojot lādiņus, uzlādē vienu vadītāja galu pozitīvi, otru — negatīvi. Uzlāde turpinās tik ilgi, kamēr augošā elektriskā lauka pretspēks līdzsvaros šos Lorenca spēkus. Saskaņā ar vispārīgajām EDS un sprieguma definīcijām šī indukcijas veida EDS \mathcal{E}_i skaitliski ir vienāds ar



Lorenca spēka darbu A/e , ko padara vienu vienību liels lādiņš, kas pārvietots pa visu strāvas kontūra kustīgo daļu; pēc lieluma tas ir vienāds ar radītā elektriskā pretlauka spriegumu U_i . Tā, piemēram, ja magnētiskais lauks ir homogēns, vadītāja garums ir l , ātrums $v = \text{const}$ un Lorenca spēks $F = evB$, tad $\mathcal{E}_i = \frac{A}{e} = \frac{F \cdot l}{e} = vBl = -U_i$ (sk. 20-3. zīm.) un inducētā elektriskā lauka intensitāte

20-3. zīm.

$$E_i = \frac{U_i}{l} = -vB. \quad (20-3')$$

Par otrā veida indukcijas EDS rašanos sk. 3. §.

d. Mīnusa zīmi elektromagnētiskās indukcijas likuma izteiksmē (20-1) magnētiskajā laukā kustoša vadītāja l gadījumā (sk. 20-3. zīm.) var pamatot šādi. Ja s norāda patvaļīgi izvēlētu pozitīvu kontūra virzienu un v ir vadītāja ātrums, tad kontūra plaknes pozitīvajā virzienā (20-3. zīmējumā uz augšu) vērstie lielumi B , Φ , $d\Phi$ un $d\Phi/dt$ ir pozitīvi. Negatīvs šajā gadījumā ir inducētais EDS \mathcal{E}_i un līdz ar to negatīva ir arī indukcijas strāva I_i . Tāpēc $d\Phi/dt$ un \mathcal{E}_i zīmes ir pretējas. Ja ārējā magnētiskā lauka indukcijas B virziens būtu pretējs, tad B , Φ , $d\Phi$ un $d\Phi/dt$ būtu negatīvi, bet \mathcal{E}_i un I_i — pozitīvi un atkal $d\Phi/dt$ un \mathcal{E}_i zīmes ir pretējas.

3. Pašindukcija. a. Pēc Hopkinsona formulas (19-34) magnētiskā plūsma Φ un tātad arī saistītā magnētiskā plūsma $\Phi_n = n\Phi$ ir proporcionāla strāvas stiprumam I , t. i.,

$$\Phi_n = LI, \quad (20-4)$$

kur koeficients L ir strāvas kontūra pašindukcijas koeficients jeb induktivitāte. Tāpēc pašindukcijas EDS

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d(LI)}{dt}. \quad (20-5)$$

Nekustīgam kontūram nemainīgā vidē $L = \text{const}$, tāpēc

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}. \quad (20-6)$$

Ja strāvas stiprums mainās *vienmērīgi*, dI/dt vietā var likt $\Delta I/\Delta t$. Pašindukcijas EDS \mathcal{E}_i ir tieši proporcionāls kontūra a strāvas stipruma maiņas straujuma. Saskaņā ar izteiksmi $L = -\frac{\mathcal{E}_i}{dI/dt}$ pašindukcijas koeficients ir skaitliski vienāds ar elektrodzinējspēku \mathcal{E}_i , kas inducējas strāvas kontūrā, ja tajā strāvas stiprums I sekundē mainās par 1 A.

SI sistēmā induktivitātes mērvienību — henriju (H) izrisina pēc izteiksmes (20-6), resp., $L = -\frac{\mathcal{E}_i}{dI/dt}$, ievietojot $\mathcal{E}_i = 1$ V, $\frac{dI}{dt} = -1 \frac{A}{s}$. Tad $L = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A/s}} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1$ H. 1 H liela induktivitāte ir tādām elektriskās strāvas kontūram, kurā, mainot strāvas stiprumu par vienu ampēru sekundē, inducējas 1 V liels elektrodzinējspēks.

b. Pašindukcijas gadījumā, tāpat arī savstarpējās indukcijas gadījumā (sk. 4. p.), mīnusa zīme indukcijas likumā izskaidrojama ar to, ka, strāvu ieslēdzot un izslēdzot, dI/dt ir vērsts pretēji inducējam elektrodzinējspēkam \mathcal{E}_i un strāvai I_i . Strāvu ieslēdzot, $dI/dt > 0$, $I_i < 0$ (jo I_i virziens ir pretējs pozitīvajā s virzienā plūstošai baterijas strāvai I) un $\mathcal{E}_i < 0$ (20-4. zīm.), bet, strāvu izslēdzot, $dI/dt < 0$, $I_i > 0$ un $\mathcal{E}_i > 0$. Tātad lielumiem dI/dt un \mathcal{E}_i vienmēr ir pretējas zīmes.

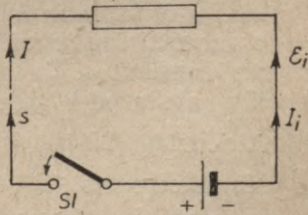
Ja spoļu pašindukciju (savstarpējo indukciju) elektriskos slēgumos neuzskata par strāvas avotu, bet gan par *patērētāju*, tad maiņstrāvas ķēžu aprēķinos spoļu indukcijas EDS \mathcal{E}_i vietā bieži lieto tam pretēji vērsto indukcijas spriegumu $u_i = -\mathcal{E}_i$, kas ir ārējā sprieguma kritums uz induktīvo ķēdes daļu. Tā, piemēram, pašindukcijas gadījumā spolē rodas sprieguma kritums $u_i = -LdI/dt$.

c. Induktivitātes aprēķināšana ir sarežģīta. Parasti vispirms atrod strāvas kontūra saistīto plūsmu Φ_n un pēc tam no izteiksmēm (20-4) vai (20-6) izsaka L . Induktivitāti L (tāpat savstarpējo induktivitāti M) nosaka tikai vadītāju ģeometriskā forma, lielums, savstarpējais novietojums un vides magnētiskā caurlaidība μ , bet tā nav tieši atkarīga no kontūrā plūstošās strāvas. Ievērojot, ka feromagnētiskām vielām $\mu = \mu(H)$, strāvas kontūram ar feromagnētisku serdi induktivitāte L ir atkarīga no magnētiskā lauka intensitātes H , resp., strāvas stipruma I .

Atrādīsim ļoti garas spoles induktivitāti L (sk. 19-12. zīm. a). Ja Φ ir katram vijumam caurejošā plūsma (spoles plūsma), tad, ievērojot izteiksmi (19-32), n vijumu saistītā plūsma

$$\Phi_n = n\Phi = nBS = n \frac{\mu\mu_0 I n}{l} S. \quad (20-7)$$

Seit l — spoles garums, S — spoles šķērsgriezuma laukums, n — vijumu



20-4. zīm.

skaits. Tā kā $n/l = n_1$, $Sl = V$ (spoles tilpums) un $\Phi_n = LI$, tad no izteiksmes (20-7) dabūjam, ka

$$L = \frac{\mu\mu_0 n^2 S}{l} = \mu\mu_0 n_1^2 V l. \quad (20-8)$$

Tātad $L \sim n^2$. Tas nozīmē, ka spolei ar mazu vijumu skaitu mainstrāvas pretestība ir omiska, bet spolei ar lielu vijumu skaitu — induktīva. Ja, piemēram, $l = 20$ cm, $n = 2000$, $S = 3,14$ cm² un $\mu = 1$, tad pēc izteiksmes (20-8)

$$L = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}} (2 \cdot 10^3)^2 \cdot 0,000314 \text{ m}^2}{0,2 \text{ m}} = 7,89 \text{ mH}.$$

Koaksiālam kabelim $L = (\mu\mu_0/2\pi)l \cdot \ln(r_2/r_1)$, kur l — garums un $r_2 > r_1$, un divu tievu vadu līnijai $L = (\mu\mu_0/\pi)l \cdot \ln(d/r)$, kur d — vadu attālums un $r/d \ll 1$. Vienam taisnam vadam $L = (\mu\mu_0/2\pi)l \cdot \ln(2l/r)$.

Divu virknē slēgtu kontūru kopējā induktivitāte $L = L_1 + L_2$, bet paralēlā slēgumā $1/L = 1/L_1 + 1/L_2$.

4. **Savstarpējā indukcija.** a. Kontūra a magnētiskā lauka plūsmas daļa Φ , kas iet caur kontūru b , un arī saistītā plūsma $n_2\Phi = \Phi_n$ ir proporcionāla kontūra a strāvas stiprumam I :

$$\Phi_n = MI. \quad (20-9)$$

Tāpēc, mainoties šai plūsmai, kontūrā b inducējas savstarpējās indukcijas elektrodzinējspēks

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d(MI)}{dt}, \quad (20-10)$$

kur M — savstarpējās indukcijas koeficients jeb savstarpējā induktivitāte. Ja $M = \text{const}$, tad

$$\mathcal{E}_i = -M \frac{dI}{dt}. \quad (20-11)$$

Kontūrā b inducētais EDS \mathcal{E}_i ir tieši proporcionāls kontūru a un b savstarpējai induktivitātei M un strāvas stipruma maiņas straujuma kontūrā a . Ja kontūrā a strāvas stiprums $I = \text{const}$, bet mainās savstarpējā induktivitāte M (piemēram, dinamomašīnas), tad izteiksmei (20-10) ir šāds veids: $\mathcal{E}_i = -I \frac{dM}{dt}$.

Pēc izteiksmes (20-11), ja $M = \text{const}$, kontūru a un b savstarpējā induktivitāte $M = - \frac{\mathcal{E}_i}{dI/dt}$ ir skaitliski vienāda ar EDS \mathcal{E}_i , kas inducējas kontūrā b , ja kontūrā a strāvas stiprums 1 sekundē mainās par 1 A. Savstarpējo induktivitāti M (tāpat kā L) SI sistēmā mēra henrijos. $M = 1$ H, ja pie $\frac{dI}{dt} = -1 \frac{\text{A}}{\text{s}}$, $\mathcal{E}_i = 1$ V.

b. Aprēķināsim transformatora (ar feromagnētisku serdi) primārā un sekundārā tinuma savstarpējo induktivitāti M_{12} . Pieņemsim, ka primārā un se-

kundārā tinuma vijumu skaits ir n_1 un n_2 , bet primārā tinuma šķērsriezums $S = \text{const}$. Primārā tinuma magnētiskā plūsma, kas iet caur sekundāro tinumu, ir Φ un serdes, kā arī magnētiskās plūsmas garums ir l . Tad pirmā un otrā tinuma saistītā magnētiskā plūsma

$$\Phi_{n_2} = n_2 \Phi = n_2 \frac{\mu \mu_0 n_1 S}{l} I_1 = M_{12} I_1, \quad (20-12)$$

no kurienes

$$M_{12} = \frac{\mu \mu_0 n_1 n_2 S}{l}. \quad (20-13)$$

Līdzīgā veidā izsakot otrā un pirmā tinuma saistīto plūsmu, iegūst izteiksmi

$$\Phi_{n_1} = n_1 \frac{\mu \mu_0 n_2 S}{l} I_2 = M_{21} I_2, \quad (20-14)$$

kur I_2 — strāvas stiprums sekundārajā tinumā. Tātad $M_{12} = M_{21}$.

Šī sakarība, ja videi nepiemīt feromagnētiska histerēze, ir spēkā arī vispārīgā gadījumā. Pierādīsim to. Jebkura veida kontūru 2 attālinot līdz bezgalībai un kontūru 1 atstājot savā vietā, pēc izteiksmes (19-44') tiek padarīts darbs $A = \Phi_1 I_2 = M_{12} I_1 I_2$. Bet, ja kontūru 1 pārvieto līdz bezgalībai, atstājot nekustīgu kontūru 2, tad darbs $A = \Phi_2 I_1 = M_{21} I_2 I_1$ ir tikpat liels, no kurienes izriet, ka $M_{21} = M_{12}$.

Tā kā uz vienas serdes esošā primārā un sekundārā tinuma induktivitātes ir $L_1 = \frac{\mu \mu_0 n_1^2 S}{l}$ un $L_2 = \frac{\mu \mu_0 n_2^2 S}{l}$, tad $L_1 L_2 = M_{12}^2$. Šajos aprēķinos ir pieņemts, ka magnētiskai plūsmai serdē nav izkliedes. Ievērojot *plūsmas izkliedi*, savstarpējā induktivitāte $M_{12} = k \sqrt{L_1 L_2}$. Šeit k ir *plūsmas izkliedes koeficients*.

c. Strāvas kontūru, kabeļu un citu ierīču induktivitāte daudzos gadījumos ir *nevēlama*. Lai no tās izvairītos, strāvas vadus ieslēdz vadošā iezemētā apvalkā vai arī vadus tin *bifilāri*. Pēdējā gadījumā, strāvai blakus vadus plūstot pretējos virzienos, to magnētiskie lauki ir pretēji vērsti, tātad samazinās arī to induktivitāte L .

2. §. LENCA LIKUMS

Elektromagnētiskajā indukcijā inducētās elektriskās strāvas virziens ir tāds, ka tās magnētiskais lauks darbojas pretim tam cēlonim, kas izraisa indukcijas strāvu. So elektromagnētiskās indukcijas likumu 1833. gadā atklāja krievu zinātnieks Lencs. Tā, piemēram, 20-1. zīmējumā, tuvinot spolei b elektromagnētu, spolē inducētai strāvai ir tāds virziens, ka tās magnētiskā lauka spēks uz elektromagnētu ir vērsts pretēji elektromagnēta kustības virzienam, t. i., spole elektromagnētu atgrūž. Ja elektromagnētu attālina no spoles b , tad spolē inducētai strāvai un tātad arī tās magnētiskajam laukam un spēkam uz elektromagnētu salīdzinājumā ar iepriekšējo gadījumu ir pretējs virziens, tāpēc spole pievelk elektromagnētu, bet atkal spoles attīstītais spēks uz elektromagnētu ir vērsts pretēji elektromagnēta kustības virzienam.

Indukcijas strāvas pretdarbība tās cēlonim ir izskaidrojama ar *elektromagnētiskā lauka inerci*. Tiešām, šī pretdarbība izpaužas tādējādi, ka indukcijas strāvas magnētiskais lauks vienmēr pretojas pašreizējā magnētiskā lauka maiņai. Tā, piemēram, ieslēdzot strāvu, indukcijas strāva ir pretēja ieslēdzamai, bet, izslēdzot strāvu, plūst tajā pašā virzienā, t. i., indukcijas strāva abos gadījumos cenšas uzturēt pašreiz pastāvošo strāvas un šai strāvai atbilstošā magnētiskā lauka stāvokli. Tādējādi strāvas magnētiskais lauks izturas tāpat kā ķermenis, kas, parādot savu mehānisko inerci, cenšas saglabāt savu miera vai vienmērīgās kustības stāvokli. Ķermeņa mehānisko inerci mēra ar tā masu, elektriskās strāvas kontūra elektromagnētiskā lauka inerci raksturo tā induktivitāte L .

Praksē inducētās strāvas virzienu vadītājā nosaka pēc *I a b ā s r o k a s l i k u m a*. Ja labās rokas plaukstu pavērs pretim magnētiskajam laukam un atliekto īkšķi — vada kustības virzienā, tad pirksti norāda inducētās strāvas virzienu. No Lenca likuma izriet, ka indukcijas strāvas iegūšanai vajadzīga enerģija, kura jāņem 1) no spēka avota, kas pārvieto elektromagnētu, 2) no elektriskās strāvas ģenerators vai 3) no izzūdošā magnētiskā lauka.

3. §. ELEKTROMAGNĒTISKĀ LAUKA MAKSVELA VIENĀDOJUMI

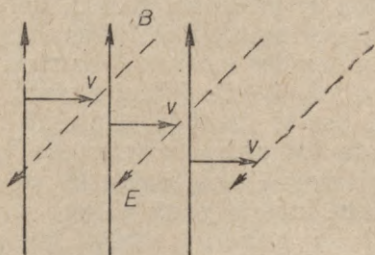
1. **Maksvela pirmais vienādojums.** Otrā elektromagnētiskās indukcijas veidu, kurā indukcijas elektrodzinēj spēku vadītājā rada 1) pēc lieluma nemainīgs, bet telpā kustošs vai 2) telpā nekustīgs, bet laikā mainīgs magnētiskais lauks, nevar izskaidrot, pamatojoties uz citām parādībām. Tātad tā ir fundamentāla parādība, kuru vispārinot iegūst elektromagnētiskā lauka Maksvela pirmo vienādojumu.

Minētā elektromagnētiskās indukcijas otrā veida pirmajā gadījumā homogēns magnētiskais lauks, kustoties ar ātrumu v un šķērsojot vadītāju, rada tajā elektrisko lauku, kam piemīt indukcijas elektrodzinēj spēks \mathcal{E}_i . Maksvels pieņēma, ka tā ir *vispārīga* parādība, proti, ka vienmēr, arī vakuumā, telpā kustošs magnētiskais lauks B rada tam perpendikulāri vērstu elektrisko lauku E (20-5. zīm.). Tā, piemēram, ja homogēna magnētiskā lauka B ātrums ir v , tad tā radītā elektriskā lauka indukcijas $EDS \mathcal{E}_i = = vBl$ un intensitāte $E_i = -vB$ vadītājā ar garumu l ir tikpat liela kā vakuumā [\mathcal{E}_i un E_i ir arī tādi paši kā kustoša vadītāja un nekustīga lauka gadījumā; — sk. izt. (20-3')].

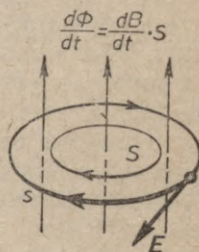
Tā paša otrā elektromagnētiskās indukcijas veida otrajā gadījumā cauri nekustīgam vadītāja kontūram mainās magnētiskais lauks laikā, un vadītājā rodas elektromagnētiskās indukcijas $EDS \mathcal{E}_i$. Maksvels pieņēma, ka *vienmēr, arī vakuumā*, ja caur kādu noslēgtu līniju laikā mainās magnētiskais lauks, tad tur ro-

das noslēgts elektriskais lauks. Tā intensitātes E integrālis $\oint E_s ds$ pa noslēgtu līniju ir vienāds ar indukcijas elektrodzinējspēku \mathcal{E}_i .

Tātad vispār, kur mainās magnētiskais lauks, tur rodas virpuļains elektriskais lauks (20-6. zīm.).



20-5. zīm.



20-6. zīm.

Saskaņā ar Faradeja elektromagnētiskās indukcijas likumu (20-1) sakarība starp virpuļainā elektriskā lauka elektrodzinējspēku \mathcal{E}_i un magnētiskās plūsmas Φ maiņu caur līnijas s ietveto laukumu S ir šāda:

$$\mathcal{E}_i = \oint E_s ds = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (20-15)$$

Magnētiskā lauka maiņas radītā virpuļainā elektriskā lauka intensitātes līnijas integrālis pa noslēgtu līniju ir vienāds ar šai līnijai caurejošās magnētiskā lauka plūsmas maiņas straujumu. Tas ir pirmais elektromagnētiskā lauka Maksvela vienādojums integrālā formā.

2. Nobīdes strāva. Maksvela otrais vienādojums. a. Līdz šim pazinām tikai t. s. vadīšanas strāvu, kas izpaužas lādiņu konvekcijā. Tā, piemēram, kondensatoram izlādejojies, šai elektriskajai strāvai ir iztece no «+» plates un notece «-» platē. Bet Maksvels jau 19. gs. sešdesmitajos gados, balstoties uz Faradeja idejām, izteica domu, ka arī starp kondensatora platēm, t. i., pa dielektriķi, plūst elektriskā strāva, kas gan ir citāda rakstura nekā vadīšanas strāva. Maksvels pieņēma, ka šis — t. s. nobīdes strāvas stiprums i_n kondensatora dielektriķī ir vienāds ar vadīšanas strāvas stiprumu $i_v = dQ/dt$ vados. Tāpēc, ievērojot, ka $Q = \sigma S = DS$ [sk. izt. (14-17)], nobīdes strāvas stiprums $i_n = \frac{dQ}{dt} = \frac{dD}{dt} S$. Šeit σ ir kondensatora plašu lādiņu virsmas blīvums, D — elektriskā lauka nobīde, S — plašu laukums. Tā kā $D = \epsilon_0 E + P$ [sk. izt. (14-57)], tad starp kondensatora platēm plūstošās nobīdes strāvas blīvums

$$j_n = \frac{i_n}{S} = \frac{dD}{dt} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} + \frac{dP}{dt}. \quad (20-16)$$

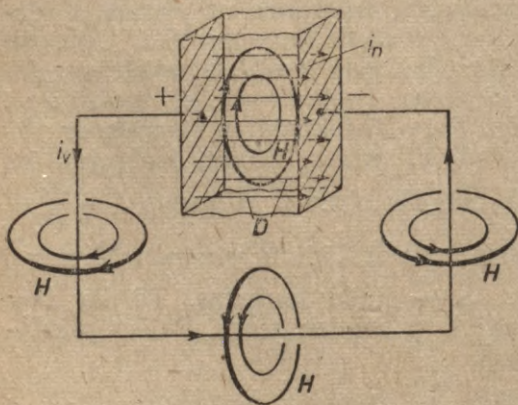
kur E — kondensatora elektriskā lauka intensitāte un P — kondensatora dielektriķa elektriskās polarizācijas vektors.

Kā to rāda izteiksme (20-16), nobīdes strāva sastāv no divām strāvām: vakuuma strāvas $\epsilon_0 dE/dt$ un polarizācijas strāvas dP/dt . Vakuumā, kur $P=0$, arī polarizācijas strāva ir nulle un visa strāva ir vienāda ar vakuuma strāvu, kuru saskaņā ar tās izteiksmi nosaka elektriskā lauka intensitātes maiņas straujums. Vadišanas strāvas i_v un nobīdes strāvas i_n summu Maksvels nosauca par pilno strāvu: $i=i_v+i_n$. Pilnai strāvai nav avotu pie kondensatora klājumiem, bet tā vienādā stiprumā plūst visā kondensatorā un kondensatora klājumus savienošo vadu ķēdē.

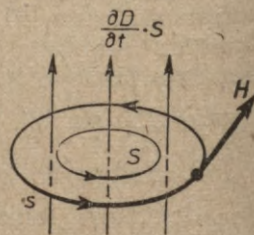
b. Līdz šim pazinām tikai magnētisko lauku, ko veido kustoši elektriskie lādiņi. Tā, piemēram, metāla vadā plūstot strāvai, kustošo elektronu elektrisko lauku gandrīz pilnīgi kompensē nekustīgo pozitīvo jonu elektriskais lauks, bet šo elektronu magnētiskais lauks paliek un veido strāvas vada magnētisko lauku. Maksvels pieņēma, ka arī nobīdes strāvai ir magnētiskais lauks (20-7. zīm.), kas ar savām noslēgtajām līnijām aptver dielektriķa nobīdes strāvu. Sakarība starp šī virpuļainā magnētiskā lauka intensitāti H un dielektriķa nobīdes strāvas stiprumu i_n [sk. izt. (20-16)], pēc Maksvela, ir tāda pati kā vadišanas strāvai [sk. izt. (19-29)]:

$$\oint H_s ds = i_n = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} S + \frac{dP}{dt} S, \quad (20-17)$$

kur S — elektriskā lauka plūsmas šķērsgriezums. Magnētiskā lauka intensitātes H integrālis pa noslēgtu līkni (noslēgta magnētiskā lauka spriegums) dielektriķī ir vienāds ar nobīdes strāvas stiprumu. Tas ir elektromagnētiskā lauka Maksvela otrais vienādojums integrālā formā dielektriskai videi. Tā kā polarizācijas strāva $(dP/dt)S$ ir daudzējādā ziņā līdzīga vadišanas strāvai, jo dielektriķa polarizācija ir saistīta ar ļoti daudzo molekulāro dipolu lādiņu pārbīdēm, tad tā daļa Maksvela apgalvojumā, ka arī



20-7. zīm.



20-8. zīm.

šai strāvai ir jābūt magnētiskajam laukam, izriet no jau zināmiem faktiem. Bet pilnīgi jauns Maksvela atzinums ir tas, ka arī vakuumā, kur $P=0$ un kur nav dielektriķa polarizācijas strāvas $\frac{dP}{dt}S$, bet ir tikai vakuuma elektriskā strāva ar stiprumu $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}S$, tai, tāpat kā citām elektriskām strāvām, ir virpuļains magnētiskais lauks H , pie tam pēc izteiksmes (20-17) starp magnētisko lauku un šo strāvu pastāv tāda pati sakarība kā vadišanas strāvas gadījumā:

$$\oint H_s ds = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} S. \quad (20-18)$$

Maksvela otrā vienādojuma fizikālo saturu var izteikt arī šādi: *telpā, kur mainās elektriskais lauks, eksistē arī virpuļains magnētiskais lauks* (20-8. zīm.).

Nobīdes strāvas magnētiskā lauka eksistenci dielektriķos ir apstiprinājuši *Rentgena un Eihenvalda eksperimenti*. Vispār jebkurā vidē, kurā var būt arī vadišanas strāva i_n , sakarību starp magnētisko lauku un elektrisko strāvu izsaka vispārinātais pilnās strāvas likums, t. i., izteiksme (20-17), kurā i_n vietā ir $i_v + i_n$.

3. Kā redzam, abi Maksvela vienādojumi fizikāli izsaka to svarīgo faktu, ka elektriskais un magnētiskais lauks nav atrauti, par sevi eksistējoši materiālas izpausmes veidi, bet ka tie ir *saisīti*: mainoties vienam laukam, rodas otrs. Maksvela vienādojumus (20-15) un (20-17) papildinot vēl ar iepriekšējās nodaļās atlasītajiem pieciem palīgvienādojumiem (14-12), (19-13), (14-9), (19-9) un (15-11), dabūjam elektromagnētiskā lauka Maksvela vienādojumu sistēmu. Tā aptver visas makroskopiskās elektriskās, magnētiskās un elektromagnētiskās parādības. Vienu Maksvels uzskatīja par *nepārtrauktu* vidi, kuras īpašības raksturo konstantes ϵ , μ , γ , tāpēc Maksvela elektromagnētiskā lauka teorija ir *makroskopiska teorija*.

4. §. STRĀVAS KONTŪRA MAGNĒTISKĀ LAUKA ENERĢIJA

1. Elektriskai strāvai plūstot pa lineāriem (ļoti tieviem) vadiem, visa tās enerģija praktiski atrodas strāvas magnētiskajā laukā, jo strāvas elektronu momentānā kinētiskā enerģija un elektriskā lauka enerģija starp kontūra daļām ir maza.

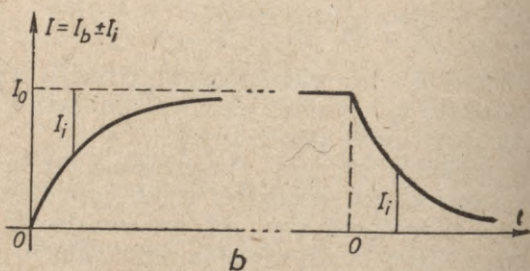
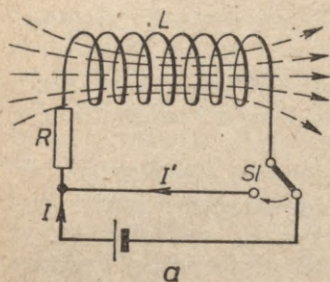
a. Lai aprēķinātu strāvas kontūra enerģiju, pieņemsim, ka kontūru veido spole ar induktivitāti L un spolē plūst strāva ar stiprumu I (20-9. zīm. a). Spoli ar pārslēdzēju Sl atvienojot no strāvas avota un tajā pašā brīdī savienojot tās galus, spoles magnētiskais lauks izzūd un nelielu laika sprīdi spoles ķēdē rodas indukcijas EDS $\mathcal{E}_i = -L di'/dt$ un plūst indukcijas strāva I' . Pēc Džoula—Lenca likuma laikā dt indukcijas strāvas darbs

$$dW_m = \mathcal{E}_i I' dt = -L \frac{dI'}{dt} I' dt = -LI' dI'. \quad (20-19)$$

Ievērojot, ka $LI = \Phi_n$, viss darbs, t. i., visa indukcijas strāvas enerģija un tātad arī sākotnējās strāvas I kontūra enerģija

$$W_m = - \int_I^0 LI' dI' = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi_n}{2}. \quad (20-20)$$

Ši formula atgādina elektrizēta ķermeņa enerģijas izteiksmes $CU^2/2 = QU/2$ [sk. izt. (14-65)].



20-9. zīm.

b. Jāatzīmē, ka strāvas kontūra enerģiju [arī tad, ja $\mu = \mu(H)$] var izrisināt arī citādi, izsakot to kā kontūra magnētiskā lauka enerģiju [sk. izt. (19-14)]. Tā, piemēram, homogēnam toroīda un gara solenoīda laukam

$$W_m = \frac{I \cdot n\Phi}{2} = \frac{HI}{n} \cdot \frac{nBS}{2} = \frac{HB}{2} \cdot Sl = w_m V, \quad (20-21)$$

kur $Sl = V$ ir toroīda tilpums, bet $w_m = HB/2$ — strāvas magnētiskā lauka 1 m^3 enerģija.

Vispārīgā gadījumā

$$W_m = \int w_m dV = \int \frac{HB}{2} dV. \quad (20-21')$$

Lielākām magnētiskā lauka indukcijas un intensitātes vērtībām feromagnētiskā vidē kontūra enerģija W_m magnētiskās histerēzes dēļ nav vairs viennozīmīga lielumu B, H funkcija.

2. Divu strāvas kontūru enerģija neferomagnētiskā vidē ir atsevišķo kontūru pašenerģiju $L_1 I_1^2/2$ un $L_2 I_2^2/2$ un kontūru mijiedarbības enerģijas $M_{12} I_1 I_2$ summa:

$$W_m = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm M_{12} I_1 I_2. \quad (20-22)$$

3. Elektriskās strāvas ieslēgšana un izslēgšana ķēdē ar induktivitāti. Aprēķināsim strāvas stiprumu I atkarībā no laika t pēc strāvas ieslēgšanas un izslēgšanas ķēdē, kas satur strāvas avotu, kura elektrodzinējspēks \mathcal{E} , pre-

testību R un spoli ar induktivitāti L . No ķēdes Oma likuma $\mathcal{E} + \mathcal{E}_i = IR$, ievērojot izteiksmi (20-6), dabūjam, ka $-Ldl/dt = R(I - \mathcal{E}/R)$, t. i.,

$$\frac{dl}{I - \frac{\mathcal{E}}{R}} = -\frac{Rdt}{L}$$

So izteiksmi integrējot robežās no $I=0$ līdz I un no $t=0$ līdz t , iegūstam

$$\int_0^I \frac{dl}{I - \frac{\mathcal{E}}{R}} = \int_0^t \frac{R dt \left(I - \frac{\mathcal{E}}{R} \right)}{I - \frac{\mathcal{E}}{R}} = \ln \frac{I - \frac{\mathcal{E}}{R}}{-\frac{\mathcal{E}}{R}} = -\frac{R}{L} t.$$

Atbrīvojoties no logaritma, pamazām pieaugošās ieslēgšanas strāvas stiprumam (20-9. zīm. b) iegūstam formulu

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right).$$

Ja $t \rightarrow \infty$, tad $I \rightarrow I_0 = \mathcal{E}/R$.

Bet, ja integrējamā izteiksmē ievieto $\mathcal{E} = 0$, kas ir tad, ja $t \geq 0$, un integrē robežās no $I = I_0 = \mathcal{E}/R$ līdz I un no $t = 0$ līdz t , tad dabū eksponenciāli dilstošās izslēgšanas strāvas formulu

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L} t}.$$

Kā redzam no abām strāvas izteiksmēm, ja R/L ir mazs, tad ieslēgšanas un izslēgšanas brīdī strāvas stiprums aug un dilst lēni. Ja, piemēram, $R = 2\Omega$ un $L = 20$ H, tad $R/L = 0,1$ un, ņemot $Rt/L = 1$, dabūjam, ka $t = L/R = 10$ s, t. i., strāvas stiprums samazinās par $1/e = 1/2,71$ no savas sākuma vērtības 10 sekundēs.

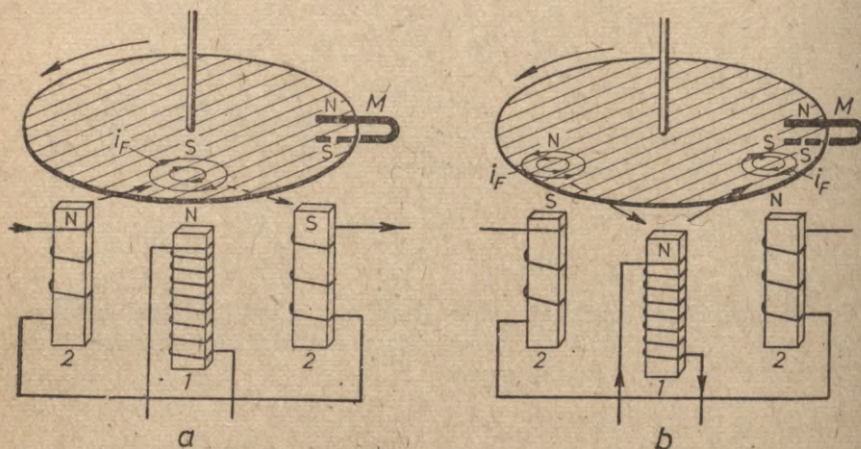
Ja, izslēdzot strāvu, reizē izslēdz arī pretestību R un kontūrā spoli savieno īsslēgumā, tad spolē inducētais spriegums var būt ļoti liels un var radīt izolācijas caursišanu. Ja vēl spoles induktivitāte ir liela, tad šāds spriegums, pastāvot ilgāku laiku, var tās izolāciju pārkarsēt. Tāpēc pirms stipra strāvas avota atvienošanas kontūra ķēdē ieslēdz lielāku pretestību un strāvu samazina pakāpeniski.

Ķēdē ar kapacitāti C un līdzstrāvas avotu izlāde noris pēc izteiksmes $I = (\mathcal{E}/R)e^{-t/RC}$ un uzlāde — pēc izteiksmes $I = (\mathcal{E}/R)(1 - e^{-t/RC})$.

5. §. FUKO STRĀVAS

Telpiskam vadītājam un magnētiskajam laukam savstarpēji pārvietojoties vai vadītājā esošam magnētiskajam laukam laikā mainoties, elektromagnētiskās indukcijas dēļ vadītāja iekšienē rodas virpuļains elektriskais lauks. Šī lauka ietekmē vadītājā izveidojas noslēgtas indukcijas strāvas jeb t. s. Fuko strāvas, kas attīsta siltumu (atklājis Arago 1825. g.). Tāpat kā lineāru vadītāju strāvu magnētiskie lauki, arī telpisku indukcijas strāvu magnētiskie lauki atrodas mijiedarbībā ar tiem magnētiskajiem laukiem, kas šīs indukcijas strāvas izraisa.

1. Elektriskās enerģijas skaitītājs (20-10. zīm.). Uz rotējošas alumīnija ripas apmali darbojas trīs dzenošie magnētiskie lauki. Pirmo rada viena sprieguma spole 1 ar lielu vijumu skaitu, bet otro un trešo — divas strāvas spoles 2 ar pretēji lieliem tinumiem un mazu vijumu skaitu. Bez tam uz ripas apmali darbojas viens bremsējošs pastāvīga magnēta M magnētiskais lauks. Spriegums



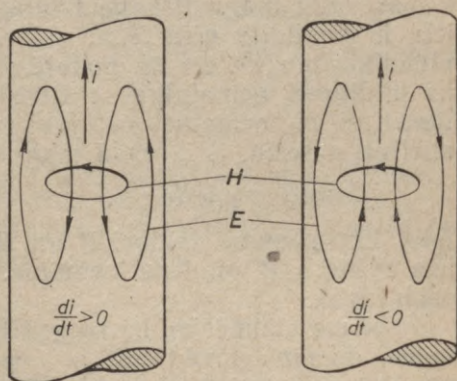
20-10. zīm.

visās spolēs ir vienā fāzē, bet strāvas stiprums sprieguma spolē 1 ir nokavējies fāzē par 90° pret strāvas stiprumu strāvas spolēs 2, kurās tās ir vienā fāzē ar spriegumu. Strāvas stiprums visās spolēs ir vienā fāzē ar spoļu magnētiskā lauka intensitātēm.

Aplūkosim ripas griešanās kustību. Kādā momentā (20-10. zīm. a) strāvas spolēs $i = I_m$, bet sprieguma spolē $i = 0$. Tad strāvas stiprums mainās tikai sprieguma spolē, jo, kad $i = I_m$, tad $di/dt = 0$. Tātad šajā momentā ripā Fuko strāvas i_F inducējas tikai iepretī sprieguma spolei. Tā kā ripas apakšpusē Fuko strāvām ir N pols, tad ripa strāvas spoļu magnētiskā lauka ietekmē griežas pa labi strāvas spoles pola S virzienā. Pēc $1/4$ perioda (20-10. zīm. b) sprieguma spolē $i = I_m$, bet strāvas spolēs $i = 0$. Fuko strāvas i_F tagad inducējas iepretī strāvas spolēm esošās ripas vietās. Šo Fuko strāvu un sprieguma spoles magnētisko lauku mijiedarbībā ripa griežas iepriekšējā virzienā. Ripa griežas tāpat kā asinhronā elektromotora rotors. Jo lielāks ir maiņstrāvas spriegums un stiprums, jo stiprāki ir ripā inducētie magnētiskie lauki un jo ātrāk tā griežas. Bet, augot ripas ātrumam, palielinās arī bremsējošās magnēta M inducētās Fuko strāvas, tātad arī šī magnēta radītā «magnētiskā berzē». Tāpēc pie noteikta maiņstrāvas stipruma un sprieguma iestājas noteikts ripas griešanās ātrums. Līdzīgā veidā vadītājos inducējas virpuļstrāvas *elektrodinamiskos apgriezienu skaitītājos*, vēja ātruma mērītājos un citos mērinstrumentos.

2. Visplašāk Fuko strāvas izmanto mašīnu metāla detaļu virsmu rūdīšanā. Augstfrekvēntie magnētiskie lauki ($\nu > 1000$ Hz) nevar dziļi iespiesties vadītājā, tāpēc to inducētās Fuko strāvas plūst tuvu vadītāja virsmai, tā sakarst, rezultātā norūdās tikai detaļas virsmas slānis. Tas arī vajadzīgs, jo detaļai vienlaikus jābūt izturīgai ne vien pret nodilšanu, bet tai arī jā saglabā labas elastības īpašības.

3. Fuko strāvas daudzos gadījumos ir nevēlamas, jo to dēļ absorbē elektromagnētisko enerģiju un sasilst transformatoru un elektromagnētu serdes. Lai izvairītos no Fuko strāvām, elektrisko ierīču masīvās detaļas izgatavo no dzelzs sloksnēm vai no dzelzs stieplēm. Tās novieto perpendikulāri inducētajām Fuko strāvām. Augstfrekvences iekārtās Fuko strāvu novēršanai bieži arī šāds paņēmiens nav pietiekams. Tāpēc tajās attiecīgās



20-11. zīm.

detaļas presē no dzelzs un dielektriķu pulveriem vai jaunākajā laikā no ferīta. Ferīti ir feromagnētiski dzelzs un citu divvērtīgo metālu oksīdi ar mazu elektrisko vadītspēju (sk. 21. nod. 3. §).

4. Ar virpuļstrāvu rašanos resnos maiņstrāvas vados ir saistīts t. s. skinefekts. Tā ir parādība, ka augstfrekvences ($\nu > 2000$ Hz) maiņstrāva plūst galvenokārt pa vada virsmu. To var izskaidrot šādi. Mainoties strāvas stiprumam resnā vadā, mainās arī tam atbilstošais magnētiskais lauks. Bet magnētiskā lauka maiņa saskaņā ar Faradeja likumu inducē vadā virpuļainu elektrisko lauku un virpuļainu elektrisko strāvu i_i . Šī strāva vada centrālajā daļā vienmēr vērsta pretim maiņstrāvas stipruma maiņai di/dt , bet pie vada virsmas i_i un di/dt virzieni ir vienādi. Tāpēc inducēto elektrisko strāvu dēļ maiņstrāvas stiprums vada centrālajā daļā samazinās, bet ārējā daļā palielinās (20-11. zīm.). Skinefekta dēļ vadu īpatnējā elektriskā vadītspēja, palielinoties frekvencei, samazinās. Ievērojot skinefektu, daudzus augstfrekvences ķēžu elementus izgatavo no metāla caurulēm vai no samērā sliktiem vadītājiem, kas pārklāti ar plānu sudraba kārtiņu. Tā, piemēram, laba sudraba vada vai apsudrabota masīva dzelzs vada augstfrekvences strāvu elektriskā vadītspēja daudz neatšķiras no masīva sudraba vada vadītspējas.

VIELU MAGNĒTISKĀS ĪPAŠĪBAS

1. §. VIELA MAGNĒTISKAJĀ LAUKĀ

1. Vides ietekmi uz taisna vada, solenoīda, toroīda un citu strāvas vadu magnētiskajiem laukiem, ja ar homogēnu izotropu vielu ir piepildīta *visa telpa* vai tikai *toroidālas spoles iekšiene*, aplūkojām jau 19. un 20. nodaļā. Tur noskaidrojām, ka šāds telpas pildījums nemainīgas elektriskās strāvas magnētiskā lauka intensitāti H_0 nemaina, bet lauka indukciju $B_0 = \mu_0 H_0$ vakuumā palielina μ reizi, t. i., vielā magnētiskā lauka indukcija

$$B = \mu B_0 = \mu \mu_0 H_0. \quad (21-1)$$

Tāpat kā vakuumā vektori \mathbf{B} un \mathbf{H}_0 ir savstarpēji *paralēli*, t. i., viela vektora \mathbf{B} virzienu nemaina. Tagad šos jautājumus aplūkosim tuvāk.

Vispirms atzīmēsim, ka magnētisko īpašību ziņā vielas ir iedalāmas diamagnētiskās ($\mu < 1$), paramagnētiskās ($\mu > 1$) un feromagnētiskās ($\mu \gg 1$) vielās. Pie tam diamagnētiskām un paramagnētiskām vielām magnētiskā caurlaidība μ nav atkarīga no lauka intensitātes H_0 un $\mu \approx 1$, bet feromagnētiskām vielām μ ir stipri atkarīga no H_0 .

Magnētiskā lauka indukciju B bezgalīgas homogēnas vides gadījumā var izteikt arī šādi:

$$B = B_0 + B', \quad (21-2)$$

kur B' ir *vielā inducētā* (vielas radītā) *magnētiskā lauka indukcija*. Lielumu

$$\frac{B'}{\mu_0} = I \quad (21-3)$$

sauc par vielas magnetizāciju. SI sistēmā magnetizācijas I , tāpat kā magnētiskā lauka intensitātes H mērvienība ir A/m. Ievietojot izteiksmi (21-3) vienādībā (21-2) un ievērojot, ka $B_0 = \mu_0 H_0$, dabūjam sakarību

$$B = \mu_0 H_0 + \mu_0 I, \quad (21-4)$$

kas saista magnētiskā lauka lielumus B , H_0 un I .

Bezgalīgā *monokristāliskā* vidē indukcijas vektors \mathbf{B} parasti nav paralēls vektoram \mathbf{B}_0 , resp., vektoram \mathbf{H}_0 , tāpēc šajā gadījumā sakarības (21-2) un (21-4) ir jāraksta vektoriālā formā.

Saskaņā ar novērojumiem homogēnā diamagnētiskā un paramagnētiskā bezgalīgā vidē vai toroīdā *inducētā magnētiskā lauka indukcija* B' , resp., *magnetizācija* I , ir *proporcionāla strāvas magnētiskā lauka intensitātei* H_0 :

$$I = \chi H_0. \quad (21-5)$$

Konstanti χ sauc par vielas relatīvo magnētisko uzņēmību (susceptibilitāti). Paramagnētiskām un diamagnētiskām vielām $\chi = \text{const}$, bet feromagnētiskām vielām $\chi = \chi(H_0) \neq \text{const}$, tāpēc tām vektori \mathbf{B} un \mathbf{I} nav proporcionāli lauka intensitātei H_0 .

Ievērojot izteiksmes (21-5) un (21-1), izteiksmi (21-4) homogēnām izotropām vielām var pārrakstīt šādi:

$$B = \mu_0 H_0 + \mu_0 \chi H_0 = (1 + \chi) \mu_0 H_0 = \mu \mu_0 H_0. \quad (21-6)$$

No tās izriet, ka vielas abas magnētiskās konstantes μ un χ saista sakarība

$$\mu = 1 + \chi. \quad (21-7)$$

Kā jau atzīmējām, *paramagnētisko vielu* magnētiskā caurlaidība $\mu = 1 + \chi > 1$, tāpēc tām relatīvā magnētiskā uzņēmība $\chi > 0$. *Diamagnētiskām vielām* $\mu < 1$, tāpēc $\chi < 0$. Dažu paramagnētisku un diamagnētisku vielu uzņēmības χ ir šādas:

Vielā	Pa	Al	gaiss	Bi	H ₂ O	Cu
χ	$+780 \cdot 10^{-6}$	$+82 \cdot 10^{-6}$	$+0,36 \cdot 10^{-6}$	$-170 \cdot 10^{-6}$	$-9 \cdot 10^{-6}$	$-11 \cdot 10^{-6}$

Kā redzams, tās ir ļoti mazas, tāpēc šādās vielās $B' \approx 0$ un $B \approx B_0$.

Var pierādīt, ka, pārejot divu vidu (μ_1, μ_2) robežu, līdzīgi kā elektriskajā laukā (sk. 14. nod. 4. §), B lauka normālās komponentes ir vienādas: $B_{n1} = B_{n2}$, bet tangenciālo komponentu attiecība $B_{t1}/B_{t2} = \mu_1/\mu_2$.

2. Turpretim, ievietojot homogēnā magnētiskajā laukā H_0 galīga lieluma ķermeņi, lauka spēka līniju virzieni krasi mainās. Tā, ievietojot homogēnā magnētiskajā laukā *diamagnētisku lodi*, magnētiskā lauka indukcijas līnijas no tās daļēji tiek izspiestas, t. i., lauks daļēji apiet lodi pa vakuumu (gaisu), kur $\mu = 1$ (21-1. zīm. a). *Paramagnētiskas lodes* gadījumā lauks tiek iesiets iet caur lodi (21-1. zīm. b).

Piezīmēsīm vēl, ka šajā un arī rotācijas elipsoīda gadījumā magnētiskais lauks ķermeņa iekšienē arī ir *homogēns* un pakļaujas šī paragrāfa likumsakarībām, tikai H_0 vietā jāņem $H = H_0 - H_a$ (ja $\mu > 1$), jo magnetizējošā lauka intensitāte nav vairs tāda kā sākumā (H_0), bet atmagnetizēšanās dēļ ir samazinājusies par H_a .

Ja magnētiskais lauks H_0 ir *nehomogēns*, tad diamagnētiska (piemēram, bismuta) lode virzīsies uz to pusi, kur lauks vājāks, bet paramagnētiska (piemēram, alumīnija) lode — uz to pusi, kur lauks stiprāks.

3. Pēc absolūtās vērtības vislielākā relatīvās uzņēmības vērtība $\chi = -1$ piemīt vielai *supravadītājs* stāvoklī. Tā kā $\mu = 1 + \chi$, tad *supravadītājiem* $\mu = 0$, t. i., tajos (izņemot $\approx 10^{-5}$ cm biezu virsmas slāni) vienmēr magnētiskā indukcija $B = \mu \mu_0 H = 0$. Ja, piemēram, magnētiskā laukā esoša *lode* (21-2. zīm. a), tās

temperatūrai pazeminoties zem *kritiskās* vērtības T_k , pāriet no normālā stāvokļa supravadišanas stāvoklī, tad magnētiskais lauks no šīs lodes tiek izstumts (*Meisnera efekts*; 21-2. zīm. b). Supravadītājs tātad ir *ideāls diamagnētiķis*.

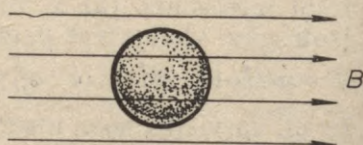


a



b

21-1. zīm.



a, $T > T_k$



b, $T < T_k$

21-2. zīm.

2. §. DIAMAGNĒTISMA UN PARAMAGNĒTISMA ELEKTRONU TEORIJA

1. Vielu makroskopiskie magnētiskie lauki rodas, summējoties mikroskopiskajiem atomu un molekulu magnētiskajiem laukiem. Pēdējos galvenokārt rada 1) *elektronu orbitālās kustības* magnētiskie lauki (šī kustība tātad notiek pa noslēgtām trajektorijām atomos un molekulās) un 2) *elektronu spina* magnētiskie lauki.

Vienu magnētisko īpašību aprēķinos ļoti svarīgi ir minēto elementāro kustību mehāniskie un magnētiskie momenti, tāpēc noteiksim tos. Elektrona kustība ar ātrumu v un frekvenci ν pa *orbitu*, kuras rādiuss r , būtībā ir elektriskā strāva pa noslēgtu vadītāja kontūru ar strāvas stiprumu $i = -e\nu$ un t. s. orbitālo magnētisko momentu [sk. izt. (19-25)]

$$d_m = iS = -e\nu S = -e \frac{\omega}{2\pi} \cdot \pi r^2 = -\frac{e\omega r^2}{2} \quad (21-8)$$

Elektrona spins ir īpaša elektrona vērpes kustība, kurai piemīt mehāniskais moments $L_s = \hbar/2$ un *magnētiskais moments* jeb t. s. Bora magnetons:

$$\mu_B = -\frac{e}{m_0} L_s = -\frac{e\hbar}{2m_0} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2, \quad (21-9)$$

kur $\hbar = h/2\pi$ ir Planka konstante, dalīta ar 2π , m_0 — elektrona masa. Mīnusa zīme šajā un iepriekšējā izteiksmē ir tāpēc, ka elektrona elektriskais lādiņš e ir negatīvs. Mehāniskā un magnētiskā momenta L_s un μ_B vērsumi tātad ir pretēji.

Attiecībā uz atoma vai molekulas magnētisko momentu jāizšķir divi gadījumi: 1) vielas atomam vai molekulai (kurā ir sa-

mērā daudz elektronu) elektronu orbitālie un spinu magnētiskie momenti savstarpēji kompensējas, t. i., atoma, resp., molekulas, rezultējošais magnētiskais moments ir vienāds ar nulli; 2) vielas atomam (molekulai) eksistē rezultējošs magnētiskais moments. Pirmajā gadījumā viela ir diamagnētiska, otrajā — paramagnētiska.

2. Diamagnētisms. Aplūkosim vispirms šādu eksperimentu. Novietosim viena solenoīda galā kādu citu noslēgtu solenoīdu un pirmā solenoīda ķēdē ieslēgsim elektrisko strāvu. Tad novērojam, ka elektromagnētiskās indukcijas rezultātā pēc Lenca likuma otrā solenoīdā inducētās elektriskās strāvas magnētiskais lauks cenšas pirmā solenoīda magnētisko lauku vājināt. Tas nozīmē, ka abu solenoīdu tuvākajos galos magnētisko lauku virzieni apmēram ir pretēji. Tāda pati parādība notiek, ja magnētiskajā laukā ar intensitāti H ievieto atomu, kuram magnētiskais moments ir vienāds ar nulli. Tad elektroni, kas kustās pa tām orbītām, kurām elektronu riņķošanas kustības radītā magnētiskā lauka intensitāte ir pretēja ārējā magnētiskā lauka intensitātei, palielina savus kustības ātrumus par Δv un orbitālos magnētiskos momentus par Δd_m , bet elektroni, kas kustas pa orbītām, kurām lauka intensitāte vērsta ārējā lauka intensitātes virzienā, savus ātrumus par Δv un orbitālos momentus par Δd_m samazina. Rezultātā atomam rodas ārējam magnētiskajam laukam pretēji vērsti magnētiskais lauks un pretēji vērsti magnētiskais moments $\Sigma \Delta d_{mi}$. Šī elektronu kustības izmaiņa ārējā magnētiskajā laukā izskaidrojama ar vilciņa kustības likumiem (3. nod. 9. §). Pēc tiem riņķojošā elektrona magnētiskais moments nepagriežas spēka, t. i., ārējā magnētiskā lauka intensitātes H virzienā, bet pārvietojas spēkam perpendikulārā virzienā, t. s. Larmora precesijas kustībā (21-3. zīm.).

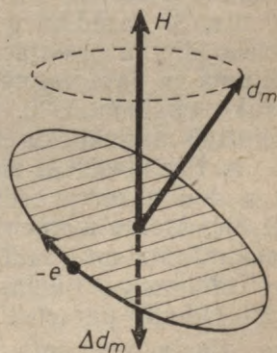
Aprēķinot vielas magnetizāciju $I = \chi H$, t. i., vielas tilpuma vienības magnētisko momentu, vienkāršības dēļ sākumā pieņemsim, ka atoma elektronu orbītas ir riņķa līnijas xy plaknē. Riņķojošam elektronam ar masu m_0 atrodies magnētiskajā laukā, kura intensitāte H vērsta perpendikulāri orbītas plaknei, t. i., z virzienā, uz to darbojas Lorencs spēks $F_m = \mu_0 e v H = \mu_0 e \omega r H$ [sk. izt. (19-49)], kuru līdzsvaro centrālās spēka $m_0 \omega^2 r$ maiņa:

$$\mu_0 e \omega r H = \Delta(m_0 \omega^2 r) = 2m_0 \omega r \Delta \omega \quad (21-10)$$

(orbītas rādiusu r Larmora precesijas kustība nemaina). No šīs izteiksmes dabūjam, ka elektrona leņķiskās frekvences maiņa jeb t. s. Larmora frekvence

$$\Delta \omega = \omega_L = \frac{e \mu_0 H}{2m_0} \quad (21-11)$$

un, to ievietojot izteiksmē (21-8), elektrona orbitālās kustības magnētiskā



21-3. zīm.

momenta maiņa $\Delta d_m = -\frac{\mu_0 e^2 r^2}{4m_0} H$. Elektrona orbīta ārējā laukā tomēr nav x, y plaknē, bet ir orientēta patvaļīgi, tāpēc r^2 vietā jāņem vidējais attāluma kvadrāts līdz precesijas asij, kas ir $\frac{2}{3} r^2$. Tāpēc elektrona orbitālā magnētiskā momenta vidējā maiņa

$$\Delta d_m = -\frac{\mu_0 e^2 r^2}{6m_0} H. \quad (21-12)$$

Ja atomā ir z elektroni un tilpuma vienībā ir n atomi, tad to magnētiskā momenta maiņa jeb vielas magnetizācija

$$I = n \sum_{i=1}^z \Delta d_{mi} \quad (21-13)$$

un vielas relatīvā diamagnētiskā uzņēmība

$$\chi = \frac{I}{H} = \frac{n \sum_{i=1}^z \Delta d_{mi}}{H} = -\frac{\mu_0 n e^2}{6m_0} \sum_{i=1}^z \frac{1}{r_i^2}. \quad (21-14)$$

Diamagnētisms ir visiem atomiem un molekulām piemērota īpašība. Kā jau atzīmējām, diamagnētisku vielu relatīvā magnētiskā uzņēmība ir maza ($\chi = 10^{-4} \div 10^{-5}$), tāpēc tā precīzi ir nosakāma tikai tad, ja vielai nepiemīt ne paramagnētiskas, ne arī feromagnētiskās īpašības. Jāpiezīmē, ka tādu pašu χ formulu (21-14) dod arī kvantu teorija.

3. Paramagnētisms. Novietojot magnētiskajā laukā vielu, kuras atomiem ir *pastāvīgs magnētiskais moments* d_{ma} , tie orientējas ārējā magnētiskajā laukā intensitātes virzienā un visam ķermenim rodas rezultējošs ārējā lauka virzienā vērsts magnētiskais moments. Šī parādība ir analoga dielektrisku vielu molekulāro elektrisko dipolu orientācijai ārējā elektriskajā laukā. Viela šajā gadījumā ir paramagnētiska, jo tās magnetizācija $I = \chi H$ ir vērsta lauka virzienā, t. i., tās relatīvā magnētiskā uzņēmība $\chi > 0$ un relatīvā magnētiskā caurlaidība $\mu = 1 + \chi > 1$.

a. Pēc klasiskās elektronu teorijas, atoma magnētisko momentu d_{ma} dod nekompensētie elektronu orbitālie momenti d_m [sk. izt. 21-8)]. Atomu momentiem attiecībā pret magnētisko lauku var būt jebkurš virziens. Gadījumā, ja vēl $kT \gg d_{ma} B$ (praktiski visos magnetizācijas gadījumos tā ir), varam rakstīt (sk. analogo izteiksmi (14-55) par elektrisko dipolu orientāciju elektriskajā laukā), ka dipola momenta vidējā vērtība lauka virzienā $d_{ma} \cos \theta = \mu_0 \frac{d_{ma}^2}{3kT} H$ un vielas magnetizācija ($n \cdot d_{ma} \cos \theta$)

$$I = \frac{\mu_0 n d_{ma}^2}{3kT} H = \chi H, \quad (21-15)$$

no kurienes relatīvā paramagnētiskā uzņēmība

$$\chi = \frac{\mu_0 n d_{ma}^2}{3kT} = \frac{C}{T}. \quad (21-16)$$

Seit k — Bolcmaņa konstante, T — absolūtā temperatūra un C — Kirī konstante. Izteiksme (21-16) izsaka Kirī likumu paramagnētiskai vielai.

b. Pārejot uz paramagnētisma kvantu teoriju, jāievēro, ka 1) atoma magnētisko momentu d_{ma} neizsaka izteiksme (21-8) vai šādu izteiksmju summa, bet gan izteiksme $d_{ma} = g\sqrt{J(J+1)} \mu_B$, kur g ir t. s. Landē faktors, kas ir robežās $1 \leq g \leq 2$ (ja momentu dod tikai orbītas, tad $g=1$, bet, ja tikai spīni, tad $g=2$). J ir atoma t. s. summārais iekšējais kvantu skaitlis, kas var pieņemt vērtības 0, 1, 2, 3, ... vai $1/2, 3/2, 5/2, \dots$, un μ_B — Bora magnetons;

2) atoma magnētiskā momenta virziens telpā nevar būt jebkurš, t. i., tā projekcijai magnētiskā lauka H virzienā nav iespējamas jebkuras, bet tikai atsevišķas diskrētas vērtības: $d_{ma} \cos \Theta = g m_J \mu_B$, kur m_J ir robežās $-J \leq m_J \leq J$.

Ja $kT \gg d_{ma} B$, t. i., temperatūra nav pārāk zema un magnētiskais lauks nav pārāk stiprs, tad kvantu teorijā $d_{ma} \cos \Theta$ un relatīvās magnētiskās uzņēmības χ izteiksmes ir tādas pašas kā klasiskajā elektronu teorijā [sk. izt. (21-16)], tikai klasiskās atoma magnētiskā momenta d_{ma} izteiksmes vietā jāņem iepriekš norādītā kvantu teorijas magnētiskā momenta izteiksme. Tāpēc

$$\chi = \frac{\mu_0 n g^2 J(J+1) \mu_B^2}{3kT} \quad (21-17)$$

Metāliem papildu paramagnētiskās īpašības rada elektronu spīnu magnētisko momentu orientācija magnētiskajā laukā. Var pierādīt, ka metālu brīvo elektronu relatīvā paramagnētiskā uzņēmība $\chi_{el} = \frac{\mu_0 n \mu_B^2}{E_F}$, kur E_F ir Fermī līmeņa enerģija (15. nod. 8. §).

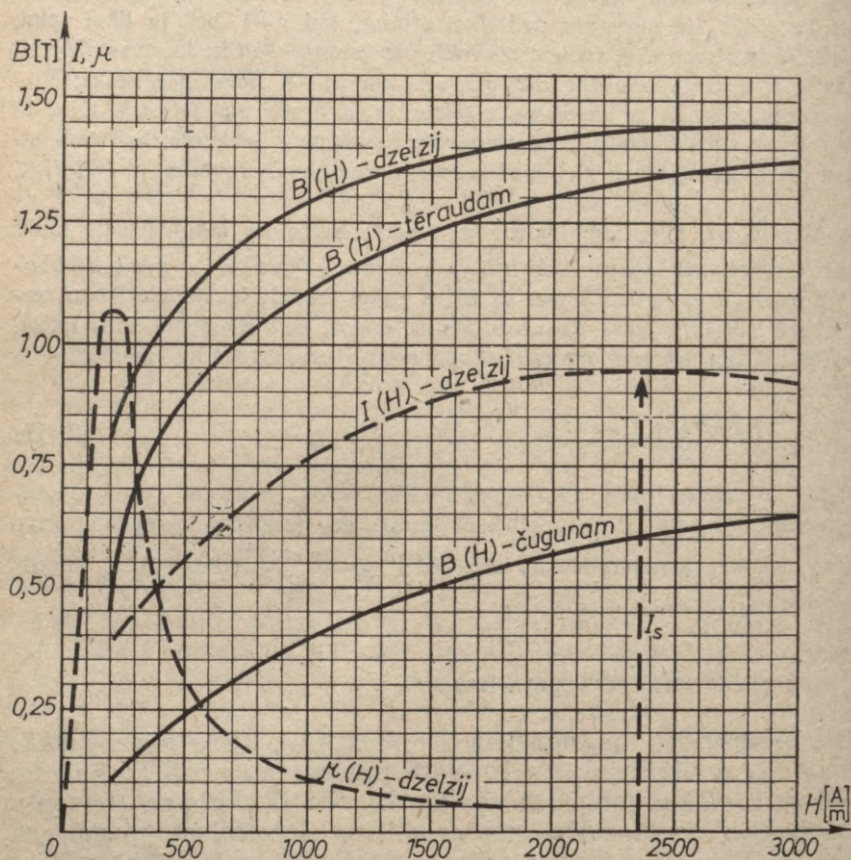
3. §. FEROMAGNĒTISKAS VIELAS

1. Ļoti spēcīgas magnētiskās īpašības, t. i., *lielas magnētiskās caurlaidības* μ vērtības ($\mu = 10^3 \div 10^6$) piemīt elementiem Fe, Co, Ni, Gd un zemākās temperatūrās arī Dy, Tb, Tu, Eb, šo elementu savienojumiem savā starpā un ar citiem elementiem, piemēram, Fe+Ni, Fe+Cu u. c. Tādas pašas izteiktas magnētiskās īpašības piemīt arī daudziem savienojumiem, kuri minētos elementus nesatur, piemēram, *Heislera sakausējumam*: 61% Cu + 26% Mn + 13% Al. Visplašāk no šīm vielām izmanto dzelzi, no kā arī cēlies nosaukums — feromagnētisms.

Feromagnētismu no paramagnētisma un diamagnētisma atšķir šādas pazīmes: 1) magnētiskā caurlaidība μ un uzņēmība χ ir $10^6 \div 10^9$ reižu lielākas nekā diamagnētiskām vai paramagnētiskām vielām, un tā ir atkarīga no magnētiskā lauka intensitātes H . Tas redzams 21-4. zīmējumā, kur attēlota lietās dzelzs magnētiskās caurlaidības μ maiņa atkarībā no magnētiskā lauka intensitātes H . Praksē, piemēram, vājstrāvas tehnikā, galvenokārt svarīga ir liela *sākuma caurlaidība*, t. i., caurlaidība μ pie vājām spoles

strāvām jeb mazām lauka intensitātēm H . Tā sakausējumam 79% Ni+15% Fe+5% Mo+1% Mn (supermalojs) sākumā $\mu = 100\,000$, bet maksimālā vērtība sniedzas līdz $\mu = 10^6$;

2) magnētiskā indukcija $B(H)$ un magnetizācija $I(H)$ nav viennozīmīgas lauka intensitātes H funkcijas, tās ir atkarīgas no materiāla mehāniskās, termiskās un magnētiskās priekšapstrādes;

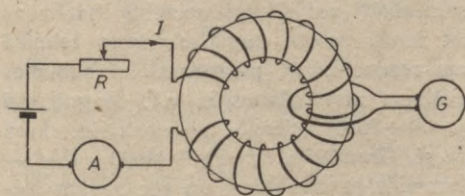


21-4. zīm.

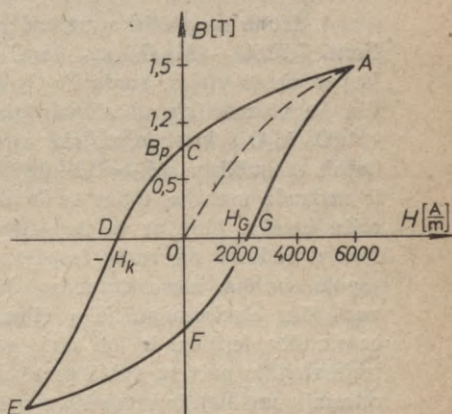
3) magnetizācija I lielas lauka intensitātes H gadījumā tuvojas piesātinājuma vērtībai I_s (21-4. zīm.). Piesātinājuma stāvoklī visi vielas molekulārie magnētiskie dipoli ir orientēti ārējā lauka virzienā, tātad tālāka magnetizācijas I palielināšanās nav iespējama. Indukcija B feromagnētiskā vielā sākumā, kad H ir mazs, aug strauji, bet pēc piesātinājuma stāvokļa sasniegšanas saskaņā ar likumu $B = \mu_0 H$ tā ir tieši proporcionāla lauka intensitātei H . Lielumu B un H sakarību 1872. gadā izpētīja krievu zinātnieks Stoletovs.

2. Eksperimentāli pētot vielas ietekmi uz magnētisko lauku,

t. i., funkcijas $B(H)$ un $I(H)$, vielu homogēnā magnētiskajā laukā parasti ievieto tā, lai vielā inducētā lauka indukcija B' būtu paralēla sākotnējā lauka intensitātei H . Tas ir tad, ja polikristāliskai vielai ir rotācijas elipsoīda vai toroīda veids un tā atrodas toroīdālas spoles magnētiskajā laukā (21-5. zīm.). Mērīšanas gaitā strāvas stiprumu toroīdālajā spolē, t. i., lauka intensitāti H toroīdā, palielina lēcienveidā. Magnētiskās indukcijas B maiņas ΔB atrod, izmērot inducēto strāvu impulsus ar ballistisko galvanometru. No attiecības $\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu\mu_0$ tad iegūst arī atbilstošās caurlaidī-



21-5. zīm.



21-6. zīm.

bas $\mu(H)$ vērtības. Parasti tehnikā lietojamām vielām funkcijas $B(H)$ dotas grafiski vai tabulās. Attiecīgajā konstrukcijā paredzētajai indukcijas B vērtībai nepieciešamo lauka intensitātes H vērtību (strāvas stiprumu) atrod tieši no grafikām vai tabulām (sk. 21-4. zīm.).

3. Palielinot magnētiskā lauka intensitāti H , kamēr vielas indukcija B nonāk tuvu piesātinājumam (punkts A 21-6. zīm.), un pēc tam samazinot magnētiskā lauka intensitāti atkal atpakaļ līdz nullei, indukcija B neatgriežas līdz nullei, bet patur paliekošu magnetizāciju $B_p = OC$ (piemēram, oglekļa tēraudam $B_p = 1$ T). Lai materiālu atmagnetizētu pilnīgi, vajadzīga pretēja virziena laukā intensitāte $H_k = OD$, kuru sauc par koercitīvo spēku. Mīkstai dzelzij, dzelzs-niķeļa un citiem sakausējumiem H_k ir mazs: $3 \div 0,3$ A/m. Liels koercitīvais spēks $H_k = (5 \div 60) \times 10^3$ A/m rāda, ka viela ir magnētiski «cieta» (oglekļa, hroma, kobalta, volframa, alumīnija un citi tēraudi). No tām izgatavo *pastāvīgos* (permanentos) *magnētus*. Pēdējā laikā ir izdevies izgatavot magnētiskajā laukā orientētu un galvenokārt ar BaO saistītu Fe_2O_3 polikristāliņu magnētus, kuriem H_k ir ne vien lieli (dažus simttūkstošus A/m), bet arī noturīgi.

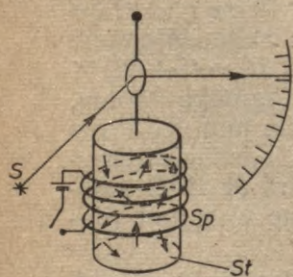
Magnetizējot vielu tālāk pretējā virzienā līdz piesātinājumam E un pēc tam atkal atmagnetizējot, likne $B(H)$ iet caur punktiem FGA. Atkārtota magnetizācija visumā iet pa to pašu likni. Šādu magnetizācijas atpalikšanu sauc par **magnētisko histerēzi** un

noslēgto līkni — par histerēzes cilpu. Cilpas laukums raksturo siltuma enerģiju, kas radusies materiālā periodiskas pār-magnetizēšanas procesā. Lai transformatori, elektromotori un ģeneratori nepārkarstu, t. i., to zudumi dzelzī būtu mazi, šajās ierīcēs serdes jāizgatavo no magnētiski mīkstiemi materiāliem, kuriem ir šaura histerēzes cilpa (ar mazu laukumu).

4. Jauno magnētisko materiālu vidū izcila nozīme ir ferītiem un granātiem. Ferīti $[(MeO_x \cdot (Me_2O)_{0,5-x} \cdot Fe_2O_3)_{0,5}]$, kur 0,5 un x ir sastāvdaļu masu daļas] ir cietas vielas, kurās Fe_2O_3 grupas sasaista metālu (Me) Mg, Zn, Cu, Ni, Co, Fe vienvērtīgie un divvērtīgie oksīdi Me_2O vai MeO. Ferītiem ir špineļa ($MgO \cdot Al_2O_3$) kristalogrāfiskā struktūra. Saļīdzinājumā ar dzelzi ferītu paliekošais magnētisms ($B_p = 0,3 \div 0,4$ T) un koercitīvais spēks ($H_h = 0,01 \div 3000$ A/m) ir nedaudz mazāks, toties to īpatnējā pretestība elektriskai strāvai ir $10^2 \div 10^9$ reižu lielāka. Līdz ar to tiek stipri samazināti vai pilnīgi novērsti indukcijas strāvu zudumi un rasta iespēja lietot ferītu serdes augstfrekvences tehnikā (spoļu serdēm, masu antenām, dobuma rezonatoriem, piemēram, lai dobumos noslāpētu elektromagnētisko viļņu nevēlamo atstarošanu u. c.). Magnētiskā caurlaidība ferītiem ir ļoti mainīga ($\mu = 20 \div 2000$) atkarībā no apstrādes, kurā izejmateriālu pulvera veidā presē un karsē. Granātiem $Fe^{2+}Fe^{3+} Me_3O_{12}$ (Me — retzemju metāls) ir minerālam granātam līdzīga struktūra, un pēc savām īpašībām tie ir līdzīgi ferītiem.

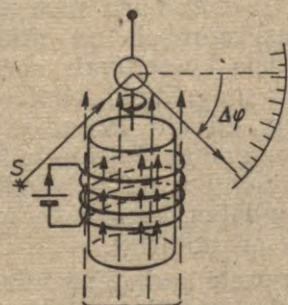
Viens no interesantākajiem ferītu pielietojumiem ir spoļu izgatavošana, kurām ir mazas troidālas ferīta serdes (diametrs 1,5–2 mm) ar taisnstūrveida histerēzes cilpu. Tās izmanto skaitļošanas mašīnu atmiņas blokos, kuri strādā binārajā (0; 1) sistēmā. Ja spoles strāvas impulsa magnētiskais lauks $H > H_0$, tad aptuveni 10^{-8} s laikā spole dabū paliekošo magnetizāciju B_p , kas apzīmē skaitli 0. Laižot to pašu strāvas impulsu pretējā virzienā, spole iegūst paliekošo magnetizāciju $-B_p$, un tā apzīmē skaitli 1. Ar daudzām šādām spolēm var izpildīt skaitļošanas operācijas binārajā sistēmā. Rezultātu (spoles serdes magnetizācijas virzienu) pieraksta speciāli pierakstišanas strāvas impulsi.

5. Lai noskaidrotu feromagnētisma izcelsmes būtību, liela nozīme ir žiromagnētiskā efekta pētījumiem. Ja ieslēdzam spolē strāvu un tā magnetizējam spoles vidū tievā pavedienā



$B = 0$

21-7. zīm.



$B \neq 0$

iekārtu feromagnētiskas vielas stienīti St (21-7. zīm.), tad tā atomu magnētiskie momenti pagriežas magnētiskā lauka B virzienā, bet ar tiem saistītie pretēji vērstie mehāniskie momenti pagriežas pretēji lauka B virzienam. Tā rezultātā stienītim šajā virzienā rodas mehāniskais moments. Tāpēc saskaņā ar kustības dau-

dzuma momenta nezūdamības likumu tikpat liels, bet pretējā virzienā vērstu mehāniskais moments ir jāiegūst stienīša atomu režģim. Tātad šādam stienītim magnetizējoties jāpagriežas (savērpjot pavedienu) ap magnētiskā lauka virzienu par leņķi $\Delta\varphi$. Šo parādību, ko nosauca par *žiomagnētisko efektu*, eksperimentāli atklāja Einšteins un de Hāzs 1914. gadā. Teorētiski ir jāpārstāv arī *pretējam efektam*, t. i., ķermeni griežot, atomu magnētiskajiem momentiem jānostājas rotācijas ass virzienā, resp., tam jāmagnetizējas. Tas ir *apgrieztais žiomagnētiskais efekts*, kuru 1916. gadā konstatēja Barnets.

Abu žiomagnētisko efektu pētījumi rādīja, ka magnētiskā momenta d_m un mehāniskā momenta L attiecība — t. s. žiomagnētiskā attiecība — feromagnētiskām vielām ir šāda:

$$\frac{d_m}{L} = \frac{e}{m_0} \quad (21-18)$$

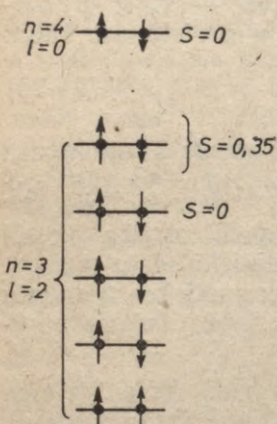
Tā, kā redzam, ir *anomāla*, jo divas reizes pārsniedz šo momentu attiecību elektronu un citu daļiņu *orbitālajā kustībā*: $\frac{d_m}{L} = \frac{e}{2m_0}$ [sk. izt. (21-8)]. Tā kā šāda anomāla attiecības d_m/L vērtība piemīt *elektrona spinam*, tad var secināt, ka feromagnētisko vielu magnetizāciju neizraisa atomu elektronu orbitālo magnētisko momentu orientācija, bet *to rada elektronu spinu pagriešanās ārējam magnētiskajam laukam pretējā virzienā*.

6. Feromagnētisma kvantu teorija. 1907. gadā Veiss izteica hipotēzi, ka feromagnētisko vielu magnetizācija I izskaidrojama ar to, ka ārējais magnētiskais lauks ar intensitāti H rada vielā ļoti stipru iekšējo inducēto magnētisko lauku ar intensitāti $H_{ie} \gg H$. Pēc Veisa hipotēzes, ārējais magnētiskais lauks tikai *ierosina* atomu magnētisko momentu orientāciju — faktisko atomāro magnētisko dipolu orientāciju feromagnētiskā vielā veic inducētais magnētiskais lauks H_{ie} . Šādu apgalvojumu pamato tas, ka magnētiskais lauks var pagriezt cietā vielā tuvu stāvošos magnētiskos dipolus ārējā magnētiskā lauka virzienā tikai tad, ja tā intensitāte daudzkārt pārsniedz praksē lietotās ārējā magnētiskā lauka intensitātes H vērtības, jo citādi magnētisko dipolu mijiedarbības dēļ tie nenostājas vis paralēli, bet gan antiparalēli.

Kvantu mehānika stiprā inducētā magnētiskā lauka H_{ie} rašanos izskaidro šādi: parasti elektronu un elektronu, kā arī elektronu un atomu kodolu mijiedarbības elektrostatiskā potenciālā enerģija, atomiem saistoties molekulā, mazāka ir tad, kad elektronu spini ir antiparalēli stāvoklī. Tomēr, kā to 1928. gadā konstatēja Frenkels un Heizenbergs, retos gadījumos cietās vielās (piemēram, Fe, Co, Ni) elektronu un elektronu, tāpat elektronu un atomu kodolu *mijiedarbības enerģijai minimāla vērtība ir tad, kad elektronu spini ir paralēli*, resp., kad lielākam vielas gabalam ir liels rezultējošais magnētiskais moments. Tātad elektronu spinu orientēšanos vienā noteiktā virzienā un feromagnētiskas vielas inducētā

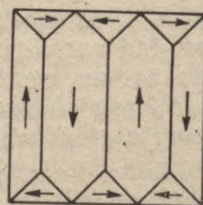
magnētiskā lauka H_{ie} rašanos izraisa nevis magnētiska, bet *elektriska mijiedarbība*.

Dzelzs, kobalta un niķeļa feromagnētiskās īpašības rada atoma kvantu stāvoklī $n=3, l=2$ (sk. 36. nod. 5. §) esošie elektroni. Brīviem Fe, Co un Ni atomiem stāvoklī $n=3, l=2$ attiecīgi ir 4, 3 un 2 elektroni, kuru spini vērsti vienā virzienā, un to rezultējošie spini attiecīgi ir $S=2, 3/2$ un 1. Bez tam šiem atomiem stāvoklī $n=4, l=0$ ir 2 elektroni ar rezultējošo spinu $S=0$. Fe, Co, Ni atomiem saistoties cietā vielā, daļa elektronu no stāvokļa $n=4, l=0$ pāriet uz tukšajām vietām stāvoklī $n=3, l=2$, tāpēc šo atomu rezultējošie spini samazinās attiecīgi līdz 1,1, 0,85 un 0,35. Ar šīm spinu vērtībām Fe, Co un Ni



21-8. zīm.

atomi piedalās cietās vielas kopējā magnētiskā momenta veidošanā. 21-8. zīmējumā parādīta cietā vielā saistīta Ni atoma elektronu novietošanās pa enerģijas līmeņiem un spinu orientācija stāvokļos $n=3, l=2$ un $n=4, l=0$, kad atoma rezultējošais spins



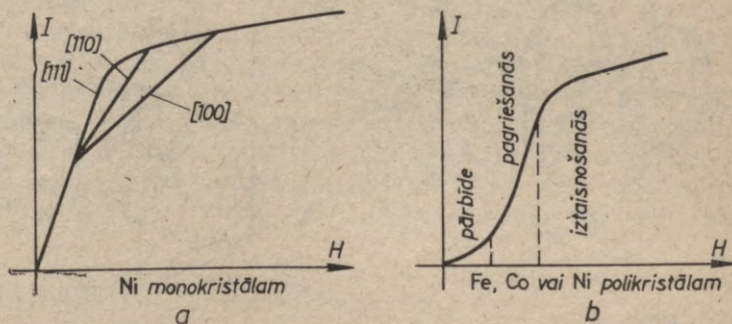
21-9. zīm.

7. **Domeni.** Lai gan viss feromagnētiskas vielas gabals sastāv no pilnīgi līdz piesātinājumam magnetizētiem rajoniem — *domeņiem* (21-9. zīm.), tomēr bez magnētiskā lauka vielai rezultējošā magnētiskā momenta nav, jo domenu magnētiskie momenti telpā ir vērsti dažādos virzienos. Šie virzieni ir saistīti ar kristalogrāfiskajiem virzieniem. Dzelzij tie sakrīt ar kuba malām, niķelī ar kuba diagonālēm, un kobaltam ar heksagonālo galveno asi. Parasti polikristāliska materiāla viens mikrokristāls satur vairākus domenus. Domenu skaitu un formu nosaka prasība, lai kristāliņa ārējā magnētiskā lauka enerģija un domenu robežsienas enerģija kopā būtu minimālā. Tā, piemēram, kubiskam kristāliņam izveidojas 21-9. zīmējumā parādītā domenu struktūra.

Novietojot feromagnētisku vielu ārējā magnētiskajā laukā, pieaug tās lauka virzienā vērstu domenu koeficients. Šajā magnetizācijas procesā 1) vājos magnētiskajos laukos aug lauka virzienā vērstie domeni to robežsienas pārbīdes dēļ, 2) lauka stiprumam augot, domeni maina magnetizācijas virzienu un lēcienveidā pagriežas ārējā lauka virzienā un, 3) lauka stiprumam vēl pieaugot, domeni lauka virzienā iztaisnojas. Domenu pagriešanos, izmantojot īpašu akustisku metodi, var sadzirdēt. Vie-

las magnetizācija I atkarībā no ārējā magnētiskā lauka intensitātes H dažādos Ni monokristāla virzienos un Fe, Co, Ni polikristālos parādīta 21-10. zīmējumā a un b .

Laī iegūtu *lielu paliekošo magnetizāciju*, ļoti sīki samaltu feromagnētisku vielu kopā ar piejaukumiem sakarsē un sapresē. Tad visi domeni ir savstarpēji izolēti, domenu robežsienu pārbīde vairs nav iespējama un magnetizācija noris, galvenokārt, domeniem lēcienveidā pagriežoties magnētiskā lauka virzienā, un tas ir neatgriezenisks process.



21-10. zīm.

8. Pie katrai vielai raksturīgās temperatūras, t. s. Kirī temperatūras, T_k viela pāriet no feromagnētiskā stāvokļa paramagnētiskā stāvoklī. Šajā stāvoklī vielas magnētiskā uzņēmība

$$\chi = \frac{C}{T - T_k} \quad (21-19)$$

Tas ir Kirī—Veisa likums. Šeit C — Kirī konstante. Dzelzij $T_k = 1083$ K, kobaltam $T_k = 1453$ K, niķelim $T_k = 628$ K, bet gadolīnijam $T_k = 289$ K.

9. Feromagnētismam analoga parādība ir antiferomagnētisms. Antiferomagnētiskām vielām raksturīgi ir *antiparalēlu spinu domeni*. Šādām vielām, piemēram, MnO, FeO, CoO, FeCl₂, CrSb un citām, eksistē arī Kirī temperatūra, virs kuras tās zaudē antiferomagnētiskās īpašības.

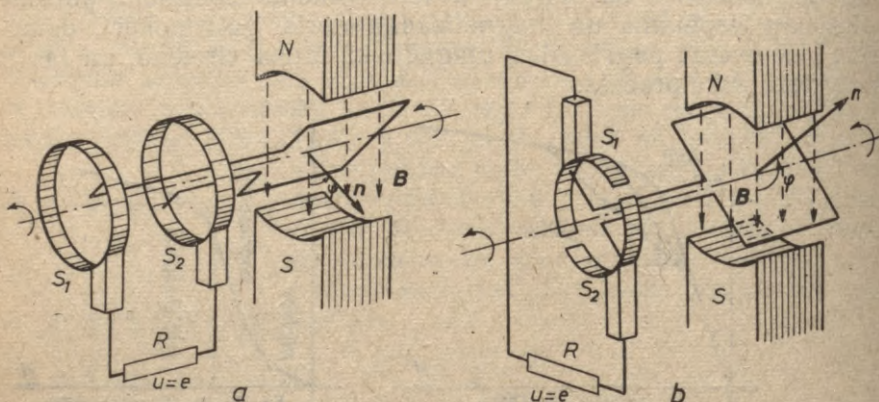
22. NODAĻA

MAIŅSTRĀVA

1. §. ELEKTRISKĀS STRĀVAS IEGŪŠANA, IZMANTOJOT ELEKTROMAGNĒTISKĀS INDUKCIJAS PĀRĀDĪBU

20. nodaļā redzējām, ka, vadītājam šķēlot magnētiskā lauka plūsmu, tajā rodas elektromagnētiskās indukcijas elektrodzinēj-spēks. Izmantojot šo parādību elektriskās strāvas iegūšanai, magnētiskajā laukā griež vienu vai vairākus vadītāju kontūrus.

Vienfāzes maiņstrāvas, tāpat pulsējošās līdzstrāvas ģeneratoros, magnētiskajā laukā parasti rotē viens, bet trīsfāzu maiņstrāvas ģeneratoros 3 vadu kontūri. Magnētiskā lauka plūsmas šķelšana un indukcijas elektrodzinēj spēka izraisītā maiņsprieguma rašanās starp rotējošā kontūra izejas spailēm (slīdkontaktiem S_1 un S_2)



22-1. zīm.

parādīta 22-1. zīmējumā *a* un *b*, kur redzam vienfāzes maiņstrāvas (22-1. zīm. *a*) un līdzstrāvas (22-1. zīm. *b*) ģeneratora darbības principu. Šajos gadījumos magnētiskā lauka indukcijas B saistītā plūsma Φ_n , kas laika brīdī t iet caur kontūru, ir $\Phi_n = \Phi_{n0} \cos \varphi$, kur $\Phi_{n0} = B_0 S n$ ir caur kontūru ejošā maksimālā saistītā magnētiskā lauka plūsma, φ — leņķis starp magnētiskā lauka indukcijas B un kontūra normāles n virzienu un n — kontūra vijumu skaits. Ievērojot Faradeja indukcijas likumu (20-1), vienmērīgā rotācijas kustībā $\varphi = \omega t$, kur ω — kontūra rotācijas leņķiskais ātrums, kontūrā inducētais EDS

$$e = - \frac{d\Phi_n}{dt} = - \frac{d}{dt} (\Phi_{n0} \cos \omega t) = \omega \Phi_{n0} \sin \omega t = -u. \quad (22-1)$$

Kā redzam, inducētais momentānais EDS e mainās sinusoidāli. Inducētais momentānais elektriskais spriegums u starp rotējošā kontūra spailēm $S_1 S_2$ ķēdes iekšējā posmā ir vienāds ar pretējo zīmi ņemtam inducētajam EDS ($u = -e$), bet ķēdes ārējā posmā (22-1. zīm. *a*, *b*) tas ir vērsts pretējā virzienā ($u = e$). EDS e ir maksimālais, t. i., $\mathcal{E}_m = \omega \Phi_{n0}$, ja kontūrs šķel magnētisko lauku vertikālā stāvoklī, bet vienāds ar nulli, ja kontūrs atrodas horizontālā stāvoklī (šajā zīmējumā). Lielums \mathcal{E}_m , kas ārējā ķēdes posmā ir vienāds ar maksimālo ārējo spriegumu U_m , ir atkarīgs no kontūra rotācijas leņķiskā ātruma ω un no kontūra saistītās maksimālās plūsmas Φ_{n0} . Šo plūsmu palielina, ņemot pēc iespējas lielāku kontūra laukumu (lieliem līdzstrāvas ģeneratoriem ir

līdz 2 m caurmērs) un lielāku magnētiskā lauka indukciju B , kā arī palielinot kontūra vijumu skaitu.

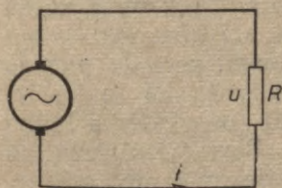
Kontūru vienmērīgi griežot, indukcijas EDS pēc pusapgrieziena maina savu virzienu (22-1. zīm. a un b tas notiek kontūra horizontālā stāvoklī), kad lielums $d\Phi_n/dt$ maina zīmi. Tāpēc arī spriegums u starp kontūra spailēm (slīdkontaktiem S_1, S_2), pēc pusapgrieziena maina savu virzienu. Šāds secinājums izriet arī no labās rokas likuma. Tādēļ, lai iegūtu pulsējošu līdzstrāvu, jāņem *šķelts* kolektors. Tad laika momentā, kad $e=0$, pie slīdkontaktiem S_1 un S_2 nōrisinās rotējošā kontūra galapunktu apmaiņa. Tā kā stiprām strāvām slīdkontakti ir neērti, lielos maiņstrāvas ģeneratoros vidū rotē elektromagnēti, bet ārpusē esošie statora vijumi, kuros inducējas elektrodzinējspēks, nostiprināti nekustīgi.

Ģeneratora rotora lielā apgriezīnu skaita samazināšanai (n reižu), kurš 50 Hz maiņstrāvai ar vienu elektromagnētu ir 3000 apgriezīnu minūtē, viena polu pāra vietā ņem n polu pārus (vienfāzes maiņstrāvai) vai $3n$ polu pārus (trīsfāzu maiņstrāvai).

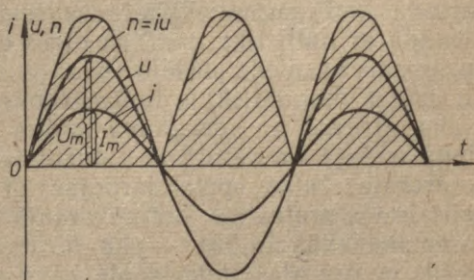
2. §. MAIŅSTRĀVAS PRETESTĪBAS

Konstantas līdzstrāvas ķēdē ar nemainīgu strāvas avota spriegumu elektriskās strāvas stiprumu var izmainīt tikai ar *omisko pretestību*. Tā ir tāda pretestība, kurā elektriskā enerģija pārvēršas siltumā. Maiņstrāvas stiprumu var mainīt ne vien omiskā pretestība, bet arī *induktīvā* (spole) un *kapacitatīvā* (kondensators) *pretestība*. Abu pēdējo pretestību raksturīgākā īpašība ir tā, ka tajās elektrisko lādiņu potenciālā enerģija nepārvēršas citos enerģijas veidos, piemēram, siltumā, bet, pārejot ķēdes kondensatoru elektriskā lauka un spoļu magnētiskā lauka enerģijā un pēc tam atpakaļ, rada periodisku enerģijas apmaiņu starp maiņstrāvas ģeneratoru un elektriskās strāvas ķēdi. Šīs pretestības tātad vidēji ģeneratoram nedod slodzi.

1. **Omiskā pretestība** (22-2. zīm.) maiņstrāvas stiprumu maina tāpat kā līdzstrāvas stiprumu. Periodiski mainoties maiņsprieguma avota momentānajam spriegumam u , ar to vienā un tajā



22-2. zīm.

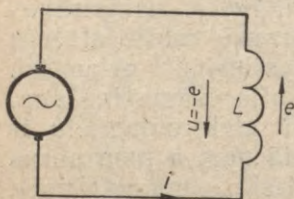


22-3. zīm.

pašā fāzē periodiski mainās arī momentānais strāvas stiprums i :

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin \omega t, \\ i &= I_m \sin \omega t, \end{aligned} \quad (22-2)$$

kur U_m un I_m ir maiņstrāvas sprieguma un stipruma *maksimālās vērtības*, kuras tiek sasniegtas vienlaikus (22-3. zīm.). Maiņstrāvas ķēdē ar omisko pretestību R tāpat Oma likums der ne vien maksimālajām sprieguma un strāvas stipruma vērtībām ($U_m = I_m R$), bet arī šo lielumu vienlaicīgām momentānajām vērtībām ($u = iR$).



22-4. zīm.

2. Induktīvā pretestība. Ieslēdzot maiņstrāvas ķēdē spoli (22-4. zīm.) ar induktivitāti L , kurai $R=0$, arī šāda spole rada maiņstrāvai pretestību, lai gan tā ir citāda rakstura nekā omiskā pretestība. Līdzstrāvai spole īsu brīdi pēc strāvas ieslēgšanas izraisa īssavienojumu.

a. Šo īpatnējo spoles izturēšanos maiņstrāvas ķēdē var izskaidrot šādi. Ja spolei pieslēdz sinusoidālu maiņspriegumu momentā, kad $u = U_m$, tad spole maiņstrāvas perioda pirmās ceturtdaļas laikā darbojas kā īpaša veida pretestība, kas elektriskās strāvas stipruma augšanas straujumu samazina tāpēc, ka, strāvai augot, ir jāpalielina tās magnētiskā lauka enerģija. Tā kā šī lauka veidošanās straujums pamazām samazinās, tad, kaut gan spolei pieliktais spriegums u samazinās, strāvas stiprums i spolē pieaug (omiskā pretestībā līdz ar sprieguma samazināšanos samazinās arī strāvas stiprums). Savu maksimālo vērtību I_m strāvas stiprums i sasniedz, kad $u = 0$. Pēc perioda pirmās ceturtdaļas, kad spriegums u maina zīmi (virzienu), strāvas stiprums nemaina zīmi, bet sāk samazināties. Tātad maiņstrāvas perioda otrās ceturtdaļas laikā strāva plūst pretī ārējam spriegumam! Tas iespējams tāpēc, ka, samazinoties strāvas stiprumam, samazinās arī spoles magnētiskā lauka intensitāte un lauka enerģija elektromagnētiskās indukcijas procesā pārvēršas elektriskās strāvas enerģijā, t. i., strāvu ķēdē rada nevis ģenerators, bet spole, un spoles radītās strāvas virziens ir tāds pats kā strāvai iepriekšējā ceturtdaļperiodā, kad magnētiskais lauks veidojās. Šī virziena strāva kļūst vienāda ar nulli tikai perioda otrās ceturtdaļas beigās, kad ārējais spriegums sasniedz pretējo (negatīvo) maksimālo vērtību $u = -U_m$ un spoles magnētiskais lauks ir pilnīgi izzudis. Tādā pašā veidā lauka, strāvas un sprieguma maiņa norisinās arī turpmāk — perioda trešajā un ceturtajā ceturtdaļā. Kā redzam, perioda pirmās ceturtdaļas laikā spole darbojas kā īpaša magnētiskā lauka izveidošanas pretestība, bet nākamajā ceturtdaļā (magnētiskā lauka samazināšanās laikā) — kā strāvas avots. Perioda pirmās un trešās ceturtdaļas laikā spole kavē strāvas stipruma pieaugšanu, bet otrās un ceturtais ceturtdaļas laikā kavē strāvas stipruma sa-

mazināšanos. Šādas spoles darbības rezultātā maiņstrāvas stiprums ķēdē mainās zināmās galīgās robežās.

Citādi spoles darbību maiņstrāvas ķēdē var izskaidrot, pieņemot spoli par indukcijas EDS e ģeneratoru, kurš ir tieši proporcionāls strāvas stipruma maiņas straujuma un ir vienāds ar ķēdē ieslēgtā ģeneratora maiņspriegumu u , tikai vērsts pretēji tam: $u = -e$. Perioda pirmās un trešās ceturtdaļas laikā ķēdē ieslēgtais maiņspriegums u cenšas spolē radīt strāvu un inducētais EDS e cenšas to vājināt, bet otrās un ceturtais ceturtdaļas laikā strāvu uztur spoles EDS e un spriegums u cenšas to vājināt.

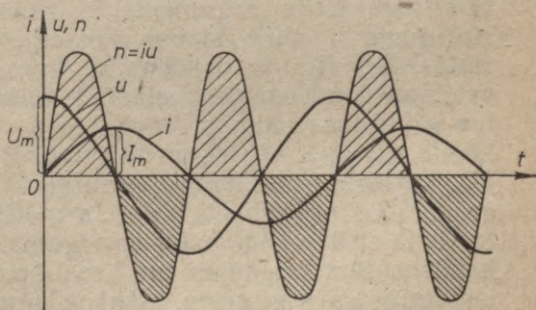
b. Kāds cits svarīgs apstāklis ir tas, ka spriegums u un inducētais EDS e ir nobīdīts fāzē pret strāvas stiprumu i : spriegums ir aizsteidzies strāvas stiprumam priekšā par ceturtdaļperiodu. Tas nozīmē, ka $u-t$ un $i-t$ grafikā sprieguma u sinusoīda attiecībā pret strāvas stipruma i sinusoīdu ir nobīdīta pa kreisi. Šāds secinājums izriet no tā, ka spolē inducētais EDS ir tieši proporcionāls strāvas stipruma maiņas straujuma.

c. Kvantitatīvi spolē inducēto EDS jeb spriegumu u var atrast no elektromagnētiskās indukcijas likuma. Pieņemsim, ka spolē plūst strāva $i = I_m \sin \omega t$. Tad spolei pieslēgtā ģeneratora spriegums u un arī spriegums starp spoles galiem

$$\begin{aligned} u &= L \frac{di}{dt} = L\omega I_m \cos \omega t = L\omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (22-3)$$

Spriegums u aizsteidzas priekšā strāvas stiprumam fāzē par $\pi/2$, bet laika ziņā par $T/4$. Grafiski strāvas stiprums i un spriegums u spolē atkarībā no laika t attēlots 22-5. zīmējumā.

Oma likums momentānajam sprieguma un strāvas stipruma vērtībām šinī gadījumā neder ($u/i \neq X_L$). Oma likums der tikai maksimālajām vērtībām I_m , U_m (kaš nav vienlaicīgas) un t. s. efektīvajām vērtībām I un U (sk. turpmāk): $U_m = \omega L I_m = X_L I_m$, no kurienes



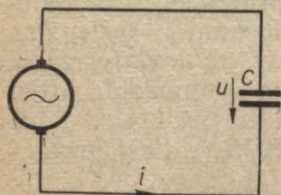
22-5. zīm.

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \frac{\omega L I_m}{I_m} = \omega L \quad (22-4)$$

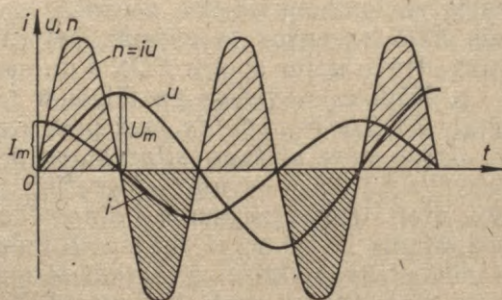
jeb $X_L = U/I = \omega L$. Ja ω mērvienība ir $2\pi \text{ s}^{-1}$ un L mēra henrijos, tad ωL mērvienība ir oms. X_L ir t. s. induktīvā pretestība. Induktīvo pretestību dažkārt mēdz salīdzināt ar berzes spēku, kas ir tieši proporcionāls, bet pretēji vērsts pātrinājumam.

Sādam berzes spēkam darbojoties, piemēram, uz atsperes svārstu, perioda pirmajā pusē tas kavētu ātruma («strāvas stipruma») pieaugšanu, bet otrajā tas atkal pretotos ātruma samazināšanai un apvēršanai. Tāds spēks vienmēr kustības maiņu kavē.

3. **Kapacitīvā pretestība.** Līdzstrāvai, izņemot īsu brīdi pēc strāvas ieslēgšanas, kondensators rada ķēdes pārtraukumu, resp.,



22-6. zīm.



22-7. zīm.

bezgalīgi lielu pretestību. Pieslēdzot kondensatoram maiņspriegumu (22-6. zīm.), ķēdē plūst maiņstrāva. Tā rodas, kondensatoram periodiski uzlādējoties un izlādējoties, un, jo lielāka ir kondensatora kapacitāte, jo stiprāka ir šī maiņstrāva.

a. Kondensatora darbība maiņstrāvas ķēdē, ja tam pieslēgts maiņspriegums, norisinās šādi. Pieslēdzot sinusoidālo maiņspriegumu $u = U_m \sin \omega t$, piemēram, momentā $t=0$, kad $u=0$, kondensatora spriegums u pieaug strauji, jo sinusa funkcijas maiņa ir visstraujākā, ja arguments ir tuvu nullei. Sprieguma maiņas straujums ir nulle sinusa funkcijas maksimumu un minimumu vietās. Bet strauja vai lēna sprieguma maiņa nozīmē arī strauju vai lēnu kondensatora uzlādi, t. i., kondensatoram pievadītus lielus vai mazus lādiņus. Tāpēc, ja $u=0$, strāvas stiprums ir vislielākais ($i=I_m$). Spriegumam u tuvojoties maksimālajai vērtībai U_m , sprieguma u maiņas straujums samazinās, tātad samazinās arī strāvas stiprums i ķēdē. Ja $u=U_m$, $i=0$. Pirmajā perioda ceturtdaļā strāvu ķēdē uztur sprieguma avots. Otrajā ceturtdaļā, kad kondensators izlādējas un baro generatoru, strāvas stiprums i , izmainījies savu virzienu, atkal pakāpeniski pieaug, kamēr pie $u=0$ sasniedz maksimālo pretējo vērtību ($i=-I_m$). Līdzīgi norisinās elektriskās ķēdes darbība arī turpmāk.

No teiktā izriet, ka kondensators perioda pirmajā un trešajā ceturtdaļā darbojas kā īpaša pretestība, kurā strāvas enerģija tiek patērēta kondensatora elektriskā lauka izveidošanai, bet perioda otrajā un ceturtajā ceturtdaļā, elektriskajam laukam izzūdot, — kā strāvas avots. Arī šajā gadījumā strāvas stiprums i ir nobīdīts fāzē attiecībā pret spriegumu u , bet šoreiz laika ziņā strāvas stiprums i aizsteidzas spriegumam u priekšā par ceturtdaļperiodu.

b. *Kvantitatīvi* kondensatora darbību maiņstrāvas ķēdē dabūjam no kondensatora uzlādēšanās likuma $dQ=Cdu$. Ja dots $u=U_m \sin \omega t$, tad

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du}{dt} = CU_m \omega \cos \omega t = CU_m \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (22-5)$$

kur $I_m = CU_m \omega$. Tātad tiešām spriegums u ir atpalicis no strāvas stipruma i fāzes ziņā par $\pi/2$, bet laika ziņā par $T/4$. Grafiski strāvas stipruma i un momentānā sprieguma u maiņa atkarībā no laika t attēlota 22-7. zīmējumā.

Oma likums šajā, tāpat kā iepriekšējā gadījumā momentānajām strāvas stipruma i un sprieguma u vērtībām neder, bet ir piemērojams tikai maksimālajām un efektīvajām vērtībām, kas nav vienlaicīgas:

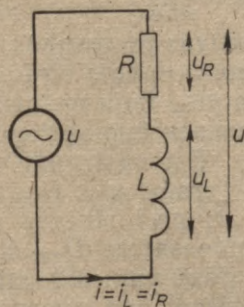
$$X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{CU_m \omega} = \frac{1}{\omega C} \quad (22-6)$$

jeb $X_C = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$, kur C mēra farados un X_C omos. X_C ir kapacitatīvā pretestība. Ja maiņstrāvas frekvence ν un $\omega = 2\pi\nu$ ir liela, tad kapacitatīvā pretestība X_C ir maza.

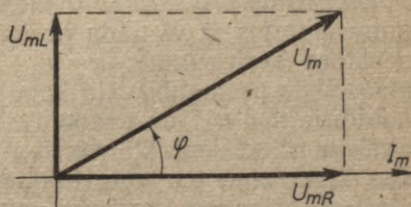
3. Š. FĀZĒ NOBĪDĪTU MAIŅSTRĀVAS SPRIEGUMU UN STRĀVAS STIPRUMU SASKAITĪŠANA. REZONANSE

Divus fāzē nobīdītus maiņstrāvas stiprumus vai spriegumus saskaita tādā pašā veidā, kā saskaita fāzē nobīdītas vienā virzienā vērstas svārstības, t. i., saskaita šo svārstību amplitūdas kā vektorus, kuru veidotais leņķis ir vienāds ar abu svārstību savstarpējo fāzu nobīdi. To parādīsim ar šādiem svarīgiem maiņstrāvas slēguma piemēriem.

1. *Omiskās un induktīvās pretestības virknes slēgums* (22-8. zīm.). Šajā gadījumā caur abām pretestībām plūst viens un tas pats momentānais strāvas stiprums i , kas rada tajās momentānus,



22-8. zīm.



22-9. zīm.

savstarpēji fāzē par $\pi/2$ nobīdītus spriegumus u_R un u_L . Pieņemsim, ka šo spriegumu maksimālās vērtības ir U_{mR} un U_{mL} . Abus momentānos spriegumus u_R un u_L var saskaitīt skalāri — algebriski: $u = u_R + u_L = U_{mR} \sin \omega t + U_{mL} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$, bet tas ir neērti. Daudz vienkāršāka ir *ģeometriskā* (vektoru) saskaitīšanas metode. Pēc tās rezultējošā sprieguma u maksimālo vērtību U_m atrod, vektoriāli saskaitot maksimālo omisko spriegumu U_{mR} un fāzē uz priekšu par $\pi/2$ nobīdīto maksimālo induktīvo spriegumu U_{mL} . Tā kā abi sprieguma vektori ir perpendikulāri (22-9. zīm.), tad rezultējošā sprieguma vektora U_m skaitliskais lielums

$$U_m = \sqrt{U_{mR}^2 + U_{mL}^2}. \quad (22-7)$$

Momentānais strāvas stiprums i vienmēr ir vienā fāzē ar omisko spriegumu u_R . Ievietojot izteiksmē (22-7) $U_{mR} = I_m R$ un $U_{mL} = I_m X_L = I_m \omega L$, dabūjam sakarību

$$U_m = I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = I_m Z. \quad (22-8)$$

No tās redzam, ka kopējā pretestība (tā ir *šķīetama pretestība*)

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (22-9)$$

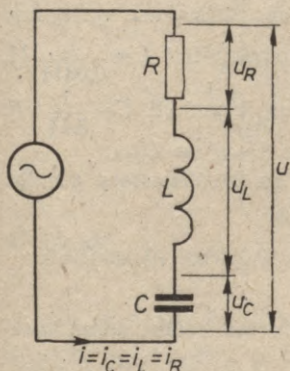
Izteiksmes (22-8) un (22-9) rāda, ka kopējais spriegums U_m , tāpat kopējā pretestība Z vispār ir mazāki par atsevišķo spriegumu vai pretestību algebrisko summu. Tā kā momentānais strāvas stiprums i ir abās pretestībās vienāds un omiskā pretestībā strāvas stiprums i mainās vienā fāzē ar omisko spriegumu u_R , tad spriegumu U_m un U_{mR} fāzu nobīde ir tāda pati kā sprieguma U_m un strāvas I_m fāzu nobīde. Šo fāzu nobīdes leņķi φ dod izteiksme (sk. arī 22-9. zīm.)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}. \quad (22-10)$$

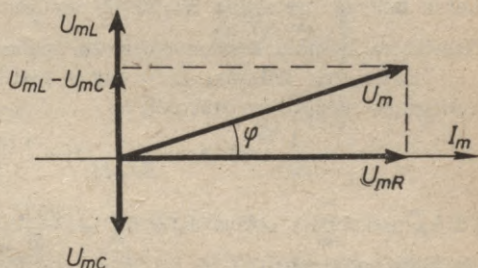
Ja *virknē* ir slēgta omiskā un kapacitatīvā pretestība, tad $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}$ un $\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\omega C R}$.

2. **Omiskās, induktīvās un kapacitatīvās pretestības virknes slēgums** (22-10. zīm.). Sajā gadījumā *momentānais strāvas stiprums i visās trijās pretestībās ir vienāds* un visu triju momentāno spriegumu summa ir vienāda ar kopējo momentāno spriegumu u (ģeneratora spriegumu): $u = u_R + u_L + u_C$. Bet spriegumi u_R , u_C , u_L atsevišķās pretestībās un kopējais spriegums u ir fāzē savstarpēji nobīdīti; u_C , u_L , u ir nobīdīti fāzē arī pret strāvas stiprumu i . Sprieguma maksimālā vērtība uz kondensatora U_{mC} ir nokavējusies laika ziņā par ceturtdaļperiodu (fāzē par $\pi/2$) attiecībā pret strāvas stipruma maksimumu I_m , tātad par pusperiodu (fāzē par π) attiecībā pret induktīvā sprieguma maksimumu U_{mL} spolē

(sk. 22-11. zīm.). Omiskā sprieguma maksimums U_{mR} par ceturtdaļperiodu (fāzē par $\pi/2$) ir nokavējies attiecībā pret spoles induktīvā sprieguma maksimumu U_{mL} , bet par ceturtdaļperiodu (fāzē par $\pi/2$) aizsteidzies priekšā kapacitatīvā sprieguma maksimumam U_{mC} . Spriegums U_{mR} ir vienā fāzē ar visās pretestībās kopējo strāvas stipruma maksimumu I_m . Šos trīs maksimālos spriegumus



22-10. zīm.



22-11. zīm.

summējot ģeometriski kā vektorus (kuru savstarpējos leņķus nosaka minētā fāzu starpība), dabūjam, ka kopējā sprieguma amplitūda (22-11. zīm.)

$$U_m = \sqrt{U_{mR}^2 + (U_{mL} - U_{mC})^2} = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = I_m Z, \quad (22-11)$$

no kurienes kopējā pretestība

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}. \quad (22-12)$$

Šeit $R = Z \cos \varphi$ ir aktīvā (omiskā) pretestība, bet $X = Z \sin \varphi = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ — reaktīvā pretestība. Fāzu nobīdes leņķi φ starp kopējo spriegumu u (resp., U_m) un strāvas stiprumu i (resp., I_m) dod sakarība

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (22-13)$$

Kopējā pretestība Z ir vismazākā tad, ja $X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, resp., ja maiņstrāvas cikliskā frekvence $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ un periods $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$; tad $Z = R$. Šajā gadījumā fāzu nobīdes leņķis φ starp strāvas stipruma maksimumu I_m un kopējā sprieguma maksimumu U_m ir vienāds ar nulli un maksimālais strāvas stiprums I_m , kuru šajā gadījumā ierobežo tikai ķēdes omiskā pretestība R ,

ir maksimālais. Tā kā strāvas stiprums i' šajā gadījumā ir arī strauji mainīgs, tad tiklab kondensatorā, kā arī spolē rodas lieli un savā starpā pretēji vērsti spriegumi, kas var būt daudzkārt lielāki par kopējo spriegumu U_m un var caursist kondensatoru dielektriķus vai bojāt elektrisko mašīnu un kabeļu izolāciju. Šādu maiņstrāvas ķēdes stāvokli sauc par **spriegumu rezonansi**.

Piemērs. Spriegumu rezonanses stāvoklī maiņstrāvas tīklā, kura spriegums $U=220$ V un frekvence $\nu=50$ Hz, ieslēgta spole ar induktivitāti $L=\frac{1}{0,0314}$ H, kuras omiskā pretestība $R=20$ Ω , un kondensators ar kapacitāti $C=\frac{1}{3,14}$ μ F. Noteikt maksimālo kondensatora un spoles spriegumu U_{mC} un U_{mL} .

Tiešām, pie dotajām L , C un ν vērtībām spole un kondensators atrodas spriegumu rezonanses stāvoklī, jo

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 314 \text{ s}^{-1} \cdot \frac{1}{0,0314} \text{ H} - \frac{3,14 \cdot 10^6 \text{ F}^{-1}}{314 \text{ s}^{-1}} = 10\,000 \Omega - 10\,000 \Omega = 0.$$

Tā kā maksimālā strāva $I_m = \frac{U_m}{R} = \frac{220 \text{ V} \cdot \sqrt{2}}{20 \Omega} = 15,4$ A, tad kondensatora maksimālais spriegums

$$U_{mC} = \frac{I_m}{\omega C} = \frac{15,4 \text{ A} \cdot 3,14}{314 \text{ s}^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 154\,000 \text{ V}.$$

Tikpat liels ir arī spoles maksimālais spriegums

$$U_{mL} = I_m \omega L = 15,4 \text{ A} \cdot 314 \text{ s}^{-1} \cdot \frac{1}{0,0314} \text{ H} = 154\,000 \text{ V}.$$

3. Omiskās, induktīvās un kapacitīvās pretestības paralēlie slēgumi. Sajā gadījumā *pretestībām ir viens un tas pats momentānais spriegums u* , pret kuru (arī pret strāvas stiprumu omiskajā pretestībā i_R) strāvas stiprums i_L induktīvajā pretestībā ir fāzē nokavējies par $\pi/2$, bet strāvas stiprums i_C kapacitīvajā pretestībā ir tam aizsteidzies priekšā fāzē par $\pi/2$. Tātad, lai noteiktu kopējo momentāno strāvas stiprumu $i = i_R + (i_L + i_C)$, atsevišķie strāvas stiprumi jāsakaita ģeometriski kā par leņķiem 0 un $\pm\pi/2$ pagrieztu vektoru pēc t. s. *strāvas stiprumu diagrammas*.

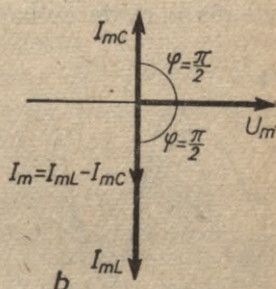
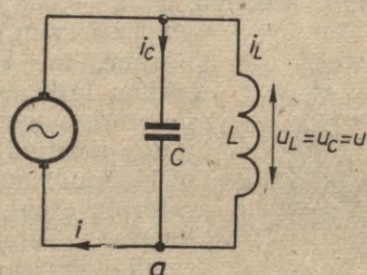
Omiskās un kapacitīvās pretestības paralēlā slēgumā *kopējā strāvas stipruma maksimālā vērtība* $I_m = \sqrt{I_{mR}^2 + I_{mC}^2} = U_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$, bet sprieguma u un kopējā strāvas stipruma i savstarpējās fāzu nobīdes leņķa tangenss $\text{tg } \varphi = \omega RC$.

Induktīvās un kapacitīvās pretestības paralēlā slēgumā (22-12. zīm. a) abas strāvas i_L un i_C ir pretēji vērstas, tāpēc arī kopējās strāvas stiprums I_m ir abu savstarpēji fāzē par π nobīdīto reaktīvo maksimālo strāvu I_{mL} un I_{mC} starpība (22-12. zīm. b):

$$I_m = I_{mL} - I_{mC} = \frac{U_m}{\omega L} - U_m \omega C = U_m \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right). \quad (22-14)$$

No šejienes saskaņā ar Oma likumu $I_m = U_m/Z$ apgrieztā kopējā pretestība (vadītspēja)

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = \frac{1}{\omega L} - \omega C. \quad (22-15)$$



22-12. zīm.

Ja abas elektriskās vadītspējas ir vienādas, t. i., $\frac{1}{\omega L} = \omega C$, tad kopējā pretestība $Z = \infty$ un kopējā strāvas stipruma maksimums $I_m = 0$ (ja $U_m = \text{const}$). Šajā gadījumā kopējās, t. i., ģeneratorā un nesazarotajā ķēdes daļā plūstošās elektriskās strāvas stiprums i ir nulle. Turpretī spoles un kondensatora ķēdē pretējās fāzēs plūstošo strāvu stiprumi i_L un i_C ir bezgalīgi lieli. Tāpēc šo rezonanses gadījumu sauc par **strāvu rezonansi**. Patiesībā spolei vienmēr ir zināma omiskā pretestība, tāpēc kopējās strāvas stiprums ir ļoti mazs un strāvas stiprumi spoļē un kondensatora zarā i_L un i_C ir gan ļoti lieli, bet galīgi. Šādu paralēla slēguma rezonanses stāvokli, slēdzot maiņstrāvas tīklā esošiem induktīviem elementiem (piemēram, transformatoriem) paralēli kondensatorus, mēdz izmantot maiņstrāvas tīkla strāvas un sprieguma fāzu nobīdes leņķa φ samazināšanai.

4. §. MAIŅSTRĀVAS JAUDA. TRANSFORMATORS

1. **Jauda.** Reizinot momentāno maiņstrāvas spriegumu u ar momentāno strāvas stiprumu i , dabūjam momentāno maiņstrāvas jaudu $n = iu$.

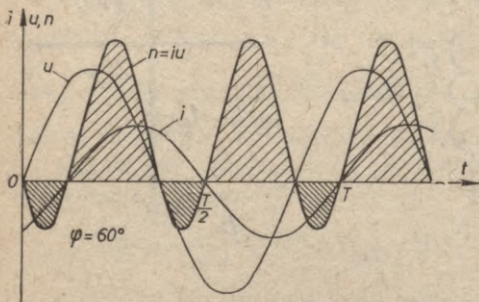
a. Ja maiņstrāvas ķēdē ir tikai *omiskā pretestība* R , tad fāzu nobīdes leņķis starp strāvas stiprumu i un spriegumu u ir $\varphi = 0$ un momentānā maiņstrāvas jauda

$$iu = \frac{u^2}{R} = I_m U_m \sin^2 \omega t. \quad (22-16)$$

Tā vienmēr ir pozitīva (sk. 22-3. zīm.). Šī jauda ir *elektriskās enerģijas daudzums, ko laika vienībā elektriskai ķēdei atdod maiņstrāvas ģenerators un kas tālāk omiskajā pretestībā pārveļšas siltumā un citos neelektriskās enerģijas veidos*. Tātad šajā gadījumā

momentānā jauda ir aktīva. Tā kā $\sin^2 \omega t$ vidējā vērtība ir $1/2$, tad šīs aktīvās momentānās jaudas vidējā vērtība $N_a = I_m U_m / 2 = IU$.

b. Ja maiņstrāvas ķēdē ir tikai induktīvā un kapacitatīvā pretestība, tad momentānā maiņstrāvas jauda $iu = I_m U_m \sin \omega t \cos \omega t$ vienās perioda ceturtdaļās ir pozitīva, citās — negatīva (sk. 22-5. un 22-7. zīm.). Fizikāli tas nozīmē, ka ķēdes elementi vienos laika sprīžos no ģeneratora saņem enerģiju (kad jauda pozitīva) un citos tādā pašā daudzumā atdo ģeneratoram atpakaļ (kad tā negatīva). Tātad šajā gadījumā elektriskajā ķēdē maiņstrāvas enerģija citos enerģijas veidos nepārvēršas un šī momentānā jauda ir reaktīva. Tās vidējā vērtība perioda laikā ir nulle.



22-13. zīm.

c. Ja maiņstrāvas ķēdei bez induktivitātes un kapacitātes ir arī omiskā pretestība, tad kopējās strāvas stiprums i attiecībā pret kopējo spriegumu u ir nobīdīts fāzē par leņķi φ . Momentānā maiņstrāvas jauda šajā gadījumā $iu = I_m U_m \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t$ (22-13. zīmējumā $\varphi = 60^\circ$). Tā ir vairāk pozitīva nekā negatīva; tāpēc momentānā jauda daļēji ir aktīva, daļēji — reaktīva. Šīs abas momentānās jaudas daļas ir periodiski mainīgas un nobīdītas fāzē par $\pi/2$. Momentānās jaudas aktīvās daļas vidējā vērtība, resp., vidējā aktīvā jauda N_a , ir vienāda ar visas momentānās jaudas vidējo vērtību. Tā izsaka maiņstrāvas vidējo enerģiju, kas laika vienībā pārvēršas citos enerģijas veidos. Tā kā

$$\sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin \omega t = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)], \text{ tad}$$

$$N_a = \overline{iu} = I_m U_m \overline{\sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t} = \quad (22-17)$$

$$= \frac{I_m U_m}{2} [\cos \varphi - \overline{\cos(2\omega t + \varphi)}] = \frac{I_m U_m}{2} \cos \varphi = IU \cos \varphi,$$

jo $\cos(2\omega t + \varphi)$ vidējā vērtība pusperioda laikā ir vienāda ar nulli. Faktoru $\cos \varphi$ sauc par jaudas koeficientu. Lai palielinātu jaudas koeficientu $\cos \varphi$, tad induktīvam patērētājam (piemēram, motoram) paralēli pieslēdz kondensatoru ar tādu kapacitāti, lai tajā pretējā fāzē plūstošā reaktīvā strāva (jauda) būtu vienāda ar patērētāja reaktīvo strāvu (jaudu), t. i., lai tā kompensētos.

Vidējā reaktīvā jauda N_r ir nobīdīta fāzē attiecībā pret vidējo aktīvo jaudu N_a par $\pi/2$, tāpēc $N_r = IU \sin \varphi$. Tā izsaka to vidējo enerģiju, kas laika vienībā periodiski pāriet no ķēdes uz ģeneratoru un atpakaļ.

Vidējā pilnā jauda N ir efektīvā strāvas stipruma I un efektīvā sprieguma U reizinājums:

$$N = IU. \quad (22-18)$$

Tā izsaka vidējo ķēdes jaudu, kāda būtu, ja pie tām pašām strāvas stipruma un sprieguma maksimālajām vērtībām fāzu nobīde būtu $\varphi = 0$. Pilno jaudu dabū, arī saskaitot vidējo aktīvo jaudu un vidējo reaktīvo jaudu ģeometriski: $N = \sqrt{N_r^2 + N_a^2} = IU\sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi} = IU$. Pilno, aktīvo un reaktīvo jaudu atbilstoši mēra *voltampēros* ($V \cdot A$), *vatos* (W) un *varos* (var).

2. **Transformators** sastāv no diviem uz kopējas noslēgtas serdes novietotiem tinumiem (22-14. zīm. a). Aplūkojot tā darbību, pieņemsim, ka tinumu omiskā pretestība ir vienāda ar nulli, serdei nav magnētiskās histerēzes, tajā nav Fuko strāvu un magnētiskā plūsma ir bez izkliedes. Tad transformators spriegumu transformē bez zudumiem. Pieslēdzot primārajam tinumam ar n_1 vijumiem maiņspriegumu $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$, tajā inducējas fāzē par $\pi/2$ nokavējusies (t. i., reaktīva) indukcijas strāva $i_{1r} = I_{1mr} \sin(\omega t - \pi/2)$, kurai pēc Faradeja indukcijas likuma $nd\Phi = u dt$ atbilst saistītā magnētiskā plūsma $n_1\Phi_1$, kas mainās tai pašā fāzē:

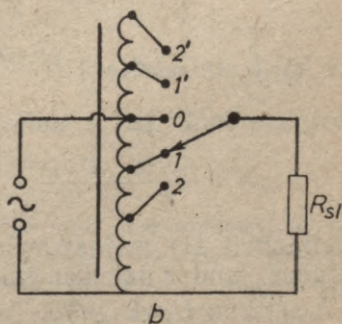
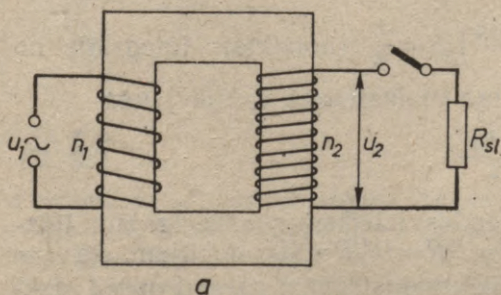
$$\begin{aligned} n_1\Phi_1 &= \int n_1 d\Phi_1 = \int u_1 dt = \int U_{1m} \sin \omega t dt = \\ &= -\frac{U_{1m}}{\omega} \cos \omega t = \frac{U_{1m}}{\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

Šī plūsma transformatora sekundārajā tinumā ar n_2 vijumiem inducē pret i_{1r} fāzē vēlreiz par $\pi/2$, bet pret spriegumu u_1 par π nokavējušos spriegumu:

$$\begin{aligned} u_2 &= n_2 \frac{d\Phi_1}{dt} = n_2 \frac{d}{dt} \left[\frac{U_{1m}}{\omega n_1} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right] = \\ &= U_{2m} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -U_{2m} \sin(\omega t - \pi) = -U_{2m} \sin \omega t. \end{aligned}$$

Seit $U_{2m} = U_{1m} \frac{n_2}{n_1}$. Spriegumu u_1 un u_2 izteiksmes dālot, var atrast transformatora transformācijas koeficientu:

$$-\frac{u_1}{u_2} = \frac{U_{1m}}{U_{2m}} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (22-19)$$



22-14. zīm.

Noslēdzot sekundāro tinumu ar patērētāju, tajā plūst aktīva strāva i_{2a} , kura ir vienā fāzē ar spriegumu u_2 , bet fāzē par $\pi/2$ nobīdīta attiecībā pret primārā tinuma strāvu i_{1r} un plūsmu Φ_1 . Bet strāva i_{2a} rada serdē tajā pašā fāzē mainošos plūsmu Φ_2 . Lai plūsma Φ_1 primārajā tinumā un tā pieslēgspriegums u_1 paliktu nemainīgi, tad primārajā tinumā rodas strāvas i_{2a} fāzei pretējā fāzē, tātad ar u_1 vienā fāzē plūstoša aktīva strāva i_{1a} , kura kompensē plūsmu Φ_2 . Tāpēc strāvas i_{1a} jauda ir aktīva, turpretim transformatora tukšgaitas strāvas i_{1r} jauda — reaktīva. Ja spriegumu transformēšana noris bez zudumiem, tad abu tinumu momentānajām aktīvajām jaudām jābūt vienādām: $i_{1a}u_1 = i_{2a}u_2$, resp., $\frac{i_{1a}}{i_{2a}} = \frac{n_2}{n_1}$. Transformatora abu tinumu strāvas stiprumi ir apgriezti proporcionāli to vijumu skaitiem.

Autotransformatoram (22-14. zīm. b) ir viens tinums. Pieslēdzot slodzes pretestības R_s vienu galu kontaktiem 1, 2 vai 1', 2', var nelielās robežās pazemināt vai palielināt tai pielikto spriegumu.

5. Š. EFEKTĪVAIS MAIŅSTRĀVAS STIPRUMS UN SPRIEGUMS

Par maiņstrāvas efektīvo spriegumu U un efektīvo stiprumu I sauc tādas līdzstrāvas spriegumu un strāvas stiprumu, kuras jauda U^2/R vai I^2R ir vienāda ar maiņstrāvas vidējo jaudu N omiskajā pretestībā R , t. i., kad fāzu nobīde $\varphi=0$. Sinusoidālai maiņstrāvai tie ir vienādi ar maiņstrāvas maksimālo spriegumu U_m un maksimālo stiprumu I_m , kas dalīti ar $\sqrt{2}$:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m; \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (22-20)$$

Pierādīsim to. Vidējā maiņstrāvas jauda N vienā periodā omiskajā pretestībā R , t. i., kad $\varphi=0$, ir maiņstrāvas darbs vienā periodā, dalīts ar periodu T , t. i.,

$$N = \frac{\int_0^T i_R^2 R dt}{T} = \frac{I_{mR}^2 R}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt. \quad (22-21)$$

Tā kā $\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \int_0^T \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) dt = \frac{T}{2}$ (noteiktais integrālis no kosinusa funkcijas ir nulle), tad maiņstrāvas vidējā jauda

$$N = \frac{I_{mR}^2 R}{2} = \frac{U_{mR}^2}{2R} = \frac{I_{mR} U_{mR}}{2}. \quad (22-22)$$

Pielīdzinot šīs maiņstrāvas jaudas izteiksmes attiecīgajām līdzstrāvas jaudas izteiksmēm $N = I^2 R = U^2 / R = IU$, dabūjam, ka $I = I_{mR} / \sqrt{2}$ un $U = U_{mR} / \sqrt{2}$. Tehnikā maiņstrāvām parasti uzdod efektīvās sprieguma vērtības.

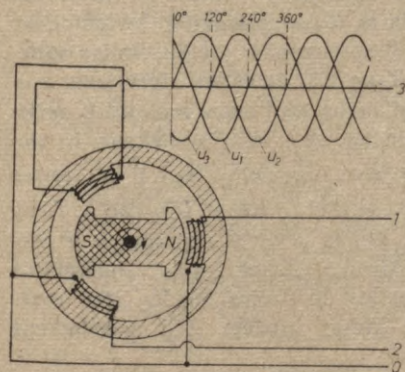
6. §. JĒDZIENS PAR TRĪSFĀZU MAIŅSTRĀVU

1. Trīsfasu maiņstrāvu (izgudrojis krievu elektrotehniķis Dojivo-Dobrovoļskis 1891. g.) iegūst, ja triju telpā par 120° pagrieztu tinumu vidū vienmērīgi rotē elektromagnēts (22-15. zīm.). Tad šajos tinumos inducējas par 120° fāzē nobīdīti sinusoidāli spriegumi u_1, u_2, u_3 (to grafikas sk. 22-15. zīm.).

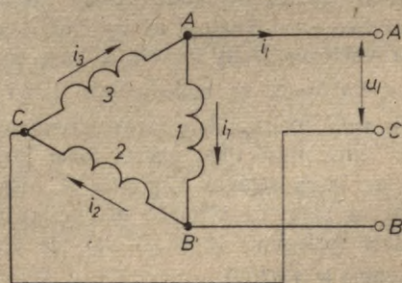
Ja elektriskās enerģijas pārvadē no trīsfasu maiņstrāvas ģenerators līdz patērētājam lietotu sešus vadus (praksē tā nedara), tad dabūtu trīs neatkarīgas vienfāzes maiņstrāvas. Saslēdzot triju tinumu galus trīsstūra vai zvaigznes slēgumā, enerģijas pārvadē var iztikt ar trim vai četrām līnijām (vadiem). Šajā gadījumā iegūtā maiņstrāva ir trīsfasu maiņstrāva, kurai atkarībā no vadu slēguma veida strāvas stiprums i_l vienā vadā, t. i., līnijā (līnijas strāvas stiprums), vai spriegums u_l starp divām līnijām (līnijas spriegums) ir lielāks nekā fāzes strāvas stiprums i_f (strāvas stiprums vienā ģenerators fāzē, resp., tinumā) vai fāzes spriegums u_f (spriegums starp ģenerators vienas fāzes spailēm). Trīsfasu maiņstrāvas vjsām fāzēm maksimālie spriegumi ir vienādi: $U_{mf1}=U_{mf2}=U_{mf3}=U_{mf}$. Lai izvairītos no ģenerators iekšējās noslodzes, visas fāzes ir jāslēgo vienādi. Tad arī maksimālās fāzes strāvas ir vienādas: $I_{mf1}=I_{mf2}=I_{mf3}=I_{mf}$.

2. Trīsstūra slēgumā ikviena ģenerators tinuma beigu gals ir slēgts kopā ar nākamā tinuma sākuma galu (22-16. zīm.). Šādā slēgumā, kā tas redzams arī 22-16. zīmējumā, ģenerators visu triju tinumu veidotā kontūra summārais spriegums ir nulle. Tā, piemēram, laika momentā $t=0$ $u_{f1}+u_{f2}+u_{f3}=U_{mf} \sin 0^\circ + U_{mf} \sin 120^\circ + U_{mf} \sin 240^\circ = 0$. Nulle ir arī summārais strāvas stiprums i noslēgtajā ģenerators tinumu kontūrā. Trīs līnijas ir pieslēgtas ģenerators triju tinumu galu trim savienojumu vietām.

Kāds ir spriegums starp divām līnijām u_l un strāvas stiprums līnijā i_l ? Tā kā abas līnijas trīsstūra slēgumā ir pieslēgtas viena tinuma galiem, tad,



22-15. zīm.

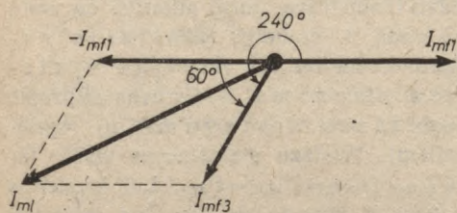


22-16. zīm.

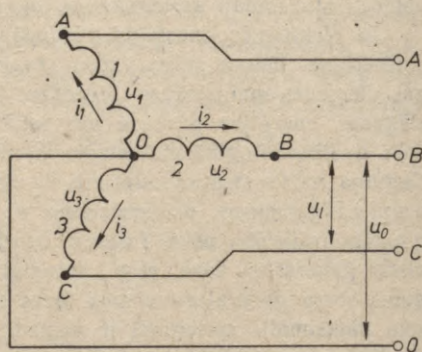
kā redzam arī no trīsstūra slēguma shēmas (22-16. zīm.), momentānais līnijas spriegums u_l (tāpat maksimālais līnijas spriegums U_{ml}) ir vienāds ar ģenerators vienas fāzes spriegumu, piemēram, u_{f3} (resp., $U_{ml}=U_{mf3}$). Momentāno strāvas stiprumu līnijā i_l (tāpat I_{ml}) atradīsim pēc Kirhhofa pirmā likuma, uzrakstot, piemēram, punktam A strāvas stiprumu algebrisko bilanci. Tā ir

šāda: $i_1 = i_3 - i_{f1}$. Pēc vektoru metodes, no fāzē par 240° nobīdītā I_{mf3} atņemot vektoru I_{mf1} un ievērojot, ka $|I_{mf3}| = |I_{mf1}| = I_{mf}$ (22-17. zīm.), dabūjam, ka maksimālais līnijas strāvas stiprums

$$I_{m1} = \sqrt{I_{mf1}^2 + I_{mf3}^2 + 2I_{mf1}I_{mf3} \cos 60^\circ} = \sqrt{3}I_{mf}. \quad (22-23)$$



22-17. zīm.



22-18. zīm.

Tātad trīsstūra slēgumā līnijas spriegums u_1 ir vienāds ar fāzes spriegumu u_f ($U_{m1} = U_{mf}$), bet līnijas strāvas stiprums i_1 ir $\sqrt{3}$ reizes lielāks nekā fāzes strāvas stiprums i_f ($I_{m1} = \sqrt{3}I_{mf}$). Tādas pašas sakarības ir starp atbilstošajām strāvas stipruma un sprieguma efektīvajām vērtībām.

3. Zvaigznes slēgumā (22-18. zīm.) punktā O saslēdz kopā visus 3 ģenerators tinumu sākuma galus un šo savienojuma vietu iezemē. Zeme tad kļūst par t. s. nullvadu. Visu triju tinumu beigu gali ir pievienoti līnijām. Tā kā tinumu sākuma galu savienojuma punktā O spriegums vienmēr ir nulle, tad spriegums starp līniju un nullvadu ir vienāds ar fāzes spriegumu. Ievērojot, ka pret punktu O divu tinumu beigu galu C un B spriegumi ir pretēji, līnijas spriegumu u_1 (spriegums starp divām līnijām B un C) dabūjam algebriski: $u_1 = -u_{BC} = u_{f2} - u_{f3}$. Analogi kā iepriekš, atņemot divus 120° leņķi veidojošus sprieguma vektorus U_{mf2} un U_{mf3} , kuru maksimālās vērtības pēc lieluma ir vienādas, dabūjam, ka maksimālais līnijas spriegums U_{m1} ir $\sqrt{3}$ reizes lielāks nekā maksimālais fāzes spriegums: $U_{m1} = \sqrt{3}U_{mf}$ (tāpat $U_1 = \sqrt{3}U_f$). Tā kā katrā līnijā plūst tikai vienas fāzes strāva, līnijas strāvas stiprums i_1 ir vienāds ar fāzes strāvas stiprumu i_f , resp., $I_{m1} = I_{mf}$ (tāpat $I_1 = I_f$). Patērētājus zvaigznes slēgumā pieslēdz pie nullvada spaiļes un līnijas spaiļes (tad maksimālais spriegums ir U_{mf}) vai pie divām līnijas spaiļēm (tad maksimālais spriegums ir $\sqrt{3}U_{mf}$).

Viena no vērtīgākajām trīsfāzu maiņstrāvas īpašībām ir tā, ka ar trīsfāzu maiņstrāvu iespējams iegūt asinhrono motoru rotējošo magnētisko lauku, kas var griezt motoru gandrīz pie visām slodzēm, t. i., pie visiem griešanās ātrumiem.

SVĀRSTĪBAS UN VIĻŅI

23. NODAĻA

VISPĀRĪGĀS VIĻŅU KUSTĪBAS PAMATI

1. §. VIĻŅU VEIDI

Vilnis ir svārstību izplatīšanās vidē. Mehāniskais vilnis ir vides materiālo punktu svārstību izplatīšanās, bet elektromagnētiskais vilnis — elektromagnētisko svārstību izplatīšanās. Lai vidē varētu rasties mehāniskais vilnis, tad vidē jābūt vielai. Elektromagnētiskais vilnis var izplatīties ne vien vielā, bet arī vakuumā. Mehāniskie viļņi rodas no ķermeņu — viļņu avotu mehāniskajām svārstībām. Elektromagnētiskos viļņus rada periodiskas vai vienā virzienā patrinātas elektrisko lādiņu kustības.

1. Pēc *viļņu dabas izšķir*
 - 1) *mehāniskos viļņus*,
 - 2) *elektromagnētiskos viļņus* (gaismas viļņi, rentgenstari un γ stari),
 - 3) *matērijas (Debroļji) viļņus* (sk. 35. nod.).
2. Pēc *viļņu kustības virziena izšķir*
 - 1) *viendimensionālus viļņus* (piemēram, viļņi pa stīgām un t. s. plakniskie viļņi telpā),
 - 2) *divdimensionālus viļņus* (piemēram, ūdens virsmas viļņi, viļņi elastīgās membrānās, radiāli no gara taisnlīnijas veida viļņu avota izplatošies viļņi telpā),
 - 3) *trīsdimensionālus viļņus* (piemēram, no skaņas punktveida avota uz visām pusēm izplatošies skaņas viļņi telpā).
3. Telpā viļņu priekšgalu punkti veido virsmu, ko sauc par *viļņu fronti*. Pēc viļņu frontes izšķir
 - 1) *plakniskus viļņus* — viļņu fronte ir plakne,
 - 2) *cilindriskus viļņus* — viļņu fronte ir cilindriska virsma,
 - 3) *sfēriskus viļņus* — viļņu fronte ir sfēra ar viļņa avotu sfēras centrā. Tālu no viļņu punktveida avota sfēriski viļņi (tāpat cilindriski viļņi) nelielā telpas apgabalā uzskatāmi par plakniskiem.

4. Viļņiem ir divas kustības: *svārstību kustība* un viļņu *izplatīšanās kustība*.

Longitudināliem viļņiem (garenvilņiem) svārstību kustība ir *paralēla* viļņu izplatīšanās kustībai (piemēram, skaņas viļņi gaisā). Izplatoties longitudināliem viļņiem cietā, šķidrā vai gāzveida vidē, norisinās periodiskas elastīgas *tilpuma* deformācijas.

Transversālos viļņos (šķērsviļņos) svārstību kustība ir *perpendikulāra* viļņu izplatīšanās kustībai (piemēram, transversāli viļņi uz stīgām, rotācijas viļņi cilindriskos ķermeņos). Tā kā pie šāda vides kustības veida vidē rodas tikai *bīdes* deformācijas, tad transversālie viļņi ir iespējami tikai cietā, elastīgā vidē.

5. Vēl izšķiram

1) *elementāru vilni*, kas rodas no viena viļņu avota, ieņem patvaļīgi lielu telpas apgabalu un kam (vismaz sākumā) ir pilnīgi noteikta frekvence,

2) no vairākiem elementāriem viļņiem *saliktu vilni*.

6. Parasti vides svārstību kustība, izplatīdamās telpā, veido *skrejvilni*. Skrejvilni viļņu kustības virzienā visas daļiņas izdara vienādas (vai arī dilstošas, vai augošas), bet laika ziņā nokavētas svārstības. Tā rezultātā telpā rodas periodisks svārstību izvīržu sakārtojums — skrejvilnis.

Ipašu viļņa gadījumu — *stāvvilni* veido divi, viens otram pretim skrejoši viļņi ar vienādiem viļņa garumiem un amplitūdām. Stāvvilnis ir tikai vides svārstība, nevis vilnis, jo šajā gadījumā vides svārstību kustībai nepiemīt vilnim raksturīgā *izplatīšanās* telpā.

7. Ipašs viļņu veids ir *virsmas viļņi*, kuros vides daļiņas kustas pa riņķveida trajektorijām. Tas redzams 23-1. zīmējumā, kurā attēlota ūdens virsmas viļņa izplatīšanās. Virsmas viļņu ietekme sniedzas dziļāk nekā viļņu amplitūda. Tā, piemēram, seklā ūdenī viļņu minimumu stāvokļos ātrums ir mazāks nekā maksimumu stāvokļos, tāpēc rodas viļņu maksimumu pārvēlšanās —



23-1. zīm.

viļņu «plišana». Arī uz dažādas temperatūras gaisa slāņu robežas rodas virsmas viļņi, piemēram, var novērot viļņotus mākoņus. Jūras ūdens un gaisa viļņošanās izplatās ar vēja ātrumu, kaut gan ar nokavēšanos (vējš atnes viļņu rūkoņu vētrā, pirms ir iesākusi viļņot jūra).

8. Ipašs viļņu veids ir arī *triecienvilnis*, kuru veido

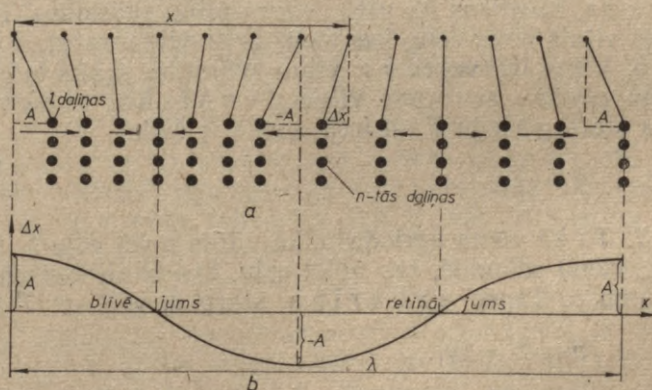
stipras un straujas spiedes deformācijas vidē. Tā sprādziena pirmās fāzes vilnis, saspiezdams vidi, paaugstina tās temperatūru un tā palielina sprādziena nākamajā fāzē radītā viļņa ātrumu, tāpēc tas panāk pirmās fāzes vilni, bet tos savukārt panāk nākamā sprādziena fāzu viļņi, rezultātā izveidojas triecienvilnis — vilnis, kuram pie viļņa frontes ir ļoti liels spiediena gradients.

Visu veidu viļņus raksturo ar kustības likumu, izvirzi, amplitūdu, intensitāti (amplitūdas kvadrāts), viļņa garumu, frekvenci, periodu, viļņa svārstību ātrumu un paātrinājumu, viļņa vektoru, fāzi, fāzu nobīdi, viļņu fāzes un grupas ātrumiem, kustības daudzumu, enerģiju. Visiem viļņiem notiek atstarošānās, laušana, interference, difrakcija, absorbcija, izkliede utt.

2. §. VIĻŅU PAMATLIELUMI

Aplūkojot viļņa pamatlielumus, kā piemēru izvēlēsimies longitudinālu vilni, kas izplatās x ass virzienā pa taisnās virknēs sakārtotām ar izvirzei proporcionāliem elastīgiem spēkiem sasaistītām daļiņām (23-2. zīm.). Viļņu kustību šajās daļiņu virknēs ierosināsim, liekot virkņu pirmajām daļiņām svārstīties uzspiestās svārstībās. Tad, tāpat kā pirmās daļiņas, tikai fāzē arvien vairāk un vairāk nokavējušās, pakāpeniski sāk svārstīties arī virkņu citas daļiņas.

1. Viļņa izvirze vispār ir svārstošā lieluma vērtības izmaiņa kādā viļņa punktā. Šajā gadījumā tā ir daļiņu svārstību izvirze



23-2. zīm.

Δx . Ja pirmās daļiņas (kas aplūkojamā gadījumā ir viļņu kustības avots) svārstās laikā periodiski, arī citu daļiņu izvirzes elastīgi saistīto daļiņu virknē mainās periodiski. Ja pirmās daļiņas un tālāk arī visas virkņu daļiņas svārstās pēc sinusa vai kosinusa likuma, tad tādu vilni sauc par harmonisku vilni. Šādus viļņus galvenokārt turpmāk arī aplūkosim.

2. Daļiņu svārstību vislielākās izvirzes $(\Delta x)_{max}=A$ sauc par viļņu **amplitūdām**. Harmoniskam (sinusoidālam) viļnim visu daļiņu amplitūdas ir vienādas.

3. Viļņa **kustības likums** izsaka daļiņu virknes jebkuras daļiņas svārstību kustību. Ja pirmajām daļiņām vietā $x=0$ svārstības kustības likums ir $\Delta x=A \sin 2\pi vt$, kur v — svārstības frekvence, tad uz pozitīvās x ass daļas n -tajām daļiņām tas ir

$$\Delta x = A \sin 2\pi v(t-t'), \quad (23-1)$$

kur t' ir laiks, kurā svārstība no pirmajām daļiņām izplatās līdz n -tajām daļiņām. Par šādu laiku t' n -to daļiņu svārstība laika ziņā ir *nokavējusies* attiecībā pret pirmo daļiņu svārstību. Tā kā $t'=x/v$, kur v ir svārstību izplatīšanās, t. i., viļņa fāzes ātrums (sk. turpmāk), tad izteiksme (23-1) ir šāda:

$$\Delta x = A \sin 2\pi v \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (23-2)$$

Tas ir pozitīvajā x ass virzienā kustošā harmoniskā viļņa kustības likums. Ja $x = \text{const}$, bet t ir mainīgs, tad izteiksme (23-2) izsaka n -to daļiņu svārstību laikā; ja $t = \text{const}$, bet x mainīgs, tā izsaka daļiņu virkņu svārstības momentāno izviržu sadalījumu (sk. 23-2. zīm. b). Gadījumā, ja pie $t=0$, $x=0$ būtu $\Delta x \neq 0$, tad izteiksme (23-2) būtu jāraksta formā $\Delta x = A \sin \left[2\pi v \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right]$

4. **Viļņa garums** λ ir vismazākais attālums viļņa izplatīšanās virzienā starp divām vienādā fāzē svārstošām daļiņām.

5. Viļņa **periods** T ir laiks, kādā vilnī svārstošais lielums (izvirze Δx , spiediens Δp utt.) izdara pilnu svārstību. Tas ir arī laiks, kādā vilnis noiet ceļu, kas vienāds ar viļņa garumu λ .

6. Viļņa **frekvence** ν ir viļņa svārstību skaits laika vienībā. Lielumu $\omega = 2\pi\nu$ sauc par viļņa leņķisko frekvenci. Sakarība starp periodu T un frekvenci ν ir šāda:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (23-3)$$

7. Tā kā viena perioda laikā vilnis noiet ceļu λ , tad ν periodos, t. i., vienā sekundē, tas noiet ceļu, kas skaitliski vienāds ar viļņa ātrumu v . Tāpēc sakarība starp v , ν , λ un T ir šāda:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu. \quad (23-4)$$

Ievērojot, ka

$$\frac{v}{\nu} = \frac{1}{Tv} = \frac{1}{\lambda}, \quad (23-5)$$

izteiksmi (23-2) var rakstīt formā

$$\Delta x = A \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (23-6)$$

8. *Sfēriska longitūdināla viļņa amplitūda*, kurš izplatās radiālā, t. i., r virzienā, ir apgriezli proporcionāla attālumam r no viļņu avota, t. i., $A = A_0/r$, tāpēc viļņa kustības likums ir

$$\Delta r = \frac{A_0}{r} \sin 2\pi \left(vt - \frac{r}{\lambda} \right), \quad (23-7)$$

kur Δr ir viļņa izvērze radiālā virzienā.

9. Viļņa fāze (kustības likumā (23-6) leņķis, no kura ņemta sinusa funkcija)

$$\psi = 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (23-8)$$

Ja pie $t=0$, $x=0$ viļņa fāzes leņķis $\psi \neq 0$, tad formula (23-8) jāraksta šādi: $\psi = 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi$, kur φ ir viļņa sākuma fāzes leņķis. Lielums $(\Delta x)_s = A \sin \varphi$ tad ir viļņa izvērze vietā $x=0$ laika brīdī $t=0$. Attiecīgi izvēloties laika t sākuma momentu, viena viļņa sākuma fāzi φ vienmēr var pārvērst nullē.

Skrejvilnī fāzes leņķis $\psi = \text{const}$ ir punktiem, kas kustas viļņa izplatīšanās virzienā ar viļņa fāzes ātrumu v . Tiešām, punktam ar fāzi $\psi=0$ pēc izteiksmes (23-8) $x/\lambda = vt$ un

$$x = \lambda vt = vt. \quad (23-9)$$

To viļņa punktu ģeometrisko vietu telpā, kuros viļņu fāzes ir vienādas ($\psi = \text{const}$), sauc par viļņu virsmu. Viļņu virsmai perpendikulāras taisnes sauc par stariem.

Biežāk sastopamies ar divu viļņu (vai viena viļņa divu punktu) savstarpējo fāzu nobīdi

$$\begin{aligned} \psi' - \psi &= \Delta\psi = 2\pi \left(vt - \frac{x'}{\lambda} \right) - 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) = \\ &= 2\pi \frac{x - x'}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda}. \end{aligned} \quad (23-10)$$

Lielums $d = x - x'$ ir divu viļņu gājumu starpība, kura rodas, izplatoties diviem viļņiem vienā un tajā pašā virzienā. Ja pirmā viļņa fāzi ψ nosaka izteiksme (23-8), tad otrā viļņa fāze

$$\psi' = 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} + \frac{d}{\lambda} \right). \quad (23-11)$$

10. Vilnim izplatoties no vietas $x=0$ negatīvajā x ass virzienā uz x ass negatīvās daļas vietā x esošajām daļiņām, svārstības ir nokavējušās par $t' = -x/v$ (kur $x < 0$) salīdzinājumā ar vietā $x=0$ esošo pirmo daļiņu svārstībām. Tāpēc x ass negatīvajā virzienā kustošam harmoniskam vilnim kustības likuma izteiksmē (23-1) $t - t' = t - \frac{x}{v}$ vietā ir $t - t' = t + \frac{x}{v}$ un pats kustības likums ir

$$\Delta x = A \sin 2\pi \left(vt + \frac{x}{\lambda} \right). \quad (23-12)$$

Pozitīvajā x ass virzienā kustošam vilnim kādas noteiktas viļņu virsmas nosacījums $\psi = 2\pi\left(vt - \frac{x}{\lambda}\right) = \text{const}$ pieprasa, lai, laikam t augot, arī koordināte x palielinātos, bet saskaņā ar x ass negatīvajā virzienā kustoša viļņa fāzes nosacījumu $\psi = 2\pi\left(vt + \frac{x}{\lambda}\right) = \text{const}$, laikam t augot, x jāsamazinās.

11. Viļņu mācībā daudz lieto apgriezto viļņa garumu jeb **viļņu skaitli**

$$k' = \frac{1}{\lambda} = \frac{v}{v} \quad (23-13)$$

vai **viļņu vektoru**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi v}{v} = \frac{\omega}{v} \quad (23-14)$$

Viļņu skaitlis k' ir viļņu skaits vienā garuma vienībā, bet viļņu vektors k ir viļņa garumu skaits 2π garuma vienībās. Viļņu vektoru k bieži izmanto, ja viļņu kustības likumu izsaka ar *kompleksu* funkciju. Ja harmonisks longitudināls vilnis, kura leņķiskā frekvence $\omega = 2\pi v$ un sākuma fāze φ , izplatās x ass virzienā, tad tā kustības likums kompleksā eksponenciālā formā ir šāds:

$$\Delta x = A'e^{-i(vt - kx)}, \quad (23-15)$$

kur kompleksā amplitūda $A' = Ae^{-i\varphi}$.

Piemērs. Vilnis ar periodu $T = 0,001$ s un amplitūdu $A = 0,1$ mm izplatās elastīgā vidē ar ātrumu $v = 5000$ m/s. Atrast viļņa garumu λ , viļņa vektoru k , maksimālo svārstības paātrinājumu a_m un savstarpējo fāzu nobīdi $\Delta\psi$ starp 10 m attāliem punktiem. Bez tam noteikt fāzes leņķi ψ un izvirzi Δx pēc $t = 0,003$ s no svārstības sākuma 10 m attālumā no viļņa avota.

Risinān šādi: 1) viļņa garums $\lambda = vT = 5000$ (m/s) $\cdot 0,001$ s = 5 m; 2) viļņu vektors $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{6,28}{5 \text{ m}} = 1,26 \text{ m}^{-1}$; 3) maksimālais svārstības paātrinājums $a_m = \omega^2 A = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A = \left(\frac{6,28}{0,001 \text{ s}}\right)^2 \cdot 0,0001 \text{ m} = 3,9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; 4) savstarpējā fāzu nobīde $\Delta\psi = \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{6,28 \cdot 10 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 12,56$ rad; 5) fāzes leņķis $\psi = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{6,28}{0,001 \text{ s}} \left(0,003 \text{ s} - \frac{10 \text{ m}}{5000 \text{ m/s}}\right) = 6,28$ rad un 6) izvirze $\Delta x = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 10^{-4} \cdot \sin 6,28 \cdot \left(\frac{0,003 \text{ s}}{0,001 \text{ s}} - \frac{10 \text{ m}}{5 \text{ m}}\right) = 10^{-4} \sin(6,28) = 10^{-4} \cdot 0 = 0$.

3. §. VIĻŅU INTERFERENCE

Tālāk aplūkosim *divu un vairāku* viļņu veidotās parādības. Vidē divi vai vairāki harmoniski skrejviļņi, kas kustas un svārstās vienā virzienā, summējas *lineāri*, t. i., *tā kopējā izvirze (vai amplitūda) ir atsevišķo izviržu (amplitūdu) summa*. Tas ir viļņu

superpozīcijas (pārklāšanās) likums. Tā rezultātā vidē viļņi savstarpēji samazina vai palielina savas izvirzes. *Viļņu izviržu savstarpējo palielināšanos vai pamazināšanos sauc par viļņu interferenci.*

Lai viļņi varētu veidot laikā un telpā *noturīgu* interferences ainu, *to fāzu diferencēm jābūt ilgāku laiku nemainīgām.* Tādus viļņus sauc par **koherentiem viļņiem**. Divu vai vairāku skaņas viļņu avoti, kuru izstarotajiem viļņiem viļņa garumi ir vienādi, parasti ir koherenti. Viļņi, kuru viļņa garumi ievērojami atšķiras, vienmēr ir nekoherenti. Ar nekoherentiem viļņiem (piemēram, divu gaismas avotu viļņiem), kuriem fāzu nobīdes ir regulāri un strauji mainās, nemainīgu interferences ainu iegūt nevar. Aplūkosim trīs galvenos divu viļņu interferences gadījumus.

1. **Viena virziena skrejviļņu interference.** Saskaitīsim divus harmoniskus viļņus ar vienādām amplitūdām, viļņa garumiem un ātrumiem, ja to gājumu starpība ir d un šie viļņi izplatās x ass pozitīvajā virzienā:

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \\ \Delta x_2 &= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d}{\lambda} \right).\end{aligned}\tag{23-16}$$

Apzīmējot $2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \psi$ un $\frac{2\pi d}{\lambda} = \Delta\psi$, to *summārā izvирze*

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 = A [\sin \psi + \sin (\psi + \Delta\psi)] = \\ &= A [\sin \psi + \sin \psi \cos \Delta\psi + \cos \psi \sin \Delta\psi] = \\ &= A [\sin \psi (1 + \cos \Delta\psi) + \cos \psi \sin \Delta\psi] = \\ &= A \left[\sin \psi \cdot 2 \cos^2 \frac{\Delta\psi}{2} + \cos \psi \cdot 2 \sin \frac{\Delta\psi}{2} \cos \frac{\Delta\psi}{2} \right] = \\ &= 2A \left[\cos \frac{\Delta\psi}{2} \left(\sin \psi \cos \frac{\Delta\psi}{2} + \cos \psi \sin \frac{\Delta\psi}{2} \right) \right] = \\ &= 2A \cos \frac{\Delta\psi}{2} \sin \left(\psi + \frac{\Delta\psi}{2} \right) = 2A \cos \frac{\pi d}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{d}{2\lambda} \right).\end{aligned}\tag{23-17}$$

Ja $\cos \frac{\pi d}{\lambda} = 0$, tad *summārā skrejviļņa amplitūda* $2A \cos \frac{\pi d}{\lambda} = 0$, t. i., abi viļņi savstarpēji iznīcinās. Tad $\frac{\pi d}{\lambda} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$ un $d = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$. Tā, piemēram, toņdakšas abi zari svārstās pretējās fāzēs, un, tā kā zaru attālums $d \ll \lambda$, tad interferences dēļ skaņas viļņu izstarošana ir vāja.

Ja $\cos \frac{\pi d}{\lambda} = \pm 1$, tad abi viļņi visā viļņojuma garumā maksimāli pastiprinās. Tas ir tad, ja $\frac{\pi d}{\lambda} = n\pi$ un $d = n\lambda$.

Plaknē (piemēram, uz ūdens virsmas) divu viļņu punktveida avotu radītie viļņi interferējot veido nulles amplitūdu vietu —

mezglu un maksimālo amplitūdu vietu — blizumu līnijas (hiperbo-
las, kuru centri ir viļņu avotos).

2. **Stāvvilni** veido divi pretējos virzienos izplatošies skrejviļņi,
kuru amplitūdas A , viļņa garumi λ un ātrumi v ir vienādi. Šiem
viļņiem ir kustības likumi

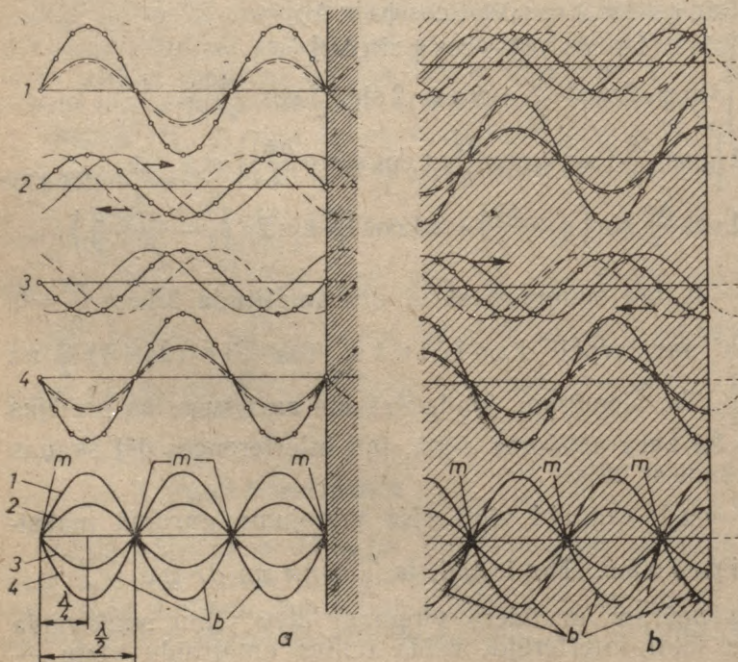
$$\Delta x_1 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$\Delta x_2 = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right).$$
(23-18)

Tos saskaitot un ievērojot, ka $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$,
var izrisināt izteiksmi, kas apraksta summāro vilni, t. i., **stāvvilni**:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi t}{T}.$$
(23-19)

No šīs izteiksmes redzam, ka stāvvilnī daļiņas nesvārstās vienādi,
kā tas ir skrejvilnī, bet tām atkarībā no daļiņu vietas x ir perio-
diski mainīga amplitūda $2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$. Vietās, kur $\frac{2\pi x}{\lambda} = (2n+1) \frac{\pi}{2}$,
resp., $x = \frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{2}$, $\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$, daļiņas atrodas miera stāvoklī. Šīs
vietas sauc par mezgliem. Vietās, kur $\frac{2\pi x}{\lambda} = n\pi$ un $x = n \frac{\lambda}{2}$,
daļiņu svārstību amplitūdas ir vislielākās, tās sauc par blīzumiem. Savstarpējie mezgls,
tāpat blizumu attālumi ir $\lambda/2$, bet



23-3. zīm.

mezgla un blakus blīzuma attālums $\lambda/4$ (23-3. zīm.). Šie rezultāti, kurus atradām longitudināliem viļņiem, pilnībā ir attiecināmi arī uz transversāliem viļņiem. Abos galos nekustīgi nostiprinātas stīgas transversālā stāvviļņa četrus svārstību stāvokļus var redzēt 23-3. zīmējumā a.

Eksperimentāli stāvviļņus iegūst, liekot vilnim atstaroties no izplatīšanās virzienam perpendikulāri novietotas plaknes. Šeit jāievēro, ka, atstarojoties no blīvākas vides, *atstarotā viļņa fāze pie plaknes mainās ar lēcieni par π* , bet, atstarojoties no mazāk blīvas vides, atstarotā viļņa fāzei šāda lēciena nav. Jāpiezīmē, ka fāzes lēcieni gan nosaka stāvviļņa mezglu un blīzumu vietas, bet nav būtisks stāvviļņa rašanās faktam.

Transversālā stāvviļņa rašanās četros laika brīžos (viļņa fāzēs) — 1, 2, 3, 4 pirmajā gadījumā attēlota 23-3. zīmējumā a, bet otrajā — 23-3. zīmējumā b. Ar nepārtrauktām līnijām attēlots krītošais vilnis, ar svītrlīnijām — atstarotais, bet ar aplīšu līnijām šo abu viļņu summa — rezultējošais stāvviļnis. Zīmējumā apakšējā ainā attēloti visi četri rezultējošā viļņa — stāvviļņa stāvokļi vienkopus. Izsekojot visiem 4 viļņa stāvokļiem, redzam, ka atstarotā viļņa kāda noteikta viļņa fāze, piemēram, amplitūda savā skrējienā satiek visas dažādās pretim skrejošā viļņa fāzes. Ja amplitūda satiek tajā pašā virzienā vērstu amplitūdu, tad tajā vietā, tām summējoties, izveidojas blīzums; ja satiek pretēju amplitūdu, tad svārstības iznīcinās un izveidojas mezgls. Tā kā abi skrejviļņi izplatās pretējos virzienos ar vienu un to pašu ātrumu, šajās satikšanās vietās abu viļņu savstarpējās fāzu attiecības ar laiku nemainās. Tāpēc arī mezglu un blīzumu vietas nemainās.

Ja stāvviļņi rodas *galīga izmēra L telpā*, kurā viļņi atstarojas no telpas robežām, tad tikai tādi viļņi var radīt stāvviļņus, kuru viļņa garuma puse ietilpst telpas izmērā *L* vesela skaita *n* reižu, t. i., kad

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (23-20)$$

jo pie telpas robežām jābūt mezglam vai blīzumam. Tā, piemēram, izstieptā svārstošā saitē ierosinās tikai tie stāvviļņi, kuru pusviļņa garumi ieiet saites garumā vesela skaita reižu.

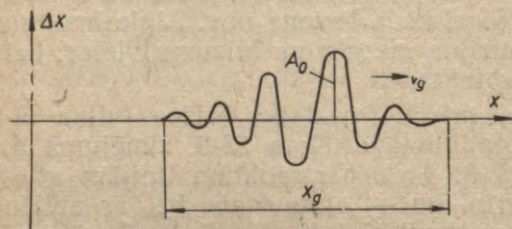
3. Viļņu sitieni. Saskaitīsim divus harmoniskus skrejviļņus ar vienādām amplitūdām *A*, bet *maz atšķirīgiem* viļņa garumiem λ un $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$ (frekvencēm ν un $\nu' = \nu - \Delta\nu$), kas izplatās *x* ass virzienā. Tā kā $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{(\alpha - \beta)}{2} \cdot \sin \frac{(\alpha + \beta)}{2}$, tad

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 = A \left[\sin 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\nu' t - \frac{x}{\lambda'} \right) \right] = \\ &= 2A \cos \pi \left[(\nu - \nu') t - \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{x}{\lambda'} \right) \right] \cdot \sin \pi \left[(\nu + \nu') t - \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{x}{\lambda'} \right) \right]. \end{aligned}$$

Ievērojot, ka $v-v'=\Delta v$; $\lambda-\lambda'=\Delta\lambda<0$; $\Delta\lambda\ll\lambda, \lambda'$; $\Delta v\ll v, v'$; $v+v'\approx 2v$; $\lambda+\lambda'\approx 2\lambda$, $\lambda\lambda'\approx\lambda^2$, dabūjam izteiksmi

$$\Delta x = \left[2A \cos 2\pi \left(\frac{\Delta v}{2} t + \frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2} x \right) \right] \cdot \sin 2\pi \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (23-21)$$

No šīs izteiksmes secinām, ka rezultējošais vilnis ir skrejvilnis, kura svārstībām ir divas frekvences: viena liela frekvence v un otra maza frekvence $\Delta v/2$, ar kuru mainās amplitūda rezultējo-



23-4. zīm.

šājam vilnim. Amplitūdas maiņas frekvence ir Δv . Šo parādību sauc par *viļņu sitieniem*. To, piemēram, izlieto, lai no diviem augstas frekvences v un v' viļņiem iegūtu vilni ar zemu frekvenci $\Delta v=v-v'$ vai augstāku frekvenci $v+v'$. Viļņu sitieni novērojami divmotoru lidma-

piestiprināta neliela masa) un citu viļņu avotu radītos viļņos.

4. Viļņu pakete. Fāzes un grupas ātrums. Tagad saskaitīsim ļoti daudzus vienā virzienā kustošus harmoniskus, t. i., ļoti garus un monohromatiskus (elementārus) viļņus, kuru frekvences ir intervālā no $v-\Delta v$ līdz $v+\Delta v$. Summējot šo viļņu amplitūdas var pierādīt, ka gandrīz visā viļņojuma garumā tās savstarpēji iznīcinās, izņemot samērā īsu gabalu x_g , kurā rezultējošam vilnim amplitūda ir un pie tam ļoti liela. Šādu viļņojumu sauc par *viļņu paketi*. Turklāt, jo lielāks ir summējamo viļņu frekvences intervāls $2\Delta v$, jo mazāks ir viļņu paketes garums x_g (23-4. zīm.). Monohromatiska viļņa enerģija un citi lielumi izplatās ar līdz šim aplūkoto fāzes ātrumu, turpretim viļņu paketei šie lielumi izplatās ar summārā viļņa, t. i., ar viļņu paketes amplitūdas ātrumu, kuru sauc par *grupas ātrumu*. Aprēķināsim to.

Divu viļņu gadījumā *grupas ātrums v_g ir periodiski mainīgās summārās amplitūdas ātrums* [sk. izt. (23-21)], t. i., *summārās amplitūdas fāzes, piemēram, $\psi=2\pi \left(\frac{dv}{2} t + \frac{d\lambda}{2\lambda^2} x \right)=0$* (no izt. (23-21), liekot Δ vietā d) *izplatišanās ātrums*. No šīs izteiksmes, ievērojot, ka $v=v/\lambda$, dabūjam, ka grupas ātrums

$$v_g = \frac{x}{t} = -\lambda^2 \frac{dv}{d\lambda} = -\lambda^2 \frac{d\left(\frac{v}{\lambda}\right)}{d\lambda} = \lambda^2 \frac{v d\lambda - \lambda dv}{\lambda^2 d\lambda} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (23-22)$$

Grupas ātrums v_g , kā redzams, atšķiras no fāzes ātruma v tikai tad, ja viļņiem piemīt *dispersija*, t. i., ja viļņa ātrums v ir atkarīgs no viļņa garuma λ (vai frekvences v). Ja $dv/d\lambda > 0$, tad dispersija ir *normāla* un $v_g < v$. Tā tas ir, piemēram, viļņiem uz šķid-

ruma virsmas, kurus nosaka gravitācijas spēki un kuru ātrums $v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ (g — smagumspēka paātrinājums). Bet, ja $dv/d\lambda < 0$, tad dispersija ir *anomāla* un $v_g > v$. Šādi ir, piemēram, šķidrums virsmas viļņi, kurus nosaka virsmas spraiguma spēki un kuriem $v = \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{\lambda}}$. Seit α — šķidrums virsmas spraiguma koeficients un ρ — blīvums.

4. §. HEIGENSA PRINCIPS. VIĻŅU DIFRAKCIJA

1. **Heigensa princips** (atklājis Heigenss 1678. g.) nosaka vi-
siem viļņu veidiem kopīgo viļņu izplatīšanās norisi. Kā redzējam
23. nod. 1. §, no kāda viļņu avota izejošo viļņu priekšgala punkti
veido t. s. *viļņu fronti*. Noteikt viļņa izplatīšanos nozīmē noteikt,
kā pārvietojas viļņa fronte. *Pēc Heigensa principa no katra paš-*
reizējās viļņu frontes punkta vienlaikus uz visām pusēm izplatās
elementārviļņi, kuru apliecošā virsma ir viļņu fronte kādā nākamā
viļņu kustības brīdī. Ja ir zināms viļņa, resp., viļņa frontes stā-
voklis vienā laika brīdī, tad, lietojot Heigensa principu, var at-
rast, kāds būs viļņa stāvoklis (fronte) kādā nākamajā brīdī.
23-5. zīmējumā ir parādīts, kā saskaņā ar Heigensa principu pēc
vecās viļņa frontes (laikā t) var atrast jauno viļņu fronti (laikā
 $t + \Delta t$) sfērisku viļņu gadījumā. Jāpiezīmē, ka šajās konstrukci-
jās viļņu fronti var aizvietot ar jebkuru viļņu virsmu.

Tādējādi Heigensa princips viļņu parādībās izpilda to pašu
uzdevumu, ko otrais Ņūtona likums ķermeņu kustībās (tas pēc
dotā materiālā punkta sākuma stāvokļa un ātruma kādā laika mo-
mentā nosaka ķermeņa atrašanās vietu, ātrumu un citus lielumus
kādā nākamajā laika momentā).

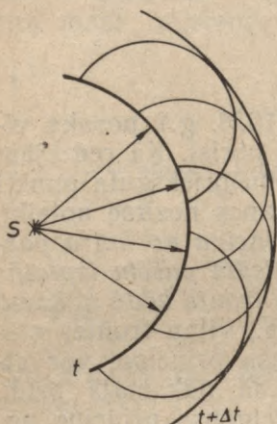
Heigensa principu vēlāk padziļināja Frenelis (1816. g.), ievē-
rodams arī to, ka *elementārviļņi* (ievērojot to fāzes) *var interferēt*.
Freneļa papildinājums dod iespēju ar Heigensa principu noteikt
arī katrā viļņa frontes vietā viļņa *amplitūdu, intensitāti, fāzi* un
citus lielumus. Ar Heigensa—Freneļa principu var izskaidrot ne
vien viļņu atstarošanos un laušanu, bet arī visas viļņu interferen-
ces un difrakcijas parādības. Heigensa—Freneļa principa mate-
mātiskā izteiksme nav vienkārša.

2. **Viļņu izplatīšanās brīvā telpā no viļņu punktveida avota**.
Vispirms ar Heigensa—Freneļa principu (ievērojot elementārviļņu
interferenci) izskaidrosim viļņa izplatīšanos no viļņu punktveida
avota homogēnā vidē. Zinot, ka laika momentā t viļņu fronte ir
sfēra, pēc Heigensa principa noteiksim 1) viļņu fronti kādā nāka-
majā laika brīdī un 2) pēc Freneļa, ievērojot elementārviļņu inter-
ferenci, noteiksim viļņa intensitāti (amplitūdu) jaunās viļņu fron-
tes jebkurā punktā B .

Nosakot jauno *viļņu fronti*, pieņemsim, ka laika brīdī t visi sā-
kotnējās sfēriskās viļņu frontes punkti raida uz visām pusēm

elementārviļņus, kuri pēc laika Δt izveido apkārt šiem punktiem sfēriskas virsmas. To apliecošā virsma saskaņā ar Heigensa principu ir jaunā meklētā viļņu fronte laika brīdī $t + \Delta t$. Kā redzams (sk. 23-5. zīm.), tā ir sfēra.

Aprēķinot viļņu *intensitāti (amplitūdu)* jaunās viļņu frontes punktā B (23-6. zīm. a), jāsummē visu sākotnējās viļņu frontes



23-5. zīm.

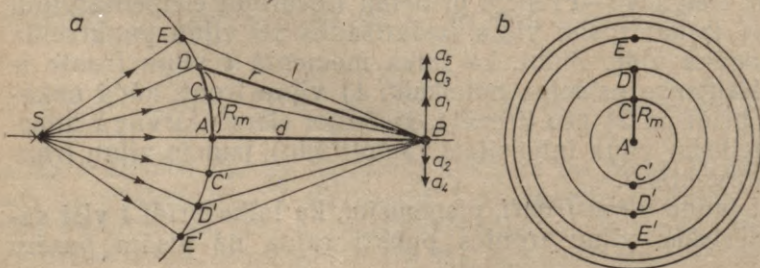
raidīto elementārviļņu amplitūdas, ievērojot elementārviļņu savstarpējās fāzu attiecības. Pēc Heigensa principa varētu domāt, ka novērotājs punktā B saņem viļņu enerģiju ne vien no punktveida viļņu avota S (t. i., virzienā SB), bet arī no visiem citiem sfēriskās viļņu frontes punktiem. Vadoties no Heigensa principa, liekas, ka viļņu punktveida avots S pārvērties par plašu avotu ar lielu laukumu. Bet no pieredzes zinām, ka gaismas punktveida avotu redzam kā spīdošu punktu. Kā izprast šo šķietamo pretrunu, kas izraisa šaubas par elementārviļņu esamību? Lai atrastu viļņu amplitūdu punktā B , sadalām visu sākotnējo viļņu fronti z o n ā s t ā (23-6. zīm. a, b), lai katras zonas robežpunkta elementārviļņa ceļš būtu

par $\lambda/2$ garāks vai īsāks nekā blakus esošo zonu robežpunktu elementārviļņu ceļi. Tāpēc $CB = AB + \lambda/2$, $DB = CB + \lambda/2$ utt. Tad blakus zonas elementārviļņu vidējā fāzu-diference ir π . Viļņu frontes iedalījums zonās, raugoties no punkta B , parādīts 23-6. zīmējuma b. Apzīmēsim ar $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n$ atsevišķo zonu raidīto elementārviļņu amplitūdas punktā B . Tad *summārā amplitūda* punktā B ir

$$a = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - \dots \pm a_n. \quad (23-23)$$

Ikvienas zonas dotā amplitūda punktā B aptuveni ir aritmētiskais vidējais no blakus esošo zonu amplitūdām:

$$a_2 \approx \frac{a_1 + a_3}{2}; \quad a_3 \approx \frac{a_2 + a_4}{2} \text{ utt.} \quad (23-24)$$



23-6. zīm.

levietojoj *atkārtoti* šīs sakarības izteiksmē (23-23), dabūjam, ka punktā B summārā elementārviļņu amplitūda

$$a \approx \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}. \quad (23-25)$$

Tātad summārā elementārviļņu amplitūda punktā B ir pirmās un pēdējās zonas amplitūdu summas vai starpības puse. Pārējo zonu elementārviļņu dotās amplitūdas punktā B interferences rezultātā iznīcinās. Tā kā $a_n \ll a_1$ (raugoties no punkta B , zonu laukumi, n augot, samazinās), tad praktiski *summārā amplitūda punktā B ir pirmās zonas amplitūdas puse* $a \approx a_1/2$ un *summārā elementārviļņu intensitāte ir pirmās zonas intensitātes ceturtdaļa* $I \sim a_1^2/4$. Tātad praktiski punktā B viļņu enerģija pienāk tikai no viļņu frontes pirmās zonas centrālās daļas. Tāpēc viļņu punktveida avotu novērotājs punktā B uztver kā laukuma avotu, bet tā izmērs nav lielāks kā viļņu frontes pirmās zonas laukums. Bet skaņā ar zonu konstrukciju zonu laukumus nosaka viļņa garums λ . Var aprēķināt, ka *redzamai gaismai*, ja $\lambda = 400 \div 800$ nm un $SA = AB = 1$ m, pirmās zonas laukums ir kvadrātmilimetra daļas. Tātad gaismas punktveida avots S no punkta B praktiski ir redzams kā punkts un homogēnā vidē gaisma praktiski arī pēc viļņu teorijas izplatās taisnā virzienā. Bet *skaņas viļņiem*, kuriem $\lambda \approx 3$ m (cilvēka balsij), pirmās zonas laukums ir vairāki kvadrātmetri. Jo lielāks ir skaņas viļņa garums, jo lielāks ir arī pirmās zonas laukums. Skaņas punktveida avots tātad tiešām tiks uztverts kā laukumveida avots. To apstiprina arī pieredze.

3. Iepriekš aplūkotās viļņu frontes zonas sauc par **Freneļa zonām**. Aprēķinot viļņa amplitūdu un intensitāti, it īpaši tad, ja viļņu ceļā ir dažādi šķēršļi (ripas, taisnas sloksnes un malas) vai atvērumi (apaļi caurumi, spraugas), bieži lieto šo Freneļa zonu metodi. Vispār Freneļa zona ir viļņu virsmas apgabals, kura robežpunktu attālumu starpība no novērošanas punkta ir $\lambda/2$. Freneļa zonas forma ir līdzīga šķēršļa vai atvēruma formai, piemēram, apaļai ripai un caurumam tās ir gredzeni, taisnai malai — taisnas joslas utt. Apaļo ekrānu izveidojot tādu, kas laiž cauri vienādo fāzu (pāra skaita zonu) elementārviļņus un aiztur pretējo fāzu (nepāra skaita zonu) elementārviļņus, iegūstam t. s. **zonu plati**, kas, koncentrējot gaismu centrālās ass tuvumā, dod tur attēlus līdzīgi kā lēca.

Kā redzējām, riņķveidīgo Freneļa zonu rādiusi R_m ir atkarīgi no viļņu virsmas attāluma d un viļņu garuma λ . Aprēķināsim tos attiecībā pret novērošanas punktu B , pieņemot, ka viļņa virsma EAE' ir plakana (23-6. zīm.). Tā kā katras zonas malējo elementārviļņu ceļu starpība līdz punktam B ir $\lambda/2$ un punkta B tuvākais attālums līdz viļņu virsmai ir $AB = d$, tad no taisnleņķa trīsstūra ABD dabūjam, ka m -tās Freneļa zonas rādiuss $R_m = AD$ ir

$$R_m = \sqrt{\left(d + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - d^2} \approx \sqrt{md\lambda}. \quad (23-26)$$

4. **Viļņu izplatīšanās aiz ripas un apaļa cauruma.** Nostādīsim gaismas vai skaņas viļņa ceļā ripu tā, lai, raugoties no punkta B , tā aizsegtu veselās zonas. Ja viļņi izplatītos tikai taisnā virzienā, tad punktā B būtu tumsa vai klusums. Pēc Heigensa—Freneļa principa punktā B pienāk neaizsegto Freneļa zonu elementārviļņi. Izdarot līdzīgu aprēķinu kā iepriekšējā gadījumā, var atrast, ka rezultējošā viļņa amplitūda punktā B vienmēr ir puse no pirmās neaizsegtais zonas amplitūdas. Tātad aiz ripas punktā B vienmēr ir gaisma vai skaņa. Līdzīga viļņu apliekšanās novērojama arī ap cita veida šķēršļiem. Viļņu apliekšanos ap šķēršļiem sauc par *viļņu difrakciju* (sk. arī 28. nod.).

Ar viļņu difrakciju sastopamies arī gadījumā, ja viļņa avotu aizsedz ekrāns, kurā ir apaļš caurums. Ja cauruma laukums, raugoties no punkta B , satur vesela pārskaita $2m$ zonas, tad punktā B ir tumsa vai klusums. Bet, ja, raugoties no punkta B , caurumā ietilpst nepārskaita $(2m+1)$ zonas, tad punktā B ir gaisma vai skaņa. Tādējādi, pārbīdot ekrānu vai pārvietojoties punktam B , novērotājs, kas atrodas punktā B , *pārmaiņus* uztver gaismu vai skaņu, resp., tumsu vai klusumu.

Perpendikulāri SB virzienam abos gadījumos gaismas vai skaņas sadalījums arī nav monotons, bet atkarībā no attāluma līdz taisnei SB periodiski mainīgs, tāpēc uz ekrāna apkārt punktam B ir *interferences gredzeni*.

Piemērs. Uz apaļu caurumu ar diametru $D=0,2$ cm perpendikulāri krīt gaisma, kuras viļņa garums $\lambda=589$ nm. Kāds ir maksimālais cauruma attālums d no ekrāna, pie kura difrakcijas ainas vidū ir tumsa?

Attiecībā pret ekrāna punktu B (23-6. zīm.) cauruma laukumam atbilstošais pārskaita Freneļa zonu skaits, cauruma un ekrāna attālumam d palielinoties, samazinās. Vismazākais Freneļa zonu skaits m , kas dod tumsu, ir 2.

Tāpēc $DB=d+\frac{2\lambda}{2}$ un $d^2=DB^2-\left(\frac{D}{2}\right)^2=d^2+2d\lambda+\lambda^2-\frac{D^2}{4}$, no kurienes

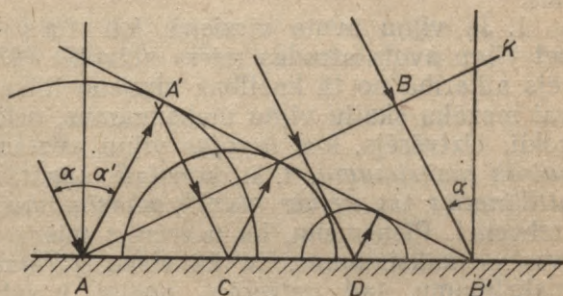
$$d \approx \frac{D^2}{8\lambda} = \frac{(0,2)^2 \text{ cm}^2}{8 \cdot 589 \cdot 10^{-7} \text{ cm}} = 0,85 \text{ m.}$$

5. §. VIĻŅU ATSTAROŠANA UN LAUŠANA

No Heigensā principa var izrisināt arī viļņu atstarošanas un laušanas likumus.

1. **Atstarošanās (refleksija).** Pieņemsim, ka uz divu vidu plakānu robežvirsmu AB' (23-7. zīm.) krīt paralēlu staru kūlis, veidojot ar virsmas normāli leņķi α (*krišanas leņķis*) un daļēji atstarojas, daļēji lūst. Izejot no viļņa frontes punkta B , vilnis sasniedz abu vidu robežvirsmas punktu B' tai pašā laikā, kad elementārvilnis (kas kustas ar to pašu ātrumu v kā krītošais vilnis), izejot no robežvirsmas punkta A , sasniedz punktu A' . Taisne $A'B'$ tad veido atstarotā viļņa fronti. Tā kā $AA'=BB'$, $AA' \perp A'B'$

un $BB' \perp AK$, tad trīsstūri $AA'B'$ un ABB' ir vienādi un krišanas leņķis α ir vienāds ar atstarošanas leņķi α' . No stara gaitas redzams, ka krītošais stars, virsmas normāle stara krišanas punktā un atstarotais stars ir vienā plaknē.

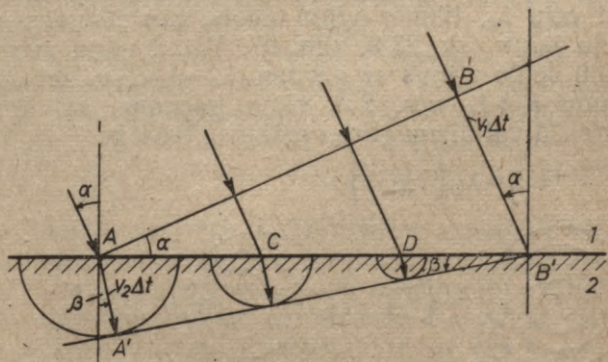


23-7. zīm.

2. Laušana (refrakcija). Otrajā vidē elementārviļnis attālumam $AA' = v_2 \Delta t$ (23-8. zīm.) noiet tādā pašā laikā Δt kā krītošais stars noiet pirmajā vidē attālumam $BB' = v_1 \Delta t$. Bet, tā kā $v_1 \neq v_2$, tad $AA' \neq BB'$. Tātad otrajā vidē elementārviļņu sfēras rādiuss pirmajā vidē, tāpēc lauztā viļņa fronte $A'B'$ ir pagriezusies attiecībā pret krītošā viļņa fronti AB . No taisnleņķa trīsstūriem ABB' un $AA'B'$, kuriem hipotenūza kopēja un virsotnes leņķi ir α un β (laušanas leņķis), vēl ievērojot, ka $v = \lambda \nu$, izriet, ka

$$\frac{BB'}{AA'} = \frac{v_1 \Delta t}{v_2 \Delta t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{AB' \sin \alpha}{AB' \sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12}. \quad (23-27)$$

Šeit n_{12} ir divu vidu relatīvais laušanas koeficients. Viļņa krišanas un laušanas leņķu sinusu attiecība ir vienāda ar viļņa ātrumu vai viļņa garumu attiecību abās vidēs. Ja pirmā vide ir vakuums, tad $n_{12} = n$, un to sauc par otrās vides absolūto laušanas koeficientu. Divu vidu relatīvo laušanas koeficientu var izteikt kā abu vidu absolūto laušanas koeficientu attiecību: $n_{12} = n_2/n_1$. Skaņas viļņi vakuumā nevar izplatīties, tāpēc skaņas viļņiem eksistē tikai relatīvais laušanas koeficients.



23-8. zīm.

6. Š. DOPLERA EFEKTS

Par Doplera efektu sauc uztvērēja uztvertās viļņa frekvences maiņu, viļņu avotam vai viļņu uztvērējam savstarpēji pārvietojoties.

1. Ja viļņu avota virzienā kustas viļņu uztvērējs, bet viļņu avots atrodas miera stāvoklī (23-9. zīm. a), tad uztvērējs atkarībā no tā kustības virziena laika vienībā uztver lielāku vai mazāku skaitu viļņu maksimumus, nekā atrodies miera stāvoklī. Uztvērējs, kas tuvojas viļņu avotam, laika vienībā uztver vairāk maksimumu, t. i., konstatē augstāku viļņa frekvenci, bet attālinoties tas uztver mazāk maksimumu, t. i., konstatē zemāku frekvenci. Pieņemsim, ka uztvērējs miera stāvoklī 1 sekundē uztver v_0 maksimumus. Tā kā vienā garuma vienībā ir v_0/v viļņa maksimumu, tad uztvērējs, noejot 1 sekundē ceļu u , reģistrē $v' = \frac{v_0}{v} u$ maksimumus vairāk vai mazāk (atkarībā no kustības virziena) nekā miera stāvoklī. Tātad tas kopā 1 sekundē uztver

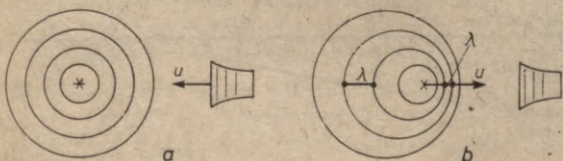
$$v = v_0 \pm \frac{v_0 u}{v} = v_0 \left(1 \pm \frac{u}{v} \right) \quad (23-28)$$

maksimumus, kas ir viļņu uztvērēja konstatētā viļņa frekvence. Zīme «+» izteiksmē (23-28) jāņem tad, ja uztvērējs kustas viļņu avota virzienā, bet zīme «-», ja tas kustas prom no viļņu avota. Uztvērēja noteiktais viļņa garums

$$\lambda = \frac{v}{v} = \frac{v}{v_0 \left(1 \pm \frac{u}{v} \right)} = \frac{\lambda_0}{1 \pm \frac{u}{v}} \quad (23-29)$$

2. Mazliet citādi jāaplūko gadījums, kad vidē viļņu uztvērēja virzienā kustas viļņu avots, bet uztvērējs atrodas miera stāvoklī. Iepriekšējā gadījumā vilnis un tātad arī viļņa garums vidē nemainījās, bet šajā gadījumā viļņa garums vidē mainās. Viļņa ātrums v , kuru nosaka vides īpašības, un viļņa avota frekvence v_0 , kuru nosaka viļņa avota iekšējie parametri, vidē nemainās, jo tos viļņu avota kustība neietekmē. Viļņa garuma maiņu noteiksim šādi. Kamēr vilnis, vidē kustēdamies ar ātrumu v , noiet ceļu λ_0 , tikmēr viļņu avots, kustēdamies ar ātrumu u , noiet ceļu $\lambda_0 u/v$ (sk. 23-9. zīm. b). Tātad viļņu avots kustības virzienā vidē veido viļņus ar garumu $\lambda_0 - \lambda_0 \cdot u/v$, bet aizmugurē — ar garumu $\lambda_0 + \lambda_0 \cdot u/v$. Šos viļņa garumus arī konstatē viļņu avota priekšā vai aizmugurē esošais uztvērējs:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 \pm \frac{u}{v} \right) \quad (23-30)$$



23-9. zīm.

Abās vietās uztvērēja uztvertā frekvence

$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\lambda_0 \left(1 \pm \frac{u}{v}\right)} = \frac{v_0}{1 \pm \frac{u}{v}}. \quad (23-31)$$

3. Ja kustās kā uztvērējs, tā viļņu avots ar ātrumiem u_2 un u_1 , pie tam kustības virzieni nav centrāli, tad uztvērējs uztver frekvenci

$$v = v_0 \frac{1 + \frac{u_2}{v} \cos \varphi_2}{1 \mp \frac{u_1}{v} \cos \varphi_1}, \quad (23-32)$$

kur φ_2 un φ_1 ir leņķi, ko veido ātrumi u_2 un u_1 ar viļņu avota un novērotāja attālumu r .

4. Doplera efektu labi var novērot, klausoties tuvojošos un attāliņošos vilcienu, lidmašīnu un citu ātri kustošu ķermeņu radītās skaņas. Ar gaismas un elektromagnētisko viļņu Doplera efektu nosaka zvaigžņu, kosmisko raķešu un citu debess ķermeņu radiālos, t. i., novērotāja virzienā vērstos ātrumus. Ja viļņu avotu ir daudz, piemēram, gaismu izstarojoši atomi, un tie kustas visos virzienos ar dažādiem ātrumiem, piemēram, atomi termiskajā kustībā, tad vienas noteiktas frekvences vietā novērosim veselu frekvenču joslu (t. s. *Doplera platumu*), pēc kuras var noteikt viļņu avotu, piemēram, atomu ātrumus.

24. NODAĻA

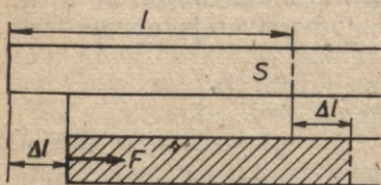
AKUSTIKA

1. §. SKAŅAS VIĻŅU ĀTRUMS

Akustika ir mācība par mehānisko viļņu (skaņas jeb akustisko viļņu) rašanos, izplatīšanos un uztveršanu. Skaņas viļņi, izņemot dažus viļņu veidus (piemēram, virsmas viļņus, kuru izplatīšanos nosaka gravitācijas vai virsmas spraiguma spēki), ir periodisku elastisku deformāciju izplatīšanās telpā. Šķidrumos un gāzēs, kur nav formas maiņas elastības, tāpēc var izplatīties tikai periodiskas tilpuma deformācijas, t. i., longitudinālie viļņi. Cietvielās ir iespējama arī periodisku bīdes deformāciju izplatīšanās, t. i., transversālie viļņi.

1. Skaņas viļņu ātrums cietvielā. a. Noteiksim akustisko viļņu ātrumu atkarībā no vides mehāniskajām īpašībām tievā homogēnā stienī. Sajā nolūkā stieņa galam īsu laika sprīdi Δt pieliksim konstantu spēku F , kas, vienmērīgi ar ātrumu $v_1 = \Delta l / \Delta t$ stieni saspiežot, pārvieto tā gala virsmu S par gabalu Δl (24-1. zīm.).

Sis pārvietojums — saspiedums izplatās pa stieni ar ātrumu v , tāpēc laika brīdī Δt ar ātrumu v_1 kustas visa tā stieņa daļa masa m , kas atrodas stieņa garumā $l = v\Delta t$. Saskaņā ar pirmo dinamikas teorēmu stieņa iegūtais kustības daudzums mv_1 ir vienāds ar pieliktā spēka impulsu: $mv_1 = F\Delta t$. Ievērojot, ka $m = \rho Sl = \rho Sv\Delta t$ un ka pēc Huka likuma $F = E\Delta l S/l$ (E — Junga modulis), no iepriekšējās izteiksmes dabūjam, ka $\rho Sv\Delta t \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{E\Delta l S}{l} \Delta t = \frac{E\Delta l S}{v}$, no kurienes nelielas deformācijas, t. i., longitudinālo viļņu izplatīšanās ātrums stienī ir



24-1. zīm.

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (24-1)$$

Tā, piemēram, dzelzs stienī, kam $E = 2,0 \cdot 10^{11}$ Pa un $\rho = 7,8 \times 10^3$ kg/m³, pēc šīs izteiksmes $v = 5,1 \cdot 10^3$ m/s.

b. Longitudinālo viļņu ātrumu plašā cietā vidē, kuras izmēri šķērsām viļņu kustībai ir $d \gg \lambda$, izsaka formula

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}}, \quad (24-2)$$

kur μ ir Puasona šķērskontrakcijas koeficients (5. nod. 4. §).

c. Analogā veidā var izteikt transversālo viļņu ātrumu plašā cietā vidē (tie izplatās, videi nemainot ne blīvumu, ne spiedienu):

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (24-3)$$

kur G ir vides bīdes vai vērpes elastības modulis. Bet, transversālajiem viļņiem izplatoties pa saiti (šķērsgriezums S , stiepes spēks F), G vietā jāņem F/S , tāpēc to ātrums

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}. \quad (24-4)$$

Longitudinālie viļņi plašā vidē, stienī un saitē izplatās ātrāk nekā transversālie viļņi, jo $E > G$.

2. Skaņas ātrums šķidrumā. Šķidrumos un gāzēs nerodas vienvirziena stiepes-spiedes deformācijas, jo saskaņā ar Paskāla likumu katra vienvirziena ārēja slodze izplatās vienmērīgi uz visām pusēm. Tāpēc, izsakot longitudinālo skaņas ātrumu v šajās vidēs ar izteiksmi (24-1), Junga moduļa E vietā ņem tilpuma kompresijas moduli, resp., biežāk lietoto *apgriežto tilpuma kompresijas koeficientu* $\frac{1}{\beta} = -\frac{Vdp}{dV}$. Līdz ar to skaņas ātrums

$$v = \sqrt{\frac{1}{\beta\rho}}. \quad (24-5)$$

Tā, piemēram, ūdenim $\beta = 4,9 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ un pēc izteiksmes (24-5) $v = 1,43 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ (eksperimentāli $v = 1,85 \cdot 10^3 \text{ m/s}$).

3. **Skaņas ātrums gāzē.** Cietas un šķidrās vides elastiskās īpašības ir maz atkarīgas no temperatūras, turpretim gāzei tilpuma kompresijas koeficients štipri mainās atkarībā no temperatūras, tātad arī no tilpuma maiņas veida. Skaņas viļņos gāzes sablīvējumu un retinājumu veidošanās norisinās ļoti strauji, t. i., adiabātiski, tāpēc, skaņas ātruma izteiksmi (24-5) attiecinot uz gāzēm, jāņem ne izotermiskais, bet *adiabātiskais kompresijas koeficients* β . No Puasona likuma ideālai gāzei $pV^\kappa = \text{const}$, ņemot tā diferenciāli $d p V^\kappa + \kappa p V^{\kappa-1} dV = 0$ un to dalot ar $p V^\kappa$, dabūjam, ka $\frac{dV}{d p} = -\frac{V}{\kappa p}$, tāpēc adiabātiskais kompresijas koeficients

$$-\frac{dV}{V d p} = \beta = \frac{1}{\kappa p} \quad (24-6)$$

(izotermiskais koeficients $\beta = \frac{1}{p}$), kur $\kappa = C_p/C_v$. Izmantojot vēl Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu $\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$, kur μ — gāzes kilomola masa, pēc izteiksmes (24-5) skaņas ātrums ideālā gāzē

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}} \quad (24-7)$$

Skaņas izplatīšanās ātrums gāzē ir proporcionāls kvadrātsaknei no absolūtās temperatūras un apgriezti proporcionāls kvadrātsaknei no gāzes kilomola masas μ , bet nav atkarīgs no spiediena.

Piemērs. Kāds ir skaņas ātrums ūdeņradī, un cik reižu tas ir lielāks par skaņas ātrumu gaisā 20°C temperatūrā, ja skaņas ātrums gaisā šajā temperatūrā ir 332 m/s?

No izteiksmes (24-7) $\frac{v_H}{v_g} = \sqrt{\frac{\mu_g}{\mu_H}} = \sqrt{\frac{29}{2}} = 3,8$, tātad $v_H = v_g \cdot 3,8 = 332 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3,8 = 1260 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2. §. SKAŅAS VIĻŅU LAUKA LIELUMI

Telpu, kurā izplatās skaņas viļņi, sauc par *skaņas viļņu lauku*. To raksturo šādi lielumi: svārstības ātrums, paātrinājums un spiediens, enerģijas blīvums, viļņu spiediens, viļņu intensitāte un viļņu relatīvā intensitāte.

1. Harmonisko skaņas viļņu svārstības ātrums un paātrinājums. Viļņa svārstības izvērze Δx plakniskam harmoniskam viļnim, kas izplatās x ass virzienā, pēc izteiksmes (23-2) ir $\Delta x = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$. Tāpēc skaņas viļņa *svārstības ātrums*

$$u = \frac{d(\Delta x)}{dt} = \omega A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (24-8)$$

Skaņas viļņa svārstības kustības maksimālais ātrums $u_0 = \omega A$ ir atkarīgs no svārstības amplitūdas A .

Lielumu $u_0 S$, kur S ir skaņas viļņu plūsmas šķērsgriezums, sauc par *tilpuma svārstības ātrumu*.

Par skaņas viļņu *svārstības paātrinājumu* parasti sauc svārstības kustības *maksimālo* paātrinājumu

$$a_0 = \omega^2 A. \quad (24-9)$$

Parastā sarunā $a_0 = 10^{-3}$ m/s², bet ultraskaņas laukā $a_0 = 10^8 \cdot g$, kur g — Zemes smagumspēka paātrinājums.

2. Atvasinot izteiksmi (23-2) divas reizes pēc x un divas reizes pēc t un iegūtās izteiksmes salīdzinot (Izdariet to!), atrodam, ka

$$\frac{\partial^2(\Delta x)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2(\Delta x)}{\partial t^2}. \quad (24-10)$$

Tas ir x ass virzienā kustoša skaņas garenviļņa *diferenciālvienādojums*.

3. Skaņas viļņu **enerģijas blīvums** ω . Skaņas viļņa enerģijas blīvums ω ir tilpuma vienībā esošās svārstību kinētiskās enerģijas un potenciālās enerģijas summa. Viļņa izplatīšanās procesā notiek nepārtraukta svārstību kinētiskās enerģijas un potenciālās enerģijas apmaiņa, tāpēc, tāpat kā materiāla punkta gadījumā (sk. 4. nod. 3. §), skaņas viļņu enerģijas blīvums ir *maksimālās* kinētiskās enerģijas blīvums

$$\omega = \frac{m u_0^2}{2V} = \frac{\rho u_0^2}{2} \quad (24-11)$$

vai *maksimālās* potenciālās enerģijas blīvums $\omega = \frac{A}{V} = -\frac{(\Delta p)_0 \cdot \Delta V}{2V}$ (longitudinālam vilnim). Šeit m ir ar ātrumu u_0 svārstošā tilpuma V masa, ρ — blīvums, $(\Delta p)_0$ — spiediena maksimālā novirze no vidējā spiediena un $A = -(\Delta p)_0 \cdot \Delta V / 2$ — skaņas viļņa darbs, mainot (palielinot vai samazinot) tilpumu V par ΔV , ja spiediena izmaiņa Δp atkarībā no tilpuma izmaiņas ΔV ir lineāra (spiediena vidējā maiņa tad ir $(\Delta p)_0 / 2$).

4. Skaņas viļņu **svārstības spiediens** Δp . Longitudinālo skaņas viļņu ātri mainīgie vides sablīvējumi un izretinājumi rada ātras vides spiediena maiņas Δp . Aprēķinot šo spiedienu, izmantosim skaņas viļņu ātruma izteiksmi (24-5) $v = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}} = \sqrt{-\frac{V \Delta p}{\Delta V \cdot \rho}}$, no kuriēnes

$$-\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{\rho v^2}.$$

Tad, pielīdzinot maksimālo kinētisko enerģiju maksimālai potenciālai enerģijai $\frac{\rho u_0^2}{2} = -\frac{(\Delta p)_0 \Delta V}{2V} = \frac{(\Delta p)_0}{2} \frac{(\Delta p)_0}{\rho v^2}$, dabūjam, ka spiediena maksimālā novirze, resp., *maksimālais svārstību spiediens*,

$$(\Delta p)_0 = \rho v u_0. \quad (24-12)$$

Skaitliski, piemēram, parastā sarunā $(\Delta p)_0 = 0,1$ Pa, bet ultra-skaņas laukā $(\Delta p)_0$ var būt 1000 atm un lielāks.

Ar skaņas svārstību spiedienu $(\Delta p)_0$ izsaka dažādas skaņas viļņu pretestības:

1) mehānisko pretestību $\frac{(\Delta p)_0 S}{u_0}$ (svārstības spēka amplitūdas $(\Delta p)_0 S$ un svārstības ātruma u_0 attiecība), 2) ipatnējo akustisko pretestību $(\Delta p)_0 / u_0$ (mehāniskā pretestība uz viļņu šķērsriezuma laukuma vienību) un 3) akustisko pretestību $\frac{(\Delta p)_0}{u_0 S}$ (svārstības spiediena un tilpuma ātruma $u_0 S$ attiecība). Šo pretestību mērvienības atbilstoši ir Pa · s · m, Pa · s/m un Pa · s/m³.

5. Absorbējoties kādā virsmā vai atstarojoties no tās, skaņas viļņu enerģijas plūsma I attīsta arī t. s. starojuma spiedienu p_s . Tā kā 1 sekundē uz sienas laukuma vienību krit enerģija $I = \omega v$, kuras kustības daudzums ir $I/v = \omega$ un spiediens [sk. izt. (7-33)] ir 1 sekundē virsmas laukuma vienībai atdotais kustības daudzums, tad, skaņas viļņiem pilnīgi absorbējoties, uz virsmu darbojas spiediens $p_s = \omega = \rho u_0^2 / 2$. Šo mazo vienā virzienā vērsto spiedienu p_s , ko mēra ar radiometriem pēc kādas apskaņotas virsmas pārbīdes, nedrīkst sajaukt ar parasti lielo un periodiski savu virzienu mainošo svārstības spiedienu $(\Delta p)_0$, ko mēra ar mikrofoniem (pēc viļņu izraisītām virsmas svārstībām, piemēram, kondensatormikrofonā).

6. Skaņas viļņu intensitāte I un plūsma Φ . Skaņas viļņu intensitāte ir laika vienībā caur laukuma vienību izplūstošais skaņas viļņu enerģijas daudzums. Šo definīciju 1874. gadā deva Maskavas universitātes profesors Umovs. Ja longitudināls vilnis 1 sekundē noiet ceļu v un 1 m³ tilpumā skaņas viļņa enerģija ir ω , tad caur 1 m² laukumu 1 sekundē iziet skaņas viļņu lauka v kubikmetros esošā enerģija. Tāpēc, ievērojot izteiksmes (24-11) un (24-12), longitudinālo skaņas viļņu intensitāte

$$I = \omega v = \frac{\rho u_0^2}{2} v = \frac{(\Delta p)_0 u_0}{2} = \frac{(\Delta p)_0^2}{2 \rho v} \quad (24-13)$$

Kā redzam, longitudinālo skaņas viļņu intensitāti galvenokārt nosaka viļņu svārstības ātrums $u_0 = \omega A$. Tāpēc, piemēram, lai skaņu plašu skaņas intensitāte pie zemām un augstām frekvencēm būtu vienāda, plašu rievu amplitūdām A_{pl} līdz 200 Hz ir jābūt konstantām, bet, ja $v > 200$ Hz, tad jāsamazinās apgriezti proporcionāli frekvencei.

Ar intensitāti I var izteikt arī skaņas viļņu plūsmu $\Phi = IS$ caur plūsmai perpendikulāru laukumu S (ja $I = \text{const}$). Pilnā plūsma, t. i., integrālis $\Phi_0 = \int IdS$, pa skaņas viļņu avotu aptverošu virsmu S ir vienāda ar šī avota skaņas jaudu, t. i., laika vienībā izstaroto enerģiju. Skaņas viļņu intensitāti mēra W/m² un plūsmu (skaņas jaudu) — vatos. Tā, piemēram, parastā sarunā skaņas jauda $\Phi_0 = 7 \cdot 10^{-6}$ W, ļoti spēcīgi kļiedzot $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ W, bet trompetei (ff) — $\Phi_0 = 3 \cdot 10^{-1}$ W, lieljaudas skaļrunim $\Phi_0 = 10^2$ W.

7. Skaņas viļņu relatīvā intensitāte L_a . Auss uztvertā skaņas skaļumu attiecība (24. nod. 4. §) ir tieši proporcionāla nevis intensitāšu attiecībai, bet intensitāšu attiecības logaritmam. Tāpēc arī *fizikāli* skaņas viļņu relatīvo intensitāti definē ar desmitkārtotu intensitāšu attiecības decimāllogaritmu:

$$L_a = 10 \lg \frac{I_2}{I_1} = 20 \lg \frac{(\Delta p)_{02}}{(\Delta p)_{01}} \quad (\text{decibeli}), \quad (24-14)$$

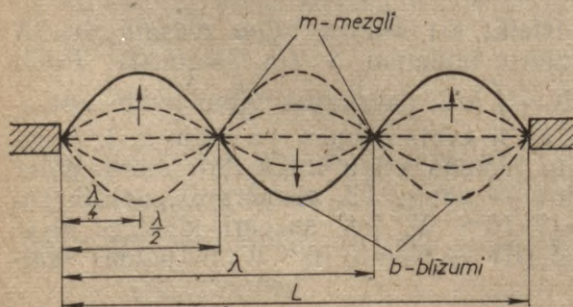
jo $I \sim (\Delta p)^2$. Decibels (dB) ir tāda skaņas viļņu intensitāšu attiecība I_2/I_1 , kuras logaritms ir $1/10$. Viens decibels ir 0,1 bels (B).

Noteiktas frekvences skaņas viļņa relatīvo intensitāti L_a bieži nosaka attiecībā pret vilni ar noteiktu ļoti mazu intensitāti I_0 jeb svārstības spiediena amplitūdu $(\Delta p)_{00}$. Parasti pieņem $I_0 = 10^{-6} \mu\text{W}/\text{m}^2$ vai $(\Delta p)_{00} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$. Šāda intensitāte un svārstības spiediens aptuveni piemīt 1000 Hz frekvences skaņai pie dzirdamības robežas (sk. 24. nod. 4. §). Šo relatīvo intensitāti $L_{a0} = 10 \lg (I/I_0)$ bieži sauc par skaņas viļņu intensitātes līmeni.

3. §. SKAŅAS VIĻŅU AVOTI

Skaņas viļņi rodas, 1) ja vidē norisinās periodiskas cietu ķermeņu kustības (piemēram, griežas mašīnu riteņi), 2) ja kāds elastīgi deformējams ciets, šķidrums vai gāzveida ķermenis svārstās longitudinālā vai transversālā stāvviļņu svārstībā (piemēram, stīga, stienis, gaiss stabulē) un 3) ja periodiski tiek mainīta (pārtraukta) kāda šķidruma vai gāzes plūsma (piemēram, sīrēnā). Bieži šīs svārstības ierosina kādu citu ķermeni (piemēram, vijoles korpusu), kas tad kļūst par īsto skaņas avotu. Iztirzājot dažu konkrētu skaņas avotu svārstības, aplūkosim vienā telpas virzienā vērstas stāvviļņu svārstības, kuras norisinās galīga izmēra ķermeņos.

1. Lokana saite. Izstieptas lokanas saites *transversālo* stāvviļņu viļņa garums (24-2. zīm.), ievērojot, ka saites galos stāvvilnim ir mezgli, pēc formulas (23-20) ir $\lambda_n = 2L/n$. Tā kā šo



24-2. zīm.

viļņu izplatīšanās ātrums $v = \sqrt{F/(\rho S)}$ [sk. izt. (24-4)], tad *stāvviļņu frekvence*

$$v_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho S}}, \quad (24-15)$$

kur $n=1, 2, 3, \dots$ ir vesels pozitīvs skaitlis, L — saites garums, F — spēks, kas stiepj saiti, S — saites šķērsgriezuma laukums un ρ — saites materiāla blīvums. Ja $n=1$, tad iegūstam saites *pamatsvārstības frekvenci*.

Saiti iesvārsta, tai iesitot (klavierēs), aizķerot (ģitārā) vai velkot (vijolē). No saites svārstības enerģija pāriet uz ķermeni, kas rezonē ar saiti, ierosinot tajā stāvviļņus, piemēram, vijolē no stīgām uz vijoles korpusu, turboģeneratorā no ass uz pamatni u. c. Šie *rezonatori* parasti ir īstie skaņas viļņu izstarotāji. Rezonators ar neregulāru formu (piemēram, vijoles korpus) visas saites svārstību frekvences pastiprina vienādi.

2. **Stienis.** a. *Vidū nostiprinātam* stienim nostiprinājuma vietā ir svārstību mezgls. *Longitudināli* svārstoša stieņa frekvenci, ievērojot longitudinālā viļņa ātruma v izteiksmi (24-1), izsaka formula

$$v_n = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (24-16)$$

kur $n=1, 3, 5, \dots$ un L — stieņa garums. Pilnīgi *brīvā* stienī varētu rasties arī frekvences ar $n=2, 4, 6, \dots$. Ja ir zināma stieņa longitudinālo svārstību frekvence v_n (laboratorijā to parasti nosaka, izmērot tā radīto gaisa stāvviļņu viļņa garumu pēc *Kunta papņemiena*), tad no izteiksmes (24-16) var aprēķināt stieņa materiāla elastības (Junga) moduli E .

b. *Vienā galā nostiprinātam* longitudināli svārstošam stienim brīvajā galā vienmēr ir blīvums, bet nekustīgi nostiprinātajā galā — mezgls. Šajā gadījumā longitudinālo svārstību frekvences

$$v_n = \frac{n}{4L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (24-17)$$

kur $n=1, 3, 5, \dots$. Tās ir divreiz mazākas nekā iepriekšējā gadījumā.

c. *Abos galos nekustīgi nostiprinātam* stienim (24-3. zīm.) der pilnīgi brīva stieņa longitudinālo svārstību frekvenču formula (24-16), tikai šajā gadījumā ir apmaināmas mezglu un blīvumu vietas. Transversālās stieņa svārstībās (piemēram, toņdakšai) tik vienkārša frekvences atkarība no stieņa izmēriem un vielas mehāniskajām īpašībām nepastāv.

3. **Stabulē** ar vaļēju (24-4. zīm. a) un slēgtu (24-4. zīm. b) galu gaisa svārstības ir līdzīgas brīva un vienā galā nekustīgi nostiprināta stieņa longitudinālām svārstībām.

Stabulei ar vaļēju galu (24-4. zīm. a) pie vaļējā gala un sprauslas S_1 (ja tur ir mēlīte, tad sprauslas S_2 nav) ir

blizums. Gaisa staba stāvviļņu frekvenci šajā gadījumā dod izteiksme

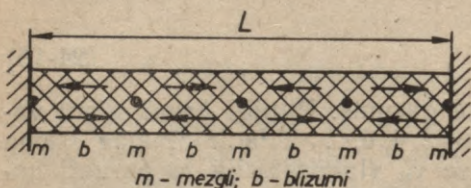
$$v_n = \frac{n}{2L} v, \quad (24-18)$$

kur $n=1, 2, 3, \dots, L$ — stabules garums un v — skaņas ātrums gaisā.

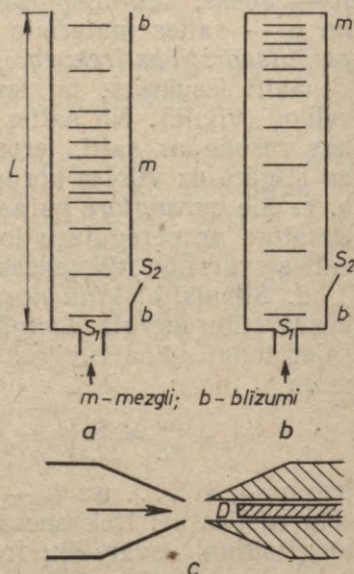
Stabulei ar slēgtu galu (24-4. zīm. b) gaisa stāvviļņu frekvence ir divreiz mazāka:

$$v_n = \frac{n}{4L} v, \quad (24-19)$$

kur $n=1, 3, 5, \dots$. Pie stabules slēgtā gala izveidojas svārstību mezgls, bet pie sprauslas S_1 (mēlītes), tāpat kā iepriekš, — blizums.



24-3. zīm.



24-4. zīm.

Stabuļu veida mūzikas instrumentos vibrējošā gaisa staba svārstību frekvenci izmaina, atverot un aizverot sānu caurumus vai arī pārvietojot tajā virzuli. Stabules gaisa staba svārstības ierosina periodiski pārtraukta gaisa strūkļa. Ierosināto svārstību intensitāti nosaka ierosmes frekvence. Vispār ievērojama svārstību ierosme rodas tikai tad, ja svārstošais ķermenis rezonē ar ķermeni vai periodisko gaisa (šķidruma) plūsmu, kas svārstības ierosina, t. i., ja periodiskā svārstību ierosmes spēka frekvence ir vienāda ar ķermeņa pašsvārstību frekvenci (sk. 4. nod. 6. §). Stabulē tāds stāvoklis iestājas tādā veidā, ka virpuļaino gaisa plūsmu pie sprauslas S_1 ar gaisa staba svārstības frekvenci periodiski maina pats svārstošais gaisa stabs.

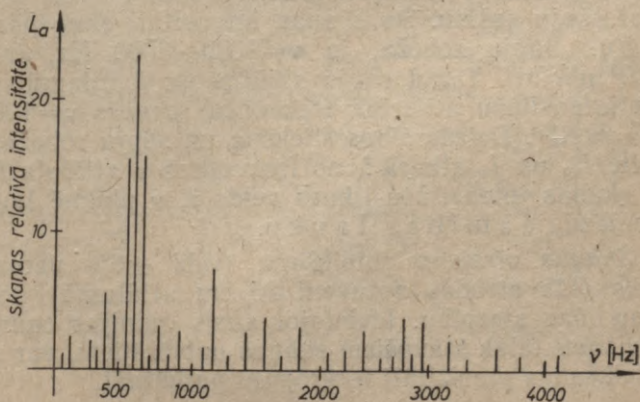
Vienkārša skaņas svārstību iegūšanas ierīce ir Galtona svilpe. Tā ir koniskas sprauslas un pretšķautnes stabule ar mikrometriski regulējamu gaisa stabiņa garumu L ; frekvence $v < 50$ kHz. Apmēram 10 reizes jaudīgāka ir Hartmana svilpe (24-4. zīm. c), kurai frekvence $v < 500$ kHz. Tajā regulējamā dobumā D ar virsskaņas ātrumu plūst periodiski oscilējoša gaisa strūkļa. Dobumu un strūkļu noskaņo rezonansē.

Gaisa sirēnās skaņu iegūst, gaisa strūklai plūstot caur diviem pretējos virzienos ļoti ātri rotējošiem caurumainiem diskiem. Līdzīgi darbojas *šķidrumu svilpes* un *sirēnas*. Skaņas var ierakstīt gramofona platē, mainīgi magnetizētā lentā vai filmā un tā tās *saglabāt*.

4. §. FIZIOLOĢISKĀ AKUSTIKA

Auss uztvertās skaņas (akustisko viļņu) fizikālajiem lielumiem atbilst noteikti fizioloģiskie lielumi: viļņa garumam vai frekvencai — skaņas *augstums*, viļņa amplitūdai — skaņas *skaļums* un viļņa svārstības formai — skaņas *tembrs*. Jauna cilvēka auss parasti uztver frekvences no 16 Hz līdz 20 000 Hz; $\nu > 20\,000$ Hz — *ultraskaņai*, bet $\nu < 16$ Hz — *infraskaņai* (viļņu, vēju un zemes svārstības, dzinēju izraisītās ēku svārstības u. c.). Gaisā šīm frekvencēm atbilst viļņa garumi $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340 \text{ m/s}}{20\,000 \text{ Hz}} = 1,7 \text{ cm}$ un $\lambda = \frac{340}{16} = 21 \text{ m}$. Vecākiem cilvēkiem pakāpeniski zūd augsto frekvenču dzirde. Harmonisku viļņu svārstību auss uztver kā *tīru toni*. Parasti tomēr skaņas viļņu avoti dod *saliktus toņus*, kuri visbiežāk ir *pamattoņi* ν_i un tā *harmoniskie virstoņi* $n_i \nu_i$. Ja salikta toņa frekvencēm nav noteikta kopsakara, skaņa ir *troksnis*. Līdzstrāvas motora trokšņa frekvenču spektrs attēlots 24-5. zīmējumā. *Īsa skaņa* rodas sitienā vai sprādzienā. Tā, piemēram, sitienā pa bungām rodas īsa skaņa ar noteiktu toņa augstumu, bet šāvienā īsa skaņa — troksnis.

1. **Muzikālā akustika.** Divi vai vairāki tīri toņi var radīt patīkamu kopskaņu — tad sakām, ka toņiem piemīt *konsonanse*, vai nepatīkamu kopskaņu — tad sakām, ka šiem toņiem piemīt *disonanse*. Konsonansei fizikāli raksturīgs tas, ka tīro toņu frekvenču attiecības jeb frekvenču *intervāls* ir vesels skaitlis vai no maziem veseliem skaitļiem veidots daļskaitlis. Tā, piemēram,



24-5. zīm.

intervāls 5/6 ir konsonants, bet 8/9 jau disonants. Frekvenču intervālu $v_2/v_1=2$ sauc par *oktāvu*, 3/2 par *kvintu*. Tā, piemēram, vijoles 4 stīgas, sākot ar *a* toni, ir noskaņotas kvintā. Oktāvu sadalot astoņos *toņos* (*c, d, e, f, g, a, h, c*) un vēl piecos *starptoņos*, dabū *oktāvas toņskalu*. Tāds sadalījums ir, piemēram, klavierēs, akordeonā u. c. Šī t. s. *harmoniskā* vai *diatoniskā oktāvas toņskala* dota tabulā:

	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i>
$\frac{v_2}{v_1}$	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
	Prima	Sekunda	Lielā terca	Kvarta	Kvinta	Lielā seksta	Lielā septima	Oktāva

Tomēr, paplašinot oktāvas diatonisko toņskalu par vairākām oktāvām, jāstopas ar grūtībām. Tā, piemēram, tonim a^1 un piektās oktāvas tonim a^5 vajadzētu būt ne vien ar četru oktāvu, bet arī ar septiņu kvintu intervālu, tomēr $2^4=16$, bet $\left(\frac{3}{2}\right)^7=17,1$, t. i., a^1 toņa septītā kvinta ar piekto oktāvu nav vairs konsonanta. Tāpēc pēc Baha visiem oktāvas trīspadsmit toņiem tiek dots *vienmērīgs intervāls* $v_2/v_1=\sqrt[12]{2}=1,0595$. Tā ir t. s. *vienmērīgi noskaņotā toņskala*.

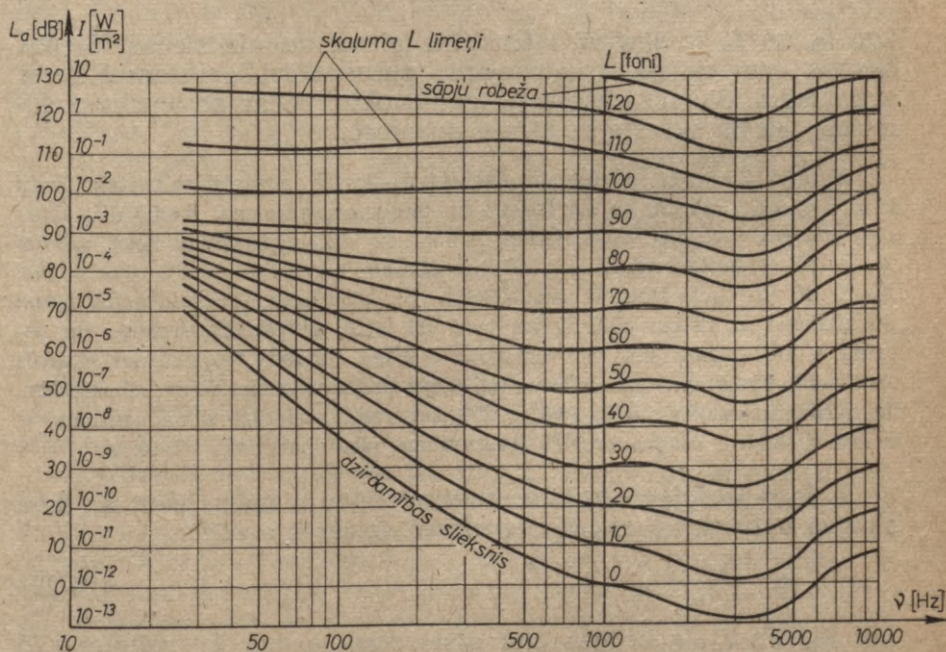
2. Dzirdamības lauks. Ar dzirdi vērtētais skaņas stiprums ir atkarīgs no frekvences. Lielākās jutības intervālā (no 1000 Hz līdz 5000 Hz) skaņu sāk dzirdēt pie $I_{dz} \approx I_0 = 10^{-6} \mu\text{W}/\text{m}^2$, bet, ja $\nu = 16$ Hz, $I_{dz} = 10^4 \mu\text{W}/\text{m}^2$. Mazāko skaņas intensitāti, ko auss spēj uztvert, sauc par *dzirdamības sliekšni*. Skaņas sajūtas izraisīšanai, ja $\nu = 2300$ Hz, pietiek, lai ausī ($S \approx 0,5 \text{ cm}^2$) ieiētu $5 \cdot 10^{-7} \text{ W}$ liela skaņas viļņu jauda (tad gaisa molekulu svārstību amplitūda A ir daudz mazāka par 10^{-8} cm — atomu caurmēru). Tāda pati jauda vajadzīga gaismas sajūtas izraisīšanai, ja $\lambda = 510 \text{ nm}$. Ļoti intensīvs gaisa vilnis cilvēka ausī rada tikai sāpju sajūtu. Šo skaņas intensitāti sauc par *sāpju robežu*. Sāpju robeža, ja $\nu = 1000 \div 3000$ Hz, ir aptuveni $I_s = 10^8 \mu\text{W}/\text{m}^2$. Tātad sāpju sajūtas un dzirdamības sliekšņa skaņas intensitāšu attiecība frekvenču robežās $\nu = 1000 \div 3000$ Hz ir $I_s/I_{dz} \approx 10^{14}$. Dzirdamības sliekšņa un sāpju robežas skaņas intensitāte I_{dz} un I_s atkarībā no frekvences ν attēlota 24-6. zīmējumā. Šo skaņas intensitāšu liknes veido I, ν plaknē laukumu, ko sauc par *dzirdamības lauku*.

Skaņas virziena noteikšana (līdz $\pm 3^\circ$) pamatojas uz abās ausīs (tās atrodas aptuveni 25 cm attālumā) nonākušo skaņas viļņu fāzu starpību. Ievietojot ausīs gumijas caurules, kuru gali pievienoti tālāk stāvošiem skaņas uztvērējiem, var skaņas virziena noteikšanas precizitāti ievērojami palielināt.

3. **Skaļums L .** Skaļums ir fizioloģiskais skaņas intensitātes mērs. Skaļuma maiņu ΔL cilvēka auss uztver pēc Vēbera — Fehnera likuma: *skaļuma maiņa ΔL ir tieši proporcionāla skaņas intensitātes maiņai ΔI un apgriezti proporcionāla sākotnējai intensitātei I , t. i., $\Delta L = 4,3 \frac{\Delta I}{I}$.* Koeficients 4,3 rāda, ka skaļuma L maiņas konstatēšanai (tad $\Delta L = 1$) nepieciešams palielināt skaņas intensitāti I par 20 ÷ 25%. Jāpiezīmē, ka svāra sajūta, piemēram, rokā «sverot», tikko nomanāmu svāra izmaiņu uzrāda tad, kad ķermeņa svārs mainās par 5%. Liekot Δ vietā d un iepriekšējo sakarību integrējot robežās no I_0 (dzirdamības sliekšnis pie frekvences $\nu = 1000$ Hz) līdz I un no $L = 0$ līdz L , dabūjam, ka *skaļumu vai t. s. skaļuma līmeni L nosaka šāda sakarība:*

$$L = 4,3 \ln \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ foni.} \quad (24-20)$$

Fons ir skaļuma mērvienība. *1 fonu liela skaļuma maiņa ir tāda i skaņai, kuras skaļums ir tikko manāmi lielāks nekā iepriekš; tāpēc skaļumu L daļās mērīt nav jēgas. Tā kā skaļuma līmenis L ir atkarīgs no skaņas frekvences ν , bet intensitātes līmenis L_a [sk. izt. (24-14)] no tās nav atkarīgs, tad skaļuma un intensitātes līmeņa skaitliskās vērtības vispār nesakrīt. Tikai pie $\nu = 1000$ Hz skaļums fonos skaitliski ir vienāds ar intensitātes līmeni decibelos.*



24-6. zīm.

Tas redzams arī 24-6. zīmējumā, kur līnijas $L_a = \text{const}$ ir horizontālas taisnes, bet $L = \text{const}$ ir empīriskas līknes.

No izteiksmes (24-20) secinām, ka vājām skaņām skaļumi ir ļabi atšķirami, stiprām — slikti. Dzirdamības sliekšnim $L=0$ čukstiem skaļums ir 10 foni, klusam radioatskaņojumam — 40 foni, parastai sarunai — 50 foni, 75 cilvēku simfoniskam orķestrim 5 m attālumā — 115 foni. Sāpju robežas skaļums ir $L=130 \div 140$ foņi, kas aptuveni atbilst skaņas intensitāšu attiecībai 10^{14} . (Cilvēks atšķir tātad tikai 140 skaņas intensitātes pakāpes!) Praktiski fonu skalu definē, pieņemot, ka dzirdamības sliekšņa intensitātei I_0 ir skaņas svārstību spiediena amplitūda $(\Delta p)_{00} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-5}$ Pa.

5. §. TELPU AKUSTIKA

Akustiski telpai ir jāapmierina trīs galvenās prasības: 1) tās sienām jābūt ar labu skaņas izolāciju pret trokšņiem no ārienes, 2) sienām ļabi jāabsorbē iekšējie trokšņi un 3) telpā jābūt labam izskaņas periodam, kas sevišķi svarīgi auditorijās, teātru zālēs un koncertzālēs.

1. Sienas trokšņu caurlaidību no ārēja trokšņa avota raksturo trokšņa vājināšanas skaitlis

$$A = 10 \lg \frac{I_p}{I_a} \text{ [dB]}, \quad (24-21)$$

kur I_p un I_a ir skaņas intensitāte pirms un aiz sienas. Sienas skaņas caurlaidība izskaidrojama galvenokārt ar sienas lieces svārstībām. Skaņas absorbcija galvenokārt rodas no berzes zudumiem, gaisam svārstoties sienas dobumos.

Piemēri. 2 mm biežai tērauda plāksnei $A=33$ dB, abpusēji apmestam 25 cm biežam ķieģeļu mūrī, kā arī 15—18 cm biežai betona sienai $A=50$ dB, abpusēji apmestai iekšējai koka sienai $A=30 \div 50$ dB, vienkāršām koka durvīm $A=20$ dB, dubultdurvīm $A=40$ dB, vienkāršam logam $A=15$ dB, dubltlogam $A=30$ dB utt. Ļoti labas ir dubultsienas. Tā, piemēram, divus ķieģeļus biežai dubultsienai ar 12 cm platu gaisu (vai vēl labāk ar pildītu) spraugu un porānu iekšējo apmetumu (lai uzlabotu trokšņu uztveri) vājināšanas skaitlis $A=70$ dB. Sienu spraugas un caurumi stipri palielina sienu skaņas caurlaidību. Ja, piemēram, skaņas frekvence ir 200 Hz, tad, izveidojot sienā caurumu ar 5 mm diametru, skaņas caurlaidība cauruma vietā palielinās 50 reizi.

2. Pret iekšējiem trokšņu avotiem telpu sienām jābūt ar labu skaņas uztveri, ko raksturo trokšņu uztveres skaitlis

$$\alpha = \frac{I_{kr} - I_a}{I_{kr}}, \quad (24-22)$$

kur I_{kr} un I_a ir krītošās un atstarotās skaņas intensitātes. Tā kā telpas sienām dažādās vietās trokšņu uztveres skaitļi α ir

dažādi, tad praktiski telpu raksturo *vidējais* trokšņu uztveres skaitlis $\bar{\alpha} = \frac{\sum_i \alpha_i S_i}{\sum_i S_i}$, kur α_i ir sienas laukuma S_i trokšņu uztveres

skaitlis. Skaitlis α ir stipri atkarīgs no frekvences. Tā vidēji gludam apmetumam, ja $\nu = 130$ Hz, $\alpha = 1/100$, bet, ja $\nu = 2050$ Hz, $\alpha = 1/5$. Mīkstam sniegam $\alpha = 1$, vaļējam logam $\alpha = 1$ (bet $A = 0$). Skaitli α stipri palielina sienu klājumi ar tepiķiem, papi un citiem līdzīgiem materiāliem. Skaitļa α palielināšanai dažreiz darba telpu griestus un sienas sedz ar caurumotām plāksnēm. Telpu labai trokšņu izolācijai ir ļoti liela nozīme ražošanas brāķa novēršanai un cilvēka darba spēju ilguma palielināšanai, tāpēc, piemēram, darbmašīnas nosedz ar metāla pārklājiem.

3. Sabiedriskām telpām, piemēram, auditorijām un koncertzālēm, jābūt ar *labu akustiku*. Laba akustika ir tādai telpai, kura neprasa no skaņas avota (runātāja, dziedātāja) pārāk lielu jaudu, bet skaņas pārklādamās arī nesajaucas. Galvenais faktors, kas nosaka šīs telpu akustiskās īpašības, ir skaņas **reverberācijas (izskaņas) laiks**

$$T_r = 0,16 \frac{V}{\sum_i \alpha_i S_i} \text{ [s]}, \quad (24-23)$$

kur V [m^3] ir telpas tilpums un S_i [m^2] — sienu laukumi. Praktiski, ja skaņas skaļums samazinās par 80 foniem jeb intensitāte 10^8 reizi, tad skaņa ir izzudusi. Iss reverberācijas laiks $T_r \approx 0,5$ s (lieli sienu trokšņu uztveres skaitļi α_i) samazina dzirdamību. Pie liela reverberācijas laika $T_r \approx 3$ s skaņas skaļums gan stipri palielinās, bet, skaņām mainoties, rodas nevēlama skaņu sajaukšanās. Projektējot telpu, sienu trokšņu uztveres skaitļi α_i jāizvēlas tā, lai telpai būtu vispiemērotākais reverberācijas laiks T_r , kas ir robežās no 0,5 s līdz 3 s. Vidēji mazām telpām labākais $T_r = 1$ s, lielākām $T_r = 2$ s.

6. §: ULTRASKAŅA

Par ultraskaņu sauc vidēs mehāniskās svārstības ar frekvencēm virs 20 000 Hz. Ultraskaņas viļņa garums λ gaisā ir mazāks par 1,5 cm un ūdenī mazāks par 7 cm.

1. **Ultraskaņas iegūšana.** Skaņu un ultraskaņu mūsdienu tehnikā parasti iegūst ar dažādiem mehāniskiem pārveidotājiem un magnetostrikcijas vai elektrostrikcijas ģeneratoriem. Mehāniskos pārveidotājos plūst spēcīga virpuļaina gaisa vai šķidrums plūsma, kas ierosina svārstīties īpašā dobumā esošo gaisu vai šķidrumu. Šīs svārstības tad ir skaņas viļņu izstarotāji. Šāda mehāniskā pārveidotāja vienkāršs piemērs ir jau 24-4. zīmējumā attēlotās stabules. Šeit gaisa plūsmas svārstības izraisa gaisa strūkļas

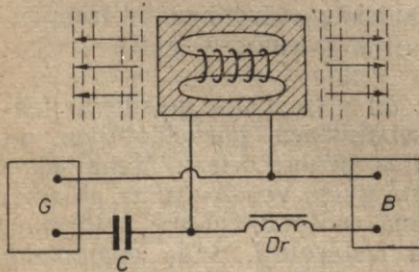
virpuļainā atraušānās no sprauslas. Šis gaisa strūkļas svārstības iesvārsta tāļāk stabulē ieslēgto gaisu. Ja dobumam ir vienkāršā forma, tad iegūtajai skaņai ir samērā noteikta frekvence. Samazinot dobuma tilpumu, palielinās skaņas frekvence, bet, palielinot plūsmas intensitāti, aug arī skaņas intensitāte.

Magnetostriktīvie ultraskaņas ģeneratori (līdz $\nu=100$ kHz) darbojas, pamatojoties uz feromagnētisko vielu (sk. 21. nod. 3. §) izmēru maiņām magnētiskajā laukā (magnetostrīkcija). Ja spole pieslēgta līdzstrāvas ģeneratoram *B* un rezonansē ar spoles serdi noskaņotam augstfrekvences maiņstrāvas ģeneratoram *G* (24-7. zīm.), tad spoles serde periodiski maina savu garumu un rada apkārtējā vidē skaņas viļņus. Kondensators *C* neļauj līdzstrāvai, bet drosele *Dr* neļauj maiņstrāvai plūst atbilstoši caur ģeneratoru *G* vai *B*. Magnetostrīktīvās spoļu serdes izgatavo no Ni vai speciāliem Ni+Al, Ni+Fe, Fe+Al, Fe+Co un citiem sakausējumiem un jaunākā laikā arī no ferītiem.

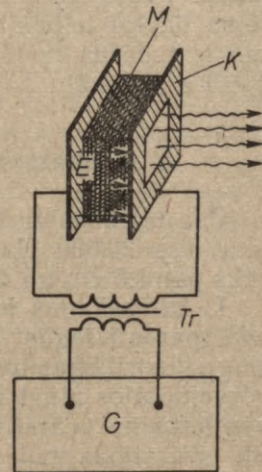
Elektrostrīktīvos ultraskaņas ģeneratorus lieto sevišķi augstu ultraskaņas frekvenču (no 100 kHz līdz 6000 kHz) iegūšanai. Tajos svārstību radīšanai izmanto kvarca vai bārija titanāta monokristāla plāksnītes *M* (24-8. zīm.) periodisko elektrostrīkciju, ja plāksnīte atrodas kondensatora *K* augstfrekventajā elektriskajā laukā *E* (14. nod. 12. §). So lauku rada caur transformatoru *Tr* kondensatoram pieslēgtais augstfrekvences ģenerators *G*. Starojuma jauda no kvarca kristāla ir vidēji $20 \div 30$ W/cm², bet impulsu režīmā pat daži simti vatu no kvadrātcēnīmetra.

Ultraskaņu parasti *uztver* ar pjezoelektriskiem devējiem (darbojas kā elektriskās strāvas ģeneratori), siltuma devējiem u. c.

2. Ultraskaņas iedarbība uz šķīdumu. Svarīgākais primārās iedarbības veids ir gāzes un vakuuma *pūslišu* rašanās ultraskaņas svārstības negatīvā spiediena fāzē. Vakuuma jeb kavitācijas pūsliši attīstās, ja ultraskaņas intensitāte *I* ir pietiekami liela, piemēram, ja $I > 0,2$ W/cm². Vieni pūsliši pēc tam apvienojas un iziet no šķīduma, bet citi, izraisīdami augstfrekvences skaņas



24-7. zīm.



24-8. zīm.

viļņu impulsus, sabrūk. Pūslīšos var rasties arī elektriskā izlāde. Ar pūslīšiem saistīto parādību dēļ, kā arī ultraskaņas spiediena spēku tiešā iedarbībā šķidrumos rodas specīgas mikroskopiskas un makroskopiskas plūsmas (piemēram, t. s. *akustiskās «vētras»*), kas pātrina dažādas fizikālas un ķīmiskas norises.

3. **Ultraskaņas pielietošana.** Ultraskaņu tehnikā un zinātnē pielieto ļoti plaši. Minēsim dažus piemērus. a. Ultraskaņa cietā vielā ievērojami *atstarojas* no tās iekšienē esošām dažādām *nehomogenitātēm*, piemēram, plaisām un citu vielu ieslēgumiem. Novērojot atstaroto ultraskaņu, var noteikt cietās vielas makroskopiskās *struktūras defektus*. Šādu iekšējo defektu atklāšanas metodi sauc par ultraskaņas defektoskopiju. b. Intensīva ultraskaņa kopā ar abrazīvām vielām (smalku cietas vielas pulveri) var radīt uz cietas vielas virsmas iedobumus. Tādā veidā uz ļoti cietu ķermeņu virsmām var iegūt dažādus noteiktas formas padziļinājumus, *urbt* cietā vielā likus caurumus utt. c. Ultraskaņa ļoti stipri *paātrina* celulozes sašķelšanos, cementa saistīšanas un ādu ģērēšanas procesu.

d. Ultraskaņa, *veicinot* krāsvielu gārdiņu un citu vielu vienmērīgu un sīku disperģēšanos, dod iespēju pagatavot labas krāsas, veidot labas sudraba bromīda, karbolīnija un silikātu emulsijas, iegūt labu šokolādes masu. e. Ultraskaņa, sakopojot aerosolu sīkās daļiņas, *attira* no gaisa dūmu, sēra, cementa un citas daļiņas, tīra tvaika katlu akmeņus, mazgā veļu, noārda virsmas oksīda kārtu, padarot iespējamu alumīnija priekšmetu salodēšanu, veicina labu ekstraktu iegūšanu alus rūpniecībā, novecina augļu un ogu vīnus, palīdz *impregnēt* koku, *ekstrahēt* parfimērijas un farmācijas rūpniecībā dažādas vielas, *iznīcināt* baktērijas un veikt vēl daudzus citus uzdevumus.

25. NODAĻA

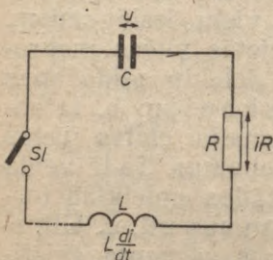
ELEKTROMAGNĒTISKĀS SVĀRSTĪBAS UN VIĻŅI

1. §. NERIMSTOŠĀS UN RĪMSTOŠĀS ELEKTROMAGNĒTISKĀS PAŠSVĀRSTĪBAS C, L, R KONTŪRĀ

Mehāniskās svārstības ir ķermeņu, piemēram, materiālu punktu, stīgu, plašu, gaisa stabu, periodiskas kustības. Elektromagnētiskās svārstības veidojas, lādētām daļiņām periodiski kustoties vakuumā un strāvas kontūros, piemēram, elektroniem kustoties atomā, molekulā, magnetronā vai mainīstrāvas tīklā. Tā kā ap kustošiem lādiņiem ir elektriskie un magnētiskie lauki, tad periodiskās lādiņu kustības vienmēr ir saistītas ar telpā un laikā periodiski mainīgiem elektriskajiem un magnētiskajiem laukiem.

Praksē vislielākā nozīme ir elektromagnētiskām svārstībām, kas norisinās no spolēm, kondensatoriem un omiskajām pretestībām veidotos strāvas kontūros.

1. Elektromagnētisko svārstību kontūru *prototips*, kurā izpaužas galvenās svārstību kontūra īpašības, sastāv no kondensatora C , spoles L un omiskās pretestības R (25-1. zīm.). Aplūkosim elektromagnētisko pašsvārstību procesu šajā kontūrā.



25-1. zīm.

Pieņemsim, ka tajā elektromagnētiskās svārstības sākas laika brīdī $t=0$, kad noslēdzam kontūra strāvas ķēdi un kad kondensators ir uzlādēts līdz spriegumam U_m . Kondensatoram sākot izlādēties, strāvas stiprums kontūra spolē strauji pieaug, tāpēc tajā inducējas EDS, kas kompensē kondensatora spriegumu u un omiskās pretestības spriegumu u_R . Strāvas stipruma maiņai pakāpeniski samazinoties, samazinās arī spolē inducētais EDS, tāpēc, kondensatora spriegumam samazinoties, strāvas stiprums ķēdē palielinās.

Kondensatora pilnīgas izlādes brīdī ķēdes strāvas stiprums un spoles magnētiskais lauks sasniedz maksimālo vērtību. Šajā brīdī beidzas svārstības perioda pirmā ceturtdaļa.

Perioda otrajā ceturtdaļā strāvas stiprums samazinās, izzūd spoles magnētiskais lauks un indukcijas strāva uzlādē kondensatora plates pretēji salīdzinājumā ar perioda pirmo ceturtdaļu. Pēc tam svārstības perioda trešajā ceturtdaļā atkal notiek kondensatora izlāde, protams, ar mazāku strāvas stiprumu (jo daļa no elektriskās strāvas enerģijas omiskajā pretestībā pārvēršas Džoula siltumā), un pretēja virziena magnētiskā lauka izveidošanās spolē. Kā redzam, C , L , R kontūrā norisinās periodiskas, rimstošas elektromagnētiskās svārstības, kurās kondensatora elektriskā lauka enerģijas lielākā daļa periodiski pāriet spoles magnētiskā lauka enerģijā, un otrādi, bet mazākā daļa pārvēršas siltuma enerģijā. Elektromagnētiskās svārstības šādā kontūrā ir analogas mehāniskā svārsta svārstībām (25-2. zīm.).

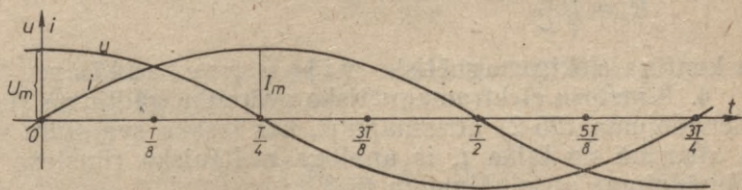
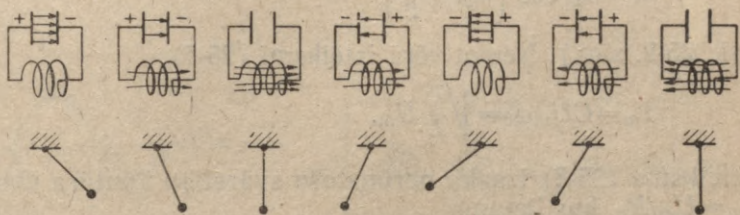
2. *Kvantitatīvi* aprēķinot svārstības procesu C , L , R kontūrā, pieņemsim, ka kādā laika brīdī t , kad kondensatora spriegums ir u un strāvas stiprums ķēdē i , kondensatora spriegumu u (kā generatora spriegumu) līdzsvaro spriegumi uz omisko pretestību ($u_R=iR$) un induktivitāti ($u_L=Ldi/dt$). Tad pēc Oma likuma pilnai ķēdei $u=u_R+u_L$. Ievietojot u_L un u_R vietā to izteiksmes, iegūstam, ka

$$u - iR - L \frac{di}{dt} = 0. \quad (25-1)$$

Ja q ir kondensatora lādiņš laika brīdī t , tad, ievērojot, ka $i =$

$= -dq/dt = -Cdu/dt$, $di/dt = -Cd^2u/dt^2$, un dalot izteiksmi (25-1) ar LC , dabūjam, ka

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0. \quad (25-2)$$



25-2. zīm.

Tas ir rimstošo **elektromagnētisko svārstību diferenciālvienādojums**, kas analogs rimstošo mehānisko svārstību vienādojumam (4-32). Abu vienādojumu atšķirība ir tikai tā, ka izvirze x ir apmainīta ar spriegumu u , β/m — ar R/L un lieluma $k/m = \omega_0^2 = (2\pi\nu_0)^2$ vietā ir $1/LC$.

3. Vispirms atrisināsim **nerimstošo elektromagnētisko svārstību vienādojumu**, t. i., vienādojumu (25-2) gadījumā, kad $R=0$. Salīdzinot elektromagnētisko svārstību sprieguma u vienādojumu

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC} u = 0 \quad (25-3)$$

ar analogo nerimstošo harmonisko mehānisko svārstību izvirzes x vienādojumu (4-17), redzam, ka tā periodiskais atrisinājums, pieņemot sākuma fāzi $\varphi_0=0$, jāraksta formā (sk. 25-2. zīm.)

$$u = U_m \cos \omega_0 t, \quad (25-4)$$

kur analogi mehānisko svārstību izteiksmei (4-18) elektromagnētisko nerimstošo svārstību **leņķiskā frekvence**

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (25-5)$$

No šejienes dabūjam nerimstošo elektromagnētisko svārstību **perioda** formulu jeb **Tomsona formulu**:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (25-6)$$

Momentānais strāvas stiprums svārstību kontūrā atkarībā no laika, ievērojot izteiksmi (25-4), ir

$$\begin{aligned} i &= -C \frac{du}{dt} = CU_m \omega_0 \sin \omega_0 t = I_m \sin \omega_0 t = \\ &= -I_m \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \quad (25-7)$$

(sk. 25-2. zīm.). Ņemot vērā izteiksmi (25-5),

$$I_m = CU_m \omega_0 = \sqrt{\frac{C}{L}} U_m. \quad (25-8)$$

Izteiksme (25-8) izsaka nerimstošo svārstību kontūra Oma likumu $I_m = U_m/R_v$, kur lielums

$$R_v = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (25-9)$$

ir kontūra elektromagnētisko viļņu pretestība.

4. Rimstošu elektromagnētisko svārstību gadījumā (kad $R \neq 0$) vienādojuma (25-2) atrisinājums, kas izsaka svārstību spriegumu u atkarībā no laika t , ir analogs mehānisko rimstošo svārstību vienādojuma atrisinājumam (4-33):

$$u = U_m e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t. \quad (25-10)$$

Seit pieņemts, ka sākuma fāze $\varphi_0 = 0$, t. i., ka brīdī $t = 0$ $u = U_m$. Lielums $R/(2L)$ ir svārstību rimšanas konstante. Rimstošo svārstību sprieguma funkcija $u(t)$, t. i., izteiksme (25-10), grafiski attēlota 25-3. zīmējumā.

Analogi mehānisko rimstošo svārstību leņķiskās frekvences izteiksmei (4-36) rimstošo elektromagnētisko svārstību leņķiskā frekvence

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (25-11)$$

No šejienes rimstošo elektromagnētisko svārstību periods

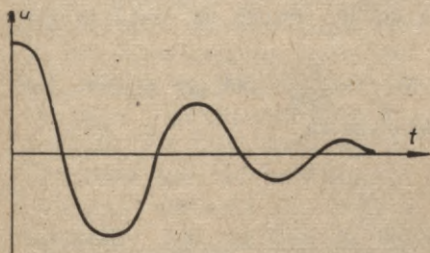
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{4L^2C}{4L - R^2C}}. \quad (25-12)$$

Tāpat kā mehāniskās, arī elektromagnētiskās svārstības norisinās tikai tad, ja periods ir reāls, t. i., ja $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ vai $R^2 < 4L/C$. Ja $R^2 > 4L/C$, t. i., omiskā pretestība ir relatīvi liela, tad kontūra kondensators izlādējas bez svārstībām.

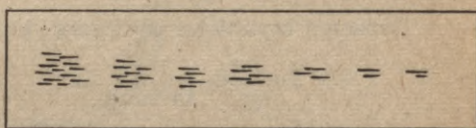
Pieņemot, ka $T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, rimstošo elektromagnētisko svārstību logaritmiskā dekrementa izteiksme analogi rimstošo mehānisko svārstību logaritmiskā dekrementa izteiksmei (4-38) ir

$$\Lambda = \frac{R}{2L} T \approx \frac{R}{2L} \cdot 2\pi\sqrt{LC} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} = \pi \frac{R}{R_v}. \quad (25-13)$$

Rimstošo elektromagnētisko svārstību kontūru vēl raksturo tā labums Q , t. i., ar 2π reizinātā svārstības enerģijas attiecība pret enerģijas zudumu vienā periodā. Svārstības enerģija pēc izteiksmes (20-22) ir $LI_m^2/2$ un minētais zudums omiskajā pretestībā vienāds ar I^2RT_0 . Tāpēc, ievērojot izteiksmi (25-13) un to,



25-3. zīm.



25-4. zīm.

ka $I = I_m/\sqrt{2}$, gadījumā, ja svārstības stipri neatšķiras no harmoniskām svārstībām, kontūra labums

$$Q = 2\pi \frac{LI_m^2}{RI^2T_0} = 2\pi \frac{L}{RT_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R_v}{R} = \frac{\pi}{\Lambda}. \quad (25-14)$$

Svārstību kontūra labums ir jo lielāks, jo mazāks ir svārstības enerģijas zudums kontūra omiskajā pretestībā R .

Rimstošas svārstības *strāvas stiprumu* kontūrā atrodam, diferencējot izteiksmi (25-10):

$$i = -C \frac{du}{dt} = CU_m e^{-\frac{R}{2L}t} \left(\frac{R}{2L} \cos \omega t + \omega \sin \omega t \right). \quad (25-15)$$

Šī izteiksme rāda, ka strāvas stiprums i sastāv no divām fāzē par $\pi/2$ nobīdītām komponentēm. Ja $R=0$, tad izteiksmes (25-15) iekavu pirmais loceklis ir nulle un strāva fāzē ir nokavējusies attiecībā pret spriegumu par $\pi/2$ [tad $\sin \omega t = -\cos(\omega t - \pi/2)$]. Izteiksmē (25-15) kosinusa un sinusa summu pārveidojot par kosinusu no leņķu starpības, dabūjam kontūra strāvas stiprumu šādā formā:

$$i = CU_m e^{-\frac{R}{2L}t} \sqrt{\frac{1}{LC}} \cos(\omega t - \varphi) = I_m e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t - \varphi), \quad (25-16)$$

kur $I_m = U_m \sqrt{C/L}$ un $\varphi = \arctg(2L\omega/R)$ ir fāzu nobīde starp spriegumu u un strāvas stiprumu i .

Rimstošas elektromagnētiskās svārstības procesa norisi noskaidroja dāņu fiziķis Pedersens 1860. gadā, fotografējot kondensatora dzirkstelzīlādi ātri rotējošā astoņskaldņu spogulī. Šajā eksperimentā iegūtajā fotogrāfijā (25-4. zīm.) bija redzams, ka kondensatora dzirkstelzīlāde noris svārstību veidā, t. i., tā nav vienreizēja gaisa caursite, bet sastāv no daudzām strauji

sekojošām caursītēm, kas atkārtojas pat 20 reižu. Pedersena eksperiments bija pirmais elektromagnētisko pašsvārstību eksistences pierādījums.

Piemērs. Svārstību kontūra kondensatoram ar gaisa dielektriķi ($\epsilon=1$) plašu attālums $d=3,14 \cdot 10^{-3}$ m. Kontūra spoles induktivitāte $L=10^{-6}$ H. Noteikt kondensatora plates laukumu S , ja kontūrs rezonē uz $\lambda=10$ m garu vilni.

Tā kā $T_0=\lambda/c$ un no izteiksmes (25-6) $C=\frac{T_0^2}{4\pi^2L}$, tad pēc plakana kondensatora kapacitātes izteiksmes (14-63) dabūjam, ka

$$S = \frac{Cd}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\lambda^2 d}{4\pi^2 L c^2 \epsilon\epsilon_0} = \frac{10^2 \text{ m}^2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 \cdot 1 \cdot (4 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^9)^{-1} \text{ F/m}} = 0,01 \text{ m}^2.$$

2. §. UZSPIESTĀS ELEKTROMAGNĒTISKĀS SVĀRSTĪBAS

Ja uz elektromagnētisko svārstību kontūru darbojas kāds ārējs elektrisks maiņspriegums, piemēram, ja kontūrā ārēja periodiska elektriskā vai magnētiskā lauka vai citas periodiskas iedarbības dēļ inducējas periodisks elektrodzinēj spēks vai kontūrs ir tieši ieslēgts maiņstrāvas avota ķēdē, tad svārstību kontūrā rodas uzspiestās elektromagnētiskās svārstības. Tāpat kā mehānisko uzspiesto svārstību gadījumā (sk. 4. nod. 5. §) svārstību kontūra uzspiesto svārstību frekvence ir vienāda ar ārējā maiņsprieguma svārstību frekvenci Ω . Periodisko ārējo iedarbību uz kontūru var raksturot ar elektrodzinēj spēku $e = \mathcal{E}_m \cos \Omega t$. Kontūra *svārstības diferenciālvienādojums* tad ir šāds:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = \frac{\mathcal{E}_m}{LC} \cos \Omega t. \quad (25-17)$$

Tāpat kā uzspiesto mehānisko svārstību gadījumā šī vienādojuma *atrisinājums* ir

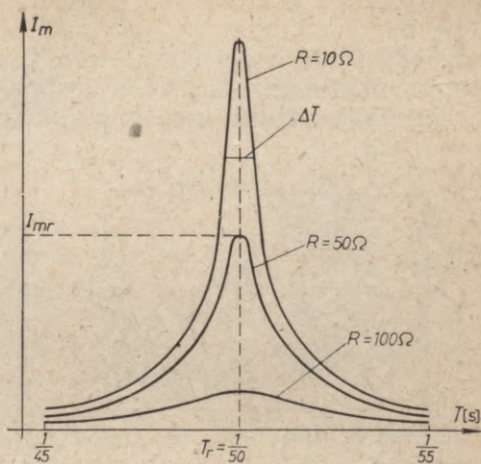
$$u = U_m \cos(\Omega t + \varphi), \quad (25-18)$$

kur φ ir fāzu nobīde starp *EDS* e un spriegumu u . *Strāvas stiprums* $i = -C \frac{du}{dt} = I_m \sin(\Omega t + \varphi)$.

Sprieguma amplitūdas U_m atkarība no Ω ir līdzīga mehānisko svārstību amplitūdas A atkarībai no Ω [sk. izt. (4-41)]; tad rezonanses frekvence $\Omega_r < \omega_0$, bet strāvas stipruma amplitūdas I_m atkarība no Ω ir līdzīga mehānisko svārstību maksimālā ātruma v_m atkarībai no Ω (tad $\Omega_r = \omega_0$):

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}. \quad (25-19)$$

Ja $\Omega L = \frac{1}{\Omega C}$, t. i., ja $\Omega = \Omega_r = \omega_0$ (pašsvārstību frekvence), tad iestājas t. s. elektriskās rezonances stāvoklis ar ļoti lielu maksimālo strāvas stiprumu I_m . Kontūra strāvas stipruma amplitūda I_m atkarībā no periodiskā elektrodzinējspēka perioda $T = 2\pi/\Omega$ saskaņā ar izteiksmi (25-19) kontūra rezonances perioda $T_r = 1/50$ s apkārtņē pie dažādām, bet nelielām kontūra omiskās pretestības R vērtībām attēlota 25-5. zīmējumā. Ja kontūra labums Q ir liels (rimšana vāja, t. i., pretestība R maza), tad no svārstības rimšanas atkarīgais rezonanses liknes platumš ΔT pie $I_m = I_{mr}/\sqrt{2}$ ir $\Delta T \approx T_r/Q = 2\pi RC$.



25-5. zīm.

3. §. ELEKTROMAGNĒTISKO SVĀRSTĪBU ĢENERATORI

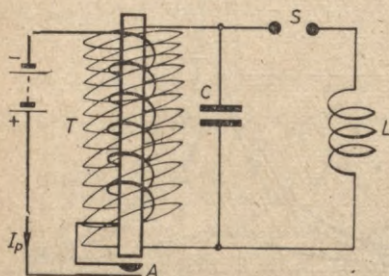
Elektrotehnikā elektromagnētiskās svārstības iegūst galvenokārt ar elektronu lampu un tranzistoru kontūriem. Dažādiem speciāliem mērķiem, laboratorijās un lekciju demonstrējumos vēl dažreiz lieto arī vecāka tipa elektromagnētisko svārstību ģeneratorus, piemēram, induktoru un Herca vibratoru, Teslas transformatoru.

1. Elektromagnētisko svārstību iegūšana ar **induktoru un Herca vibratoru**. Induktors (25-6. zīm.) pēc būtības ir transformators T ar nenoslēgtu dzelzs serdi, uz kuras atrodas spole ar diviem tinumiem. Primārais tinums ir no resnas stieples ar mazu vijumu skaitu, bet sekundārais tinums no tievas stieples ar ļoti lielu vijumu skaitu. Primārajā ķēdē parasti ieslēgts elektromagnētisks pārtraucējs A , kas pārtrauc strāvu tinumā daudzas reizes sekundē. Strāvas izslēgšanas brīžos starp sekundārā tinuma galiem inducējas augsts spriegums, kas izraisa izlādēšanos sekundārā tinuma dzirkstestarpā S .

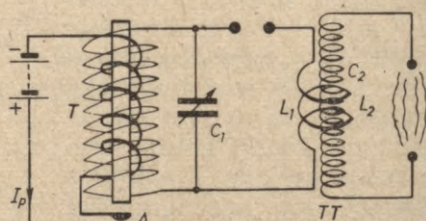
Lai iegūtu augstas frekvences elektromagnētiskās svārstības, Hercs sekundārā tinuma dzirkstestarpai pieslēdz svārstību kontūru ar mazām L un C vērtībām (25-6. zīm.). Strāvas izslēgšanas (dzirksteles lēciena) brīdī kontūrā ierosinās stipri rimstošas augstfrekvences svārstības (to frekvenci nosaka L un C vērtības). Vairākkārtēja kondensatora uzlādēšanās un izlādēšanās, t. i., periodiska vienas dzirksteles izlāde, ir iespējama tāpēc, ka pēc pirmās izlādes zināmu laiku dzirkstestarpa ir labi vadoša.

Ņemot ļoti mazu kontūra kapacitāti C , t. i., iztiekot pat bez speciāla kondensatora, un spoli ar ļoti mazu induktivitāti, piemēram, spoli ar 1 vijumu, dabū t. s. *Herca vibratoru*, ar kuru var iegūt elektromagnētiskās svārstības ar frekvenci $\nu = 10^8$ Hz.

2. **Teslas transformators.** Aplūkotajā induktora shēmā spoli L



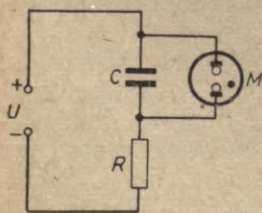
25-6. zīm.



25-7. zīm.

aizvietosim ar Teslas transformatoru TT , kam primārajā tinumā ir tikai daži, bet sekundārajā — ļoti daudz vijumu (25-7. zīm.). Tad C_1, L_1 kontūra spriegums Teslas transformatora sekundārajā tinumā L_2, C_2 pieaug līdz vairākiem simtiem tūkstošu volti. Ja abu kontūru kapacitātes un induktivitātes vēl izpilda arī rezonanses nosacījumu $L_1 C_1 = L_2 C_2$, tad starp Teslas transformatora sekundārā tinuma galiem rodas labi novērojama augstsprieguma elektriskā *kūļveida izlāde*. Teslas transformatora sekundārā tinuma augšējā galā elektriskais lauks ir tik intensīvs, ka, novietojot tur cauruli ar retinātu neona gāzi, tajā rodas gāzu izlāde. Turot vienā rokā mirdzlamapas vienu kontaktu un ar otru roku pieskaroties Teslas transformatora sekundārā tinuma augšējam galam, lampa, kuras otra kontakts ir iezemēts, iedegas. Šādas augstsprieguma un augstfrekvences strāvas cilvēkam nav bīstamas, jo to straujās elektriskā lauka virziena maiņas nespēj izmainīt dzīvās šūnas jonu koncentrāciju.

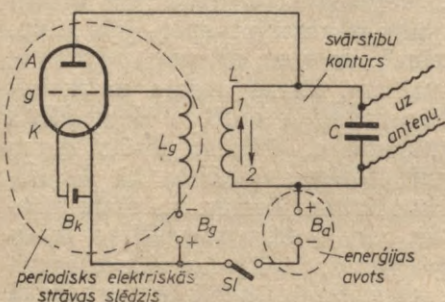
3. **Mirdzlamapas kontūrs** (25-8. zīm.). Paralēli kondensatoram C pieslēgta mirdzlamapa M pie noteikta sprieguma U_{ie} iedegas un izlādē kondensatoru. Kondensatoram izlādējoties, strāvas stiprums caur mirdzlamapu pieaug, spriegums uz tās krītas un mirdzlamapa pie sprieguma, kas mazāks par iedegšanās spriegumu, nodziest. Pēc tam kondensators uzlādējas no jauna un atkārtoti no jauna seko tā izlādēšanās. Tādējādi kondensatora, mirdzlamapas un līdzsprieguma U avota ķēdē rodas periodiski mainīga pulsējoša strāva, t. i., elektromagnētiskas svārstības, kuras sauc par relaksācijas svārstībām. Krītošās voltampēru raksturlienes dēļ (spriegumam samazinoties, strā-



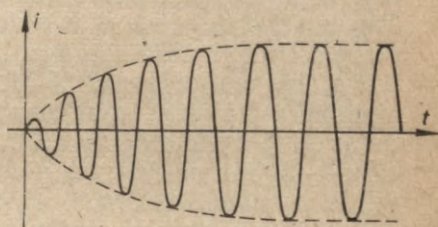
25-8. zīm.

vas stiprums pieaug) līdzīgi darbojas arī elektriskā loka stūrēts elektromagnētisko svārstību kontūrs.

4. Elektromagnētisko svārstību iegūšana ar kontūru, kuru stūrē elektronu lampa. Iepriekš aplūkotajās elektromagnētisko svārstību iegūšanas ierīcēs to svārstību kontūros rodas impulsveida



25-9. zīm.



25-10. zīm.

rimstošas elektromagnētiskās svārstības. Tajos bez kontūra pašfrekvences ierosinās arī strāva ar primārā kontūra pārtraukšanas frekvenci; šo kontūru augstfrekvences svārstības arī nevar modulēt. Tas ierobežo šo svārstību praktisku izmantošanu.

Elektronu lampas ģenerators, kuru 1913. gadā izgudroja vācu zinātnieks Meisners, rada nerimstošas elektromagnētiskās svārstības. Nerimstošu elektromagnētisko svārstību ģenerēšanas principiālā shēma ar elektronu lampu attēlota 25-9. zīmējumā. Bez triodes tā vēl satur anodbateriju B_a , kas baro svārstību kontūru, kvēles un tīkliņa negatīvā priekšsprieguma baterijas B_k un B_g , kontūra kondensatoru C un spoli L un ar to induktīvi saistītu tīkliņspoli L_g , kas, periodiski uzlādējot triodes tīkliņu g ar pietiekami lielu negatīvu potenciālu, pārtrauc anodbaterijas B_a strāvu. Šajā slēgumā triodei periodisko anodstrāvas izslēgšanas spēju rada induktīva saite starp kontūra spoli L un tīkliņa spoli L_g .

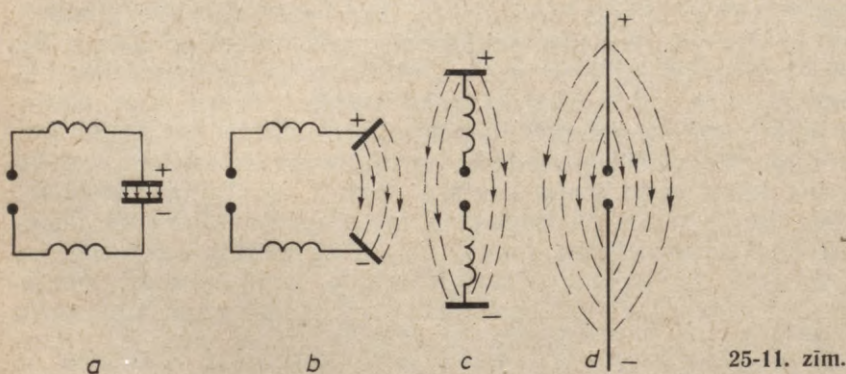
Šāda anodstrāvas pārtraukšana ir vajadzīga tāpēc, ka anodstrāvu dod līdzsprieguma avots, un, ja tā plūstu caur kontūra spoli L nepārtraukti, tā vienā pusperiodā spoles enerģiju palielinātu, bet otrā pusperiodā par tādu pašu daudzumu samazinātu un kontūrā svārstībai nekādu enerģiju piegādāt nevarētu. Turpretim, ja tā plūst tikai tad, kad kontūra svārstības strāva vērsta virzienā 1 (sk. 25-9. zīm.), t. i., tāpat kā baterijas strāva, un nēplūst tad, ja kontūra strāva iet virzienā 2, t. i., pretēji baterijas strāvai, tad tā, plūstot caur kontūra spoli L , magnētisko lauku palielina, kas, pēc tam izzūdot un atdodot savu enerģiju kondensatoram, to uzlādē ar lielāku spriegumu. Šāda kontūra sprieguma un tātad arī strāvas stipruma i pieaugšana turpinās tik ilgi, kamēr svārstībā zaudētā enerģija (Džoula siltums, izstarojums) kļūst vienāda ar baterijas pievadīto enerģiju (25-10. zīm.).

4. §. SLĒGTS UN VAĻĒJS KONTŪRS. ANTENAS

Iepriekšējā paragrāfā aplūkotajā elektromagnētisko svārstību L, C kontūrā, kādu lietoja Hercs savos pirmajos eksperimentos ar elektromagnētiskajiem viļņiem (sk. 25-6. zīm.), elektriskais lauks ir koncentrēts kondensatora plašu starptelpā, tāpēc šādu kontūru sauc par *slēgtu* kontūru. Slēgtam L, C kontūram attālinot kondensatora plates un pēc tam iztaisnojot spoli jeb cilpu, izveidojas *vaļējs* kontūrs (25-11. zīm.), ko sauc arī par *dipolu*. Tas sastāv no diviem taisniem vadiem, kurus atdala dzirkstestarpa. Pretēji nekā slēgtam kontūram vaļēja kontūra elektriskais lauks, kā tas redzams 25-11. zīmējumā d , aizņem plašu telpas apgabalu. Vaļējam kontūram piemīt līdzīga īpašības kā šīs nodaļas 1. § aplūkotajam L, C, R kontūram. Tomēr, ja šādu kontūru — dipolu pa antenas pievadiem baro elektromagnētisks skrejvilnis ar augstfrekvences maiņspriegumu, tad tas elektromagnētiskos viļņus izstaro daudz labāk (arī daudz labāk uztver) nekā slēgts kontūrs. Tātad tas noder par *antenu*. Pie tam, ja šī maiņsprieguma frekvence ir vienāda ar kontūra — antenas pamatfrekvenci ν_0 vai ar tās augstākām harmoniskajām frekvencēm $2\nu_0, 3\nu_0, \dots$, tad kontūrā ierosinās spēcīgas elektromagnētiskās svārstības. Strāvas stiprums i un spriegums u dipola antenā šajos gadījumos izveido *stāvviļņus* ar *blīzumiem* un *mezgliem*.

Dipola antenu vidū savienojot, iegūst t. s. *pusdipola* antenu. Tai dipola apakšējās puses funkciju parasti izpilda zeme.

Ja dipola antenā svārstības notiek ar pamatfrekvenci ν_0 , tad antena izstaro elektromagnētiskos viļņus ar viļņa garumu $\lambda = 2l$



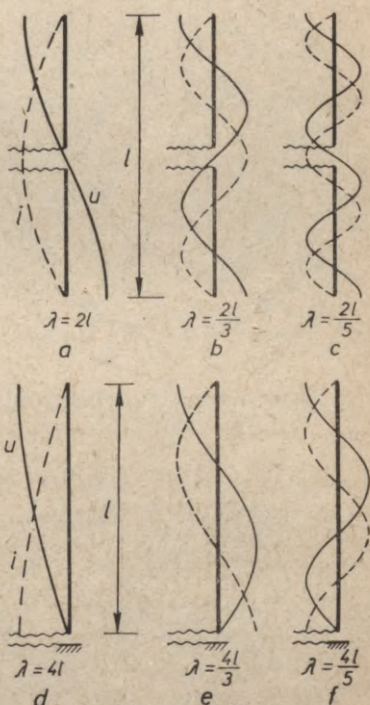
(25-12. zīm. a), kur l ir antenas garums. Tāda paša garuma pusedipola antenas (tās parasti nostāda vertikāli) pamatfrekvence ir divreiz mazāka, t. i., $\nu_0/2$, un viļņa garums $\lambda = 4l$ (25-12. zīm. d).

Antenu var barot pa *omisku saiti*, t. i., pievadot antenai augstfrekvences maiņstrāvu tieši, un pa *sprieguma saiti*, t. i., dipola vai pusedipola antenā ieslēgtajai nelielajai spolei augstfrekvences maiņspriegumu pievadot induktīvi,

ar kādu citu spoli. Pirmajā gadījumā saka, ka antenu baro ar strāvu. Tad antenu baro strāvas blīvuma vietā (25-12. zīm. a—f). Otrajā gadījumā saka, ka antenu bāro ar spriegumu, pie tam to dara sprieguma blīvuma vietā. Dipola antenu parasti baro antenas vidū vai par $\lambda/4$ pret vidu nobīdītā vietā, bet pusdipola antenu — tās vienā galā. Vertikālo galā. Barojot dipola antenu vidū ar strāvu, tajā var ierosināt svārstības, kas izstaro viļņa garumus $\lambda=2l$ (visstiprāk), $2l/3$, $2l/5$ utt. (25-12. zīm. a—c). Ja dipola antenā jāierosina pāru virsfrekvences ar $\lambda=\frac{2l}{4}$, $\frac{2l}{6}$, ..., tad, barojot antenu vidū, jāizmanto barošana ar spriegumu, bet, barojot ar strāvu, barošanas vieta jāpārvieto no centra par $\lambda/4$.

Antenu strāvas frekvences var mainīt, ne vien ierosinot tajās augstākās harmoniskās svārstības, bet arī antenu «pagarinot» vai «saīsinoš». Antenu «saīsina», slēdzot ar to virknē kondensatoru, bet «pagarina», slēdzot virknē spoli, jo virknes slēgumā kopējā kapacitāte samazinās, bet kopējā induktivitāte — palielinās.

Antenas novieto *horizontāli* (tad tās izstaro horizontālā plaknē, galvenokārt antenai perpendikulāros virzienos) vai *vertikāli* (tad tās staro visos horizontālajos virzienos). Lai koncentrētu starojumu, lieto *rāmja antenas*, vairāku *dipolu antenu kombinācijas* vai jaunākā laikā veselus *dipolantenu režģus* ar reflektoriem, kuri spēj raidīt milzīgas intensitātes starojumu ļoti šaurā telpas leņķī. Tās ir t. s. *prožektorantenas*.



25-12. zīm.

5. §. OSCILĒJOŠA ELEKTRISKĀ DIPOLA STAROJUMS

1. Visi līdz šim aplūkoti elektriskie un magnētiskie lauki bija saistīti ar elektriskajiem lādiņiem un strāvām. No elektriskajiem lādiņiem un elektriskajām strāvām atbrīvotus elektriskos un magnētiskos laukus, t. i., elektromagnētiskos viļņus, 1862. gadā teorētiski paredzēja Maksvels. Pēc Maksvela teorijas, šādi elektromagnētiskie lauki pārvietojas vakuumā ar gaismas ātrumu $c=3 \cdot 10^8$ m/s. Šos Maksvela apgalvojumus 1888. gadā eksperimentāli pierādīja Herts. Elektromagnētiskos viļņus 1895. gadā radiosakariem pirmais izlietoja krievu zinātnieks Popovs.

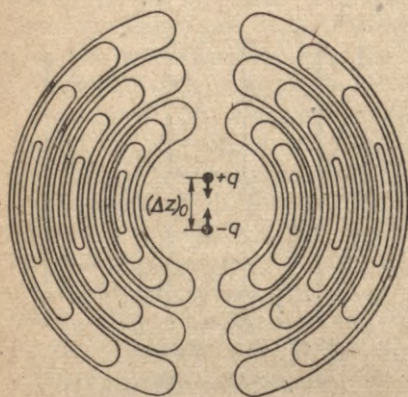
Seit tuvāk aplūkosim tikai harmoniski svārstoša elektriskā dipola izstarotos elektromagnētiskos viļņus viendabīgā vidē. Šādas svārstības veido 1) iepriekšējā paragrāfā aplūkotā ar sinusoidālu strāvu barotā dipola antena, 2) *divi* ar amplitūdu $(\Delta z)_0/2$

(maksimālo attālumu $(\Delta z)_0$) sinusoidāli viens pret otru svārstošies lādiņi $+q$ un $-q$, 3) viens sinusoidāli ar divas reizes lielāku amplitūdu $(\Delta z)_0$ svārstošs negatīvs lādiņš $-q$ pret dipola centrā esošu nekustīgu lādiņu $+q$. Abos pēdējos gadījumos maksimālais elektriskais dipola moments $d_0 = q \cdot (\Delta z)_0$.

Piezīmēsim, ka parasti ne vien elektrisko strāvu kontūri, bet arī atomi un molekulas aptuveni staro kā elektriskie dipoli.

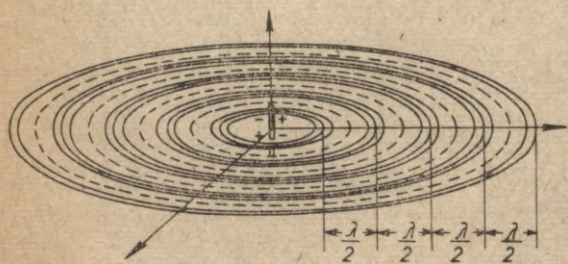
Svārstoša elektriskā dipola elektriskā un magnētiskā lauka veidošanās nelielā telpas apgabalā ap dipolu attēlota 25-13. zīmējumā *a* un *b*. Dipola tiešā tuvumā, kur $r \ll \lambda$ (r — attālums no dipola centra; λ — tā izstarotā viļņa garums), elektriskais lauks ir līdzīgs elektriskā dipola elektriskajam laukam un magnētiskais lauks ir līdzīgs elektriskās strāvas laukam. Šis dipola elektromagnētiskā lauka daļas enerģiju, tai samazinoties, absorbē atpakaļ dipols.

Tālu no dipola, kur $r \gg \lambda$, elektromagnētiskais lauks pārvietojas ar gaismas ātrumu projām no dipola. Šī elektromagnētiskā lauka daļa veido *elektromagnētisku skrejoilni*. Vidē, kuras rela-



Elektriskā lauka intensitātes līnijas

a



Magnētiskā lauka intensitātes līnijas

b

25-13. zīm.

tīvā dielektriskā konstante ϵ un relatīvā magnētiskā caurlaidība μ , elektromagnētisko viļņu ātrums

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0 \cdot \mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (25-20)$$

kur $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}} \cdot \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{m}} \cdot \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ir gaismas

ātrums vakuumā. Tā, piemēram, ūdenī, kur $\epsilon = 81$, $\mu = 1$, garo elektromagnētisko viļņu ātrums pēc izteiksmes (25-20) ir $v = c/9 = 0,33 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Tāpat kā citu veidu viļņiem, arī elektromagnētiskajiem viļņiem

viļņa garumu λ , frekvenci ν , periodu T un ātrumu v saista izteiksme

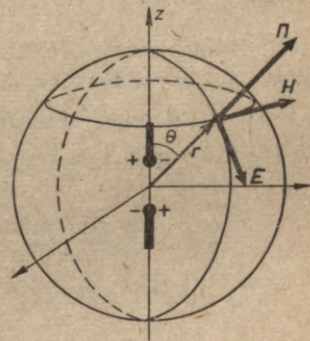
$$\lambda = \frac{v}{\nu} = vT. \quad (25-21)$$

2. Elektromagnētiskā viļņa elektriskā un magnētiskā lauka intensitāte. Ja elektriskās strāvas stiprums vertikālās dipola antenas pievados un tātad arī antenā mainās laikā sinusoidāli, tad arī antenas izstarotā elektromagnētiskā viļņa elektriskā un magnētiskā lauka intensitāte E un H viendabīgā vidē mainās sinusoidāli. Tādas bija arī vides daļiņu izvirzes mehāniskā viļņi, ja viļņu ierosinātājs svārstījās sinusoidāli. Tuvāka analīze rāda, ka vakuumā elektromagnētiskā viļņa elektriskā un magnētiskā lauka intensitāte virzienā Θ attiecībā pret vertikālo dipola asi z , ja $r \gg \lambda$, ir tieši proporcionāla dipola antenas (vai viena elektrona) maksimālajam elektriskajam momentam $d_0 = q \cdot (\Delta z)_0$ (vai $d_0 = e \cdot (\Delta z)_0$), frekvences ν kvadrātam un leņķa Θ sinusam, bet apgriezti proporcionāla attālumam r no dipola, t. i.,

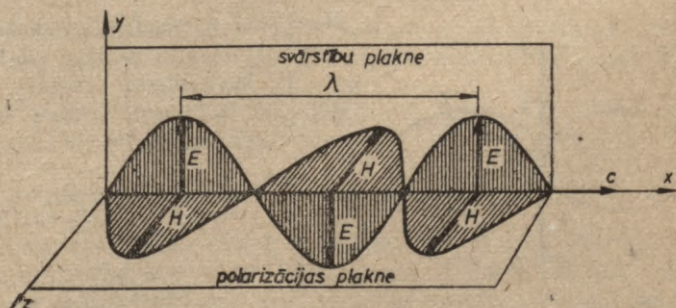
$$E = \pi \mu_0 \frac{v^2 d_0}{r} \sin \Theta \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{r}{c} \right) = E_m \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{r}{c} \right),$$

$$H = \frac{E}{c \mu_0} = \frac{\pi}{c} \frac{v^2 d_0}{r} \sin \Theta \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{r}{c} \right) = H_m \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{r}{c} \right), \quad (25-22)$$

kur $E_m = \pi \mu_0 \frac{v^2 d_0}{r} \sin \Theta$ un $H_m = \frac{\pi}{c} \frac{v^2 d_0}{r} \sin \Theta$. Vertikālās dipola antenas virzienā Θ izstarotā elektromagnētiskā viļņa elektriskā un magnētiskā lauka intensitāšu E un H virzieni ir *perpendikulāri* starojuma izplatīšanās virzienam r (25-14. zīm.). Lielā attālumā no antenas ($r \gg \lambda$) un nelielā telpas apgabalā Δr ($\Delta r \ll r$) antenas izstarotie elektromagnētiskie viļņi aptuveni ir *plakniski* un to amplitūdas E_m un H_m (25-15. zīm.) ir konstantas. Elektromagnētiskā viļņa elektriskais un magnētiskais lauks svārstās vienā fāzē, tāpēc antenas elektromagnētisko viļņu izstarošanu var uzskatīt par periodisku, vienlaicīgu elektriskā lauka un magnētiskā lauka enerģijas izsviešanu.



25-14. zīm.



25-15. zīm.

3. Elektromagnētiskā viļņa elektriskā lauka un magnētiskā lauka enerģijas blīvumi kā vakuumā, tā vielā ir vienādi, t. i., $\omega_e = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \omega_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$. No šejienes $\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu_0}H$. Tāpēc vakuumā abu lauku intensitāšu attiecība $\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = c\mu_0 = 377 \frac{V}{A}$, bet vielā $\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}} = 377 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[\frac{V}{A} \right]$. Vakuumā kopējais elektromagnētiskā viļņa elektromagnētiskā lauka enerģijas blīvums

$$\omega = \omega_e + \omega_m = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} EH, \quad (25-23)$$

bet vielā $\omega_v = \sqrt{\epsilon\mu\epsilon_0\mu_0} EH$.

4. Izmantojot šos rezultātus, aprēķināsim elektromagnētisko viļņu enerģijas plūsmu 1 sekundē caur perpendikulāri plūsmai novietotu 1 m² lielu laukumu vakuumā, t. i., elektromagnētisko viļņu intensitāti Π . Spriežam šādi. Caur 1 m² lielu elektromagnētisko viļņu šķērsgrīzumu 1 sekundē izplūst v kubikmetros esošā elektromagnētisko viļņu enerģija, tāpēc, ievērojot, ka $\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 1/c$, v a k u u m ā, kur $v = c$,

$$\Pi = \omega c = \sqrt{\epsilon_0\mu_0} E H c = E H. \quad (25-24)$$

Vielā $\Pi_v = \sqrt{\epsilon\mu}\Pi$. Π ir vektoriāls viļņu kustības virzienā vērsts lielums, ko sauc par **Pointinga vektoru**; tā mērvienība ir W/m².

5. Dipola izstaroto elektromagnētisko viļņu Pointinga vektors. Pēc izteiksmēm (25-22) attālumā r dipola izstaroto elektromagnētisko viļņu elektriskā un magnētiskā lauka intensitāšu amplitūdas $E_m, H_m \sim \frac{\sin \Theta}{r}$, kur Θ ir leņķis starp dipola asi un viļņu kustības virzienu. Tāpēc šajā virzienā Pointinga vektors

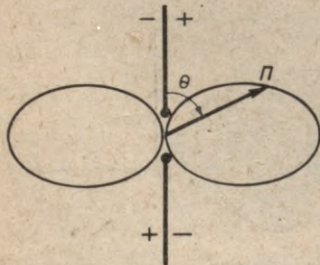
$$\begin{aligned} \Pi &= E H = \frac{\pi^2 \mu_0}{c} \left(\frac{v^2 d_0}{r} \right)^2 \sin^2 \Theta \cdot \cos^2 2\pi v \left(t - \frac{r}{c} \right) = \\ &= E_m H_m \cos^2 2\pi v \left(t - \frac{r}{c} \right), \end{aligned} \quad (25-25)$$

tātad $\Pi \sim \frac{\sin^2 \Theta}{r^2}$. No šīs izteiksmes izriet, ka dipola ass virzienā, kur $\Theta = 0$,

$\Pi = 0$, bet perpendikulāri dipola asij, kur $\Theta = \pi/2$, Π ir maksimālais (25-16. zīm.).

Tā kā kosinusa kvadrāta vidējā vērtība ir 1/2, tad Pointinga vektora Π vidējā vērtība svārstības perioda $T = 1/\nu$ laikā

$$\begin{aligned} \bar{\Pi} &= \frac{1}{T} \int_0^T E_m H_m \cos^2 2\pi v \left(t - \frac{r}{c} \right) dt = \\ &= \frac{E_m H_m}{2}. \end{aligned} \quad (25-26)$$



25-16. zīm.

6. Elektromagnētisko viļņu enerģijas pilnā plūsma Φ_0 , kas 1 sekundē iziet caur dipolu aptverošo virsmu — sfēru L ar rādiusu r , ir

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= \oint d\Phi = \oint \Pi dL = \frac{\pi^2 \mu_0}{c} \cdot v^4 d_0^2 \cos^2 2\pi v \left(t - \frac{r}{c} \right) \int_0^\pi \sin^3 \Theta d\Theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \\ &= \frac{8\pi^3 \mu_0}{3c} \cdot v^4 d_0^2 \cos^2 2\pi v \left(t - \frac{r}{c} \right),\end{aligned}\quad (25-27)$$

kur $d\Phi = \Pi dL$ ir viļņu enerģijas plūsma caur sfēras virsmas elementu $dL = r^2 \sin \Theta d\Theta d\varphi$.

Pamatojoties uz to un tāpat kā iepriekš ievērojot, ka viena perioda laikā vidējais kosinusa kvadrāts ir $1/2$ un $T = 1/v$, dipola pilnā vidējā izstarotās enerģijas plūsma 1 s (starojuma vidējā jauda)

$$\overline{\Phi_0} = \frac{\int_0^T \Phi_0 dt}{T} = \frac{4\pi^3 \mu_0}{3c} v^4 d_0^2.\quad (25-28)$$

Tātad dipola starojuma jauda ir tieši proporcionāla dipola oscilācijas frekvences ceturtajai pakāpei. Tāpēc jaudas ziņā izdevīgāk ir raidīt modulētu augstfrekvences starojumu nekā nemodulētu zemfrekvences starojumu.

7. Viens elektrons, kura elektriskais lādiņš $q = e$ un dipola moments $d_0 = e(\Delta z)_0$, sinusoidāli oscilējot ar frekvenci v , amplitūdu $(\Delta z)_0$ un maksimālo paātrinājumu $a_m = -4\pi^2 v^2 (\Delta z)_0$ [sk. izt. (4-6)], vidēji 1 sekundē izstaro enerģiju

$$\overline{\Phi_0} = \frac{\mu_0 e^2}{12\pi c} a_m^2,\quad (25-28')$$

t. i., oscilējoša elektrona starojuma vidējā jauda ir proporcionāla tā paātrinājuma kvadrātam. Ievērojot, ka oscilācijas kustībā paātrinājuma kvadrāta maksimālās (a_m^2) un vidējās ($\overline{a^2}$) vērtības saista sakarība $a_m^2 = 2\overline{a^2}$, dabūjam starojuma jaudas izteiksmi $\overline{\Phi} = \frac{\mu_0 e^2}{6\pi c} \overline{a^2}$, kas derīga jebkurai elektrona (arī cita lādiņa e) kustībai ar paātrinājumu a .

8. Pieņemot, ka $r = x$, attālums no antenas ir liels un $\Delta x \ll x$ (tātad $E_m \approx \text{const}$, $H_m \approx \text{const}$), no izteiksmēm (25-22), tās divas reizes atvasinot pēc koordinātes x un divas reizes pēc laika t un pēc tam abus rezultātus salīdzinot (Izdariet tol), iegūstam, ka

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad \text{un} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}.\quad (25-29)$$

Tie ir plakniska elektromagnētiskā viļņa diferenciālvienādojumi viļņa kustībai x ass virzienā. Viļņa kustībai izotropā, neabsorbējošā vidē telpā šajos vienādojumus $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ vietā būtu $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

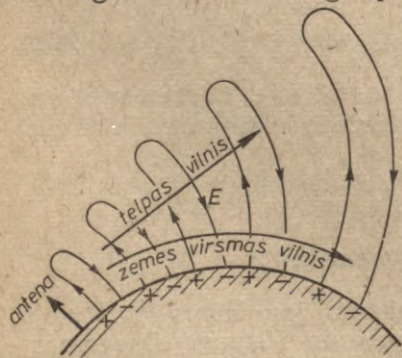
6. §. ELEKTROMAGNĒTISKO VIĻŅU IZPLATĪŠANĀS

Pētot elektromagnētisko viļņu īpašības, jau Herca konstatēja, ka īsie elektromagnētiskie viļņi (Herca un Popova eksperimentos elektromagnētisko viļņu garums bija daži metri) atstarojas no

plakanām virsmām un sfēriskiem spoguļiem un lūst dielektriķu prizmās tāpat kā gaismas stari. Ar to bija pierādīts, ka mākslīgi radītiem elektromagnētiskajiem viļņiem un gaismas viļņiem nav būtiskas atšķirības.

Elektromagnētiskie viļņi var izplatīties telpā 1) brīvi un 2) saistīti (vadīti). Pirmajā gadījumā elektromagnētiskie viļņi kustas telpā (atmosfērā, zemē, dielektriķī, plašā metāliskā vidē) kā transversāli viļņi un to ātrumu pēc izteiksmes (25-20) nosaka vides dielektriskā konstante ϵ un magnētiskā caurlaidība μ . Otrajā gadījumā elektromagnētisko viļņu kustība ir piesaistīta kāda vadītāja virsmai, piemēram, stieplei, viļņvadam utt. Šajā gadījumā elektromagnētisko viļņu kustība seko vadītāju liekumiem.

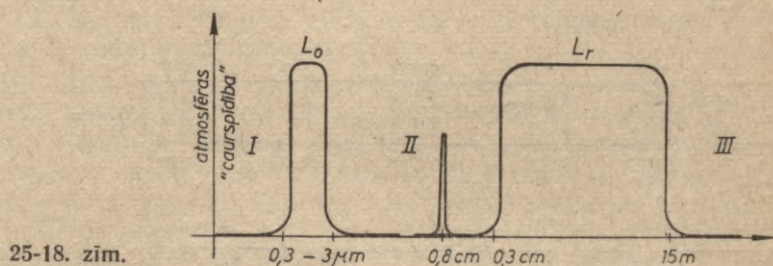
1. **Elektromagnētisko viļņu izplatīšanās atmosfērā.** Elektromagnētisko viļņu izplatīšanās virzienu un intensitāti atmosfērā ietekmē šādi faktori: 1) *absorbēcija Zemes virsmā*, piemēram, ūdens ir labāks vadītājs nekā sausa zeme, kas ir pusvadītājs, tāpēc, izplatoties virs ūdens, elektromagnētiskie viļņi absorbējas mazāk; 2) *absorbēcija gaisā*, kura rodas, ierosinot atmosfēras gaisā esošos elektronus uzspiestās svārstībās. Tā galvenokārt norisinās jonizētajos Hivisaīda slāņos; 3) *atstarošanās no Hivisaīda slāņiem un Zemes virsmas*. Hivisaīda slāņi D , E , F ir stipri jonizēti atmosfēras gaisa slāņi. Jonizācijas izraisītāji ir Saules ultravioletie stari, rentgenstari, elektronu un kosmiskie stari. 70 km augstumā ir D slānis (tas pastāv galvenokārt dienā un absorbē vidējos un īsos viļņus), 120 km — E slānis, 220 km — F slānis, kura 1 cm^3 ir 10^6 brīvu elektronu, un 300 km augstumā — F' slānis. F slānis dienā sadalās F_1 un F_2 slāņī. Hivisaīda slāņu augstumi mainās diennaktī un gadā, kā arī atkarībā no ģeogrāfiskā platuma un Saules aktivitātes, tāpēc, uzturot pastāvīgus radiosakarus ar kādu vietu Zemes ēnas joslā, nepārtraukti jāpielāgojas; 4) garo elektromagnētisko viļņu ($\lambda > 500\text{ m}$) *difrakcija* ap Zemes virsmas šķēršļiem, piemēram, kalniem, un Zemes liekumu; 5) tiešo un atstaroto elektromagnētisko viļņu *interference*. Šī pēdējā iemesla dēļ, piemēram, radiouztveršanā rodas īslaicīgi — 1—3 min. ilgi «pamirumi».



25-17. zīm.

To elektromagnētiska viļņa daļu, kas Zemes atmosfērā izplatās līdztekus Zemei un difrakcijas dēļ seko arī tās virsmas liekumam, sauc par Zemes virsmas viļni (tiešo viļni). Zemes virsmas viļņa izplatīšanās ātrumu, intensitāti (kas $\sim 1/r$ un, pieaugot attālumam no Zemes virsmas, samazinās) un elektriskā lauka virzienu (25-17. zīm.) nosaka Zemes virsmas galīgā elektriskā vadītspēja.

Elektromagnētiskos viļņus, kuru izplatīšanās virzieni ar Zemes virsmu veido kādu leņķi, sauc par telpas viļņiem. To intensitāte gaisā $\sim 1/r^2$, zemē tā samazinās eksponenciāli. Telpas viļņi izplatās, atstarojoties no Zemes virsmas un Hivisaيدا slāņiem. Tādā veidā garākie telpas viļņi var apiet pat vairākas reizes apkārt Zemei (garo viļņu apiešanas laiks 0,13 s).



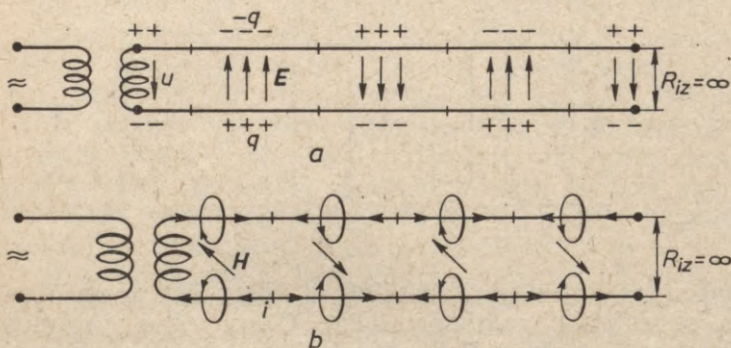
25-18. zīm.

Viļņu diapazonus aptuveni $2000 \div 700$ m, $550 \div 200$ m un $50 \div 10$ m lieto parastajām radiopārraidēm. Citus viļņu garumus lieto radiosakariem. Televīzijā lieto ultraīsviļņus ar viļņu garumu $\lambda = 10 \div 1$ m.

Izņemot divus šaurus viļņu diapazonus — t. s. Zemes loģus, absorbcijas un atstarošanas dēļ Zemes atmosfēra ir elektromagnētiskajiem viļņiem necaurļaidīga. Atmosfēras elektromagnētisko viļņu caurspīdība atkarībā no viļņa garuma λ attēlota 25-18. zīmējumā. Zemes «optiskais loģs» L_0 ir viļņa garumu rajonā $\lambda = 3 \div 0,3$ μm un Zemes «radioloģs» L_r — no 15 m līdz 3 mm. Jāpiezīmē, ka pēdējā viļņa garumu intervālā daļēja viļņu atstarošanās ir atkarīga no viļņu kustības virziena: vertikālā virzienā tā ir vismazākā. Trīs plašie absorbcijas (I, II) un atstarošanās (III) diapazoni rodas elektromagnētisko viļņu izraisītās atomu un molekulu jonizācijas (I), ierosmes (II) un viļņu atstarošanās (III) dēļ. Radiologa atklāšana izraisīja jaunas zinātnes nozares — radioastronomijas tapšanu. Arī kosmisko raķešu un pavadņu sakaru dienestā izmanto Zemes radiologu. Brīvus elektromagnētiskos viļņus plaši izlieto telegrāfijā, telefonijā, televīzijā, telemehānikā, radionavigācijā un citur.

2. Elektromagnētisku viļņu izplatīšanās gar paralēliem vadiem. Kā redzējam, vakuumā elektromagnētiskā lauka intensitāte, potenciāls, enerģija un citi lielumi izplatās aptuveni ar gaismas ātrumu. Tāpat ar gaismas ātrumu gar tieviem metāla vadiem un gar metāla caurulēm izplatās arī vadītājiem piesaistītā elektromagnētiskā viļņa lauka intensitāte, potenciāls u. c. Kā saistīta elektromagnētiskā viļņa piemēru aplūkosim elektromagnētiskā viļņa izplatīšanos gar divām paralēlām, apmēram 10 cm attālumā novietotām metāla stieplēm (Lehera eksperimenti 1890. g.). To sākuma galiem laika brīdī $t=0$ induktīvi pievadīsim augstfrekvences ($\nu \approx 10^8$ Hz) maiņspriegumu $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Abiem periodiskajiem potenciāliem φ_1 un φ_2 izplatoties pa abām

stieplēm, tajās rodas mainīga virziena periodiskas elektriskās strāvas i un periodiski mainīgi lādiņi $\pm q$ (25-19. zīm. *a*). So strāvu dēļ ap stieplēm rodas telpā un laikā periodiski mainīgi elektriskie un magnētiskie lauki (25-19. zīm. *a* un *b*) ar intensitātēm E un H , t. i., elektromagnētiskais skrejvilnis. Vislielākā enerģija skrejvilnim ir tad, ja ieejas pretestība (ieejas sprieguma un strāvas stipruma attiecība) ir vienāda ar līnijas viļņu pretestību $R_v = \sqrt{L/C}$ [sk. izt. (25-9)].



25-19. zīm.

Augstfrekvents elektromagnētiskais skrejvilnis, sasniedzis brīvos stieplu galus (izejas pretestība $R_{iz} = \infty$), atstarojas un klājas pāri krītošajam elektromagnētiskajam skrejvilnim. Ja vada garumā viļņa garuma puse ieiet vesela skaita reižu, tad abi viļņi izveido elektromagnētisku *stāvviļni*. Abu vadu vienādo elektromagnētisko stāvviļņu elektriskā un magnētiskā lauka intensitāšu, potenciālu, lādiņu, elektriskās strāvas stiprumu un citu lielumu vienīgā atšķirība ir tā, ka to svārstībām vadu pretējās vietās ir pretējas fāzes. Svārstību fāzu nobīdi rada vadu sākuma galiem pieliktie pretēji mainīgie elektriskie potenciāli. Tajās vada vietās, kur potenciāli mainās visstiprāk (blīzumi), visstraujāk laikā mainās arī elektriskie lādiņi, t. i., tur ir visstiprākās elektriskās strāvas. Tā kā pretējās vada vietās lādiņu zīmes ir pretējas, tad šajās vadu vietās starp vadiem rodas arī visstiprākie elektriskie lauki un vislielākie spriegumi. Starp šīm elektriskā lauka intensitātes blīzumu vietām ieslēdzot mazu mirdzlampu, tā gaiši iedegas. Elektriskās strāvas stipruma un magnētiskā lauka intensitātes blīzumu vietas ir par $\lambda/4$ nobīdītas pret elektriskā lauka intensitātes blīzumu vietām. Elektriskā lauka intensitātes maksimumi arī laika ziņā ir nobīdīti par ceturtdaļperiodu no magnētiskā lauka maksimumiem (25-19. zīm. *a* un *b*).

Ja brīvajiem Lehera stieplu galiem pieslēdzam aktīvu pretestību R_{iz} , kura ir vienāda ar līnijas viļņu pretestību R_v , tad atstarošanās nav, t. i., visu skrejviļņu enerģiju patērē pieslēgtā pretestība R_{iz} .

7. §. ULTRAAUGSTO FREKVENCŪ TEHNIKA

1. Elektromagnētisko svārstību iegūšanai ultraaugsto frekvenču diapazonā ($\lambda < 3$ m, $\nu > 10^8$ Hz) līdz šim aplūkotie svārstību kontūri, kas satur spoles un kondensatorus, to lielās induk-

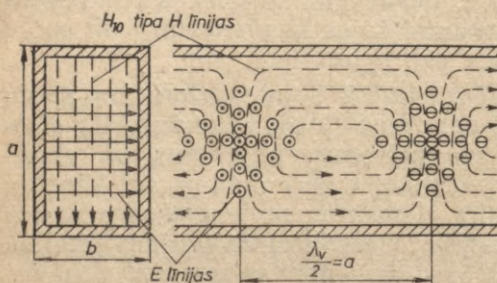
tivitātes un kapacitātes dēļ nav derīgi; par lielām ir arī parasto elektronu lampu starpelektrodu kapacitātes. Tā, piemēram, šādām lampām anodspriegums var mainīties tikai pēc tam, kad elektrons ir nolidojis attālumu no katoda līdz anodam, bet tam vajadzīgs aptuveni 10^{-9} s ilgs laiks. Tātad parasto elektronu lampu kontūrā nevar būt elektriskā lauka svārstības, kuru perioda puse būtu mazāka par šo laiku, t. i., nevar būt augstākas frekvences kā $0,5 \cdot 10^9$ Hz. Arī enerģijas zudumi šajos kondensatoru un spoļu kontūros, piemēram, izstarojuma dēļ, ir ļoti lieli.

Tāpēc ultraaugsto frekvenču tehnikā kondensatoru un spoļu vietā lieto metāla *dobumus* un parasto elektronu lampu vietā *elektronu skrējienlaika lampas* (magnetronus, klistronus un skrejviļņu lampas), kuru elektrodī vismaz daļēji izpilda arī kontūru C , L un R funkcijas. Arī kontūra elementus savienojošos parastos vadus to lielo zudumu dēļ aizvieto ar *koaksiālām līnijām* (metāla cilindrs ar metāla vadu centrā; dažus mētrus gariem viļņiem) vai *viļņvadiem* (cm un mm viļņiem). Ultraaugsto frekvenču ķēdes nav arī kvazistacionāras, jo visās kontūra daļās spriegumi un strāvas stiprumi nemainās vienā fāzē. Spriegumu un strāvas stiprumu relaksācijas cēlonis ir galīgais sprieguma izplatīšanās laiks t un svārstību mazais periods T . Lai, piemēram, kontūrā ar izmēru $l=30$ cm būtu $t=l/c=0,3/3 \cdot 10^8=10^{-9}$ s $\ll T$, tad kvazistacionaritātes gadījumā aptuveni jābūt $T \geq 10^{-7}$ s. Ja $T=1/50$ s, tad $l \approx 50$ km.

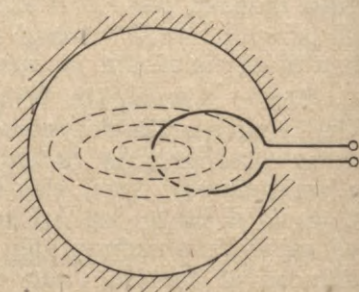
2. **Viļņvadi** ir metāla caurules ar taisnstūrveida, apaļu vai cita veida šķērs griezumu, pa kuru iekšieni var izplatīties elektromagnētisks vilnis ar grupas ātrumu $v_g = c\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{kr})^2} < c$ (λ — viļņa garums brīvā telpā, λ_{kr} — t. s. *kritiskais* vai vislielākais viļņa garums, kas var pa viļņvadu izplatīties). Viļņa garums viļņvadā $\lambda_v = \lambda/\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{kr})^2}$. Tā kā viļņvadu viļņu magnētiskajiem laukiem jābūt noslēgtiem, tad atšķirībā no brīviem transversāliem elektromagnētiskajiem viļņiem viļņvadu viļņiem ir arī elektriskā (E tips) vai magnētiskā (H tips) lauka komponente viļņu izplatīšanās virzienā. Iebūvējot viļņvadā T veida posmus ar taisnstūrveida šķērs griezumu, var pārvadīt centimetru un milimetru viļņus uz citu viļņvadu. Ja viļņvada galam pievieno eksponenciālu paplašinājumu ar vaļēju galu, tad tas izstaro virzītus ultraīsus elektromagnētiskos viļņus, gluži tāpat kā akustiskos viļņus izstaro skaņas avotam pievienots rupors. Visbiežāk lietotajam taisnstūrveida šķērs griezuma viļņvadā, kura lielākais izmērs ir a un $\lambda_{kr} = 2a$, H tipa pamatviļņa H_{10} elektromagnētiskais lauks parādīts 25-20. zīmējumā.

3. **Dobumi** ir slēgtas metāla čaulas paralēlskaldņa, lodes, cilindra, toroīda un citos veidos. Kā elektromagnētiskie svārsti tie ir līdzīgi parastiem C , L , R kontūriem. Ja dobums ir ierosināts, tad tā iekšienē norisinās elektromagnētisko stāvviļņu svārstības, bet uz dobuma iekšējās metāla virsmas veidojas periodiski mainīgi

elektriskie lādiņi un strāvas. Šie elektromagnētiskie stāvviļņi ir ļoti līdzīgi mehāniskajiem stāvviļņiem, kas rodas līdzīgas formas gaisa dobumos un cietos vai šķidros ķermeņos. Tā kā augstfrekventā elektriskā un magnētiskā lauka iespiešanās dziļums metālā ir ļoti mazs, tad elektromagnētiskā lauka svārstības praktiski norisinās tikai dobuma iekšienē. Elektromagnētiskā enerģija



25-20. zīm.



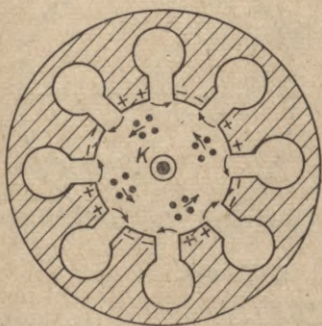
25-21. zīm.

no šāda slēgta dobuma neizklūst un arī no ārienes dobumā neiekļūst. Dobumā elektromagnētisko enerģiju parasti ievada un no tā izvada (arī pārvada no viena dobuma uz otru) ar dobumā izolēti ievietotu cilpu (25-21. zīm.), kurai pieslēgts vai kurā ierosinās spriegums ar ultraaugstu frekvenci. Citreiz, piemēram, klistrona ģeneratorā, svārstības dobumā ierosina tam caurejošs un ar ultraaugstu frekvenci pulsējošs elektronu stars.

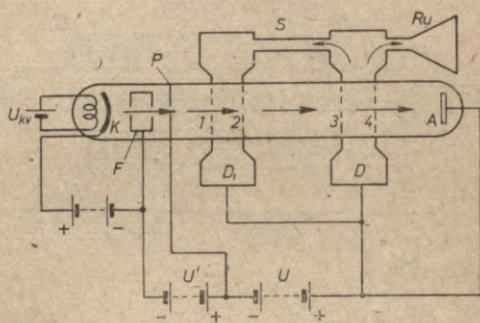
4. Magnetrons (izgudrojis Habanns 1924. g.). Mūsdienās impulsu iekārtās lietotos 8 dobumu magnetronus pagatavo, vara cilindrā (anodā) izveidojot 8 dobumus L (induktivitātes) un spraugās C (kondensatori; 25-22. zīm.); tā iegūst 8 svārstību kontūrus, kurus saista kopējā iekšējā anodtelpa. Dobumos tiek ierosinātas tādas svārstības, kurās blakus dobumu elektriskie lauki svārstās pretējās fāzēs. Tad magnetrona elektrisko lauku var uzlūkot kā veidotu no diviem vienādiem pretējos virzienos ar leņķisko ātrumu $2\pi\nu/8$ rotējošiem laukiem. Paralēli centrālajam katodam K vērstajā magnētiskajā laukā elektroni tad kustas apkārt katodam pa spirālēm. Tie elektroni, kuru riņķošanas frekvence pa spirāli sakrīt ar lauka griešanās frekvenci un kuri spraugu tuvumā satiek pretēji vērstus laukus, palēninās un, tuvojoties anodam, uzņem no katoda — anoda līdzsprieguma U_a enerģiju un mijiedarbībā ar dobumiem ierosinās ne vien paši, bet ierosina arī vien pieaugošās svārstībās arī dobumus. Tā, piemēram, ja $U_a=3000$ V, $B=1$ T, $\nu=10^{10}$ Hz, tad izstarotajam vilnim 3 μ s laikā svārstību jauda pieaug līdz 1000 kW (lietderības koeficients ir 50%). Turpretim tie elektroni, kas nonāk paātrinātos laukos pie spraugām, paātrinās, tiek noliekti vairāk un atgriežas atpakaļ uz katodu. Enerģiju no magnetrona izvada inductīvi ar cilpu virs kāda dobuma.

5. Klistrons (izgudrojis padomju fiziķis Rožanskis 1938. g.) ir elektronu lampa un vienlaikus elektromagnētisko svārstību kontūrs, kurā svārstības ierosina ar lidojošu elektronu ātruma maiņu. Tas darbojas šādi. Elektronu staru

kūlis, nākdams no katoda K (25-23. zīm.) un paātrināts ar elektroda P spriegumu U' , iet cauri diviem retiem tīkliņiem 1 un 2, kuriem ir pievadīts konstants (U) un viens periodiski mainīgs (starp tīkliņiem 1 un 2) spriegums. Periodisko maiņspriegumu starp tīkliņiem 1 un 2 rada dobuma D_1 pašsvārstības, t. i., lādiņu svārstības šī dobuma sienās. Periodiskā sprieguma augšanas pusperiodā elektroni tīkliņu 1 un 2 starptelpā iegūst lielākus ātrumus nekā



25-22. zīm.



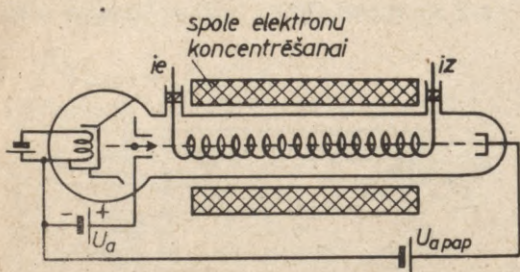
25-23. zīm.

sprieguma samazināšanās pusperiodā. Tāpēc pirmajā pusperiodā tīkliņu 1 un 2 starptelpā ienākošie elektroni, nonākuši tīkliņu 2 un 3 starptelpā (kur nav potenciālu starpības), pie tīkliņa 3 panāk iepriekšējā pusperioda tīkliņu 1 un 2 starptelpā cauri izgājušos elektronus. Tādā veidā elektronu lidojuma ceļā izveidojas elektronu sabiezējumi un izretinājumi. Pie otrā dobuma D (kam arī ir zināma kapacitāte un induktivitāte) tīkliņiem 3 un 4 grupveidā (ar dobuma D_1 frekvenci) pienākošie elektroni rada dobuma D sienās uzspiestās svārstības. Šim svārstībām ir liela amplitūda tajā gadījumā, ja pienākošo elektronu kūļa blīvuma svārstības frekvence sakrīt ar dobuma D pašfrekvenci un ja dobumā D svārstošā elektriskā lauka fāze ir tāda, kas bremsē pienākošos elektronus. Šo svārstību intensitāti var stipri kāpināt ar atgriezenisko saiti (abus dobumus savienojošs augstfrekvences kabelis S), kas pastiprina pirmā dobuma svārstības. Viļņus izstaro rupors Ru . Klistrona elektromagnētisko svārstību impulsu jauda, ja frekvence $\nu \approx 3 \cdot 10^{11}$ Hz, atkarībā no lampas lieluma var būt pat 100 kW.

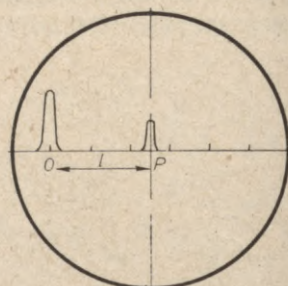
6. Skrejviļņu lampā (25-24. zīm.) vienā virzienā aptuveni ar vienu un to pašu ātrumu kustas elektroni un elektromagnētisks skrejvilnis (pa stiepli tam ir gandrīz gaismas ātrums, bet, tā kā stieple ir savīta spirālē, tad spirāles virzienā ātrums ir daudz mazāks). Elektroni, ieejot spirālē, satiek spirāles asij paralēlo viļņa elektriskā lauka komponenti paātrinošā vai palēninošā fāzē, tāpēc rodas periodiski elektronu sablīvējumi. Šie elektronu sablīvējumi, kuru ātrums ($U_a = 1 \div 100$ kV) nedaudz pārsniedz viļņa ātrumu, drīz nonāk palēninošajā viļņa fāzē un periodiski ar sablīvējumu (t. i., skrejviļņa) frekvenci atdod savu enerģiju skrejvilnim, kura amplitūda palielinās. Skrejviļņa svārstības pastiprinājums platā frekvenču joslā var būt 20–40 dB un atkarībā no ļoti dažādā lampas izmēra izstaroto viļņu impulsu jauda pie $\nu = 10^{10}$ Hz var sasniegt pat 500 kW.

7. Radiolokācija ir priekšmeta vietas (attāluma) un formas noteikšana ar elektromagnētiskajiem viļņiem. Šādā nolūkā uz priekšmetu raida īslaicīgus

metru vai centimetru viļņu ($\lambda = 10 \text{ m} \div 0,1 \text{ cm}$) impulsus un uztver no tā atstarotos impulsus. Radiolokators sastāv no jaudīga centimetru viļņu ģenerators (magnetrona), raidošās un uztverošās antenas (ar spoguļi), uztvērēja ar lielu pastiprinājumu un elektronstaru lampas, uz kuras ekrāna tieši nolasa priekšmeta attālumu l (25-25. zīm.). Ja elektromagnētisko viļņu ceļā viļņus



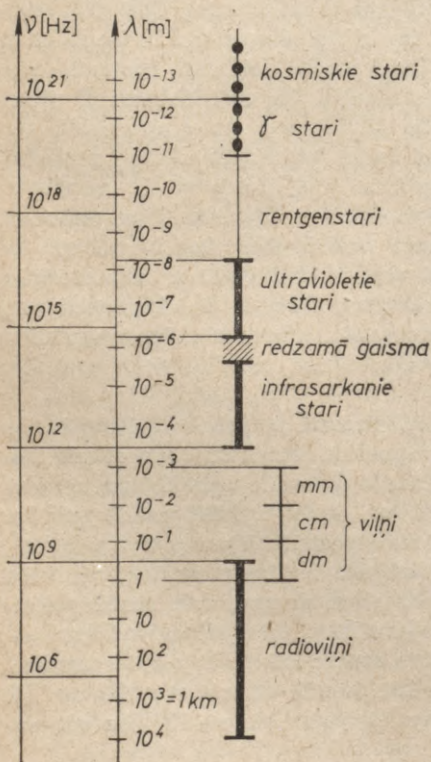
25-24. zīm.



25-25. zīm.

atpakal atstarojošu šķēršļu nav, uz radiolokatora ekrāna ir redzams tikai pēc ikkatras 10^{-3} s noraidīto 10^{-6} s ilgo impulsa maksimums (vietā O) un gaiša svītra OP (kuru dod zāģveida izvēršanas sprieguma ģenerators ar neona lampu), bet, ja elektromagnētiskos viļņus atstaro kāds stara ceļā esošs priekšmets, tad uz elektronstaru lampas ekrāna vietā P parādās otrs maksimums.

Jaunākos panorāmas radiolokatoros kustīgs viļņu impulsu stars, periodiski pārstaigājot noteiktu telpas leņķa rajonu, zīmē (arī naktī vai cauri mākoņiem) uz radiolokatora ekrāna visu rajona ainu.



25-26. zīm.

8. §. ELEKTROMAGNĒTISKO VIĻŅU SKALA

Pētījumi ir pierādījuši, ka ne vien garie, vidējie, īsie, ultraīsie radioviļņi, metru, centimetru un milimetru viļņi, bet arī infrasarkanie stari, redzamā gaisma, ultravioletie stari, rentgenstari un γ stari ir elektromagnētiski viļņi. Galvenā šo viļņu atšķirība ir viļņa garums. Pilnas elektromagnētisko viļņu skalas dažādo rajonu viļņa garumi λ un frekvences ν parādītas 25-26. zīmējumā.

26. NODAĻA

FOTOMETRIJA. ĢEOMETRISKĀS OPTIKAS ELEMENTI

1. §. GAIŠMAS DABA

1. **Gaišmas viļņi un gaišmas kvanti.** Jautājums, kas ir gaisma — vilnis vai korpuskulu plūsma, vairākus gadsimtus ir izraisījis asus strīdus. Šodien mēs pieņemam abus uzskatus. No vienas puses, ņemot vērā gaišmas interferenci, difrakciju un citas parādības, uzskatām, ka gaisma ir *transversāls elektromagnētisks vilnis* ar ļoti īsu viļņa garumu, un, no otras puses, pamatojoties uz fotoefektu, Komptona efektu un citām parādībām, uzlūkojam gaismu par *elektromagnētisku korpuskulu* — t. s. *fotonu* vai *gaišmas kvantu plūsmu*. Tāpēc, apvienojot abus uzskatus, teiksim, ka gaisma ir *elektromagnētisks starojums*. Gaišmas viļņu teorijas galvenie izveidotāji ir Heigenss (1678. g.), Frenelis (1825. g.) un Maksvels (1864. g.); gaišmas korpuskulārās teorijas izstrādāšanā vislielākie nopelni ir Ņūtonam (1687. g.), Planckam (1900. g.) un Einšteinam (1905. g.). Gaišmas duālā (divējādā) daba ļoti spilgti apstiprina dialektiskā materiālisma uzskatu par pretstatu vienību.

Turpmākajās nodaļās vispirms iztirzāsim gaišmas viļņējādās īpašības. Gaišmas kvantu īpašībām veltīta 32. un 33. nodaļa.

2. **Viļņu optika un ģeometriskā optika.** Daudzās elektromagnētisko viļņu un tāpat arī gaišmas viļņu parādības, kas noris, viļņiem izplatoties dažādās vidēs, piemēram, viļņu avotu attēlu veidošanu, var aplūkot ar vienkāršotu metodi — ar t. s. *ģeometrisko optiku*. Tajā pieņem, ka gaisma viendabīgās vidēs izplatās pa taisnām līnijām — *stariem*. Pie divu vidu robežas stari lūst vai atstarojas; no priekšmetu malām stari veido asas ģeometriskas ēnas. Kādos gadījumos notiek šāda viļņu izplatīšanās?

Skaņas viļņu izplatīšanās ātrums ir mazs un šo viļņu ceļā esošo šķēršļu vai atvērumu izmēri d parasti ir mazāki vai tikpat lieli kā viļņa garums λ , t. i., $d < \lambda$ vai $d \approx \lambda$, tāpēc tie parasti pie

šķēršļu malām stipri apliecas. No sāniem asi norobežotus viļņus — «starus» skaņas viļņi veido tikai samērā retos gadījumos, proti, tad, ja viļņa garums ir ļoti mazs un vide ļoti elastīga, t. i., viļņu ātrums iespējami liels. Tāpēc skaņas viļņu enerģijas un citu viļņu lielumu izplatīšanos parasti nevar aplūkot staru, t. i., «ģeometriskās optikas» veidā, bet tā jāapraksta ar viļņu teorijas metodēm.

Turpretim *gaismas viļņiem* to ļoti īsā viļņa garuma dēļ parasti šķēršļu un atvērumu dimensijas salīdzinājumā ar gaismas viļņa garumu ir ļoti lielas ($d \gg \lambda$) jeb, precīzāk sakot, ļoti liels (raugoties no ekrāna) ir šķēršļu un atvērumu laukumiem atbilstošo Frenela zonu skaits (23. nod. 4. §). Tāpēc gaismas viļņi, ievērojot vēl to lielo ātrumu, aiz šķēršļiem un atvērumiem parasti veido sānos asi norobežotus gaismas viļņus — gaismas starus. Tikai speciāli pagatavoti šķēršļi un atvērumi, piemēram, šauras ($d \approx 0,002 \div 0,003$ cm) spraugas, ļoti maza izmēra ekrāni vai asas priekšmetu malas, kurus apgaismo maza izmēra gaismas avots, dod novērojamu gaismas viļņu apliekšanos (difrakciju). Tāpēc, kaut gan gaismai ir viļņu daba, pieņēmums, ka gaismas enerģija izplatās staru veidā, parasti ir pieļaujams. Tomēr jāievēro, ka, gaismas izplatīšanos aplūkojot ar ģeometriskās optikas metodēm, dabūjam tikai tuvinātus rezultātus, tāpēc atsevišķos gadījumos, piemēram, nosakot optiskā instrumenta izšķiršanas spēju, ir jāatgriežas pie patiesās — gaismas viļņveida izplatīšanās ainas. No viļņu teorijas viedokļa jāaplūko, protams, gaismas visas interferences, difrakcijas un polarizācijas parādības.

2. §. FOTOMETRIJA

Par *fotometriju* sauc optikas nozari, kas aplūko elektromagnētiskā starojuma enerģijas mērīšanu. To var mērit divējādi: 1) *fizikāli*, t. i., ar dažādiem fizikāliem mēraparātiem, un 2) *fizioloģiski*, t. i., ar redzes uztveri. Fizikāli mērijot, nosaka elektromagnētiskā starojuma plūsmu, daudzumu, stiprumu, apstarojuma intensitāti un citus lielumus vatos, džoulos utt. Elektromagnētisko starojumu mēra ar kalorimetriem, fotoelementiem, termoelementiem un citām ierīcēm. So fotometrijas nozari sauc par *fizikālo* jeb *enerģētisko fotometriju*. Nosakot tos pašus elektromagnētiskā starojuma lielumus elektromagnētiskā spektra redzamajā daļā ar šī starojuma acī izraisīto gaismas kairinājumu, attiecīgi mēra gaismas plūsmu, daudzumu, stiprumu, apgaismojumu utt. Sos fizioloģiskos lielumus mēra lūmenoš, lūmensekundēs, kandelās (svecēs), luksos un citās fizioloģiskās optikas mērvienībās. So fotometrijas nozari sauc par *fizioloģisko fotometriju*. Fotometrisko lielumu mēraparātus sauc par *fotometriem*. Fotometrijā gaismas jēdzienu lieto tikai acī izraisītā gaismas kairinājuma apzīmēšanai. Citās nodaļās ar gaismas jēdzienu sapratīsim atomu un molekulu emitēto elektromagnētisko isviļņu starojumu. Abu veidu mērījumu salī-

dzināšanai noder acs *redzamības funkcija* V_λ (par fizikālās un fizioloģiskās fotometrijas lielumu sakarībām sk. 439., 440. lpp.).

A. Fizikālā fotometrija. Vispirms aplūkosim galvenos fizikālās fotometrijas lielumus.

1. Elektromagnētiskā starojuma plūsma Φ_s ir elektromagnētiskā starojuma enerģijas daudzums Q_s , kas laika vienībā iet cauri kādai virsmai S (sk. 26-1. zīm.). Elektromagnētiskā starojuma plūsmu Φ_s mēra *vatos* (W). Tā, piemēram, Saules pilnai starojuma plūsmai Φ_s saskaņā ar enerģijas Q_s un masas m sakarību $m=Q_s/c^2$ atbilst $7 \cdot 10^4$ tonnas liela masas plūsma vienā sekundē.

2. Elektromagnētiskā starojuma daudzums Q_s ir starojuma enerģija, kas laikā t iet cauri kādai virsmai S :

$$Q_s = \Phi_s t \quad (26-1)$$

(vienmērīgai plūsmai). Elektromagnētiskā starojuma daudzums tād ir starojuma plūsma Φ_s , kas reizināta ar plūsmas laiku t . Elektromagnētiskā starojuma daudzumu mēra *džoulos* (J). Tā, piemēram, Saule gadā izstaro $Q_s = 6,3 \cdot 10^{24} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ J enerģiju, t. i., $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot 10^4$ tonnas masas.

3. Elektromagnētiskā starojuma stiprums I_s ir starojuma *punktveida* avota izstarotā elektromagnētiskā starojuma enerģijas plūsma Φ_s telpas leņķa vienībā. Ja telpas leņķi ω plūsma Φ_s ir *izotropa* (visos virzienos vienāda), tad elektromagnētiskā starojuma stiprums (sk. 26-2. zīm.)

$$I_s = \frac{\Phi_s}{\omega} \quad (26-2)$$

Bet, ja Φ_s mainās atkarībā no starojuma virziena, tad starojuma stiprums $I_s = d\Phi_s/d\omega$ dažādos virzienos ir dažāds. Ja $\Phi_s = 1$ W un $\omega = 1$ sr, tad $I_s = 1$ W/sr, tād elektromagnētiskā starojuma stiprumu mēra *vatos uz steradiānu* (W/sr). 1 steradiāns ir telpas leņķa ω vienība SI sistēmā (sk. piezīmi 441. lpp.).

4. Elektromagnētiskais apstarojums E_s ir elektromagnētiskā starojuma enerģijas plūsma, kas laika vienībā krīt uz virsmas laukuma vienību. Izotropā apstarojuma (visas virsmas vietas tiek vienādi apstarotas) gadījumā (sk. 26-3. zīm.)

$$E_s = \frac{\Phi_s}{S}, \text{ bet vispār } E_s = \frac{d\Phi_s}{dS}, \quad (26-3)$$

kur Φ_s un $d\Phi_s$ — uz laukuma S , respektīvi, dS , krītošā elektromagnētiskā starojuma plūsma. Virsmas elektromagnētisko apstarojumu saskaņā ar izteiksmi (26-3) mēra *vatos uz kvadrātmetru* (W/m²). Dažreiz lieto arī virsmas elektromagnētiskā apstarojuma daudzumu $E_s \cdot t$, kuru mēra *džoulos uz kvadrātmetru* (J/m²).

5. Enerģētiskā spīdība (*virsmas elektromagnētiskais izstarojums*) R_s izsaka elektromagnētiskā starojuma enerģiju, kas laika vienībā aiziet no starojošā ķermeņa virsmas laukuma vienības uz vienu pusi (26-4. zīm.). Ja no virsmas laukuma S uz vienu pusi visos virzienos izejošā starojuma plūsma ir Φ_s , tad enerģētiskā spīdība

$$R_s = \frac{\Phi_s}{S} \quad (26-4)$$

Ideāli atstarojošai virsmai, kas visu krītošo starojumu atstaro, $R_s = E_s$, bet virsmai ar *atstarošanas koeficientu* $q_s \leq 1$ $R_s = q_s E_s$. Enerģētisko spīdību mēra *vatos uz kvadrātmetru* (W/m^2).

6. Enerģētiskais *spožums* (*virsmas elektromagnētiskais izstarojums telpas leņķa vienībā*) $B_{s\varphi}$ izsaka 1 sekundē izstaroto enerģiju no ķermeņa laukuma vienības noteiktā virzienā telpas leņķa vienībā (26-5. zīm.). Ja starojošā virsma S ir plakana un relatīvi maza, t. i., to aptuveni var uzlūkot par punktveidīgu un virzienā φ tās dotais starojuma stiprums ir $I_{s\varphi}$ tad

$$B_{s\varphi} = \frac{I_{s\varphi}}{S\varphi}. \quad (26-5)$$

Pieņemsim, ka ķermeņa virsmas elektromagnētiskā starojuma stiprums $I_{s\varphi}$ atkarībā no leņķa φ pret virsmas S normāli mainās pēc kosinusa likuma (tā tas ir, piemēram, labi nogludinātai ģipša sienai), t. i., ka $I_{s\varphi} = I_{s0} \cos \varphi$, kur I_{s0} — starojošās plakanās virsmas S starojuma stiprums virzienā, kurā $\varphi = 0$ un $S_\varphi = S \cos \varphi$. Tad enerģētiskais spožums $B_{s\varphi}$ nav atkarīgs no leņķa φ . Tiešām, šādā gadījumā

$$B_{s\varphi} = \frac{I_{s\varphi}}{S\varphi} = \frac{I_{s0} \cos \varphi}{S \cos \varphi} = \frac{I_{s0}}{S} = B_{s0} = \text{const}. \quad (26-6)$$

Lieluma $B_{s\varphi}$ mērvienība ir $\frac{W}{sr \cdot m^2}$.

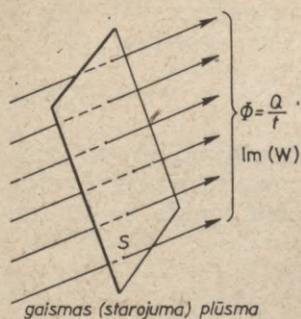
Pēc *kosinusa likuma* izstarojošām virsmām sakarību starp enerģētisko spīdību R_s un enerģētisko spožumu $B_{s\varphi}$ atrod, izsakot, piemēram, divos dažādos veidos uz vienu pusi (telpas leņķi $\omega = 2\pi$ sr) no puslodes virsmas izstaroto plūsmu Φ_s : 1) tā kā izotropi starojošas lodveida virsmas *šķērsgriezuma* laukums $S = \pi r^2 (\cos \varphi = 1)$, tad pēc izteiksmēm (26-2) un (26-6) $\Phi_s = I_s \omega = B_{s0} S \cdot \omega = B_{s0} \pi r^2 \cdot 2\pi$; 2) bet pēc izteiksmes (26-4) $\Phi_s = R_s \cdot S = R_s \cdot 2\pi r^2$. Abas izteiksmes pielīdzinot, dabūjam, ka

$$R_s = \pi B_{s0}. \quad (26-7)$$

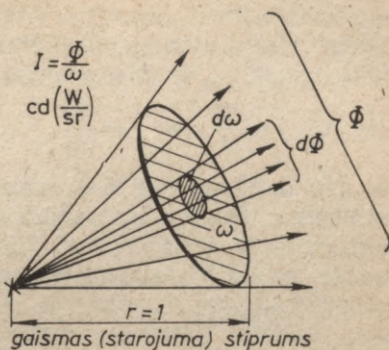
7. Daudzreiz lieto arī *spektrālos* fizikālās fotometrijas lielumus: *spektrālo elektromagnētiskā starojuma plūsmu* $\Phi_{s\lambda} = d\Phi_s/d\lambda$ (no kurienes $\Phi_s = \int \Phi_{s\lambda} d\lambda$), *spektrālo enerģētisko spīdību* $B_{s\lambda} = dR_s/d\lambda$, t. i., spīdību viļņa garuma λ vienības intervālā (no kurienes $R_s = \int R_{s\lambda} d\lambda$) un citus lielumus.

B. Fizioloģiskajā fotometrijā starojuma lielumus definē pilnīgi analogi kā fizikālajā fotometrijā ar izteiksmēm (26-1) — (26-7). Tikai fizioloģiskajā fotometrijā šos lielumus mēra ar elektromagnētiskā starojuma izraisīto gaismas kairinājumu acī. Tāpēc gaismas lielumi fizioloģiskajā fotometrijā attiecināmi tikai uz redzamā starojuma daļu ar viļņa garumu no 780 nm līdz 360 nm (jo citus viļņa garumus acs kā gaismu neuztver).

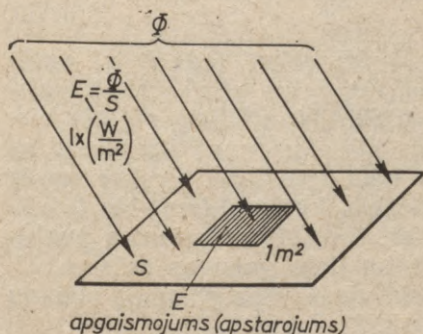
1. **Gaismas plūsma** Φ ir elektromagnētiskā starojuma plūsma, kas mērīta ar tās izraisīto gaismas sajūtu acī (sk. 26-1. zīm.). Gaismas plūsmas Φ mērvienība ir *lūmens* (lm). 1 lūmenu liela *gaismas plūsma* ir 1 *kandelu* (cd; sk. turpmāk) *stīpra gaismas punktveida avota gaismas plūsma telpas leņķa vienībā*.



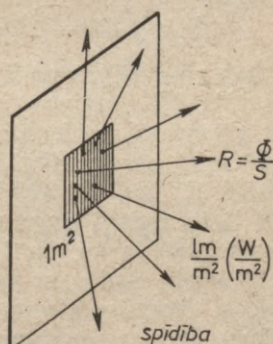
26-1. zīm.



26-2. zīm.



26-3. zīm.

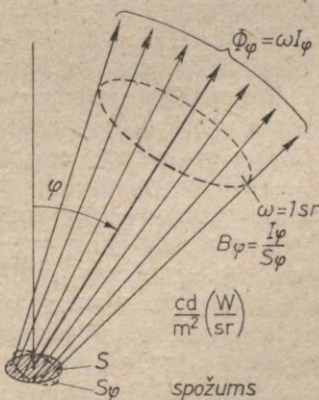


26-4. zīm.

Daudzreiz lieto arī *spektrālos* gaismas lielumus, piemēram, *spektrālo gaismas plūsmu* $\Phi_\lambda = d\Phi/d\lambda$ un citus, kas izsaka gaismas plūsmu un citus lielumus gaismas viļņa garuma λ vienības intervālā. Visam gaismas spektram atbilstošā gaismas plūsma tad ir $\Phi = \int d\Phi = \int \Phi_\lambda d\lambda$ un citiem lielumiem — līdzīgi.

2. **Gaismas daudzums** Q ir elektromagnētiskā starojuma daudzums, kuru nosaka ar tā izraisīto gaismas sajūtu acī laikā t :

$$Q = \Phi t. \quad (26-8)$$



26-5. zīm.

Gaismas daudzumu Q mēra *lūmensekundēs* ($\text{lm} \cdot \text{s}$). $1 \text{ lm} \cdot \text{s}$ ir gaismas daudzums, kuru dod 1 cd stiprs gaismas punktveida avots telpas leņķa vienībā sekundes laikā.

3. Gaismas stiprums I (sk. 26-2. zīm.) ir gaismas plūsma telpas leņķa vienībā. No izteiksmes (26-2), ja gaismas plūsma ir izotropā, t. i., uz visām pusēm vienāda, vai nav izotropā,

$$I = \frac{\Phi}{\omega} \text{ vai } I = \frac{d\Phi}{d\omega}. \quad (26-9)$$

No izteiksmes (26-9) var izteikt gaismas plūsmu ar gaismas stiprumu: $\Phi = I\omega$. Ja punktveida avota gaismas stiprums I visos virzienos ir vienāds, tad, tā kā pilnais telpas leņķis $\omega = 4\pi$ sr, avota pilnā gaismas plūsma

$$\Phi_0 = 4\pi I. \quad (26-10)$$

Ja punktveida avota gaismas plūsma nav izotropā, tad pilnā gaismas plūsma

$$\Phi_0 = \int d\Phi = \int I d\omega. \quad (26-11)$$

Gaismas stipruma I mērvienība — **kandela*** (cd) ir SI sistēmas (MKSC sistēmas) pamatvienība. *Kandelas etalons ir gaismas stiprums, ko izstaro $1/60 \text{ cm}^2 = 1/600\,000 \text{ m}^2$ liela platina virsma sev perpendikulārā virzienā pie kušanas temperatūras (2046,2 K) un 101 325 Pa (1 atm) liela spiediena.* Praksē tomēr bieži lieto rūpīgi pagatavotas elektriskās kvēlspuldzes. No izteiksmes (26-9) izriet, ka $1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot 1 \text{ sr}$. 1 cd stiprs gaismas punktveida avots dod 1 sr telpas leņķī 1 lm lielu gaismas plūsmu.

4. a. **Apgaismojums** E ir skaitliski vienāds ar gaismas plūsmu Φ , kura krīt uz laukuma S vienību (sk. 26-3. zīm.):

$$E = \frac{\Phi}{S} \text{ vai } E = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (26-12)$$

Apgaismojumu mēra **luksos** (lx). Saskaņā ar izteiksmi (26-12) $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$.

Bieži lieto *apgaismojuma daudzuma $E \cdot t$ jēdzienu*, kas izsaka laikā t krītošās gaismas daudzumu uz laukuma vienību (Q/S), kuru mēra *lukssekundēs* ($\text{lx} \cdot \text{s}$).

Dažas aptuvenas *apgaismojuma normas*: iela — 10 lx, lasīšanai — 150 lx, mehāniskam darbgaldam — 500 lx, smalkmehāniskiem darbiem — 1000 lx. Luminiscentajam apgaismojumam tās ir 2÷3 reizes lielākas.

b. *Apgaismojums mainās atkarībā no virsmas un gaismas avota attāluma r un no gaismas plūsmas un virsmas normāles veidotā leņķa φ .* *Virsmas apgaismojums E no gaismas punktveida avota ir tieši proporcionāls gaismas avota stiprumam I un*

* Nosaukums kandela, kas lietots šajā grāmatā nosaukuma svece vietā, atbilst Devītās ģenerālās mēru un svaru konferences (1948. g.) pieņemtajam starptautiskajam gaismas stipruma mērvienības nosaukumam, ko lieto gandrīz visās valstīs, un fizikālo lielumu mērvienību valsts standarta projektam (1969. g.).

tā leņķa kosinusam, ko veido stari un virsmas normāle, bet apgriezti proporcionāls gaismas avota un virsmas attāluma r kvadrātam. Ievērojot, ka $S=r^2\omega$ un $\Phi=\Phi_0 \cos \varphi$, kur $\Phi_0=I\omega$,

$$E=\frac{\Phi}{S}=\frac{I\omega \cos \varphi}{r^2\omega}=\frac{I}{r^2} \cos \varphi. \quad (26-13)$$

So t. s. Lamberta likumu plaši izmanto gaismas avotu stipruma mērīšanā. No ļoti gara taisnas *linijas* veida gaismas avota $E \sim 1/r$, bet no lielas gaismu izstarojošas *plaknes* $E=\text{const}$, t. i., E nav atkarīgs no plaknes un apgaismojamās virsmas attāluma.

5. Spīdība R ir skaitliski vienāda ar gaismas avota virsmas laukuma vienības uz vienu pusi izstaroto gaismas plūsmu. Pēc izteiksmes (26-4)

$$R=\frac{\Phi}{S} \text{ vai } R=\frac{d\Phi}{dS}. \quad (26-14)$$

Starojošās virsmas spīdību R , tāpat kā apgaismojumu, mēra lm/m^2 . Gaismas avota spīdība ir $1 \text{ lm}/\text{m}^2$, ja virsmas laukuma 1 m^2 uz vienu pusi izstaro 1 lm lielu gaismas plūsmu.

6. Bez tam fizioloģiskajā fotometrijā lieto gaismas avota virsmas spīdību telpas leņķa vienībā B_φ , kuru sauc par virsmas spožumu. Virsmas spožumu skaitliski izsaka gaismas plūsma Φ no laukuma S_φ vienības telpas leņķa ω vienībā virzienā φ (sk. 26-5. zīm.):

$$B_\varphi=\frac{\Phi}{\omega S_\varphi}=\frac{I_\varphi}{S_\varphi}, \quad (26-15)$$

kur I_φ — gaismas avota stiprums un S_φ — starojošā laukuma S lielums, raugoties φ virzienā.

Ja izstarojošās virsmas gaismas stiprums I_φ virzienā φ pakļaujas kosinusa likumam, t. i., $I_\varphi=I_0 \cos \varphi$ (I_0 ir I_φ , ja $\varphi=0$), tad $B_\varphi=B_0=B=\text{const}$ un, tāpat kā fizikālajā fotometrijā,

$$R=\pi B. \quad (26-16)$$

Tātad spīdība ir π reizes lielāka par spožumu. Virsmas spožumu B_φ mēra nītos. $1 \text{ nt}=1 \text{ cd}/\text{m}^2=1 \text{ lm}/(\text{sr} \cdot \text{m}^2)$. Dažu gaismas avotu virsmu spožumu piemēri: Saules virsmai — 10^9 nt , elektriskās spuldzes kvēldiega virsmai — $3500 \div 5000 \text{ knt}$, baltai Saules apspīdētai virsmai — 30 knt , ogles loka lampai — $1,8 \cdot 10^5 \text{ knt}$, neona lampai — 1 knt , pilna Mēness virsmai — 10 knt , nakts debesīm — 10^{-4} knt . Pārāk liels virsmas spožums ir kaitīgs acij, tāpēc elektriskajām spuldzēm izmanto pienstiklu.

7. Fizioloģiskajā fotometrijā bieži lieto arī gaismas atdeves jēdzienu, kas izsaka gaismas plūsmas Φ un šīs plūsmas radišanai patērētās jaudas N attiecību Φ/N un ko mēra *lūmenos uz vatu* (lm/W).

C. Fizikālās un fizioloģiskās fotometrijas lielumu sakarība. Fizikālās un fizioloģiskās fotometrijas lielumu saista acs redzamības funkcija

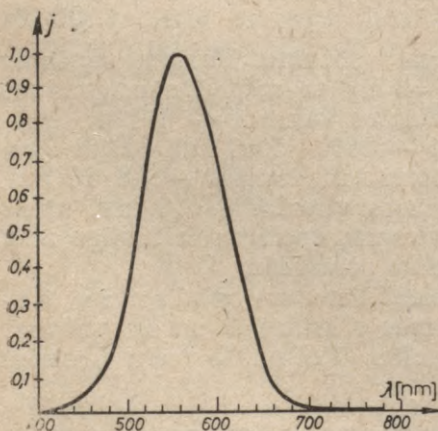
V_λ , kas ir gaismas viļņa garuma λ vienības intervāla gaismas plūsmas Φ_λ un starojuma plūsmas $\Phi_{s\lambda}$ attiecība:

$$V_\lambda = \frac{\Phi_\lambda}{\Phi_{s\lambda}}; \quad (26-17)$$

tās mērvienība ir lm/W. Šī funkcija ir vislielākā pie gaismas viļņa garuma $\lambda=554$ nm. Tad, gaismas plūsmu mērot lūmenos un starojuma plūsmu — vatos, $V_{\lambda=554} = 1/683 = 0,00147$ lm/W. Redzamības V_λ pie viļņa garuma λ un maksimālās redzamības $V_{\lambda=554}$ attiecību $j = V_\lambda/V_{\lambda=554}$ sauc par relatīvo redzamību. Bezdimensionālā acs relatīvā redzamība j stipri mainās atkarībā no gaismas intensitātes un viļņa garuma. Acs visjutīgākā ir spektra zaļajā daļā ($\lambda=554$ nm), kur $j \approx 1$; citiem viļņa garumiem $j < 1$. Tā, piemēram, spektra sarkanajā daļā ($\lambda=650$ nm) $j=0,107$, spektra zilajā daļā ($\lambda=400$ nm) $j=0,0004$. 26-6. zīmējumā attēlota relatīvā redzamība j redzamās gaismas intervālā atkarībā no viļņa garuma λ . Redzamības funkcija nav izsakāma analītiski.

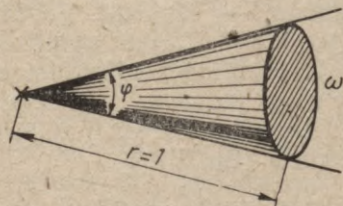
Acs relatīvo redzamību j nosaka, eksperimentējot ar lielu skaitu cilvēku. Mērot gaismas fotometriskos lielumus, pieņem, ka gaismas kairinājums acī ir tieši proporcionāls acī ieejošai gaismas plūsmai Φ . Eksperimentos acī tās neprecizitātes dēļ mēdz aizstāt ar dažādiem fizikāliem mēraparātiem, piemēram, ar selēna fofoelementu — luksmetru, kura *jutība* (fotostrāvas stipruma un tās izraisītājas gaismas plūsmas attiecība) ir aptuveni tāda pati kā acij. Tā kā visi fotometriskie lielumi ir tieši proporcionāli elektromagnētiskā starojuma vai gaismas plūsmai, tad līdzīga veida sakarības kā plūsmai ($\Phi_\lambda = V_\lambda \Phi_{s\lambda}$) pastāv arī starp citiem starojuma un attiecīgajiem gaismas lielumiem: $R_\lambda = V_\lambda R_{s\lambda}$, $I_\lambda = V_\lambda I_{s\lambda}$ utt. Pēc šīm sakarībām, zinot redzamības funkciju V_λ un elektromagnētiskā starojuma lielumus $Q_{s\lambda}$, $I_{s\lambda}$, $\Phi_{s\lambda}$, ..., var aprēķināt gaismas lielumus Q_λ , I_λ , Φ_λ , ... — un otrādi. Nepārtrauktam elektromagnētiskā starojuma spektram šīs sakarības var uzrakstīt šādā formā:

$$\Phi = \int_0^\infty V_\lambda \Phi_{s\lambda} d\lambda. \quad (26-18)$$



26-6. zīm.

Piezīme. Telpas leņķis raksturo telpas kakta lielumu pie konusa virsotnes (26-7. zīm.). Ja konusa veidules garums ir r un konusu šķeļi sfēriska virsma, kuras centrs ir konusa virsotne, tad telpas leņķi ω definē ar konusā esošās sfēriskās virsmas daļas laukuma S un sfēras rādiusa kvadrāta



26-7. zīm.

attiecību: $\omega = S/r^2$. Telpas leņķa mērvienība ir steradiāns (sr). 1 sr ir telpas leņķis, kam atbilst vienu rādiusa kvadrātu liels sfēriskās virsmas laukums. Tā kā pilnais sfēras laukums $S = 4\pi r^2$, tad pilnais telpas leņķis $\omega = 4\pi$.

Piemēri. 1. Aprēķināt gaismas stiprumu plūsmas virzienā, ja visa 100 cd stiprā gaismas punktveida avota plūsma vērsta koniskā telpas leņķī ω , kura virsotnes leņķis $\varphi = 5^\circ$.

Konusa virsotnes leņķim φ atbilst $\omega \approx \pi \left(\frac{\varphi}{2}\right)^2$ sr telpas leņķis. Vispār $\omega = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)$. Tāpēc gaismas stiprums palielinās $\frac{4\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\pi(\varphi/2)^2} = \frac{16}{\varphi^2} = 16 \cdot \left(\frac{57,3}{5}\right)^2 = 2110$ reizes un plūsmas virzienā gaismas stiprums $I = 211\,000$ cd.

2. Sfēriska blāvistikla kupola centrā, kura diametrs $d = 30$ cm, atrodas 100 cd spuldze. Aprēķināt kupola gaismas pilno plūsmu Φ_0 , spožumu B_0 un spīdību R .

Gaismas pilnā plūsma no kupola ir vienāda ar gaismas pilno plūsmu no spuldzes: $\Phi_0 = 4\pi I = 12,56$ sr \cdot 100 cd = 1256 lm. Pieņemot, ka kupola virsma staro pēc kosinusa likuma, tās spožums B_0 visos virzienos ir vienāds un pēc izteiksmes (26-15)

$$B_0 = \frac{I}{S_\varphi} = \frac{I}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{100 \text{ cd}}{3,14 \cdot (0,15)^2 \text{ m}^2} = 1330 \text{ nt}$$

in pēc izteiksmes (26-16) spīdība

$$R = \pi B_0 = 3,14 \text{ sr} \cdot 1330 \text{ nt} = 4,17 \cdot 10^3 \frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$$

3. 1 m attālumā no 10 cd spuldzes novietots fotoelements, kura virsmas laukums $S = 15$ cm². Aprēķināt fotoelementa jutību $k = \frac{i}{\Phi} \left[\frac{\text{mA}}{\text{lm}} \right]$, ja fotoelementam pievienotais mikroampērmētrs rāda $i = 0,01$ mA stipru strāvu.

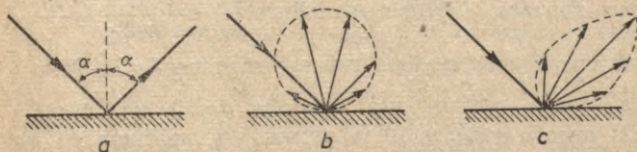
Tā kā lodes virsmas laukumam S atbilst telpas leņķis $\omega = \frac{S}{r^2}$ [sr], tad pēc izteiksmes (26-9) uz fotoelementu krītošā gaismas plūsma $\Phi = I\omega = 10 \text{ cd} \times \frac{0,015 \text{ m}^2}{1 \text{ m}^2} \text{ sr} = 0,015$ lm. Tātad fotoelementa jutība

$$k = \frac{0,01 \text{ mA}}{0,015 \text{ lm}} = 0,676 \frac{\text{mA}}{\text{lm}}$$

3. §. GAISMAS ATSTAROŠANĀS [REFLEKSIJA]

1. **Gaismas atstarošanās veidi un pamatlikumi.** Gaismas atstarošanās no kādas virsmas var būt a) virzīta (26-8. zīm. a), b) difūza (26-8. zīm. b) un c) virzīti difūza (26-8. zīm. c). Bez tam eksistē daudzas gaismas atstarošanās starpformas. Virzītu gaismas atstarošanos dod gludas metāla virsmas; difūzi atstaro stipri matētas stikla virsmas, biezs blāvistikls, zīmēšanas

papīrs, ģipsis, emalja. Virzīti difūzo atstarošanas izraisa sīki, dažus μm lieli virsmas nelīdzenumi. Tā, piemēram, stikla vai metāla spoguļa virsmu apstrādājot ar smilšpapīru, dabū virzīti difūzi atstarojošu virsmu. Priekšmetu var redzēt, ja tas gaismu atstaro difūzi. Virzītā atstarošanā pašu atstarotāju neredz. Difūzi atstarotās gaismas plūsmas un krītošās gaismas plūsmas attiecību sauc par atstarošanas spēju jeb *albedo*.

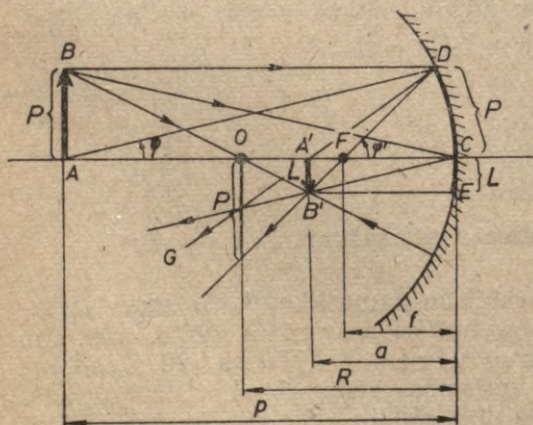


26-8. zīm.

Gaismas atstarošanas no gludas virsmas nosaka divi likumi: 1) krīšanas leņķis jeb leņķis starp krītošo staru un virsmas normāli ir vienāds ar atstarošanās leņķi jeb leņķi starp atstaroto staru un virsmas normāli; 2) krītošais stars, normāle un atstarotais stars atrodas vienā plaknē. Gaismas atstarošanās likumus izlieto attēlu iegūšanai spoguļos vai gaismas staru virziena maiņai.

2. Virzīta gaismas atstarošanās no sfēriskas virsmas (sfēriska spoguļa). Gaismai atstarojoties no plakanas virsmas, priekšmeta attēls, kas rodas aiz plakana virsmas, ir šķietams (attēlu dod tiešo staru pagarinājumu krustpunkti) un tikpat liels, cik liels ir priekšmets. Gaismai atstarojoties no sfēriskas virsmas, atkarībā no priekšmeta attāluma līdz spogulim dabū kā lineāri palielinātu, tā arī lineāri pamazinātu reālu vai šķietamu attēlu.

Priekšmeta punkta attēlu sfēriskā spogulī, t. i., no priekšmeta punkta izejošo staru krustpunktu, konstruē, izmantojot divus starus. a) Viens no tiem ir



26-9. zīm.

paralēli spoguļa galvenajai optiskajai asij ejošs stars BD , kas pēc atstarošanās no spoguļa iet caur spoguļa fokusu F (26-9. zīm.). Par spoguļa galveno optisko asi jeb vienkārši par optisko asi sauc taisni, kas iet caur spoguļa virsmas centru C un spoguļa liekuma centru O , un par spoguļa fokusu sauc punktu, kurā pēc atstarošanās krustojas optiskajai asij paralēli stari.

Speciālā gadījumā, kad priekšmeta punkts A atrodas uz optiskās ass, tā attēls ir stara ADG krustpunkts A' ar optisko asi. Tā kā gaismas staru gaitu var vienmēr apgriezt, tad caur spoguļa fokusu F ejošais stars pēc atstarošanās no spoguļa iet paralēli spoguļa optiskajai asij. b) *Otrs stars iet caur spoguļa liekuma centru O un pēc atstarošanās — pa to pašu taisni pretējā virzienā.* Attēls ir šo abu staru krustpunktā. Visiem sfēriskajiem spoguļiem neatkarīgi no vides starp spoguļa rādiusu R un fokusa attālumu f pastāv šāda sakarība: $OC=R=2FC=2f$.

Apzīmēsim priekšmeta un attēla attālumus līdz spoguļa virsmas centram C ar p un a . Attēlu iegūšanai ieliektā sfēriskā spoguļi var būt šādi gadījumi:

Priekšmeta novietojums	Attēla veids
$p > R$	reāls, apgriezts, lineāri pamazināts
$p = R$	„ „ vienāds ar priekšmetu
$R > p > f$	„ „ lineāri palielināts
$p < f$	šķietams, tiešs, lineāri palielināts

Tuvināti pieņemot, ka $DC \perp FC$ (26-9. zīm.), un ievērojot, ka $FC=f$, $A'F=a-f$, $A'B'=L$, $CD \approx AB=P$, no līdzīgajiem trīsstūriem $A'B'F$ un FDC dabūjam proporciju $L/P=(a-f)/f$, bet no līdzīgajiem trīsstūriem BDC un $B'EC$ — proporciju $L/P=a/p$. Abas pēdējās L/P izteiksmes salīdzinot, dabūjam, ka $(a-f)/f=a/p$. Šo vienādību dalot ar a , iegūstam ieliektā sfēriskā spoguļa galveno formulu

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}. \quad (26-19)$$

Priekšmeta attēla stāvokli izliektā sfēriskā spoguļi tāpat nosaka izteiksme (26-19), tikai fokusa attāluma f vietā jāievieto $-f$.

Jāpiezīmē, ka izteiksme (26-19) der tikai sfēriskā spoguļa optiskajai asij tuvu punktu attēliem. Tālāk no šīs ass ejoši tai paralēli stari pēc atstarošanās no sfēriskā spoguļa nekrustojas fokusā, bet krustojas punktā, kuri atrodas uz vienas virsmas — t. s. *kaustikas*. Tāpēc plati staru kūļi sfēriskā spoguļi sfēriskās aberācijas, astigmatisma un citu iemeslu dēļ (26. nod. 8. §) dod izkropļotus attēlus. Nekropļoti attēli rodas tikai paraboliskos spoguļos, piemēram, astronomiskajos reflektoros, kuros arī tālāk no spoguļa optiskās ass tai paralēli ejoši stari krustojas fokusā.

Spoguļa lineārais palielinājums ir L/P , t. i., attēla un priekšmeta spoguļa optiskajai asij perpendikulāro lineāro izmēru attiecība. Spoguļa leņķiskais palielinājums ir atstarotā stara un krītošā stara ar spoguļa optisko asi veidoto leņķu tangensu attiecība, t. i., $\text{tg } \varphi' / \text{tg } \varphi$, kas maziem leņķiem aptuveni ir φ' / φ .

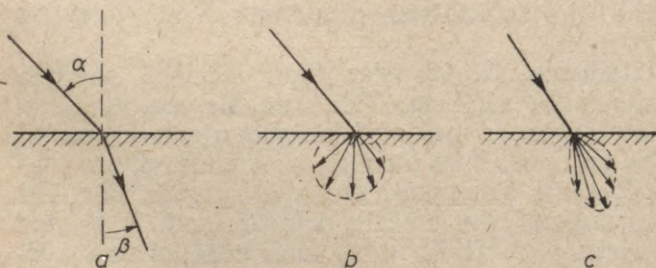
Šajā nodaļā ģeometriskās optikas sakarībās rakstām visiem nogriežņiem un leņķiem to pozitīvās vērtības, norādot gadījumus, kad tie ir negatīvi. Bieži izmanto arī t. s. *zīmju nosacījumus*, piemēram, pieņem, ka, stariem ejot no kreisās puses uz labo pusi, nogriežņi no spoguļa (lēcas) viduspunkta pa labi ir pozitīvi, pa kreisi — negatīvi, no optiskās ass uz augšu — pozitīvi, uz leju — negatīvi. Tad vairākiem lielumiem mainītos zīme.

4. §. GAISMAS LAUŠANA (REFRAKCIJA)

Gaismas laušana uz divu vidu robežvirsmas atkarībā no robežvirsmas gluduma var būt a) virzīta (26-10. zīm. a), b) difūza (26-10. zīm. b) un c) virzīti difūza (26-10. zīm. c). Stara virziena izkliedi izraisa robežvirsmas, piemēram, smalki matēta stikla virsmas ļoti mazo negludumu gaismas izkliede. Bez tam eksistē daudzas gaismas laušanas starpformas.

1. **Gaismas virzītās laušanas likumi.** Gaismas laušanu uz gludas divu vidu (1 un 2) robežvirsmas nosaka šādi divi likumi: 1) krītošais stars, laužtais stars un virsmas normāle, kas, novilkta krišanas-laušanas punktā, atrodas vienā plaknē; 2) krišanas leņķa α un laušanas leņķa β sinusu attiecība visiem leņķiem α un β ir viena un tā pati, to sauc par relatīvo gaismas laušanas koeficientu n_{12} (sk. 23. nod. 5. §). Par vielas absolūto *gaismas laušanas koeficientu* n sauc gaismas laušanas koeficientu attiecībā pret vakuumu. *Vakuuma* absolūtais gaismas laušanas koeficients $n=1$. Divu vidu relatīvais gaismas laušanas koeficients ir vienāds ar šo vidu absolūto laušanas koeficientu attiecību:

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (26-20)$$



26-10. zīm.

23. nod. 5. § redzējām, ka viļņu relatīvais laušanas koeficients n_{12} ir apgriezti proporcionāls viļņu ātrumu v_1 un v_2 , resp., viļņu garumu λ_1 un λ_2 , attiecībai:

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (26-21)$$

Gaismas viļņu gadījumā, ja pirmā vide ir vakuums, t. i., $n_1=1$

un $v_1=c$, no izteiksmes (26-21) dabūjam, ka otrās vides gaismas absolūtais laušanas koeficients (liekot $n_{12}=n$, $v_2=v$)

$$n = \frac{c}{v}. \quad (26-22)$$

Gaisam $n=1,0002726$ (Na gaismai), stiklam $n=1,5 \div 1,85$. Tā kā gaismas frekvence ν vielā ir tāda pati kā vakuumā, no sakarības (26-22) izriet, ka gaismas viļņa garums vielā

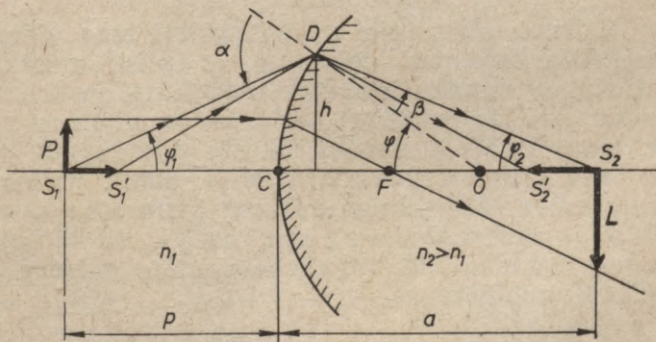
$$\lambda_v = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \frac{\lambda}{n}, \quad (26-23)$$

kur λ — gaismas viļņa garums vakuumā.

2. Virzīta gaismas laušana uz sfēriskas virsmas. Pieņemsim, ka gaismas stari nāk no punkta S_1 (26-11. zīm.), kas atrodas vidē, kuras laušanas koeficients ir n_1 , un krīt uz izliektu sfērisku virsmu, kuras rādiuss $R=OC$. Pēc laušanas stari krustojas kādā otrās vides punktā S_2 , kur $n_2 > n_1$. Tā kā $\alpha = \varphi + \varphi_1$ (jo trīsstūra S_1DO iekšējo leņķu summa ir $\varphi + \varphi_1 + (\pi - \alpha) = \pi$) un $\beta = \varphi - \varphi_2$ (sk. trīsstūri ODS_2), tad galvenajai optiskajai asij tuviem stariem, kuriem leņķi α un β ir mazi, no laušanas likuma $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ izriet, ka $n_1(\varphi + \varphi_1) \approx n_2(\varphi - \varphi_2)$. Ievietojot šajā sakarībā $\varphi_1 \approx h/p$, $\varphi_2 \approx h/a$ un $\varphi \approx h/R$, pēc saīsināšanas ar h dabūjam, ka

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{a} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (26-24)$$

Tā ir vienas gaismu laužošanas sfēriskas virsmas attēlošanas formula. Ja $p = \infty$ vai $a = \infty$, no izteiksmes (26-24) $a = f_2 = n_2 R / (n_2 - n_1)$ vai $p = f_1 = n_1 R / (n_2 - n_1)$, t. i., dabūjam abus galvenos liektās robežvirsmas fokusu attālumus, kuru attiecība $f_1/f_2 = n_1/n_2$ un starpība $f_2 - f_1 = R$. Gadījumā, ja attēls



26-11. zīm.

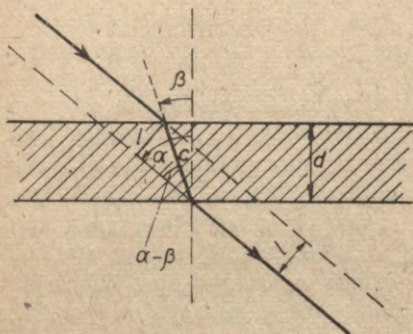
S_2 ir šķietams (punkti S_1 un S_2 ir vienā robežvirsmas pusē), tad izteiksmē (26-24) a jāņem ar mīnusa zīmi un, ja virsma ir ieliekta (punkti S_1 , S_2 un O ir vienā virsmas pusē), tad arī R jāņem ar mīnusa zīmi.

$L/p = a/p$ ir lineārais, $\tan \varphi_2 / \tan \varphi_1 \approx \varphi_2 / \varphi_1$ — leņķiskais un $S_2 S_2' / S_1 S_1'$ — dziļuma palielinājums.

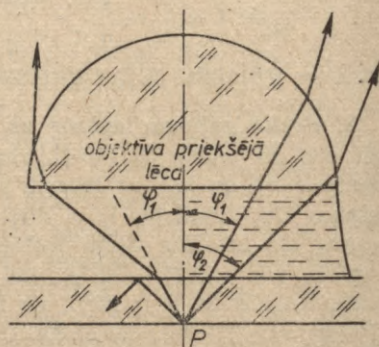
Piemēri. 1. Noteikt plakanparalēlas plates biezumu d pēc stara sāniskās nobīdes l .

No 26-12. zīmējuma $c = \frac{d}{\cos \beta}$, tāpēc $\frac{l}{c} = \frac{l \cos \beta}{d} = \sin(\alpha - \beta)$ un $d = \frac{l \cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$.

2. Kāpēc palielinās punktu P attēlojoša staru kūļa platums (un līdz ar to palielinās mikroskopa izšķiršanas spēja) no $2\varphi_1$ uz $2\varphi_2$ (26-13. zīm.), ja priekšmeta segstikliņa un objektīva veidoto spraugu piepilda ar eļļu (imersijas objektīvs)?



26-12. zīm.



26-13. zīm.

Tas izskaidrojams ar to, ka gaismas stari, nākot no P un ejot caur priekšmeta segstikliņa uz eļļu, mazāk atliecas no robežvirsmas normāles.

5. Š. PILNĪGĀ IEKŠĒJĀ ATSTAROŠANĀS (TOTĀLĀ REFLEKSIJĀ)

Gaismas stars, ejot no optiski blīvākas vides, t. i., no vides ar lielāku laušanas koeficientu, uz optiski mazāk blīvu vidi, t. i., uz vidi ar mazāku laušanas koeficientu, ja krišanas leņķis β atrodas robežās $0 \leq \beta \leq \beta_t$, atliecas no virsmas normāles, bet, ja krišanas leņķis β atrodas robežās $\beta_t < \beta \leq 90^\circ$, pilnīgi atstarojas no abu vidu robežvirsmas (26-14. zīm.). Krišanas leņķi β_t , pie kura sākas šāda pilnīga gaismas atstarošanās, sauc par *pilnīgās iekšējās atstarošanās robežleņķi*; tā kā šajā gadījumā laušanas leņķis $\alpha = 90^\circ$, tad $\sin \alpha = 1$ un no gaismas laušanas likuma (26-20) dabūjam, ka

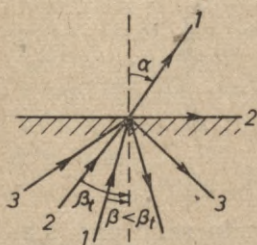
$$n_{12} = \frac{1}{\sin \beta_t}. \quad (26-25)$$

Skaitliski dažu vielu pilnīgās iekšējās atstarošanās robežleņķi β_t attiecībā pret vakuumu vai gaisu, ja $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$, ir šādi: ūdenim — 49° , vieglajam kronam — 40° , smagajam flintam — 34° un dimantam — 24° .

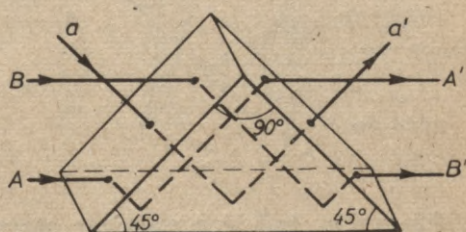
Piemēri. 1. Attēlu apvēršējā prizmā (26-15. zīm.) un prizmā, kas divas reizes maina staru virzienu par 180° (26-16. zīm. a; sk. arī 26-15. zīm. starus

a, a'), gaisma pilnīgi atstarojas no neapsudrabetām virsmām, bet 90° virziena maiņas prizmā (26-16. zīm. b) gaisma atstarojas no apsudrabetām virsmām.

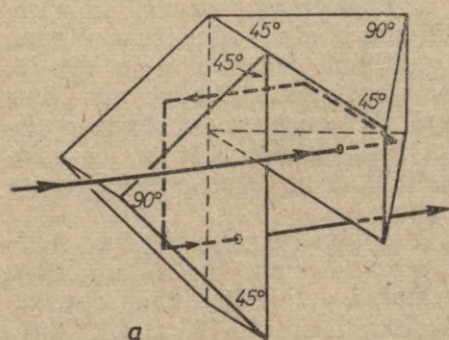
Lauka tālskati ir divas apvēršējas prizmas ar savstarpēji perpendikulārām šķautnēm (26-16. zīm. a). Optiskos instrumentos, gaismai ejot caur vairāku stikla prizmu robežvirsmām, tomēr atstarošanās dēļ rodas ap 30% lieli gaismas zudumi.



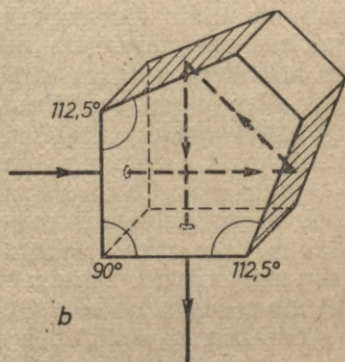
26-14. zīm.



26-15. zīm.



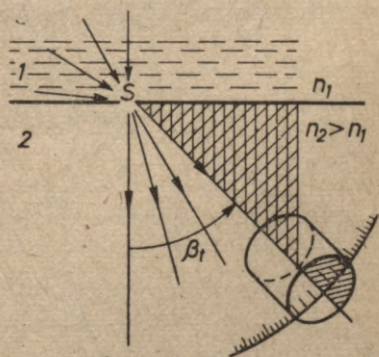
a



b

26-16. zīm.

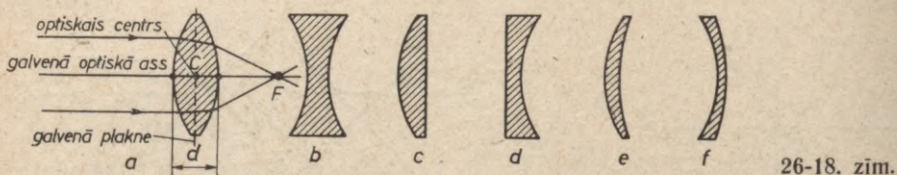
2. **Refraktometros**, difūzai gaismai vietā S (26-17. zīm.) pārejot no optiski mazāk blīvas vides 1 uz optiski blīvāku vidi 2, izveidojas gaišs konuss, kura virsotnes leņķis ir pilnīgās iekšējās atstarošanās robežleņķis β_r . Izmērot šo robežleņķi, var noteikt vides gaismas laušanas koeficientu n_1 (šķīdumiem tas ir proporcionāls šķīduma koncentrācijai), ja ir zināms optiski blīvākās vides laušanas koeficients n_2 .



26-17. zīm.

6. §. SFĒRISKĀS LĒCAS

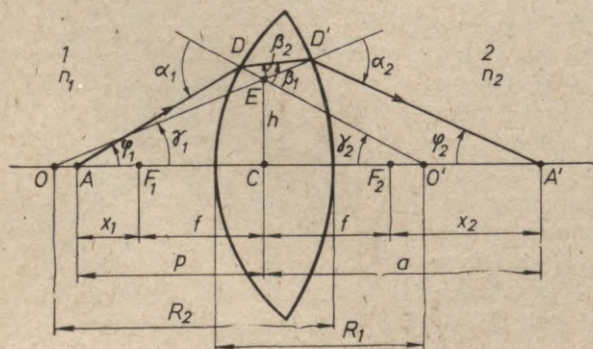
1. Lēcas. Sfēriskās lēcas (26-18. zīm.), t. i., lēcas, kuru virsmas ir sfēriskas, var būt *abpusēji izliektas (a)*, *abpusēji ieliektas (b)*, *plakani izliektas (c)*, *plakani ieliektas (d)*, *ieliekti izliektas (e)* un *izliekti ieliektas (f)*. Ja vidū lēcas biezums ir lielāks



26-18. zīm.

nekā malās, tad lēca gaismas starus sakopo un to sauc par *savācējlēcu*, bet, ja vidū lēca ir plānāka nekā malās, tad tā gaismu izkliedē un tā ir *izkliedētājlēca*. Abu lēcas virsmu liekumu centrus savienojošo taisni sauc par lēcas *galveno optisko asi* jeb vienkārši par optisko asi. Lēca ir *plāna*, ja aprēķinos un attēlu konstrukcijās attālumu d starp abu lēcas virsmu centriem var neievērot; pretējā gadījumā tā ir *bieza* (26-18. zīm. a). Plānas lēcas attāluma d viduspunktu C sauc par lēcas optisko centru. Punktu, kurā pēc laušanas krustojas optiskajai asij paralēlie stari, sauc par lēcas *galveno fokusu*, jeb vienkārši par fokusu un fokusa F attālumu no lēcas optiskā centra C — par lēcas *fokusa attālumu*.

2. Lēcas galvenais uzdevums ir dot priekšmetu attēlus. Attēlošanas svarīgākās sakarības ir *lēcas formula* un *lēcas fokusa attāluma formula*. Izrisinot šīs formulas, aplūkosim, kāda optiskai asij tuva stara gaitu izliektā sfēriskā lēcā (26-19. zīm.), kurai $R_1 = O'D$ un $R_2 = OD'$. Tā kā $\varphi_1 = \alpha_1 - \gamma_2$, $\varphi_2 = \alpha_2 - \gamma_1$ un $\beta_1 + \beta_2 = \gamma_1 + \gamma_2$ (jo trīsstūri ADO' , $OD'A'$ un DED' iekšējo leņķu summas ir π), tad no gaismas laušanas likumiem maziem krišanas un laušanas leņķiem, t. i., $\alpha_1 \approx n\beta_1$, $\alpha_2 \approx n\beta_2$, dabūjam, ka $\varphi_1 + \varphi_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\gamma_1 + \gamma_2) = n(\beta_1 + \beta_2) - (\gamma_1 + \gamma_2) = n(\gamma_1 + \gamma_2) - (\gamma_1 +$



26-19. zīm.

$+\gamma_2) = (n-1)(\gamma_1 + \gamma_2)$. Optiskajai asij tuviem stariem $\text{tg } \varphi_1 \approx \varphi_1 \approx h/p$; $\varphi_2 \approx h/a$; $\text{tg } \gamma_1 \approx \gamma_1 \approx h/R_2$ un $\gamma_2 \approx h/R_1$. Ievietojot šīs izteiksmes iegūtajā vienādībā, dabūjam sfēriskās lēcas formulu:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{p} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (26-26)$$

Šīs sakarības konstantās, t. i., no priekšmeta un attēla vietas neatkarīgās, labās pusēs nosīmi var noteikt, liekot tās kreisajā pusē $a = \infty$ ($1/a = 0$). Tad lauztie stari ir paralēli optiskajai asij, bet lēcas priekšmeta pusē tie iziet no fokusa F_1 , t. i., $p = f$. Izteiksmes (26-26) labā pusē tad ir vienāda ar apgriezto lēcas fokusa attālumu:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (26-27)$$

Abpusēji izliektai lēcai R_1 un $R_2 > 0$ ($f > 0$), bet abpusēji ieliektai lēcai R_1 un $R_2 < 0$ ($f < 0$), ieliekti izliektai lēcai $R_1 < 0$, $R_2 > 0$ ($f > 0$ vai $f < 0$) un izliekti ieliektai lēcai $R_1 > 0$, $R_2 < 0$ ($f > 0$ vai $f < 0$).

Ievietojot vienādībā (26-26) izteiksmi (26-27) un $p = f + x_1$, $a = f + x_2$, dabūjam, ka $x_1 x_2 = f^2$ (sk. 26-19. zīm.).

Ja lēcas abās pusēs ir vide ar vienādu laušanas koeficientu $n_1 = n_2 = n' \neq 1$, tad lēcas formulas (26-26) un (26-27) paliek dotajā veidā, tikai absolūtā laušanas koeficienta n vietā šajās izteiksmēs ir jāliek relatīvais laušanas koeficients $n_r = n/n'$. Ja vides laušanas koeficients n' ir lielāks nekā lēcai ($n' > n$), tad abpusēji izliektā lēca gaismas starus izkļiedē ($f < 0$), bet abpusēji ieliektā lēca gaismas starus sakopo ($f > 0$). Ja attēls ir šķietams, tad izteiksmē (26-26) $1/a$ vietā jāliek $-1/a$.

3. Gadījumā, ja lēcas abās pusēs ir vides ar dažādiem laušanas koeficientiem n_1 un n_2 , tad, stariem pārejot no vides 1 uz lēcu, formula (26-24)

ir šāda: $\frac{n_1}{p_1} + \frac{n}{-a_1} = \frac{n-n_1}{R_1}$ (a_1 vietā jāliek $-a_1$, jo 26-19. zīmējumā stara DD'

dotais attēls ir šķietams), bet, stariem pārejot no lēcas uz vidi 2, tā ir šāda:

$\frac{n}{p_2} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2-n}{-R_2}$ ($-R_2$ tāpēc, ka robežvide ieliekta). Pirmās robežvides attēla

attālums ir otrās robežvides priekšmeta attālums, t. i., $a_1 = p_2$, tāpēc, ja no abām iepriekšējām izteiksmēm izsaka n/a_1 un n/p_2 , tās pielīdzina un atmet lielumu a un p indeksus, dabū, ka

$$\frac{n_2}{a} + \frac{n_1}{p} = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{n-n_2}{R_2}. \quad (26-28)$$

Šajā gadījumā abi fokusa attālumi f_1 un f_2 nav vienādi. Fokusa attālums

$f_1 = p$, ja $a = \infty$; tad $\frac{n_1}{p} = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{n-n_2}{R_2}$. Attālumu f_2 dabūjam, liekot

$p = \infty$: $\frac{n_2}{a} = \frac{n_2}{f_2} = \frac{n-n_1}{R_2} + \frac{n-n_2}{R_2}$, tātad $\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}$. Var atrast arī, ka $x_1 x_2 = f_1 f_2$.

4. *Saliktas kompaktas centrētas* (visi lēcu virsmu liekumu centri ir uz galvenās optiskās ass) *plānu sfērisku lēcu sistēmas fokusa attālumu* f aprēķina pēc izteiksmes

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots \quad (26-29)$$

Bet divām attālumā d novietotām plānām lēcām

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (26-29')$$

7. §. LĒCU ĪPAŠĪBAS

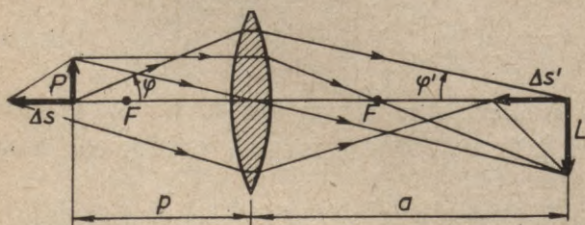
1. **Attēla veidošanās plānā lēcā.** Ja lēca ir plāna, tad gaismas staru ceļam lēcā ir neievērojami maza ietekme uz gaismas staru ceļu aiz lēcas. Konstruējot punkta attēlu plānā lēcā, lieto šādus divus gaismas starus: 1) *optiskajai asij paralēlu staru*, kas pēc lūšanas izliektā lēcā iet caur fokusu (ieliektai lēcai caur fokusu iet tā pagarinājums). Stars ir apgriezams, t. i., laižot to pretējā virzienā, tas iet pa to pašu ceļu; 2) *staru, kas iet caur lēcas optisko centru* C un, izejot cauri lēcai, nemaina savu virzienu. Ja laužto staru krustpunktus iegūst, tos pagarinot, tad dabū šķietamu attēlu (piemēram, ieliektām lēcām). Attēls ir tiešs, ja priekšmeta punkts un attēla punkts atrodas vienā pusē optiskajai asij, pretējā gadījumā tas ir apgriezts.

2. **Palielinājumi.** Lēcas, tāpat kā spoguļa lineārais palielinājums ir optiskajai asij perpendikulāro attēla un priekšmeta izmēru attiecība: $\delta_s = L/P$ (26-20. zīm.). Attēla un priekšmeta laukumu attiecība $(\Delta L)^2/(\Delta P)^2 = \delta_s^2$. Par lēcas *leņķisko palielinājumu* δ_l sauc lauztā stara un optiskās ass veidotā leņķa tangensa un uz lēcu krītošā stara un optiskās ass veidotā leņķa tangensa attiecību: $\delta_l = \operatorname{tg} \varphi' / \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi' / \varphi$.

Kā redzams, lēcas lineārais palielinājums, ja abpus lēcas ir vienādas vides ($n_1 = n_2$), ir vienāds ar leņķiskā palielinājuma apgriezto lielumu:

$$\delta_s = \frac{L}{P} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi'} \approx \frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{1}{\delta_l} \quad (26-30)$$

[ja $n_1 \neq n_2$, tad $\delta_s = n_1 / (n_2 \delta_l)$] Ja $\delta_s > 1$, tad attēls ir lineāri palielināts, bet leņķiski samazināts, un, ja $\delta_s < 1$, tad — lineāri samazināts, bet leņķiski palielināts. Par attēla *dziļuma* palielinā-



26-20. zīm.

jumu δ_d sauc optiskajai asij paralēli mērītā attēla lieluma $\Delta s'$ un priekšmeta lieluma Δs attiecību: $\delta_d = \Delta s' / \Delta s = \delta_s / \delta_l = n_2 \delta_s^2 / n_1$.

3. **Optiskais stiprums** D ir lēcas fokusa attāluma apgrieztais lielums:

$$D = \frac{1}{f}. \quad (26-31)$$

To mēra dioptrijās. Lēcas optiskais stiprums ir viena dioptrija, ja tās fokusa attālums $f=1$ m. Izliektai lēcai $f>0$, tāpēc arī $D>0$, bet ieliektai lēcai $f<0$, tāpēc $D<0$. Kompaktai lēcu sistēmai pēc izteiksmes (26-29) optiskais stiprums $D=D_1+D_2++D_3+\dots$.

4. Lēcas vai lēcu sistēmas **relatīvā atvere** $1:x$ ir lēcas diametra d vai mazākās staru kūli ierobežojošās apaļās diafragmas diametra d attiecība pret fokusa attālumu f :

$$1:x = \frac{d}{f}. \quad (26-32)$$

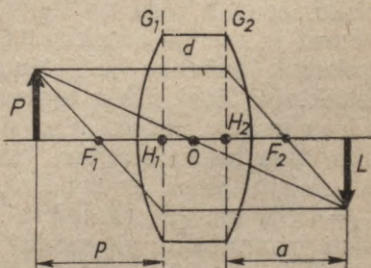
Lielums x ir *atveres attiecības skaitlis* (t. s. *blende* jeb *diafragma*). Tā, piemēram, daudziem fotoobjektīviem $1:x=1:4,5$.

5. Lēcas vai lēcu sistēmas **gaismaspēja** raksturo attēla plaknes apgaismojumu, kas ir tieši proporcionāls diafragmas diametra kvadrātam d^2 un apgriezti proporcionāls lēcas fokusa attāluma kvadrātam f^2 . Tādēļ lēcas vai lēcu sistēmas gaismaspēju S definē šādi:

$$S = \frac{d^2}{f^2} = (1:x)^2. \quad (26-33)$$

Attēla spožums B refleksijas un absorbcijas zudumu dēļ vienmēr ir mazāks nekā priekšmeta spožums (ja abpus lēcas ir vides ar vienādiem laušanas koeficientiem), jo, cik reizi mazāks ir attēla laukums, tik reizi lielāks ir attēlu veidojošā staru kūļa telpas lēņķis.

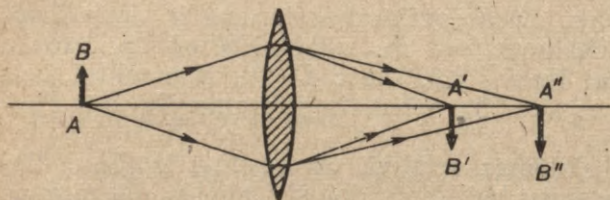
6. **Biezas lēcas.** Attēlu konstruēšanai biežā lēcā definē divas galvenās plaknes G_1 un G_2 (26-21. zīm.), kuras šķēļ galveno optisko asi galvenajos punktos H_1 un H_2 . Tā, piemēram, abpusēji vienādi izliektai biežai lēcā, ja lēcas virsmu liekuma rādiusi $R_1=R_2>d$ (lēcas biezums) un $n=1,5$, abu galveno punktu attālums $H_1H_2=d/3$. Vispār tādai lēcā $H_1H_2 \approx d(n-1)/n$. Galveno plakņu raksturīgākā īpašība ir tā, ka uz lēcu kritošā un no lēcas izejošā stara pagarinājumi krustojas tajā galvenās plaknes punktā, uz kuru ir lēmēts kritošais stars. Reālo no priekšmeta P uz attēlu L ejošo gaismas staru ceļi un attēla konstruēšana ar galveno plakņu palīdzību biežā lēcā attēlota 26-21. zīmējumā. Ļoti aptuvenos biežu lēcu attēlošanas aprēķinos var izmantot plānas lēcas formulas (26-26) un (26-30).



26-21. zīm.

8. §. LĒCU KĻŪDAS

Lēcu attēlošanas kļūdu cēlonis ir lēcu hromatiskās un monohromatiskās aberācijas. Par lēcu monohromatiskajām aberācijām sauc monohromatisku, necentrālu staru veidotā attēla novirzi no centrālo staru veidotā attēla. Centrāls (jeb



26-22. zīm.

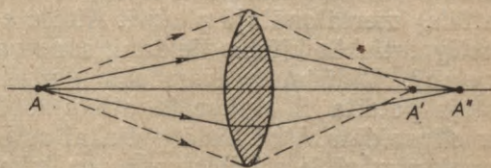
paraksiāls) ir tāds gaismas stars, kas veido ar optisko asi ļoti mazu leņķi α (kad $\text{tg } \alpha \approx \alpha$) un kas nāk no optiskajai asij tuva punkta. Pārējos starus sauc par *necentrāliem* gaismas stariem. Monohromatiskās un hromatiskās aberācijas piemīt tiklab ideāli sfēriskām lēcām, kā arī lēcām, kurām nav precīza sfēriska forma.

1. **Hromatiskā aberācija** ir dažāda viļņa garuma gaismas staru veidoto attēlu atdalīšanās kā pēc atrašanās vietas, tā arī pēc formas un lieluma. Lēcu hromatiskās aberācijas cēlonis ir gaismas staru laušanas koeficienta n maiņa līdz ar viļņa garumu.

Lēcu tuvināti var uzlūkot par radiālu prizmu, kura isāka viļņa garuma starus lauž stiprāk (26-22. zīmējumā priekšmeta AB zilais attēls $A'B'$) nekā lielāka viļņa garuma starus (sarkanais attēls $A''B''$). Tāpēc uz lēcas optiskās ass esošā baltā punkta A attēls ir krāsaina līnija $A'A''$. Ieliektai lēcai krāsaino laužto staru secība ir apgriezta. Tā ir attēla *aksīālā* (optiskās ass virzienā izvērstā) *hromatiskā aberācija*. Tā kā attēla lineārais palielinājums δ_s ir atkarīgs no lēcas fokusa attāluma f , bet pēc izteiksmes (26-27) fokusa attālumu nosaka lēcas laušanas koeficients n , tad dažādu krāsu attēli ir ne vien dažādās vietās, bet tiem ir arī dažāds lielums (sk. 26-22. zīm. attēlus $A'B'$ un $A''B''$). Tā ir *laterālā* (optiskajai asij perpendikulārā virzienā izvērstā) *hromatiskā aberācija*.

Nemot vienu, piemēram, no kronstikla izgatavotu *izliektu* sfērisku lēcu un otru no flintstikla izgatavotu *ieliektu* sfērisku lēcu (kurai ir pretējā virzienā vērsta hromatiskā aberācija) ar lielāku gaismas laušanas koeficientu n un lielāku fokusa attālumu nekā izliektajai lēcai, iegūst gaismas starus sakopjošu lēcu sistēmu — *ahromātu*. Šādai lēcu sistēmai ir novērsta hromatiskā aberācija divu krāsu stariem, kuru viļņa garumi ir λ_1 un λ_2 . Parāsti vizuāliem (kopā ar aci lietojamiem) aparātiem $\lambda_1 = 656,3$ nm un $\lambda_2 = 486,2$ nm (Fraunhofera C un F līnijas). Trīm un vairāk krāsām hromatisko aberāciju (arī vismaz divām krāsām sfērisko aberāciju) novērš, lietojot vairāku lēcu kombinācijas — *apohromātus*.

2. **Sfēriskā aberācija.** Sfēriska izliekta lēca malējos starus, kas nāk no kāda optiskās ass punkta, lauž stiprāk nekā centrālos starus, tāpēc punkta A attēls, lietojot monohromatisku gaismu, ir nogrieznis $A'A''$ (26-23. zīm.). Vienai lēcai sfērisko aberāciju samazina, ar diafragmu samazinot attēlojošā staru kūļa platumu vai izveidojot lēcas virsmai speciālu nesfērisku liekumu. Parasti tomēr, lai novērstu sfēriskās aberācijas kļūdu, kombinē izliektas un ieliektas sfēriskas lēcas ar dažādiem laušanas koeficientiem n , virsmu liekuma rādiusiem R un lēcu attālumiem d , jo ieliekta lēca malējos starus lauž mazāk nekā centrālos starus. Astronomiskajos tālskatos sfēriskā aberācija $A'A'' < f/1000$.



26-23. zīm.

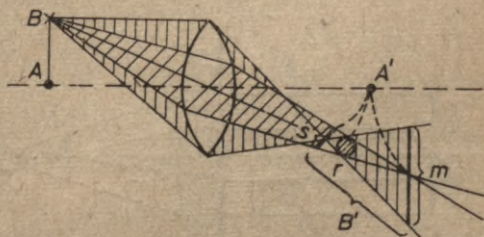
Sfērisku spoguļu sfēriskās aberācijas kļūdu novērš, piemēram, ar *Maksutova korektoru* — speciālu pirms spoguļa novietotu izliekti ieliektu lēcu.

3. **Koma.** Atšķirībā no sfēriskās aberācijas, kura nozīmē to, ka optiskās ass punkta attēls nav punkts, koma ir ārpus optiskās ass esoša punkta ar *platu* staru kūli veidota attēla atkāpšanās no punktveida formas plaknē, kas perpendikulāra optiskajai asij (26-24. zīm.). Šī lēcas kļūda savu nosaukumu ieguvusi no tā, ka ārpus optiskās ass esoša punkta attēlam, ja to veido plats staru kūlis, kas iet kā caur lēcas centru, tā arī caur lēcas malām, optiskajai asij perpendikulārā plaknē ir komētas forma. Ja priekšmeta punkts ir tālu no optiskās ass, tad attēlam ir vēl sarežģītāka forma. Vienai lēcai abas plato staru kūļu kļūdas, t. i., sfēriskās aberācijas un komas kļūdas, reizē un pilnīgi var novērst tikai vienam noteiktam priekšmeta—attēla attālumam, citos attālumos tikai daļēji. Lēcu sistēmas, kurām ir koriģētas komas, sfēriskās un hromatiskās aberācijas kļūdas sauc par *aplānātiem*.

4. **Slīpo staru astigmatisms.** Tālāk aplūkosim *šauro* staru kūļu kļūdas. Astigmatisms (novirze no punkta formas) atšķirībā no komas ir ārpus optiskās ass esoša priekšmeta punkta B attēla izvēršanās optiskās ass virzienā. Šī kļūda piemīt arī ideāli



26-24. zīm.

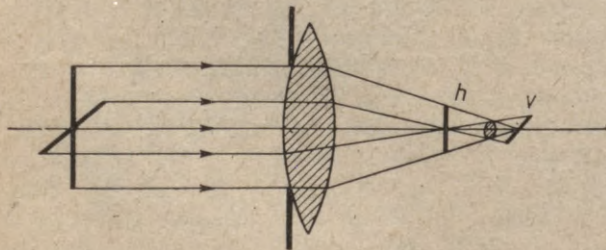


26-25. zīm.

sfēriskai lēcai. Lai nerastos koma, šo kļūdu novēro galveno optisko asi krustojošā šaurā staru kūlī. No punkta B nākošais un caur galveno optisko asi ejošais stars un galvenā optiskā ass veido *meridionālo plakni* (26-25. zīm.). Tai perpendikulāro plakni sauc par *sagītālo plakni*. Meridionālajā plaknē krītošie stari dod attēlā līniju s (punkta pirmais attēls) sagītālajā plaknē, bet sagītālajā plaknē krītošie stari dod attēlā taisnes nogriežni m (punkta otrais attēls) meridionālajā plaknē. Attēlu s un m attālumu, kas raksturo astigmatiskās kļūdas lielumu, sauc par *astigmatisko diferenci*. Vidū starp šiem abiem attēliem atrodas vismazāk izvērstais punkta B riņķveida attēls r . Citās vietās punkta B attēls ir elipsoidāls. Visi kādā optiskai asij perpendikulārā plaknē esošo punktu minētie attēli atrodas uz trim liektām virsmām s , r un m .

Slīpo staru astigmatismu samazina, tuvinot s un m attēlus, resp., pagatavojot no dažādām stikla šķirnēm izliektu un ieliektu sfērisku lēcu kombinācijas — *anastigmātus* (jo ieliektai lēcai un izliektai lēcai kā s , tā m virsmas liecas pretējos virzienos) un lietojot piemērota lieluma un pareizi novietotas diafragmas. Slīpo staru astigmatisms, kā arī attēla izliekums un attēla distorsijas (sk. tālāk) ir lēcu galvenās kļūdas (daudz lielākas nekā koma), attēlojot no optiskās ass tālu esošus priekšmetus. Tāpēc šī kļūda ir sevišķi jākorģē (patiesībā tiek korģētas visas kļūdas) fotoobjektīviem, mikroskopu objektīviem un visu optisko aparātu okulāriem, kuriem ir plašs redzes lauks (līdz 100° , retos gadījumos pat līdz $140 \div 180^\circ$). Optiskajai asij tuvo punktu attēliem ir jānovērš tikai koma, sfēriskā un hromatiskā aberācija, piemēram, izgatavojot teleskopu objektīvus ar šauru redzes lauku (ne lielāku kā 6°).

5. **Nesfēriskas lēcas astigmatisms.** Pieņemsim, piemēram, ka horizontālā plaknē lēcas virsma ir stiprāk liekta nekā vertikālā plaknē un ka uz lēcu krīt optiskajai asij paralēls gaismas staru kūlis. Tad horizontālā plaknē laužtie stari krustojas uz vertikāla taisna nogriežņa h (26-26. zīm.), bet vertikālā plaknē laužto staru krustpunkti veido horizontālu un tālāk stāvošu taisnes nogriežni v . Attēls, tāpat kā slīpo staru astigmatisma gadījumā, ir izvērsts optiskās ass virzienā. Šo kļūdu sauc par *nesfēriskas virsmas astigmatismu*. Tā bieži, dodot divkāršus attēlus, piemīt arī cilvēka acij.

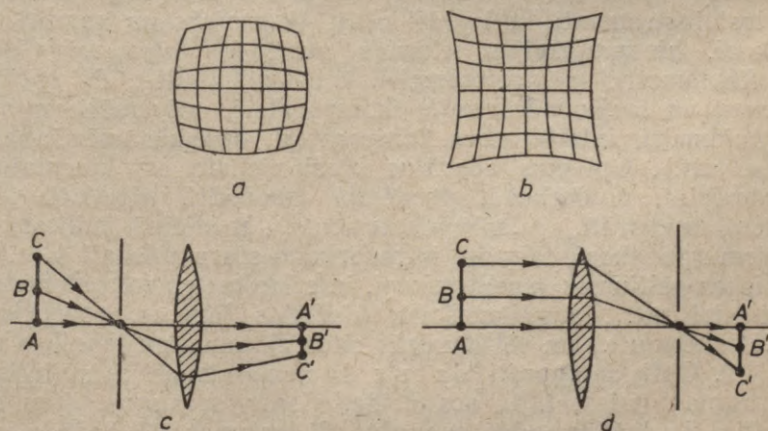


26-26. zīm.

6. **Attēla izliekums.** Kā redzams 26-25. zīmējumā, optiskajai asij perpendikulārā plaknē esošo priekšmeta punktu vismazākā šķērsriezuma attēli neatrodas plaknē, bet aptuveni ir novietojušies uz kādas liektas virsmas r . Šo aberāciju, kura, kā redzams, ir cieši saistīta ar slīpo staru astigmatismu, sauc par *attēla izliekumu*. To daļēji samazina lēcu sistēmā simetriski novietota diafragma, kas padara virsmu pretējos liekumus vienādus un r attēlu plakanu.

7. **Distorsijas.** Sfēriskās aberācijas, koma un slīpā staru kūļa astigmatisms nozīmē to, ka sfēriskās lēcas veidotais *punkta* attēls nav punktveida. Ideāli sfēriskas lēcas attēla distorsija ir attēla *laukuma* palielinājuma maiņa, palielinoties attēla laukuma attālumam no optiskās ass. Ja attēla laukuma palielinājums, attālinoties no optiskās ass, samazinās, tad tāisnstūrveida režģa attēls pieņem izliektu (*mucveida*) formu (26-27. zīm. *a*), bet, ja attēla laukuma palielinājums pieaug, tad tas pieņem ieliektu (*spilvenveida*) formu (26-27. zīm. *b*). Šīs attēla kļūdas galvenokārt nosaka diafragmas novietojums. Novietojot diafragmu pirms lēcas (26-27. zīm. *c*) sfēriskās aberācijas dēļ, ja $AB=BC$, attēlā attālums $A'B' > B'C'$. Novietojot diafragmu aiz lēcas (26-27. zīm. *d*), attēlā attālums $A'B' < B'C'$. Ja staru kūļa ceļā nav diafragmas, tad attēlam distorsijas nav. Optiskos aparātos abas distorsijas kompensē, novietojot diafragmu vidū starp lēcām; tad $A'B' = B'C'$.

8. Lēcu attēlošanas kļūdu novēršanai parasti izmanto vairāku (pat 10) *sfērisku lēcu kombinācijas*. Tā kā, palielinot attēla apgaismojumu, palielinās ne vien attēlojošā staru kūļa platums, bet pieaug arī attēla kļūdas, tad, lai apmierinātu abas svarīgākās attēlošanas prasības, t. i., lai attēls būtu pareizs un labi apgaismots, jāizraugās kāds kompromisa risinājums. Jāpiezīmē, ka vienlaikus visas attēla kļūdas pilnīgi novērst nav iespējams.



26-27. zīm.

Piemērs. Kādam jābūt izliektas kronstikla lēcas un ieliektas flintstikla lēcas sarkanās un zilās gaismas fokusa attālumam, lai abu lēcu sistēma būtu ahromāts? Kāds tad ir sistēmas fokusa attālums?

Tā kā kronstikla un flintstikla sarkanās un zilās gaismas laušanas koeficienti ir $n_{hs}=1,515$, $n_{hz}=1,525$, $n_{fs}=1,625$ un $n_{fz}=1,640$, tad, izmantojot lēcu formulu (26-27), rakstām, ka

$$\frac{f_{hs}}{f_{hz}} = \frac{n_{hz}-1}{n_{hs}-1} = \frac{0,525}{0,515} = 1,019,$$

$$\frac{f_{fs}}{f_{fz}} = \frac{n_{fz}-1}{n_{fs}-1} = \frac{0,640}{0,625} = 1,024.$$

Ahromāta abu krāsu fokusa attālumiem ir jābūt vienādiem, t. i., $1/f_s = 1/f_z$ jeb $1/f_{hs} + 1/f_{fs} = 1/f_{hz} + 1/f_{fz}$. Ievietojot šajā vienādībā $1/f_{hz} = 1,019/f_{hs}$ un $1/f_{fz} = 1,024/f_{fs}$, dabūjam, ka $f_{fs} = -1,26 f_{hs}$. Tā kā

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{f_{hs}} + \frac{1}{f_{fs}} = \frac{1}{f_{hs}} - \frac{1}{1,26 f_{hs}},$$

tad ahromāta fokusa attālums $f = 4,85 f_{hs}$. Skaitliski, piemēram, ja $f = 80$ cm,

$$f_{hs} = 80/4,85 = 16,5 \text{ cm}, \quad f_{hz} = 16,5/1,019 = 16,2 \text{ cm},$$

$$f_{fs} = -1,26 \cdot 16,5 = -20,8 \text{ cm} \quad \text{un} \quad f_{fz} = -20,8/1,024 = -20,3 \text{ cm}.$$

9. §. OPTISKIE APARĀTI

1. Mūsdienās zinātnē un tehnikā lietoto dažādo optisko aparātu skaits ir ļoti liels. Galvenie optiskie aparāti un to pielietojumu veidi ir šādi: 1) optiskie aparāti vielas *mikroskopiskās struktūras pētīšanai* (lupas, mikroskopi, polarizācijas mikroskopi, interferences mikroskopi, ultravioleto staru mikroskopi, mikroprojekcijas un mikrofotogrāfijas iekārtas), 2) *fotogrāfiskās ierīces* (dažāda veida fotoaparāti), 3) *tālskati* (reflektori, refraktori, universālinstrumenti, heliogrāfi utt.), 4) *projekcijas aparāti* (epidiaskopu, kinoprojekcijas iekārtas utt.), 5) *ņotometri* (luksmetri, reflektometri, spektrofotometri, kolorimetri utt.), 6) *optiskie garumu un leņķu mēraparāti* (komparatori, universālie mikroskopi, goniometri, interferences komparatori, optiskās mērīšanas mašīnas utt.). Optiskos aparātus plaši pielieto arī kinematogrāfijā, televīzijā, automātikā, ģeodēzijā (teodolīti, nivelieri, leņķmēri, aerofotoaparāti, optiskie lokatori utt.), medicīnā, militāriem mērķiem (periskopi, tālmēri, infrasarkāno staru tālskati u. c.), zinātniskos pētījumos (spektroskopi, interferometri, refraktometri, polarimetri utt.), apgaismošanā (dažādas lampas, prožektoru, signālierīces utt.) un vēl daudzās citās zinātnes un tehnikas nozarēs.

2. Optiskie aparāti satur 1) nemaināmas un maināmas diafragmas (īrisa, t. i., acs veida, vienas spraugas, divu spraugu utt.), 2) dažāda veida spoguļus, 3) prizmas, 4) dažāda veida lēcas un lēcu sistēmas, 5) dažāda stipruma un dažādu krāsu fil-

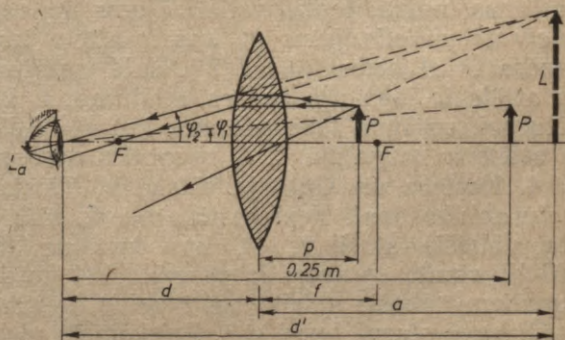
trus, 6) dažāda veida gaismas avotus, 7) sarežģītas automātiskās elektriskās iekārtas gaismas intensitātes mērīšanai un citas speciālas detaļas vai ierīces.

Parastī sfēriskās lēcas savieno ar caurspīdīgām ķītēm vai vienkārši saspiež, vai arī sakausē. Sevišķi grūti ir optiskās detaļas savienot ar ietverēm (parasti tās iekļē ar Kanādas balzamu vai ar polimēriem). Daudziem optiskajiem aparātiem jābūt viegliem un mehāniski izturīgiem (piemēram, brilles, tālskatis, fotoaparāts) un nejutīgiem pret temperatūras izmaiņām (piemēram, tālmēri, precīzijas instrumenti).

Svarīgākais optisko aparātu būves materiāls ir *stikls*. Optisko stiklu sastāvā ietilpst SiO_2 , Na_2O , CaO , K_2O , Al_2O_3 , MgO , PbO un citi oksīdi (jaunākā laikā arī retzemju metālu oksīdi). Stiklu *iekrāsojot*, piejauc, piemēram, sarkanajam stiklam CdS un Se , zilajam stiklam — Co_2O_3 . Kronstikls jeb *krons* ir vieglais stikls, bet *flints* — smagais stikls, kas satur $49 \div 84\%$ PbO . Izgatavojot lēcas, ļoti rūpīgi jāraugās, lai stikla sastāvs būtu homogēns. Stiklu *apstrādājot*, to plastiski formē, zāģē, virpo, urbj, frēzē, pulē utt.

Optisko aparātu darbība pamatojas ne vien uz ģeometriskās optikas, bet arī uz viļņu optikas, atomu un molekulārās optikas un citiem likumiem. Galvenie *vizuālie* (kopā ar aci lietojamie) optiskie aparāti, piemēram, lupa, mikroskops, teleskops, kā arī fotoaparāts, projekcijas aparāts, ir domāti attēlu leņķiskai palielināšanai. Šo optisko aparātu darbības principus aplūkosim šajā paragrāfā. Pārējie optiskie aparāti daļēji aplūkoti citās optikas nodaļās.

3. **Lupa.** Priekšmetu P aplūkojot caur lupu, to novieto tā, ka priekšmets atrodas starp lupas fokusu F un lupu (26-28. zīm.). Tad lupa dod šķietamu un palielinātu attēlu L , kas uz acs tīklenes veido reālu attēlu L_a . Lupas redzes leņķā jeb subjektīvais palielinājums ir attēla redzes leņķa φ_2 attiecība pret redzes leņķi φ_1 , ko veido priekšmets (bez lupas) *labākajā redzes attālumā* — $0,25$ m (precīzāk sakot, šo leņķu tangensu attiecība).



26-28. zīm.

Ja acs attālums no lupas ir d un no attēla d' (26-28. zīm.), tad lupas redzes leņķa palielinājums

$$\gamma_l \approx \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \approx \frac{L/d'}{P/0,25} = \frac{0,25L}{Pd'} \quad (26-34)$$

kur attālumi mērīti metros. Tā kā $\frac{L}{P} = \frac{a}{p}$, $a = d' - d$ un pēc lēcas formulas $\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d' - d}$, tad izteiksme (26-34) pārveidojama šādi:

$$\begin{aligned} \gamma_l &= \frac{0,25(d' - d)}{d'p} = \frac{0,25(d' - d)}{d'} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{d' - d} \right) = \\ &= \frac{0,25}{f} \left(1 - \frac{d}{d'} \right) - \frac{0,25}{d'}. \end{aligned} \quad (26-35)$$

Parasti lupu, ko izlieto lasīšanai vai sīku priekšmetu aplūkošanai, izgatavo ar mazu fokusa attālumu ($f \approx 0,1$ m), to tur priekšmetam tuvu ($p \approx f$) un patālu no acs ($d \approx 0,2$ m). Tad, brīvi raugoties, attēla attālums no acs d' ir liels ($d' \gg d$) un pēc izteiksmes (26-35) lupas redzes leņķa palielinājums

$$\gamma_l \approx \frac{0,25}{f} \approx 2,5. \quad (26-36)$$

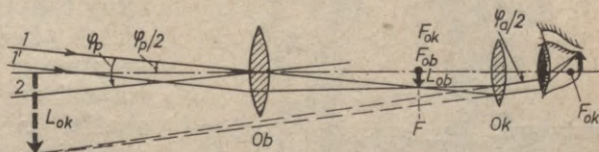
Lai šādam lupas lietošanas veidam dabūtu lielāku redzes leņķa palielinājumu, jāsamazina lupas fokusa attālums f un attiecīgi jāpalielina (lai redzētu to pašu laukumu) lupas diametrs. Bet tad attēlam rodas sfēriskā aberācija un citas kļūdas. Ja lupu, līdzīgi mikroskopam, novieto tuvu pie acs (kā, piemēram, pulksteņmeistaru un smalkmehāniķu «acs tālskati»), tad $d \ll f$ un pēc izteiksmes (26-35) $\gamma_l = \frac{0,25}{f} - \frac{0,25}{d'}$. Ja vēl šajā gadījumā lupas fokusa attālums $f \ll 0,25$ m, tātad $d' \gg f$, tad lupas redzes leņķa palielinājumu γ_l dod izteiksme (26-36).

Kā redzam no γ_l izteiksmēm, attēla attālumam d' no acs mainoties no 0,25 m (kad ar akomodētu aci skatās uz attēlu labākajā redzes attālumā) līdz bezgalībai (kad skatās ar nesasprindzinātu aci) un nedaudz mainoties arī priekšmeta attālumam p no lupas, redzes leņķa palielinājums mainās maz. Turpretī lupas lineārais palielinājums δ_s , kas ir attēla izmēra L un priekšmeta izmēra P attiecība ($\delta_s = L/P$), šajā gadījumā mainās ļoti stipri. Ja attēls ir labākajā redzes attālumā, t. i., raugoties ar akomodētu aci, un lupa tuvu pie acs, tad $d' = 0,25$ m, $d \approx 0$, $\gamma_l = \delta_s$, bet, ja attēls ir bezgalībā, t. i., raugoties nesasprindzināti, tad $\delta_s = \infty$.

4. Keplera un Galileja tālskatis. Tālskatus lieto tālu priekšmetu aplūkošanai. Keplera tālskatī no tālā priekšmeta viena punkta nākošie stari 1, 1', kas krīt uz tālskata objektīvu Ob (26-29. zīm.), aptuveni ir paralēli, bet no šī priekšmeta malējiem punktiem nākošie stari 1 un 2 veido ar tālskata optisko asi leņķi $\varphi_p/2$ (savā starpā leņķi φ_p). Priekšmeta viena malējā punkta gan-

drīz paralēlo staru kūli pārstāv divi stari 1, 1', kuri krustojas tālskata objektīva fokālajā plaknē F . Tātad šajā plaknē atrodas objektīva dotais attēls L_{ob} . Lai staru kūlis paliktu gandrīz paralēls, arī izejot cauri tālskata okulāram Ok (tas nepieciešams, lai acs varētu nesaprinzīnāti apskatīt okulāra doto ļoti tālo at-

26-29. zīm.



tēlu L_{ok}), tad tālskata okulāra fokusam F_{ok} gandrīz jāsakrīt ar objektīva fokusu F_{ob} . Šajā plaknē F tātad jānovieto arī Keplera tālskata pavedienu krusts vai mērskala. Tālskata garums ir apmēram vienāds ar $f_{ob} + f_{ok} \approx f_{ob}$, jo $f_{ob} \gg f_{ok}$. Apzīmējot no tālskata izejošo abu priekšmeta malējo staru 1 un 2 savstarpējo leņķi ar φ_a (ar optisko asi leņķis $\varphi_a/2$), redzam, ka $\text{tg } \varphi_p \approx \varphi_p \approx a/f_{ob}$ un $\text{tg } \varphi_a \approx \varphi_a \approx a/f_{ok}$. Tāpēc saskaņā ar izteiksmi (26-30) Keplera tālskata *leņķiskais palielinājums*

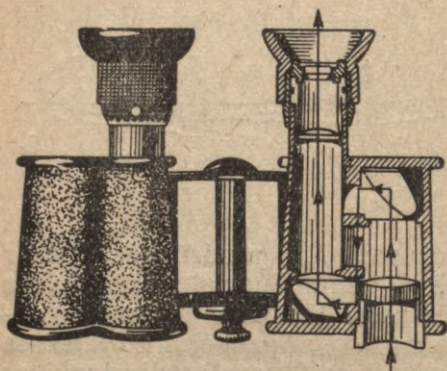
$$\delta_l = \frac{\text{tg } \varphi_a}{\text{tg } \varphi_p} \approx \frac{\varphi_a}{\varphi_p} = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}. \quad (26-37)$$

Tā kā priekšmets atrodas ļoti tālu, šis δ_l sakrīt ar redzes leņķa palielinājumu γ_l , priekšmetam atrodoties tā patiesajā attālumā. Keplera tālskata palielinājums tātad ir vienāds ar objektīva un okulāra fokusa attālumu attiecību. No sakarības $\delta_l = 1/\delta_s$ izriet, ka Keplera tālskatī attēls ir lineāri samazināts f_{ob}/f_{ok} reīzu, bet, tā kā attēls ir $(f_{ob}/f_{ok})^2$ reīzu tuvāk nekā priekšmets, tad tas ir leņķiski palielināts $\delta_l = f_{ob}/f_{ok}$ reīzu.

Zvaigznēm $\varphi_a < 1'$ (mazāks nekā acs izšķiršanas spēja), tāpēc zvaigznes Keplera tālskatī tāpat paliek punkti, bet to *spozžums*, ievērojot izteiksmi (26-37), *palielinās* δ_l^2 reīzu: tāda attiecība ir tālskata objektīva un okulāra, resp., acs zīlītes laukumiem. Lieliem tālskatiem $f_{ob}/f_{ok} \approx 1000$ un lielāks, tāpēc zvaigžņu spožuma palielinājums tajos ir ļoti liels. Bet priekšmetu virsmu spožums tālskatī nepalielinās.

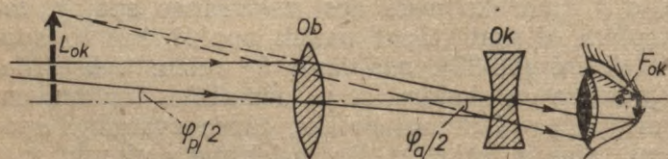
Keplera tālskatī galvenokārt lieto astronomiskos novērojumos (objektīva diametrs līdz 1 m). Keplera lauka tālskatis atšķiras no astronomiskā ar to, ka tajā, lai attēls nebūtu apgriezts, starp objektīvu un okulāru ir ievietota vēl trešā lēca tādā veidā, ka šis lēcas viens divkārtšais fokuss sakrīt ar F_{ob} , bet otrs — ar F_{ok} . Šāda tālskata garums ir $f_{ob} + 4f_3 + f_{ok}$. Lai Keplera lauka tālskatis būtu ērti lietojams, tā garumu $(f_{ob} + f_{ok})$ samazina apmēram 3 reizes, izmantojot divas stara virziena maiņas prizmas, kuras attēlu arī apvērš, un to izgatavo binokulāru, t. i., skatīšanai ar abām acīm (26-30. zīm.).

5. Galileja jeb holandiešu tālskati okulārs Ok ir *ieliekta* lēca, un tas novietots tuvu objektīvam Ob (26-31. zīm.). Galileja tālskata leņķisko palielinājumu φ_a/φ_p , tāpat kā Keplera tālskatiem, dod izteiksme (26-37). Pretēji Keplera tālskatim Galileja tālskatī attēls L ir tiešs. Tālskata garums ir $f_{ob} - f_{ok}$. Tā kā Galileja tālskata objektīvs nedod reālu attēlu, tad Galileja tālskatī nav vietas, kur iebūvēt pavedienu krustu vai mērskalu, tāpēc mērīšanai tas neder. Galileja tālskatim ir liels attēla kļūdas un neliels palielinājums; vienīgi tālskatis ir iss. Galileja tālskata paveids ir *teātra binoklis*.

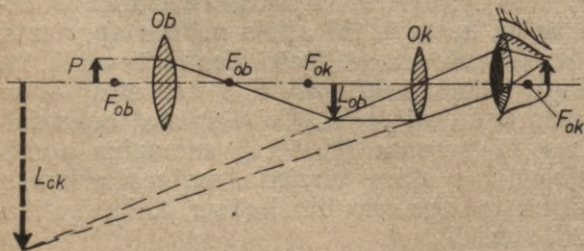


26-30. zīm.

6. Mikroskops. Mikroskopā priekšmetu novieto tikai mazliet aiz objektīva fokusa F_{ob} (26-32. zīm.). Parasti $p \approx f_{ob} \approx 1,5 \div 2 \text{ mm}$. Tāpēc objektīva dotais attēls L_{ob} ir reāls. Tas atrodas starp okulāra fokusu F_{ok} (parasti $f_{ok} \approx 8 \div 10 \text{ mm}$) un pašu okulāru, tāpēc okulāra dotais attēls L_{ok} ir šķietams. Tuvu pie okulāra novietotā acs, brīvi raugoties, uztver ļoti tālus okulāra dotos attēlus, tāpēc objektīva dotajam reālajam attēlam ir jābūt tuvu pie okulāra fokusa. Mikroskopa objektīvam $a \approx f_{ob} + t \approx t$ (t — mikroskopa tubusa garums — attālums starp mikroskopa objektīva un okulāra fokusiem) un $p \approx f_{ob}$. Tāpēc, ievērojot arī to, ka okulārs, caur kuru aplūko objektīva doto attēlu, darbojas kā lupa, mikroskopa redzes leņķa palielinājums γ_i , kas ir objektīva



26-31. zīm.



26-32. zīm.

lineārā palielinājuma $\delta_{sob} = \frac{L_{ob}}{p} \approx \frac{a}{p} \approx \frac{f_{ob} + t}{p} \approx \frac{t}{f_{ob}}$ reizinājums ar okulāra redzes leņķa palielinājumu $\gamma_{lok} \approx \frac{0,25}{f_{oh}}$, ir šāds:

$$\gamma_l = \delta_{sob} \gamma_{lok} = \frac{0,25 t}{f_{ob} \cdot f_{oh}}. \quad (26-38)$$

Mikroskopa palielinājums γ_l gadījumā, ja attēls ir labākajā redzes attālumā (raugoties mikroskopā ar akomodētu aci), ir vienāds ar mikroskopa lineāro palielinājumu δ_s .

Lai palielinātu ar segstikliņu klāto priekšmetu gaismas plūsmu caur objektīvu, segstikliņa un objektīva starptelpā iepilda ūdeni vai kādu caurspīdīgu eļļu. Sis t. s. imersijas šķidrums palielina segstikliņa augšējās robežvirsmas pilnīgās iekšējās atstarošanās robežleņķi (26. nod. 5. §), tāpēc mikroskopa objektīvā var ieiet staru kūlis ar lielāku atveres leņķi.

Mērmikroskops no parastā mikroskopa atšķiras ar mazāku palielinājumu un lielāku objektīva fokusa attālumu. Laboratorijās bieži lietotā *nolasāmā caurule* ir mikroskops ar garu objektīva fokusu. Priekšmets šajā gadījumā atrodas aiz objektīva divkārsā fokusa.

Piemērs. Mikroskopa objektīva fokusa attālums $f_{ob} = 0,5$ cm, okulāra fokusa attālums $f_{oh} = 3$ cm. Priekšmets atrodas 0,51 cm attālumā no objektīva. Noteikt mikroskopa tūbusa garumu t un palielinājumu γ_l .

No lēcas formulas $\frac{1}{p} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f_{ob}}$ dabūjam, ka objektīva dotā attēla attālums no objektīva ir

$$a = \frac{p \cdot f_{ob}}{p - f_{ob}} = \frac{0,0051 \text{ m} \cdot 0,005 \text{ m}}{0,0051 \text{ m} - 0,005 \text{ m}} = 0,256 \text{ m}.$$

Tā kā $a = t + f_{ob}$, tad tūbusa garums

$$t = a - f_{ob} = 0,256 \text{ m} - 0,005 \text{ m} = 0,251 \text{ m}$$

un pēc izteiksmes (26-38) palielinājums

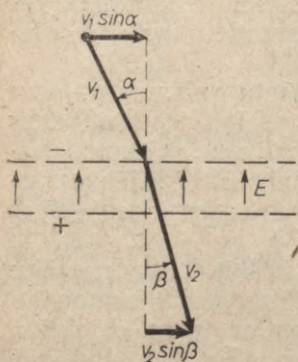
$$\gamma_l = \frac{0,25 \text{ m} \cdot 0,251 \text{ m}}{0,005 \text{ m} \cdot 0,03 \text{ m}} = 415 \text{ reizes}.$$

10. §. ELEKTRONU OPTIKA

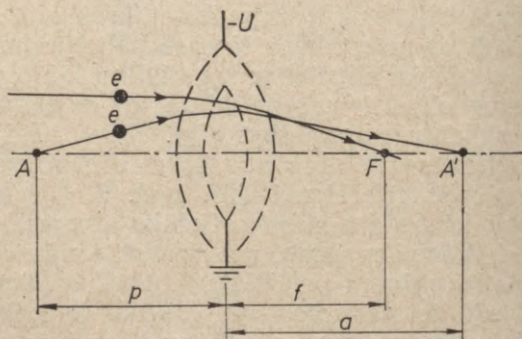
Ipaši elektriskie un magnētiskie lauki lādētu daļiņu staru kūļus var «lauzt», izkliedēt staru kūļus pārveidojot par paralēliem vai saejošiem — un otrādi. Šie lauki tāpat elektronu un citu lādētu daļiņu staru kūļus pārveido tāpat, kā stikla lēca pārveido gaismas staru kūļus. Tāpēc šo staru tehnikas nozari, kurā visbiežāk izmanto elektronu starus, sauc par *elektronu optiku*. Kaut gan elektronu viļņu īpašībām elektronu optikā ir maza nozīme, jo elektronu optikā var pieņemt, ka elektroni elektriskajos un magnētiskajos laukos kustas kā punktveida daļiņas pēc klasiskās

elektrodinamikas likumiem, tomēr ierosmi pētījumiem šajā virzienā deva elektronu viļņu īpašību atklāšana (sk. 35. nod.). Pats ievērojamākais sasniegums elektronu optikā ir *elektronu mikroskops*.

1. **Elektronu staru laušanu** var izraisīt, liekot tiem iet caur plānu uzlādētu kondensatoru ar sietveida platēm (26-33. zīm.). Kondensatora elektriskajā laukā elektrona ātruma skaitliskā vē-



26-33. zīm.



26-34. zīm.

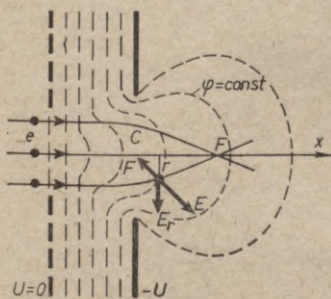
tība mainās no v_1 uz v_2 , bet leņķis, ko veido elektrona kustības virziens ar elektrisko lauku, — no α uz β . Kondensatora platēm paralēlās elektrona ātruma komponentes paliek konstantas, jo elektrons paātrinās tikai platēm perpendikulārā elektriskā lauka E virzienā. Tāpēc $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$. Ievērojot staru laušanas vispārīgo sakarību $\sin \alpha = n_{12} \sin \beta$ un to, ka $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$, kur U ir elektrona ātrumam v atbilstošais paātrināšanas spriegums, var definēt elektronu staram relatīvo laušanas koeficientu

$$n_{12} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}} = \text{const} \quad (26-39)$$

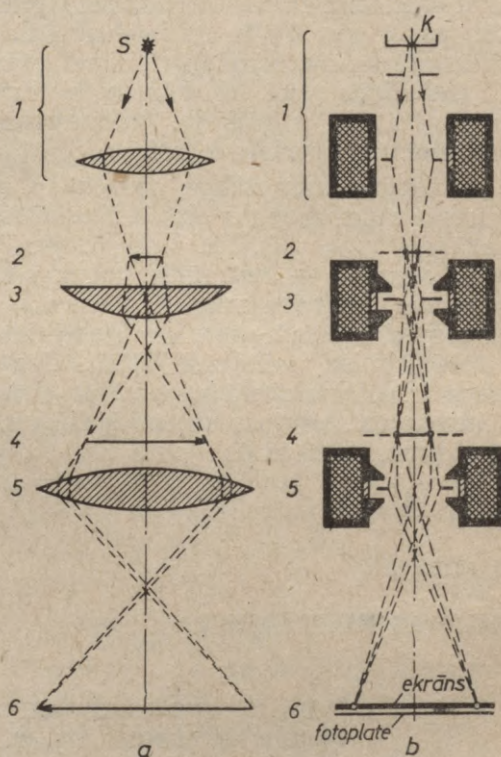
(gaismai pēc izt. (26-21) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$). Tātad aplūkotais kondensators elektronu staru lauž tāpat kā gaismas staru lauž divu dzidru vidu robežvirsmā.

2. **Elektriskās lēcas.** No diviem vienādiem pussfēriskiem un plāniem sietveida kondensatoriem, savienojot kopā to atbilstošos klājumus, var izveidot sfēriskai stikla lēcai analoģu «elektrisku lēcu» (26-34. zīm.). Arī elektronu stariem šajā lēcā der stikla lēcu pamatsakarība (26-26): $\frac{1}{-a} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$, tikai tās fokusa attālumš f atkarīgs no citiem — elektriskiem parametriem. Šādas lēcas metāla sieti tomēr deformē elektrisko lauku, tāpēc tās dotie attēli nav asi. Mūsdienās elektronu optiskās ierīcēs lēcas veido nehomogēni elektriskie un magnētiskie lauki, kuros elektronu stars savu virzienu maina nepārtraukti ($n \neq \text{const}$). Arī šajā gadījumā

elektronu stariem der stikla lēcu ģeometriskās optikas sakarības, piemēram, minētā lēcu attēlošanas formula (26-26). Nehomogēna elektriskā lauka lēca attēlota 26-35. zīmējumā. Tajā nepārtrauktās līnijas attēlo elektronu trajektorijas, bet svītrlīnijas — elektriskā lauka ekvipotenciālās līnijas $\varphi = \text{const}$. Kondensatora negatīvajā platē caurums C ir apaļš, tāpēc elektriskais lauks ir cilindriski simetrisks pret x asi, kas iet perpendikulāri platēm caur apaļā cauruma centru. Paralēla staru kūļa elektroni, x ass virzienā ejot caur šo negatīvi lādētās plates caurumu, lauka gradienta virzienā (perpendikulāri ekvipotenciālajām līnijām) vērsta spēka F ietekmē liecas uz x ass pusi. Lai visi elektroni, kas paralēlajā staru



26-35. zīm.



26-36. zīm.

kūlī iet dažādos attālumos r no x ass, pēc nolieces ietu cauri vienam punktam F (elektriskās lēcas fokuss), tad elektriskā lauka intensitātes E radiālajai komponentei E_r cauruma telpā jābūt tieši proporcionālai attālumam r .

3. Elektronu mikroskopā parasti izmanto magnētiskās lēcas. 19. nod. 9. § redzējām, ka homogēns magnētiskais lauks darbojas kā lēca, pārvēršot no viena punkta izejošu elektronu staru kūlī par vienā punktā saejošu staru kūlī. Tagad magnētiskās lēcas veido no īsām un dzelzs bruņās ieslēgtām (lai nehomogēno magnētisko lauku saspiestu ass tuvumā) strāvas spolēm. 26-36. zīmējumā salīdzinājumam attēlota staru gaita gaismas mikroskopā (a) un elektronu kustība caurejošo elektronu staru mikroskopā (b). Tas sastāv no elektronu staru avota 1 (kas

satur elektronus emitējošu katodu *K*, *elektrodus* elektronu paātrināšanai ar 50 ÷ 200 kV potenciālu diferenci un *spoli* šaura elektronu kūļa veidošanai), *priekšmeta turētāja* 2, *spoles* 3, kura darbojas kā *objektīvs*, *starpattēla ekrāna* 4, *projekcijas lēcas* — *spoles* 5 un beigu *attēla ekrāna* vai fotoplates 6. Ja elektronus paātrinošais spriegums ir ≈ 100 kV, ar šādu elektronu mikroskopu var aplūkot elektronu starus caurlaidošus priekšmetus, kuru biezums mazāks par 1 μm . Attēlu uz fluorescējoša ekrāna veido vai nu *tiešie* stari (starus aizturošās priekšmeta vietas tad attēlā ir tumšas), vai *izkliedētie* stari (priekšmeta vietas, kas izkliedē elektronu starus, tad attēlā ir gaišas). Aplūkojamā priekšmeta pagatavošanai nepieciešama speciāla tehnika.

Elektronu mikroskopa galvenā priekšrocība salīdzinājumā ar gaismas mikroskopu ir *daudz lielākā izšķiršanas spēja*, t. i., daudz mazākais d_{\min} (sk. 28. nod. 5. §), jo elektronu viļņa garums $\lambda \ll \lambda_g$, kur λ_g — redzamās gaismas viļņa garums. Jaunākajiem caurejošo elektronu mikroskopiem $d_{\min} \approx 0,2$ nm (gaismas mikroskopam $d_{\min} \approx 0,2$ μm). Ar elektronu mikroskopu ir iegūti līdz 1 000 000 reižu palielināti attēli. Bez aplūkotā elektronu mikroskopa ir vēl *atstaroto* un *emitēto* elektronu mikroskopi, kuri dod elektronus atstarojošu un emitējošu virsmu attēlus, un jonu mikroskopi, kuros attēlus dod joni.

27. NODAĻA

GAISMAS INTERFERENCE

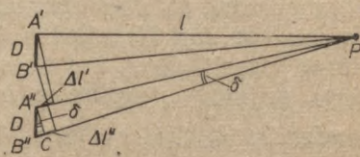
1. §. GAISMAS VIĻŅU KOHERENCE. VISPĀRĪGAIS GAISMAS VIĻŅU INTERFERENCES LIKUMS

1. *Gaismas interference ir gaismas viļņu savstarpējā pastiprināšanās vai pavājināšanās*, kas rodas, ja kādā telpas apgabalā vienlaikus izplatās divi vai vairāki gaismas viļņi (sk. arī 23. nod. 3. §). Lai gaismas viļņu interference varētu rasties, nepieciešams, 1) lai gaismas viļņi būtu *koherenti*, t. i., lai tiem būtu laikā konstanta fāzu diference; un 2) lai gaismas viļņu svārstību virzieni *nebūtu perpendikulāri*.

Iegūt interferenci ar divu skaņas avotu viļņiem vai antenu izstarotiem elektromagnētiskajiem viļņiem var viegli. Turpretim gaismas viļņus raida nevis divi, bet milzīgs gaismas avota atomu skaits, no kuriem katrs spontāni dod apmēram $t \approx 10^{-8}$ s ilgu un apmēram $l \approx 3$ m garu (redzamajā daļā) viļņojumu. Tā kā katram viļņojumam ir sava sākuma fāze, tad tie pa pāriem ir koherenti un var interferēt (ja gadījumā tie pārklājas), bet viss viļņojumu kopums ir savā starpā nekoherents un nekādu rezultē-

jošu interferenci nevar dot. Vienīgā iespēja, kā var iegūt no šāda gaismas avota divus pietiekami intensīvus koherentus gaismas viļņus un to interferenci, ir sadalīt katra atoma izstaroto gaismas vilni divās daļās un likt tiem iet uz interferences vietu pa diviem ceļiem. Tad, ja vien abu viļņu gājumu starpība $\Delta l < l$, resp., abu viļņu pienākšanas laika starpība interferences vietā, t. i., interferences laiks $\Delta t < t$, novērosim vairāk vai mazāk spilgtu interferenci.

2. Lai iegūtu gaismas interferenci, jāievēro arī gaismas avota telpiskā izmēra nosacījums, proti, dažādās gaismas avota vietās esošo atomu starojumu pastiprinājumiem un pavājinājumiem jābūt uz ekrāna vienuviet. Pieņemsim, ka gaismas avota izmērs, piemēram, spraugas platums, $AB = D$ un interferences iekārtā (sk. 2. §) tas veido divus tādus pašus šķietamus gaismas avotus — spraugas $A'B'$ un $A''B''$, kuru gaisma interferē punktā P (27-1. zīm.). Ja spraugu malējo viļņu gājumu starpību $\Delta l' = A''P - A'P$ un $\Delta l'' = B''P - B'P$ diference $\Delta l = \Delta l'' - \Delta l' = \lambda$, t. i., fāzu nobīde ir 2π (punktā P tiem, piemēram, ir maksimumi, bet spraugu vidējiem viļņiem minimumi), tad ekrāns ir vienmērīgi apgaismots. Pietiekami spilgta interferences aina ir tad, ja šī fāzu nobīde ir π , resp. ($A'A'' \ll l$), ja $\Delta l'' - \Delta l' \approx B''C = D \sin \delta \leq \lambda/2$, t. i., kad



27-1. zīm.

$$D \leq \frac{\lambda}{2 \sin \delta}, \quad (27-1)$$

kur δ ir spraugas malējo staru veidotais leņķis.

3. Summāro gaismas viļņu izvirci un amplitūdu atkarībā no summējamo atsevišķo (elementāro) koherentu viļņu izvircēm un amplitūdām nosaka vispārīgais viļņu **superpozīcijas** (saskaitīšanas) princips. To var izteikt šādi: *divu vai vairāku viļņu izvirces a_1, a_2, a_3, \dots saskaita lineāri kā vektorus:*

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \dots \quad (27-2)$$

Speciālā gadījumā, ja atsevišķo viļņu izvirces ir vērstas vienā virzienā, piemēram, lineāri polarizētas gaismas gadījumā, vektorālā ģeometriskā izvircu summa (27-2) kļūst par izvircu skalāru algebrisku summu: $a = a_1 + a_2 + \dots$

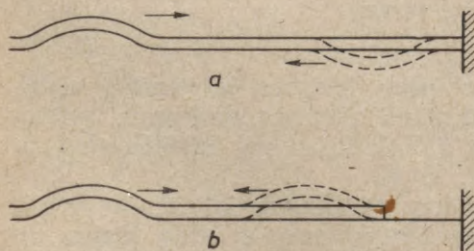
4. Vispārīgais **gaismas interferences likums** izsaka summārā viļņa amplitūdu atkarībā no atsevišķo koherentu viļņu fāzēm un savstarpējām optiskajām gājumu starpībām gaismas interferences gadījumā. Visvienkāršākajā veidā šo likumu var formulēt šādi. *Ja vienā vietā sastopas divi vai vairāki koherenti un vienā virzienā svārstošies gaismas viļņi ar vienādām fāzēm, tad tie pastiprinās, bet, ja sastopas divi vai vairāki viļņi ar pretējām fāzēm, tad tie pavājinās.* Divi viļņi ar vienādām un pretējām amplitūdām iznīcinās.

Sāds gaismas viļņu interferences likuma formulējums tomēr nedod iespēju pateikt, kur gaismas interferences ainā būs maksimālie gaismas pastiprinājumi un pavājinājumi, jo gaismas viļņu fāzu attiecības nosaka ar viļņu gājumu starpībām.

Labāks ir šāds interferences likuma formulējums: *Ja divu koherentu monohromatisku gaismas viļņu gājumu starpība s ir vesels viļņa garuma λ_v daudzkārtnis, t. i., $s = m\lambda_v$, un šiem viļņiem fāzu lēcieni nav, tad šie viļņi maksimāli pastiprinās, bet, ja vienam viļņim ir fāzes lēcieni, tad tie maksimāli pavājinās. Gadījumā, ja abu viļņu gājumu starpība s ir nepārskaita pusviļņa garumu $\lambda_v/2$ daudzkārtnis, t. i., $s = (2m+1)\frac{\lambda_v}{2}$, un tiem fāzu lēcieni nav, tad abi viļņi savstarpēji maksimāli pavājinās, bet, ja vienam viļņim ir fāzes lēcieni, tad abi viļņi maksimāli pastiprinās. Seit $m=0, 1, 2, 3, \dots$*

Tātad, aprēķinot interferences rezultātu, nevar rīkoties tikai ar abu viļņu gājumu starpībām, bet jāievēro arī gaismas viļņu fāzu lēcieni, lai rupji nekļūdotos un neparedzētu tumsas vietā gaismu un gaismas vietā tumsu. Gaismas viļņiem fāzu lēcieni rodas, gaismai atstarojoties no optiski blīvākas vides. Atstarojoties no optiski mazāk blīvas vides, fāze nemainās. Fāzes lēcienā gaismas viļņa fāze mainās par π rad (180°). Gaismas viļņa fāze atstarošanās vietā tātad mainās uz pretējo fāzi. Fāzes lēciena brīdī gaisma it kā papildus noiet ceļa gabalu $\lambda_v/2$. Aprēķinot interferenci, vai nu pieskaita viļņa noietajam ceļam papildu ceļa gabalu $\lambda_v/2$, vai arī abu viļņu gājumu starpību atstāj nemainītu, bet apgalvo, ka gaisma pastiprinās, ja gājumu starpība ir $(2m+1)\frac{\lambda_v}{2}$, bet pavājinās, ja gājumu starpība ir $m\lambda_v$.

Fāzes lēcieni, viļņiem atstarojoties no blīvākas vides, labi var demonstrēt ar mehāniskajiem viļņiem, kuri izplatās pa



27-2. zīm.

vienā galā nekustīgi nostiprinātu virvi. Raidot pa virvi mehāniska viļņa impulsu (kūkumu), tas pie nekustīgi nostiprinātā virves gala atstarojas un nāk atpakaļ ar pretējā virzienā vērstu izliekumu. Turpretī, atstarojoties no brīva gala vai tievā metāla stieplītē pie sienas piestiprināta gala, izliekums savu vērsumu, tātad arī fāzi nemaina (27-2. zīm.).

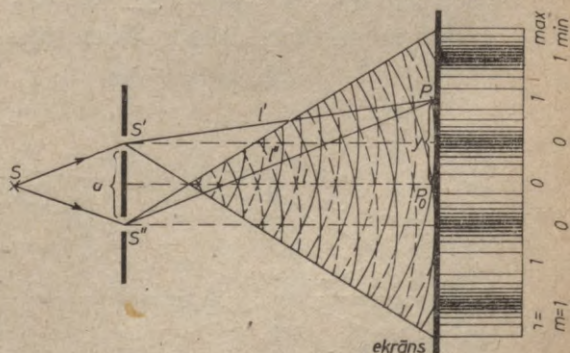
5. *Pierādīsim, ka tiešām gaismas interference ir gaismas pastiprināšanās un pavājināšanās. Pieņemsim, ka vienuviet sastopas divi koherenti gaismas viļņi ar vienādām amplitūdām. Abu viļņu kopējā intensitāte (sk. arī 4. nod. 2. §) $I = 2A^2[1 + \cos(\psi_1 - \psi_2)]$,*

kur ψ_1 un ψ_2 ir abu viļņu fāzes. Kā redzam, vienādu fāzu gadījumā, kad $\psi_1 - \psi_2 = 0$, $\cos(\psi_1 - \psi_2) = 1$, abu viļņu kopējā intensitāte nav abu atsevišķo viļņu intensitāšu summa $I = A^2 + A^2 = 2A^2$, bet $I = 2A^2 \cdot 2 = 4A^2$. Summējoties z koherentiem vienādas amplitūdas un vienādas fāzes viļņiem, to kopējā intensitāte $I = (zA)^2 = z^2 A^2$ ir z^2 reizi lielāka nekā viena viļņa intensitāte. Protams, kopējā gaismas viļņu enerģija visā telpā pēc enerģijas nezūdamības likuma, tāpat kā nekoherentu viļņu gadījumā, ir atsevišķo viļņu enerģiju summa. Koherentiem viļņiem salīdzinājumā ar nekoherentiem viļņiem interferencē mainās tikai viļņu enerģijas sadalījums telpā. Turpretim, summējoties z nekoherentiem vienādas amplitūdas A viļņiem, tā kā $\cos(\psi_1 - \psi_2)$ (vidējā vērtība) ir vienāda ar nulli, nekāda gaismas pastiprināšanās vai pavājināšanās atsevišķās vietās nenotiek, tāpēc to summārā un visās vietās vienāda intensitāte $I = zA^2$.

2. §. ĪPAŠI GAISMAS INTERFERENCES GADĪJUMI

1. Junga dubultsprauga. No līnijveida avota nākoši monohromatiski gaismas viļņi, izejot caur divām šaurām, paralēlām un zīmējuma plaknei perpendikulārām spraugām (27-3. zīm.), apliecas ap spraugu malām un izplatās vidē aiz spraugām uz visām pusēm. Tādā veidā abas spraugas kļūst par koherentiem gaismas avotiem. Interferences ainā uz ekrāna maksimālā gaismas intensitāte ir tajās vietās, kur abu staru gājumu starpība $s = S''P - S'P = l'' - l' = \pm m\lambda$, un tumsa tur, kur $s = \pm (2m + 1)\lambda/2$. Interferences kārtas skaitlis $m = 0, 1, 2, \dots$. Gaismas intensitātes sadalījums attēlots 27-3. zīmējuma labajā malā. Sajā piemērā interference rodas, gaismai apliecoties ap abu spraugu malām.

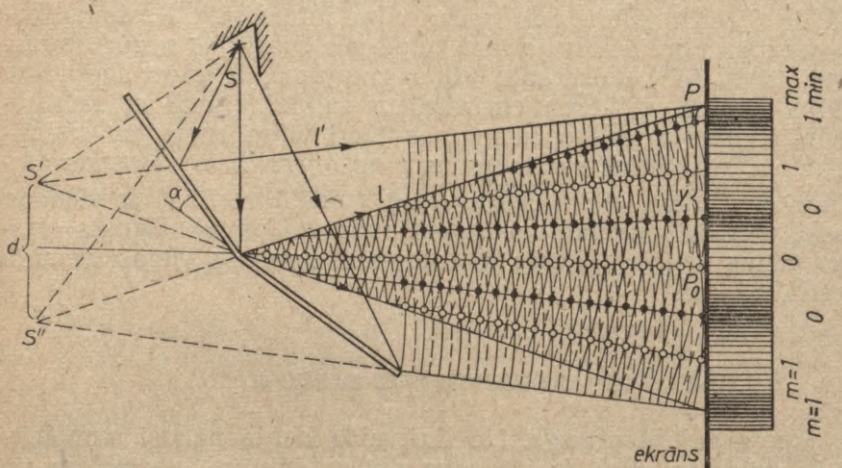
2. Freneļa spoguļi ir divi plakani spoguļi, kuri veido mazu leņķi α . Interferenci šajā gadījumā rada divu šķietamu gaismas avotu S' un S'' koherentie monohromatiskie gaismas viļņi, kuri nāk no viena reāla gaismas avota S un atstarojas no spoguļiem (27-4. zīm.). Abu gaismas



27-3. zīm.

viļņu summārā viļņa maksimumu vietas apzīmētas ar tukšiem aplīšiem; minimumu vietas — ar pildītiem aplīšiem; viļņu virsmas zīmētas ar nepārtrauktām līnijām, ja amplitūda vērsta uz vienu pusi, bet ar svītrlīnijām ja amplitūda vērsta uz pretējo pusi. Tā kā abi interferējošie viļņi

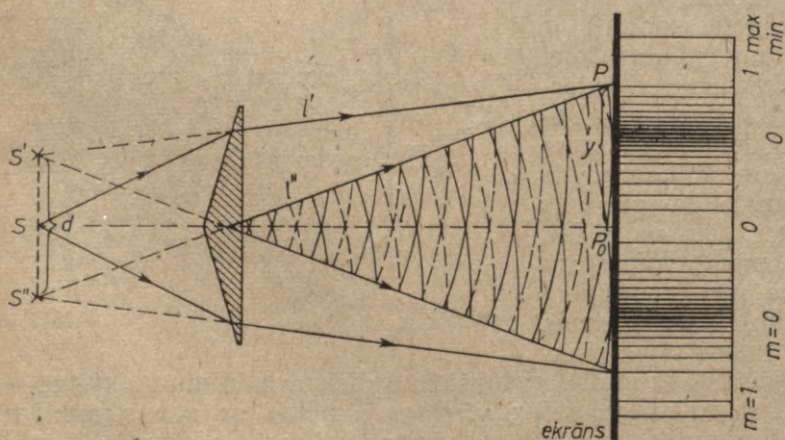
atstarojoties maina fāzi par π , tad maksimālā gaisma uz ekrāna ir tajās vietās, kur abu viļņu gājumu starpība $S''P - S'P = s = \pm m\lambda$, un tumsa tur, kur $s = \pm (2m+1)\lambda/2$. Gaismas interference, tāpat kā iepriekšējā piemērā, ir novērojama visā telpas



27-4. zīm.

apgabalā, kurā izplatās abu šķietamo gaismas avotu viļņi. 27-4. zīmējuma labajā malā ir attēlots arī gaismas intensitātes sadalījums uz ekrāna.

3. **Freneļa biprizma.** Līdzīgā veidā kā iepriekš, no viena reāla gaismas avota S rodas divi šķietami gaismas avoti S' un S'' , ja gaismas avota S gaisma iet cauri divām plānām un ar pamatnēm kopā saliktām prizmām — *Freneļa biprizmai* (27-5. zīm.). Uz ekrāna monohromatiskā gaismā šajā gadījumā izveidojas prizmas



27-5. zīm.

pamatnei paralēlas gaišas un tumšas joslas. Ekrāna punktā P ir maksimums, ja abu staru gājumu starpība $l'' - l' = S''P - S'P = s = \pm m\lambda$, un minimums, ja $s = \pm (2m + 1)\lambda/2$. Freneļa biprizmu bieži izmanto gaismas viļņa garuma mērīšanai.

4. Visus trīs aprakstītos interferences gadījumus, kuros abu gaismas avotu attālums $S'S'' = d$ un attālums $P_0P = y$ uz ekrāna no centrālās gaišās joslas ($m=0$) salīdzinājumā ar gaismas avotu attālumu l līdz ekrānam ir ļoti mazs, t. i., $\frac{y+d/2}{l} \ll 1$, tuvināti var aplūkot kopīgi:

$$\begin{aligned} s &= l'' - l' = \sqrt{l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{l^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} = \\ &= l \sqrt{1 + \left(\frac{y+d/2}{l}\right)^2} - l \sqrt{1 + \left(\frac{y-d/2}{l}\right)^2} \approx l \left[1 + \frac{(y+d/2)^2}{2l^2} \right] - \\ &- l \left[1 + \frac{(y-d/2)^2}{2l^2} \right] \approx l \frac{yd}{l^2} = \frac{yd}{l}. \end{aligned} \quad (27-3)$$

Tātad maksimumi uz ekrāna ir tur, kur

$$s = \frac{yd}{l} = \pm m\lambda, \quad (27-4a)$$

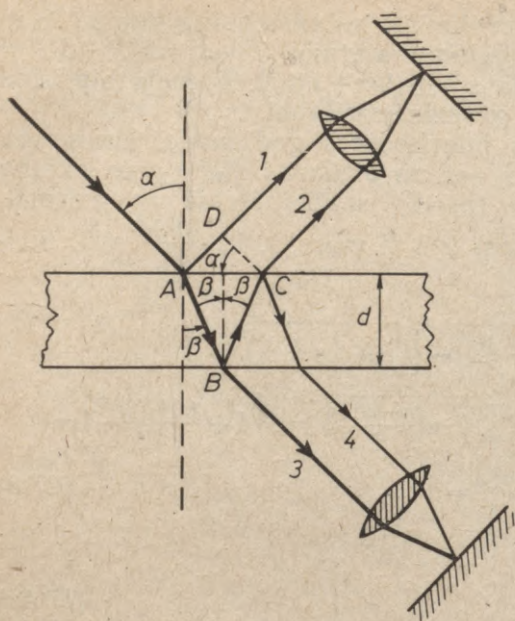
un minimumi tur, kur

$$s = \frac{yd}{l} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (27-4b)$$

Pēc šīm sakarībām, izmērot y un zinot d un l , var 1) aprēķināt gaismas viļņa garumu λ un 2) atrast, ka ($m_2 - m_1$) maksimumu (minimumu) attālums uz ekrāna $\Delta y = (m_2 - m_1) \frac{\lambda l}{d}$.

3. §. PARALĒLU GAISMAS STARU INTERFERENCE PLĀNĀ PLAKĀNPARALĒLĀ KĀRTIŅĀ

1. Pieņemsim, ka uz plānu caurspīdīgu plakanparalēlu kārtiņu, kuras biezums d un laušanas koeficients n , krit paralēls monohromatisks gaismas staru kūlis, kas daļēji atstarojas un lūst pie kārtiņas abām robežvirsmām punktos A, B, C utt. (27-6. zīm.). Stariem 1 un 2 un stariem 3 un 4 ir gājumu diference, tāpēc tie, pārklājoties bezgalībā interferē. Novērojot šo interferences ainu ar aci, tā jāakomodē uz bezgalību. Šī aina būs redzama ar neapbruņotu aci tikai tad, ja staru 1 un 2 savstarpējais attālums ir mazāks par acs zīlītes diametru, jo tikai tad abi interferējošie stari nokļūst acī. Ja šo staru savstarpējais attālums ir lielāks, tad interferences ainu var novērot, izmantojot savācējlēcu. Tāpēc ar neapbruņotu aci gaismas interference plānās kārtiņās ir redzama labāk, ja kārtiņa ir plānāka un staru krišanas leņķis α ir mazāks. Staru ceļā novietojot lēcu, interferences



27-6. zīm.

aina no bezgalības pārvietojas uz lēcas fokālo plakni, mainot tikai savu lielumu, bet ne formu.

Gaismas interferences aprēķinos geometriskās ceļu jeb gājumu starpības s vietā lieto optisko gājumu starpību Δ , kas ir s reizinājums ar gaismas laušanas koeficientu n , t. i., $\Delta = ns$. Optiskā gājumu starpība ir n reižu lielāka par geometrisko gājumu starpību. Tā kā gaismas viļņa garumu vielā λ_v un viļņa garumu vakuumā λ saista sakarība $\lambda_v = \lambda n$, tad gaismas geometriskā gājumu starpība s vakuumā satur tikpat gaismas viļņa garumus λ_v , cik optiskā

gājumu starpība ns vielā satur viļņa garumus λ , jo $s/\lambda_v = ns/\lambda$. Tāpēc, interferences aprēķinos divu staru geometriskās gājumu starpības s vietā ņemot optisko gājumu starpību $\Delta = ns$, var jebkurai videi lietot viļņa garumu λ vakuumā.

a. Atstarotās gaismas stariem 1 un 2 optiskā gājumu starpība $\Delta = 2AB \cdot n - AD = \frac{2dn}{\cos \beta} - 2d \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \alpha$, kur α — krišanas leņķis un β — laušanas leņķis. Ievērojot, ka $\sin \alpha = n \sin \beta$, dabūjam, ka

$$\Delta = \frac{2nd}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2nd \cos \beta.$$

Tā kā staram 1 punktā A ir fāzes lēcieni, bet staram 2 punktos A , B un C lēciena nav un abiem stariem ir vienāda intensitāte, tad saskaņā ar vispārīgo interferences likumu,

$$\text{a) ja } \Delta = 2nd \cos \beta = m\lambda, \quad (27-5a)$$

redzes lauks ir tumšs,

$$\text{b) ja } \Delta = 2nd \cos \beta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (27-5b)$$

redzes lauks ir maksimāli gaišs. Šeit $m = 0, 1, 2, \dots$. Ja vēl šajā gadījumā kārtiņas biezums d ir tik mazs, ka $d \ll \lambda$, tad var tikt izpildīts tikai nosacījums (27-5a) ar $m = 0$. Kārtiņa, kuras biezums ir stipri mazāks par gaismas viļņa garumu, no priekšē-

jās virsmas atstarotās gaismas fāzes lēciena dēļ gaismu praktiski neatstaro.

Ja gaisma krīt uz kārtiņu perpendikulāri ($\alpha \approx \beta \approx 0$, $\cos \beta \approx 1$), tad atstarotās gaismas maksimuma (gaismas) un minimuma (tumsas) nosacījumi ir šādi: ja

$$2nd = m\lambda, \quad (27-5'a)$$

tad ir minimums, bet, ja

$$2nd = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (27-5'b)$$

tad ir maksimums.

b. Caurizgājušās gaismas stariem 3 un 4 optiskā gājumu starpība Δ ir tāda pati, bet, tā kā abiem stariem 3 un 4 fāzu lēcienam nav, tad maksimuma un minimuma nosacījumi ir šādi:

$$a) \text{ ja } \Delta = 2nd \cos \beta = m\lambda, \quad (27-6a)$$

tad gaisma pastiprinās,

$$b) \text{ ja } \Delta = 2nd \cos \beta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (27-6b)$$

tad gaisma pavājinās. Šeit $m=0, 1, 2, 3, \dots$. No izteiksmēm (27-5) un (27-6) redzams, ka tajā gadījumā, kad atstarotie stari dod gaismu, caurizgājušie stari — tumsu — un otrādi. Tā tam arī jābūt pēc gaismas enerģijas nezūdamības likuma.

Ja gaisma krīt uz kārtiņu perpendikulāri ($\cos \beta \approx 1$), tad caurizgājušiem stariem izteiksmes (27-6) ir šādas: ja

$$2nd = m\lambda, \quad (27-7a)$$

gaisma pastiprinās, bet, ja

$$2nd = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (27-7b)$$

gaisma pavājinās.

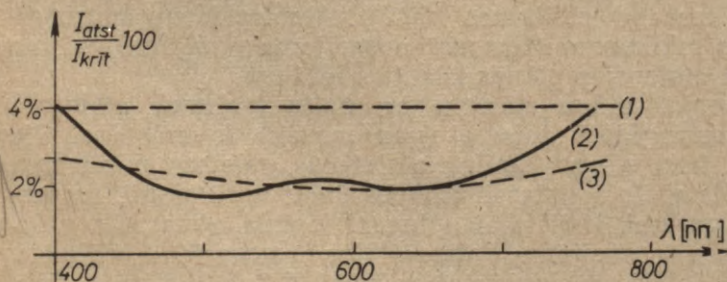
Ja interference notiek kārtiņā, kuras optiskais blīvums ir mazāks nekā videi (piemēram, gaisa sprauga stiklā), tad gaismas pastiprināšanās un pavājināšanās nosacījumi perpendikulāri no kārtiņas atstarotajai gaismai un kārtiņai caurizgājušai gaismai ir vienādi un tos dod izteiksmes (27-5'). Atstarotās un caurizgājušās gaismas minimuma (tumsas) nosacījuma gadījumā gaisma tad daudzkārt atstarojas plānās kārtiņas iekšienē.

2. Apgaismojot plānu kārtiņu ar baltu gaismu, atstarotā gaisma un caurizgājušā gaisma (gan mazāk) ir krāsaina. Tie viļņa garumi, kuri stingri izpilda atstarotās gaismas minimuma nosacījumu, atstarotajā gaismā praktiski nav novērojami, turpretim tie viļņa garumi, kuri tikai aptuveni izpilda atstarotās gaismas minimuma nosacījumu, atstarotajos staros dod vājinātu gaismu. Tāpat ir arī caurizgājušai gaismai. Plāno kārtiņu krāsas

tāpēc ir *jauktas*. Palielinoties kārtiņas biezumam d , baltās gaismas interferences krāsas kļūst bālākas, jo palielinās dažādu atstaroto un laužto staru viļņa garumu maksimumu un minimumu skaits. Ja $m=10$, t. i., $d=10\lambda$, atstarotā un caurizgājusi gaisma kļūst balta. Jo lielāks ir m , jo mazākam jābūt gaismas viļņu garuma intervālam $\Delta\lambda$, lai gaisma atstarotos vai izietu cauri kārtiņai. Tāpēc biežās kārtās, kurām, piemēram, $m \approx 1000$, interference novērojama tikai monohromatiskā gaismā. Tā, piemēram, ja stara spektrālais intervāls $\Delta\lambda = 10$ nm, tad gaismas interferenci novēro, ja kārtiņas biezumam atbilstošais interferences kārtas skaitlis $m < 10$. Pēc kārtiņu krāsām var noteikt $d = 10^{-6} \div 10^{-5}$ cm biezu kārtiņu biezumus.

3. Interferences ainas plānās kārtiņās var novērot, piemēram, ziepju plēvēs, ar eļļu pārklātās ūdens virsmās, stiklu plīsumos utt. Tā, piemēram, karsējot gāzes liesmā metālu, uz metāla virsmas rodas metāla oksīda kārtiņa, kuras biezums pamazām aug. Gaismas interferences krāšu secība laikā tāpēc ir pretēja kvēles krāšu secībai. Pirmā parādās zili violetā krāsa, kad $d \approx \lambda_{zilās}/4n$ (sk. izt. (27-5'b), ja $\beta=0$ un $m=0$). Pēc tam, oksīdkārtiņas biezumam augot, metāls kļūst zaļš, dzeltens un, kad $d \approx \lambda_{zilās}/2n$, sarkans.

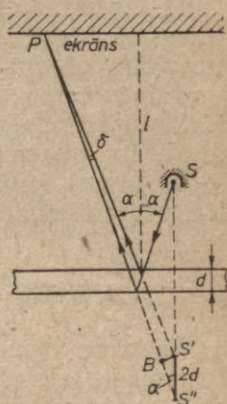
Moderno optisko instrumentu objektīvus, novēršot optiskās kļūdas, saliek no vairākām, piemēram, 8 lēcām. Tāpēc daudzo stikla—gaisa robežvirsmu gaismas atstarošanās dēļ (no katras virsmas ap 4%; sk. 27-7. zīm. taisni 1) stipri samazinās objektīva gaismasspēja. Gaismas atstarošanas zudumu samazināšanai uz lēcu un citu optisko detaļu virsmām uztaicē vienu vai vairākus caurspīdīgas vielas slānišus, kuriem ir dažāds laušanas koeficients $n < n_{stihla}$ un dažāds biezums d . Viena slāniša gadījumā vislabākais tā biezums $d \approx \frac{\lambda}{4n}$ un gaismas laušanas koeficients $n = \sqrt{n_{stihla}}$. Tad atstarotā gaisma, kuras viļņa garums ir λ , apmierina minimuma nosacījumu, ja $(2m+1) \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} = 2nd$ (abiem stāriem 1 un 2 tad ir fāzu lēcieni). Tā dabū **dzidrināto optiku**. 27-7. zīmējumā attēlota relatīvā atstarotās gaismas intensitāte I_{atst}/I_{krit} atkarībā no gaismas viļņa garuma λ viena (līkne 2) un triju (līkne 3) uztvaicēto slānišu gadījumā.



27-7. zīm.

4. Š. VIENĀDA SLĪPUMA INTERFERENCES JOSLAS

1. Ja kārtiņa ir plakanparalēla un gaismas stari paralēli, tad interferences rezultātā pirms un aiz kārtiņas apgaismojums ir viennērīgs. Turpretim, ja viens vai vairāki no staru optisko gājumu starpību $2nd \cos \beta$ noteicošajiem parametriem β , d , n ir mainīgi, tad telpā gaismas sadalījums ir mainīgs, t. i., uz novērošanas ekrāna parādās t. s. interferences joslas. Plānas kārtiņas interferences josla ir to punktu ģeometriskā vieta, kuriem staru optiskā gājumu starpība $2nd \cos \beta$ no gaismas avota ir konstanta. Mainoties vienlaikus visiem trim vai arī diviem parametriem, interferences joslu veidošanās vispār ir sarežģīta. Laboratorijas apstākļos interferences joslas iegūst, mainot tikai vienu no nosauktajiem trim faktoriem, parasti ņemot kārtiņu ar mainīgu biezumu d un lietojot paralēlus gaismas starus, vai ņemot izklistošus gaismas starus ar dažādiem krišanas leņķiem α (tad arī laušanas leņķi β ir dažādi). Pirmajā gadījumā iegūstam *vienāda biezuma*, otrajā gadījumā — *vienāda slīpuma* interferences joslas.



27-8. zīm.

2. Ļoti intensīvas vienāda slīpuma interferences joslas iegūst, apgaismojot plakanparalēlu kārtiņu ar gaismas punktveida avota S gaismu (27-8. zīm.). Tad interferenci it kā veido no diviem šķietamiem gaismas avotiem S' un S'' nākoši stari. Neievērojot staru laušanu kārtiņā ($\alpha \approx \beta$, $n \approx 1$), $S'S'' \approx 2d$. Ja interferenci novēro uz ļoti tāla ekrāna salīdzinājumā ar gaismas avota attālumu no kārtiņas, tad staru gājumu starpība $S''B = 2d \cos \alpha$, tāpēc gaišās un tumšās joslas dod plakanparalēlās kārtiņas atstarotās gaismas interferences nosacījumi (27-5). Ja ekrāns ir paralēls kārtiņai, tad joslas ir riņķi. Katrai joslai atbilst savs $\alpha = \text{const}$.

Šīs interferences novērošanas nosacījumi ir šādi. Tā kā $S'P \approx \frac{l}{\cos \alpha}$ (ja attēla S' attālums no kārtiņas ir daudz mazāks par l), $S'B \approx \frac{l}{\cos \alpha} \cdot \delta$ (sk. 27-8. zīm.), tad abu interferējošo staru leņķis punktā P ir

$$\delta = \frac{\cos \alpha}{l} \cdot S'B = \frac{\cos \alpha}{l} \cdot 2d \sin \alpha = \frac{d \sin 2\alpha}{l} \quad (27-8)$$

Tā, piemēram, ja ekrāna attālums $l = 5$ m, staru krišanas leņķis $\alpha = 30^\circ$ un kārtiņas biezums $d = 10^{-3}$ cm, tad pēc izteiksmes (27-8) $\delta \approx 10^{-6}$ rad. No izteiksmes (27-1), ja $\lambda = 500$ nm, dabūjam, ka gaismas avota S izmēram, lai interferenci novērotu pietiekami skaidri, jābūt $D < \frac{\lambda}{2 \sin \delta} = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-6}} \approx 0,3$ m. Tātad ar apmēram 3 cm izmēra gaismas avotu interferēnce būs novērojama ļoti skaidri.

Gadījumā, kad gaismas avota izmērs D ir liels, interferences novērošanas nosacījums (27-1) $2D \sin \delta \leq \lambda$ ir izpildīts tikai tad, ja interferenci veidojošā staru kūļa platums $\delta \rightarrow 0$. Tātad šajā gadījumā interference praktiski ir novērojama tikai *bezgalībā*. Raugoties uz kārtiņu perpendikulāri, interferences gredzeni tātad ir redzami tikai tad, ja aci akomodē ne uz filmas virsmu, bet uz bezgalību. Plaša gaismas avota interferences joslu rašanās ir izskaidrojama ar to, ka no visiem gaismas avota punktiem uz kārtiņu krītošie stari, kuriem $\alpha = \text{const}$, pēc atstarošanās no abām kārtiņas virsmām krustojas bezgalībā (ja paralēli kārtiņai staru ceļā novieto lēcu, tad galīgā attālumā) uz riņķa līnijas. Baltas gaismas gadījumā interferences joslas ir krāsainas. Izmantojot šo interferences veidu, var, piemēram, pārbaudīt (līdz $\pm 10^{-5}$ mm) kārtiņas plakanparalelitāti, jo vismazākās neparalelitātes gadījumā joslas zaudē precīzu riņķu formu.

5. §. VIENĀDA BIEZUMA INTERFERENCES JOSLAS

Vienāda biezuma interferences joslas rodas, platum, paralēlam gaismas staru kūlim krītot uz mainīga biezuma blīvas vielas slāni vai gaisa spraugu. Monohromatiskas gaismas gadījumā katrai joslai atbilst noteikts slāņa biezums d .

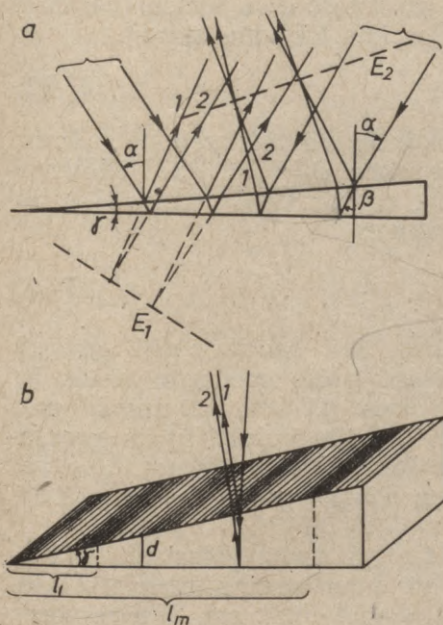
1. **Plāns plakans ķīlis.** Atkarībā no gaismas staru krišanas virziena ķīļa interferences aina staru krustpunktu vietās veidojas plaknē E_1 vai E_2 (27-9. zīm. *a*) vai, ja staru krišanas leņķis $\alpha \approx 0$, uz ķīļa virsmas (27-9. zīm. *b*). Aplūkojot vienāda biezuma interferences joslas ar aci, tā ir jāakomodē uz šīm virsmām. Ja ķīļa leņķis γ ir ļoti mazs, tad nelielā ķīļa rajonā interferences ainu apraksta plakanparalēlas kārtiņas interferences sakarības (27-5) un (27-6). Tāpēc atstarotā un *monohromatiskā gaismā* (stari 1 un 2), ja $\Delta = 2nd \cos \beta = m\lambda$, ir tumša, bet, ja $\Delta = 2nd \cos \beta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, — gaisma. Ievērojot, ka ķīļa biezums d ir mainīgs, staru 1 un 2 interferences ainu plaknēs E_1 un E_2 (ja $\beta \neq 0$) vai uz ķīļa virsmas (ja $\beta = 0$) veido ekvidistantas (vienādos attālumos stāvošas) tumšas un gaišas joslas. Ķīļa galam atbilstošā josla, kurai $m = 0$, ir tumša. Nākošo tumšo joslu, kurai $m = 1$ un $d = l_1 \operatorname{tg} \gamma \approx l_1 \gamma$, aprēķina pēc izteiksmes (27-5): $2nd \cos \beta \approx 2nl_1 \gamma \cos \beta = \lambda$. Tā ir attālumā $l_1 = \frac{\lambda}{2n \gamma \cos \beta}$ no ķīļa gala. m -tai tumšai joslai $d \approx l_m \gamma$, $2l_m \gamma n \cos \beta = m\lambda$ un attālums no ķīļa gala

$$l_m = \frac{m\lambda}{2n \gamma \cos \beta} \quad (27-9)$$

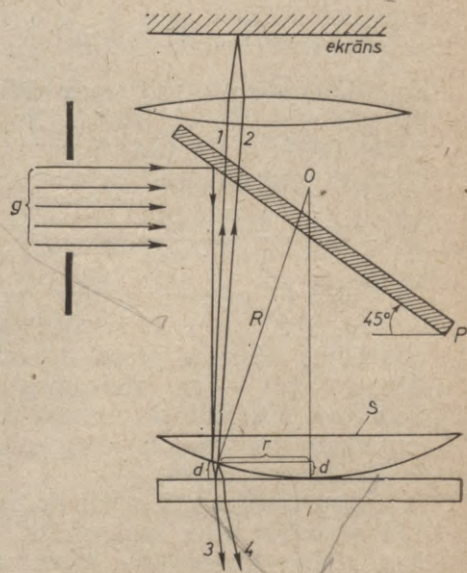
Gaišām joslām šajās izteiksmēs $m\lambda$ vietā ir $(2m + 1)\lambda/2$.

Krītot uz ķīli baltai gaismai, gaišo un tumšo joslu vietā ķīli pārklāj plāno kārtiņu krāsu joslas. Tumšajai joslai ķīļa galā seko bāla josla, jo visi redzamās gaismas viļņa garumi aptuveni

tur dod gaismu. Tālāk seko zila, zaļa, dzeltena, oranža un sarkana josla. Kārtu $m=1$ un $m=2$ pārejā ir purpura krāsas josla. Tālāk atstarotajā gaismā, ja $m=2$, atrodas vēl spilgtas zilas, zaļas, dzeltenas un sarkanas joslas. Lielākiem interferences kārtas skaitļiem m krāsu secība jau ir sajaukta un pēc četrām pie-



27-9. zīm.



27-10. zīm.

cām interferences kārtām m interferences joslas parasti pazūd. Ķīlim caurizgājušajā gaismā ir papildkrāsu joslas.

2. Ņūtona gredzeni. Liektas, noslēgtas vienāda biezuma interferences joslas jeb Ņūtona gredzeni rodas, paralēlam gaismas staru kūlim interferējot radiālā gaisa ķīlī, ko veido plakana virsma un ļoti maza liekuma virsma (27-10. zīm.). Pieņemsim, ka *monohromatisks* paralēls gaismas staru kūlis krīt uz daļēji caurspīdīgu stikla plati P , kas ar horizontālo virzienu veido $\approx 45^\circ$ leņķi un, no tās daļēji atstarojoties, krīt perpendikulāri uz virsmu S . Pēc tam, gaismai daļēji atstarojoties no liektās virsmas (stars 1) un otrreiz ar fāzu lēcieni atstarojoties no plakanās virsmas (stars 2), starp stariem 1 un 2 rodas gājumu starpība $\Delta \approx 2d$. Visa šādu staru 1 un 2 saime uz ekrāna vai staru ceļā novietotas lēcas attēla plaknē veido tumšus un gaišus interferences gredzenus. Raugoties uz plakano virsmu pretim atstarotajai gaismai, tumšo gredzenu vietas ir tur, kur abu staru gājumu starpība

$$\Delta = 2d = m\lambda, \quad (27-10)$$

bet gaišo gredzenu vietas ir tur, kur

$$\Delta = 2d = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (27-11)$$

kur $m = 0, 1, 2, \dots$. Gredzenu centrs, kurā $m = 0, d = 0$, ievērojot, ka staram 2 ir fāzes lēciens, ir tumšs. Pēc izteiksmēm (27-10) un (27-11) kārtas skaitļiem m_2 un m_1 atbilstošo divu tumšo (vai divu gaišo) gredzenu vietas radiālā gaisa ķīļa biezumu starpība

$$d_{m_2} - d_{m_1} = (m_2 - m_1) \frac{\lambda}{2}. \quad (27-12)$$

Ja liektās sfēriskās virsmas rādiuss ir R , tad no zīmējuma redzam, ka $r^2 = R^2 - (R - d)^2 \approx 2Rd$. No šejienes $d = r^2/2R$. Šo izteiksmi ievietojot formulā (27-12), atrodam, ka gan tumšo, gan arī gaišo Ņūtona gredzenu gadījumā viļņa garums

$$\lambda = \frac{r_{m_2}^2 - r_{m_1}^2}{R(m_2 - m_1)}. \quad (27-13)$$

Ņūtona gredzenus var novērot arī caurizgājušā gaismā (27-10. zīm. stari 3 un 4). Tikai tad gaišo gredzenu vietas uz apakšējās plaknes atrod no izteiksmes (27-10), bet tumšo gredzenu vietas — no izteiksmes (27-11). Novērojot Ņūtona gredzenus (perpendikulāri virsmai krītošos gaismas staros), acs vai optiskais instruments jāiefokusē uz liekto virsmu, no kuras it kā iznāk gaismas stari.

Apgaismojot gaisa ķīli ar baltu gaismu, rodas jau aplūkotās plānu kārtiņu krāsas. Ar piekto interferences kārtu ($m = 5$), kas atbilst gaisa ķīļa biezumam $d = 1,4 \cdot 10^{-4}$ cm, interferences joslu struktūra baltā gaismā pazūd sarkanās un zilās krāsas gredzenu pārklāšanās dēļ. Ar monohromatisku gaismu dabū pat vairākus simtus gredzenu (27-11. zīm.).



27-11. zīm.

Ņūtona gredzenus izmanto plakanu un sfērisku virsmu, piemēram, optisko lēcu kvalitātes pārbaudei. Pārbīdot pārbaudes stiklu pa virsmu un novērojot pie abu virsmu saskares vietas Ņūtona gredzenu veidu, var iegūt precīzas ziņas par virsmas kvalitāti. Ja, piemēram, liektā virsma nav sfēriska, tad būs redzami ovāli gredzeni.

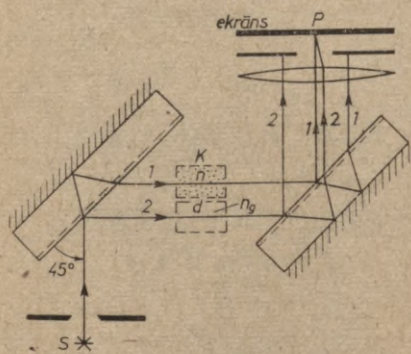
6. §. INTERFEROMETRI

Interferometri ir optiski aparāti, ar kuriem mēra dažādus fizikālus lielumus, izmantojot gaismas interferences parādības. Interferences metožu galvenā praktiskā vērtība ir to ļoti lielā precizitāte. Tā, piemēram, ķermeņu garumus, biezumus un attālumu ar interferometriem var izmērīt ar pareizību līdz $\pm \lambda/500 = \pm 10^{-7}$ cm.

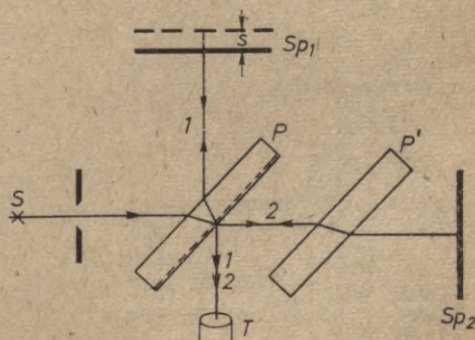
1. **Zamēna interferometrs.** Tā galvenā sastāvdaļa ir divas ap 3 cm biezas, pilnīgi vienādas un dzidras plakanparalēlas plātes. Šo plašu priekšpuse ir daļēji apsudrabota un mugurpuse pilnīgi apsudrabota. Gadījumā, ja abas plātes novietotas paralēli, tad monohromatiskie un paralēlie stari 1 un 2 (27-12. zīm.) uz ekrāna vietā P dod gaismu, jo tiem nav gājumu diferences. Vienu plati nedaudz pagriežot (par 3° ap zīmējumam perpendikulāru un par $17'$ ap zīmējumam paralēlu asi), staru ceļi abās plātēs nav vairs vienādi un uz ekrāna vietā P rodas plāna ķīļa vienāda biezuma interferences joslas, kas paralēlas griešanas asij. Bieži Zamēna interferometru paralēlu plašu stāvoklī apgaismo no gaismas avota S ar šauru izkļīstošu gaismas staru kūli. Uz ekrāna šajā gadījumā novēro vienāda slīpuma interferences joslu saimi (dažāda slīpuma stariem ir gājumu starpība).

Ja viena stara ceļā d novieto kādu caurspīdīgu vielu, piemēram, kivetu K ar gāzi (otra stara ceļā tādu pašu kivetu bez gāzes), kurai vēlamies izmērīt gaismas laušanas koeficientu n (un pēc tā noteikt gāzes blīvumu), tad abiem stariem rodas optiskā gājumu starpība $d(n - n_g)$, kur n_g — gaisa laušanas koeficients. Kivetes pildīšanas laikā uz ekrāna vietā P Δ/λ reizes gaiša interferences josla apmainās ar tumšu joslu. Līdzīgā veidā var ļoti precīzi noteikt ķermeņu garuma maiņas, piemēram, termisko pagarināšanos un citus lielumus.

2. **Maikelsona interferometra** galvenā sastāvdaļa ir vienā pusē daļēji apsudrabota pilnīgi plakanparalēla dzidra plate P (27-13. zīm.). Ļoti šaura nedaudz izkļīstoša monohromatiska gaismas



27-12. zīm.



27-13. zīm.

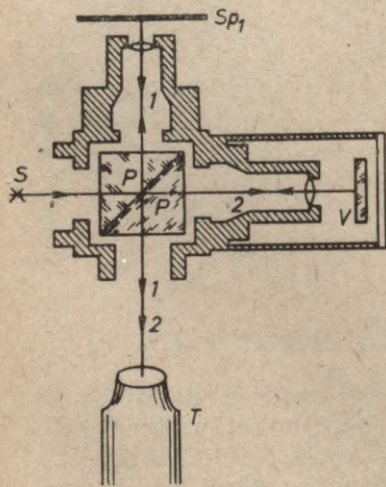
staru kūļa ikviens stars, nākot no gaismas avota S , daļēji no šīs plates atstarojoties un daļēji izejot tai cauri, sadalās divos gaismas staros. Pēc atstarošanās no perpendikulāri stariem nostādītiem spoguļiem Sp_1 un Sp_2 abi stari savienojas atkal kopā un nokļūst tālskatī T . Lai abu staru noietie optiskie ceļi būtu vienādi,

stara 2 ceļā bieži nostāda caurspīdīgu plati P' , kura ir tikpat bieza kā P . Tad tālskata redzes lauks ir vienmērīgi apgaismots. Spoguļi Sp_1 pārvietojot par attālumu s , abiem stariem rodas gājumu starpība $2s$. Spoguļa Sp_1 pārvietošanas laikā tālskata T redzes laukā radiāli pārvietojas (centrā zūd vai centrā rodoties) arī tumšās un gaišās vienāda slīpuma interferencēs joslas — gredzeni. Zinot λ un nosakot tālskata T redzes laukā kādā vietā caurejošo interferences joslu skaitu, var atrast spoguļa Sp_1 pārvietojumu s . Paralēlos gaismas staros Maikelsona interferometrā ar nedaudz savstarpēji pagriežtiem spoguļiem Sp_1 un Sp_2 veidojas taisnas vienāda biezuma interferences joslas.

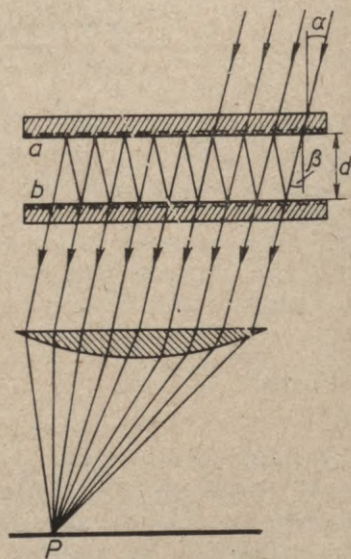
Ar Maikelsona interferometru var precīzi *izmērit gaismas viļņa garumu diferenci* $\lambda_1 - \lambda_2$. To darot, spoguļi Sp_1 pārvieto par tādu attālumu s , lai caur redzes lauku izgājušā viļņa garuma λ_1 m -tajam maksimumam atbilstu caur redzes lauku izgājušā viļņa garuma λ_2 m -tais minimums. Tad staru gājumu diference $2s = \frac{2m\lambda_1}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_2}{2}$, no kurienes $\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{2m}$.

Pārvietojot Maikelsona interferometra spoguļi Sp_1 gar metra etalonu un saskaitot kriptonā 86 atoma pārejās $5d_5 \rightarrow 2p_{10}$ emitētās gaismas (ar Kriptonā oranžās līnijas viļņa garumu λ_{Kr}) caur redzes lauku izgājušos maksimumus, tika noteikts agrākā metra etalona garums: $1 \text{ m} = 1650763,73 \lambda_{Kr}$.

Maikelsona interferometra speciāls veids ir padomju fizika **Ļiņņika interferometrs**, ar kuru var ļoti precīzi noteikt dažādu virsmu negludumus (27-14. zīm.). Ļiņņika interferometrā viena



27-14. zīm.



27-15. zīm.

Maikelsona interferometra spoguļa, piemēram, Sp_2 , vietā novieto pētāmo metālisko virsmu V un pusapsudrabortās plātes vietā ir divas ar pusapsudrabortām virsmām kopā saliktas prizmas P . Ja pētāmās virsmas V un spoguļa Sp_1 virsmas veidotais leņķis ļoti maz atšķiras no $\pi/2$, tad no tām atstarotā gaisma tālskata redzes laukā veido plāna ķīļa interferences joslas. Virsmas negludumi izraisa taisno joslu izliekšanos.

3. **Fabrī—Pero etalons** (27-15. zīm.) sastāv no divām vienādām un paralēli novietotām mazliet ķīļveidīgām (lai atbrīvotos no ārējo virsmu atstarotajiem stariem) dzidrām stikla vai arī kausēta vai monokristāliska kvarca platēm, kas vienā pusē a un b ir pārklātas ar sudrabu (atstarošanās $90 \div 95\%$) vai alumīniju (ja pēta ultravioletos starus) vai ar daudzslāņainu dielektrisku spoguļvirsmu. Kritošā nedaudz izkliedētā gaismas staru kūļa katrs stars, vairākkārt atstarodamies no plātes b un iziedams arī tai cauri, rada vairākus paralēlus gaismas starus ar diskrēti augošām gājumu starpībām. Šiem stariem pārklājoties, vietā P veidojas *vienāda slīpuma* interferences aina — riņķveida joslas. Fabrī—Pero etalonā (tāpat arī t. s. Lummera—Gerkes platē un citos interferometros) interferences ainu veido ne divi, bet daudzi, piemēram, $10 \div 60$, koherenti gaismas stari (iepriekš aplūkotajos gadījumos bija divstaru interference ar samērā platiem interferences maksimumiem un minimumiem). Daudzstaru interferencē parādās ļoti intensīvi t. s. *galvenie maksimumi*, kurus dod plānas kārtiņas interferences nosacījums (27-6) plakanparalēlajam gaisa slānim starp abām platēm ($\Delta = 2nd \cos \beta = m\lambda$). Daudzstaru interferences maksimumi veidojas pie daudz mazākām fāzu starpībām, tāpēc tie salīdzinājumā ar divstaru interferences maksimumiem ir daudz šaurāki un intensīvāki. Tā kā abu Fabrī—Pero etalona plakanparalēlo plašu attālums ($d \approx 1$ cm) un tāvad arī staru interferences kārtas skaitlis m ir ļoti liels (m var būt līdz 80 000), tad arī šī iemesla dēļ interference, t. i., minimumi—maksimumi punktā P var sākt rasties pie ļoti mazas divu viļņu fāzu starpības pirmā stara beigās pie plātes b (ja pieņem, ka pirmā stara sākumā, izejot no plātes a , tajā esošo visu viļņu fāzes ir vienādas). Tāpēc Fabrī—Pero etalons atdala spektra līnijas ar ļoti mazu gaismas viļņu garumu starpību $\Delta\lambda = 10^{-13}$ cm ($\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 800\,000$), un to lieto tikai līniju spektra hipersīkās struktūras (spektra līniju komponentu) noteikšanai.

Līdzīgs Fabrī—Pero etalonam ir interferences filtrs, tikai tā plašu attālums d ir ļoti mazs (starp tām ir tikai plāna dielektriskas vielas kārtiņa). Šāds filtrs daudzstaru interferences dēļ laiž cauri tikai šauru viļņa garumu joslu $\Delta\lambda \approx 10$ nm. Mainot plašu attālumu d , iespējams mainīt arī caurlaizamās joslas vidējo viļņa garumu.

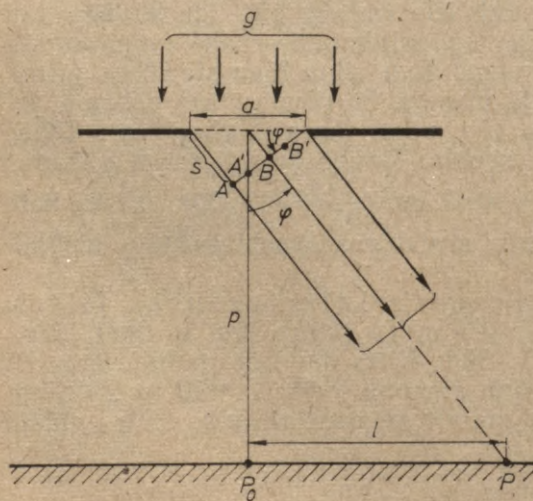
GAISMAS DIFRAKCIJA

1. §. DIFRAKCIJA, GAISMAI EJOT CAUR SPRAUGU

1. **Gaismas difrakcijas veidi.** Iepriekšējā nodaļā aplūkojam divu vai vairāku gaismas viļņu savstarpējo pastiprināšanos un pavājināšanos (interferenci) gadījumā, kad gaismas viļņi neapliecas ap šķēršļiem, t. i., neveido difrakcijas parādību. Šajā nodaļā, balstoties uz Heigensa—Freneļa principu (sk. 23. nod. 4. §), aplūkosim gaismas viļņu difrakciju, kuru 1663. gadā atklāja itālietis Grimaldi. Gaismas difrakcija rodas, ja gaismas viļņu kustību ierobežo šķēršļi, piemēram, malas, caurumi, spraugas utt. Reizē ar gaismas viļņu difrakciju vienmēr norisinās lielāka vai mazāka apliecošos gaismas viļņu interference.

Visi difrakcijas gadījumi iedalāmi divās pamatgrupās: Fraunhofer difrakcijā un Freneļa difrakcijā. Fraunhofer difrakcija ir no ļoti tāla gaismas avota nākošu vai no lēcas fokusa izejošu un aiz lēcas paralēli ejošu gaismas viļņu apliekšanās. Apliekušās gaismas interferenci novēro bezgalībā vai arī kādas citas lēcas fokālajā plaknē. Krītošo gaismas viļņu frontes šajā gadījumā ir plaknes. Freneļa difrakcija veidojas, gar šķērslī ejot izklīstošiem gaismas viļņiem, un tās novērošanas vietas attālumš no šķēršļa ir galīgs. Krītošā gaismas viļņa fronte ir liekta virsma. Ar šī daudz sarežģītākā difrakcijas veida dažiem gadījumiem jau sastapāties 23. nod. 4. §, aplūkojot viļņu vispārīgās īpašības.

2. **Difrakcija, gaismai ejot caur spraugu.** Novietosim paralēlu



28-1. zīm.

monohromatisku staru g ceļā tiem perpendikulāri gaismu necaurlaidošu plāksnīti, kurā ir viena taisna sprauga (28-1. zīm.). Spraugas platums $a \approx 0,01 \div 0,02 \text{ mm} \gg \lambda$, kur λ — gaismas viļņa garums (ja $a \leq \lambda$, tad difrakcija ir stipri atkarīga no spraugas materiāla). No viļņu frontes, t. i., no spraugas a , gaisma pēc Heigensa principa elementārviļņu veidā izplatās uz visām pusēm un, savstarpēji pastiprinoties un pavājinoties, veido bezgalībā

(ja aiz spraugas ir lēca, tad lēcas fokālajā plaknē) interferences ainu: taisnas, tumšas un gaišas joslas.

Vispirms noteiksim gaismas maksimumu un minimumu vietas uz ekrāna. Tieši pretim spraugai uz ekrāna punktā P_0 jābūt gaismas maksimumam, jo elementārviļņiem, kas nāk no dažādiem spraugas punktiem, praktiski šajā punktā P_0 nav ne gājumu, ne fāzu starpības. Bet virzienā φ uz ekrāna punktu P ejošiem elementārviļņiem spraugas malējo elementārviļņu gājumu starpība $s = a \sin \varphi$. Uz ekrāna ir tumsa, ja

$$a \sin \varphi = m_1 \lambda, \quad (28-1a)$$

kur $m_1 = \pm 1, \pm 2, \dots$, bet gaismas maksimums, ja

$$a \sin \varphi = (2m_1 + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (28-1b)$$

kur $m_1 = 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Seit m_1 ir interferences kārtas skaitlis. Gadījumi $m_1 = 0, -1$ ir izņēmumi. Pēc izteiksmes (28-1a), ja $m_1 = 0$, tad $s = 0$ un uz ekrāna nav minimuma, bet ir maksimums; pēc izteiksmes (28-1b), ja $m_1 = 0$, tad $s = \lambda/2$, un, ja $m_1 = -1$, tad $s = -\lambda/2$ un atbilstošajās vietās nav maksimālās gaismas. Ja leņķis φ ir mazs, $\sin \varphi \approx \text{tg } \varphi \approx \varphi \approx \frac{l}{p}$ un pēc izteiksmēm (28-1) minimumi uz ekrāna ir tur, kur $l = m_1 \lambda p / a$ un maksimumi, kur $l = (2m_1 + 1) \lambda p / 2a$. Seit $l = P_0 P$, bet p ir ekrāna—spraugas attālums.

Izteiksmes (28-1a) pareizību var pierādīt šādi (28-1. zīm.). Ja spraugas, t. i., viļņu frontes a abiem malējiem stariem gājumu starpība s ir vesels viļņa garums, tad malējā stara, kas nāk no punkta A , un viļņu frontes vidējā stara, kas nāk no punkta B , gājumu starpība ir $\lambda/2$. Tātad šie stari punktā P savstarpēji iznīcinās. Tāpat savstarpēji iznīcinās arī citi spraugas pirmās puses un atbilstošie spraugas otrās puses stari A' un B' utt. Uz ekrāna šajā gadījumā punktā P ir tumsa. Līdzīgā veidā, viļņu fronti a sadalot 4, 6, ... daļās, var pierādīt, ka visi vienas spraugas stari, savstarpēji interferējot, iznīcinās arī tad, ja spraugas abu malējo staru gājumu starpība ir $2\lambda, 3\lambda$ utt. Bet, ja abu malējo staru gājumu starpība ir $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}$ utt., tad, sadalot viļņu fronti—spraugu a 3, 5, ... daļās (zonās), dabūjam, ka uz ekrāna punktā P maksimālo amplitūdu dod $1/3, 1/5, \dots$ no spraugas viļņu frontes.

3. Tagad noteiksim šajā Fraunhoferā difrakcijas gadījumā gaismas amplitūdas un intensitātes sadalījumu pa ekrānu. Tam nolūkam sadalīsim pie spraugas pienākošo gaismas viļņu fronti a atsevišķās, piemēram, k vienādās zonās tā, lai katras zonas platums būtu $\frac{a}{k} \ll \lambda$, t. i., lai katra zoņa uz tālo interferences punktu P raidītu elementārviļni ar noteiktu fāzi. Blakus esošo zonu elementārviļņu gājumu starpība $s_1 = \frac{s}{k} = \frac{a \sin \varphi}{k}$ un fāzu starpība

$$\Delta \psi = \frac{2\pi s_1}{\lambda} = \frac{2\pi a \sin \varphi}{k \lambda}$$

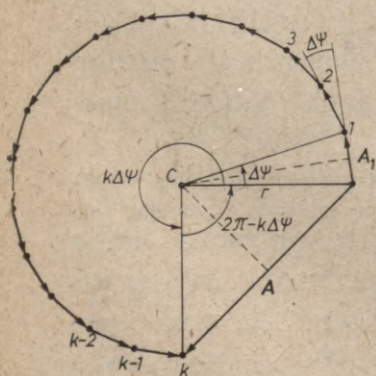
Tā kā punktā P_0 starp elementārviļņiem gājumu starpības nav ($\varphi=0$), tad šajā punktā visu k zonu summāro amplitūdu A_0 atrod, skalāri summējot visu zonu amplitūdās $A_0 = kA_1$, kur A_1 vienas zonas amplitūda. Amplitūdu A kādā punktā P (kur $\varphi \neq 0$) atrod, summējot fāzē par $\Delta\psi$ nobīdītās atsevišķo zonu elementārviļņu amplitūdas A_1 . Šīs amplitūdas saskaita tāpat kā saskaita plaknē par leņķi $\Delta\psi$ pagrieztus k vektorus. Šo elementārviļņu vektoriālā saskaitīšana, ja $k\Delta\psi < 2\pi$, parādīta 28-2. zīmējumā (ja būtu $k\Delta\psi > 2\pi$, tad vektoru poligons varētu pat vairākas reizes aptvert poligona centru C). Kā redzams, rezultējošā amplitūda A ir regulāra n -stūra ($n \approx \frac{2\pi}{\Delta\psi} > k$) horda, kas savieno pirmā A_1 vektora sākumpunktu ar k -tā A_1 vektora galapunktu. No n -stūra viena trīsstūra izriet, ka $\frac{A_1}{2} = r \sin \frac{\Delta\psi}{2}$, no kurienes trīsstūra malas garums ir $r = \frac{A_1}{2 \sin \frac{\Delta\psi}{2}} = \frac{A_0}{2k \sin \frac{\Delta\psi}{2}}$. Ievērojot šo r izteiksmi un to, ka

$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$, līdzīgā veidā no trīsstūra ar malu A dabūjam, ka rezultējošā amplitūda punktā P ir

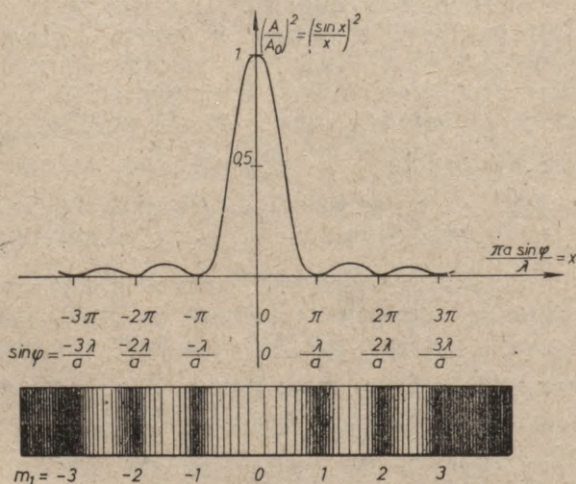
$$A = 2r \sin \frac{2\pi - k\Delta\psi}{2} = 2r \sin \frac{k\Delta\psi}{2} = \frac{A_0}{k \sin \frac{\Delta\psi}{2}} \sin \frac{k\Delta\psi}{2}. \quad (28-2)$$

Ja $\Delta\psi$ ir mazs, $\sin \frac{\Delta\psi}{2} \approx \frac{\Delta\psi}{2}$ un $\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin \frac{k\Delta\psi}{2}}{k} \right) = \sin \frac{\Delta\psi}{2}$, tāpēc, ievērojot iepriekš atrasto $\Delta\psi$ izteiksmi, punktā P rezultējošā gaismas viļņu amplitūda

$$A = A_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}}. \quad (28-3)$$



28-2. zīm.



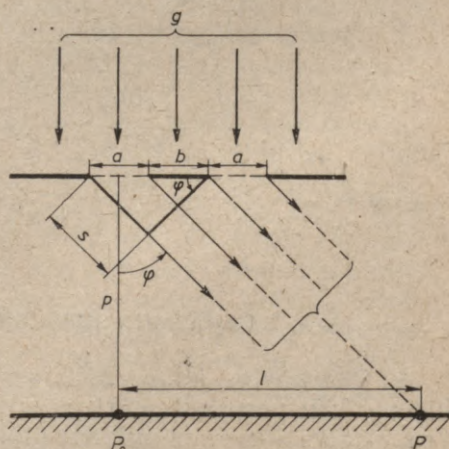
28-3. zīm.

Analizēsim šo izteiksmi: 1) ja $\varphi=0$, tad $\sin \varphi=0$, $x=\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}=0$, $\sin x=0$, $\frac{\sin x}{x}=1$ un no izteiksmes (28-3) $A=A_0$. Arī tad, ja φ ir ļoti mazs, $A=A_0 \frac{\sin x}{x} \approx \frac{A_0 x}{x}=A_0$; 2) ja $\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}=\pm\pi$ jeb $a \sin \varphi=\pm\lambda$, tad $\sin x=0$, $\frac{\sin x}{x}=0$ un $A=0$. Citiem minimumiem $\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}=m_1\pi$, $m_1=\pm 2, \pm 3, \dots$, no kurienes $\sin\left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right)=\sin m_1\pi=0$ un pēc izteiksmes (28-3) $A=0$. Šajā gadījumā 28-2. zīmējumā attēlotais zonu amplitūdu daudzstūris ir m_1 -kārtīgi noslēgts. Šie rezultāti saskan ar nosacījumu izteiksmēm (28-1); 3) turpretim, ja $\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}=(2m_1+1)\frac{\pi}{2}$, $m_1=1, \pm 2, \pm 3, \dots$, tad $\sin\left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right)=\sin(2m_1+1)\frac{\pi}{2}=\pm 1$ un $A=\frac{A_0}{(2m_1+1)\frac{\pi}{2}}$, tātad saskaņā ar izteiksmi (28-1b) gaismai ir maksimumi. Arī tad, ja $m_1=-1$, gaismas amplitūdu dod izteiksme (28-3), bet tā nav maksimālā.

Gaismas rezultējošā relatīvā intensitāte $\left(\frac{A}{A_0}\right)^2=\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ atkarībā no $x=\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}$, t. i., izteiksme (28-3), kas dalīta ar A_0 un kāpināta kvadrātā, grafiski attēlota 28-3. zīmējumā. No tā redzam, ka gaismas maksimumu relatīvā intensitāte $\frac{A^2}{A_0^2}=\frac{4}{(2m_1+1)^2\pi^2}$, pieaugot interferences kārtas skaitlim m_1 , strauji dilst. Tā, piemēram, liekot $A_0=1$, pēc iepriekšējās izteiksmes, ja $m_1=1$, $A^2=\frac{4}{3^2 \cdot 3,14^2}=0,045$; ja $m_1=2$, $A^2=\frac{4}{5^2 \cdot 3,14^2}=0,016$ utt. Ja spraugas platums a samazinās, tad gaismas maksimumi kļūst zemāki un plātāki, un tie pārvietojas φ augšanas virzienā.

2. §. DIFRAKCIJA, GAISMAI EJOT CAUR DIVĀM SPRAUGĀM

Tagad pieņemsim, ka *paralēls monohromatisks* gaismas staru kūlis g , kuru viļņa garums λ , krīt uz divām paralēlām spraugām perpendikulāri spraugu plaknei un veido uz ļoti tāla ekrāna interferences ainu: paralēlas, taisnas, tumšas un gaišas joslas (28-4. zīm.). Spraugu platumus apzīmēsim ar a un spraugstarpas platumu ar b . Šajā Fraunhoferā difrakcijas gadījumā, kuru 1801. gadā izpētīja angļu fiziķis Jungs, gaismas intensitāti punktā P uz ekrāna nosaka ne



28-4. zīm.

vien atsevišķu spraugu gaismas interference, bet arī dažādu spraugu gaismas interference. Tā kā spraugas ir cieši kopā un ekrāns atrodas ļoti tālu ($a+b \gg p$), tad abu atsevišķo spraugu gaismas interferences maksimumi un minimumi uz ekrāna praktiski atrodas vienā un tajā pašā vietā. Atsevišķo spraugu gaismas interferenci tāpat izsaka formulas (28-1). *Dažādu spraugu gaismas interferences* minimumi uz ekrāna ir vietās, kurām

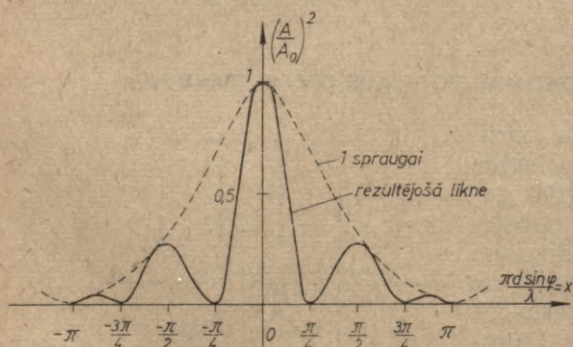
$$(a+b) \sin \varphi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad (28-4a)$$

un maksimumi vietās, kurām

$$(a+b) \sin \varphi = m\lambda. \quad (28-4b)$$

Šeit $a+b=d$, φ — staru nolieces leņķis un $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ — *interferences kārtas skaitlis*. Kā redzams no izteiksmēm (28-4), šajā gadījumā interferences maksimumu un minimumu vietas uz ekrāna atkarīgas no spraugas platuma a , spraugstarpas platuma b un viļņa garuma λ . Vispār var teikt, ka uz ļoti tāla ekrāna ir novērojami atsevišķo spraugu gaismas interferences minimumi, kurus papildina biežāki (tuvāk stāvoši) dažādu spraugu gaismas interferences minimumi. Starp minimumiem ir maksimumi.

Rezultējošās gaismas intensitātes sadalījums pa ekrānu īpašā gadījumā, ja $a=2b$, attēlots grafiski 28-5. zīmējumā. Tajā redzam, ka vienas spraugas centrālajam maksimumam katrā pusē ir radušies klāt vēl 2 maksimumi (tālākiem maksimumiem katrā pusē pa vienam maksimumam), bet pāra maksimumi $m=2, 4, 6, \dots$, kas sakrīt ar vienas spraugas minimumiem, neparādās.



28-5. zīm.

3. §. GAISMAS DIFRAKCIJA DIFRAKCIJAS REŽĢI

1. Pieņemsim, ka *paralēls un monohromatisks* gaismas staru kūlis g krīt perpendikulāri uz spraugu režģi jeb t. s. difrakcijas režģi — necaurspīdīgu plāksnīti, kurā ir daudzas vienādas paralēlas spraugas, un veido bezgalībā vai lēcas fokālajā plaknē

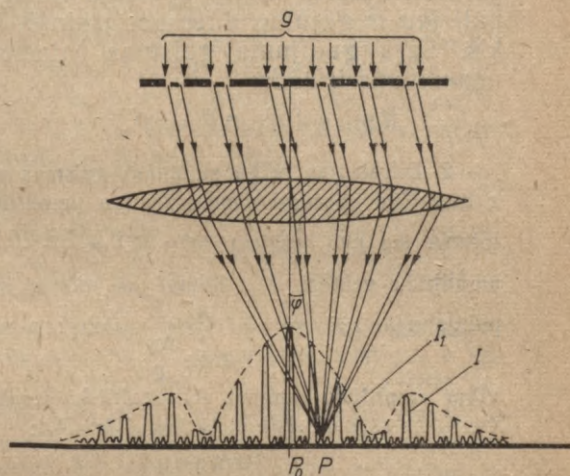
difrakcijas ainu (28-6. zīm.). Režģa spraugu skaitu apzīmēsim ar z , spraugu platumu ar a , spraugstarpu platumu ar b un spraugu attālumu (režģa konstanti) ar $d = a + b$. Šajā Fraunhoferā difrakcijas gadījumā interferences joslu saime sastāv no ļoti šauriem, bet ļoti intensīviem galvenajiem gaismas maksimumiem, starp kuriem atrodas ļoti daudzi un ļoti mazi t. s. blakus maksimumi un blakus minimumi.

Maksimumu un minimumu vietas ir nosakāmas, uzlūkojot visu režģa platumu zd par vienu spraugu un izmantojot vienas spraugas maksimumu un minimumu izteiksmes (28-1). Blakus maksimumus dod ceļā no režģa līdz ekrānam radušās staru gājumu starpības nosacījums $zd \sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$, kur $k=1,$

$\pm 2, \dots$. Blakus minimumus dod izteiksme $zd \sin \varphi = k\lambda$, kur $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, izņemot gadījumus, kad $k/z = m$, t. i., kad izpildās nosacījums

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (28-5)$$

kas dod galvenos maksimumus. Veselo skaitli m sauc par interferences kārtas skaitli. Galveno maksimumu ļoti lielā intensitāte izskaidrojama ar to, ka ikvienas spraugas gaisma, interferēdama ar jebkuras citas spraugas gaismu, pastiprinās. Tiešām, ja starp kādām divām spraugām ir n spraugas, tad abu spraugu interferences maksimumus nosaka vienādība $nd \sin \varphi = nm\lambda$, kas ir identiska ar galveno maksimumu nosacījumu (28-5). Turpretim blakus maksimumos dažādu spraugu gaisma interferējot gandrīz pilnīgi iznīcinās, atstādama ļoti mazu intensitātes atlikumu. Starp $k/z = m$ un $m+1$ ir $z-1$ lieluma k/m vērtības, t. i., starp 2 galvenajiem maksimumiem atrodas $z-1$ blakus maksimumi, tātad $z-2$ blakus minimumi (jo viena blakus minimuma vietā ir galvenais maksimums, kas ir divas reizes platāks par blakus maksimumu). Bez tam jāatzīmē, ka visiem šiem dažādu spraugu gaismu interferences maksimumiem pārklājas atsevišķu spraugu gaismas interferences, kas maksimumu lielumus samazina monotoni (ja $a \approx \lambda$ un $d \gg a$) vai maina periodiski (ja $a \gg \lambda$). Pēdējā gadījumā, ja vēl a un d attiecības ir vesels skaitlis (piemēram, $d = 4a$), tad, dažu atsevišķo spraugu gaismas interferences minimumu un dažādu spraugu interferences maksimumu vietām sakrīt, maksimumi



28-6. zīm.

nerealizējas. Ja $a \gg \lambda$, uz ekrāna bez blakus minimumiem parādās atsevišķo spraugu gaismas interferences veidotie t. s. *galvenie minimumi*.

Gaismai uz difrakcijas režģa plakni krītot slīpi (28-6. zīmējumā no labās puses uz kreiso pusi), bet attiecībā pret spraugām perpendikulāri, blakus spraugu līdzīgos punktos pienākošai gaismai jau ir gājumu diference $d \sin \Theta$, kur Θ — staru krišanas leņķis. Šajā gadījumā gaismas interferences galveno maksimumu nosacījums ir šāds:

$$d \sin \varphi + d \sin \Theta = m\lambda. \quad (28-6)$$

2. Difrakcijas režģa summāro gaismas amplitūdu A_r kādā virzienā φ dod z atsevišķu spraugu elementārviļņu amplitūdu A_{ri} summa. Ģeometriskā attēlojumā šie par leņķiem $\Delta\psi = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda}$ pagrieztie z atsevišķo spraugu amplitūdu vektori A_{ri} , līdzīgi kā vienas spraugas gadījumā, veido vektoru poligonu ar rādiusu $r = \frac{A_{ri}}{2 \sin \frac{\Delta\psi}{2}}$. Poligona noslēdzošo vektoru, t. i., elementār-

viļņu amplitūdu summu A_r analītiski izsaka izteiksme (28-2), ja tajā $k\Delta\psi$ vietā liek $z\Delta\psi$ un A_0/k vietā liek $A_r/z = A_{ri}$:

$$A_r = A_{ri} \frac{\sin \left(\frac{z\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right)}.$$

Ievērojot izteiksmi (28-3), kas izsaka vienas spraugas gaismas amplitūdu A_{ri} virzienā φ , dabūjam, ka rezultējošā amplitūda

$$A_r = A_0 \left[\frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}} \right] \cdot \left[\frac{\sin \left(\frac{z\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right)} \right]. \quad (28-7)$$

Pēc šīs izteiksmes gaismas intensitātes I sadalījums uz ekrāna ir šāds:

$$I = A_r^2 = \left[A_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin \left(\frac{z\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right)}{\sin \left(\frac{\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right)} \right]^2 = I_1 \cdot I_2. \quad (28-8)$$

Funkcija I_1 nosaka režģa atsevišķo spraugu gaismas intensitātes sadalījumu. Ja $a \sin \varphi = m_1 \lambda$ un $m_1 = \pm 1, \pm 2, \dots$, t. i., $\sin \left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \right) = \sin m_1 \pi = 0$, tad $I_1 = 0$, bet, ja $a \sin \varphi = (2m_1 + 1) \frac{\lambda}{2}$ un $m_1 = 1, \pm 2, \dots$, t. i., $\sin \left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \right) = \sin \left[(2m_1 + 1) \frac{\pi}{2} \right] = \pm 1$, kā arī tad, ja $\varphi = 0$, I_1 ir maksimālais. Tas saskan ar vienas spraugas minimumu un maksimumu izteiksmēm (28-1). Kā to rāda izteiksme (28-7), I_1 ir atkarīgs no a un φ un nav atkarīgs no d . Uz ļoti tāla ekrāna visu atsevišķo spraugu gaismas interferences maksimumi un minimumi atrodas vienās un tajās pašās vietās.

Režģa dažādu spraugu gaismas interferenci raksturo funkcija I_2 . Tās minimumi ir vietās, kurām vienāds ar nulli tikai tās skaitītājs, t. i., kurām [sk. izt. (28-8)] $\frac{z\pi d \sin \varphi}{\lambda} = \frac{z\Delta\psi}{2} = k\pi$, kur $k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, izņemot tikai vietas, kurām $k=mz$ ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), jo tajās vienāds ar nulli arī izteiksmes I_2 saucējs. Atrisinot nenoteiktību 0/0, var pierādīt, ka tās ir galveno maksimumu vietas. Gaismas intensitātes funkcijas I_2 galveno maksimumu vietas no a un b relatīvā samēra un režģu spraugu skaita z nav atkarīgas, tās nosaka tikai spraugu attālums d un gaismas viļņa garums λ .

Galveno maksimumu intensitāte ir proporcionāla z^2 . Šo rezultātu maziem leņķiem, kad $\sin x \approx x$, var dabūt no izteiksmes (28-8):

$$I_2 \approx \left[\frac{z\pi d \sin \varphi}{\lambda} \right]^2 = z^2. \quad (28-9)$$

Funkcijas I_2 galveno maksimumu intensitātes, tāpat kā divu spraugu gadījumā, ir stipri atkarīgas no spraugu platuma a , spraugstarpu platuma b un viļņu garuma λ . Ja a un b ir vienas kārtas lielumi un $a, b \gg \lambda$, tad dažādu spraugu gaismas interferences maksimumus strauji periodiski maina atsevišķo spraugu gaismas interferenci. Parasti režģos $b > a$ un $a > \lambda$ un interferences galveno maksimumu intensitāte mainās lēni periodiski. Funkciju I_1 un $I = I_1 I_2$ grafikas, ja $d=4a$, attēlotas 28-6. zīmējumā.

3. Palielinoties spraugu skaitam, maksimumu platumi samazinās. Tas izskaidrojams ar to, ka nedaudzu spraugu gadījumā divu blakus spraugu elementārviļņu fāzu starpības $\Delta\psi$ (un arī $\Delta\varphi$) svārstības var būt diezgan lielas un tomēr uz ekrāna maksimumu vietās ir gaisma. Turpretim ļoti daudzu spraugu gadījumā gaisma maksimumu vietās ir tikai tad, ja pastāv noteikta blakus spraugu elementārviļņu fāzu nobīde $\Delta\psi$. Blakus spraugu elementārviļņu fāzu nobīdei tikai nedaudz novirzoties no šīs vērtības, tālāk stāvošās spraugas dod uz ekrāna maksimuma vietā pretēju fāzi, t. i., tad $A=0$.

Pirmo centrālajam maksimumam tuvāko blakus minimumu, kā redzējam, nosaka izteiksme $z d \sin \varphi = k\lambda$, ja $k=1$, no kurienes centrālā galvenā maksimuma pusplatumis (centrālā stara un pirmā blakus minimuma stara veidotais leņķis) ir

$$(\Delta \sin \varphi)_m \approx (\Delta \varphi)_m = \frac{\lambda}{zd}. \quad (28-10)$$

Tādas pašas, ja $\varphi < 20^\circ$, ir arī citu galveno maksimumu un tiem līdzās esošo blakus minimumu leņķu φ starpības. Tātad aiz daudzspraugu režģa gaisma izplatās tikai pa atsevišķiem ļoti šauriem stariem. Visos citos virzienos tā interferences rezultātā ir iznīcinājusies.

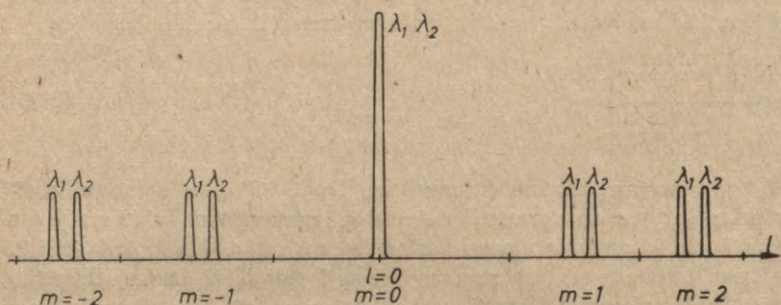
4. Difrakcijas režģi var izmantot kā optisku ierīci gaismas viļņa garuma λ noteikšanai, jo uz ekrāna katram gaismas viļņa garumam λ atbilst sava galveno maksimumu saime (28-7. zīm.).

Viļņu garumiem λ_1 un λ_2 maksimumu virzienus nosaka formulas

$$m\lambda_1 = d \sin \varphi_1 \text{ un } m\lambda_2 = d \sin \varphi_2. \quad (28-11)$$

Centrālajā maksimumā $m=0$ viļņu garumi nav atdalīti. No maksimuma izteiksmēm (28-11) izriet, ka pie maziem difrakcijas leņķiem, t. i., kad $\varphi < 20^\circ$ un $\sin \varphi \approx \varphi$,

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{d}{m} (\varphi_2 - \varphi_1). \quad (28-12)$$



28-7. zīm.

Kā redzam, gaismas viļņu diference $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ ir tieši proporcionāla atbilstošai difrakcijas leņķu diferencei $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Tā kā $\Delta\varphi \approx \Delta l / p$, kur Δl ir abiem viļņu garumiem atbilstošo maksimumu attālums uz ekrāna un p — režģa lēcas attālums no ekrāna, tad $\Delta\lambda = \frac{d\Delta l}{mp} \sim \Delta l$, t. i., maksimumu attālumi uz ekrāna (fotoplates) ir tieši proporcionāli viļņu garumu diferencei. Šī apstākļa dēļ režģa spektru sauc par *normālu spektru*.

Līdzīgi spraugu režģim, difrakcijas-interferences veidā spektru dod refleksijas režģis, ko veido gluda, plakana vai liekta metāliska virsma ar daudzām paralēlām rievām. Gaisma uz refleksijas režģi krīt slīpi, un difrakcijas-interferences ainu veido no režģa gludajām josliņām atstarotā gaisma (rieviņās gaisma izkliedējas uz visām pusēm).

5. Režģa izšķiršanas spēja. Divus gaismas viļņa garumus λ_1 un λ_2 režģa spektrā, pēc Releja, var atdalīt tikai tad, ja šiem viļņa garumiem atbilstošo galveno maksimumu attālums ir vienāds ar galvenā maksimuma pusplatumu. Lai noteiktu šo viļņa garuma minimālo starpību $(\Delta\lambda)_m$, tad izteiksmē $\Delta(d \sin \varphi) = m\Delta\lambda$ jeb, ja φ ir mazs, izteiksmē $\Delta(d\varphi) = d\Delta\varphi = m\Delta\lambda$ ievietosim $\Delta\lambda$ vietā $(\Delta\lambda)_m$ un $\Delta\varphi$ vietā — galvenā maksimuma pusplatumam atbilstošo leņķi $(\Delta\varphi)_m = \frac{\lambda}{zd}$ [sk. izt. (28-10)]. Tā dabūjam, ka

$$(\Delta\lambda)_m = \frac{\lambda}{mz}. \quad (28-13)$$

Izmantojot šo izteiksmi, iegūstam režģa izšķiršanas spējas formulu

$$\frac{\lambda}{(\Delta\lambda)_m} = mz. \quad (28-14)$$

Izšķiršanas spēja, kā redzam, nav atkarīga no spraugu platuma a , bet tikai no to skaita z . Lielumu $\frac{(\Delta\varphi)_m}{(\Delta\lambda)_m} = \frac{\lambda}{zd} \cdot \frac{mz}{\lambda} = \frac{m}{d}$ sauc par režģa leņķisko dispersiju.

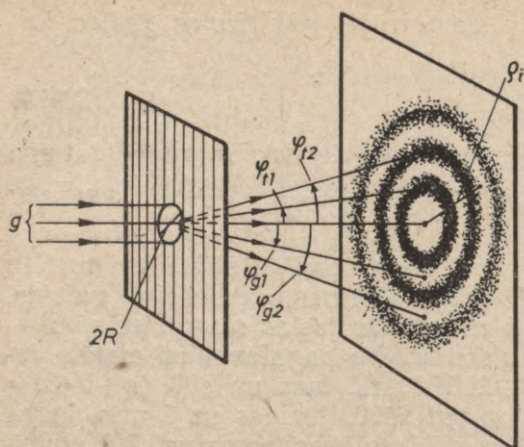
6. Aplūkotos režģus pagatavo, ievelkot stikla vai metāla plātē daudzas paralēlas rievīņas. Rievīņas, izkļiedējot gaismu, darbojas kā spraugstarpas b un gludās joslas starp rievīņām — kā spraugas a . Ar lielu tehnisku rūpību pagatavotiem metāla *refleksijas režģiem* ir 100 000 ÷ 200 000 rievīņas un 800 ($a+b=d=0,00125$ mm), 1200, 1800 un pat 2400 rievīņas uz 1 mm, kuras parasti ievilkas uz ļoti gludas stikla plāksnītes uztvaicētā alumīnijā. Lai varētu izdarīt mērijumus kādā augstākā spektra kārtā ($m=3\div 30$), kur režģa izšķiršanas spēja ir lielāka, tad rievīņām izveido īpašu profilu. Visintensīvākais tad nav maksimums $m=0$, bet kādas augstākās kārtas maksimums. Padomju Savienībā parasti izgatavo plakanus un ieliektus režģus ar 1200 rievīņām uz 1 mm (izmēri 15 cm × 15 cm) redzamai gaismai un ar 300 rievīņām uz 1 mm (izmēri 30 cm × 30 cm) spektra infrasarkanajiem stariem. No režģu oriģināliem var iegūt kopijas. Lielākie metāla režģu spektrometri, ar kuriem var iegūt tiklab infrasarkano, kā ultravioleto staru spektrus, izvērs spektru 10 m garumā. *Liektus metāla režģus* izgatavo tāpēc, lai krītošajiem un atstarotajiem stariem infrasarkano un ultravioleto staru spektroskopijā nebūtu jālieto neērtās lēcas. Šādi režģi paši pēc atstarošanās sakopo krītošos diverģentos gaismas starus un dod interferences ainu galīgā attālumā no režģa.

Piemērs. Difrakcijas režģa konstante $d=5 \cdot 10^{-4}$ cm. Aprēķināt 1) spraugu skaitu N uz 1 cm, 2) pēdējā novērojamā maksimuma kārtas skaitli m un 3) pēdējam maksimumam atbilstošo difrakcijas leņķi φ , ja gaismas viļņa garums $\lambda=600$ nm.

Spraugu skaits uz 1 cm $N = \frac{1}{d} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-4}} = 2000 \frac{\text{spr.}}{\text{cm}}$. No sakarības $d \sin \varphi = m\lambda$, ja $\varphi=90^\circ$, dabūjam, ka $m = \frac{d}{\lambda} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}}{6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}} = 8,3$. Tātad pēdējā maksimuma kārtas skaitlis $m=8$. Pēc izteiksmes (28-5) astotajam maksimumam atbilst leņķis $\varphi = \arcsin \frac{8\lambda}{d} = \arcsin \frac{8 \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-4}} = 73^\circ 45'$.

4. §. DIFRAKCIJA, GAISMAI EJOT CAUR APAĻU CAURUMU

Paralēls monohromatisks gaismas staru kūlis g , kura viļņa garums ir λ , ejot caur apaļu caurumu ar rādiusu R perpendikulāri tā plaknei, gaismas difrakcijas un interferences rezultātā izveido



uz bezgalīgi tāla ekrāna tumšu un gaišu interferences gredzenu saimi (28-8. zīm.; sk. arī 23. nodaļas 4. §). Pēc sarežģītākiem aprēķiniem nekā vienas spraugas gadījumā (tos šeit neaplūkosit) var atrast, ka gaišo un tumšo gredzenu leņķi φ_g , φ_t (attiecībā pret cauruma centru) un gaišo interferences gredzenu gaismas relatīvās intensitātes $(A/A_0)^2$ ir šādas:

28-8. zīm.

	Gaišiem gredzeniem		Tumšiem gredzeniem
$m=0$	$\sin \varphi_{g0}=0$	$(A/A_0)^2=1$	—
$m=1$	$\sin \varphi_{g1}=0,819 \frac{\lambda}{R}$	„ $=1,745 \cdot 10^{-2}$	$\sin \varphi_{t1}=0,610 \frac{\lambda}{R}$
$m=2$	$\sin \varphi_{g2}=1,333 \frac{\lambda}{R}$	„ $=4,15 \cdot 10^{-3}$	$\sin \varphi_{t2}=1,116 \frac{\lambda}{R}$

No šīm izteiksmēm redzams, ka, samazinoties cauruma rādiusam R , difrakcijas gredzeni kļūst lielāki, un izplūst (leņķi φ_i aug). Bezgalībā gredzenu centrā vienmēr ir gaišs, bet, tuvojoties caurumam, gredzenu centrs kļūst tumšs, tad atkal gaišs utt.

Caurumā novietojot *savācējlēcu*, kuras fokusa attālums gaisā ir f , bezgalībā esošā difrakcijas gredzenu saime, nemainot difrakcijas leņķus φ_i (jo lēca tai caurizgājušā gaismas staru kūļa centrālā stara virzienu nemaina), pārvietojas uz lēcas fokālo plakni. Šajā plaknē interferences gredzenu rādiusi, ja leņķi φ_i ir nelieli, ir šādi:

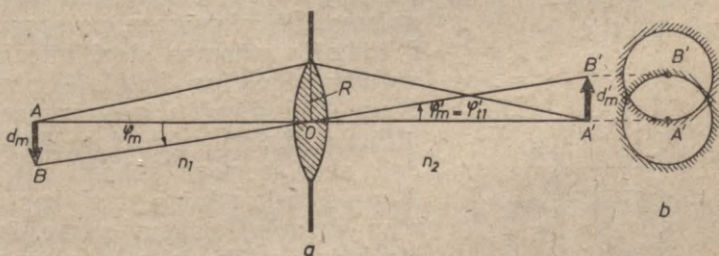
$$q_i = f \sin \varphi_i. \quad (28-15)$$

Ja aiz cauruma ir vide 2 ar laušanas koeficientu n_2 (pirmā vide 1 — gaiss), kurā $\lambda_v = \frac{\lambda}{n_2}$, tad $\sin \varphi_i = \text{const} \cdot \frac{\lambda}{n_2 R}$ un $q_i = \text{const} \cdot \frac{\lambda f}{n_2 R}$. Tā, piemēram, ja $n_2=1$, pirmā tumšā gredzena rādiuss fokālajā plaknē ir $q_{t1} = f \cdot \frac{0,610\lambda}{R}$, bet, ja $n_2 \neq 1$, tad $q_{t1} = f \cdot \frac{0,610\lambda}{n_2 R}$.

5. §. OPTISKO APARĀTU IZŠĶIRŠANAS SPĒJA

Arī optiskos aparātos gaisma no priekšmeta līdz attēlam izplatās kā vilnis. Tāpēc gaisma pie aparāta apaļo lēcu ietveres malām apliecas un punktveida attēla vietā rodas difrakcijas gredzenu saime. Optiskai asij perpendikulārā priekšmeta plaknē esošu divu punktu attēli veido divas gredzenu saimes. Šiem priekšmeta punktiem tuvojoties, abas difrakcijas gredzenu saimes sāk pārklāties, kamēr pie kāda ļoti maza punktu attāluma tās saplūst, izveidojot vienu kopēju gredzenu saimi. Pēc Releja divu punktu attēli kļūst neatšķirami, ja vienas difrakcijas gredzenu saimes centrālā gaišā riņķa mala (pirmā tumšā gredzenu viduslīnija) iet cauri otrās difrakcijas gredzenu saimes centram. Tad summārai gaismai viduspunktā starp abu gredzenu saimju centriem ir 80% no tās intensitātes, kas ir gredzenu centros. Šajā stāvoklī abu priekšmeta punktu attālumam $d_m = AB$ (28-9. zīm.) un attēla punktu attālumam $d'_m = A'B'$, raugoties no lēcu ietveres centra O , atbilst leņķi φ_m un $\varphi'_m = \varphi'_{t1}$. Attālumu d_m vai d'_m sauc par minimālo divu punktu attālumu jeb priekšmeta un attēla lineāro izšķiršanas spēju, bet leņķus φ_m un φ'_m — par minimālajiem leņķiem. Par priekšmeta un attēla leņķisko izšķiršanas spēju sauc lielumus $1/\varphi_m$ un $1/\varphi'_m$. Ja gaismas laušanas koeficienti abās pusēs lēcai ir vienādi ($n_1 = n_2$), tad $\varphi_m = \varphi'_m$, bet, ja $n_1 \neq n_2$, tad pēc laušanas likuma $\sin \varphi'_m \approx \varphi'_m \approx \left(\frac{n_1}{n_2}\right) \varphi_m$. Tālāk aplūkosim izšķiršanas spējas d_m , d'_m un $1/\varphi_m$, $1/\varphi'_m$ dažādos attēlojošos optiskos aparātos.

1. Optiskā aparāta (lēcas) izšķiršanas spēja, ja punktu attēlus dod **paralēli** vai **ļoti šauri gaismas staru kūļi**, piemēram, *tālskati* un daļēji *fotoaparātā* un *aci*. Šajā Fraunhoferā difrakcijas gadījumā difrakcijas aina aptuveni atrodas optiskā aparāta fokālajā plaknē, t. i., turpat, kur atrodas attēls. Attēla divu punktu minimālajam attālumam d'_m (saskaņā ar Releja kritēriju tas ir



28-9. zīm.

vienāds ar pirmā tumšā difrakcijas gredzenu rādiusu 0_{t1}) atbilstošais minimālais leņķis (sk. 4. § tabulu) $\varphi'_{t1} = 0,610 \frac{\lambda}{n_2 R}$ un leņķiskā izšķiršanas spēja $\frac{1}{\varphi'_m} = \frac{n_2 R}{0,610 \lambda}$. Tā, piemēram, acij

$R=1$ mm, $\lambda=600$ nm, $n_1=1$, $n_2=1,4$, leņķiskā izšķiršanas spēja $1/\varphi'_m=n_2R/0,61\lambda=4\cdot 10^3$, resp., $\varphi'_m\approx 1'$.

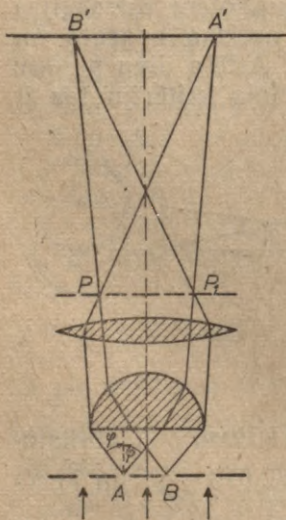
Ja lēcas fokusa attālums f_2 , tad no izteiksmes (28-15) attēla lineārā izšķiršanas spēja

$$d'_m = \varrho_{t1} = f_2 \sin \varphi'_m = f_2 \cdot 0,610 \frac{\lambda}{n_2 R}. \quad (28-16)$$

No izteiksmes (28-16) redzam, ka minimālā divu punktu attāluma d'_m samazināšanai attēlā, t. i., objektīva izšķiršanas spējas palielināšanai, ir jāsamazina lēcas fokusa attālums f_2 un gaismas viļņa garums λ , jāpalielina attēla telpas laušanas koeficients n_2 un objektīva ietveres rādiuss R . Turpretim minimālais leņķis φ'_m ($\sin \varphi'_m \approx \varphi'_m$) un leņķiskā izšķiršanas spēja $1/\varphi'_m$ no objektīva fokusa attāluma nav atkarīga.

Objektīva doto attēlu d'_m vēl attēlojot ar otru lēcu — okulāru, tā, līdzīgi kā objektīvs, dod attēlu d''_m , kuram atbilst kāds minimālais leņķis φ''_m . Tālskata okulāra fokusa attālumu f_{ok} un diametru izvēlas tādu, lai okulāra dotajā šķietamajā attēlā divu punktu minimālajam attālumam d''_m atbilstošais redzes leņķis φ''_m būtu mazāks par acs minimālo redzes leņķi, kas ir $\approx 1'$. Okulāram ar lielāku palielinājumu attēls gan palielinās, bet tā asums nepieaug. Tāpēc tālskata izšķiršanas spēju galvenokārt nosaka objektīva izšķiršanas spēja.

2. *Mikroskopā* un *lupā* priekšmeta punktu attēlus rada **plati, diverģenti staru kūļi**, kuri pie lēcu ietveru apaļajām malām veido Freneļa difrakciju. Lai noskaidrotu attēla rašanos mikroskopā, novietosim attālumā $p > f$ zem mikroskopa objektīva 3. § aplūkotā difrakcijas režģa plakni perpendikulāri krītošajiem paralēlajiem gaismas stariem un objektīvā uztversim visus starus, kas krīt



28-10. zīm.

uz objektīvu leņķa intervālā no $-\varphi$ līdz $+\varphi$ (28-10. zīm.). Priekšmetu aplūkošanu ar šī staru kūļa gaismu sauc par *mikroskopijas gaišā lauka metodi*. Režģa attēlu dod caur režģi ejošā tiešā un apliekušies gaisma. Tā, piemēram, no spraugām A un B nākošie gaismas stari interferences rezultātā objektīva fokālajā plaknē vietās P un P₁ dod režģa interferences ainu, bet attēla plaknē, vietās A' un B' krustojoties, dod abu spraugu reālus attēlus (vietās P₁ un P nekruņstojas stari, kas nāk no vienām un tām pašām spraugām). Režģa struktūra attēlā ir novērojama tikai tad, ja mikroskopa objektīvā nonāk ne vien nulltās kārtas, bet arī pirmās kārtas difrakcijas maksimuma gaisma (nulltās kārtas gaisma, ejot cauri režģim, neapliecas, t. i., iet tā, it kā režģis tās ceļā nebūtu,

un dod attēla plaknē vienmērīgu apgaismojumu). Jo lielāks ir maksimumlais to staru interferences kārtas skaitlis m , kuri piedalās attēla veidošanā, jo asāki ir spraugu attēli A' un B' . Tāpēc, nosakot mikroskopa izšķiršanas spēju, pieņemsim, ka no divām blakus esošām režģu spraugām mikroskopa objektīvā nonāk tikai nulltās ($m=0$) un pirmās kārtas ($m=1$) difrakcijas gaisma. Šī gaisma objektīva fokālajā plaknē izveido režģa nulltās kārtas un pirmās kārtas difrakcijas maksimumus un attēla plaknē režģa attēlu. Tad gaismas stari, kas rada pirmās kārtas difrakcijas maksimumu, ir malējie caur objektīvu ejošie stari. Ja tie ar mikroskopa asi veido leņķi φ , tad šo leņķi φ un režģa konstanti d saista sakarība (28-5): $d = \lambda / \sin \varphi$. Tā kā tas ir mazākais režģa spraugu attālums, pie kura attēlā vēl ir redzama režģa struktūra, tad tas ir arī mazākais divu līniju attālums $d_m = \lambda / \sin \varphi$, kuru mikroskops priekšmetā var izšķirt. Iepildot starp priekšmetu un mikroskopa objektīvu vielu ar gaismas laušanas koeficientu n , kurā gaismas viļņa garums $\lambda_v = \lambda/n$, mazākais divu vēl atšķiramu līniju attālums priekšmetā, t. i., mikroskopa izšķiršanas spēja,

$$d_m = \frac{\lambda}{n \sin \varphi}. \quad (28-17)$$

Lielumu $n \sin \varphi$ sauc par mikroskopa skaitlisko apertūru. Mikroskopiem no priekšmeta punkta nākošā un objektīvā ieejošā staru kūļa leņķiskais pusplatums $\varphi \approx 75^\circ$ un skaitliskā apertūra $n \sin 75^\circ \approx 1$.

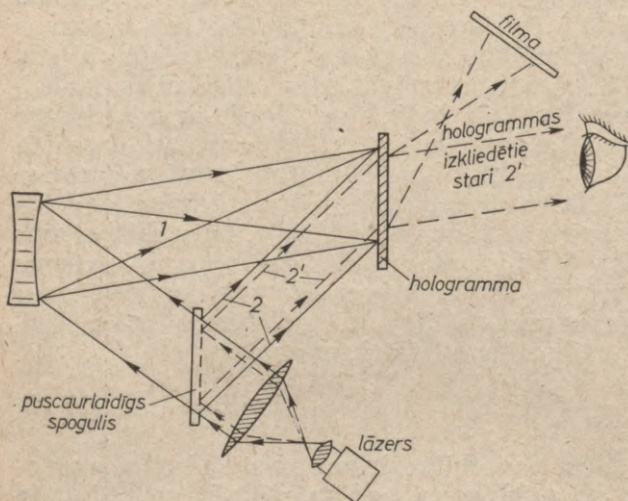
Modernajos mikroskopos bieži tiek aizsegti visi, no kondensora uz priekšu ejošie stari, kuru leņķis ar mikroskopa asi ir mazāks par φ . Tad priekšmetu apgaismo no gredzenveida spoguļa atstarotie stari, kuru leņķis ar mikroskopa asi ir lielāks par φ . Šajā t. s., mikroskopijas tumšā lauka metodē attēlus dod no priekšmetiem izkliedētā gaisma, tāpēc priekšmeti izkliedē gaismu vairāk un mikroskopa redzes laukā ir gaišāki nekā priekšmetu apkārtnē. Šajā gadījumā mikroskopa izšķiršanas spēju dabū no izteiksmes (28-6), kurā $\Theta = \varphi$ un $d \sin \Theta = d \sin \varphi$ (jo, jau krītot uz abām spraugām, gaismai ir gājumu starpība $d \sin \varphi$), tāpēc $d_m =$

$$= \frac{\lambda}{2n \sin \varphi}.$$

6. §. JĒDZIENS PAR HOLOGRĀFIJU

Hologrāfija ir priekšmeta telpiska attēla iegūšana (28-11. zīm.) uz īpašas fotofilmas, nelietojot ne lēcas, ne spoguļus, bet apgaismojot priekšmetu ar platu koherentu paralēlu lāzera gaismas staru kūli un laižot uz filmu kā no priekšmeta (28-11. zīm. vāzē) izkliedēto gaismu 1, tā arī tieši no lāzera (sk. 37. nod. 9. §) nākošo koherento gaismu 2 jeb t. s. fonu (ja fona nebūtu, tad filmā tiktu fiksētas tikai izkliedētās gaismas amplitūdas). Tad tajās filmas vietās, kur priekšmeta gaisma un tiešā gaisma būs vienā

fāzē, gaismā pastiprināties un radīsies nomelnojums, bet, kur tās būs pretējās fāzēs, tur filma paliks caurspīdīga. Izgatavojot no šī negatīva pozitīvu, iegūst hologrammu, kurā vienādo fāzu vietas ir gaišas un pretējo fāzu vietas — tumšas. Hologrammā interferences joslu tīkla veidā ir fiksētas kā no priekšmeta izkliedē-



28-11. zīm.

tās gaismas intensitātes (ar joslu nomelnojuma pakāpes maiņām), tā arī izkliedēto viļņu fāzes (ar nomelnojuma maiņu pa joslu). Caurstarojot šo hologrammu ar koherento lāzera gaismu 2' (kuras stari 28-11. zīmējumā attēloti ar svītrlīnijām), no hologrammas izkliedētā gaismā, kaut arī tā koherences ziņā atšķiras no gaismas, kas nāca no priekšmeta, dod vienu reālu attēlu (to var iegūt, novietojot šajā vietā fotofilmu) un otru šķietamu attēlu (tas atrodas aiz filmas, to var redzēt ar aci un nofotografēt). Mainot lāzera staru krišanas leņķi uz hologrammu, tā dod priekšmeta attēlus no citas puses, t. i., hologrammā fiksētais priekšmeta attēls ir telpisks. Hologrāfijas iespējas ir ļoti lielas un tās fizikā un tehnikā tiek intensīvi pētītas.

7. §. RENTGENSTARU DIFRAKCIJA

1. Difrakcijas režģis, ko aplūkojām 28. nod. 3. §, ir *viendimensijas* spraugu režģis. Novietojot tā plaknē tādu pašu otru *viendimensijas* režģi, kura spraugas ar pirmā režģa spraugām veido leņķi $\alpha \neq 0$, dabūjam *divdimensiju* spraugu režģi. Fraunhoferā difrakcijas gadījumā, ja gaismā krīt uz režģi perpendikulāri, monohromatiskas gaismas interferences maksimumiem jāizpilda divi nosacījumi: $d_1 \sin \varphi_1 = m_1 \lambda$; $d_2 \sin \varphi_2 = m_2 \lambda$, kur m_1 un m_2 — abu režģu interferences kārtas skaitļi un φ_1 un φ_2 — leņķi, ko veido

gaismas virziens ar režģa plakņu normālēm. Šajā gadījumā interferences aina uz ekrāna ir punktu saime.

2. Var iedomāties arī trīsdimensiju spraugu sakārtojumu telpā jeb **trīsdimensiju spraugu režģi**. Monohromatiskam gaismas viļņim ejot d_3 virzienā caur trīsdimensiju režģi ar savstarpēji perpendikulārām spraugu sistēmām, tā interferences maksimumiem Fraunhofer difrakcijas gadījumā jāizpilda trīs nosacījumi (28-12. zīm.):

$$d_1 \sin \varphi_1 = m_1 \lambda; \quad d_2 \sin \varphi_2 = m_2 \lambda;$$

$$d_3 (\sin \varphi_3 - 1) = m_3 \lambda, \text{ kur } m_1, m_2 \text{ un } m_3$$

— veseli pozitīvi un negatīvi skaitļi. Pēdējā izteiksme dabūta no difrakcijas nosacījuma (28-6), gaismai krītot uz kādu paralēlu spraugu sistēmu leņķī Θ_3 . Ja $\Theta_3 = -90^\circ$, nosacījums ir $d_3 (\sin \varphi_3 - 1) = m_3 \lambda$. Trīsdimensiju režģu difrakcijas aprēķinos parasti leņķus, ko veido stars ar spraugu plakņu normālēm, t. i., $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, aizvieto ar stara un spraugu sistēmas plakņu veidotajiem leņķiem ψ_1, ψ_2, ψ_3 , kas ir leņķu $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ papildleņķi. Tad interferences nosacījumi ir šādi:

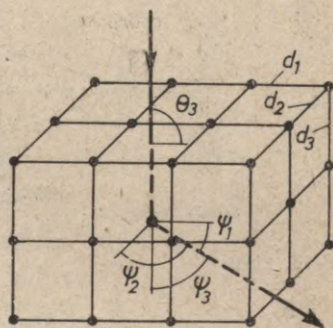
$$d_1 \cos \psi_1 = m_1 \lambda; \quad d_2 \cos \psi_2 = m_2 \lambda; \quad d_3 (\cos \psi_3 - 1) = m_3 \lambda. \quad (28-18)$$

Tā kā $\cos^2 \psi_1 + \cos^2 \psi_2 + \cos^2 \psi_3 = 1$, tad četrus mainīgos lielumus ψ_1, ψ_2, ψ_3 un λ saista četras neatkarīgas sakarības. Tāpēc interferences maksimumus var dot ne visi, bet tikai noteikti viļņa garumi λ . Vienādības (28-18) kāpinot kvadrātā un saskaitot, atrodam, ka pie $d_1 = d_2 = d_3 = d$ interferences maksimumus var dot tikai viļņa garumi

$$\lambda = - \frac{2m_3 d}{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}. \quad (28-19)$$

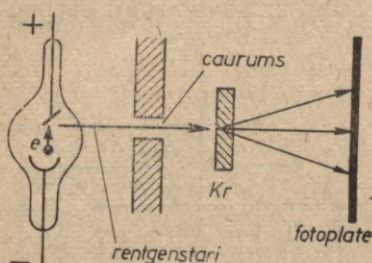
Trīsdimensionālu režģi var iegūt, piemēram, ierosinot caurspīdīgā šķidrā vai cietā vielā trīsdimensionālus ultraskaņas stāvvilņus. Šādās vielās ultraskaņas stāvvilņu svārstības izveido telpā periodiski mainīgu blīvuma sadalījumu, kurā gaisma interferē tāpat kā spraugu režģī. Telpiskus difrakcijas režģus kristālu veidā bagātīgi dod arī pati daba. Bet, tā kā šo režģu atomu «spraugu» attālumi, t. i., režģu konstantes $d \approx 10^{-10}$ m, tad tie interferences parādības veido tikai ar rentgenstariem, kuru viļņa garumiem ir šāda lieluma kārtā. To pirmie novēroja Laue, Fridrihs un Knipings (1912. g.), laižot rentgenstarus caur NaCl kristālu. Tipiska Laues metodes (28-13. zīm.) rentgenogramma (interferences ainas fotogrāfija) attēlota 28-14. zīmējumā.

3. **Brega metodē** (1913. g.) rentgenstaru difrakcijas-interferences ainu veido no monokristāla virsmas atstarotie rentgenstari.



28-12. zīm.

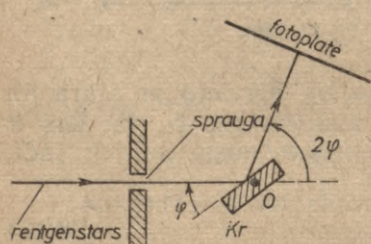
Grozot kristālu *Kr* (28-15. zīm.) ap zīmējumā plaknei perpendikulāro asi *O*, dabū visus leņķus φ (Brega leņķus), pie kuriem atstaroto rentgenstaru interference dod intensitātes maksimumus. Sakarību, kas saista interferences maksimumiem atbilstošos virziena



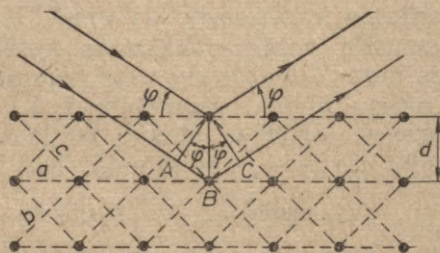
28-13. zīm.



28-14. zīm.



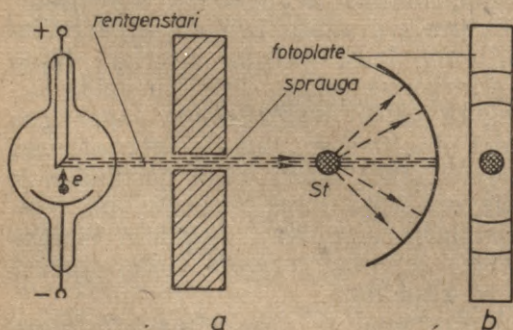
28-15. zīm.



28-16. zīm.

leņķus φ , kristāla atomu plakņu *a*, *b* un *c* attālumus *d*, rentgenstaru viļņa garumu λ un interferences kārtas skaitli *m*, dabū no vispārīgā viļņu interferences nosacījuma (27. nod. 1. §). No paralēlām kristāla plaknēm *a* atstaroto staru (28-16. zīmējumā divi stari) *m*-tās kārtas interferences maksimumi ir tajos virzienos, kuros abu staru gājumu diference $2AB = 2BC$ ir

$$2d \sin \varphi = m\lambda; \quad (28-20)$$



28-17. zīm.

kur $m = 1, 2, 3, \dots$ (Bregu—Vulfa formula). Zinot λ un izmērot φ , var atrast kristālrežģa plakņu virzienos telpā un savstarpējos attālumus *d*.

4. Debaī—Sērera metodē ar paralēlu rentgenstaru kūli apstaro tievu polikristāliskas vielas stabiņu *St* (28-17. zīm.). Rentgenstari atstarojas

tikai no tiem kristāliņiem, kuriem kāda kristalogrāfiskā atomu plakne izpilda Bregu—Vulfa nosacījumu (28-20). Uz fotoplates, tāpat kā iepriekšējā gadījumā, izveidojas rentgenstaru līnijveida spektrs. Izlietojot šo, kā arī iepriekš aplūkotās kristālu struktūras noteikšanas metodes, ir izpētītas kristalogrāfiskās struktūras ļoti liela daudzuma vielu skaitam.

29. NODAĻA

GAISMAS POLARIZĀCIJA

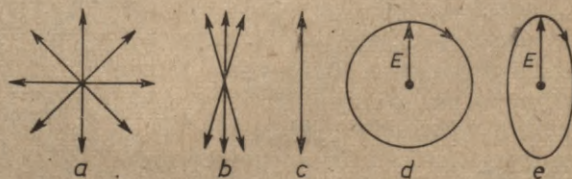
1. §. POLARIZĒTAS GAISMAS IEGŪŠANA AR ATSTAROŠANU UN LAUŠANU

1. Gaismas polarizācijas veidi. Gaismas polarizāciju nejauši 1808. gadā atklāja Malī (*Malus*), novērojot caur CaCO_3 prizmu no pretējās mājas loga atstaroto dienas gaismu, kas, prizmai atrodoties zināmā stāvoklī, nedeļa kā parasti divus, bet tikai vienu attēlu. Arago un Frenēļa tālākie šīs parādības pētījumi noveda pie secinājuma, ka gaisma ir *transversālu* viļņu parādība. Tagad zinām, ka tie ir elektromagnētiski viļņi, kuros elektriskais un magnētiskais lauks svārstās savstarpēji perpendikulāri, kā arī perpendikulāri gaismas izplatīšanās virzienam (sk. 25. nod. 5. §). Zinām arī, ka ikvienu gaismas staru neveido viens, bet ļoti daudzu atomu izstaroti viļņojumi, kuri pēc savām īpašībām un sakārtojuma var būt dažādi, un tāpēc gaismas stari, kaut arī tiem būtu viens un tas pats viļņa garums un intensitāte, var būt ar dažādu iekšējo struktūru un savu īpašību ziņā atšķirties. Noskaidrots, ka gaismas stariem ir šādi pamatveidi.

a. Dabiskā gaismas starā atomu izstaroto viļņojumu elektrisko lauku (tātad arī magnētisko lauku) svārstības virzieni ir perpendikulāri stara izplatīšanās virzienam un *orientēti visos virzienos vienmērīgi* (29-1. zīm. a). Šādu gaismas staru dod visi dabiskie gaismas avoti, kuros starojošo atomu elektronu kustības virzienu orientācija ir pilnīgi haotiska.

b. Daļēji lineāri polarizētā gaismas starā atomu izstaroto viļņojumu svārstības ir *vairāk orientētas vienā virzienā* (29-1. zīm. b). Tāda, piemēram, ir izkliedētā gaisma.

c. Lineāri polarizētā gaismas starā visu atomu izstaroto



29-1. zīm.

viļņojumu elektriskā lauka svārstības ir vērstas vienā virzienā (29-1. zīm. c).

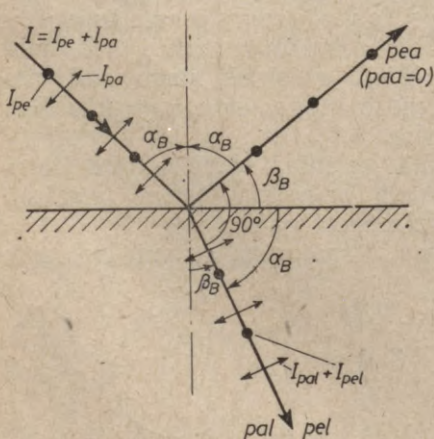
d. Cirkulāri polarizētā gaismas starā atomu izstaroto viļņojumu elektriskais un magnētiskais lauks, piemēram, tā intensitātes vektors, nemainot savu skaitlisko lielumu, vienu viļņa garumu garā ceļā apgriežas vienu reizi ap gaismas izplatīšanās virzienu (29-1. zīm. d).

e. Eliptiski polarizētā gaismas starā visu atomu izstaroto viļņojumu elektriskais un magnētiskais lauks, griežoties tāpat kā iepriekš, ar gaismas frekvenci maina savu stiprumu, iegūstot maksimālo vērtību vienā gaismas staram perpendikulārā virzienā un minimālo vērtību — iepriekšējam virzienam perpendikulārā virzienā (29-1. zīm. e).

Šie pieci gaismas staru pamatveidi staru relatīvo attiecību ziņā, protams, var veidot ārkārtīgi daudzas kombinācijas. Vispirms aplūkosim lineāri polarizētas gaismas iegūšanu (ar gaismas atstarošanu, laušanu, dubultlaušanu un dihiroismu), īpašības un izmantošanu.

2. Atstarotās un lauztās gaismas polarizācija. a. Dabisks gaismas stars, nonākot pie gludas un maz absorbējošas dielektriskas izotropas vides robežvirsmas, daļēji atstarojas un daļēji lūst, pie tam abi stari vispār ir daļēji lineāri polarizēti. Atstarotā stara elektriskā lauka svārstības galvenokārt norisinās perpendikulāri gaismas krišanas plaknei, bet lauztā stara svārstības ir vairāk vērstas paralēli krišanas plaknei. Lauztais stārs vienmēr ir tikai daļēji polarizēts. Atstarotais stārs ir pilnīgi polarizēts tikai pie vienā krišanas leņķa α_B , pie kura $\alpha_B + \beta_B = \pi/2$, t. i., atstarotais un lauztais stārs veido 90° leņķi (29-2. zīm.). No gaismas laušanas likuma šajā gadījumā dabūjam, ka

$$\frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta_B} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin(90^\circ - \alpha_B)} = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = \operatorname{tg} \alpha_B = n. \quad (29-1)$$



29-2. zīm.

Tas ir Brjūstera likums. Tā, piemēram, stiklam ($n=1,5$) pēc izteiksmes (29-1) atstarotais stārs ir pilnīgi polarizēts, ja $\alpha_B = 55^\circ$.

b. Var uzskatīt, ka uz dielektriķa virsmu krītošais dabiskais gaismas stārs sastāv no diviem savstarpēji perpendikulāri pilnīgi polarizētiem vienādas intensitātes stāriem pe un pa , kuros elektriskais lauks svārstās attiecīgi perpendikulāri un paralēli gaismas stāra krišanas plaknei: $I = I_{pe} + I_{pa} = 2I_{pe} = 2I_{pa}$, kur I — krītošās

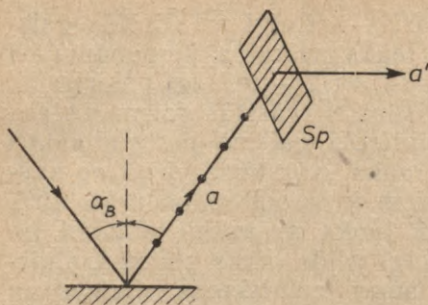
dabiskās gaismas intensitāte, $I_{pe}=I/2$ — pilnīgi polarizētās gaismas intensitāte, kurā elektriskais lauks svārstās perpendikulāri gaismas stara krišanas plaknei, un $I_{pa}=I/2$ — pilnīgi polarizētās gaismas intensitāte, kurā elektriskais lauks svārstās gaismas stara krišanas plaknē. Daļēji lineāri polarizētā gaismā perpendikulāri gaismas staram vērstās elektriskā lauka svārstības vienā no savstarpēji perpendikulārajiem virzieniem ir intensīvākas nekā otrā. Gaismas magnētiskā un elektriskā lauka svārstību virzieni un gaismas izplatīšanās virziens attiecīgi veido divas plaknes. Gaismas polarizācijas plakni veido gaismas izplatīšanās virziens un gaismas magnētiskā lauka svārstību virziens. Daudz nozīmīgāka ir gaismas svārstību plakne, ko veido gaismas izplatīšanās virziens un gaismas elektriskā lauka svārstību virziens.

c. No robežvirsmas atstarotās un robežvirsmā cauri izgājušās gaismas jaudu nosaka gaismas atstarošanas spēja R — atstarotās un krītošās gaismas jaudu attiecība un caurspīdība T — caurizgājušās un krītošās gaismas jaudu (plūsmu) attiecība.

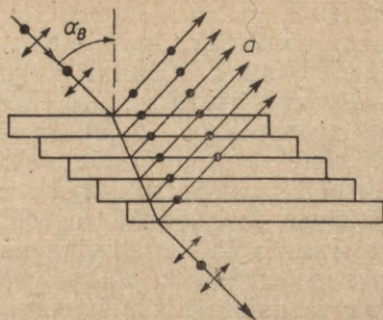
Izmantojot gaismas viļņa elektromagnētiskā lauka robežnosacījumus pie atstarojošās dielektriķa virsmas (sk. 14. nod. 4. § un 21. nod. 1. §), Frenelis 19. gs. sākumā pierādīja, ka atstarotajiem *paa stariem* (ja α mazāks par pilnīgās iekšējās atstarošanās robežlenķi) $R_{paa}=I_{paa}/I_{pa}=\text{tg}^2(\alpha-\beta)/\text{tg}^2(\alpha+\beta)$ un *pea stariem* $R_{pea}=I_{pea}/I_{pe}=\sin^2(\alpha-\beta)/\sin^2(\alpha+\beta)$. Ja $\alpha \approx 0$, tad, ievērojot gaismas laušanas likumu $\alpha \approx n\beta$, dabūjam, ka $R_{paa}=R_{pea}=R=[(n-1)/(n+1)]^2$. Atstarotā stara polarizācijas pakāpe $P=\frac{|I_{pea}-I_{paa}|}{|I_{pea}+I_{paa}|}=\frac{|R_{pea}-R_{paa}|}{|R_{pea}+R_{paa}|}$. Lauztajiem *pal stariem* $T_{pal}=I_{pal}/I_{pa}=\sin 2\alpha \sin 2\beta/\sin^2(\alpha+\beta) \cos^2(\alpha-\beta)$, lauztajiem *pel stariem* $T_{pel}=I_{pel}/I_{pe}=\sin 2\alpha \sin 2\beta/\sin^2(\alpha+\beta)$, un lauztā stara polarizācijas pakāpe $P=\frac{|I_{pel}-I_{pal}|}{|I_{pel}+I_{pal}|}=\frac{|T_{pel}-T_{pal}|}{|T_{pel}+T_{pal}|}$. Ja $\alpha \approx 0$, tad, liekot $\alpha \approx n\beta$, dabūjam, ka $T_{pal}=T_{pel}=T=4n/(n+1)^2$.

Izmantojot iegūtās Frenela formulas, var arī pierādīt, ka lauztie *pal* un *pel* stari, pārejot dielektriķa robežvirsmu, nemaina fāzi; turpretim no optiski blīvākas vides atstarotais *pea* stars maina fāzi par π , bet atstarotais *paa* stars to maina par π tikai tad, ja $\alpha < \alpha_B$; no optiski mazāk blīvas vides atstarotais *pea* stars nemaina fāzi, bet *paa* stars to maina par π , ja $\alpha > \alpha_B$.

d. Atstarotā stara a , tāpat arī lauztā stara l polarizācijas pakāpi un polarizācijas virzienu var noteikt, novietojot šī stara ceļā īpašu dielektrisku spoguli Sp (29-3. zīm.). Grozot spoguli ap staru a tā, lai stara krišanas leņķis uz spoguli paliktu konstants, bet mainītos tikai otrreiz atstarotā stara a' virziens, var novērot stara a' intensitātes maiņu. Stara a' intensitāte ir minimālā, ja abas krišanas plaknes ir savstarpēji perpendikulāras. Tas nozīmē, ka atstarotā stara a elektriskā lauka svārstības intensīvāk notiek perpendikulāri stara krišanas (zīmējuma) plaknei, t. i., no virsmas vairāk atstarojas virsmā paralēlā elektriskā lauka komponente;



29-3. zīm.



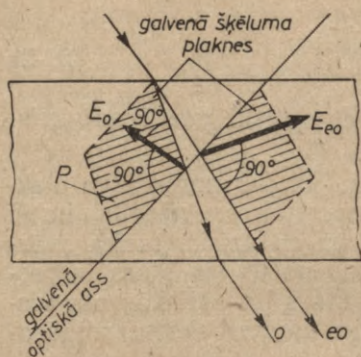
29-4. zīm.

pie $\alpha = \alpha_B$ atstarojas tikai šī komponente. Lai palielinātu pilnīgi polarizētā atstarotā stara a intensitāti un, galvenokārt, lai uzlabotu lauztā stara polarizācijas pakāpi, dabisko gaismu laiž uz paralēlu stikla plāksnišu sistēmu — Stoļetova kopu (29-4. zīm.), kurā tā vairākkārt atstarojas un lūst.

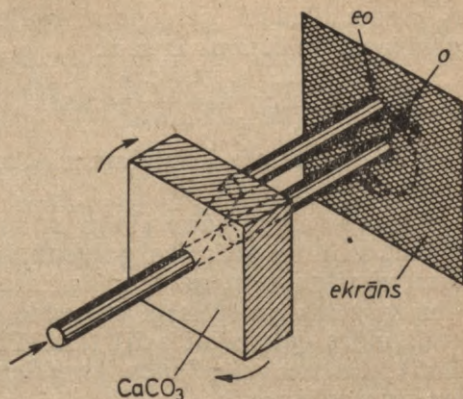
2. §. GAISMAS DUBULTLAUŠANA. NIKOLA PRIZMA. DIHROISMS

1. *Gaismas dubultlaušana ir viena gaismas stara sadalīšanās divos staros, tam ieejot kristālā ar vienu optisko asi. Abi gaismas stari pie tam ir pilnīgi lineāri polarizēti un to svārstības ir savstarpēji gandrīz perpendikulāras. Viena optiskā ass ir kristālam, kuram gaismas izplatīšanās vienā virzienā ir citāda nekā citos — iepriekšējam virzienam perpendikulāros virzienos, kuros tā ir vienāda. Šādi kristāli ir heksagonālajā un tetragonālajā kristalogrāfiskajā sistēmā. Galvenās optiskās ass šajos kristālos ir visas taisnes, kas paralēlas kristāla vienīgajai kristalogrāfiskajai simetrijas asij (sk. 12. nod. 2. §). Galvenā šķēluma plakni veido gaismas stars un šo staru krustojošā galvenā optiskā ass.*

Vispazīstamākais gaismu dubultlauzošais viensass kristāls ir *Islandes špats* (kalnu kristāls, kaļķa špats, CaCO_3). Tas ir romboedrs, kurā optiskā ass savieno pretējos platleņķu stūrus. Izskaldot no šāda romboedriskās sistēmas kristāla plāksnīti (29-5. zīm.) un laižot tai cauri dabisku gaismas staru, tas parasti sadalās divos aptuveni savstarpēji perpendikulāri pilnīgi polarizētos gaismas staros (gaismas stars nesadalās divos virzienos tikai tad, ja tas iet optiskās ass virzienā vai perpendikulāri tai). Vienam no šiem stariem gaismas elektriskā lauka intensitātes vektors E_o (arī nobīdes vektors D_o) *svārstās perpendikulāri kristāla galvenā šķēluma plaknei* (29-5. zīm.), un to sauc par ordināro (kārtējo) staru (o). Ordinārā stara polarizācijas plakne ir paralēla kristāla galvenā šķēluma plaknei. Otrā — t. s. ekstraordi-



29-5. zīm.



29-6. zīm.

nārā (ārkārtējā) stara (eo) elektriskā lauka intensitāte E_{eo} (vai nedaudz pret E_{eo} pagrieztā elektriskā lauka nobīde D_{eo}) svārstās galvenā šķēluma plaknē.

Griežot CaCO_3 plāksnīti, kas novietota perpendikulāri ordinārajam staram (29-6. zīm.), ap ordināro staru, tas savu virzienu nemaina, bet caur plāksnīti izgājušais ordinārajam staram paralēlais ekstraordinārais stars griežas ap to. Tas izskaidrojams ar to, ka ordinārais stars lūst pēc parastajiem laušanas likumiem, piemēram, tā laušanas koeficients $n_o = \text{const}$, bet ekstraordinārā stara laušanas koeficients n_{eo} ir atkarīgs no stara krišanas leņķa α un laužtais stars vispār nav vienā plaknē ar krītošo staru un robežvirsmas normāli. Tātad ekstraordinārais stars nepakļaujas parastajiem gaismas laušanas likumiem. Tā, piemēram, CaCO_3 kristālam $n_o = 1,66$ un $n_{eo} = 1,49$, ja ekstraordinārā stara elektriskais vektors svārstās galvenā šķēluma plaknē paralēli galvenajai optiskajai asij, un $n_{eo} = 1,66$, ja šī stara elektriskais vektors galvenā šķēluma plaknē svārstās perpendikulāri galvenajai optiskajai asij. Citos stara eo virzienos $1,49 < n_{eo} < 1,66$.

2. Dubultlaušanas izcelšanās. Viena dabiska gaismas stara sadalīšanās divos staros ir izskaidrojama ar to, ka *heksagonālās un tetragonālās sistēmas* kristāliem ar vienu optisko asi dielektriskā konstante ϵ un arī citi vielas īpašības raksturojoši lielumi dažādos virzienos ir dažādi. Šajos kristālos galvenās optiskās ass virzienā $\epsilon = \epsilon_{eo}$ un galvenajai optiskajai asij perpendikulārā virzienā $\epsilon = \epsilon_o > \epsilon_{eo}$ (optiski negatīviem kristāliem, piemēram, CaCO_3) vai $\epsilon = \epsilon_o < \epsilon_{eo}$ (optiski pozitīviem kristāliem, piemēram, kristāliskam kvarcam). Jebkurā citā virzienā dielektriskā konstante ir $\epsilon_o > \epsilon > \epsilon_{eo}$ (optiski negatīviem kristāliem) vai $\epsilon_o < \epsilon < \epsilon_{eo}$ (optiski pozitīviem kristāliem).

No tā izriet, ka ordinārajiem stariem, kuru elektriskie vektori vienmēr svārstās perpendikulāri galvenā šķēluma plaknei

un perpendikulāri galvenajai optiskajai asij, *gaismas laušanas koeficients un ātrums* ir šādi:

$$n_o = \sqrt{\epsilon_o}; \quad v_o = \frac{c}{n_o} = \text{const.} \quad (29-2)$$

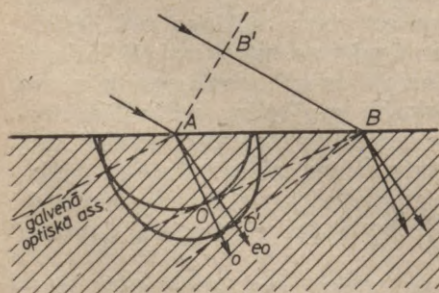
Optiski negatīvam kristālam $v_o < v_{eo}$, bet optiski pozitīvam kristālam $v_o > v_{eo}$.

Ekstraordinārajiem stariem, kā jau norādījām, elektriskais vektors svārstās galvenā šķēluma plaknē. Atkarībā no šī stara virziena pret galveno optisko asi tā elektriskā lauka svārstību virziens ar optisko asi veido leņķus no 0° (ja stars ir perpendikulārs optiskajai asij) līdz 90° (ja stars iet optiskās ass virzienā). *Gaismas laušanas koeficients un ātrums* ekstraordinārajam staram tāpēc ir

$$n_{eo} = \sqrt{\epsilon_{eo}}; \quad v_{eo} = \frac{c}{n_{eo}} \neq \text{const.} \quad (29-3)$$

Dažādos virzienos ejošo ordināro staru laušanas koeficienta un ātruma nemainība ir izskaidrojama ar to, ka šo staru elektriskajiem vektoriem, kas vienmēr vērsti perpendikulāri optiskajai asij, ir viena un tā pati dielektriskā konstante ϵ_o . Turpretim ekstraordināro staru dažādās galveno šķēlumu plaknēs svārstošiem elektriskajiem vektoriem dielektriskās konstantes ϵ_{eo} vērtības ir dažādas. Tāpēc arī dažādos virzienos pret optisko asi ejošiem ekstraordinārajiem stariem ātrums ir dažāds. Gaismas staram ejot optiskās ass virzienā, ordinārais un ekstraordinārais stars kustas pa vienu un to pašu ceļu ar vienu un to pašu ātrumu (jo šajā virzienā $\epsilon_o = \epsilon_{eo}$, tāpēc $v_o = v_{eo}$). Arī galvenajai optiskajai asij perpendikulārā virzienā abi stari kustas pa vienu un to pašu ceļu, bet, tā kā $\epsilon_o \neq \epsilon_{eo}$, tad to ātrumi ir dažādi.

3. Staru o un eo konstruēšana. Abu pilnīgi polarizēto gaismas staru virzienus kristālā var konstruēt, lietojot Heigensa principu. Parādīsim to gadījumā, ja uz optiski negatīvu kristāla plāksnīti, kuras optiskā ass ir gaismas krišanas (zīmējuma) plaknē, krīt plaknisks gaismas vilnis (29-7. zīm.). Gaismas vilnim sasniedzot punktu B , no agrāk sasniegtā punkta A jau uz visām pusēm ir



29-7. zīm.

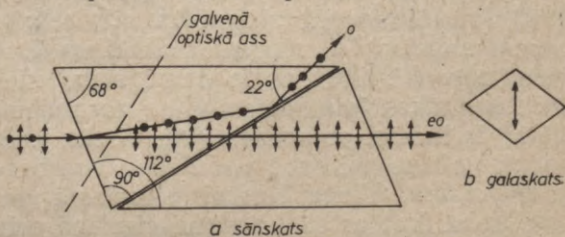
izplatījušies ordinārie un ekstraordinārie gaismas elementārviļņi. Zīmējuma plaknē polarizēto ordināro elementārviļņu virsma ir *sfēra* un apliecošā viļņu fronte ir plakne BO . Tā kā zīmējumam perpendikulārā plaknē polarizēto ekstraordināro staru ātrumi dažādos virzienos ir dažādi, tad to elementārviļņu virsma ir *rotā-*

cijas elipsoīds, kura viena ass ir galvenā optiskā ass un apliecošā viļņu fronte ir plakne BO' . Optiski pozitīviem kristāliem ordināro elementārviļņu sfēra aptver ekstraordināro elementārviļņu elipsoidālo virsmu, bet optiski negatīviem kristāliem elipsoīds aptver sfēru. Abu virsmu pieskārpunktus savienojošā līnija ir galvenā optiskā ass.

Kā tas redzams 29-7. zīmējumā, ordinārā stara o virziens AO ir vienmēr perpendikulārs viļņu fronteī BO (vai paralēls viļņu virsmas normālei), bet ekstraordināra stara eo virziens AO' vispār nav perpendikulārs viļņu fronteī BO' (izņemot gadījumus, kad stars iet galvenās optiskās ass vai tai perpendikulārā virzienā). Tāpēc ekstraordinārā stara *enerģijas* izplatīšanās ātrums $u_{eo} = v_{eo} \cos \alpha$ (α — stara un viļņu virsmas normāles veidotais leņķis) tiklab lieluma, kā virziena ziņā nedaudz atšķiras no tās *fāzes* ātruma v_{eo} . Ordinārajam staram tie ir vienādi.

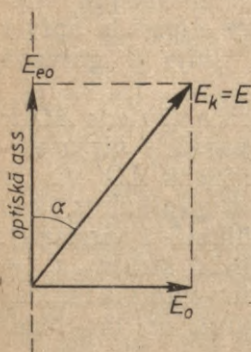
4. **Nikola prizma** (*nikols*) ir īpašā veidā no $CaCO_3$ monokristāla izzāgēta prizma, ar kuru iegūst pilnīgi lineāri polarizētu gaismu. Nikolu pagatavo šādi. Vispirms no dabiskā $CaCO_3$ kristāla izzāgē prizmu ar 68° un 112° sānu skaldņu leņķiem. Tad to pa isāko sānu skaldņu diagonālplakni pārzāgē un pēc tam abas puses ar Kanādas balzamu vai glicerīnu (ja prizmu lieto arī ultravioletajai gaismai) atkal salīmē. Laižot gaismas staru (aptuveni 30° lielā krišanas leņķī) caur šādu prizmu (29-8. zīm.), tas vispirms sadalās divos staros (o un eo). Līmes slānī ieiet tikai ekstraordinārais stars eo , jo tas iet no optiski mazāk blīvas vides ($n_{eo} = 1,49$) uz optiski blīvāku vidi ($n = 1,55$). Ordinārais stars o , kura krišanas leņķis (76°) ir lielāks par totālās refleksijas robežleņķi (71°), pie kristāla ($n_o = 1,66$) un Kanādas balzama robežas totāli atstarojas. Pēc tam to absorbē melnais prizmas ietveres iekītejums. Tātad ar Nikola prizmu iegūst pilnīgi polarizētu gaismu, atdalot vienu no abiem pilnīgi polarizētajiem stariem.

Polarimetros, t. i., mērierīcēs, kas darbojas, izmantojot polarizētu gaismu, aiz vienas Nikola prizmas — polarizatora, ir novietota otra Nikola prizma — analizators. Gadījumā, ja analizators ir paralēls polarizatoram, tad analizatoram iziet cauri maksimālais gaismas daudzums, bet, ja analizators ir pagriezts pret polarizatoru par 90° jeb, kā saka, abi nikoli ir krustoti, tad gaisma analizatoram cauri neiet, jo pie tā pienākošā ekstraordinārā stara svārstību virziens ir šai prizmai ordinārā stara svārstību virziens. Tagad Nikola prizmas vietā parasti lieto Glana—

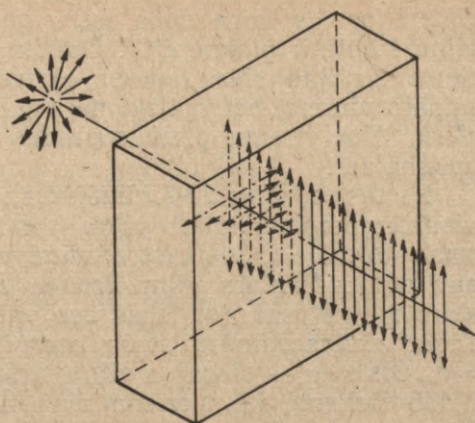


29-8. zīm.

a sānskats



29-9. zīm.



29-10. zīm.

Tomsona prizmu (Nikola prizma ar taisnām gala virsmām) un citas prizmas.

5. **Malī likums.** Pagriežot analizatoru attiecībā pret polarizatoru par leņķi α , analizatorā ieejošās lineāri polarizētās gaismas (ar intensitāti I_k) elektriskā lauka intensitāte E sadalās divās savstarpēji perpendikulārās komponentēs $E_o = E \sin \alpha$ un $E_{eo} = E \cos \alpha$ (29-9. zīm.). Cauri analizatoram iziet tikai ekstraordinārā stara elektriskā lauka intensitātes komponente E_{eo} . Tā kā gaismas intensitāte ir proporcionāla elektriskā lauka intensitātes kvadrātam, tad atkarībā no analizatora pagrieziena leņķa α tam cauri izgājušī gaismas intensitāte ir proporcionāla pagrieziena leņķa kosinusa kvadrātam:

$$I_{eo} = I_k \cos^2 \alpha. \quad (29-4)$$

Tas ir *Malī likums*. Ja ņemtu vērā to, ka analizatorā notiek arī gaismas *atstarošanās*, tad izteiksme (29-4) būtu šāda: $I_{eo} = I_k(1-R)\cos^2 \alpha$, kur R — analizatora atstarošanas spēja. Sarežģītākas ir gaismas polarizācijas parādības kristālos ar divām un trim optiskajām asīm.

6. **Dihroisms.** Dažas gaismu dubultlauzošas dabiskas vielas, piemēram, turmalīns, un mākslīgi pagatavotas vielas, piemēram, ar orientētiem sikiem hinīna hidrogēnsulfāta perjodāta (herapatīta) kristāliņiem impregnētas nitrocelulozes plāksnes, vienu no abiem savstarpēji perpendikulārajiem lineāri polarizētajiem stariem *absorbē*. Līdz ar to cauri šādai vielai izgājušais dabiskais gaismas stars (pie dažiem viļņa garumiem tas tiek *selektīvi* absorbēts) ir lineāri polarizēts (29-10. zīm.). Šo parādību kristālos ar vienu optisko asi sauc par *dihroismu*, bet vairākas kristālos par *pleohroismu*. Viena lineāri polarizētā gaismas stara absorbciju var izskaidrot ar to, ka vienā virzienā orientētās vielas molekulas

polarizējas un uzņem gaismas enerģiju tikai vienā elektriskā lauka svārstību virzienā, bet šim virzienam perpendikulārajā svārstību virzienā molekulas praktiski nepolarizējas, tātad arī gaismas enerģiju neuzņem. Turmalīnā ordinārais stars absorbējas jau 1 mm biežā slānī.

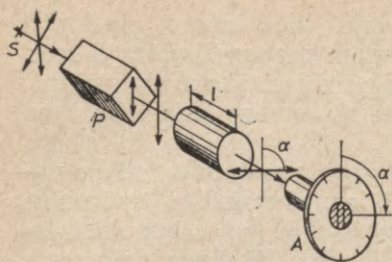
No vielām, kurām piemīt dihiroisms, izgatavo polaroīdus — lielākas vai mazākas plātes, kas laiž cauri gaismas svārstības tikai vienā virzienā, t. i., tām caurizgājusi gaisma ir polarizēta. Polaroidus izlieto dažādās tehnikas nozarēs. Minēsim dažus piemērus: 1) novietojot automašīnu priekšējos logos un gaismas prožektoru aizsargstiklos 45° leņķī pret zemes virsmu orientētus polaroidus (tad automašīnas priekšējā loga polaroīda un pretimbraucošās automašīnas prožektoru polaroīdu savstarpējais pagrieziens ir 90°), pretim braucošo automašīnu gaismu automašīnas logs absorbē un vadītājs neapžilbst. Turpretim savas automašīnas no ceļa atstaroto gaismu, kurai tāds pats polarizācijas virziens, logs laiž cauri; 2) polarizācijas mikroskopā caur polikristāliskas vielas kārtiņu laižot polarizētu gaismu, mikroskopā var labāk redzēt vielas mikrokristālisko struktūru nekā dabiskajā gaismā; 3) fotografējot aiz stikla skatloga, brillēm vai zem ūdens virsmas esošus priekšmetus, objektīva priekšā novieto orientētu polaroīdu, lai tas absorbētu no stikla vai no ūdens virsmas atstaroto un daļēji polarizēto gaismu un tā būtu labāk atšķiramas priekšmeta detaļas.

3. §. OPTISKI AKTĪVAS VIELAS

1. Daudzas vielas, piemēram, kristāliskais kvarcs un cukura šķīdumi griež gaismas elektriskā lauka svārstību virzienu ap gaismas izplatīšanās virzienu. Tādas vielas sauc par optiski aktīvām vielām. Gaismas svārstību virzienu pagriezienu nevar atklāt, laižot cauri vielai dabisku gaismu, jo tad, visiem gaismas svārstību virzieniem pagriežoties par vienu un to pašu leņķi, gaisma paliek tāda pati, t. i., dabiska. Tāpēc, lai šo gaismas svārstību pagriezienu atklātu, caur vielu jālaiž lineāri polarizēta gaisma. Eksperimentos optiski aktīvu vielu, piemēram, cukura šķīdumu vai perpendikulāri optiskajai asij izzāģētu kvarca plāksnīti novieto starp diviem krustotiem nikoliem. Tad tumšais analizatora redzes lauks parasti kļūst gaišs, jo, vielai pagriežot svārstību plakni par leņķi α , analizatoram caurizgājušās gaismas intensitāte, pēc Malī likuma (29-4), ir $I = I_0 \cos^2 \alpha$. Lai dabūtu tumsu, analizators jāpagriež par tādu pašu leņķi α (29-11. zīm.). Gaismas svārstību plaknes pagriezienu α loka grādos atkarībā no gaismas stara ceļa garuma vielā l [dm] izsaka formula

$$\alpha = \alpha_0 l, \quad (29-5)$$

kur α_0 — svārstību plaknes griešanas spēja ir skaitliski vienāda



29-11. zīm.

$$\alpha = [\alpha_0] \frac{m}{100} l. \quad (29-6)$$

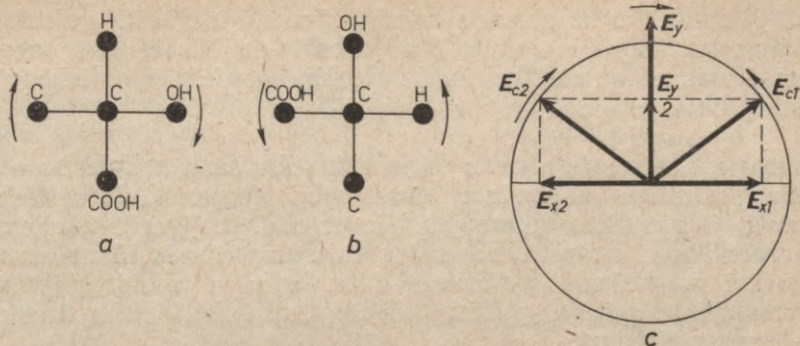
Seit $[\alpha_0] = \frac{\alpha \cdot 100}{ml}$ ir šķīduma īpatnējā svārstību plaknes griešanas spēja, kas raksturo izšķīdušās vielas optisko aktivitāti. $[\alpha_0]$ skaitliski vienāds ar svārstību plaknes pagriešana leņķi $l = 1$ dm garā vielas šķīduma stabā, ja koncentrācija ir $\frac{m}{100} = \frac{100}{100}$, t. i., 100%. Tā, piemēram, niedru cukuram ($C_{12}H_{22}O_{11}$), ja $\lambda = 589$ nm, $[\alpha_0] = 66,4^\circ$. Griešana norisinās pa labi, ja, raugoties staram pretī, gaismas svārstību virziens griežas pulksteņa rādītāju kustības virzienā, vai arī pa kreisi, piemēram, kvarcam, ja svārstību virziens griežas pretēji. Nosakot kādas vielas šķīduma svārstību plaknes pagriešana leņķi, pēc izteiksmes (29-6) var aprēķināt šīs vielas šķīduma koncentrāciju, ja $[\alpha_0]$ vai nu nav atkarīgs no koncentrācijas un temperatūras, vai arī ir zināma tā atkarība no šiem lielumiem. Šādu metodi cukura šķīduma koncentrācijas noteikšanai sauc par saharimetriju un lietotos mēraparātus — par saharimetriem.

Daudzām optiski aktīvām vielām, piemēram, organiskām vielām, īpatnējā griešanas spēja $[\alpha_0]$ visiem viļņa garumiem ir aptuveni vienāda. Bet ir arī daudz tādu vielu (piemēram, kristālais kvarcs, vāramā sāls u. c.), kurām īpatnējā svārstību griešanas spēja $[\alpha_0]$ ir atkarīga no gaismas viļņa garuma. Vielai šādā gadījumā piemīt rotācijas dispersija. Samazinoties gaismas viļņa garumam, parasti īpatnējā griešanas spēja pieaug. Tā, piemēram, optiskai asij perpendikulāri nošķeltai 1 mm biežai kvarca plāksnītei, ja $\lambda = 656$ nm, gaismas svārstību plaknes pagriešana leņķis $\alpha = 17^\circ$, bet, ja $\lambda = 436$ nm, $\alpha = 41,6^\circ$. Laižot caur šādu plāksnīti baltu, lineāri polarizētu gaismu un griežot analizatoru, mainās redzes lauka krāsa.

2. Gaismas svārstību plaknes griešanas cēlonis šķīdumos ir molekulu asimetriska uzbūve un cietvielām — asimetriska kristāla elementāršūna. Molekula un elementāršūna ir asimetriska, ja tai nav ne simetrijas centra, ne simetrijas plaknes. Asimetrisku molekulu piemēri ir 29-12. zīmējumā a un b parādītās divas izomēras molekulas, kurās C atoms ir saistīts asimetriski, t. i., visās

ar svārstību plaknes pagriešana leņķi 1 dm garā gaismas stara ceļā.

Šķīdumā, kura 100 gramos izšķīdušās vielas gramu skaits ir m un polarizētas gaismas stara ceļš šķīdumā ir l [dm], svārstību plaknes pagriešana leņķis ir proporcionāls šķīduma koncentrācijai $k = m/100$ (ja koncentrāciju izsaka procentos, tad $k' = k \cdot 100 = m\%$):



29-12. zīm.

tā četrās saitēs ir dažādi atomi. Bet abas molekulas ir izomēras, jo tās satur vienādus atomus. Šīs molekulas griež svārstību plakni pretējos virzienos, bet vienmēr apkārt C atomam virzienā $H \rightarrow OH \rightarrow COOH$.

Lai labāk izprastu svārstību plaknes griešanos un tās sakaru ar molekulu un kristālisko elementāršūnu asimetrisko atomu novietojumu, der atcerēties, ka *lineāri polarizēta gaisma nav nekas cits kā divu pretējos virzienos cirkulāri polarizētu gaismas viļņu summa*. Lai to parādītu, šajā gadījumā sadalīsim lineāri polarizētās gaismas elektriskā lauka intensitātes E svārstību, kas, piemēram, laika brīdī $t=0$ vērsta pa y asi ($E=E_y$), divās vienādās svārstībās $E_{y1}=E_{y2}=\frac{E_y}{2} \cos \omega t$ un tām pieskaitīsim divas vienādu amplitūdu $E=E_y/2$, bet pretēju fāzu svārstības pa x asi (kuras savstarpēji iznīcinās): $E_{x1} = -E \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ un $E_{x2} = -E \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$. Tad E_{x1} un E_{y1} fāzē par $\pi/2$ nobīdītās svārstības kopā veido *pa kreisi* cirkulāri rotējošu vektoru $E_{c1} = E_{x1} + E_{y1}$, bet E_{x2} un E_{y2} svārstības kopā veido *pa labi* cirkulāri rotējošu vektoru $E_{c2} = E_{x2} + E_{y2}$ (sk. 29-12. zīm. c, kur šī svārstības sadalīšana parādīta laika brīdī $t=0$). Caur asimetrisku molekulu viens cirkulāri polarizētais gaismas vilnis izplatās ātrāk nekā otrs. Tāpēc abu cirkulāro viļņu vektoru E_{c1} un E_{c2} rezultējošais vektors E laikā lēni rotē ātrākā cirkulāri polarizētā stara virzienā.

Ar spēcīgu magnētisko lauku optiski neaktīvas vielas var pārvērst optiski aktīvās vielās, kuras, gaismai ejot magnētiskā lauka virzienā, griež polarizācijas plakni (Faradeja efekts).

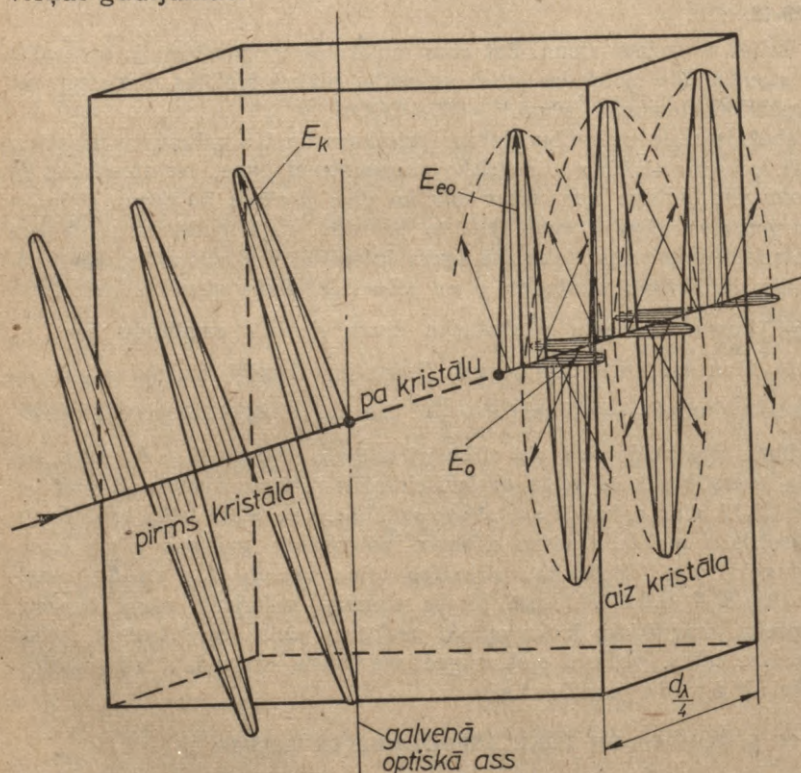
4. §. ELIPTISKI UN CIRKULĀRI POLARIZĒTA GAISMA

1. Eliptiski polarizētu gaismu un speciālā gadījumā arī cirkulāri polarizētu gaismu iegūst, laižot lineāri polarizētu gaismu caur paralēli optiskai asij izzāgētu $CaCO_3$ monokristāla plāksnīti. Tajā gaisma sadalās divos staros — ordinārajā starā, kura elektriskais lauks svārstās perpendikulāri plāksnītes optiskajai asij, un ekstraordinārajā starā, kurā svārstības notiek plāksnītes optiskās ass virzienā. Ja plāksnītes optiskās ass un krītošā polarizētā stara elektriskā lauka intensitātes E_h veidotais leņķis ir α , tad plāksnītes ekstraordinārā stara elektriskā lauka intensitātes amplitūda $E_{eo} = E_h \cos \alpha$ un ordinārā stara amplitūda $E_o = E_h \sin \alpha$ (sk.

29-9. zīm.). Tā kā abiem stariem plāksnītē ir dažādi gaismas laušanas koeficienti n_{eo} un n_o , tad tiem ir dažāds ātrums un pēc iznākšanas no plāksnītes, kuras biezums d , tiem ir optiskā gājumu starpība

$$\Delta = d(n_o - n_{eo}), \quad (29-7)$$

kurai atbilst abu gaismas viļņu svārstību fāzu nobīde $\Delta\varphi = 2\pi\Delta/\lambda$. Aiz plāksnītes abu staru savstarpēji perpendikulāro elektrisko lauku intensitātes summējas pēc 4. nod. 2. § aplūkotajiem divu perpendikulāru mehānisko svārstību summēšanās likumiem un atkarībā no plāksnītes biezuma d un leņķa α izveido *eliptiski* vai *cirkulāri polarizētu gaismu* (29-13. zīm.). Aplūkosim tuvāk atsevišķus gadījumus.



29-13. zīm.

2. Īpaša nozīme eliptiski un cirkulāri polarizētas gaismas iegūšanā ir plāksnītēm, kuru biezumam $d_{\lambda/4}$ atbilst optiskā gājumu starpība $\Delta_{\lambda/4} = \lambda/4$. Tādas plāksnītes sauc par **ceturtdaļviļņa plāksnītēm**. Pēc izteiksmes (29-7) to biezums

$$d_{\lambda/4} = \frac{\lambda}{4(n_o - n_{eo})}. \quad (29-8)$$

Tā, piemēram, CaCO_3 plāksnītei $n_o = 1,658$ un $n_{eo} = 1,486$, tāpēc Na dzeltenās līnijas gaismai biezums

$$d_{\lambda/4} = \frac{5,89 \cdot 10^{-5} \text{ cm}}{4(1,658 - 1,486)} = 0,856 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

Labākas ir ģipša un vizlas ceturtdaļviļņa plāksnītes, jo tām ir mazāka gaismas laušanas koeficientu starpība $n_o - n_{eo}$, tāpēc to biezums lielāks (vizlai $d_{\lambda/4} = 0,03$ mm). Aiz šādas ceturtdaļviļņa plāksnītes abiem savstarpēji perpendikulāri svārstošajiem gaismas stariem fāzu starpība

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta_{\lambda/4}}{\lambda} = \frac{2\pi\lambda}{4\lambda} = \frac{\pi}{2}. \quad (29-9)$$

Tāpēc, aiz ceturtdaļviļņa plāksnītes summējoties savstarpēji perpendikulārajām un fāzē par $\pi/2$ nobīdītajām abu staru elektrisko lauku intensitātēm $E_o = E_k \sin \alpha \cos \omega t = E_{om} \cos \omega t$ un $E_{eo} = E_k \cos \alpha \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -E_k \cos \alpha \sin \omega t = -E_{eom} \sin \omega t$, var izveidoties divi gadījumi:

1) $\Delta\varphi = \pi/2$; $\alpha \neq 0, \pi/4, \pi/2, \dots$ (tad $\cos \Delta\varphi = 0$, $\sin \Delta\varphi = 1$). Pēc pilnīgi analogās mehānisko svārstību summas izteiksmes (4-16') summārā elektriskā lauka vektoru \mathbf{E} , kas ceļa gabalā λ vienu reizi apgriežas ap stara virzienu, nosakā formula

$$\frac{E_o^2}{E_{om}^2} + \frac{E_{eo}^2}{E_{eom}^2} = 1. \quad (29-10)$$

Tātad, raugoties stara virzienā, summārā elektriskā lauka vektora \mathbf{E} galapunkts apraksta elipsi, t. i., gaisma ir **eliptiski polarizēta**. Ja $\Delta\varphi = (2m+1)\pi/2$, tad gaisma arī ir eliptiski polarizēta, tikai pēc katra plāksnītes radītās optiskās gājumu starpības pieauguma par $\lambda/2$ mainās \mathbf{E} griešanās virziens;

2) $\Delta\varphi = \pi/2$, $\alpha = \pi/4$. Tad $\sin \alpha = \cos \alpha = \sqrt{2}/2$, $E_{om} = E_{eom}$ un izteiksme (29-10) ir $E_o^2 = E_{eo}^2 = E_k^2/2$. Tas nozīmē, ka summārā elektriskā lauka intensitātes vektora \mathbf{E} ($E = E_k/\sqrt{2}$) galapunkts griežas pa riņķa līniju ar rādiusu $E_k/\sqrt{2}$. Gaisma tātad ir **cirkulāri polarizēta**. Ja $\Delta\varphi = (2m+1)\pi/2$, tad gaisma arī ir cirkulāri polarizēta, tikai līdz ar katru m maiņu par 1 mainās vektora \mathbf{E} rotācijas virziens. Ja $\alpha = 0$ vai $\pi/2$, tad aiz ceturtdaļviļņa plāksnītes izplatās tikai eo vai o stars.

3. **Citi gadījumi:** 1) ja $\Delta\varphi = \pi$ (tāpat, ja $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$), tad abu staru optiskā gājumu starpība $\Delta = \lambda/2$. Tāda biezuma plāksnīti sauc par pusviļņa plāksnīti. Tā kā $\cos(\omega t + \pi) = -\cos \omega t$, tad $E_o = -\text{tg } \alpha \cdot E_{eo}$, gaisma ir **lineāri polarizēta**, bet svārstās leņķa $-\alpha$ virzienā, t. i., tās svārstību plakne pagriezta par 2α ;

2) Ja $\Delta\varphi = 2\pi$ vai $\Delta\varphi = 2m\pi$, kur $m = \pm 1, \pm 2, \dots$, tad plāksnīti sauc par vesela viļņa plāksnīti. No E_o un E_{eo} izteiksmēm tad dabūjam, ka $E_o = \text{tg } \alpha \cdot E_{eo}$, t. i., gaisma aiz plāksnītes ir tāda pati kā pirms tās.

Piemērs. Noteikt ceturtdaļviļņa kvarca plāksnītes minimālo biezumu Na dzeltenai līnijai ($\lambda = 589$ nm), ja $n_{eo} = 1,553$ un $n_o = 1,544$.

Pēc izteiksmes (29-9) ordināra un ekstraordināra stara fāzu starpībai $\Delta\varphi = \frac{2\pi d_{\lambda/4}(n_{eo} - n_o)}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$ atbilst $d_{\lambda/4} = \frac{\lambda}{4(n_{eo} - n_o)} = \frac{589 \cdot 10^{-7} \text{ cm}}{4 \cdot 0,009} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ liels plāksnītes biezums.

5. §. POLARIZĒTĀS GAISMAS INTERFERENCE

1. Kā to 19. gs. sākumā pierādīja Arago un Freneļa pētījumi, no viena dabiska gaismas stara iegūtais ordinārais un ekstraordinārais stars nevar interferēt, jo to svārstības ir savstarpēji perpendikulāras. Arī tad, ja to svārstības pagrieztu vienā plaknē, tie nevar interferēt, tāpēc ka tie nav koherenti. Tas izskaidrojams ar to, ka, kaut gan daļēji abus šos starus dod vieni un tie paši atomi, tomēr nekādas konstantas fāzu nobīdes starp atsevišķo atomu viļņojumu savstarpēji perpendikulārajām komponentēm nav. Interferēt var tikai no *lineāri polarizēta* gaismas stara iegūti divi stari, jo tad tie ir koherenti. Lai iegūtu šādus starus, vispirms dabisko gaismu laiž caur polarizatoru un iegūto *lineāri polarizēto* staru pēc tam laiž caur paralēli optiskajai asij nošķeltu ģipša vai vizlas plāksnīti, kas šo staru sadala divos savstarpēji perpendikulāri un dažādās fāzēs svārstošos lineāri polarizētos staros. Tālāk šie abi stari iet caur analizatoru, kurā katrs stars atkal sadalās divos staros un tā izveidojas divi vienā virzienā ejoši un savstarpēji perpendikulāri svārstoši staru pāri. Viens no šiem staru pāriem iziet caur analizatoru un atkarībā no abu staru fāzu attiecībām var vairāk vai mazāk pastiprināties vai pavājināties, t. i., interferēt. Šajā polarizētās gaismas interferencē nenovēro interferences joslas, bet tikai vienā virzienā ejošu divu fāzē nobīdītu staru pastiprināšanos-pavājināšanos. Aplūkosim gadījumus, 1) kad polarizators un analizators ir paralēli un 2) kad tie ir krustoti.

2. a. Vispirms pieņemsim, ka gaisma ir monohromatiska un ka abu savstarpēji perpendikulāri un lineāri polarizēto staru optiskā gājumu starpība aiz optiskai asij paralēli nošķeltās vizlas vai ģipša *pusviļņa plāksnītes* ir $\lambda/2$, t. i., abu staru svārstību *fāzu difference* $\Delta\varphi = \pi$. Pieņemsim arī, ka dubultlauzošās vizlas vai ģipša pusviļņa plāksnītes optiskā ass ar krītošā polarizētā stara elektriskā lauka E_h svārstību virzienu veido leņķi α . Tad plāksnītei cauri izgājušo abu savstarpēji perpendikulāri polarizēto staru (o un eo) elektriskā lauka intensitātes amplitūdas ir $E_o = E_h \sin \alpha$ un $E_{eo} = E_h \cos \alpha$ (sk. 29-9. zīm.). **Paralēli** polarizatoram nostādītais analizators eo virzienā izlaiž cauri no šiem stariem komponentes ar amplitūdu $E_{eo} \cos \alpha = E_h \cos^2 \alpha$ un $E_o \sin \alpha = E_h \sin^2 \alpha$ (otrs analizatora o virzienā svārstošais staru pāris analizatora un polarizatora paralēlā stāvoklī analizatoram cauri neiet). Tā kā cauri pusviļņa plāksnītei izgājušajiem abiem savstarpēji perpendikulāri svārstošajiem stariem fāzu nobīde ir π , tad arī abi analizatoram cauri izgājušie paralēli svārstošie stari svārstās pretējās fāzēs.

Tāpēc, 1) ja $\alpha \neq 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \dots$, tie viens otru pavājina, 2) ja $\alpha = \pi/4, 3\pi/4, \dots$, t. i., abu staru amplitūdas $E_h \cos^2 45^\circ = E_h \sin^2 45^\circ$ ir vienādas, tie viens otru iznīcina (analizators dod tumsu), 3) ja $\alpha = 0, \pi/2, \dots$, t. i., $E_h \sin^2 0 = 0, E_h \cos^2 0 = E_h, E_h \sin^2 \pi/2 = E_h, E_h \cos^2 \pi/2 = 0$, tad pusviļņa plāksnītei iet cauri

tikai viens (*o* vai *eo*) stars, kas arī tālāk nepavājināts iet cauri paralēlajam analizatoram. Interferences aina šajā pēdējā gadījumā neparādās. Tos pašus rezultātus dabū, ja dubultlauzošās plāksnītes biežumam atbilst optiskā gājumu starpība $(2m+1)\lambda/2$ (fāzu nobīde $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$).

b. Ja plāksnītes biežums atbilst optiskai gājumu starpībai $m\lambda$ (fāzu nobīdei $\Delta\varphi = 2\pi m$), tad pie $\alpha = 0$ gaisma iziet cauri bez pārmaiņām, bet pie $\alpha \neq 0$ caurizgājusi gaisma pēc abu plāksnīšu sadalīto staru interferences ir tāda pati.

c. Ja starp polarizatoru un tam paralēlu analizatoru ir paralēli optiskajai asij nošķelta dubultlauzoša plāksnīte ar kaut kādu biežumu d , kura tiek griezta ap pilnīgi polarizētu baltu gaismas staru, tad pie $\alpha = 0, \pi/2, \pi, \dots$ aiz analizatora ir balta gaisma (jo tad visa gaisma cauri plāksnītei iziet tikai *o* vai *eo* starā). Ja $\alpha \neq 0, \pi/2, \pi, \dots$, tad plāksnīte izveidojas divi stari, pie tam kritošā stara elektriskā lauka intensitātes sadalīšanās pa abiem stariem ir atkarīga no leņķa α , bet to fāzu nobīde — no viļņa garuma λ un plāksnītes biežuma d attiecībām. Tāpēc, abiem stariem tālāk ejot caur analizatoru, to cauri izgājušās elektriskā lauka intensitātes komponentes aiz analizatora interferē. Šīs interferences dēļ, kurā atsevišķu viļņu garumu gaismas pavājinās, aiz analizatora ir novērojama *krāsaina gaisma*. Viskrāsaināko gaismu (atsevišķo viļņu garumu visstiprākās vājināšanās dēļ) dabū, ja $\alpha = \pi/4, 3\pi/4, \dots$.

3. **Krustotu nikolu** gadījumā, polarizētas *monohromatiskas* gaismas paralēlus starus laižot caur dubultlauzošu *pusviļņa* ($\lambda/2$ vai $(2m+1)\lambda/2$) *plāksnīti*, kuras optiskā ass attiecībā pret gaismas svārstību virzienu ir pagriezta par leņķi α , un pēc tam caur analizatoru, abi analizatoram caurizgājušie stari svārstās vienādās fāzēs. Tas izskaidrojams ar to, ka arī krustotais analizators abu plāksnīšu caurizgājušo staru fāzu nobīdi palielina par π . Šo staru amplitūdas ir $E_h \sin \alpha \cos \alpha$ un $E_h \cos \alpha \sin \alpha$, bet summārā amplitūda $2E_h \sin \alpha \cos \alpha$. Kā redzam no šīm izteiksmēm, ja $\alpha = 0, \pi/2, \dots$, aiz analizatora ir tumša, bet, ja $\alpha = \pi/4, 3\pi/4, \dots$, tad aiz analizatora ir maksimālā gaisma.

Griežot starp krustotiem nikoliem kaut kāda biežuma dubultlauzošu plāksnīti pilnīgi polarizētā baltās gaismas starā, ja $\alpha = 0, \pi/2, \dots$, tad aiz analizatora ir tumša, bet, ja leņķi α ir citādi, tad gaisma ir krāsaina.

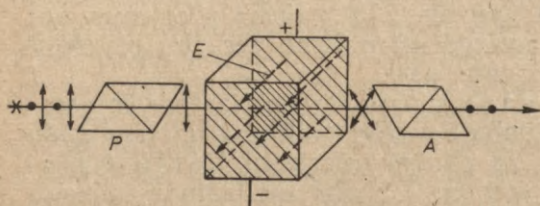
Sarežģītāka (parādās interferences joslas), bet spilgtāka ir izklistošu vai saejošu polarizētas gaismas staru kūļu interference.

6. §. MĀKSLĪGĀ ANIZOTROPIJA

1. **Kerra efekts** (1875. g.). Daudzas izotropas, tātad gaismu dubultnelauzošas vielas, kuras sastāv no asimetriskām visos virzienos orientētām molekulām, *elektriskajā laukā, molekulām*

orientējoties lauka virzienā, kļūst anizotropas un gaismu dubultlaužošanas. Šo parādību sauc par *Kerra efektu*.

Novietosim starp krustotu polarizatoru *P* un analizatoru *A* plakanu kondensatoru un tā starpplašu telpu piepildīsim ar nitrobenzolu — $C_6H_5NO_2$ (29-14. zīm.). Ja kondensators ir neuzlādēts,



29-14. zīm.

gaisma cauri analizatoram neiet. Bet, kondensatoru uzlādējot, nitrobenzols molekulu orientācijas dēļ kļūst anizotrops un dubultlauzošs. Tā optiskā ass vērsta elektriskā lauka virzienā. Ja kondensators ir novietots tā, ka gaismas stara virziens ir perpendikulārs elektriskā lauka virzienam un lineāri polarizētās gaismas svārstību virziens ar kondensatora elektriskā lauka intensitāti E veido leņķi $\alpha \neq 0, \pi/2$, tad gaisma nitrobenzolā sadalās divos savstarpēji perpendikulāri un lineāri polarizētos staros o un eo . Šie abi stari nitrobenzolā izplatās ar dažādu ātrumu, tāpēc tiem rodas fāzu starpība. Gaismai izejot no kondensatora, tā vispār ir eliptiski polarizēta un tās viena daļa iet cauri krustotam analizatoram. Eksperimenti ar dažādām vielām rāda, ka abiem pilnīgi polarizētajiem stariem o un eo laušanas koeficientu n_{eo} un n_o starpību izsaka sakarība $n_{eo} - n_o = B\lambda E^2$, kur B — *Kerra konstante*, λ — gaismas viļņa garums, E — kondensatora elektriskā lauka intensitāte. Nitrobenzola, piemēram, $B = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m/V}^2$. Ja l ir staru ģeometriskais ceļš vielā, tad abu staru optiskā gājumu starpība

$$\Delta = (n_{eo} - n_o)l = B\lambda E^2. \quad (29-11)$$

29-14. zīmējumā shematiski attēlotā ierīce ir t. s. *Kerra šūna*, kuru tās mazās inerces dēļ (nitrobenzola anizotropija izzūd 10^{-12} s pēc lauka izslēgšanas) lieto ātrfotogrāfijā, fototelegrāfijā, kinematogrāfijā (kur, modulējot gaismas stiprumu, pieraksta uz filmas skaņu) u. c. Tā var pārtraukt gaismas staru 10^{11} reizes sekundē, un tas dod iespēju ķermeni fotografēt ar ekspozīcijas laiku 10^{-8} s.

2. **Fotoelastība.** Izotropas un gaismu dubultnelauzošas cietas vielas kļūst anizotropas un gaismu dubultlauzošas, ja tās *deformē*. Tā, piemēram, laižot lineāri polarizētu gaismas staru caur izstieptu vai saspīestu dzidru stienīti, šis stars vispār sadalās lineāri un savstarpēji perpendikulāri polarizētos gaismas staros. Ķermeņa galvenā optiskā ass vērsta deformācijas virzienā. Abi stari, ejot tālāk caur analizatoru un pēc tam kritot uz ekrānu, tur izveido interferences ainu. Šo parādību sauc par *fotoelastību*. Gaismas dubultlaušanu raksturojošais lielums $n_{eo} - n_o$ ir proporcionāls deformācijai, t. i., iekšējam mehāniskajam spriegumam p : $n_{eo} - n_o =$

$=kp$, kur k — konstante. Sloojot no stikla vai celuloīda pagatavotas mašīnu detaļas, laižot tām cauri polarizētu gaismu un iegūto interferences ainu ar daudzām interferences joslām fotografējot, var noteikt šajās detaļās esošos mehāniskos spriegumus un deformācijas.

Gaismas dubultlaušanu var izraisīt arī no gareniskas formas molekulām sastāvošu šķīdumu, īpaši koloidālu un organisko vielu šķīdumu ļoti lēna plūsma.

30. NODAĻA

GAISMAS DISPERSIJA, ABSORBCIJA UN IZKLIEDE

1. §. GAISMAS DISPERSIJA PRIZMĀ. PRIZMU SPEKTROMETRI. SPEKTRI.

Vielas *gaismas dispersija ir gaismas laušanas koeficienta n atkarība no viļņa garuma λ (resp., frekvences $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$). Gaismas dispersijas dēļ 1) baltas gaismas stars, ejot cauri prizmai, sadalās krāsās; 2) gaismas stars, ieejot vienass monokristālos, sadalās divos staros (gaismas dubultlaušana; sk. 29. nod. 2. §); 3) vielā gaismas fāzes ātrums v mainās apgriezti proporcionāli gaismas laušanas koeficientam n (sk. 30. nod. 2. §), kā arī rodas citas parādības. Šeit galvenokārt aplūkosim gaismas dispersiju trīsstūra prizmā un ar to saistītos jautājumus.*

1. Monohromatiskas gaismas laušana prizmā. Pieņemsim, ka cauri trīsstūra prizmai, kuras gaismas laušanas koeficients ir n un lauzējleņķis γ , iet monohromatisks gaismas stars (30-1. zīm.). Samazinot šī stara krišanas leņķi α_1 , stara nolieces leņķis starp krītošo un no prizmas izejošo staru sākumā samazinās, tad sasniedz vismazāko vērtību δ_m jeb minimālo deviāciju un pēc tam atkal pieaug. Vismazākās stara nolieces stāvoklī $\alpha_1 = \alpha_2$, $\beta_1 = \beta_2 = \gamma/2$ un minimālās deviācijas leņķis $\delta_m = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = 2\alpha_1 - 2\beta_1 = 2\alpha_1 - \gamma$, no kurienes $\alpha_1 = \frac{\delta_m + \gamma}{2}$. Tāpēc prizmas laušanas koeficients

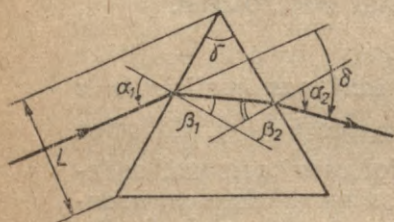
$$n = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \frac{\delta_m + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}} \quad (30-1)$$

Ja γ ir mazs, tad arī δ_m ir mazs un dabūjam, ka $\sin \left| \frac{\delta_m + \gamma}{2} \right| \approx \frac{\delta_m + \gamma}{2}$, $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$ un

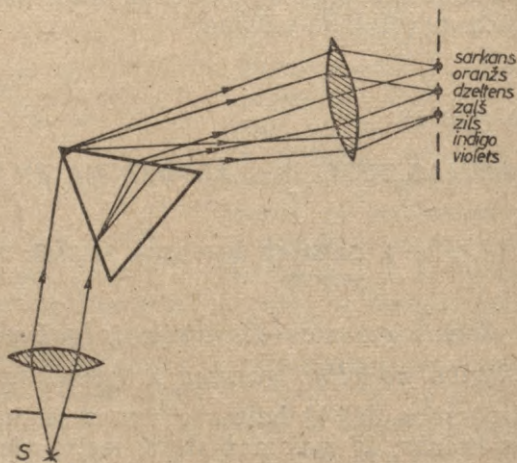
$$n = \frac{\delta_m}{\gamma} + 1. \quad (30-2)$$

Tātad, izmērot δ_m pēc izteiksmēm (30-1) vai (30-2), var aprēķināt n .

2. Baltās gaismas laušana prizmā (Nūtona eksperimenti 1666. g.). Ņemsim baltas gaismas avotu un ļausim tā izklīstošajiem gaismas stariem iet caur kādu šauru spraugu un pēc tam caur t. s. kolimatora lēcu tā, lai izveidotos paralēls staru kūlis.



30-1. zīm.



30-2. zīm.

Tā laižot caur stikla prizmu, konstatēsim, ka baltais gaismas staru kūlis lūst un arī sadalās daudzos krāsainos staru kūļos. Novietojot šo krāsaino staru ceļā lēcu, iegūsim daudzus priekšmeta, t. i., spraugas reālus krāsainus attēlus. Tā kā baltā gaisma sastāv no bezgalīgi daudziem viļņa garumiem, tad uz lēcas fokālajā plaknē novietotā matstikla (fotoplates) visi dažādo viļņa garumu attēli izveido nepārtrauktu, platu krāsainu joslu — *baltās gaismas spektru*. Visvairāk noliekta izrādās violetā un vismazāk — sarkanā gaisma. Baltās gaismas spektra septiņas galvenās krāsas ir šādas: sarkana, oranža, dzeltena, zaļa, zila, indigo zila un violeta (30-2. zīm.). No redzamās spektra daļas uz garāko viļņu pusi atrodas neredzami *infrasarkanie stari* (var novērot pēc to siltuma darbības) un uz īsāko viļņu pusi atrodas neredzami *ultravioletie stari* (tos novēro, piemēram, pēc to izraisītās fluorescences).

3. *Gaismas dispersija*. Iepriekš aprakstītā baltās gaismas sadalīšanās krāsās, tai ejot cauri prizmai, izskaidrojama ar gaismas laušanas koeficienta n atkarību no gaismas viļņa garuma λ , t. i., ar *gaismas dispersiju*. Tā kā vairāk tiek laužti īsākie gaismas viļņi, tad tiem ir lielāks gaismas laušanas koeficients nekā garākajiem gaismas viļņiem. Tā, piemēram, gaismas viļņa garumam mainoties no 670,8 nm līdz 404,7 nm, vieglajam kronam n pieaug no 1,5140 līdz 1,5318; smagajam flintam — no 1,6434 līdz 1,6852. Gaismas dispersija šajā gadījumā, kad, viļņa garumam samazi-

noties, laušanas koeficients pieaug, ir normāla (30-3. zīm.). Gaismas laušanas koeficientu n dzidrai prizmai atkarībā no viļņa garuma λ normālās dispersijas gadījumā dod Koši formula

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}, \quad (30-3)$$

kur a, b, c — konstantes.

Gaismas dispersiju vielā (prizmā) raksturo gaismas laušanas koeficienta maiņas straujums atkarībā no viļņa garuma λ vai frekvences ν , t. i., $\frac{dn}{d\lambda}$ vai

$\frac{dn}{d\nu}$. Tā kā $d\lambda = d\left(\frac{c}{\nu}\right) = -\frac{c}{\nu^2} \cdot d\nu$, tad

$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{\nu^2}{c} \cdot \frac{dn}{d\nu}$. Praksē tomēr parasti dispersijas raksturo ar dažādām dispersijas vidējām vērtībām: 1) *vidējo dispersiju*

$D = n_F - n_C$, 2) *ipatnējo dispersiju*

$D_i = n_1 - n_2$ vai 3) *relatīvo dispersiju* $D_r' = \frac{n_F - n_C}{n_F - n_e} = \frac{D}{n_F - n_e}$ vai

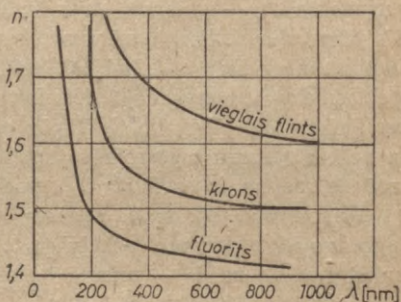
$$D_r'' = \frac{n_F - n_C}{n_e - 1}. \quad (30-4)$$

Seit n_1 un n_2 ir gaismas laušanas koeficienti spektra abām malējām līnijām, n_F, n_C — Cd līnijām $\lambda = 480,0$ nm un $\lambda = 643,8$ nm, n_e — Hg līnijai $\lambda = 546,1$ nm.

4. Prizmu spektrometri. Gaismas dispersiju prizmā izmanto *spektrogrāfos* (gaismas spektra fotografēšanai), *spektroskopos* (gaismas spektru vizuālai novērošanai) un *spektrometros* (precīzai gaismas viļņu garuma mērīšanai). Šie prizmu spektrālie aparāti satur 1) spraugu, 2) kolimatoru paralēlu gaismas staru iegūšanai, 3) prizmu vai prizmu sistēmu un 4) kameru, kurā atrodas spektra reģistrēšanas iekārta un kameras objektīvs (tālskatis) gaismas staru fokusēšanai. Spektrometra garuma saīsināšanas un dispersijas divkāršošanas dēļ bieži aiz prizmas novieto atstarojošu spoguļi. Tādā gadījumā gaisma vēlreiz iet cauri prizmai un kamera ir apvienota ar kolimatoru.

Spektra redzamajai daļai lieto stikla, bet ultravioletajai daļai monokristāliska vai kausēta kvarca prizmas un lēcas. Ultravioletajai daļai no $\lambda = 200$ nm līdz $\lambda = 120$ nm, kad gaisma absorbcijas dēļ spektrs ir jāuzņem vakuumā, lieto no monokristāliska litija fluorīda (LiF) izgatavotas prizmas un lēcas. Infrasarkanajai daļai tās gatavo no litija fluorīda (līdz $\lambda = 9 \mu\text{m}$), vārāmās sāls (līdz $\lambda = 16 \mu\text{m}$) vai no silvina (KCl; līdz $\lambda = 20 \mu\text{m}$) monokristāliem.

Prizmatiskos spektrālos aparātus raksturo 1) viļņa garuma diapazons, 2) dispersija, 3) izšķiršanas spēja $\frac{\lambda}{(\Delta\lambda)_{min}}$ (tā ir divu vienādas intensitātes



30-3. zīm.

un tikko atšķiramu spektrlīniju vidējā aritmētiskā viļņa garuma $\bar{\lambda}$ attiecība pret abu spektrlīniju viļņa garumu starpību $(\Delta\lambda)_{min}$, 4) gaismasspēja un 5) gaismas spektra reģistrēšanas veids.

Jebkura spektrālā aparāta gaismas dispersiju raksturo lineārā dispersija $d\lambda/d\lambda$ vai leņķiskā dispersija $d\varphi/d\lambda$, kur $d\lambda$ ir spektra garums un $d\varphi$ — gaismas staru leņķis, kas atbilst viļņa garuma intervālam $d\lambda$. Šīs dispersijas attiecīgi mēra mm/nm un rad/nm. Ja spektra plakne ir perpendikulāra staru kūļa asij, tad, lai iegūtu lielāku lineāro dispersiju $\Delta l/\Delta\lambda = f\Delta\varphi/\Delta\lambda$, spektrometra kameras objektīva fokusa attālumam f un prizmas leņķiskai dispersijai $\Delta\varphi/\Delta\lambda$ jābūt lielai. Tāpēc prizmas spektrometriem ar lielu dispersiju, ja nelieto gaismu atstarojošus spoguļus, fotoplate vai matstikls, uz kura tiek izvērstis spektrs, ir novietots tālu no kameras objektīva.

Prizmatiska spektrālā aparāta izšķiršanas spēja, ja staru kūlis apgaismo visu prizmas lauzējvirsmu, ir $L\Delta\varphi/\Delta\lambda$, kur $\Delta\varphi$ ir staru kūļa nolieces leņķis prizmā, un L — prizmā ieejošā staru kūļa platumas perpendikulāri prizmas lauzējšķautnei (sk. 30-1. zīm.).

Prizmatiska spektrālā aparāta gaismasspēju nosaka tā kolimatora objektīva gaismasspēja $\left(\frac{d}{f}\right)^2$. Liela gaismasspēja ir tad, ja ir liels kolimatora lēcas diametrs d un īss fokusa attālumam f . Spektrometrus ar lielu gaismasspēju lieto tikai vāju gaismas avotu spektrometrēšanā.

Gaismas spektru reģistrējošās ierīces ir dažādas: acs, fotoplate, termoelements (tas ir visjutīgākais), bolometrs jeb pretestības termometrs (sevišķi infrasarkanajiem stariem), fotoelements, dažāda tipa skaitītāji (38. nod. 8. §), Goleja šūna (starojums tajā sakarsē kapsulā gāzi, tā izplešas un izliec spoguļmembrānu) utt. Spektrālos aparātus, kuri ir apvienoti ar precīzām, complicētām un daudzreiz pat automātiski reģistrējošām spektra līniju intensitātes mērīšanas ierīcēm, sauc par *spektrofotometriem*.

5. Spektri. Spektrus klasificē dažādi. Pēc viļņa garuma spektrus iedala *infrasarkanā* staru, *redzamās gaismas* un *ultravioletā* staru spektros. Pēc spektru struktūras tos iedala līniju, joslu un nepārtrauktos spektros. Līniju spektri sastāv no atsevišķām līnijām, kurām atbilst noteikti viļņa garumi. Līniju spektrus dod retinātas gāzes. Joslu spektri, kurus dod molekulas, sastāv no atsevišķām joslām. Tuvāk aplūkojot, tomēr var konstatēt, ka joslas sastāv no daudzām ļoti tuvu stāvošām līnijām. Nepārtrauktošos spektros, kas kādā lielākā viļņa garuma intervālā satur visus viļņa garumus, dod šķidrums, cietas vielas un blīvas gāzes.

Pēc spektra izcelšanās veida spektrus iedala emisijas un absorbcijas spektros. Emisijas spektros dod pašspīdoši ķermeņi. Atkarībā no tā, kā tiek ierosināta ķermeņa spīdēšana, emisijas spektros iedala liesmu spektros, kurus dod degošu vielu, piemēram, sveču un deggāzu liesmas vai šajās liesmās sakarsēti ķermeņi, loka spektros, dzirksteļu spektros un aukstajos luminescences spektros. Katram emisijas spektra iegūšanas veidam spek-

troskopijā lieto īpašas ierīces, piemēram, liesmas, loka un dzirksteļu ģeneratorus, spektroskopiskas mirdzlamapas u. c.

Absorbcijas spektrs rodas, gaismai ar plašu nepārtrauktu spektru ejot caur kādu vidi. Tad spektrā uz gaišā fona parādās platas, tumšas *absorbcijas joslas* vai šauras tumšas *absorbcijas līnijas*. Ir noskaidrots, ka viela absorbē tos viļņa garumus, kurus tā karstā stāvoklī emitē. Tā, piemēram, Na tvaiks absorbē dzelteno *D* līniju ($\lambda=589,59$ nm), ko tas sakarsētā stāvoklī arī emitē. Pazīstamākais absorbcijas spektrs ir Saules absorbcijas spektrs, kurš rodas, nepārtrauktā Saules spektra gaismai absorbējoties kā ārējā Saules atmosfērā esošajā vienkāršu vielu gāzē, tā arī Zemes atmosfērā. Šīs absorbcijas līnijas to atklājēja vārdā sauc par *Fraunhofer*a līnijām.

2. §. GAISMAS DISPERSIJAS TEORIJA

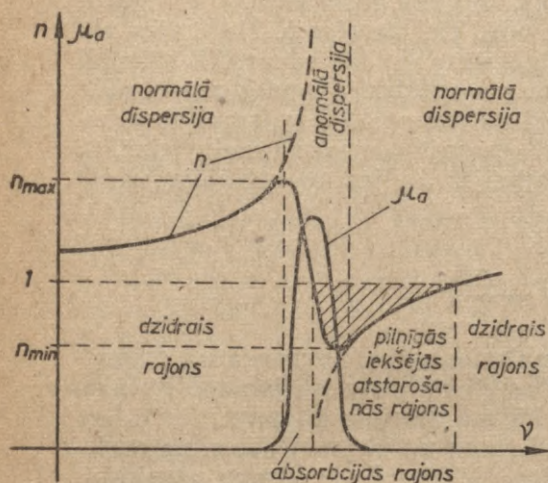
Gaismas dispersiju nosaka gaismas viļņa elektriskā un magnētiskā lauka mijiedarbība ar vielas elektroniem un joniem. Aplūkosim šo jautājumu klasiskās elektronu teorijas ietvaros.

Gaismas vilnim nākot no vakuuma un ieejot vielā, viļņa periodiskais elektriskais lauks ierosina vielā esošo elektronu uzspiestās svārstības. Sajās svārstībās elektroni un joni emitē uz visām pusēm sekundārus gaismas viļņus. Tie, klājoties pāri krītošajam gaismas vilnim, rada rezultējošu vilni, kura ātrums v atšķiras no primārā viļņa ātruma vakuumā c . Kā zinām [sk. izt. (26-22)], šī sakarība ir $v=c/n$. Ja gaismas viļņa frekvence ν un lādiņu pašsvārstību frekvences ν_{oi} stipri atšķiras, tad uzspiesto svārstību un sekundārā viļņa amplitūdas ir mazas un viela gaismas izplatīšanos (ātrumu, gaismas laušanas koeficientu, refleksiju) ietekmē maz. Turpretim, ja vielā esošo lādēto daļiņu pašsvārstību frekvences un gaismas frekvences aptuveni ir vienādas, tad uzspiesto svārstību un sekundārā viļņa amplitūdas ir lielas un viela stipri ietekmē gaismu.

Aprēķināsim vielas gaismas laušanas koeficientu n atkarībā no gaismas frekvences ν , t. i., gaismas dispersiju, pieņemot, ka vielas atomiem piemīt viena pašfrekvence ν_0 . Atoma saistītā lādiņa uzspiesto svārstību amplitūda A gaismas periodiskajā elektriskajā laukā, kura maksimālā intensitāte ir E un leņķiskā frekvence $\omega=2\pi\nu$, tālu no pašfrekvences $\omega_0=2\pi\nu_0$ (tad svārstību rimšanu, resp., enerģijas zudumus, var neievērot) saskaņā ar izteiksmi (4-41) ir $A=\frac{eE/m_0}{\omega_0^2-\omega^2}$, kur gaismas elektriskā lauka spēks uz lādiņu e ir $F=eE$ un m_0 — lādiņa e masa. Ievērojot sakarību starp vielas dielektrisko konstanti un gaismas laušanas koeficientu ($n=\sqrt{\epsilon}$) un izteiksmes (14-56) un (14-58), dabūjam, ka $n^2-1=-\epsilon-1=\kappa=\frac{P_0}{\epsilon_0 E}=\frac{Nd}{\epsilon_0 E}=\frac{NeA}{\epsilon_0 E}$ (N ir lādiņu e skaits tilpuma

vienībā, $d=eA$ — to dipolmomenti). No šīs sakarības, izmantojot atrasto A izteiksmi, dabūjam, ka gaismas laušanas koeficients

$$n = \sqrt{1 + \frac{NeA}{\epsilon_0 E}} = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{4\pi^2 m_0 \epsilon_0 (\nu_0^2 - \nu^2)}} \quad (30-5)$$



30-4. zīm.

Šī sakarība 30-4. zīmējumā attēlota ar svītrlīniju. Sārnu metāliem (Na, K) ν_0 ir ļoti mazs, tāpēc tiem redzamajā un ultravioletajā spektra daļā šajā formulā var likt $\nu_0 \approx 0$ un tā ļoti saskan ar eksperimentu.

Pašfrekvences ν_0 apkārtņē lādiņu e uzspiesto svārstību amplitūdas kļūst lielas, un tāpēc jāievēro arī oscilējošā lādiņa enerģijas zudumi izstarojumā, blakus lādiņu ietekme un citi apstākļi, kurus aptuveni var raksturot ar svārstību ātrumu u proporcionālu berzes spēku βu , resp., rimšanas konstanti $\beta/2m_0$ (sk. 4. nod. 4. §). Tad

izteiksme (30-5) speciāli gāzēm, kurām otrs tās loceklis ir mazs ($n \approx 1$), ir šāda:

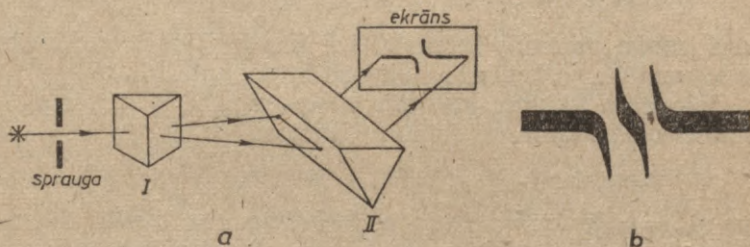
$$n = 1 + \frac{Ne^2(\nu_0^2 - \nu^2)}{8\pi^2 m_0 \epsilon_0 [(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + (\beta\nu/2\pi m_0)^2]} \quad (30-5')$$

So gaismas laušanas koeficienta n izteiksmi atkarībā no frekvences ν 30-4. zīmējumā attēlo nepārtrauktā n likne.

Atrastie rezultāti rāda, ka pie frekvencēm $\nu \ll \nu_0$ un $\nu \gg \nu_0$ laušanas koeficients $n \approx 1$, t. i., tad gaismas dispersijas praktiski nav un viela ir dzidra. Gaismas frekvencei ν augot un tuvojoties lādiņu pašfrekvencei ν_0 , gaismas laušanas koeficients n aug līdz kādai maksimālai vērtībai n_{max} . Pēc tam gaismas laušanas koeficients samazinās un pie $\nu \approx \nu_0$ atkal $n \approx 1$. Tālāk, gaismas frekvencei vēl palielinoties, gaismas laušanas koeficients n samazinās līdz minimālai vērtībai $n_{min} < 1$ un pēc tam atkal sāk lēni augt, sasniedz vērtību $n=1$ un turpina palielināties. Rajonā no n_{max} līdz n_{min} dispersija ir anomāla, jo, frekvencei ν augot, laušanas koeficients n samazinās. Šis rajons ir arī gaismas *absorbācijas rajons*. Ja laušanas koeficients līdz ar gaismas frekvences palielināšanos aug (ja ν nav ν_0 tuvumā), tad gaismai ir *normāla dispersija*. Gaismas viļņu frekvences rajonā, kur $n < 1$ ($\nu > c$), viela noliec arī gaismas viļņu pilnīgā iekšējā atstarošanās (sk. 30-4. zīm. iesvītrotu rajonu). Ārpus tā $n > 1$ un viela atkal ir

dzidra. Jāpiezīmē, ka vairumam vielu gaismas dispersija daudzo absorbcijas līniju, joslu un rajonu, kā arī svārstošo lādiņu kvantu mehāniskās kustības dēļ ir daudz sarežģītāka.

Gaismas anomālo dispersiju var novērot ar *Nūtona—Kunta krustoto prizmu metodi* (30-5. zīm. a) un vislabāk ar krievu zināt-



30-5. zīm.

nieka *Roždestvenska «āķu» metodi* (1912. g.). Šo abu dispersijas novērošanas metožu īpatnība ir tā, ka tajos spektra intervālos, kuros gaismas laušanas koeficients n ir liels vai mazs (un tas, kā redzējam, ir abās pusēs pašfrekvencei ν_0), gaismas stari stipri noliecas uz pretējām pusēm. Tādējādi tiek atsegta un stipri paplašināta arī gaismas absorbcijas joslā. 30-5. zīmējumā *b* attēlota gaismas dispersija Na tvaikā līnijas $\lambda=589$ nm (tā patiesībā sastāv no divām ļoti tuvu stāvošām līnijām) apkārtņē.

3. §. GAIŠMAS ABSORBCIJA

1. **Gaismas absorbcijas izcelšanās.** Ja krītošās gaismas frekvence $\nu \ll \nu_0$ vai $\nu \gg \nu_0$, tad vielas lādiņu uzspiesto svārstību amplitūdas ir mazas un svārstības ir harmoniskas (svārstošie lādiņi nesaduras ar blakus esošiem atomiem), un praktiski visa uzspiesto svārstību enerģija pāriet sekundārajā starojumā, kas izotropā vidē virzīenos uz sāniem interferējot iznīcinās, bet sumējas krītošās gaismas virzienā. Turpretim, ja vielas lādiņu svārstību amplitūdas ir lielas — un tas ir tad, kad gaismas frekvence ν tuvojas lādiņu pašfrekvencei ν_0 , tad starojošie atomi bieži saduras ar citiem vielas atomiem un ievērojama svārstību enerģijas daļa, kas iegūta no gaismas enerģijas, pārvēršas arī citos enerģijas veidos, piemēram, siltuma enerģijā. Tādā gadījumā saka, ka viela gaismu absorbē. 30-4. zīmējumā attēlots arī gaismas absorbciju raksturojošais koeficients μ_a atkarībā no gaismas frekvences ν . Šis liknes platums atkarīgs no starojošo atomu termiskās kustības ātruma, kā arī no to mijiedarbības ar apkārtni.

2. **Gaismas absorbcijas vispārīgais likums:** *absorbētā gaismas intensitāte dI vielā ir tieši proporcionāla gaismas intensitātei I , vielas absorbcijas koeficientam μ_a un gaismas ceļa garumam dx vielā, t. i.,*

$$-dI = I\mu_a dx. \quad (30-6)$$

Mīnusa zīme padara izteiksmes kreiso pusi pozitīvu, jo $dI < 0$. Integrējot sakarību $\frac{dI}{I} = -\mu_a dx$ robežās no I_0 līdz I un no 0 līdz x , dabūjam integrālo Lamberta—Bugēra gaismas absorbcijas likumu

$$I = I_0 e^{-\mu_a x}, \quad (30-7)$$

kurš izsaka gaismas intensitāti I , kas izgājusi cauri vielas slānim ar biezumu x , ja kritošās gaismas intensitāte bija I_0 .

Pēc Bēra likuma, gaismas absorbcijas koeficients μ_a ir proporcionāls vielas koncentrācijai k [kmol/m³], t. i.,

$$\mu_a = \mu_{ah} \cdot k, \quad (30-8)$$

kur $\mu_{ah} = \mu_a/k$ ir molārais absorbcijas koeficients. Parasti $\mu_a > 0$ izņemot, piemēram, lāzerus, kuros gaismas intensitāte līdz ar x pieaug, tāpēc $\mu_a < 0$. Absorbcijas likumu (30-7), ja skaitļa e pakāpes rādītājs ir formā $-\mu_{ah} k x$, sauc par Lamberta—Bugēra—Bēra likumu.

Eksperimentālo rezultātu apstrādē izteiksmes (30-7) skaitli e aizvieto ar 10. Tad $I = I_0 10^{-\mu'_a x}$ vai $I = I_0 10^{-\mu'_{ah} k x}$, kur $\mu'_a x = -\mu'_{ah} k x = -\lg \frac{I}{I_0} = -\lg T = D$ ir optiskais blīvums (kas raksturo gaismas absorbciju), $T = I/I_0$ — gaismas caurspīdība un $\frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - T$ — absorbcijas spēja. Gaismas absorbcijas koeficientu μ_a un μ'_a (tāpat μ_{ah} un μ'_{ah}) sakarība ir šāda: $\mu'_a = \mu_a \lg_{10} e = 0,4343 \mu_a$.

Vielas caurspīdību T un optisko blīvumu D eksperimentāli nosaka, laižot vienu gaismas staru caur trauku ar pētāmo vielu un otru staru caur tukšu trauku vai trauku ar tīru šķīdinātāju. Lai atrastu patiesās meklēto lielumu vērtības, jāievēro gaismas atstarošanās no robežvirsmām un gaismas absorbcija trauka sienās un šķīdinātājā.

Gaismas absorbcijas stiprumu vielā raksturo gaismas iespiešanās dziļums $x_d = \frac{1}{\mu_a}$, kas ir gaismas ceļš vielā, kurā gaismas intensitāte samazinās līdz $I = I_0 e^{-1}$ (resp., $I_0/I = e$), t. i., ceļš, kurā tā pavājinās e reizi. Gaismas absorbcijas stipruma ziņā vielas iedalāmas vāji gaismu absorbējošās vielās, kurām $x_d > \lambda$, un stipri gaismu absorbējošās vielās, kurām $x_d < \lambda$.

Ja vienlaikus ar gaismas absorbciju notiek gaismas izkliede ar izkliedes koeficientu μ_i , tad μ_a vietā izteiksmē (30-7) jāliek $\mu = \mu_a + \mu_i$, un Lamberta—Bugēra likums ir šāds: $I = I_0 e^{-\mu x}$, kur μ ir gaismas pavājināšanās koeficients.

3. Lamberta—Bugēra likums ir derīgs visā elektromagnētisko viļņu diapazonā un visdažādākajām gaismas intensitātēm, tikai ar dažādām (atkarībā no viļņa garuma λ) gaismas pavājināšanās koeficienta vērtībām. Turpretim Lamberta—Bugēra—Bēra likums

der tikai tām vielām (piemēram, ja tās ir šķīdumos), kuru molekulām nav mijiedarbības ne savā starpā, ne arī ar apkārtējo vidi. Lamberta—Bugēra—Bēra likumu (vienlaicīgi nosakot arī absorbētās gaismas frekvenci ν_0) plaši izlieto vielu *kvalitatīvajā un kvantitatīvajā analizē*. Analīzes metode principā ir šāda. Speciāli apstrādātai vielai laiž cauri dažāda viļņa garuma gaismu un ar fotometru izmēra caurizgājušās gaismas intensitāti. Pētāmās vielas kvalitatīvo un kvantitatīvo ķīmisko sastāvu atrod pēc izmērītās gaismas intensitātes sadalījuma pa viļņu garumiem. Tā var noteikt ne vien dažādu neorganisku un organisku vielu klātbūtni un daudzumus, bet, atkārtojot analīzi, pētit arī šajās vielās notiekošos ķīmiskos un fizikālos procesus.

Spektrālanalizē nereti izmanto parādību, ka vielu gaismas absorbcija bieži ir *selektīva* (piemēram, dielektriķos). Tā izpaužas atsevišķu viļņu garumu vai atsevišķu viļņu garumu intervālu stiprā absorbcijā. Selektīvā absorbcija piemīt visām gāzēm, un ultravioletajā daļā ar zināmu nepārtrauktās absorbcijas fonu arī metāliem. Vielas, kuru molekulu vai kristālu uzbūvē ir joni, selektīvi absorbē infrasarkanos un sarkanos starus. Selektīvi gaismu absorbē hlorofils, hemoglobīns, dažādi minerāli (tajos selektīvo absorbciju izraisa nelieli smago metālu jonu piemaisījumi), mākslīgi pagatavotas krāsvielas, gaismas filtri un daudzas citas vielas.

4. *Gaismas absorbcija cietās vielās. Metāla brīvie elektroni* gaismas viļņu periodiskajā elektriskajā laukā veido metālā periodiskas elektriskās strāvas, kuru dēļ gaismas enerģija pārvēršas siltuma enerģijā. Tāpēc metāli (izņemot līdz 10^{-3} mm biezas kārtiņas) redzamajā un ultravioletajā spektra daļā ir necaurspīdīgi, t. i., stipri gaismu absorbējoši. *Dielektriķos* brīvu elektronu nav, tāpēc redzamajā spektra daļā tie ir caurspīdīgi. Saistītie dielektriķu elektroni savu augsto pašfrekvenču dēļ parasti sāk absorbēt tikai ultravioleto gaismu.

Metālu un blīvu krāsvielu lielais absorbcijas koeficients μ_a ir cieši saistīts ar šo vielu lielo gaismas refleksijas spēju (75–95%). Šeit sastopamies ar šķietami paradoksālu faktu, ka tās vielas, kuru absorbcijas koeficienti μ_a ir lieli ($x_d < \lambda$), patiesībā gaismu absorbē maz un tās vielas, kuru absorbcijas koeficienti μ_a ir mazi ($x_d > \lambda$) un vielas slānis biezs, absorbē lielus gaismas daudzumus. Tas tāpēc, ka liels gaismas absorbcijas koeficients μ_a norāda ne tikai to, ka viela absorbē primāro gaismu, bet arī to, ka tā gaismu stipri atstaro. Tāpēc, kaut gan ir liels absorbcijas koeficients, lielākā daļa no ķermenī ieejošā starojuma, kas tur vairākkārt tiek absorbēts un izstarots, var atstaroties. Šādu liela absorbcijas koeficienta μ_a gadījumu labi novērot, ja gaisma atstarojas no jonu kristāla virsmas. Jonu kristālu diskrēto absorbcijas frekvenču dēļ baltā gaismas starā pēc vairākkārtējas atstarošanās no kristāla virsmas paliek pāri tikai atsevišķām jonu rezonanses frekvencēm atbilstošas gaismas frekvences jeb *«paliekošie starļi»*. Metālu brīvie elektroni stipri absorbē gaismu visā redzamajā spektra daļā, tāpēc arī no metāla atstarotā baltā gaisma ir balta. Turpretim, ja viela ar lielu absorbcijas koeficientu μ_a ir sasmalcināta un atrodas kādā dielektriskā vidē, piemēram, krāsvielas eļļā, vai arī ķermenim ir mazs absorbcijas koeficients μ_a , tad izrādās, ka daudzkārtējas iekšējas atstarošanās vai mazās

gaismas izstarošanas spējas dēļ ķermenis absorbē lielus gaismas daudzumus. Bieži šādos gadījumos, piemēram, gaismu absorbējošu vielu šķīdumos ūdeni vai spirtā, visa gaisma tiek absorbēta, bet izkliedētās un atstarotās gaismas gandrīz nav.

4. §. GAISMAS IZKLIEDE

1. **Gaismas izklijes veidi.** Parasti ār gaismas izklijedi saprot gaismas novirzīšanos no sākotnējā stara virziena uz sāniem daudzū «sānvirzes» procesu veidā. Izkliedētais starojums ir gaismas periodiskajā elektriskajā laukā svārstošos un gaismu izkliedējošu vides daļiņu elektrisko lādiņu uz visām pusēm raidītais sekundārārais starojums. Gaismu izkliedējošās daļiņas var būt ne vien atomi, molekulas, sīkas cietas un šķidrās daļiņas gāzē (piemēram, dūmu daļiņas, ūdens pilieniņi gaisā), sīki gāzes pūslīši un koloidālas daļiņas šķīdumā, bet arī termiskās blīvuma fluktuācijas (sablīvējumi-izretinājumi) gāzēs un šķīdumos. Cik liela ir sumārā sekundārā starojuma intensitāte, to nosaka ne vien izkliedējošo daļiņu daudzums, bet arī izkliedējamās gaismas viļņa garuma λ , izkliedējošās daļiņas izmēra d un daļiņu (mikronehomogenitāšu) attāluma R attiecības.

Ja izkliedējošās daļiņas ir novietotas *vienmērīgi* un blīvi, t. i., $d \approx R$, un to caurmērs ir mazs, t. i., $R \ll \lambda$, tad var pierādīt, ka uz sāniem *izkliedētais starojums interferences dēļ iznīcinās*. Pāri tad paliek tikai summārais sekundārais starojums gaismas stara virzienā, kur tas, klājoties pāri primārajam starojumam, samazina tā ātrumu. Tā tas, piemēram, ir, gaismai ejot caur stiklu, kur daļiņas ir atomi un R ir atomu attālums.

Bet, ja daļiņu attālums R salīdzinājumā ar gaismas viļņa garumu λ nav mazs vai $R \approx \lambda$, vai $R \gg \lambda$ (vai, ja λ , absolūti vērtējot, ir mazs, bet pašas daļiņas iekšējo elektrisko lādiņu sadalījums ir mainīgs un šo lādiņu blīvuma izmaiņu attālumi R nav mazi salīdzinājumā ar viļņa garumu λ , tā tas, piemēram, ir rentgenstariem, kuriem $\lambda \approx 10^{-8}$ cm, atoma tilpumā), tad *eksistē arī lielāks vai mazāks uz sāniem vērstis, t. i., izkliedētais starojums*. Pie tam šeit var būt daudz gadījumi. Ja, piemēram, daļiņu novietojums (un orientācija) ir pilnīgi haotisks (piemēram, tā tas ir termiskajām blīvuma fluktuācijām gaisā), tad izkliedētais starojums ir nekoherents un atkarībā no izklijes virziena ar monotoni mainīšos intensitāti, bet, ja tas ir regulārs (piemēram, atomiem molekulās, atomiem cietas vielas režģī, ja uz tiem krit rentgenstari) vai novietojums ir haotisks, bet orientācija regulāra (piemēram, ledus kristāliņi atmosfēras augšējos slāņos saules gaismā, kad veidojas ap sauli gaiši gredzeni, resp., halo parādība), tad izkliedētā gaisma interferē — vienos virzienos pastiprinādamās un citos pavājinādamās. Īpaši sarežģīts ir gadījums, kad $d \approx \lambda$, jo tad *vienlaikus ar izklijedi norisinās spēcīga gaismas difrakcija un interference*.

Ja gaisma izkliedējas no molekulām (*molekulārā izklijede*), tad

gaismas un vielas lādiņu pašsvārstību rezonanses gadījumā gaismas izkliede ir *luminiscence* (37. nod. 8. §). Ļoti vājo, bet izmērāmo gaismas izkliedi ārpus rezonanses apgabala jeb *kombinativo izkliedi* aplūkosim 36. nod. 8. § un rentgenstaru izkliedi brivos elektronos (*Komptona efektu*) — 33. nod. 3. §. Aplūkosim dažus izkliedes gadījumus tuvāk.

2. Atstarošanas un laušanas izraisīto gaismas izkliedi mazās neregulāri novietotās daļiņās ar caurmēru $d \gg \lambda$ sauc par gaismas **geometrisko izkliedi**. Ja tilpuma vienībā ir N daļiņas un daļiņas vidējais šķērsriezums šķērsām krītošajiem stariem ir S_1 , tad gaismas intensitāte I_i , kas izkļiedēta uz sāniem vielas slānī ar biezumu Δx , ir tieši *proporcionāla* krītošās gaismas intensitātei $I_h \gg I_i$, daļiņu kopējam laukumam $S_1 N$ un slāņa biezumam Δx , t. i.,

$$I_i = I_h \cdot S_1 N \Delta x. \quad (30-9)$$

Ja izkļiedētā gaismas intensitāte I_i ir salīdzināma ar krītošās gaismas intensitāti I_h , gaismas izkliede atkarībā no slāņa biezuma Δx norisinās pēc eksponenciālā likuma. Izkļiedētās gaismas intensitātes sadalījumu pa izkliedes virzieniem nosaka daļiņu forma, orientācija, dielektriskā konstante, elektriskā vadītspēja (metāliskām daļiņām) un citi faktori.

3. **Polarizācijas izkliede**. Pieņemsim, ka vakuumā vai gaisā tilpuma vienībā ir daudzas ļoti mazas neregulāri novietotas dielektriskas, sfēriskas daļiņas N ar caurmēru $d \ll \lambda$ (kur d par atomu attālumu daudz lielāks), gaismas laušanas koeficientu n , tilpumu V un attālumu $R \gg \lambda$. Šīs daļiņas gaismas periodiskajā elektriskajā laukā periodiski polarizējas un kļūst par elektriskiem dipoliem ar periodiski mainīgu dipola momentu. Lādiņu pārbīdi izraisa daļiņu atomu elektroni (galvenokārt redzamajā gaismā un ultravioletajos staros) un joni (galvenokārt infrasarkanajos staros). Izkļiedēto gaismu šajā gadījumā rada oscilējošo dipolu uz visām pusēm izstarotā gaisma, kas daļiņu neregulārā novietojuma dēļ nav koherenta, tāpēc virzienes uz sāniem gaisma neinterferē un neiznīcinās. Ja $I_i \ll I_h$, tad uz visām pusēm izkļiedētā gaismas intensitāte

$$I_i = I_h \frac{24\pi^3 N V^2}{\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \Delta x = I_h \mu_i \Delta x, \quad (30-10)$$

kur μ_i — gaismas *izkliedes koeficients*. No šīs izteiksmes redzam, ka gaismas izkliede ļoti mazās daļiņās ir apgriezti proporcionāla gaismas viļņa garuma ceturtajai pakāpei. Tātad gaismu ar īsu viļņa garumu daļiņas izkļiedē vairāk nekā gaismu ar lielu viļņa garumu.

Gadījumā, ja daļiņu ir ļoti daudz, t. i., izkļiedētās gaismas intensitātei I_i un krītošās gaismas intensitātei I_h lielumu kārtas ir salīdzināmas, tad no izteiksmes (30-10), tajā liekot I_i vietā dI_i' un Δx vietā dx , dabūjam, ka

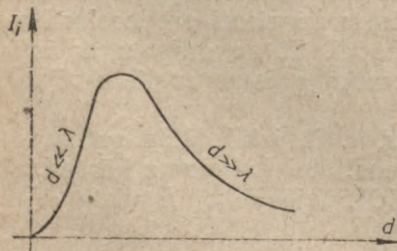
$$\frac{dI_i'}{I_h'} = \frac{dI_i'}{(I_h - I_i')} = \mu_i dx,$$

kur I_k' — krītošās gaismas intensitāte, ja slāņa biezums ir $x' < x$. So izteiksmi integrējot robežās no 0 līdz I_i un no 0 līdz x , dabūjam, ka atkarībā no slāņa biezuma x ļoti mazu daļiņu uz visām pusēm izkliedētā gaismas intensitāte

$$I_i = I_k(1 - e^{-\mu_i x}). \quad (30-11)$$

Pāri palikusī intensitāte $I = I_k - I_i$. Atzīmēsim, ka šī ļoti mazu daļiņu izkliedētā gaisma ir daļēji (perpendikulārā virzienā krītošajam gaismas staram pilnīgi) polarizēta. Ar polarizācijas izkliedi izskaidrojama debesu zilā krāsa, kura rodas, Saules gaismai izkliedējoties atmosfēras gaisa blīvuma fluktuāciju dēļ ($d \ll \lambda$, bet $R \approx \lambda$). Rītošās un uzlecošās saules sarkanā krāsa rodas tāpēc, ka Saules gaismā, kas atmosfērā noiet garu ceļu, izkļiedes rezultātā zūd zilā gaisma. Ļoti mazās daļiņās ($d \ll \lambda$) gaismas izkliede norisinās arī šķīdumos un gāzēs. Tad šo parādību sauc par Tindala efektu. Tā rezultātā vāji ūdens koloidālie šķīdumi, suspensijas un, piemēram, cigāru dūmi, ir zilā krāsā. Sevišķi lielas molekulu blīvuma fluktuācijas vielā, tātad liela gaismas izkliede, rodas vielu fāzu pārejās. Tāpēc caurspīdīgas vielas savās fāzu pārejās vienmēr ir nedzidas. So parādību sauc par fāzu pāreju opalescenci. Ļoti mazas daļiņas, ja tās apgaismotas no sāniem, mikroskopā redzamas kā spīdoši punkti. Protams, šo daļiņu struktūra mikroskopā nav novērojama. Šo metodi mazu daļiņu pētīšanā sauc par ultramikroskopiju.

4. Izkliedētās gaismas intensitātes leņķisko sadalījumu, dabiskai gaismai izkliedējoties no neregulāri novietotām mazām ($d \ll \lambda$) daļiņām, izsaka izteiksme $I_{i\varphi} = \frac{I_{i0}(1 + \cos^2 \varphi)}{2}$, kur φ — leņķis starp krītošās gaismas un izkliedētās gaismas virzienu, I_{i0} un $I_{i\varphi}$ — izkliedētās gaismas intensitāte attiecīgi pie $\varphi = 0$ un $\varphi \neq 0$. Tātad vislielākā izkliedētās gaismas intensitāte $I_{i\varphi}$ ir tad, ja φ vienāds ar 0 un 180° . Izkliedētās gaismas intensitātes summa pa visiem telpas virzieniem ir izkliedētā intensitāte I_i . Ja $d \approx \lambda$, tad gaismas izkliede ir nesimetriska, jo gaisma uz priekšu izkliedējas vairāk nekā atpakaļ (Mi efekts). Izkliede nav simetriska arī Komptona izklidē (33. nod. 3. §).



30-6. zīm.

5. Analizējot gaismas izkļiedes intensitāti mazās daļiņās atkarībā no daļiņu caurmēra, noskaidrots, ka pie viena un tā paša daļiņu skaita tilpuma vienībā šo izkliedi attēlo 30-6. zīmējumā dotā likne. Redzamo gaismu visstiprāk izkļiedē daļiņas, kuru caurmērs $d \approx \lambda \approx 10^{-7}$ m. Tāds ir arī visizdevīgākais daļiņu caurmērs dūmiem, veidojot mākslīgo dūmu aizsegu.

5. §. ĶERMEŅU KRĀSAS

1. Daudzās tehnikas nozarēs, piemēram, poligrāfijā, tekstilrūpniecībā, mēbeļu, keramiskajā un krāsvielu rūpniecībā un citur, ir nepieciešams ar aci novērtēt ķermeņu krāsas. Gaismas krāsu sajūta ir fizioloģiska parādība, kuru izraisa starojums, kas kairina acs redzes nervu. Novērtējot ķermeņu krāsas, jāatšķir brīvās krāsas, kuras dod plaši vienmērīgi gaismu emitējoši vai atstarojoši izotropu ķermeņu lielu virsmu laukumī, no ķermeņiem piesaistītām krāsām jeb ķermeņu krāsām, kuras acs uztver, aplūkojot ķermeni kopā ar tā apkārtni. Brīvo krāsu nosaka tikai no vienmērīgi apgaismotā laukuma acī nonākošais starojums, bet ķermeņa krāsu nosaka arī no ķermeņa apkārtnes acī iekļuvusi gaisma. To, ka ķermeņa krāsu var noteikt arī apkārtne, redzam, piemēram, no tā, ka, apskatot sarkanu ķermeni tumšā apkārtnē, tas izskatās sarkanbrūns. Tumšā apkārtnē oranžs izskatās brūns, zaļš — melns, bet melns papīrs, tumšā apgaismots, izskatās balts. Tāpēc, nosakot ķermeņu krāsu ar aci, cenšas atbrīvoties no apkārtnes ietekmes, piemēram, raugās uz ķermeni caur nelielu caurumu.

Atšķiram arī hromatiskas krāsas un pelēkas krāsas. **Hromatisku** krāsu rada šaurs spektra rajons (tīrās spektrālās krāsas) vai vairāki spektra rajoni (jauktās spektrālās krāsas). Tā, piemēram, purpura krāsa veidojas no sarkanās un violetās krāsas. Vairāku tīru krāsu sajaukums ir brūnā un olīvzālā krāsa. Atšķirt abus šo krāsu veidus var tikai ar spektrālajiem aparātiem.

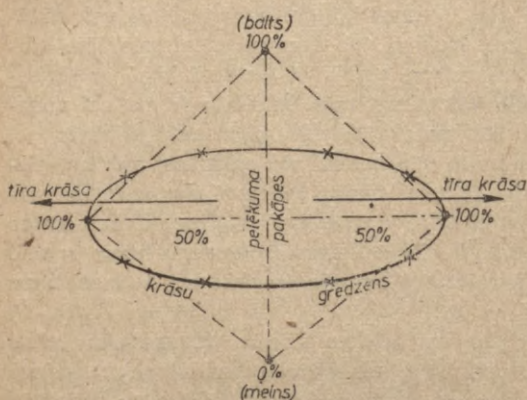
Pelēkās krāsas ir baltā krāsa ar dažādu spožumu. Tās atšķiras viena no otras ar pelēkuma pakāpēm: 100% (pilnīgi balta), 50%, 25%, 12,5%, 6,25%, 3,125%, ..., 0% (pilnīgi melna). Katru nākamo pelēkuma pakāpi acs uztver kā divreiz tumšāku (gaišāku). Kā no šīs pelēkuma skalas ir redzams, acs labi atšķir tumšos toņus (tāpat kā auss labi atšķir vājās skaņas).

Dabā sastopamās krāsas ir hromatisko un pelēko krāsu sajaukums. Tā, piemēram, pat ar spilgtām anilīna krāsām (violetā, zilā, zaļā) krāsotām drēbēm ir 50÷80% pelēkuma. Vienīgi dažām eļļas krāsām (dzeltenā, oranžā) ir tikai 10% pelēkās krāsas piejaukuma.

Krāsu raksturo trīs lielumi: krāsas *tonis*, *piesātinājums* un krāsas *spožums*. Krāsas tonis ir krāsas sajūta, ko uztver cilvēks. Krāsu toni mēra ar to spektra viļņa garumu λ (jauktām spektrālajām krāsām, piemēram, purpura krāsai — ar papildkrāsas viļņa garumu), kas dod tādu krāsas toni, kāds ir dotajai krāsai. **Piesātinājums** p izsaka krāsas krāsainību (tīrību). To mēra ar spektrālās krāsas spožuma attiecību pret kopējo spektrālās krāsas un baltās gaismas spožumu un izsaka procentos. Tā, piemēram, pilnīgi baltai krāsai ar ļoti vāju spektrālās krāsas piejaukumu piesātinājums ir gandrīz nulle. Hg lampas krāsas tonis ir $\lambda=489$ nm, un tās spektrālās un baltās krāsas spožumu attiecība ir $\frac{4}{5}$, tāpēc tās piesātinājums $p = \frac{4}{4+5} \cdot 100 = 45\%$. Krāsas piesātinājumu un toni mēra ar kolorimetriem. Krāsas piesātinājums un tonis kopā dod krāsas veidu. Krāsas **spožums** S nosaka gaismas sajūtas stiprumu acī. To mēra ar virsmas spožuma un normālās baltās virsmas spožuma attiecību. Tādējādi krāsu pilnīgi nosaka trīs parametri λ , p un S .

Visas tīrās spektrālās krāsas un purpura krāsu var novietot krāsu **gredzenā**, kurā violeto un sarkāno krāsu savieno purpura krāsa. Atliekot uz vertikālas ass, kas perpendikulāra krāsu gredzenam, baltās krāsas (uz augšu) vai

melnās krāsas (uz leju) piejaukuma relatīvo lielumu, izteiktu ar pelēkuma pakāpēm, dabū no diviem konusiem, kam kopēja pamatne, veidotu krāsu ķermeņi (30-7. zīm.). Katram punktam šāds krāsu ķermeņi atbilst zināma krāsa. Jāpiezīmē, ka eksistē arī citādi konstruēti krāsu ķermeņi. Tā kā krāsu gredzenā cilvēks izšķir ap 400 tīrās spektrālās un purpura krāsas un katrai krāsai izšķir apmēram 100 pelēkuma pakāpes, tad cilvēks var izšķirt ap 40 000 dažādu krāsu.



30-7. zīm.

kādas krāsas starus tas izkļiedēti atstaro, piemēram, sārti ziedi, kas apgaismoti ar baltu gaismu, izkļiedē sarkano gaismu, tāpēc tie izskatās sarkani, turpretī Hg lampas gaismā tie izskatās melni. Ikdienā parasti novērojam priekšmetus Saules gaismā, un tas dod iespēju ķermeņiem pierakstīt noteiktas krāsas. Ļoti bieži novērojam ar dažādu krāsvielu šķīdumiem krāsotus ķermeņus. Tā kā šķīdinātājielās gaismu atstaro vāji, tad šo ķermeņu krāsu nosaka krāsu pigmentu graudiņu selektīvā gaismas absorbcija. Tā, piemēram, dzeltenās krāsas pigmentu graudiņi, ar kuriem pārklāts ķermenis, absorbē zilo un violeto gaismu, bet izkļiedē sarkano, oranžo, dzelfeno un zaļo gaismu. Jāpiezīmē, ka ķermeņi tās krāsas gaismu, kuru tie absorbē, arī selektīvi atstaro. Tāpēc no gludām virsmām atstarotās gaismas virzienā ķermeņu krāsa ir citāda. Tā, piemēram, teksts, kas rakstīts ar sarkanu tinti uz gluda papīra, atstarotā gaismā izskatās zaļš. Metāla ķermeņiem un arī dažādām tīrām krāsvielām ir liela gaismas atstarošanas spēja, tāpēc šo ķermeņu krāsu galvenokārt nosaka atstarotā gaisma.

Parasti ķermeņu krāsas veidojas, sajaucoties vairākām krāsām. Krāsu sajaukšanās process notiek pēc diviem likumiem. **Aditīvais (saskaitošais) krāsu sajaukšanās likums** nosaka krāsu sajaukšanos acī. Pēc šī likuma krāsas acī summējas saskaitoši. Tā, piemēram, saskaitot divas noteikti izvēlētas hromatiskas krāsas noteiktos daudzumos, dabū baltu krāsu. Divas krāsas, kuras kopā dod baltu krāsu, sauc par papildkrāsām (*komplementārām krāsām*). Saskaitot trīs hromatiskas krāsas, piemēram, sarkanu, zaļu un zilu, atkarībā no to intensitātēm dabū baltu krāsu vai jebkuru krāsas toni. **Subtraktīvais (atskaitošais) krāsu saskaitīšanas likums** nosaka krāsu sajaukšanos ķermeņi. Pēc šī likuma, ko parasti formulē, ja ķermenis ir apgaismots ar baltu gaismu, krāsas ķermeņi summējas atskaitoši. Tā, piemēram, sajaucot sarkanu, zaļu un zilu krāsu, rodas melna krāsa (aditīvi sajaucot šīs krāsas, acī rastos balta krāsa). Sajaucot zilo krāsu (zilās krāsvielas pigments absorbē sarkanos un oranžos starus) un

2. Līdz šim runājām tikai par ķermeņu krāsām, krāsu raksturojumu un krāsu iedalījumu. Tagad apskatīsim, kā ķermeņi iegūst savas krāsas. Pašpidošu ķermeņu krāsu nosaka to emitētais starojums. Nespīdošiem ķermeņiem nav pašiem savas krāsas. Tā rodas, tikai ķermeņi apgaismojot, un ir atkarīga no ķermeņi apstarojošās gaismas spektrālā sastāva. Ķermeņi ir tādā krāsā,

dzelteno (dzeltenais pigments absorbē zilos un violetos starus), rodas zaļa krāsa, jo zaļos starus neviens no abiem pigmentiem neabsorbē. Melnā krāsa rada baltās krāsas samazināšanos, tātad maina tīrās un baltās krāsas relatīvo samēru.

Subtraktīvo krāsu sajaukšanos plaši izmanto krāsainajā poligrāfijā un krāsainajā fotogrāfijā. Tā, piemēram, lai iespiestu krāsainu ainu, to sadala triju hromātisku krāsu (sarkanā, dzeltenā un zilā) daļās un balti melnā daļā un pēc tam ar speciālām platēm iespiež vienu un to pašu ainu trijās hromātiskajās un balti melnā krāsā. Saskaņā ar krāsu subtraktīvās saskaitīšanas likumu izveidojas krāsaina aina. Krāsaino fotogrāfiju parasti iegūst ar fotoplati, kuras emulsija ir jutīga pret trim krāsām: zilu, zaļu un sarkanu. Attīstot fotoplati, uz tās rodas trīskrāsu attēls, kas saskaņā ar krāsu subtraktīvās saskaitīšanas likumu dod krāsainu uzņēmumu.

31. NODAĻA

KUSTOŠU ĶERMEŅU OPTIKA UN RELATIVITĀTES TEORIJA

1. §. SPECIĀLĀS RELATIVITĀTES TEORIJAS PAMATPOSTULĀTI. GALILEJA TRANSFORMĀCIJAS

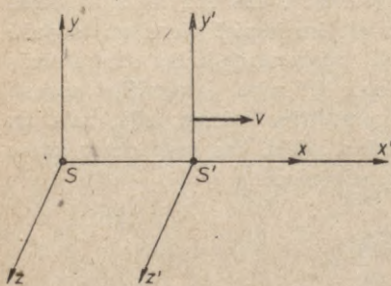
Seit aplūkosim tikai t. s. *speciālās relativitātes teorijas* pamatus, kura iztīrā mehāniskās, elektriskās un citas parādības, raugoties no patvaļīgā ātrumā kustošām *inerciālām* sistēmām. Speciālās relativitātes teorijas svarīgākās nodaļas ir relativistiskā mehānika, relativistiskā elektrodinamika un optika. Relativitātes teorija ir cieši saistīta ar optiskām parādībām, kuras norisinās kustošās vidēs vai ar kustošiem ķermeņiem. Tas izskaidrojams ar to, ka gaisma kustas ar vislielāko iespējamo ātrumu, un arī ar to, ka optiskās parādības ir daudz precīzāk izmērāmas nekā mehāniskās parādības, tātad daudz precīzāk nosakāma vissvarīgākā faktora, proti, ātruma ietekme uz parādībām. Mūsdienās relativitātes teorija ir vajadzīga ne tikai fizikālu eksperimentu izskaidrošanai, bet tā ir nepieciešama arī tehnikai. Bez relativitātes teorijas nav iespējams pareizi aprēķināt daudzu tehnisku iekārtu, piemēram, atomreaktora konstrukciju un darbību.

1. **Speciālās relativitātes teorijas pamatpostulāti** ir šādi:

1) *ikvienā inerciālā, t. i., ar konstantu ātrumu pa taisni kustošā novērošanas sistēmā visas dabas parādības (mehāniskās, elektriskās u. c.), kas pakļautas vieniem un tiem pašiem nosacījumiem, norisinās pilnīgi vienādi, t. i., pēc vieniem un tiem pašiem pamatlikumiem (speciālās relativitātes princips)*. Tas nozīmē, ka dabas parādību pamatlikumu izteiksmēm visās inerciālās sistēmās jābūt vienādām;

2) *gaismas ātrums vakuumā jebkurā inerciālā sistēmā ir viens un tas pats.*

2. **Galileja transformācijas.** No speciālās relativitātes teorijas pirmā pamatpostulāta izriet, ka pamatnozīme ir diviem jautājumiem: 1) kādi ir visās inerciālās sistēmās vienādie fizikālo parādību pamalikumi un 2) kādā veidā transformējami (pārveidojami) fizikālie pamatlielumi, pārejot no vienas inerciālās atskaites sistēmas otrā inerciālā atskaites sistēmā, lai dabas pamatlikumi paliktu nemainīgi (invarianti). Vispirms centīsimies atbildēt uz otro jautājumu. Fizikālie pamatlielumi ir *trīs*: garums, laiks un masa. Tātad, ja ir zināms likums, kā transformējas šie trīs pamatlielumi, tad var arī atrast, kā transformējas visi pārējie fizikālie lielumi un likumi.



31-1. zīm.

Aplūkosim koordinātu, laika un masas *Galileja transformācijas*, pēc kurām visās inerciālās sistēmās ir vieni un tie paši (invarianti) klasiskās mehānikas pamatlikumi. Šīs transformāciju izteiksmes pārejai no nekustīgās koordinātu sistēmas xyz uz vienmērīgi x ass virzienā ar ātrumu v kustīgu sistēmu $x'y'z'$ (31-1. zīm.), ja brīdī $t=0$ $x'=x$, ir šādas:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t, \\ m' &= m, \end{aligned} \right\} \quad (31-1)$$

kur t' , m' un t , m ir laiks un masa kustīgajā un nekustīgajā inerciālajā sistēmā.

Tiešām, ja kustīgajā koordinātu sistēmā, piemēram, Ņūtona otrais likums masas m kustībai pa x asi ir $m' \frac{d^2x'}{dt'^2} = F_x'$, tad, pēc Galileja transformācijām (31-1), $x' = x - vt$ un $t' = t$, tāpēc $\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{d^2(x-vt)}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$. Tā kā attāluma r' komponente pa x asi $r_x' = x_2' - x_1' = (x_2 - vt) - (x_1 - vt) = x_2 - x_1 = r_x$, tad no attāluma atkarīgais spēks (piemēram, gravitācijas spēks) x ass virzienā $F_x'(r_x') = F_x'(x_2' - x_1') = F_x(x_2 - x_1)$. Ievērojot, ka $m' = m$, iegūstam, ka nekustīgajā sistēmā materiālā punkta kustības vienādojums $m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x$ ir tādā pašā formā kā kustīgajā sistēmā — spēks abās sistēmās vienāds ar masas un paātrinājuma reizinājumu.

No Galileja transformācijām un Ņūtona mehānikas likumiem izriet šādi secinājumi: 1) novērotājam, kas pārvietojas kopā ar vienmērīgi kustīgu sistēmu, piemēram, kuģi, sākumā miera stāvoklī esoša ķermeņa krišanas trajektorijai vakuumā jābūt taisnei,

2) horizontāli izsviesta ķermeņa trajektorijai vakuumā jābūt parabolai, 3) skaņas viļņa frontei sistēmai līdzkustošā gaisā jābūt sfērai utt. Tātad visas mehāniskās parādības kustošā sistēmā norisinās pēc tiem pašiem Ņūtona mehānikas likumiem, kā novērotājam atrodies nekustošā koordinātu sistēmā. Sos secinājumus no Galileja transformācijām un Ņūtona likumiem salīdzinot ar pieredzi, jākonstatē, ka mazu ātrumu gadījumā tie aptuveni apstiprinās.

Bet, kā redzēsīm turpmāk, materiālā punkta Ņūtona mehānikas pamatlíkumi pie lieliem ātrumiem nav vairs pareizi. Tāpēc, kaut gan tie ir nemainīgi pret Galileja transformācijām, tie izpilda relativitātes principu, tikai ja ātrumi ir mazi, un arī tikai aptuveni. Var arī pierādīt, ka Galileja klasiskajai mehānikai derīgās transformācijas nedod elektromagnētisko un optisko parādību pamatlíkumu nemainību dažādās inerciālās sistēmās. Tātad jāizdara slēdziens, ka nav pareizi ne Ņūtona mehānikas líkumi, ne arī Galileja transformācijas. Kā redzēsīm turpmāk, lai izpildītu prasību par visu fizikālo parādību pamatlíkumu invarianci, novērotājam pārejot no vienas inerciālas sistēmas otrā, Galileja transformācijas ir jāaizvieto ar *Lorenca transformācijām* (31-5), kuras tikai speciālā gadījumā, ja savstarpējais inerciālo sistēmu ātrums ir mazs, pārveidojas Galileja transformācijās (31-1), un Ņūtona kustības vienādojums jāaizstāj ar relativistisko kustības vienādojumu (31-12), kas der jēbkuriem ķermeņu ātrumiem.

2. §. MAIKELSONA—MORLEJA EKSPERIMENTS

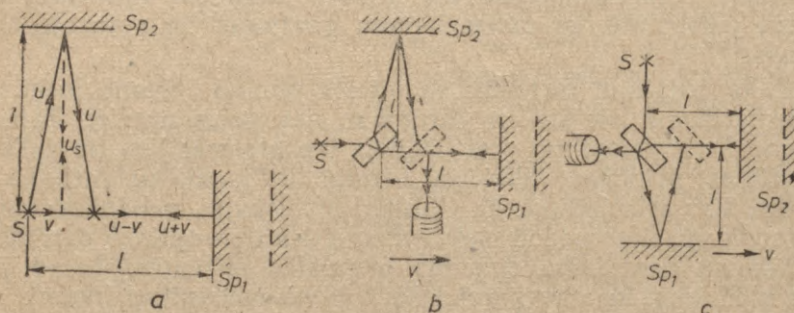
Maikelsona—Morleja eksperimentam (1887. g.) ir pamatnozīme, jo tas deva iespēju atrast fizikālo pamatlíkumu Lorenca transformāciju izteiksmes, t. i., tās inerciālo sistēmu transformāciju izteiksmes, pēc kurām saskaņā ar abiem speciālās relativitātes pamatpostulātiem dabas pamatlíkumi ir nemainīgi. Tas izšķīra arī kardinālo jautājumu par to, kur kustas gaiss: vidē (ēterā) vai vakuumā, jo Lorenca transformācijas, kā redzēsīm, nav savienojamas ar ētera eksistenci. Maikelsona—Morleja eksperimentā vairākos Zemes kustības stāvokļos pasaules telpā tiek mērīts gaismas ātrums dažādos virzienos ar nolūku noteikt gaismas viļņu fronti dažādās inerciālās koordinātu sistēmās.

1. Vispirms aplūkosim Maikelsona—Morleja eksperimentam analogu eksperimentu ar *skaņas viļņiem*. Pieņemsim, ka kādā homogēnā vidē atrodas skaņas punktveida avots S un divi savstarpēji perpendikulāri vienādā attālumā l no skaņas avota novietoti skaņas spoguļi Sp_1 un Sp_2 (31-2. zīm. a).

a. Ja skaņas avots un novērotājs dotajā vidē atrodas *mierā stāvoklī*, tad skaņas viļņi visos virzienos izplatās ar ātrumu u , viļņu fronte ir sfēra un laiks $t_p = 2l/u$, kādā skaņas viļņi noiet

attālumu līdz pirmajam spogulim un atpakaļ, ir vienāds ar laiku $t_s = 2l/u$, kādā skaņa iet līdz otrajam spogulim un atpakaļ.

b. Bet, ja spoguļi, skaņas avots, kas atrodas attālumā l no spoguļiem, un novērotājs *kopīgi kustas* vidē ar ātrumu v , tad skaņas viļņa fronte ir ekscentriskā sfēra (viļņa fronte ir sfēra, bet



31-2. zīm.

skaņas avots nav vairs tās centrā). Frontes sfēriskums izskaidrojams ar to, ka kustošā skaņas avota radītās skaņas ātrums, ko mēra vidē *nekustīgs* novērotājs, nav atkarīgs no skaņas avota ātruma. Šajā gadījumā pirmā spoguļa virzienā, t. i., skaņas avota kustības virzienā avotam *līdzkustoša* novērotāja konstatētais viļņa *ātrums* $u_{p1} = u - v$, bet pretējā virzienā ātrums $u_{p2} = u + v$. Lai skaņa pēc atstarošanās no otrā skaņas spoguļa nonāktu atpakaļ skaņas avotā S , skaņai uz to jākrīt slīpi (sk. 31-2. zīm. a). Tā kā skaņa noiet l sekundē ceļu u un skaņas avots S — ceļu v , tad, pēc Pitagora teorēmas, skaņas noietais ceļš otrā spoguļa virzienā un tātad arī skaņas *ātrums* šinī virzienā $u_s = \sqrt{u^2 - v^2}$.

Laiks, kurā skaņas vilnis noiet ceļu līdz pirmajam spoguļim (t_{p1}) un atpakaļ (t_{p2}) skaņas avota kustības virzienā, ja $v \ll u$, tātad ir

$$t_p = t_{p1} + t_{p2} = \frac{l}{u-v} + \frac{l}{u+v} = \frac{l}{u} \left(\frac{1}{1-\frac{v}{u}} + \frac{1}{1+\frac{v}{u}} \right) = \frac{l}{u} \left(1 + \frac{v}{u} + \frac{v^2}{u^2} + \dots + 1 - \frac{v}{u} + \frac{v^2}{u^2} - \dots \right) = \frac{2l}{u} \left(1 + \frac{v^2}{u^2} + \dots \right) \quad (31-2)$$

Bet attālumu $2l$ līdz otrajam spoguļim un atpakaļ skaņas vilnis noiet *laikā*

$$t_s = \frac{2l}{u_s} = \frac{2l}{\sqrt{u^2 - v^2}} = \frac{2l}{u} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{u^2}}} = \frac{2l}{u} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{u^2} + \dots \right) \quad (31-3)$$

Kā redzam, šajā gadījumā $t_p > t_s$, t. i., skaņas avotam, spoguļiem

un novērotājam kopīgi kustoties, rodas abos virzienos ejošo skaņas viļņu *laika starpība*

$$\Delta t = t_p - t_s = \frac{lv^2}{u^3} + \dots \quad (31-4)$$

So laika starpību kā redzam dod izteiksmju (31-2) un (31-3) otrie un tālākie locekļi. Ja, nemainot kustības virzienu, visu *iekārtu pagriež par 90°*, tad $t_p - t_s = -\Delta t$, t. i., interferences aina tāpat mainās pretējā virzienā. Kopā abos stāvokļos abu staru laika starpība ir $2\Delta t$.

2. Pieņemot, ka gaisma, tāpat kā skaņa, izplatās dažādos virzienos ar dažādu ātrumu ēterā, pilnīgi analogā eksperimentā ar **gaismas viļņiem** būtu jādabū līdzīgi rezultāti. Lai to pārbaudītu, Maikelsons un Morlejs izdarīja šādu eksperimentu. Vispirms viņi novietoja vienu Maikelsona interferometra plecu perpendikulāri, bet otru paralēli Zemes kustībai, kuras ātrums v (31-2. zīm. *b*). Pēc tam interferometru pagrieza par 90° un Zemes orbitālās kustības ātruma v virzienā novietoja pirmo, bet perpendikulāri otro interferometra plecu (31-2. zīm. *b, c*). Ja gaisma izplatītos ēterā, tad abos interferometra stāvokļos abiem stariem vajadzētu rasties laika starpībām $\pm\Delta t$, t. i., kopā starpībai $2\Delta t$, kurai būtu jāizraisa interferences līniju maiņa interferometra tālskata redzes laukā. Skaitliski pēc izteiksmēm (31-2) un (31-3), ja $l=30$ m, $v=3 \cdot 10^4$ m/s, $u=c=3 \cdot 10^8$ m/s, tad $2\Delta t = \frac{2lv^2}{c^3} = 2 \cdot 10^{-15}$ s. Gaismai ar viļņa garumu $\lambda=600$ nm svārstību periods $T=\lambda/c=2 \cdot 10^{-15}$ s, tāpēc laiku starpībai vajadzētu būt $2\Delta t=T$ un tās dēļ interferometrā vienai gaismai interferences joslai būtu jāapmainās ar nākošo gaišo joslu. Maikelsons un Morlejs tomēr nekādu interferences ainas maiņu, arī eksperimentu atkārtojot ar precizitāti līdz $\pm T/100$, nenovēroja. No šī eksperimenta izriet neizbēgams secinājums, ka $\Delta t=0$, t. i., ka *gaismas ātrums visos telpas virzienos ir vienāds un gaismas viļņu fronte arī ar Zemes ātrumu kustošā atskaites sistēmā ir sfēra*, kuras centrā atrodas gaismas avots. Šāds rezultāts tātad nav savienojams arī ar vides ētera hipotēzi, pēc kuras gaisma izplatās ēterā tāpat kā skaņa gaisā.

3. §. LORENCA TRANSFORMĀCIJAS

Tagad rodas jautājums, kādām jābūt koordinātu un laika transformācijas izteiksmēm starp dažādām inerciālām atskaites sistēmām, lai gaismas viļņa fronte ikvienā inerciālā atskaites sistēmā būtu sfēra. Vispirms jāatzīmē, ka Galileja transformācijas šo prasību neapmierina. Lorencs 1895. gadā atklāja, ka šis nosacījums izpildās tad, ja pārejā no x ass virzienā ar ātrumu v kustošas atskaites sistēmas x', y', z', t' uz nekustīgo sistēmu $x, y,$

z, t un atpakaļ koordinātu un laika transformācijas ir šādas (brīdī $t=0$ $x'=x$):

$$\left. \begin{array}{l} x'y'z't' \rightarrow xyzt \\ x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} xyzt \rightarrow x'y'z't' \\ x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{array} \right\} \quad (31-5)$$

Tiešām nekustīgās sistēmas sfēriskās viļņu frontes (tās rādiuss c^2t^2) vienādojumā $x^2+y^2+z^2=c^2t^2$ saskaņā ar transformāciju izteiksmēm (31-5) ievietojot x, y, z, t vietā x', y', z', t' , dabūjam, ka arī kustošajā sistēmā viļņu frontes vienādojums ir $x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$. Ja inerciālo sistēmu relatīvais ātrums v ir mazs, t. i., $v \ll c$, tad Lorenca transformācijas (31-5) pāriet Galileja transformācijās (31-1).

Trešā fizikālā pamatlieluma — *masas transformāciju* atvasina no mehānikas nezūdamības likumiem. Apzīmējot m' ar m un m ar m_0 ,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad (31-6)$$

kur m_0 — ķermeņa masa miera stāvoklī jeb «*miera masa*». No izteiksmes (31-6) izriet, ka ķermeņa masa ir atkarīga no ķermeņa ātruma. Ja ķermenis kustas ar ātrumu, kas tuvs gaismas izplatīšanās ātrumam, tad tā masa tiecas uz bezgalību. Tā, piemēram, betatronā, kur elektrona ātrums $v \approx c$, tā masa $m \approx 500 m_0$. Bet, ja ķermenis kustas ar ātrumu, kas tuvs nullei, tad tāda ķermeņa masa ir vienāda ar m_0 .

4. §. KUSTOŠA ĶERMEŅA GARUMA SAĪSINĀŠANĀS

Tālāk aplūkosim dažus secinājumus no Lorenca transformācijām. No tām izriet, ka, novērotājam pārejot dažādās inerciālās atskaites sistēmās, vieni fizikālie lielumi un likumi paliek nemainīgi un citi mainās.

Sajā paragrāfā aplūkosim, kā mainās kustošā ķermeņa garums atkarībā no ātruma. Pieņemsim, ka lidzi ķermenim, kura garums ir l_0' , kustas koordinātu sistēma S' . Novērotājam, kas atrodas *kustošajā* sistēmā S' , *nekustīgā ķermeņa* garums x ass virzienā ir tā galapunktu attālums $l_0' = x_2' - x_1'$ (indekss «0» norāda, ka

šajā sistēmā ķermenis atrodas miera stāvoklī). Novērotājam *mierā stāvošā* koordinātu sistēmā S , kurā ķermenis kustas ar ātrumu v , tā garums, t. i., vienā un tajā pašā laikā brīdī t mērīto koordinātu x_2 un x_1 starpība ir $l = x_2 - x_1$ (koordinātes x_2' un x_1' sistēmā S' tad nav mērītas vienlaikus). Abu garumu sakarību dod Lorenca transformācijas:

$$l_0' = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (31-7)$$

Tātad nekustīgajā sistēmā mērītais kustošā ķermeņa garums

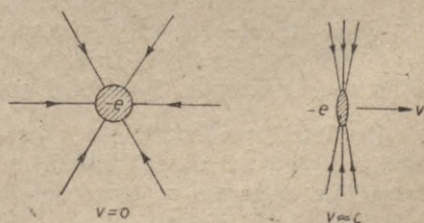
$$l = l_0' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (31-8)$$

No šejienes izriet, ka novērotājam, kas atrodas nekustīgajā sistēmā S , tas ir īsāks par nekustīgā ķermeņa garumu l_0' (var pierādīt, ka viņš *redz* to tikpat garu). Kustošā ķermeņa saīsināšanās ir abpusēja. Arī kustošajā sistēmā S' esošs novērotājs, mērot nekustīgajā sistēmā mierā stāvoša ķermeņa garumu l_0 , atradīs, ka tas ir tāpat saīsinājies: $l' = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Tā kā abās sistēmās S un S' nekustīga ķermeņa garums, ko mēra šajās sistēmās nekustīgi novērotāji, ir vienāds ($l_0 = l_0'$), tad tas ir invariants lielums.

Ķermeņa garuma saīsināšanās ir ievērojami liela tikai tad, kad tas kustas ar ātrumu, kas tuvs gaismas izplatīšanās ātrumam. Tā, piemēram, Zemei kustoties pa orbītu ar ātrumu $v = 30$ km/s, tās diametrs pēc izteiksmes (31-8) samazinās tikai par 6,5 cm. Ķermeņa garums samazinās divas reizes, ja tā ātrums $v = \sqrt{3/4}c = 260\,000$ km/s. Šādi ātrumi sastopami tikai atomos, atomu kodolos un daļiņu paātrinātājos. Tā, piemēram, elektronam sin-

hrotronā lielums $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{1}{500}$, no kurienes izriet, ka $l' = l_0/500$.

Elektronam kustoties ar šādu ātrumu, tā elektriskais lauks nav vairs centrālsimetrisks, bet plakans (31-3. zīm.). Ķermeņa saīsināšanās, ko izraisa tā kustība, izmaina arī tilpumu, blīvumu, leņķus starp taisnēm, līkņu veidu un citus lielumus, kas kļūst atkarīgi no ātruma.



31-3. zīm.

5. §. LAIKA INTERVĀLA PALIELINĀŠANĀS

Pieņemsim, ka *kustošajā* sistēmā S' *mierā stāvošā* punktā x_0' esošā pulksteņa izmērītais laika intervāls starp diviem notikumiem ir $\Delta t_0' = t_2' - t_1'$ (novērotājam nekustīgajā sistēmā S , kurā pulkstenis kustas ar ātrumu v , šie abi notikumi norisinās divos

punktos: x_2 un x_1). Pēc Lorencas transformācijām (31-5), nekustīgajā sistēmā S šis laika intervāls

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' + \frac{v}{c^2} x_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1' + \frac{v}{c^2} x_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (31-9)$$

Kā redzams, kušošā pulksteņa uzrādītais laika intervāls ir $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

reizes lielāks par nekustīgā pulksteņa uzrādīto laika intervālu. Tātad *kustošais pulkstenis iet lēnāk nekā nekustīgais pulkstenis*. Kustošā pulksteņa uzrādītā laika intervāla pagarināšanās ir abpusēja. Gadījumā, ja pulkstenis būtu nekustīgs nekustīgajā sistēmā S un novērotājs atrastos kustošajā sistēmā S' , tad tāpat laika intervāls $\Delta t_0 = \frac{\Delta t_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ būtu palielinājies $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ reizes. Bet laiki,

kas mērīti abās sistēmās ar nekustīgiem pulksteņiem, ir vienādi ($\Delta t_0 = \Delta t_0'$), t. i., invarianti lielumi. Ja ķermeņa kustības ātrums tuvojas gaismas ātrumam, tad laika intervāls Δt kļūst bezgalīgi liels, t. i., laiks, kuru mēra ar gaismas ātrumu kustošs pulkstenis, nemainās.

Nosakot ar lielu ātrumu *radiālā virzienā* kustoša gaismas avota izstarotās gaismas Doplera efektu [sk. izt. (23-31)] saskaņā ar izteiksmi (31-9) ir jāievēro apstākļi, ka svārstības periods palielinās, resp., frekvence samazinās $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ reizi:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 \pm \frac{v}{c}}, \quad (31-10)$$

bet kustībā attālumam *stateniskā virzienā* $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. To apstiprina arī *Aivsa eksperimenti*, kuros viņš mērija ar ātrumu $v = 2 \cdot 10^6$ m/s kušošu ūdeņraža atomu dažādos virzienos izstarotās spektra līnijas $\lambda_0 = 586,1$ nm viļņa garumu.

Piemērs. Atmosfērā 30 km augstumā kosmisko staru radītais μ mezons pārvēršas pozitronā un neitrīno. Sabrukšanas laiks, ko mēra ar pulksteni, kas kustas līdzī mezonam ar ātrumu $v = 0,9998c$, ir $\Delta t_0' = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s. Tātad varētu domāt, ka μ mezons noies tikai ceļu $s' = v \Delta t_0' = 0,9998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 6 \cdot 10^2$ m. Kāpēc tas sasniedz Zemes virsmu?

Tāpēc, ka, mērot tā sabrukšanas laiku ar pulksteni, kas attiecībā pret Zemi ir miera stāvoklī, pēc izteiksmes (31-9) mezona sabrukšanas laiks $\Delta t_0 = \frac{\Delta t_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - (0,9998)^2}} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ s un tā noietā ceļa garums $s = v \Delta t_0 = 0,9998 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ s} = 6 \cdot 10^6 \text{ m} = 6000 \text{ km}$.

6. §. ĀTRUMU SASKAITĪŠANA

Klasiskajā mehānikā divus vienā virzienā vērstus ātrumus, piemēram, ķermeņa ātrumu u' attiecībā pret kustošo sistēmu un kustošās sistēmas ātrumu v saskaita šādi: $u = u' + v$, kur u — ķermeņa absolūtais ātrums. Noteiksim divu ātrumu saskaitīšanas likumu relativitātes teorijā. Ja kustošajā sistēmā S' ķermeņa ātrums $u' = x'/t'$, tad, pēc Lorencas transformācijām (31-5), nekustīgajā sistēmā tā ātrums

$$u = \frac{x}{t} = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{v}{c^2}x'} = \frac{\frac{x'}{t'} + v}{1 + \frac{vx'}{c^2 t'}} = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad (31-11)$$

Šī izteiksme izsaka relativistisko divu ātrumu summēšanas likumu. No tā, ja ātrumi u un v ir stipri mazāki par gaismas ātrumu c , $u = u' + v$. Bet ja $u' = c$ (fotonam), tad no izteiksmes

$$(31-11) \text{ izriet, ka arī nekustīgā sistēmā } u = \frac{c\left(1 + \frac{v}{c}\right)}{1 + \frac{v}{c}} = c \text{ (nevis$$

$u = c + v$). Ja arī $v = c$, tad tāpat $u = c$ (nevis $u = c + c = 2c$). Tātad gaismas ātrums vākuumā c ir vislielākais iespējamais ātrums.

7. §. RELATIVISTISKĀ MEHĀNIKA

1. Elektromagnētiskā lauka un optikas pamatlikumi, t. i., Maksvela vienādojumi Lorencas transformācijās *paliek nemainīgi*, tātad tie der arī speciālajā relativitātes teorijā. Izmantojot Lorencas transformācijas, relativitātes teorija parāda arī, *kā mainās*, pārejot uz citu inerciālo sistēmu, *mainīgie lielumi un mainīgās sakarības* — elektriskā lauka potenciāls un intensitāte, lādiņa un strāvas blīvumi, magnētiskā lauka indukcija, gaismas stara virziens un daudzi citi. Relativitātes teorija atklāj starp šiem lielumiem arī daudzas *jaunas sakarības*. Tā, piemēram, tā sasaista vienā — elektromagnētiskā laukā kustošā lādiņa elektrisko un magnētisko lauku, un vienā spēkā elektrisko kulonisko spēku un magnētisko Lorencas spēku. Pamatojoties uz to, strāvas magnētisko lauku un spēku var «izrisināt» no elektriskā lauka un spēka, t. i., uzlūkot magnētisko lauku un magnētisko spēku par elektriskā lauka un spēka «korekcijām» gadījumā, ja elektriskie lādiņi neatrodas miera stāvoklī, bet kustas.

2. Pārejot uz relativitātes teoriju, *Ņūtona mehānikas pamatlikumi mainās*, jo tie nav nemainīgi Lorencas transformācijās. Pareizais, t. i., relativistiskās mehānikas **materiālā punkta kustības vienādojums** ir šāds: $dp/dt = F$, kuru, ievērojot, ka materiālā

punkta kustības daudzums $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\mathbf{v}$, var uzrakstīt šādi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \mathbf{v} \right) = \mathbf{F}. \quad (31-12)$$

Tātad spēks \mathbf{F} nav vairs vienāds ar masas un paātrinājuma reizinājumu, bet gan ar kustības daudzuma maiņu laika vienībā.

Tā, piemēram, ja materiālais punkts kustas konstanta spēka $F = \text{const}$ ietekmē (šī kustība nav vienmērīgi paātrināta, jo $a \neq \text{const}$) un sākuma stāvoklis ir $t_1 = 0$, $v_1 = 0$, tad kustības vienādojums (31-12) ir šāds:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p}{t} = \frac{mv}{t} = \frac{m_0 v}{t\sqrt{1-v^2/c^2}} = F. \text{ No tā izsakot } v, \text{ dabūjam formulu}$$

$$v = \frac{F}{m_0} \frac{t}{\sqrt{1 + \left(\frac{F}{m_0 c}\right)^2 t^2}}, \quad (31-13)$$

kas pie maza t saskan ar klasisko rezultātu $v = \frac{F}{m_0} t$, bet, ja t ir liels (1 zem saknes var atņemt), tad $v \approx c$.

3. Reizinot relativistisko materiāla punkta kustības vienādojumu (31-12) ar ds/dt , saīsinot ar dt un ievērojot, ka $Fds = dA$ ir elementārais darbs, dabūjam relativistiskās mehānikas **enerģijas teorēmu**:

$$vd \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) = d \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) = d(mc^2) = dE = Fds = dA, \quad (31-14)$$

t. i., *materiāla punkta pilnās enerģijas*

$$E = mc^2 \quad (31-15)$$

elementārā maiņa ir vienāda ar elementāro darbu. Pilnā enerģija E ir kinētiskās enerģijas (sk. arī 2. nod. 9. §) un t. s. miera masas enerģijas $m_0 c^2$ summa. Tātad relativistiskā kinētiskā enerģija ir pilnās enerģijas un miera masas enerģijas starpība:

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (31-16)$$

No šīs sakarības var izteikt arī daļiņas ātrumu v atkarībā no kinētiskās enerģijas E_k :

$$v = \frac{c \sqrt{(2m_0 c^2 + E_k) E_k}}{m_0 c^2 + E_k}. \quad (31-17)$$

Bet, kāpinot pilnās enerģijas izteiksmi (31-15) kvadrātā, skaitītājam pieskaitot un no tā atņemot $(m_0 c v)^2$, dabūjam, ka

$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0^2 c^4 + \frac{m_0^2 (vc)^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0^2 c^4 + c^2 p^2,$$

t. i., pilno enerģiju E ar kustības daudzumu $p = mv$ var izteikt šādi:

$$E = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}. \quad (31-18)$$

Ja ir vairāki ķermeņi, kuriem ir savstarpējā potenciālā enerģija E_{pot} , tad pilnā sistēmas enerģija ir miera masu enerģiju, kinētisko enerģiju un potenciālās enerģijas summa.

4. No pilnās enerģijas E izteiksmes (31-15) redzam, ka ikvienai inerciālās masas maiņai Δm atbilst zināma enerģijas maiņa

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad (31-19)$$

Tātad ķermenis, kas enerģiju uzņem, palielina savu masu — un otrādi. Tā, piemēram, ķermenim, kura masa mainās par 1 g, pēc izteiksmes (31-19) mainās arī enerģija par $\Delta E = 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 9 \cdot 10^{13} \text{ J}$. Masas un enerģijas sakarību (31-19) plaši izmanto, pētot atomu kodolu pārvēršanās procesus (38. nod.).

8. §. VIENLAICĪBA

Klasiskajā mehānikā pieņem, ka eksistē signāli ar bezgalīgi lielu izplatīšanās ātrumu un, tos izmantojot, var sinhronizēt pulksteņus visās telpas daļās un tā definēt visos dažādu inerciālo sistēmu punktos vienu un to pašu laiku. Klasiskajā mehānikā laiks tātad ir neatkarīgs no telpas un kustības jeb, kā saka, absolūts. Speciālajā relativitātes teorijā ātrākais signāls ir gaismas signāls. Tā ātrums ir ļoti liels, bet tomēr galīgs lielums. Sinhronizējot vienā inerciālajā sistēmā kādā punktā esošu pulksteņi ar citos punktos esošiem pulksteņiem, izmanto gaismas signālus. Sinhronizējams pulkstenis un pārējie pulksteņi rādīs vienu un to pašu laiku, ja no pārējiem pulksteņiem attiecīgajā laika brīdī pienāks gaismas signāli, kas rāda to pašu laika brīdī ko sinhronizējams pulkstenis. Klasiskās mehānikas laika nozīmē pārējie pulksteņi laika ziņā būs aizsteigušies priekšā par laika sprīdi, kas tieši proporcionāls to attālumam no sinhronizējamā pulksteņa. Ja šajā pašā inerciālajā sistēmā sinhronizējamo pulksteņi pārnes uz citu vietu, tad, tā kā attālumi no citiem pulksteņiem mainās, šo pulksteņu sinhronizācija zūd. Tas nozīmē, ka katram telpas punktam ir savs laiks. Laika starpības starp dažādiem notikumiem, kas norisinās vienā punktā, un notikumiem, kas norisinās dažādos punktos, šajā sistēmā pārvietojot pulksteņi, tomēr paliek tās pašas. Pārejot no vienas inerciālas sistēmas uz otru inerciālu sistēmu, laika starpības starp dažādiem notikumiem vienā punktā un arī dažādos punktos tomēr mainās. Tā rezultātā divu dažādu

punktu notikumi, kas vienā sistēmā notiek vienlaikus, otrā sistēmā nenotiek vienlaikus. Pārsteidzošākais ir tas, ka, izdarot šādu pāreju, var mainīties pat notikumu kārtība laikā: notikums punktā A, kas vienā sistēmā ir pirms notikuma punktā B, otrā inerciālajā sistēmā var būt pēc notikuma punktā B. Tomēr tas ir iespējams tikai cēloniski nesaistītiem notikumiem. Cēloniski saistītie notikumi, piemēram, durvis atveras un pēc tam caur tām iziet cilvēks, nemaina savu secību laikā. Vienlaicība tātad ir relatīvs jēdziens.

32. NODAĻA

SILTUMA STAROJUMS

1. §. STAROJUMA EMISIJAS UN ABSORBCIJAS SPEĶA. KIRHHOFA LIKUMS

Par siltuma starojumu sauc *termiskā līdzsvara* vai tam tuvā stāvokli esošu ķermeņu izstaroto elektromagnētisko starojumu, ko rada ķermeņu atomu, molekulu, elektronu un citu daļiņu siltumkustība. Siltuma starojuma īpašību noskaidrošanā galvenā problēmā ir tā emisijas spējas noteikšana atkarībā no temperatūras un viļņa garuma (frekvences).

1. Starojuma absorbcijas un emisijas spēja. Ķermenis intensīvi izstaro siltuma starus tikai augstā temperatūrā. Līdz ar temperatūras palielināšanos aug arī starojuma frekvence (samazinās viļņa garums). Acs sāk uztvert siltuma starojumu (ķermenis sāk emitēt sarkanos starus), ja ķermeņa temperatūra pārsniedz 500 °C. Ķermenis ir tumši sarkans pie 700 °C, ķiršsarkans pie 850 °C, dzeltens pie 1100 °C un balts pie 1500 °C temperatūras. Jāpiezīmē, ka ķermeņi intensīvi izstaro arī samērā zemā temperatūrā, ja tiem plūst cauri elektriskā strāva vai tajos norisinās kāds ķīmiskais process utt. Taču tas nav siltuma starojums, bet luminescence (37. nod. 8. §).

Katru ķermeni siltuma starojuma emisijas vai elektromagnētiskā starojuma absorbcijas ziņā raksturo spektrālā un integrālā emisijas spēja \mathcal{E}_v un \mathcal{E} , ko 26. nod. 2. § saucām par enerģētisko spīdību un apzīmējam ar R_s . Par ķermeņa spektrālo emisijas spēju \mathcal{E}_v sauc enerģijas daudzumu, kuru uz vienu pusi (2π steradiānu lielā telpas leņķi) vienu vienību lielā frekvences ν intervālā 1 sekundē izstaro ķermeņa laukuma vienība (1 m^2). Integrālā emisijas spēja \mathcal{E} ir 1 sekundē no vienas laukuma vienības uz vienu pusi emitētā visu frekvenču siltuma staru enerģija $\mathcal{E} = \int \mathcal{E}_v dv$.

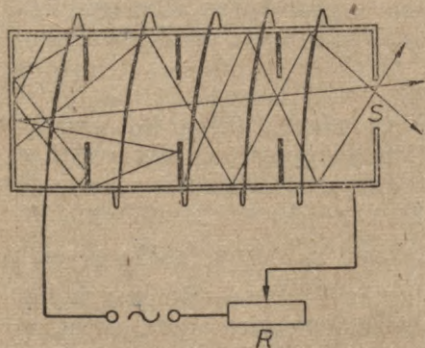
Ķermeņi, kā zinām, starojumu ne vien emitē, bet arī absorbē. Ķermeņa gaismas absorbciju raksturo spektrālā un integrālā absorbcijas spēja A_ν un A . Ķermeņa spektrālā absorbcijas spēja A_ν ir ķermeņa absorbētās un uz to krītošās elektromagnētiskā starojuma enerģijas plūsmas attiecība $\Phi_{\nu a}/\Phi_{\nu kr}$, ja tā frekvence ir ν , bet ķermeņa integrālā absorbcijas spēja A ir ķermeņa absorbētās starojuma plūsmas attiecība pret krītošo plūsmu Φ_a/Φ_{kr} . Ķermeņi, kurš absorbē visu krītošo elektromagnētisko starojumu, t. i., kuram $A=1$, sauc par absolūti melnu ķermeņi. Ķermeņus, kuriem $A < 1$, saucim par nemelniem ķermeņiem.

Kā redzam, ķermeņa emisijas spēja \mathcal{E} un absorbcijas spēja A ir ķermeņi raksturojošas konstantes (līdzīgi kā ķermeņa blīvums, dielektriskā konstante utt.). Emisijas spējas mērvienība SI sistēmā ir W/m^2 , bet konstante A ir bezdimensionāls lielums.

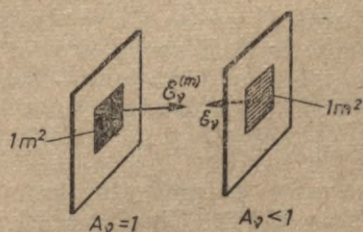
Izcilu vietu siltuma starojuma emisijas un elektromagnētiskā starojuma absorbcijas ziņā ieņem absolūti melnais ķermenis. Aptuveni absolūti melns ir ķermenis, kura virsma pārklāta ar plātina melnumu vai ar sodrējiem, un dobuma caurums S (32-1. zīm.). No ārienes raugoties, dobuma cauruma laukums ir pilnīgi melns, jo tam viss krītošais starojums bez atstarošanās iziet cauri. Karšējot dobumu, tā caurums savukārt izstaro vairāk nekā pārējā dobuma virsma. Ļoti augstā temperatūrā tāpēc caurums ir balts.

Caurspidīgus ķermeņus vēl var raksturot ar caurspidību T , kas izsaka to krītošās radiācijas daļu $\Phi_c/\Phi_{kr}=T$, kas iziet cauri ķermeņim. Ja ķermeņa atstarošanas spēja, t. i., atstarotās starojuma plūsmas un krītošās plūsmas attiecība $\Phi_{at}/\Phi_{kr}=R$, tad, tā kā $\Phi_{kr}=\Phi_a+\Phi_c+\Phi_{at}$, lielumu A , T un R summa $A+T+R=\Phi_a/\Phi_{kr}+\Phi_c/\Phi_{kr}+\Phi_{at}/\Phi_{kr}=1$. Necaurspidīgiem ķermeņiem $T=0$ un $A+R=1$.

2. Kirhhofa likums. Siltuma starojuma emisija un absorbcija ir viens no siltuma enerģijas apmaiņas (vadišanas) veidiem, kurā ķermeņi izlīdzina savas temperatūras. Gadījumā, ja ķermeņu temperatūras ir vienādas, visa ķermeņu sistēma ir noslēgta un tās iekšienē siltuma enerģijas daudzums nemainās, tad ķermeņi



32-1. zīm.



32-2. zīm.

atrodas *termiskā līdzsvara stāvoklī*. Termiskā līdzsvara stāvoklī ikviena sistēmas ķermeņa siltuma enerģijas daudzums ir nemainīgs, tāpēc šajā gadījumā ikkatra ķermeņa izstarotais siltuma starojuma daudzums ir vienāds ar absorbēto daudzumu.

Parādisim, ka šajā termiskā līdzsvara stāvoklī starp ķermeņa emisijas spēju \mathcal{E} un absorbcijas spēju A pastāv noteikta sakarība. Vienkāršības dēļ pieņemsim, ka ir viena melna un viena nemelna plāksne ar vienādām temperatūrām (32-2. zīm.). Tad no melnās plāksnes virsmas vienas laukuma vienības 1 sekundē frekvences ν vienībā emitētai enerģijai $\mathcal{E}_\nu^{(m)}$ jābūt vienādai ar otras — nemelnās virsmas laukuma vienības 1 sekundē frekvences vienībā emitēto un atstaroto enerģiju $\mathcal{E}_\nu + (\mathcal{E}_\nu^{(m)} - \mathcal{E}_\nu^{(m)} A_\nu)$ (nemelnais ķermenis no kritošā starojuma $\mathcal{E}_\nu^{(m)}$ absorbē $\mathcal{E}_\nu^{(m)} A_\nu$).

Tāpēc $\mathcal{E}_\nu^{(m)} = \mathcal{E}_\nu + (\mathcal{E}_\nu^{(m)} - \mathcal{E}_\nu^{(m)} A_\nu)$, no kurienes $\frac{\mathcal{E}_\nu}{A_\nu} = \mathcal{E}_\nu^{(m)}$. Gadījumā, ja ķermeņu sistēmā ir *vairāki nemelni* un *viens melns* ķermenis, tad termiskā līdzsvara stāvoklī pastāv šāda sakarība:

$$\frac{\mathcal{E}_\nu^{(1)}}{A_\nu^{(1)}} = \frac{\mathcal{E}_\nu^{(2)}}{A_\nu^{(2)}} = \dots = \frac{\mathcal{E}_\nu^{(n)}}{A_\nu^{(n)}} = \frac{\mathcal{E}_\nu^{(m)}}{A_\nu^{(m)}} = \frac{\mathcal{E}_\nu^{(m)}}{1} = \mathcal{E}_\nu^{(m)} \quad (32-1)$$

(jo $A_\nu^{(m)} = 1$). Tas ir *Kirhhofa likums* spektrālā formā: *siltuma līdzsvara gadījumā visu ķermeņu spektrālās emisijas un absorbcijas spējas attiecības ir vienādas un tās savukārt ir vienādas ar absolūti melna ķermeņa emisijas spēju*. Protams, katrai frekvencei šī attiecība ir cita. Līdzīgi var pierādīt, ka tāda pati sakarība saista arī ķermeņa integrālās emisijas spējas $\mathcal{E}^{(1)}$, $\mathcal{E}^{(2)}$, ..., $\mathcal{E}^{(m)}$ un absorbcijas spējas $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, ..., $A^{(m)} = 1$. No Kirhhofa likuma izriet, ka ķermenis, kas vairāk starojumu emitē, spēj to arī vairāk absorbēt.

2. §. STEFANA—BOLCMAŅA LIKUMS

Stēfans (1879. g.) un Bolcmanis (1884. g.), balstoties uz otro termodinamikas likumu, pierādīja, ka absolūti melna ķermeņa siltuma starojuma integrālā (tikai no temperatūras atkarīgā) emisijas spēja $\mathcal{E}^{(m)}$ atkarībā no temperatūras mainās pēc šāda likuma:

$$\mathcal{E}^{(m)} = \sigma T^4. \quad (32-2)$$

Absolūti melna ķermeņa siltuma starojuma integrālā emisijas spēja ir tieši proporcionāla absolūtās temperatūras ceturtajai pakāpei. Tas ir *Stefana—Bolcmaņa likums*. Koeficientu σ sauc par *Stefana—Bolcmaņa konstanti*. Absolūti melnam ķermenim $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$. Jāpiezīmē, ka vispār reālu nemelnu ķermeņu siltuma starojums nepakļaujas Stefana—Bolcmaņa likumam (32-2). Tikai pelēkiem ķermeņiem, piemēram, oglei, dažiem metāliem, t. i., ķermeņiem, kuriem spektrālā absorbcijas spēja $A_\nu < 1$, bet, tāpat kā absolūti melnam ķermenim, nav atkarīga no

frekvences ($A_\nu = \text{const}$), integrālā emisijas spēja $\mathcal{E} = A\sigma T^4$. No temperatūras stipri atkarīgais koeficients A pie zemām temperatūrām pelēkam ķermeņim ir ievērojami mazāks par 1. Temperatūrai T augot, visiem ķermeņiem $A \rightarrow 1$. Tā, piemēram, volframam 1500 K temperatūrā $A = 0,15$, bet 3500 K temperatūrā $A = 0,34$; loka lampai 3000 K temperatūrā $A = 0,75$.

Gadījumā, ja apkārtnei ir temperatūra T_0 un tā staro kā absolūti melns ķermenis, tad absolūti melnam ķermeņim Stefana—Bolcmaņa likums ir šāds: $\mathcal{E}^{(m)} = \sigma(T^4 - T_0^4)$, bet pelēkiem ķermeņiem tādā pašā (tas pats A) pelēkā apkārtņē $\mathcal{E} = A\sigma(T^4 - T_0^4)$. Stefana—Bolcmaņa likums dod iespēju aprēķināt absolūti melna un pelēka ķermeņa virsmas S laikā t emitēto siltuma starojuma enerģiju: $\mathcal{E} \cdot S \cdot t = A\sigma(T^4 - T_0^4) \cdot S \cdot t$.

Piemērs. Atrast Saules radiācijas konstanti, t. i., Saules radiācijas enerģiju, ko 1 minūtē saņem Saules stariem perpendikulāri novietots 1 m² liels laukums pie Zemes atmosfēras virsmas. Pieņem, ka Saule staro kā absolūti melns ķermenis un tās temperatūra $T = 6000$ K, rādiuss $r = 6,95 \cdot 10^8$ m un attālums no Zemes ir $R = 1,5 \cdot 10^{11}$ m.

Saskaņā ar izteiksmi (32-2) Saules virsmas 1 m² sekundē izstaro enerģiju

$$\mathcal{E}^{(m)} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot (6000)^4 \text{K}^4 = 7,35 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Uz Zemes virsmas 1 m² 1 sekundē krītošā radiācijas enerģija ir r^2/R^2 reizes mazāka. Tātad 60 sekundēs Zemes atmosfēras virsmas 1 m² laukuma saņemtā Saules radiācijas enerģija

$$\mathcal{E}^{(m)} \cdot \frac{r^2}{R^2} \cdot t = 7,35 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \left(\frac{6,95 \cdot 10^8 \text{ m}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}} \right)^2 \cdot 60 \text{ s} = 9,5 \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{m}^2}.$$

3. §. ABSOLŪTI MELNA ĶERMEŅA SILTUMA STAROJUMA SPEKTRĀLAIS SADALĪJUMS

1. Jau 19. gs. vidū eksperimentāli tika konstatēts, ka dažādu ķermeņu siltuma starojuma spektrālās emisijas spējas un spektrālās absorbcijas spējas attiecība \mathcal{E}_ν/A_ν ir atkarīga ne vien no temperatūras T , bet arī no frekvences ν (viļņa garuma λ) pēc viena un tā paša likuma. Tā kā $A_\nu^{(m)} = 1$, tad pēc Kirhhofa likuma šī attiecība ir vienāda ar absolūti melnā ķermeņa emisijas spēju $\mathcal{E}_\nu^{(m)}$. Tomēr pagāja gandrīz 50 gadu, kamēr Planks 1900. gadā šo eksperimentālo likumu izteica formulas veidā.

Savā teorijā Planks vispirms iztīrāja nevis dobuma cauruma siltuma starojumu, bet gan pašu ar siltuma starojumu pildīto dobumu. Tur siltuma starojumu veido haotiski savu enerģiju mainoši elektromagnētiskie stāvviļņi, t. i., viļņi, kuru viļņa garumā puse ($\lambda/2$) ietilp dobuma izmēros vesela skaita reizi. Īsti revolucionārs bija Planka pieņēmums, ka dobuma virsmā esošie atomi un molekulas (vielas oscilatori), tāpat dobuma telpā

esošie elektromagnētiskie stāvviļņi (dobuma oscilatori), neatdod un neuzņem elektromagnētiskā starojuma enerģiju nepārtraukti, bet atdod un uzņem to porcijām — kvantiem. Planks pieņēma, ka emitētā enerģijas kvanta lielums ϵ_0 ir tieši proporcionāls oscilatora frekvencei ν :

$$\epsilon_0 = h\nu. \quad (32-3)$$

Šis mikropasaulei fundamentālās sakarības proporcionalitātes konstante $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J·s ir Planka konstante. No šī pieņēmuma izriet, ka oscilatora enerģija $\epsilon = n\epsilon_0 = nh\nu$, kur $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, ir vesels pozitīvs skaitlis.

Tālāk Planks pierādīja, ka viena oscilatora vidējā enerģija (sk. 12. nod. 5. §)

$$\bar{\epsilon} = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}, \quad (32-4)$$

kur k — Bolcmaņa konstante. Kā redzējām 12. nod. 5. §, šajā gadījumā oscilatorā vidējā enerģija $\bar{\epsilon}$ ir mazāka nekā klasiskā vidējā oscilatora enerģija kT (tikai, ja $h\nu \ll kT$, tad $\bar{\epsilon} \rightarrow kT$).

Var pierādīt, ka nepolarizētas gaismas stāvviļņu, t. i., dobuma oscilatoru skaits frekvences intervālā $d\nu$ dobuma tilpuma vienībā ir $dz = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$. Tāpēc, ja dobuma tilpuma vienībā un frekvences vienības intervālā esošo enerģiju apzīmē ar $\omega_\nu^{(m)}$, tad dobuma tilpuma vienībā frekvences intervālā $d\nu$ ir starojuma enerģija

$$\omega_\nu^{(m)} d\nu = \bar{\epsilon} dz = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu. \quad (32-5)$$

Dobumā stāvviļņu enerģijas daudzums, kas, no visām pusēm nākdams, ieiet 1 m^2 lielā laukumā un enerģijas daudzums, kas uz visām pusēm iziet no tā, ir vienāds, tātad uz vienu pusi iziet tikai $1/4$ no visas enerģijas. Tāpēc frekvences vienības intervālā un 1 m^3 tilpumā esošais enerģijas daudzums, kas iet uz vienu pusi, ir $\omega_\nu^{(m)}/4$. Tā kā starojuma enerģijas izplatīšanās ātrums ir c , tad caur dobuma cauruma 1 m^2 laukumu 1 sekundē iziet c kubikmetros esošā starojuma enerģija, t. i., enerģija $c \cdot \omega_\nu^{(m)}/4 = \mathcal{E}_\nu^{(m)}$. Tā ir absolūti melna ķermeņa spektrālā emisijas spēja. Ievērojot izteiksmi (32-5), frekvences intervālā $d\nu$ no 1 m^2 1 sekundē izstarotā enerģija ir

$$\mathcal{E}_\nu^{(m)} d\nu = \frac{h\nu}{e^{kT} - 1} \cdot \frac{2\pi\nu^2}{c^2} d\nu. \quad (32-6)$$

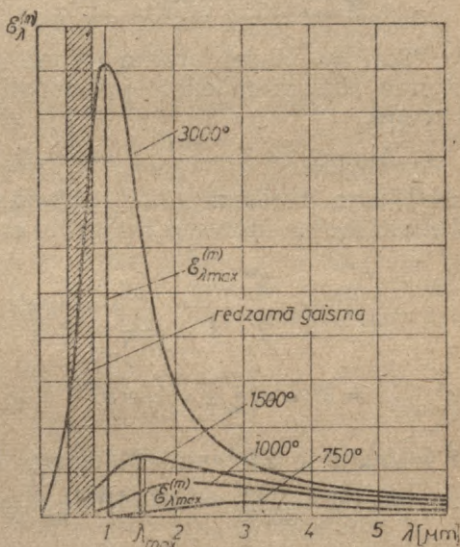
Tā ir Planka formula absolūti melna ķermeņa siltuma starojuma enerģijas sadalījumam pa frekvencēm. Tā kā $\nu = c/\lambda$ un

$dv = -(c/\lambda^2)d\lambda$, tad no 1 m^2 laukuma viļņa garuma intervālā $d\lambda$ 1 sekundē izstarotā enerģija

$$\mathcal{E}_\lambda^{(m)} d\lambda = \frac{\frac{ch}{\lambda}}{\frac{hc}{e\lambda kT} - 1} \cdot \frac{2\pi c}{\lambda^4} d\lambda. \quad (32-7)$$

32-3. zīmējumā attēlots absolūti melnā ķermeņa siltuma starojuma sadalījums $\mathcal{E}_\lambda^{(m)}$ [izt. (32-7)] pa viļņa garumiem λ dažādās temperatūrās. No tā redzam, ka starojuma emisijas spējai $\mathcal{E}_\lambda^{(m)}$, ja $\lambda = \lambda_{max}$, ir maksimums $\mathcal{E}_{\lambda_{max}}^{(m)}$. Var pierādīt, ka $\mathcal{E}_{\lambda_{max}}^{(m)} = \text{const} \cdot T^5$. Relatīvi visvairāk (14%) redzamās gaismas tiek izstarots temperatūrā no 6000 K līdz 7000 K (Saules virsmai $T = 5800 \text{ K}$), t. i., aptuveni tad, kad starojuma maksimums ir redzamajā spektra daļā.

2. a. No Planka formulas (32-6) ir izrisināti divi speciāli absolūti melnā ķermeņa siltuma starojuma enerģijas sadalījuma likumi. Ja



32-3. zīm.

frekvences ir mazas, tad $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$, t. i., starojuma enerģijas kvanti $h\nu$ ir mazi salīdzinājumā ar vidējo oscilatora enerģiju kT , un vidējā viena oscilatora enerģija $\bar{\epsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

$= \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots - 1} \approx kT$, tāpēc Planka formula (32-6) rakstāma šādi:

$$\mathcal{E}_\nu^{(m)} d\nu = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2} d\nu. \quad (32-8)$$

Tā ir Releja—Džīnsa formula, kas sakrīt ar eksperimentāliem rezultātiem un Planka formulu (32-6) tikai mazo frekvenču (garo siltuma viļņu) intervālā. Kā redzam, pēc šī likuma vienu vienību lielā frekvenču intervālā emitētās siltuma starojuma enerģijas daudzums $\mathcal{E}_\nu^{(m)}$ palielinās tieši proporcionāli frekvences kvadrātam. Tātad, ja $\nu \rightarrow \infty$, arī $\mathcal{E}_\nu^{(m)} \rightarrow \infty$. Šādu pieredzei pretrunīgu secinājumu sauc par «ultravioleto katastrofu». Relejs un Džīns izteiksmi (32-8) izrisināja jau pirms Planka, pieņemot, ka

atomi un molekulas jeb ķermeņa oscilatori enerģiju emitē un absorbē tā kā klasiskajā elektrodinamikā, t. i., *nepārtraukti* jebkuros daudzumos.

b. Ja frekvences ir lielas, tad $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$, tāpēc Planka formulas (32-6) saucējā var atstāt 1 un siltuma starojuma enerģijas sadalījums pa frekvencēm ir šāds:

$$\mathcal{E}_\nu^{(m)} d\nu = \frac{2\pi\nu^3 h}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu. \quad (32-9)$$

So, tikai īso viļņu garumu rajonā derīgo absolūti melnā ķermeņa siltuma starojuma enerģijas sadalījuma izteiksmi sauc par **Vīna formulu**.

c. Apzīmējot $y = \frac{\lambda kT}{hc}$, $dy = \frac{kT}{hc} d\lambda$ un integrējot spektrālo Planka sadalījuma izteiksmi (32-7) robežās no $\lambda=0$ līdz $\lambda=\infty$, dabūjam absolūti melna ķermeņa **integrālo emisijas spēju**

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^{(m)} &= \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{\frac{ch}{e^{\lambda kT}} - 1} = 2\pi hc^2 \left(\frac{kT}{hc}\right)^4 \int_0^\infty \frac{dy}{y^5 (e^y - 1)} = \\ &= 2\pi hc^2 \left(\frac{kT}{hc}\right)^4 \cdot \frac{\pi^4}{15} = \sigma T^4. \end{aligned} \quad (32-10)$$

Šī formula ir Stefana—Bolcmaņa likums ar Stefana—Bolcmaņa konstanti $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$.

4. Š. VĪNA PĀRBĪDES LIKUMS. OPTISKĀ PIROMETRIJA

1. No absolūti melna ķermeņa siltuma starojuma sadalījuma grafikām (sk. 32-3. zīm.) redzam, ka, temperatūrai T palielinoties, starojuma enerģijas maksimumam $\mathcal{E}_{\lambda_{max}}^{(m)}$ atbilstošais viļņa garums λ_{max} virzās uz īsāko viļņu pusi. Lielumu $\mathcal{E}_{\lambda}^{(m)}$, ko dod izteiksme (32-7), atvasinot pēc λ un atvasinājumu pielīdzinot nullei (Izdariet to!), dabūjam, ka

$$\lambda_{max} \cdot T = 2898 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{K} = \text{const}, \quad (32-11)$$

t. i., starojuma maksimumam atbilstošā viļņa garuma λ_{max} un ķermeņa absolūtās temperatūras T reizinājums ir konstants lielums. Tas ir **Vīna pārbīdes likums**.

2. Augstu ķermeņa temperatūru (virs 500°C) bieži nosaka pēc ķermeņu emitētā siltuma starojuma. Šādu temperatūras mērīšanas metodi sauc par **optisko pirometriju**.

a. Temperatūras noteikšanai (parasti tikai pelēkajiem ķermeņiem) izmantojot Vīna pārbīdes likumu (32-11), jānosaka starojuma maksimumam atbilstošais viļņa garums λ_{max} . Tā iegūto

temperatūru T_h sauc par pētāmā ķermeņa krāsas temperatūru. Tā parasti ir nedaudz lielāka par nemelna ķermeņa īsto temperatūru. Zinot krāsas temperatūru T_h , ķermeņa īsto temperatūru T var atrast pēc dažādām empīriskām sakarībām.

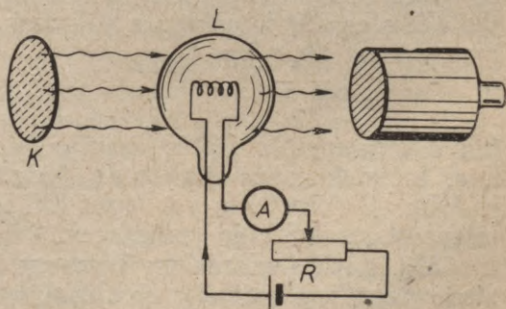
b. Pielīdzinot integrālo absolūti melna ķermeņa emisijas spēju $\mathcal{E}^{(m)} = \sigma T_r^4$ kāda pelēka ķermeņa (ogle, metāli, metālu oksīdi) integrālajai emisijas spējai $\mathcal{E} = A\sigma T^4$, var atrast pelēkā ķermeņa īsto temperatūru $T = T_r/\sqrt[4]{A}$. Šeit T_r ir absolūti melnā ķermeņa temperatūra, pie kuras tam ir tikpat liela emisijas spēja kā pelēkajam ķermenim, un to sauc par pētāmā ķermeņa radiācijas temperatūru. Citiem ķermeņiem īsto temperatūru T pēc radiācijas temperatūras T_r atrod, izmantojot dažādas empīriskas sakarības vai tabulas.

c. Daudzos gadījumos pirometrijā ķermeņa īsto temperatūru T nosaka, pielīdzinot tā spožumu absolūti melna ķermeņa spožumam pie tāda viļņa garuma λ , pie kura šī ķermeņa emisijas spēja ir tuvu absolūti melnā ķermeņa emisijas spējai. Izmantojot sakarību (32-1), varam rakstīt, ka $\mathcal{E}_\lambda(T_s)/\mathcal{E}_\lambda^{(m)}(T) = A_\lambda$, un pēc izteiksmes (32-7), tajā atmetot -1 un pēc tam logaritmējot, dabūjam, ka ķermeņa īstā temperatūra

$$T = \frac{T_s}{\frac{\lambda k T_s}{hc} \ln A_\lambda + 1}, \quad (32-12)$$

kur T_s ir absolūti melnā ķermeņa temperatūra, resp., pētāmā ķermeņa spožuma temperatūra, pie kuras tā spožums ir vienāds ar absolūti melnā ķermeņa spožumu, un A_λ — pētāmā ķermeņa absorbcijas spēja virsmai perpendikulārā virzienā, ja starojuma viļņa garums ir λ . Nemelniem (pelēkiem un krāsainiem) ķermeņiem spožuma temperatūra ir mazāka nekā īstā temperatūra, ko atrod, izmantojot tabulas.

Temperatūras mērīšana ar vizuālo «izzūdošā kvēldiega» pirometru shematiski parādīta 32-4. zīmējumā. Ar reostatu R maina strāvas stiprumu I , kamēr pirometra spuldzes L kvēldiega spožums kļūst vienāds ar pētāmā ķermeņa K spožumu. Tad pirometra ampērmetrs A , kas graduēts kelvīnos pēc absolūti melna ķermeņa starojuma, uzrāda ķermeņa spožuma temperatūru T_s . Īsto temperatūru pēc tam atrod no tabulām.



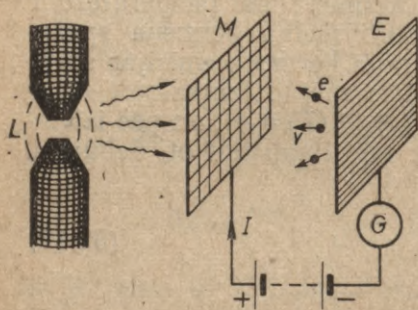
32-4. zīm.

GAISMAS KORPUSKULĀRĀS ĪPAŠĪBAS

1. §. ĀRĒJAIS FOTOEFEKTS

Šajā nodaļā aplūkosim svarīgākās gaismas parādības, kuras pierāda, ka gaismai ir *korpuskulāra daba*, t. i., ka gaisma ir *gaismas kvantu* jeb *fotonu plūsma*. Tās ir ārējais fotoefekts, Komptona efekts un gaismas spiediens.

1. Eksperimentālie rezultāti. Fotoelektriskais efekts jeb fotoefekts vispār ir gaismas izraisīta elektriska parādība. Šeit aplūkosim tikai ārējo fotoefektu, kuru 1887. gadā atklāja Hērcs,



33-1. zīm.

konstatējot neitrāla ķermeņa uzlādēšanos, ja to apgaismo. Iekšējais un sprostsplāņa fotoefekts tiks iztirzāts 37. nodaļā. Ārējā fotoefekta sistemātiskus pētījumus no 1888. gada līdz 1890. gadam izdarīja krievu zinātnieks Stoļetovs. Stoļetova eksperimentos (33-1. zīm.) loka lampas *L* gaisma iet cauri metāla tīkliņam *M* un izsīt no metāla plates *E* negatīvus elektriskos lādiņus, kas pēc tam pārvietojas pozitīvā tīkliņa *M* virzienā. Šo lādiņu radīto elektrisko strāvu, kuras stiprums *I*, elektriskajā ķēdē mēra galvanometrs *G*. Savos eksperimentos Stoļetovs konstatēja, ka 1) metāla izsviestie lādiņi ir negatīvi; 2) fotoefektu izraisa galvenokārt ultravioletie stari; 3) fotostrāvas stiprums *I* ir tieši proporcionāls gaismas plūsmas Φ , t. i.,

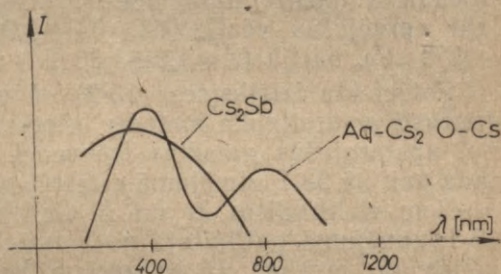
$$I = k\Phi, \quad (33-1)$$

kur *k* ir no metāla plates virsmas īpašībām atkarīgs koeficients — t. s. fotoelektriskās jutības koeficients, kura mērvienība ir A/lm; 4) fotoefektu var iegūt ļoti īsā apgaismojuma laikā, t. i., fotoefekts praktiski ir bez inercēs.

1898. gadā Lenards un Tomsons konstatēja, ka no metāla izsistie negatīvie lādiņi ir elektroni, bet 1902. gadā Lenards pierādīja, ka no metāla izsisto elektronu ātrums ir atkarīgs tikai no gaismas frekvences, bet nav atkarīgs no gaismas intensitātes. Viņš arī pierādīja, ka elektronu atraušānai no metāla vajadzīgs zināms minimāls izejas darbs *A*, tāpēc fotoefektam eksistē katrai vielai sava garo viļņu garumu (*sarkanā*) robeža λ_s . Sevišķi mazs izejas darbs *A*, tātad liela garo viļņu robeža λ_s piemīt sārnu metāliem (Li $\lambda_s = 516$ nm, Na $\lambda_s = 590$ nm, K $\lambda_s =$

≈ 620 nm, $\text{Cs } \lambda_s = 620$ nm). To nosaka šo metālu augstais elektronu Fermī līmenis (15. nod. 8. §), no kura sākas elektronu izsviešana.

Ja, mainoties gaismas frekvencei, emitēto elektronu skaits mainās monotoni, tad tādu fotoefektu sauc par *normālu* fotoefektu. Bieži tomēr ir novērojami gadījumi, kad, mainot monotoni gaismas frekvenci, emitēto fotoelektronu skaits strauji pieaug un atkal strauji samazinās. Tādu fotoefektu sauc par *selektīvu*. Ārējā fotoefekta selektivitāte ir stipri atkarīga arī no gaismas krišanas leņķa α un tās polarizācijas virziena. Krišanas plaknē polarizētai gaismai selektivitāte nav novērojama, bet krišanas plaknei perpendikulāri polarizētai gaismai selektivitāte ir maksimālā. Selektīvs fotoefekts piemīt metāliem Na, K, Li, Rb, Cs u. c. Tāpat selektīvi elektronus emitē arī pusvadītāji. Pusvadītājiem elektronu emisija sākas, ja fotonu enerģija sasniedz aizpildītās (valentās) zonas enerģijas un vadītspējas zonas enerģijas starpību (37. nod.). 33-2. zīmējumā attēlota Cs_2Sb un $\text{Ag-Cs}_2\text{O-Cs}$ fotokatodu fotostrāvas stipruma I selektīvā maiņa atkarībā no gaismas viļņa garuma λ .



33-2. zīm.

2. Fotoefekta izskaidrojums ar gaismas kvantu teoriju. Fotoefektu nevar izskaidrot ar gaismas elektromagnētisko viļņu teoriju. Tā, piemēram, lai Na atoma telpā varētu sakrāties tik liela gaismas viļņu enerģija, kāda nepieciešama brīvā elektrona atrašanās no Na atoma, tad jāapstaro 1 m attālumā novietotais Na atoms ar 60 cd spuldzi vairākas stundas. Bet eksperimentā novēro fotoefektu jau pēc 10^{-9} s. Pēc gaismas viļņu teorijas, gaismas viļņu intensitātei augot, elektronu ātrums būtu jāpalielinās, jo intensīvākai gaismai ir lielāka elektriskā lauka intensitāte, tātad ir sagaidāms arī lielāks elektronu ātrums. Tomēr, kā jau minējām, eksperimentālie novērojumi rādīja, ka elektronu ātrums no gaismas intensitātes nav atkarīgs.

Pareizi un vienkārši fotoefektu izskaidro gaismas korpuskulārā teorija (Eiņšteins, 1905. g.), pēc kuras gaisma sastāv no gaismas kvantiem — fotoniem, kuru enerģija ir vienāda ar Planka enerģijas kvantu $\epsilon = h\nu$. Pēc gaismas korpuskulārās teorijas, atoma, molekulas vai kondensētas vielas elektrons, kuru trāpa fotons, absorbē visu fotona telpā lokalizēto enerģiju un atraujas no sava saistītāja. Šāda fotoelektriska procesa enerģijas bilanci, ja elektrona kinētiskā enerģija ir $mv^2/2$ un izejas darbs A , izsaka formula

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A, \quad (33-2)$$

t. i., fotoefektu izraisošā fotona enerģija ir vienāda ar elektrona kinētiskās enerģijas un elektrona izejas darba summu. No izteiksmes (33-2) redzams, ka tikai tās gaismas frekvences ν var dot fotoefektu, kuru fotonu enerģija $h\nu$ ir lielāka nekā elektrona izejas darbs: $h\nu = hc/\lambda \geq A = hc/\lambda_s = h\nu_s$. Izejot no tā, fotoefekta sarkanās robežas viļņa garums

$$\lambda_s = \frac{hc}{A} \quad (33-3)$$

(frekvence $\nu_s = A/h$). Kaut gan tīriem sārmu metāliem Li, Na un citiem ir mazs elektronu izejas darbs (no 2,1 eV līdz 2,4 eV), tomēr, tā kā tie labi atstaro un maz absorbē gaismu, tad izmantošanai par fotoelektriski jutīgām virsmām šie metāli nav piemēroti to samērā mazās jutības dēļ. Praksē tāpēc parasti lieto elektronus labi emitējošās cēzija ($A = 0,7 \div 1,36$ eV), sudraba ($A = 3,09 \div 4,71$ eV), bārija ($A = 1,0 \div 1,66$ eV) un citas virsmas.

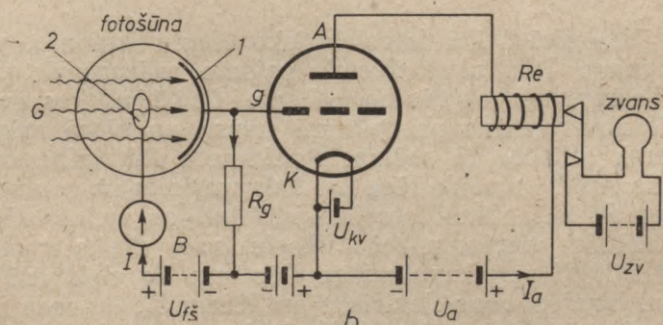
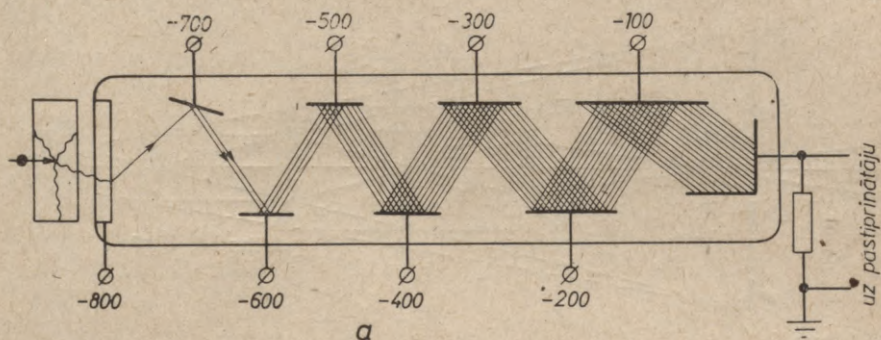
Fotoefekta izteiksmes (33-2) eksperimentālā pārbaudē nosaka (parasti ar pretlauka metodi) fotoelektronu ātruma v maiņu, mainot apstarojošās gaismas frekvenci. Metodes shēma principā ir tāda pati kā 33-1. zīmējumā attēlotā shēma. Starp augstā vakuumā esošiem elektrodziem M un E pieliek spriegumu U pretēji nekā 33-1. zīmējumā parādītajā gadījumā. So spriegumu palielinot, pie kādas tā vērtības U fotostrāva ķēdē izbeidzas. Šajā stāvoklī $m\nu^2/2 = eU$, no kurienes, zinot U , var aprēķināt elektrona kinētisko enerģiju $m\nu^2/2$. To ievietojot izteiksmē (33-2), pārbauda tās pareizību. Precīzu fotoefekta izteiksmes (33-2) pārbaudi, ņemot elektrodus E un M koncentrisku sfēru veidā, izdarījis padomju fiziķis akadēmiķis Lukirskis.

3. Fotošūnas un to pielietošana. Uz ārējo fotoefektu pamatojas vakuuma vai ar īpašām gāzēm pie neliela spiediena pildītu fotošūnu* darbība. Tajās izmanto fotoaktīvas vielas ar lielu kvantu iznākumu (fotoelektronu skaita un krītošo gaismas kvantu skaita attiecību) un pēc iespējas lielāku sarkanās robežas viļņa garumu. Vislielākais kvantu iznākums (1 elektrons uz 4 fotoniem) ir Cs_2Sb virsmai, ja $\lambda = 400$ nm. Dažādu vakuuma fotošūnu jutība, ja spriegums 240 V, ir no $20 \mu\text{A}/\text{lm}$ līdz $150 \mu\text{A}/\text{lm}$. Vakuuma fotošūnu strāvu pastiprināšanai (apmēram 10 reizes) tajās bieži iepilda kādu cēlgāzi, piemēram, neonu vai argonu; spiediens tajās ir no 1 Pa līdz 0,10 Pa. Fotostrāvu pastiprina primārie elektroni, kas jonizē cēlgāzes molekulas. Pašlaik fotostrāvas pastiprināšanai bieži izlieto sekundāro elektronu emisiju, t. i., ātra elektrona spēju sadursmē ar elektrodu izsist no tā palielinātu skaitu (pat 20) sekundāro elektronu. Fotoelektriskās ierīces, kuru darbība pamatojas uz šo parādību, sauc par fotoelektronu daudzkā-

* Bieži termina «fotošūna» vietā lieto terminu «fotoelements». Sajā grāmatā par fotoelementu tiek saukts tikai sprostsliņa fotoelements (sk. 37. nod. 7. §), kurā rodas foto-EDS.

šotājiem (33-3. zīm. a). Tā N pakāpju fotoelektronu daudzkā-
šotāji var pastiprināt fotostrāvu N^{20} reizi. Fotoelektronu daudz-
kāšotāji salīdzinājumā ar gāzpildītām fotošūnām ir stabilāki,
daudz jutīgāki ($k \approx 10^3 \mu\text{A/lm}$) un tiem ir mazāka inerce.

Praksē ierīces ar fotošūnām, t. i., mēriekārtas, automātus, re-
lejus utt., izmanto tehnikā, medicīnā, lauksaimniecībā u. c. Foto-
šūna^o konstrukcija, darbība un kāda slēguma shēma attēlota

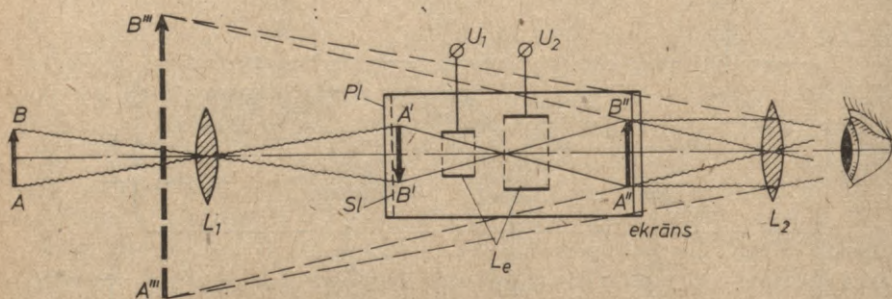


33-3. zīm.

33-3. zīmējumā b. No fotošūnas fotoaktīvās vielas kārtiņas 1 gais-
mas izsviestie elektroni elektriskajā laukā virzās uz centrālo pozī-
tīvo elektrodu 2 un rada baterijas B ķēdē gaismas G plūsmi tieši
proporcionālu elektrisko strāvu I . Šajā zīmējumā fotošūna ir kāda
vienkārša fotoreleja principiālās shēmas sastāvdaļa. Ja gaisma uz
releja fotošūnu nekrīt, triodes tīkliņspriegums ir negatīvs un
anodķēdē strāva neplūst. Fotošūnu apgaismojot, fotostrāva rada
tīkliņpretestībā R_g sprieguma kritumu un tīkliņa potenciāls kļūst
pozitīvs. Tā rezultātā sāk plūst anodstrāva, pievelkas elektromag-
nētiskā releja Re enkurs un signālvana ķēdē ieslēdzas elektriskā
strāva (U_{fs} , U_{kv} , U_a un U_{zv} — strāvas avotu spriegumi).

Daži fotoreleja izmantošanas piemēri. Fotoreleji 1) skaita
priekšmetus; kad uz slidošās lentas priekšmets krustojas ar gais-
mas plūsmu, tiek pārtraukta fotostrāva un relejs iedarbina skai-
tītāju, 2) mēra šķidrumu ķīmisko sastāvu, 3) rezervuāru un

konveijeru tilpnēs regulē šķidruma līmeni, 4) apstādina un iedarbina stacionārās un transporta mašīnas, 5) signalizē dažādu tehnoloģisku procesu neatbilstību normai (piemēram, mitruma ziņā), 6) ziņo par temperatūras un citu parametru maiņu telpās, 7) vada no tālienes mehānismus (piemēram, raķešu tehnikā) un veic daudzus citus uzdevumus.



33-4. zīm.

Jaunākā laikā fotoelektrisko efektu izmanto, pārvēršot infrasarkanā (arī ultravioletā) gaismu redzamajā gaismā ar t. s. elektronu optisko pārveidotāju, kas dod iespēju izdarīt novērojumus pat pilnīgā tumsā un biežā miglā. 33-4. zīmējumā attēlota tā shēma. Priekšmeta AB infrasarkanā staru attēls $A'B'$, ko veido lēca L_1 , tiek projicēts uz caurspīdīgas plāksnītes PI ļoti plānā fotoelektriski jutīgas vielas slānīša SI . No tā dažādām vietām nākošo fotoelektronu skaits ir proporcionāls attēla $A'B'$ apgaismojumam. Pēc tam šie elektroni tiek paātrināti, un, izgājuši caur elektriskajām lēcām L_e , tie rada uz fluorescējošā ekrāna optiskā attēla $A'B'$ elektronu optisko attēlu $A''B''$. Šo redzamo attēlu aplūko caur lēcu L_2 (okulāru).

Piemērs. Fotoefekta sarkanā robeža nātrijam ir $\lambda_s = 584 \text{ nm}$. Noteikt fotoelektrona ātrumu v , ja uz nātriju krīt violeta gaisma, kuras viļņa garums $\lambda = 400 \text{ nm}$.

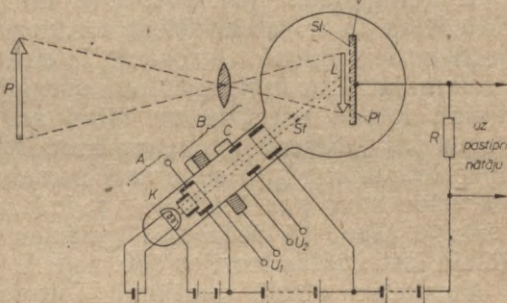
Pēc izteiksmes (33-3) izejas darbs $A = hv_s = \frac{hc}{\lambda_s}$, tāpēc no izteiksmes (33-2) dabūjam, ka $\frac{mv^2}{2} = hv - A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_s}$, no kurienes

$$v = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_s - \lambda)}{m\lambda_s\lambda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} (584 - 400) \cdot 10^{-9} \text{ m}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 584 \cdot 400 \cdot (10^{-9})^2 \text{ m}^2}} = 1,86 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. §. TELEVĪZIJAS PRINCIPS

Televīzijā fotoefektu izmanto *ikonoskopā* — aparātā, kas gaismas ainu pārvērš elektriskos signālos. Ikonoskops ir īpaša veida vakuuma caurule, kurā atrodas 1) metāla *signālplate* *Pl* (33-5. zīm.), uz kuras ir vizlas klājums *v* un uz tā no vairākiem miljoņiem izolētu graudiņu sastāvošs fotoelektriski aktīvs (parasti cēzija oksīda) vielas slānis

Sl, 2) elektronu «lielgabals» *A*, 3) *B* — elektronu staru virzošā spole un elektrodi *C*. Jūtīgā slāniša graudiņi, kuru caurmērs ir apmēram 0,01 mm, ar signālplati veido mikroskopiskus kondensatorus. No priekšmeta *P* nākošie uz signālplates fokusētie atēla *L* gaismas stari izraisa fotoelektriski aktīvo graudiņu pozitīvu uzlādēšanos, kas ir tieši proporcionāla



33-5. zīm.

gaismas intensitātei. Izrautos elektronus savāc īpašs elektrods uz lampas stikla balona iekšējās virsmas. Tajā pašā laikā ar pretējas zīmes lādiņiem uzlādējas metāla plate. Elektronu stars *St*, kurš nāk no elektronu «lielgabala» un kura virziņšanos pa aktīvo slāni regulē rindu un ainu (kadru) punktu zāģveida spriegumi U_1 un U_2 , izlādējot šos mikrocondensatorus, rada ķēdē *Pl—R—K—St* mikrocondensatoru sākotnējai uzlādei proporcionālus strāvas impulsus. Ja viša aina, kuras izmēri ir 3:4, sadalīta, piemēram, 625·834 gaismas punktos un uzlādi-izlādi atkārto 25 reizes sekundē, tad 1 sekundes laikā no mainīgās gaismas ainas dabū 12 875 000 elektriskās strāvas impulsu. Šos impulsus pastiprinot un ar tiem modulējot raidītāja dažus metrus garo elektromagnētisko viļņu nesējfrekvenci, iegūst elektromagnētiskos viļņus, ar kuriem realizē televīzijas pārraidi.

Jaunākajā laikā izveidotajos *superikonoskopos* vispirms ainas gaismas attēlu projicē uz fotoelektriski jutīgu puscaurspīdīgu plati — fotokatodu. No tā atbrīvotos fotoelektronus, kuru skaits ir proporcionāls ainas apgaismojumam, paātrina ar elektrisko lauku un tad ar magnētisko lauku fokusē uz metāla signālplati *Pl*. Tur tie, tāpat kā ikonoskopā, izraisa uztvertai aintai atbilstošu sekundāro elektronu emisiju no slāņa *Sl* un izveido, tāpat kā ikonoskopā, uz metāla plates elektrisko lādiņu ainu, tikai tā ir vairākas reizes intensīvāka. Tas dod iespēju izdarīt televīzijas raidījumus parastā apgaismojumā.

Televīzijas uztvērējā jeb televizorā elektromagnētisko modulēto viļņu spriegumus $U \approx 10^{-4}$ V uztver ar dipola antenām,

pastiprina un pievada īpašai elektronstaru lampai — kineskopam un skaļrunim. Lai kineskopa elektronu stars, veidojot gaismas ainu, pa rindām un ainām virzītos sinhroni ar staru ikonoskopā, tā gaitu regulē speciāli raidītāja rindu un ainu (kadru) impulsi.

3. §. KOMPTONA EFEKTS

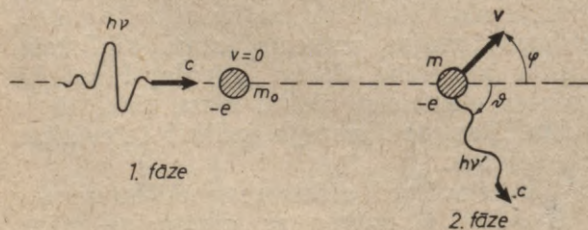
1. Rentgenstari (36. nod. 6. §) un γ stari (38. nod. 6. §) vielā izkliedējas 1) no atsevišķiem atomiem vai no visa vielas gabala un 2) no brīvajiem elektroniem, ja elektrona saites enerģija atomā salīdzinājumā ar īsviļņu fotona enerģiju $h\nu$ ir maza. Pirmajā gadījumā fotonu enerģija un tātad arī frekvence ν nemainās, jo atoma vai ķermeņa masa, ar kuru fotons saduras, ir ļoti liela, tāpēc fotona enerģija sadursmē nemainās. Šo rentgenstaru izkļiedes veidu sauc par Tomsona izkļiedi. Tā atomos norisinās principā tāpat kā redzamās gaismas izkļiede sīkās daļiņās pēc Releja izstrādātās teorijas (30. nod. 4. §).

Turpretim otrajā gadījumā, fotonam ar enerģiju $h\nu$ elastīgi saduroties ar gandrīz brīvu elektronu, kas iegūst zināmu ātrumu, fotons vienu savas enerģijas daļu $h\nu - h\nu'$ atdod elektronam. Tā rezultātā arī fotona frekvence samazinās no ν uz ν' . Samazinoties fotona frekvencei par $\Delta\nu = \nu - \nu'$, palielinās tā viļņa garums par $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu}$. Šo izkļiedes veidu tā atklājēja vārdā sauc par **Komptona efektu** (atklāts 1922. g.).

2. Lai *kvantitatīvi* varētu aprakstīt Komptona efektu, bez jau zināmās Planka kvantu teorijas enerģijas izteiksmes $\epsilon = h\nu = hc/\lambda$ izmantosim arī gaismas kustības daudzuma $p_g = \epsilon/c$ un gaismas masas $m_g = \epsilon/c^2$ izteiksmes (tās ieguvis Hāzenerls 1904. g.). Fotonam tās ir šādas (Einšteins, 1905. g.):

$$\left. \begin{aligned} p_g &= \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \\ m_g &= \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (33-4)$$

Fotona izkļiedes process brīvos elektronos uzskatāmi attēlots 33-6. zīmējumā. Izkļiedētā fotona frekvenci ν' atkarībā no krītošā fotona frekvences ν un izkļiedes leņķa θ var atrast, izmantojot elektrona relativistisko pilnās enerģijas E izteiksmi (31-18) un



33-6. zīm.

kustības daudzuma nezūdamības likumu. Relativitātes teorijā elektrona pilnās enerģijas kvadrāts

$$E^2 = (m_0c^2 + E_h)^2 = (m_0c^2 + hv - hv')^2 = m_0^2c^4 + c^2p^2. \quad (33-5)$$

Šeit $hv - hv'$ ir fotona zaudētā enerģija, kas ir vienāda ar elektrona kinētisko enerģiju E_h . No šīs izteiksmes, atceroties sakarību

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ dabūjam, ka}$$

$$c^2p^2 = \frac{(m_0vc)^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (m_0c^2 + hv - hv')^2 - m_0^2c^4. \quad (33-6)$$

Elastīgā fotona—elektrona sadursmē kustības daudzuma nezūdamības likumi ir šādi:

$$\frac{hv}{c} = \frac{hv'}{c} \cos \vartheta + \frac{m_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cos \varphi \quad (\text{fotona } hv \text{ kustības virzienā}), \quad (33-7)$$

$$0 = \frac{hv'}{c} \sin \vartheta + \frac{m_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sin \varphi \quad (\text{perpendikulāri fotona } hv \text{ kustības virzienam}).$$

Abās pēdējās vienādībās labās puses pirmo locekli pārnesot uz kreiso pusi, kāpinot tās kvadrātā, saskaitot, izslēdzot leņķi φ (leņķi starp krītošā fotona un elektrona kustības virzieniem) un reizinot ar c^2 , dabūjam, ka $h^2(v^2 + v'^2 - 2vv' \cos \vartheta) = \frac{(m_0vc)^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Pielīdzinot šīs

vienādības kreiso pusi sakarības (33-6) labajai pusei, dabūjam, ka no brīvā elektrona izkliedētā rentgenstaru (ja $\vartheta = 90^\circ$, tie ir lineāri polarizēti) fotona frekvence

$$v' = \frac{v}{1 + \frac{hv}{m_0c^2}(1 - \cos \vartheta)}. \quad (33-8)$$

Komptona efektā rentgenstaru viļņa garumu maiņu iegūsim, izteiksmi (33-8) apgriežot, pārveidojot un frekvences v un v' aizstājot ar viļņa garumiem λ un λ' :

$$\begin{aligned} \frac{c}{v'} - \frac{c}{v} = \lambda' - \lambda = \Delta\lambda &= \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \\ &= 0,48 \cdot 10^{-10} (1 - \cos \vartheta). \end{aligned} \quad (33-9)$$

Kā redzams no izteiksmēm (33-8) un (33-9), vislielākā frekvences un viļņa garuma maiņa ir tad, ja fotona izkļiedes leņķis $\vartheta = 180^\circ$. Tas ir pilnīgā saskaņā ar divu ķermeņu sadursmes likumu, ka vislielākā enerģijas pārnese no viena ķermeņa uz otru ir tad, ja kustošā ķermeņa virziena maiņa ir 180° . Abu Komptona efekta izteiksmju (33-8) un (33-9) pareizība ir pierādīta ar lielu precizitāti.

Līdz ar to ir pierādīta arī šo izteiksmju izrisināšanā pieņemtā hipotēze, ka gaismai ir korpuskulāra daba.

Piemērs. Kritošo rentgenstaru viļņa garums $\lambda=0,01$ nm un rentgenstaru Komptona izkliedē leņķis $\theta=180^\circ$. Noteikt rentgenstaru izkliedes procesā elektrona iegūto enerģiju.

Pēc formulas (33-8) izkliedēto rentgenstaru frekvence $\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{2h\nu}{m_0c^2}}$, tāpēc

elektrona kinētiskā enerģija

$$E_k = h\nu - h\nu' = h\nu \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2h\nu}{m_0c^2}} \right) = \frac{hc}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2h}{\lambda m_0c}} \right) =$$

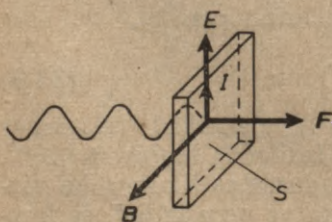
$$= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10^{-11} \text{ m}} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{10^{-11} \text{ m} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \right) =$$

$$= 6,6 \cdot 10^{-15} \text{ J}.$$

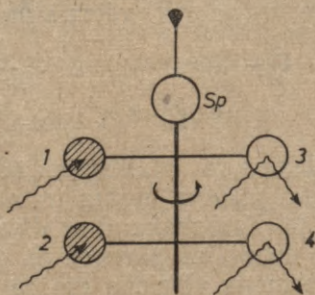
4. §. GAISMAS SPIEDIENS

1. Vispirms aplūkosim, kā rodas gaismas spiediens pēc elektromagnētisko viļņu teorijas. Transversālam elektromagnētiskam gaismas viļnim krītot uz kādu virsmu S (33-7. zīm.), tā elektriskā lauka intensitāte E rada vai nu lādiņu pārbīdes, t. i., polarizācijas strāvu (dielektriķos), vai vadītspējas strāvu I (metālos). Uz šo strāvu pēc kreisās rokas likuma darbojas elektromagnētiskā gaismas viļņa magnētiskā lauka indukcijas B izraisīts spēks F , kas arī ir gaismas spiediena spēks. Spēks F uz laukuma vienību ir gaismas spiediens $p = F/S$.

2. Tāpat kā kinētiskajā gāzu teorijā (7. nod. 5. §) izskaidro gāzes spiedienu uz trauka sienu, tā gaismas spiedienu izskaidro gaismas kvantu teorijā. Ja 1 sekundē perpendikulāri uz virsmu ar laukumu S krīt N fotoni un fotona kustības daudzums ir $h\nu/c$, tad fotonu absorbcijas gadījumā tiek pārnesti kustības daudzums $N \cdot \frac{h\nu}{c}$ vai fotonu atstarošanas gadījumā $N \cdot \frac{2h\nu}{c}$, no



33-7. zīm.



33-8. zīm.

kurienes izriet, ka uz virsmas laukuma vienību pārnestais kustības daudzums, t. i., gaismas spiediens $p_{abs} = \frac{N}{S} \cdot \frac{h\nu}{c}$ vai $p_{atst} = \frac{N}{S} \cdot \frac{2h\nu}{c}$. Ja virsmas gaismas atstarošanas koeficients ir R (tas ir robežās $0 \leq R \leq 1$), tad gaismas spiediens

$$p = p_{abs} + p_{atst} = \frac{(1-R)N}{S} \cdot \frac{h\nu}{c} + \frac{RN}{S} \cdot \frac{2h\nu}{c} = (1+R) \frac{N}{S} \cdot \frac{h\nu}{c}. \quad (33-10)$$

Starojuma enerģijas plūsma, kas krīt uz virsmu S , ir $\Phi_s = N \cdot h\nu$ un fotonu skaits, kas sekundē krīt uz virsmu S , ir $N = \Phi_s/h\nu$, tāpēc gaismas spiedienu var izteikt arī šādi:

$$p = \frac{\Phi_s}{Sc} (1+R) = \omega (1+R). \quad (33-11)$$

Šeit ω ir elektromagnētiskā starojuma enerģijas blīvums.

3. Gaismas spiedienu eksperimentāli pirmais konstatēja krievu zinātnieks Lebedevs 1900. gadā, apgaismojot divus ar platīna melnumu pārklātus gaismu absorbējošus apļus 1 un 2 (33-8. zīm.) un divus gaismu atstarojošus apļus 3 un 4. Šī apļu sistēma kopā ar spogulīti Sp bija iekārta ļoti tievā pavedienā. Tā kā gaismas spiediena spēks uz abiem apļu pāriem nav vienāds, tad ļoti retinātā gāzē apļu sistēma pagriežas. Pagriezienu leņķi izmērīja pēc spogulīša Sp atstarotās gaismas stara virziena maiņas.

Lebedeva eksperimenta nozīme ir ļoti liela, jo ar to tika pierādīts, ka gaismai piemīt kustības daudzums un masa, t. i., ka gaismai ir tāda pati materiāla daba kā makroskopiskajiem ķermeņiem. Ar to bija arī viskonkrētāk pierādīts, ka gaisma un tātad arī citi elektromagnētiskie lauki ir matērijas izpausmes forma.

4. **Gaismas viļņu un kvantu teorija.** Kā to liecina aplūkotās parādības, gaismai bez viļņu īpašībām piemīt arī korpuskulāras īpašības. Līdz ar to rodas jautājums par abu šo gaismas īpašību savstarpējām attiecībām. Atbilde uz to šodien ir šāda. Gaismas viļņi nav nepārtraukti laikā un telpā pēc vienkārša sinusa likuma mainošies elektriskie un magnētiskie lauki kā to izskaidro elektromagnētisko viļņu teorijā. Patiesībā gaismas viļņi ir tikai fotonu statistiskās atrašanās varbūtības rādītāji telpā un laikā. Tas nozīmē, ka tur, kur pēc viļņu teorijas ir lielāka gaismas intensitāte, pēc fotonu teorijas ir lielāks fotonu skaits un tur, kur intensitāte mazāka, fotonu ir mazāk. Tā kā viļņu teorijā gaismas viļņu intensitāti dotajā vietā izsaka Pointinga vektors $\Pi = E \cdot H$ [izt. (25-24)], bet gaismas fotonu teorijā gaismas viļņu intensitāti $nch\nu$ dotajā vietā izsaka fotonu skaits nc , kas 1 sekundē iet caur viļņa fronteī perpendikulāru laukuma vienību (n — fotonu skaits tilpuma vienībā), tad pāreju no vienas gaismas teorijas uz otru dod sakarība $\Pi = EH = nch\nu$.

Nepareizi būtu domāt, ka fotonu statistisko viļņveida sadalījumu laikā un telpā rada fotonu mijiedarbība. Kā to rāda interferences eksperimenti ar gaismu, kurai ir ļoti maza intensitāte (piemēram, ja pusstundā spraugu režģim iet cauri tikai 1 fotons), statistiskās viļņu īpašības piemīt katram atsevišķam fotonam. Tātad viens pats fotons, statistiski sadalīdamies pa visu viļņa telpas apgabalu, reizē iet cauri visām režģa spraugām un, interferējot pats ar sevi, veido interferences ainu. Lai novērotu fotonu viļņveida novietojanos pa interferences maksimumiem, vajadzīgi daudzi koherenti fotoni.

Gaismas viļņa cirkulārā polarizācija un ar to saistītais gaismas mehāniskais moments korpuskulāri ir izskaidrojams ar to, ka visiem fotoniem piemīt spins (kustības daudzuma moments)

$$L = \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05443 \text{ J} \cdot \text{s}; \quad (33-12)$$

tātad tas ir vienāds ar Planka konstanti (akcijas kvantu), kas dalīta ar 2π . L ir vērsts gaismas kustības virzienā (pa kreisi cirkulāri polarizētai gaismai) vai pretēji gaismas kustības virzienam (pa labi cirkulāri polarizētai gaismai). Lineāri polarizēta gaisma, kas ir divu pretējos virzienos cirkulāri polarizētu koherentu gaismu summa, ir divu pretējos virzienos cirkulējošu koherentu fotonu (t. i., ar pretējiem spiniem) superpozīcija. Šādā gaismā abos virzienos cirkulējošo koherento fotonu skaits n_k un n_l ir vienāds ($n_k = n_l$). Bet, ja šie fotoni ir nekoherenti, tad gaisma ir dabiska. Ja $n_k \neq n_l$, bet fotoni ir koherenti, tad gaisma ir eliptiski polarizēta, bet, ja tie ir nekoherenti, tad gaisma ir daļēji lineāri polarizēta.

ATOMFIZIKA

34. NODAĻA

REZERFORDA-BORA-ZOMMERFELDA ATOMA UZBŪVES TEORIJA

1. §. REZERFORDA—BORA ATOMA UZBŪVES TEORIJA

1. **Atoma uzbūves teorijas.** Pirmo daļēji īstenībai atbilstošu atoma modeli, pamatojoties uz Kelvina izteiktajām idejām, 1904. gadā izveidoja Dž. Tomsons. Pēc viņa hipotēzes, atoms ir lodveida daļiņa ar apmēram 10^{-8} cm rādiusu, kura sastāv no pozitīviem un negatīviem lādiņiem. *Pozitīvo lādiņu un masu Tomsons iedomājās nekustīgu un vienmērīgi sadalītu pa visu atomu.* Par negatīvajiem lādiņiem viņš ņēma oscilējošus vai pa riņķveida orbitām kustošus punkteveida elektronus. Ar šo atoma modeli izdevās daļēji izskaidrot vairākas fizikālas parādības, piemēram, gaismas dispersiju. Tomēr ar Tomsona atoma modeli nevarēja izskaidrot α daļiņu izkliedi vielā. Tāpēc 1911. gadā Rezerfords izveidoja jaunu — *planetāru atoma modeli*, ar kuru varēja ļoti sekmīgi izskaidrot α daļiņu izkliedi. Rezerforda atoma modeli pilnveidojot, Bors (1913. g.), Zommerfelds (1916. g.) un citi zinātnieki izskaidroja daudzu optisku, elektrisku un magnētisku parādību izcelšanos un norisi (sk. tālāk). Pilnīgi ar eksperimentiem saskanīgu *kvantu mehānisku atomteoriju* no 1924. gada līdz 1927. gadam izstrādāja Debroljī, Heizenbergs, Šrēdingers, Diraks u. c. (sk. 35. un 36. nod.).

2. **Alfa daļiņu izkliede.** No 1907. gada līdz 1909. gadam Rezerfords un viņa līdzstrādnieki, pētot α daļiņu izkliedi vielā atkarībā no izkiedes leņķa θ , ar α daļiņām apšaudīja apmēram $5 \cdot 10^{-3}$ mm biezas alumīnija, sudraba, vara, zelta un platīna folijas. Eksperimenti rāda, ka ievērojamam izkiedēto α daļiņu skaitam, kuru noteica ar spintariskopu (sk. 38. nod. 8. §), izkiedes leņķis θ bija lielāks par 90° — apmēram vienai daļiņai no $2 \cdot 10^4$ kritošām α daļiņām. Tāpat tika konstatēts, ka dažas daļiņas izkiedējas pat par 180° .

Visi mēģinājumi Tomsona atoma modeļa ietvaros izskaidrot izkiedēto daļiņu skaitu atkarībā no nolieces leņķa θ un it īpaši

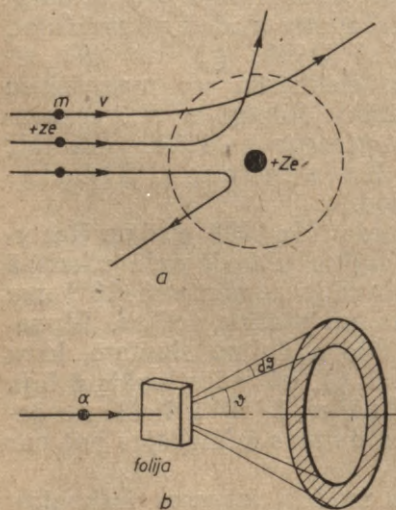
par lieliem izkliedes leņķiem novirzīto daļiņu negaidīti lielo skaitu, kas 10^4 reizi pārsniedza pēc Tomsona modeļa sagaidāmo rezultātu, izrādījās nesekmīgi. Tāpēc Rezerfords 1911. gadā izvirzīja hipotēzi, ka atomos atrodas *stipri atgrūdoša spēka centri* ar samērā *lielu masu*, kuru tuvumā α daļiņas stipri maina kustības virzienu (34-1. zīm. a). Sos spēka centrus Rezerfords nosauca par **atomu kodoliem**. Ar to bija likts pamats jaunam — planetāram atoma modelim, pēc kura atoma pozitīvais lādiņš un praktiski arī visa masa atrodas atoma centrā — kodolā, bet *apkārt kodolam Kulona pievilksanas spēka ietekmē riņķo elektroni*.

Lietojot šādu atoma modeli, Rezerfords aprēķināja, ka no folijas laukuma vienībā, kas novietota perpendikulāri daļiņu plūsmai, 1 sekundē telpas leņķī $d\omega$ (kam atbilst izkliedes leņķis $d\theta$) izkliedēto daļiņu skaits (34-1. zīm. b)

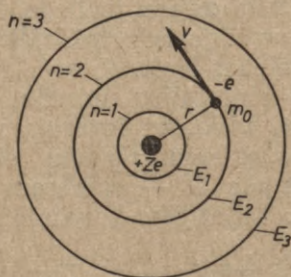
$$dN = Nn \left(\frac{Ze \cdot ze}{4\pi\epsilon_0 m_0 v^2} \right)^2 \frac{d\omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (34-1)$$

Šeit N ir laika vienībā uz laukuma vienību krītošo daļiņu skaits, n — folijas laukuma vienībā esošo izkliedējošo atomu skaits, Ze — folijas atoma kodola lādiņš, ze — daļiņas lādiņš (α daļiņai $z=2$), Z, z — veseli skaitļi, e — elementārlādiņš, m_0 — daļiņas masa un v — tās ātrums. Izteiksmes (34-1) saskaņa ar eksperimentu bija pilnīga.

3. *Rezerforda atoma modeļa nepilnības*. Tomēr jau pašā sākumā bija redzams, ka Rezerforda atoma modelis mehāniskā ziņā gan ir stabils, jo elektrona un kodola elektrisko pievilksanas spēku līdzsvaro riņķojošā elektrona inerce, bet elektrodinamiski tas nav stabils, jo elektrons kustībā ap kodolu (šādai kustībai ir normālais paatrinājums) emitē elektromagnētisko starojumu, samazina savu enerģiju un, palielinot riņķošanas frekvenci, tuvojas kodolam, pēc $\approx 10^{-8}$ s *nokrītot uz tā*. Vēl kāds cits trūkums ir šāds:



34-1. zīm.



34-2. zīm.

tā kā lādiņa kustības frekvencei jābūt vienādai ar izstaroto elektromagnētisko viļņu frekvenci, tad šāda atoma modeļa dotajam starojuma spektram vajadzētu būt zināmā frekvences intervālā *nepārtrauktam*. Tomēr novērojumi parādīja, ka, piemēram, retiņātu atomāro gāzu atomu emisijas spektri ir *diskrēti*, t. i., tie sastāv no atsevišķām līnijām ar pilnīgi noteiktām frekvencēm.

4. **Bora 1. postulāts.** Lai šīs Rezerforda teorijas nepilnības novērstu, Bors izvirzīja savu teoriju. Tās pamatā ir divi postulāti.

Bora 1. postulāts apgalvo, ka 1) *elektrona kustība atomā noris pēc klasiskās mehānikas kustības likumiem*, 2) *tās var kustēties tikai pa riņķveida orbitām* un 3) *atļautas ir tikai tās orbitas, kurās elektrona kustības daudzuma moments L_0 ir vesels kustības daudzuma momenta kvanta $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$ J·s daudzkārtnis*.

Pēc Bora 1. postulāta elektronam atomā tātad var būt tikai *diskrēti* (t. i., atsevišķi) *kustības daudzuma momenti* $0, \hbar, 2\hbar, \dots$, kuriem atbilst noteiktas riņķveida orbitas ar noteiktām diskrētām enerģijām. Bora 1. postulāta pielietošanu sauc par klasiskās kustības kvantēšanu. Atļautās elektrona orbitas Bors nosauca par atoma elektrona stacionārajām orbitām (34-2. zīm.) un atbilstošos atoma resp. elektrona stāvokļus — par atoma resp. elektrona stacionārajiem stāvokļiem jeb kvantu stāvokļiem. Apzīmējot ar m_0 , v un r attiecīgi elektrona masu, ātrumu un orbitas (riņķa līnijas) rādiusu, Bora 1. postulātu izsaka šāda sakarība:

$$L_0 = m_0 v r = n \hbar. \quad (34-2)$$

Šajā izteiksmē veselo pozitīvo skaitli $n = 1, 2, \dots$ sauc par kvantu skaitli. $n = 1$ ir elektrona (atoma) pamatstāvoklis. No Bora 1. postulāta izriet, ka arī atoma elektrona ātrumiem v , orbitu rādiusiem r , enerģijām E un citiem lielumiem *var būt tikai noteiktas, diskrētas vērtības*.

5. **Bora ūdeņraža atoma teorija. Orbitu rādiusi.** Pēc Bora teorijas, ūdeņraža atoms sastāv no kodola — smagas elementārdaļiņas — protona ar elektrisku lādiņu $+e$ un elektrona, kas riņķo tam apkārt pa riņķveida orbitu ar rādiusu r . Citiem atomiem kodola lādiņi ir Ze , kur Z ir elementa *kārtas skaitlis* Mendeļejeva periodiskajā elementu sistēmā. Aprēķināsim šajā gadījumā elektrona orbitas rādiusu, leņķisko ātrumu un iespējamās enerģijas vērtības.

Kodola—elektrona kuloniskā pievilkšanās spēka $F_c = \frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ un centrālās spēka $\frac{m_0 v^2}{r} = m_0 \omega^2 r$ līdzsvara nosacījums ir

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_0 \omega^2 r, \quad (34-3)$$

kur ϵ_0 — vakuuma dielektriskā konstante, $v = \omega r$ — elektrona

ātrums un ω — elektrona leņķiskais ātrums. No Bora pirmā postulāta $m_0\omega r^2 = n\hbar$ un vienādojuma (34-3) izslēdzot ω , dabūjam, ka elektrona atļauto orbitu rādiusi

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{Zm_0e^2} \cdot n^2. \quad (34-4)$$

Bet no izteiksmēm (34-3) un (34-4) izslēdzot rādiusu r , atrodam, ka atļautajās orbitās elektrona riņķošanas leņķiskais ātrums

$$\omega = Z^2 \frac{m_0e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^3} \cdot \frac{1}{n^3}. \quad (34-5)$$

No izteiksmēm (34-4) un (34-5) redzam, ka elektrona orbitu rādiusi r ir tieši proporcionāli kvantu skaitļa n kvadrātam ($r_1:r_2:r_3:\dots = 1:4:9:\dots$), bet leņķiskie ātrumi ω ir apgriezti proporcionāli skaitļa n kubam. Tā kā $v = \omega r$ un $r \sim n^2$, tad lineārie ātrumi orbitās ir apgriezti proporcionāli kvantu skaitlim n .

Ievietojot izteiksmē (34-4) $Z=1$ un $n=1$, iegūstam ūdeņraža atoma pirmās orbitas rādiusu

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_0e^2}. \quad (34-6)$$

Skaitliski $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ m. Ūdeņraža atoma pirmajā orbitā elektrona lineārais ātrums

$$v_1 = r_1\omega_1 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} = \frac{c}{137} = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad (34-7)$$

tas labi saskan ar mērījumos iegūtām vērtībām.

6. Elektrona enerģija. Izmantojot sakarību $F_c = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ un ieteiksmi (34-3), dabūjam, ka elektrona—kodola elektriskā potenciālā enerģija

$$E_p = -F_c r = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -m_0\omega^2 r^2 = -m_0v^2 = -2E_k. \quad (34-8)$$

Tātad elektrona kinētiskā enerģija E_k ir divas reizes mazāka nekā potenciālās enerģijas E_p absolūtā vērtība. Tāpēc, ievērojot ieteiksmes (34-4) un (34-8), atomā n -tajā enerģijas stāvoklī elektrona pilnā enerģija

$$\begin{aligned} E_n &= E_k + E_p = -\frac{E_p}{2} + E_p = \frac{E_p}{2} = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \\ &= -\frac{Z^2 m_0 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \end{aligned} \quad (34-9)$$

Ūdeņraža ($Z=1$) atoma pamatstāvokļa ($n=1$) enerģija ir

$$E_1 = -\frac{m_0 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}. \quad (34-10)$$

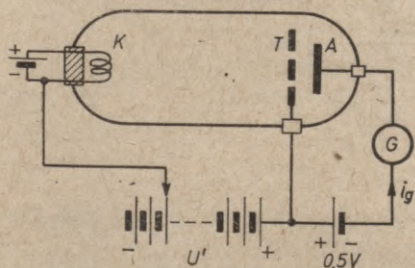
Redzam, ka ūdeņraža atoma elektrona pilnā enerģija pēc absolūtās vērtības samazinās apgriezti proporcionāli kvantu skaitļa n

kvadrātam: $E_1:E_2:E_3:\dots = 1:1/4:1/9:\dots$. Skaitliski ūdeņraža atomam $E_1 = -13,53$ eV (jonizācijas enerģija); $E_2 = -3,38$ eV; $E_3 = -1,50$ eV un $E_2 - E_1 = 10,15$ eV (pirmā ierosmes enerģija).

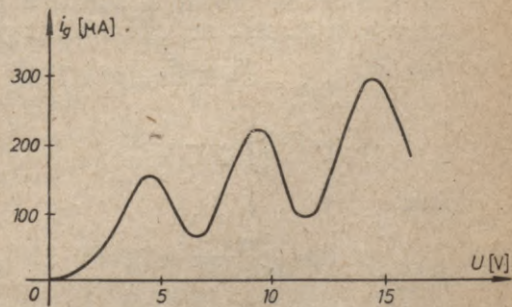
Ja ievērotu, ka patiesībā elektrons un arī atoma kodols ar masu M_Z kustas ap elektrona un kodola smagumcentru, tad izteiksmē (34-9) m_0 vietā būtu jāņem $\frac{m_0}{1+m_0/M_Z}$, t. i., atoma enerģijas stāvokļu enerģijas būtu $1+m_0/M_Z$ reizes mazākas.

7. Franka—Herca eksperiments. To, ka atomam ir diskrēti enerģijas stāvokļi, E_1, E_2, \dots, E_n , pierāda atomu spektri un arī Franka un Herca eksperiments (1913. g.). Iekārtas galvenā sastāvdaļa ir ar dzīvsudraba tvaikiem (to temperatūra $110 \div 115^\circ\text{C}$) pildīts trauks (34-3. zīm.), kurā atrodas kvēlkatods K , anods A un tuvu pie anoda novietots tīkliņš T . Starp katodu K un anodu A pielikts spriegums U , bet starp katodu un tīkliņu T pielikts nedaudz lielāks spriegums $U' = U + 0,5$ V. Anodstrāvas i_g mērīšanai ķēdē pie anoda ieslēgts galvanometrs G . Pakāpeniski palielinot elektronus paātrinājošo spriegumu U , resp., U' , palielinās arī strāvas stiprums i_g . Spriegumam U sasniedzot 4,9 V, anodstrāva sāk strauji samazināties. Spriegumu vēl palielinot, anodstrāva atkal pieaug, bet, spriegumam U sasniedzot 9,8 V = $2 \cdot 4,9$ V, tā atkal sāk samazināties. Tas pats atkārtojas pie $U = 14,7$ V = $3 \cdot 4,9$ V liela sprieguma.

Šo parādību var izskaidrot, pieņemot, ka bez elektrona un dzīvsudraba atoma elastīgām sadursmēm, kurās elektrona enerģijas maiņa ir niecīga, eksistē arī neelastīgas elektrona un dzīvsudraba atomu sadursmes, kurās tīkliņa tuvumā dzīvsudraba atoms uzņem $eU = 4,9$ eV lielu enerģiju un nonāk ierosinātā stāvoklī. Tāpēc pie sprieguma $U = 4,9$ V elektrona ātrums pie tīkliņa atkal kļūst ļoti mazs un elektronu satver tīkliņš, bet, ja tas arī iziet tīkliņam cauri, tad, nesasniedzis anodu, atgriežas atpakaļ uz tīkliņa. Līdz ar to anodstrāva, kuru mēra galvanometrs G , samazinās. Otrais un trešais anodstrāvas maksimums izskaidrojams



34-3. zīm.



34-4. zīm.

ar divreizēju un trīsreizēju elektrona neelastīgu sadursmi ar dzīvsudraba atomiem (34-4. zīm.). Franka—Herca eksperiments pierāda, ka dzīvsudraba atoms uzņem tikai noteiktu enerģijas daudzumu un ka tā pirmā ierosinātā stāvokļa enerģija $E_2=4,9$ eV. Līdzīgi eksperimenti ar līdzīgiem rezultātiem ir izdarīti arī ar citām gāzēm. Pirmā ierosinātā stāvokļa enerģija E_2 nātrijam ir 2,1 eV, bet hēlijam — 21,2 eV.

8. Bora 2. postulāts. Tagad aplūkosim atoma gaismas emisijas un absorbcijas procesus. Pretēji elektrodinamikas likumiem Bors pieņēma, ka elektrons, atrodoties pamatstāvoklī E_1 , gaismu vispār neizstaro, bet, kustoties augstākos enerģijas stāvokļos E_2, E_3, \dots , neizstaro pēc klasiskās elektrodinamikas likumiem, bet izstaro, «pārlecot» uz orbītu ar mazāku enerģiju. Šajā lēcienā emitētās gaismas frekvenci nosaka Bora 2. postulāts: ja atoma divu diskrētu enerģijas stāvokļu (orbītu) n' un n enerģijas ir $E_{n'}$ un E_n , tad, elektronam pārejot no viena stāvokļa otrā, atoma emitētās vai absorbētās gaismas frekvence

$$\nu_{n'n} = \frac{E_{n'} - E_n}{h}, \quad (34-11)$$

t. i., atoma emitētā (arī absorbētā) starojuma frekvence vienāda ar atoma enerģijas maiņu, kas dalīta ar Planka konstanti h . Gaismas emisija notiek, elektronam pārejot no tālākas orbītas uz atoma kodolam tuvāku orbītu, un absorbcija notiek, elektronam pārejot no kodolam tuvākas orbītas uz tālāku orbītu.

Kā redzams, Bora 2. postulāts būtībā ir Planka sakarības $\epsilon = h\nu$ pielietojums atomu parādībās. Bora 2. postulāts ir derīgs jebkuram atoma, molekulas, atoma kodola un citu mikropasaules daļiņu elektromagnētiskā starojuma emisijas un absorbcijas procesam. Var pierādīt, ka, kvantu stāvoklī ar lielu n esošam elektronam pārlecot uz kvantu stāvokli $n-1$, tā riņķošanas frekvence ν pa orbītu ir aptuveni vienāda ar Bora 2. postulāta (34-11) noteikto frekvenci $\nu_{n, n-1}$, t. i., ka elektrons tad izstaro aptuveni tā, kā to paredz klasiskā elektrodinamika.

9. Atoma izstarotās gaismas frekvence. Elektronam pārejot no orbītas n' uz orbītu n , saskaņā ar izteiksmēm (34-11) un (34-9) atoma izstarotās vai absorbētās gaismas frekvence

$$\begin{aligned} \nu_{n'n} &= \frac{E_{n'} - E_n}{h} = Z^2 \frac{m_0 e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) = \\ &= Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right), \end{aligned} \quad (34-12)$$

kur

$$R = \frac{m_0 e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} = 3,2899 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} \quad (34-13)$$

ir t. s. **Ridberga konstante**. Jāpiezīmē, ka spektroskopijā šīs konstantes vietā bieži lieto *Ridberga konstanti formā* $R_\infty = R/c =$

= $10^9 73\,730,9\text{ m}^{-1}$ un frekvenču $\tilde{\nu}_{n'n}$ vietā viļņu skaitļus $\tilde{\nu}_{n'n} = \nu_{n'n}/c$, kuru mērvienība ir m^{-1} . Ja $n' > n$ un notiek pāreja $n' \rightarrow n$, tad izteiksme (34-12) izsaka atoma emitētās gaismas frekvenci, bet, ja $n' < n$ un notiek pāreja $n \rightarrow n'$, tad atoma absorbētās gaismas frekvenci.

10. **Ūdeņraža atoma spektra sērijas.** Atoma emitētās gaismas spektra līnijas var sakārtot vairākās sērijās. Vienā spektra sērijā ietilpst līnijas, kuru frekvenci nosaka izteiksme (34-12), ja tajā $n = \text{const}$ un $n' = (n+1), (n+2), \dots$. Ja $n' = \infty (1/n'^2 = 0)$, iegūstam sērijas līniju ar vislielāko frekvenci jeb sērijas robežu. Fizikāli emisijas spektra sērija rodas, elektronam atomā pārlecot no dažādām orbītām $n' > n$ uz vienu noteiktu orbītu n .

Ūdeņraža atomam izteiksmei (34-12) var rakstīt šādi:

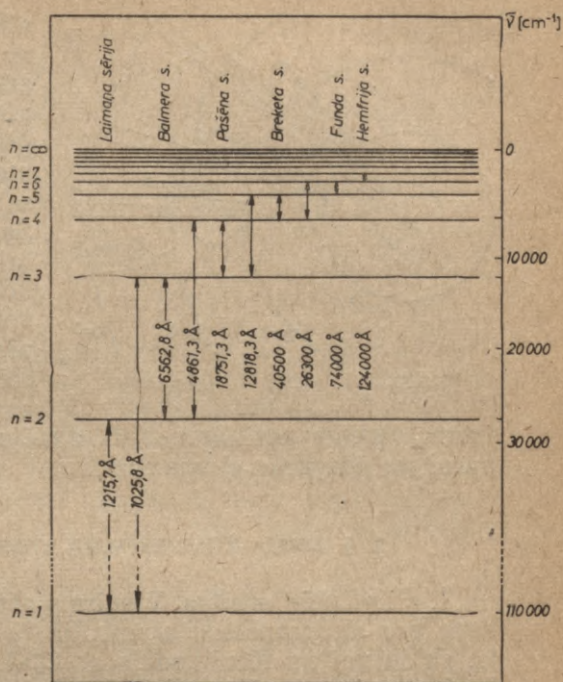
$$\nu_{n'n} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right). \quad (34-14)$$

Saskaņā ar to ūdeņraža atoma spektrā ir šādas galvenās sērijas:

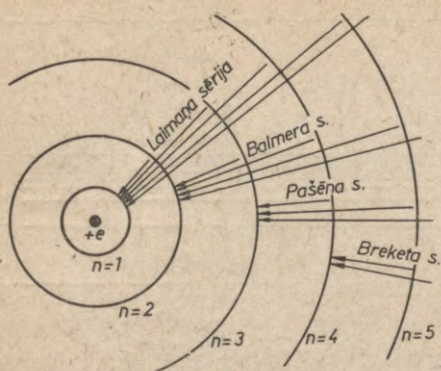
$$\left. \begin{aligned} \nu &= R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Laimaņa sērija} \\ n=1, n'=2, 3, 4, \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{spektra} \\ \text{ultravioletajā} \\ \text{daļā,} \end{array} \\ \nu &= R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Balmera sērija} \\ n=2, n'=3, 4, 5, \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{galvenokārt spektra} \\ \text{redzamajā daļā,} \end{array} \\ \nu &= R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Pašēna sērija} \\ n=3, n'=4, 5, \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{spektra} \\ \text{infrasarkanajā} \\ \text{daļā.} \end{array} \\ \nu &= R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Brekeļa sērija} \\ n=4, n'=5, 6, \dots \end{array} \right\} \end{aligned} \right\} (34-15)$$

Bez tam spektra tālajā infrasarkanajā daļā vēl atklātas *Funda* ($n=5$) un *Hemfrija* ($n=6$) sērijas. Kā redzam, Laimaņa sērijas robeža $\nu_{\infty} = R$.

Spektra sērijas var uzskatāmi attēlot ar t. s. atoma enerģijas



34-5. zīm.



34-6. zīm.

tronu pārejas parādītas 34-6. zīmējumā. Bora teorija ļoti precīzi apraksta ūdeņraža atoma spektru.

stāvokļu diagrammu. Tā sastāv no horizontālām līnijām, kuru attālumi ir tieši proporcionāli atoma stacionāro stāvokļu enerģiju starpībām. Sakarā ar to atomu enerģijas stāvokļus bieži sauc par **enerģijas līmeņiem**. Saskaņā ar izteiksmi (34-9), tajā liekot $Z=1$, konstruēta ūdeņraža atoma enerģijas stāvokļu diagramma un spektra sērijas, kas parādītas 34-5. zīmējumā. Šīm ūdeņraža atoma spektra sērijām atbilstošās elek-

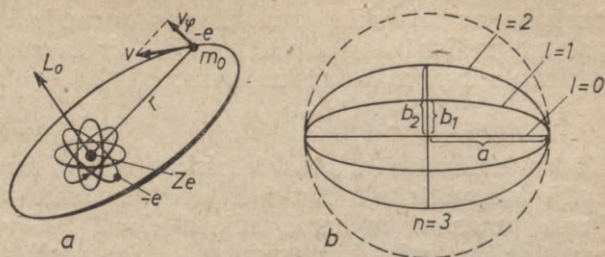
2. §. BORA—ZOMMERFELDA ATOMA UZBŪVES TEORIJA

1. **Eliptiskās orbītas.** Vispirms atzīmēsim, ka atomu (vai jonu) sauc par *ūdeņražveida* atomu, ja tajā elektrons riņķo ap centru, ko veido vai nu tikai kodols ar $Z>1$, vai arī kodols un elektroni, kuri atrodas tuvāk kodolam nekā aplūkojamais elektrons (sk. 34-7. zīm. a). Ūdeņražveida atomi un joni, kuri atbilst pēdējam gadījumam, ir Li, Na, K, He⁺, Ca⁺ u. c.

Ūdeņraža un it īpaši ūdeņražveida atomu spektru un Bora atoma riņķveida orbītu teorijas salīdzinājums parādīja, ka atomu iespējamo stacionāro enerģijas stāvokļu skaitam, tāpat arī *elektronā kustības trajektoriju skaitam jābūt daudz lielākam*. Tā, piemēram, bija redzams, ka ūdeņražveida atoma katrs enerģijas stāvoklis, kuru nosaka kvantu skaitlis n , ir sašķēlies n enerģijas stāvokļos. Šo stāvokļu apzīmēšanai ievada jaunu kvantu skaitli — t. s. **blakus kvantu skaitli** l , kam var būt vērtības $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ (Bora teorijā parasti pieņem $l=1, 2, \dots, n$). Citādi šos atoma stāvokļus apzīmē ar $s(l=0)$, $p(l=1)$, $d(l=2)$ utt. Bora teorijas kvantu skaitli n nosauca par **galveno kvantu skaitli**.

Lai izskaidrotu šos faktus, Zommerfelds 1915. gadā ikvienu Bora elektrona riņķveida orbītu ar galveno kvantu skaitli n aizvietoja ar elipsēm, kuru *lielās pusas* a ir vienādas ar atbilstošās Bora riņķveida orbītas rādiusu (tad elektrona enerģijas riņķveida orbītā un atbilstošajās elipsēs kustībā ap punktveida kodolu ir vienādas), bet *mazajām pusām* b ir noteiktas diskrētas vērtības $b_0=0, b_1, b_2, \dots$. Pirmā elipse ir taisne, kas iet caur atoma kodolu, bet nākamo elipsu mazo pusasu garumi pakāpeniski pieaug: $b_1 < b_2 < b_3 \dots$. Pēc *Zommerfelda kvantēšanas nosacījuma*, šajās elipsēs elektrona konstantais kustības daudzuma moments

$$L_o = m_0 v_{\phi} r = l \hbar, \quad (34-16)$$



34-7. zīm.

kur v_φ ir elektrona ātruma v azimutālā komponente un r — elektrona attālums līdz elipses fokusā esošajam kodolam. Dalot izteiksmi (34-16) ar Bora 1. postulāta izteiksmi (34-2), dabūjam, ka Zommerfelda elipšu pusasu garumus a un b un kvantu skaitļus l un n saista sakarība $b/a = l/n$. Tā, piemēram, kvantu stāvoklī $n=3$ ir 3 orbītas (34-7. zīm. b): divas elipses ar $l=2$, $b=b_2$ un $l=1$, $b=b_1$ un viena taisne ar $l=0$, $b=0$ (elektronam jāiet caur kodolu), kuru enerģijas ir vienādas.

Tā kā elektrona kustībā pa elipsi enerģiju, resp., elipses lielās pusass garumu, nosaka galvenais kvantu skaitlis n , tad *tas kvantē elektrona enerģiju E* . Blakus kvantu skaitlis l , kā nupat redzējām, *kvantē elektrona orbitālo kustības daudzuma momentu L_0* . Piezīmēsim tomēr, ka tikai ūdeņraža atomam kvantu stāvokļos ar vienu un to pašu n , bet dažādiem l enerģijas praktiski ir vienādas, — ūdeņražveida atomiem citu atoma elektronu ietekmes dēļ šajos kvantu stāvokļos enerģijas ievērojami atšķiras, t. i., tās ir atkarīgas arī no kvantu skaitļa l .

2. Telpiskā kvantēšana. Atomu spektru novērojumi magnētiskajā laukā (t. s. Zēmaņa efekts; sk. 36. nod. 4. §) parādīja, ka katrs atoma enerģijas stāvoklis ar noteiktu kvantu skaitļa l vērtību vēl sašķējas $2l+1$ enerģijas stāvokļos, ko numurē trešais — t. s. **magnētiskais kvantu skaitlis m** , kura vērtības ir $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Magnētiskais kvantu skaitlis m tātad atrodas robežās $-l \leq m \leq l$ un tam ir $2l+1$ vērtību.

So atoma enerģijas stāvokļu šķelšanos Zommerfelds izskaidroja ar elektrona orbītas noteiktu diskrētu orientāciju telpā, t. i., ar to, ka attiecībā pret magnētiskā lauka \mathbf{B} virzienu elektrona orbītai ir atļauti tikai noteikti diskreti telpiski stāvokļi. Tāpēc šo kvantēšanas veidu sauc par *telpisko kvantēšanu*. Elektrona orbītu telpiskos virzienus nosaka, uzskatot kvantu skaitli l par vektoru \mathbf{l} , kas vērsts pa elektrona kustības daudzuma momenta virzienu, t. i., perpendikulāri orbītas plaknei. Saskaņā ar telpiskās kvantēšanas nosacījumu *elektrona orbītai iespējama tikai tāda orientācija telpā, kurā vektora \mathbf{l} projekcija ārējā lauka virzienā $l \cos(\mathbf{l}, \mathbf{B}) = m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ir vesels pozitīvs vai negatīvs skaitlis* — magnētiskais kvantu skaitlis m . Tā kā orbitālā kustībā pa elipsi elektrona kustības daudzuma moments $L_0 = l\hbar$, tad

saskaņā ar telpiskās kvantēšanas nosacījumu tā *projekcija* pa z asi magnētiskā lauka virzienā L_{oz} ir vesels kustības daudzuma momenta kvanta \hbar daudzkārtis:

$$L_{oz} = m\hbar. \quad (34-17)$$

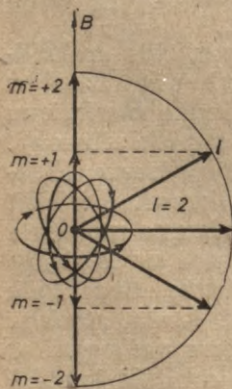
Kādas elektrona orbītas telpiskās orientēšanas piemērs, ja $l=2$, ārējā magnētiskajā laukā B attēlots 34-8. zīmējumā. Šajā gadījumā pavisam ir iespējami $2l+1=2\cdot 2+1=5$ orbītas telpiskās orientācijas stāvokļi (virzieni). Šos orbītas stāvokļus parāda kvantu skaitļa vektora l piecas pozīcijas. Vektora l projekcijas lauka B virzienā ir magnētiskie kvantu skaitļi $m=2, 1, 0, -1, -2$.

3. Elektrona spins un tā telpiskā kvantēšana. Vēlāk atklāja, ka katrs atoma elektrona enerģijas stāvoklis, kuru nosaka trīs kvantu skaitļi $n, l \neq 0$ un m , sašķēlas vēl divās daļās, t. i., veido dubletu. Šo enerģijas līmeņu šķelšanos 1925. gadā izskaidroja Goudsmits un Ūlenbeks, pieņemot, ka pašam elektronam piemīt rotācijas kustība jeb, kā saka, spins ar konstantu kustības daudzuma momentu L_s , kura *projekcija* magnētiskā lauka virzienā ir L_{sz} . Tāpat kā orbitālā kustībā, abi šie elektrona momenti ir kvantēti, t. i.,

$$L_s = s\hbar \quad \text{un} \quad L_{sz} = m_s\hbar, \quad (34-18)$$

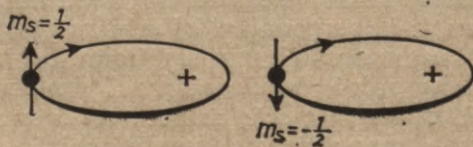
kur $s=1/2$ ir spina kvantu skaitlis un $m_s = \pm s = \pm 1/2$ ir spina magnētiskais kvantu skaitlis.

Tātad ārējā magnētiskajā laukā, kas vērsts z ass virzienā, elektrona spins, ar kuru ir saistīts arī *magnētiskais moments* $\frac{e}{m_0} \cdot \frac{\hbar}{2}$ (sk. 21. nod. 2. un 3. §), var nostāties tikai divos telpiskos stāvokļos: $m_s=1/2$, kad elektrona spins vērsts ārējā magnētiskā lauka virzienā B , un $m_s=-1/2$, kad spins vērsts pretējā virzienā. Abi spina stāvokļi kādā ūdeņraža atoma enerģijas stāvoklī $l \neq 0$, kurā spinu orientē elektrona orbitālās kustības magnētiskais lauks, parādīti 34-9. zīmējumā.



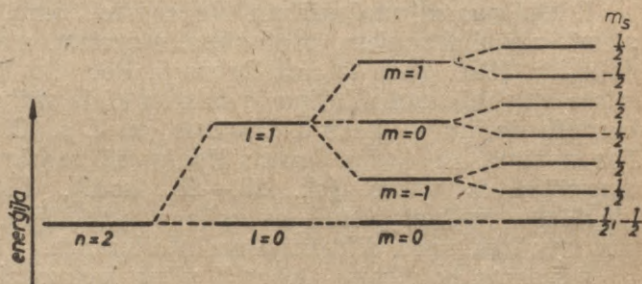
34-8. zīm.

4. Elektrona stāvokļi atomā un tā enerģiju tātad pilnīgi nosaka četri kvantu skaitļi n, l, m , un m_s . Šāda kvantu skaitļu secība aptuveni arī rāda, kā samazinās elektrona enerģijas vērtību diferences, kas ir atkarīgas no šiem 4 kvantu skaitļiem. Ja mainās galvenais kvantu skaitlis n , tad elektrona enerģijas maiņas ir



34-9. zīm.

lielas. Atoma enerģijas stāvokļu diagrammā attālums starp enerģijas līmeņiem, kuriem ir dažāds skaitlis n , ir liels. Noteiktam kvantu skaitlim n , bet dažādiem kvantu skaitļiem l atbilstošās elektrona enerģijas diferences jau ir mazākas. Vēl mazāka ir elektrona enerģijas maiņa dažādām kvantu skaitļu m un m_s vē-



34-10. zīm.

tībām, kas kvantē elektrona orbitālā un spina kustības daudzuma momenta virzienus telpā. Atoma enerģijas stāvokļa $n=2$ pakāpeniskā šķelšanās un enerģijas diferencu samazināšanās attēlota 34-10. zīmējumā.

5. Kaut gan Bora—Zommerfelda teorija dod pareizas udeņraža atoma enerģijas vērtības un aptuveni pareizi apraksta arī citu atomu elektronu kustību, tomēr daudzos gadījumos tā *nesaskan ar eksperimentu*. Tā, piemēram, udeņraža atoma pamatstāvoklī, kurā $n=1$ un $l=0$, elektronam, pēc Bora—Zommerfelda teorijas, būtu jāiet caur atoma kodolu. Bet tas, pēc klasiskās mehānikas likumiem nav iespējams. Ja pieņemtu, ka udeņraža atoma pamatstāvoklī kvantu skaitlis $l=1$, tad atoma elektronam kustībā pa orbītu atkal pretrunā ar eksperimentu būtu mehāniskais kustības daudzuma moments. Teorija nespēja izskaidrot arī divu un vairāku elektronu mijiedarbību, piemēram, He atomā un H_2 molekulā. Nav saprotama arī Bora 1. postulāta un Zommerfelda kvantu nosacījumu fizikālā jēga. Visu šo nesaskaņu cēlonis ir pieņēmums, ka elektronu kustība atomā noris pēc klasiskās mehānikas likumiem (Bora un Zommerfelda pieņēmumi nosaka tikai «atļautās» orbītas) un ka elektrona kustības kvantēto raksturu rada nezināmu iemeslu izraisītā atkāpe no klasiskās elektrodinamikas likumiem. Tālāk iztīrējot kvantu mehāniku, redzēsīm, ka, pārejot uz mikropasauli, mainās tieši mehānikas likumi, bet paliek pamatā negrozīti elektrodinamikas likumi.

Piemērs. Noteikt gaismas viļņa garumu λ , ko izstaro Li^{++} jons, pāriedams no otrā kvantu stāvokļa uz pirmo stāvokli.

Izteiksmē (34-12) ievietojot $Z=3$, $n'=2$, $n=1$, dabūjam $\lambda=c/v_{21}=13,5$ nm.

KVANTU MEHĀNIKAS ELEMENTI

1. Š. DEBROLJĪ VIĻŅI. ELEKTRONU DIFRAKCIJA

1. **Daļiņas viļņu īpašības.** Neparasto domu, ka viļņu īpašības piemīt arī elektroniem, protoniem, atomiem, molekulām un citām daļiņām, 1924. gadā izteica Debroljī. Pēc viņa hipotēzes, ar katru miera stāvoklī esošu daļiņu ir saistīts kāds *stāvvilnis*, bet ar katru kustošu daļiņu — kāds *skrejvilnis* jeb t. s. Debroljī vilnis. Tas nozīmē, ka daļiņa kustas līdzīgi kā mehāniskais vai elektromagnētiskais vilnis (sk. 23.—25. nod.). Tātad, pēc Debroljī hipotēzes, daļiņai piemīt svārstības amplitūda, intensitāte, viļņa garums, frekvence, difrakcija un interference.

Vispirms noteiksim Debroljī viļņa frekvenci, fāzes un grupas ātrumu un viļņa garumu. Šie lielumi izsakāmi ar daļiņas masu m , ātrumu v , potenciālo enerģiju E_p , gaismas ātrumu c un Plankā konstanti h . Debroljī teorijas pamatdoma ir tā, ka ar Planka formulu izteiktā frekvence $\nu = \epsilon/h$ piemīt ne vien gaismas kvantam — fotonam, bet ka frekvence

$$\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h} \quad (35-1)$$

piemīt arī katrai miera stāvoklī esošai daļiņai ar masu m_0 un enerģiju $\epsilon_0 = m_0 c^2$. Tātad ne tikai masas un enerģijas, bet arī enerģijas un frekvences sakarība ir universāla. Kā izskaidrot, ka daļiņai miera stāvoklī neatkarīgi no tās elektriskā lādiņa ir šāda frekvence? Tikai tā, ka ar daļiņu ir saistīts kāds stāvvilnis — *Debroljī stāvvilnis*. Šī stāvvilņa, tāpat kā jebkura laikā harmoniska stāvvilņa «izvirzi» $\psi(x'; t')$ x' ass virzienā atkarībā no vietas x' un laika t' izsaka funkcija

$$\psi(x'; t') = \varphi(x') \sin 2\pi\nu_0 t', \quad (35-2)$$

kur $\varphi(x')$ — Debroljī stāvvilņa *amplitūda*, ν_0 — stāvvilņa frekvence. Debroljī stāvvilņa svārstības pa x' asi ir *sinhronas* novērotājam, kas atrodas miera stāvoklī koordinātu sistēmā x', t' , kurā arī daļiņa ir miera stāvoklī.

Ja novērotājs aplūko šo daļiņu no koordinātu sistēmas x, t , kurā daļiņa kustas ar ātrumu $v = x/t$, tad pēc Lorencā transformā-

cijām (31-5), kur $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, $t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, šai daļiņai atbilstošā

Debroljī viļņa «izvirze» (35-2) ir

$$\psi(x; t) = \varphi\left(\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) \sin 2\pi\nu_0 \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (35-2')$$

Raugoties no šīs nekustošās sistēmas, svārstības dažādos x ass punktos tādā *nav vairs sinhronas* (jo svārstību fāzes dažādos punktos nav vienādas). No izteiksmes (35-2') sastāvdaļas $t - \frac{v}{c^2} x$ redzam, ka nekustīgā sistēmā punkts, kurā svārstībai ir kāda noteikta fāze, pārvietojas ar t. s. fāzes ātrumu $v_f = c^2/v$. Tādā nekustīgā koordinātu sistēmā Debroljī vilnis nav vairs stāvvilnis, bet gan skrejvilnis. Pēc izteiksmes (35-2'), šī skrejvilņa frekvence

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (35-3)$$

t. i., tā frekvence v ir atkarīga no ātruma. Tādā Debroljī vilņiem jau vakuumā piemīt arī *dispersija* un līdz ar to no fāzes ātruma atšķirīgs grupas ātrums v_g . Pieņemot, ka laika brīdī $t=0$ vilņu maksimums ir punktā $x=0$, no sakarības $x - vt = 0$ Debroljī skrejvilņa grupas ātrums, t. i., amplitūdas ϕ maksimuma ātrums

$$v = \frac{x}{t} = v_g. \quad (35-3')$$

Tādā Debroljī vilņu grupas ātrums ir vienāds ar daļiņas ātrumu.

2. **Debroljī vilņa garums** pēc vispārīgās vilņu izteiksmes $v_f = \lambda v$, ievērojot izteiksmi (35-1), ir

$$\lambda = \frac{v_f}{v} = \frac{\frac{c^2}{v}}{m_0 c^2} = \frac{h}{m_0 v}. \quad (35-4)$$

Tā ir **Debroljī formula**. Tā kā $E_k = E - E_p$ un $m_0 v = \sqrt{2m_0 E_k}$, kur E , E_p un E_k ir daļiņas pilnā (pēc klasiskās mehānikas), potenciālā un kinētiskā enerģija, tad *Debroljī vilņa garums*

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0(E - E_p)}}. \quad (35-5)$$

Brīvai daļiņai $E_p = 0$ un $E = E_k$. Ievietojot $E_k = m_0 v^2/2 = eU$, *brīvas daļiņas vilņa garums*

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}}. \quad (35-6)$$

Elektronam $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C, tāpēc $\lambda = \frac{12,25 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{U}}$ [m], kur U ir daļiņu paātrināošais spriegums voltos.

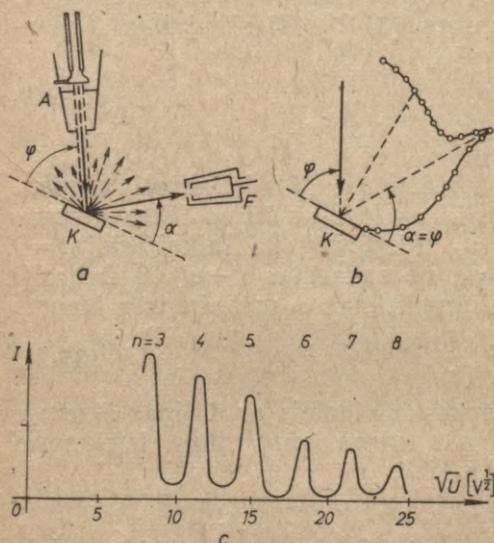
Relatīvistiskajā gadījumā daļiņai ar pilno enerģiju $E = m_0 c^2 + E_k$ (kur tāpat $E_k = eU$), ievērojot, ka pēc izteiksmes

$$(31-18) \quad p = \sqrt{E^2 - m_0^2 c^4} = \frac{\sqrt{(2m_0 c^2 + E_k) E_k}}{c},$$

$$\lambda = \frac{h \sqrt{1 - v^2/c^2}}{m_0 v} = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{(2m_0 c^2 + E_k) E_k}}. \quad (35-7)$$

Skaitliski, piemēram, elektronam, ja $U=1$ V, tad $\lambda=1,23 \cdot 10^{-9}$ m, bet, ja $U=10^6$ V, $\lambda=8,72 \cdot 10^{-13}$ m; protonam, ja $U=1$ V, $\lambda=2,86 \cdot 10^{-11}$ m, bet, ja $U=10^6$ V, $\lambda=2,86 \cdot 10^{-14}$ m.

3. Devisona un Džermers eksperimenti. Debrolji formulas (35-4) pareizību un līdz ar to daļiņu viļņu īpašību eksistenci eksperimentāli pierādīja Devisons un Džermers 1927. gadā, pētot



35-1. zīm.



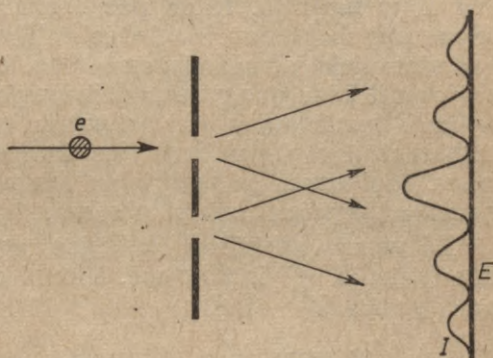
35-2. zīm.

elektronu atstarošanas no niķeļa monokristāla virsmas. Devisona un Džermers eksperimentos paralēlu elektronu plūsmu, kas krīt uz niķeļa kristālu K , dod elektronu lielgabals A (35-1. zīm. a). Tos no kristāla izkliedētos elektronus, kuri iet virzienā α , uztver Faradeja būris F . Ja $\varphi = \text{const}$, tad no Ni polikristāla atstaroto elektronu skaits I atkarībā no leņķa α mainījās monotoni. Turpretim, izkliedējoties no monokristāla, pie leņķa $\alpha = \varphi$ novēroja elektronu skaita maksimumu (35-1. zīm. b). Bet, turot šo leņķi $\alpha = \varphi$ konstantu un mainot spriegumu U , t. i., elektronu ātrumu v , novēroja periodisku atstaroto elektronu skaita I maiņu (35-1. zīm. c). Šo eksperimentu rezultātu analīze pierādīja, ka atstaroto elektronu maksimumus nosaka rentgenstaru Bregu—Vulfa formula (28-20) $2d \sin \varphi = n\lambda$, ja tajā d ir niķeļa kristālrežģa konstante, $n=0, 1, 2, \dots$, bet λ —elektrona Debrolji viļņa garums. Jāņem vērā arī elektronu staru lūšana pie kristāla virsmas. Ar to bija pierādīts, ka elektroni, līdzīgi rentgenstariem, *kustas kā viļņi*, kas, atstarojoties no niķeļa monokristāla atomu plaknēm un savā starpā interferējot, vienā atstarošanas virzienā pastiprinās, bet citā pavājinās.

Neilgi pēc tam interferēnce un difrakcija saskaņā ar Debrolji formulu (35-4) tika konstatēta arī protonu, neitrālu He atomu

un H_2 molekulu plūsmā. Debaī—Šērera rentgenstaru difrakcijai (sk. 28. nod. 7. §) līdzīgu ainu (35-2. zīm.) 1928. gadā ieguva Tomsons, laižot ātru elektronu staru kūli caur ļoti plānām polikristālisku vielu (Au, Cu u. c.) plāksnītēm. Elektronu izkliede salīdzinājumā ar rentgenstaru izkliedi ir daudz intensīvāka, tāpēc vielu atomārās struktūras analizē elektronu difrakcija bieži vien dod labākus rezultātus nekā rentgenstaru difrakcija.

4. **Ļoti vāja elektronu stara interference.** Ne vien elektronu viļņu īpašības, bet arī Debroljī viļņu būtību daļēji atsedz ļoti vāja elektronu stara veidotā interference. Pieņemsim, ka cauri divām šaurām spraugām (35-3. zīm.) perpendikulāri to plaknei tiek laists ļoti vājš elektronu e stars, kurā elektroni cits citam



35-3. zīm.

seko tikai, piemēram, pēc 30 sekundēm. Tad pēc ļoti ilgas ekspozīcijas uz fotoplates E var konstatēt elektronu Debroljī viļņu interferencees ainu, kas līdzīga gaismas interferencees aintai no divām spraugām. No šādiem eksperimentāliem rezultātiem var secināt, ka interferencees aintai nekādā ziņā neizraisa elektronu savstarpējā mijiedarbība, bet ka šo interferencei rada tikai *viena* atsevišķa elektrona Debroljī viļņu interference. Veidojot uz fotoplates interferencees ainu, viena elektrona Debroljī viļņim jāiziet cauri *abām* spraugām.

2. §. VIĻŅU FUNKCIJA

Mehāniskos viļņus veido vides daļiņu periodiskas kustības, elektromagnētiskie viļņi ir telpā un laikā mainīgi elektriskie un magnētiskie lauki. Tāpēc jāpaujā: kas svārstās Debroljī viļņos? Debroljī sākotnēji uzskatīja, ka šos viļņus veido daļiņas masa un elektriskais lādiņš (ja tāds daļiņai ir), kas ir periodiski un nepārtraukti sadalīts pa viļņa telpas apgabalu. Tādā gadījumā daļiņa izkliedes procesā sadalītos, tāpat starp atsevišķiem daļiņas lādiņa apgabaliem vajadzētu būt mijiedarbībai. Novērojumi tomēr rāda, ka elektroni un citas daļiņas izkliedē nedalās, paliek veselas un minētās mijiedarbības nav. Tātad šāds Debroljī viļņu būtības izskaidrojums nav pareizs.

1927. gadā Borns deva Debroljī viļņiem citu — statistisku interpretāciju, uzskatīdams, ka *pa viļņa telpas apgabalu sadalās daļiņas atrašanās varbūtība, pašai daļiņai paliekot*

nedalītai, veselai. Ja Debroļji viļņu kustības likumu izsaka funkcija $\psi(x; y; z; t)$, kuru kvantu mehānikā sauc par viļņu funkciju, tad pēc Borna interpretācijas viļņu funkcijas kvadrāts $|\psi|^2 = \psi^* \psi$ izsaka daļiņas atrašanās varbūtību tilpuma vienībā, t. i., statistisko daļiņas blīvumu, bet $|\psi|^2 dV$ ir daļiņas atrašanās varbūtība tilpuma elementā dV . Šeit ψ^* ir funkcijai ψ kompleksi saistītā viļņu funkcija. Tātad pēc Borna interpretācijas pa visu viļņa telpas apgabalu nav izvietotas daļiņas sastāvdaļas, bet gan daļiņas statistiskā atrašanās varbūtība. Varētu iedomāties, it kā daļiņai piemīt kāds par gaismas ātrumu nesalīdzināmi lielāks ātrums, ar kuru kustēdamās tā var nonākt visās viļņu telpas vietās un uzturēties tur viļņu funkcijas kvadrātam proporcionāla ilguma laiku. Jāpiezīmē, ka pati viļņu funkcija, kas vispār ir kompleksa funkcija, nav tieši fizikāli mērāma.

Kā visas varbūtības funkcijas, arī daļiņas atrašanās varbūtības funkcija $|\psi|^2$ ir jānormē. Vienai daļiņai normēšanas nosacījums ir

$$\int |\psi|^2 dV = 1. \quad (35-8)$$

Tas nozīmē, ka daļiņas atrašanās varbūtība kaut kur visā viļņa ieņemtajā telpā ir vienāda ar 1, t. i., daļiņa šinī telpā noteikti atrodas. Ja daļiņas masa ir m un lādiņš e , tad $m|\psi|^2$ un $e|\psi|^2$ dod daļiņas statistisko masas un lādiņa blīvumu.

Daļiņai, kuras masa ir $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, ātrums $v = \frac{h}{m\lambda}$ un relativis-

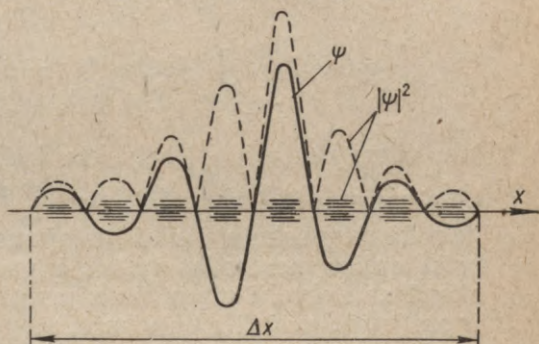
tiskā pilnā enerģija $E = mc^2$ un kura brīvi kustas x ass pozitīvajā virzienā, viļņu funkcija $\psi(x; t)$ ir harmoniska skrejviļņa kustības likums. Ievērojot, ka daļiņas viļņa vektors $k = 2\pi/\lambda = mv/\hbar$ un leņķiskā frekvence $\omega = 2\pi\nu = E/\hbar$, brīvi kustošas daļiņas viļņu funkciju var uzrakstīt šādi:

$$\begin{aligned} \psi(x; t) &= A e^{2\pi i \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)} = A e^{i(kx - \omega t)} = \\ &= A e^{\frac{i}{\hbar} (px - Et)} = \varphi_0 e^{-\frac{i}{\hbar} Et}, \end{aligned} \quad (35-9)$$

kur $A = \text{const}$ un $\varphi_0 = A e^{\frac{i}{\hbar} px}$ ir Debroļji viļņa kompleksās amplitūdas. Izteiksme (35-9) ir formāli analoga harmoniska mehāniskā viļņa un elektromagnētiskā viļņa kustības likuma izteiksmēm (23-15) un (25-22). Tā kā šāds harmoniskais vilnis ir bezgalīgs, daļiņa kaut kādā laika brīdī t atrodas robežās no $x = +\infty$ līdz $x = -\infty$, t. i., daļiņas kā korpuskulas koordināte x ir pilnīgi nenoteikta. Daļiņas atrašanās varbūtību kādā vietā uz x ass tās garuma vienības intervālā šajā gadījumā izsaka $\psi\psi^* = |\psi|^2 = AA^* = A^2 = \text{const}$, kur A^* ir lieluma A kompleksi saistītais lielums.

3. Š. VIĻŅU PAKETE. NENOTEIKTĪBU SAKARĪBAS

1. **Viļņu pakete.** Neviena reāls vilnis nav bezgalīgi garš. Bet, ja vilnim ir *galīgs garums*, piemēram, Δx , tad tas nevar būt monohromatisks vilnis. Galīga garuma vilnis vienmēr ir salikts no bezgalīgi daudziem, vienā virzienā kustošiem un bezgalīgi gariem monohromatiskiem viļņiem, kuru frekvences un viļņu garumi atrodas galīgā intervālā $\Delta\nu$ un $\Delta\lambda$. Šo monohromatisko viļņu amplitūdu summa, izņemot apgabalu Δx , visā bezgalīgajā viļņu kustības garumā ir vienāda ar nulli. Apgabalā Δx visu saskaitāmo viļņu amplitūdas savstarpēji pastiprinās un dod galīgā garuma vilni, kura amplitūda salīdzinājumā ar atsevišķo viļņu amplitūdām ir liela (35-4. zīm.). Galīgā garuma vilni, kuru veido daudzi monohromatiskie frekvenču intervāla $\Delta\nu$ viļņi, sauc par *viļņu paketi*. Viļņu paketes garumu Δx un viļņu vektora $k=2\pi/\lambda$ intervālu Δk viļņu paketi veidojošiem viļņiem saista sakarība



35-4. zīm.

35-4. zīm.). Galīgā garuma vilni, kuru veido daudzi monohromatiskie frekvenču intervāla $\Delta\nu$ viļņi, sauc par *viļņu paketi*. Viļņu paketes garumu Δx un viļņu vektora $k=2\pi/\lambda$ intervālu Δk viļņu paketi veidojošiem viļņiem saista sakarība

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 1, \quad (35-10)$$

resp., $\Delta x \geq 1/\Delta k$, t. i., jo *garāka ir viļņu pakete* (lielāks Δx), jo *šaurāks ir viļņu paketi veidojošo viļņu vektora k intervāls Δk* ($\Delta k \sim \Delta\lambda$) un jo *īsāka ir viļņu pakete* (mazāks Δx), jo *lielāks ir intervāls Δk* .

Jau sen ir arī pierādīts, ka viļņu paketi veidojošo viļņu leņķiskās frekvences intervālu $\Delta\omega$ un laiku Δt , kādā viļņu pakete aiziet garām noteiktai vietai x , saista sakarība

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \geq 1, \quad (35-11)$$

resp., $\Delta\omega \geq 1/\Delta t$, t. i., jo *mazāks ir viļņu paketes leņķiskās frekvences intervāls $\Delta\omega$* , jo *lielāks ilgums Δt ir viļņu paketes plūsmai*.

No iegūtajiem rezultātiem varam secināt, ka viļņu paketes garuma un viļņu vektora intervāli Δx , Δk un viļņu leņķiskās frekvences un plūsmas laika intervāli $\Delta\omega$, Δt veido divus *saistītu lielumu pārus*. Jāpiezīmē, ka starp Δx un Δt un starp Δk un $\Delta\omega$ šādas sakarības nepastāv. Tā, piemēram, ja $\Delta k \rightarrow 0$, viļņu paketes viļņu vektora k intervāls Δk kļūst bezgalīgi mazs, bet, tā kā paketi var veidot bezgalīgi gari viļņi, tad arī $\Delta\omega \rightarrow 0$.

Svarīgi atzīmēt, ka šādām sakarībām jāpakļaujas *visiem* viļņu veidiem, t. i., arī Debrolji viļņiem.

2. **Debrolji viļņu pakete.** Kvantu mehānikā, iztīrējot daļiņas kustību, daļiņu aizstājam ar Debrolji viļņu paketi, kura kustas

ar daļiņas ātrumu v . Šis viļņu paketes kustības likumu x ass virzienā, t. i., daļiņas viļņu funkciju $\psi(x, t)$, aptuveni var izteikt ar vairāku brīvas daļiņas harmonisku viļņu funkciju summu:

$$\psi(x, t) = \sum_i A_i e^{i(k_i x - \omega_i t)}$$

vai precīzi ar

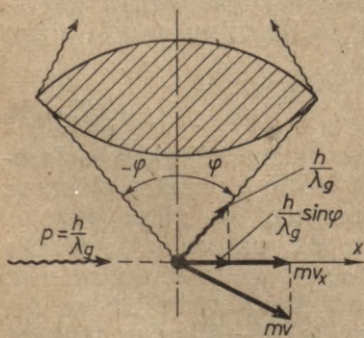
$$\psi(x, t) = \int_{k - \frac{\Delta k}{2}}^{k + \frac{\Delta k}{2}} A(k) e^{i(kx - \omega t)} dk, \quad (35-12)$$

kur viļņu vektori k (leņķiskās frekvences ω) atrodas intervālos no $k - \frac{\Delta k}{2}$ līdz $k + \frac{\Delta k}{2}$ (no $\omega - \frac{\Delta \omega}{2}$ līdz $\omega + \frac{\Delta \omega}{2}$). Attiecībā uz daļiņu kā korpuskulu šis aizvietojums izsaka to, ka noteiktā laika brīdī daļiņā neatrodas noteiktā punktā ar koordināti x , bet saskaņā ar Debroļji viļņu funkcijas $\psi(x, t)$ statistisko interpretāciju ir statistiski sadalīta pa visu viļņu paketes intervālu Δx .

3. **Heizenberga pirmās nenoteiktību sakarības:** Debroļji viļņiem $\Delta k = \Delta p_x / \hbar$, tādēļ daļiņas koordinātu intervālu Δx un tās kustības daudzuma intervālu Δp_x pēc izteiksmes (35-10) saista sakarība

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (35-13)$$

Tā apgalvo — jō precīzāk nosakām daļiņas koordināti x , jō mazāk precīzi tajā pašā laikā ir nosakāms daļiņas kustības daudzums p_x . Sakarībai (35-13) līdzīgas sakarības eksistē arī daļiņas Debroļji viļņu kustībai koordinātu y un z asu virzienos: $\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar$ un $\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar$. Šīs izteiksmes ir Heizenberga pirmās nenoteiktību sakarības.



35-5. zīm.

Izrisināsim pirmo nenoteiktību sakarību elektronam, ja tā koordināti x nosaka, aplūkojot to mikroskopā, kura optiskā ass ir perpendikulāra x asij (35-5. zīm.). Ja elektronu apstarojošās gaismas viļņa garums ir λ_g , tad tā koordināti x mikroskopa izšķiršanas spējas robežas dēļ var noteikt ar precizitāti $\Delta x = \lambda_g / \sin \varphi$ [sk. izt. (28-17)]. Leņķis α , kādā elektrona attēlu veidojošais gaismas fotons pēc sadurmes ar elektronu var iet caur objektīvu, var būt robežās $-\varphi \leq \alpha \leq \varphi$. Tāpēc (ja Komptona efekta dēļ λ_g mainās [oti maz]) attēlojošā fotona kustības daudzums x ass virzienā ir robežās no $p_g =$

$$= + \frac{h\nu \sin \varphi}{c} = + \frac{h \sin \varphi}{\lambda_g} \text{ līdz } - \frac{h \sin \varphi}{\lambda_g}, \text{ t. i., robežās } \pm \frac{h \sin \varphi}{\lambda_g}.$$

Tikpat liela nenoteiktība $\Delta p_x = \pm \frac{h \sin \varphi}{\lambda_g}$ x ass virzienā pēc kustības daudzuma nezūdamības

likuma ir elektrona kustības daudzumam $p_x = mv_x$. Tātad abu nenoteiktību Δx un Δp_x reizinājums

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{\lambda_g}{\sin \varphi} \cdot \left(\pm \frac{\hbar \sin \varphi}{\lambda_g} \right) = \pm \hbar.$$

Ņemot īsāku gaismas viļņa garumu λ_g , mikroskopa izšķiršanas spēja ir lielāka, tāpēc elektrona koordinātes nenoteiktība Δx — mazāka, toties elektrona kustības daudzuma nenoteiktība Δp_x tad ir lielāka.

4. Heizenberga otrā nenoteiktību sakarība. Tā kā $\Delta \omega = \Delta E / \hbar$, tad izteiksme (35-11) Debroljī viļņu paketei ir šāda:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar. \quad (35-14)$$

Šajā nenoteiktību sakarībā laika intervālu Δt parasti kvantu mehānikā neinterpretē kā laika nenoteiktību, bet gan kā sistēmas atrašanās ilgumu stāvoklī ar enerģiju E . Izteiksme (35-14) apgalvo — *jo lielāks ir sistēmas uzturēšanās ilgums Δt stāvoklī ar enerģiju E , jo mazāka ir tās enerģijas E nenoteiktība ΔE* . Sistēmai atrodoties stabilā stāvoklī, $\Delta t = \infty$, tāpēc $\Delta E = 0$, t. i., sistēmai ir pilnīgi noteikta enerģija. Tā, piemēram, ir zināms, ka elektrona uzturēšanās ilgums atoma ierosinātajos enerģijas stāvokļos ir $\Delta t \approx 10^{-8}$ s. Tāpēc saskaņā ar otro nenoteiktību sakarību tā ierosinātajam enerģijas stāvoklim, resp., tā emitētajai spektra līnijai ir *dabiskais platum* $\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-8} \text{ s}} \approx 10^{-26} \text{ J}$.

5. Heizenberga nenoteiktību sakarību galvenā nozīme ir tā, ka tās parāda, līdz kādai noteiktībai daļiņas kustībā ir lietojami punktveida daļiņas klasiskās mehānikas lielumi — koordināte, ātrums, kustības daudzums, enerģija, laiks u. c. Nenoteiktību sakarību robežās ($\Delta x \cdot \Delta p_x > \hbar$, $\Delta E \cdot \Delta t > \hbar$) šie punktveida daļiņas lielumi ir definējami tikai statistiski. Tā, piemēram, daļiņas klasisko noteikto sākuma koordinātu un ātruma vietā jāliek kāds ar viļņu paketi raksturots sākuma koordinātu un ātruma sadalījums. Daļiņai kustoties, šī viļņu pakete maina savu formu un izklīst. Tātad mikropasaules parādību izpētei ir statistisks raksturs, tomēr tās ir noskaidrojamas ne mazāk precīzi kā makropasaules parādības. Secināt, ka tā nav, būtu kļūdaini, ideālistiski.

4. §. DEBROLJĪ VIĻŅU VIENĀDOJUMS. PIEMĒRI

Formulēsīm vispārīgos Debroljī viļņu kustības likumus, pēc kuriem dažādos konkrētos gadījumos var atrast daļiņas viļņu funkciju ψ , enerģiju E un pārējos daļiņas fizikālos lielumus.

— Kvantu mehānikas pamatlikumus 1925. gadā, lietojot matricu rēķinu metodes, atklāja Heizenbergs. Aplūkojot šos pamatlikumus, tomēr lietosim Šrēdingera 1926. gadā doto kvantu mehānikas formu — t. s. viļņu mehāniku, kuras pamatā ir

daļiņas Debroļjī viļņu vienādojums (*Šrēdingera diferenciālvienādojums*); to atrisinot, atrod daļiņas fizikālos lielumus.

1. **Šrēdingera vienādojums.** Elektromagnētisko viļņu kustībā neabsorbējošā vidē, kurā viļņu laušanas koeficients n , fāzes ātrums $v_f = c/n$ un viļņa garums λ ir mainīgi, $Oxyz$ koordinātu sistēmā viļņa elektriskā lauka intensitāti E_e nosaka otrās kārtas parciālais diferenciālvienādojums [sk. izt. (25-29)] $\frac{\partial^2 E_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_e}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_e}{\partial z^2} - \frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 E_e}{\partial t^2} = 0$. Tam formāli līdzīgs ir mehānisko viļņu vienādojums. Arī trešajam viļņu veidam dabā, t. i., daļiņu Debroļjī viļņiem ar viļņu funkciju ψ , ir analogs viļņu vienādojums:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0. \quad (35-15)$$

Turpmāk aplūkosim gadījumus, kuros daļiņas Debroļjī viļņu kustība ir stacionāra (Debroļjī viļņu amplitūda laikā ir nemainīga), t. i., $\frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} = 0$. Tad daļiņas enerģijai $E = E_k + E_p$ var būt tikai noteiktas diskrētas vērtības. Daļiņas kustība šajā gadījumā parasti norisinās kādā potenciālās enerģijas bedrē un tās viļņu funkcijai ir šāda forma: $\psi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z) e^{2\pi i \nu t}$, kur $\varphi(x, y, z)$ ir Debroļjī viļņu amplitūda un $\nu = m_0 c^2 / h$ — frekvence. Ievietojot šo funkciju viļņu vienādojumā (35-15), saīsinot ar $e^{2\pi i \nu t}$ un ievērojot, ka

$$v_f = \frac{c}{v} = \frac{m_0 c^2}{m_0 v} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{2m_0(E - E_p)}} = \frac{h\nu}{\sqrt{2m_0(E - E_p)}}$$

un

$$\frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{2m_0(E - E_p)}{(h\nu)^2} (2\pi i \nu)^2 \psi = -\frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - E_p) \psi,$$

dabūjam, ka

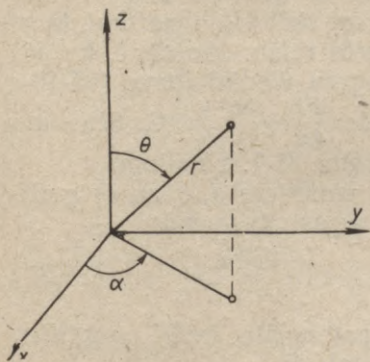
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - E_p) \varphi = 0. \quad (35-16)$$

Sfēriskajās koordinātēs r, α, θ (35-6. zīm.) vienādojums (35-16) ir formā

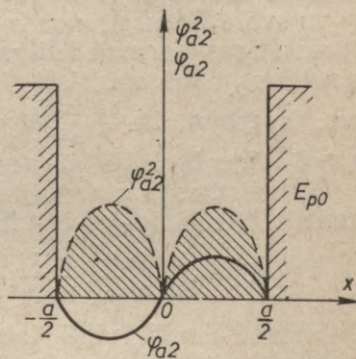
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - E_p) \varphi = 0. \quad (35-17)$$

Vienādojumi (35-16) un (35-17) ir Šrēdingera vienādojumi viļņu amplitūdai φ . Izmantojot parastos parciālo diferenciālvienādojumu atrisināšanas nosacījumus, lai atrisinājums būtu viennozīmīgs un viļņu funkcija bezgalībā pietiekami ātri tuvotos nullei, no vienādojumiem (35-16) vai (35-17) dabūjam, ka daļiņas enerģijas vērtības E veido diskrētu virkni $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$

Sīs diskrētās enerģijas vērtības E_n sauc par daļiņas enerģijas īpašvērtībām. Tām atbilstošās viļņu funkcijas $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ sauc par daļiņas īpašfunkcijām. Tālāk atrisināsim Šrēdingera vienādojumu dažos konkrētos gadījumos, kuros Šrēdingera vienādojumi atšķirsies ar potenciālās enerģijas funkciju $E_p(x, y, z)$.



35-6. zīm.



35-7. zīm.

2. Daļiņa potenciālā bedrē. Pieņemsim, ka daļiņa kustas x ass virzienā robežās $-a/2 \leq x \leq a/2$ taisnstūrveida potenciālā bedrē (35-7. zīm.), kurā daļiņas potenciālā enerģija $E_p = 0$ (t. i., $E = E_k$). Pieņemsim arī, ka ārpus potenciālā bedres daļiņas enerģija $E_{p0} = \text{const}$ ir daudz lielāka par daļiņas kinētisko enerģiju E_{kx} . Potenciālā bedrē daļiņa kustas brīvi, tāpēc tās normētās reālās viļņu funkcijas pēc izteiksmes (35-9) ir šādas:

$$\varphi_a = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi x}{\lambda_x} \quad \text{un} \quad \varphi_s = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{2\pi x}{\lambda_x}, \quad (35-18)$$

bet atrašanās varbūtības ir φ_a^2 un φ_s^2 . Atšķirībā no daļiņas brīvās kustības neierobežotā telpā daļiņai šādā potenciālā bedrē nav iespējams katrs viļņa garums λ_x un katra kinētiskā enerģija E_k , jo viļņu funkcijai $\varphi(x)$ jāizpilda šādas prasības: 1) pie $x = \pm a/2$ jābūt $\varphi = 0$ (daļiņas Debroljī vilnis potenciālā bedres sienās neiespiežas) un 2) viļņu funkcijai φ jābūt *stacionārai*. So nosacījumu dēļ daļiņai potenciālā bedrē var būt tikai tādi viļņa garumi λ_x , pie kuriem izteiksmju (35-18) sinusa un kosinusa funkcijas punktos $x = \pm a/2$ ir vienādas ar nulli. Tas iespējams tikai tad, ja daļiņas viļņa garuma puse $\lambda_x/2$ ietilpst potenciālā bedres platumā a vesela skaita n_x reizi, t. i.,

$$\frac{a}{\lambda_x} = n_x, \quad \text{resp.}, \quad \lambda_x = \frac{2a}{n_x}, \quad (35-19)$$

kur $n_x = 1, 3, 5 \dots$ der funkcijai φ_s , bet $n_x = 2, 4, 6 \dots$ der funkcijai φ_a . Iespējamās daļiņas kustības daudzuma p_x vērtības tad ir

$p_x = \frac{h}{\lambda_x} = \frac{h}{2a} n_x$, no kurienes redzam, ka daļiņai potenciāla bedrē var būt tikai šādas diskrētās kinētiskās enerģijas vērtības:

$$E_{kx} = \frac{m_0 v_x^2}{2} = \frac{p_x^2}{2m_0} = \frac{h^2}{8m_0 a^2} n_x^2. \quad (35-20)$$

Daļiņas Debroljī viļņi potenciāla bedrē ir *analogi* stīgas stāvviļņu svārstībām. Arī tur ir iespējami tikai tādi viļņa garumi, kuru puses stīgas garumā ietilpst vesela skaita reižu. Jāatzīmē, ka šos rezultātus dabū arī, tieši risinot Šrēdingera vienādojumu (35-16), kas, ievērojot, ka $\frac{8\pi^2 m_0 E_{kx}}{h^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda_x^2}$, ir šāds: $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda_x^2} \varphi = 0$. Stāvokļa $n_x = 2$ viļņu funkcija φ_{a2} (un φ_{a2^2}) parādīta 35-7. zīmējumā.

Trīsdimensiju potenciāla bedres (ar izmēriem a , b un c) gadījumā daļiņas iespējamās kinētiskās enerģijas vērtības ir

$$E_k = \frac{h^2}{8m_0} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right). \quad (35-21)$$

Daļiņas Debroljī viļņi trīsdimensiju potenciāla bedrē atgādina mehānisko stāvviļņu svārstības paralēlskaldni.

Ja potenciāla bedres «sienas augstums» E_{p0} nav daudz lielāks par E_k , tad var pierādīt, ka daļiņas vilnis *iespiežas arī bedres sienās*. Pie tam, ja bedres sienu biezums salīdzinājumā ar daļiņas Debroljī viļņa garumu λ nav bezgalīgi liels, tad daļiņai ir zināma varbūtība iziet cauri potenciāla bedres sienai. Tas ir t. s. kvantu mehāniskais **tuneļa efekts**.

Arī gaismas vilnis vairs pilnīgi neatstarojas (kaut gan krišanas leņķis ir lielāks par pilnīgās iekšējās atstarošanās robežleņķi) no spraugas starp divām dzidrām vidēm, ja tās platums $\approx \lambda$, bet daļēji ieiet otrā vidē. Tāpat daļēji pāriet pāri šaurai stipra padziļinājuma joslai sekla ūdens virsmas vilnis. Atomfizikā bieži tiek aplūkoti gadījumi, kad daļiņas atrodas potenciāla bedrē un veido tuneļefektu, piemēram, elektroni metālos, α daļiņas kodolos u. c.

3. Harmonisks oscilators. Oscilators ir svarīgākais un visbiežāk sastopamais mikropasaules daļiņu kustības mehānisms. Klasiskajā mehānikā viendimensijas harmoniskajam oscilatoram potenciālā enerģija $E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{m_0(2\pi\nu)^2 x^2}{2}$ [sk. izt. (4-20)] tāpēc tā Šrēdingera vienādojums (35-16) ir šāds:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} \left(E - \frac{m_0(2\pi\nu)^2 x^2}{2} \right) \varphi = 0. \quad (35-22)$$

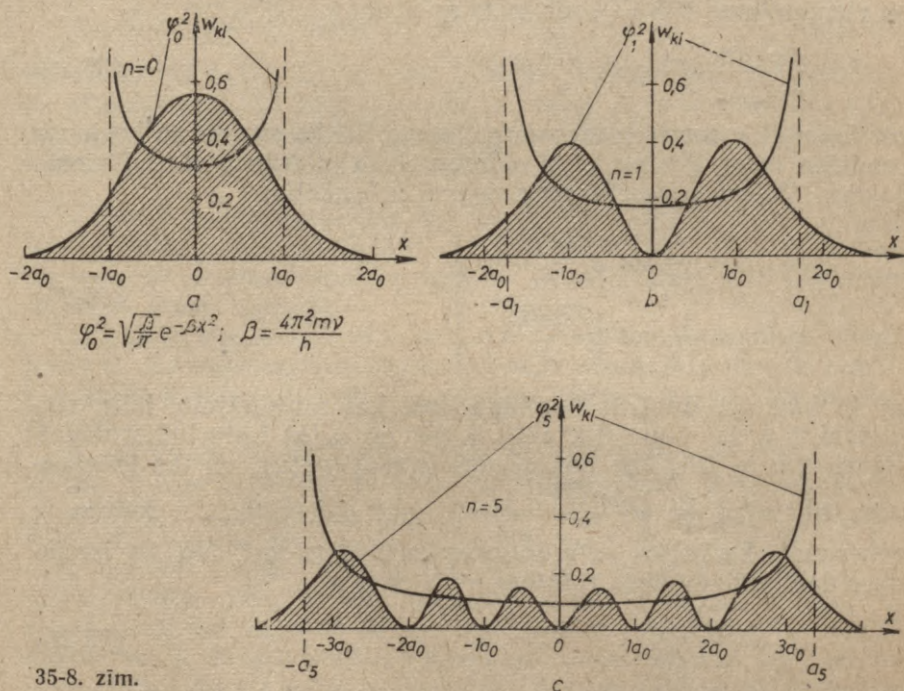
Šo vienādojumu risinot saskaņā ar robežnosacījumu $x \rightarrow \pm \infty$, $\varphi \rightarrow 0$, dabūjam, ka oscilatora diskrētās enerģijas vērtības

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \quad (35-23)$$

kur ν ir oscilatora klasiskā frekvence un $n = 0, 1, 2, \dots$ — oscilatora kvantu skaitlis. Oscilatora *pamatstāvoklī*, kurā

$n=0$, oscilatora «nullenerģija» $E_0 = h\nu/2$. Kā redzam, arī oscilatoram pilnās enerģijas izteiksmei ir cits veids nekā klasiskajā mehānikā, kur $E = m_0 v^2/2 + E_p$.

Salīdzināsim oscilējošās daļiņas atrašanās varbūtību pēc klasiskās mehānikas w_{kl} , kas ir proporcionāla daļiņas uzturēšanās ilgumam dažādos ceļa posmos, un pēc kvantu mehānikas w_{kv} ,



35-8. zīm.

kas vienāda ar φ_n^2 . 35-8. zīmējumā w_{kl} attēlota ar nepārtrauktām līnijām, bet w_{kv} — ar iesvītrotiem laukumiem. Zīmējumi a, b un c atbilst gadījumiem, kad attiecīgi $n=0, 1, 5$. Šajos enerģijas stāvokļos klasiskā oscilatora svārstību amplitūdas atbilstoši ir a_0, a_1, a_5 . Ja, piemēram, $n=0$, tad klasiskajā mehānikā daļiņas vislielākā atrašanās varbūtība ir punktos $x = \pm a_0$, bet kvantu mehānikā — punktā $x=0$. Nozīmīgs ir rezultāts, ka kvantu mehānikā daļiņas atrašanās varbūtība nav nulle arī tad, ja $x > a_n$. Kvantu mehāniskā kustībā daļiņa tālā aiziet tālāk no oscilācijas līdzsvara stāvokļa nekā klasiskās mehānikas likumiem pakļautā daļiņa. Kā redzam, ja n ir mazs, atšķirība starp klasisko un kvantu mehāniku ir liela. Bet, ja oscilatora enerģija ir liela ($n \gg 1$), vidējā atrašanās varbūtība pēc klasiskās mehānikas ir aptuveni vienāda ar kvantu mehānisko atrašanās varbūtību.

Izmantojot harmoniskā oscilatora viļņu funkcijas, var pierādīt, ka harmoniskais oscilators var mainīt savu enerģiju tikai par $\pm h\nu$,

t. i., tā kvantu skaitlis n var mainīties tikai par ± 1 . Energijai samazinoties, $\Delta n = -1$, bet, enerģijai palielinoties, $\Delta n = +1$.

4. **Rotators ar nekustīgu asi** ir materiāls punkts, kura masa m_0 un kurš nemainīgā attālumā r kustas ap nekustīgu rotācijas asi. Tā Šrēdingera vienādojumu dabū, vispārīgajā Šrēdingera vienādojumā (35-17) ievietojot $r = \text{const}$, $\theta = \pi/2$, $\sin \theta = 1$, $E_p = 0$ un $E = E_k$. Tad rotatora viļņu funkcija φ ir atkarīga tikai no leņķa α un vienādojums (35-17), reizināts ar r^2 , ir

$$\frac{d^2\varphi}{d\alpha^2} + \frac{8\pi^2 I E_k}{h^2} \varphi = 0, \quad (35-24)$$

kur $I = m_0 r^2$ ir rotatora inerces moments. Tā kā sinusa un kosinusa kvadrāta integrālis pa leņķi α intervālā $\alpha = 0 \div 2\pi$ ir π , tad vienādojuma (35-24) normētie atrisinājumi ir funkcijas

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin \sqrt{\frac{8\pi^2 I E_k}{h^2}} \alpha; \\ \varphi_s(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos \sqrt{\frac{8\pi^2 I E_k}{h^2}} \alpha \end{aligned} \right\} \quad (35-25)$$

un šo funkciju lineārās kombinācijas. Lai atrisinājumi būtu stacionāri, t. i., lai viļņu funkcijas $\varphi_a(\alpha)$ un $\varphi_s(\alpha)$ būtu laikā nemainīgas, tām ir jāizpilda nosacījums $\varphi(m\alpha) = \varphi(\alpha)$, un tas ir iespējams tikai tad, ja $\sqrt{\frac{8\pi^2 I E_k}{h^2}} = m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, kur m ir kvantu skaitlis *rotatoram ar nekustīgu asi*. No šīs izteiksmes dabūjam, ka šāda rotatora enerģija

$$E_k = \frac{h^2}{8\pi^2 I} m^2. \quad (35-26)$$

Tātad kvantu mehānikā rotatoram nevar būt katra enerģija (katrs rotācijas ātrums), bet tikai noteiktas, diskrētas enerģijas (noteikti, diskrēti rotācijas ātrumi), kuras nosaka pozitīvo un negatīvo veselo skaitļu m vērtības. Redzam arī, ka kvantu mehānikā rotatora kinētiskās enerģijas izteiksmei (35-26) ir cits veids nekā klasiskajā mehānikā, kur $E_k = I\omega^2/2$ [sk. izt. (3-30)].

No izteiksmes (35-26) dabūjam, ka $\sqrt{2E_k \cdot I} = \sqrt{m_0 v^2 \cdot m_0 r^2} = m_0 v r = L_0 = \frac{mh}{2\pi}$, t. i., ka

$$L_0 = m\hbar. \quad (35-27)$$

Tātad rotatoram ar nekustīgu asi *kustības daudzuma momenta* L_0 vērtības arī ir diskrētas: tās ir kustības daudzuma momenta kvanta $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ daudzkārtņi.

5. **Rotators ar brīvu asi**. Tā Šrēdingera vienādojumu iegūstam no vienādojuma (35-17), liekot $r = \text{const}$, $E_p = 0$, $E = E_k$ un reizinot

to ar r^2 . No atrisinājuma stacionaritātes nosacījuma dabūjam, ka rotatoram ar brīvu asi kinētiskā enerģija

$$E_h = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 I} l(l+1), \quad (35-28)$$

kur $l=0, 1, 2 \dots$ ir šāda rotatora kvantu skaitlis. Līdz ar to šī rotatora kustības daudzuma moments

$$L_o = \sqrt{2E_h \cdot I} = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar \quad (35-29)$$

(Bora teorijā $L_o = l \cdot \hbar$). Enerģijas izmaiņās rotatoram kā ar brīvu, tā ar nekustīgu asi kvantu skaitlis l , resp. m , var mainīties tikai par ± 1 . Pārējās maiņas ir «aizliegtas». Rotators ar brīvu asi ir, piemēram, rotējoša divatomu vai daudzatomu molekula.

6. Dažas kvantu mehāniskās kustības īpašības. Mums sākumā ir grūti izprast kvantu mehānikas likumiem pakļauto mikrodaļiņu kustības, jo esam pieraduši pie klasiskās mehānikas kustības priekšstatiem. Salīdzināsim dažas šo kustību likumu īpatnības.

a. Kvantu mehānika ir aptverošāka, t. i., plašāka teorija nekā klasiskā mehānika. Tās raksturīgākais lielums ir Planka konstante h . Kvantu mehānikas izteiksmēs ievietojot $h \rightarrow 0$, tās pārvēršas atbilstošajās klasiskās mehānikas izteiksmēs.

b. Ja mikrodaļiņa atrodas stacionārā stāvoklī, kurā kvantu skaitļu, piemēram, n , l un m vērtības ir lielas, tad daļiņas kvantu mehāniskā kustība ir aptuveni līdzīga kustībai pēc klasiskās mehānikas likumiem, piemēram, elektrons atomā tad aptuveni kustas pa tādū pašu orbītu, kādu nosaka klasiskā mehānika. Atkāpe no klasiskās mehānikas kļūst lielāka, ja kvantu skaitļu vērtības samazinās. Pie *vismazākajām* kvantu skaitļu vērtībām, piemēram, $n=0$, $l=0$ un $m=0$, daļiņas kustības likumi kļūst *tipiski kvantu mehānikai*, kuriem ar atbilstošajiem klasiskās mehānikas likumiem vairs nav nekādas līdzības. Dažām kustībām, kurām visos gadījumos kvantu skaitlim ir maza vērtība, piemēram, elektrona spinam ar kvantu skaitli $s=1/2$, vienmēr ir tipiski kvantu mehāniskais raksturs.

c. Nestacionāros procesos (piemēram, daļiņu sadursmēs), ja daļiņas enerģija mainās *relatīvi maz*, tad tās kustību aptuveni nosaka klasiskās mehānikas likumi, bet, ja šī *enerģijas maiņa ir liela*, tad jāievēro daļiņas viļņu īpašības. Tā, piemēram, elektronam ejot caur atomu, kura izmērs ir salīdzināms ar Debroljī viļņa garumu, norisinās tipiskas elektrona Debroljī viļņu izkliedes un interferences parādības. Elektrona kustībai šajā gadījumā nav nekā kopīga ar klasiskās elektrodinamikas likumiem.

d. Kvantu mehānikā daļiņas fizikālo lielumu iespējamās vērtības ir kā *diskrētas*, tā arī *nepārtrauktas*. Līdzīgu daļiņu sistēmā daļiņas pa šīm vērtībām ir sadalītas statistiski, pie tam daļiņas fizikālo lielumu statistiskai būtībai ir principiāls raksturs. Dažreiz viena lieluma statistiskās iezīmes ir minimālas, piemēram, elektrona enerģijai neierosinātos vienādos atomos ir tikai viena noteikta vērtība. Bet tajā pašā laikā citam lielumam var būt spilgti statistisks raksturs, piemēram, elektrona koordinātes šajos atomos var būt ikviens atoma tilpuma punkts.

ATOMU UN MOLEKULU UZBŪVE

1. §. ŪDENRAŽA ATOMA UZBŪVE PĒC KVANTU MEHĀNIKAS

Aplūkosim elektrona kustību ūdenražā vai ūdenražveida atomā pēc kvantu mehānikas. Atšķirībā no Bora—Zommerfelda teorijas (sk. 34. nod. 1. un 2. §) kvantu mehānikā elektrons apkārt kodolam nekustas pa līniju, bet kustas kā telpisks Debroljī vilnis. Atzīmēsim vēl, ka ir grūti saprast atomos un citās mikrosistēmās norisošos procesus, ja vienmēr iedomājamies ainu par daļiņu kā Debroljī vilni statistiski iekļautu korpuskulu. Turpretim daļiņas kustības izpratnē nesastopamies ar lielām grūtībām, ja jau sākmā atbrīvojami no daļiņas korpuskulārās kustības priekšstata un pieņemam, ka daļiņas — korpuskulas vietā kustas daļiņa — Debroljī vilnis. Pamatojoties uz šādu daļiņas kustības priekšstatu, līdzīgi kā elektromagnētisko un mehānisko viļņu gadījumos, vispirms meklējam šī viļņa amplitūdu φ , amplitūdas kvadrātu $|\varphi|^2$, enerģiju E un citus viļņu lielumus. Un tikai pēc tam, kad šie lielumi atrasti, interesējamies, kā šajā vilnī statistiski ir iekļauta daļiņa — korpuskula. Daļiņas vietu tad izsaka Debroljī viļņa amplitūdas kvadrāta sadalījums telpā, daļiņas enerģija E tad ir visa Debroljī viļņa kinētiskā un potenciālā enerģija utt. Jāatzīmē, ka *formālā* ziņā elektrona Debroljī viļņa kustība no parastajām elektromagnētisko un mehānisko viļņu taisnvirziena kustībām atšķiras, proti, ar to, ka, kustoties spēka laukā, tā *nepārtraukti liecas*. Šādu elektronu viļņu kustības raksturu nosaka šo viļņu negatīvais elektriskais lādiņš un nepārtrauktā citu lādiņu iedarbība.

1. Ūdenražā atoma dažādos fizikālos lielumus kvantu mehānikā var atrast, atrisinot **H atoma Šrēdingera vienādojumu**. Pēdējo dabū no vispārīgā Šrēdingera vienādojuma (35-17) vienai daļiņai, ievietojot tajā potenciālās enerģijas vietā H atoma kodola un elektrona savstarpējās potenciālās enerģijas izteiksmi $E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$. Pieņemsim, ka atoma kodolam ir lādiņš Ze , tad šī enerģija $E_p = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$. Pieņemot arī, ka atoma kodols ir nekustīgs, Šrēdingera vienādojums (35-17) sfēriskajās koordinātēs r , α un θ ir

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \\ + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \varphi = 0. \end{aligned} \quad (36-1)$$

Šādu diferenciālvienādojumu var atrisināt ar t. s. mainīgo atdalīšanas metodi, izsakot meklējamo funkciju $\varphi(r, \alpha, \theta)$ kā triju vienargumenta funkciju reizinājumu: $\varphi = R(r)\Phi(\alpha)\Theta(\theta)$. Ievietojot

šo funkciju parciālajā diferenciālvienādojumā (36-1), to var aizstāt ar trim parastiem funkciju $R(r)$, $\Phi(\alpha)$ un $\Theta(\theta)$ diferenciālvienādojumiem. Ievērojot, ka t. s. atdalīšanas konstantes ir m^2 un $l(l+1)$, funkciju $\Phi(\alpha)$ un $\Theta(\theta)$ diferenciālvienādojumi ir

$$\frac{d^2\Phi}{d\alpha^2} + m^2\Phi = 0, \quad (36-2)$$

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right] \Theta = 0, \quad (36-3)$$

bet t. s. radiālās funkcijas $R(r)$ diferenciālvienādojums ir

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R - \frac{l(l+1)}{r^2} R = 0 \quad (36-4)$$

(sk. augstākās matemātikas kursu).

2. **Ūdeņraža atoma pamatstāvoklis.** Noteiksim H atoma pamatstāvokļa enerģiju E_1 un elektrona stāvokli (Bora orbītas vietā, jo tādas vairs nav), ko raksturo viļņu funkcija φ_{100} . Pamatstāvokli nosaka visvienkāršākais radiālā vienādojuma (36-4) atrisinājums $R_{10}(r) = 2\sqrt{a^3} e^{-ar}$, kas, ja $l=0$, apmierina robežnosacījumu (ja $r \rightarrow \infty$, tad $R(r) \rightarrow 0$). Šī viļņu funkcija ir normēta, jo $\int_0^\infty R_{10}^2(r) r^2 dr = 1$. Ievietojot to vienādojumā (36-4), izdarot saīsināšanu un locekļu sakārtošanu, dabūjam, ka

$$a^2 + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} E_1 = \frac{2a}{r} - \frac{2\pi m_0 Z e^2}{\epsilon_0 h^2 r}$$

Šāda vienādība katrai r vērtībai ir pareiza tikai tad, ja abas tās puses ir vienādas ar nulli. Labā puse dod, ka konstante

$$a = \frac{\pi m_0 Z e^2}{\epsilon_0 h^2}, \quad (36-5)$$

bet kreisā puse, ka

$$E_1 = -\frac{a^2 h^2}{8\pi^2 m_0} = -\frac{Z^2 m_0 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2}. \quad (36-6)$$

Atrastā izteiksme, ja $Z=1$, ir tāda pati kā ūdeņraža atoma pamatstāvokļa ($n=1$) enerģijas izteiksme (34-10) Rezerforda—Bora teorijā.

Var pierādīt, ka abas pārējās pamatstāvokļa viļņu funkcijas sastāvdaļas ūdeņraža atoma pamatstāvoklī ir $\Theta_\infty(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ un

$\Phi_0(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$. Tāpēc pilnā viļņu funkcija

$$\varphi_{100} = \frac{R_{10}(r)}{\sqrt{4\pi}} \quad (36-7)$$

šajā stāvoklī ir atkarīga tikai no mainīgā lieluma r , t. i., elektrona statistiskais sadalījums šajā stāvoklī ir *centrālsimetriskis*.

Izmantojot iegūto pamatstāvokļa viļņu funkciju φ_{100} , var atrast, ka elektrona *atrašanās varbūtība* attāluma intervālā no r līdz $r+1$, t. i., sfēriskas čaulas tilpumā $\Delta V = 4\pi r^2 \cdot 1$, ir

$$w_r(r) = \varphi_{100}^2 \Delta V = R_{10}^2 \cdot r^2 = 4a^3 e^{-2ar} \cdot r^2. \quad (36-8)$$

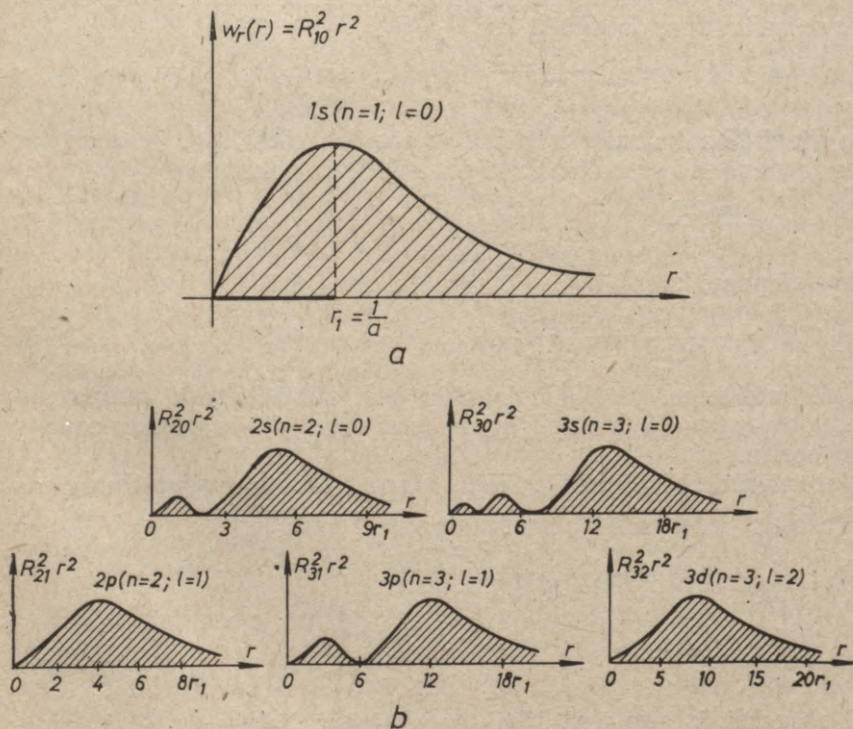
No tās redzams, ka elektrons ir atrodams attālumos no $r \approx 0$ līdz pat ļoti lieliem attālumiem no kodola. *Atrašanās maksimums* ir pie $r_1 = 1/a$, t. i., pie rādiusa r_1 *ūdeņraža atoma pamatstāvoklī* pēc Rezerforda—Bora teorijas (sk. 36-1. zīm. a).

3. *Ūdeņraža atoma ierosinātie kvantu stāvokļi.* a. Ar tiem pašiem robežnosacījumiem (ja $r \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow 0$) no *radiālā vienādojuma* (36-4) vispārīgajā gadījumā dabūjam, ka atomam ir iespējamas tikai diskrētas enerģijas vērtības $E = E_n$, kas ir tādas pašas kā *ūdeņraža atoma enerģijas* pēc Rezerforda—Bora teorijas [sk. izt. (34-9)]:

$$E_n = -\frac{Z^2 m_0 e^4}{8e_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (36-9)$$

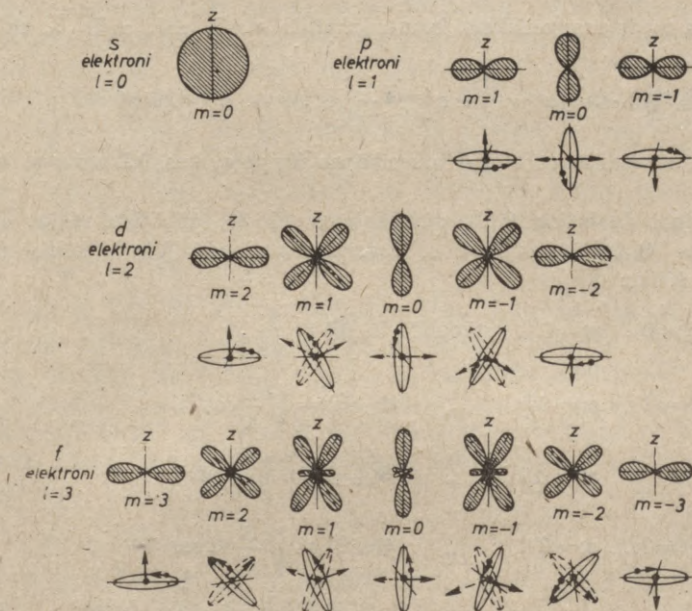
kur $n = 1, 2, 3, \dots$ ir galvenais kvantu skaitlis.

Šīm enerģijas vērtībām atbilstošās *radiālās reālās īpašfunkcijas* $R_{nl}(r)$, t. i., *radiālā vienādojuma* (36-4) atrisinājumi, vispārīgajā gadījumā

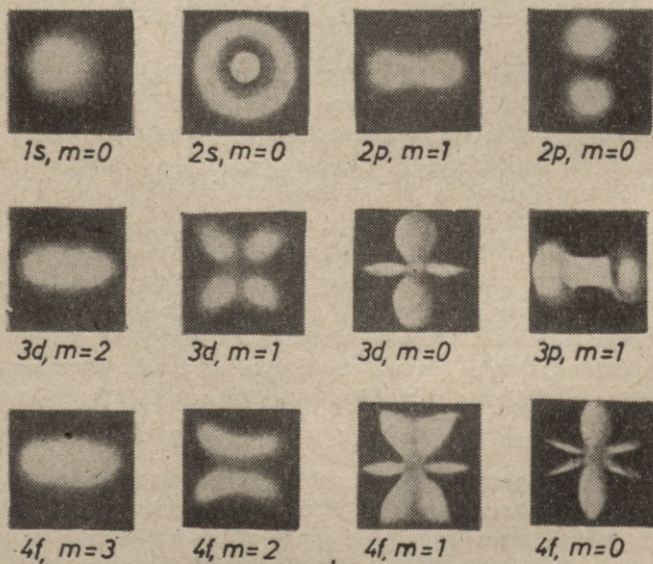


36-1. zīm.

ir Lagēra polinomi. Tā, piemēram, $R_{20} = \sqrt{2}a^3(2-ar)e^{-ar/2}$. To indekss l ir blakus kvantu skaitlis, kam var būt vērtības $l=0, 1, 2, \dots, n-1$. Dažu īpašfunkciju kvadrāti R_{nl}^2 , kas reizināti ar r^2 , grafiski attēloti 36-1. zīmējumā *b*. Tie izsaka elektrona atrašanās varbūtību attālumā r no atoma kodola vienas attāluma vienības intervālā. Tie punkti, kuros $R_{nl}^2=0$, veido sfēriskas virsmas



C



d

(mezglu sfēras). Uz tām elektrona atrašanās varbūtība ir nulle. Ja $l=0$, šo sfēru skaits ir $n-1$, bet, ja $l \neq 0$, tad $n-l-1$.

4. Vienādojuma (36-2) atrisinājums ir kompleksa īpašfunkcija

$$\Phi_m(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\alpha}, \quad (36-10)$$

kur indekss m ir magnētiskais kvantu skaitlis $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Reizinājums

$$\Phi_m^*(\alpha) \cdot \Phi_m(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-im\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\alpha} = \frac{1}{2\pi} = \text{const}$$

ir elektrona atrašanās varbūtība atkarībā no leņķa α , kas, kā redzam, ir konstanta.

5. Atrisinot funkcijas $\Theta(\theta)$ vienādojumu (36-3), dabūjam reālas īpašfunkcijas $\Theta_{lm}(\theta)$, kas ir t. s. *Ležandra polinomi*. Vienkāršākās $\Theta_{lm}(\theta)$ funkcijas ir šādas:

$$\begin{aligned} s(l=0), \quad m=0 & \quad \text{stāvoklī} \quad \Theta_{00}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ p(l=1), \quad m=0 & \quad \text{,,} \quad \Theta_{10}(\theta) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta, \\ & \quad m=\pm 1 \quad \text{,,} \quad \Theta_{1,\pm 1}(\theta) = \sqrt{\frac{3}{4}} \sin \theta, \\ d(l=2), \quad m=0 & \quad \text{,,} \quad \Theta_{20}(\theta) = \sqrt{\frac{5}{8}} (3 \cos^2 \theta - 1), \\ & \quad m=\pm 1 \quad \text{,,} \quad \Theta_{2,\pm 1}(\theta) = \sqrt{\frac{15}{4}} \cos \theta \cdot \sin \theta, \\ & \quad m=\pm 2 \quad \text{,,} \quad \Theta_{2,\pm 2}(\theta) = \sqrt{\frac{15}{16}} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (36-11)$$

Funkcijas $\Theta_{lm}(\theta)$ izsaka elektrona atrašanās varbūtību atkarībā no leņķa θ . Ja $l=0$, tad $\Theta_{00}(\theta) = 1/2$, t. i., elektronu sadalījums ir sfēriski simetrisks. Tā kā $\Phi_m^*(\alpha) \cdot \Phi_m(\alpha) = 1/2\pi$, tad elektrona leņķisko sadalījumu nosaka tikai leņķis θ . Tie leņķi θ , kuriem $\Theta_{lm}(\theta) = 0$, resp., $\Theta_{lm}^2(\theta) = 0$ (tur elektrona atrašanās varbūtība ir nulle), veido t. s., mezglu dubultkonusus, kuru virsotne ir atoma kodolā; to skaits ir $l-m$.

36-l. zīmējumā c kādā caur z asi ejošā šķēluma plaknē attēloti dažu kvantu stāvokļu viļņu funkciju kvadrāti Θ_{lm}^2 , kas ir rotācijas simetriski pret z asi. Šajā zīmējumā par rādiusvektora garumu ņemts Θ_{lm}^2 . Zem kvantu mehāniskā elektrona atrašanās varbūtības sadalījuma uzzīmētas atbilstošās Bora-Zommerfelda orbītas. Griezot šīs plaknes figūras ap z asi, varam iegūt priekšstatu par elektrona atrašanās varbūtības sadalījumu telpā atkarībā no leņķa θ .

Elektrona sadalījumu atoma telpā, t. i., $|\varphi(r, \alpha, \theta)|^2 = \frac{R_n^2 \cdot \Theta_{lm}^2}{2\pi}$ (elektrona atrašanās varbūtība tilpuma vienībā), dabū, ja Θ_{lm}^2 sadalījumam pārklāj radiālo sadalījumu R_n^2 , kam ir vairākas sfēriskās mezglu virsmas. Tātad elektrons atrodas tajos atoma telpas apgabalos, ko ierobežo koniskās mezglu virsmas un mezglu sfēras. Daži tādā veidā iegūtie gabalainie elektrona atrašanās var-

būtības «mākoņi» attēloti 36-1. zīmējumā *d*. No šī apskata varam secināt, ka ūdeņraža atoma elektrona stāvviļņi ir līdzīgi tiem stāvviļņiem, kas izveidojas šķidrā lodē.

6. Ūdeņraža atoma orbitālais kustības daudzuma moments. Tāpat kā Bora teorijā, arī kvantu mehānikā tajos elektrona kvantu stāvokļos, kuros $l \neq 0$, atomam eksistē arī orbitālais kustības daudzuma moments L_o . Tikai šajā gadījumā to nerada punktveida elektrona kustība pa orbītu — līniju, bet plaša, telpiska elektrona viļņa liektā kustība ap atoma kodolu. Ūdeņraža un ūdeņražveida atoma elektrona Debroljī viļņa orbitālo kustības daudzuma momentu izsaka brīvas ass rotatora kustības daudzuma momenta izteiksme (35-29)

$$L_o = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \quad (36-12)$$

kur $l=0, 1, 2, \dots, n-1$. Tātad blakus kvantu skaitlis l kvantē elektrona orbitālo kustības daudzuma momentu. Magnētiskais kvantu skaitlis m kvantē elektrona kustības daudzuma momenta L_o projekciju L_{oz} uz ass kādā izcilā telpas virzienā, piemēram, magnētiskā lauka virzienā z . Šīs kustības daudzuma momenta projekcijas skaitliskais lielums (tāpat kā Bora—Zommerfelda teorijā) ir

$$L_{oz} = m \hbar, \quad (36-13)$$

kur $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Leņķi θ starp L_o un z asi nosaka sa-
karība $\cos \theta = L_{oz}/L_o = m/\sqrt{l(l+1)}$.

Tātad kvantu skaitļi n, l un m kvantu mehānikā, tāpat kā Bora—Zommerfelda teorijā, nosaka atbilstoši atoma elektrona enerģiju, kustības daudzuma momentu un kustības daudzuma momenta projekciju kādā noteiktā telpas virzienā, un tiem ir tās pašas skaitliskās vērtības.

2. §. VIENELEKTRONA ATOMU UN JONU SPEKTRI

1. Kvantu mehānikā, elektronam pārejot no atoma viena kvantu stāvokļa ar lielāku enerģiju E' uz otru kvantu stāvokli ar mazāku enerģiju E , atoma emitētās gaismas frekvenci ν , tāpat kā Rezerforda—Bora teorijā, nosaka Bora 2. postulāts: $\nu = (E' - E)/h$. Apzīmējot $-\frac{E}{hc} = T$, kur T ir t. s. atoma optiskais terms, šai pārejā izstarotās gaismas viļņu skaitli $\tilde{\nu} = \nu/c$ var izteikt formā

$$\tilde{\nu} = T - T'. \quad (36-14)$$

Spektra līnijas raksturošanu ar divu optisko termu T starpību parasti praktizē eksperimentālajā spektroskopijā. Gadījumā, ja

izteiksmē (36-14) optiskais terms T ir nemainīgs (*konstantais terms*) un mainās tikai terms T' (*mainīgais terms*), tad izteiksme (36-14) izsaka visus vienas spektra sērijas līniju viļņu skaitļus $\tilde{\nu}$.

Ūdeņraža atomam un ūdeņražveida atomiem un joniem (H, He⁺, Li⁺⁺ utt. gandrīz precīzi, bet Li, Be⁺, B⁺⁺, Na, Mg⁺, Al⁺⁺ utt. tikai aptuveni) spektra termus T var izteikt formā $T = R_s \cdot \frac{Z'^2}{n_s^2}$, kur R_s ir *Ridberga konstante* [sk. izt. (34-13)] un Z' — t. s. «*efektīvais kodola lādiņš*». Kā jau norādijām 34. nod. 2. §, par ūdeņražveida atomu vai jonu plašākā nozīmē sauc atomu vai jonu, ko veido atoma kodols un noslēgts, inerto gāzu atomiem līdzīgs elektronu «*serdenis*», ap kuru kustas viens samērā vāji saistīts elektrons. Šāda elektronu struktūra ir minētajiem atomiem un joniem. So atomu un jonu spektra sērijas pirmajā tuvinājumā tāpēc var izteikt šādā formā:

$$\tilde{\nu} = T - T' = R_s Z'^2 \left(\frac{1}{n_s'^2} - \frac{1}{n_s^2} \right), \quad (36-15)$$

kur $n_s = 1, 2, 3, 4, \dots$ ir konstantā optiskā terma skaitļi un $n_s' = 2, 3, 4, 5, \dots$ ir mainīgo termu skaitļi. Ar elektrona galveno kvantu skaitli n optiskā terma skaitlim n_s ir šāda sakarība: $n_s = n$ (H, He, Li⁺⁺, ...); $n_s = n - 1$ (Li, Be, B⁺⁺, ...); $n_s = n - 2$ (Na, Mg⁺, Al⁺⁺, ...); $n_s = n - 3$ (K, Ca⁺, ...).

2. Spektu aprakstīšanai optisko termu un sēriju izteiksmēm ir vajadzīgs precīzāks veids. Atradīsim to. Pirmās grupas elementiem (Li, Na, K, Cs, Fr) un otrās grupas joniem (Mg⁺, Ca⁺, Sr⁺), kā jau atzīmējām, ir cieši saistītu elektronu serdenis un viens samērā vāji saistīts tam apkārt kustošs valences elektrons. Valences elektrons šajos atomos un jonos kustas ap centru, kuru veido kodols un elektronu serdenis. Šī centra kopējais jeb efektīvais lādiņš $Z'e$ ir kodola lādiņa un noslēgtā elektronu serdeņa lādiņa starpība: $Z'e = Ze - (Z-1)e = e$ vai $Z'e = Ze - (Z-2)e = 2e$. Salīdzinājumā ar ūdeņraža atomu elektrona kustībai šajā gadījumā ir divas atšķirības: 1) valences elektrons (īpaši atoma stāvokļos, kur $l=0$) daļēji iespiežas iekšējā noslēgtajā elektronu serdenī un tādējādi nonāk telpas apgabalā, kur centrālais efektīvais kodola lādiņš ir lielāks, un 2) valences elektrons, atrazdamies ārpus noslēgtā elektronu serdeņa, to polarizē. Šo noviržu dēļ elektrona stāvokļos ar vienu un to pašu kvantu skaitli n , bet dažādiem kvantu skaitļiem l enerģijas nav vairs vienādas un atoma kvantu stāvokļu enerģijas kļūst atkarīgas arī no kvantu skaitļa l . Tāpēc optiskā terma precīzāks veids ir

$$T = \frac{Z'^2 R_s}{(n_s + a)^2} = \frac{R'_s}{(n_s + a)^2}, \quad (36-15')$$

kur $a = s, p, d, f$ ir katram elementam raksturīgas $l=0, 1, 2, 3$ termu konstantes un $R'_s = Z'^2 R_s$. Ūdeņraža atomam $s = p = d = f = 0$.

3. Pirmās grupas elementu atomiem ($Z'=1$), otrās grupas «+» joniem ($Z'=2$) un trešās grupas «++» joniem ($Z'=3$) ir četras *intensīvākās* spektra sērijas:

iespiešanās slēgtajā elektronu serdenī. Līdzīgs termu novietojums ir arī citiem pirmās grupas elementiem.

Jāpiezīmē, ka spektra līniju viļņu skaitļus (vai frekvences) izteikt samērā vienkāršas formulas veidā un tādējādi sadalīt visas elementu spektra līnijas sērijās var tikai Mendeļejeva tabulas pirmo triju grupu elementiem. Tālāko grupu elementiem spektrālīniju viļņu skaitļus sakārtot sērijās ir ļoti grūti. Fe un Pt spektra līnijām sēriju vispār nav. Šiem elementiem eksistē tikai atsevišķas kopsakarīgas spektra līniju grupas (multileti).

3. §. ELEKTRONA SPINS UN ATOMU SPEKTRU DUBLETSTRUKTŪRA

1. Elektronu spins. Kā jau atzīmējām Bora—Zommerfelda teorijā (34. nod. 2. §), atomu spektru pētījumi 20. gs. sākumā pierādīja, ka vienelektrona atomu un jonu optiskie termi, izņemot S ($l=0$) termus, ir *dublettermi* un spektra sērijas ir *dublētsērijas* vai *triplētsērijas*. Tas nozīmē, ka katrs šo atomu stāvoklis patiesībā sastāv no diviem tuviem stāvokļiem un katra sērijas līnija — no divām vai trijām tuvām līnijām. Vēlāk noskaidroja, ka abu dubleta līniju viļņu skaitļa starpība palielinās līdz ar atoma kārtas skaitli Z . Tā, piemēram, litijam $\Delta\nu=0,34 \text{ cm}^{-1}$, bet cēzijam $\Delta\nu=554 \text{ cm}^{-1}$. Pēc Goudsmita un Ūlenbeka pieņēmuma (1925. g.) tas izskaidrojams ar elektrona mehānisko un magnētisko momentu — spinu (ierobežotā nozīmē par spinu sauc daļiņas kustības daudzuma momentu). Elektrona spina kustības daudzuma moments saskaņā ar rotatora kustības daudzuma momenta izteiksmi (35-29) kvantu mehānikā ir

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar = 0,913 \text{ J} \cdot \text{s}, \quad (36-17)$$

kur elektrona spina kvantu skaitlis $s = 1/2$.

Kādā izcilā telpas virzienā, piemēram, pa z asi vērsta magnētiskā lauka virzienā, elektrona spina mehāniskā momenta komponentēm pēc kvantu mehānikas, tāpat kā Bora—Zommerfelda teorijā (sk. 34. nod. 2. §), var būt tikai divas vērtības

$$L_{sz} = m_s \hbar = \pm \frac{\hbar}{2}, \quad (36-18)$$

kur $m_s = \pm 1/2$ ir spina magnētiskais kvantu skaitlis («+» lauka virzienā un «-» pretēji tam).

Pamatojoties uz klasisko elektrodinamiku, bija sagaidāms, ka elektrona spina mehāniskā momenta L_s un magnētiskā momenta M_s sakarība būs tāda pati kā orbitālajam mehāniskajam un magnētiskajam momentam: $M_o = \frac{e}{2m_o} L_o$. Tomēr, kā spektroskopiskie novērojumi, tā Einšteina—de Hāza eksperiments (sk. 21. nod. 3. §) un turpmāk aplūkotais Šterna—Gerlaha eksperiments parādīja,

ka elektrona spina magnētiskā momenta skaitliskais lielums ir divas reizes lielāks, t. i.,

$$M_s = \frac{e}{m_0} L_s = \frac{e}{m_0} \frac{\sqrt{3}\hbar}{2} = \sqrt{3}\mu_B, \quad (36-19)$$

kur

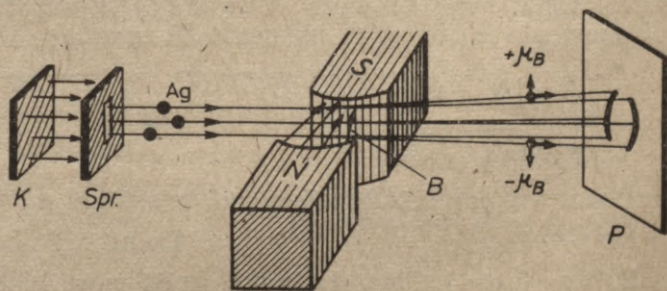
$$\mu_B = \frac{e}{2m_0} \hbar = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \quad (36-20)$$

ir t. s. Bora magnetons. Spina magnētiskais moments z ass virzienā $M_{sz} = \mu_B$, bet precīzāk

$$M_{sz} = \mu_B \left(1 + \frac{1}{137 \cdot 2\pi} \right) = \mu_B (1 + 0,0012). \quad (36-21)$$

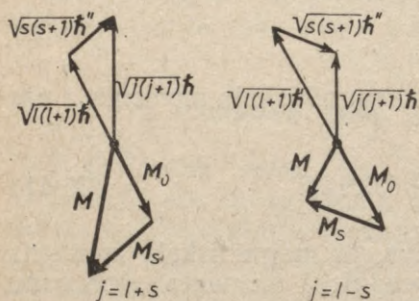
Tā kā elektrona lādiņš e ir negatīvs, tā magnētiskais moments $\mu_B < 0$, t. i., tā vērsums ir *pretējs* mehāniskā momenta vērsumam.

2. Šterna—Gerlaha eksperiments. Elektrona, kā arī atoma magnētiskā momenta tiešus mērījumus 1921. gadā izdarīja Šterns un Gerlachs. Viņu eksperimentā augstā vakuumā no sakarsētas virsmas K (36-3. zīm.) iztvaikojošie Ag atomi iziet caur spraugu un pēc tam caur nehomogēnu magnētisko lauku B un krīt uz fotoplati P . Šterns un Gerlachs sākumā pieņēma, ka Ag atomam, kuram ir viens valences elektrons, saskaņā ar sākotnējo Bora teoriju pamatstāvoklī ($n=1, l=1$) ir orbitālais magnētiskais moments $M_o = \frac{e}{2m_0} \cdot \hbar = \mu_B$. Ārējā magnētiskajā laukā, kas vērst z ass virzienā, šādi atomi varētu ieņemt trīs mehāniskā un magnētiskā momenta stāvokļus: lauka virzienā (μ_B), laukam pretējā virzienā ($-\mu_B$) un perpendikulāri laukam (0). Nehomogēnajā magnētiskajā laukā uz šādā veidā orientētajiem Ag atomiem darbotos spēki $\mu_B \frac{dB}{dz}$; $-\mu_B \frac{dB}{dz}$ un 0, kas sadalītu Ag atomu staru kūli trīs daļās: vienā nenoliktā un divās uz katru pusi vienādos attālumos noliktās daļās. Eksperimentā tomēr konstatēja, ka Ag atomu staru kūlis sadalās tikai divās daļās. Vidējais — nenoliktāis staru kūlis netika novērots. Eksperimenta rezultāti tāpat nesaskanēja ar sākotnējo Bora teoriju. Šterna—Gerlaha eksperimenta



36-3. zīm.

rezultāti rāda, ka Ag atomā (tāpat citu pirmās grupas elementu atomos) pamatstāvoklī valences elektrona orbitālajai kustībai nav ne magnētiskā, ne mehāniskā momenta, t. i., kvantu skaitlis $l=0$ un visu mehānisko un magnētisko momentu Ag atomam šajā stāvoklī dod valences elektrona spins. Attiecībā pret



36-4. zīm.

ārējo z ass virzienā vērsto magnētisko lauku Ag atoma elektrona spins var orientēties tikai divos virzienos, kuros tā mehāniskais moments ir $\hbar/2$ un $-\hbar/2$, bet magnētiskais moments μ_B un $-\mu_B$.

3. Atoma kopējais mehāniskais un magnētiskais moments. Elektrona spina dēļ elektronam atomā stāvokļos, kuros $l \neq 0$, eksistē divi mehāniskie momenti: orbitālais kustības daudzuma moments $L_o = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ un spina kustības

daudzuma moments $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar$. Noteiksim šo momentu savstarpējo orientāciju, kopējo momentu un kopējā momenta virzienu ārējā magnētiskajā laukā. Šeit iespējami divi gadījumi:

1) abu mehānisko momentu mijiedarbība ir ļoti vāja. Tad abu momentu virzieni telpā nav savstarpēji saistīti un ārējā magnētiskajā laukā tie orientējas neatkarīgi viens no otra ar komponentēm $L_{oz} = m\hbar$, kur $-l \leq m \leq l$, un $L_{sz} = \pm \hbar/2$. Jāpiezīmē, ka kvantu mehānikā mehāniskais moments \vec{L} ārējā magnētiskajā laukā z ass virzienā pilnīgi nevar orientēties;

2) abiem elektrona momentiem L_o un L_s ir samērā stipra mijiedarbība, kurā tie veido kopēju mehānisko momentu $L = |\vec{L}_o + \vec{L}_s| = |\sqrt{l(l+1)}\hbar + \sqrt{s(s+1)}\hbar| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$ [sk. izt. (36-17)]. Šeit $|\hbar'| = |\hbar''| = |\hbar|$ un $j = l \pm s = l \pm 1/2$ ir t. s. iekšējais kvantu skaitlis. Ja $j = l + s = l + 1/2$, tad abu momentu virzieni aptuveni ir vērsti uz vienu pusi, bet, ja $j = l - s = l - 1/2$, tad abu momentu virzieni aptuveni ir pretēji (36-4. zīm.).

Elektrona spina anomālās žirōmagnētiskās attiecības dēļ ($e/2m_0$ vietā e/m_0) tā kopējais magnētiskais moments (orbitālā momenta \vec{M}_o un spina momenta \vec{M}_s summa)

$$M = |\vec{M}_o + \vec{M}_s| = \left| \frac{e}{2m_0} \sqrt{l(l+1)}\hbar + \frac{e}{m_0} \sqrt{s(s+1)}\hbar \right| = g\sqrt{j(j+1)}\mu_B \quad (36-22)$$

nav vairs antiparalēls kopējam mehāniskajam momentam L . Šeit $g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$ ir t. s. Landē faktors. Ja $l=0$, $g=2$, ja $s=0$, $g=1$. Tātad $1 \leq g \leq 2$. Ārējā magnētiskajā laukā šajā

gadījumā noteiktas kustības daudzuma momenta vērtības iegūst tikai kopējā mehāniskā momenta L komponente $L_z = m_j \hbar$, kur $-j \leq m_j \leq j$, bet momentiem L_o , L_s , L_{oz} un L_{sz} nav noteiktas vērtības.

4. Elektronu spina izraisītā atomu enerģijas stāvokļu šķelšanās. Kvantu stāvokļos $j=l+s$ un $j=l-s$ elektrona spina magnētiskā momenta un orbitālās kustības magnētiskā momenta mijiedarbība ir dažāda, jo šajos kvantu stāvokļos abi magnētiskie momenti var būt vērsti uz vienu vai arī uz pretējām pusēm, tāpēc elektrona enerģija šajos kvantu stāvokļos nav vienāda. H atoma vai ūdeņražveida atoma un jona ārējam elektronam pārejot no šāda divās daļās sašķelta enerģijas stāvokļa uz citu tādu pašu stāvokli un emitējot gaismu, rodas divkāršas vai trīskāršas spektra līnijas. Galvenās sērijas (sk. šīs nod. 2. §) nemainīgais terms ir vienkāršs jeb *singletterms* (piemēram, kālijam $s=0,77$). Dubletstruktūra šai sērijai rodas mainīgā dubletā P terma dēļ (piemēram, kālijam (K) $p_1=0,235$, $p_2=0,232$). Otrā blakussērija ir dubleta konstantā dubletā P terma dēļ (piemēram, K $p_1=0,235$ un $p_2=0,232$). Šīs sērijas mainīgais S terms ir *singletterms* (piemēram, K $s=0,77$). Tāpat dubletsērija dubletā konstantā P terma un singletā D terma dēļ ir pirmā blakussērija (piemēram, K $p_1=0,235$, $p_2=0,232$, $d=-0,77$): Smagākiem elementiem D un F termi ir dubleti, tāpēc principā šī sērija varētu būt četrkāršu līniju, t. i., kvartetsērija. Tomēr izvēles likumi pieļauj tikai tās pārejas, kurās elektrona kvantu skaitlis l mainās par $\Delta l = \pm 1$. Tāpēc šī sērija ir dubletsērija. Līdzīga iemesla dēļ tripleta (trīskārša) ir Bergmaņa sērija. Hēlijam un otrās grupas elementiem Be, Ca, Hg, Cd, Zn, kuriem ir divi valences elektroni, spektrā ir arī singletsērijas, kuras rodas pārejās starp stāvokļiem ar antiparālējiem elektronu spiniem.

Lai raksturotu optiskā terma T multiplitāti z , kas rāda, cik daļās terms sašķelts, un optiskajam termam atbilstošā elektrona kvantu stāvokļa summāro kustības daudzuma momentu M , pie optiskā terma T simbola S , P , D , ... pieraksta divus indeksus z un j . Kreisajā pusē augšējais indekss z raksturo terma multiplitāti, bet labajā pusē apakšējais indekss j rāda atoma optiskā terma kvantu skaitļa j vērtību. Tā, piemēram, dublettermi ar $z=2$, $n_s=3$, $l=1$, $s=1/2$, $j=l+s=3/2$ un $j=l-s=1/2$ ir $3^2P_{3/2}$ un $3^2P_{1/2}$.

5. Atomos, kuros enerģijas ziņā ir vairāki apmēram līdzvērtīgi elektroni, momentu summēšanās ir sarežģīta. Vienā no biežāk sastopamiem gadījumiem visi elektronu orbitālie momenti L_{oi} sasaistās savā starpā un arī visi spinu momenti, t. i., L_{si} , sasaistās tāpat. Pēc tam atoma rezultējošā momentu L dod atoma kopējā orbitālā momenta $L_o = \sqrt{L_b(L_b+1)}\hbar$ un kopējā spina momenta $L_s = \sqrt{S(S+1)}\hbar$ summa: $L = |L_o + L_s| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$. Sos momentus raksturo atoma kopējo momentu kvantu skaitļi: kopējais blakus kvantu skaitlis L_b , kopējais spina kvantu skaitlis S un kopējais iekšējais kvantu skaitlis $J = L_b \pm S$.

6. Izvēles likumi atomos. Zinot elektrona kvantu stāvokļu viļņu funkcijas, var aprēķināt arī iespējamās atomu elektronu pārejas. Šie aprēķini rāda, ka ierosināts atoms staro aptuveni tāpat kā elektrisks dipols. Var pierādīt, ka elektriskā dipolstarojumā atoms emitē vai absorbē gaismu, t. i., tā elektrons pāriet no viena stāvokļa uz citu tikai tad, ja

$$\Delta n \geq 1; \quad \Delta l = \pm 1; \quad \Delta m \text{ un } \Delta j = \pm 1, 0, \quad (36-23)$$

Tie ir *atoma elektrona pāreju izvēles likumi*, kas izsaka elektrona kustības daudzuma momenta maiņas ierobežojumus. Izvēles likumu pamatā ir apstāklis, ka atomam, emitējot un absorbējot gaismu, ir jāpakļaujas kustības daudzuma momenta nezūdamības likumam. Kā zināms, fotona kustības daudzuma moments ir \hbar , tāpēc arī atoms, emitējot vai absorbējot fononu, var mainīt savu kopīgo kustības daudzuma momentu tikai par $\pm\hbar$.

7. Piekārtojot spektra līnijām atbilstošas elektronu pārejas atomos, tāpat meklējot jaunas spektra līnijas, ir ļoti svarīgs t. s. *Rica kombināciju princips*. Tas apgalvo: ja atoms emitē frekvences ν_{12} un ν_{23} , tad, ja vien izvēles likumi to ļauj, atoms var emitēt arī frekvences $\nu_{13} = \nu_{12} \pm \nu_{23}$. Rica kombināciju princips ir izrisināms no Bora 2. postulāta:

$$\nu_{12} + \nu_{23} = \frac{E_1 - E_2}{h} + \frac{E_2 - E_3}{h} = \frac{E_1 - E_3}{h} = \nu_{13}. \quad (36-24)$$

4. §. ZĒMAŅA EFEKTS

1896. gadā holandiešu fiziķis Zēmanis atklāja, ka *magnētiskajā laukā novietotā gaismas avota emitētās gaismas spektra līnija sašķēļas vairākās līnijās (komponentēs)*. Šo parādību nosauca par *Zēmaņa efektu*. Tā kā komponentu attālumi ir mazi, tad efekta konstatēšanai jālieto spektrometrs ar lielu dispersijas spēju un jāizvēlas asas līnijas. Lai Zēmaņa efektu varētu novērot magnētiskajam laukam paralēlā virzienā, magnēta vienā polā lauka virzienā izurbj caurumu. Magnētiskajam laukam perpendikulāri izstarotas gaismas spektra līniju šķelšanos sauc par *transversālo Zēmaņa efektu*, bet laukam paralēlā virzienā izstarotas gaismas līniju šķelšanos — par *longitudinālo Zēmaņa efektu*.

Kvantu teorija *Zēmaņa efektu izskaidro ar atomu enerģijas stāvokļu šķelšanos vairākos stāvokļos ārējā magnētiskajā laukā*: ja atoma elektrons ar orbitālo magnētisko momentu $M_o = \sqrt{l(l+1)}\mu_B$ nonāk magnētiskajā laukā ar indukciju B , tā enerģija, ievērojot, ka $\sqrt{l(l+1)} \cos(\mathbf{M}_o, \mathbf{B}) = m$, mainās par [sk. izt. (19-43)]

$$\Delta E = -M_o B \cos(\mathbf{M}_o, \mathbf{B}) = -m\mu_B B. \quad (36-25)$$

Tāpēc magnētiskajā laukā B atoma enerģijas stāvokļa enerģija

$$E_B = E + \Delta E = E - m\mu_B B. \quad (36-26)$$

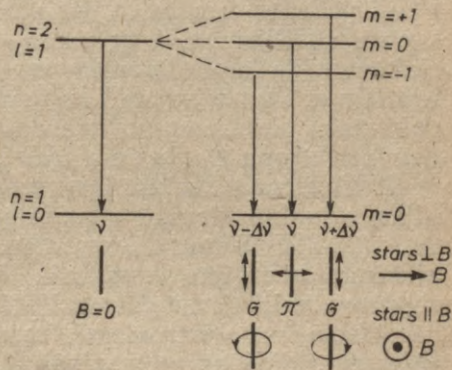
Tā kā katram kvantu skaitlim l atbilst $(2l+1)$ skaitļa m vērtības $(-l, \dots, 0, \dots, +l)$, tad ārējā magnētiskajā laukā katrs kvantu stāvoklis ar noteiktu l neatkarīgi no tā enerģijas $E < 0$ ir sašķēlies $(2l+1)$ dažādos m stāvokļos ar konstantām enerģiju diferencēm $\mu_B B$. Elektrona lādiņš e ir negatīvs, tāpēc μ_B ir negatīvs un enerģijas stāvokļos ar pozitīvām m vērtībām, kad mehāniskais moments vērsti B virzienā (magnētiskais moments — pretēji), elektrona enerģija ir lielāka (līmeņi augstāki) nekā stāvokļos ar negatīvām m vērtībām. Saskaņā ar Bora 2. postulātu un

atceroties arī kvantu skaitļa m izvēles likumu $\Delta m = m_1 - m_2 = \pm 1, 0$, elektrona pārejās starp enerģijas stāvokļiem $E_{B1} < 0$ un $E_{B2} < 0$ emitētā gaismas frekvence

$$\nu' = \frac{E_{B1} - E_{B2}}{h} = \frac{E_1 - E_2}{h} - \frac{(m_1 - m_2)\mu_B B}{h} = \begin{cases} \nu, & \text{ja } \Delta m = 0, \\ \nu \pm \Delta\nu, & \text{ja } \Delta m = \pm 1. \end{cases} \quad (36-27)$$

Tādējādi reizē ar nemainīgu frekvenci ν tiek izstarotas arī frekvences $\nu \pm \Delta\nu$.

Divu atomā stāvokļu $n=2, l=1$ un $n=1, l=0$ šķelšanās magnētiskajā laukā un pārejas starp stāvokļiem attēlotas 36-5. zīmējumā. Starojumā perpendikulāri magnētiskajam laukam B ir trīs līnijas: viena π (ar frekvenci ν) un divas σ (ar frekvencēm $\nu - \Delta\nu$ un $\nu + \Delta\nu$) līnijas. Turpretim starojumā lauka B virzienā ir tikai abas σ līnijas ar izmainītajām frekvencēm. π līniju dod laukam



36-5. zīm.

B paralēlas svārstības, kuras magnētiskais lauks neietekmē, tāpēc to frekvence nemainās un perpendikulāri laukam izstarotā gaisma ir lineāri polarizēta lauka B virzienā (laukam paralēli šīs svārstības gaismu nēizstaro). σ līnijas dod magnētiskam laukam perpendikulāras svārstības, kas ir ekvivalentas divām pretēju virzienu rotācijām ap B virzienu ar frekvenci ν . Magnētiskais lauks vienu rotāciju palēnina ($\nu - \Delta\nu$) un otru paātrina ($\nu + \Delta\nu$). Tāpēc tās perpendikulāri laukam B (paralēli rotācijas plaknei) dod lineāri polarizētu gaismu, bet paralēli laukam — pretējos virzienos rotējošu cirkulāri polarizētu gaismu.

Aplūkotais efekts ir t. s. normālais Zēmaņa efekts. Ja atoma magnētisko momentu dotu arī elektrona spins, kam magnētiskā un mehāniskā momenta attiecība ir anomāla, tad tāpat notiktu enerģijas līmeņu šķelšanās, tikai ar to atšķirību, ka konstantais līmeņu attālums nebūtu $\mu_B B$, bet gan $g\mu_B B$, kur g ir Landē faktors. Tādā gadījumā ir anomālais Zēmaņa efekts. Ļoti stipri magnētiskie lauki var pārraut l, s saiti, tad orbitālais un spina moments laukā orientējas neatkarīgi viens no otra un enerģijas līmeņu attālumi atkal kļūst vienādi ar $\mu_B B$ (t. s. Pašēna—Baka efekts).

Atoma enerģijas līmeņu un spektra līniju šķelšanās rodas arī tad, ja atoms, kas izstaro gaismu, atrodas stiprā (līdz 10^8 V/m) elektriskajā laukā. Šo parādību 1913. gadā atklāja Štarks, tāpēc to nosauca par Štarka efektu. Vislabāk to var novērot gaismā, kuru stipros elektriskajos laukos emitē ātri kustīgi pozitīvi joni (kanālstari).

5. §. DAUDZELEKTRONU ATOMU UZBŪVE. MENDELEJEVA ELEMENTU PERIODISKĀ SISTĒMA

1. Pauli princips (formulēts 1925. g.) apgalvo: ja daļiņas spins ir $\hbar/2$, tad vienā kvantu stāvoklī nevar būt vairāk kā viena šāda daļiņa, bet, ja daļiņu spins ir 0 vai \hbar , tad to skaits vienā kvantu stāvoklī nav ierobežots. Attiecībā uz atoma elektroniem Pauli princips izsaka to, ka vienā kvantu stāvoklī ar noteiktiem kvantu skaitļiem n , l , m un m_s var atrasties ne vairāk kā viens elektrons. Tā kā elektroniem $m_s = \pm 1/2$, tad kvantu stāvoklī ar noteiktiem n , l un m var būt ne vairāk kā 2 elektroni. Šajā paragrāfā aplūkosim elektronu novietošanos saskaņā ar Pauli principu pa daudzelektronu atomu enerģijas līmeņiem.

2. Elektronu čaulas. Daudzelektronu atomiem iespējamo enerģijas stāvokļu struktūra principā ir tāda pati kā H atomā [sk. izt. (36-9)]. Tikai, augot atoma kodola pozitīvajam lādiņam, elektronu enerģijas samazinās (to absolūtās vērtības palielinās) un elektronu mijiedarbības rezultātā notiek enerģijas līmeņu šķelšanās. Iekšējiem elektroniem aizsedzot kodolu, ārējo elektronu saistības enerģijas arī samazinās, t. i., atoma enerģijas diagrammā enerģijas līmeņi paaugstinās. Tādējādi redzam, ka salīdzinājumā ar vienelektrona atomu daudzelektronu atomam enerģijas stāvokļu skaits ir lielāks, pie tam šiem stāvokļiem ir grupveida raksturs un tie ir nobīdīti enerģijas augšanas virzienā. Kādas enerģijas stāvokļu grupas vidējo enerģiju nosaka galvenais kvantu skaitlis $n=1, 2, 3, \dots$. Tam piekārtotie kvantu skaitļi l , m un m_s nosaka enerģijas vērtības sadalīšanos, enerģijas stāvoklim šķeloties. Tātad tie raksturo vienas enerģijas stāvokļu grupas dažādās iespējamās enerģijas vērtības.

Elektroni, aizņemot atoma kvantu stāvokļus un tiecoties nonākt pēc iespējas zemākā enerģijas stāvoklī, aizpilda šos atoma kvantu stāvokļus, sākot ar zemāko enerģijas līmeni, uz augšu. Saskaņā ar Pauli principu vienā enerģijas stāvokļu grupā ar noteiktu n , t. i., vienā elektronu čaulā, var būt tik daudz elektronu, cik pie kvantu skaitļa n ir dažādu l , m un m_s kvantu stāvokļu. Atbilstoši vērtībām $n=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ čaulas tiek apzīmētas alfabēta burtu secībā ar $K, L, M, N, O, P, Q, \dots$.

K čaulas galvenais kvantu skaitlis $n=1$. Kvantu skaitļiem l , m un m_s ir šādas vērtības: $n=1, l=0, m=0, m_s = \pm 1/2$. K čaulā tātad ir divi kvantu stāvokļi $n=0, l=0, m=0, m_s = 1/2$ un $n=0, l=0, m=0, m_s = -1/2$ un pilnā čaulā ir 2 elektroni. K čaulas enerģijas stāvokļus apzīmē ar $1s$.

L čaulai $n=2$. Seit pirmajā apakščaulā $l=0, m=0, m_s = \pm 1/2$ ir 2 kvantu stāvokļi, bet otrajā apakščaulā $l=1, m = \pm 1, 0, m_s = \pm 1/2$ ir $3 \cdot 2 = 6$ kvantu stāvokļi. Tātad L čaulā var būt $2+6=8$ elektroni. L čaulas $l=0$ un $l=1$ apakščaulu enerģijas stāvokļus atbilstoši apzīmē ar $2s$ un $2p$.

M čaulai $n=3$. Pirmajā apakščaulā $l=0, m=0, m_s = \pm 1/2$

ir 2, otrajā apakščaulā $l=1$, $m=\pm 1, 0$, $m_s=\pm 1/2$ ir 6 un trešajā apakščaulā $l=2$, $m=\pm 2, \pm 1, 0$, $m_s=\pm 1/2$ ir $5 \cdot 2=10$ kvantu stāvokļi. Tātad pilnā M čaulā var būt, $2+6+10=18$ elektronu. M čaulas $l=0, 1, 2$ apakščaulu enerģijas stāvokļus atbilstoši apzīmē ar $3s, 3p, 3d$. Pēdējās ar elektroniem pildītās čaulas s un p apakščaulas elektronus sauc par *valences elektroniem*.

Vispār vienā elektronu čaulā, kuru raksturo galvenais kvantu skaitlis n , dažādo l stāvokļu skaits ir n , jo l var mainīties no 0 līdz $n-1$; savukārt katram l ir $(2l+1)$ dažādi m stāvokļi un katram m ir 2 dažādi spina stāvokļi, tāpēc elektronu skaits čaulā var būt

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) \cdot 2 = 2\{1+3+5+\dots+[2(n-1)+1]\} = 2n^2. (36-28)$$

Atomu elektronu čaulu *aizpildījumu* ar elektroniem apzīmē ar šādu *simbolisku pierakstu*: kreisajā pusē pie apakščaulu simboliem s, p, d, \dots pieraksta čaulas galvenā kvantu skaitļa n vērtību, bet labajā pusē augšā atzīmē šajā apakščaulā esošo elektronu skaitu. Tā, piemēram, germānija atoma elektronu čaulu aizpildījumu raksta šādi: $1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^{10} 4s^2 p^2$. Germānija atoma pamatstāvoklī tātad K, L, M čaulas un N čaulas s apakščaula ir pilnas, bet N čaulas p apakščaulā ir tikai 2 elektroni.

Elementa kārtas skaitlim jeb atomnumuram Z augot un elektroniem pakāpeniski piepildot čaulas, dažādās atomu īpašības, piemēram, tilpums, mehāniskais un magnētiskais moments, spektrs un ārējā mijiedarbība ar citiem atomiem, t. i., atomu ķīmiskās īpašības, mainās periodiski. Viszīmīgākais ir atomu īpašību maiņas periods $\Delta Z=8$, kas beidzas ar $s^2 p^6$ *astopu elektronu* konfigurāciju. Tā ir stingri noslēgta elektronu sistēma, kurai nav mehāniskā un magnētiskā momenta un kurai ir mazs tilpums un vāja ārējā mijiedarbība. Tādas elektronu čaulas ir cēlgāzēm. Atomu īpašību periodisko atkarību no Z arī atspoguļo krievu zinātnieka Mendelejeva 1869. gadā sastādītā *elementu periodiskā sistēma*.

Čaulas pirmajos enerģijas līmeņos (sākot ar N čaulu) elektronu saistības enerģija ir lielāka nekā iepriekšējās čaulas pēdējos līmeņos, tāpēc čaulas aizpildīšanās ar elektroniem sākas jau tad, kad iepriekšējā čaula ir aizpildīta tikai daļēji. Tās aizpilde atsākas, kad nākamajā čaulā jau ir zināms skaits elektronu. Tā rodas ķīmisko īpašību ziņā līdzīgu elementu grupas — **lantānīdi** ($Z=58 \div 71$) un **aktinīdi** ($Z=90 \div 103$).

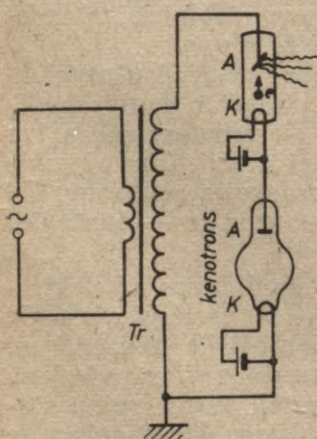
Svarīgi atcerēties, ka, elektronu čaulām aizpildoties ar elektroniem, 1) s^2 elektronu kopējais spins ir nulle, 2) noslēgtās $p^6 d^{10} f^{14}$ čaulās ir kompensēti ne vien spini, bet arī orbitālie momenti un 3) ļoti bieži vispirms aizpildās visi m līmeņi ar vienā virzienā vērstiem spiniem un pēc tam tikai sākas pretēji vērsto spinu stāvokļu aizpildīšanās (*Hunda kārtula*), jo vismazākā enerģija ir stāvoklim ar maksimālo summāro spinu S .

6. Š. RENTGENSTARI

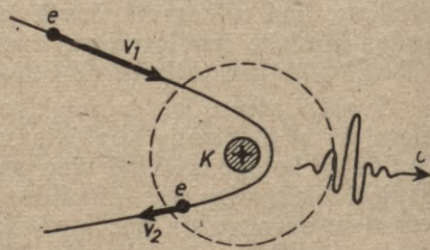
1. **Rentgenstaru rašanās.** Rentgenstari, kuru viļņa garums ir aptuveni $10 \div 0,001$ nm, rodas, ātrām lādētām daļiņām — parasti elektroniem saduroties ar vielas atomiem. Rentgenstarus iegūst ar *rentgenlampu*. Mūsdienu rentgenlampas parasti ir vakuuma lampas ar kvēlkatodu. Spiediens tajās ir $10^{-6} \div 10^{-8}$ mm Hg. Apmēram 30 cm attālumā no katoda atrodas anods vai antikatoms. Starp lampas elektrodiem *A* un *K* no kenotrona pievadītais spriegums *U*, kurš paātrina uz anodu vai antikatomu krītošos elektronus, var būt pat dažus simtus tūkstošu voltu liels. Kāda rentgenstaru iegūšanas iekārtas shēma parādīta 36-6. zīmējumā:

Elektronu mijiedarbība ar vielas atomiem un radītais rentgenstarojums var būt divējāds: 1) elektrons iet tuvu garām atoma kodolam, nonāk kodola pievilkšanas spēku ietekmē un iegūst lielu paātrinājumu (resp., palēninājumu) *a*. Tā kā elektriskā lādiņa starojuma jauda ir proporcionāla paātrinājuma *a* kvadrātam [sk. izt. (25-28')], tad elektrons šajā gadījumā izstaro gaismas kvantu ar lielu enerģiju (36-7. zīm.). Šajos gadījumos rodas *nepārtrauktais rentgenstarojums* ar nepārtrauktu viļņa garumu spektru; 2) elektrons izsīt no atoma iekšējās elektronu čaulas kādu elektronu. Kādam citam augstākas čaulas elektronam pārejot uz tukšo vietu, tiek emitēts rentgenstaru kvants. Šādos procesos rodas *raksturīgais rentgenstarojums*, kam ir diskrēts katram elementam raksturīgs viļņu garumu spektrs. Pilnais rentgenspektrs (rentgenstaru intensitāte *I* atkarībā no viļņa garuma λ) pie spriegumiem U_1 un U_2 attēlots 36-8. zīmējumā.

2. **Nepārtrauktajam rentgenspektram eksistē iso viļņu garumu robeža λ_r .** Tas izskaidrojams ar to, ka maksimālā enerģija, kādu elektrona nobremzēšanas procesā rentgenstaru kvants var iegūt,



36-6. zīm.

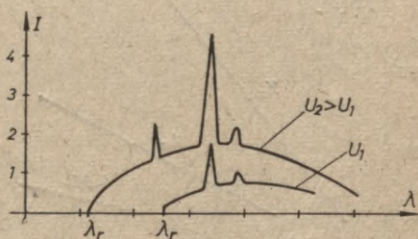


36-7. zīm.

ir vienāda ar elektrona kinētisko enerģiju: $m_0v^2/2 = eU = hv_r$, kur m_0 , e un v ir elektrona masa, lādiņš un ātrums un U — elektrona paātrināšanas spriegums volts. No šejienes rentgenstaru spektra īso viļņu garumu robeža

$$\lambda_r = \frac{c}{\nu_r} = \frac{ch}{eU}. \quad (36-29)$$

Jāpiezīmē, ka elektroni tikai retos gadījumos nonāk atoma kodola tuvumā un tur nobremzējas. Tāpēc tikai maza daļa no krītošajiem elektroniem dod rentgenstarus un *rentgenlampu lietderības koeficients* η ir mazs. Tā, piemēram, volframa antikatoda lampai, ja $U=30$ kV, $\eta=0,005$. η ir rentgenstaru enerģijas attiecība pret elektronu enerģiju.



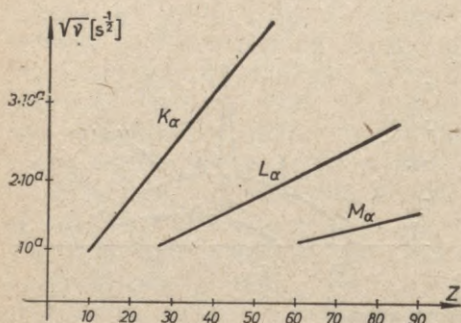
36-8. zīm.

3. Raksturīgais rentgenspektrs. Palielinoties atoma kodola lādiņam Ze , elektronu K čaulas un citu čaulu elektronu saites enerģija pieaug aptuveni proporcionāli atomnumura kvadrātam Z^2 (sk. izt. (36-9), ja $n=1$). Smagiem elementiem K čaulu elektronu saites enerģijas E_s tādēļ ir lielas. Tā, piemēram, urānam ($Z=92$) $E_s = -E_1 = \frac{Z^2 m_0 e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 1,13 \cdot 10^5$ eV. Tāpēc, aizpildoties smaga atoma K čaulas tukšajām vietām ar tā paša atoma citu elektronu čaulu elektroniem, tiek emitēti rentgenstaru kvanti ar lielām diskrētām atomnumura Z kvadrātām proporcionālām frekvencēm. Raksturīgais rentgenspektrs tātad ir *līniju spektrs*. Rentgenspektru līnijas ir sakārtotas K, L, M, \dots sērijās. Šie teorētiskie secinājumi saskaņēja ar Mozli eksperimentu rezultātiem (1913. g.), pēc kuriem elementu raksturīgo rentgenspektru līniju frekvences izsaka formula

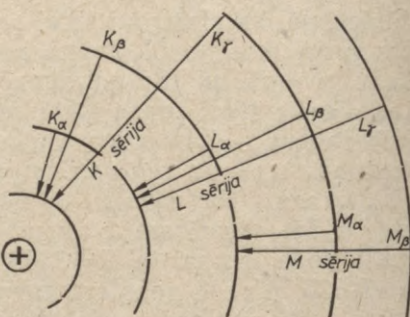
$$\nu = A(Z-b)^2, \quad (36-30)$$

kur $A = R(1/n^2 - 1/n'^2)$ [sk. izt. (34-12)] ir katrai rentgenspektra līnijai (pie dažādiem Z) raksturīga konstante un b — katrai spektra sērijai raksturīga konstante. Tā, piemēram, K sērijas K_α līnijai, kas rodas, elektronam pārejot no L čaulas ($n'=2$) uz K čaulu ($n=1$), $A = R(1/1^2 - 1/2^2) = 3R/4$. K sērijai, kas rodas, elektroniem pārejot no L, M, N, \dots čaulām uz K čaulu, konstante $b=1$. K_α līnijas frekvence pēc izteiksmes (36-30) tāpēc ir $\nu_{K_\alpha} = \frac{3R}{4}(Z-1)^2$. L sērijai $n=2$ un $b=7,5$. Elementu raksturīgo rentgenspektru K, L un M sēriju līniju frekvences kvadrātsaknes maiņa atkarībā no atomnumura, t. i., sakarība $\sqrt{\nu} = \sqrt{A}(Z-b)$, grafiski attēlota 36-9. zīmējumā, bet K, L un M sērijām atbilstošās elektronu pārejas atomā — 36-10. zīmējumā.

Ipatnēja ir raksturīgo rentgenspektru ierosme. Gadījumā, ja uz atomu krītošie elektroni izsit elektronu no kādas atoma iekšējās elektronu čaulas, tad atoms emitē ne vien visas šīs čaulas sērijas līnijas, bet arī citu augstāko čaulu sēriju līnijas, kuru frekvences ir zemākas. Turpretim spektra redzamajā daļā, atoma



36-9. zīm.



36-10. zīm.

ierosmes enerģiju un emitētās gaismas frekvenci palielinot, zemāko frekvenču emisija izzūd.

4. **Rentgenstaru absorbcija un izkliede.** Rentgenstaru intensitātes I pavājināšanās vielas slānī ar biezumu x ir pakļauta vispārīgajam elektromagnētiskā starojuma pavājināšanās Lamberta—Bugēra likumam

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \quad (36-31)$$

Šajā izteiksmē I_0 ir rentgenstaru sākotnējā intensitāte (vietā $x=0$) un μ — rentgenstaru pavājināšanās koeficients, kura mērvienība ir m^{-1} . Vielas slānis ar biezumu $1/\mu$ pavājina rentgenstarus e reizes. Rentgenstaru intensitātes pavājināšanās sākotnējā stara virzienā izskaidrojama ar absorbciju (rentgenstaru enerģijas samazināšanās) un izkliedi (rentgenstaru sākotnējā virziena maiņa).

Rentgenstaru absorbciju izraisa 1) rentgenstaru fotoefekts, 2) daļēji Komptona efekts, ja viļņa garumi ir mazi (sk. 33. nod. 3. §), un 3) elektronu pāru rašanās, ja rentgenstaru viļņu garumi ir ļoti mazi (sk. 38. nod. 6. §). Rentgenstaru absorbciju raksturo *absorbcijas koeficients* μ_a . Rentgenstariem, kuru frekvence ν nav tuvu kādai atomam raksturīgai rentgenstaru frekvencei ν_i , absorbcijas koeficients μ_a ir proporcionāls viļņa garuma λ kubam un elementa atomnumura Z ceturtajai pakāpei: $\mu_a = C\lambda^3 Z^4$. Konstante C ir atkarīga no vielas blīvuma un rentgenstaru viļņa garuma. Ja $\nu \approx \nu_i$, tad μ_a strauji pieaug.

Rentgenstaru izkliede var notikt mijiedarbībā ar 1) atomiem vai kristālrežģi un 2) brīvajiem elektroniem. Pirmajā gadījumā (klasiskajā Tomsona izkliedē) rentgenstaru frekvence iz-

kliedē nemainās, bet otrajā gadījumā (Komptona izkļiedē) rentgenstaru frekvence samazinās. Rentgenstaru pavājināšanos izkļiedes dēļ raksturo rentgenstaru izkļiedes koeficients μ_i .

Tāpat rentgenstaru pavājināšanās koeficients ir absorbcijas un izkļiedes koeficientu summa: $\mu = \mu_a + \mu_i$. Praksē bieži lietotajā diapazonā $\lambda = 0,02 \div 0,04$ nm $\mu_a \gg \mu_i$ un $\mu \approx \mu_a$. Pavājināšanās koeficienta μ vietā bieži lieto rentgenstaru *masas pavājināšanās koeficientu* μ/ρ (ρ — blīvums), kura mērvienība ir g/cm². Attiecība ρ/μ skaitliski vienāda ar masu, kas atrodas slānī, kura laukums ir 1 cm² un kurš rentgenstaru intensitāti pavājina e reizes.

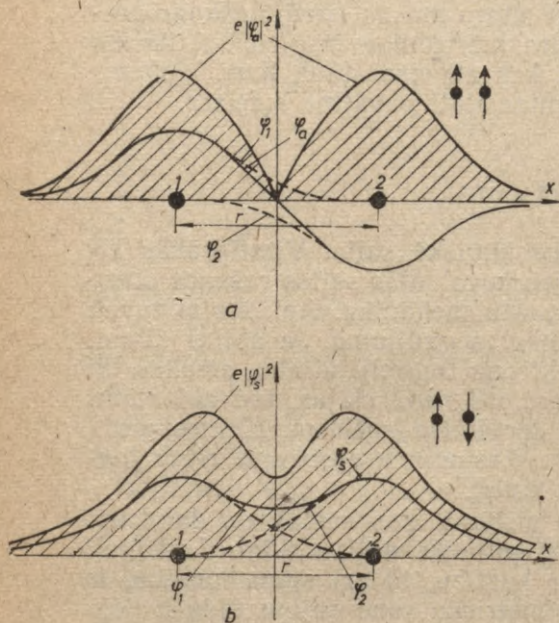
7. §. HOMEOPOLĀRĀ ĶĪMISKĀ SAITE

1. H₂ molekulas homeopolārā ķīmiskā saite. Visstiprākās ķīmiskās saites — homeopolārās jeb kovalentās saites rašanos starp atomiem var izskaidrot tikai kvantu mehānika. Aplūkosim tuvāk šo ķīmisko saites veidu H₂ molekulas gadījumā. Ja abi H atomi, ap kuriem kustas pa vienam elektrona Debrolji vilnim, atrodas tik tālu, ka to viļņi (viļņu funkcijas) vēl nepārklājas, tad abi atomi pievelkas tikai ar vājiem Van der Vālsa spēkiem. Homeopolārā saite sāk rasties tikai tad, kad sākas atomu elektronu *viļņu funkciju pārklāšanās*, ko aplūkosim tuvāk.

No Pauli principa izriet, ka sistēmā, kas sastāv no daudzām līdzīgām daļiņām ar spinu $\hbar/2$, pilnajai daļiņu viļņu funkcijai, kas raksturo kā daļiņu orbitālo kustību, tā arī spina kustību, ir jābūt *antisimetriskai*. Par antisimetrisku sauc daļiņu tādu kopējo viļņu funkciju, kurā daļiņu neatkarīgo koordinātu vietā liekot tās pašas, bet ar pretējo zīmi ņemtas koordinātes, viļņu funkcijas absolūtā vērtība nemainās, bet mainās funkcijas zīme. Atrisinot Šrēdingera vienādojumu abu H atomu elektroniem, iegūstam divas antisimetriskas viļņu funkcijas. Vienai viļņu funkcijai *antisimetriska* ir abu elektronu *orbitālās kustības* viļņu funkcija un *simetriska* ir spinu viļņu funkcija (elektronu spini ir paralēli), otrai viļņu funkcijai orbitālā viļņu funkcija ir *simetriska*, bet antisimetriska ir elektronu *spinu* viļņu funkcija (elektronu spini ir antiparalēli). To var izskaidrot, piemēram, ar to, ka pirmajā gadījumā abi elektronu orbitālie viļņi svārstās ar frekvenci $\nu_0 = m_0 c^2/h$ pretējās fāzēs un otrajā gadījumā tie svārstās vienādās fāzēs. Tā rezultātā abu elektronu viļņu kopējā amplitūda $\varphi = \varphi_1 \pm \varphi_2$ un amplitūdas kvadrāts $|\varphi|^2 = |\varphi_1 \pm \varphi_2|^2$ (statistiskā abu elektronu atrašanās varbūtība) *protonu starptelpā*, kur abu elektronu viļņu funkcijas pārklājas, pirmajā — antisimetriskajā gadījumā samazinās ($\varphi_a^2 = |\varphi_1 - \varphi_2|^2$) un otrajā — simetriskajā gadījumā palielinās ($\varphi_s^2 = |\varphi_1 + \varphi_2|^2$) salīdzinājumā ar abu elektronu amplitūdām un atrašanās varbūtībām, ja atomiem nebūtu mijiedarbības. Līdzīgi mainās arī elektronu kopējais lādiņa blīvums $e|\varphi|^2$. Atsevišķo elektronu viļņu funkcijas φ_1, φ_2 , elektronu kopējās

orbitālās viļņu funkcijas φ_a un φ_s un lādiņu blīvumi $e|\varphi_a|^2$, $e|\varphi_s|^2$, atomiem atrodoties s stāvokļos, abos gadījumos attēloti 36-11. zīmējumā.

Elektroniem vismazākā potenciālā enerģija ir abu protonu starptelpā, tāpēc elektronu blīvuma samazināšanās šinī telpas



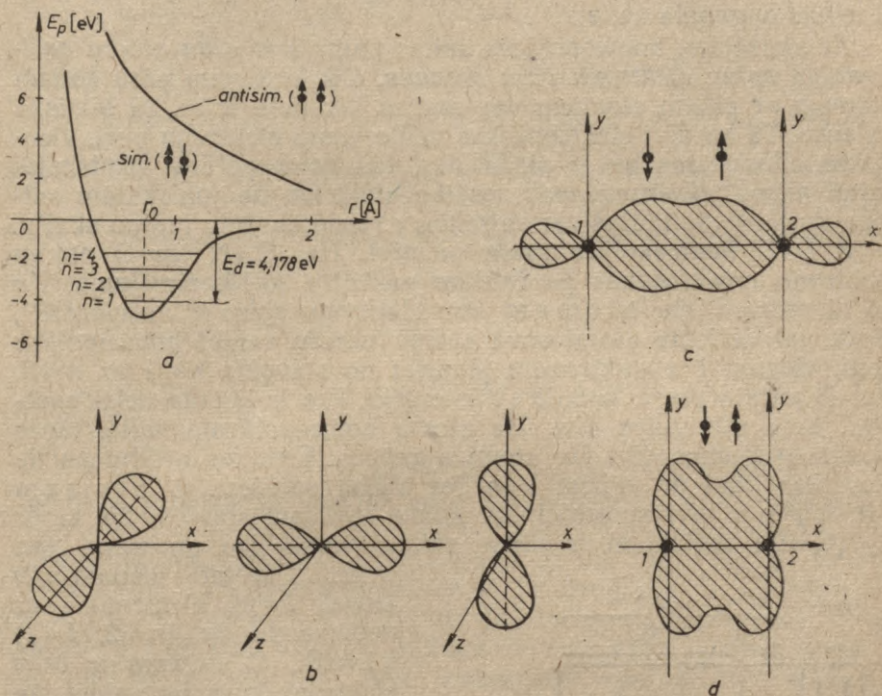
36-11. zīm.

molekulas enerģija ir mazāka nekā atsevišķo atomu enerģiju summa. Tāpēc abi atomi šajā gadījumā pievelkas un veido stabili molekulu. Tad saka, ka starp tiem ir ķīmiskā saite. Atomu savstarpējā potenciālā enerģija E_p (jeb atomu pilnā enerģija, no kuras atņemta abu atsevišķo atomu enerģija) atkarībā no attāluma r abos elektronu stāvokļos attēlota 36-12. zīmējumā *a*. No tā redzam, ka antisimetriskā orbitālā viļņojuma gadījumā $E_p > 0$, bet simetriskā viļņojuma gadījumā $E_p < 0$ ar minimumu pie $r = r_0 = 0,74 \cdot 10^{-10}$ m, kur r_0 — abu atomu atstatums molekulas pamatstāvoklī. Var pierādīt, ka līdzīgā veidā homeopolārā (kovalentā) saite rodas arī starp citiem atomiem.

2. σ un π saites. Aplūkoto H_2 molekulas saiti veido atomu s elektroni. Tā ir t. s. σ saite. Vispār kovalento σ saiti veido tie atomu elektroni, kuru kustības daudzuma moments saites virzienā ir nulle. Atoma elektronam atrodoties necentrālās elektriskajos laukos, to p stāvokļu elektronu lādiņu sadalījums nav centrālsimetrisks, kā tas ir s elektroniem. p , d , f stāvokļos tas pirmajā tuvinājumā nav arī rotācijas simetrisks, kā tas ir ūdeņraža vai ūdeņražveida atomam, jo šajos gadījumos atoma

apgabalā palielina visas sistēmas potenciālo un pilno enerģiju, bet elektronu sablīvēšanās šajā telpas daļā pazemina sistēmas potenciālo un pilno enerģiju. Tātad, ja orbitālā viļņu funkcija ir antisimetriska, t. i., elektronu spini ir paralēli, tad to uzturēšanās varbūtība abu atomu starptelpā ir maza un abu blakus esošo H atomu kopējā enerģija ir lielāka nekā atsevišķu H atomu enerģiju summa. Tāpēc šajā elektronu stāvoklī nekāda abu atomu saistība nav iespējama un tie atgrūžas. Saka arī, ka tad atomiem ir pretsaite. Turpretim, ja elektronu orbitālā viļņu funkcija ir simetriska, t. i., elektronu spini ir antiparalēli un elektroni blīvējas abu H kodolu starptelpā,

viļņu funkcija $\Phi(\alpha) = \sin m\alpha$ vai $\cos m\alpha$. Tā elektrona Debroļji stāvviļņim rada jaunas mezglu virsmas — mezglu plaknes, kas iet caur z asi. To skaits ir m . Tā rezultātā atoma elektrona p stāvoklis saskaldās trijos stāvokļos, kurus raksturo trīs x , y un z asu virzienos izstieptas viļņu funkcijas $\Theta_{10}(\theta)$, $\Theta_{1,\pm 1}(\theta)$ [sk. izt.



36-12. zīm.

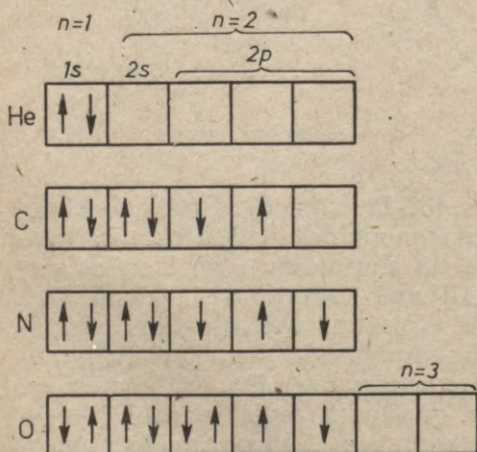
(36-11)] un atrašanās varbūtības (36-12. zīm. *b*). Pret asi, kuras virzienā ir izstiepts p stāvokļa elektronu sadalījums, elektrona kustības daudzuma moments ir nulle. Ja abu atomu 1 un 2 saites virzienā izstiepto p elektronu sadalījumā svārstības ir vienā fāzē (elektronu spini antiparalēli), tad, elektronu sadalījumiem pārklājoties, elektroni koncentrējas abu atomu starptelpā. Šajā gadījumā atomu p elektroni veido homeopolāru σ saiti (36-12. zīm. *c*). Turpretim pretēju svārstību fāzu gadījumā (spini paralēli) elektroni atstāj atomu starptelpu un atomu p elektroni veido homeopolāru σ pretsaiti. Tā kā vienā virzienā nevar būt vairāk kā viena σ saite un viena σ pretsaite, tad atomu p elektroni vispār var veidot ne vairāk kā trīs σ saites un trīs σ pretsaites, pie tam šo saišu virzieniem jābūt perpendikulāriem.

Līdzīgā veidā atomu p elektroni var veidot saites un pretsaites arī tad, ja elektronu sadalījumi ir izstiepti perpendikulāri saites virzienam. Šādu saišu skaits vienā virzienā ir 2. Šajā gadījumā

saites virzienā abu atomu elektronu kustības daudzuma moments ir \hbar . Šīs saites sauc par π saitēm. Divu atomu y ass virzienā izstieptie p elektronu sadalījumi ar antiparalēliem spiniem, kas rada x ass virzienā π saiti, ir parādīti 36-12. zīmējumā d . Elektroni šajā gadījumā, tāpat kā σ saitē, ir koncentrējusies abu atomu 1 un 2 starptelpā. π pretsaites gadījumā tie no šī telpas apgabala aiziet.

Kā redzējām, homeopolārās saites pamatā ir divu atomu antiparalēlu spinu elektronu pāra rašanās. Cik elektronu pāru kādam atomam ar citiem atomiem var rasties, tik liela ir arī tā ķīmiskā valence. Tā kā divi elektroni, kas veido vienu elektronu pāri, vienlaikus citos pāros nevar piedalīties, tad homeopolārai ķīmiskajai saitei piemīt piesātināšanās īpašība atšķirībā no joniskajām saitēm, kurās viens lādiņš var saistīties ar neierobežotu lādiņu skaitu.

3. Daži homeopolāro saišu piemēri. He, C, N un O atomu elektronu novietošanās pa čaulām parādīta 36-13. zīmējumā. Kā no tā redzam, He atomam abu elektronu spini ir antiparalēli, tāpēc, lai divi He atomi savā starpā varētu veidot homeopolāru saiti, vienam 1 s elektronam jāpāriet no stāvokļa $n=1$ uz $n=2$. Bet šī pāreja prasa $\approx 20,2$ eV enerģiju, kas ir lielāka nekā enerģija, kura atbrīvotos divu He atomu homeopolārajā saitē, tāpēc mazos attālumos divi He atomi atgrūžas. Lielākos attālumos tie pievelkas tikai ar vājiem Van der Vālsa spēkiem. C atomam ($1s^2 2s^2 p^2$) ir divi nepiesātinātu spinu elektroni stāvoklī $2p$, tāpēc C_2 ($C=C$) molekulai ir divas saites: viena $2p\sigma$ un viena $2p\pi$ saite. Pārejot vienam $2s$ ($n=2, l=0$) elektronam uz neaizņemto $2p$ ($n=2, l=1$) stāvokli, C atomam ir četri elektroni, kuri var veidot homeopolāru saiti, tāpēc savienojumos ar citiem atomiem C ir četrvērtīgs (piemēram, CH_4). N atomam ($1s^2 2s^2 p^3$) ir trīs p elektroni trīs dažādos kvantu stāvokļos, tāpēc N ir trīsvērtīgs. $N \equiv N$ molekulai ir trīs saites, viena $2p\sigma$ un divas $2p\pi$. O atomam ($1s^2 2s^2 p^4$) p apakščaulā ir četri elektroni, bet, veidojoties $O=O$ molekulai, tā saistās ar trim saitēm (vienu $2p\sigma$ un divām $2p\pi$)



36-13. zīm.

un vienu $2p\pi$ pretsaiti, t. i., kopā ar 2 saitēm. Starp līdzīgiem atomiem saites ir tikai kovalentas, bet starp dažādiem atomiem ar kovalentām saitēm elektronu pāru novietošanās attiecībā pret abiem atomiem var būt asimetriska (elektronu pāris uzturas

vairāk pie viena atoma). Tādā gadījumā kovalentai saitei ir «piejaukta» joniskā saite.

4. **Jonu saite.** Neievērojot t. s. nullenerģiju $h\nu/2$, no viena «+» jona un viena «-» jona veidotas molekulas (piemēram, NaCl) pilnā enerģija, ja tie atrodas attālumā r_0 , ir

$$E = U_p + U_a + A_1 - A_2,$$

kur $U_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ir abu jonu *pievilksnās spēku* $F_p = -\frac{dU_p}{dr} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ potenciālā enerģija un $U_a = \frac{b}{r^9}$ — *atgrūšanās spēku* $F_a = -\frac{dU_a}{dr} = \frac{9b}{r^{10}}$ potenciālā enerģija. A_1 ir *jonizācijas darbs*, veidojoties «+» jonam, un A_2 — *atbrīvotā enerģija*, veidojoties «-» jonam. Tā kā līdzsvara stāvoklī $r=r_0$, $-F_p = F_a$, t. i., $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = \frac{9b}{r_0^{10}}$, no kurienes $b = \frac{e^2 r_0^8}{9 \cdot 4\pi\epsilon_0}$, tad, to ievietojot E izteiksmē, dabūjam, ka abu jonu saistības enerģija $E_s = -E$ ir

$$E_s = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{9}\right) - A_1 + A_2.$$

NaCl molekulai, kurai $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-10}$ m, $A_1 - A_2 = 1,3$ eV, $E_s = 7,8$ eV (180 kcal/mol).

8. §. MOLEKULU SPEKTRI

Molekulu spektros salīdzinājumā ar atomu spektriem ir *daudz vairāk līniju*. Tas izskaidrojams ar to, ka molekulai ir trīs iekšējie kustību veidi: *elektronu kustība, atomu oscilācijas kustība* un *visas molekulas rotācijas kustība*. Molekulas spektrs rodas, mainoties visu šo triju kustību veidu enerģijām. Tuvināti var aplūkot visas šīs kustības neatkarīgi vienu no otras un kopējo molekulas enerģiju uzskatīt par minēto triju kustību enerģiju summu:

$$E = E_r + E_o + E_e, \quad (36-32)$$

kur E ir molekulas *kopējā enerģija*, E_r — *molekulas rotācijas enerģija*, bet E_o — *atomu oscilācijas enerģija* un E_e — *molekulas elektronu enerģija*. Galvenokārt aplūkosim vienkāršāko — *divatomu molekulu spektru*.

1. **Divatomu molekulas rotācijas spektrs.** Telpā brīva divatomu molekula (arī lineāra vai sfēriska vairākatomu molekula) pēc kvantu mehānikas ir brīvas ass rotators un tās enerģija [izt. (35-28)]

$$E_r = \frac{h^2}{8\pi^2 I} l(l+1) = Bl(l+1)h, \quad (36-33)$$

kur $B = \frac{h}{8\pi^2 I}$, $I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r^2$ — divatomu molekulas inerces moments, l — kustības daudzuma momenta *kvantu skaitlis*, m_1 , m_2 — atomu masas un r — atomu attālums. Ja ievērotu molekulas izstiepšanos

rotējot, tad izteiksme (36-33) vēl saturētu locekli $-C[l(l+1)]^2h$, kur konstante $C \ll B$. Molekulai pārejot no kvantu stāvokļa ar lielāku enerģiju uz kvantu stāvokli ar mazāku enerģiju, tā starojumu *emitē* tikai tad, kad tai ir elektriskais dipola moments (piemēram, HCl), bet *absorbē* starojumu arī tad, ja molekulā gaismas viļņa elektriskā lauka ietekmē elektriskais dipola moments inducējas. Molekulas iespējamās rotācijas pārejas, tai emitējot vai absorbējot gaismu, nosaka šādi pāreju izvēles likumi: $\Delta l = \pm 1, 0$, ja elektronu orbitālais kvantu skaitlis (sk. turpmāk) $\Lambda \neq 0$, un $\Delta l = \pm 1$, ja pārejas sākuma un beigu stāvoklī $\Lambda = 0$. Tāpēc rotācijas pārejās $l+1 \rightarrow l$ molekulas emitētās frekvences

$$\begin{aligned} \nu_r &= \frac{E_{r+1} - E_r}{h} = \frac{\Delta E_r}{h} = \\ &= B[(l+1)(l+2) - l(l+1)] = 2B(l+1). \end{aligned} \quad (36-34)$$

Kā no šīs izteiksmes redzam, molekulas rotācijas pārejās $\Delta l = -1$ emitētās gaismas frekvences ν_r pieaug proporcionāli mehāniskā momenta kvantu skaitlim l . Divu tuvāko līniju frekvenču starpība $\Delta \nu_r = 2B(l+1) - 2Bl = 2B = \frac{h}{4\pi^2 I} = \text{const}$ (patiesībā molekulas izstiepšanās dēļ, tai rotējot, rotācijas spektrā gaismas frekvenču starpības $\Delta \nu_r$, kvantu skaitlim l augot, kļūst mazākas). Rotācijas enerģijas līmeņu starpības $\Delta E_r = h\nu_r$, skaitliski ir aptuveni 10^{-3} eV. Molekulu rotācijas spektra līniju viļņa garumi $\lambda = 40 \div 1500 \mu\text{m}$, kurus iegūst ar optiskām metodēm, atrodas tālajā infrasarkanā spektra daļā. Līniju intensitāti mēra termoelektriski.

Mūsdienās molekulu rotācijas spektra iegūšanai diapazonā $\lambda = 1 \div 300$ mm galvenokārt lieto **radiospektroskopisko absorbcijas metodi**, jo līniju mazā platuma dēļ ar šo metodi var sasniegt ap 10^4 reižu lielāku izšķiršanas spēju nekā ar optiskajiem spektrometriem. Eksperimenta gaita principā ir šāda. Pa viļņvadu (sk. 25. nod. 7. §), kurā atrodas pētāmā gāze vai tvaiks, laiž īsu elektromagnētisko vilni un, nepārtraukti mainot šī viļņa garumu, izmēra tā intensitāti. Molekulas spektra līniju frekvences tad nosaka pēc elektromagnētiskā viļņa intensitātes minimumiem.

Ļoti bieži viļņvadu novieto konstantā magnētiskajā laukā. Tad katrs paramagnētiskas molekulas vai molekulas paramagnētiska radikāļa rotācijas enerģijas stāvoklis sašķeļas vairākos stāvokļos. Pie noteiktas konstantas magnētiskā lauka intensitātes un noteiktas elektromagnētiskā viļņa frekvences starp šiem stāvokļiem notiek pārejas, kas izraisa elektromagnētisko viļņu pastiprinātu absorbciju. Tā ir t. s. molekulas **elektronu paramagnētiskā rezonanse**. Ar vēl garākiem viļņiem ($\lambda = 100$ m) šādā veidā var pat novērot pārejas starp dažādi orientētiem atoma kodola stāvokļiem, ja kodolam ir magnētiskais moments. Tā ir t. s. atoma **kodola paramagnētiskā rezonanse**. Molekulas elektronu un atomu kodolu paramagnētiskās rezonanses novērojumi sniedz vērtīgas ziņas par molekulas uzbūvi, tās iekšējām un ārējām ķīmiskajām saitēm.

Piemērs. Aprēķināt HCl molekulas jonu attālumu $r=r_1+r_2$, kā arī H^+ un Cl^- jonu attālumus no molekulas smāgumcentra r_1 un r_2 , ja molekulas rotācijas frekvenču starpība $\Delta\nu_r=6 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$.

No $\Delta\nu_r$ izteiksmes dabūjam, ka $I = \frac{h}{4\pi^2\Delta\nu_r} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 6 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}} = 2,75 \times 10^{-47} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Tā kā $m_H=1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ un $m_{Cl}=35 m_H$, tad no vienādībām $r_1:r_2=35:1$ un $m_H r_1^2 + 35 m_H r_2^2 = 2,75 \cdot 10^{-47} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ izriet, ka $r_1=0,04 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, $r_2=1,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ un $r=r_1+r_2=1,29 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

2. Divatomu molekulas oscilācijas spektrs. Kvantu mehānikā divatomu molekulas abu atomu harmoniskās oscilācijas enerģija [sk. izt. (35-23)]

$$E_o = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_o, \quad (36-35)$$

kur $n=0, 1, 2, \dots$. Ja molekulai ir elektriskais dipola moments, tad, ievērojot pāreju izvēles likumu $\Delta n=-1$ un Boņa 2. postulātu, molekulas atomu oscilācijā emitētās gaismas frekvences

$$\begin{aligned} \nu_o &= \frac{E_{o,n+1} - E_{o,n}}{h} = \frac{\Delta E_o}{h} = \\ &= \frac{\left(n+1 + \frac{1}{2}\right) h\nu_o - \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_o}{h} = \nu_o = \text{const.} \end{aligned} \quad (36-36)$$

Tātad emitētās gaismas frekvences visās molekulu oscilācijas pārējās ir vienādas un nav atkarīgas no molekulas enerģijas. Ja atomu svārstības molekulā *nav harmoniskas*, tad $E_o \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_o + \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{(h\nu_o)^2}{4E_d}$, kur E_d ir molekulas disociācijas enerģija, t. i., enerģija, kas jāpatērē, lai molekulu sadalītu divos brīvos atomos. Šajā gadījumā ir iespējamas emisijas pārejas arī ar $\Delta n=-2, -3, \dots$. Molekulu oscilācijas enerģiju starpības ΔE_o skaitliski ir $10^{-2} \div 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ eV}$ ($\lambda=120 \div 5 \mu\text{m}$), t. i., molekulu oscilācijas spektrs atrodas spektra infrasarkanajā daļā.

3. Daudzatomu molekulu rotācijas un oscilācijas spektrs. N atomus saturošai molekulai ir $3N$ *kustības brīvības pakāpes* (sk. 7. nod. 7. §), no kurām trīs ir translācijas kustības brīvības pakāpes, trīs (ja molekula ir lineāra, tad divas) ir rotācijas brīvības pakāpes un $3N-6$ (lineārai molekulai $3N-5$) ir oscilācijas kustības brīvības pakāpes. Daudzatomu molekulas rotācijas spektrs principā ir līdzīgs divatomu molekulas rotācijas spektram. Atsevišķo atomu svārstības pa savām brīvības pakāpēm tomēr nav harmoniskas un tām nav arī noteiktas frekvences, tāpēc daudzatomu molekulas atomu oscilācijas kustību parasti aplūko īpašā veidā konstruētās t. s. normālkoordinātēs. Katra normālkoordināte ir atkarīga no visu molekulas atomu koordinātēm, bet vissvarīgāk ir, ka tās laikā mainās harmoniski, tātad katrā normālajā svārstībā piedalās visi atomi. Normālkoordinātu un normālfrekvenču ν_i skaits ir vienāds ar molekulas oscilācijas kustības brīvības pakāpju skaitu $3N-6$.

Ievērojot teikto, pēc izteiksmes (36-35) normālo svārstību enerģijas $E_{oi} = (n + \frac{1}{2})h\nu_i$. Lineārai CO₂ molekulai un trīsstūrveida H₂O molekulai normālo svārstību veidi un tiem atbilstošie viļņu skaitļi $\tilde{\nu}_i = \nu_i/c$ parādīti 36-14. zīmējumā.

4. Divatomu molekulas elektronu spektrs. Molekulu elektronu spektrs ($\lambda = 100 \div 1200$ nm) rodas elektronu pārejās starp molekulas elektronu kvantu stāvokļiem. Šajā gadījumā molekulas emisijas vai absorbcijas spektra līnijas parasti atrodas redzamajā vai ultravioletajā daļā.

Molekulu optiskos terminus, resp., elektronu stāvokļus, sakārto līdzīgi kā atomu terminus. Molekulas elektronu summārais orbitālais kvantu skaitlis $\Lambda = \sum \lambda_{zi}$ nosaka molekulas elektronu orbitālo kustības daudzuma momentu projekciju summu uz molekulas ass (z ass). Kvantu skaitļi λ_{zi} raksturo atsevišķo elektronu orbitālo momentu projekcijas uz molekulas ass. Kvantu skaitļa Λ vērtības var būt veseli skaitļi: 0, 1, 2, ... , kuriem atbilst molekulu spektra termu simboli $\Sigma, \Pi, \Delta, \dots$. Molekulas elektronu spinu projekciju (molekulas ass virzienā) summas kvantu skaitlis, t. i., summārais spina kvantu skaitlis $S = \sum s_{zi}$. Tā kā

parasti molekulā stipras ir elektronu orbītas—orbītas un spinu—spinu saites, bet vājas ir orbītas—spinu saites, tad molekulas spektra multiplītāti raksturo molekulas pilnais iekšējais kvantu skaitlis $\Omega = \Lambda + S$. Tāpat kā atomiem, molekulu elektroniskajiem optiskajiem termiem pa kreisi augšā raksta termu multiplītāti $z = 2S + 1$ un pa labi apakšā — kopējā kustības daudzuma momenta projekcijas kvantu skaitli Ω . Tā, piemēram, ja $S = 1, \Lambda = 1$ un $\Omega = \Lambda + S = 2$, terma simbols ir ${}^{2S+1}\{\Lambda\}_{\Omega} = {}^3\Pi_2$, kur $\{\Lambda\}$ apzīmē vienu no simboliem, Σ, Π, Δ . Iespējamās elektronu pārejas molekulā nosaka izvēles likumi: $\Delta\Lambda = \pm 1, 0; \Delta\Omega = \pm 1, 0; \Delta S = 0$.

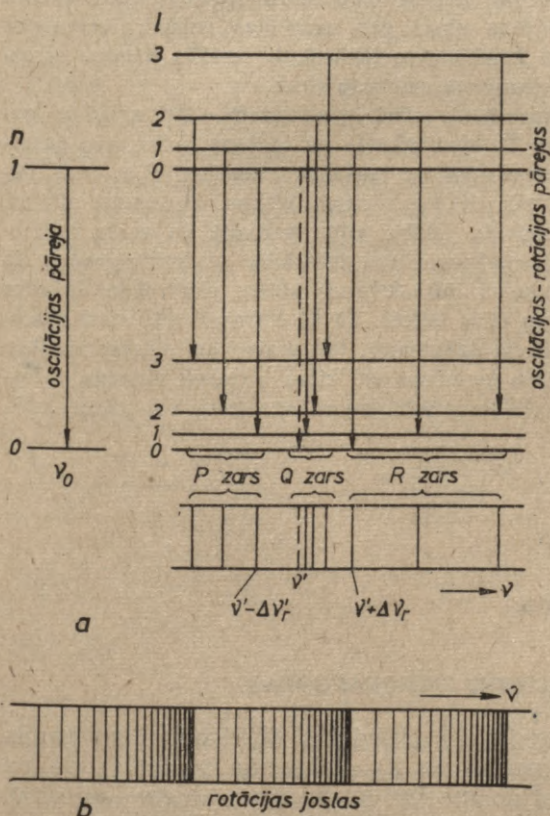
5. Kombinētais divatomu molekulas spektrs. Molekulai emitējot vai absorbējot gaismu, parasti mainās vienlaikus molekulas oscilācijas un rotācijas enerģijas (pie mazākām molekulas ierosmes enerģijām) un molekulas elektronu, oscilācijas un rotācijas enerģijas (pie lielākām molekulas ierosmes enerģijām). Ja atsevišķos molekulas kustības veidos molekulas enerģijas maiņas ir $\Delta E_r, \Delta E_o$ un ΔE_e ($\Delta E_r \ll \Delta E_o \ll \Delta E_e$), tad vispārīgajā gadījumā molekulas elektronu-oscilācijas-rotācijas pārejā emitētā gaismas frekvence

$$\nu = \frac{\Delta E_r + \Delta E_o + \Delta E_e}{h} \quad (36-37)$$

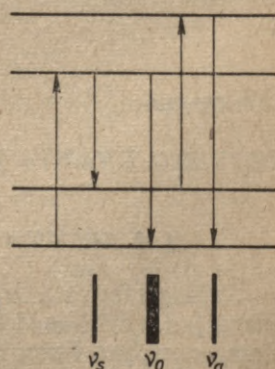
Elektronu-oscilācijas pārejās, tāpat rotācijas-oscilācijas pārejās, oscilācijas kvantu skaitlis n molekulai vispār mainās patvaļīgi (piemēram, $\Delta n = 1, 2, 3, \dots$). Tāpēc katrai elektronu pārejai ar frekvenci ν_e vispār piekārtojas vesela rinda oscilācijas pāreju ar frekvencēm $\nu_o, 2\nu_o, \dots$ ($\Delta n = 1, 2, \dots$) un katrai elek-

tronu-oscilācijas pārejai savukārt parasti piekārtojas trīs vai divas rotācijas pārejas, kurās attiecīgi $\Delta l = \pm 1, 0$ (ja $\Lambda \neq 0$) un $\Delta l = \pm 1$ (ja $\Lambda = 0$). Bet, tā kā pie vienas noteiktas oscilācijas pārejas kvantu skaitļa l vērtības ir dažādas, tad rotācijas pārejās $\Delta l = \pm 1, 0$ emitētās frekvences arī ir dažādas un visas iespējamās rotācijas pārejas, kas saistītas ar vienu oscilācijas pāreju, izveido molekulas spektrā no daudzām līnijām sastāvošu līniju saimi — joslū. Molekulas oscilācijas-rotācijas spektra viena josla savukārt sastāv no trim abpus t. s. centrālajai līnijai novietotām līniju apakšsaimēm jeb $R(\Delta l = +1)$, $P(\Delta l = -1)$ un $Q(\Delta l = 0)$ zariem (sk. 36-15. zīm. a, kur parādīta vienai oscilācijas pārejai $n=1 \rightarrow 0$ atbilstošās zaru oscilācijas-rotācijas pārejas). Jā $\Lambda = 0$, tad centrālās līnijas ar frekvenci $\nu' = \nu_e + \nu_0$ un Q zara nav. Ievērojot iepriekš teikto, vienai molekulas elektronu pārejai ir piekārtojas vairākas oscilācijas-rotācijas spektra joslas (36-15. zīm. b). Molekulu spektrus tāpēc bieži sauc par joslu spektriem.

6. Kombinatīvā gaismas izkliede. Kombinatīvo gaismas izkliedi 1923. gadā teorētiski paredzēja Smekals, bet 1928. gadā atklāja Ramans un padomju zinātnieki Landsbergs un Mandelštams. Kombinatīvā izkliede ir jaunu (kombinatīvu) no krītošās gaismas frekvences ν_0 un vielas pašfrekvencēm ν_i



36-15. zīm.



36-16. zīm.

kombinētu frekvenču $\nu_0 \pm \nu_i$ parādīšanās izkliedētajā gaismā, ja krītošās gaismas frekvence ν_0 un vielas atoma vai molekulas frekvences ν_i nesakrīt (36-16. zīm.). Šo efektu var pētīt līdzīgi kā parasto gaismas izkliedi. Tā kā kombinēto frekvenču gaismas intensitātes ir ļoti vājas, tad, lai varētu novērot kombinatīvo izkliedi, nepieciešams stiprs vielas apgaismojums un izkliedētās gaismas uztveršanai — spektrometrs ar lielu gaismasspēju.

Pēc krītošās frekvences ν_0 un izkliedētajā gaismā novērotajām blakus frekvenču ν_s, ν_a starpībām var noteikt molekulas iespējamo enerģijas vērtību diferences $E_0 - E = (\nu_0 - \nu_s)h$ un $E - E_0 = (\nu_a - \nu_0)h$. Līnijas ar frekvenci $\nu_s < \nu_0$ (Stoksa līnijas) rodas, krītošās gaismas ierosinātai molekulai pārejot uz kādu zemāku ierosinātu enerģijas stāvokli un emitējot atpakaļ daļu no absorbētā gaismas kvanta enerģijas. Līnijas ar frekvenci $\nu_a > \nu_0$ (anti-stoksa līnijas) rodas, molekulai siltumkustībā ierosinātā enerģijas stāvoklī absorbējot krītošo gaismas kvantu un pēc tam emitējot atpakaļ visu savu ierosmes enerģiju. Jāpiezīmē, ka kombinatīvajā izkliedē parādās ne vien tās frekvences, ko molekula izstaro sava pastāvīgā dipola momenta dēļ, bet arī tās frekvences, kuras tajā rada gaismas elektriskā lauka *inducētais* elektriskais dipola moments. Tādējādi gaismas kombinatīvās izkļedes frekvences papildina molekulas oscilācijas-rotācijas infrasarkanā staru spektra dotos kvantu stāvokļus un tā sniedz pilnīgākas ziņas par molekulas uzbūvi. Izmantojot infrasarkanā staru spektrus un kombinatīvo izkliedi, ir izpētīta daudzu sarežģītu, galvenokārt organisko savienojumu molekulu struktūra.

7. Infrasarkanie stari. Infrasarkanie stari ir neredzami stari ar viļņa garumu no 0,8 μm līdz 1000 μm . To atstarošanās un laušana notiek pēc parastajiem redzamās gaismas atstarošanās un laušanas likumiem. Ejoj cauri lēcām, kuras izgatavotas no NaCl, KCl un citām vielām, tie veido attēlus. Infrasarkanie stari izraisa fotoefektu (īsākie viļņa garumi) un veido interferences parādības. Galvenā infrasarkanā staru iedarbība uz ķermeņiem ir to sasildīšana, tāpēc mūsdienu tehnikā infrasarkanos starus plaši lieto dažādās žāvēšanas, cepšanas, apsildes un citās ierīcēs. Tā kā infrasarkanie stari absorbējas ķermeņa virsmā (līdz 0,5 cm dziļumam), tad praksē ar infrasarkanajiem stariem silda tikai samērā plānus ķermeņus vai biezu ķermeņu virsmas. Infrasarkanos starus iegūst ar speciālām elektriskajām spuldzēm vai gāzes kvēlspuldzēm.

37. NODAĻA

CIETVIELU KVANTU FIZIKA

1. §. CIETVIELU ELEKTRONU ENERĢIJAS ZONAS

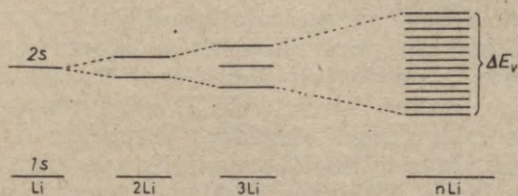
Šajā paragrāfā aplūkosim 1) cietvielas elektronu iespējamās enerģijas vērtības jeb līmeņus un 2) elektronu novietošanos pa šiem enerģijas līmeņiem. Piezīmēsim, ka no šiem abiem faktoriem ir atkarīgas cietvielas gandrīz vai visas fizikālās īpašības.

1. Saistoties atomiem cietvielā, atomu elektronu noslēgto čaulu

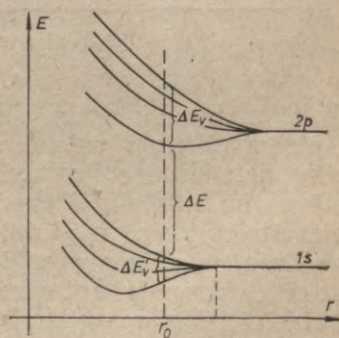
struktūra praktiski nemainās. Mainās tikai atomu ārējo elektronu jeb *valences elektronu* iespējamās enerģijas un kustības veids. Tāpēc, lai atrastu *cietvielas elektronu iespējamās enerģijas vērtības*, jāatrisina Šrēdingera vienādojums (35-16) tikai cietvielas valences elektroniem. Iztirzāsim vienīgi šo aprēķinu *rezultātus*.

Pirmais svarīgākais konstatējums šeit ir tas, ka, vielas atomiem tuvojoties, *katrs atoma valences elektrona enerģijas līmenis sašķēļas tik daudzos enerģijas līmeņos, cik cietajā ķermenī ir atomu*. Katram diskrētā atoma valences elektrona enerģijas līmenim tādējādi cietvielā atbilst zināmā enerģijas intervālā esoša diskrētu un ļoti tuvu stāvošu atļauto enerģiju līmeņu saime — **atļauto enerģijas vērtību zona**. Enerģijas līmeņu attālumi zonā ir atkarīgi no atomu skaita. Parasti atomu skaits ir ļoti liels, tāpēc iespējamo enerģijas līmeņu skaits arī ir ļoti liels un to attālumi zonā ir ļoti mazi, piemēram, 1 g cietvielas enerģijas līmeņu attālumi zonā $\approx 10^{-17}$ eV. Bieži valences elektronu atļauto enerģiju zonas ir atdalītas ar vairāk vai mazāk platu **aizliegto enerģijas vērtību zonu**, bet bieži atļauto enerģijas vērtību zonas arī *pārklājas*.

Atoma enerģijas līmeņu šķelšanās un enerģijas zonas veidošanās atkarībā no atomu skaita, ja no 1, 2, 3, ..., n litija atomiem veidojas *atomu virknes*, parādīta 37-1. zīmējumā. Kā redzam, litija iekšējās elektronu $1s$ ($n=1, l=0$) čaulas abu elektronu enerģijas līmeņi nesašķēļas, jo blakus esošo atomu viļņu funkcijas tiem nepārklājas. Turpretim Li atoma $2s$ stāvokļu valences elektronu viļņu funkcijas, Li atomiem virknē atrodoties līdzsvara stāvoklī, stipri pārklājas. Tāpēc šie Li atomu enerģijas līmeņi sašķēļas tik līmeņos, cik virknē ir Li atomu, veidojot *atļauto enerģijas zonu ar platumu ΔE_v* . Tā veidojas enerģijas zonas arī cietvielā.



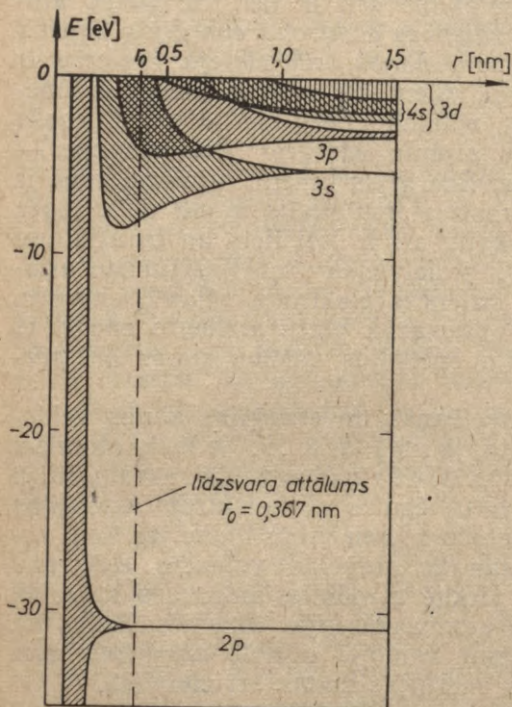
37-1. zīm.



37-2. zīm.

Tiklab enerģijas vērtības *šķelšanās lielums zonā* (divu blakus esošu enerģijas līmeņu enerģijas starpība), kā arī *atļauto un aizliegto enerģijas vērtību zonu platumi ΔE_v un ΔE* mainās atkarībā no atomu savstarpējā attāluma. Četru H atomu virknei atomu $1s$ un $2p$ stāvokļiem tas parādīts 37-2. zīmējumā. Tajā redzams,

ka, atomu attālumam r samazinoties, atļauto enerģiju zonas platumi ΔE_v un $\Delta E_v'$ un enerģijas līmeņu šķelšanās lielums aug, bet aizliegto enerģiju zonas platumi ΔE samazinās (r_0 — atomu attālumam līdzsvara stāvoklī). Metāliskā nātrija enerģijas zonu veidošanās, daudziem Na atomiem visiem reizē pamazām tuvojoties, parādīta 37-3. zīmējumā.

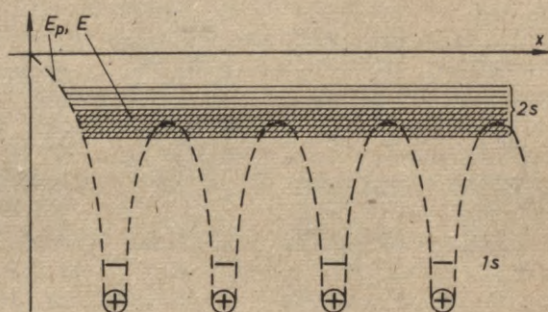


37-3. zīm.

diskā maiņa Li atomu virknes gadījumā attēlota 37-4. zīmējumā (līdzīgs raksturs valences elektrona potenciālajai enerģijai ir arī citu cietvielu gadījumos). Zīmējumā arī redzams, ka atoma $1s$ stāvoklim atbilstošā enerģijas zona ir ļoti šaura, bet $2s$ zona (iesvītrotā josla) ir plata. Tas nozīmē, ka cietvielā $1s$ zonā visiem elektroniem pilnās enerģijas ir praktiski vienādas. Turpretim $2s$ zonā elektroniem aptuveni vienādas ir tikai potenciālās enerģijas, bet kinētiskās enerģijas ir dažādas. Elektronu kinētiskās enerģijas dažādība, kuru raksturo atļauto enerģiju zonas platumi, galvenokārt rodas no tā, ka kustībā pa vielu elektroniem ir dažāds translācijas kustības ātrums un enerģija. Savukārt šo elektronu translācijas kustību, pārejot no viena atoma uz citu blakus esošo atomu, nosaka starpatomu *potenciālās enerģijas barjeras* augstums. Ja potenciālās enerģijas barjeras augstums ir liels, kā tas ir aplūkotajai Li atomu virknei $1s$ stāvokļos un valences elektroniem jonu kristālos, tad elektroni praktiski ir saistīti pie atoma un tie pa

2. Valences enerģijas zonu elektroni *nav vairs lokalizēti* pie viena noteikta atoma, bet atomu ciešās saistības dēļ tie pārvietojas no atoma uz atomu pa visu vielas gabalu. Tāpat kā atomā, arī cietvielā elektronam piemīt potenciālā enerģija E_p un kinētiskā enerģija, kuru summa ir elektrona *pilnā enerģija* E . Valences elektrona kustībā pa cietvielas atomu periodisko režģi tā potenciālā enerģija E_p un kinētiskā enerģija E_k periodiski mainās. Kā elektrona potenciālajai enerģijai E_p , tā elektrona kinētiskajai enerģijai E_k nav noteiktas vērtības. Noteiktas diskrētas vērtības ir tikai pilnai enerģijai E . Elektrona potenciālās enerģijas perio-

cietvielu nepārvietojas. Šajā gadījumā elektrons izturas kā brīva daļiņa sava atoma potenciāla bedrē. Bet, ja potenciālās enerģijas barjeras augstums ir mazs, kā tas ir Li atomu $2s$ stāvokļu un citu metālu valences elektroniem, tad elektroni translācijas kustībā samērā brīvi pārvietojas pa cietvielu. Tie tādā gadījumā kustas



37-4. zīm.

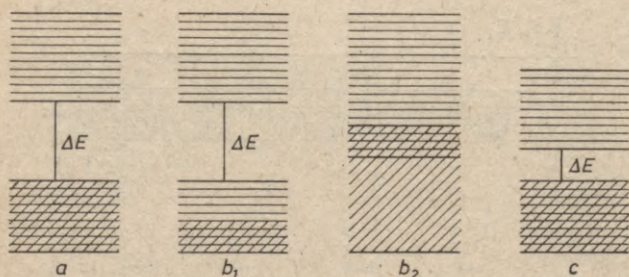
visa cietās vielas gabala potenciālās enerģijas bedrē aptuveni kā brīvas daļiņas (sk. 35. nod. 4. §).

3. Tālāk aplūkosim cietvielas elektronu **enerģijas stāvokļu (atļauto enerģijas zonu) aizpildījumu ar elektroniem**. To darot, vispirms jāievēro jau atzīmētais kvantu mehānikas likums, ka noteiktu atomu skaitu saturošas sistēmas enerģijas stāvokļu skaits nav atkarīgs no atomu saistības veida. Tā, piemēram, Na atomam ir viens $3s$ enerģijas stāvoklis, n brīviem Na atomiem ir n šādi stāvokļi un no n Na atomiem veidota metāla gabala $3s$ zonā ir n enerģijas stāvokļi. Pēc Pauli principa (sk. 36. nod. 5. §), katrā enerģijas stāvoklī var novietoties divi elektroni ar savstarpēji antiparalēliem spiniem. Ja brīva atoma $3s$ ($n=3, l=0$) enerģijas stāvoklī ir divi šādi elektroni, tad, šiem atomiem veidojot cietvielu, izolētā $3s$ zonā ir aizņemti visi enerģijas stāvokļi, enerģijas zona, kā saka, ir pilnīgi aizpildīta. Bet, ja Na atomos $3s$ stāvoklī ir viens elektrons, tad attiecīgā zona cietvielā ir aizpildīta tikai daļēji. Ja atomu enerģijas līmenis nav aizņemts ar elektroniem, tad cietvielā šis līmenis šķeloties parasti izveido tukšu atļauto enerģiju zonu.

Cietvielas īpašības galvenokārt nosaka *augstākās elektronu saturošās enerģijas zonas aizpildījums ar elektroniem*. Ja šī enerģijas zona ir pilnīgi aizpildīta (sk. 37-5. zīm. a) un tās atālums no nākošās atļautās enerģijas zonas ir liels, tad katrā telpas virzienā summārais elektronu kustības daudzums, ātrums un strāvas stiprums ir nulle (ja arī zemākās zonas ir pilnīgi aizpildītas). Novietojot šādas zonas elektriskajā laukā, tie nevarēs mainīt ne enerģijas, ne arī ātrumus, tātad nevarēs dot arī elektrisko strāvu — viela tad būs **izolators**. Elektroni nevar pārlēkt arī uz nākošo — tukšo atļauto enerģijas zonu, jo elektriskajā laukā ceļa gabalā, kas ir vienāds ar atomu atstatumu, tie nevar iegūt

aizliegtās enerģiju zonas platumam atbilstošu enerģiju $\Delta E = 2 \div 5$ eV.

Turpretim, ja augstākajai pilnajai enerģijas zonai pāri klājas kāda tukša enerģijas zona, kā tas, piemēram, ir 2. grupas elementiem Be, Ca, Mg u. c. (37-5. zīm. b_2), vai arī ja augstākajā ar



37-5. zīm.

elektroniem pildītājā enerģijas zonā ir daudz elektronu un daudz neaizņemtu enerģijas līmeņu (37-5. zīm. b_1), tad uz šiem tukšajiem līmeņiem var pāriet elektroni. Pārgājušie elektroni un vispār ar vienu elektronu aizņemto enerģijas līmeņu elektroni tad, kustēdamies elektriskā lauka virzienā, var radīt elektrisko strāvu. Viela šajā gadījumā ir elektrības vadītājs, metāls, kura elektriskās īpašības aplūkojām kursa III daļā.

Var arī realizēties kāds trešais gadījums, kad pilnās zonas, kuru sauc par pamatzonu vai valento zonu, un tukšās zonas, ko sauc par vadītspējas zonu, attālums jeb aizliegtā enerģijas zona ΔE ir šaura. Tā tas, piemēram, ir germānijam, kuram $\Delta E = 0,72$ eV. Šajā gadījumā (37-5. zīm. c) siltumkustības vai citas iedarbības ietekmē zināms skaits elektronu pāriet no valentās zonas uz tukšo zonu. Tukšās zonas un pilnās zonas ar vienu elektronu aizņemtajos enerģijas līmeņos tie var radīt elektrisko strāvu. Šāda enerģijas zonu struktūra ir pusvadītājiem.

Ar to kvantu mehānika ir izskaidrojusi cietu kristālisku vielu iedalījumu trīs lielās grupās: izolatoros, labos elektrības vadītājos (metālos) un pusvadītājos. Tā kā līdztekus elektriskās strāvas vadītspējai mainās arī daudzas citas vielu īpašības, piemēram, siltumvadītspēja, plastiskums, tad arī šīs cietvielu īpašības galvenokārt nosaka enerģijas zonu novietojums un aizpildījums ar elektroniem.

2. §. IDEĀLA KRISTĀLREŽĢA PUSVADĪTĀJI

1. Pusvadītājas vielas parasti ir cietas kristāliskas vielas ar elektronu vadītspēju vai t. s. caurumu vadītspēju, kuru īpatnējā elektriskā pretestība $\rho = 1/\gamma$ pie $T = 300$ K ir $10^{-4} \div 10^7 \Omega \cdot \text{m}$. Tātad pusvadītāji elektriskās vadītspējas ziņā ieņem vidēju stāvokli starp labiem vadītājiem ($\rho = 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$) un izolatoriem ($\rho = 10^{10} \Omega \cdot \text{m}$).

Pusvadītāju raksturīgākā īpašība ir to elektriskās vadītspējas *straujā eksponenciālā maiņa atkarībā no temperatūras*. Ļoti zemās temperatūrās pusvadītājiem ir tikai niecīga — t. s. *paliekošā elektriskā vadītspēja* (to rada no temperatūras neatkarīgie defekti), tāpēc zemās temperatūrās tie ir līdzīgi izolatoriem. Turpretim augstākās temperatūrās elektriskā vadītspēja pieaug pat 10^8 reizi un pusvadītāji kļūst par labiem elektrības vadītājiem. Pusvadītājiem vēl piemīt spēja taisngriezt maiņstrāvu, pastiprināt elektrisko strāvu un mainīt elektriskās strāvas stiprumu, ja tos apgaismo. Pusvadītājos var rasties arī fotoelektrodzinējspēks, termoelektrodzinējspēks, un tie var noderēt par ekonomiskiem gaismas avotiem. Bez tam pusvadītājiem eksistē vēl citas praktiski svarīgas īpašības.

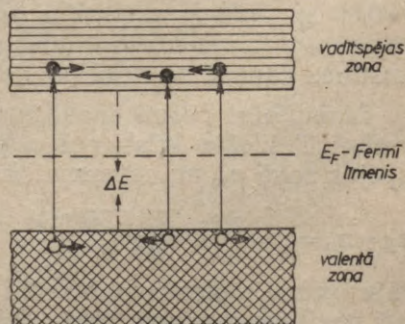
Pusvadītāji ir 1) ļoti tīras *vienkāršas un saliktas vielas ar ideālu kristāla atomu režģi* un 2) ļoti tīras *vienkāršas un saliktas vielas ar mikroskopiskiem kristāla atomu režģa defektiem*. Pirmā tipa vielas saucim par *ideāla kristālrežģa pusvadītājiem* un otrās — par *defektpusvadītājiem*.

Vienkāršas *pusvadītājas vielas* ir Ge, Si, Sn, C (homeopolāri, skaldnē centrēti kubiskās sistēmas dimanta tipa IV gr. kristāli), B (kristāliskā sistēma nav noteikta), In, Tl (kubiskās sistēmas III gr. kristāli), P, Ta, Sb, Bi (kubiskās un romboedriskās sistēmas V gr. kristāli), Se, Te (heksagonālās sistēmas, homeopolāri VI gr. kristāli) un citi elementi. Jāatzīmē, ka parasti šīs vielas (piemēram, Ge, Si, Se u. c.) savas pusvadītāju īpašības iegūst, ja tām nedaudz *piejauc* vienu vai vairākas citas vielas.

Saliktu *vielu pusvadītāji* ir vienkārši oksīdi (MgO, ZnO u. c.), vadoši pārejas metālu oksīdi (TiO, Ti_2O_3 , V_2O_3 u. c.), nevadoši pārejas metālu oksīdi (NiO, Cr_2O_3 , Fe_2O_3 , Mn_2O_3 u. c.), sulfīdi (CdS, PbS), selenīdi (CdSe, PbSe), telurīdi (CdTe, HgTe), SiC, SbSn, Bi_2Te_3 u. c. Īpaši liela nozīme jaunākā laikā ir AlSb, InSb un citiem III gr. un V gr. *intermetāliskajiem savienojumiem*.

2. *Ideāla kristālrežģa pusvadītāju elektroniskā struktūra*. Aplūkojot šo pusvadītāju elektriskās īpašības, kā raksturīgu un praktiski svarīgu piemēru izvēlēsimies germāniju (līdzīgas īpašības ir arī silīcijam). Germānijs atrodas elementu tabulas IV grupā. Tā atomam ir četri valences elektroni, kuri veido kovalento saitī ar četriem tuvākajiem tetraedriski novietotajiem kaimiņatomiem. Valences un vadītspējas zonu attālums ΔE germānijam ir 0,72 eV (Si $\Delta E=1,09$ eV). Germānija elektronu enerģijas zonu struktūra attēlota 37-6. zīmējumā.

Ja absolūtā temperatūra $T=0$, tad Ge augstākā ar elektroniem



37-6. zīm.

aizņemtā zona (valentā zona) ir pilna un tuvākā vadītspējas zona ir pilnīgi tukša. *Temperatūrai paaugstinoties*, viena elektronu daļa iegūst enerģiju ΔE un pāriet no valentās zonas vadītspējas zonā. Šo elektronu skaitu galvenokārt nosaka Bolcmaņa faktors $e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$. Ja *temperatūra ir zema*, t. i., $kT \ll \Delta E$ (piemēram, $T=300$ K, $kT=0,026$ eV $\approx 1/40$ eV), tad Bolcmaņa faktors un tātad arī elektronu skaits n_n tilpuma vienībā vadītspējas zonā ir ļoti mazs, tāpēc Ge (tāpat Si) elektriskā vadītspēja ir maza. Šo vadītspēju, ko nosaka tieša elektronu pāreja no valentās zonas uz vadītspējas zonu, saucim par ideāla kristālrežģa vadītspēju. *Temperatūrai augot*, elektronu skaits vadītspējas zonā strauji (eksponenciāli) pieaug, tāpēc tāpat pieaug arī ideālā kristālrežģa vadītspēja.

Ideāla kristālrežģa pusvadītājā tikpat liels kā elektronu skaits n_n tilpuma vienībā vadītspējas zonā ir tukšo vietu skaits n_p valentajā zonā. Fizikāli šīs tukšās vietas ir Ge atomi, kuriem ir trīs elektroni, tātad tie ir pozitīvi joni. Šos valentās zonas tukšumus jeb pozitīvi lādētās vietas kristālā sauc par *caurumiem*. Tie var viegli piesaistīt vienu elektronu no kaimiņu atomiem, kuri tad savukārt uzlādējas pozitīvi un kļūst par caurumiem. Tāpēc caurumi nav nekustīgi, bet var pa kristālu šādā veidā *pārvietoties*, pie tam aptuveni ar tādu pašu ātrumu kā elektroni.

Elektroni un caurumi kā siltumkustībā, tā arī veidojot elektrisko strāvu, nekustas brīvi, bet tiem ir *mijiedarbība ar vielas atomiem un joniem*. Tomēr *tuvināti* var pieņemt, ka elektroni un caurumi vielā *kustas kā brīvas daļiņas*, tikai ne ar to masu m_0 , kas tiem ir pilnīgi brīvā kustībā, bet ar kādu citu, t. s. efektīvo masu m_n^* un m_p^* . Šī elektronu un caurumu efektīvā masa izsaka ne vien šo daļiņu inerci pilnīgi brīvā kustībā, bet arī «inerci», ko izraisa to mijiedarbība ar kristāla režģi. Elektronu un cauruma efektīvās masas lielumu definē ar Ņūtona otro likumu $m^* = F/a$, kur F ir spēks, kas iedarbojas uz elektronu vai caurumu, un a ir elektrona vai cauruma paātrinājums. Tā dabūjam, piemēram, ka germānijā un silīcijā elektrona efektīvā masa $m_n^* = 0,25 m_0$ (masa m_n^* dažos enerģijas intervālos, kuros elektrons saņem no atomu režģa pretēji elektriskajam laukam vērstu lielāku kustības daudzumu nekā no elektriskā lauka, var būt arī negatīva).

Izmantojot Fermī sadalījumu (15-31), var pierādīt, ka temperatūrā T ideāla kristālrežģa pusvadītāja elektronu skaits vadītspējas zonā n_n un caurumu skaits valentajā zonā tilpuma vienībā

$$n_p = n_n = n = \frac{2(2\pi\sqrt{m_p^* m_n^* kT})^{\frac{3}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}. \text{ Ideāla kristālrežģa pusvadītāju īpatnējo elektrovadītspēju rada tiklab negatīvie elektroni, kā arī pozitīvie caurumi, tāpēc, līdzīgi kā elektrolītiem [sk. izt. (17-9)], šādu pusvadītāju īpatnējo elektrovadītspēju izsaka}$$

izteiksme

$$\gamma' = |e|n(u_n + u_p) = |e| \frac{2(2\pi\sqrt{m_p^* m_n^* kT})^{\frac{3}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} (u_n + u_p), \quad (37-1)$$

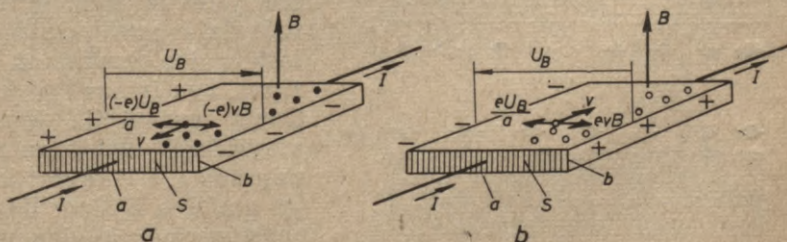
kur u_n un u_p attiecīgi ir elektronu un caurumu kustīgumi, t. i., ātruma v un elektriskā lauka intensitātes E attiecība. Var aprēķināt, ka lādiņnesēju sadursmju dēļ (kā ar režģa siltumsvārstībām, tā arī savā starpā) to kustīgums $u = a \cdot T^{-3/2}$. Tā, piemēram, istabas temperatūrā germānijam $u_n = 3800 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, $u_p = 1800 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, Si — $u_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$, $u_p = 500 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{s}$. No izteiksmes (37-1) izriet svarīgs secinājums: temperatūrai palielinoties, ideāla kristālrežģa pusvadītāju īpatnējā elektrovadītspēja γ' strauji (eksponenciāli) pieaug (īpatnējā pretestība $1/\gamma'$ samazinās). Turpretim metālu vadītspēja, kā zinām, temperatūrai augot, lēni samazinās.

3. §. HOLLA EFEKTS

Ja elektriskā strāva plūst pa vadītāju, kas novietots magnētiskajā laukā (37-7. zīm. *a, b*), tad starp vadītāja pretējām sānu virsmām izveidojas perpendikulāri strāvas I un magnētiskā lauka B virzienam vērsts elektriskais lauks ar potenciālu diferenci U_B . Šo parādību sauc par Holla efektu. Tā cēlonis ir Lorenca spēks $F_m = evB$, kas, iedarbojoties uz lādiņiem e , pārvieto tos elektriskajai strāvai perpendikulārā virzienā (v — lādiņa ātrums un B — magnētiskā lauka indukcija). Ja vadītāja sānu virsmu pretējie punkti ir jau uzlādējušies ar pretēju zīmju lādiņiem, tad šis uzlādes potenciālu diferences U_B dēļ uz lādiņu e darbojas arī Lorenca spēkam pretēji vērsts elektriskā lauka pretspēks $F_e = eU_B/a$. Līdzsvara gadījumā $F_m = F_e$, tāpēc $evB = eU_B/a$, no kurienes $U_B = vBa$. Tā kā pēc izteiksmes (15-3) $v = \frac{I}{neS}$, kur $S = ab$ ir vadītāja šķērsgriezums, tad

$$U_B = \frac{1}{ne} \frac{IB}{b} = R \frac{IB}{b}. \quad (37-2)$$

R ir t. s. Holla konstante. Tā skaitliski vienāda ar potenciālu diferenci, ko magnētiskajā laukā ar indukciju $B = 1 \text{ T}$ izraisa



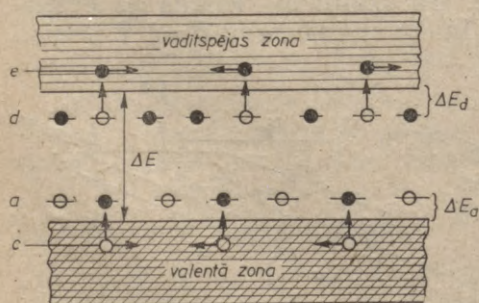
37-7. zīm.

$I=1$ A stipra strāva $b=1$ m biežā vadā. Tīra n tipa pusvadītājiem, kuros kustīgi ir tikai elektroni, vai tīra p tipa pusvadītājiem, kuros kustīgi ir tikai caurumi, Holla konstante $R = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{ne}$; kur n ir brīvo elektronu vai caurumu koncentrācija. Ja ievērotu apstākli, ka elektronu un caurumu ātrumi nav vienādi, bet tiem eksistē termisks ātrumu sadalījums, tad konstantes R izteiksme nedaudz izmainītos. Atkarībā no elektriskās strāvas lādiņnesēju e zīmes Holla konstante R un tātad arī Holla potenciālu diference U_B ir *pozitīva* caurumu pusvadītājiem p (sk. 37-7. zīm. *b*) un *negatīva* elektronu pusvadītājiem n (sk. 37-7. zīm. *a*). Izmērot šīs Holla potenciālu diferences polaritāti, var noteikt arī elektriskās strāvas lādiņa zīmi, t. i., noteikt, vai elektrisko strāvu pusvadītājā rada negatīvo elektronu vai pozitīvo caurumu plūsma. Tā, piemēram, ir konstatēts, ka Ge, Si, InSb un citi ir n un p , t. i., *jauktā tipa* pusvadītāji. Holla efektu izmanto arī magnētiskā lauka indukcijas B mērīšanā.

4. Š. DEFEKTPUSVADĪTĀJI

Vielas termiskās enerģijas īslaicīgas koncentrācijas vietās atomu režģī vienmēr rodas t. s. *pašdefekti*, tāpēc iegūt vielu ar tīru ideāla kristālrežģa vadītspēju nav iespējams — blakus tai vienmēr būs lielāka vai mazāka elektriskā vadītspēja, ko izraisa atomu režģa defekti. Praksē galvenokārt lieto pusvadītājus, kuru vadītspēju nosaka defekti, — defektpusvadītājus. Šādiem pusvadītājiem ideālā kristālrežģa vadītspēja parasti ir nevēlama. Aplūkosim galvenos defektpusvadītāju veidus.

1. **Pusvadītāji ar piejaukumu defektiem.** Tos iegūst, ja vienkāršai vai saliktai pamatvielai nedaudz (ne vairāk kā 1%) piejauca kādu citu vielu. Tā, piemēram, germānijam vai silīcijam, kuri iegūti ar tīrību līdz 10^{-5} – $10^{-6}\%$, piejaucot kāda III grupas elementā (B, Al, In, Ga u. c.) atomus ar *trim valences elektroniem*, tie var piesaistīt no blakus esošā germānija atoma, resp., no valentās zonas, vienu elektronu un tā radīt *pozitīvi uzlādētu germānija atomu — jonu*.



37-8. zīm.

Sie joni izveido germānija valentajā zonā «tukšas vietas» *c* jeb *caurumus* (37-8. zīm.), kas ir kustīgi, jo pozitīvais germānija jons var viegli iegūt elektronu no kaimiņatoma, t. i., atdot tam savu pozitīvo lādiņu; līdz ar to caurums pārvietojas uz kaimiņatomu. Turpretim *nega-*

tivi uzlādētais piejaukuma atoms ir nekustīgs. Šādus piejaukumus sauc par **akceptoriem** (elektronu pievienotājiem).

Pievienojot turpretim germānijam vai silīcijam piektās grupas elementa (As, P, S u. c.) atomus, t. i., atomus ar *pieciem valences elektroniem*, viens no tiem var viegli pāriet vadītspējas zonā stāvoklī *e*. Tādējādi lielā rodas kustīgi elektroni (vadītspējas zonā) un nekustīgi **pozitīvi** piejaukuma atomi. Šādus piejaukuma atomus sauc par **donoriem** (devējiem). Akceptora pievienotais ceturtais elektrons novietojas enerģijas stāvoklī *a*, kas ir nedaudz virs valentās zonas virsotnes, bet donora piektais elektrons (pirms pārejas uz vadītspējas zonu) atrodas enerģijas stāvoklī *d*, kas ir nedaudz zem vadītspējas zonas (sk. 37-8. zīm.). Pievienojot IV grupas elementiem II vai VI gr. elementus, to akceptoru vai donoru līmeņi salīdzinājumā ar minētajiem III un V gr. atomu piejaukuma līmeņiem parasti atrodas augstāk (rēķinot no valentās zonas augšējā līmeņa) vai zemāk (rēķinot no vadītspējas zonas apakšējā līmeņa).

Višpār piejaukumu donori un akceptoru ir *pozitīvi un negatīvi joni*, kas aizvieto atomu režģī 1) jonus ar mazāku lādiņu (piemēram, trīsvērtīgais Al divvērtīgā Cd vietā ir donors, jo tas var atdot vienu elektronu) vai 2) jonus ar lielāku lādiņu (piemēram, Cl jons S vietā ir donors, jo vienvērtīgais Cl pievieno vienu elektronu mazāk nekā divvērtīgais S). Arī *atomu*, kas novietojas starp kristālrežģa atomiem, var būt donori un akceptoru (piemēram, Ag atoms starp AgBr režģa atomiem ir donors, jo tas viegli atdod vienu elektronu). Ir arī piejaukumi, kuri darbojas kā *elektronu vai caurumu rekombinācijas centri* un *ķērājcentri*, ievērojami samazinot brīvo lādiņu skaitu. Vielas, kuru pusvadītāju īpašības galvenokārt izraisa piejaukumi, sauc par piejaukumu pusvadītājiem.

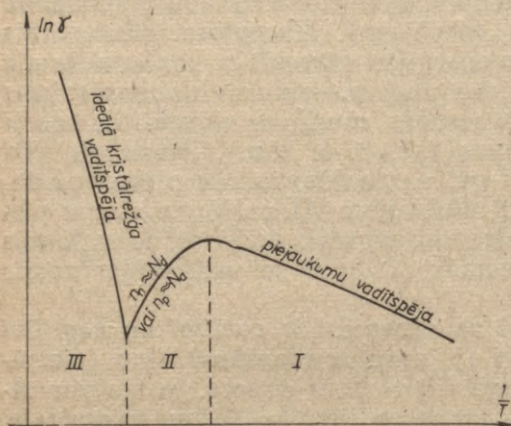
Dažu piejaukumu pusvadītāju akceptoru resp. donoru enerģijas līmeņu attālumi ΔE_a resp. ΔE_d (sk. 37-8. zīm.) no valentās resp. vadītspējas zonas ir šādi: germānijā antimonam $\Delta E_d = 0,0096$ eV un niķelim $\Delta E_a = 0,22$ eV; silīcijā indijam $\Delta E_a = 0,16$ eV.

Ja piejaukumu pusvadītājos vidējā termiskā enerģija kT ir lielāka par donoru vai akceptoru aktivācijas enerģiju ΔE_d vai ΔE_a un piejaukumu koncentrācija N_d vai N_a ir maza, tad brīvo *elektronu skaits* tilpuma vienībā $n_n \approx N_d$ (donoru skaits) vai *caurumu skaits* $n_p \approx N_a$ (akceptoru skaits). Turpretim, ja $kT < \Delta E_d$ vai $kT < \Delta E_a$, tad

$$\left. \begin{aligned} n_n &= \sqrt{2N_d} \frac{(2\pi m_n^* kT)^{\frac{3}{4}}}{h^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{\Delta E_d}{2kT}}, \\ n_p &= \sqrt{2N_a} \frac{(2\pi m_p^* kT)^{\frac{3}{4}}}{h^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{\Delta E_a}{2kT}}. \end{aligned} \right\} \quad (37-3)$$

Piejaukumu dotā *īpatnējā vadītspēja* $\gamma'' = |e|n_n u_n$ vai $\gamma'' = e n_p u_p$, kur caurumu un elektronu kustīgumi u_p resp. $u_n = \frac{a}{T^{\frac{3}{2}}} + bT^{\frac{3}{2}}$, ja

lādiņnesējus izkļiedē režģa svārstības un uzlādētie piejaukumi. Parasti īpatnējo vadītspēju γ zemākās temperatūrās rada piejaukumu vadītspēja γ'' un



37-9. zīm.

un augstākās temperatūrās arī ideālā kristālrežģa vadītspēja γ' , t. i., $\gamma = \gamma' + \gamma''$. (Sk. grafiku 37-9. zīmējumā, kas attēlo piejaukumu pusvadītāju, piemēram, Ge ln γ atkarību no $1/T$.) Zemo temperatūru apgabalā I vadītspēju nosaka piejaukumi, apgabalā II temperatūra jau ir tik augsta, ka $n_n \approx N_d$ vai $n_p \approx N_a$, bet apgabalā III notiecošā ir ideālā kristālrežģa vadītspēja. Donoru vai akceptoru pusvadītāju *Fermi līmenis* aptuveni

atrodas enerģijas intervālu ΔE_d , resp., ΔE_a vidū.

2. Pusvadītāji ar pārākuma-iztrūkuma defektiem. Šādi pusvadītāji ir tīri savienojumi ar mikroskopiskiem atomu režģa defektiem, kurus rada vienas vienkāršas vielas pārākums vai iztrūkums. Tā, piemēram, PbS kristālā var būt Pb atomu vairāk nekā S atomu. Pb tad ir pārākumā un S iztrūkumā. Tāds PbS ir p tipa pusvadītājs. Ja vairākumā ir S, tad PbS ir n tipa pusvadītājs. Pārākuma vielas atoms var nostāties iztrūkuma vielas atoma vietā vai starp kristālrežģa atomiem un daļa no iztrūkuma vielas vietām var palikt tukša.

3. Pusvadītāji ar pašdefektiem. Tie ir tīras vienkāršas vielas vai tīri savienojumi ar precīzi pareizām vienkāršo vielu daudzumu attiecībām un ar mikroskopiskiem režģa defektiem. Viens pašdefektu veids ir t. s. Frenkeļa defekts. Tas ir režģa vieta bez atoma, kas pārvietojies starp režģa atomiem (tā ierosmes enerģija ir $\approx 2 \div 4$ eV). Šotki defekts ir režģa vieta bez atoma, kura rodas, atomam difundējot uz ķermeņa virsmu. Atoma pāreja no vienas starprežģa vietas uz tādu pašu blakus vietu vajadzīga ap $1 \div 2$ eV liela ierosmes enerģija. F centrs ir elektrons negatīvā jona vietā. Bez tam, it īpaši savienojumos, var rasties dažādas Frenkeļa, Šotki defektu, F centru un citu *pašdefektu kombinācijas*. Arī šie defekti var kā atbrīvot, tā arī satvert un izkļiedēt strāvas lādiņus un tā ietekmēt vielas elektrisko vadītspēju.

4. Termistori ir pusvadītāju ierīces, kurās izmantota pusvadi-

tāju pamatīpašība — straujā pretestības samazināšanās, augot temperatūrai. Tiem var būt stienīšu, sloksnīšu, plāksnīšu, spolišu vai citāda forma. Termistorus lieto dažādās regulēšanas iekārtās (piemēram, temperatūras regulēšanā), temperatūras mērīšanai (pusvadītāju pretestības termometru precizitāte ir visai augsta: $\pm 10^{-4}$ K), starojuma enerģijas mērīšanai ar bolometru (tajā starojums, sasildot pusvadītāju, maina tā pretestību), kura jutība ir $\pm 5 \cdot 10^{-12}$ W, u. c.

5. Galvenās pusvadītāju fizikas problēmas ir 1) ļoti tīru pusvadītāju vielu iegūšana un 2) vēlamo piejaukumu ievadīšana pusvadītājā. Pirmā — tīrības problēma tagad pilnīgi ir atrisināta germānijam. Attiecībā uz V un VI grupu donoriem un Cu, Fe un Ni rekombinācijas centriem germāniju var iegūt ar tīrību līdz $10^{-8}\%$. Lielus germānija monokristālus izaudzē, lēnām izvelkot kristālu no šķidra germānija, pēc Czochraļska metodes. Tālāko attīrīšanu parasti izdara ar zonālās pārkristalizēšanas metodi: inertiem gāzu atmosfērā germānija stienīti ogles laiviņā ar ātrumu daži centimetri stundā velk caur šauru elektriskās strāvas spoli, kurā germānijs izkūst un pēc tam atkal kristalizējas no jauna. Pārkristalizēšanās laikā no germānija atdalās piejaukumi. Arī tīra silīcija iegūšanas tehnika ir gandrīz pilnīgi apgūta.

Pusvadītājā akceptoru un donoru apgabalus iegūst, 1) izkausētā pusvadītājam pievienojot nelielā daudzumā kādu citu vielu un pēc tam ļaujot šķidrumam kristalizēties, 2) mainot piejaukuma tipu pusvadītāja kristāla augšanas laikā, 3) liekot difundēt tīrā pusvadītājā kādas citas vielas atomiem, piemēram, indija atomiem no karsta indija piliena, kas atrodas uz germānija virsmas, 4) ietvaicējot utt.

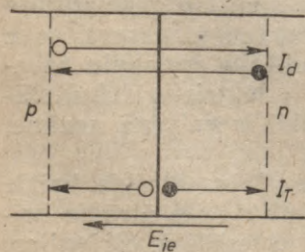
5. §. *p*—*n* SPROSTSLĀNIS. PUSVADĪTĀJU TAISNGRIEŽI

Viens no svarīgākajiem sasniegumiem pusvadītāju fizikā bija padomju zinātnieku Jofes un Davidova atklājums (1937. g. un 1938. g.), ka eksistē divi pusvadītāju tipi (*n* un *p*). Galvenās pusvadītāju ierīces, piemēram, pusvadītāju taisngrieži, tranzistori un fotoelementi ir dažādas *p* un *n* pusvadītāju kombinācijas. Tā, piemēram, pusvadītāju taisngriezis sastāv no viena *p* pusvadītāja un viena *n* pusvadītāja. Ja tā jauda ir maza, tad to parasti sauc par pusvadītāju diodi. Pie abu veidu pusvadītāju apgabalu robežas izveidojas t. s. *p*—*n* sprostslānis (elektrisks dubultslānis), kuram daudzu pusvadītāju ierīču darbībā ir galvenā nozīme, tāpēc aplūkosim to sīkāk.

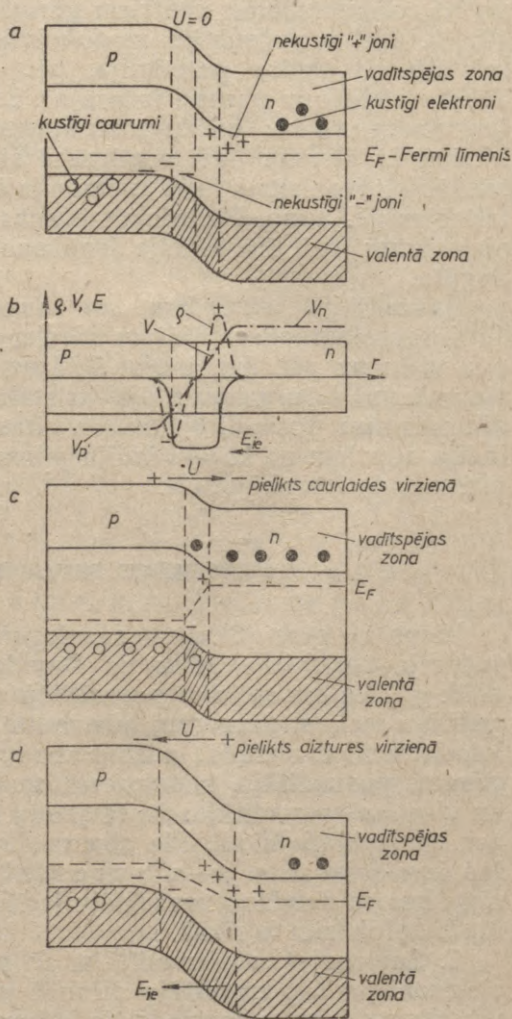
1. Savienojot *n* pusvadītāju ar *p* pusvadītāju, ātrākie brīvie elektroni no *n* pusvadītāja difundē *p* pusvadītājā un ātrākie brīvie caurumi no *p* pusvadītāja difundē *n* pusvadītājā. Brīvajiem elektroniem nonākot *p* pusvadītājā resp. caurumiem *n* pusvadītājā,

tie pie abu pusvadītāju robežas rekombinējas ar šajās vidēs esošajiem caurumiem resp. elektroniem. Tur paliek lokalizēti negatīvi resp. pozitīvi defekti, kas 1) uzlādē p pusvadītāju negatīvi un n pusvadītāju pozitīvi (radusies kontaktpotenciālu starpība $V_n - V_p$ ir dažas desmitdaļas volta) un 2) pie abu pusvadītāju robežas izveido $10^{-4} \div 10^{-5}$ cm biezu elektrisku dubultslāni. Tā abu pretējo elektrisko lādiņu slāņu elektriskā lauka intensitāte ir vērsta no n pusvadītāja uz p pusvadītāju. Tai sasniedzot noteiktu lielumu, sprosts slāņa lādiņu palielināšanās izbeidzas. Pēc tam abu zīmju brīvo lādiņu nelielo difūziju caur pusvadītāju robežu jeb t. s. difūzijas strāvu, kas vērsta virzienā no p uz n pusvadītāju, līdzsvaro t. s. termiskā strāva: $I_T = I_d$. Termisko strāvu izraisa sprosts slāņa iekšējais elektriskais lauks E_{ie} , kas atomu siltumkustības radītos elektronus sprosts slāņa n daļā un caurumus sprosts slāņa p daļā pārvieto projām no pusvadītāju robežas. Šī strāva plūst caur sprosts slāni virzienā no n uz p pusvadītāju (37-10. zīm.).

Enerģijas zonu diagramma šajā n un p pusvadītāju kontaktā (kad to Fermī līmeņi ir vienādi) parādīta 37-11. zīmējumā *a*. Enerģijas zonu pārbrīde enerģijas diagrammā uz augšu un uz leju ir izskaidrojama ar to, ka elektronu ieplūde kādā apgabalā ceļ zonu



37-10. zīm.



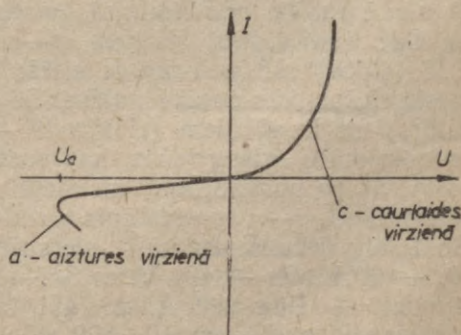
37-11. zīm.

uz augšu (jo elektronu potenciālā enerģija tādā gadījumā samazinās), bet caurumu ieplūde gremdē zonu uz leju (jo elektronu potenciālā enerģija tad palielinās). Abu kontaktā esošo p un n pusvadītāju telpisko lādiņu q sadalījums, potenciāls V un elektriskā lauka intensitāte E_{ie} attēlota 37-11. zīmējumā *b*.

2. Pieliekot $p-n$ pusvadītāju kontaktam elektrisko spriegumu U caurlaides virzienā (kad ģenerators «+» spaile pievienota p tipa pusvadītājam un «-» spaile — n tipa pusvadītājam), p tipa pusvadītāja caurumi un n tipa pusvadītāja elektroni tiek virzīti uz sprostsplāni, kur tie iznīcina pozitīvos un negatīvos lokalizētos defektus. Līdz ar to izzūd sprostsplāņa elektriskais lauks E_{ie} un sprostsplānī parādās brīvi elektroni un caurumi. Enerģijas zonu diagrammā p daļa šajā gadījumā pārbīdās uz leju un n daļa — uz augšu (sk. 37-11. zīm. *c*). Pēc sprostsplāņa izzušanas caurumi p daļā un elektroni n daļā var brīvi plūst abu pusvadītāju robežas virzienā, kur tie rekombinējas, un difūzijas strāva I_d stipri palielinās. Termiskā strāva I_T paliek tāda pati kā iepriekš, kad ārējā elektriskā lauka nebija, jo to nosaka no jauna radīto brīvo elektronu un caurumu skaits, tāpēc abas strāvas nav vairs vienādas un caur sprostsplāni plūst strāva $I = I_d - I_T$. Parasti $I \approx I_d \gg I_T$.

3. Pieliekot $p-n$ pusvadītāju pārejai elektrisko spriegumu U pretējā, t. i., **aiztures virzienā**, caurumi p apgabalā un elektroni n apgabalā vēl vairāk tiek atvilkti nost no sprostsplāņa, palielinās sprostsplāņa lokalizētie lādiņi, tā platums un spriegums, kas praktiski kļūst vienāds ar $p-n$ pārejai pielikto ārējo spriegumu; palielinās arī elektriskā lauka intensitāte. Sprostsplāņa rajonā brīvu (kustīgu) elektrisko lādiņu ir ļoti maz, jo tā lādiņus galvenokārt veido lokalizēti pozitīvi un negatīvi lādēti defekti. Tāpēc sprostsplāņa pretestība ir ļoti liela un tas pēc savām īpašībām atgādina dielektriķi. Tā kā sprostsplāņa biezums mainās atkarībā no sprieguma U , tad p un n pusvadītāju kontakts ir līdzīgs *mainkondensatoram*. Aiztures virzienā pieslēgta sprieguma gadījumā p daļa enerģijas diagrammā elektronu ieplūdes dēļ vēl vairāk pārbīdās uz augšu, bet n daļa vēl vairāk pazeminās (sk. 37-11. zīm. *d*).

4. Elektriskās strāvas stipruma atkarība no $p-n$ pusvadītāju pārejai pieliktā sprieguma, t. i., **taisngriešanas raksturlikne**, parādīta 37-12. zīmējumā. No grafikas redzams, ka aiztures virzienā caur sprostsplāni plūst maza strāva, kura no sprieguma praktiski nav atkarīga. Tā ir termiskās kustības radīto elektronu un caurumu strāva I_T (sātstrāva). Jāpiezīmē, ka, ja p un n pusvadītājos atrodas arī pretējo zīmju negalvenie



37-12. zīm.

lādiņnesēji («minoritātes»), tad aiztures virzienā caur sprosts-lāni plūst arī «minoritātes strāva». Pie zināma aiztures sprieguma U_a tā elektriskais lauks sāk pacelt elektronus no donoru līmeņiem vadītspējas zonā un no valentās zonas uz akceptoru līmeņiem. Līdz ar to sprosts-lāni sāk rasties daudz brīvu lādiņu — elektronu un caurumu un caur sprosts-lāni sāk plūst stipra strāva, t. i., $p-n$ pārejai strāvas taisngriešanas spēja zūd.

5. $p-n$ sprosts-lānis izveidojas arī metāla un pusvadītāja kontaktā. Tā, piemēram, saskaroties metālam un n tipa pusvadītājam, ja elektrona izejas darbs no metāla ir lielāks nekā no pusvadītāja, metāla saskares virsma ar pusvadītāju uzlādējas negatīvi un pusvadītāja virsmas slānis $\approx 10^{-5}$ cm biežumā — pozitīvi (ja donoru koncentrācija $\approx 10^{15}/\text{cm}^3$). Šajā, galvenokārt pusvadītāja daļā esošajā elektriskajā dubultslānī nav brīvu elektronu un tam piemīt maiņstrāvas taisngriešanas īpašības (elektroni var plūst virzienā no pusvadītāja uz metālu, bet nevar plūst pretējā virzienā). Tāpat ap 10^{-5} cm biezs slānis bez brīviem caurumiem, kam piemīt taisngriešanas spēja, izveidojas arī metāla un p tipa pusvadītāja kontaktā, ja elektrona izejas darbs no metāla ir mazāks nekā no pusvadītāja.

Turpretim *divu metālu kontaktam* maiņstrāvas taisngriešanas īpašību nav, jo metālos brīvo elektronu koncentrācija ir apmēram 10^7 reižu lielāka nekā pusvadītājos un elektriskajā dubultslānī, kas veidojas 10^{-8} cm biežumā, ir gandrīz tikpat daudz brīvo elektronu kā metālā.

6. **Pusvadītāju taisngrieži.** Punkta diode sastāv no n vai p tipa pusvadītāja, kam pieskaras metāliskā asums. $p-n$ pāreja šajā diodē atrodas starp mazu puslodes veida pretējā tipa pusvadītāja apgabalu, kas izveidots zem metāliskā asuma, un pusvadītāja pārējo daļu. Punkta diodi tās mazās paškapacitātes dēļ var lietot līdz 10^8 Hz augstām frekvencēm.

Tagad praksē visvairāk lietotie pusvadītāju taisngrieži ir Se, Ge, Si, Ti un Cu_2O virsmas taisngrieži (diodes): 1) vēsturiski pirmajā t. s. kuproksa (Cu_2O ; p pusvadītājs) taisngriezi $p-n$ sprosts-lānis izveidojas starp Cu un Cu_2O slāņiem (Cu_2O daļā); 2) selēna (p pusvadītājs) taisngriežos, kas sastāv no Fe, Se un CdS (vai CdSe) slāņiem, $p-n$ sprosts-lānis izveidojas Se un CdS (CdSe) slāņu saskares vietā; 3) germānija monokristālu taisngriežos, kas sastāv no Sn, Ge (n pusvadītājs), Ge (p pusvadītājs) un In slāņiem (elektrodi — Sn un In), un 4) silīcija monokristālu taisngriežos, kas sastāv no metāla, Si (n pusvadītājs), Si (p pusvadītājs) un metāla slāņiem (elektrodi — metāla plāksnītes), $p-n$ sprosts-lānis atrodas Ge resp. Si kristālu iekšienē. Šo taisngriežu maksimālie pieļaujamie spriegumi: Cu_2O — 8 V, Se — 60 V, Ge — 400 V un Si — 2000 V; to maksimālie strāvas blīvumi — līdz $200 \text{ A}/\text{cm}^2$ (Si taisngriežiem), bet taisngriežto strāvu stiprumi — no $10 \div 800 \text{ mA}$ līdz dažiem tūkstošiem ampēru. Aiztures un caurlaides strāvu attiecība Si taisngriežiem ir 10^{-8} .

Lietderības koeficienti ir 75% (Cu_2O) 85% (Se), 98% (Ge) un 99% (Si). Lielāku maiņspriegumu taisngriešanai slēdz vairākus elementus sērijā. Cu_2O un Se taisngriežu darba temperatūra nedrīkst pārsniegt 40°C , bet Si taisngriežus var darbināt pat 200°C temperatūrā.

7. **Tuneļdiodes** $p-n$ sprostsplāna platums ļoti lielās donoru un akceptoru koncentrācijas dēļ ir tikai dažu atomu biezumā un Fermi līmenis atrodas vālenajā vai vadītspējas zonā. Pieliekot spriegumu caurlaides virzienā, elektroni vispirms iet cauri sprostsplānim kvantu mehāniskā *tuneļefekta* veidā. Tālāk paaugstinot spriegumu, pie $U \approx 0,1\text{ V}$ strāvas stiprums sasniedz maksimumu. Pēc tam zonu pārbīdes dēļ tuneļefekts un strāvas stiprums sāk samazināties un pie $U \approx 0,4\text{ V}$ tam ir aptuveni 10 reizes mazāka vērtība. Paaugstinot spriegumu vēl, strāvas stiprums atkal aug, bet strāva caur sprostsplāni iet difūzijas veidā. Tuneļdiodes to *voltampēru raksturlīknes krītošās daļas* dēļ var izmantot svārstību iegūšanai un pastiprināšanai. Ļoti mazā inerce (10^{-12} s) ļauj tās izmantot pat milimetru viļņu diapazonā.

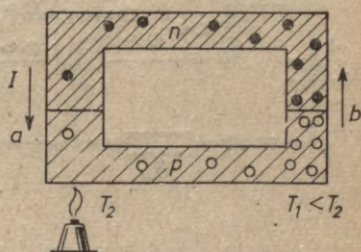
8. **Pusvadītāju termoelementi.** n un p pusvadītāju augstākās temperatūras kontakta a apkārtne kā elektronu, tā caurumu koncentrācija ir mazāka nekā pie zemākas temperatūras kontakta b (37-13. zīm.). Tāpēc n pusvadītājs pie a uzlādējas pozitīvi un p pusvadītājs — negatīvi, bet pie b — pretēji un pusvadītāju termopārī rodas ap 50 reīzu lielāks termoelektrodzinēj spēks un termoelektriskā strāva nekā metālu pārī.

Laižot pa $n-p$ pusvadītāju gredzenu tādā pašā virzienā kādā ārējā sprieguma avota strāvu, kā elektroni, tā caurumi pieplūst b kontaktam (37-13. zīm.), tur rekombinējas un, atdodot savu enerģiju atomu režģim, sasilta to. Bet kontaktā a vielas atomu siltumkustībai, lai radītu elektronu un caurumu pārus, jāpatērē enerģija, tāpēc šis kontakts atdziest. Šo parādību, kas ir Peltjē efekts (sk. 16. nod. 5. §) pusvadītājos, ar sekmēm izmanto elektriskajos dzesētājos un sildītājos (atkarībā no tā, kādā virzienā laiž strāvu un kādu $n-p$ pāru sistēmas kontaktu izmanto).

6. §. TRANZISTORI

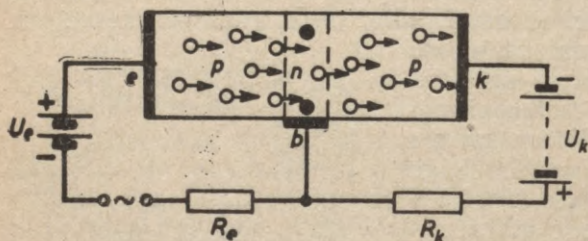
Tranzistori ir pusvadītāju ierīces, kuras pastiprina elektrisko strāvu. Pirmos praksē ērti izlietojamos germānija tranzistorus — triodes 1948. gadā pagatavoja Bardins un Brateins.

1. **Ge virsmas tranzistori** satur trīs pusvadītāju apgabalus: $p-n-p$ vai $n-p-n$. Tos pagatavo, piemēram, no ļoti plānas



37-13. zīm.

(0,3 mm) Ge plāksnītes, tai abās pusēs uzpilotot divus indija plīņus. Germānijā difundētais In ir akceptors, tāpēc Ge plāksnītes abās pusēs izveidojas p apgabali, kuru starpā paliek tīra Ge, plāns n tipa apgabals (bāze) ar mazu n koncentrāciju (37-14. zīm.). Indija plīņi veido arī emitera e un kolektora k elektrodus.



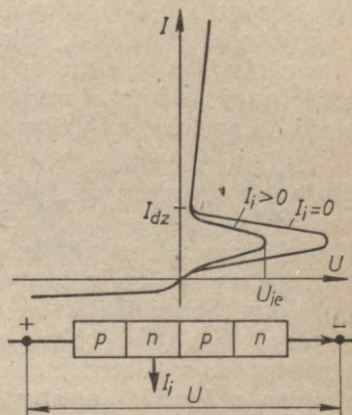
37-14. zīm.

Emitera ķēdē ieslēdz caurlaides virzienā maza sprieguma U_e bateriju, bet kolektora ķēdē, aiztures virzienā — bateriju ar lielāku spriegumu U_k . Noslēdzot emitera ķēdi, no emitera apgabala bāzes apgabalā tiek injicēti caurumi, kuri vispirms pazemina bāzes—kolektora sprostsplāņa potenciālu starpību un pēc tam plūst cauri bāzes—kolektora robežai. Ceļā pa bāzi patērētais laiks aptuveni ir 10^{-3} s. Nokļuvuši kolektora daļā, caurumi virzās tālāk uz kolektoru k un rada emitera—kolektora ķēdē strāvu. Lai novērstu caurumu rekombināciju bāzē, tā jāizveido plāna un, kā jau teikts, ar mazu donoru koncentrāciju. Tad kolektora ķēdē strāvas stiprums ir tikai nedaudz mazāks kā emitera ķēdē. Tātad šāds tranzistors strāvas stiprumu nepalielina. Bet, tā kā kolektora ķēdes pretestība R_k ($\approx 10\,000\ \Omega$) ir daudz lielāka nekā emitera ķēdes pretestība R_e ($\approx 100\ \Omega$), rodas sprieguma un jaudas pastiprinājums. Tā, piemēram, ja $I_k = 0,9 I_e$, dabūjam, ka jaudas pastiprinājums $N_k/N_e = I_k^2 R_k / (I_e^2 R_e) = (0,9)^2 \cdot 10\,000 / 100 \approx 80$. Analogi darbojas arī virsmas $n-p-n$ tranzistors. Ge tranzistoru darba temperatūra ir no -55°C (kad elektronu un caurumu skaits kļūst pārāk mazs) līdz 70°C (kad elektronu un caurumu skaits kļūst ļoti liels un to stūrēšana apgrūtināta).

Tranzistoriem salīdzinājumā ar elektronu vakuuma lampām ir lielas priekšrocības. Tiem ir daudz mazāks tilpums, nav vajadzīga katoda kvēles strāva, tie darbojas pie daudz mazākiem kolektora spriegumiem (piemēram, $U_k = 12\ \text{V}$) un ir mehāniski izturīgāki. Tāpēc daudzos gadījumos, it sevišķi portatīvās elektronu ierīcēs (kuras iebūvē automašīnās, lidmašīnās, raķetēs) un elektronu ierīcēs, kurās ir nepieciešams liels elektronu lampu skaits (skaitļošanas mašīnās, automātos, televizoros u. c.), tagad elektronu vakuuma lampas aizvieto ar tranzistoriem.

2. Arvien lielāku nozīmi iegūst regulējami stiprstrāvas taisngrieži — tiristori (bezkontakta strāvas slēdži), kuri satur 3 $p-n$ pārejas. Tiristori ir Si plāksnīte, kuras ārējās virsmas p un n slā-

ņiem ir liela ($\approx 10^{17}/\text{cm}^3$), bet abiem iekšējiem n un p slāņiem maza ($\approx 10^{13}/\text{cm}^3$) akceptoru un donoru koncentrācija. Pieslēdzot šai $p-n-p-n$ plāksnītei pie ārējā p slāņa pozitīvo un pie ārējā n slāņa negatīvo strāvas avota polu, strāva caur plāksnīti neplūst, jo to aiztur viena iekšējā $n-p$ pāreja (37-15. zīm.). Turpretim, ja pieslēdzam iekšējam n apgabalam nelielu negatīvu spriegumu, tad tajā ar strāvas stiprumu I_i ieplūst elektroni, kas, iziedami caur iekšējo $n-p$ sprostsplāni un izraisdami pretim vērstu caurumu plūsmu no iekšējā p apgabala, samazina tā aiztures spriegumu. Rezultātā no stipri dotētiem ārējiem apgabaliem šajos vāji dotētajos apgabalos ieplūst brīvi lādiņi, kuri pilnīgi iznīcina iekšējo $n-p$ sprostsplāni (ja $U > U_{je}$) un caur tiristoru «iedegas» stipra strāva, kas plūst, kamēr tās stiprums ir lielāks par kritisko «dzišanas» vērtību I_{dz} (sk. tiristora raksturlīkni 37-15. zīm.).



37-15. zīm.

7. §. FOTOPRETESTĪBAS UN SPROTSLĀŅA FOTOELEMENTI

1. Iekšējais fotoefekts ir elektriskās vadītspējas palielināšanās, apstarojot monokristāliskas vai polikristāliskas vielas ar gaismu ($\lambda = 10 \div 0,1 \mu\text{m}$). Šāda īpašība piemīt pusvadītājiem Se, Te, Si, Ge, As, Sb, I, CdS (loti jutīgs), CdSe, CdTe, PbSe, Ti_2S , Bi_2S_3 , SeTe (abiem pēdējiem ar infrasarkanajiem stariem) un daudziem izolatoriem (piemēram, dimantam, NaCl u. c.). Iekšējais fotoefekts izskaidrojams ar to, ka redzamās un ultravioletās gaismas kvanta iedarbībā elektrons pāriet no valentās zonas vadītspējas zonā (t. s. pamatveģģa gaismas absorbcija) un rada vienu brīvu elektronu un brīvu caurumu. Pēc $10^{-3} \div 10^{-7}$ s parasti seko elektrona un cauruma rekombinācija, kas parasti nenotiek tieši, bet gan ar t. s. rekombinācijas līmeņu starpniecību. Iekšējā fotoefektā radušos brīvo elektronu un caurumu skaits, tāpat arī elektriskā vadītspēja ir stipri atkarīga no krītošās gaismas viļņa garuma.

Iekšējais fotoefekts var rasties, absorbējoties gaismas kvantiem arī pusvadītāju piejaukuma atomos jeb absorbcijas centros. Gaismas kvantiem absorbējoties donoros, fotostrāva rodas elektronu vadītspējas dēļ, bet, absorbējoties akceptoros, fotostrāvu nosaka caurumu vadītspēja. Tā kā donoru vai akceptoru enerģijas līmeņu attālumi ΔE no valentās un vadītspējas zonas ir mazāki nekā valentās un vadītspējas zonas attālums, tad piejaukumu izraisīto iekšējo fotoefektu un fotostrāvu var novērot jau pie

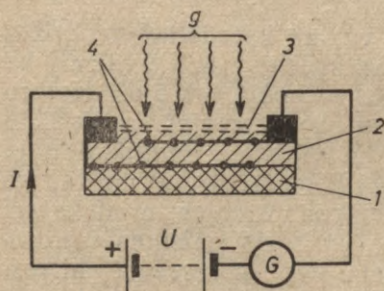
gariem gaismas viļņiem. Tā, piemēram, ja $\Delta E = 0,1 \text{ eV}$, tad fotovadītspēja iestājas jau pie gaismas viļņa garuma $\lambda = hc/\Delta E = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} / (0,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}) = 12,4 \text{ } \mu\text{m}$. Jāpiezīmē, ka jonu saišu pusvadītāju jonu svārstības stipri absorbē arī sarkano gaismu un infrasarkanos starus, bet tas praktiski fotovadītspēju neietekmē. Dažreiz, gaismai absorbējoties, pusvadītājā (piemēram, Cu_2O) rodas brīvs elektrons un brīvs caurums, kuri, riņķojot viens ap otru, pārvietojas vielā kā savstarpēji saistīts daļiņu pāris. Tas ir eksitons, ko atklāja padomju fiziķis Frenkels 1931. gadā. Kā to pierādīja padomju fiziķa Grosa pētījumi 1953. gadā, tā spektrs ir līdzīgs H atoma spektram.

2. **Fotopretestība** (37-16. zīm.) ir stikla vai cita izolatora plāksnīte 1, uz kuras (piemēram, uztvaicējot) ir uzklāts fotoaktīvas vielas slānis 2. To pēc tam pārklāj ar caurspīdīgu laku 3. Fotoaktīvās vielas slānim cieši pieguļ režģveida elektrodi 4. Fotopretestības ir daudz jutīgākas (100-1000 reizi) par fotošūnām. Bet fotopretestībām ir liela inerce (tās nevar lietot elektriskajās ķēdēs ar $\nu > 10\,000 \text{ Hz}$), un to vadītspēja ir stipri atkarīga no temperatūras. Fotopretestība pretstatā fotošūnām nenonāk sāstrāvas stāvoklī. Ja apgaismojuma intensitāte nav pārāk liela, fotostrāvas stiprums I , ko mēra jutīgs galvanometrs G , aptuveni ir proporcionāls fotopretestībai pieliktajam spriegumam U .

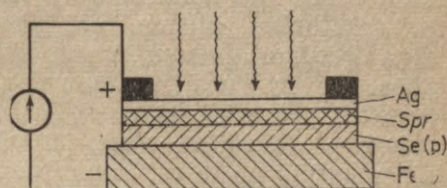
Fotopretestības raksturo 1) *jūtība* $k' = \frac{I}{\Phi U}$ (I — fotostrāvas stiprums, Φ — uztvertā gaismas plūsma, U — fotopretestībai pieliktais spriegums), kuras mērvienība ir $\frac{\text{A}}{\text{lm} \cdot \text{V}}$, 2) t. s. *tumsas strāva* I_t , kas traucē fotostrāvas novērošanu un izmantošanu, 3) *relaksācijas laiks* T_r , kas ierobežo fotopretestības izmantošanu augstfrekvences ķēdēs, un 4) *kvantu iznākums* η — radīto elektronu-caurumu pāru skaits uz vienu gaismas kvantu. Tā, piemēram, PbS fotopretestībām $k' = 500 \frac{\mu\text{A}}{\text{lm} \cdot \text{V}}$, $T_r \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, $I_t = 10 \mu\text{A}$; CdS fotopretestībām $k' = 40\,000 \frac{\mu\text{A}}{\text{lm} \cdot \text{V}}$, $T_r = 10^{-2} \text{ s}$, $I_t = 10 \mu\text{A}$. Dažos gadījumos pat $\eta > 1$. Fotopretestības lieto jutīgos mērījumos — visumā turpat, kur lieto fotošūnas: automātiskā, telemehānikā u. c. (sk. 33. nod. 1. §).

3. **Sprostslāņa fotoefekts** ir potenciālu starpības (foto-EDS) rašanās sprostslnānī, ja to apgaismo. Ja divu pusvadītāju vai metāla-pusvadītāja $p-n$ sprostslnānī vai tā vistuvākajā apkārtņē valentās zonas elektroni vai kādi defekti absorbē gaismu, tad rodas brīvie elektroni un caurumi, kuri, pārvietojoties caur sprostslnānī caurlaides virzienā, rada starp abām vidēm potenciālu starpību (papildus kontaktpotenciālu starpībai). Ierīci, kurā šādā veidā rodas EDS un kura var dot elektrisko strāvu, sauc par **sprostslāņa fotoelementu**. Parasti tas sastāv no metāla pamata un pusvadītāja slāņa, kura ārējā virsma ir pārklāta (piemēram, izdarot katoda

uzputināšanu) ar caurspīdīgu metāla kārtiņu. Sprosts slānis atrodas starp metāla pamatu un pusvadītāju (*mugursienas fotoelementi*) vai — visbiežāk starp pusvadītāju un caurspīdīgo metāla kārtiņu (*priekšsienas fotoelementi*). Bieži, lai iegūtu vēlamu fotoelementa gaismas jutības atkarību no frekvences, sprosts slāņa fotoelementa virsmai uzklāts īpašs lakojošs — gaismas filtrs.



37-16. zīm.



37-17. zīm.

Visplašāk lietotais priekšsienas Se sprosts slāņa fotoelements (37-17. zīm.) sastāv no Fe vai Al pamata, uz kura ir ap 0,1 mm biezs Se (*p* pusvadītājs) slānis. Šo slāni vēl nosedz gaismu caurlaidošs metāla (piemēram, Ag, Pt vai Au) slānis. Sprosts slānis atrodas starp šo metāla slāni un Se slāni. Gaismai absorbējoties sprosts slānī vai tā apkārtņē, elektroni no valentās zonas iekļūst vadītspējas zonā un daļa no tiem sprosts slāņa elektriskā lauka ietekmē pāriet uz metālu, bet caurumi paliek pusvadītājā. Tādējādi metāls uzlādējas negatīvi, bet pusvadītājs pozitīvi (*n* tipa pusvadītāja gadījumā uzlāde būtu pretēja) un starp pusvadītāju un metālu rodas 0,1÷0,2V potenciālu starpība. Se fotoelementu jutība sasniedz ap 500 $\mu\text{A/lm}$. Jaunākajā laikā bez Se fotoelementiem lieto arī Ti_2S , Ag_2S , Ge un citus fotoelementus. Pēdējos gados izveidotajiem Si fotoelementiem («*solāršūnām*») lietderības koeficients (iegūtās elektriskās enerģijas attiecība pret izlieto gaismas enerģiju) ir 10÷15% (Se fotoelementiem 0,6%), spriegums 0,5÷0,6 V un īssavienojuma strāva 25 mA/cm². Tie sastāv no *n* tipa silīcija slāņa, kuru pārklāj caurspīdīga *p* tipa silīcija kārtiņa. Sprosts slānis tāpat ir starp diviem pusvadītāju slāņiem un virsējā metāla kārtiņa nav vajadzīga, jo silīcijs ir labs vadītājs (spriegumu noņem ar metāla gredzenu). Dažu fotoelementu jutību $k=I/\Phi$ var palielināt, pieslēdzot fotoelementam papildu spriegumu (piemēram, Ge fotoelementiem tā var dabūt $k=30$ mA/lm). Šādus sprosts slāņa fotoelementus sauc par foto diodēm.

Sprosts slāņa fotoelementus galvenokārt izlieto 1) gaismas plūsmu mērīšanai (luksmetri, eksponometri, fotometri), 2) dažādu fizikālu, ķīmisku un tehnisku procesu parametru mērīšanai

(piemēram, šķīdumu koncentrācijas noteikšanai), ja šajos mērījumos lieto gaismas plūsmu, 3) automātiskā līdzīgi kā ārējā fotoefekta fotošūnas (sk. 33. nod. 1. §) u. c. Sprostslāņa fotoelementa lielākā priekšrocība ir tā, ka nav vajadzīgs ārējs sprieguma avots.

8. §. LUMINISCENCE

1. Ķermeņi apstarojot ar gaismu vai ar katodstariem, laižot gāzei cauri elektrisko strāvu, ķermeņiem spēcīgi uzsitot vai arī kā citādi radot tam *nelīdzsvarotu termisko stāvokli*, tas bieži izstaro sev raksturīgu gaismu. Tā, piemēram, apgaismojot ar dažādu viļņa garumu gaismu urāna sāļus, tie vienmēr luminiscē zaļā krāsā. Tā ir luminiscences parādība. Atkarībā no tā, kā ķermenis pēc ierosmies enerģijas uzņemšanas tuvojas termiskajam līdzsvara stāvoklim, resp., kā vājinās emitētās gaismas intensitāte atkarībā no laika, luminiscenci sauc par *fluorescenci* vai *fosforescenci*. Jāatzīmē, ka šāds luminiscences iedalījums nav stingrs, nereti šie luminiscences veidi nav atšķirami.

Fluorescence ir tajos gadījumos, kad ierosināti atomi, molekulas vai vielas emitē gaismu, *nenonākot metastabilos ierosinātos stāvokļos*, kuri ir ilgstoši. Fluorescences gadījumā gaismas intensitātes atkarība no laika ir eksponenciāla, pie tam tā nav atkarīga no ierosmes veida (piemēram, krītošās gaismas spektrālā sastāva). Fluorescence parasti izbeidzas ātri (10^{-8} s laikā). Tomēr ir vielas (piemēram, dažas organiskas vielas), kas fluorescē vairākas stundas. Pēc enerģijas uzņemšanas ķermeņa temperatūru paaugstinot, fluorescentās gaismas intensitāte nepalielinās. Fluorescējošās vielas ir visas gāzes, Sm, Dy, Ag, Cu, Cr, Mn un citu elementu šķīdumi, cietas vielas un šķīdumi, kas satur UO_2 , daudzi gāzveida, šķīdri un cieti organiskie savienojumi. Sevišķi intensīvi fluorescē aromātiskie savienojumi, kuri satur NO_2 grupu un vairākus savā starpā tieši saistītus benzola gredzenus (piemēram, antracēns, benzols, ftaleīni, eozīns, fluoresceīns, rodamīns u. c.).

Fosforescences gadījumā luminiscentās gaismas emisija rodas *bimolekulāros procesos*, t. i., 1) ierosinātajai molekulai pirms gaismas izstarošanas mainot savu struktūru vai 2) molekulai ierosmes enerģiju atdodot citai, gaismu emitējošai molekulai. Šajos gadījumos ierosinātā molekula ilgāku laiku paliek metastabilā (gandrīz stabilā) stāvoklī. Fosforescencē izstarotās gaismas intensitāte pavājinās atkarībā no laika t hiperboliski. Temperatūru pazeminot, fosforescence izzūd, bet, temperatūru no jauna paaugstinot, viela sāk atkal fosforescēt. Tā ir fosforescences «iesaldēšanas» parādība. Parasti fosforescence ir novērojama ilgi, pat vairākus mēnešus pēc ierosmes enerģijas uzņemšanas. Gaismas intensitātes vājināšanās pēc ierosmes enerģijas uzņemšanas izbeigšanās ir atkarīga arī no ierosmes intensitātes. Ierosmes intensitātei augot, izstarotās gaismas intensitāte sasniedz zināmu sliekš-

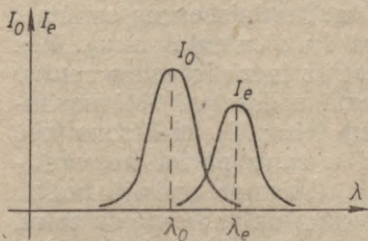
sni, resp. *piesātinājumu*, un tālāk vairs neaug. Fosforescē galvenokārt cietas kristāliskas neorganiskas vielas (ZnS, CdS, ZnSe u. c.) jeb *kristālfosfori*. Šīm vielām nedaudz (ne vairāk kā 1%) piejaukta kāda cita viela, kuru sauc par *aktivatoru* (piemēram, ZnS ir $10^{-4}\%$ Ag un Cu piejaukums).

T. s. *spontānā pēcspīdēšana* arī norisinās bimolekulāra procesa veidā, bet to nevar «iesaldēt».

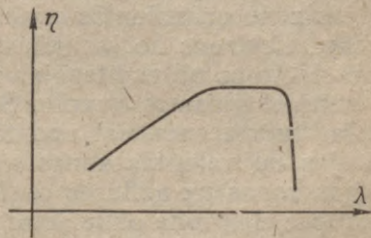
2. Atkarībā no tā, *kā viela uzņem ierosmes enerģiju*, luminiscenci sauc par fotoluminiscenci, hemioluminiscenci, elektroluminiscenci utt.

a. **Fotoluminiscence** rodas, ķermeņi apgaismojot ar dažādu viļņa garumu gaismu — parasti ar ultravioletajiem stariem. Ja krītošai gaismai ir līniju spektrs, tad retinātu gāzu luminiscentai gaismai arī ir līniju spektrs. Kondensētu vielu, t. i., blīvu gāzu, šķīdumu, cietu vielu fotoluminiscences spektrs satur vienu vai vairākas nepārtrauktas spektra joslas.

Fotoluminiscences izpētīšanā lieli nopelni ir padomju fiziķim akadēmiķim Vavilovam. Viņa, kā arī citu zinātnieku atklātie fotoluminiscences likumi ir šādi: 1) izstarotās gaismas I_e viļņa garums λ_e parasti ir lielāks nekā absorbētās gaismas I_0 viļņa garums λ_0 — Stoksa likums (37-18. zīm.); 2) izstarotās gaismas plūsmas un krītošās gaismas plūsmas attiecība (gaismas iznākums η), ja krītošās gaismas plūsma ir nemainīga, sākumā aug proporcionāli krītošās gaismas viļņa garumam λ_0 (turpretim kvantu iznākums, kas ir emitēto kvantu skaita attiecība pret krītošo kvantu skaitu, paliek konstants), tad sasniedz maksimumu un pēc tam atkal samazinās līdz nullei — Vavilova likums (37-19. zīm.); 3) spēcīgā apstarojumā vai, vielu karsējot, luminiscentajā gaismā novērojami arī viļņa garumi $\lambda_e < \lambda_0$ (antistoksa



37-18. zīm.

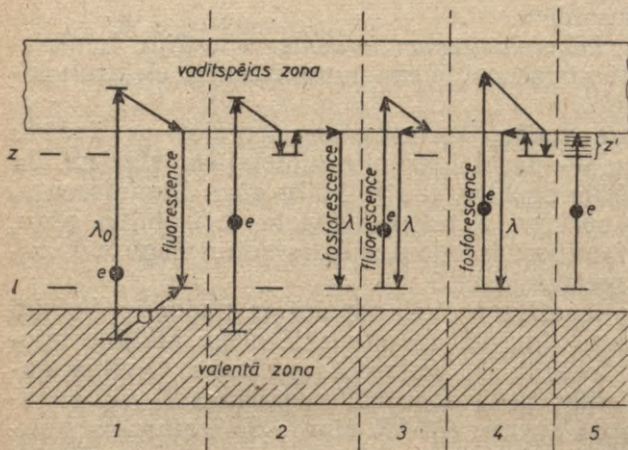


37-19. zīm.

pārejas); 4) vienādā temperatūrā un pie viena tā paša viļņa garuma luminiscentās gaismas intensitāte vienmēr ir lielāka nekā siltuma starojuma intensitāte.

b. Praksē ļoti plaši pielieto **kristālfosforus**, kuriem ir *vidējs* ($0,01 \div 1$ s) vai *liels* (1 min. un lielāks) pēcspīdēšanas laiks. Kristālfosforu fotoluminiscences īpašības izraisa *luminiscences centru* un *aiztures centru kopdarbība*. Luminiscences centri ir

dažādu piejaukumu vielu joni, atomi un molekulas (parasti Cu, Ag, Mn, Cr un citu smago elementu joni), kuru enerģijas līmeņi l (37-20. zīm.) atrodas starp valento zonu un vadītspējas zonu. Šie centri, piesaistot sev absorbētās gaismas atbrīvotos elektronus, emitē luminiscento gaismu. Jāpiezīmē, ka ir arī tādi piejaukumi,



37-20. zīm.

kuri luminiscenci samazina vai pat pilnīgi dzēš. *Aiztures centrus* veido piejaukuma atomi un citi režģa defekti, kuru enerģijas līmeņi z atrodas starp luminiscences centru līmeņiem un vadītspējas zonu (37-20. zīm.).

Gaismai absorbējoties, kristālfosforā var notikt šādas galvenās *elektronu un caurumu pārejas*, kas parādītas 37-20. zīmējumā: 1) absorbējot gaismu, elektrons pāriet no valentās zonas uz vadītspējas zonu un valentās zonas caurums uz luminiscences centru l (resp., elektrons no luminiscences centra l uz valento zonu). Pēc tam elektrons no vadītspējas zonas pāriet uz luminiscences centru l , emitējot gaismas kvantu. Šajā gadījumā rodas ļoti ātri norimstoša fluorescences vai spontānā pēcspīdēšana; 2) elektrons pēc pārejas no valentās zonas uz vadītspējas zonu pāriet no vadītspējas zonas uz aiztures centra līmeņi z . Gaismas emisija notiek tikai pēc elektrona otreizējās pārejas atpakaļ uz vadītspējas zonu. Šajā gadījumā luminiscence ir aizkavēta un to var iesaldēt, tātad tā ir fosforescences; 3) elektrons pēc gaismas absorbcijas pāriet no luminiscences centra l līmeņa uz vadītspējas zonu un atpakaļ, radot fluorescenci vai spontāno pēcspīdēšanu; 4) elektrons pāriet no luminiscences centra l līmeņa uz vadītspējas zonu un pēc tam kādu laiku sprīdi uzkavējas aiztures līmeņi z . Atgriežoties atpakaļ uz vadītspējas zonu un tālāk pārejot uz luminiscences centru l , tas emitē fosforescentu gaismu; 5) elektrons pēc gaismas absorbcijas, pārejot uz līmeņiem z' , pilnīgi neatdalās no cauruma, bet, abiem riņķojot vienam ap otru, izveido eksitonu. Kā redzams,

fosforescences gadījumā elektrons vielā nonāk metastabilā enerģijas stāvoklī z , no kura tam vispirms jāpāriet uz vadītspējas zonu, lai pēc tam savu enerģiju varētu atdot gaismas kvanta veidā.

c. **Hemiluminiscence** rodas ķīmisku reakciju dēļ. Ja reakcijas ātrums ir liels un molekulu atbrīvotās ķīmiskās enerģijas pāreja siltuma enerģijā ir aizkavēta, piemēram, skābju un bāzu neitralizēšanās, oksidēšanās un citās reakcijās, tā var pāriet gaismas enerģijā. Speciāls hemiluminiscences veids ir bioluminiscence. To rada dzīvi organismi (jāņtārpiņi, kukaiņi, planktons, dziļjūras zivis u. c.), kuros oksidējas organiska viela luciferīns LH_2 (L — visi šī savienojuma elementi bez H_2) katalizatora luciferāzes klātbūtnē. Reakcija noris pēc šādas shēmas: $LH_2 + O \rightarrow L + H_2O + hv$. No 50 reakcijā oksidētajām molekulām rodas tikai 1 gaismas kvants.

d. **Elektroluminiscence** notiek, elektriskā laukā paātrinātām daļiņām ķermeņa virsmā vai iekšienē saduroties ar vielas atomiem vai molekulām. Tā ir novērojama mirdzošajā izlādē, dzirkstelizlādē un lokizlādē gāzē, kristāla (piemēram, SiC) virsmas un asuma kontaktā, pusvadītāju $p-n$ pārejās u. c. Viens no svarīgākajiem elektroluminiscences veidiem ir katodluminiscence, kura rodas, ātriem elektroniem vai β stariem saduroties ar vielu (piemēram, ZnS ekrānu).

e. Bez tam ir pazīstamas arī citas luminiscences formas, piemēram, *rentgenstaru*, *γ staru* un *α staru luminiscence*, *radioluminiscence*, ultraskaņas izraisītā *šķidrūmu sonoluminiscence*, kaļķa špata, rubīna, dimanta un citu kristālu spīdēšana, tos sakarsējot (*termoluminiscence*), dažu ķermeņu (piemēram, kristālfosforu) spīdēšana, tos berzējot, sitot vai skaldot (*triboluminiscence*) utt.

3. **Luminiscenci izmanto** daudzās zinātnes, tehnikas un dzīves nozarēs. Viens no visplašākajiem luminiscences izmantošanas veidiem ir *luminiscentā kvantitatīvā un kvalitatīvā analīze*. Daudzreiz luminiscence ir novērojama, ja vielas daudzumi ir ļoti mazi ($10^{-16} \div 10^{-17}$ g/cm³). Tā konstatē, piemēram, iežos naftu un rūdas, atšķir bojātus pārtikas produktus no nebojātiem (ultravioletajā gaismā augļu un sakņu bojājumi ir labi redzami), atklāj dokumentu viltojumus (ultravioletā gaismā parādās dzēsti ieraksti) un asins pēdas. Izmantojot luminiscenci, neredzamos ultravioletos starus var lietot sakaru dienestā, fotogrāfijā, mikroskopijā (apgaismojot objektu ar ultravioletajiem stariem, tas emitē redzamos starus), kā arī var iegūt tumsā, piemēram, uz skatuves, spīdošus uzrakstus, tēlus un ainas. Televizoru un citu katodstaru ierīču ekrānu spīdēšana ir katodluminiscences parādība. Krāsojot ar luminiscējošām radioaktīvām krāsvielām (to spīdēšanu izraisa radioaktīvais starojums) mērinstrumentu, pulksteņu un signālierīču skalū atzīmes un rādītājus, var nolasīt to rādījumus tumsā (1 g krāsvielas satur $0,001 \div 0,050$ g radioaktīvā preparāta).

Sevišķi liela nozīme mūsdienās ir luminiscences spal-

d z ē m. Elektriskājai strāvai plūstot cauri gāzēm vai metāla tvaikiem, rodas intensīva gaismas emisija. Tā, piemēram, Hg vai Na tvaiku spuldzē ap 60% no elektriskās strāvas enerģijas var pārvērsties gaismas enerģijā. Tomēr bieži luminiscentās gaismas enerģijas lielākā daļa ir spektra ultravioletajā daļā (Hg spuldzē ap 96%). Tāpēc dienas gaismas spuldžu iekšpusi pārklāj ar *luminoforu*, kas fotoluminiscences procesā ultravioletos starus pārvērš redzamajā gaismā. Kā luminoforu parasti lieto magnija volframāta un ar mangānu aktivizēta cinka un berilija silikāta maisījumu. Lietojot dažādus luminoforus, pagatavo spuldzes, kas dod dienas gaismai līdzīgu spektru, speciālas ultravioleto staru spuldzes, kuras lieto medicīnā u. c. Dienas gaismas spuldžu lietderības koeficients — iegūtās redzamās gaismas enerģijas attiecība pret patērēto elektrisko enerģiju — 10%, kas vairākas reizes pārsniedz kvēlspuldžu lietderības koeficientu (2÷3%). Luminiscences spuldžu ieslēgšana elektriskajā ķēdē aplūkota 18. nod. 3. §.

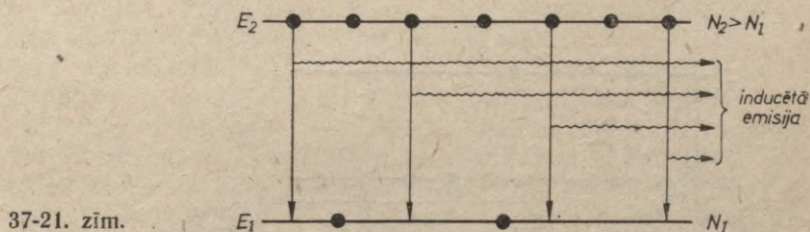
9. §. KVANTU PASTIPRINĀTĀJI UN ĢENERATORI

1. Kvantu pastiprinātāji un ģeneratori jeb lāzeri un māzeri ir ierīces, kas pastiprina elektromagnētiskās svārstības un izstaro elektromagnētiskos viļņus, izmantojot gāzu un šķidrumu ierosināto atomu un molekulu vai cietvielu luminiscences centru t. s. inducētajā emisijā atbrīvoto gaismas enerģiju.

Ierosināti brīvi atomi, molekulas vai veseli kondensētas vielas mikrorajoni, parastos apstākļos pārejot no kvantu stāvokļa ar lielāku enerģiju uz stāvokli ar mazāku enerģiju, savu enerģiju zaudē t. s. spontānajā emisijā, kurā izstarotie fotoni izplatās uz visām pusēm un atsevišķo fotonu svārstību fāzēm nav nekāda kopsakara. Bez spontānās emisijas eksistē arī minētā inducētā emisija, kura norisinās tad, ja ierosināts atoms vai molekula nonāk ārēja periodiska elektromagnētiskā lauka ietekmē. Lai inducētās emisijas varbūtība būtu liela, lauka frekvencei jābūt vienādai ar gaismas kvanta frekvenci, kuru emitē atoms vai molekula. Ja ārējo lauku rada ierosinātam atomam garām lidojošs gaismas kvants, tad emitētajam gaismas kvantam ir tāda pati frekvence un enerģija, tāds pats kustības virziens un svārstību fāze kā garām lidojošajam gaismas kvantam.

2. Aplūkosim tuvāk apstākļus, kādos *inducētā emisija norisinās intensīvi*, bet parastā spontānā emisija ir iespējami vāja. Pieņemsim, ka līdzīgu daļiņu sistēmā daļiņām ir divi *kvantu stāvokļi*, piemēram, pamatstāvoklis E_1 un ierosinātais stāvoklis E_2 . Tad starp tiem var norisināties triju veidu pārejas: absorbcija ($E_1 \rightarrow E_2$), spontānā emisija ($E_2 \rightarrow E_1$) un inducētā emisija ($E_2 \rightarrow E_1$). Spontānās emisijas varbūtība ir stipri lielāka nekā inducētās emisijas varbūtība (tā ir vienāda ar absorbcijas varbūtību), ja termiskā līdzsvara stāvokli daļiņu skaits ierosinātajā

stāvoklī N_2 ir daudz mazāks par daļiņu skaitu pamatstāvoklī N_1 ($N_2 < N_1$). Turpretim inducētās emisijas varbūtība ir stipri lielāka nekā spontānai emisijai, ja termiskā līdzsvara stāvoklī $N_2 \approx N_1$. Tad daļiņu sistēmas inducēti emitēto gaismas kvantu skaits ir tikpat liels kā absorbēto gaismas kvantu skaits un vides daļiņu



37-21. zīm.

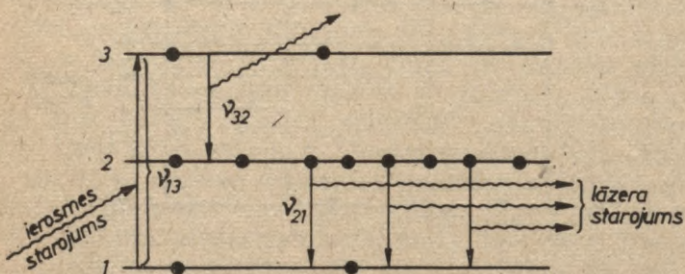
uzņemtā enerģija ir tikpat liela kā atdotā. Lai vide būtu aktīva, t. i., lai tā varētu pastiprināt vai ģenerēt gaismu, tad jāpanāk, lai ierosinātajā stāvoklī būtu vairāk daļiņu nekā neierosinātajā stāvoklī: $N_2 > N_1$ (37-21. zīm.). Tādā gadījumā inducēto pāreju $E_2 \rightarrow E_1$ ir vairāk nekā absorbcijas pāreju $E_1 \rightarrow E_2$ un aktīvā vide var atdot enerģiju. Šādu aktīvās divlīmeņu vides stāvokli parasti iegūst, no tās izvadot neierosinātās daļiņas vai vidē ievadot ierosinātās daļiņas.

3. **Divlīmeņu kvantu pastiprinātāju** 1954. gadā izgatavoja padomju zinātnieki Prohorovs un Basovs un amerikāņu zinātnieks Taunss, izmantojot amonjaka molekulas NH_3 ierosinātās inversijas svārstības enerģijas līmeni. N atoms inversijas svārstībās kustas caur triju H atomu veidoto plakni (tai perpendikulāri). Ierosinātās NH_3 molekulas no pārējām neierosinātajām molekulām atdala, liekot NH_3 molekulām plūst pa nehomogēnu elektrisko lauku. Ierosinātajām NH_3 molekulām ir cits elektriskais dipola moments, tāpēc tās šajā laukā no pārējām molekulām atdalās un nonāk rezonatorā, kas ir noskaņots uz frekvenci $\nu = 23\,870,14$ MHz, t. i., uz NH_3 molekulas izstarotā elektromagnētiskā viļņa frekvenci (pārejā no inversijas līmeņa uz pamatstāvokli). Atbilstošais viļņa garums $\lambda = 12,55$ mm. Rezonatora telpā ierosinātās amonjaka molekulas, atdodot savu ierosmes enerģiju rezonatoram, ierosina to spēcīgās elektromagnētiskās svārstībās.

4. Vairāk izplatīti ir t. s. **trīslīmeņu pastiprinātāji un ģeneratori** (37-22. zīm.). Šiem līmeņiem jābūt tādiem, lai spontānās pārejas $3 \rightarrow 2$ vai $2 \rightarrow 1$ būtu mazvarbūtīgas. Zīmējumā attēlots gadījums, kad mazvarbūtīga ir pāreja $2 \rightarrow 1$. Intensīva ierosmes starojuma dēļ vides daļiņas nonāk enerģijas līmenī 3, no kurienes tās spontāni pāriet enerģijas līmenī 2. Pārējām $3 \rightarrow 1$ seko atkārtota pāreja $1 \rightarrow 3$. Tādējādi vides daļiņu vairums novietojas enerģijas līmenī 2. Ja tagad vidē kustas kāds fotons ar frekvenci ν_{21} , tad tas inducē cita fotona ν_{21} emisiju, šie divi fotoni atkal rada divus

citus un tā joprojām. Visiem šiem fotoniem ir vienādi kustības virzieni, vienādas frekvences un fāzes.

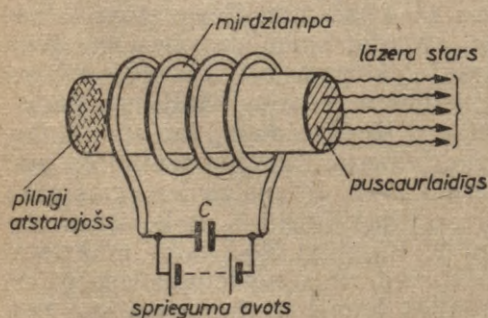
Ja aktivā vide, piemēram, ir hēlija un neona maisījums, kas atrodas gāzu izlādes caurulē ar plakaniem un precīzi paralēliem galiem, tad, laižot pa šo cauruli elektrisko strāvu, hēlija atomi pāriet no enerģijas līmeņa 1 uz enerģijas līmeni 3, t. i.,



37-22. zīm.

hēlija atomi nonāk ierosinātā enerģijas stāvoklī 2s. Pēc tam šie hēlija atomi sadursmēs atdod savu ierosmes enerģiju neona atomiem, kuri nonāk metastabilā enerģijas līmenī 2, t. i., neona atoma 4s un 5s stāvokļos. Hēlija-neona lāzera starojums rodas inducētajās pārejās 2→1, kad neona atoms pāriet uz 3p stāvokli. Šo starojumu pastiprina (palielinot pāreju skaitu no metastabiliem stāvokļiem), liekot fotoniem vairākkārt atstaroties no viena pilnīgi atstarojoša un otra puscaurlaidīga gāzu izlādes caurules gala.

Rubīna ģenerators (37-23. zīm.) sastāv no rubīna (Al_2O_3 ar aptuveni 0,05% Cr_2O_3 piejaukumu) kristāla cilindra ar precīzi paralēli noslīpētām plakanām gala virsmām, kuru aptver spirālveida gāzu izlādes impulsu spuldze. Cilindra garums var būt no dažiem milimetriem līdz 10 cm. Tā viens gals ir pilnīgi atstarojošs, bet otra — daļēji atstarojoša gala gaismas caurlaidība ir no $1/10$ līdz $1/4$. Gāzu izlādes gaismas impulsa zaļās un dzeltenās gaismas ietekmē elektrons rubīnā pāriet no enerģijas līmeņa 1 uz enerģijas līmeņiem 3' un 3". Pēc tam elektrons, atdodot daļu no savas ierosmes enerģijas, pāriet no līmeņiem 3' un 3" uz līmeni 2.



37-23. zīm.

Inducētā emisija norisinās pārejās 2→1. Tajās emitētās sarkanās gaismas viļņa garums ir 694,3 nm. Praktiski visa gaisma impulsu veidā tiek izstarota no rubīna puscaurlaidīgā gala. Šī staru kūļa diverģence ir $0,1^\circ$, kuru var vēl ievērojami samazināt, lietojot lēcu teleskopisku sistēmu. Izstarojuma virsmās jauda ir aptuveni

10^4 W/cm^2 un gaismas monohromatiskums — $0,1 \text{ nm}$ robežās. Ja rubīna kristāla optiskā ass ir paralēla rubīna cilindra asij, tad izstarotā koherentā gaisma ir dabiska, bet, ja abu asu leņķis ir $\pi/2$, tad gaisma ir lineāri polarizēta un tās elektriskais lauks svārstās perpendikulāri abu asu plaknei.

Bez aprakstītajiem ir vēl daudzi citi cietu, gāzveida, mazas un lielas jaudas lāzeru un māzeru veidi. Īpaši nozīmīgi pēdējā laikā kļuvuši pusvadītāju lāzeri un māzeri.

Lāzeru un māzeru izmantošana kā jau zināmo, tā jauno fizikālo parādību izpētē, kā arī ķīmijā, medicīnā un dažādās tehnikas nozarēs arvien palielinās. Piemēram, tā kā lāzeru gaismas viļņa amplitūdas var būt pat 10^4 reižu lielākas nekā fokusētai loka vai Saules gaismai, tās nepakļaujas superpozīcijas (lineārās saskaitīšanas) likumam [izt. (27-2)]. To pierāda vairākas jaunatklātas nelineāras optiskas parādības: 1) lāzera gaismas (ar frekvenci ν) izkļiedē parādās arī *harmoniskās virsfrekvences* 2ν , 3ν , ..., 2) rodas *daudzfotonu absorbcija* un *fotoefekts* — viela absorbē ne vien gaismu ar frekvenci $\nu = \Delta E/h$, bet arī tādu gaismu, kurai $\nu = \Delta E/2h$, $\nu = \Delta E/3h$, ..., 3) notiek *nelineāra atstarošanās* — atstarotajā gaismā parādās arī frekvence 2ν .

38. NODAĻA

KODOLFIZIKA

1. §. ATOMU KODOLU VISPĀRĪGĀS ĪPAŠĪBAS

1. Vielu dabiskās radioaktīvās sabrukšanas parādību 1896. gadā atklāja Bekerels. Bet to, ka tā ir atomu kodolu parādība, konstatēja tikai 1911. gadā, kad Rezerfords atklāja atoma kodolu. Jauns posms kodola pētīšanā sākās 1919. gadā, kad Rezerfordam izdevās pārvērst atomu kodolus arī mākslīgi. Sākot ar 1932. gadu liela nozīme kodola struktūras un īpašību noskaidrošanā bija dažādiem daļiņu paātrinātājiem, ar kuriem varēja kodolu apšaudei iegūt nesaīdzināmi intensīvākus ātro daļiņu kūļus nekā ar dabiskajām radioaktīvajām vielām. Smago atomu kodolu dalīšanās reakciju (Hāns, 1938. g.), vieglo atomu kodolu dabiskās pārvēršanās reakciju un mākslīgo kodoltermisko reakciju atklāšana atomu kodolu parādībām piešķīra ļoti lielu praktisku nozīmi.

2. **Atoma kodola sastāvdaļas.** 1932. gadā Heizenbergs un Ivāņenko izteica tagad vispāratzīto hipotēzi, ka atomu kodoli sastāv no *protoniem* un *neutroniem*, kurus kopumā sauc par nukloniem.

Protons ir ūdeņraža atoma kodols, tā elektriskais lādiņš ir $e = 1,60210 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ un masa $m_{0p} = 1,67252 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,007276 \text{ u} \approx \approx 1836,1 m_{0e}$, kam atbilst enerģija $m_{0p}c^2 = 9,38256 \cdot 10^2 \text{ MeV}$. Protonam piemīt arī *spins* ar *spina kvantu skaitli* $s = 1/2$, *mehānisko*

momentu $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$ un magnētisko momentu $M_s = 2,79276 \mu_h$, kur

$$\mu_h = \frac{e}{2m_{op}} \hbar = 5,0505 \cdot 10^{-27} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \quad (38-1)$$

ir t. s. kodola magnetons, kas ir ≈ 1836 reizes mazāks nekā Bora magnetons.

Bote un Bekers 1930. gadā, apšaudot berilija plāksnīti ar polonija α stariem, kuru kinētiskā enerģija $E_h = 7,7$ MeV, novēroja, ka berilijs izstaro ļoti caurspiedīgus starus. Čedviks 1932. gadā pierādīja, ka šie sākumā par γ stariem uzskatītie stari patiesībā ir elektriski neitrālu daļiņu plūsma, kuru masa aptuveni vienāda ar protona masu. Daļiņu, kas α daļiņas iedarbībā tika izsista no berilija atoma kodola, Čedviks nosauca par **neitronu**. Neitrona masa $m_{on} = 1,67482 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,008665 \text{ u} = 1838,4 m_{oe}$, kam atbilst enerģija $m_{on}c^2 = 9,39550 \cdot 10^2 \text{ MeV}$. Neitronam piemīt *spins* ar fikpat lielu mehānisko momentu kā protonam, t. i., $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar = (\sqrt{3}/2)\hbar$, bet tam pretēji vērtais magnētiskais moments $M_s = -1,91298 \mu_h$. Brīvs neitrons ir *nestabila* daļiņa, kas pārvēršas protonā, emitējot elektronu un antineitrīno (sk. šis nod. 5. §). *Pussabrukšanas periods* $T_p = 15,6$ min. Tā kā neitrona un protona masu diferencei $\Delta m = 0,00230 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ atbilstošā enerģija ir 1,29 MeV un elektrona masai m_{oe} atbilstošā enerģija ir 0,51 MeV, tad elektrona maksimālā enerģija neitrona sabrukšanas procesā ir $1,29 - 0,51 = 0,78$ MeV. Turpretim, atrodoties kodolā mijiedarbībā ar protonu, neitrons ir stabila daļiņa.

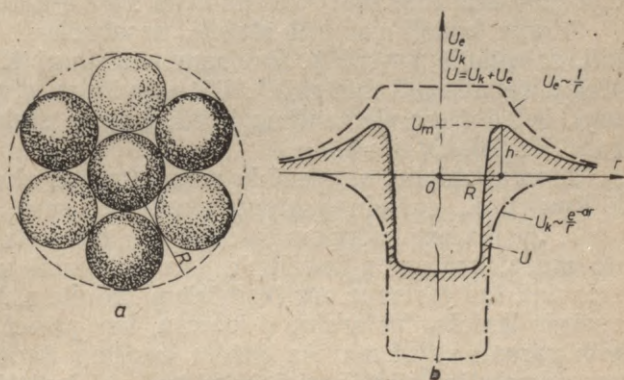
Protonu skaitu kodolā apzīmē ar Z (tas vienāds ar *atoma kārtas skaitli* elementu tabulā), bet *neitronu skaitu* ar N . Atoma kodola masas skaitlis $A = N + Z$ izsaka kodolā esošo *nuklonu skaitu*.

Elektroni kodolā nevar atrasties, jo saskaņā ar kvantu mehānikas nenoteiktību sakarību (35-13) kodola tilpumā ar diametru, piemēram, $\Delta x = 2R = 8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ elektronu kustības daudzums tad varētu sasniegt vērtību $\Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1,06 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{8 \cdot 10^{-15} \text{ m}} = 1,3 \cdot 10^{-20} \text{ N} \cdot \text{s}$, kam atbilst enerģija $\frac{(\Delta p_x)^2}{2m_0} = \frac{1,7 \cdot 10^{-40} (\text{N} \cdot \text{s})^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 10^{-10} \text{ J} = 6 \cdot 10^8 \text{ eV}$. Tādai arī vajadzētu būt no kodola izstaroto β staru elektronu enerģijai, bet tik lielas enerģijas nav novērotas. Līdzīgu apsvērumu dēļ kodolos nevar ilgstoši atrasties arī pozitroni un citas vieglās daļiņas.

3. Atoma kodola rādiuss. Atoma kodols ir aptuveni *sfērisks* (ar precizitāti $\pm 1\%$) ķermenis. *Vidējais kodola rādiuss* (38-1. zīm. a) metros ir

$$R = 1,3 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{A}. \quad (38-2)$$

Tā, piemēram, alumīnijam ar $A=27$ pēc izteiksmes (38-2) $R=3,9 \cdot 10^{-15}$ m. Kodola rādiusu nosaka, izmantojot to, ka 1) ļoti ātru neitronu izkliede (ja kinētiskā enerģija $E_n > 20$ MeV) ir proporcionāla kodola šķērssriegzuma laukumam πR^2 , 2) α starus emitējošu elementu pussabrukšanas periods ir atkarīgs no kodola potenciāla barjeras attāluma R līdz kodola centram (38-1. zīm. b),



38-1. zīm.

3) kodolreakcijās ar smagām lādētām daļiņām reakciju biežums, t. i., daļiņu ar lādiņu ze spēja iekļūt kodolā ir atkarīga no kodola potenciāla barjeras attāluma līdz kodola centram (šis attālums aptuveni vienāds ar kodola rādiusu R) un no tās augstuma $Ze \cdot ze/R$.

4. Kodola masu m galvenokārt nosaka ar masspektrogrāfiem (sk. 19. nod. 9. §). Visu atomu kodolu masas m atoma masas vienībās aptuveni ir veseli skaitļi: $m \approx A[u] = A \cdot 1,6604345 \cdot 10^{-27}$ kg. Ievērojot, ka $m = A[u]$ un atoma kodola tilpums $V = 4\pi R^3/3$, atoma kodola blīvums

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot A \cdot 3}{4 \cdot 3,14 \cdot (1,3 \cdot 10^{-15})^3 \text{ [m}^3] \cdot A} = 1,8 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (38-3)$$

(visa Zemes masa, ja tai būtu šāds blīvums, ietilptu lodē ar 200 m rādiusu).

5. Atoma kodolam piemīt pozitīvs elektriskais lādiņš Ze , kur Z ir atoma kārtas skaitlis periodiskajā elementu sistēmā un e — protona elektriskais lādiņš $e = 1,60210 \cdot 10^{-19}$ C (elementārlādiņš). No tā secinām, ka atoma kodolā ir Z protoni.

6. Izotopi. Kodoliem ar vienu un to pašu protonu skaitu Z , tātad arī ar vienādu elektrisko lādiņu, tomēr var būt dažāda masa, tātad dažāds neitronu skaits. Šādus atomu kodolus un atbilstošos atomus sauc par izotopiem. Tā, piemēram, ogleklim ir divi izotopi: ${}^6\text{C}^{12}$, ${}^6\text{C}^{13}$, slāpeklim divi izotopi: ${}^7\text{N}^{14}$, ${}^7\text{N}^{15}$ (0,38%) un skābeklim trīs izotopi: ${}^8\text{O}^{16}$, ${}^8\text{O}^{17}$ (0,04%) un ${}^8\text{O}^{18}$ (0,2%). Ūdeņradim ir trīs izotopi: protijijs ${}^1\text{H}^1$, deiterijs ${}^1\text{H}^2$ (0,05%) un tritijijs ${}^1\text{H}^3$.

Tā kā izotopu elektronu skaits arī ir vienāds, tad ķīmiskajā

ziņā izotopi neatšķiras un izotopus var atdalīt tikai ar fizikālām metodēm. To pamatā ir, piemēram, šādi procesi: 1) *centrifugēšana* (smagākie izotopi centrifūgā novietojas tālāk no rotācijas ass), 2) *difūzija* caur porainu kārtiņu (vieglākais izotops difundē straujāk nekā smagākais), 3) *termodifūzija* (augstākās temperatūras vietā vairāk koncentrējas vieglākais izotops), 4) *apmaiņas reakcijas* starp gāzveida fāzi un šķidro fāzi (vieglākā izotopa koncentrācija gāzveida fāzē kļūst lielāka nekā šķidrajā fāzē).

Atomu kodoli var būt **stabili**, nesabrūkoši (≈ 300) vai **nestabili**, sabrūkoši (≈ 1200). Pavisam pazīstami 1500 kodoli (*dabā* ir 450, pārējie iegūti *mākslīgi*). Tā, piemēram, alvai ir 10 stabili izotopi, bet dažiem elementiem ir tikai viens stabils izotops (piemēram, Na, Al, Co u. c.).

Atomu kodolus ar vienādu masu (masas skaitli A), bet dažādu lādiņu, t. i., dažādu protonu skaitu Z , sauc par izobāriem.

7. Ja diviem kodoliem ir viens un tas pats elektriskais lādiņš un masa, bet viens kodols ir pamatstāvoklī un otrs metastabilā stāvoklī, tad tos sauc par **izomēriem** kodoliem. Metastabilā stāvoklī esošais kodols, izstarojot γ kvantu, var pāriet pamatstāvoklī, pie tam parasti stipri mainās kodola kustības daudzuma moments. Ja arī pamatstāvoklis ir nestabils, tad abi kodoli parasti β sabrukšanas veidā ar dažādiem pussabrukšanas periodiem var pārvērsties citos kodolos. Pašreiz dabā ir atklāti, kā arī, apšaudot stabilos kodolus ar neitroniem, mākslīgi iegūti vairāk nekā 250 izomēru kodolu pāri. Tādi, piemēram, ir ${}_{91}\text{Pa}^{234}$ (tos parasti apzīmē ar UZ_1 un UX_2), ${}_{35}\text{Br}^{80}$, ${}_{72}\text{Hf}^{180}$, ${}_{77}\text{Ir}^{192}$ un citiem kodoliem.

8. **Kodola mehāniskais un magnētiskais moments.** Bez jau minētā *spina* L_{si} nukloniem kodolā ir arī orbitāla kustība ar *orbitālo mehānisko momentu* $L_{oi} = \sqrt{l(l+1)}\hbar$, kuru kvantē *nuklona orbitālais kvantu skaitlis* $l=0, 1, 2, \dots$. Tāpēc *nuklona pilnā mehāniskā momenta* $\mathbf{L}_i = \mathbf{L}_{oi} + \mathbf{L}_{si}$ skaitliskais lielums $L_i = \sqrt{j(j+1)}\hbar$, kur $j=l \pm s = l \pm 1/2$ ir *nuklona iekšējais kvantu skaitlis*. Kodolā, kas sastāv no vairākiem nukloniem, nuklona orbitālais un spina moments parasti ir cieši saistīts, tāpēc *visa kodola mehāniskais moments* \mathbf{L} ir atsevišķo nuklonu pilno mehānisko momentu summa: $\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{L}_i$ ($i=1, 2, \dots, A$). Kodola pilnā mehāniskā momenta \mathbf{L} skaitliskais lielums

$$L = \sqrt{I(I+1)}\hbar, \quad (38-4)$$

bet L projekcija z ass virzienā vērsta ārējā laukā ir $L_z = I_z \hbar$. Šeit I ir *kodola pilnā mehāniskā momenta kvantu skaitlis*, bet I_z ir *kodola magnētiskais kvantu skaitlis*. Kodoliem ar *pāra* skaita nukloniem $I=1, 2, 3, \dots$, bet kodoliem ar *nepāra* skaita nukloniem $I=1/2, 3/2, \dots$. I_z vērtības atrodas robežās $-I \leq I_z \leq I$.

Neitronam ir tikai *spina magnētiskais moments* M_{si} , bet protonam kodolā piemīt arī mehāniskā momenta virzienā vērsts *orbitālais magnētiskais mo-*

ments M_{oi} . Protonam kodolā pilnais magnētiskais moments ir abu minēto magnētisko momentu summa $M_i = M_{oi} + M_{si}$. Tā virziens ar pilnā mehāniskā momenta L_i virzienu veido nelielu leņķi. Visa kodola magnētiskais moments M ir atsevišķo nuklonu pilno magnētisko momentu summa $M = \sum_i M_i$ ($i=1, 2, \dots, A$). Kodola magnētiskais moments M ar kodola mehānisko momentu L parasti veido nelielu leņķi. Kodoliem ar pārskaita protoniem un pārskaita neitroniem $M=0$. Vislielākais magnētiskais moments $M=6,167 \mu_n$ ir niobija kodolam.

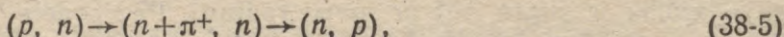
9. No vairākiem kodola uzbūves modeļiem vispirms jāatzīmē šķidrums piliena modelis, pēc kura atoma kodols ir līdzīgs cieši pakotam nuklonu šķidrums pilienam, kurā nuklonu mijiedarbība ir stipra, bet ar mazu rādiusu. Pēc kodola čaulu modeļa, nukloni kodolā, kaut gan tam ir liels blīvums, kustas gandrīz brīvi pārējo nuklonu radītajā vidējā spēka laukā un izveido elektronu čaulām līdzīgas nuklonu čaulas (sk. 38-23. zīm.). *Vispārīgākajā kodola modeli* mēģināts abus iepriekšējo modeļu pretējos pieņēmumus apvienot.

2. §. KODOLSPĒKI UN ATOMA KODOLA ENERĢIJA

1. **Kodolspēki.** Nuklonu saistīšanos atomu kodolos nevar izskaidrot ar elektriskajiem pievilkšanās spēkiem, jo, pirmkārt, atoma kodolā atrodas elektriski neitrālas daļiņas — neitroni un, otrkārt, lādētajām daļiņām — protoniem ir tikai pozitīvs lādiņš, tāpēc starp tiem darbojas atgrūšanās spēki. Bez tam elektriskie spēki vispār ir pārāk vāji, lai ar tiem varētu izskaidrot nuklonu stipro saistību atoma kodolā. Tāpēc jāpieņem, ka nuklonu mijiedarbību (pievilkšanos un atgrūšanos) nosaka īpaši *kodolspēki*. Kā rāda neitronu un protonu izkliede protonos (ūdeņradī) un citi eksperimenti, kodolspēki starp neitroniem un protoniem, neitroniem un neitroniem, protoniem un protoniem praktiski ir vienādi, t. i., tie nav atkarīgi no nuklona elektriskā lādiņa. Novērojumi arī rāda, ka, nuklonu attālumam palielinoties, kodolspēki strauji (eksponenciāli) samazinās un to darbības rādiuss ir ļoti mazs ($\approx 2 \cdot 10^{-15}$ m). Tātad starp nukloniem lielākā attālumā darbojas spēki tikai protonu gadījumā, un šie spēki ir vāji Kulona atgrūšanās spēki. Vēl jāatzīmē, ka kodolspēki ir atkarīgi arī *no nuklonu spinu savstarpējā stāvokļa*, ka vispār tie *nav centrāli* spēki, t. i., tie nedarbojas divus nuklonus savienojošās taisnes virzienā, un ka tie ir *piesātināmi*, t. i., vienam nuklonam var būt mijiedarbība tikai ar ierobežotu skaitu nuklonu.

Kāds ir šo spēku rašanās mehānisms? Elektrisko lādiņu pievilkšanās vai atgrūšanās pēc kvantu mehānikas notiek, emisijas un absorbcijas veidā apmainot elektromagnētisko lauku korpuskulas — fotonus. Pēc Jukavas 1934. gadā izvirzītās teorijas, kodolspēki rodas, nukloniem *virtuāli* emitējot un absorbējot *neitrālus*

vai pozitīvi un negatīvi lādētus π mezonus π^0 , π^+ un π^- (sk. šis nod. 14. §). Tās ir elementārdaļiņas ar aptuveni 273 vai 264 reizes lielāku masu nekā elektronam (atklātas 1947. g.). Mezona virtuālā emisija no nuklona un absorbcija tajā ir īslaicīgs process, kas neizpilda enerģijas nezūdamības likumu, bet pakļaujas Heizenberga nenoteiktību sakarībai $\Delta E \Delta t \geq \hbar$. Sajā procesā nuklonam īsu brīdi ($\Delta t \approx 10^{-24}$ s) var būt lielāka masa $m' = m_{nukl} + m_{mez}$, resp., lielāka enerģija $E' = E + \Delta E = m_{nukl}c^2 + m_{mez}c^2 = m'c^2$, kas ļauj tam virtuāli radīt mezonu un to ar gaismas ātrumu laikā Δt pārsviest uz aptuveni 10^{-15} m attālumā esošu citu nuklonu. Neitronu (n) un protonu (p) mijiedarbībā šī π mezona emisija un absorbcija norisinās, piemēram, pēc šādas shēmas:



t. i., virtuāli emitējot pozitīvu π^+ mezonu, protons pārvēršas neitronā un cits neitrons, emitēto mezonu absorbējot, pārvēršas protonā. Protona-protona un neitrona-neitrona mijiedarbību var izraisīt π^0 mezonu apmaiņa.

2. **Atoma kodola potenciālā enerģija.** Ar kodolspēkiem ir saistīta arī no nuklonu attāluma atkarīgā potenciālā enerģija U_h . Divu nuklonu savstarpējo potenciālo enerģiju U_h atkarībā no abu nuklonu attāluma r aptuveni izsaka izteiksme

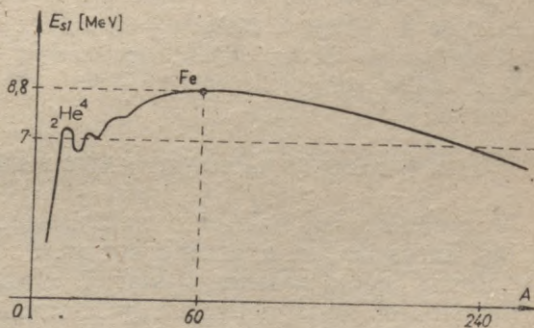
$$U_h = -\frac{g^2}{r} e^{-ar}, \quad (38-6)$$

kur a ir konstante, kas raksturo kodolspēku darbības rādiesu, un g ir t. s. kodola «mezoniskais lādiņš». Divu vienādu vai pretēju zīmju elektrisko lādiņu e potenciālā enerģija U_e , kā zināms, ir $\pm \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$.

Līdzīgā veidā var izteikt kodola un nuklona kodolspēku potenciālo enerģiju. Kodolā un pozitīvi lādētas daļiņas kodolspēkam, elektriskajam Kulona spēkam un kopējam spēkam atbilstošā savstarpējā potenciālā enerģija U_h , U_e un $U = U_e + U_h$ attēlota 38-1. zīmējumā *b*. Kā no tā redzams, lielākos kodola un daļiņas attālumos dominē kuloniskā atgrūšanās spēka potenciālā enerģija U_e , bet mazos attālumos ($r < R$) skaitliski daudz lielāka ir pievilksnās kodolspēku potenciālā enerģija U_h . Tāpēc kodola un lādētās daļiņas savstarpējai potenciālai enerģijai U attālumā R , kas aptuveni vienāds ar kodola rādiesu, ir maksimums. Šādā skatījumā atoma kodolā esošie protoni atrodas sfēriskā potenciālās enerģijas bedrē, kuru izveido kodolu aptverošais sfēriskais kopējās potenciālās enerģijas U valnis. Neitronam šāda valņa nav.

3. **Kodola saites enerģija.** Protoniem un neitroniem saistoties kodolā, atbrīvojas zināms enerģijas daudzums, kuru sauc par kodola saites enerģiju E_s . Parasti tā aizplūst no kodola ar γ kvantiem, elektroniem, pozitroniem, neitrīno u. c. Kodola saites enerģija vienam nuklonam $E_{s1} = E_s/A$ atkarībā no nuklonu skaita ko-

dolā attēlota 38-2. zīmējumā. Nuklonu skaitam A pieaugot, enerģija E_{s1} pakāpeniski palielinās, tad intervālā $A=50 \div 90$ sasniedz maksimumu un pēc tam atkal samazinās. Saites enerģijas samazināšanās smagos kodolos izskaidrojama ar protonu kulo-niskās potenciālās enerģijas palielināšanos. Šo saites enerģijas sastāvdaļu daļēji kompensē neitroni, kuru skaits pieaug straujāk nekā protonu skaits (${}_{92}\text{U}^{238}$ kodolam $N/Z = 1,6$). No 38-2. zīmējumā attēlotās saites enerģijas E_{s1} līknes var ļoti uzskatāmi redzēt, ka kodola saites enerģiju (atomenerģiju) var iegūt divējādi: 1) skal-dot smagos kodolus un 2) sintezējot vieglos kodolus.



38-2. zīm.

4. Masas defekts. Tā kā katrai enerģijai atbilst zināma masa, tad, no neitroniem un protoniem veidojoties kodolam un atbrīvojoties kodola saites enerģijai, samazinās arī masa, t. i., rodas t. s. kodola masas defekts. Ja kodols sastāv no Z protoniem un N neitroniem, kuru masas attiecīgi ir m_p un m_n , un kodola masa ir $z m_h^A$, tad šī kodola masas defekts Δm_h ir

$$\Delta m_h = Z m_p + N m_n - z m_h^A. \quad (38-7)$$

Tabulās bieži ir dotas atomu masas $z m^A$; tad kodola masas defektu ērtāk izteikt šādi:

$$\Delta m_h = Z m_H + N m_n - z m^A, \quad (38-8)$$

kur m_H — ${}^1\text{H}^1$ atoma masa. Kodola saites enerģija $E_s = \Delta m_h c^2$.

Tā, piemēram, divu protonu masa ir $2 \cdot 1,67252 \cdot 10^{-27}$ kg, divu neitronu masa ir $2 \cdot 1,67482 \cdot 10^{-27}$ kg, bet hēlija atoma kodola masa ir $6,64420 \cdot 10^{-27}$ kg. Tātad pēc izteiksmes (38-7) hēlija atoma kodola masas defekts $\Delta m_h = 0,0505 \cdot 10^{-27}$ kg. Pēc masas un enerģijas vispārīgās sakarības (31-15) hēlija atoma kodola saites enerģija $E_s = \Delta m_h c^2 = 0,0505 \cdot 10^{-27}$ kg $\cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 4,544 \cdot 10^{-12}$ J = 28,3 MeV. Vidēji, nuklonam saistoties atoma kodolā, tā masa samazinās par 0,0085 u, bet enerģija par $E_{s1} \approx 8$ MeV, t. i., relatīvi par 0,85%.

5. Atoma kodola saites enerģiju E_s pēc kodola piliena modeļa var izteikt kā kodola iekšienē esošo nuklonu saistības enerģiju aA (ja kodola neitronu un protonu skaits ir vienāds un starp tiem darbotos tikai kodolspēki), no kuras atņemta 1) kodola virsmas enerģija $\beta A^{2/3}$ (kodola virsmā, kas proporcionāla $A^{2/3}$, nuklonu saistība ir vājāka), 2) vienmērigi pa kodolu sadalīto protonu

atgrūšanās enerģija $\gamma Z^2 A^{-1/3}$ (kas proporcionāla Z^2 un apgriezti proporcionāla kodola rādiusam, t. i., $A^{1/3}$), 3) protonu-neitronu un neitronu-neitronu vai protonu-protonu kodolspēku saites enerģijas starpība $\xi(N-Z)^2/A$ un 4) N , Z un A pāribas korekcija $\delta \cdot \Delta$:

$$E_s = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3} - \xi(N-Z)^2/A - \delta \cdot \Delta, \quad (38-8')$$

kur $\delta = -1$, ja Z — pāra un N — pāra, $\delta = 1$, ja Z — nepāra un N — nepāra, un $\delta = 0$, ja A — nepāra. Liekot $\alpha = 15,75$ MeV, $\beta = 17,8$ MeV, $\gamma = 0,71$ MeV, $\xi = 22$ MeV un $\Delta = 34 A^{-3/4}$ [MeV], iegūstam ļoti labi ar novērojumiem saskaņošanas E_s vērtības (ar 0,01% novirzēm).

3. §. DABISKĀS RADIOAKTIVITĀTES VISPĀRĪGIE LIKUMI

Par dabiski radioaktīvām vielām sauc tādas dabā atrodamas vielas, kuras izstaro α , β un γ starus. Šodien zinām, ka α stari ir He atomu kodolu plūsma, β stari ir elektronu plūsma un γ stari ir ļoti īsi elektromagnētiskie viļņi. Jaunākajā laikā konstatēts, ka reizē ar elektroniem kodols izstaro arī antineitronu. Atzīmēsīm, ka mākslīgas radioaktīvas vielas izstaro arī t. s. pozitronus un neitronu (sk. 4. un 5. §) un ka atsevišķos gadījumos šo vielu kodoli absorbē arī elektronu no K čaulas, t. i., pārvēršas K satveršanas veidā. 1940. gadā padomju fiziķi Fļorovs un Petržaks atklāja, ka ${}_{92}\text{U}^{235}$ kodoli var pārvērsties, arī kodolam dabiski daloties. Pēdējā laikā novērots, ka dažu mākslīgu radioaktīvu vielu kodoli var sabrukt, izstarojot aizkavējušos neitronus vai protonus.

1. **Radioaktīvo vielu sabrukšanas likums.** Vielu radioaktivitāte ir spontāna atomu kodolu pārvēršanās citos atomu kodolos, emitējot daļiņas vai γ kvantus. Laika brīdis, kurā notiek atsevišķa kodola pārvēršanās akts, nosakāms statistiski. Ja sabrūkošo atomu kodolu skaits ir liels, tad sabrūkošo atomu kodolu skaita statistiskās svārstības (fluktuācijas) ir relatīvi mazas un sabrūkošo kodolu skaits ir noteikts lielums. To nosaka *radioaktīvās vielas sabrukšanas likums* diferenciālā formā: laikā dt sabrūkušo atomu skaits dN ir tieši proporcionāls radioaktīvo atomu skaitam N , laikam dt un katrai vielai raksturīgai sabrukšanas konstantei λ , t. i.,

$$dN = -\lambda N dt \quad (38-9)$$

(laikā Δt , ja $\lambda \Delta t \ll 1$, $\Delta N = -N \lambda \Delta t$). So sakarību izsakot formā $dN/N = -\lambda dt$ un integrējot robežās no N_0 (radioaktīvo atomu skaits brīdī $t=0$) līdz N (radioaktīvo atomu skaits brīdī t) un no $t=0$ līdz t , dabūjam, ka $\ln(N/N_0) = -\lambda t$, no kurienes jebkuras *radioaktīvās vielas sabrukšanas likums* integrālā formā ir šāds:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (38-9')$$

Tas izsaka palikušo radioaktīvo atomu skaitu N atkarībā no laika t . Lielumu $1/\lambda = T$ sauc par radioaktīvās vielas vidējo dzī-

ves laiku, bet laiku T_p , kurā sabrūk puse no sākotnējā kodolu skaita, sauc par radioaktīvās vielas **pussabrukšanas periodu**. Ievietojot izteiksmē (38-9') $N=N_0/2$ un $t=T_p$, iegūstam sakarību $1/2=e^{-\lambda T_p}$, kuru logaritmējot dabūjam, ka $-\ln 2=-\lambda T_p$ un

$$T_p = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 0,693 T. \quad (38-10)$$

Tāpēc $N=N_0 e^{-\ln 2 \cdot t/T_p} = N_0 2^{-t/T_p}$, jo $e^{\ln 2}=2$.

Par *vielas radioaktīvās sabrukšanas intensitāti* jeb *aktivitāti* sauc sabrūkošo atomu skaitu vienā sekundē: $dN/dt=\lambda N=\lambda N_0 e^{-\lambda t}$. SI sistēmā tās mērvienība ir 1 sabr./s jeb 1 s^{-1} . Bieži to vēl mēra kirī (Ci) vienībās. 1 Ci liela aktivitāte ir tādi radioaktīvai vielai, kurā 1 sekundē sabrūk $3,700 \cdot 10^{10}$ atomu.

Piemērs. 1 g rādija ($A=226$) satur $6,02 \cdot 10^{23}/226=2,66 \cdot 10^{21}$ atomu. Tie, emitējot α daļiņas, pārvēršas rodona atomos. Aprēķināt rādija sabrukšanas konstanti λ un sabrūkošo atomu skaitu 1 sekundē, ja rādija pussabrukšanas periods $T_p=1622$ gadi $=5,12 \cdot 10^{10}$ s.

Rādija sabrukšanas konstante $\lambda=0,693/T_p = \frac{0,693}{5,12 \cdot 10^{10} \text{ s}} = 13,5 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$, un 1 gramā rādija sabrūkošo atomu skaits 1 sekundē (sabrūkšanas īpatnējā aktivitāte) ir $dN/dt=\lambda N=13,5 \cdot 10^{-12} \cdot 2,66 \cdot 10^{21}=3,6 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$.

2. Radioaktīvo vielu saimes. Visas radioaktīvās vielas, kurām $Z \geq 81$, iedala *četrās saimēs*. Saimes vielu, no kuras tālāk rodas citas radioaktīvās vielas, sauc par primāro vielu: 1) urāna saimē ar primāro vielu ${}_{92}\text{U}^{238}$ ($T_p=4,49 \cdot 10^9$ gadi) kodolu masas skaitļi $A=4n+2$, kur n — vesels pozitīvs skaitlis; 2) aktīnija saimē ar primāro vielu ${}_{92}\text{U}^{235}$ ($T_p=7,13 \cdot 10^8$ g.) $A=4n+3$; 3) torija saimē ar primāro vielu ${}_{90}\text{Th}^{232}$ ($T_p=1,39 \cdot 10^{10}$ g.) $A=4n$; 4) mākslīgi iegūtajā neptūnija saimē ar primāro vielu ${}_{93}\text{Np}^{237}$ $A=4n+1$ (neptūnijam šajā mākslīgo radioaktīvo vielu saimē ir vislielākais pussabrukšanas periods). Emitējot α un β starus, šīs primārās vielas pakāpeniski pārvēršas citās radioaktīvās vielās, kuras beigās pārvēršas stabilos svina un tallija izotopos — atbilstoši saimēm ${}_{82}\text{Pb}^{206}$, ${}_{82}\text{Pb}^{207}$, ${}_{82}\text{Pb}^{208}$ un ${}_{81}\text{Tl}^{205}$. Urāna saimes nozīmīgākie locekļi ir Kirī atklātais Ra^{226} ($T_p=1620$ g.) un vienīgais saimes gāzveida loceklis radons Rn^{222} . Neptūnija saimē atklāja jaunus elementus franciju Fr un astatu At.

Dažreiz sabrūkošo vielu saimē, kad α un β sabrukšanas procesiem ir salīdzināma varbūtība, no vienas vielas rodas divas dažādas vielas, t. i., notiek saimes sazarošana. Tā, piemēram, ${}_{84}\text{Po}^{218}$, emitējot α daļiņu pārvēršas ${}_{82}\text{Pb}^{214}$, bet, emitējot elektronu, pārvēršas ${}_{85}\text{At}^{218}$. Nākošajā abu vielu sabrukšanas posmā, tām sabrūkot pretēju procesu veidā, abi saimes zari atkal apvienojas.

Ārpus šīm vielu saimēm atrodas, piemēram, α radioaktīvais

samārijs ${}_{62}\text{Sm}^{147}$ ($T_p=1,25 \cdot 10^{11}$ g.) un β radioaktīvās vielas: kālijs ${}_{19}\text{K}^{40}$ ($T_p=1,4 \cdot 10^9$ g.), rubīdijs ${}_{37}\text{Rb}^{87}$ ($T_p=5,8 \cdot 10^{10}$ g.), lutēcijs ${}_{71}\text{Lu}^{176}$ ($T_p=4,5 \cdot 10^{10}$ g.) un rēnijs ${}_{75}\text{Re}^{187}$ ($T_p=4 \cdot 10^{12}$ g.).

3. **Radioaktīvo vielu līdzsvars.** Ja radioaktīvās saimes primārajai vielai ir daudz lielāks pussabrukšanas periods T_p nekā pārējiem saimes locekļiem, tad pēc laika, kas ievērojami pārsniedz vislielāko pussabrukšanas periodu, pārējo locekļu saimē iestājas t. s. *radioaktīvais līdzsvars*. Katras radioaktīvās vielas daudzums tad vairs nemainās, jo kodolu skaits, kas rodas, ir tikpat liels kā sabrūkošo kodolu skaits. Primārās vielas daudzums pie tam lēni samazinās, bet saimes pēdējā stabilā locekļa daudzums pieaug. No radioaktīvo vielu sabrukšanas likuma diferenciālā formā (38-9) divu vielu radioaktīvā līdzsvara gadījumā dabūjam, ka $dN_1/dt = -\lambda_1 N_1 = dN_2/dt = -\lambda_2 N_2$. Visai radioaktīvo vielu saimei līdzsvara gadījumā

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_n N_n, \quad (38-11)$$

kur N_1 ir primārās vielas atomu skaits, kas, ja $t \ll T_{p1}$, praktiski ir konstants, N_2, \dots, N_n ir radioaktīvo vielu atomu skaiti un $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ir šo vielu sabrukšanas konstantes. Izmantojot izteiksmi (38-11), var aprēķināt vielu radioaktīvās sabrukšanas konstantes λ , kā arī radioaktīvo vielu daudzumus N .

Piemērs. Noteikt $m=1$ g radioaktīvā ${}_{27}\text{Co}^{60}$ ($T_p=5,3$ g.) aktivitāti sākumā un pēc 10 gadiem.

$$\begin{aligned} \text{Laika brīdī } t=0 \text{ aktivitāte } \lambda N_0 &= \frac{0,693}{T_p} \cdot N \cdot \frac{m}{A} = \frac{0,693}{1,67 \cdot 10^8} \cdot 6,02 \cdot 10^{26} \cdot \frac{10^{-3}}{60} = \\ &= 0,42 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}. \text{ Laika brīdī } t=10 \text{ g.} = 3,15 \cdot 10^8 \text{ s} \text{ aktivitāte } \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \\ &= 0,42 \cdot 10^{14} e^{-\frac{0,693}{1,67 \cdot 10^8} \cdot 3,15 \cdot 10^8} = 10^{13} \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

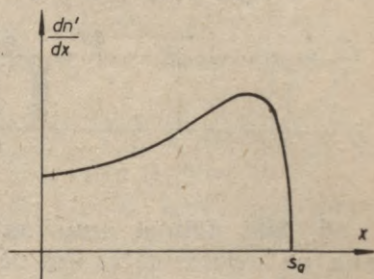
4. §. ALFA STARI

1. **Alfa starojuma likumi.** Alfa stari ir hēlija atomu kodolu plūsma. Emitējot α daļiņas, radioaktīvo atomu kodoli zaudē 2 protonus un 2 neitronus. Tātad atoma masa samazinās aptuveni par 4 u un kodola lādiņš Ze par $2e$ ($Z \rightarrow Z-2$). Lai gan pussabrukšanas periodi T_p elementiem, kas izstaro α starus, ļoti atšķiras (${}_{92}\text{U}^{238} - T_p=4,5 \cdot 10^9$ g., ${}_{84}\text{Po}^{212} - T_p=3,04 \cdot 10^{-7}$ s), tomēr šo vielu α staru enerģijas E_α mainās maz (no 4,25 MeV — ${}_{92}\text{U}^{238}$ līdz 8,95 MeV — ${}_{84}\text{Po}^{212}$).

Alfa daļiņas, tāpat arī citas smagās lādētās daļiņas (protoni un deitoni), savu ātrumu vielā samazina galvenokārt jonizācijas dēļ. Eksperimentāli novērojumi rāda, ka gaisā ceļa sākumā daļiņas radīto jonu pāru skaits uz 1 cm aptuveni ir 20 000 un, ātrumam samazinoties, pieaug līdz 60 000. Pavisam rādija α daļiņa ar $E_\alpha=4,78$ MeV enerģiju rada $1,4 \cdot 10^5$ jonu pārus. Daļiņas

radīto jonu pāru skaits gaisā uz vienu ceļa garuma x vienību dn'/dx atkarībā no noietā ceļa x parādīts 38-3. zīmējumā. Ja daļiņas enerģija ir tik maza, ka var notikt elektronu piesaistīšana, tad daļiņas enerģijas zuduma straujums stipri samazinās, α daļiņām tas novērojams, ja $E_\alpha < 1$ MeV, un protoniem, ja $E_p < 0,1$ MeV.

Alfa daļiņām ir samērā noteikts noskrējieni s vielā. Gaisā normālos apstākļos, ja $4 < E_\alpha < 7$ MeV, to var aprēķināt pēc Geigera sakarības $s_g = 0,31\sqrt{E_\alpha^3}$ [cm], kur α daļiņas enerģija E_α ir jāmēra MeV. Tā, piemēram, ${}_{84}\text{Po}^{212}$ α daļiņai, kurai $E_\alpha = 8,95$ MeV, $s_g = 8,5$ cm. Alfa daļiņas noskrējienus s' gramos uz cm^2 (g/cm^2) vienkāršā vielā atkarībā no tās kārtas skaitļa Z (vai saliktā vielā no vidējā Z) var aprēķināt pēc izteiksmes



38-3. zīm.

$$s' = s_g = s_g [0,90 + 0,275 Z + (0,06 - 0,0086 Z) \lg E_\alpha / 4], \quad (38-12)$$

kur s ir ģeometriskais noskrējieni (centimetros), ρ — blīvums (g/cm^3) un $s'_g = s_g \cdot \rho_g$, ja ρ_g — gaisa blīvums (g/cm^3). Noskrējieni s' izsaka to 1 cm^2 laukumā esošo vielas slāņa masu, kurai α daļiņa var iziet cauri.

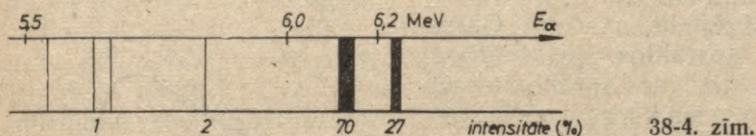
Alfa daļiņas enerģiju E_α [MeV], resp., noskrējienus gaisā s_g [cm], un α starus izstarojošās vielas pussabrukšanas periodu T_p , resp., sabrukšanas konstanti λ [s^{-1}], saista Geigera—Netola sakarība (1911. g.)

$$\lg \lambda = a \lg s_g + b, \quad (38-12')$$

kur $a = 57,5$, bet b — katrai radioaktīvai saimei raksturīga konstante (piemēram, urāna saimei $b = 42,3$). Koordinātu asīs $y = \lg s_g$ un $x = \lg \lambda$ izteiksme (38-12') attēlojas kā taisne. Saskaņā ar Geigera—Netola likumu, palielinoties α daļiņas enerģijai E_α , α starus izstarojošās vielas pussabrukšanas periods T_p samazinās, tātad zinot E_α , resp., noskrējienus s_g , pēc šī likuma var noteikt λ un T_p .

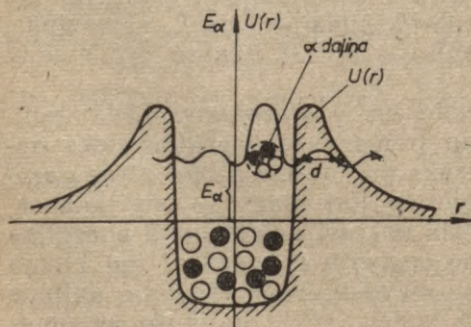
Ļoti bieži α starojumu pavada arī γ starojums. Tādā gadījumā zināmajam skaitam α daļiņu ir mazākas enerģijas nekā daļiņu vairumam (noskrējieni ir īsāks par normālo) un retos gadījumos, ja α starotāja dzīves laiks ir ļoti mazs, — arī lielākas. Parasti, izstarojot α daļiņu, kodols nokļūst neierosinātā enerģijas stāvoklī. Turpretim, ja α daļiņas enerģija ir mazāka, tad atoma kodols paliek ierosinātā enerģijas stāvoklī. Tāpēc šādas α daļiņas emisijai seko γ starojums, kurā kodols emitē palikušo ierosmes enerģiju. ${}_{84}\text{Po}^{212}$ izstaroto *īsā noskrējiena* α staru emisijas spektrs

(ko iegūst, noliecot α starus magnētiskajā laukā) parādīts 38-4. zīmējumā. *Gara noskrējiena* α daļiņas emitē jau pirms α daļiņas emisijas ierosināti kodoli (piemēram, ${}_{84}\text{Po}^{212}$ $E_{\alpha}=10,75$ MeV). Pēc α staru spektra var ļoti precīzi spriest par atoma kodola enerģijas līmeņiem.



38-4. zīm.

2. Alfa daļiņas emisijas mehānisms. Atsevišķa nuklona emisija no neierosināta, bet nestabila atoma kodola nav iespējama tāpēc, ka tā enerģija atoma kodola pamatstāvoklī vienmēr ir negatīva. Turpretim, četriem kodola virsmā esošiem nukloniem apvienojoties α daļiņā, atbrīvojas 28,3 MeV enerģija, t. i., uz vienu nuklonu atbrīvojas ≈ 7 MeV. Gadījumā, ja šo nuklonu saites enerģija kodolā ir mazāka nekā 7 MeV, tad pēc apvienošanās α daļiņā to enerģija kodolā ir pozitīva, tātad tie principā var aiziet no kodola projām. Bet arī šajā gadījumā α daļiņas iziešana no kodola, pēc klasiskās mehānikas viedokļa, ir problemātiska, jo atoma kodolu, kā zinām, apjož potenciālās enerģijas barjera ar augstumu U_m (38-5. zīm.). Tā kā α daļiņas enerģija E_{α} ir mazāka nekā potenciālās enerģijas barjeras augstums, tad, pēc klasiskās mehānikas likumiem, tā no kodola iziet nevar (piemēram, ${}_{92}\text{U}^{238}$ $U_m \approx 28$ MeV, bet $E_{\alpha}=4,18$ MeV). Turpretim pēc kvantu mehānikas gadījumā, ja kodola potenciāla barjeras biezums d ir salīdzināms ar α daļiņas Debroļi viļņa garumu, t. i., α daļiņas viļņu paketes izmēri pārsniedz potenciāla barjeras izmērus, tad α daļiņai ir zināma varbūtība *tuneļefekta veidā* iziet no kodola. Šo iespēju pamato Heizenberga nenoteiktību sakarības (35-13) un (35-14), saskaņā ar kurām α daļiņai iespējamas *islaicīgas palielinātas enerģijas un kustības daudzuma vērtības*.



38-5. zīm.

šādas enerģijas un kustības daudzuma vērtības. Pussabrukšanas perioda ļoti straujā palielināšanās, ja samazinās α daļiņas enerģija, izskaidrojama ar α daļiņas potenciālās enerģijas barjeras cauriēšanas varbūtības eksponenciālo atkarību no α daļiņas enerģijas.

5. §. BETA STARI

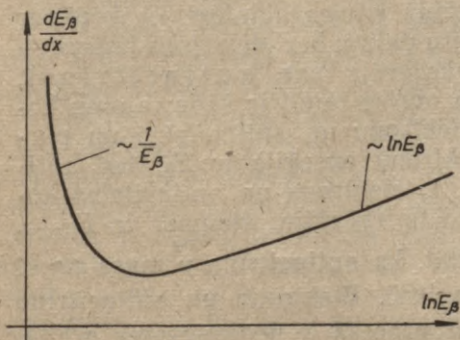
1. **Beta starojuma likumi.** Beta stari ir radioaktīvu kodolu emitētu elektronu jeb β daļiņu plūsma. Atoma kodols, emitējot vienu elektronu, palielina savu pozitīvo elektrisko lādiņu, resp., atomnumuru Z , par vienu vienību (t. i., $Z \rightarrow Z+1$). Ja $Z > 83$, atoma kodols parasti emitē citu pēc cita divus elektronus un tādējādi pārvietojas periodiskajā elementu sistēmā par divām vietām uz priekšu ($Z \rightarrow Z+2$).

Beta starotāju elektronu enerģija $E_\beta = 0,01 \div 20$ MeV, parasti tā ir daži MeV (piemēram, ${}_{86}\text{Rn}^{214}$ $E_\beta = 0 \div 3,15$ MeV) un pussabrukšanas periods — no $2,5 \cdot 10^{-2}$ s līdz $4 \cdot 10^{12}$ gadiem.

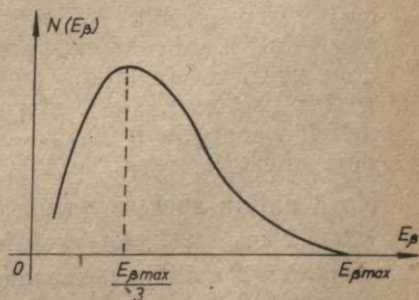
Ja elektrona ātrums ir mazs ($v \ll c$), tad tie, tāpat kā smagās daļiņas, ejot cauri vielai, savu enerģiju zaudē, galvenokārt jonizējot un ierosinot atomus. 38-6. zīmējumā attēlots β staru elektronu enerģijas zudums jonizācijā un ierosmē uz vienu ceļa garuma vienību dE_β/dx atkarībā no elektronu enerģijas E_β (resp., no $\ln E_\beta$). Šo zudumu kā elektroniem, tā arī α daļiņām, protoniem un citām daļiņām bieži mēra ar t. s. īpatnējo enerģijas zudumu $dE_\beta/(\rho dx) = dE_\beta/dx' \left[\frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2} \right]$, kur $dx' = \rho dx$. Tas ir enerģijas zudums vielas slānī, kura 1 cm^2 masa ir 1 g . Enerģijas zudumu 1 cm biežā vielas slānī dE_β/dx tad dabū, reizinot īpatnējo enerģijas zudumu ar vielas blīvumu ρ .

Beta staru elektroniem ar ļoti lielu ātrumu ($v \approx c$) ejot garām atomu kodoliem, rodas arī intensīvs elektromagnētiskais bremszēšanās starojums, kas var veidot gaismas kvantu šaltis — daudzus ļoti īsā laikā citam sekojošus gaismas kvantus. Enerģijas zudumi šajā starojumā pārsniedz jonizācijas un ierosmes zudumus.

Pie tādas pašas enerģijas kā α daļiņai elektrona noskrējieni s vielā ir daudz lielāks, piemēram, ja $E = 2$ MeV, tad elektronam $s_g = 6 \text{ m}$, bet α daļiņai $s_g = 1 \text{ cm}$, jo elektrona ātrums tādā gadījumā ir lielāks, un, izejot caur atomu īsākā laikā, tas atdod



38-6. zīm.



38-7. zīm.

arī mazāku enerģiju. β staru noskrējienu $s' = \rho s$, kas mērīts gramos uz cm^2 (g/cm^2), ja $0,15 < E_\beta < 0,8$ MeV, izsaka izteiksme $s' = 0,407 E_\beta^{1,38}$ un, ja $0,8 < E_\beta < 3$ MeV, tad

$$s' = 0,542 E_\beta - 0,133.$$

Arī elektrona radīto jonu pāru skaits vienā ceļa garuma vienībā ir daudz mazāks nekā α daļiņai. Normālos apstākļos gaisā elektrons rada $10 \div 100$ jonu pārus uz 1 cm. β daļiņu ceļi Vilsona kamerā tāpēc ir labi atšķirami no α daļiņu ceļiem. Elektronu ceļi, īpaši pie maziem ātrumiem, nav taisni, jo sadursmēs ar atomiem elektroni maina savu virzienu; arī to noskrējieni nav vienādi svārstīgo radiācijas zudumu dēļ.

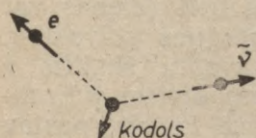
2. Beta daļiņu spektrs. Neitrīno. Ikvienas radioaktīvas vielas β daļiņām ir dažādi ātrumi, t. i., tām eksistē ātruma, resp., enerģijas spektrs. To iegūst ar magnētisko nolieci, un tas satur *diskrētu un nepārtrauktu komponenti*.

β staru diskrēto spektru veido kodola izstarotie γ kvanti, fotoefekta veidā izsviežot no atoma K, L, \dots čaulām elektronus. Tā kā γ kvantu enerģija ir noteikta, tad šādā γ kvantu *iekšējās konversijas procesā* izstaroto elektronu enerģijas $E_\gamma - E_K, E_\gamma - E_L, \dots$ arī ir diskrētas; tās atšķiras no γ kvantu enerģijas E_γ par K, L, \dots čaulu elektronu saites enerģijām atomā E_K, E_L, \dots .

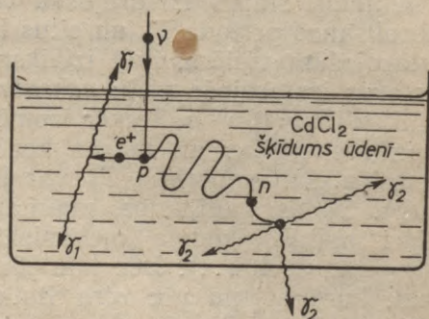
Nepārtraukto β spektru veido emisijas brīdī kodola radītie elektroni. To skaitu atkarībā no enerģijas E_β attēlo 38-7. zīmējumā dotā grafika. Smagajiem kodoliem elektronu skaita sadalījumam pie $E_\beta \approx E_{\beta \max}/3$ ir *maksimums* (vieglajiem — pie $E_\beta \approx E_{\beta \max}/2$), kur $E_{\beta \max}$ ir maksimālā β daļiņu enerģija.

Sākumā konstatējums, ka β spektrs ir nepārtraukts, bija negaidīts, jo no tā varēja secināt, ka kodoliem pēc β daļiņu emisijas ir dažādas enerģijas. Turpmākie šo kodolu sabrukšanas procesu novērojumi tomēr rādīja, ka pēc β daļiņu emisijas kodoliem ir viena un tā pati enerģija. Tātad β *sabrukšanas procesā katrs no tiem zaudē vienu un to pašu enerģiju, kas vienāda ar β daļiņas maksimālo enerģiju $E_{\beta \max}$* . Bet kur paliek enerģija $E_{\beta \max} - E_\beta$? Lai to izskaidrotu, Pauli 1931. gadā izteica hipotēzi, ka kopā ar elektronu kodols emitē arī kādu citu daļiņu bez elektriskā lādiņa — neitrīno (vēlāk šo daļiņu pārdēvēja par antineitrīno). Pēc Pauli β sabrukšanas procesa norise tātad ir šāda: atomu kodolu neitroni vienlaikus emitē elektronu un antineitrīno un pārvēršas protonos. Ja β staru elektronu enerģija ir E_β , tad antineitrīno enerģija ir $E_{\beta \max} - E_\beta$, t. i., elektrona un antineitrīno kopējā enerģija, resp., kodola zaudētā enerģija, vienmēr ir $E_{\beta \max}$. No β daļiņu spektra varēja secināt, ka antineitrīno $\tilde{\nu}$ masa $m_{\tilde{\nu}} < 0,002 m_{0e}$, t. i., ka praktiski $m_{\tilde{\nu}} \approx 0$. Elektrona un antineitrīno vienlaicīgā emisija β sabrukšanas procesā ir nepieciešama arī tāpēc, lai *saglabātos kustības daudzuma moments*, t. i., lai sākot-

nējā kodola un kopējais beigu kodola, elektrona un antineitrīno kustības daudzuma moments būtu vienādi. Šis likums tiek izpildīts tikai tad, ja antineitrīno mehāniskais moments ir $\hbar/2$, t. i., ja tā spīns ir tikpat liels kā elektronam. Mākslīgi radioaktīvam kodolam emitējot pozitronu (sk. turpmāk), režīzē ar to tiek emitēts neitrīno, kurš atšķiras no antineitrīno tikai ar savu spirālītāti, t. i., ar sava spina orientāciju pret kustības virzienu (sk. 38. nod. 14. §).



38-8. zīm.



38-9. zīm.

Antineitrīno eksistences pierādījumi tika meklēti, novērojot β sabrukšanas un K satveršanas procesus Vilsona kamerā, foto emulsijās un jonizācijas kamerās. Ja varētu konstatēt to, ka elektrona un sākumā mierā stāvošā sabrūkošā atoma kodola ceļi neveido 180° lielu leņķi (38-8. zīm.), kā tas ir saskaņā ar kustības daudzuma nezūdamības likumu, vai arī to, ka kodoliem K satveršanā eksistē atgrūdiens, tad būtu jāsecina, ka šajos procesos piedalās antineitrīno. Tomēr šajā virzienā izdarītie eksperimenti, kaut arī tie šādus norādījumus deva, nebija pārliecinoši.

Tiešu neitrīno eksistences pierādījumu ieguva 1956. gadā, liekot no atomreaktora nākošai intensīvai neitrīno staru plūsmai $-10^{19} \frac{\text{neitrīno}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$ (no Saules uz Zemes virsmu krīt $10^{11} \frac{\text{neitrīno}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$) iet caur CdCl_2 šķīdumu ūdenī (38-9. zīm.). Kaut gan neitrīno mijiedarbība ar vielu ir ļoti vāja, bija sagaidāms, ka dažos gadījumos protons absorbēs neitrīno un, emitējot pozitronu, pārvērtīsies neitronā. Emitētais pozitrons praktiski tai pašā brīdī, apvienojoties ar elektronu, tad radītu kvantu γ_1 pāri. Pēc tam ar $5 \cdot 10^{-5}$ s nokavēšanos neitrons absorbētos Cd atoma kodolā un emitētu vairākus kvantus γ_2 . Tātad, ja izdotos novērot šādu kvantu γ_2 nokavēšanos attiecībā pret kvantiem γ_1 , būtu pierādīta minētā neitrīno absorbcijas procesa un līdz ar to arī paša neitrīno eksistence. Daudzi skaitītāju pāri, kas bija iestādīti uz sakrišanu ar $5 \cdot 10^{-5}$ s nokavēšanos, deva trīs sakrišanas 1 stundā, turpretim fons bija mazāks par vienu sakrišanu stundā. Tātad neitrīno eksistē.

6. §. GAMMA STARI

1. Gamma stari ir īsi elektromagnētiskie viļņi ($\lambda = 10^{-8} \div 10^{-13}$ cm). Viļņa garumam λ samazinoties, arvien spilgtāk izpaūžas elektromagnētiskā starojuma korpuskulārais raksturs, tāpēc γ staru svarīgākās īpašības parasti izskaidro ar gaismas kvantu teoriju. Emitējot γ starus, nuklonu skaits nemainās, bet mainās kodola enerģija, spins, magnētiskais un elektriskais moments un pārība (nuklonu stāvokļa simetrijas īpašības).

Gamma starus izstarojošas vielas sabrukšanas likumu, pussabrukšanas periodu T_p un citus lielumus, tāpat kā α un β starus izstarojošām vielām, dod izteiksmes (38-9) un (38-10). Parasti γ starus izstarojošo vielu *pussabrukšanas periodi* tieši nav izmērāmi, jo $T_p \approx 10^{-12}$ s. Tomēr izomēriem kodoliem, kuriem ir mazas kvantu enerģijas un mazas kodola stāvokļu pāreju varbūtības, pussabrukšanas periodi T_p var būt ievērojami lieli (dienas vai gadi). Šādos gadījumos, mainoties kodola enerģijas stāvoklim, stipri mainās kodola mehāniskā momenta kvantu skaitlis I ($\Delta I = \pm 2, 3, 4, \dots$). Bez tam jāatzīmē, ka starp diviem γ kvantiem, kurus vienu pēc otra izstaro viens atoma kodols, pastāv *leņķiskā korelācija*, jo abu γ kvantu kustības virzieni veido noteiktus leņķus.

2. Gamma stari rodas, nukloniem kodolā atsevišķi vai grupām spontāni pārejot uz zemākiem enerģijas stāvokļiem. Šajās nuklonu pārejās emitētie γ stari veido līniju spektru. Tas norāda, ka nuklonu kustība kodolā ir pakļauta kvantu mehānikas likumiem. Tāpat kā atomu elektronu emitētajam spektra līnijām, arī kodola emitētajam γ staru spektra līnijām ir zināms *līnijas platums*, kuru raksturo frekvences intervāls $\Delta\nu$ vai tam atbilstošais enerģijas intervāls $\Delta E = \Gamma = h\Delta\nu$. Spektra līnijas platums Γ ir apgriezti proporcionāls kodola dzīves laikam T : jo lielāks ir T , jo šaurāka līnija un mazāks Γ . Kvantu mehānikā pierāda, ka lielumu T un Γ sakarību nosaka Heizenberga nenoteiktību sakarība $\Gamma \cdot T = \hbar$ [sk. izt. (35-14)]. No tās var izteikt spektra *līnijas platumu*

$$\Gamma = \frac{\hbar}{T} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{T} \approx \frac{0,6 \cdot 10^{-15}}{T} [\text{eV}]. \quad (38-13)$$

Ja $T \approx 10^{-12}$ s, tad $\Gamma \approx 10^{-3}$ eV, izomēriem kodoliem var būt $\Gamma \approx 10^{-17}$ eV. Zinot Γ , var pēc tā noteikt γ starus izstarojošas vielas vidējo dzīves laiku T , pussabrukšanas periodu $T_p = 0,693 T$ un citus lielumus.

3. Gamma stari vielā *absorbējas* un *izkliedējas* tāpat kā redzamā gaisma (sk. 30. nod. 3. §) un rentgenstari pēc *Lamberta — Bugēra likuma* $I = I_0 e^{-\mu x}$ [izt. (30-7)], kur I_0 ir krītošā, I — caurizgājusī, bet $I_0 - I$ — absorbētā un uz sāniem izkliedētā γ staru intensitāte, tiem izejot caur vielas slāni ar biezumu x , μ ir staru *pavājināšanās koeficients*, kura mērvienība ir m^{-1} . Koeficients μ ir proporcionāls atomu skaitam, kuri atrodas kvantu plūsmas I m

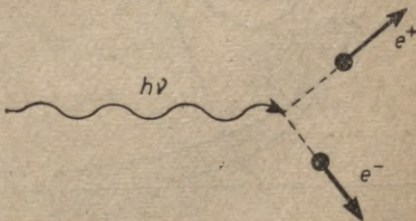
garā ceļā, ja plūsmas šķērsriezums $S=1 \text{ m}^2$. Tātad μ ir proporcionāls atomu skaitam tilpuma vienībā n . Dalot μ ar n , dabūjam viena atoma pavājināšanās koeficientu $\mu/n=\sigma$, kura mērvienība ir m^2 (vai cm^2 , vai 10^{-24} cm^2). To sauc arī par γ staru atomāro efektīvo šķērsriezumu. μ vietā bieži lieto arī masas pavājināšanās koeficientu μ/ρ [m^2/kg].

No izteiksmes $I=I_0e^{-\mu x}$ iegūstam, ka vielas slāņa biezums x_p , pie kura $I=I_0/2$, ir $x_p=0,693/\mu$. Tā, piemēram, Co^{60} kvantiem ar $E_\gamma=1,25 \text{ MeV}$, svinā $\mu=58 \text{ m}^{-1}$, tāpēc $x_p \approx 12 \text{ mm}$. Vispār pēc minētās izteiksmes γ stari pavājinās $z=I_0/I$ reizes slānī ar biezumu $x = \frac{\ln(I_0/I)}{\mu}$. γ staru pavājināšanās vielā ir maza — tie iet cauri pat metru biezam tērauda slānim. Tāpēc intensīvus un cietus, t. i., īsa viļņa garuma γ starus, piemēram, Co^{60} γ starus, lieto *biezu detaļu defektoskopijā*.

Gamma staru pavājināšanos vielā galvenokārt izraisa 1) *fotofekts* (tā pavājināšanās koeficients μ_f), 2) *pozitrona-elektrona pāru veidošanās* (pavājināšanās koeficients μ_p), 3) *Komptona izkliede* (pavājināšanās koeficients μ_K ; sk. 33. nod. 3. §). Tāpēc pavājināšanās koeficients $\mu = \mu_f + \mu_K + \mu_p$ un *kopējais atomārais efektīvais šķērsriezums* σ ir minēto trīs procesu efektīvo šķērsriezumu summa: $\sigma = \mu_f/n + \mu_K/n + \mu_p/n = \sigma_f + \sigma_K + \sigma_p$.

4. Gamma staru **fotofekts** ir γ staru absorbcija atoma elektronu čaulās, kad γ kvanti izsviež no atoma elektronus, un atomu kodolos, kad pēc γ kvantu absorbcijas kodols nonāk ierosinātā stāvoklī vai no kodola tiek izsviesti protoni un neitroni. Koeficients μ_f , resp., fotofekta šķērsriezums $\sigma_f = \mu_f/n$, ir stipri atkarīgs no atoma elektronu čaulas un atoma kodola rezonanses frekvencēm. Tā, piemēram, ja $E_\gamma = 0,001 \div 0,1 \text{ MeV}$, $\sigma_f \sim Z^2$ un, ja $E_\gamma = 0,1 \div 0,5 \text{ MeV}$, $\sigma_f \sim Z^4$. Šajos γ kvantu enerģijas intervālos γ stari pavājinās galvenokārt fotofekta dēļ elektronu čaulās. Ja $E_\gamma = 0,5 \div 2,0 \text{ MeV}$, tad σ_f ir ļoti mazs, jo atomu K, L čaulu elektroni pie šīm enerģijām ir aptuveni uzskatāmi par brīviem elektroniem, kas fotofektu neveido. Ja $E_\gamma \approx 20 \text{ MeV}$, tad γ stari izraisa atoma kodolā *selektīvu fotofektu*, tāpēc σ_f atkarībā no γ staru enerģijas mainās ļoti sarežģītā veidā, tam ir daudzi maksimumi.

5. Cietiem γ stariem ejot caur vielu, rodas **elektrona-positrona pāri** (38-10. zīm.). To 1932. gadā atklāja Andersons, novērojot Vilsona kamerā kosmisko staru absorbciju svinā. **Positrons** ir elementārdaļiņa, kura masa, mehāniskais moments, magnētiskais moments un elektriskais lādiņš ir tikpat lieli kā elektronam, tikai lādiņš ir pozitīvs. Tāpēc magnētiskajā laukā elektrons un pozitrons noliecas pretējos virzienos. Elektrona-positrona pāra rašanās ir iespējama



38-10. zīm.

tikai tad, ja γ kvanta enerģija ir vienāda vai lielāka par abu daļiņu miera masām m_0 atbilstošo enerģiju: $E_\gamma = h\nu \geq 2m_0c^2 = 1,022 \text{ MeV}$. Šī procesa enerģijas nezūdamības likums ir

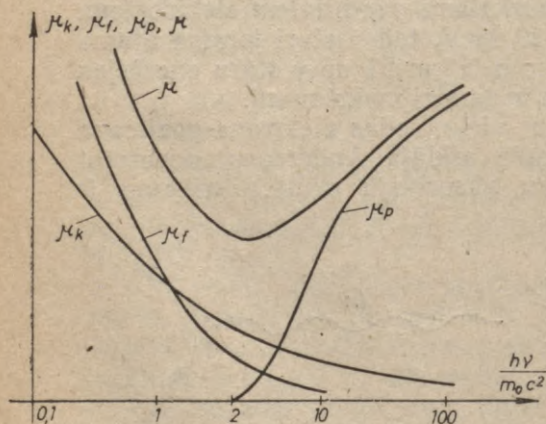
$$h\nu = 2m_0c^2 + E_{ke} + E_{kp}, \quad (38-14)$$

kur E_{ke} un E_{kp} ir elektrona un pozitrona kinētiskās enerģijas. Pāra veidošanās norisē (38-10. zīm.) ir jāizpildās arī kustības daudzuma un kustības daudzuma momenta nezūdamības likumiem: kvanta kustības daudzumam jābūt vienādām ar elektrona, pozitrona un daļiņas (ar kuru γ kvants, pāri veidojot, saduras) kopējo kustības daudzumu un γ kvanta spinam \hbar jābūt vienādam ar elektrona spina $\hbar/2$ un pozitrona spina $\hbar/2$ summā. No tā izriet, ka abu daļiņu spiniem jābūt paralēliem.

Pozitrons vielā pēc apmēram 10^{-6} s apvienojas ar elektronu, rezultātā rodas divi γ kvanti. Tā ir pozitrona un elektrona anihilācija. Tomēr šajā īsajā laikā pozitrona-elektrona pāris paspēj izveidot H atomam līdzīgu sistēmu — pozitroniju, kas no H atoma atšķiras ar to, ka protona vietā ir pozitrons. Pozitronija emitētais spektrs ir līdzīgs H atoma spektram. Elektronu un pozitronu veidošanos un anihilāciju daži kapitālistisko valstu zinātnieki izmanto, apgalvojot, ka šajās pārvērtībās matērija rodas un izzūd. Tomēr tas nav pareizi, jo ne enerģija, ne arī masa šajos procesos nemainās [sk. izt. (38-14)]. Matērija šeit tikai pāriet no vienas kustības formas citā.

6. 38-11. zīmējumā attēlota pavājināšanās koeficientu μ_f , μ_K , μ_p un μ atkarība no γ kvantu enerģijas $E_\gamma = h\nu$. Šajā attēlā redzam, ka, kvantu enerģijai augot, μ_f un μ_K dilst, bet μ_p aug. Visos aplūkotajos γ staru pavājināšanās veidos γ stari rada elektronus. To izraisītā kopējā ipatnējā jonizācija, t. i., jonu skaits uz ceļa garuma vienību, aptuveni ir 100 reīžu mazāka nekā β stariem (jo γ kvanti lido garus ceļa posmus pa vielu brīvi, nesamazinot savu enerģiju) un 10^4 reīžu mazāka nekā α stariem, ja šo staru enerģijas ir vienādas. Tas izpaužas arī šo staru caurspiedībā.

7. Rentgenstaru vai radioaktīva preparāta γ starojuma intensitāti raksturo apstārojumā doza (eksponēcijas doza) D , kuru nosaka ar γ starojuma radīto pozitīvo jonu kopējo lādiņu gaisā, masas vienībā: $D = Q/m$, kur Q ir pozitīvo jonu lādiņš un m sausa gaisa masa. SI sistēmā apstārojumā dozas mērvienība ir



38-11. zīm.

1 C/kg. Tā ir tāda apstarojuma doza, kura 1 kilogramā sausa gaisa rada 1 C lielu pozitīvo jonu lādiņu. Ārpussistēmu apstarojuma dozas mērvienība rentgens (R) ir doza, kas 1 kubikcentimetrā gaisa ($1,293 \cdot 10^{-3}$ g) rada 1 CGSE l. v. $= 3,33 \cdot 10^{-10}$ C lielus kā «+», tā «-» lādiņus. $1 R = 2,58 \cdot 10^{-4}$ C/kg.

Apstarojuma dozas jauda ir apstarojuma doza laika t vienībā: $P = D/t$. Tās mērvienība SI sistēmā ir 1 C/(kg·s). Tā ir tāda apstarojuma jauda, pie kuras 1 kg liela gaisa masa normālos apstākļos 1 sekundē saņem 1 C/kg lielu apstarojuma dozu. Ārpussistēmu apstarojuma dozas jaudas vienība ir **rentgens sekundē** (R/s). $1 R/s = 2,58 \cdot 10^{-4}$ C/kg·s. γ staru intensitāti $I = \Phi/S$, kur Φ — γ staru plūsma, S — laukums, ar apstarojuma dozas jaudu P saista sakarība $P = \eta I$. Šeit η ir no ģeometriskiem faktoriem atkarīgs koeficients.

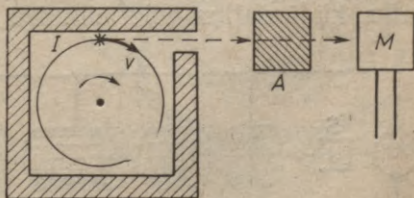
8. Rentgenstaru, γ , β un α staru **absorbētā doza** ir vienā masas m vienībā absorbētā staru enerģija $D_a = E/m$, kur E — absorbētā staru enerģija. Absorbētās dozas mērvienība SI sistēmā ir J/kg. 1 J/kg ir tāda rentgenstaru, γ , β vai α staru absorbētā doza, pie kuras 1 kilogramā vielas absorbējas 1 J enerģijas.

Piezīmēsim, ka smago daļiņu (neitronu, α daļiņu) staru *jonizācijas blīvums*, t. i., jonu pāru skaits ceļa garuma vienībā, ir ievērojami lielāks nekā γ un β stariem, tāpēc arī to bioloģiskais efekts ir lielāks.

Absorbētās dozas jauda ir $\frac{E}{m \cdot t}$. To SI sistēmā mēra W/kg.

Lai pilnīgi aizsargātos no α stariem, pietiek ar visplānāko metāla kārtiņu. No β stariem pilnīgi pasargā 1 mm Pb vai 5 mm Al slānis, bet no γ stariem pilnīgi nepasargā pat 10 cm bieza Pb kārtā.

9. **Mesbauera efekts** ir viena kodola izstarotā γ kvanta rezonanses absorbcija citā tādā pašā kodolā. Tā ir pilnīgi analoga optiskajai rezonanses absorbcijai, piemēram, Na tvaika spuldzes izstarotās gaismas ar viļņa garumu $\lambda = 589$ nm ļoti stiprai absorbcijai Na tvaikā. Ar γ stariem šo parādību novērot ir grūtāk, jo kodols, kas izstaro γ kvantu, parasti iegūst atgrūdienu, tāpēc izstarotā γ kvanta frekvence Doplera efekta dēļ pamazinās un tā vairs nav vienāda ar rezonanses absorbcijas frekvenci kādam citam tās pašas vielas mierā stāvošam kodolam. Ja atbilstošs γ spektra līnijas Doplera platumu Γ_D , ko rada atomu siltumkustība, ir tik liels, ka tas pārklāj minēto frekvences Doplera nobīdi, tad atsevišķi kodoli var rezonēt, bet to būtu ļoti grūti novērot. Tikai ņemot γ starotāju I un absorbētāju A (38-12. zīm.) ar ļoti mazu dabisko γ līnijas platumu Γ (pie-



38-12. zīm.

mēram, Ir^{191} , Fe^{57} $\Gamma = 6 \cdot 10^{-9}$ eV) cietā agregātstāvoklī (kad γ kvanta atgrūdienu neuztver viens atoms, bet viss kristāla režģis un tāpēc tas ir neievērojami mazs) un pie zemas temperatūras (kad arī siltumkustības Doplera platums Γ_D ir neievērojami mazs), būs iegūts stāvoklis, kurā kā starotāja, tā absorbētāja atomu vairumam izstaroto γ kvantu frekvence ir vienāda ar rezonanses absorbcijas frekvenci un būs novērojama kodola rezonanses absorbcija. Pie tam šī rezonanse ir tik asa, ka, mainot starotāja I un absorbētāja A savstarpējo ātrumu v par 0,1 mm/s, starojuma mērītājs M reģistrē absorbcijas maksimumu pāreju absorbcijas minimumos. Pēc tiem var spriest kā par γ līnijas, t. i., kodola enerģijas līmeņu struktūru, tā arī par cietās vielas atomu svārstību spektra struktūru. Mesbauera efektu plaši izmanto. Tā, piemēram, pēc tā noteica γ kvanta enerģijas relatīvo maiņu $\mp \frac{h\Delta\nu}{h\nu} = \mp \frac{m_h g h'}{h\nu} = \mp \frac{(h\nu/c^2) \cdot g h'}{h\nu} = \mp \frac{g h'}{c^2} = \mp 10^{-16} h'$, γ kvantam Zemes gravitācijas laukā noejot augšup vai lejup augstumu h' ($m_h = h\nu/c^2$ — γ kvanta masa). Rezultāts pilnīgi saskan ar vispārīgo relativitātes teoriju.

Piemērs. Kādam jābūt Pb konteinera sienu biezumam, lai tajā ievietotā radioaktīvā ${}_{27}\text{Co}^{60}$ preparāta γ staru intensitāte samazinātos 10^4 reizi. ${}_{27}\text{Co}^{60}$ γ staru pavājināšanās koeficients svīnā $\mu = 0,53 \text{ cm}^{-1}$.

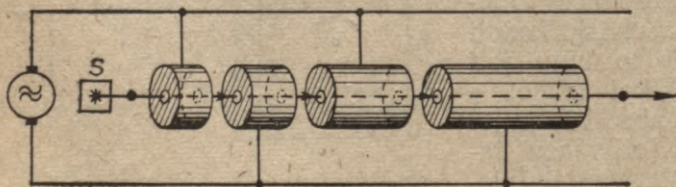
No izteiksmes (36-31) dabūjam, ka

$$x = \frac{1}{\mu} \ln \frac{I_0}{I} = \frac{1}{0,53 \text{ cm}^{-1}} \cdot \ln 10^4 = 16 \text{ cm.}$$

7. §. DAĻIŅU PAĀTRINĀTĀJI

Dabiskie radioaktīvie preparāti dod vājas α daļiņu un elektronu plūsmas. Lai atoma kodola pētīšanas vajadzībām iegūtu daudz intensīvākus α un arī citu daļiņu staru kūļus, ar 1928. gadu sāka būvēt dažādas ātru daļiņu iegūšanas iekārtas. Dažas no šīm iekārtām ir tik grandiozas, ka atgādina lielu rūpnīcu.

1. **Lineārajā paātrinātājā** (38-13. zīm.) daļiņu impulss, nākot no avota S un ejot cauri pieaugoša garuma cilindru virknei, tiek pakāpeniski paātrināts pārejās no viena cilindra uz citu. Cilindros elektriskā lauka intensitāte ir nulle. Cilindru garums, daļiņas ātrums un paātrinošā elektriskā lauka frekvence ir tā saskaņoti, ka laiks, kādā daļiņa noiež cilindru garumus, ir vienāds ar paātrinošā

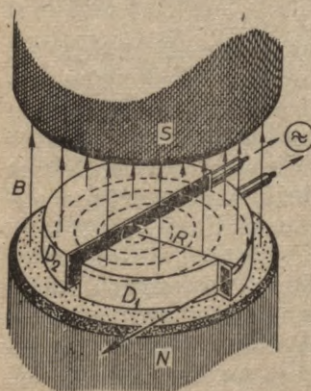


38-13. zīm.

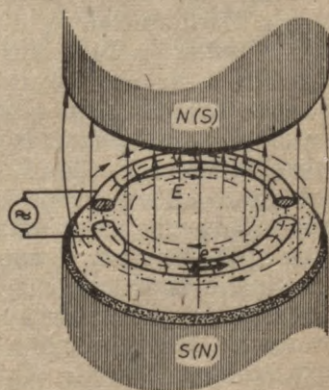
elektriskā lauka periodu. Tad lauka vērsums, daļiņu impulsam ejot caur cilindru spraugām, vienmēr ir paātrināošs.

2. Cita tipa paātrinātājs ir **ciklotrons** (38-14. zīm.). Šajā ierīcē lādētas daļiņas, piemēram, protoni, deitoni, α daļiņas, nākdamas no jonu avota, kustas pa spirāli homogēnā, daļiņu kustībai perpendikulārā magnētiskajā laukā B . Daļiņas paātrina duantiem D_1 un D_2 pieliktais periodiskais elektriskais maiņspriegums, kuru ražo lieljaudas augstfrekvences ģenerators. Lauks duantu spraugā vienmēr ir paātrināošs tām daļiņām, kuru riņķošanas frekvence pa spirāli (sk. 19. nod. 8. §) $v = \frac{eB}{2\pi m}$ ir vienāda ar ģenerēto maiņsprieguma frekvenci, kas apmēram ir 10^7 Hz. Paātrinātās daļiņas, ceļa beigās nonākot pie homogēnā magnētiskā lauka «malas», kur nehomogēnais lauks arī koncentrē staru kūli, iziet no lauka. Ievērojot izteiksmi (19-52), daļiņu enerģijas ciklotronā ir $E_h = \frac{mv^2}{2} = \frac{(RBe)^2}{2m}$ (R — daļiņas trajektorijas maksimālais rādiuss, m — daļiņas masa un e — tās lādiņš). Ciklotronos daļiņas pa spirāli veic $\approx 10^3$ ciklus, izejošā daļiņu kūlī 1 sekundē ir 10^7 daļiņu impulsi un katrā impulsā ir aptuveni 10^8 daļiņas. Tas nozīmē, ka protonu kūļa vidējais strāvas stiprums $I = 10^7 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ A} \approx 0,16 \text{ mA}$. Ciklotronā var iegūt protonus ar 10 MeV, deitonus ar 20 MeV un α daļiņas ar 40 MeV enerģiju.

3. **Betatrons** ir ierīce, kas paātrina elektronus cirkulārā elektriskajā laukā, ko rada periodiski *mainīgs* magnētiskais lauks B . Šajā laukā saskaņā ar elektromagnētiskās indukcijas likumu noslēgtā ceļā l uz elektroniem darbojas elektrodzinējspēks $\mathcal{E} = \oint E dl = -d\Phi/dt$ ($\mathcal{E} \approx 100 \text{ V}$). Ja tajā pašā laikā uz elektroniem bez mainīgā magnētiskā lauka darbojas arī šim laukam paralēls *konstants* magnētiskais lauks, tad, īpaši salāgojot šo triju lauku kopējo darbību, elektroni kustas pa noteiktu riņķa līniju. Elektriskā maiņsprieguma ceturtdaļperioda laikā elektroni, kustoties toroidālā vakuuma kamerā pa elektriskā lauka E līnijām, veic aptuveni



38-14. zīm.



38-15. zīm.

10^6 apļus (38-15. zīm.). Lai vēl vairāk palielinātu elektronu enerģiju, toroidālo vakuuma kameru saskalda divās daļās un brīdī, kad izbeidzas inducētā elektriskā lauka darbība, kurā elektrons ir ieguvis ātrumu $v \approx c$, starp kameras abām pusēm pieliek vēl kāda augstfrekvences ģenerators maiņspriegumu. Tas gan palielina tikai elektrona masu, jo tā ātrumu, kas jau ir tuvs gaismas ātrumam c , praktiski vairs palielināt nevar. Betatronā iegūst elektronus ar enerģiju līdz 500 MeV enerģijai. Lielāku enerģiju nevar sasniegt tādēļ, ka, pieaugot enerģijai, strauji palielinās riņķojošā elektrona elektromagnētiskais izstarojums, kura frekvence elektrona trajektorijas pieskares virzienā ir starojuma redzamajā daļā un tas ir tieši redzams. Sakarā ar to betatrona elektronus sauc par «spidošiem». Šo parādību vispirms teorētiski paredzēja padomju zinātnieki Ivanenko un Pomerančuks 1944. gadā.

4. **Fazotrons, sinhrotrons un sinhrofazotrons.** Pēc izteiksmes (19-52) homogēnā magnētiskajā laukā lādētas daļiņas riņķošanas periods $T = 2\pi/\omega = 2\pi m/Be$, kā redzam, ir atkarīgs no daļiņas masas m , magnētiskā lauka indukcijas B un daļiņas lādiņa e , bet nav atkarīgs no daļiņas ātruma v , ja $v \ll c$. Turpretim, daļiņas ātrumam pieaugot un tuvojoties gaismas ātrumam, saskaņā ar relativitātes teoriju daļiņas masa un tātad arī riņķošanas periods T palielinās. Šī iemesla dēļ ātrās daļiņas ciklotrona duantu šķēlumā pienāk ar nokavēšanos un tās vairs nevar izmantot šķēluma elektriskā lauka paātrinājošo fāzi un nevar paātrināties.

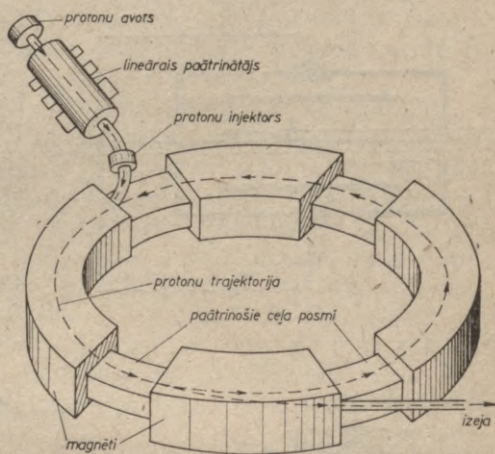
Padomju zinātnieks akadēmiķis Vekslers 1944. gadā un amerikāņu fiziķis Makmilans 1945. gadā parādīja, ka ciklotronā daļiņu riņķošanas kustību un paātrinājošo maiņspriegumu var sinhronizēt, ja vienlaikus ar daļiņas kustību pa spirāli maina paātrinājošo sprieguma frekvenci. Šajā gadījumā visā kustības spirālē ir tikai viens daļiņu impulss. Iekārtu ar šādu paātrināšanas principu sauc par **fazotronu**.

Tādu iekārtu, kurā, daļiņu impulsam ar pieaugošu ātrumu kustoties pa *pastāvīgu* riņķveida trajektoriju, frekvenci nemaina, bet palielina tikai magnētiskā lauka intensitāti, sauc par **sinhrotronu**. To lieto elektronu paātrināšanai līdz 6 GeV.

Gadījumā, ja šādā kustībā vienlaikus ar frekvenci maina arī magnētiskā lauka indukciju, paātrinātāju sauc par **sinhrofazotronu**. To lieto ātru protonu (visbiežāk), deitonu, α daļiņu un citu ātru smago daļiņu iegūšanai. Sinhrofazotronā protoni kustas riņķveida kamerā (38-16. zīm.), kurā ir liels retinājums. Pirms protonu ievadišanas šajā kamerā, tos līdz dažu MeV enerģijai paātrina kāds cits paātrinātājs. Riņķveida kamerā lidojošo protonu staru kūli liec nevis kompakta magnēta kā ciklotronā, bet magnētu riņķveida virknes magnētiskais lauks. Protonus kameru starptelpās paātrina augstfrekvences elektriskais lauks. Augot protonu ātrumam, tiek palielināta arī magnētu riņķveida virknes magnētiskā lauka intensitāte. Apvienotajā kodolpētījumu institūtā Dubnā sinhrofazotrona magnēta svars ir 36 000 t, protonu ceļa rādiuss

28 m, protonu riņķojumu skaits tajā ir $4,5 \cdot 10^6$, kuri ilgst 3,3 s. Viss ceļa garums ir 10^5 km, kas 2,5 reizes pārsniedz attālumu no Zemes līdz Mēnesim. Protoni izejā pienāk ar apmēram 10^4 MeV enerģiju. Šāda protonu enerģija pārsniedz robeženerģiju $4,4 \cdot 10^3$ MeV, pie kuras protoni, saduroties ar atomu kodoliem, spēj radīt protonu-anti-protonu pārus. Laižot šos antiprotonus liela scintilācijas skaitītāja tvertnē, kas pildīta ar toluolu, antiprotoni pārvēršas par anti-neitroniem (sk. šis nod. 14. §). Par antineitronu klātbūtni spriež pēc radiācijas, ko tie rada, anihilējoties ar kodola neitroniem.

1967. gadā Serpuhovā pie Maskavas sāka darboties pašreiz lielākais pasaulē protonu paātrināšanas sinhrofazotrons. Tā riņķveida magnētu virknes garums ir $\approx 1,5$ km, katra magnēta masa 200 t. Daļiņu impulsā ir 10^{12} daļiņas un to maksimālā enerģija 76 GeV. Viens no šī paātrinātāja uzdevumiem ir atklāt teorētiski paredzētas daļiņas — kvarkus. 1971. gadā ar to tika atklāts *antihēlijs* (${}^2\text{He}^3$).



38-16. zīm.

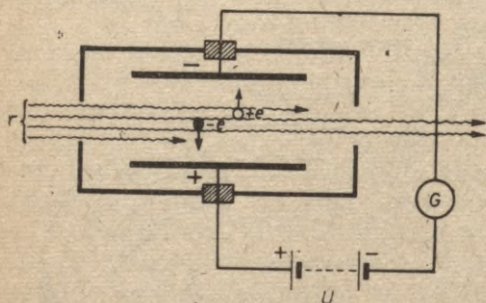
8. §. ĀTRU DAĻIŅU REĢISTRĒŠANAS METODES

1. **Spintariskops** ir mikroskops, kura redzes laukā atrodas ar cinka sulfīdu pārklāta virsma. α daļiņām vai citām spēcīgi jonizējošām daļiņām krītot uz šo virsmu, tās kritiena vietās izraisa iemirdzēšanos. Saskaitot šīs — t. s. scintilācijas, var noteikt daļiņu starojuma intensitāti.

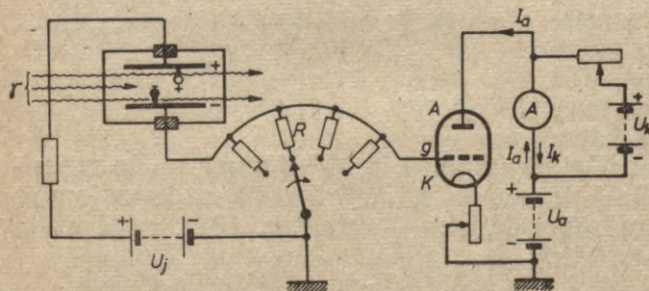
2. **Jonizācijas kamera** parasti ir slēgts ar gaisu vai arī jonizācijas palielināšanai ar kādu smagu gāzi, piemēram, jodu, pildīts trauks, kurā atrodas divi no trauka izolēti elektrodi. Ja mērāmais starojums ir intensīvs, tad elektrodiem pieliek konstantu līdzspriegumu, bet, mērot mazas stromu intensitātes, pēc elektrodu uzlādēšanas tos no sprieguma avota atvieno. Pirmajā gadījumā starojuma intensitāti nosaka ar tā radīto jonu sātstrāvas stiprumu, ko mēra jutīgs galvanometrs (38-17. zīm.), bet otrajā gadījumā — ar uzlādēto elektrodu sprieguma samazināšanos, ko mēra elektrometrs, atkarībā no laika. Jonizācijas kameru lieto arī impulsu režīmā, skaitot atsevišķo daļiņu izraisītos jonizācijas

strāvas impulsus. Parasti jonizācijas kameru izmanto *intensīvu* daļiņu plūsmu mērīšanai.

38-18. zīmējumā attēlota jonizācijas kameras pielietošana rentgenstaru un γ staru dozimetrā. Ja γ staru nav, tad praktiski caur jonizācijas kameru, kuras elektrodiem pieslēgts spriegums U_j , strāva neplūst un triodes anodstrāvu I_a kompensē baterijas U_h strāva I_h . Apstarojot jonizācijas kameru ar γ stariem, caur to plūst strāva, kura triodes tīkliņa pretestībā R rada potenciāla kritumu, kas maina tīkliņa g spriegumu. Tā rezultātā anodķēdē rodas anodstrāva I_a , kuru izmērot ar milirentgenos stundā (mR/h) graduētu miliampērmetru A tieši nosaka γ staru dozu.



38-17. zīm.



38-18. zīm.

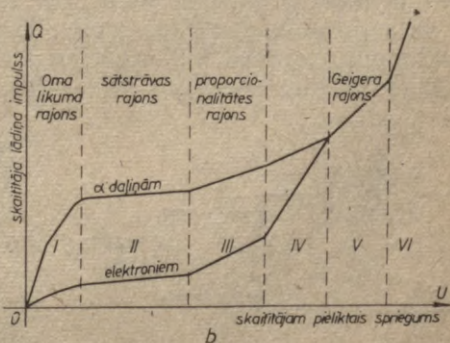
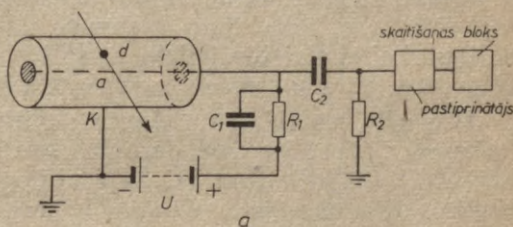
3. **Vilsona kamera.** Ātras daļiņas, kustoties pārsātinātā tvaikā, izveido savā ceļā jonus, ap kuriem sākas pārsātinātā tvaika spēja kondensācija. Kameru apgaismojot, radušās šķidrums pilienu virknes izklidē gaismu un daļiņu ceļus var redzēt un nofotografēt. α daļiņas, protoni, deitoni atstāj savā ceļā nepārtrauktas, platas svītras, bet elektroni — tievas, ar pārtraukumiem. Pārsātināts tvaiks kamerā rodas, tās tilpumam strauji palielinoties. Parasti ātrā daļiņa iet cauri ne vien Vilsona kamerai, bet arī Geigera skaitītājam, kura strāvas impulss iedarbina ierīci, kas strauji palielina kameras tilpumu un ieslēdz kinoaparātu. Tas nepieciešams tāpēc, lai uzņēmumus varētu izdarīt tieši tajā brīdī, kad cauri kamerai tikko izgājusi daļiņa, jo kamerā ir pārsātināts tvaiks tikai kameras ekspansijas brīdī. Ar Vilsona kameru var iegūt 3 uzņēmumus minūtē. Padomju fiziķis Skobelcins 1927. gadā, novietojot Vilsona kameru magnētiskajā laukā, pēc daļiņas ceļa liekuma aprēķināja tās lādiņu, masu, ātrumu, enerģiju un citus lielumus.

4. **Pūslišu kameru** 1952. gadā izveidoja Glēzers (ASV). Strauji samazinot pārkarsēta šķidrums spiedienu un šajā brīdī iešaujot

tajā ātru, lādētu daļiņu, tās radīto jonu vietās attīstās tvaika pūslīši. Apgaismojot šķidrumu, šo pūslīšu virknes izkļiedē gaismu un daļiņu ceļi šķidrumā ir redzami kā asas, gaišas svītras. Pūslīšu kamerā par šķidrumu izmanto ēteri, spirtu, propānu un ūdeņradi. Šajā kamerā var iegūt visu ļoti ātras daļiņas ceļu. Pūslīšu kamera ātri sagatavojas jaunās daļiņas registrēšanai, tāpēc ar to var izdarīt līdz 10 000 uzņēmumu dienā. Pēdējā laikā ir izveidota arī dzirksteļkamera, kurā daļiņas ceļu parāda pa to tūlīt notiekoša dzirksteļizlāde.

5. **Fotoemulsijas metode.** Daļiņas iedarbojas uz emulsiju tāpat kā gaisma, tāpēc fotoplatē vai daudzu fotoemulsijas slāņu veidotajā blokā pēc attīstīšanas ir redzami daļiņas ceļi un sadursmes tāpat kā Vilsona kamerā. Fotoemulsijas slāņa biezumu izvēlas no 0,1 mm līdz 1 mm (parastajām fotoplatēm tas ir dažas simtdaļas milimetra). Ļoti ātru daļiņu novērošanai lieto emulsijas slāņu blokus ar tilpumu, piemēram, $1,5 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$ un svaru 50 kgf. Tā kā emulsijas blīvums ir apmēram $3 \cdot 10^3$ reizi lielāks nekā gaisam, tad emulsijas slāņos bieži ir redzams viss ļoti ātras daļiņas ceļš. Tā, piemēram, α daļiņa ar enerģiju 10^7 MeV , kurai gaisā noskrējieni ir 10 cm, emulsijā noiet tikai 0,001 mm. Ceļu uzņēmumus aplūko ar mikroskopu.

6. **Geigera skaitītājs un proporcionālais skaitītājs.** Rezerforda un Geigera no 1908. gada līdz 1913. gadam izveidotais skaitītājs (38-19. zīm. a) sastāv no cilindriskā (Cu, Al, Fe) katoda K , kuram vidū izolēti iestiprināta tieva ($d=0,02 \div 0,03 \text{ mm}$) un ļoti gluda metāliska stieplīte — anods a . Starp cilindru un stieplīti pielikts spriegums $U=300 \div 2500 \text{ V}$. Ātra lādēta daļiņa d savā ceļā pa cilindra retināto, gāzi rada primāros elektronus un jonus, kuri, triecienjonizācijas procesos daudzkārt pavairojoties, izraisa veselu elektronu un jonu lāvinu. Geigera skaitītājs darbojas patstāvīgās pārtrauktās gāzu izlādes jeb t. s. Geigera rajonā V (38-19. zīm. b). Šajā gāzu izlādes rajonā, kuru galvenokārt nosaka skaitītāja spriegums, izlāde norisinās īslaicīgiem un ātri nodziestošiem dzirksteļveida vai koronveida strāvas impulsiem $Q=I\Delta t$. Tie izraisa skaitītāja pretestībā R_1 sprieguma impulsus $\Delta U \approx 10^{-3} \text{ V}$ ar ilgumu



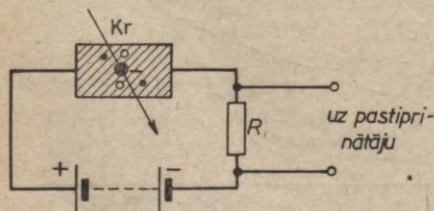
38-19. zīm.

$\Delta t \approx 10^{-4}$ s, kurus pēc pastiprināšanas reģistrē skaļrunis vai kāda impulsa skaitīšanas ierīce. Kondensators C_1 regulē impulsa ilgumu, bet C_2 atdala skaitītāja barošanas līdzspriegumu no pastiprinātāja. Tā kā minētajā gāzu izlādes rajonā jonizācijas strāvas impulsa Q lielums ($10^9 \div 10^{10}$ jonu pāri) nav atkarīgs no skaitītājā primāri radušos jonu un elektronu pāru skaita, tad skaitītājs reģistrē neatkarīgi no daļiņas enerģijas visas skaitītāja cilindriskajā telpā ienākošās jonizējošās daļiņas.

Vēlāk Geigers un Millers 1928. gadā atklāja, ka skaitītāja pildījums ar argonu ($p \approx 90$ mm Hg) un alkohola tvaikiem ($p \approx 10$ mm Hg) ātri noslāpē gāzu izlādes impulsu, jo alkohols absorbē radušos fotonus un arī neļauj attīstīties blakus lavīnu virknēm — strīmeriem (sk. 18. nod. 6. §). Šis apstāklis dod iespēju skaitītājam apmēram 10^{-4} s laikā sagatavoties jaunas daļiņas reģistrēšanai. Skaitot α daļiņas, lieto skaitītājus ar ļoti plānām sienām, bet, reģistrējot γ kvantus un neitronus, kuri maz absorbējas skaitītāja gāzē, pirms skaitītāja vai pašā skaitītājā novieto plānas metāla (ja skaita γ kvantus) vai ūdeņradi saturošas (ja skaita neitronus) plāksnītes. Skaitītājs tad reģistrē γ kvantu radītos sekundāros Komptona elektronus vai neitronu un protonu sadursmēs pātrinātos protonus.

Divus vai vairākus skaitītājus var slēgt t. s. sakrišanas slēgumā, kurā skaitītāji skaita tikai tās daļiņas, kas iet vienlaikus caur visiem skaitītājiem. Ar sakrišanā slēgtiem skaitītājiem var noteikt vienas daļiņas vai atsevišķu tipu daļiņu izturēšanos (ceļu, reakcijas) jauktā daļiņu kūlī. Sakārtojot citu pie cita daudzus uz sakrišanu slēgtus garus cilindriskus skaitītājus, dabū t. s. skaitītāju-teleskopu, kuru lieto kosmisko daļiņu pētīšanā u. c. α un β daļiņu skaitīšanai bieži lieto ar ļoti plānu lodziņu nosegtu zvanveida, t. s. gala skaitītāju, kuram vidū ir nevis stieplīte, bet asums.

Pēc uzbūves līdzīgs Geigera skaitītājam ir proporcionālais skaitītājs, kas darbojas gāzu izlādes *proporcionalitātes rajonā* III (38-19. zīm. b). Sajā sprieguma rajonā lineāri pastiprinātais strāvas impulss $Q = I\Delta t$ ir proporcionāls reģistrējamās daļiņas primāri radītajam jonu skaitam, kas katram daļiņu veidam un katrai daļiņu enerģijai ir cits. Tāpēc ar šo skaitītāju var skaitīt jauktu daļiņu staru kūlī ne vien atsevišķu veidu daļiņas, bet arī daļiņas dažādos enerģijas intervālos.



38-20. zīm.

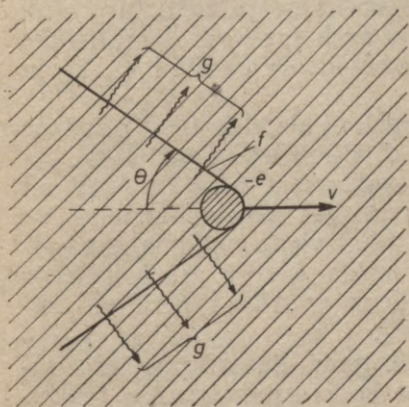
7. Kristālais un scintilāciju skaitītājs. Kristālais skaitītājā (38-20. zīm.) ātras lādētas daļiņas, ejot cauri, piemēram, dimanta, CdS, AgCl kristālam Kr, atbrīvo daudzus elektronus, kuri kristālam pieliktā dažus kV/cm stiprā elektriskā lauka ietekmē izraisa

kristālā un pretestībā R nelielus, īslaicīgus elektriskās strāvas impulsus. Tos pastiprina un pēc tam pievada kādai skaitīšanas ierīcei.

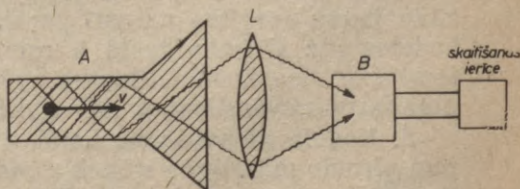
Pēdējā laikā lielās jutības dēļ visbiežāk lieto t. s. scintilācijas skaitītāju. Tā galvenās sastāvdaļas ir fotoelektronu daudzkārstotājs (sk. 33-3. zīm. a) un nātrija jodīda, antracēna vai citas vielas luminiscējošs kristāls, kas novietots pie fotoelektronu daudzkārstotāja ieejas. Bieži kristālu aizstāj ar dzidriem plastmasas ķermeņiem vai plāksnītēm, kas aktivizētas ar luminiscējošām vielām. Ja uz šīm vielām krīt ātras daļiņas, tad tās izstaro īslaicīgus, ar aci neredzamus gaismas impulsus, kuri savukārt izraisa īslaicīgus strāvas impulsus fotoelektronu daudzkārstotājā. Tos pēc tam pastiprina, ar t. s. *diskriminatoru* sadala pēc lielumiem un saskaita. Pēc iegūto strāvas impulsu lielumiem, un skaitiem var spriest par daļiņu dabu, enerģiju un citiem lielumiem.

8. Čerenkova skaitītājs. 1934. gadā padomju fiziķis Čerenkovs, strādādams akadēmiķa Vavilova vadībā, atklāja, ka, apstarojot vielu ar β un γ stariem, tā emitē vāju, polarizētu redzamo gaismu. Šo parādību nosauca par Čerenkova efektu. Parādības būtību izskaidrot izdevās tikai trīs gadus vēlāk padomju zinātniekiem Tammam un Frankam. Viņi pierādīja, ka šo gaismu β staru elektroni vai γ staru radītie fotoelektroni un Komptona elektroni izstaro tāpēc, ka to kustības ātrums v ir lielāks par gaismas ātrumu vielā c/n (38-21. zīm.). Efekta fizikālā būtība ir šāda. Ja elektrona ātrums $v > c/n$, tad elektrons, līdzīgi kā ķermenis, kas kustas vidē ar lielāku ātrumu nekā skaņa, rada elektromagnētisku triecienvilni g ar konusveida viļņu fronti f . Elektrona kustības virziens un viļņu fronte veido leņķi $\Theta = \frac{c}{nv}$. Tāpat kā citos gadījumos, arī šī viļņa g enerģija izotropā vidē izplatās viļņa frontes normāles virzienā. Tā kā izraisītā triecienviļņa frekvence ir spektra

redzamajā daļā, tad, raugoties pretim frontes normāles virzienam, acs uztver gaismu. Čerenkova efektu kā plašus gaismas impulsus, kas aizņem līdz 10 km^2 laukumu, novēro arī atmosfērā, veidojoties kosmisko staru elektronu šaltīm (daudziem



38-21. zīm.



38-22. zīm.

vienas primārās daļiņas radītiem elektroniem). To novēro arī atomreaktoru ūdens bāseinā.

Čerenkova skaitītājs (38-22. zīm.) sastāv no rotācijas simetriska dzidra mākslīgo sveķu ķermeņa A (vai arī trauka ar šķidrumu vai gāzi) un lēcas L , kas koncentrē Čerenkova radiāciju uz fotoelektronu daudzķāršotāja B ieeju. Čerenkova skaitītāja cita citai sekojošu daļiņu atšķiršanas spēja ir ļoti liela. Izmērot leņķi Θ , var noteikt arī daļiņas ātrumu, resp., enerģiju.

9. §. ATOMU KODOLU PĀRVĒRŠANĀS

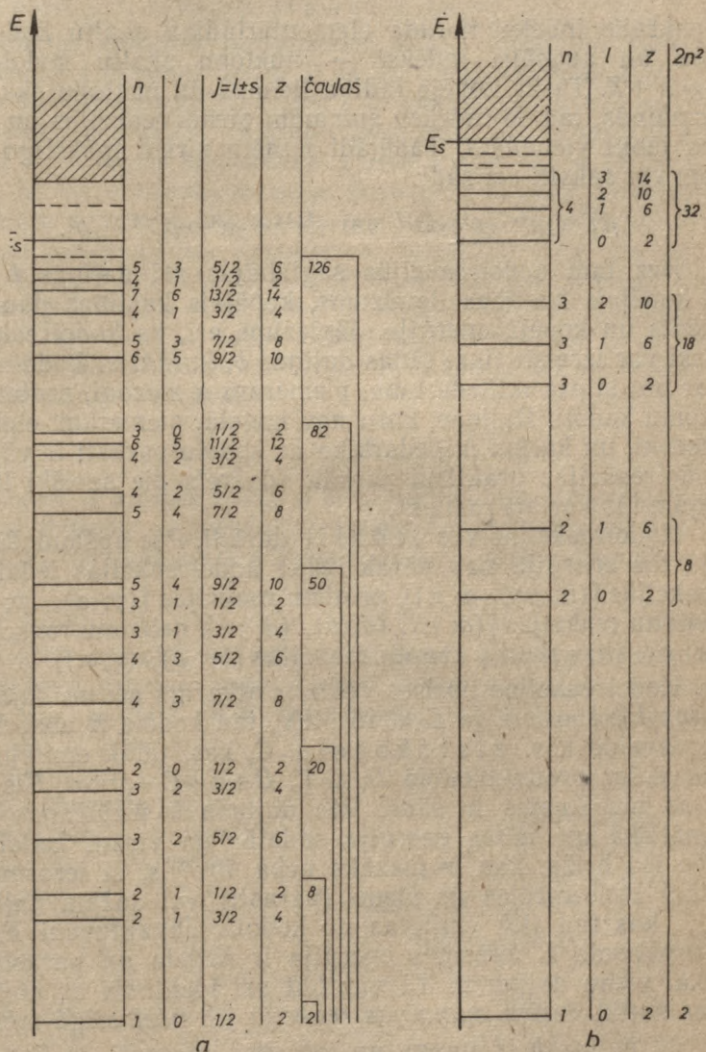
1. **Atoma kodola enerģijas stāvokļi.** Lai izprastu atomu kodolu ierosmi un pārvēršanos, jāzina, kādi ir kodola enerģijas stāvokļi. Visi atoma kodola pārvēršanās novērojumi liecina, ka gan nuklonu *aizņemtie*, gan arī *neaizņemtie saistītie* enerģijas stāvokļi (t. i., tie stāvokļi, kuros atrazdamies nuklons ir saistīts pie kodola) pat virs saites enerģijas E_s ir diskrēti (atsevišķi, noteikti). Šos enerģijas E stāvokļus labi apraksta *kodola čaulu modelis*, pēc kura tiklab protoni, kā neitroni, kustēdamies kodolā, līdzīgi kā atomā elektroni, veido čaulas (38-23. zīm. a). Nuklona enerģijas stāvokli (tajā pēc Pauli principa ir z protoni vai z neitroni) kodolā nosaka *galvenais kvantu skaitlis n , blakus kvantu skaitlis l , spina kvantu skaitlis $s=1/2$ un iekšējais kvantu skaitlis $j=l\pm s$* . Kodola čaulu struktūra izpaužas tajā apstākļi, ka enerģijas līmeņu sadalījums nav vienmērīgs, bet pēc 2, 8, 20, 50, 82 un 126 (t. s. «magiskie skaitļi») neitroniem vai protoniem izveidojas ciešāk saistīta struktūra (piemēram, ${}_{82}\text{Pb}^{208}$ ar 82 protoniem un 126 neitroniem).

Atomus elektronu čaulas, kā zinām, nosaka galvenais kvantu skaitlis n (sk. 36. nod. 5. § un 38-23. zīm. b, kurā attēlota atoma elektronu enerģijas stāvokļu diagramma, elektronu skaits pie katras enerģijas vērtības z un elektronu skaits čaulā $2n^2$), turpretim kodola čaulas, ievērojot, ka uz nuklonu darbojas ievērojami lielāks kodolspēks, ja orbitālais moments un spins ir paralēli (t. i., ja $j=l+s$), nosaka kā n , tā j .

Vieglajos kodolos ($Z \leq 10$), kuru nukloni aizpilda tikai zemākos enerģijas stāvokļus, enerģijas līmeņu attālumi ΔE ir daži MeV, bet smagajos kodolos ($Z > 50$) pēdējiem nukloniem $\Delta E \approx 0,1$ MeV un pat mazāks. Jāpiezīmē, ka kodolu reakcijās vieglos kodolos uz kādu jaunu «orbītu» parasti paceļas tikai viens nuklons, smagos kodolos bez šī individuālā ierosmes veida pastāv arī *kolektīvās ierosmes*: visa kodola tilpuma svārstības ar $\Delta E \approx 1$ MeV vai kodola formas svārstības ar $\Delta E \approx 0,1$ MeV.

2. **Kodola pārvēršanās veidi.** 1919. gadā Rezerforda izdarītajam pirmās mākslīgās slāpekļa atoma kodola pārvēršanas reakcijas atklājumam sekoja citi. Vispirms, apstarojot vielas ar α daļiņām, tika pārvērsti vieglie kodoli, bet vēlāk ar paātrinātajos iegū-

tajām ātrajām daļiņām pārvērta pat vismagākos kodolus. Apzīmēsim ar B pārvēršamo atoma kodolu jeb mērķkodolu, ar b — daļiņu, kodolu vai fotonu, ar kuru apšauda kodolu B un ierosina tā pārvēršanos, ar D, D_1, D_2, \dots — beigu kodolus jeb produktkodolus un ar d, d_1, d_2, \dots — daļiņas vai fotonus,



38-23. zīm.

kas atstāj kodolu. Tad visi dabiskie un mākslīgie atomu kodolu pārvēršanās procesi uzrakstāmi šādā simboliskā veidā:

$$B(b; d, d_1, d_2, \dots)D, D_1, D_2, \dots \quad (38-15)$$

Tā, piemēram, pirmo mākslīgo kodolreakciju, kurā B ir N

(slāpekļa kodols), b — α daļiņa, d — protons, D — O (skābekļa kodols), bet citu daļiņu nav, raksta šādi: $N(\alpha; p)O$. Kodolreakcijas pierakstu (38-15) bieži precīzē, lietojot indeksus un rakstot to šādos veidos

$${}_Z B^{N_1+Z_1}(b; d) {}_Z D^{N_2+Z_2} \text{ vai } {}_Z B^{N_1+Z_1} + b \rightarrow {}_Z D^{N_2+Z_2} + d.$$

Apakšējie indeksi norāda elementārlādiņu skaitu kodolā vai daļiņā un augšējie indeksi — nuklonu skaitu kodolā (daļiņā) $A=N+Z$. Tā kā kopējā lādiņa lielums un nuklonu skaits reakcijā nemainās, tad šo indeksu summām pirms reakcijas un pēc reakcijas jābūt vienādām. Tādējādi minēto pirmo mākslīgo kodolreakciju var rakstīt arī šādi:

$${}_7 N^{14}(2\alpha^4; {}_1 p^1) {}_8 O^{17} \text{ vai } {}_7 N^{14} + 2\alpha^4 \rightarrow {}_8 O^{17} + {}_1 p^1.$$

Bez tam kodolreakcijās saglabājas arī daļiņas b un kodola B kopējais kustības daudzums, kopējais kustības daudzuma moments un kopējā enerģija. Jāpiezīmē arī, ka kodolreakcijas praktiski var izraisīt tikai tādas daļiņas b , kurām ar kodolu nukloniem var būt stipra mijiedarbība, piemēram π mezoni, protoni, neitroni, atomu kodoli. Daļiņas, kuru nav kodolā, piemēram, elektroni un μ mezoni, un kurām mijiedarbība ar kodolu parasti ir vāja, nekādas kodolreakcijas praktiski nerada (dažreiz pie sevišķi lielām enerģijām tās var arī rasties).

Kodolreakcijas var iedalīt dažādi. Pēc apšāudošās daļiņas b (ja tās enerģija nav pārāk liela) kodolreakcijas iedala α daļiņu reakcijās $[(\alpha; p), (\alpha; n)]$, protonu reakcijās $[(p; \alpha), (p; n), (p; \gamma)]$, deitonu reakcijās $[(d; \alpha), (d; p), (d; n)]$, neitronu reakcijās $[(n; \alpha), (n; p), (n; \gamma)]$ un γ kvantu reakcijās $[(\gamma; p), (\gamma; n)]$.

Kodolreakcijas norises veids ir atkarīgs arī no daļiņas b enerģijas E_b . Parasti, ja $E_b \leq 15$ MeV, tad kodols B absorbē daļiņu b un izveido t. s. starpkodolu C , kas, tālāk emitējot daļiņu d , pārvēršas produktkodolā D , t. i., $B+b \rightarrow C \rightarrow D+d$. Šis kodolreakcijas mehānisms ir šāds. Pēc daļiņas b iekļūšanas kodolā tās kinētiskā un saites enerģija sadalās pa visām kodola daļiņām. Pēc īsa brīža, kas ir mazāks nekā 10^{-13} s, šī ierosmes enerģija atkal koncentrējas uz vienu (parasti) vai dažām daļiņām d, d_1, \dots , kas tad tiek emitētas no kodola. Ja aptuveni $E_b \leq 15$ MeV, starpkodola C ierosmes enerģija ir neliela un parasti tas emitē tikai vienu daļiņu d . Tā var būt arī identiska ar daļiņu b , t. i., var notikt daļiņu apmaiņas reakcija jeb neelastīgā izkliede.

Ja daļiņa b ir smaga un ļoti ātra (parasti, ja $E_b > 100$ MeV), tad, tai $10^{-22} \div 10^{-23}$ s laikā izejot caur kodolu, noris t. s. tiešā kodolreakcija bez starpkodola veidošanās. No kodola B tad tieši rodas kodols D un viena vai vairākas daļiņas d, d_1, d_2, \dots (ir saskaitītas pat 55). Īpašs tiešo kodolreakciju veids ir kodolam tuvu garām ejošas daļiņas sadalīšanās, piemēram, protona ātrašana no deitona.

Īpaša kodolreakcija ir arī atoma kodola B dalīšanās reakcija divos kodolos D_1 un D_2 , kuri pēc tam emitē vēl smagās daļiņas d, d_1, d_2, \dots , parasti neitronus.

Jāpiezīmē, ka aplūkotās kodolreakcijas *nav viennozīmīgas*, t. i., no noteiktiem kodoliem vienādos apstākļos var rasties dažādi kodoli D un daļiņas d, d_1, \dots . Šādā gadījumā saka, ka kodolreakcija noris pa vairākiem «kanāliem».

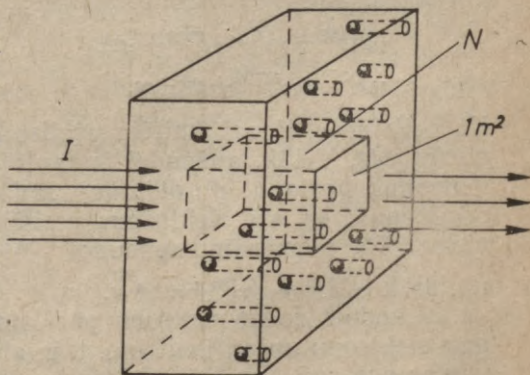
3. Kodolreakcijas efektīvais šķērsgriezums. Kodola B reakciju, kurā pēc apšaudes ar daļiņu b izveidojas kodols D un tiek emitētas daļiņas d, d_1, \dots , raksturo *reakcijas efektīvais šķērsgriezums* σ — īpašs kodola B laukums (tas var būt kā lielāks, tā mazāks par kodola ģeometrisko šķērsgriezumu), kurā jātrāpa daļiņai b , lai notiktu kodolreakcija. Parasti σ mēra barnos (1 barns = 10^{-24} cm²). Izsakot σ atkarībā no citiem lielumiem, pieņemsim, ka apšaudāmās vielas kārtiņa ar virsmas laukumu $S=1$ m² (38-24. zīm.) ir tik plāna, ka atsevišķo atomu kodolu efektīvā šķērsgriezuma laukumi σ viens otru nepārsedz. Ja šajā kārtiņā ir N kodoli, tad to *kopējais* efektīvais šķērsgriezums attiecībā pret vienu daļiņu b ir $N\sigma$ un varbūtība tai trāpīt kodolu ir $w=N\sigma/(1 \text{ m}^2) = N\sigma$. Ja $N\sigma=1$, tad $w=1$ un daļiņa *noteikti* trāpīs kodolu. Bet, ja uz 1 m² laukumu krīt I daļiņas, tad daļiņu skaits, kas trāpīs kodolu, būs $z=Iw=IN\sigma$, no kurienes *efektīvais šķērsgriezums*

$$\sigma = \frac{z}{IN} \quad (38-16)$$

Daudzos gadījumos, ja apšauda kodolu B ar daļiņām b , nenoris viena noteikta reakcija, bet ar dažādām varbūtībām *reizē noris vairākas reakcijas*. Tad to *kopējais efektīvais šķērsgriezums* σ ir atsevišķo reakciju efektīvo šķērsgriezumu summa

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \dots \quad (38-17)$$

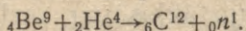
4. Kodolreakciju intensitāti un veidu, resp., kodola efektīvo šķērsgriezumu $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ skaitliskos lielumus, nosaka krītošās daļiņas b veids, tās kinētiskā enerģija, apšaudāmā kodola B masa, daļiņas saites enerģija šajā kodolā, emitēto daļiņu d, d_1, \dots veids un kodolreakcijas enerģētiskā bilance, t. i., vai enerģija absorbējas vai izdalās (endoenerģētiska vai eksoenerģētiska reakcija). *Endoenerģētiska reakcija* sākas, daļiņas b kinētiskajai enerģijai pārsniedzot zināmu robežvērtību. Tātad lieluma σ atkarība no citiem lielumiem ir visai sarežģīta. Īpaša nozīme ir kodolreakcijām ar neitroniem, jo neitroni savas elektriskās neitralitātes dēļ var ieiet kodolā un izraisīt kodolreakcijas pat tad, ja to enerģija ir vienāda ar molekulu siltumkustības vidējo enerģiju: $E_n = kT = k \cdot 300[\text{K}] \approx$



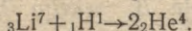
38-24. zīm.

$\approx 0,025$ eV. Šādus neitronus sauc par *siltuma (termiskajiem) neitroniem*. Kodolreakciju izraisīšanā nav nekādas būtiskas nozīmes tādiem faktoriem kā vielas *B* agregātvoklim, temperatūrai, ja tā nav ļoti liela, un spiedienam.

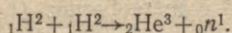
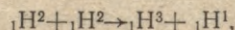
5. Kodolreakciju piemēri. Neitrona atklāšanas reakcija (Čedvīks, 1932. g.):



Kokrofta un Voltona 1932. gadā realizētā pirmā kodolreakcija ar paātrinātājā iegūtiem ātriem protoniem:

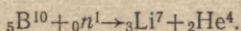


Ūdeņraža un hēlija izotopu ${}_1\text{H}^3$ un ${}_2\text{He}^3$ atklāšanas reakcijas:

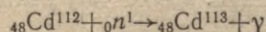


Tagad šos izotopus iegūst galvenokārt atomreaktoros.

Lēnu neitronu reģistrēšanai bieži izmanto skaitītāju, kas pildīts ar gāzveida BF_3 . Tad notiek reakcija

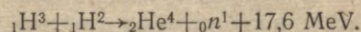


Neitronu konstatēšanai lieto arī neitrona satveršanas reakcijā



emitētos γ kvantus.

Viena no svarīgākajām kodoltermiskajām reakcijām ir šāda (sk. šīs nod. 12. §):



10. §. MĀKSLĪGĀ RADIOAKTIVITĀTE UN TĀS IZMANTOSANA

1. Mākslīgā radioaktivitāte. 1934. gadā ievērojamais vispasaules miera kustības darbinieks franču fiziķis F. Žolio kopā ar I. Kirī atklāja, ka, apšaudot B, Mg un Al ar α daļiņām, rodas radioaktīvas vielas ${}_{7}\text{N}^{12}$, ${}_{14}\text{Si}^{27}$ un ${}_{15}\text{P}^{30}$. Tā, piemēram, α daļiņas reakcija ar Al un pēc tam sekojošā ${}_{15}\text{P}^{30}$ radioaktīvā sabrukšana norisinās šādi:



Kā neitrīno ν , tā arī emitēto pozitronu e^+ enerģijas spektrs ir nepārtraukts. Vēlāk, apšaudei izmantojot ne vien α daļiņas, bet arī neitronus, protonus un deitonus, šādā veidā ieguva daudzas tiklāb pozitronus, kā arī elektronus emitējošas mākslīgas radioaktīvas vielas. Tā, piemēram, apšaudot ${}_{13}\text{Al}^{27}$ ar ${}_1\text{D}^2$, dabūja ${}_{13}\text{Al}^{28} + {}_1\text{p}^1$ un tālāk ${}_{13}\text{Al}^{28} \rightarrow {}_{14}\text{Si}^{28} + e^- + \bar{\nu}$.

Ja kodolā rodas neitronu pārākums, tas neemitē neitronu, bet gan elektronu un antineitrīno, t. i., atoma kodolā tad neitrons pārvēršas protonā. Emitētā elektrona pilnās enerģijas mc^2 (tā sastāv no miera masas enerģijas $m_0c^2 = 0,51 \text{ MeV}$ un kinētiskās enerģi-

jas) un antineitrīno enerģijas summa tad ir vienāda ar neitrona un protona masas enerģiju starpības (1,29 MeV) un neitrona un protona saites enerģiju starpības summu. Turpretim, ja kodolā rodas protonu pārākums un ja neitrona saites enerģija kodolā ir vismaz par 1,29 MeV lielāka nekā protona saites enerģija, tad protons emitē pozitronu un neitrīno un pārvēršas neitronā, jo šādam procesam varbūtība ir daudz lielāka nekā protona emisijai.

2. **K satveršana.** Atoma kodolā protons var pārvērsties neitronā, ne vien emitējot pozitronu un neitrīno, bet arī absorbējot elektronu (galvenokārt no *K* čaulas) un emitējot neitrīno (sistēmas kustības daudzuma momenta saglabāšanās dēļ). Šo kodola pārvēršanās veidu sauc par *K* satveršanu. Ja protona un neitrona saites enerģiju starpība ir mazāka nekā 1,29 MeV, tad var notikt tikai *K* satveršana, piemēram, ${}^4\text{Be}^7 + e^- - \nu \rightarrow {}^3\text{Li}^7$. Par *K* satveršanas procesa norisināšanos atomā ar numuru *Z* var spriest pēc atoma ar numuru *Z* - 1 emitētā raksturīgā rentgenspektra *K* līnijas, kura rodas, elektronam aizpildot *K* čaulas tukšo vietu, vai pēc kodola (piemēram, ${}^3\text{Li}^7$) atgrūdiens, emitējot neitrīno.

3. **Izotopu pielietošana.** Radioaktīvo, kā arī stabilo izotopu pielietošana tehnikā, ķīmijā, bioloģijā, medicīnā, lauksaimniecībā un citur ir ļoti plaša. Tagad radioaktīvās vielas iegūst galvenokārt atomreaktoros, apstarojot vielas ar neitroniem. To starojumu jauda var būt tikpat liela kā vairākiem kilogramiem vai pat vairākām tonnām rādija. Vielas izotopus pēc tam atdala citu no cita ar dažādām izotopu atdalīšanas metodēm. Radioaktīvos izotopus pārvadā slēgtos, biezos svina konteineros. Lieto slēgtos traukus ievietotus vai arī vaļējus izotopus. Ar vaļējām radioaktīvajām vielām, izņemot ļoti vājas aktivitātes preparātus, var strādāt tikai speciālās laboratorijās, bet slēgtos radioaktīvos izotopus, ievērojot zināmus aizsardzības noteikumus, var lietot neatkarīgi no vietas. Izšķir trīs radioaktīvo izotopu pielietošanas veidus.

Apstarošanas metodes. Dažādas vielas apstarojot ar radioaktīvo vielu β un γ stariem, šo vielu atomi un molekulas jonizējas vai ierosinās. Tā rezultātā vielā rodas jauni, ilgāku laiku eksistējoši ķīmiskie savienojumi, kuri var pātrināt vielā notiekošos ķīmiskos procesus. Atkarībā no starojuma veida, intensitātes un apstarojamās vielas, ja apstarojums ir pietiekami ilgs, vielā var rasties arī fizikālo īpašību, piemēram, cietības, krāsas, elektriskās vadītspējas un citu īpašību maiņas. Ja vielas apstaro ar neitroniem, tad dažas no tām paliek pilnīgi neradioaktīvas, bet citas kļūst radioaktīvas. Pēc to starojuma tad var izmērīt pat ļoti mazas vielu koncentrācijas (līdz $10^{-6}\%$), tā ir t. s. aktivizācijas analīze.

Caurstarošanas metodes. Laižot starojumu caur vielas slāni un nosakot starojuma intensitātes samazināšanos, kā arī šīs intensitātes leņķiskā sadalījuma maiņu, var atrast vielas slāņa biezumu, blīvumu, kristālisko struktūru, defektus un citas tā īpašības.

Iezīmēšanas metodes. Ar redzi, svēršanu, ķīmiskām un citām metodēm neatšķiramus vai ļoti grūti atšķiramus objektus, piemēram, atomus, savienojumus, gāzes, šķidrumus, cietus ķermeņus, kukaiņus, var iezīmēt ar radioaktīvajiem atomiem. Pēc tam, izmērot iezīmēto objektu radioaktīvo starojumu, var izsekot šo objektu kustībai aiz trauka sienām, augos, dzīvniekos, augsnē, dažādu materiālu iekšienē u. c. Tā, piemēram, domnas sienā zināmos dziļumos ievietojot radioaktīvā Co ampulas un pēc tam novērojot radioaktivitātes parādīšanos izdedžos, var noteikt domnas sienas izdegšanas gaitu. Kādu stabilu vielu var iezīmēt, piemaisīšanas, difūzijas vai citādā veidā pievienojot tai radioaktīvo izotopu. Dažreiz iezīmēšanu izdara, koncentrējot pētāmajā objektā kādu stabilu izotopu, piemēram, aizvietojot ūdeni ${}^1\text{H}^1$ ar ${}^1\text{H}^2$.

Izotopu radioaktīvo starojumu *mērīšana* ir vienkārša — tos reģistrē ar dažādiem skaitītājiem. Atsevišķos gadījumos lieto t. s. *radiogrāfijas* metodi, kad radioaktīvo vielu sadalījuma ainu iegūst uz objektam piespiestas fotofilmas. Daudzos gadījumos radioaktīvās iezīmēšanas metodes nevar pielietot tāpēc, ka attiecīgajam elementam nav radioaktīvu izotopu ar *piemērotu* pussabrukšanas periodu.

Izotopu izvēli nosaka pats process. Tā, piemēram, lai noteiktu barības vielu cirkulāciju augos, lieto izotopus ${}^{15}\text{P}^{32}$ ($T_p=14,3$ d.), ${}^{11}\text{Na}^{24}$ ($T_p=15,0$ h), ${}^{20}\text{Ca}^{45}$ ($T_p=153$ d.), ${}^{53}\text{I}^{131}$ ($T_p=8,04$ d.) u. c. Nosakot, piemēram, ūdenraža un skābekļa apmaiņu, lieto izotopus ${}^1\text{H}^3$ ($T_p=12,3$ g.) un ${}^8\text{O}^{15}$ ($T_p=126$ s). Apstarošanā un γ staru defektoskopijā, caurstarojot biezas metāla detaļas, lieto cieto γ staru izotopus, piemēram, ${}^{27}\text{Co}^{60}$ ($T_p=5,25$ g.). Tā γ starojums iet caur 30 cm biežām detaļām. Caurstarojot līdz 8 cm biezas detaļas, lieto mikstākus γ starus, kādus, piemēram, dod izotops ${}^{77}\text{Ir}^{192}$ ($T_p=744$ d.). Tagad radioaktīvi izotopi, ar kuriem var vielas iezīmēt, iegūti gandrīz visiem elementiem.

4. **Izotopu pielietošanas piemēri.** a. Pievienojot metālu sakausējumam radioaktīvus ${}^6\text{C}^{14}$, ${}^{24}\text{Cr}^{51}$, ${}^{16}\text{S}^{35}$ un citu izotopu atomus un pēc tam noslīpētai, gludai parauga virsmai piespiežot fotofilmu, uz tās dabū uzņēmumu — radiogrāfiju, kura parāda radioaktīvās vielas sadalījumu pa sakausējuma kristāliņiem. Pēc šīs fotogrāfijas var *izpētīt derīgu un kaitīgu piemaisījumu novietošanos sakausējumā.*

b. Caurstarojot metāla, papīra, gumijas, ādas, auduma un citu materiālu slāņus ar piemērotu izotopu β stariem (ļoti plānu slāņu gadījumā) vai γ stariem (biežiem slāņiem), var šo slāņu biezumu ne vien *izmērīt*, bet arī *automātiski regulēt tā biezumu* (piemēram, velmējot tērauda skārdū).

c. Kāda slēgta trauka vienā pusē novietojot γ staru avotu, kura starojums iet cauri traukam, un otrā trauka pusē nostādot skaitītāju, gadījumā, ja trauks piepildīsies ar šķidrumu, skaitītājs reģistrēs γ staru intensitātes strauju krišanos. Šādā veidā var *noteikt šķidrums līmeni* slēgtā, necaurspīdīgā traukā.

d. Fotosintēzē augi, absorbējot ogļskābo gāzi un veidojot celulozi, izdala skābekli. Reakcijas mehānisma izprašanai bija ļoti svarīgi zināt, vai izdalītais

skābeklis rodas no CO_2 vai H_2O . Radioaktīvie iezīmētie atomi pierādīja, ka *fotosintēzē izdalītais skābeklis rodas no ūdens*. Noskaidrojās arī, ka augs daļu no patērētā CO_2 uzņem ar saknēm.

e. Ar medikamentiem un barības vielām ievadot dzīvos organismos dažādas radioaktīvas vielas un izsekojot šo vielu starojumam, var *noteikt to pārvietošanos organismā*, noskaidrot, no kādām vielām rodas jaunas vielas, piemēram, cukuri, tauki, olbaltumvielas, un cik ātri noris vielu apmaiņa organisma audos, piemēram, cik ātri iedarbojas medikamenti.

f. Iezīmējot zivis, kukaiņus, parazītus, izdodas *noskaidrot to migrāciju*, piemēram, ir konstatēts, ka muša diennaktī nolido $3 \div 12$ km.

g. Lietojot smāgo ūdeni, kurā ^1H vietā ir ^2H , izdevās *noteikt sulas pārcelšanās ātrumu koka stumbrā* (15 m/h) un *asins pārvietošanās ātrumu*, piemēram, cilvēkam no kreisās rokas vēnas uz labās rokas artēriju ($13 \div 15$ s). Līdzīgā veidā noteica vielu *pašdifūzijas* (atomu pārvietošanās starp sev līdzīgiem atomiem), *šķidrums iztvaikošanas, cementēšanās* un dažādu *ķīmisku procesu ātrumus*.

h. Ir zināms, ka kosmisko staru neitronu ietekmē gaisā no slāpekļa rodas zināms daudzums radioaktīvā oglekļa ^{14}C ($T_p = 5600$ g.). Tādā pašā relatīvajā daudzumā ^{14}C no gaisa nokļūst arī dzīvajos augos. Pēc auga bojā ejas tā radioaktivitāte samazinās, jo auga atliekas no gaisa ^{14}C neuzņem. Izmērot dažādu augu atlieku ^{14}C radioaktivitātes intensitāti, var *noteikt purvu vecumu*, vēsturisku *koka priekšmetu pagatavošanas laiku* utt. Tādā veidā, piemēram, ir noteikts faraona Sezostriša laivas vecums (3600 gadu) un atrasts, ka 3000 m dziļumā okeānā ūdens ir stāvējis nekustīgs vismaz 1750 gadus.

i. Ar spēcīgu apstarošanu, piemēram, ar ^{60}Co γ stariem, var 1) *stabilizēt polimēru veidošanās reakcijas* (piemēram, gumijas vulkanizācijas laikā gumiju apstarojot, dabū riepās ar divreiz lielāku izturību); 2) *tieši saistīt gaisa slāpekli ar skābekli*; 3) *veicināt krāsošanas procesu* un 4) *sterilizēt un saglabāt produktus* (piemēram, apstarojot kartupeļus ar $5000 \div 8000$ R dozu, tie parastos lauka apstākļos labi saglabājas līdz nākamajai ražai; 1 tonnas izmaksā ir $1 \div 2$ rbl.).

j. Selekcijas izmēģinājumos, apstarojot ar γ stariem augus, ir izdevies ievērojami ātrāk iegūt dažādus rudzu, kviešu, kartupeļu un citu augu mutantus ar augstvērtīgām īpašībām.

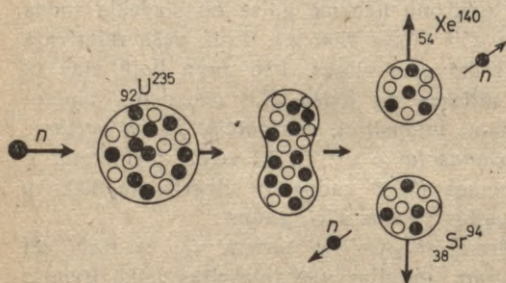
k. Ir izdarīti mēģinājumi radioaktīvo mušu fabrikās audzēt sterilas mušas, kas ar veselām mušām rada deģenerētus pēcnācējus. Tā ir izdevies atsevišķos rajonos ievērojami samazināt mušu skaitu un *likvidēt mušu izraisītās slimības*.

11. §. ATOMA KODOLA DALĪŠANĀS. ATOMREAKTORI

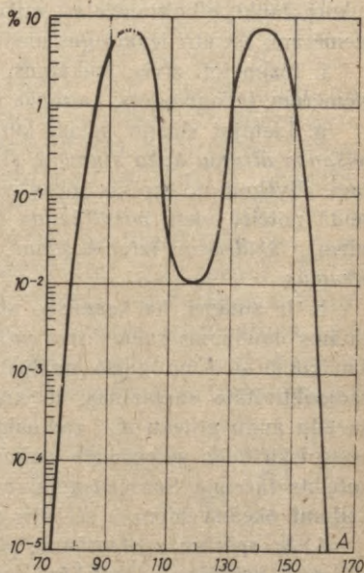
1. **Atoma kodola dalīšanās reakcija.** Līdz šim aplūkotajās atoma kodola pārvēršanās reakcijās kodolam tika pievienoti vai no tā atdalījās daži nukloni. 1938. gadā Hāns un Štrāsmanis, apšaudot urānu ar neitroniem, atklāja, ka *urāna atoma kodols dalās divās aptuveni vienādās daļās* (38-25. zīm.). Vēlāk atklāja, ka šādā veidā dalās arī citi smago atomu kodoli, piemēram, torijs, aktīnijs un plutonijs. Drīz pēc tam konstatēja, ka kodola dalīšanos

var izraisīt arī protoni, deitoni un lielas enerģijas γ kvanti, dalot pat Bi, Pb un Ta kodolus.

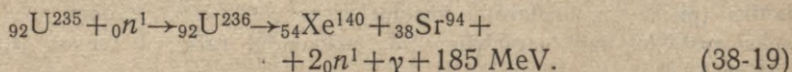
Izpētot urāna dalīšanās rezultātā iegūtos kodolus, noskaidrojās, ka to masas skaitļi var mainīties robežās $A=72 \div 162$ (38-26. zīm.). No zīmējuma redzams, ka atoma kodols dalās tā, ka visvarbūtīgākie produktkodolu masas skaitļi ir $A=140$ un $A=95$. Tā kā abos šajos kodolos ir liels neitronu pārsvars, tad tie 0,01 s (99%), 6 s, 30 s un pat 80 s pēc kodola dalīšanās emitē 2 vai 3 neitronus. Viens no urāna izotopa ${}_{92}\text{U}^{235}$ dalīšanās veidiem ir šāds:



38-25. zīm.



38-26. zīm.



Ļoti uzskatāmi smaga atoma kodola dalīšanos var izskaidrot ar kodola piliēna modeli, pieņemot, ka atoma kodols līdzīgs elektriski lādētam sfēriskam šķidrums pilienam. Neitrona saites enerģijas dēļ (5,4 MeV) urāna atoma kodols, uzņemot neitronu, nonāk ierosinātā enerģijas stāvoklī. Tas nozīmē, ka sākas *kodola formas svārstības*. Kodolam, pārejot no sfēriskās formas elipsoidālā formā, palielinās tā virsmas enerģija un pozitīvo lādiņu attālināšanās dēļ samazinās pozitīvā kuloniskā enerģija. Atpakaļ vērstajā kustībā šīs kodola enerģijas sastāvdaļas mainās pretējā virzienā. Sākot no zināmas kritiskās deformācijas, kodola kuloniskā enerģija samazinās straujāk nekā palielinās virsmas enerģija. Šādā gadījumā kodola deformācija vairs nav atgriezeniska, bet tā turpinās tālāk, kamēr no viena kodola izveidojas divi kodoli (produktkodoli). Pēdējie atgrūžoties iegūst lielu kinētisko enerģiju. ${}_{92}\text{U}^{235}$ un ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ kodolu dalīšanās šādā veidā iestājas jau tad, kad kodola ierosmes enerģija ir vienāda ar neitrona saites enerģiju. Turpretim ${}_{92}\text{U}^{238}$ un citi kodoli dalās, ja kodola ierosmes enerģija ir

lielāka. Tā, piemēram, ${}_{92}\text{U}^{238}$ dalās, ja absorbētā neitrona kinētiskā enerģija $E_k > 1$ MeV. Teorētiski aprēķini un eksperimentāli novērojumi rāda, ka, ievērojot produktkodolu emitētos β starus, γ starus un antineitrīno, viena ${}_{92}\text{U}^{235}$ kodola dalīšanās procesā atbrīvojas šādas enerģijas:

Produktkodolu un neitronu kinētiskā enerģija	173 MeV
β daļiņu enerģija	5 "
γ kvantu enerģija	12 "
Antineitrīno enerģija	10 "

Kopā $E = 200$ MeV

2. **Urāna dalīšanās ķēdes reakcija.** Ķīmiskās reakcijas, piemēram, degšanas reakcijas, kuras pēc to sākšanās var turpināties, izmantojot tikai jau iepriekš notikušo reakciju atbrīvoto enerģiju vai jaunradītās vielas, sauc par *ķēdes reakcijām*. Ķēdes reakcijas ir eksoenerģētiskas, t. i., tajās attīstītā enerģija ir lielāka nekā reakcijās izlietotā enerģija. Šeit jāpiezīmē, ka arī daudzas no līdz šim aplūkotajām kodolreakcijām, kuras izraisa ātras daļiņas, ir eksoenerģētiskas. Bet, tā kā no 100 000 daļiņām kodolreakcijas izraisa tikai dažas un pārējo daļiņu enerģiju absorbē atomu elektronu čaulas, tad kopējā iegūtā kodolu enerģija ir daudz mazāka par izlietoto krītošo daļiņu kopējo enerģiju. Ķēdes kodolreakcija var iestāties tikai tad, ja katra kodolreakcija vidēji *izraisa vismaz vienu jaunu tādu pašu kodolreakciju*. Tagad zināms, ka vienīgās ķēdes kodolreakcijas ir smago kodolu dalīšanās, kā arī ļoti augstās temperatūrās norisošās vieglo kodolu sintēzes reakcijas jeb kodoltermiskās reakcijas.

a. Aplūkosim tuvāk apstākļus, kādos iespējama urāna dalīšanās ķēdes reakcija. Vispirms pieņemsim, ka ar *ātriem* neitroniem ($E_n = 1 \div 2$ MeV) tiek apšaudīts kāds ļoti liels tīra urāna ${}_{92}\text{U}^{238}$ gabals. Bez tam pieņemsim, ka no vielas gabala aizejošo neitronu skaits ir neievērojami mazs. Eksperimentālie novērojumi rāda, ka U^{238} neitronu absorbcijas šķēsgriezums $\sigma_a = 2,0$ barni un dalīšanās šķēsgriezums $\sigma_f = 0,6$ barni. Viena neitrona izraisītas kodola dalīšanās *varbūtība* tātad ir $\frac{\sigma_f}{\sigma_a + \sigma_f} = 0,2$. Ja katra kodola dalīšanās vidēji dod 2,5 neitronus, tad t. s. neitronu pavairošanas koeficients (dalīšanās procesā emitēto neitronu skaita un dalīšanās varbūtības reizinājums) $k = 2,5 \cdot 0,2 = 0,5$, t. i., no pieciem neitroniem vidēji tikai viens neitrons izraisa kodola dalīšanos. Tātad ļoti lielā U^{238} gabalā ķēdes kodolreakcijā *nav iespējama*, jo tā var notikt tikai tad, ja $k > 1$.

Turpretim ļoti lielā tīrā U^{235} gabalā gandrīz katra neitrona absorbcija izraisa dalīšanos (precīzāk sakot, 85% gadījumu), tāpēc U^{235} kodola dalīšanās varbūtība ir $\sigma_f/\sigma_a \approx 1$ un neitronu pavairošanas koeficients $k = 2,5 \cdot 1 = 2,5$. Tātad ķēdes kodolreakcija ļoti lielā tīrā U^{235} gabalā *ir iespējama*.

Arī ļoti lielā dabiskā urāna gabalā, kas satur tikai 0,7% U^{235} , $k < 1$, tāpēc tajā ķēdes reakcija *nevar rasties*.

b. Mazāka lieluma urāna gabalam neitronu pavairošanas koeficientu k ievērojami samazina neitronu noplūde, kuru nosaka šī gabala tilpuma un virsmas samēri. Vielas gabalam samazinoties, tā tilpums V samazinās straujāk nekā virsma S , piemēram, lodei virsmas un tilpuma attiecība ir $3/R$. Tāpēc, urāna daudzumam samazinoties, neitronu noplūde relatīvi pieaug un neitronu pavairošanas koeficients k samazinās. Tāpēc, ja ar U^{235} bagātināts U^{238} gabals, kurā var rasties ķēdes reakcija, samazinās līdz kādam noteiktam daudzumam, resp., kritiskajai masai m_{hr} , ķēdes reakcija vairs nevar rasties, jo neitronu pavairošanas koeficients k kļūst mazāks par 1. Tīram U^{235} $m_{hr} \approx 1$ kg.

c. Skaldīgās vielas kritisko masu var ievērojami samazināt, starp skaldīgās vielas gabaliem slāņu veidā novietojot īpašas vielas (vai skaldīgai vielai tās piejaucot molekulāri) — **neitronu palēninātājus**, kuri samazina neitrona ātrumu. Viela ir labs neitronu palēninātājs, ja tās atoma kodola masa salīdzinājumā ar neitrona masu nav pārāk liela un ja tās kodolam neitronu absorbcijas šķērsgriezums σ_a ir mazs. Praksē visbiežāk lietotajiem palēninātājiem ${}_1H^1$ un ${}_1H^2$ (ūdenī), ${}_2He^4$ un ${}_6C^{12}$ (grafītā) neitronu un atomu kodolu sadursmju skaiti, neitrona enerģijai samazinoties no $E_n = 2$ MeV līdz 0,025 eV, ir šādi:

${}_1H^1$	— 18 sadursmes	$\sigma_a = 0,33$	barni
${}_1H^2$	— 25	„ = 0,005	„
${}_2He^4$	— 42	„ = 0,000	„
${}_6C^{12}$	— 115	„ = 0,0032	„

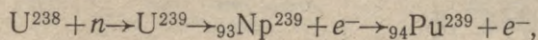
Vislabākais palēninātājs būtu hēlijs, bet tas ir gāzveidīgs, tāpēc nelielā telpā maz iedarbīgs, Li un B stipri absorbē. Jāpiezīmē, ka labs palēninātājs, kas elastīgi daudzkārt izkliedē neitronus un neabsorbē tos, ir arī labs neitronu plūsmas atstarotājs (reflektors).

Neitronu palēninātājs, samazinot kodola dalīšanās procesā izstaroto neitronu ātrumu v , stipri palielina neitronu izraisītās U^{235} dalīšanās šķērsgriezumu (t. i., varbūtību dalīt kodolus), samazina neitronu noplūdi un palielina neitronu pavairošanas koeficientu k . Tā, piemēram, siltuma neitroniem, kuriem $E_n = 0,025$ eV, kodolu dalīšanās šķērsgriezums σ_f ir apmēram 450 reižu lielāks nekā ātriem neitroniem ($E_n = 2$ MeV). Tāpēc, kaut gan ar U^{238} neitronu absorbcijas šķērsgriezums $\sigma_a \sim 1/v$, *ļoti lielā dabiskā urāna gabalā* ar palēninātāju var norisināties U^{235} dalīšanās ķēdes reakcija, jo tad $k = 1,3$. Ja $k > 1$, tad arī *galīgā dabiskā urāna* daudzumā ar palēninātāju var notikt dalīšanās ķēdes reakcija. Gadījumā, ja $k \approx 1$, no 2,5 neitroniem vidēji 1 neitrons izraisa jaunu dalīšanos, 0,9 absorbējas un 0,6 aizplūst no urāna gabala projām. Seit gan jāievēro, ka neitronus, kuru enerģija $E_n \approx 7$ eV, U^{238} stipri absorbē bez dalīšanās. Šo traucējumu novērš palēninātājs,

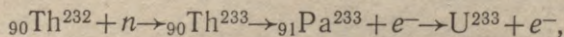
kas ceļā uz vietu, kurā neutronam jāizraisa dalīšana, samazina tā enerģiju zem 7 eV.

d. Aprēķināsim U^{235} dalīšanās ķēdes reakcijā izdalīto enerģiju. Tā kā 1 kg U^{235} ir $6,02 \cdot 10^{26} / 235$ atomu un viena atoma dalīšanās dod $200 \text{ MeV} = 200 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ J}$ enerģijas, tad attīstītās atomenerģijas daudzums, sadaloties 1 kg U^{235} vai 1 kg Pu^{239} kodoliem, ir $(6,02 \cdot 10^{26} / 235) \cdot 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 8,2 \cdot 10^{13} \text{ J}$, kas atbilst 20 000 t trotila ķīmiskajai enerģijai.

3. **Atomreaktori** ir iekārtas, kurās noris vadāmas dalīšanās vai sintēzes ķēdes reakcijas (sk. 12. §). Šeit īsi aplūkosim tikai pirmā veida reaktorus. Pašreiz darbojošos ļoti dažādos atomreaktorus var iedalīt pēc skaldīgās vielas, pēc palēninātāja, pēc dzesētāja, pēc neutronu ātruma un pēc atsevišķo daļu novietojuma. Reaktora skaldīgās vielas ir 1) dabiskais urāns (vislētākā degviela, bet tai ir mazs neutronu pavairošanas koeficients, lieli neutronu zudumi, tāpēc ķēdes reakcija grūti vadāma), 2) bagātinātais urāns, kurā parasti ir 10% U^{235} , 3) tīrs U^{235} , 4) Pu^{239} , ko iegūst reakcijā



5) U^{233} , ko iegūst līdzīgā veidā no ${}_{90}\text{Th}^{232}$ pēc reakcijas



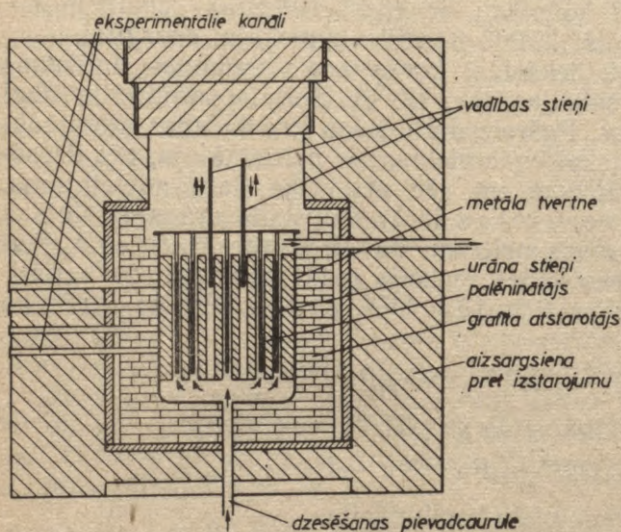
6) Th^{232} , Th^{233} , kā arī šo vielu kombinācijas.

Par palēninātājiem lieto destilētu ūdeni, smago ūdeni, grafītu un citas vielas. Reaktoru dzesē ar gāzi (piemēram, He), ar smago vai parasto ūdeni un šķidru metālu (piemēram, Na vai K). Pēdējais dzesēšanas veids ļauj iegūt atomreaktorā ūdens tvaiku ar augstu temperatūru. Reaktors var strādāt, t. i., izraisīt kodolu dalīšanos ar ātriem neutroniem ($E_n = 1 \div 2 \text{ MeV}$), vidēji ātriem neutroniem, kad galvenā kodolu dalīšanās norisinās neutronu palēnināšanas procesā, un siltuma neutroniem. Atomreaktoru sauc par homogēnu, ja skaldīgā viela un palēninātājs ir sajaukti (piemēram, veido šķidrumu). Parasti skaldīgo vielu stieņu veidā, kas nosegti ar alumīniju, ievieto palēninātājā un dzesētājā (38-27. zīm.); šādu reaktoru sauc par heterogēnu.

Pēc pielietojuma reaktori iedalās *reaktoros ar pētniecības raksturu*, kuri domāti galvenokārt izotopu ražošanai, neutronu staru iegūšanai un apstarošanai (to jauda aptuveni 5000 kW), *enerģētiskajos reaktoros*, kuros no atomenerģijas ražo elektrisko enerģiju ar ūdens tvaika turbīnām, un *skaldīgo vielu* (Pu^{239} , U^{233}) *iegūšanas reaktoros*.

Heterogēnā atomreaktora principiālā uzbūve attēlota 38-27. zīmējumā. Reaktora iedarbināšanai no tā aktīvās zonas izvelk dažus bora vai kadmija vadības stieņus. Tā kā boram un kadmijam ir liela neutronu absorbcijas spēja, tad neutronu aktivitāte reaktorā pieaug, to pavairošanas koeficients k kļūst lielāks par 1 un reaktors sāk darboties. Reaktora skaldīgās vielas darbības

laiku galvenokārt ierobežo urāna dalīšanās produkti jeb *reaktora «sārņi»*, kas, absorbējot neitronus, pamazina neitronu pavairošanas koeficientu k . Tāpēc, lai reaktors darbotos vienmērīgi, piesārņotie urāna stieņi pakāpeniski jāapmaina. Šo stieņu darbības laiku ierobežo arī neitronu starojuma izraisītā stieņa mehāniskās



38-27. zīm.

izturības samazināšanās. Ievērojot visus šos faktorus, reaktora stieņi līdz izņemšanai no reaktora izdala tikai $10 \div 15\%$ no enerģijas, ko iegūtu, sadaloties visiem U^{235} kodoliem.

12. §. KODOLTERMISKĀS REAKCIJAS

1. **Kodoltermiskās reakcijas zvaigznēs.** Saule katru minūti izstaro gaismas enerģiju, kuras masas ekvivalents ir $4,3 \cdot 10^6$ t, dažas uzliesmojošās zvaigznes — t. s. *pārnovas* izstaro vēl lielākus enerģijas daudzumus elektromagnētisko viļņu veidā. Kur Saule un citas zvaigznes iegūst šos milzīgos enerģijas daudzumus? Šodien zinām, ka Saulē galvenokārt šī enerģija rodas, pie temperatūras $T \approx 2 \cdot 10^7$ K protoniem veidojot hēlija atoma kodolus. Šajā procesā, rodasies 1 hēlija atoma kodolam, atbrivojas ≈ 28 MeV enerģijas. Saules iekšienē protonu vidējā enerģija kT minētajā temperatūrā ir aptuveni 3000 eV. Daudziem protoniem tomēr enerģija ir ievērojami lielāka par kT , tāpēc tie var iziet caur atoma kodola potenciāla barjeru un, pievienojoties atoma kodolam, atbrīvojot enerģiju (no 10^6 ātrajiem protoniem gada laikā viens). Aprēķini rāda, ka pie šādas protonu apvienošanās varbūtības atbrīvotā enerģija ir pietiekama Saules enerģijas zudumu kompensē-

šanai. Šī protonu sintēze par hēlija atoma kodoliem var norisināties a) tiešā protonu sintēzē (3 posmi):

- 1) ${}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_1\text{H}^2 + e^+ + \nu$,
- 2) ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_2\text{He}^3$,
- 3) ${}_2\text{He}^3 + {}_2\text{He}^3 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1$

un b) t. s. oglekļa ciklā, kad sintēze noris oglekļa («katalizatora») klātbūtnē (6 posmi):

- 1) ${}_6\text{C}^{12} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_7\text{N}^{13} + \gamma$,
- 2) ${}_7\text{N}^{13} \rightarrow {}_6\text{C}^{13} + e^+ + \nu$,
- 3) ${}_6\text{C}^{13} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_7\text{N}^{14} + \gamma$,
- 4) ${}_7\text{N}^{14} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_8\text{O}^{15} + \gamma$,
- 5) ${}_8\text{O}^{15} \rightarrow {}_7\text{N}^{15} + e^+ + \nu$,
- 6) ${}_7\text{N}^{15} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_6\text{C}^{12} + {}_2\text{He}^4$.

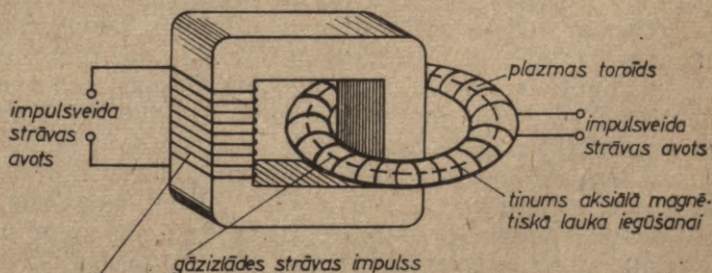
Eksistē arī citi termiski kodolenerģijas atbrīvošanas veidi. Pamatoties uz konstatējumu, ka 1 kg Saules masas satur $2 \cdot 10^{26}$ protonus, ir aprēķināts, ka minēto kodoltermisko reakciju dēļ Saule var izstarot enerģiju tāpat kā pašlaik vēl $3 \cdot 10^{10}$ gadus.

2. Mūsdienās ir labi izpētītas un realizētas praksē *kodoltermiskās ķēdes reakcijas sprādziena* veidā (t. s. ūdeņraža bumba). Dažas šāda tipa kodoltermiskās ierīcēs izmantojamās kodolreakcijas ir

- 1) ${}_1\text{H}^1 (n; \gamma) {}_1\text{H}^2 + 2,2 \text{ MeV}$,
- 2) ${}_1\text{H}^3 ({}_1\text{H}^2; n) {}_2\text{He}^4 + 17,6 \text{ MeV}$,
- 3) ${}_1\text{H}^2 (p; \gamma) {}_2\text{He}^3 + 5,5 \text{ MeV}$,
- 4) ${}_1\text{H}^2 ({}_1\text{H}^2; p) {}_1\text{H}^3 + 4,0 \text{ MeV}$,
- 5) ${}_1\text{H}^3 (p; \gamma) {}_2\text{He}^4 + 19,7 \text{ MeV}$,
- 6) ${}_3\text{Li}^6 ({}_1\text{H}^2; 2\alpha) + 22,4 \text{ MeV}$,
- 7) ${}_3\text{Li}^7 (p; 2\alpha) + 17,3 \text{ MeV}$,
- 8) ${}_3\text{Li}^7 ({}_1\text{H}^2; n) {}_4\text{Be}^8 + 14,9 \text{ MeV}$

(atzīmētās enerģijas ir vienā kodolreakcijā attīstītā enerģija). Šajās kodoltermiskajās reakcijās ierosmi no viena kodola uz otru pārnes galvenokārt protoni un deitoni.

3. Nesalīdzināmi lielāka tehniskā nozīme būtu ilgstošām un *vadāmām* kodoltermiskām ķēdes reakcijām. Tāpat kā sprādzienveida ķēdes reakcijām, arī tām ir nepieciešama augsta sākuma temperatūra ($T \approx 10^7$ K). Pēc tam atbrīvotā kodolenerģija pati paceļ vielas temperatūru līdz 10^8 K un augstāk. Vadāmās kodol-



38-28. zīm.

tinums cirkulārā elektriskā lauka iegūšanai plazmas toroīdā

termiskās reakcijas iegūšanu kavē 1) augstā reakciju sākuma temperatūra, 2) siltuma noplūde no reaktora starojuma veidā un 3) kodoltermiski reaģējošās karstās plazmas izraisītā reaktora sienu sakaršana. Pirmo jautājumu mēģināts atrisināt, radot toroidālā gāzizlādes kamerā (38-28. zīm.) ļoti stiprus strāvas impulsus ($I \approx 30\,000\text{ A}$). Tos izraisa mainīga magnētiskā lauka radīts cirkulārs elektriskais lauks. Šai strāvai nav elektrodu. Tā kā paralēlas elektriskās strāvas pievelkas, tad šo impulsu strāvas blīvums, kuru palielina vēl īpašs ārējs aksiāls magnētiskais lauks, ir ļoti liels. Tā rezultātā strāvas centrā īsu brīdi vār iegūt dažus miljonus grādu lielu temperatūru. Tomēr šāds plazmas stāvoklis ir nestabils, tāpēc pēdējā laikā tiek izmēģināti dažāda veida «magnētiskie slazdi». To magnētiskos laukus cenšas izveidot tā, lai ātro jonizēto daļiņu aiziešana no karstās kodoltermiski reaģējošās plazmas aizkavētos.

13. §. KOSMISKIE STARI

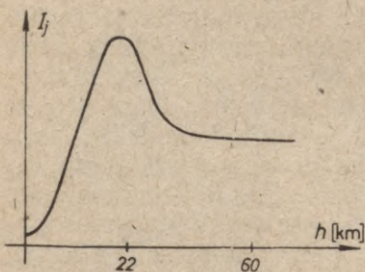
1. Kosmiskie stari ir no kosmiskās telpas un Saules nākošas daļiņas. Kosmosa (ārpus Saules sistēmas) starojums ir laikā nemainīga telpiski izotropa daļiņu plūsma. Saules emitēto daļiņu skaits un enerģija atkarībā no Saules virsmā notiekošajiem procesiem lielākos vai mazākos laika periodos stipri mainās.

Atmosfērā, augstumam pieaugot, kosmisko staru intensitāte I_j (daļiņu skaits caur 1 m^2 1 sekundē, 1 steradiānā) strauji palielinās, 22 km augstumā sasniedz maksimumu, tad samazinās un, ja $h \approx 60\text{ km}$, paliek konstanta (38-29. zīm.). Ar zondēm un Zemes mākslīgajiem pavadoņiem ir atklāts, ka kosmiskie stari, kas ienāk atmosfērā, jeb primārie stari sastāv no stabilām pozitīvām daļiņām: protoniem (90%), α daļiņām (7,5%), Li, Be, B un citu atomu kodoliem. Primāro kosmisko staru enerģija E ir $10^8 \div 10^{19}\text{ eV}$ un pat lielāka. Daļiņu kopskaits, kurām enerģija ir lielāka par E , enerģijai E augot, samazinās proporcionāli $E^{-\alpha}$, kur $\alpha = 1,5 \div 1,8$.

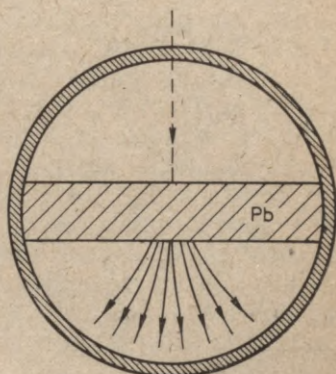
Viršējos atmosfēras slāņos, galvenokārt $60 \div 18\text{ km}$ augstumā, kosmisko staru protoniem saduroties ar N un O atomu kodoliem, rodas π^0 un π^\pm mezoni un arī citas (apmēram 15%) kodolaktīvas, t. i., stipri ar kodolu mijiedarbojošās daļiņas, piemēram, K mezoni un barioni (starp tiem arī hiperoni; sk. šis nod. 14. §), kuru skaits, tām veidojot ar minētajiem kodoliem jaunas sadursmes (ja to enerģija $E > 10^9\text{ eV}$), *lavīnveidā* aug. Šīs daļiņas, kā arī kosmisko staru primārās daļiņas, saduroties ar atoma kodoliem, var saskaldīt kodolus, pat to sastāvdaļās, Vilsona kamerā radot kodolaktīvo daļiņu «zvaigznes». Pie $E = 10^9\text{ eV}$ un mazākām enerģijām galvenokārt notiek šo daļiņu elastīgā izkliede un π^0 mezonu sabrukšana divos γ kvantos (tāpēc līdz ar minētajām kodolaktīvo daļiņu lavīnām un «zvaigznēm» rodas elektronu un γ kvantu lavī-

nas), bet π^\pm mezonu sabrukšana μ^\pm mezonos ir kosmisko staru t. s. μ komponentes sākums.

Tādējādi ap 20 km augstumā primārie kosmiskie stari ir pārvērtušies sekundārajos kosmiskajos staros. Ieejot atmosfērā, lielākajās ģeogrāfiskajās platumos ir $\approx 10^4/(m^2 \cdot s)$ primāro daļiņu, turpretim jūras līmenī kosmiskajos staros ir aptuveni $175/(m^2 \cdot s)$



38-29. zīm.



38-30. zīm.

sekundāro daļiņu. Pētot sekundāro kosmisko staru absorbciju vielā pie Zemes virsmas, noskaidroja, ka, piemēram, svinā un ūdenī līdz 1 km un vēl lielākam dziļumam to intensitāte, vielas slāņa biezumam pieaugot, pamazinās sākumā strauji, bet pēc tam ļoti lēni. Tas norāda, ka sekundārie stari sastāv no mīkstās komponentes, kuras intensitāti uz pusi samazina jau 10 cm biezs Pb slānis, un cietās komponentes, kas var iziet caur vairākus metrus bieziem Pb slāņiem. Ir noskaidrots, ka sekundāro kosmisko staru mīkstā komponente pie Zemes virsmas galvenokārt sastāv no sekundāri radītiem protoniem un neitroniem, elektroniem, pozitroniem, γ kvantiem un nedaudziem π mezoniem, bet cietā komponente, kurā daļiņu skaits ir apmēram divas reizes lielāks, — no μ mezoniem. Primāro kosmisko staru absorbcija ir mazāka nekā sekundāro staru mīkstās komponentes absorbcija, bet lielāka nekā cietās komponentes absorbcija.

2. Viena no īpatnējām kosmisko staru parādībām ir jau pieminētās kosmisko staru lavīnas jeb šaltis (38-30. zīm.). Tās galvenokārt sastāv no samērā šaurā telpas leņķī esošām kosmisko staru mīkstās komponentes daļiņām (elektroni, pozitroni, γ kvanti). Daļiņu šalts centrālajā daļā atrodas smagās kodolaktīvās daļiņas. Visu daļiņu skaits šaltī var sasniegt 10^9 un laukums — vairākus km^2 . Kosmisko staru šaltis rodas no vienas primārās kosmisko staru daļiņas ar lielu enerģiju, kura vispirms rada lielāku skaitu π mezonu un citu kodolaktīvo daļiņu, kā arī bremsēšanās γ kvantus un jonizācijas procesos no atomiem izsistos t. s. δ elektronus. Tālāk π^0 mezoni sabrukot rada to kustības virzienā esošus

γ kvantu pārus ar lielu enerģiju, kuri pāru veidošanās vai Komptona procesa veidā atkal rada jaunus elektronus un pozitronus. Tie, bremsējoties pie atomu kodoliem, rada jaunus γ kvantus. Jaunu daļiņu veidošanās turpinās, kamēr vidējā elektronu enerģija samazinās līdz 70 MeV (gaisā), kad elektroni savu enerģiju nezaudē vairs radiācijas, bet galvenokārt jonizācijas dēļ.

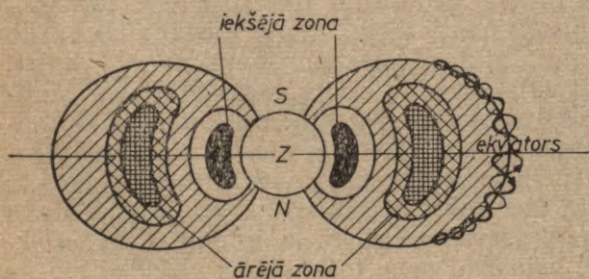
3. **Kosmisko staru ģeomagnētiskie efekti.** a. Ir novērots, ka kosmisko staru intensitāte virzienā no ekvatora uz polu palielinās. Tas ir ģeogrāfiskā platumu efekts. Šis kosmisko staru efekts izskaidrojams ar to, ka apkārt Zemei ir magnētiskais lauks, kas noliec uz Zemi krītošās lādētās kosmisko staru daļiņas, ja šo daļiņu trajektorijas ar Zemes magnētiskā lauka virzienu veido kādu leņķi. Kosmisko staru daļiņām, kas krīt uz Zemi ekvatora plaknē, šis leņķis ir 90° , tāpēc daļiņu noliece ir vislielākā. Sajā plaknē kustošās kosmisko staru daļiņas, kuru enerģija ir mazāka nekā $1,5 \cdot 10^4$ MeV, Zemes magnētiskais lauks atsviež atpakaļ, un tās Zemes virsmu nesasniedz. Vispār kosmisko staru daļiņu minimālo enerģiju E_{min} , ar kuru tās, krītot radiāli, var sasniegt Zemes virsmu, atkarībā no ģeogrāfiskā platumu φ izsaka šāda izteiksme:

$$E_{min} = 1,5 \cdot 10^4 \cos^2 \varphi \text{ [MeV]}. \quad (38-20)$$

Turpretim Zemes magnētiskā pola virzienā kustošās daļiņas, ejot pa magnētiskā lauka līnijām, var samērā viegli sasniegt Zemi. Tāpēc arī Zemes polu rajonos augstākos atmosfēras slāņos iespējams iekļūt pat no Saules nākošie lēnie elektroni ($E = 10^5$ eV). Tie jonizē un ierosina gaisa molekulas, tā izraisot *ziemeļblāzmu*.

b. *Austrumu-rietumu* virzienā pārvietojošos kosmisko daļiņu skaits ir lielāks nekā rietumu-austrumu virzienā. Šis efekts izskaidrojams ar to, ka kosmiskajos staros pozitīvo daļiņu ir vairāk nekā negatīvo daļiņu.

c. **Radiācijas (Van Allena) zonas** ar stipri palielinātu jonizējošo starojumu, kas aptver Zemi (38-31. zīm.), atklāja 1958. gadā ar mākslīgajiem Zemes pavadoņiem. Tās rada Zemes magnētiskais lauks, kas šatver kosmisko staru daļiņas un liek tām kustēties pa spirālēm ap magnētiskā lauka spēka līnijām turp un atpakaļ (sk. 38-31. zīm.). Iekšējā zona atrodas starp 35° ziemeļu un dienvidu platumiem, tās augstums ekvatoriālā plaknē $600 \div 6000$ km. Šai zonai ir viens izcilnis Zemes magnētiskā lauka



38-31. zīm.

anomālijas vietā — Dienvidatlantijā — tā ir tikai 300 km augstumā. Iekšējo zonu veido protoni ar enerģiju $E < 10^8$ eV un elektroni ar enerģiju $E < 10^6$ eV, kuru intensitāte ir 10^6 daļ./ $(m^2 \cdot s \cdot sr)$. Ārējā zona ir 65° ziemeļu un dienvidu platumu robežās, tās augstums $(2 \div 6) \cdot 10^4$ km (galos tikai $300 \div 1500$ km). Šī zona satur gandrīz tikai elektronus ar enerģiju no $5 \cdot 10^4$ eV (malā) līdz $2,5 \cdot 10^4$ eV (centrā) ar intensitāti 10^{13} daļ./ $(m^2 \cdot s \cdot sr)$. Eksistē arī *trešā* elektronu ($E \approx 10^4$ eV) radiācijas zona. Cilvēkam iekšējā zonā 1 stundā saņemtā doza ir nāvējoša.

14. §. ELEMENTĀRDAĻIŅAS

1. **Elementārdaļiņu veidi.** Par elementārdaļiņām pieņemts nosaukt matērijas vismazākās daļiņas. Tām ir komplicēta iekšējā uzbūve. Tā, piemēram, protonam, *centrālo pozitīvi lādēto daļu* ($r < 0,25 \cdot 10^{-13}$ cm) aptver *divas no mezoniem veidotas pozitīvi lādētas čaulas* (līdz $r = 2,5 \cdot 10^{-13}$ cm), bet neitronam — *viena negatīvi lādēta* (iekšējā) *čaula un otra pozitīvi lādēta* (ārējā) *čaula*. Vēl līdz 1932. gadam fizikā bija pazīstamas tikai trīs elementārdaļiņas: fotons, protons un elektrons. Bet tagad ir zināmas jau 35 elementārdaļiņas. Tās ir fotons, četras vieglās daļiņas, pieci mezoni, deviņas smagās daļiņas un šo daļiņu antidaļiņas. Fotons, neitrālais π^0 mezons un η^0 mezons ir identiski ar savām antidaļiņām. Ja šīm elementārdaļiņām pieskaita vēl pēdējā laikā atklātos apmēram 160 t. s. rezononus, kuru vidējais dzīves laiks ir 10^{-22} s, tad elementārdaļiņu skaits jau ir ap 200.

Elementārdaļiņas, izņemot rezononus, un to galvenās īpašības sakopotas tabulā (sk. 682. lpp.)

Kā no tabulas redzam, visas elementārdaļiņas ir iedalītas fotonos, leptonos, mezonos un barionos.

Leptoni ir vieglās daļiņas, kurām miera masa ir neievērojami maza vai salīdzināma ar elektrona miera masu m_0 . Pašreiz ir zināmi trīs leptonu veidi: 1) elektroni, 2) neitrīno un 3) mioni. Pozitīvo elektronu jeb t. s. pozitronu 1932. gadā atklāja Andersons, novērojot magnētiskajā laukā novietotā Vilsona kamerā kosmisko staru daļiņu ceļus. Ir pazīstami divi neitrīno veidi: ν_e ir ar elektronu procesiem, bet ν_μ ar mionu procesiem saistītie neitrīno. Mioni ir elementārdaļiņas ar masu $206,8 m_0$. Tiklab negatīvo, kā arī pozitīvo mionu mijiedarbība ar nukloniem un citām elementārdaļiņām ir vāja.

Mezonu grupā ir π mezoni (pioni), K mezoni (kaoni) un etons. Izšķir π^0 un π^\pm mezonus attiecīgi ar masām $264,2 m_0$ un $273,2 m_0$. Pašlaik pazīstami divi K mezonu veidi ar masām $966,6 m_0$ un $974,8 m_0$ un viens etons η^0 ar masu $1076 m_0$. Visu mezonu mijiedarbība ar nukloniem ir stipra. Šī mijiedarbība izraisa starp nukloniem kodolspēkus.

Dalīņas nosaukums	Dalīņa	Antidālīņa	Lādiņš	Masa (m_0 vienībās)	Spins	Dalīņas sabrukšanas piemēri	Dzīves laiks
Fotons	γ	γ	0	0	1	Stabils	
Leptoni							
Neitrīno	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	0	1/2	Stabils	
	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	1/2	"	
Elektrons	e^-	e^+	$\pm e$	1	1/2	"	
Mions	μ^-	μ^+	$\pm e$	206,8	1/2	$e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$	$2,2 \cdot 10^{-6}$ s
Mezoni							
Pioni	π^0	π^0	0	264,2	0	$\gamma + \gamma$	$0,89 \cdot 10^{-16}$ s
	π^+	π^-	$\pm e$	273,2	0	$\mu^+ + \nu_\mu$	$2,6 \cdot 10^{-8}$ s
Kaoni	K^+	K^-	$\pm e$	966,6	0	$\mu^+ + \nu_\mu$	$1,2 \cdot 10^{-8}$ s
	K^0	K^0	0	974,8	0	$\pi^0 + \pi^-$	$0,86 \cdot 10^{-10}$ s
	η^0	η^0	0	1076	0	$\pi^- + e^+ + \nu_e$	$5,38 \cdot 10^{-8}$ s
						3π	$\sim 10^{-19}$ s
Barioni							
Protons	p	\bar{p}	$\pm e$	1836,1	1/2	Stabils	932 s
Neitrons	n	\bar{n}	0	1838,6	1/2	$p + e^- + \bar{\nu}_e$	
6 hiperoni	$\Lambda^0, \Sigma^{0,\pm}$	$\bar{\Lambda}^0, \bar{\Sigma}^{0,\pm}$	0, $\pm e$	2183,14 ÷ 2585,58	1/2	$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$	$2,5 \cdot 10^{-10}$ s
	$\Xi^{0,-}$	$\bar{\Xi}^{0,-}$				$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$	$1,7 \cdot 10^{-10}$ s
Ω^- hiperons	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	$\pm e$	3096,63	3/2	$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$	$1,3 \cdot 10^{-10}$ s

Barioni jeb smagās elementārdaļiņas iedalās nuklonos un hiperonos. Nukloni ir protoni, neitroni un antiprotoni, antineitroni. Antiprotonu 1955. gadā atklāja Segrē, apšaudot Cu plāksnīti ar protoniem, kuru enerģija 6,26 GeV. Protoni, ejot cieši garām Cu atoma kodoliem, parasti rada pionus, bet retos gadījumos (1:40 000) arī protona-antiprotona pārus. Antineitronus atklāja 1956. gadā reakcijā, kurā elektriskais lādiņš pāriet no antiprotona uz protonu: $\bar{p} + p \rightarrow \bar{n} + n$. Par hiperoniem sauc elementārdaļiņas, kuras ir smagākas nekā nukloni. Šobrīd ir zināmi 7 hiperonu veidi ar masām no 2183,4 m_0 līdz 3096 m_0 , kuru mijiedarbība ar citām daļiņām var būt stipra vai vāja.

Elementārdaļiņas raksturo šādi jau pazīstami lielumi: 1) elektriskais lādiņš, 2) masa, 3) spins L_s , 4) spina projekcija L_{sz} , 5) magnētiskais moments M_s un 6) vidējais dzīves laiks t_0 . Bez tam tikai elementārdaļiņu raksturošanai lieto 7) izotopisko spīnu T un 8) tā projekciju T_z , 9) barionu lādiņu N un leptonu lādiņu L , 10) dīvainību D un 11) pāriību d .

Izotopiskajam spīnam T nav nekāda sakara ar spīnu, t. i., daļiņas mehānisko momentu. Tas tikai izsaka vienas un tās pašas masas (aptuveni) elementārdaļiņas dažādus stāvokļus. Tā, piemēram, nuklonam ir divi — protona un neitrona stāvokļi, tāpēc nuklonam analogi mehāniskajam spīnam ir izotopiskais spīns $T = 1/2$. Izotopiskā spina projekcija $T_z = 1/2$ atbilst protonam un projekcija $T_z = -1/2$ — neitronam. Triju veidu pioniem (π^0 , π^\pm) izotopiskais spīns $T = 1$ un izotopiskā spina projekcijas $T_z = 0, \pm 1$.

Barionu lādiņš N ir aplūkojamās daļiņu sistēmas smago daļiņu un smago antidaļiņu skaita starpība, un leptonu lādiņš L ir tās leptonu un antileptonu skaita starpība. Daļiņu pārvēršanās procesos tiklab bariona lādiņš N , kā leptona lādiņš L nemainās (saglabājas).

K mezoni un Λ , Ξ un Ω hiperoni (sk. elementārdaļiņu tabulu) ir «dīvaini», jo tie rodas stiprā mijiedarbībā (t. i., pa vīlenam) 10^{-23} s laikā, bet sabrūk vājā mijiedarbībā (pāros) $10^{-8} \div 10^{-10}$ s laikā. Šīs daļiņu īpašības raksturošanai tika ieviesta daļiņas dīvainība D , ko definē ar izteiksmi

$$D = 2(e - T_z) - N \quad (38-21)$$

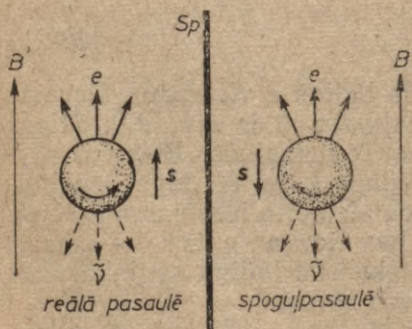
(e — ir elementārdaļiņas elektriskais lādiņš e vienībās). Parasto daļiņu dīvainība ir 0, dīvainajām daļiņām tā ir $\pm 1, \pm 2$. Stiprā daļiņu mijiedarbībā daļiņu dīvainība D nemainās. Elementārdaļiņu procesos leptonu un barionu lādiņu L un N , tāpat dīvainības D saglabāšanās likumiem (t. i., daudzu citu iespējamo procesu aizliegumiem) ir ļoti liela nozīme, kas līdz ar citiem — masas, enerģijas, mehāniskā momenta un elektriskā lādiņa saglabāšanās likumiem dod iespēju noteikt šo procesu norisi.

Daļiņas pāriība ir daļiņas kustības, resp., tās viļņu funkcijas

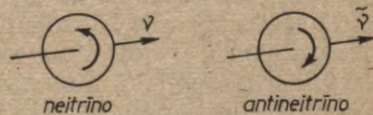
simetrija pret kādu centru. Daļiņas ārējā pāribe d_a ir daļiņas kustības simetrija pret koordinātu sākumpunktu. Kvantu mehānikā šī kustība var būt *simetriska*, tad, viļņu funkcijā apmainot koordinātu x, y, z vērtības ar pretējo zīmju vērtībām $-x, -y, -z$, dabū to pašu viļņu funkciju $\varphi(-x, -y, -z) = \varphi(x, y, z)$, vai *antisimetriska*, tad dabū, ka $\varphi(-x, -y, -z) = -\varphi(x, y, z)$. Pirmajā gadījumā $d_a = +1$, otrajā — $d_a = -1$. Pāribu d_a var izteikt ar blakus kvantu skaitli l : $d_a = (-1)^l$. Daļiņu sistēmai neatkarīgi no daļiņu mijiedarbības veida pāribe $d_a = (-1)^{\sum l_i}$. Daļiņas iekšējo pāribu d_{ie} raksturo tās iekšējās kustības (struktūras) simetrija pret daļiņas centru, kas arī var būt $d_{ie} = +1$ (leptoniem un barioniem) vai $d_{ie} = -1$ (fotonam un mezoniem). Pilnā vienas daļiņas pāribe $d = d_a \cdot d_{ie}$, un n daļiņu sistēmas pilnā pāribe $d = d_1 \cdot d_2 \cdot \dots \cdot d_n$.

Agrāk vienmēr kvantu mehānikā pieņēma, ka sistēmas pāribe var mainīties tikai tad, ja no tās aiziet vai tai pienāk fotons vai kāda daļiņa, un ka noslēgtas sistēmas pāribe saglabājas (nemainās). Bija arī zināms, ka visiem saglabāšanās un citiem likumiem pakļaujas ne vien reālā pasaule, bet arī plakanā spoguļatpoguļotā pasaule, un, otrādi, ja eksistē parādību spoguļsimetrija, tad ir spēkā visi, arī pāribas saglabāšanās likumi (t. i., abas pasaules nav atšķiramas). Ja, piemēram, ir spēkā pāribas saglabāšanās likums, tad magnētiskajā laukā B orientētiem ${}_{27}\text{Co}^{60}$ kodoliem jāizstaro tikpat daudz elektronu e^- kā lauka, resp., kodola spina s virzienā, tā pretējā virzienā. Bet, kā to negaidīti parādīja novērojumi (Li, Jangs un Vu 1957. g.), kodola spina s virzienā tiek izstarots vairāk elektronu (38-32. zīm.), tāpēc spoguļattēlā redzamā norise nesaskan ar eksperimentu, jo tajā vairāk elektronu tiek izstarots spinam pretējā virzienā. Tātad pāribe šajā vājās mijiedarbības procesā nesaglabājas. Sekas no pāribas nesaglabāšanās ir neitrino spina un kustības virziena saistība (38-33. zīm.), t. i., neitrino jābūt ar *kreiso*, bet antineitrino — ar *labo spiralitāti*.

Aplūkojot elementārdaļiņu tabulu, redzam, ka elementārdaļiņu spins ir vai nu nulle, vai $\hbar/2$. Daļiņas, kuru spins ir nulle, sauc par



38-32. zīm.



38-33. zīm.

bozoniem, bet daļiņas, kurām spins ir $\hbar/2$, — par fermioniem.

Visas elementārdaļiņas iedalās daļiņās un antidaļiņās. Ikvienai daļiņai, kurai ir spins $\hbar/2$, eksistē arī antidaļiņa. Antidaļiņai salīdzinājumā ar daļiņu ir *tikpat liela* masa m , spins L_s , spina projekcija L_{sz} , vidējais dzīves laiks t_0 (ja daļiņa ir nestabila), izotopiskais spins T , tikpat liels, bet *pretējas zīmes* elektriskais lādiņš e , magnētiskais moments M_s , izotopiskā spina projekcija T_z , leptona lādiņš L , barionu lādiņš N , pāriība d , dīvainība D un spirālītāte. Trīs elementārdaļiņas — fotons, π^0 un η^0 mezoni — ir vienādas ar savām antidaļiņām.

2. **Elementārdaļiņu mijiedarbībā**, t. i., daļiņu apmaiņās ar kādām citām elementārdaļiņām, izšķir trīs mijiedarbību veidus: 1) stipro, 2) elektromagnētisko un 3) vājo mijiedarbību.

Elektromagnētisko mijiedarbību, kuru raksturo konstante $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = 1/137$ un kuras norisei nepieciešamais laiks ir $10^{-16} \div 10^{-17}$ s, jau aplūkojām šī kursa elektrības daļā. Tā eksistē, daļiņām atrodoties arī bezgalīgā attālumā.

Nuklonu stipro mijiedarbību īsi apskatījām šīs nodaļas 2. §, bet nuklonu un elektronu-pozitronu-neitrīno-antineitrīno vājo mijiedarbību aplūkojām šīs nodaļas 5. §. Stiprā mijiedarbībā elementārdaļiņas virtuāli emitē un absorbē *vienu* mazākas masas daļiņu, turpretim vājā mijiedarbībā tiek vienlaikus virtuāli emitētas un vienlaikus absorbētas *vairākas* elementārdaļiņas. Gadījumā, ja emitējošā elementārdaļiņa nav stabila, virtuālā emisija var pārvērsties patiesā daļiņas emisijā. Šādas elementārdaļiņu mijiedarbības veidus novērojam elementārdaļiņu dažādos stacionāros stāvokļos, piemēram, kodolos un daļiņu sadursmēs vai daļiņu sabrukšanas procesos. Stiprā mijiedarbībā, kuru raksturo *Fermi konstante* $\frac{g^2}{\hbar c} \approx 1$ [g — kodola «lādiņš»; sk. izt. (38-6)], daļiņas emisijas un absorbcijas laika sprādis ir ļoti īss (aptuveni 10^{-23} s). Vājā mijiedarbībā, kuru raksturo konstante $\frac{g'^2}{\hbar c} \approx 10^{-13}$ (g' — kodola «lādiņš» vājā mijiedarbībā), ilgst aptuveni 10^{-9} s. Stiprās un vājās mijiedarbības rādiuss Δx , kuru nosaka Heizenberga nenoteiktību sakarība $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$, ir galīgs. Nuklonu mijiedarbībā, kur $\Delta x = \frac{\hbar}{mc}$ (m — π mezona masa), stiprās mijiedarbības jeb kodolspēku darbības rādiuss $\Delta x \approx 10^{-13}$ cm. Šo rādiusu nosaka mezona noskrējiens laikā $t = \hbar c / \Delta p_x$, ja mezons kustas ar gaismas ātrumu c .

FIZIKĀLO LIELUMU MĒRVENĪBAS

SI MĒRVENĪBU SISTĒMA

SI mērvienību sistēma ir izveidota no 1) MKS sistēmas (mehānikas un akustikas lielumu mērvienību sistēma), 2) MKSK sistēmas (siltuma lielumu mērvienību sistēma), 3) racionalizētās MKSA sistēmas (elektrības, magnētisma un atomfizikas lielumu mērvienību sistēma) un 4) MKSC sistēmas (fizioloģiskās optikas lielumu mērvienību sistēma).

MKS sistēmā ir 3 pamatvienības (m, kg, s), MKSK sistēmā — 4 pamatvienības (m, kg, s, K), MKSA sistēmā — 4 pamatvienības (m, kg, s, A) un MKSC sistēmā — 4 pamatvienības (m, kg, s, cd). Kā redzam, 3 pamatvienības visām sistēmām ir kopējas (m, kg, s). Līdz ar to SI sistēmā ir 6 pamatvienības (m, kg, s, K, A un cd), kurām pievienotas divas t. s. papildvienības (rad; sr); pārējās vienības ir atvasinātas. Tabulā dotas SI sistēmas svarīgākās mērvienības.

Lielums	Vienības		Definīcijas izteiksme
	nosaukums	apzīmējums	
Pamatvienības			
Garums <i>l</i>	metrs	m	
Masa <i>m</i>	kilogramms	kg	
Laiks <i>t</i>	sekunde	s	
Temperatūra <i>T</i>	kelvins	K	
Strāvas stiprums <i>I</i>	ampērs	A	
Gaismas stiprums <i>I</i>	kandela	cd	
Papildvienības			
Plaknes leņķis φ	radiāns	rad	$\varphi = \frac{s}{r}$
Telpas leņķis ω	steradiāns	sr	$\omega = \frac{S}{r^2}$
Atvasinātās vienības			
1. Mehānikas lielumiem			
Leņķiskais ātrums ω	radiāns sekundē	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\omega = \frac{\varphi}{t}$
Leņķiskais paātrinājums ε	radiāns uz sekundi kvadrātā	$\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$	$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Ātrums <i>v</i>	metrs sekundē	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$v = \frac{s}{t}$
Paātrinājums <i>a</i>	metrs uz sekundi kvadrātā	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Lielums	Vienības		Definīcijas izteiksme
	nosaukums	apzīmējums	
Laukums S	kvadrātmets	m^2	
Tilpums V	kubikmets	m^3	
Blīvums ρ	kilograms uz kubikmetru	$\frac{kg}{m^3}$	$\rho = \frac{m}{V}$
Spēks F	ņūtons	N	$F = ma$
Inerces moments I	kilograms reiz mets kvadrātā	$kg \cdot m^2$	$I = mr^2$
Spiediens p	paskāls	Pa	$p = \frac{F}{S}$
Darbs A , enerģija E	džouls	J	$A = Fs$
Spēka moments M	ņūtonmets	$N \cdot m$	$M = Fr$
Spēka impulss $F\Delta t$	ņūtonsekunde	$N \cdot s$	$F\Delta t = \Delta(mv)$
Jauda N	vats	W	$N = \frac{A}{t}$
Dinamiskā viskozitāte η	paskālsekunde	$Pa \cdot s$	$\eta = \frac{F}{\frac{\Delta v}{\Delta s} S}$
Kinematiskā viskozitāte ν	kvadrātmets uz sekundi	$\frac{m^2}{s}$	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$

2. Akustikas lielumiem

Skaņas svārstības spiediens $(\Delta p)_0$	paskāls	Pa	$(\Delta p)_0 = \rho u u_0$
Akustiskā pretestība	paskālsekunde uz kubikmetru	$\frac{Pa \cdot s}{m^3}$	$\frac{(\Delta p)_0}{u_0 S}$
Mehāniskā pretestība	paskālsekunde reiz mets	$Pa \cdot s \cdot m$	$\frac{(\Delta p)_0 S}{u_0}$
Enerģijas blīvums w	džouls uz kubikmetru	$\frac{J}{m^3}$	$\frac{\rho u_0^2}{2}$
Skaņas intensitāte I	vats uz kvadrātmetu	$\frac{W}{m^2}$	$\frac{(\Delta p)_0^2}{2\rho v}$

3. Siltuma lielumiem

Temperatūras gradients $\frac{\Delta T}{\Delta s}$	kelvins uz metru	K/m	
Siltuma daudzums Q	džouls	J	
Ipatnējā siltumietilpība c	džouls uz kilogramu un kelvinu	$\frac{J}{kg \cdot K}$	$c = \frac{Q}{m\Delta T}$
Ipatnējais fāzes maiņas siltums q	džouls uz kilogramu	$\frac{J}{kg}$	$q = \frac{Q}{m}$
Termiskās izplešanās koeficients α	viens dalīts ar kelvinu	$\frac{1}{K}$	$\alpha = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T}$

Lielums	Vienības		Definīcijas izteiksme
	nosaukums	apzīmējums	
Siltuma vadišanas koeficients λ	vats uz metru un kelvinu	$\frac{W}{m \cdot K}$	$\lambda = \frac{Q}{\frac{\Delta T}{\Delta s} St}$
Siltuma atdeves koeficients α_T	vats uz kvadrātmetru un kelvinu	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$	$\alpha_T = \frac{Q}{\Delta T St}$

4. Elektriības lielumiem

Elektriības daudzums (lādīņš) Q	kulons vai ampērsēkonde	C vai A · s	$Q = It$
Elektriskā lauka intensitāte E	volts uz metru	$\frac{V}{m}$	$E = F/Q$
Elektriskā lauka intensitātes plūsma Φ_E	volts reiz metrs	V · m	$\Phi_E = E \cdot S$
Elektriskā lauka nobīde (indukcija) D . Polārizācija P	kulons uz kvadrātmetru	$\frac{C}{m^2}$	$D = \frac{\Phi}{S}$
Elektriskā lauka potenciāls φ , potenciālu starpība $\Delta\varphi$, spriegums U un elektrodzinējspēks \mathcal{E}	volts	V	$U = \frac{A}{Q}$
Kapacitāte C	farads	F	$C = \frac{Q}{U}$
Pretestība R	oms	Ω	$R = \frac{U}{I}$
Vadītspēja $1/R$	sīmens	S	$\frac{1}{R} = \frac{I}{U}$

Vakuuma dielektriskā konstante $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{F}{m} = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

5. Magnētisma lielumiem

Magnētiskā lauka intensitāte H	ampērs uz metru vai ampērvijumi uz metru	$\frac{A}{m}$ vai $\frac{At}{m}$	$H = \frac{I}{2\pi r}$
Magnētiskā lauka indukcija B	tesla	T	$B = \frac{\Phi}{S}$
Magnētiskā lauka plūsma Φ (magnētiskā pola stiprums m)	vēbers	Wb	$\Delta\Phi = -\mathcal{E}_t \Delta t$
Magnētiskā lauka spriegums U_m	ampērs vai ampērvijums	A vai At	$U_m = In$

Lielums	Vienības		Definīcijas izteiksme
	nosaukums	apzīmējums	
Induktivitāte L un savstarpējā induktivitāte M	henrijs	H	$L = - \frac{\mathcal{E}_i}{\Delta I / \Delta t}$
Mainstrāvas pilnā jauda N	voltampērs	V · A	$N = IU$
Mainstrāvas aktīvā jauda N_a	vats	W	$N_a = IU \cos \varphi$
Mainstrāvas reaktīvā jauda N_r	vars	var	$N_r = IU \sin \varphi$

Vakuuma magnētiskā caurlaidība $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} = 1,256637 \text{ H/m}$.

6. Elektromagnētiskā starojuma lielumiem

Elektromagnētiskā starojuma daudzums \mathcal{W}_s (enerģija)	džouls	J	
Elektromagnētiskā starojuma plūsma Φ_s	vats	W	$\Phi_s = \frac{\mathcal{W}_s}{t}$
Elektromagnētiskā starojuma intensitāte Π	vats uz metru kvadrātā	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$\Pi = EH$
Enerģētiskā spīdība R_s	vats uz kvadrātmetru	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$R_s = \frac{\Phi_s}{S}$

(Citu elektromagnētiskā starojuma lielumu mērvienības sk. 26. nod. 2. §.)

7. Fizioloģiskās fotometrijas lielumiem

Gaismas plūsma Φ	lūmens	lm	$\Phi = \frac{W}{t}$
Gaismas daudzums \mathcal{W}	lūmensekunde	lm · s	
Spīdība R	lūmens uz kvadrātmetru	$\frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$	$R = \frac{\Phi}{S}$
Spožums B	nits	nt	$B = \frac{I}{S}$
Apgaismojums E	lukss	lx	$E = \frac{\Phi}{S}$
Apgaismojuma daudzums Et	luksssekunde	lx · s	

8. Jonizējošo starojumu lielumiem

Daļiņu plūsmas blīvums I	daļiņu skaits uz kvadrātmetru sekundē	$\frac{\text{daļ.}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$	$I = \frac{N}{S \cdot t}$
Apstarojuma doza D	kulons uz kilogramu	$\frac{\text{C}}{\text{kg}}$	$D = \frac{Q}{m}$

Lielums	Vienības		Definīcijas izteiksme
	nosaukums	apzīmējums	
Apstarojuma dozas jauda P	ampērs uz kilogra- mu	$\frac{A}{kg}$	$P = \frac{D}{t}$
Absorbētā doza D_a	džouls uz kilogra- mu	$\frac{J}{kg}$	$D_a = \frac{E}{m}$
Absorbētās dozas jauda P_a	vats uz kilogramu	$\frac{W}{kg}$	$P_a = \frac{D_a}{t}$
Radioaktīvās vielas akti- vitāte $\Delta N/\Delta t$	viena sabrukšana sekundē	$\frac{sabr.}{s}$	$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$

DAĻU UN DAUDZKĀRTŅU MĒRVIENĪBAS, CITU SISTĒMU UN ĀRPUSISTĒMU MĒRVIENĪBAS

Lielākas vienības apzīmē, pievienojot vienības apzīmējumam burtus da (deka — 10), h (hekto — 10^2), k (kilo — 10^3), M (mega — 10^6), G (giga — 10^9), T (tera — 10^{12}), bet *mazākas* vienības apzīmē, pievienojot burtus d (deci — 10^{-1}), c (centi — 10^{-2}), m (mili — 10^{-3}), μ (mikro — 10^{-6}), n (nano — 10^{-9}), p (piko — 10^{-12}), f (femto — 10^{-15}), a (ato — 10^{-18}).

1. Mehānikas lielumiem

Mehānikas lielumiem CGS sistēmas mērvienības atšķiras no SI sistēmas mērvienībām ar to, ka metra (m) vietā ir centimetrs (cm) un kilograma (kg) vietā grams (g). Svarīgākās CGS un citu sistēmu kā arī ārpusistēmu mērvienības mehānikas lielumiem ir šādas.

Garumam: 1) mikrons, $1\mu = 10^{-6}$ m; 2) angstrēms, $1\text{Å} = 10^{-10}$ m.

Masai: 1) tónna, $1t = 10^3$ kg; 2) centners, $1q = 10^2$ kg; 3) karāts, $1ct = 2 \cdot 10^{-4}$ kg; 4) atoma masas vienība, $1u = 1,6604345 \cdot 10^{-27}$ kg; 5) grammols ir $\mu[g]$, 6) kilogrammols ir $\mu[kg]$, kur μ — molekulmasa; 7) masas tehniskā vienība, $1kgf \cdot s^2/m = 9,80665$ kg.

Laikam: 1) stunda, $1h = 3600$ s; 2) diena, $1d = 86400$ s; 3) tropiskais gads, $1g = 31556925,9747$ s.

Plaknes leņķim: 1) loka grāds, $1^\circ = \pi/180$ rad; 2) loka minūte, $1' = (\pi/108) \cdot 10^{-2}$ rad; 3) loka sekunde, $1'' = (\pi/648) \cdot 10^{-3}$ rad.

Laukumam: 1) hektārs, $1ha = 10^4$ m²; 2) ārs, $1a = 100$ m²; 3) 1 barns = 10^{-24} cm².

Tilpumam: litrs, $1l = 1,000028 \cdot 10^{-3}$ m³ (1 kg ūdens tilpums 3,9 °C temperatūrā).

Pagrieziena leņķim: 1 apgrieziena = 2π rad.

Leņķiskajam ātrumam: 1 apgrieziena sekundē = 2π rad/s.

Blīvumam: $1g/cm^3 = 10^3$ kg/m³.

Spēkam: 1) spēka kilograms, $1kgf = 9,80665$ N; 2) dīns, $1dyn = 10^{-5}$ N.

Ipatnējam svaram: 1) $1 \text{ gf/cm}^3 = 9,80665 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$; 2) $1 \text{ kgf/m}^3 = 9,80665 \text{ N/m}^3$.

Spiedienam: 1) bars, $1 \text{ bar} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2 = 1,0197 \text{ kgf/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$; 2) $1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ tors} = 1,33322 \cdot 10^{-3} \text{ bar} = 133,322 \text{ Pa}$; 3) tehniskā atmosfēra, $1 \text{ at} = 1 \text{ kgf/cm}^2 = 9,80665 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2 = 0,980665 \text{ bar} = 9,80665 \cdot 10^4 \text{ Pa}$; 4) $1 \text{ kgf/mm}^2 = 98,0665 \text{ bar} = 9,80665 \cdot 10^6 \text{ Pa}$; 5) fizikālā atmosfēra, $1 \text{ atm} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; 6) 1 mm ūdens staba, $1 \text{ mm H}_2\text{O} = 9,80665 \text{ Pa}$; 7) $1 \text{ dyn/cm}^2 = 10^{-1} \text{ Pa}$.

Darbam un enerģijai: 1) vatstunda, $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ J}$; 2) $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$; 3) $1 \text{ kgf} \cdot \text{m} = 9,80665 \text{ J}$; 4) $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$; 5) $1 \text{ l} \cdot \text{atm} = 101,325 \text{ J}$; 6) $1 \text{ eV} = 1,60207 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Jaudai: 1) zirgspēja, $1 \text{ ZS} = 735,499 \text{ W} = 632,4 \text{ kcal/h} = 75 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$; 2) $1 \text{ kgf} \cdot \text{m/s} = 9,80665 \text{ W} = 1,333 \cdot 10^{-2} \text{ ZS}$; 3) $1 \text{ kcal/h} = 1,163 \text{ W}$; 4) $1 \text{ cal/s} = 0,427 \text{ kgf/s} = 4,1868 \text{ W}$; 5) $1 \text{ erg/s} = 0,239 \cdot 10^{-7} \text{ cal/s} = 10^{-7} \text{ W}$.

Dinamiskajai viskozitātei: 1) puāzs, $1 \text{ P} = 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$; 2) $1 \text{ kgf} \cdot \text{s/m}^2 = 9,80665 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

Kinemātiskajai viskozitātei: stokss, $1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

2. Akustikas lielumiem

Pāreja no CGS uz SI sistēmas akustikas lielumu mērvienībām ir šāda. Skaņas svārstību spiedienam: $1 \text{ dyn/cm}^2 = 10^{-1} \text{ Pa}$; akustiskai pretestībai: $1 \text{ dyn} \cdot \text{s/cm}^5 = 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^3$.

Citas akustisko lielumu mērvienības sk. 24. nod. 2. un 4. §.

3. Siltuma lielumiem

Pārejot no SI mērvienību sistēmas vienībām uz CGSK sistēmas vienībām, metra vietā jāliek centimetrs, kilograma vietā grams un džoula vietā ergs.

Ārpussistēmu siltuma mērvienības galvenokārt rodas, siltuma daudzuma vienības džoula vietā lietojot kaloriju vai kilokaloriju. Bez tam šajā gadījumā metra vietā lieto centimetru, sekundes vietā minūti vai stundu (h) un masas kilograma vietā molu vai kilomolu.

Atzīmēsīm šādas vienības.

Siltuma daudzumam: 1) kalorija, $1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$ (kalorijas definīcija); 2) $1 \text{ kcal} = 4,1868 \cdot 10^3 \text{ J}$; 3) $1 \text{ J} = 0,239 \text{ cal}$.

Ipatnējai siltumietilpībai: $1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}} = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 4,1868 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Ipatnējam fāzu maiņas siltumam: $1 \text{ cal/g} = 1 \text{ kcal/kg} = 4,1868 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$.

Siltuma vadīšanas koeficientam: 1) $1 \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot \text{K}} = 4,1868 \cdot 10^2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$;

2) $1 \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{K}} = 1,1630 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$.

Siltuma atdeves koeficientam: $1 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = 4,1868 \cdot 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$.

4. Elektribas un magnētisma lielumiem

Neracionalizētajā MKSA mērvienību sistēmā, kurā elektrisko un magnētisko lielumu sakarības nav racionalizētas ar faktoru 4π , elektrisko lielumu sakarības ir tādas kā CGSE sistēmā un magnētisko lielumu sakarības tādas kā CGSM sistēmā. Neracionalizētajā MKSA sistēmā 1) vakuuma elektriskā konstante ϵ_0 un magnētiskā caurlaidība μ_0 ir 4π reižu lielākas nekā racionalizētajā MKSA, resp., SI sistēmā; 2) neracionalizētās D , Φ_D , H un magnētiskā lauka sprieguma U_m vienības (attiecīgi $C/(4\pi \text{ m}^2)$, $C/4\pi$, $A/(4\pi \text{ m})$ un $A/4\pi$) ir 4π reižu mazākas par attiecīgajām racionalizētajām, resp., SI sistēmas vienībām. Pārējo lielumu vienības abām sistēmām ir vienādas.

CGSE un CGSM sistēmas, kuru pamatvienības ir centimetrs (cm), grams (g) un sekunde (s), atšķiras ar vakuuma elektriskās un magnētiskās konstantes ϵ_0 un μ_0 izvēli. Pārēja no CGSE un CGSM vienībām uz SI sistēmas vienībām ir šāda.

Elektriskajam lādiņam: 1 CGSE vien. = $(3 \cdot 10^9)^{-1}$ C; 2) 1 CGSM vien. = $= 10$ C.

Elektriskā lauka intensitātei: 1 CGSE vien. = $3 \cdot 10^4$ V/m.

Elektriskā lauka nobidei: 1 CGSE vien. = $(4\pi \cdot 3 \cdot 10^5)^{-1}$ C/m².

Nobides plūsmai: 1 CGSE vien. = $(4\pi \cdot 3 \cdot 10^9)^{-1}$ C.

Potenciālam, spriegumam un elektrodzinējspēkam: 1) 1 CGSE vien. = 300 V; 2) 1 CGSM vien. = 10^{-8} V.

Kapacitātei: 1 cm = $(9 \cdot 10^{11})^{-1}$ F.

Strāvas stiprumam: 1) 1 CGSE vien. = $(3 \cdot 10^9)^{-1}$ A; 2) 1 CGSM vien. = $= 10$ A.

Pretestībai: 1) 1 CGSE vien. = $9 \cdot 10^{11}$ Ω; 2) 1 CGSM vien. = 10^{-9} Ω.

Magnētiskā lauka intensitātei: 1 ersteds (Oe) = $(10^3/4\pi)$ A/m.

Magnētiskā lauka indukcijai: 1 gauss (Gs) = 10^{-4} T.

Plūsmai: 1 maksvels (Mx) = 10^{-8} Wb.

Magnētiskā lauka spriegumam: 1 džilberts (Gb) = $(10/4\pi)$ A.

Induktivitātei un savstarpējai induktivitātei: 1 cm = 10^{-9} H.

Ārpussistēmu enerģijas mērvienība ir elektronvolts, 1 eV = $1,60207 \cdot 10^{-19}$ J.

5. Fizioloģiskās fotometrijas lielumiem

Ārpussistēmu mērvienības. *Apgaismojumam:* fots, 1 fot = 10^4 lx.

Spožumam: 1 stilbs, 1 Sb = 10^4 nt; 2) apostilbs, 1 aSb = $1/\pi$ nt; 3) 1 lam-berts = $10^4/\pi$ nt.

6. Jonizējošo starojumu lielumiem

Ārpussistēmu mērvienības rentgenstaru un citu jonizējošo starojumu lielumiem ir šādas.

Rentgenstarojuma un γ starojuma apstarojuma dozai: rentgens, 1 R = $= 2,58 \cdot 10^{-4}$ C/kg.

Apstarojuma dozas jaudai: rentgens sekundē, 1 R/s = $2,58 \cdot 10^{-4}$ A/kg.

Absorbētai starojuma dozai: rads, 1 rad = 0,01 J/kg.

Absorbētās dozas jaudai: rads sekundē, 1 rad/s = 0,01 W/kg.

Aktivitātei: kirī, 1 Ci = $3,7 \cdot 10^{10}$ sabr./s.

II PIELIKUMS

SVARĪGĀKĀS FIZIKĀLĀS KONSTANTES

Normālais smagumspekā paātrinājums g	9,80665 m/s ²
Gravitācijas konstante	6,670 · 10 ⁻¹¹ m ³ /(kg · s ²)
Zemes masa	5,97 · 10 ²⁴ kg
Zemes rādiuss	6356—6378 km
Zemes attālums no Saules	1,497 · 10 ¹¹ m
Saules masa	1,98 · 10 ³⁰ kg
Gaisa blīvums normālos apstākļos	1,293 kg/m ³
Avogadro skaitlis N_1	6,02220 · 10 ²⁶ kmol ⁻¹
Gāzu konstante R	8,3143 · 10 ³ J/(kmol · K)
Bolcmaņa konstante k	1,38054 · 10 ⁻²³ J/K = = 8,6168 · 10 ⁻⁵ eV/K
Elektrona lādiņš e	1,60220 · 10 ⁻¹⁹ C
Elektrona īpatnējais lādiņš e/m_e	1,758796 · 10 ¹¹ C/kg
Faradeja skaitlis F	96,4870 · 10 ⁶ C/kmol
Gaismas ātrums vakuumā c	2,997925 · 10 ⁸ m/s
Stefana—Bolcmaņa konstante σ	5,6697 · 10 ⁻⁸ J/(m ² · s · K ⁴)
Vīna konstante	2,898 · 10 ⁻³ m · K
Planka konstante h	6,6262 · 10 ⁻³⁴ J · s
$h/2\pi = \hbar$	1,0546 · 10 ⁻³⁴ J · s
Ridberga konstante R_∞	10 973 731 m ⁻¹
Bora magnetons μ_B	9,2741 · 10 ⁻²⁴ A · m ²
Kodolā magnetons μ_N	5,0505 · 10 ⁻²⁷ A · m ²
Elektrona masa m_e	9,1091 · 10 ⁻³¹ kg
Protona masa m_p	1,67252 · 10 ⁻²⁷ kg
Neitrona masa m_n	1,67482 · 10 ⁻²⁷ kg
α daļiņas masa m_α	6,64420 · 10 ⁻²⁷ kg
Deitona masa	2,0141022 u
Atoma masas vienībai u atbilstošā enerģija	931,478 MeV

ALFABĒTISKAIS RĀDĪTĀJS *

- Aberācija, hromatiskā, 452
 — sfēriskā 652
 Absolūti melns ķermenis 539
 Absorbcijas spēja, starojuma, 520, 538
 Aerācija, zemes, 112
 Akseptori 619
 Aktinīdi 597
 Akumulatori 299
 Alfa daļiņu izkliedes pētījumi 557
 Amorfa viela 199
 Ampērs (A) 260
 Analizators 503
 Anihilācija, elektrona un pozitrona, 654
 Antidaļiņas 685
 Antiferomagnētisms 453
 Apertūra, skaitliskā, 493
 Apgaismojums 438
 Astigmatisms 453
 Atelektrizēšanās faktors 251
 Atoma mehāniskais moments 356, 559, 564, 587, 592
 — magnētiskais moments 359, 592
 — kodola čaulu modelis 641, 643, 664
 — — dalīšanās reakcija 667, 671
 — — piliena modelis 641, 643, 664
 Atomreaktori 675
 Ātruma telpa 132
 Ātrumi, kosmiskie, 32, 42
 Ātrums, elektromagnētisko viļņu, 422
 — fāzes 390, 569
 — grupas 390, 569
 — metāla elektronu 273
 — molekulu maksimālais 134
 — — vidējais 134
 — — — kvadrātiskais 134
 Attēla izliekums 455

 Barioni 683
 Barometri 106
 Berze, rites, 71
 — slīdes 33
 Betatroni 657
 Bora 1. un 2. postulāts 559, 562
 — ūdeņraža atoma teorija 559
 Brauna kustība 131
 Bravē režģi 205
 Brīvo elektronu gāze 273

 Caurlaidība, elektriskā, 228
 — magnētiskā 318
 Cauršites nosacījums 306
 Caurspīdība, gaismas, 520
 Caurums 616
 Centri, kondensācijas, 217
 — kristalizācijas 217, 222
 Ciklotrons 657

 Daniela elements 298
 Darbs 40, 69, 238
 — elektriskās strāvas 270
 — izejas 280, 546
 — izplešanās 159
 — rotējoša strāvas kontūra 333
 — strāvas vada pārvietošanas 332
 Debrolī vilnis 568, 571
 Decibels (dB) 402
 Defekti, kristālrežģa, 208, 620
 Defektusvadītāji 618
 Destilācija 221
 Dielektriķi 247
 Dielektriskā uzņēmība, relatīvā, 228
 — konstante, vakuuma, 229
 Difrakcija, elektronu, 570
 — Fraunhofera 480
 — Frenela 480
 — trīsdimensionālā režģī 495
 Difūzija 152
 Dihroisms 504
 Dioptrijs 451
 Dipola moments 246
 Dislokācijas 209
 Distorsijas 455
 Dobumi, elektromagnētiskajām svārstībām, 429
 Domeni 253, 364
 Donori 619
 Doza, apstarojuma, 654
 — absorbētā 655
 Dozimetrs 660
 Dzidrinātā optika 472
 Dzirdamības lauks 406
 — sliksnis 406
 Džouls (J) 41

 Efektīvā masa 616
 Efektīvais diametrs 138
 — šķērsgriezums 59, 653, 667
 — strāvas stiprums un spriegums 378

* Šajā rādītājā doti tikai tie jēdzieni, kurus grūtāk atrast pēc satura rādītāja.

- Efekti, kosmisko staru ģeomagnētiskie, 680
 Efekts, Cerenkova, 663
 — Doplera 396, 534
 — Džoula—Tomsona 186
 — Holla 617
 — Kerra 511
 — Komptona 552
 — Mesbauera 655
 — Peltjē 293, 625
 — Starka 595
 — termoelektriskais 290
 — Tindala 524
 — tuneļa 578
 — Zēmaņa 594
 — žiromagnētiskais 362
 Eksitons 628
 Eksperimenti, Lebedeva, 555
 — Lehera 457
 — Mozli 599
 — Tolmena—Stjuarta 272
 Eksperiments, Devisona—Džermera, 570
 — Einšteina—de Hāza 363
 — Franka—Herca 561
 — Maikelsona—Morleja 529
 — Mandelštama—Papaleksi 272
 — Pedersena 416
 — Perēna 131
 — Plato 193
 — Sterna—Gerlaha (molekulu ātrumu sadalījums) 133
 — — (atomu magnētiskais moments) 591
 Ekstraordinārais stars 500
 Ekvipotenciālās virsmas un līnijas 243
 Elektriskās strāvas blīvums 260, 274
 Elektroforēze 297
 Elektroķīmiskais ekvivalents 294
 Elektroluminiscence 633
 Elektron-pozitrona pāris 653
 Elektronu čaulas 596
 — optiskais pārveidotājs 550
 Elektroosmoze 297
 Elektronvolts (eV) 239
 Elektrostrikcija 252
 Elementārlādiņš 244
 Eliptiskās orbītas 564
 Emisija, elektronu aukstā, 283
 — fotonu, inducētā, 634
 — — spontānā 634
 — termoelektronu 281
 Emisijas spēja, starojuma, 538
 Energija, brīvā, 175, 193
 — elastības potenciālā 45, 102
 — elektriskā potenciālā 240, 247, 256
 — — lauka 257
 — elektriskās strāvas magnētiskā lauka 394
 — gravitācijas potenciālā 43
 Energija, harmoniskās svārstības, 85, 146
 — iekšējā, 141, 161, 184, 211
 — jonizācijas 300
 — kodolu potenciālā 642
 — — saites 642, 644
 — magnētiskā lauka 323
 — molekulu savstarpējā potenciālā 181, 605
 — reālo gāzu iekšējā 184
 — relativistiskā, pilnā, 535
 — rotācijas kinētiskā 69, 146
 — siltuma 162
 — šķidrums virsmas 192
 Energijas stāvokļu diagramma 564
 — zonas 610
 — — pusvadītājos 618, 622
 Entalpija 175
 Entropija 172
 Etalons, Fabri—Pero, 479
 Farads (F) 254
 Fāze, svārstības, 79
 — vielas 216
 — viļņa 385
 Fāzes lēcieni 466
 Fazotrons 658
 Fāzu diagramma 223, 226
 — nobīde, viļņa, 385
 — pāreja, pirmā veida, 216
 — — otrā veida 217
 — pārejas nokavēšanās 217
 Ferīti 363
 Flotācija 196
 Fluktuācijas 179
 Fluorescence 630
 Fonons 214
 Fōns (mērvienība) 407
 Formula, augstuma, 106
 — Barkhauzena 286
 — Boguslavska—Lengmīra—Sotki 285
 — Debrolji 569.
 — Hopkinsona 329
 — Klauziusa—Klapeirona 219, 221, 226
 — Koši 515
 — Planka 542
 — Releja—Džīnsa 543
 — Ričardsona 282
 — sfēriska spoguļa 443
 — sfēriskas lēcas 449
 — Tomsona 413
 — Vīna 544
 Formulas, Freneja, 499
 — Laplasa 194
 Fosforescence 630
 Fotodiode 629
 Fotoefekts, ārējais, 546

- Fotoefekts, gamma staru, 653
 — iekšējais 627
 — sprostsliņa 628
 Fotoelastība 512
 Fotoelektronu daudzkārsotājs 548
 Fotoelements 628
 Fotoluminiscence 631
 Fotona masa, kustības daudzums, enerģija 552
 Fotopretestība 628
 Fotošūnas 548
 Fraunhoferu līnijas 517
 Freneja biprizma 467
 — spoguļi 467
 — zonas 393
 Fuko strāvas 351
- Gaisa mitrums 220
 Gaiss, šķidrums, 189
 Gaismas atdeve 439
 — dubultlaušana 500
 — plūsma 436
 — polarizācijas izkliede 523
 — spiediens 554
 — stiprums 438
 Galvanoplastika 297
 Galvanostēģija 297
 Gazotrons 285, 313
 Geigera—Netola sakarība 647
 Ģeneratori, elektriskās strāvas, 261
 — elektromagnētisko svārstību 417
 — magnetohidrodinamiskie 340
 — kodoltermiskie 677
- Heizenberga nenoteiktību sakarības 574
 Hēlijs, šķidrums, 189
 Hemioluminiscence 633
 Herca vibrators 417
 Hidrodinamiskais paradokss 112
 Hiperoni 683
 Histerēze, elektriskā, 253
 — magnētiskā 361
 — mehāniskā 104
 Hivisaida slāņi 421
 Hologrāfija 493
 Hunda kārtula 597
- Ikonoskops 551
 Infrasarkanie starri 610
 Inerce 24, 27, 63, 345
 Inerces moments 63
 — rādiuss 64
 Inerciāla atskaites sistēma 28
- Intensitāte, caurteces, 109, 114
 — dipola elektriskā lauka 248
 — elektriskā lauka 230
 — elektromagnētisko viļņu 424
 — gravitācijas lauka 44
 — magnētiskā lauka 322
 — skaņas viļņu 401
 Interference, Debrolji viļņu, 571
 — viļņu 387
 Interferences filtrs 479
 Izlāde, asumu, 314
 — patstāvīgā 302
 — tumšā 306
 Izobāri kodoli 640
 Izolators 613
 Izomēri kodoli 640
 Izotopi 639, 669
 Izplešanās, termiskā, 211
 Izšķiršanas spēja, mikroskopa, 492
 — — režģa 487
 — — tālskata 491
 Iztvaikošana 218
- Jauda 41, 69
 — līdzstrāvas 271
 — maiņstrāvas 375
 Jonizācija, gaisa, 300, 315
 Jonizācijas kamera 660
 — potenciāls 300
 Junga dubultsprauga 467
- Kandela (cd) 438
 Kapilārā kondensācija 198
 — pacelšanās un depresija 196
 Katoda sprieguma kritums 307
 Katodstari 310
 Kelvins (K) 122
 Kilomols, kilogrammols 120
 Klistrons 430
 Kodolspēki 641
 Kodoltermiskās reakcijas 676
 Koeficients, bīdes elastības, 100
 — difūzijas 150
 — fotoelektriskās jutības 546
 — gaismas absorbcijas 520
 — kompresijas 99
 — laušanas 396, 444
 — pagarinājuma elastības 101
 — pašindukcijas 343
 — pretestības termiskais 265
 — Puasona šķērskontrākcijas 102
 — rentgenstaru pavājināšanās 600
 — rites berzes 71
 — siltuma mašīnas lietderības 171
 — siltumvadītspējas 150
 — slīdes berzes 34

- Koeficients, spiediena termiskais, 125
 — termiskās izplešanās 124, 211
 — tilpuma elastības 99
 — virsmas spraiguma 192, 195
 Koherenti viļņi 387
 Koma 453
 Kombinatīvā izkliede 609
 Komponentes, termodinamiskas sistēmas, 216
 Konstante, Bolcmaņa, 127
 — gāzu 127
 — Holla 617
 — Kiri 359, 365
 — Planka 542
 — radioaktīvās sabrukšanas 649
 — Ridberga 562
 — Stefana—Bolcmaņa 540
 Kontaktpotenciāls 288, 289
 Kontūra labums 415
 Koriolisa paātrinājums 50, 56
 Kosmiskie stari 678
 Krāsas un krāsu likumi 525
 Kristālfosfori 631
 Kristālrežģa mezgli, taisnes, plaknes 200
 — bāze, elementārā šūna 202
 — mezglu koordinātes 200
 Kritiskā masa 674
 — opalescence 186, 524
 Kritiskais stāvoklis 185
 Kulons (C) 229
 Kustība, absolūtā, 49
 — pārnese 49
 — relatīvā 49
 Kustības brīvības pakāpes 139
 — daudzuma moments 64
 — daudzums 24
 Kustīgums, jona, 296
 — elektronu un caurumu 617
 Kušana 221, 222
 Kvantēšana, telpiskā, 565
 Kvantu pastiprinātāji 635

 Lādiņi, saistītie, šķietamie un brīvie, 250
 — telpas 245
 Lādiņš, elektrona īpatnējais, 337
 Landē faktors 592
 Lantanīdi 597
 Laušana, elektronu staru, 462
 — viļņu 395
 Lāzeri 634
 Lēca, bieža, 451
 — elektriska 462
 — magnētiska 337
 Leptoni 681

 Lidmašīnas cēlējspēks 112
 Līdzsvars, mehāniskais, 63
 — radioaktīvo vielu 646
 — termiskais 167
 Likumi, Gei-Lisaka, 124, 125
 — izvēles 593
 — Keplera 48
 — Raula 221, 222
 — Voltas 290
 Likums, Amontona, 34
 — Ampēra 330
 — Bēra 520
 — Bio—Savāra—Laplasa 323
 — Boila—Mariota 126
 — Brjūstera 498
 — Daltona 128
 — Dilonga—Ptī 212
 — Džoula—Lenca 270, 274
 — enerģijas nezūdamības 47, 70
 — Fika 152
 — Furjē 149
 — Gibsa fāzu 216
 — Hāgena—Puazeija 115
 — Huka 98—101
 — Kirhhofa 539
 — Kiri 359, 365
 — kreisās rokas 330
 — labās rokas 346
 — lādiņu saglabāšanās 228
 — Lamberta 439
 — Lamberta—Bugēra 520
 — Maksvela 151
 — Malī 504
 — Ūtona iekšējās berzes 113, 147
 — Oma 261, 297, 304
 — — diferenciālā formā 267, 274
 — Ostvalda atšķaidīšanas 295
 — Paskāla 100
 — Pašēna 313
 — Puasona 127, 166
 — pilnās strāvas 326
 — plūsmas nepārtrauktības 108
 — radioaktīvās sabrukšanas 644
 — Stefana—Bolcmaņa 540
 — Stoksa, berzes pretestības, 115
 — — luminiscences 631
 — Toričelli 111
 — Vavilova 631
 — Vēbera—Fehnera 407
 — Videmana—Franca 275
 — Vina pārbīdes 544
 — vispasaules gravitācijas 30
 Līmenis, Fermī, 277, 620
 — skaņas intensitātes 402
 Lisažū liknes 84
 Logaritmiskais dekrementis 82, 414
 Lorenca transformācijas 528
 Lūmens (lm) 436
 Luminiscence 630

Magnētiskā lauka indukcija 320
— — plūsma 322
— — spriegums 325
Magnetizācija 354
— paliekošā 361
Magnetons, Bora, 356, 591
— kodola 638
Magnetrons 430
Maģiskie skaitļi 664
Malas leņķis 196
Manometri 106, 158
Masas centrs 62
— defekts 643
Masspektrogrāfs 338
Mašīna, Karno, 169
— Kloda—Kapicas 188
— Lindes—Hempsona 188
— saldēšanas 171
Metode, Brega, 495
— Debaī—Sērera 496
— fotoemulsijas 661
— krūstoto lauku 336
— Laues 495
— radiospektroskopiskās absorbcijas 606
— Roždestvenska «āķu» 519
Mezoni 651
Mikroskops 461
— elektronu 338, 463
Millera indeksi 201
Minimālā deviācija 513
Modifikācijas, vielas, 215
Modulis, bīdes, 100
— Junga 101
— tilpuma elastības 99
Monokristāliska viela 199, 222
Mūžīgais dzinējs, otrā veida, 176

Neitrīno 650
Neitrons 638
Neitronu palēninātājs 674
Nelineārā optika 637
Nelineārās svārstības 97
Nikola prizma 503
Nits (nt) 439
Nobīdes strāva 347
Noskrējieni, α staru, 647
— β staru 649
Nukloni 638
Nutācija 74
Nūtona gredzeni 475
Nūtons (N) 22

Oms (Ω) 262
Optiski aktīvas vielas 505
Ordinārais stars 500

Oscilators, harmoniskais, 212, 578, 607
Oscilogrāfs, elektronstaru, 335
Osmoze 154

Paskāls (Pa) 22
Pašindukcija 340, 342
Piroelektrība 253
Pirometrija, optiskā, 544
Pito ierīce 111
Plakne, polarizācijas, 499
— svārstību 499
Plāksnīte, ceturtdaļveida, 508
Plazma 315
Plūsma, lamināra, 107, 113
— turbulenta 107, 115
Plūsmas caurule 108
— līnija 108
Pointinga vektors 420
Polarizācija, dielektriķu, 247
— elektrodu 299
— inducētā 248
— orientācijas 248
Polarimētrs 503
Polaroīds 505
Polarizators 503
Polikristāliska viela 199
Potenciāla bedre 276, 577
Potenciāls, gravitācijas lauka, 44
— termodinamiskais 175
Pozitronijs 654
Precesija 75
— Larmora 357
Pretestība, induktīvā, 368
— kapacitatīvā 370
— magnētiskās plūsmas 329
— omiskā 262, 367
Principi, Galileja relativitātes, 28
— Pauli 276, 597, 618
— Rica kombināciju 594
— speciālās relativitātes 527
Process, adiabātisks, 127, 165, 167
— atgriezenisks 168, 173
— ciklisks 169
— izobārisks 124, 164
— izohorisks 125, 163
— izotermisks 126, 164
— kvazistatisks 168
— nelīdzsvarots 168
— neatgriezenisks 168, 174
— politropisks 165
Protons 637
Punkts, eitektiskais, 223
— Kirī 253, 365
— kritiskais 185
— trīskāršais 226
Pūslīšu kamera 660
Pussabrukšanas periods 645
Pusvadītāji 614, 618

- Radiācijas zonas 680
 Radioaktīvo vielu saimes 645
 Radiolokācija 631
 Raksturlikne, gāzu izlādes, 305
 — taisngriešanas 623
 — voltampēru 265
 Reaktīvā kustība 38
 Redzamības funkcija 439
 Refraktometrs 447
 Relaksācijas laiks, svārstību, 92
 — svārstības 418
 Rentgenstari 598
 Rentgenstaru izkliede 552
 Reverberācijas laiks 409
 Rezonanse, mehānisko svārstību, 96
 — paramagnētiskā 606
 — parametriskā 97
 — spriegumu 374, 417
 — strāvu 375
 Rotators*580, 605
- Sadalījums, Bolcmaņa, 130, 135
 — Maksvela 131
 — Fermī 276
 Saharimetrija 506
 Saite, homeopolārā, 601
 — jonu 605
 — σ un π 602
 — Van der Vālsa 180
 Saites svārstības 402
 Sāpju robeža, skaņas intensitātes, 406
 Sarkanā robeža, fotoefekta, 548
 Savstarpējā elektromagnētiskā induk-
 cija 340, 344
 Segnetoelektriķi 253
 Siltuma pāreja 151
 — sūknis 171
 Siltuma vadīšana 149, 214
 Siltumietilpība 142, 211
 Siltums, iztvaikošanas, 218
 — kušanas 221
 — reducētais 167
 — sublimācijas 226
 Siltumvadītspēja 150, 275
 Sinhrotrons, sinhrofazotrons 658
 Sirēnas 405
 Sistēma, homogēna, 161
 — nehomogēna 161
 — noslēgta 163
 Skaitītājs, elektriskās enerģijas, 352
 — Cerenkova 664
 — Geigera 310, 661
 — kristāliskais 662
 — scintilāciju 663
 Skaitlis, Avogadro, 121, 131
 — blakus kvantu 564
 — Faradeja 295
 — galvenais kvantu 564
- Skaitlis, kvantu 559
 — magnētiskais kvantu 565
 — Reinoldsa 118
 — spina kvantu 566
 Skaļums 407
 Skaņas caurlaidība 408
 — uztvere 408
 — viļņu lauka lielumi 399
 Skinefekts 353
 Skrejvilnis 382
 Skrejvilņu lampas 431
 Smagumcentrs 61
 Spēka impulss 36
 — līnijas 234
 — momenta impulss 67
 — moments 60
 Spēks, Ampēra, 330
 — attēla 245
 — centrieces, centrālās 53
 — elastības 45
 — elektrostatiskais 228, 238, 246, 257
 — gravitācijas 30
 — iekšējās berzes 113
 — inerces 51
 — koercitīvais 361
 — konservatīvais 43
 — Koriolisa 51, 56
 — Lorenca 334
 — nekonservatīvais 43
 — pretestības 115, 117
 — rites berzes 71
 — slīdes berzes 33
 — spiedienu starpības 109
 — Van der Vālsa 180
 — virsmas spraiguma 192
 Spektra sērijas 563, 588, 600
 Spektrālanalīze 521
 Spektrometrs, prizmas, 515
 Spektru veidi 516, 517
 Spēku pāris 62
 Spīdība 439
 Spiediens, dinamiskais, 111
 — piesātināta tvaika 217
 — pilnais 111
 — statiskais 105
 Spins, elektrona, 356, 563, 590
 — fotona 556
 — protona, neitrona 638
 Spintarskops 659
 Spožums 439
 Spriegums, elektriskā lauka, 241
 Sprostsplānis, p—n, 621
 Stabilitrons 309
 Stabule 403
 Stars, dabisks, 497
 — lineāri polarizēts 497
 Stāvviļņi 382
 Stoļetova kopa 500
 Sublimācija 225
 Sūkņi, augstvakuumā, 156

Superpozīcijas likums 387, 465
Supravadišana 265, 355
Svārstības 78
— stieņa 403
Svārstību plaknes griešana 506
— pulsācija 82
Svārsti, simpātiskie, 97
— dažādi 85—88
Svilpe 404
Skāidumi, cietie, 208

Taisngriezis, dzīvsudraba, 312
— pusvadītāju 624
Tālā kārtība 208
Tālskati 458
Telpas leņķis 441
Tēmēšanas attālums 59
Temperatūra, absolūtā, 122, 172
— Debaī, raksturīgā, 214
— inversijas 188
— Kiri 365
— kritiskā 185
Teorēma, Bernulli, 109
— enerģijas 46, 70
— Gausa 235
— kustības daudzuma 37
— — — momenta 67
— Steintera 63
Termistori 620
Termodifūzija 154
Termoelektrodzinējspēks 291, 625
Termoelements 291, 625
Termokrūsts 293
Termometri 123
Terms, optiskais, 587
Tesla (T) 321
Tiratroni 287, 313
Tiristori 626
Transformators 377
— Teslas 418
Transfūzija, gāzu, 153
Tranzistori 625
Trieģenjonizācija 305

Triode 285
Trīsfāzu maiņstrāva 379
Tuneļdiode 625
Tuneļefekts 578, 648
Tvaiks, piesātināts, 217, 219, 220

Udeņraža atoma uzbūve 559, 582
Ultramikroskopija 524
Ultravioleto staru spuldzes 309, 312

Vadītājs 614
Vadītspēja, elektriskā, 262, 278, 616.
620
— — elektrolīta 297
Varbūtība, termodinamiskā, 177, 179
Vārišanās 218, 220, 221
Vēbers (Wb) 322
Venturi caurule 113
Vienādojumi, Maksvela, 346
Vienādojums, Klapeirona—Mendeļe-
jeva, 126
— Srēdingera 576
— Van der Vālsa 183
Vilsona kamera 660
Viļņu pakete 390, 573
— pretestība 414
— sitienu 389
Viļņvadi 429
Virpuļi 116
Virsmas aktīvas vielas 198
Virsmas spraigums 191
Viskozimetrs 114
Viskozitāte, dinamiskā, 113, 148
— kinemātiskā 118
Volts (V) 241

Zibens 314
Zonu plate 393
Ziromagnētiskā attiecība 363

SATURS

I DAĻA. MEHĀNIKAS FIZIKĀLIE PAMATI

Ievads	3
1. nodaļa. Materiāla punkta kinemātika	5
1. §. Atskaites sistēmas. Kustības likums 5. 2. §. Lineārais ātrums 6. 3. §. Skalāri un vektoriāli lielumi 8. 4. §. Lineārais paātrinājums 8. 5. §. Tangenciālais un normālais paātrinājums 9. 6. §. Vienmērīga kustība 12. 7. §. Vienmērīgi mainīga kustība 12. 8. §. Leņķiskais ātrums un leņķiskais paātrinājums 15. 9. §. Materiāla punkta kustība pa riņķa līniju 17.	
2. nodaļa. Materiāla punkta dinamika	20
1. §. Masa. Blīvums 20. 2. §. Fizikālo lielumu dimensijas. SI mērvienību sistēma 21. 3. §. Spēks. Spiediens 22. 4. §. Ņūtona likumu raksturojums. Ņūtona pirmais (inerces) likums 23. 5. §. Ņūtona otrais likums 25. 6. §. Smagā masa un inertā masa 27. 7. §. Ņūtona trešais likums 27. 8. §. Galileja relativitātes princips 28. 9. §. Klasiskās mehānikas pielietojamības robežas 29. 10. §. Gravitācijas spēki 30. 11. §. Slīdes berze 33. 12. §. Dzinējspēki 35. 13. §. Spēka impulss. Kustības daudzuma teorēma. Kustības daudzuma nezūdamības likums. Reaktīvā kustība 36. 14. §. Darbs 40. 15. §. Jauda 41. 16. §. Kinētiskā enerģija 41. 17. §. Potenciālā enerģija. Konservatīvi spēki. Gravitācijas potenciālā enerģija. Gravitācijas lauka intensitāte un potenciāls 42. 18. §. Elastības spēki un elastības potenciālā enerģija 45. 19. §. Kinētiskās enerģijas teorēma. Enerģijas nezūdamības likums mehānikā 46. 20. §. Centrālā kustība. Keplera likumi 47. 21. §. Relatīvās kustības pamatlikumi. Inerces spēki 49. 22. §. Ipaši relatīvās kustības gadījumi 51. 23. §. Sadursmes 57.	
3. nodaļa. Absolūti cieta ķermeņa dinamika	60
1. §. Spēka moments pret punktu un asi 60. 2. §. Spēku sistēmas. Smagumcentrs un masas centrs. Spēku pāris. Ķermeņa līdzsvars 61. 3. §. Ķermeņa inerces moments 63. 4. §. Ķermeņa kustības daudzuma moments pret asi 64. 5. §. Ķermeņa rotācijas kustības vienādojums 66. 6. §. Spēka momenta impulss. Kustības daudzuma momenta teorēma. Kustības daudzuma momenta nezūdamības likums 67. 7. §. Rotējoša ķermeņa kinētiskā enerģija, darbs, jauda un enerģijas teorēma 69. 8. §. Rites kustība 71. 9. §. Brīvās asi. Vilciņš. Ziroskops 73. 10. §. Translācijas un rotācijas kustību analogija 76.	
4. nodaļa. Svārstības	78
1. §. Svārstību pamatelementi 78. 2. §. Harmonisku svārstību saskaitīšana 80. 3. §. Ipašas harmoniskās svārstības 85. 4. §. Rimstošas svārstības 90. 5. §. Rimstošās uzspiestās svārstības 93. 6. §. Rezonanse 96.	

5. nodaļa. Elastība	98
1. §. Ķermeņu elastiskās īpašības. Huka likums 98. 2. §. Tilpuma deformācijas 99. 3. §. Formas deformācijas 100. 4. §. Vienvirziena stiepes-spie-des slodzes izraisītās deformācijas 101. 5. §. Elastības enerģija 102. 6. §. Lielas deformācijas. Elastiskā pēcdarbība. Histerēze 103.	
6. nodaļa. Šķidrumu un gāzu mehānika	104
1. §. Šķidrumu un gāzu statika 105. 2. §. Šķidrumu un gāzu kinemā-tika 107. 3. §. Ideālu šķidrumu un gāzu dinamika. Bernulli teorēma 109. 4. §. Bernulli teorēmas pielietojumi 111. 5. §. Viskožu šķidrumu un gāzu bezvirpuļaina plūsma 113. 6. §. Viskoza šķidruma vai gāzes virpuļaina aptece 115.	

II DAĻA. MOLEKULĀRĀ FIZIKĀ UN TERMODINAMIKA

7. nodaļa. Ideālas gāzes	120
1. §. Atomi. Molekulas 120. 2. §. Temperatūra un tās mērīšana 121. 3. §. Ideālas gāzes pamatlikumi 124. 4. §. Bolcmaņa un Maksvela ideālās gāzes sadalījumi 129. 5. §. Gāzes spiediena formulas izrisinājums 135. 6. §. Molekulas sadursmju skaits un brīvā ceļa vidējais garums 137. 7. §. Kustības brīvības pakāpes un enerģijas vienmērīgā sadalījuma likums 139. 8. §. Ideālās gāzes iekšējā enerģija un stāvokļa vienādo-jums 141. 9. §. Ipatnējās siltumietilpības 142.	
8. nodaļa. Pārneses procesi	147
1. §. Viskozitāte 147. 2. §. Siltuma vadīšana 149. 3. §. Difūzija 152. 4. §. Stipri retinātas gāzes 155. 5. §. Gāzu sūkņi. Augstvakuumā mano-metri 156.	
9. nodaļa. Termodinamikas fizikālie pamati	159
1. §. Izplešanās darbs 159. 2. §. Siltuma enerģija. Siltuma daudzums. Siltuma mehāniskais ekvivalents 161. 3. §. Termodinamiskās sistēmas. Iekšējā enerģija 161. 4. §. Pirmais termodinamikas likums 162. 5. §. Pirmā termodinamikas likuma pielietojumi īpašos siltuma procesos 163. 6. §. Sistēmas termiskā līdzsvara stāvoklis. Nelīdzsvarotī, kvazistatiski, atgriezeniski un neatgriezeniski siltuma procesi 167. 7. §. Cikliski siltuma procesi. Karno cikls 169. 8. §. Absolūtā temperatūra 172. 9. §. Entro-pija 172. 10. §. Otrais termodinamikas likums 175.	
10. nodaļa. Reālās gāzes un gāzu sašķidrināšana	180
1. §. Atomu un molekulu mijiedarbība 180. 2. §. Reālās gāzes. Van der Vālsa vienādojums 182. 3. §. Gāzu sašķidrināšanās un zemu temperatūru iegūšana 184.	

11. nodaļa. Šķidrumu virsmas fizika	190
1. §. Šķidruma molekulārā uzbūve 190. 2. §. Šķidruma virsmas spraigums un virsmas enerģija 191. 3. §. Liektas šķidruma virsmas spiediens 194. 4. §. Virsmas spraiguma spēki pie divu un triju vidu robežas. Malas leņķis 195. 5. §. Kapilaritāte 196. 6. §. Piesātināta tvaika spiediens virs liektas šķidruma virsmas. Virsmas aktīvās vielas 198.	
12. nodaļa. Cietvielas	199
1. §. Cietvielu atomārās uzbūves pamatelementi 199. 2. §. Kristālu simetrijas pazīmes. Sistēmas un klases 203. 3. §. Kristālu struktūras piemēri 206. 4. §. Kristālrežģa defekti. Plastiskās deformācijas 208. 5. §. Cietvielu termiskās īpašības 211.	
13. nodaļa. Vielas fāzu pārejas un fāzu līdzsvars	215
1. §. Vielas fāzu pāreju vispārīgs raksturojums 215. 2. §. Šķidrās un gāzveida fāzes līdzsvars 217. 3. §. Cietas un šķidrās fāzes līdzsvars 221. 4. §. Cietas un gāzveida fāzes līdzsvars. Sublimācija. Fāzu diagrammas. Triskāršais punkts 225.	

III DAĻA. ELEKTRĪBA UN MAGNĒTISMS

A. Elektrostatika

14. nodaļa. Elektriskais lauks vakuumā un vielā	228
1. §. Elektriskie lādiņi un to mijiedarbība 228. 2. §. Elektrisko lādiņu elektriskais lauks 230. 3. §. Elektriskā lauka nobīde 233. 4. §. Elektriskā lauka plūsma. Gausa teorēma 234. 5. §. Īpaši elektriskie lauki 236. 6. §. Elektriskā lauka darbs 238. 7. §. Elektrisko lādiņu elektriskā potenciālā enerģija 240. 8. §. Elektriskā lauka punktu potenciālu starpība un potenciāls 241. 9. §. Vadītāji elektriskajā laukā 244. 10. §. Elektriskais dipols 246. 11. §. Dielektriķi elektriskajā laukā 247. 12. §. Pjezoelektriskais efekts un elektrostrikcija 251. 13. §. Segnetoelektriķi 253. 14. §. Vadītāja kapacitāte. Kondensatori 254. 15. §. Elektriskā enerģija 256.	

B. Līdzstrāva

15. nodaļa. Elektriskās strāvas vispārīgie likumi	259
1. §. Elektriskās strāvas stiprums un blīvums 259. 2. §. Elektrodzinēj-spēki. Oma likums. Prettestība 260. 3. §. Elektriskās strāvas vadītāju (pretestību) īpašības 263. 4. §. Kirhhofa likumi 267. 5. §. Elektriskās strāvas enerģija. Džoula—Lenca likums 269. 6. §. Elektriskās strāvas jauda 271. 7. §. Metālu klasiskā elektronu teorija 272. 8. §. Metālu elektronu kvantu teorija 276.	

16. nodaļa. Termoelektronu emisija un kontaktpotenciāli	279
1. §. Elektriskā lādiņa kustība vakuumā elektriskajā laukā 279. 2. §. Termoelektronu emisija 280. 3. §. Elektronu lampas un to pielietošana 283. 4. §. Kontaktpotenciālu starpība 288. 5. §. Termoelektriskās parādības 290.	
17. nodaļa. Elektriskā strāva šķidrumos	294
1. §. Faradeja elektrolīzes likumi 294. 2. §. Elektrolītu disociācija un molarizācija. Elektrolītu elektriskā vadītspēja 295. 3. §. Galvaniskie elementi. Akumulatori 297.	
18. nodaļa. Elektriskā strāva gāzēs	300
1. §. Elektriskās izlādes elementārie procesi gāzēs 300. 2. §. Nepatstāvīgā elektriskā izlāde gāzē 302. 3. §. Mirdzošā izlāde 305. 4. §. Kanālstari un katodstari 310. 5. §. Lokizlāde 311. 6. §. Dzirksteļizlāde. Korona 313. 7. §. Atmosfēras elektrība 315. 8. §. Plazma 315.	

C. Elektromagnētisms

19. nodaļa. Magnētiskais lauks	317
1. §. Elektrisko strāvu magnētiskā mijiedarbība 317. 2. §. Elektriskās strāvas magnētiskais lauks 320. 3. §. Bio—Savāra—Laplasa likums 323. 4. §. Pilnās strāvas likums 325. 5. §. Magnētiskās ķēdes 328. 6. §. Magnētiskā lauka iedarbība uz elektrisko strāvu 330. 7. §. Strāvas vada pārvietošanās darbs 332. 8. §. Elektriskā lādiņa kustība magnētiskajā laukā vakuumā 333. 9. §. Lādētu daļiņu staru ierīces 335.	
20. nodaļa. Elektromagnētiskā indukcija	339
1. §. Elektromagnētiskās indukcijas pamatlikumi 339. 2. §. Lenca likums 345. 3. §. Elektromagnētiskā lauka Maksvela vienādojumi 346. 4. §. Strāvas kontūra magnētiskā lauka enerģija 349. 5. §. Fuko strāvas 351.	
21. nodaļa. Vielu magnētiskās īpašības	354
1. §. Viela magnētiskajā laukā 354. 2. §. Diamagnētisma un paramagnētisma elektronu teorija 356. 3. §. Feromagnētiskas vielas 359.	
22. nodaļa. Maiņstrāva	365
1. §. Elektriskās strāvas iegūšana, izmantojot elektromagnētiskās indukcijas parādību 365. 2. §. Maiņstrāvas pretestības 367. 3. §. Fāzē nobīdītu maiņstrāvas spriegumu un strāvas stiprumu saskaitīšana. Rezonanse 371. 4. §. Maiņstrāvas jauda. Transformators 375. 5. §. Efektīvais maiņstrāvas stiprums un spriegums 378. 6. §. Jēdziens par trīsfāzu maiņstrāvu 379.	

IV DAĻA. SVĀRSTĪBAS UN VIĻŅI

23. nodaļa. Vispārīgās viļņu kustības pamati 381
1. §. Viļņu veidi 381. 2. §. Viļņu pamatlīkumi 383. 3. §. Viļņu interference 386. 4. §. Heigensa princips. Viļņu difrakcija 391. 5. §. Viļņu atstarošana un laušana 394. 6. §. Doplera efekts 396.
24. nodaļa. Akustika 397
1. §. Skaņas viļņu ātrums 397. 2. §. Skaņas viļņu lauka lielumi 399. 3. §. Skaņas viļņu avoti 402. 4. §. Fizioloģiskā akustika 405. 5. §. Telpu akustika 408. 6. §. Ultraskaņa 409.
25. nodaļa. Elektromagnētiskās svārstības un viļņi 411
1. §. Nerimstošās un rimstošās elektromagnētiskās pašsvārstības C, L, R kontūrā 411. 2. §. Uzspiestās elektromagnētiskās svārstības 416. 3. §. Elektromagnētisko svārstību ģeneratori 417. 4. §. Slēgts un vaļējs kontūrs. Antenas 420. 5. §. Oscilējoša elektriskā dipola starojums 421. 6. §. Elektromagnētisko viļņu izplatīšanās 425. 7. §. Ultraaugsto frekvenču tehnika 428. 8. §. Elektromagnētisko viļņu skala 432.

V DAĻA. OPTIKA

26. nodaļa. Fotometrija. Ģeometriskās optikas elementi 433
1. §. Gaismas daba 433. 2. §. Fotometrija 434. 3. §. Gaismas atstarošanās (refleksija) 441. 4. §. Gaismas laušana (refrakcija) 444. 5. §. Pilnīgā iekšējā atstarošanās (totālā refleksija) 446. 6. §. Sfēriskās lēcas 448. 7. §. Lēcu īpašības 450. 8. §. Lēcu kļūdas 452. 9. §. Optiskie aparāti 456. 10. §. Elektronu optika 461.
27. nodaļa. Gaismas interference 464
1. §. Gaismas viļņu koherence. Vispārīgais gaismas viļņu interferences likums 464. 2. §. Ipaši gaismas interferences gadījumi 467. 3. §. Paralelu gaismas staru interference plānā plakanparalēlā kārtīņā 469. 4. §. Vienāda slīpuma interferences joslas 473. 5. §. Vienāda biezuma interferences joslas 474. 6. §. Interferometri 476.
28. nodaļa. Gaismas difrakcija 480
1. §. Difrakcija, gaismai ejot caur spraugu 480. 2. §. Difrakcija, gaismai ejot caur divām spraugām 483. 3. §. Gaismas difrakcija difrakcijas režģī 484. 4. §. Difrakcija, gaismai ejot caur apaļu caurumu 489. 5. §. Optisko aparātu izšķiršanas spēja 491. 6. §. Jēdziens par holografiju 493. 7. §. Rentgenstaru difrakcija 494.

29. nodaļa. Gaismas polarizācija	497
1. §. Polarizētas gaismas iegūšana ar atstarošanu un laušanu	497.
2. §. Gaismas dubultlaušana. Nikola prizma. Dihroisms	500. 3. §. Optiski aktīvas vielas
505. 4. §. Eliptiski un cirkulāri polarizēta gaisma	507.
5. §. Polarizētās gaismas interference	510. 6. §. Mākslīgā anizotropija
511.	
30. nodaļa. Gaismas dispersija, absorbcija un izkliede	513
1. §. Gaismas dispersija prizmā. Prizmu spektrometri. Spektri	513.
2. §. Gaismas dispersijas teorija	517. 3. §. Gaismas absorbcija
519.	
4. §. Gaismas izkliede	522. 5. §. Ķermeņu krāsas
525.	
31. nodaļa. Kustošu ķermeņu optika un relativitātes teorija	527
1. §. Speciālās relativitātes teorijas pamatpostulāti. Galileja transformācijas	527. 2. §. Maikelsona—Morleja eksperiments
529. 3. §. Lorenca transformācijas	531. 4. §. Kustoša ķermeņa garuma saīsināšanās
532.	
5. §. Laika intervāla palielināšanās	533. 6. §. Ātrumu saskaitīšana
535.	
7. §. Relatīvistiskā mehānika	535. 8. §. Vienlaicība
537.	
32. nodaļa. Siltuma starojums	538
1. §. Starojuma emisijas un absorbcijas spēja. Kirhhofa likums	538.
2. §. Stefana—Bolcmaņa likums	540. 3. §. Absolūti melna ķermeņa siltuma starojuma spektrālais sadalījums
541. 4. §. Vīna pārbīdes likums. Optiskā pirometrija	544.
33. nodaļa. Gaismas korpuskulārās īpašības	546
1. §. Ārējais fotoefekts	546. 2. §. Televīzijas princips
551. 3. §. Kōmptona efekts	552. 4. §. Gaismas spiediens
554.	

VI DAĻA. ATOMFIZIKA

34. nodaļa. Rezerforda—Bora—Zommerfelda atoma uzbūves teorija	557
1. §. Rezerforda—Bora atoma uzbūves teorija	557. 2. §. Bora—Zommerfelda atoma uzbūves teorija
564.	
35. nodaļa. Kvantu mehānikas elementi	568
1. §. Debroļjī viļņi. Elektronu difrakcija	568. 2. §. Viļņu funkcija
571.	
3. §. Viļņu pakete. Nenoteiktību sakarības	573. 4. §. Debroļjī viļņu vienādojums. Piemēri
575.	
36. nodaļa. Atomu un molekulu uzbūve	582
1. §. Udeņraža atoma uzbūve pēc kvantu mehānikas	582. 2. §. Vienelektrona atomu un jonu spektri
587. 3. §. Elektrona spins un atomu spektru	

dubletstruktūra 590. 4. §. Zēmaņa efekts 594. 5. §. Daudzelektronu atomu uzbūve. Mendeļejeva elementu periodiskā sistēma 596. 6. §. Rentgenstari 598. 7. §. Homeopolārā ķīmiskā saite 601. 8. §. Molekulu spektri 605.

37. nodaļa. Cietvielu kvantu fizika 610

1. §. Cietvielu elektronu enerģijas zonas 610. 2. §. Ideāla kristālrežģa pusvadītāji 614. 3. §. Holla efekts 617. 4. §. Defektpusvadītāji 618. 5. §. *p-n* sprostslānis. Pusvadītāju taisngrieži 621. 6. §. Tranzistori 625. 7. §. Fotopretestības un sprostsļāņa fotoelementi 627. 8. §. Luminiscence 630. 9. §. Kvantu pastiprinātāji un ģeneratori 634.

38. nodaļa. Kodolfizika 637

1. §. Atomu kodolu vispārīgās īpašības 637. 2. §. Kodolspēki un atoma kodola enerģija 641. 3. §. Dabiskās radioaktivitātes vispārīgie likumi 644. 4. §. Alfa stari 646. 5. §. Beta stari 649. 6. §. Gamma stari 652. 7. §. Daļiņu paātrinātāji 656. 8. §. Ātru daļiņu reģistrēšanas metodes 659. 9. §. Atomu kodolu pārvēšanās 664. 10. §. Mākslīgā radioaktivitāte un tās izmantošana 668. 11. §. Atoma kodola dalīšanās. Atomreaktori 671. 12. §. Kodoltermiskās reakcijas 676. 13. §. Kosmiskie stari 678. 14. §. Elementārdāļiņas 681.

I pielikums. Fizikālo lielumu mērvienības 686

SI mērvienību sistēma 686. Daļu un daudzkārtņu mērvienības, citu sistēmu un ārpussistēmu mērvienības 690.

II pielikums. Svarīgākās fizikālās konstantes 693

Alfabētiskais rādītājs 694

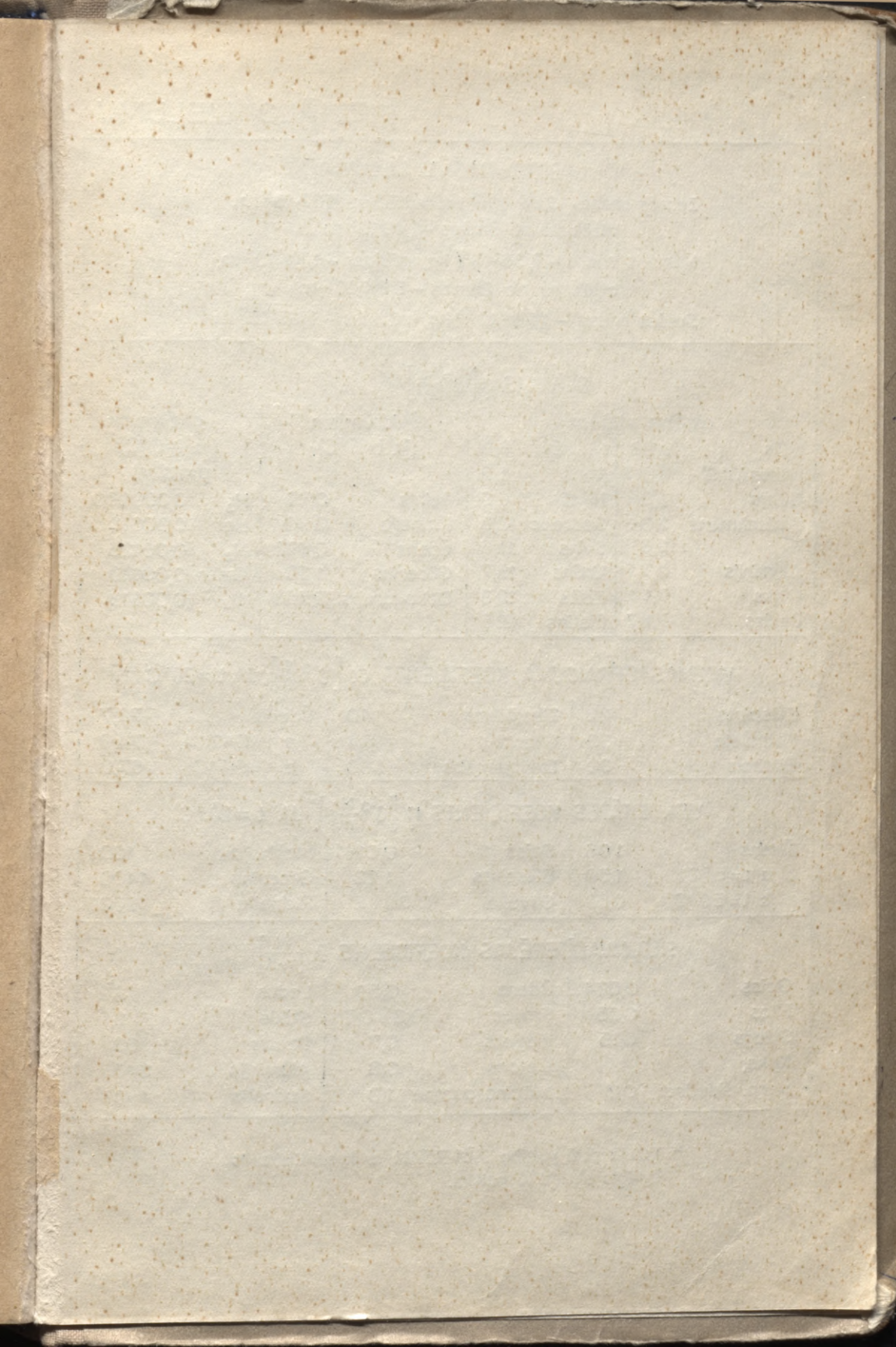
Alfons Apinis

FIZIKA

Vāku zīm. S. Gaile

Redaktors A. Līcis. Māksl. redaktore A. Ozoliņa. Tehn. redaktore V. Burmistre. Korektore G. Berģe.

Nodota salikšanai 1972. g. 1. martā. Parakstīta iespēšanai 1972. g. 4. novembrī. Tip. pap. Nr. 3. Papīra formāts 60×90/16. 44,25 fiz. iespiedl.; 44,25 uzsk. iespiedl.; 46,08 izdevn. l. Metiens 8000 eks. JT 06212. Maksā 1 rbl. 42 kap. Izdevniecība «Zvaigzne» Rīgā, Gorkija ielā 105. Izdevn. Nr. 2078/TM-19. Iespiesta Latvijas PSR Ministru Padomes Valsts izdevniecību, poligrāfijas un grāmatu tirdzniecības lietu komitejas Grāmatu tipogrāfijā Rīgā, Ļepina ielā 137/139. Pasūt. Nr. 140



FIZIKĀLO LIELUMU

ASTRONOMISKIE LIELUMI

Zemes masa - $5,98 \cdot 10^{24}$ kg, rādiuss - $6,37 \cdot 10^6$ m,
attālums no Saules - $1,49 \cdot 10^{11}$ m

Mēness masa - $7,36 \cdot 10^{22}$ kg, rādiuss - $1,74 \cdot 10^6$ m,
attālums no Zemes - $3,84 \cdot 10^8$ m

Saules masa - $1,98 \cdot 10^{30}$ kg, rādiuss - $6,95 \cdot 10^8$ m

BLĪVUMS ρ [$10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]

cietām vielām		šķidrumiem (ja $t=15^\circ\text{C}$)		gāzēm (ja $t=0^\circ\text{C}$, $p=1\text{atm}$)	
Litijs	0,53	Misiņš	8,5	H ₂	0,000090
Ledus (0°C)	0,917	Varš	8,9	He	0,00018
Cēzijs	1,9	Niķelis	8,9	N ₂	0,00125
Smilšakmens	2,0 ÷ 2,6	Sudrabs	10,5	Gaiss	0,00129
Alumīnijs	2,7	Svins	11,6	O ₂	0,00143
Cinks	7,1	Urāns	18,7		
Dzelzs	7,87	Zelts	19,3		
		Platīns	21,5		
		Spirts	0,79		
		Ricīnēļa	0,90		
		Ūdens	0,999		
		Glicerīns	1,26		
		Dzīvsudrabs	13,558		

VIRSMAS SPRAIGUMA KOEFICIENTS α [$10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$], JA $t = 20^\circ\text{C}$

Etilspirts	22	Ziepjuūdens	40	Ūdens	72,7
Petroleja	30	Glicerīns	64	ja $t=5^\circ\text{C}$	74,9
Benzols	30	Dzīvsudrabs	500	ja $t=50^\circ\text{C}$	67,9

VISKOZITĀTES KOEFICIENTS η [$10^{-3} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$], JA $t = 20^\circ\text{C}$

Ūdens	1,06	Gaiss	0,018	Mašīnēļa	100
ja $t=5^\circ\text{C}$	1,50	Etilspirts	1,22	Glicerīns	1400
ja $t=50^\circ\text{C}$	0,52	Oliveļļa	80	Ricīnēļa	1200

SILTUMVADĪTSPĒJAS KOEFICIENTS λ [$\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$]

Gaiss	0,024	Ūdens	0,59	Ledus	2,2
Filcs	0,05	Smiltis	0,3 ÷ 0,7	Stikls	2,9
Sniegš	0,15	Ķieģelis	0,7	Dzelzs	60
Koks,		Betons	0,8	Alumīnijs	240
perp. šķiedrai	0,2	Mālaina augsne	1,0	Sudrabs	460

* Tabulā dotā vērtība JĀREIZINA ar kvadrātiekvāš
ieslēgto skaitļa 10 pakāpi.

SKAITLISKĀS VĒRTĪBAS*

MOLEKULAS DIAMETRS d [10^{-10} m]

He - 1,9	H ₂ - 2,3	H ₂ O - 2,6	O ₂ - 2,8	N ₂ - 3,0	CO ₂ - 3,2
----------	----------------------	------------------------	----------------------	----------------------	-----------------------

RELATĪVĀ DIELEKTRISKĀ KONSTANTE ϵ

Parafīns	2,0	Papīrs	2,0 ÷ 2,5	Stikls	5 ÷ 10
Transformatoru eļļa	2,2	Ebonīts	3,0	Ūdens	81
		Vizla	7		

ĪPATNĒJĀ PRETESTĪBA ρ [$10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$]

Sudrabs	1,6	Alumīnijs	2,8	Konstantāns	500
Varš	1,7	Dzelzs	9,8	Nihroms	1100

ELEKTRONA IZEJAS DARBS A [eV]

Ni - BaO - SrO	1,20	W + Ba	1,66	Na	2,27
W - O - Ba	1,34	Cs	1,81	W + Th	2,63
W + Cs	1,60	Ba	2,1	W	4,54

GAISMAS LAUŠANAS KOEFICIENTS n

Ūdens	1,33	Sērogleklis	1,63	CaCO ₃	$n_o = 1,6585$
Glicerīns	1,47	Dimants	2,42		$n_{eo} = 1,4864$
Stikls	1,5 ÷ 2,0				

VIEĢLO ATOMU RELATĪVĀ MASA

H ¹	1,00783	Li ⁷	7,01601	C ¹³	13,00335
H ²	2,01410	Be ⁷	7,01693	C ¹⁴	14,00324
H ³	3,01605	Be ⁹	9,01219	N ¹⁴	14,00307
He ³	3,01603	B ¹⁰	10,01294	O ¹⁶	15,99491
He ⁴	4,00260	B ¹¹	11,00930	O ¹⁷	16,99913
Li ⁶	6,01513	C ¹²	12,00000		

RADIOAKTĪVO IZOTOPU PUSSABRUKŠANAS PERIODS T_p

¹² Mg ²⁷	10 min.	⁵³ I ¹³¹	8 d.	⁸⁹ Ac ²²⁵	10 d.
¹⁵ P ³²	14,3 d.	⁷⁷ Ir ¹⁹²	75 d.	⁹⁰ Th ²²⁹	7000 g.
²⁰ Ca ⁴⁵	164 d.	⁸⁶ Rn ²²²	3,8 d.	⁹² U ²³⁵	$7,1 \cdot 10^8$ g.
²⁷ Co ⁶⁰	5,3 g.	⁸⁸ Ra ²²⁶	1620 g.	⁹² U ²³⁸	$4,5 \cdot 10^9$ g.
³⁸ Sr ⁹⁰	27 g.	⁸⁸ Ra ²²⁹	10^{-3} s		



Rbl. 1,42