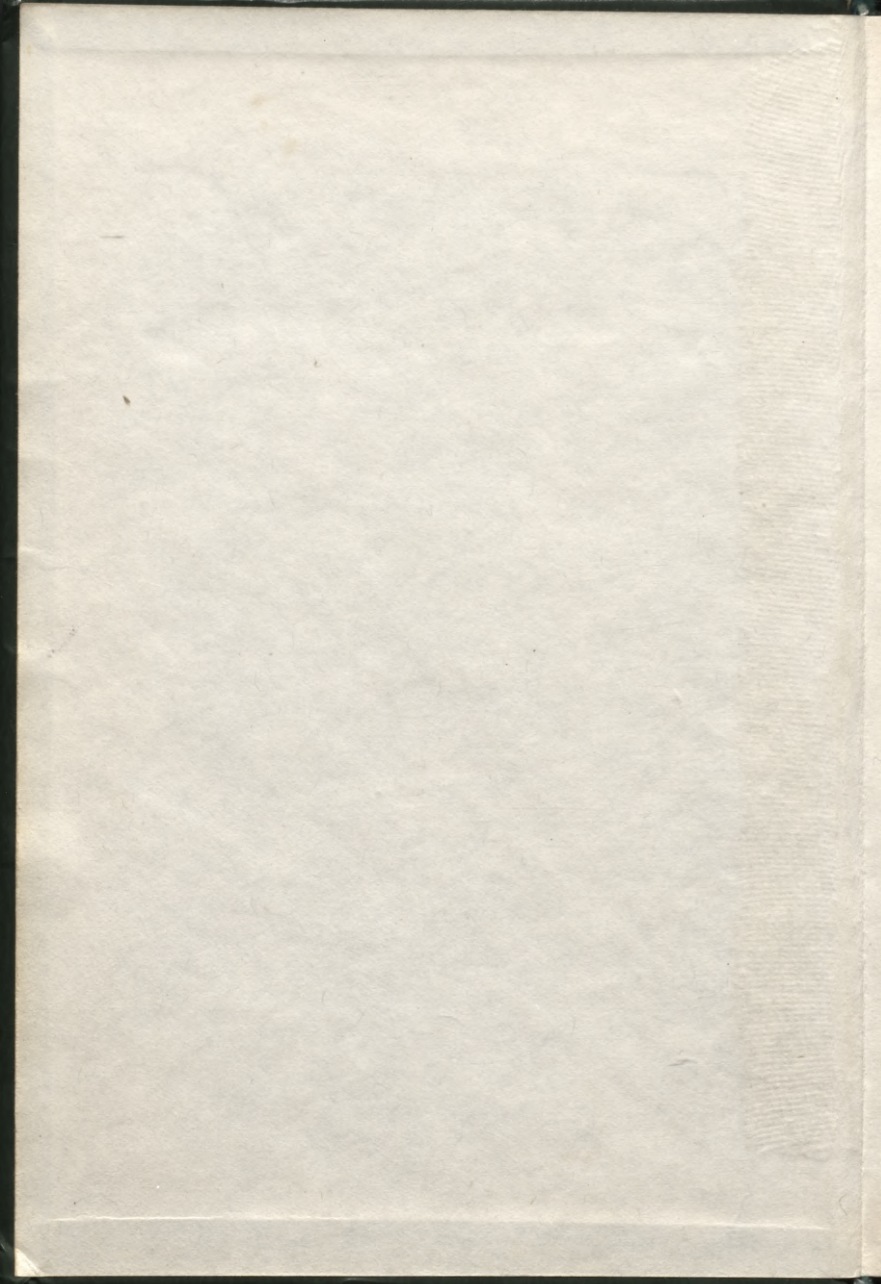


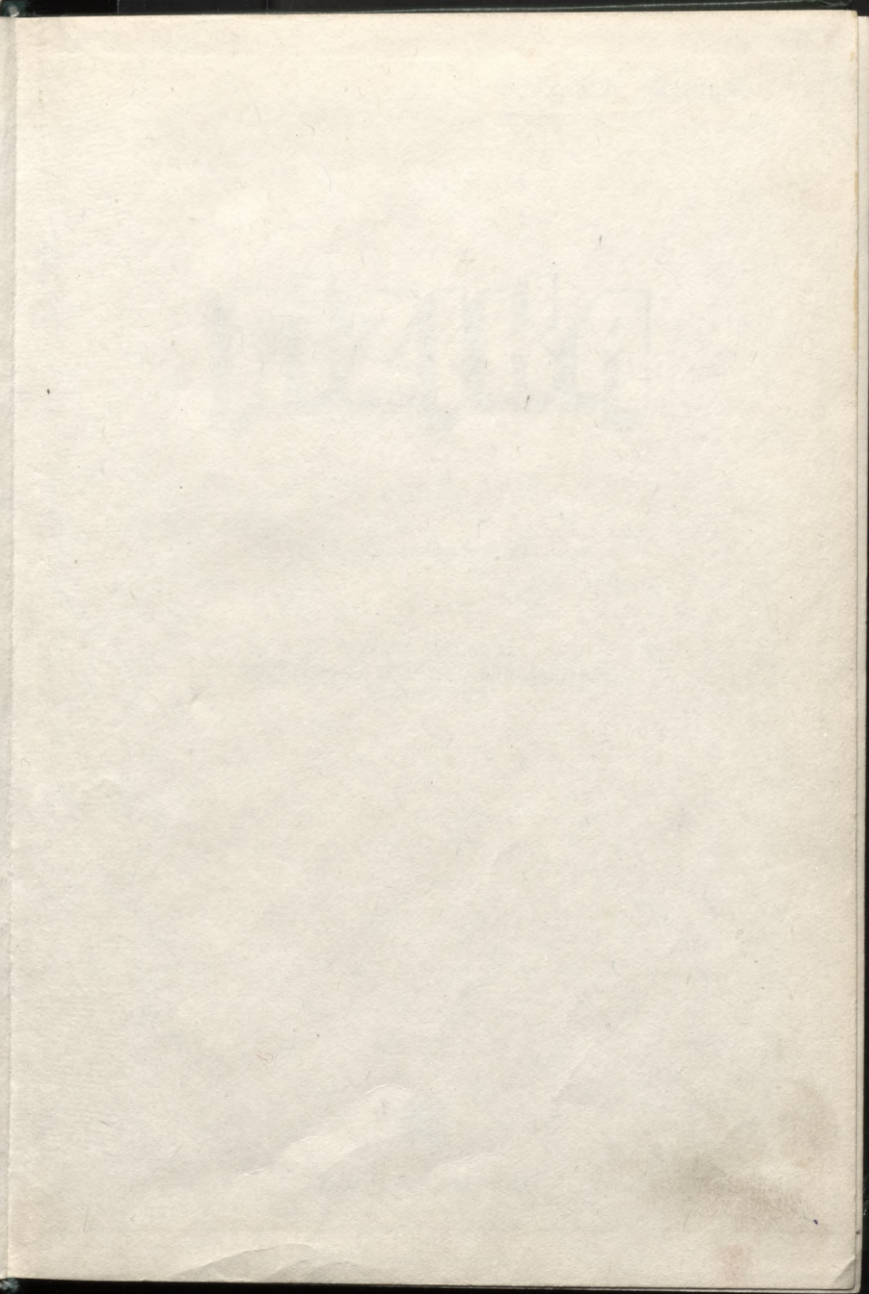
92-4

L-123

FIZIKA







1870

92-4
L-123

Latvian State
Obligātais eksemplārs

L
5

Latvian State
A. VALTERS, A. APINIS, M. OGRIŅIS, A. DANBERGS
DZ. LEŠIS, A. OKMANIS, U. Č. DARS

FLIZIKA

A. Valtera redakcijā

MĀCIBU GRĀMATA
AUGSTSKOĻU TEHNISKO SPECIALITĀSU
STUDENTIEM



RIGA «ZVAIGZNE» 1992

LATVIJAS VALSTS
BIBLIOTĒKA

22.3z7
F1 983

92-47569 0306114637

A. VALTERS, A. APINIS, M. OGRINŠ, A. DANEBERGS,
DZ. LUSIS, A. OKMANIS, J. CUDARS

PHISIA

Grāmata adresēta augstāko tehnisko mācību iestāžu studentiem, bet to var izmantot arī citās augstākajās mācību iestādēs, kurās pasniedz fiziku. Tā var būt noderīga arī personām, kuras vēlas patstāvīgi padziļināt vidējās mācību iestādēs gūtās zināšanas fizikā. Grāmata atbilst fizikas kursa programmai, kura paredzēta augstāko mācību iestāžu inženier-tehniskajām specialitātēm. Tajā ietverts gan klasiskās fizikas, gan arī mūsdienu fizikas materiāls, kas nepieciešams inženieru sagatavošanai.

MAJĀRĀ GRĀMATA
AUGSTSKOLU INŽENIERU SPECIALITĀTĀM
STUDENTIEM

Recenzenti: *A. Aukums, A. Broks, E. Silters*
Redaktore *I. Rauziņa*

ISBN 5-405-00110-4

© A. Valters, A. Apinis,
M. Ogrinš, A. Danebergs,
Dz. Lūsis, A. Okmanis,
J. Cudars 1992

PRIEKŠVĀRDS

Grāmatā «Fizika» ietvertais materiāls atbilst fizikas kursa programmai, kas paredzēta augstāko mācību iestāžu inženiertehniskajām specialitātēm.

Fizika ir fundamentāla zinātne, kuras sasniegumi būtiski ietekmē tehnikas attīstību. Fizikas pēdējo gadsimtu atklājumi ir devuši teorētisku pamatu daudzu jaunu tehnikas nozaru attīstībai. Īpaši cieša fizikas un tehnikas saistība vērojama pēdējā gadsimta laikā.

Lai izpildītu mūsdienu inženieru apmācībai izvirzītos uzdevumus, fizikas programma tehniskajām augstskolām prasa apvienot klasisko fiziku un mūsdienu fiziku. Šāda prasība noteikusi materiāla izkārtojumu un dažādu fizikas nodaļu izklāsta apjomu šajā grāmatā. Piemēram, speciālā relativitātes teorija dota tūlīt pēc mehānikas, jo tā jāizmanto, lai noskaidrotu kustībā esošu elektrisko lādiņu magnētiskās mijiedarbības relativistisko raksturu. Septītajā nodaļā iztīrāti kvantu statistikas pamati. Tas dod iespēju no kvantu teorijas viedokļa iztīrāt cietvielas siltumietilpību, metālu un pusvadītāju elektrisko vadītspēju, arī supravadītspēju un ar to saistītās parādības. No mūsdienu zinātnes viedokļa dots ieskaits par fundamentālajiem daļiņu mijiedarbības veidiem un elementārdaļiņu klasifikāciju.

Sakarā ar relatīvi mazo fizikas apmācībai atvēlēto laiku Latvijas tehniskajās augstskolās autori centušies visus jautājumus izklāstīt konspektīvi, tajā pašā laikā atturoties no aplūkojamo fizikālo parādību apraksta primitīvizēšanas. Lai students varētu sekmīgi izmantot grāmatu «Fizika», viņam jābūt pietiekami sagatavotam matemātiskā, jāprot diferencēt, integrēt un rīkoties ar vektoriem.

Fizikas kursa apgūšanā galvenā loma ir nevis mehāniskajai atmiņai, bet gan loģiskajai atmiņai. Tādēļ studentam jāpievērš liela uzmanība apgūstamā jautājuma izpratnei, fizikālo sakarību būtības izpratnei. Ar šo grāmatu jāstrādā, ne vien lasot to, bet ņemot rokā rakstāmrīku un papīru. Jāizdara nepieciešamie (tomēr tekstā izlaistie) pārveidojumi ar norādītajām formulām. Jācenšas izprast formulu būtību. Teiktā ilustrācijai var minēt šādu piemēru. Metāla īpatnējo pretestību ρ atkarībā no temperatūras t izsaka formula $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$,

kur ρ_0 — īpatnējā pretestība 0°C temperatūrā, bet α — īpatnējās pretestības termiskais koeficients. Kā redzams, īpatnējā pretestība vienmērīgi palielinās, ja paaugstina metāla temperatūru. Lai apjaustu lieluma α jēgu, no iepriekšējās formulas jāizsaka $\alpha = (\rho - \rho_0)/(\rho_0 t)$. Tad, pakāpeniski analizējot šo izteiksmi, redzams, ka $\rho - \rho_0$ ir īpatnējās pretestības absolūtais pieaugums, bet $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ ir tās relatīvais pieaugums, ja metāla temperatūru paaugstina no 0 līdz $t^\circ\text{C}$. Tādēļ $(\rho - \rho_0)/(\rho_0 t)$, resp., α ir īpatnējās pretestības relatīvais pieaugums, ja metāla temperatūru paaugstina par vienu vienību (1°C).

Sajā grāmatā, kuru veidojuši septiņi autori, viss fizikas kurss sadalīts 36 nodaļās. Tās apvienotas 8 daļās.

Daļas	Nodaļas	Autori
I. Mehānikas fizikālie pamati	1.—3. 4., 5.	A. Danebergs, A. Valters A. Apinis, A. Valters
II. Molekulārfizikas un termodinamikas pamati	6.—10.	M. Ogrīņš
III. Elektrība un magnētisms	11.—15. 16.—19.	A. Okmanis, A. Valters J. Čudars, A. Valters
IV. Svārstības un viļņi	20.—23.	A. Apinis, A. Valters
V. Optika	24.—30.	A. Valters
VI. Kvantu mehānikas un atomfizikas elementi	31. 32.	A. Apinis, A. Valters A. Apinis, M. Ogrīņš
VII. Kvantu statistikas un cietvielu kvantu fizikas elementi	33. 34.	A. Apinis, M. Ogrīņš Dz. Lūsis
VIII. Atomu kodolu un elementārdaļiņu fizikas elementi	35. 36.	A. Apinis, M. Ogrīņš A. Apinis, Dz. Lūsis

IEVADS

1. FIZIKAS PRIEKŠMETS UN FIZIKAS IEDALĪJUMS. FIZIKAS SAKARS AR CITĀM ZINĀTNĒM

1.1. Nav iespējams īsi un reizē izsmelīgi paskaidrot, kas ir fizika, ko tā pēta. Pašreiz apmierināsimies ar īsu formulējumu, bet fizikas kursa apguves laikā pakāpeniski iepazīsimies ar fizikas konkrēto saturu.

Var teikt, ka *fizika ir zinātne par vienkāršām un vispārīgām matērijas īpašībām un kustības formām.*

Seit ir svarīgi pareizi izprast jēdzienus *matērija* un *kustība*. Matērija ir filozofiska kategorija, kas apzīmē objektīvo realitāti, kuru cilvēks uztver, kopē, fotografē, atspoguļo savās sajūtās, bet kas eksistē neatkarīgi un ārpus tām. Par kustību vārda visplašākajā nozīmē sauc jebkuru izmaiņu. Kustība — pārvērtība, attīstība — ir matērijas neatņemama īpašība un eksistences forma. Pastāv šādas kustības pamatformas: mehāniskā, fizikālā, ķīmiskā, bioloģiskā un sociālā.

Fizika pēta vienkāršākās kustības formas — mehānisko un fizikālo matērijas kustību. Fizikālās kustības veidi ir gravitācijas mijiedarbība, elektromagnētiskie procesi, kā arī stiprā un vājā mijiedarbība. Pārējās matērijas kustības formas pēta citas zinātnes (ķīmija, bioloģija, sabiedriskās zinātnes utt.).

Fizikas vispārīgo (fundamentālo) raksturu var ilustrēt ar daudziem piemēriem. Tā gravitācijas likumam pakļaujas visi ķermeņi gan uz Zemes, gan kosmosā neatkarīgi no tā, vai tie ir dzīvās vai nedzīvās dabas objekti. Tāpat fizikā atklātais enerģijas nezūdamības likums ir spēkā ne tikai fizikālos procesos, bet arī ķīmiskos, bioloģiskos un citos procesos.

1.2. Objekti, kurus pēta fizika, ir ļoti dažādi. Dažādi ir arī to kustības veidi. Tādēļ fiziku var iedalīt sīkākās nozarēs, izmantojot dažādus kritērijus. *Pēc pētāmo objektu veida* pastāv cieta ķermeņa, gāzu un šķidrums, plazmas, atomu un molekulu, kodolu un elementārdaļiņu fizika. *Pēc pētāmo procesu jeb matērijas kustības veida* pastāv materiāla punkta un cieta ķermeņa mehānika, nepārtrauktas vides

mehānika, statistiskā fizika un termodinamika, elektrodinamika, optika, kvantu mehānika u. c. Minētās fizikas nozares daļēji pārklājas, jo pastāv cieša iekšēja sakarība starp materiālajiem objektiem un procesiem, kuros tie piedalās.

Dažos gadījumos nevienādas dabas fizikālu parādību analīzei un aprakstam derīgas vienādas matemātiskas metodes un sakarības. Kā piemērus var minēt mehāniskās un elektriskās svārstības vai arī viļņus elastīgā vidē un elektromagnētiskos viļņus. Izmantojot šādu līdzību, var izveidot minēto parādību vienotu apskatu.

1.3. Nevar novilkt krasu robežu starp fiziku un citām dabas zinātnēm. Pastāv, piemēram, plašs jautājumu loks, kuros sastopas fizikas un ķīmijas intereses, tāpat fizikas un astronomijas intereses utt. Šo zinātņu saskares apgabalos ir izveidojušas patstāvīgas zinātnes nozares — fizikālā ķīmija, astrofizika u. c. Fizikas atklājumus un fizikālās pētišanas metodes izmanto daudzās citās zinātnēs. Mikroskopa un teleskopa izgudrošana veicināja strauju bioloģijas un astronomijas attīstību. Optikas sasniegumi pavēra iespējas astrofizikai kosmisko objektu pētišanā. Fizikālajām pētišanas metodēm plaši iesakņojoties kādā zinātnē, veidojas jauna zinātnes nozare, piemēram, biofizika, ģeofizika, agrofizika, hidrofizika, radiofizika. No fizikas atsevišķiem novirzieniem ir izveidojušās tādas zinātnes un mācību disciplīnas kā materiālu pretestība, siltumtehnika, elektrotehnika, elektronika.

Nenoliedzama ir arī citu zinātņu ietekme uz fizikas attīstību. Tā, piemēram, vispasaules gravitācijas likuma atklāšanā un pārbaudē liela nozīme bija astronomiskajiem novērojumiem par Mēness un planētu kustību.

Sevišķi daudz fizikā izmanto matemātikas sasniegumus. Dažādu fizikas jautājumu risināšanā izmanto gan elementāro matemātiku, gan diferenciālrēķinus un integrālrēķinus, diferenciālvienādojumus, vektoru algebru, varbūtību teoriju un citas matemātikas nozares.

2. FIZIKAS UN TEHNIKAS SAIKNE

2.1. Fizikas, tāpat kā ikvienas citas zinātnes attīstības stimuls, ir prakse, ražošanas vajadzības. Jau antikajā pasaulē attīstījās mehānika, jo mehānikas zināšanas bija vajadzīgas gan celtniecībā, gan arī kara tehnikā. Saikne starp prakses vajadzībām un fizikas attīstību neizzuda arī vēlākajos gadsimtos un ir saglabājusies līdz mūsdienām. Piemēram, tvaika mašīnas izgudrošana un nepieciešamība izveidot siltuma dzinējus, kuri iespējami lietderīgāk pārvērstu siltumu darbā, veicināja jaunas fizikas nozares — termodinamikas izveidošanos un attīstību. Aviācijas, kosmosa tehnikas un dažādu tehnoloģisko procesu vajadzības savukārt veicināja vielas uzbūves pētījumus, jo, tikai labi zinot vielas uzbūves likumības, var izveidot materiālus, kas apmierina mūsdienu tehnikas prasības. Nepieciešamība samazināt elektroenerģijas zudumus, to pārvadot lielos attālumos, veicina supravadītspējas izpēti.

2.2. Ikviens fizikas atklājums agrāk vai vēlāk iegūst praktisku nozīmi un būtiski ietekmē tehnikas progresu. Tā, piemēram, elektromagnētiskās indukcijas atklāšana (*M. Faradejs*, 1831) radīja iespēju izveidot elektroģeneratorus (*Piksi*, 1832), transformatorus (*P. Jabločkous*, 1876; *I. Usagins*, 1882) un citas ierīces, bez kurām mūsdienų elektrotehnika nav iedomājama. *Dž. Maksvels*, kas izstrādāja elektromagnētiskā lauka teoriju, 1865. gadā paredzēja elektromagnētisko viļņu eksistenci. *H. Hercs* 1887. gadā elektromagnētiskos viļņus atklāja eksperimentāli, bet 1896. gadā *A. Popovs* tos izmantoja signālu pārraidei bez vadiem, tā ievadot radiotehnikas ēru. Pusvadītāju izpēte, kas ļoti intensīvi notika piecdesmitajos gados, sagādāja iespēju tos lietot elektronikā. Tranzistoru atklāšana (1948, *Dž. Bardins*, *U. Bratteins*) radīja apvērsumu radiotehnikā, jo pusvadītāju ierīces ir drošas, izturīgas un tām ir mazi izmēri. 1938. gadā atklātā smago elementu kodolu, piemēram, $^{235}_{92}\text{U}$ dalīšanās, tos bombardējot ar neitroniem, tika izmantota, lai izveidotu kodolreaktoru (1942, ASV), izgatavotu atombumbu (1945, ASV), uzbūvētu pirmo atomelektrostaciju (1954, PSRS, Obņinskā). Mūsdienās atomelektrostacijas dod ievērojamu ieguldījumu kopējā enerģijas bilancē. Padomju zinātnieks *V. Fabrikants* 1951. gadā teorētiski parādīja, ka iespējams pastiprināt starojumu (ultravioleto starojumu, redzamo gaismu, infrasarkanā starojumu un īsos radioviļņus), izmantojot inducēto emisiju. Ļoti drīz, izmantojot šo ideju, tika radīti kvantu ģeneratori īso radioviļņu diapazonam t. s. māzeri (*N. Basovs* un *A. Prohorovs* PSRS, *Č. Tauns* ASV, 1954) un optiskajam diapazonam t. s. lāzeri (*T. Meimans* ASV, 1960). Kvantu ģeneratorus plaši izmanto mūsdienās daudzu zinātnisku un tehnisku problēmu risināšanā.

No šiem piemēriem redzams, ka fizika ir tehnikas pamats. Laika sprādis starp fizikas atklājumu un tā lietošanu praksē arvien samazinās. Devīnpadsmītajā gadsimtā šis laika sprādis caurmērā bija vairāki gadu desmiti, turpretī mūsdienās tas ir tikai daži gadi. Tādēļ ir pareizs tēlainais teiciens, ka šodienas fizika ir rītdienas tehnika.

Tā kā tehnikas attīstība pamatojas uz fiziku, tad ikvienam inženierim, lai viņš varētu sekmīgi darboties savā speciālajā nozarē, labi jāapgūst fizika — jāzina fizikas sasniegumi un jāiemācās fizikāli domāt, t. i., fizikāli pareizi formulēt problēmu un izraudzities tās risinājuma ceļu.

2.3. Saikne starp fiziku un tehniku nav vienpusīga. Tehnikas sasniegumi savukārt veicina fizikas attīstību. Piemēram, izmantojot moderno skaitļošanas tehniku, var atrisināt tādus darbietilpīgus kvantu mehānikas un citus fizikas uzdevumus, kurus citādi atrisināt nav iespējams. Kosmosa apgūšana ir devusi iespēju pētīt dažādus procesus un jaunas materiālu ieguves metodes bezvara un augsta vakuuma apstākļos. Pirmo reizi zinātnes vēsturē cilvēka radīti mērāparāti sniedz ziņas par objektiem, kas atrodas daudzu tūkstošu un miljonu kilometru attālumā no Zemes — par Mēnesi, par Saules

sistēmas planētām, par komētām, par starpplanētu vidi un tajā notiekošiem procesiem. So ziņu pārraidi no kosmosa uz Zemi nodrošina augsti attīstītā supertālo sakaru tehnika. Var teikt, ka par fizikas laboratoriju kļuvusi visa Saules sistēma.

3. FIZIKĀLĀS PĒTĪŠANAS METODES

3.1. Fizikālās pētīšanas pirmais posms ir novērojums un eksperiments. *Par novērojumu sauc parādības pētīšanu dabiskos apstākļos*, kad saglabājas tās mijiedarbība ar daudzām citām parādībām. Piemēram, novērojot akmens, lietus pilienu un puķu spalvas krišanu gaisā, nav iespējams nošķirt to, kā smaguma spēks ietekmē krišanu un kā to ietekmē gaisa pretestība. Tādēļ novērojumi rāda, ka dažādi ķermeņi krit ar dažādiem paātrinājumiem.

3.2. Novērojums ir katras parādības izpētes sākuma stadija. Augstāka parādības izpētes pakāpe ir eksperiments. *Par fizikālu eksperimentu sauc parādības novērošanu mākslīgi radītos, precīzi kontrolējamos apstākļos*. Tad iespējams izslēgt atsevišķus faktorus, noskaidrot, kā parādību ietekmē katrs no šiem faktoriem, un noteikt būtiskos. Pētot, piemēram, smaguma spēka ietekmi uz ķermeņu krišanu, novēro dažādu ķermeņu krišanu caurulē, kurā radīts vakuums. Šādi eksperimenti rāda, ka vakuumā visi ķermeņi krit ar vienādu paātrinājumu. Salīdzinot šo rezultātu ar novērojuma gūto rezultātu, var secināt, ka, ķermeņiem kritot gaisā, to paātrinājumi ir dažādi pretestības spēku dēļ. Eksperimentu var atkārtot citā laikā un citā vietā, nodrošinot parādības norisei tādas pašas apstākļus. Eksperimentāli var izraisīt arī tādas parādības, kuras dabā nav novērojamas.

3.3. Nākošais fizikālās parādības izziņas posms ir *abstraktā domāšana*, kuras rezultātā tiek izvirzītas hipotēzes, noskaidrotas sakarības starp fizikāliem lielumiem, kas raksturo parādību, tiek formulēti fizikas likumi, radītas teorijas. Hipotēze ir zinātnisks pieņēmums, kas izskaidro kādu faktu vai parādību. Hipotēze ir jāpārbauda, lai tā kļūtu par zinātnisku likumu vai teoriju vai arī tiktu noraidīta. Fizikālā teorija, pamatojoties uz nedaudzām pamattēzēm, no vienota viedokļa izskaidro plašu parādību loku. Ja teorija ir pareiza, tā var paredzēt arī jaunas parādības. Jo labāka teorija, jo lielāka tās paredzēšanas spēja.

3.4. Hipotēžu un teorijas secinājumu pareizības pārbaude notiek praksē, eksperimentā. Tātad izziņas procesa sākuma un arī noslēguma posms ir prakse.

3.5. Analizējot kādu parādību, jāprot nošķirt vissvarīgākos faktorus, kas nosaka parādības norisi, no mazāk svarīgiem. Tādējādi var vienkāršot fizikālās parādības aprakstu, *reālo fizikālo objektu aizstāt ar tā abstraktu modeli*. Pareizai modeļa izvēlei fizikā ir ļoti liela nozīme. Tā, piemēram, gāzes spiedienu uz trauka sienām var izskaidrot, izmantojot ideālas gāzes modeli. Tādā gadījumā tiek pieņemts, ka 1) molekulu izmēri ir mazi salīdzinājumā ar attālumiem starp

tām; 2) molekulas atrodas nemitīgā haotiskā kustībā un to savstarpējās sadursmes, kā arī sadursmes ar trauka sienām ir absolūti elastīgas; 3) starp molekulām nedarbojas nekādi spēki, izņemot išlaicīgus sadursmju momentus, un to mijiedarbības enerģiju var neievērot salīdzinājumā ar molekulu kinētisko enerģiju.

Lai varētu izskaidrot pārneses parādības (difūziju, viskozitāti, siltuma vadīšanu), jāņem vērā gāzes molekulu efektīvais diametrs, kas kopā ar molekulu koncentrāciju nosaka vidējo brīvā ceļa garumu.

Stipri blīvām gāzēm neder ideālas gāzes modelis. To aizstāj ar reālās gāzes modeli, kurā ņem vērā gan molekulu izmērus, gan arī molekulu mijiedarbības spēkus, jo molekulas ilgstoši atrodas samērā nelielos attālumos cita no citas.

Tādi abstrakti modeļi ir arī materiāls punkts, absolūti ciets ķermenis, matemātiskais svārsts, absolūti elastīgs trieciens, punktveida lādiņš, elektronu gāze, absolūti melns ķermenis u. c.

3.6. Fizika ir eksperimentāla zinātne. Lai gan daudzas fizikas teorijas ir līdzīgas sarežģītām matemātiskām konstrukcijām, tomēr tās visas pamatojas uz eksperimentāliem faktiem un tikai eksperiments ir teorijas pareizības kritērijs. Tādēļ visi fizikas likumi ir eksperimentu rezultātu vispārinājums. Tā kā eksperimenti tiek izdarīti ar ierobežotu precizitāti un ierobežotā apskatāmo lielumu (temperatūras, spiediena, attāluma utt.) intervālā, tad katram fizikas likumam ir noteiktas lietojamības robežas.

Daži fizikas likumi ir universāli. Piemēram, izdarot visprecīzākos mūsdienās iespējamus mērījumus, nav atklātas nekādas novirzes no impulsa nezūdamības likuma.

Kulona likumam ir ļoti plašas, tomēr ierobežotas lietojamības robežas. Tas derīgs gan neierobežoti lieliem attālumiem starp lādiņiem, gan arī attālumiem, kuri vienādi ar kodolu izmēriem. Attālumos, kas pārsniedz atomu izmērus, novirzes no Kulona likuma nav konstatējamās. Atomāros attālumos, kuru kārtā 10^{-10} m, novirze nepārsniedz $10^{-4}\%$, bet attālumos, kuru kārtā 10^{-13} m, novirzes no Kulona likuma sasniedz $10^{-2}\%$.

Berzes likuma lietojamības robežas ir šauras (neliels ātrumu un temperatūru intervāls) un tā precizitāte zema — kļūda sasniedz vairākus procentus.

Fizikas likumu, kam ir ļoti plašas lietojamības robežas, sauc par fundamentālu likumu. Tādi ir, piemēram, impulsa nezūdamības likums, enerģijas nezūdamības likums, Ūtona likumi, vispasaules gravitācijas likums, Kulona likums. No tiem var iegūt arī citus likumus, kas derīgi īpašos gadījumos (piemēram, Keplera likumus var iegūt no vispasaules gravitācijas likuma). Tomēr visus fizikas likumus tā iegūt nevar. Pastāv daudz īpašu likumu atsevišķām parādībām — Arhimēda likums, Boila—Mariota likums, Faradeja likums, Oma likums, Stefana—Bolcmaņa likums, Stoksa likums u. c. Dažkārt fizikā lieto empīriskus likumus. Par empīrisku likumsakarību sauc formulu vai grafiku, kas sistematizē eksperimentālos datus, nepretendējot uz fizikālā procesa vai pētāmā objekta struktūras izskaidrošanu. Empīriskā likuma piemērs ir berzes likums.

4. FIZIKĀLU LIELUMU MĒRĪŠANA. VIENĪBAS. SI SISTĒMA

4.1. Materiālo objektu īpašības, kuras pēta fizika, ja tās var raksturot kvantitatīvi, sauc par fizikāliem lielumiem. Fizikāls lielums ir īpašība, kas kvalitatīvi ir vienāda daudziem fizikāliem objektiem (ķermeņiem, sistēmām), to stāvokļiem vai parādībām, kas tajos notiek, bet kvantitatīvi ziņā atšķiras un ir katram objektam individuāla. Piemēram, fizikāli lielumi ir ķermeņa masa, kustības ātrums, temperatūra utt. Lai kādu fizikālu lielumu raksturotu kvantitatīvi, to vajag izmērīt — salīdzināt ar tādas pašas dabas fizikālu lielumu, kas pieņemts par vienību. Skaitli, kurš rāda, cik vienību satur dots fizikālais lielums, sauc par tā skaitlisko vērtību. Tātad mērīšana ir eksperimentālu operāciju un skaitļošanas operāciju kopums, kuras realizē, lai noteiktu fizikālā lieluma skaitlisko vērtību, izmantojot izraudzīto šī lieluma vienību. Tādēļ katram fizikālam lielumam jādefinē sava vienība.

4.2. Gadsimtiem ilgā cilvēces prakse ir parādījusi, ka nepieciešama vienota fizikālo lielumu vienību sistēma. Par tādu pašreiz ir kļuvusi Starptautiskā vienību sistēma SI. Neskarot citas agrāk plaši lietotas sistēmas — CGS, MKS, MTS utt., aplūkosim sīkāk SI sistēmu un tās izveides principus.

Starptautiskās vienību sistēmas pamatā ir septiņu pamatlielumu vienības. Tās ir *pamatvienības* — metrs (**m**) garumam l , kilogramms (**kg**) masai m , sekunde (**s**) laikam t , mols (**mol**) vielas daudzumam ν , kelvins (**K**) temperatūrai T , ampērs (**A**) strāvas stiprumam I un kandēla (**cd**) gaismas stiprumam J . Vēl šajā sistēmā izmanto divas *papildvienības* — radiānu (**rad**) plaknes leņķim un steradiānu (**sr**) telpiskajam leņķim.

Atzīmēsim tikai triju pirmo pamatvienību definīcijas.

Kilograms ir vienāds ar starptautiskā kilograma prototipa masu.

Sekunde ir laika sprādis, kurā ietilpst 9 192 631 770 svārstību periodi, kādi ir starojumam, kas rodas, cēzija 133 atomam pārejot no pamatstāvokļa viena supersikstruktūras līmeņa uz otru.

Metrs ir vienāds ar attālumu, kuru gaisma noiet vakuumā laika sprādi, kas vienāds ar 1/299 792 458 sekundes.

Citu pamatvienību definīcijas apskatītas atbilstošajās fizikas kursa nodaļās, bet papildvienību definīcijas ir zināmas no matemātikas kursa.

Visiem pārējiem lielumiem veido *atvasinātās vienības*, izmantojot noteiktas definīcijas sakarības, kuras apskatāmo fizikālo lielumu saista ar pamatlaiumiem vai tādiem lielumiem, kuriem atvasinātās vienības jau definētas. Sajās sakarībās parasti pieņem, ka proporcionalitātes koeficients vienāds ar vienu.

Ja kādas vienības sakarība ar pamatvienībām nav vienkārša, tad šādi vienībai dod īpašu nosaukumu (piemēram, ņūtons, paskāls). Vienības, kuru izcelsme saistīta ar zinātnieku vārdiem, apzīmē ar lielajiem burtiem (1 N, 1 Pa u. c.).

Ir gadījumi, kad atvasinātās vienības veidošanai principā iespējams izmantot vairākas definīcijas sakarības. Tad izvēlas vienu. No izraudzītās sakarības atkarīgs gan vienības izmērs, gan tās saistība

Svarīgāko fizikālo lielumu atvasinātās SI vienības

Fizikālais lielums	Vienības definīcijas sakarība	Vienības apzīmējums un nosaukums	
1	2	3	4
Spēks F	$F = ma$	1 kg · m/s ² = 1 N	nūtons
Spiediens p	$p = F_n/S$	1 N/m ² = 1 Pa	paskāls
Darbs A	$dA = F_t dl$	1 N · m = 1 J	džouls
Jauda P	$P = dA/dt$	1 J/s = 1 W	vats
Elektriskais lādiņš q	$dq = Idt$	1 A · s = 1 C	kulons
Elektriskā lauka potenciāls φ	$\varphi = W_p/q_z$	1 J/C = 1 V	volts
Elektriskā kapacitāte C	$C = q/\Delta\varphi$	1 C/V = 1 F	farads
Elektriskā pretestība R	$R = \Delta\varphi/I$	1 V/A = 1 Ω	oms
Elektriskā vadītspēja Γ	$\Gamma = I/\Delta\varphi$	1 A/V = 1 S	simenss
Magnētiskā lauka indukcija B	$B = M_{\max}/\rho_m$	1 N · m/(A · m ²) = 1 T	tesla
Magnētiskā plūsma Φ_m	$d\Phi_m = B_n dS$	1 T · m ² = 1 Wb	vēbers
Induktivitāte L	$L = \Phi_m/I$	1 Wb/A = 1 H	henrijs
Svārstību frekvence ν	$\nu = 1/T$	1/s = 1 Hz	hercs
Gaismas plūsma Φ	$d\Phi = Id\Omega$	1 cd · sr = 1 lm	lūmens
Virsmas apgaismojums E	$E = d\Phi/dS$	1 lm/m ² = 1 lx	lukss
Ātrums v	$v = dl/dt$	1 m/s	Pārējo vienību nosaukumi saprotami no to apzīmējumiem
Dielektriķa caurlaidība ϵ_a	$\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$	1 F/m	
Dielektriķa polarizētība P	$P = p_e/\Delta V$	1 C · m/m ³ = 1 C/m ²	
Elastības (Janga) modulis E	$\sigma = E\Delta l/l$	1 Pa	
Elektriskais dipolmoments p_e	$p_e = ql$	1 C · m	
Elektriskā konstante ϵ_0	$F_{\text{vak}} = q_1 q_2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)$	1 C ² /(N · m ²) = 1 F/m	
Elektriskā lauka indukcija D	$D = \epsilon_0 \epsilon E$	1 (F/m) (V/m) = 1 C/m ²	
Elektriskā lauka indukcijas vektora plūsma Φ_D	$d\Phi_D = D_n dS$	1 (C/m ²) · m ² = 1 C	
Elektriskā lauka intensitāte E	$E = F/q_z$	1 N/C = 1 V/m	
Elektriskās strāvas blīvums j	$j = I/S$	1 A/m ²	
Enerģija W	$\Delta W = A$	1 J	
Enerģijas blīvums w	$w = W/\Delta V$	1 J/m ³	
Entropija S	$dS = dQ/T$	1 J/K	
Impulss K	$K = mv$	1 kg · m/s	
Impulsa moments L	$L = I\omega$	1 kg · m ² /s	
Inerces moments I	$I = mr^2$	1 kg · m ²	
Ipatnējā elektrovadītspēja γ	$\Gamma = \gamma S/l$	1 S/m	
Ipatnējā elektriskā pretestība ρ	$R = \rho l/S$	1 Ω · m	
Ipatnējā siltumietilpība c	$Q = mc\Delta T$	1 J/(kg · K)	
Laukums S	$S = l^2$	1 m ²	
Leņķiskais ātrums ω	$\omega = d\varphi/dt$	1 rad/s	
Leņķiskais paātrinājums e	$e = d\omega/dt$	1 rad/s ²	
Magnētiķa magnetizācija J	$J = p_m/\Delta V$	1 A · m ² /m ³ = 1 A/m	
Magnētiskais dipolmoments p_m	$p_m = IS$	1 A · m ²	

1	2	3	4
Magnētiskā caurlaidība μ_a	$\mu_a = \mu_0 \mu$	1 H/m	
Magnētiskā konstante μ_0	$f_{vak} = \mu_0 I_1 I_2 : (2\pi a)$	1 N/A ² = 1 H/m	
Magnētiskā lauka intensitāte H	$H = B/(\mu_0 \mu)$	1 A/m	
Mehāniskais spriegums, normālais σ	$\sigma = F_n/S$	1 N/m ² = 1 Pa	
tangenciālais τ	$\tau = F_\tau/S$	1 N/m ² = 1 Pa	
Molārā siltumietilpība C	$Q = MC\Delta T$	1 J/(mol·K)	
Paātrinājums a	$a = dv/dt$	1 m/s ²	
Siltumvadītspējas koeficients κ	$Q = \kappa(dT/dx)\Delta S\Delta t$	1 W/(m·K)	
Spēka impulss I_F	$I_F = F\Delta t$	1 N·s	
Spēka moments M	$M = Fl$	1 N·m	
Spēka momenta impulss I_M	$I_M = M\Delta t$	1 N·m·s	
Svārstību periods T	$T = \Delta t/N$	1 s	
Tilpums V	$V = l^3$	1 m ³	
Vērpes modulis D	$M = D\varphi$	1 N·m/rad	
Vielas blīvums ρ	$\rho = m/V$	1 kg/m ³	
Viļņu enerģijas plūsma P	$P = dW/dt$	1 J/s = 1 W	
Viļņu enerģijas plūsmas blīvums \bar{U}	$U = dP/dS$	1 W/m ²	
Virsmas apstarojums E_s	$E_s = dP/dS$	1 W/m ²	
Virsmas spraiguma koeficients α	$F = \alpha\Delta l$	1 N/m	
Viskozitātes koeficients η	$\Delta A = \alpha\Delta S$ $F_b = \eta S du/dz$	1 J/m ² 1 Pa·s	

ar pamatvienībām. Tādēļ vienību definīcijas sakarības ir jāiegaumē. Piemēram, spēka vienības definīcijai otrā Ņūtona likuma $F = ma$ vietā varētu izmantot vispasaules gravitācijas likumu $F = Gm_1m_2/r^2$. Tad varētu pieņemt, ka koeficients G vienāds ar vienu, līdz ar to otrajā Ņūtona likumā parādītos proporcionālītes koeficients. Spēka vienības sakarība ar pamatvienībām būtu 1 kg²/m².

Svarīgāko fizikālo lielumu (garuma, masas, laika utt.) vienības materializē ar etalonu palīdzību.

4.3. Mērot fizikālos lielumus, dažkārt nākas sastapties ar ļoti plašiem mērāmo lielumu maiņas diapazoniem. Tā, piemēram, novērojāmās Visuma daļas izmēri ir 10²⁶ m, bet atomu kodolu izmēri 10⁻¹⁵ m, ķermeņu ātrumi var būt diapazonā no nulles līdz 3·10⁸ m/s (gaismas ātrums vakuumā), laika sprīži var mainīties no 10⁻²⁰ s (nestabilo daļiņu mūža ilgums) līdz 10¹⁸ s (Visuma vecums). Šī iemesla dēļ bez galvenajām vienībām (tā sauc SI pamatvienības, papildvienības un atvasinātās vienības) praksē vēl lieto daudzkārtņu un daļu vienības. Tās veido, izmantojot decimālos daudzkārtņu vai daļu priekškus. Vienības izraugās tā, lai fizikālā lieluma skaitliskā vērtība atrastos intervālā no 0,1 līdz 1000.

Izņēmums ir laika vienības veidošana. Cilvēces vēsturiskās attīstības gaitā izveidojušās un arī tagad praksē lietotās laika vienības

Daudzkārtņi un daļas, priedēkļi un apzīmējumi

Reizinātājs	Priedēklis	Apzīmējums	Reizinātājs	Priedēklis	Apzīmējums
10^1	deka	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hekto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	mikro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	piko	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	eksa	E	10^{-18}	ato	a

minūte, stunda, diennakts, nedēļa, mēnesis, gads nav decimālās sistēmas vienības. Taču šajā jomā ir ļoti grūti izdarīt reformas.

Dažreiz lieto arī citu lielumu vienības, kas neietilpst SI sistēmā, piemēram, leņķa grādus, minūtes un sekundes; dzīvsudraba staba milimetrus — spiedienam; litru — tilpumam; hektāru — platībai; elektronvoltu — enerģijai u. c.

4.4. Visus fizikālos lielumus var izteikt ar pamatlielumiem. Fizikālo lielumu definīcijas izteiksmes ir tādas, ka vispārīgā veidā var uzrakstīt šādu sakarību:

$$x = kL^l M^m T^t N^n \Theta^{\theta} I^i J^j, \quad (1)$$

kur x — aplūkojamais lielums; k — proporcionalitātes koeficients; L, M, T, N, Θ, I, J — garuma, masas, laika, vielas daudzuma, temperatūras, strāvas stipruma un gaismas stipruma, t. i., pamatlielumu apzīmējumi; l, m, t, n, θ, i, j — atbilstošu lielumu dimensijas rādītāji (pozitīvi vai negatīvi, veseli skaitļi vai daļskaitļi).

Izteiksmi, kas satur pamatlielumu apzīmējumus un to dimensijas rādītājus, bet nesatur proporcionalitātes koeficientu k , sauc par fizikālā lieluma x dimensiju un apzīmē ar $\dim x$ vai $[x]$. Tātad

$$[x] = \dim x = L^l M^m T^t N^n \Theta^{\theta} I^i J^j. \quad (2)$$

Piemēram, $[S] = L^2$; $[V] = L^3$; $[v] = LT^{-1}$; $[a] = LT^{-2}$; $[\rho] = L^{-3} M$; $[j] = L^{-2} I$; $[F] = LMT^{-2}$; $[\rho] = [F]/[S] = L^{-1} MT^{-2}$, ja tos pamatlielumus, kuru dimensijas rādītāji vienādi ar nulli, dimensiju izteiksmē neraksta.

Starp katra fizikālā lieluma vienību un pamatvienībām pastāv dimensiju formulai līdzīga sakarība, piemēram, spēkam $1 \text{ N} = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ kg} / 1 \text{ s}^2$. Tādēļ dimensiju formulas var izmantot, lai parādītu dotās vienības sakarību ar pamatvienībām.

Pēc dimensiju formulas var uzzināt, cik reizi mainās dotā fizikālā lieluma vienība, ja pamatvienības aizstāj ar citām, piemēram, (CGS) vienības cm, g, s aizstāj ar SI vienībām m, kg, s. Tā kā $[F] = LMT^{-2}$, bet $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ un $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$, tad $1 \text{ N} =$

$= 100 \cdot 1000 \cdot 1^{-2} \text{ cm} \cdot \text{g/s}^2 = 10^5 \text{ dyn}$ (šeit dyn — spēka vienības dina saīsinātais apzīmējums).

Ja kāda vienādība izsaka fizikālu sakarību, tad lielumiem, kas atrodas vienādības abās pusēs, jābūt ar vienādām dimensijām. Tāpat jābūt vienādām arī saskaitāmo lielumu dimensijām. Šo noteikumu izmanto, lai pārbaudītu dažādām fizikālām problēmām matemātisko risinājumu pareizību.

Dimensiju analīze dažkārt palīdz noskaidrot, kāda veida sakarība pastāv starp pētāmo lielumu un lielumiem, no kuriem tas atkarīgs. Aplūkosim, piemēram, skaņas garenviļņus cietā elastīgā vidē. To izplatīšanās ātrums v atkarīgs no vides elastības, ko var raksturot ar Janga moduli E , kā arī no vielas daļiņu masas un koncentrācijas, resp. no vides blīvuma ρ . Saskaņā ar dimensiju vienādības nosacījumu var rakstīt

$$[v] = [E^x] [\rho^y]. \quad (3)$$

No formulas* $F/S = E\Delta l/l$ izriet, ka $[E] = [F]/[S]$. Tātad $[v] = LT^{-1}$; $[E] = L^{-1}MT^{-2}$ un $[\rho] = L^{-3}M$. Tādēļ $LT^{-1} = (L^{-1}MT^{-2})^x (L^{-3}M)^y$. Salīdzinot T , M un L dimensiju rādītājus, iegūst

$$-2x = -1 \quad (4); \quad x + y = 0 \quad (5); \quad -x - 3y = 1 \quad (6)$$

No sakarības (4) izriet, ka $x = 1/2$, un no sakarības (5) izriet, ka $y = -1/2$. Šis x un y vērtības apmierina arī vienādojumu (6). Tātad

$$[v] = [E^{1/2}] [\rho^{-1/2}]. \quad (7)$$

No tā var secināt, ka

$$v = k\sqrt{E/\rho}. \quad (8)$$

Dimensiju analīze dod iespēju noteikt v atkarībā no E un ρ . Skaitliskais koeficients k jānosaka citādi, piemēram, eksperimentāli. Izrādās, ka šajā gadījumā $k = 1$. Tādēļ

$$v = \sqrt{E/\rho}. \quad (9)$$

4.5. Vēl bez praktiskām vienību sistēmām (SI, CGS, MKS u. c.) fizikā pazīstamas t. s. *dabīgās vienību sistēmas*, kurās par pamatvienībām izraugās fizikālas konstantes, piemēram, gravitācijas konstanti G , gaismas ātrumu vakuumā c , elektrona lādiņu e , elektrona masu m_e , Planka konstanti $\hbar = h/(2\pi)$, Bolcmaņa konstanti k u. c.

Pirmā šāda sistēma izveidota 1906. gadā, par pamatvienībām pieņemot h , c , G un k . Šai sistēmai pēc M . Planka idejas jābūt neatkarīgai no Zemes apstākļiem un vienāgai visā Visumā.

Hartri sistēmā par pamatvienībām pieņem Bora rādiusu a_0 , elektrona masu m_e , elektrona lādiņu e un Planka konstanti \hbar . Tādējādi iespējams vienkāršot kvantu mehānikas vienādojumu pierakstu.

* Vienvirziena stiepes vai spiedes deformācijā spēks, kas darbojas uz parauga šķērsriezuma laukuma vienību F/S , ir proporcionāls relatīvajai garuma izmaiņai $\Delta l/l$. Proporcionalitātes koeficientu E sauc par Jangā moduli. (Sk. formulu (2.57).)

MEHĀNIKAS FIZIKĀLIE PAMATI

IEVADS

MEHĀNISKĀ KUSTĪBA. MEHĀNIKAS PRIEKSMETS UN UZDEVUMS

Mehāniskā kustība ir ķermeņu vai to daļu savstarpēja pārvietošanās telpā laika gaitā. *Mehānika* ir mācība par šo visvienkāršāko matērijas kustības formu — ķermeņu mehānisko kustību un mijiedarbību.

Mehānikas uzdevums ir aprakstīt mehāniskās kustības ģeometriskās īpašības, noskaidrot kustības maiņas cēloņus (spēkus) un kustības maiņas atkarību no tiem, izpētīt nosacījumus, kuriem jābūt izpildītiem, lai ķermeņi atrastos līdzsvara stāvoklī, ja uz tiem darbojas spēki.

MEHĀNIKAS IEDALĪJUMI

Mehānika ir plaša fizikas nozare, un to var iedalīt, izmantojot dažādus kritērijus.

A. Mehānikas iedalījums pēc apskatāmo ķermeņu veida. Ķermeņi ir ļoti dažādi. Tiem ir dažādi izmēri un forma, dažāda pretestība formas maiņai, tie var atrasties dažādos agregātstāvokļos utt. Tādēļ ķermeņu mehāniskā kustība aprakstāma dažādi.

Daudzos gadījumos, apskatot ķermeņu kustību, var ievērot tikai galvenās, dotajai kustībai svarīgākās ķermeņu īpašības, aizstājot ķermeņi ar tā modeli. Tas dod iespēju kustības aprakstu stipri vienkāršot.

Tādu ķermeņi, kura izmēri ir mazi salīdzinājumā ar aplūkojamās kustības trajektorijas izmēriem vai salīdzinājumā ar attālumu no dotā ķermeņa līdz citiem ķermeņiem, ar kuriem tas savstarpēji iedarbojas, aizstāj ar modeli — *materiālu punktu*. Materiālam punktam ir visa ķermeņa masa, bet izmēri netiek ņemti vērā. Mehānikas daļu, kas apskata materiāla punkta kustību, sauc par *materiāla punkta mehāniku*. Ja kādu ķermeņi dotajā kustībā nevar aizstāt ar materiālu

punktu, tad ķermeņi var uzskatīt par daudzu materiālu punktu kopumu un tā kustību raksturot, apskatot šo materiālo punktu kustību.

Ķermeņu kustība bieži ir saistīta ar citu ķermeņu iedarbību, kura maina ķermeņa formu. Ja ķermeņa deformācija ir tik niecīga, ka dotajā kustībā to var neievērot, tad ķermeņi var aizstāt ar modeļi — *absolūti cietu ķermeņi*, kura izmērus un formu neietekmē ārēja iedarbība. Mehānikas daļu, kas apskata šāda ķermeņa kustību, sauc par *absolūti cietu ķermeņa mehāniku*.

Ķermeņus, kuru deformācija ir jāievēro, apskata *deformējamo ķermeņu mehānika* (elastības teorija, materiālu pretestība, hidrodinamika u. c.).

B. Mehānikas iedalījums pēc mehānisko parādību iztīrījuma rakstura. Atkarībā no iztīrījuma rakstura izveidojas trīs mehānikas daļas — kinemātika, dinamika un statika.

Kinemātika aplūko ķermeņa kustību, neinteresējoties par cēloņiem, kas izraisa šo kustību. Kinemātika pēta ķermeņa ceļu, ātrumu un paātrinājumu kā laika funkcijas, noskaidro kustības trajektoriju.

Dinamika aplūko ķermeņu kustību un tās maiņas raksturu atkarībā no spēkiem, kas pielikti ķermeņiem.

Statika aplūko ķermeņus mehāniskā līdzsvara stāvokļos un pēta to līdzsvara nosacījumus.

C. Mehānikas iedalījums pēc aplūkojamo ķermeņu kustības ātruma un to piederības makroobjektu vai mikroobjektu grupai. Pēc minētā kritērija mehānikas iedalījums ir šāds: klasiskā mehānika, relativistiskā mehānika, kvantu mehānika un relativistiskā kvantu mehānika.

Klasiskā mehānika aplūko makroskopisku ķermeņu kustību, ja to ātrumi ir daudzkārt mazāki par gaismas izplatīšanās ātrumu vakuumā ($3 \cdot 10^8$ m/s).

Relativistiskā mehānika ir lietojama makroķermeņiem, kuru ātrumi salīdzināmi ar gaismas ātrumu.

Kvantu mehānika apraksta mikroobjektu (elementārdaļiņu, atomu, molekulu u. c.) kustību. Tā ievēro ķermeņu viļņu īpašības.

Mikroobjektus, kuru kustības ātrumi salīdzināmi ar gaismas ātrumu, aplūko īpaša mehānikas nozare, kuru sauc par *relativistisko kvantu mehāniku*.

Relativistiskā mehānika un kvantu mehānika ir vispārīgākas mehānikas un ietver klasisko mehāniku kā speciālu gadījumu.

KLASISKĀS MEHĀNIKAS PRIEKŠSTATI PAR TELPU UN LAIKU

A. Telpas un laika jēdzieni ir pamatjēdzieni gan fizikā, gan arī citās dabas zinātnēs un filozofijā. Katram ķermenim ir telpiski izmēri, bet tā stāvokļu secību raksturo laiks. Tādēļ var teikt, ka *matērija eksistē telpā un laikā*.

B. Klasiskās fizikas priekšstatiem par telpu un laiku pamatā ir Demokrita ideja par tukšuma eksistenci. Pamatojoties uz šo ideju, *I. Ņūtons* ieviesa fizikā *absolūtās telpas* un *absolūtā laika* jēdzienus.

Saskaņā ar Ņūtona priekšstatiem telpa un laiks ir patstāvīgas kategorijas. Tie nav savstarpēji saistīti un nav atkarīgi ne no materiāliem objektiem, kas atrodas telpā, ne arī no to kustības ātrumiem vai procesiem, kas norisinās tajos.

Eksperimenti rāda, ka telpu un laiku var uzskatīt par neatkarīgiem, aplūkojot tikai tādus mehāniskus procesus, kuros ķermeņu ātrumi ir mazi salīdzinājumā ar gaismas ātrumu vakuumā. Vispār telpa, laiks un matērija ir savā starpā saistīti jēdzieni. Uz to norādīja jau *F. Engelss*, atzīmējot, ka nav jēgas runāt par telpu un laiku, kuri eksistē atrauti no matērijas, tāpat kā nav jēgas runāt par matērijas eksistenci ārpus telpas un laika. Speciālā relativitātes teorija pierādīja, ka telpa un laiks ir savstarpēji saistīti jēdzieni un tie atkarīgi no ķermeņu kustības ātruma, taču ātruma maiņas ietekme ir maza un to var neņemt vērā, aplūkojot makroskopisku ķermeņu kustību, kuras ātrums ir daudzārkā mazāks nekā gaismas ātrums.

C. Telpa ir homogēna. Tas nozīmē, ka visi telpas punkti ir fizikāli ekvivalenti un parādība, kas norisinās vienā telpas apgabalā, tāpat norisināsies arī citā apgabalā, ja tajā tiks nodrošināti tādi paši tie apstākļi, kuri būtiski ietekmē parādību. Šī iemesla dēļ var salīdzināt dažādās laboratorijās izdarītu vienādu eksperimentu rezultātus.

D. Telpa ir izotropā. Tas nozīmē, ka visi virzieni telpā ir fizikāli ekvivalenti un, pagriežot kādu iekārtu vai agregātu, visi procesi tajā norisināsies tāpat kā iepriekš, ja viss, kas būtiski ietekmē procesu, tiks tāpat pagriezts. Tādēļ, piemēram, televizora pagriešana ap vertikālu vai arī ap horizontālu asi nemaina tā darbību, jo lauki, kas nosaka elektronu kustību, ir pagriezušies kopā ar televizoru. Turpretī, pagriežot uz sāniem vaļēju trauku ar šķidrumu, šķidrums izlīst, jo gravitācijas lauks, kam šoreiz ir noteicošā loma, nepagriežas līdzī traukam.

E. Laiks ir homogēns. Tas nozīmē, ka dažādi laika momenti ir ekvivalenti tajā ziņā, ka ikviens fizikāls process norisinās tādā pašā veidā neatkarīgi no tā sākuma momenta, ja tie apstākļi, no kuriem būtiski atkarīga procesa norise, ir visos gadījumos vienādi. Šī iemesla dēļ var salīdzināt dažādos laikos izdarītu vienādu eksperimentu rezultātus.

1. NODAĻA

MATERIĀLA PUNKTA UN CIETA ĶERMEŅA KINEMĀTIKA

Kinemātikas *tiešais uzdevums* ir izveidot paņēmienus materiālu punktu un ķermeņu kustības aprakstīšanai un kinemātisko raksturlielumu noteikšanai, piemēram, punkta kustības trajektorijas, noieta ceļa garuma, kustības ātruma un paātrinājuma vai rotējoša ķermeņa leņķiskā ātruma un paātrinājuma, kā arī citu lielumu noteikšanai. Var risināt arī *pretēju uzdevumu* — zinot paātrinājumu, noteikt citus kinemātiskos lielumus.

A. MATERIĀLA PUNKTA KINEMĀTIKA

1.1. DAŽI PUNKTA KINEMĀTIKAS PAMATJĒDIENI

1.1.1. Atskaites un koordinātu sistēma. Ķermeņa mehāniskā kustība ir relatīva. Ķermeņi vai savstarpēji nekustīgu ķermeņu sistēmu, attiecībā pret kuru aplūko citu ķermeņu izvietojumu, sauc par telpisko atskaites sistēmu. Tā kopā ar sinhronizētiem pulksteņiem, pēc kuriem var noteikt laiku katrā telpas punktā, veido *atskaites sistēmu*. Ļoti bieži par telpisko atskaites sistēmu izvēlas Zemi un ar to saistītus objektus (ģeocentriskā atskaites sistēma). Apskatot planētu kustību, par telpisko atskaites sistēmu izdevīgi pieņemt Sauli un stāvzvaigznes (heliocentriskā atskaites sistēma).

Lai varētu kustību matemātiski aprakstīt, ar atskaites sistēmu jāsaista kāda *koordinātu sistēma*. Visbiežāk lieto Dekarta taisnleņķa koordinātas. Dažreiz izdevīgi lietot cilindriskās (plaknē — polārās) vai arī sfēriskās koordinātas.

1.1.2. Materiāla punkta koordinātas un kustības kinemātikas pamatvienādojumi. Punkta stāvokli telpā nosaka *trīs koordinātas*, piemēram, taisnleņķa koordinātu sistēmā punktam A (1.1. att.) ir koordinātas x, y, z . Punkta A stāvokli var noteikt arī ar *rādiusvektoru* \vec{r} , kas vilkts no koordinātu sākumpunkta uz punktu A . *Rādiusvektora projekcijas* uz koordinātu asīm ir vienādas ar punkta A koordinātām x, y, z . *Rādiusvektora \vec{r} komponentes* uz koordinātu asīm savukārt ir $x\vec{i}, y\vec{j}$ un $z\vec{k}$, kur \vec{i}, \vec{j} un \vec{k} — vienības vektori koordinātu asu X, Y un Z virzienos, pie tam

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Rādiusvektora modulis $|\vec{r}| = r$ izsakāms šādi: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

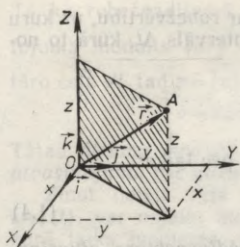
Materiālam punktam pārvietojoties telpā, mainās tā koordinātas, resp., rādiusvektors \vec{r} . Šis process notiek laikā. Pieredze rāda, ka laiks rit vienmērīgi un tikai vienā virzienā. Sakarības, kas parāda materiāla punkta stāvokli telpā atkarībā no laika t , sauc par *kustības kinemātikas pamatvienādojumiem*. Materiālam punktam Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmā ir trīs skalāri kustības kinemātikas pamatvienādojumi:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t) \quad (1.1)$$

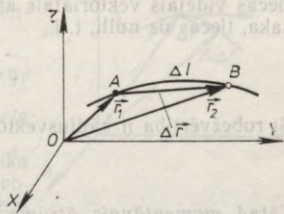
vai viens vektoriāls vienādojums

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.2)$$

1.1.3. Materiāla punkta trajektorija, ceļa garums un pārvietojums. Līniju, pa kuru telpā kustas materiāls punkts, sauc par *kustības trajektoriju*. Atkarībā no trajektorijas formas šķiro taisnvirziena un



1.1. att.



1.2. att.

liklīnijas kustību. Pirmajā gadījumā kustības trajektorija ir taisne, bet otrajā — likne, piemēram, riņķa līnija, parabola, elipse, hiperbola, spirāle utt. Materiāla punkta trajektorijas posma garumu Δl (1.2. att.), ko tas vienvirziena kustībā nogājis laikā Δt , sauc par noietā ceļa garumu jeb ceļu. Vektoru $\Delta \vec{r}$, kas savieno vienu punkta stāvokli A (1.2. att.) ar kādu citu stāvokli B , kuru šis punkts ieņem pēc laika Δt , sauc par **pārvietojumu**. Pārvietojums $\Delta \vec{r}$ ir rādiusvektoru r_2 un r_1 starpība:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Liklīnijas kustībā $|\Delta \vec{r}| < \Delta l$, bet vienvirziena kustībā pa taisni $|\Delta \vec{r}| = \Delta l$.

1.2. ĀTRUMS

Materiāla punkta stāvokļa maiņas straujuma raksturošanai lieto fizikālu lielumu — ātrumu jeb, precīzāk, lineāro ātrumu. Ir vidējais un momentānais ātrums.

1.2.1. Vidējais vektoriālais ātrums. Par materiāla punkta vidējo vektoriālo ātrumu $\langle \vec{v} \rangle$ sauc pārvietojuma $\Delta \vec{r}$ attiecību pret laiku Δt , kurā šis pārvietojums ir veikts:

$$\langle \vec{v} \rangle = \Delta \vec{r} / \Delta t. \tag{1.3}$$

Vidējā vektoriālā ātruma un pārvietojuma virzieni ir vienādi. Šis lielumam rāda, kāds pārvietojums jāizdara laika vienībā, lai, kustoties vienmērīgi, laika sprīdī Δt veiktu pārvietojumu $\Delta \vec{r}$.

Ātruma SI vienība ir 1 m/s.

1.2.2. Momentānais ātrums. Ātrumu \vec{v} , kas piemīt materiālam punktam dotajā laika momentā, resp., dotajā trajektorijas punktā,

sauc par momentāno ātrumu. Tas ir vienāds ar robežvērtību, uz kuru tiecas vidējais vektorialais ātrums, ja laika intervāls Δt , kurā to nosaka, tiecas uz nulli, t. i.,

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Šī robežvērtība ir rādiusvektora atvasinājums pēc laika:

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt. \quad (1.4)$$

Tā tad momentānais ātrums ir vienāds ar rādiusvektora atvasinājumu pēc laika. Tas rāda, kāds pārvietojums tiktu veikts laika vienībā, saglabājoties tam pašam kustības virzienam un straujumam kā dotajā momentā. Lai to noteiktu, jāzina kustības kinemātikas pamatvienādojums $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Samazinot laika intervālu Δt , pārvietojuma $\Delta \vec{r}$ virziens tuvojas trajektorijas pieskares virzienam un robežgadījumā, kad $\Delta t \rightarrow 0$, sakrīt ar to (1.3. att.).

1.2.3. Momentānā ātruma projekcijas un modulis. Materiālam punktam kustoties, mainās tā koordinātas. Tā kā $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, kur \vec{i} , \vec{j} un \vec{k} ir vienības vektori koordinātu asu X , Y un Z virzienos, tad saskaņā ar sakarību (1.4)

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}. \quad (1.5)$$

Lielumi

$$v_x = dx/dt; v_y = dy/dt \text{ un } v_z = dz/dt \quad (1.6)$$

ir ātruma \vec{v} projekcijas uz koordinātu asīm un raksturo atbilstošās koordinātas maiņas straujumu. Ātruma projekcijas var noteikt, izmantojot sakarības (1.6), ja ir zināmi vienādojumi (1.1).

Var atrisināt arī pretēju uzdevumu. Zinot ātruma projekciju atkarību no laika, proti, $v_x = v_x(t)$; $v_y = v_y(t)$; $v_z = v_z(t)$, un sākuma nosacījumus, t. i., punkta koordinātas x_0 , y_0 , z_0 kādā laika momentā t_0 , piemēram, $t_0 = 0$, var iegūt (integrējot) kustības kinemātikas pamatvienādojumus:

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt; y = y_0 + \int_0^t v_y dt; z = z_0 + \int_0^t v_z dt. \quad (1.7)$$

Ātruma moduli $|\vec{v}| = v$ ar ātruma projekcijām v_x , v_y , v_z saista sakarība

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \quad (1.8)$$

Tā kā robežgadījumā elementārā pārvietojuma modulis $|\vec{dr}|$ vienāds ar elementāro ceļu dl , tad $v = |\vec{v}| = |\vec{dr}/dt|$ jeb

$$v = dl/dt. \quad (1.9)$$

Tātad ātruma modulis ir vienāds ar ceļa atvasinājumu pēc laika.

Zinot noietā ceļa atkarību no laika $l = f(t)$, var noteikt ātruma moduli v jebkurā laika momentā, aprēķinot atvasinājumu. To var izdarīt vai nu analītiski, vai arī grafiski. Pēdējā gadījumā caur ceļa grafika punktu, kas atbilst izraudzītajam laika momentam t_1 (1.4. att.), jānovelk pieskare un jānosaka leņķis α_1 , kuru pieskare veido ar laika t asi. Tad $\operatorname{tg} \alpha_1 = \left. \frac{dl}{dt} \right|_{t=t_1} = v_1$. Grafiski var noteikt arī ātruma projekcijas, izmantojot grafikus $x = x(t)$; $y = y(t)$ un $z = z(t)$.

Dažreiz jārisina pretējs uzdevums, proti, zinot ātruma moduļa atkarību no laika $v = f(t)$, jānosaka ceļš Δl , kas noiets laikā no momenta t_1 līdz momentam t_2 . No sakarības (1.9) izriet, ka

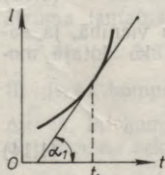
$$\Delta l = \int_{t_1}^{t_2} v dt. \quad (1.10)$$

Integrēt var vai nu analītiski, vai arī grafiski. Pēdējā gadījumā jānosaka laukums, kas atrodas starp ātruma grafiku un laika asi intervālā no t_1 līdz t_2 (1.5. att.). Līdzīgi var noteikt arī koordinātu izmaiņas Δx , Δy un Δz , zinot ātruma projekcijas atkarībā no laika.

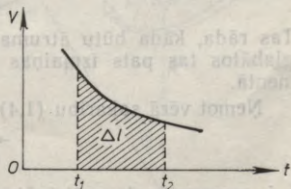
1.2.4. Vidējais skalārais ātrums. Ja laikā Δt , kurā punkts noiet ceļu Δl , ātruma modulis nav konstants, tad bieži vien lietderīgi izmantot lielumu, kas vienāds ar noietā ceļa Δl un patērētā laika Δt attiecību:

$$\langle v \rangle = \Delta l / \Delta t, \quad (1.11)$$

ko sauc par vidējo skalāro ātrumu. Tas ir vienāds ar ātruma vektora moduļa vidējo vērtību un rāda, ar cik lielu nemainīgu ātrumu jāpārvietojas, lai laikā Δt noietu ceļu Δl .



1.4. att.



1.5. att.

Tā kā liklīnijas kustībā $|\Delta\vec{r}| < \Delta l$, tad vidējā ātruma vektora modulis $|\langle\vec{v}\rangle| = |\Delta\vec{r}/\Delta t|$ ir mazāks nekā vidējais skalārais ātrums $\langle|\vec{v}|\rangle = \langle v \rangle = \Delta l/\Delta t$ jeb $|\langle\vec{v}\rangle| < \langle v \rangle$. Vienvirziena kustībā pa taisni šie abi lielumi ir vienādi.

1.3. PAĀTRINĀJUMS

Kustības laikā var mainīties gan materiālā punkta ātruma modulis, gan arī virziens. Piemēram, laika momentā t trajektorijas punktā A (1.6. att.) ātrums ir \vec{v} , bet laika momentā t' punktā B ātrums ir \vec{v}' . Tātad laika sprīdī $\Delta t = t' - t$ radusies ātruma izmaiņa $\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$. Ātruma izmaiņas straujuma raksturošanai lieto fizikālu lielumumu — *paātrinājumu* jeb, precīzāk, lineāro paātrinājumu. Lieto vidējo un momentāno paātrinājumu.

1.3.1. Vidējais paātrinājums. Par materiāla punkta vidējo paātrinājumu laika sprīdī Δt sauc ātruma izmaiņas $\Delta\vec{v}$ attiecību pret laika sprīdī Δt , kurā tā radusies:

$$\langle\vec{a}\rangle = \Delta\vec{v}/\Delta t. \quad (1.12)$$

Sis lielums rāda, kāda vidēji ir ātruma vektora izmaiņa laika vienībā. Paātrinājuma SI vienība ir 1 m/s^2 . Vidējā paātrinājuma vektora un ātruma izmaiņas vektora virzieni ir vienādi.

1.3.2. Momentānais paātrinājums. Paātrinājumu \vec{a} , kas piemīt materiālam punktam dotajā laika momentā, resp., dotajā trajektorijas punktā, sauc par momentāno paātrinājumu. Tas ir vienāds ar robežvērtību, uz kuru tiecas vidējā paātrinājuma vektors, ja laika intervāls Δt , kurā to nosaka, tiecas uz nulli, t. i.,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta\vec{v}/\Delta t.$$

Šī robežvērtība ir ātruma vektora atvasinājums pēc laika

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt. \quad (1.13)$$

Tas rāda, kāda būtu ātruma vektora izmaiņa laika vienībā, ja saglabātos tas pats izmaiņas virziens un straujums kā dotajā momentā.

Nemot vērā sakarību (1.4) un (1.13), var rakstīt

$$\vec{a} = d^2\vec{r}/dt^2, \quad (1.14)$$

t. i., *momentānais paātrinājums ir rādiusvektora otrais atvasinājums pēc laika.*

1.3.3. Momentānā paātrinājuma projekcijas un modulis. Tā kā $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$, tad saskaņā ar sakarību (1.13) iegūst

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}, \quad (1.15)$$

kur ātruma projekciju atvasinājumi pēc laika

$$a_x = dv_x/dt; \quad a_y = dv_y/dt \quad \text{un} \quad a_z = dv_z/dt, \quad (1.16)$$

ir *paātrinājuma a projekcijas* uz koordinātu asīm, un tie raksturo atbilstošo ātruma projekciju maiņas straujumu.

Tātad, lai varētu uzrādīt paātrinājuma projekcijas a_x , a_y , a_z ikvienā laikā momentā t , jāzina ātruma projekciju atkarība no laika: $v_x = v_x(t)$; $v_y = v_y(t)$; $v_z = v_z(t)$. Diferencēt var gan analītiski, gan arī grafiski.

Var atrisināt arī pretēju uzdevumu. Ja zināmas paātrinājuma projekcijas $a_x = a_x(t)$; $a_y = a_y(t)$; $a_z = a_z(t)$ un sākuma nosacījumi, t. i., ātruma projekcijas v_{x0} , v_{y0} , v_{z0} kādā laika momentā t_0 , piemēram, $t_0 = 0$, tad integrējot var noteikt ātruma projekcijas:

$$v_x = v_{x0} + \int_0^t a_x dt; \quad v_y = v_{y0} + \int_0^t a_y dt; \quad v_z = v_{z0} + \int_0^t a_z dt. \quad (1.17)$$

No sakarībām (1.16) un (1.6) izriet, ka

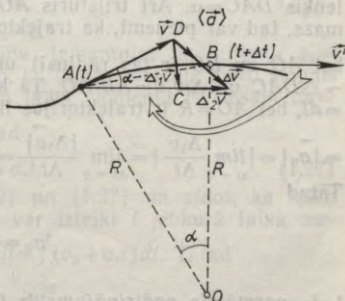
$$a_x = d^2x/dt^2; \quad a_y = d^2y/dt^2; \quad a_z = d^2z/dt^2, \quad (1.18)$$

t. i., *paātrinājuma projekcijas ir punkta koordinātu otrie atvasinājumi pēc laika.*

Paātrinājuma moduli $|\vec{a}| = a$ un tā projekcijas saista šāda sakarība:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (1.19)$$

1.3.4. Normālais un tangenciālais paātrinājums. Saskaņā ar definīciju momentānais paātrinājums $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \vec{v} / \Delta t$. Seit ātruma izmaiņas vektoru $\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ (sk. 1.6. att.) var sadalīt divās komponentēs $\Delta_1 \vec{v}$ un $\Delta_2 \vec{v}$ tā, lai komponente $\Delta_1 \vec{v}$ rādītu ātruma vektora virziena izmaiņu, bet $\Delta_2 \vec{v}$ — tā moduļa izmaiņu. Sajā nolūkā \vec{v}' pārnes



1.6. att.

paralēli uz punktu A un atliek uz šī vektora punktu C tā, lai $AC = v$.
Tā kā $\Delta \vec{v} = \Delta_1 \vec{v} + \Delta_2 \vec{v}$, tad

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_1 \vec{v}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_2 \vec{v}}{\Delta t}.$$

Ja $\Delta t \rightarrow 0$, tad punkts B tuvojas punktam A un leņķis $\alpha \rightarrow 0$. Tā kā $\alpha + \widehat{ADC} + \widehat{ACD} = 180^\circ$ un $\widehat{ADC} = \widehat{ACD}$, tad $\widehat{ADC} \rightarrow 90^\circ$. Tas nozīmē, ka $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_1 \vec{v}}{\Delta t} \perp \vec{v}$ un $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_2 \vec{v}}{\Delta t} \parallel \vec{v}$. Tādēļ var apzīmēt $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_1 \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}_n$ un $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_2 \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}_\tau$. Tad

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \quad (1.20)$$

kur \vec{a}_n — *normālais paātrinājums jeb centrtieces paātrinājums*, kas perpendikulārs trajektorijai; \vec{a}_τ — *tangenciālais paātrinājums*, kas vērsts trajektorijas pieskares virzienā (tāpat kā ātruma vektors \vec{v}). Kā redzams, $a_\tau = |\vec{a}_\tau| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_2 \vec{v}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta_2 \vec{v}}{\Delta t} \right| = dv/dt$. Tas nozīmē, ka *tangenciālā paātrinājuma modulis ir ātruma moduļa atvasinājums pēc laika*:

$$a_\tau = dv/dt \quad (1.21)$$

un tas rāda ātruma moduļa izmaiņu laika vienībā.

Novilksim caur punktu A taisni, kas perpendikulāra vektoram \vec{v} , bet caur punktu B taisni, kas perpendikulāra vektoram \vec{v}' . Abas taisnes krustojas punktā O . Trijstūris DAC ir vienādsānu trijstūris, un leņķis $\widehat{DAC} = \alpha$. Arī trijstūris AOB ir vienādsānu trijstūris (ja Δt mazs, tad var pieņemt, ka trajektorijas loks AB ir riņķa līnijas loks, bet AO un BO ir tās rādiusi) un leņķis $\widehat{AOB} = \alpha$. Tādēļ $\triangle AOB \sim \triangle DAC$ un $\Delta_1 v / v = AB / AO$. Tā kā $AB = \Delta r$ un robežgadījumā $dr = dl$, bet $AO = R$ ir trajektorijas liekuma rādiuss punktā A , tad $a_n = |\vec{a}_n| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta_1 \vec{v}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta_1 \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r \cdot v}{\Delta t \cdot AO} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$.
Tātad

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (1.22)$$

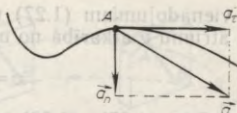
t. i., *normālais paātrinājums ir tieši proporcionāls ātruma kvadrātam un apgriezti proporcionāls trajektorijas liekuma rādiusam*.

Ņemot vērā sakarības (1.20), (1.21) un (1.22), var rakstīt, ka

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{\tau}, \quad (1.23)$$

kur \vec{n} un $\vec{\tau}$ — vienības vektori normāles un pieskares virzienos. Ievērojot, ka $\vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau$, pilnā paātrinājuma \vec{a} (1.7. att.) moduli ar tā komponentu \vec{a}_n un \vec{a}_τ moduļiem var izteikt šādi:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (1.24)$$



1.7. att.

1.4. PUNKTA KUSTĪBAS VEIDI

1.4.1. Kā jau norādīts 1.1. paragrāfā, atkarībā no trajektorijas veida pastāv taisnvirziena un liklīnijas kustība. No sakarības (1.22) var secināt, ka taisnvirziena kustībā, kad trajektorijas liekuma rādiuss $R = \infty$, normālais paātrinājums $a_n = 0$. Liklīnijas kustībā, kad R ir galīgs lielums un $v \neq 0$, normālais paātrinājums $a_n > 0$, t. i., liklīnijas kustībā vienmēr eksistē centrīes paātrinājums.

1.4.2. Kustības var klasificēt, arī ņemot vērā to atkarību no laika. Par kritēriju noder tangenciālais paātrinājums a_τ . Ja $a_\tau = 0$, tad punkta kustība pa trajektoriju ir vienmērīga; ja $a_\tau = \text{const} \neq 0$, — vienmērīgi mainīga; ja $a_\tau \neq \text{const}$, — nevienmērīgi mainīga.

1.4.3. Vienmērīga kustība. No nosacījuma $a_\tau = 0$ un sakarības (1.21) izriet, ka ātrums

$$v = \text{const}. \quad (1.25)$$

Punkta noieta ceļu l atkarībā no laika t var aprēķināt pēc formulām (1.9) un (1.25), zinot, ka sākuma momentā $t_0 = 0$ noietais ceļš ir l_0 .

Tad $dl = v dt$; $\int_{l_0}^l dl = \int_{t_0}^t v dt$; $l - l_0 = vt$. Tādēļ

$$l = l_0 + vt. \quad (1.26)$$

Sakarību (1.26) var vienkāršot, ja $l_0 = 0$.

1.4.4. Vienmērīgi mainīga kustība. Izmantojot nosacījumu $a_\tau = \text{const}$, sakarību (1.21) un zinot to, ka laika momentā $t_0 = 0$ ātrums ir v_0 , var noteikt ātrumu v jebkurā laika momentā t . Tiešām $dv = a_\tau dt$; $\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a_\tau dt$; $v - v_0 = a_\tau t$. Tātad

$$v = v_0 + a_\tau t. \quad (1.27)$$

Savukārt izmantojot formulas (1.9) un (1.27) un zinot, ka laika momentā $t_0 = 0$ noietais ceļš ir l_0 , var izteikt l jebkurā laika momentā t . Tiešām $dl = (v_0 + a_\tau t) dt$; $\int_{l_0}^l dl = \int_0^t (v_0 + a_\tau t) dt$. Tātad

$$l = l_0 + v_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}. \quad (1.28)$$

No vienādojumiem (1.27) un (1.28) izslēdzot laiku t , var iegūt punkta ātrumu v atkarībā no noietā ceļa l :

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a_\tau(l - l_0)}. \quad (1.29)$$

Sakarības (1.27), (1.28) un (1.29) kļūst vienkāršākas, ja atsevišķi vai vienlaikus $l_0 = 0$ un $v_0 = 0$.

1.4.5. Nevienmērīgi mainīga kustība. No nosacījuma $a_\tau \neq \text{const}$, resp., $a_\tau = a_\tau(t)$ un sakarībām (1.21) un (1.9) iegūst

$$v = v_0 + \int_0^t a(t) dt; \quad (1.30)$$

$$l = l_0 + \int_0^t v(t) dt. \quad (1.31)$$

1.4.6. Kustības komponentes. Kustības apraksts bieži vien kļūst vienkāršāks, ja kustību sadala komponentēs, t. i., aplūko kustības piemēroti izraudzītas koordinātu sistēmas asu virzienos. Arī kustības komponentes var klasificēt pēc to atkarības no laika. Tā, piemēram, slīpi sviesta materiāla punkta kustība, ja var neievērot gaisa pretestību, horizontālā virzienā ir vienmērīga, bet vertikālā virzienā — vienmērīgi mainīga.

Zinot paātrinājuma komponentes atkarībā no laika un sākuma nosacījumus, var noteikt ātruma komponentes un koordinātas, t. i., atrast kustības kinemātikas pamatvienādojumus jebkuram laika momentam (sk. 1.4.3., 1.4.4., 1.4.5. nodalījumu).

B. ABSOLŪTI CIETA ĶERMEŅA KINEMĀTIKA

1.5. ABSOLŪTI CIETA ĶERMEŅA KUSTĪBAS VEIDI

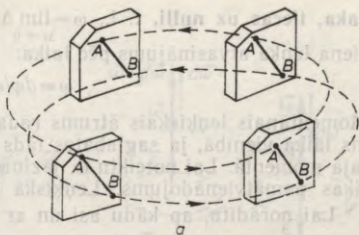
Cieta ķermeņa kustības pamatveidi ir translācija un rotācija, pie tam pastāv rotācija ap nekustīgu asi un ap nekustīgu punktu.

Par cieta ķermeņa *translāciju* (*virzes*) *kustību* sauc tādu kustību, kurā ikviens taisnes nogrieznis, kas savieno divus patvaļīgi izraudzītus ķermeņa punktus, visā kustības laikā pārvietojas sev paralēli (1.8. att. a).

Par cieta ķermeņa *rotāciju ap nekustīgu asi* sauc tādu kustību, kurā visi ķermeņa punkti kustas pa riņķa līnijām, kas atrodas paralēlās plaknēs un kuru centri novietoti uz vienas taisnes — rotācijas ass (1.8. att. b).

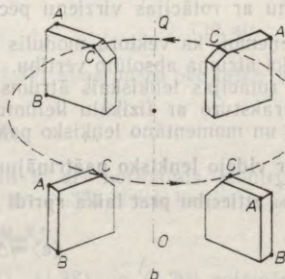
Par cieta ķermeņa *rotāciju ap nekustīgu punktu* sauc tādu kustību, kurā visi ķermeņa punkti pārvietojas pa sfērām ar kopīgu centru, ko sauc par rotācijas centru. Šo kustību var uzskatīt arī par rotāciju ap asi, kas iet caur rotācijas centru un ar laiku maina savu virzienu.

Sarežģītākas cieta ķermeņa kustības sastāv no pamatkustībām. Jebkuru cieta ķermeņa kustību var aplūkot kā viena punkta (parasti masas centra) kustību un ķermeņa rotāciju ap šo punktu. Piemēram, cilindra velšanās pa plakni veidojas no cilindra centra (kāda punkta uz cilindra ass) kustības un rotācijas ap cilindra asi.



1.6. CIETA ĶERMEŅA TRANSLĀCIJAS KINEMĀTIKA

Translācijas kustībā visi ķermeņa punkti kustas pa vienādām telpā paralēli nobīdītām trajektorijām. Jebkurā laika sprīdī Δt šiem punktiem ir vienādi pārvietojumi Δr un noietie ceļi Δl . Katrā momentā tiem visiem ir vienādi ātrumi un paātrinājumi. Tas nozīmē, ka jā-



1.8. att.

apraksta viena punkta kustība un jāuzrāda pārējo punktu novietojums attiecībā pret to. Tādējādi cieta ķermeņa translācijas kinematika reducējama uz materiāla punkta kinematiku.

1.7. CIETA ĶERMEŅA ROTĀCIJAS KINEMĀTIKA

1.7.1. Pagrieziena leņķis, leņķiskais ātrums, leņķiskais paātrinājums. Apskatīsim ap asi OO rotējošā ķermenī kādu punktu A (1.9. att. a). Tas kustas pa riņķa līniju, kuras rādiuss ir R . Laika sprīdī Δt vektors $\vec{R} = \vec{OA}$ pagriežas par leņķi $\Delta\varphi$. Visiem citiem ķermeņa punktiem atbilstošo riņķa līniju rādiusi pagriežas par tādu pašu leņķi. Tādēļ $\Delta\varphi$ raksturo visa ķermeņa kustību. Ķermeņa stāvokļa maiņas straujumu raksturo ar fizikālu lielumu — **leņķisko ātrumu**. Lieto vidējo un momentāno leņķisko ātrumu.

Par vidējo leņķisko ātrumu $\langle\omega\rangle$ sauc pagrieziena leņķa $\Delta\varphi$ attiecību pret laika sprīdi, kurā pagrieziens noticis:

$$\langle\omega\rangle = \Delta\varphi/\Delta t. \quad (1.32)$$

Sis lielums rāda, cik liels vidēji ir pagrieziena leņķis laika vienībā.

Par momentāno leņķisko ātrumu ω sauc robežvērtību, uz kuru tiecas vidējais leņķiskais ātrums, ja laika sprīdis Δt , kādā to no-

saka, tiecas uz nulli, t. i., $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta\varphi/\Delta t$. Šī robežvērtība ir pagrieziena leņķa atvasinājums pēc laika:

$$\omega = d\varphi/dt. \quad (1.33)$$

Momentānais leņķiskais ātrums rāda, cik liels būtu pagrieziena leņķis laika vienībā, ja saglabātos tāds pats rotācijas straujums kā dotajā momentā. Lai noteiktu ω , jāzina $\varphi = \varphi(t)$, t. i., rotācijas kinemātikas pamatvienādojums. Leņķiskā ātruma SI vienība ir **1 rad/s**.

Lai norādītu, ap kādu asi un ar kādu leņķisko ātrumu rotē ķermenis, lieto vektoru $\vec{\omega}$. To atzīmē uz rotācijas ass, saistot vektora virzienu ar rotācijas virzienu pēc labās skrūves likuma (1.9. att.) un pieņemot, ka vektora modulis $|\vec{\omega}|$ vienāds ar rotācijas kustības leņķiskā ātruma absolūto vērtību.

Ja rotācijas leņķiskais ātrums nav konstants, tā maiņas straujumu raksturo ar fizikālu lielumu — *leņķisko paātrinājumu*. Lieto vidējo un momentāno leņķisko paātrinājumu.

Par vidējo leņķisko paātrinājumu $\langle \varepsilon \rangle$ sauc leņķiskā ātruma izmaiņas $\Delta\omega$ attiecību pret laika sprīdi Δt , kurā izmaiņa notikusi:

$$\langle \varepsilon \rangle = \Delta\omega/\Delta t. \quad (1.34)$$

Par momentāno leņķisko paātrinājumu ε sauc robežvērtību, uz kuru tiecas vidējais leņķiskais paātrinājums, ja laika sprīdis Δt , kurā to nosaka, tiecas uz nulli, t. i., $\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta\omega/\Delta t$. Šī robežvērtība ir leņķiskā ātruma atvasinājums pēc laika:

$$\varepsilon = d\omega/dt. \quad (1.35)$$

Skalārā formā

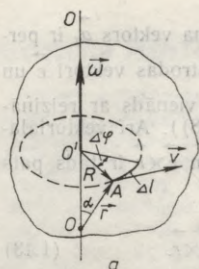
$$\varepsilon = d\omega/dt. \quad (1.36)$$

Tas rāda, cik liela būtu leņķiskā ātruma izmaiņa laika vienībā, ja maiņas straujums paliktu tāds, kāds tas ir dotajā momentā. Lai to noteiktu, jāzina $\omega = \omega(t)$. Leņķiskā paātrinājuma SI vienība ir **1 rad/s²**.

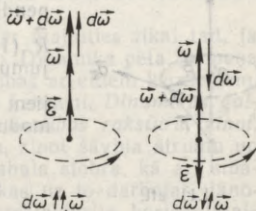
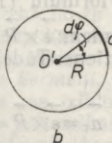
Ja $d\omega \uparrow \uparrow \omega$, tad arī $\varepsilon \uparrow \uparrow \omega$ un rotācijas ātrums palielinās, bet, ja $d\omega \downarrow \uparrow \omega$, tad arī $\varepsilon \downarrow \uparrow \omega$ un rotācijas ātrums samazinās (1.10. att.).

1.7.2. Lineārā ātruma un paātrinājuma sakars ar leņķiskajiem lielumiem. Rotējoša ķermeņa punkta *A* noieto ceļu *dl* var izteikt ar pagrieziena leņķi *dφ* un punkta attālumu no rotācijas ass *R* (1.9. att. *b*) šādi: $dl = R d\varphi$. Izdalot šīs vienādības abas puses ar laika sprīdi *dt*, kurā noticis pagrieziens, iegūst, ka lineārais ātrums

$$v = R\omega. \quad (1.37)$$



1.9. att.



1.10. att.

Savukārt, ja atvasina vienādības (1.37) abas puses pēc laika, iegūst, ka tangenciālais paātrinājums

$$a_t = R\epsilon. \quad (1.38)$$

Katram rotējoša ķermeņa punktam ir arī normālais (centrtieces) paātrinājums. No sakarībām (1.22) un (1.37) izriet, ka

$$a_n = R\omega^2. \quad (1.39)$$

Tādēļ saskaņā ar sakarībām (1.24), (1.38) un (1.39) rotējoša ķermeņa punkta pilnais paātrinājums

$$a = R\sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}. \quad (1.40)$$

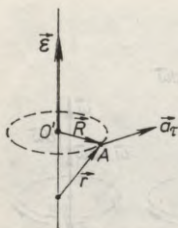
Lineārā ātruma vektors \vec{v} ir perpendikulārs plaknei, kurā atrodas vektori $\vec{\omega}$ un \vec{R} (1.9. att. b). Tā modulis v vienāds ar reizinājumu ωR . Arī vektoriālajam reizinājumam $\vec{\omega} \times \vec{R}$ ir tāds pats modulis un virziens. Tādēļ skalārās sakarības (1.37) vietā var uzrakstīt šādu sakarību starp vektoriem \vec{v} , $\vec{\omega}$ un \vec{R} :

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}, \quad (1.41)$$

kura nosaka vienlaikus gan ātruma moduli, gan arī virzienu.

Dažkārt ķermeņa punktu stāvokli ērtāk norādīt ar rādiusvektoru \vec{r} , kuru atliek no atskaites sākumpunkta O uz rotācijas ass (1.9. att. a). Vektoriālajiem reizinājumiem $\vec{\omega} \times \vec{r}$ un $\vec{\omega} \times \vec{R}$ ir vienādi moduļi un virzieni, jo $|\vec{\omega} \times \vec{r}| = \omega r \sin \alpha = \omega R$. Tādēļ

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (1.42)$$



1.11. att.

Tangenciālā paātrinājuma vektors \vec{a}_τ ir perpendikulārs plaknei, kurā atrodas vektori $\vec{\varepsilon}$ un \vec{R} (1.11. att.). Tā modulis vienāds ar reizinājumu εR (sk. formulu (1.38)). Arī vektorāliājiem reizinājumiem $\vec{\varepsilon} \times \vec{R}$ un $\vec{\varepsilon} \times \vec{r}$ ir tāds pats modulis un virziens. Tādēļ

$$\vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{R} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}. \quad (1.43)$$

1.7.3. Rotācijas kustību iedalījums. Rotācijas kustības var klasificēt, ņemot vērā to atkarību no laika. Par kritēriju noder leņķiskais paātrinājums ε . Ja $\varepsilon=0$, rotācija ir vienmērīga, ja $\varepsilon=\text{const} \neq 0$, — vienmērīgi mainīga, bet, ja $\varepsilon \neq \text{const}$, — nevienmērīgi mainīga.

Rotācijas kustības leņķisko ātrumu ω un ķermeņa pagrieziena leņķi φ atkarībā no laika t (kustības kinemātikas pamatlikumu) var noteikt līdzīgi, kā tas darīts, aplūkojot materiāla punkta kustības (1.4. §). Šoreiz jāizmanto atbilstošās kustības leņķiskais paātrinājums ε , kā arī sakarības (1.36), (1.33) un sākuma nosacījumi, t. i., laika momentam $t_0=0$ atbilstošās leņķiskā ātruma un pagrieziena leņķa vērtības ω_0 un φ_0 .

Vienmērīgā rotācijas kustībā

$$\omega = \text{const}; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega t. \quad (1.45)$$

Vienmērīgas rotācijas raksturošanai lieto vēl *rotācijas periodu* T — laika sprīdi, kurā ķermenis izdara vienu apgriezieni, un *rotācijas frekvenci* ν — apgriezienu skaitu laika vienībā $\nu=1/T$. Tā kā vienam apgriezienam atbilst pagrieziena leņķis 2π , tad $\omega=2\pi/T=2\pi\nu$.

Vienmērīgi mainīgā rotācijas kustībā

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (1.46)$$

No formulām (1.46) izslēdzot laiku, iegūst

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\varepsilon(\varphi - \varphi_0)}. \quad (1.47)$$

Nevienmērīgi mainīgā rotācijas kustībā

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \varepsilon(t) dt; \quad \varphi = \varphi_0 + \int_0^t \omega(t) dt. \quad (1.48)$$

Sakarības (1.45) ... (1.48) kļūst vienkāršākas, ja atsevišķi vai vienlaikus $\omega_0=0$ un $\varphi_0=0$.

MATERIĀLA PUNKTA UN MATERIĀLU PUNKTU SISTĒMAS DINAMIKA

Jebkura ķermeņa kustības parametri var mainīties tikai tad, ja pastāv tā mijiedarbība ar citiem ķermeņiem. Dinamika pēta ķermeņa kustības raksturu atkarībā no tā mijiedarbības ar citiem ķermeņiem, t. i., atkarībā no spēkiem, kas darbojas uz ķermeni. *Dinamikas galvenais uzdevums — noskaidrot ķermeņa kustības raksturu, zinot, kādi spēki darbojas uz ķermeni.* Piemēram, zinot šāviņa ātrumu un virzienu momentā, kad tas izlido no lielgabala stobra, kā arī smaguma spēku un gaisa pretestības spēku, kas uz to darbojas, jānosaka šāviņa kustības likums, jāaprēķina tā trajektorija, horizontālais lidojuma tālums un lidojuma ilgums. *Otrs dinamikas uzdevums ir gluži pretējs: noteikt spēkus, kas darbojas uz ķermeni, ja zināma tā kustība.* Piemēram, zinot planētu kustības likumus, I. Ņūtons 1666. gadā atklāja vispasaules gravitācijas likumu.

Klasiskās dinamikas pamatā ir trīs Ņūtona likumi. Tie pirmo reizi formulēti angļu zinātnieka I. Ņūtona (1643—1727) darbā «Dabas filozofijas matemātiskie pamati» 1687. gadā. Visi pārējie dinamikas likumi iegūstami, pamatojoties uz Ņūtona likumiem un priekšstatu par telpas un laika homogenitāti, kā arī telpas izotropiju.

2.1. ŅŪTONA LIKUMI

2.1.1. Pirmais Ņūtona likums. Inerciālās atskaites sistēmas. Pirmo Ņūtona likumu var formulēt šādi.

Katrs ķermenis atrodas miera stāvoklī vai vienmērīgā taisnvirziena kustībā (saglabā nemainīgu ātrumu), ja uz to nedarbojas citi ķermeņi vai arī to iedarbības savstarpēji kompensējas.

Ķermeņa vienmērīga taisnvirziena kustība un miera stāvoklis ir ekvivalenti tādā nozīmē, ka abos gadījumos ķermeņa paātrinājums ir vienāds ar nulli. Ķermeņa īpašību saglabāt nemainīgu kustības ātrumu sauc par inerci. Tādēļ arī pirmo Ņūtona likumu sauc par inerces likumu. Dažādiem ķermeņiem ir dažāda inerce. Jo lielāka ir ķermeņa inerce, jo mazāk mainās tā ātrums kādas noteiktas iedarbības dēļ.

Par inerces likuma pareizību var pārliecināties, novērojot ķermeņus uz Zemes. Zeme pievelk visus ķermeņus. Tādēļ neatbalstīts ķermenis krit paātrināti, bet atbalstīts ķermenis (piemēram, uz galda virsas nolikts) atrodas miera stāvoklī, jo Zemes pievilksanu kompensē balsta (galda) reakcija. Izpletņis krit vienmērīgi, jo Zemes pievilksanu kompensē gaisa pretestība. Automašīnai braucot taisnā ceļā posmā ar konstantu ātrumu, tās dzinēja iedarbību kompensē gaisa un ceļa pretestība. Tramvajam strauji bremzējot, pasažieri krit uz priekšu, jo inerces dēļ cenšas saglabāt iepriekšējo kustības ātrumu. Inerci izmanto, lai neatbalstītu cirvi uzdzītu dziļāk kātā, sitot ar veseri pa kāta brīvo galu.

Novērojumi rāda, ka pirmais Ņūtona likums nav pareizs kurā katrā atskaites sistēmā. Tiešām, ja ir divas atskaites sistēmas, kuras attiecībā viena pret otru kustas paātrināti, tad abās sistēmās vienlaikus pirmais Ņūtona likums nevar būt pareizs. Ķermeņis, kurš vienā atskaites sistēmā atrodas miera stāvoklī vai arī kustas vienmērīgi, otrā sistēmā kustas paātrināti.

Piemēram, ja dzelzceļa vagonā, kas pa taisnu ceļu posmu brauc vienmērīgi, uz grīdas nolikta lodīte atrodas miera stāvoklī, tad, tiklīdz vilciens sāk bremsēt, lodīte sāk ripot paātrināti uz priekšu. Tātad vagonu, kas pārvietojas vienmērīgi taisnā virzienā, var uzskatīt par atskaites sistēmu, kurā ir spēkā pirmais Ņūtona likums, bet vagona, kas kustas nevienmērīgi, ir atskaites sistēma, kurā pirmais Ņūtona likums vairs nav pareizs.

Tādas atskaites sistēmas, kurās ir spēkā pirmais Ņūtona likums, sauc par inerciālām atskaites sistēmām, pārējās — par neineriālām.

Pirmajā Ņūtona likumā ir teikts, ka ķermenis saglabā nemainīgu ātrumu, ja uz to nedarbojas citi ķermeņi vai šo ķermeņu iedarbības kompensējas. Tātad inerciālas atskaites sistēmas ir tādi ķermeņi, kuru neietekmē citu ķermeņu iedarbība, kura varētu izraisīt paātrinājumu.

Inerciālu atskaites sistēmu var būt bezgalīgi daudz. Ja ir zināma kāda inerciāla atskaites sistēma, tad inerciālas ir arī visas citas atskaites sistēmas, kas attiecībā pret to atrodas miera stāvoklī vai vienmērīgā taisnvirziena kustībā.

Ar pietiekami lielu precizitāti var pieņemt, ka heliocentriskā — ar Sauli un stāvvaigznēm saistītā atskaites sistēma ir inerciāla. Zeme kustas ap Sauli pa elipsi un rotē ap savu asi. Tomēr Zemes paātrinājums šajā kustībā ir neliels un daudzos gadījumos var uzskatīt, ka arī ar Zemes virsmu saistīta atskaites sistēma ir aptuveni inerciāla. Turpmāk, apskatot mehānikas likumus, tiks lietotas tikai inerciālas atskaites sistēmas. Ķermeņu kustības īpatnības neineriālās atskaites sistēmās tiks iztirzātas atsevišķi (5.7. un 5.8. paragrāfā).

2.1.2. Spēks un masa. Otrais Ņūtona likums. *Fizikālu lielumu, kas raksturo mijiedarbības intensitāti procesos, kuros ķermenis iegūst paātrinājumu vai tiek deformēts, sauc par spēku. Mijiedarbībai ir arī noteikts virziens. Tādēļ spēks ir vektorālais lielums. Dažādu spēku salīdzināšanai (mērīšanai) var izmantot divus paņēmienus — dinamisko un statisko.*

Dinamiskais paņēmienis ir saistīts ar spēka radīto kustības maiņu — paātrinājumu spēka darbības virzienā. Ja ķermenis iegūst dažādu paātrinājumu, tad var apgalvot, ka uz to darbojas dažādi spēki.

Statiski spēkus var mērīt pēc to izraisītās ķermeņu deformācijas. Piemēram, piekarot pie nostiprinātas atsperes kādu ķermeni, atsperes elastīgi deformējas — rodas noteikts izstiepums. Spēku, kas rada doto atsperes izstiepumu, nosacīti pieņemsim par vienību. Līdzīgi atzīmēsim otras atsperes izstiepumu, ko rada šāds spēks. Tagad iedarbosimies ar šīm divām saspriegtām atsperēm uz trešo atsperi, kā tas parādīts 2.1. attēlā. Mainot leņķi α robežās no nulles līdz π ,

atsperei 3 var pielikt spēku F , kura modulis mainās no divām vienībām līdz nullei. Tā var graduēt atsperei spēka mērīšanai — izveidot dinamometru.

Ja uz kādu ķermeņi iedarbojas ar dažādiem spēkiem F_1, F_2, F_3, \dots , tad ķermeņis iegūst šo spēku darbības virzienā dažādus paātrinājumus a_1, a_2, a_3, \dots , kas proporcionāli spēkiem, t. i.,

$$a \sim F. \quad (2.1)$$

Spēka attiecība pret tā radīto paātrinājumu ir dotajam ķermeņim raksturīgs konstants lielums m , ko sauc par masu:

$$F_1/a_1 = F_2/a_2 = F_3/a_3 = \dots = m. \quad (2.2)$$

Dažādiem ķermeņiem ir dažāda masa. No sakarības (2.2) izriet, ka vienādu spēku iedarbībā tas ķermeņis, kuram ir lielāka masa, iegūst mazāku paātrinājumu, t. i., mazāk maina savu kustības stāvokli. Tas nozīmē, ka **masa ir ķermeņa inerces mērs**. Tomēr nav pareizi uzskatīt masu tikai par inerces mēru. Ķermeņa masas nosaka arī to gravitācijas iedarbības spēku. Tādēļ **masa ir arī gravitācijas mērs**.

I. Ņūtons uzskatīja, ka masa ir vielas daudzuma mērs ķermeņi. Sādā veidā definēta masa var noderēt par inerces un gravitācijas mēru tikai zināmos apstākļos, jo ķermeņa inerce ir atkarīga arī no kustības ātruma (relativitātes teorija), kamēr vielas daudzums ķermeņi — molekulu vai atomu skaits tajā — nemainās. Tāpat inerce un līdz ar to masa piemīt arī dažādiem laukiem, kuri nesatur vielu.

Vispārinot sakarības (2.1) un (2.2), var rakstīt

$$\vec{a} = \vec{F}/m. \quad (2.3)$$

Sakarība (2.3) ir otrais Ņūtona likums.

Inerciālā atskaites sistēmā ķermeņa paātrinājums ir tieši proporcionāls spēkam, kas darbojas uz ķermeņi, apgriezti proporcionāls ķermeņa masai un vērsts spēka darbības virzienā.

No sakarības (2.3), kuru lietderīgi izmantot tiešā dinamikas uzdevuma risināšanai, var iegūt formulu

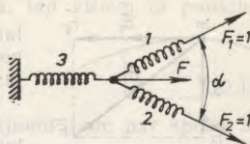
$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (2.4)$$

Pēc šīs formulas var risināt apgriezto dinamikas uzdevumu.

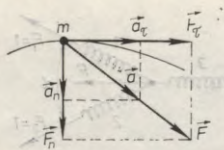
Otro Ņūtona likumu sauc arī par materiāla punkta kustības dinamikas pamatlikumu. To lieto spēka vienības — Ņūtona (N) definēšanai: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

1 N ir tāds spēks, kas ķermeņim, kura masa ir 1 kg, piešķir spēka darbības virzienā vērstu paātrinājumu 1 m/s^2 .

Ja ķermeņim reizē pielikti vairāki spēki, tad eksperimenti rāda, ka visi spēki darbojas neatkarīgi cits no cita un sakarība (2.4) derīga gan katram spēkam atsevišķi, gan arī to kopspeķam.



1.1. att.



2.2. att.

Dažreiz ir izdevīgi ķermeņim (materiālam punktam) pielikto spēku sadalīt komponentēs pa koordinātu asīm. Tad projekcijas uz koordinātu asīm izsakāmas šādi:

$$F_x = ma_x; F_y = ma_y; F_z = ma_z, \quad (2.5)$$

kur F_x, F_y, F_z — spēka projekcijas; a_x, a_y, a_z — paātrinājuma projekcijas.

Aizstājot sakarībās (2.5) paātrinājuma projekcijas ar koordinātu atvasinājumiem, iegūst vienādības

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_x}{m}; \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_y}{m}; \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{F_z}{m}. \quad (2.6)$$

Tie ir *materiāla punkta kustības dinamikas pamatvienādojumi*. Ja zināma ķermeņa masa, tam pieliktā spēka projekcijas atkarībā no laika (vai koordinātām), kā arī sākuma nosacījumi, t. i., ķermeņa koordinātas un tā ātruma projekcijas laika atskaites sākuma momentā, tad, integrējot vienādojumus (2.6), var iegūt dotā ķermeņa kustības kinemātikas pamatvienādojumus — noteikt koordinātas kā laika funkciju.

Ja materiāls punkts kustas pa liklīnijas trajektoriju, pēc formulas (2.4) var aprēķināt arī spēkus \vec{F}_τ un \vec{F}_n , kas pielikti punktam trajektorijas pieskares un normāles virzienos. Tādējādi

$$F_\tau = ma_\tau = m dv/dt; F_n = ma_n = mv^2/R. \quad (2.7)$$

Pilno paātrinājumu $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ rada kospēks $\vec{F} = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n$ (2.2. att.).

2.1.3. Impulss. Spēka impulss. Plašāks otrā Ņūtona likuma traktējums. Materiāla punkta un cieta ķermeņa translācijas kustības dinamikā ļoti svarīgi fizikāli lielumi ir impulss (kustības daudzums) un spēka impulss.

Par materiāla punkta impulsu \vec{K} sauc vektoru, kas vienāds ar šī punkta masas un kustības ātruma \vec{v} reizinājumu:

$$\vec{K} = m\vec{v}. \quad (2.8)$$

Impulsa virziens sakrīt ar punkta ātruma virzienu. Impulsa SI vienība ir **1 kg·m/s**.

Ķermeņa impulss \vec{K}_k ir tā atsevišķo daļu (N materiālo punktu) impulsu \vec{K}_i summa, t. i.,

$$\vec{K}_k = \sum_{i=1}^N \vec{K}_i = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i. \quad (2.9)$$

Ja ķermeņa atrodas translācijas kustībā, tad visiem tā punktiem ir vienāds ātrums \vec{v} un ķermeņa impulss

$$\vec{K}_k = m\vec{v}. \quad (2.10)$$

Spēka un tā darbības ilguma reizinājumu sauc par spēka impulsu. Tas ir vektors. Ja iedarbības laikā $\tau = \Delta t = t_2 - t_1$, spēks \vec{F} ir konstants (gan pēc moduļa, gan virziena), tad spēka impulss

$$\vec{I}_F = \vec{F}\tau. \quad (2.11)$$

Sajā gadījumā spēka impulsa virziens sakrīt ar spēka virzienu. Spēka impulsa SI vienība ir $1 \text{ N}\cdot\text{s}$.

Ja spēks \vec{F} nav konstants, tad elementārais šī spēka impulss bezgalīgi mazā laika sprīdī dt ir šāds:

$$d\vec{I}_F = \vec{F}dt, \quad (2.12)$$

bet spēka impulss laika sprīdī no $t_0 = 0$ līdz t aprēķināms šādi:

$$\vec{I}_F = \int_0^t \vec{F}dt. \quad (2.13)$$

Izmantojot impulsa un spēka impulsa jēdzienus, otro Ņūtona likumu var traktēt plašāk. Tiešām, no sakarības $\vec{a} = \vec{F}/m$, atceroties, ka $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, iegūst $m d\vec{v}/dt = \vec{F}$. Ja $m = \text{const}$, tad $m d\vec{v}/dt = d(m\vec{v})/dt = d\vec{K}/dt$. Tātad

$$d\vec{K}/dt = \vec{F}. \quad (2.14)$$

|| Ķermeņa impulsa izmaiņa laika vienībā (impulsa atvasinājums pēc laika) ir vienāda ar ķermenim pielikto spēku.

No sakarības (2.14) izriet, ka $d\vec{K} = \vec{F} dt$. Kā zināms, $\vec{F}dt = d\vec{I}_F$. Tādēļ

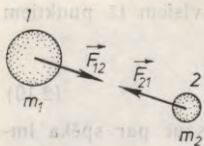
$$d\vec{K} = d\vec{I}_F \quad (2.15)$$

un, to integrējot, iegūst

$$\Delta\vec{K} = \vec{I}_F. \quad (2.16)$$

Saskaņā ar sakarībām (2.15) un (2.16) otro Ņūtona likumu var formulēt šādi.

|| Ķermeņa impulsa izmaiņa ir vienāda ar ķermenim pieliktā spēka impulsu.



2.3. att.

Otrā Ņūtona likuma traktējums formulās (2.14), (2.15) un (2.16) ir plašāks nekā formulā (2.3). Tas izrādās pareizs arī gadījumā, kad ķermeņa masa mainās, mainoties tā kustības ātrumam.

Dažreiz jānosaka ķermeņu mijiedarbības vidējais spēks, piemēram, ķermeņu sadursmēs. Saskaņā ar vidējā lieluma definīciju vidējais spēks $\langle \vec{F} \rangle$ laika intervālā no t_1 līdz

t_2 ir šāds: $\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$. Ievērojot sakarības (2.13) un (2.16), iegūst

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\vec{K}_2 - \vec{K}_1}{t_2 - t_1}. \quad (2.17)$$

2.1.4. Trešais Ņūtona likums. Novērojumi un eksperimenti liecina, ka ķermeņu iedarbība vienmēr ir savstarpēja. Ja uz kādu ķermeni 1 (2.3. att.) darbojas ķermenis 2 ar spēku \vec{F}_{12} , tad arī ķermenis 1 darbojas uz ķermeni 2 ar spēku \vec{F}_{21} , pie tam

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2.18)$$

Tas ir trešais Ņūtona likums.

|| Divu ķermeņu mijiedarbības spēkiem ir vienādi moduļi, bet pretēji vērsumi.

Spēki \vec{F}_{12} un \vec{F}_{21} ir pielikti dažādiem ķermeņiem, tādēļ tie nevar kompensēties. Brīvi ķermeņi šādā mijiedarbībā iegūst paātrinājumus \vec{a}_1 un \vec{a}_2 , kuri ir pretēji vērsti, bet to moduļi saskaņā ar otro Ņūtona likumu ir apgriezti proporcionāli ķermeņu masām, t. i.,

$$a_1/a_2 = m_2/m_1.$$

Divi ķermeņi mijiedarbības dēļ nevar sākt kustēties vienā virzienā, jo tiem pieliktie spēki ir pretēji vērsti. Ja divi ķermeņi, kas savstarpēji iedarbojas, tomēr kustas vienā virzienā (lokomotive un vilciens), tad mijiedarbībā noteikti ir iesaistīts vēl kāds ķermenis (Zeme).

Bieži vien aplūko tikai viena ķermeņa kustību, kas notiek tam pieliktā spēka iedarbībā, piemēram, ķermeņa brīvo krišanu Zemes pievilkšanas spēka ietekmē, un ignorē otra ķermeņa — Zemes kustību. Tam ir noteikts pamatojums. Zemes masa ($6 \cdot 10^{24}$ kg) ir nesalīdzināmi lielāka par jebkura uz Zemes esoša ķermeņa masu, un tās paātrinājumu var neņemt vērā, jo tas ir nesalīdzināmi mazāks par ķermeņa paātrinājumu.

2.2. MEHĀNISKA SISTĒMA

2.2.1. Ārējie un iekšējie spēki. Noslēgta sistēma. Izpētei izraudzītu materiālu punktu kopu, kurā notiek mehāniski mijiedarbības procesi, sauc par *mehānisku sistēmu*. Visi mehāniskā sistēmā ietvertie materiālie punkti var veidot vienu vai vairākus (arī daudzus) atsevišķus ķermeņus.

Spēkus, kas sistēmā darbojas starp atsevišķiem materiāliem punktiem vai ķermeņiem, sauc par *iekšējiem spēkiem*, bet spēkus, ar kādiem uz sistēmas ķermeņiem darbojas ķermeņi, kas tajā neietilpst, sauc par *ārējiem spēkiem*.

Tādu sistēmu, uz kuru ārēji spēki nedarbojas, sauc par *noslēgtu* jeb *izolētu* sistēmu.

2.2.2. Masas centrs un tā kustība. Mehāniskas sistēmas raksturošanai bieži lieto fizikālu jēdzienu — sistēmas masas centrs jeb inerces centrs. Ja sistēma sastāv no N materiāliem punktiem, tad šādas sistēmas masas centrs C ir punkts, kura stāvokli nosaka rādiusvektors \vec{r}_c , kas atkarīgs no atsevišķo punktu masām m_i un novietojuma (to rādiusvektoriem \vec{r}_i) šādi:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i, \quad (2.19)$$

kur $m = \sum_{i=1}^N m_i$ — sistēmas masa. Saskaņā ar formulu (2.19) mehāniskas sistēmas masas centra koordinātas ir šādas:

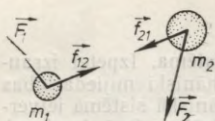
$$x_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i x_i; \quad y_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i y_i; \quad z_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i z_i. \quad (2.20)$$

Formulas (2.19) un (2.20) derīgas arī atsevišķa ķermeņa masas centra noteikšanai.

Punktu, kurā pielikts ķermeņa smaguma spēks — visu tā daļiņu smaguma spēku kopspeks, sauc par ķermeņa smaguma centru. Homogēnā smaguma spēku laukā smaguma centrs sakrīt ar masas centru. Masas centra jēdziens ir plašāks nekā smaguma centra jēdziens. Ķermenim vai ķermeņu sistēmai masas centrs ir vienmēr, arī tad, kad smaguma spēka praktiski nav, piemēram, kosmosā tālu no gravitējošiem debess ķermeņiem.

Mehāniskai sistēmai piemīt impulss \vec{K} . Tas vienāds ar visu sistēmas materiālo punktu impulsu vektoriālo summu:

$$\vec{K} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i. \quad (2.21)$$



2.4. att.

Atvasinot izteiksmi (2.19) pēc laika, redzams, ka sistēmas masas centra ātrums

$$\vec{v}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i. \quad (2.22)$$

No vienādojumiem (2.21) un (2.22) izriet, ka

$$\vec{K} = m \vec{v}_c, \quad (2.23)$$

t. i., mehāniskas sistēmas impulss vienāds ar sistēmas masas un masas centra kustības ātruma reizinājumu.

Apskatīsim vienkāršu mehānisku sistēmu, kas sastāv tikai no diviem materiāliem punktiem (2.4. att.), kuru masas m_1 un m_2 . Uz tiem darbojas mijiedarbības spēki \vec{f}_{12} un \vec{f}_{21} , kā arī ārējie spēki \vec{F}_1 un \vec{F}_2 . Katram ķermenim var uzrakstīt otro Ņūtona likumu (2.14):

$$d\vec{K}_1/dt = \vec{f}_{12} + \vec{F}_1; \quad d\vec{K}_2/dt = \vec{f}_{21} + \vec{F}_2.$$

Saskaņā ar trešo Ņūtona likumu (2.18): $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$. Tādēļ, saskaitot abus iepriekšējos vienādojumus, iegūst $d\vec{K}_1/dt + d\vec{K}_2/dt = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ jeb

$$d\vec{K}/dt = \vec{F}, \quad (2.24)$$

kur $\vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2$ — sistēmas impulss; $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ — sistēmai pieliktais ārējais kopspēks. Vienādojums (2.24) rāda, ka *sistēmas impulsu var mainīt tikai ārējie spēki*.

Vienādojumu (2.24) var vispārināt, apskatot sistēmu, kas sastāv no N materiāliem punktiem. Tādā gadījumā jāuzraksta otrais Ņūtona likums visiem N sistēmas punktiem. Tā kā iekšējie spēki pa pāriem vienādi pēc moduļa, bet pretēji vērsti, tad, atsevišķi saskaitot uzrakstīto vienādojumu kreisās un labās puses, iegūst $d\vec{K}_1/dt + d\vec{K}_2/dt + \dots + d\vec{K}_N/dt = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N$ jeb

$$d\vec{K}/dt = \vec{F}, \quad (2.25)$$

kur $\vec{K} = \sum_{i=1}^N \vec{K}_i$ — sistēmas impulss; $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ — sistēmai pieliktais ārējais kopspēks.

No vienādojuma (2.23) var secināt, ka $d\vec{K}/dt = m \vec{a}_c$, kur \vec{a}_c — *sistēmas masas centra paātrinājums*. Tādēļ

$$\vec{a}_c = \vec{F}/m. \quad (2.26)$$

Tātad mehāniskas sistēmas masas centrs kustas kā materiāls punkts, kura masa vienāda ar sistēmas masu un uz kuru darbojas spēks, kas vienāds ar sistēmai pielikto kopspēku.

Ja apskatāmā N materiālu punktu sistēma ir absolūti ciets ķermenis, kas atrodas translācijas kustībā, tad visiem punktiem ir vienādi paātrinājumi $\vec{a}_i = \vec{a}_c = \vec{a}$. No sakarības (2.26) izriet, ka otrais Ņūtona likums (dinamikas pamatvienādojums) ķermenim, kas atrodas translācijas kustībā, uzrakstāms tāpat kā materiālam punktam (sk. formulas (2.3) un (2.4)).

2.2.3. Impulsa nezūdamības likums. Ja ārēji spēki uz sistēmu nedarbojas, t. i., $\vec{F} = 0$, tad arī $d\vec{K}/dt = 0$ (sk. vienādojumu (2.25)), tātad $\vec{K} = \text{const}$. Tas nozīmē, ka noslēgtas mehāniskas sistēmas impulss ir konstants. Šo secinājumu sauc par impulsa nezūdamības likumu. Sevišķi izdevīgi to lietot gadījumos, kad nav zināms mijiedarbības spēka raksturs vai tā maiņa atkarībā no laika, piemēram, īslaicīgās sadursmēs.

Teorētiskajā fizikā pierāda, ka šis likums izriet no telpas homogenitātes.

Sistēmas, ko veido ķermeņi uz Zemes vai tās tuvumā, nav noslēgtas, jo uz ķermeņiem darbojas Zemes smaguma spēks. Tādēļ sistēmās impulsa nezūdamības likums aptuveni ir spēkā tikai īpašos gadījumos, piemēram, īslaicīgās sadursmēs, kad ķermeņu savstarpējās iedarbības spēki ir daudzkārt lielāki nekā smaguma spēks.

No vienādojuma (2.25) izriet, ka projekcijām uz patvaļīgi izraudzītas ass, piemēram, X ass ir spēkā sakarība

$$dK_x/dt = F_x. \quad (2.27)$$

Izraugoties X asi plaknē, kas perpendikulāra kopspēkam F , iegūst $F_x = 0$. Šajā gadījumā arī $dK_x/dt = 0$, resp., $K_x = \text{const}$.

|| Ja ārējā kopspēka projekcija kādā virzienā ir vienāda ar nulli, tad sistēmas impulsa projekcija šajā virzienā ir konstanta.

Tas ir impulsa projekcijas nezūdamības likums. Tieši šo likumu parasti izmanto praksē.

2.2.4. Mainīgas masas ķermeņa kustība. Līdz šim, apskatot materiāla punkta vai mehāniskas sistēmas kustību, pieņēmām, ka to masa ir nemainīga. Praksē svarīgi arī tādi gadījumi, kad ķermeņa masa kustības laikā nav konstanta (piem., raķešu kustība). Mainīgas masas ķermeņa kustības teoriju pirmais 1897. gadā izstrādāja krievu zinātnieks *I. Meščerskis*.

Pieņemsim, ka laika momentā t ķermeņa masa ir m un ātrums \vec{v} , bet laika sprīdī dt ķermenim pievienojas daļiņas, kuru kopējā masa dm un ātrums \vec{v}_1 (tajā pašā atskaites sistēmā). Tad laika momentā $t + dt$ ķermeņa masa $m + dm$ un ātrums $\vec{v} + d\vec{v}$. Laika sprīdī dt sistēmas impulsa izmaiņa

$$d\vec{K} = (m + dm)(\vec{v} + d\vec{v}) - m\vec{v} - dm \cdot \vec{v}_1 = dm(\vec{v} - \vec{v}_1) + m d\vec{v} + dm d\vec{v}.$$

Saskaņā ar otro Ņūtona likumu $d\vec{K} = \vec{F}dt$, kur \vec{F} — ārējais spēks, kas pielikts ķermenim. Tādēļ, ievērojot vēl, ka $dm|d\vec{v}|$ ir mazs salīdzinājumā ar $m|d\vec{v}|$ un $dm|\vec{v} - \vec{v}_1|$, var rakstīt $dm(\vec{v} - \vec{v}_1) + md\vec{v} = \vec{F}dt$, no kurienes

$$m d\vec{v}/dt = \vec{F} + (\vec{v}_1 - \vec{v}) dm/dt. \quad (2.28)$$

Tā kā $\vec{v}_1 - \vec{v} = \vec{u}$ ir daļiņas relatīvais ātrums attiecībā pret ķermeni, tad

$$m d\vec{v}/dt = \vec{F} + \vec{u} dm/dt. \quad (2.29)$$

Tas ir *mainīgas masas ķermeņa kustības dinamikas pamatvienādojums*. Šajā vienādojumā izteiksme $\vec{u} dm/dt$ ir reaktīvais spēks, tātad

$$\vec{F}_r = \vec{u} dm/dt. \quad (2.30)$$

Reaktīvais spēks rodas tāpēc, ka ķermenim tā kustības laikā pievienojas daļiņas ($dm > 0$) vai arī no tā atdalās daļiņas ($dm < 0$). Ja $dm > 0$, tad $\vec{F}_r \uparrow \uparrow \vec{u}$, bet, ja $dm < 0$, tad $\vec{F}_r \downarrow \downarrow \vec{u}$.

Aplūkosim raķešu dzinēju, no kura daļiņas izlido ar konstantu ātrumu \vec{u} . Pieņemsim, ka raķetes starta masa ir m_0 , bet pēc dzinēja darbības izbeigšanās tās masa ir m , resp., izlietotās degvielas masa $m_d = m_0 - m$. Noskaidrosim, kādu ātrumu iegūst raķete, ja sākumā tās ātrums vienāds ar nulli.

Risināsim šo uzdevumu, neievērojot Zemes pievilkšanas spēku un gaisa pretestību. Tad raķetes kustības vienādojums ir šāds:

$$m d\vec{v}/dt = \vec{u} dm/dt. \quad (2.31)$$

Tā kā vektori \vec{u} un $d\vec{v}$ ir pretēji vērsti, tad, projicējot šos vektorus uz $d\vec{v}$ virzienu, no vienādojuma (2.31) iegūst $m d\vec{v}/dt = -\vec{u} dm/dt$ un $d\vec{v} = -\vec{u} dm/m$. Integrējot pēdējā vienādojuma abas puses no 0 līdz v un no m_0 līdz m , redzams, ka

$$v = u \ln(m_0/m). \quad (2.32)$$

Sakarību (2.32) sauc par Ciolkovska vienādojumu. Zemes pievilkšanas spēka un gaisa pretestības dēļ raķetes sasniegtais ātrums ir mazāks nekā pēc formulas (2.32) aprēķinātais, tomēr šī formula rāda, ka raķetes sasniegto ātrumu v nosaka gāzu izplūdes ātrums u un raķetes starta masas m_0 attiecība pret atlikušo raķetes masu m . Piemēram, lai raķete iegūtu pirmo kosmisko ātrumu $v = 8 \cdot 10^3$ m/s, ja gāzu izplūdes ātrums $u = 2 \cdot 10^3$ m/s, tās masai jāsamazinās aptuveni 54 reizes. Visizdevīgāk būtu darbināt raķeti, ja no tās tiktu emitēti fotoni ($u = 3 \cdot 10^8$ m/s).

2.3. SPĒKI DABĀ

2.3.1. Mijiedarbību veidi. Līdz šim ķermeņu mijiedarbības raksturošanai esam lietojuši spēka jēdzienu, neinteresējoties par mijiedarbības fizikālo dabu. Lai gan ir ļoti liela ķermeņu mijiedarbību dažādība, tomēr pastāv (pašreiz zināmi) tikai *četri fundamentāli mijiedarbību veidi*: gravitācijas mijiedarbība, kā arī elektromagnētiskā, stiprā un vājā mijiedarbība (sk. 36.2. §). Visus citus mijiedarbību gadījumus (spēkus) var izskaidrot ar minētajām mijiedarbībām.

Mehānikā sastopamies tikai ar gravitācijas spēkiem, kā arī berzes, vides pretestības un elastības spēkiem, kuriem liela nozīme mehāniskajos procesos. Tos nosaka gravitācijas un elektromagnētiskā mijiedarbība. Pārējos mijiedarbības spēkus aplūkosim citās fizikas kursa daļās.

Gravitācijas mijiedarbība izpaužas kā pievilksnās spēks starp jebkurām masām. Gravitācijas mijiedarbība ir vāja, un tai praktiska nozīme ir tikai tad, ja ķermeņiem liela masa. Mikropasaulē gravitācijas spēkiem nav nozīmes. Gravitācijas spēki nosaka debess ķermeņu un kosmisko kuģu kustību. No tiem ir atkarīgs ķermeņu svars uz Zemes.

Elektromagnētiskā mijiedarbība pastāv starp elektriski lādētiem ķermeņiem. Elektromagnētiskie spēki nosaka vielas atomu un molekulu uzbūvi, to mijiedarbību un līdz ar to arī visus fizikālos, ķīmiskos un bioloģiskos procesus.

2.3.2. Gravitācijas spēks. Smaguma spēks. Ķermeņa svars.

A. Analizējot debess ķermeņu kustības likumus Saules sistēmā un brīvās krišanas likumus uz Zemes, *I. Ņūtons* 1687. gadā atklāja vispasaules gravitācijas likumu.

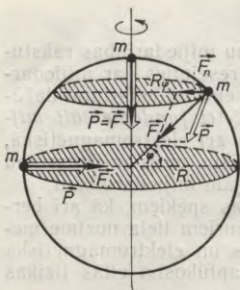
Divi materiāli punkti pievelkas ar spēku, kas tieši proporcionāls to masu reizinājumam un apgriezti proporcionāls savstarpējā attāluma kvadrātam.

Apzīmējot materiālo punktu masas ar m_1 un m_2 , bet attālumu starp tiem ar r , var rakstīt

$$F = Gm_1m_2/r^2. \quad (2.33)$$

Proporcionalitātes koeficientu G sauc par *gravitācijas konstanti*. Tās skaitliskā vērtība noteikta eksperimentāli. SI sistēmā $G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

Lai noteiktu gravitācijas spēku, kas darbojas starp diviem ķermeņiem, kurus nevar uzskatīt par materiāliem punktiem, katru ķermeni aplūko kā daudzū materiālu punktu sistēmu. Tad starp jebkuriem diviem punktiem darbojas gravitācijas spēks, kurš aprēķināms pēc formulas (2.33). Vektoriāli saskaitot spēkus, kas darbojas uz atsevišķiem ķermeņa punktiem, iegūst rezultējošo gravitācijas spēku. Var pierādīt, ka gravitācijas spēku, kas darbojas starp diviem ķermeņiem, kuri nav materiāli punkti, bet kuros masa sadalīta sferiski simetriski (piem., starp divām homogēnām lodēm), arī var aprēķināt pēc formulas (2.33), kur r — attālums starp ķermeņu centriem.



2.5. att.

vai piespiež ķermeņi pie balsta, ir vienāds ar spēku \vec{F} un \vec{F}_n starpību, t. i.,

$$\vec{P} = \vec{F} - \vec{F}_n. \quad (2.34)$$

Ja ķermeņa masa ir m , tad $F_n = ma_n$. Kā zināms, $a_n = \omega^2 R_\varphi$, kur ω — Zemes rotācijas leņķiskais ātrums un $R_\varphi = R \cos \varphi$, ja φ — ģeogrāfiskā platuma leņķis un R — Zemes rādiuss. Tādēļ

$$F_n = m\omega^2 R \cos \varphi. \quad (2.35)$$

No sakarībām (2.34) un (2.35) var secināt, ka smaguma spēks tikai uz Zemes poliem ir vienāds ar gravitācijas spēku. Citos Zemes virsmas punktos tas ir mazāks. Vismazākais smaguma spēks ir uz ekvatora ($\varphi = 0$). Šī iemesla dēļ Zeme ass virzienā ir nedaudz sašpiesta un tai aptuveni ir rotācijas elipsoīda forma. Zemes rādiuss uz pola ir par 21,5 km mazāks nekā uz ekvatora. Smaguma spēks \vec{P} nav vērsts precīzi uz Zemes centru (izņemot polus un ekvatoru).

Lai kvantitatīvi novērtētu to, kā Zemes rotācija ietekmē ķermeņa smaguma spēku, aprēķināsim centrīces un gravitācijas spēku attiecību uz ekvatora ($\varphi = 0$). Izmantojot sakarību (2.35) un ņemot vērā, ka $F = GmM/R^2$, kur M — Zemes masa, iegūst $F_n/F = \frac{m\omega^2 R^2}{GmM} = \frac{\omega^2 R^3}{GM} = \frac{(7,3 \cdot 10^{-5})^2 (6,38 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}} = 0,0035$. Kā redzams, daudzus praktiskus uzdevumus risinot, var pieņemt, ka ķermeņa smaguma spēks vienāds ar gravitācijas spēku:

$$P \approx GmM/R^2. \quad (2.36)$$

Tādēļ brīvās krišanas paātrinājumu $g = P/m$ var izteikt šādi:

$$g = GM/R^2. \quad (2.37)$$

Tā kā Zemes rādiuss palielinās virzienā pa meridiānu no pola uz ekvatoru, tad brīvās krišanas paātrinājums arī šī iemesla dēļ (tāpat

kā Zemes rotācijas dēļ) samazinās. Uz poliem $g=9,832 \text{ m/s}^2$, uz ekvatora $g=9,780 \text{ m/s}^2$. Par vidējo (normālo) brīvās krišanas paātrinājumu uz Zemes virsmas pieņem $g=9,807 \text{ m/s}^2$.

Ja ķermenis atrodas augstumā h virs Zemes, tad attālums līdz Zemes centram ir $R+h$ un brīvās krišanas paātrinājums

$$g_h = GM/(R+h)^2. \quad (2.38)$$

Palielinoties augstumam h , smaguma spēks un brīvās krišanas paātrinājums samazinās.

C. Atbalstīts vai pakārts ķermenis, kas nevar brīvi krist, tam pieliktā smaguma spēka ietekmē darbojas uz balstu vai piekari. **Balstam vai piekarei pielikto spēku sauc par ķermeņa svaru.**

Ja balsts vai piekare ir nekustīgi attiecībā pret Zemi, tad ķermeņa svars \vec{P}_s un smaguma spēks \vec{P} ir vienādi:

$$\vec{P}_s = \vec{P} = m\vec{g}. \quad (2.39)$$

Tikpat liels kā svars, bet pretēji vērsts ir balsta vai piekares reakcijas spēks \vec{N} , kas pielikts ķermenim:

$$\vec{N} = -\vec{P}_s. \quad (2.40)$$

Tādēļ ķermenim pieliktais kopspeks $\vec{P} + \vec{N} = 0$.

Ja ķermenis kopā ar balstu vai piekari attiecībā pret Zemi kustas ar paātrinājumu \vec{a} , tad saskaņā ar otro Ņūtona likumu var rakstīt $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}$. Tā kā $\vec{P} = m\vec{g}$, bet $\vec{N} = -\vec{P}_s$, tad $m\vec{a} = m\vec{g} - \vec{P}_s$, no kurienes

$$\vec{P}_s = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (2.41)$$

Sakarība (2.41) rāda, ka ķermeņa svars var būt gan lielāks, gan arī mazāks nekā smaguma spēks. Ja ķermeņa paātrinājums \vec{a} vērsts augšup (pretēji \vec{g}), tad $P_s = m(g+a)$ ir lielāks nekā smaguma spēks, bet, ja \vec{a} vērsts lejup, tad $P_s = m(g-a)$ ir mazāks nekā smaguma spēks. Ķermeņa svara maiņu atkarībā no paātrinājuma \vec{a} virziena var novērot liftā tā nevienmērīgas kustības posmos.

Ja ķermenis un balsts brīvi krīt, t. i., $\vec{a} = \vec{g}$, tad $P_s = 0$ un ķermenis atrodas *bezsvara stāvoklī*. Tādā stāvoklī atrodas visi ķermeņi kosmosa kuģī, kad tas kustas ap Zemi pa stacionāru orbītu.

2.3.3. Berzes spēki

A. Starp kontaktā esošiem ķermeņiem, kurus pārvieto vai cenšas pārvietot vienu attiecībā pret otru, rodas berzes spēki, kas paralēli ķermeņu saskares virsmām. Par *berzi* sauc parādības, kas saistītas ar šo spēku darbību. Pastāv *ārējā berze*, kas rodas starp diviem

dažādiem ķermeņiem, un *iekšējā berze*, kas rodas starp dažādiem viena ķermeņa slāņiem. Iekšējo berzi novēro cietvielās, šķidrumos un gāzēs. Šķidrumu un gāzu iekšējo berzi sauc par *viskozitāti*. Sajā nodaļā sīkāk aplūkosim tikai ārējo berzi.

Berzi, kura novērojama tad, ja ķermeņi pārvietojas viens attiecībā pret otru, sauc par *dinamisko berzi*, bet berzi starp ķermeņiem, kuri atrodas savstarpējā miera stāvoklī, sauc par *statisko berzi*. Dinamiskās berzes spēks, kas darbojas uz ķermeni, vērsts pretēji ātrumam, ar kādu šis ķermenis kustas attiecībā pret otru ķermeni, bet statiskās berzes spēks — pretēji ķermeņim pieliktajam ārējam spēkam, kas paralēls tā saskares virsmai ar otru ķermeni.

Berzes spēki rodas saskarē nonākušo ķermeņu virsmas molekulu (atomu, jonu) mijiedarbības dēļ. Aprēķināt berzes spēkus, izmantojot priekšstatu par daļiņu mijiedarbību, ir ļoti sarežģīti, tādēļ parasti berzes aprakstam izmanto eksperimentāli iegūtās likumsakarības.

Berzes spēkiem ir ļoti liela praktiska nozīme. Tikai berzes spēku dēļ iespējama transportlīdzekļu un cilvēku pārvietošanās pa Zemi, kā arī apstāšanās. Izmantojot berzi, ir iespējams pārnest kustību ar siksas palīdzību. Taču daudzos gadījumos berze ir kaitīga, jo berzes pārvarēšanai ir jāpatērē enerģija, berzes dēļ nodilst mašīnu detaļas utt.

Atkarībā no ķermeņu kustības veida pastāv *slīdes berze*, kas rodas, ja viena ķermeņa virsma slīd pa otra ķermeņa virsmu, un *rites berze*, kas rodas, ja viens ķermenis rit pa otra ķermeņa virsmu. Ja starp ķermeņu saskarvirsmām nav nekāda citas vielas starpslāņa, tad šādu slīdes berzi sauc par *saušo berzi*. *Slapjās berzes* gadījumā starp ķermeņu saskarvirsmām ir šķidrums slānis vai arī viens no ķermeņiem ir šķidr.

B. Slīdes berzes likums.

Slīdes berzes spēks ir **proporcionāls normālspiediena spēkam, kas darbojas uz ķermeņu saskarvirsmām** (2.6. att.).

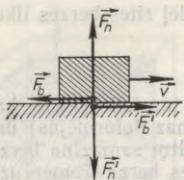
Apzīmējot slīdes berzes spēku ar F_b , bet normālspiediena spēku ar F_n , var rakstīt

$$F_b = \mu F_n, \quad (2.42)$$

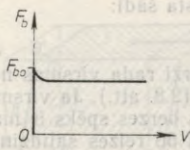
kur μ — *slīdes berzes koeficients*.

Normālspiediena spēks F_n ir perpendikulārs ķermeņu saskarvirsmai, bet berzes spēks ir paralēls šai virsmai. Tādēļ starp šiem spēkiem nevar rakstīt vektorālu sakarību. Berzes spēka virziens ir pretējs ķermeņa kustības relatīvā ātruma \vec{v} virzienam (attiecībā pret ķermeni, ar kuru tas saskaras), tādēļ $\vec{F}_b = -\mu F_n (\vec{v}/v)$.

Berzes koeficients μ ir atkarīgs no abu ķermeņu materiāla un saskarvirsmu rakstura (gluduma, tīrības), bet nav atkarīgs no ķermeņu savstarpējās pārvietošanās ātruma (2.7. att.), izņemot ļoti mazus ātrumus. Ja $v \rightarrow 0$, tad slīdes berzes koeficients nedaudz pieaug un robežgadījumā, kad $v=0$, sasniedz vērtību μ_0 , ko sauc par



2.6. att.



2.7. att.

statiskās slīdes berzes koeficientu. Statiskas slīdes berzes spēks atkarīgs no ārējā ķermeņim pieliktā spēka un var mainīties no nulles līdz vērtībai

$$F_{b0} = \mu_0 F_n. \quad (2.43)$$

Lai ķermeņi izkustinātu no miera stāvokļa, tam jāpieliek spēks $F > F_{b0}$. Sakarība (2.43), ko 1699. gadā atklājis franču fiziķis G. Amontons (1663—1705), ir Amontona likums.

Parasti slīdes berzes spēks nav atkarīgs no ķermeņu saskarvirsmas laukuma, izņemot gadījumus, kad virsmas ir ļoti gludas un tīras. Tad starp virsmām rodas tām perpendikulārs papildu spēks F_m molekulu savstarpējās pievilkšanās dēļ, un tas ir proporcionāls saskarvirsmas laukumam. Sajā gadījumā slīdes berzes spēku var izteikt šādi:

$$F_b = \mu (F_n + F_m). \quad (2.44)$$

Lai samazinātu berzes spēku dažādos mašīnu mehānismos un novērstu to dilšanu, sauso berzi parasti aizstāj ar slapju berzi, ievadot starp saskarvirsmām zieļvielu. Tad cietu ķermeņu virsmas tieši vairs nesaskaras un pastāv tikai berze starp zieļvielas dažādiem slāņiem. Šādu berzi sauc par *iekšējo berzi jeb viskozitāti*. (Šķidruma viskozitāte sīkāk iztirzāta 4.4. §.)

C. Daudzos gadījumos berzes spēku var samazināt, slīdes berzi aizstājot ar *rites berzi* (transportlīdzekļi ar riteniem, lodīšu gultņi). Eksperimentāli noskaidrots, ka rites berzes spēka moments atkarīgs no normālspiediena spēka.

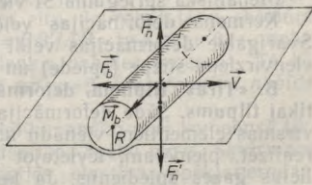
Rites berzes likums ir šāds.

|| Rites berzes spēka moments ir proporcionāls normālspiediena spēkam, kas darbojas starp ķermeņi un virsmu (2.8. att.).

Apzīmējot berzes spēka momentu ar M_b un normālspiediena spēku ar F_n , var uzrakstīt sakarību

$$M_b = \mu_r F_n, \quad (2.45)$$

kur μ_r — *rites berzes koeficients*, tam ir garuma dimensija. Lai radītu spēka momentu (2.45), ritošā ķermeņa asij būtu jāpieliek spēks



2.8. att.

$F_b = M_b/R$, kur R — ķermeņa rādiuss. Tādēļ rites berzes likumu dažreiz raksta šādi:

$$F_b = \mu_r F_n/R. \quad (2.45')$$

Rites berzi rada virsmas nelīdzenumi un tās ieliekšanās, kas traucē kustību (2.8. att.). Ja virsmas ir cietas (maz deformējas) un gludas, tad rites berzes spēks ir mazs. Lodišu gultņi samazina berzes spēku aptuveni 50 reizes salīdzinājumā ar slīdes berzi. Tomēr uz mikstas grunts rites berzes spēks var būt lielāks nekā slīdes berzes spēks.

2.3.4. Elastības spēki.

A. Ārējā spēka iedarbībā iespējama **ķermeņa deformācija** — tā tilpuma un formas maiņa. Ja ķermenis, ārējai iedarbībai izbeidzoties, atgūst iepriekšējo tilpumu un formu, tad *deformācija ir elastīga*. Angļu zinātnieks R. Huks (1635—1703), pētīdams vienvirziena stiepi un spiedi, 1660. gadā atklāja likumu.

|| Nelielas elastības deformācijas ir tieši proporcionālas pieliktajam spēkam, t. i.,

$$\Delta x \sim F, \quad (2.46)$$

kur Δx — deformācija; F — spēks.

Tas ir H u k a l i k u m s.

Spēkus, kuri rodas elastīgi deformētā ķermenī un cenšas atjaunot ķermeņa iepriekšējo tilpumu un formu, sauc par elastības spēkiem. Ja elastīgā deformācija ir līdzsvarota, tad elastības spēks un ārējais spēks, kas rada deformāciju, ir vienādi pēc moduļa, bet pretēji vērsti. Tādēļ elastības spēks F_e ir tieši proporcionāls ķermeņa deformācijai Δx , t. i.,

$$F_e = -k\Delta x. \quad (2.47)$$

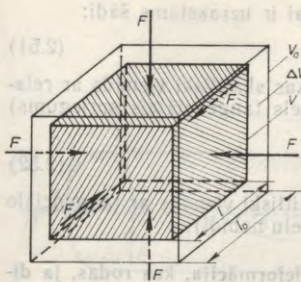
Mīnusa zīme formulā (2.47) norāda, ka elastības spēka virziens ir pretējs deformācijai. Formula (2.47) izsaka H u k a l i k u m u.

Ikvienam spēkam $d\vec{F}$, kas darbojas uz deformējamā ķermeņa virsmas elementu dS , ir divas projekcijas: dF_n — perpendikulāri virsmai un dF_τ — pa virsmas pieskari. Fizikālu lielumu, kas skaitliski vienāds ar ķermeņa virsmas laukuma vienībai pielikto spēku, sauc par mehānisko spriegumu. Tādējādi $\sigma = dF_n/dS$ — *normālais mehāniskais spriegums* un $\tau = dF_\tau/dS$ — *tangenciālais mehāniskais spriegums*.

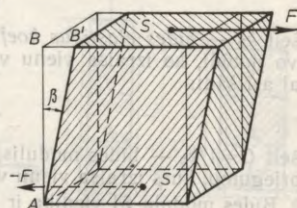
Mehāniskā sprieguma SI vienība ir 1 Pa.

Ķermeņa deformācijas veidu nosaka spēka pielikšanas veids. Svarīgākie deformācijas veidi ir tilpuma deformācija, bīde, vērpe, vienvirziena stiepe (spiede) un liece.

B. «Tirā» tilpuma deformācijā nemainās ķermeņa forma, bet tikai tilpums. Šāda deformācija iegūstama, pieliekot visiem ķermeņa virsmas elementiem vienādu normālo mehānisko spriegumu. To var realizēt, piemēram, ievietojot paraugu barokamerā, kur var iegūt lielus gāzes spiedienus. Ja ķermeņa tilpuma izmaiņa $\Delta V = V_0 - V$, kur V — ārējai iedarbībai pakļauta ķermeņa tilpums un V_0 — sā-



2.9. att.



2.10. att.

kotņējais ķermeņa tilpums, tad lielums $\Theta = \Delta V/V_0$ ir tilpuma relatīvā izmaiņa un Huka likums tilpuma deformācijai ir šāds:

$$\Theta = k_t \sigma. \quad (2.48)$$

Seit k_t — tilpuma elastības koeficients, kas skaitliski vienāds ar ķermeņa tilpuma relatīvo izmaiņu, ko izraisa vienu vienību liels visai ķermeņa virsmai pieliktais normālais mehāniskais spriegums. Apgriezto lielumu $K = 1/k_t$ sauc par *tilpuma elastības moduli*. To izmantojot, Huka likumu tilpuma deformācijai var rakstīt šādi:

$$\sigma = K\Theta. \quad (2.49)$$

Elastīga tilpuma deformācija iespējama gan cietiem ķermeņiem, gan šķidriem, gan arī gāzēm. Cietām vielām K ir lielāks nekā šķidrumiem, piemēram, varam $K = 1,4 \cdot 10^{11}$ Pa, bet ūdenim $K = 2 \cdot 10^9$ Pa.

Neliela relatīvā tilpuma deformācija Θ ir trīs reizes lielāka par tā paša ķermeņa relatīvo lineāro deformāciju. Piemēram, kubveida ķermeņim (2.9. att.), kura malas garums l_0 , ja tās absolūtā izmaiņa $\Delta l = l_0 - l$, bet relatīvā izmaiņa $\epsilon = \Delta l/l_0$, tilpuma izmaiņa ir šāda: $\Delta V = l_0^3 - (l_0 - \Delta l)^3 \approx 3l_0^2 \Delta l$ un $\Delta V/V_0 \approx 3\Delta l/l_0$, t. i.,

$$\Theta \approx 3\epsilon. \quad (2.50)$$

C. Bīde ir cieta ķermeņa «tīra» formas deformācija, kas rodas, ja diviem paralēliem ķermeņa slāņiem pielikti pretēji vērsti tan-

genciāli spēki (2.10. att.). Pieliktā spēku pāra \vec{F} , $-\vec{F}$ ietekmē ķermeņa slāņi nobīdās cits attiecībā pret citu. Ja robežslāņu absolūtā nobīde ir BB' , tad relatīvā nobīde $\gamma = BB'/AB \approx \text{tg } \beta$, kur β — nobīdes leņķis (taisnes AB pagrieziņa leņķis nobīdes procesā). Tā kā leņķis β parāsti ir mazs, tad $\text{tg } \beta = \beta$ un $\gamma = \beta$, t. i., *relatīvā nobīde vienāda ar nobīdes leņķi.*

Bīdes deformācija nemainās, ja pielikto spēku pāri kompensē tikpat liels, bet pretēji vērsts ķermeņa elastības spēku pāris. Šķidrumos un gāzēs, slāņiem savstarpēji nobīdoties, elastības spēki nerodas, tādēļ elastīga bīdes deformācija iespējama tikai cietiem ķermeņiem.

Huka likums bīdes deformācijai ir uzrakstāms šādi:

$$\gamma = k_b \tau. \quad (2.51)$$

(šeit k_b — bīdes elastības koeficients, kas skaitliski vienāds ar relatīvo nobīdi, ko izraisa vienu vienību liels tangenciālais spriegums) vai arī šādi:

$$\tau = G\gamma, \quad (2.52)$$

(šeit $G = 1/k_b$ — bīdes modulis, kas skaitliski vienāds ar tangenciālo spriegumu, kurš izraisa vienu vienību lielu nobīdi).

Bīdes moduļa SI vienība ir 1 Pa.

D. Vērpe ir cietā ķermeņa formas deformācija, kas rodas, ja diviem paralēliem ķermeņa slāņiem pielikti pretēji vērsti tangenciālu spēku pāri, resp., spēku momenti \vec{M} un $-\vec{M}$, kas atrodas uz slāņiem

perpendikulāras ass OO (2.11. att.). No šādas ārējas iedarbības ķermeņa slāņi cits attiecībā pret citu nedaudz pagriežas, saglabājot nemainīgu tikai to punktu stāvokli, kuri atrodas uz ass OO vai nostiprinātā asij OO perpendikulārā slānī. Nenostiprinātā šķēluma punkts B ieņem stāvokli B' . Vērpes deformāciju raksturo savērpes leņķis φ .

Huka likums vērpes deformācijai uzrakstāms šādi:

$$\varphi = k_v M \quad (2.53)$$

(šeit k_v — vērpes elastības koeficients, kas skaitliski vienāds ar savērpuma leņķi, ko izraisa vienu vienību liels spēka moments) vai arī šādi:

$$M = D\varphi \quad (2.54)$$

(šeit $D = 1/k_v$ — vērpes modulis jeb direkcijas moments, kas skaitliski vienāds ar spēka momentu, kurš rada vienu vienību lielu savērpuma leņķi).

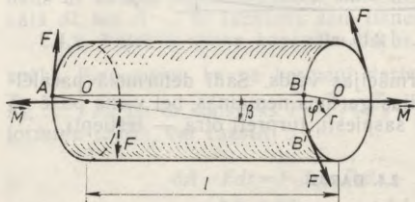
Vērpes moduļa SI vienība ir 1 N·m.

Vērpe ir reducējama uz bīdi, jo katrs elementārs asij OO paralēls nogrieznis deformācijas gaitā ieņem stāvokli, kurā veido ar asi OO leņķi β . Pamatojoties uz šo priekšstatu, no Huka likuma bīdei var iegūt sakarības (2.53) un (2.54), pie tam izrādās, ka vērpes modulis D atkarīgs gan no materiāla īpašībām, gan arī no parauga geometriskās formas un izmēriem. Cilindriskam paraugam vērpes modulis

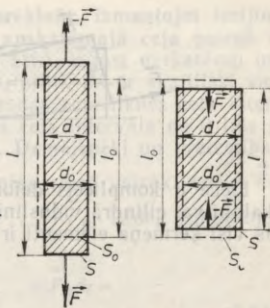
$$D = \frac{\pi G r^4}{2l}, \quad (2.55)$$

kur r — cilindra rādiuss; l — cilindra garums; G — cilindra materiāla bīdes modulis.

E. Vienvirziena stiepe (spiede) ir cietā ķermeņa deformācija, kas rodas, ja diviem paralēliem ķermeņa slāņiem normāles virzienā pielikti pretēji vērsti spēki (2.12. att.). Ja absolūtā deformācija ir Δl un sākuma garums l_0 , tad relatīvā garuma izmaiņa $\epsilon = \Delta l/l_0$ un



2.11. att.



2.12. att.

Huka likums vienvirziena stiepei (spiede) uzrakstāms šādi:

$$\varepsilon = k_s \sigma \quad (2.56)$$

(šeit k_s — vienvirziena stiepes (spiedes) elastības koeficients, kas skaitliski ir vienāds ar relatīvo garuma izmaiņu, kuru izraisa vienu vienību liels normālais mehāniskais spriegums) vai arī šādi:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.57)$$

(šeit $E = 1/k_s$ — vienvirziena stiepes (spiedes) elastības modulis jeb Janga modulis, kas skaitliski vienāds ar to normālo mehānisko spriegumu, kurš izraisa vienu vienību lielu relatīvo pagarinājumu).

Janga moduļa SI vienība ir 1 Pa.

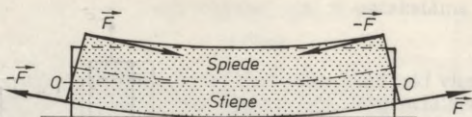
Vienvirziena stiepe (spiede) ir salikta ķermeņa formas un tilpuma deformācija, jo deformācijas gaitā mainās ne tikai ķermeņa lineārie izmēri, bet arī tilpums. Piemēram, ja ķermeņi stiepjas, tas kļūst gan garāks un tievāks, gan arī palielinās tā tilpums, jo ķermeņi stiepes virzienā spriegumi ir lielāki nekā virzienā, kas perpendikulārs stiepei. Tādēļ daļiņu savstarpējā attālināšanās stiepes virzienā ir lielāka nekā tuvināšanās stiepei perpendikulārā virzienā. Vienvirziena spiedes gadījumā līdzīgu iemeslu dēļ ķermeņa tilpums samazinās.

Lineāro izmēru relatīvo izmaiņu stiepei (spiede) perpendikulārā virzienā $\Delta d/d_0$ un izmaiņu spēku darbības virzienā $\Delta l/l_0$ saista sakarība

$$\Delta d/d_0 = \mu \Delta l/l_0, \quad (2.58)$$

kur μ — Puasona koeficients. Šis koeficients teorētiski var mainīties no nulles līdz 0,5, bet praktiski tas ir robežās no 0,2 līdz 0,4, piemēram, tēraudam $\mu = 0,28$. Tikai kaučukam $\mu \approx 0,5$, jo vienvirziena deformācijā tā tilpums paliek nemainīgs.

F. Liece ir cietā ķermeņa deformācija, kas rodas, ja vienā ķermeņa šķēlumā darbojas tangenciāli vienvirziena stiepes spēki, bet citā šķēlumā, kas nedeformētā ķermeņi ir paralēls pirmajam, darbojas tangenciāli vienvirziena spiedes spēki (2.13. att.).



2.13. att.

Liece ir komplikēts deformācijas veids. Sādi deformētā paralēlskaldnī vai cilindrā viduslīnijas garums nemainās, bet vienā pusē no tās visi ķermeņa elementi ir saspiesti, turpretī otrā — izstiepti.

2.4. DARBS

2.4.1. Darba jēdziens. Darba aprēķināšana, izmantojot liklīnijas integrāli. Ja spēks darbojas uz ķermeni, kas pārvietojas, tad spēka darbības efektu pārvietojuma laikā kvantitatīvi var raksturot ar fizikālu lielumu — darbu.

Par darbu A , ko veic nemainīgs spēks, kas pielikts taisnvirziena kustībā esošam ķermenim, sauc spēka \vec{F} un ķermeņa pārvietojuma $\vec{\Delta r}$ skalāro reizinājumu:

$$A = \vec{F} \vec{\Delta r}. \quad (2.59)$$

Tā kā taisnvirziena kustībā $|\vec{\Delta r}| = l$ (2.14. att.), tad, apzīmējot ar α leņķi starp \vec{F} un $\vec{\Delta r}$, var rakstīt

$$A = Fl \cos \alpha = F_l l, \quad (2.60)$$

kur $F_l = F \cos \alpha$ ir pieliktā spēka projekcija uz ķermeņa kustības virzienu.

Darba SI vienība ir džouls (1 J). *Tas ir tāds darbs, ko padara vienu ņūtonu liels spēks, pārvietojot ķermeni par vienu metru, ja spēka un pārvietojuma virzieni sakrīt (1 J = 1 N·m).*

Ja ķermenim pieliktais spēks ir mainīgs, tad ķermeņa kustību pa jebkuru trajektoriju var sadalīt elementāros pārvietojumos \vec{dr} un uzskatīt, ka pieliktais spēks \vec{F} katra elementārā pārvietojuma robežās ir konstants. Tad *elementāro darbu* δA var aprēķināt saskaņā ar iepriekšējo definīciju, t. i.,

$$\delta A = \vec{F} \vec{dr} = F dl \cos \alpha = F_l dl, \quad (2.61)$$

kur $|\vec{dr}| = dl$; α — leņķis starp \vec{F} un \vec{dr} . Kopējo darbu A , ko veic spēks visā ceļa posmā l , var aprēķināt, saskaitot elementāros darbus, resp., integrējot izteiksmi (2.61):

$$A = \int_0^l \vec{F} \vec{dr} = \int_0^l F \cos \alpha dl = \int_0^l F_l dl. \quad (2.62)$$

Tātad mainīga spēka darbu var aprēķināt, izmantojot linijintegrāli (2.62) pa kustības trajektoriju apskatāmajā ceļā posmā l . Attēlojot grafiski F_l atkarībā no l (2.15. att.), iegūst uzskatāmu interpretāciju izteiksmēm (2.61) un (2.62), proti, dA ir skaitliski vienāds ar šauras joslas laukumu, kurš atrodas zem liknes ceļa intervālā dl , bet A — ar laukumu zem liknes ceļa intervāla no 0 līdz l .

2.4.2. Vairāku spēku kopspēka darbs. Dzinējspēki un pretestības spēki. Pieņemsim, ka uz ķermeni darbojas reizē vairāki spēki $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ un to kopspēks $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$. Tādēļ, izmantojot formulu (2.61), var rakstīt

$$\begin{aligned} \delta A &= \vec{F} d\vec{r} = \vec{F}_1 d\vec{r} + \vec{F}_2 d\vec{r} + \dots + \vec{F}_n d\vec{r} = \\ &= \delta A_1 + \delta A_2 + \dots + \delta A_n. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Integrējot sakarību (2.63), iegūst sakarību

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n. \quad (2.64)$$

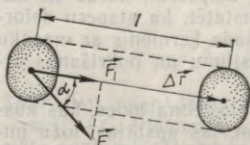
No tās izriet, ka *kopspēka darbs ir tā komponentešu veikto darbu algebriska summa.*

Dažreiz, aprēķinot kāda spēka \vec{F} darbu, ir izdevīgi izmantot tā komponentes uz koordinātu asīm $F_x \vec{i}, F_y \vec{j}$ un $F_z \vec{k}$. Tad

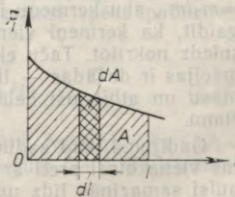
$$\begin{aligned} dA &= \vec{F} d\vec{r} = F_x \vec{i} dr + F_y \vec{j} dr + F_z \vec{k} dr = \\ &= F_x dx + F_y dy + F_z dz, \end{aligned} \quad (2.65)$$

kur F_x, F_y un F_z — spēka \vec{F} projekcijas uz koordinātu asīm. Tad integrālis (2.62) nosakāms kā triju integrāļu summa.

Ja formulās (2.60) un (2.61) leņķis $\alpha < \pi/2$, tad darbs ir pozitīvs, bet, ja $\alpha > \pi/2$, tad darbs ir negatīvs. Spēkus, kas padara pozitīvu darbu, sauc par dzinējspēkiem, bet spēkus, kuru darbs ir negatīvs, — par pretestības spēkiem. Piemēram, ķermenim kustoties uz leju, smaguma spēks veic pozitīvu darbu, bet laikā, kad ķermenis kustas uz augšu, smaguma spēka darbs ir negatīvs. Berzes spēka darbs vienmēr ir negatīvs. Spēki, kas perpendikulāri kustības virzienam, piemēram, centrtieces spēki, darbu nedara ($\cos \pi/2 = 0$).



2.14. att.



2.15. att.

2.4.3. Jauda.

Jauda P ir fizikāls lielums, kas vienāds ar darba δA attiecību pret laika sprīdi dt , kurā šis darbs paveikts:

$$P = \delta A / dt. \quad (2.66)$$

Jauda raksturo darba veikšanas ātrumu — laika vienībā veikto darbu. Ja darba veikšanas ātrums ir nemainīgs visā laika posmā t , kurā padarīts darbs A , tad

$$P = A/t. \quad (2.67)$$

Ja darba veikšanas ātrums nav konstants, tad šī formula nosaka vidējo jaudu $\langle P \rangle$ laika posmā t .

Jaudas SI vienība ir vats (1 W). Jauda ir vienu vatu liela, ja vienā sekundē tiek padarīts vienu džoulu liels darbs ($1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$).

Ievietojot dA izteiksmi (2.61) formulā (2.66), iegūst

$$P = F_l dl / dt = F_l v; \quad (2.68)$$

$$P = \vec{F} d\vec{r} / dt = \vec{F} v, \quad (2.69)$$

t. i., momentānā jauda ir vienāda ar ķermenim pieliktā spēka \vec{F} un ķermeņa ātruma v skalāro reizinājumu.

2.5. ENERĢIJA

2.5.1. Enerģija — dažādu kustības formu un mijiedarbību kopīgais mērs. Impulss, ar kuru līdz šim raksturojām kustības intensitāti, ne vienmēr noder kustības īpašību un to maiņas novērtēšanai. Piemēram, rotējoša ķermeņa atsevišķiem punktiem ir impulss, bet visa ķermeņa impulss $\vec{K} = 0$, ja rotācijas ass iet caur ķermeņa masas centru un $v_c = 0$. Tomēr kustība notiek.

Apskatīsim citu piemēru — divus ķermeņus ar masām m_1 un m_2 , kuri nokrīt no augstumiem h_1 un h_2 uz vienādām atsperēm. Ķermeņi iegūst ātrumus $v_1 = \sqrt{2gh_1}$ un $v_2 = \sqrt{2gh_2}$. To impulsi ir $K_1 = m_1 \sqrt{2gh_1}$ un $K_2 = m_2 \sqrt{2gh_2}$. Izraugoties augstumus h_1 un h_2 tā, lai $\sqrt{h_1} / \sqrt{h_2} = m_2 / m_1$, abu ķermeņu iegūtie impulsi ir vienādi $K_1 = K_2$. Varētu sagaidīt, ka ķermeņi vienādi iedarbosies uz atsperēm, kuras tie sasniedz nokritot. Taču eksperimentā var konstatēt, ka atsperu deformācijas ir dažādas — lielāku deformāciju rada ķermenis ar mazāku masu un atbilstoši lielāku pacelšanas augstumu un nokrišanas ātrumu.

Gadījumā, kad saduras divas vienādas plastilīna lodes, kas kustas viena otrai pretī ar vienādiem ātrumiem, tās apstājas, ložu impulsi samazinās līdz nullei un kustība it kā izzūd. Taču kustība ir matērijas eksistences forma un kustība, tāpat kā matērija, nevar

izzus! Patiesībā sadursmes momentā mehāniskā kustība pārvēršas molekulu termiskajā kustībā, par to liecina ložu sasilšana.

Šie piemēri rāda, ka kustību aprakstam nepieciešams vēl kāds fizikāls lielums. Par materiālu ķermeņu un sistēmu kustības un mijiedarbības kvantitatīvu mēru, kas kopīgs visām matērijas kustības un mijiedarbības formām, noder **enerģija** — fizikāls lielums, kura izmaiņa vienāda ar pielikto spēku veikto darbu:

$$\Delta W = A, \quad (2.70)$$

kur $\Delta W = W_2 - W_1$, ja W_1 un W_2 — ķermeņa enerģija procesa sākumā un beigās.

Katrai matērijas kustības formai atbilst noteikts enerģijas veids, piemēram, mehāniskajiem procesiem — mehāniskā enerģija, termiskajiem procesiem — molekulu siltumkustības enerģija, elektromagnētiskajiem procesiem — elektromagnētiskā enerģija utt.

Enerģija var pāriet no viena ķermeņa uz otru. Viens no enerģijas pārneses veidiem ir darba veikšana.

Ja ķermenim pielikto spēku darbs ir pozitīvs $A > 0$, tad enerģija pāriet uz šo ķermeni un $\Delta W > 0$, t. i., $W_2 > W_1$. Ja turpretī $A < 0$, tad arī $\Delta W < 0$ un $W_2 < W_1$, t. i., ķermeņa enerģija samazinās.

Enerģijas vienība tāpat kā darba SI vienība ir džouls (1 J).

Šajā nodaļā aplūkosim tikai mehānisko enerģiju. Ķermeņa (vai mehāniskas sistēmas) stāvokli — tā atrašanās vietu un kustību — nosaka koordinātas un ātrumu projekcijas uz koordinātu asīm. Katram ķermeņa stāvoklim atbilst noteikta enerģija. Ja ķermenim pielikts spēks, kas veic darbu, tad mainās arī ķermeņa stāvoklis — koordinātas un ātrums. Tādēļ **mehāniskā enerģija ir viennozīmīga stāvokļa funkcija**. Pastāv divi mehāniskās enerģijas veidi — kinētiskā un potenciālā enerģija. Kinētiskā enerģija W_k ir saistīta ar sistēmas materiālo punktu (ķermeņu) mehānisko kustību, bet potenciālo enerģiju W_p nosaka to mijiedarbība, kas atkarīga no savstarpējā novietojuma. Mehāniskas sistēmas **pilnā enerģija** ir šo divu enerģiju summa:

$$W = W_k + W_p. \quad (2.71)$$

2.5.2. Kinētiskā enerģija. Noteiksim vispirms materiāla punkta kinētisko enerģiju. Materiālam punktam, kura masa m , pieliktais kopspēks \vec{F} ceļa posmā dl padara darbu $\delta A = F dl$. Tā kā $F_l = ma_\tau = m dv/dt$, tad $\delta A = m (dv/dt) dl = m v dv$. Ja kāda ceļa posma sākumā punkta ātrums v_1 , bet beigās v_2 , tad šajā posmā spēka padarītais darbs

$$A = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = m v^2/2 - m v_1^2/2. \quad (2.72)$$

Salīdzinot vienādojumus (2.70) un (2.72), redzams, ka $W_k = m v^2/2 + C$. Pieņemot, ka $W_k = 0$, ja $v = 0$, iegūst $C = 0$. Tādēļ **materiāla punkta kinētiskā enerģija**

$$W_k = m v^2/2. \quad (2.73)$$

Jebkuru ķermeņi vai ķermeņu kopu var uzskatīt par N materiālu punktu sistēmu. Tādēļ jebkura ķermeņa vai mehāniskas sistēmas kinētiskā enerģija ir vienāda ar atsevišķo materiālo punktu kinētisko enerģiju summu:

$$W_k = \sum_{i=1}^N W_{ki} = \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 / 2. \quad (2.74)$$

Ķermeņa translācijas kustībā visiem tā punktiem jebkurā laika momentā ir vienādi ātrumi, t. i., $v_i = v$. Tādēļ sakarībā (2.74) var iznest pirms summas zīmes $v^2/2$. Tā kā $\sum_{i=1}^N m_i = m$ izsaka ķermeņa masu, redzams, ka translācijas kustībā esoša ķermeņa kinētisko enerģiju var aprēķināt pēc formulas (2.73).

Kinētiskā enerģija vienmēr ir pozitīva. Tā var mainīties gan ārējo, gan iekšējo spēku iedarbības dēļ. Piemēram, granātas sprādzienā šķembu kinētisko enerģiju rada iekšējo spēku darbs. (Salīdzināšanai atcerēsimies, ka ķermeņa impulsu var mainīt tikai ārējie spēki.) Ja pieliktā kopspēka darbs ir pozitīvs, kinētiskā enerģija palielinās, ja darbs ir negatīvs, piemēram, berzes spēka darbs, — kinētiskā enerģija samazinās.

Dažādās inerciālās atskaites sistēmās ķermeņa kinētiskā enerģija ir dažāda, jo atšķirīgi ir ķermeņa punktu ātrumi šajās sistēmās. Apskatīsim atskaites sistēmas AS un AS' , kuras laika momentā $t=0$ sakrīt. Pieņemsim, ka sistēma AS' kustas attiecībā pret sistēmu AS ar konstantu pārnese ātrumu \vec{u} , saglabājot paralēlus koordinātu asu virzienus. Tad var pierādīt (sk. 5.2. §), ka

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}, \quad (2.75)$$

kur \vec{v} un \vec{v}' — kāda punkta ātrumi sistēmās AS un AS' . Izmantojot formulu (2.75), var noteikt sakarību starp patvaļīgi izraudzīta ķermeņa punkta i kinētiskajām enerģijām W_{ki} un W'_{ki} sistēmās AS un AS' :

$$\begin{aligned} W_{ki} &= \frac{m_i}{2} v_i^2 = \frac{m_i}{2} v_i'^2 + \frac{m_i}{2} u^2 + m_i \vec{v}'_i \vec{u} = \\ &= W'_{ki} + \frac{m_i}{2} u^2 + \vec{K}'_i \vec{u}. \end{aligned}$$

Sādas sakarības var uzrakstīt visiem N ķermeņa punktiem. Saskaitot šo sakarību kreisās un labās puses, kā arī ievērojot to, ka $\vec{u} = \text{const}$, bet $\sum m_i = m$ un $\sum_{i=1}^N \vec{K}'_i = \vec{K}'$, iegūst

$$W_k = W'_k + \frac{m}{2} u^2 + \vec{K}' \vec{u}.$$

Tātad, lai aprēķinātu ķermeņa kinētisko enerģiju W_k sistēmā AS , jāzina ķermeņa masa m , tā kinētiskā enerģija W'_k sistēmā AS' , sistēmas AS' pārnese ātrums \vec{u} un arī ķermeņa impulss \vec{K}' sistēmā AS' .

Ja sistēma AS' saistīta ar ķermeņa masas centru C , tad $v'_c = 0$ un arī $K' = mv'_c = 0$. Šajā gadījumā

$$W_k = mu^2/2 + W'_k. \quad (2.76)$$

Sakarību (2.76) sauc par Kēniga teorēmu. Tā parāda, ka ķermeņa kinētisko enerģiju veido divi saskaitāmie: $mu^2/2$ un W'_k . Pirmais izsaka ķermeņa masas centra kustības kinētisko enerģiju sistēmā AS , bet otrs izsaka kinētisko enerģiju, kāda piemīt ķermenim, tāpēc ka tā punkti kustas attiecībā pret masas centru.

2.5.3. Spēka lauks. Konservatīvi un disipatīvi spēki. Potenciālā enerģija.

A. Ja katrā telpas punktā uz ķermeni darbojas spēks, kura modulis un virziens, ķermenim pārvietojoties secīgi no viena punkta uz otru, mainās pēc noteiktas likumsakarības, tad saka, ka ķermenis atrodas spēka laukā. Spēka lauks ir matērijas eksistences forma, kas nodrošina mijiedarbību starp vielas daļiņām. Tālāk (36. nodaļā) norādīti gadījumi, kad matērija no lauka formas pārvēršas vielas formā un otrādi. Par lauku reālu eksistenci liecina arī tas, ka ķermeņu mijiedarbība nenotiek momentāni, bet ar zināmu nokavēšanos, kas ir saistīta ar lauka izplatīšanās galīgo ātrumu.

Šajā nodaļā apskatīsim gravitācijas lauku un tā raksturlielumus (sk. 2.5.7. nodaļījumu).

Spēka lauks ir homogēns, ja visos lauka punktos uz ķermeni darbojas vienāda moduļa un virziena spēks. Pretējā gadījumā lauks ir nehomogēns. Nehomogēna lauka speciāls veids ir centrāls spēka lauks. Par centrālu sauc tādu spēka lauku, kurā visas spēku darbības taisnes krustojas vienā punktā — lauka centrā. Tā spēka moduli, ar kādu lauks darbojas uz noteiktu materiālu punktu dažādās lauka vietās, nosaka apskatāmā punkta koordinātas. Tādēļ centrālu spēku var izteikt šādi:

$$\vec{F} = F(x, y, z) \vec{r}/r,$$

kur \vec{r} — rādiusvektors, kas vilkts no lauka centra līdz apskatāmajam punktam. Ja centrāla spēka modulis nav atkarīgs no virziena, bet atkarīgs tikai no attāluma r , spēka lauku sauc par centrālu sfēriski simetrisku spēka lauku. Tad

$$\vec{F} = F(r) \vec{r}/r.$$

Piemēram, centrāls sfēriski simetrisks ir gravitācijas lauks (sk. sakarību (2.33)), ko rada materiāls punkts vai ķermenis ar sfēriski simetrisku masas sadalījumu. Tādēļ

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (2.77)$$

Ja spēku sadalījums laukā nav atkarīgs no laika, tad lauks ir stacionārs. Piemēram, stacionārs lauks ir Zemes smaguma spēka lauks. Nelielā telpas apgabalā var aptuveni uzskatīt, ka tas arī ir homogēns.

B. Ja, stacionārā laukā pārvietojot ķermeni, lauka spēka pastrādātais darbs nav atkarīgs no pārvietošanas trajektorijas, bet ir atkarīgs tikai no ceļa sākuma un gala punktu stāvokļa, tad šādu spēku sauc par konservatīvu vai potenciālu spēku un tā lauku — par konservatīvu vai potenciālu spēka lauku. Piemēram, apzīmēsim materiāla punkta pārvietošanas darbu no stāvokļa 1 stāvoklī 2 (2.16. att.) pa trajektoriju $1a2$ ar A_{1a2} , bet pa citu trajektoriju $1b2$ — ar A_{1b2} . Ja spēki, kas darbojas uz materiālu punktu, ir konservatīvi, tad darbs $A_{1a2} = A_{1b2}$. Pārvietojot to pašu materiālu punktu pretējā virzienā no punkta 2 uz punktu 1, mainās tikai darba zīme, t. i., $A_{2a1} = -A_{1a2}$ un $A_{2b1} = -A_{1b2}$. Tādēļ darbs A , ko veic lauka spēks pa noslēgtu trajektoriju $1a2b1$, ir šāds:

$$A = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2} - A_{1b2} = 0.$$

Tātad *konservatīva spēka darbs, pārvietojot materiālu punktu pa noslēgtu trajektoriju, ir vienāds ar nulli.*

Konservatīvi spēki ir, piemēram, gravitācijas spēks, smaguma spēks, Kulona spēks, elastības spēks.

Nekonservatīvi jeb disipatīvi ir berzes spēks un pretestības spēks.

C. Tā kā konservatīva spēka darbu, ko tas pastrādā, pārvietojot ķermeni, nosaka tikai ceļa sākuma un gala punkti, tad var atrast tādu stāvokļa (koordinātu) funkciju W_p , kuras samazinājums $-\Delta W_p = -(W_{p2} - W_{p1})$, ķermenim pārvietojoties no punkta 1 uz punktu 2, ir vienāds ar konservatīvā spēka veikto darbu A_{12} :

$$A_{12} = -(W_{p2} - W_{p1}). \quad (2.78)$$

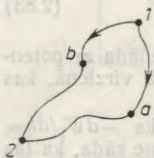
So funkciju sauc par ķermeņa *potenciālo enerģiju*. Ja lauka spēka darbs ir pozitīvs $A_{12} > 0$, tad $W_{p2} < W_{p1}$, t. i., ķermeņa potenciālā enerģija samazinās, bet, ja lauka spēka darbs ir negatīvs $A_{12} < 0$, t. i., pozitīvu darbu $A'_{12} > 0$ veic ārējs spēks, pārvarot lauka spēku, tad $W_{p2} > W_{p1}$ un ķermeņa potenciālā enerģija palielinās.

No iepriekšējā izklāsta izriet, ka ķermenim piemīt potenciālā enerģija tikai tad, ja tas atrodas konservatīvu spēku laukā, un tā ir mijiedarbības enerģija starp šo ķermeni un ķermeni, kas rada lauku.

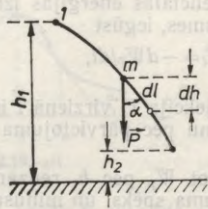
Ķermeņa potenciālā enerģija ir relatīvs lielums, ko nosaka attiecībā pret tādu stāvokli, kurā pieņem, ka ķermeņa potenciālā enerģija ir vienāda ar nulli. Ļoti bieži par nulles stāvokli izraugās tādu ķermeņa stāvokli, kad lauka iedarbības spēka modulis ir minimāls. Atkarībā no izraudzītā nulles stāvokļa potenciālā enerģija var būt arī negatīva.

2.5.4. Ķermeņa potenciālā enerģija Zemes smaguma spēka laukā.

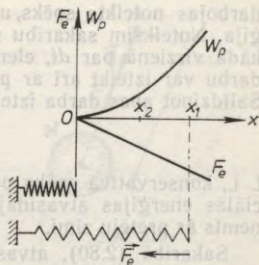
Pieņemsim, ka lauks ir homogēns. Uz ķermeni, kura masa m , visos lauka punktos darbojas smaguma spēks $P = mg$. Darbs, ko pastrādā smaguma spēks, ķermenim pārvietojoties pa kādu trajektoriju no punkta 1 uz punktu 2, kuri atrodas augstumos h_1 un h_2 no izraudzītā



2.16. att.



2.17. att.



2.18. att.

atskaites līmeņa (2.17. att.), saskaņā ar formulu (2.62) ir šāds:

$A_{12} = \int_1^2 P \cos \alpha dl$. Tā kā $\cos \alpha dl = -dh$ (jo $dh < 0$, bet $\cos \alpha dl > 0$),

tad $A_{12} = -\int_{h_1}^{h_2} P dh$. Tādējādi

$$A_{12} = -(mgh_2 - mgh_1). \quad (2.79)$$

No sakarības (2.79) redzams, ka smaguma spēka darbs nav atkarīgs no ķermeņa trajektorijas, tādēļ tas ir konservatīvs spēks. Salīdzinot formulas (2.78) un (2.79), iegūst, ka *Zemes smaguma spēka laukā virs atskaites līmeņa augstumā h pacelta ķermeņa potenciālā enerģija*

$$W_p = mgh. \quad (2.80)$$

2.5.5. Elastīgi deformēta ķermeņa potenciālā enerģija. Apskatīsim elastīgu atsperi, kuras viens gals nostiprināts (2.18. att.), bet otrs atrodas punktā $x=0$, ja atsperē nav saspriegta. Izstieptā atsperē rodas elastības spēks $F_e = -kx$ (sk. formulu (2.47)), kas cenšas samazināt atsperes garumu. Darbs, ko tas veic, samazinot atsperes izstiepumu no x_1 līdz x_2 , ir šāds:

$$A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F_e dx = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = - \left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \right). \quad (2.81)$$

Salīdzinot formulas (2.78) un (2.81), iegūst, ka *elastīgi deformētas atsperes potenciālā enerģija*

$$W_p = kx^2/2. \quad (2.82)$$

2.18. attēlā grafiski parādīta atsperes elastības spēka F_e un potenciālās enerģijas W_p atkarība no deformācijas x .

2.5.6. Sakarība starp spēku, kas darbojas uz ķermeni, un ķermeņa potenciālo enerģiju. Jēdziens par skalāras koordinātu funkcijas gradientu. Jebkurā konservatīva spēka lauka punktā uz ķermeni

darbojas noteikts spēks, un ķermenim tajā ir noteikta potenciālā enerģija. Noteiksim sakarību starp šiem lielumiem. Pārvietojot ķermeni kādā virzienā par dl , elementārais lauka spēka darbs $\delta A = F_l dl$. Šo darbu var izteikt arī ar potenciālās enerģijas izmaiņu: $\delta A = -dW_p$. Salīdzinot abas darba izteiksmes, iegūst

$$F_l = -dW_p/dl, \quad (2.83)$$

t. i., konservatīvā spēka projekcija F_l virzienā \vec{l} ir vienāda ar potenciālās enerģijas atvasinājumu pēc pārvietojuma šajā virzienā, kas ņemts ar pretēju zīmi.

Sakarībā (2.80), atvasinot W_p pēc h , redzams, ka $-dW_p/dh = -mg$, kur $-mg$ — smaguma spēks, un minusa zīme rāda, ka tas vērsts augstuma samazināšanās virzienā. Līdzīgi no sakarības (2.82) iegūst, ka $-dW_p/dx = -kx$, kur $-kx$ — elastības spēks.

Apskatisim gadījumu, kad potenciālā enerģija l ass virzienā mainās pēc likuma, kura raksturs parādīts 2.19. attēlā. Tā kā $dW_p/dl = -tg \alpha$, kur α — grafika pieskares slīpuma leņķis, tad, ievērojot formulu (2.83), var secināt, ka $F_l = -tg \alpha$. Šī sakarība rāda, ka pēc potenciālās enerģijas līknes var ērti spriest par spēka komponenti F_l , ar kādu lauku darbojas uz ķermeni. Ceļa posmā no l_1 līdz l_3 ir $tg \alpha > 0$ un spēka komponente F_l vērsta pretēji l ass virzienam (pievilkšanas spēks). Intervālos no 0 līdz l_1 un no l_3 līdz l_5 savukārt $tg \alpha < 0$ un spēka komponente F_l vērsta l ass virzienā (atgrūšanas spēks). Punktos l_1 un l_3 ir $tg \alpha = 0$. Tie ir līdzsvara punkti, kuros $F_l = 0$. Punktā l_1 ir stabils līdzsvara stāvoklis, jo, ķermenim izvirkzoties no šī punkta, uz to darbojas spēki, kas vērsti uz līdzsvara pusi, bet punktā l_3 ir labils līdzsvara stāvoklis. Pēc potenciālās enerģijas līknes var spriest ne tikai par spēka komponentes F_l virzienu, bet arī par tās moduli, ko nosaka pieskares leņķis α .

Tā kā potenciālā enerģija ir koordinātu funkcija, tad saskaņā ar vienādojumu (2.83) var izteikt spēka projekcijas F_x , F_y un F_z kā potenciālās enerģijas parciālos atvasinājumus pēc koordinātām, t. i.,

$$F_x = -\partial W_p/\partial x; \quad F_y = -\partial W_p/\partial y; \quad F_z = -\partial W_p/\partial z. \quad (2.84)$$

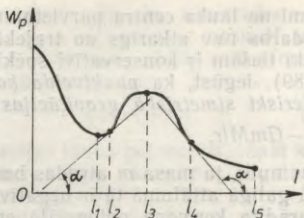
Kopspēka vektors, izteikts ar komponentēm, ir šāds:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = \\ &= -(\vec{i} \partial W_p/\partial x + \vec{j} \partial W_p/\partial y + \vec{k} \partial W_p/\partial z), \end{aligned} \quad (2.85)$$

kur \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} — vienības vektori koordinātu asu virzienos.

Vektoru, kura projekcijas ir kādas skalāras koordinātu funkcijas $\varphi(x, y, z)$ atvasinājumi pēc koordinātām, sauc par šīs funkcijas gradientu un apzīmē ar simbolu $\text{grad } \varphi$ vai $\nabla \varphi$ (∇ — operators nabra). Izmantojot šos apzīmējumus, sakarību (2.85) var pierakstīt īsāk:

$$\vec{F} = -\text{grad } W_p \quad \text{vai} \quad \vec{F} = -\nabla W_p, \quad (2.86)$$



2.19. att.



2.20. att.

t. i., konservatīvais spēks ir vienāds ar potenciālās enerģijas gradientu, kas ņemts ar pretēju zīmi.

2.5.7. Gravitācijas lauks, tā intensitāte. Gravitācijas potenciālā enerģija. Gravitācijas lauka potenciāls.

A. Gravitācijas mijiedarbība notiek ar gravitācijas lauka starpniecību. Katrs ķermenis rada ap sevi gravitācijas lauku, par kura eksistenci liecina spēks, kas darbojas uz laukā novietotu materiālu punktu. Palielinot punkta masu, proporcionāli palielinās tam pieliktais gravitācijas spēks. Tas nozīmē, ka attiecība \vec{F}/m ir dotajam lauka punktam raksturīgs lielums, kas nav atkarīgs no m un \vec{F} :

$$\vec{\Gamma} = \vec{F}/m. \quad (2.87)$$

Lielums $\vec{\Gamma}$ — gravitācijas lauka intensitāte — vienāds ar spēku, kas dotajā lauka punktā darbojas uz vienu masas vienību. Lauka intensitāte ir vektors, kura virziens sakrīt ar spēka vektora virzienu.

Ja lauku rada materiāls punkts vai ķermenis ar sfēriski simetriski sadalītu masu M (2.20. att.), tad spēku F , kas darbojas uz punktveida ķermeni ar masu m attālumā r no lauka centra, var noteikt saskaņā ar formulu (2.33). No tās, izmantojot definīciju (2.87), iegūst

$$\Gamma = GM/r^2. \quad (2.88)$$

Salīdzinot sakarību (2.87) ar otro Ņūtona likumu (2.3), var secināt, ka jebkurš brīvs ķermenis kādā gravitācijas lauka punktā kustas ar paātrinājumu, kas vienāds ar gravitācijas lauka intensitāti šajā punktā.

B. Apskatīsim centrāla sfēriski simetriska gravitācijas lauka spēka darbu. Pieņemsim, ka lauku rada ķermenis, kura masa M , un tajā no punkta 1 uz punktu 2 pa kādu trajektoriju pārvietoja materiāls punkts, kura masa m (2.21. att.). Ceļa gabalā dl lauka spēks padara darbu $\delta A = Fdl \cos \alpha$. Tā kā $dl \cos \alpha = -dr$, tad $\delta A = -Fdr = -m\Gamma dr$ resp. $\delta A = -(GmM/r^2)dr$. Integrējot šo sakarību robežās no r_1 līdz r_2 , iegūst, ka

$$A_{12} = GmM/r_2 - GmM/r_1, \quad (2.89)$$

kur r_1 un r_2 — masas m attālumi no lauka centra pārvietojuma sākumā un beigās. Kā redzams, darbs nav atkarīgs no trajektorijas. Tas norāda, ka gravitācijas spēki tiešām ir konservatīvi spēki. Salīdzinot sakarības (2.78) un (2.89), iegūst, ka *punktoveida ķermeņa potenciālā enerģija centrālā sfēriski simetriskā gravitācijas laukā*

$$W_p = -GmM/r. \quad (2.90)$$

Potenciālā enerģija ir vienāda ar nulli, ja masa m atrodas bezgalīgi tālu no lauka centra, bet jebkurā galīgā attālumā tā ir negatīva. Piemēram, 2.22. attēlā grafiski parādīta ķermeņa potenciālā enerģija W_p Zemes gravitācijas laukā atkarībā no ķermeņa attāluma r līdz Zemes centram. Ķermenim, kura masa m , potenciālā enerģija uz Zemes virsmas ir šāda:

$$W_{p0} = -GmM_Z/R_Z,$$

kur M_Z un R_Z — Zemes masa un rādiuss.

Aprēķināsim ķermeņa potenciālās enerģijas izmaiņu ΔW_p , ja ķermeni paceļ nelielā augstumā h virs Zemes:

$$\Delta W_p = -G \frac{mM_Z}{R_Z+h} + G \frac{mM_Z}{R_Z} = GmM_Z \left(\frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R_Z+h} \right) = G \frac{mM_Z h}{R_Z(R_Z+h)}.$$

Ja $h \ll R_Z$, tad $R_Z(R_Z+h) \approx R_Z^2$. Vēl bez tam $GM_Z/R_Z^2 = g$. Tādēļ

$$\Delta W_p = mgh.$$

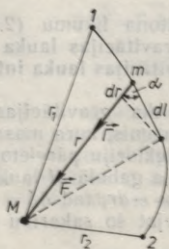
Si aptuvenā izteiksme saskan ar formulu (2.80), kura iegūta, pieņemot, ka uz Zemes virsmas potenciālā enerģija vienāda ar nulli.

C. No potenciālās enerģijas formulas (2.90) var redzēt, ka dotajā lauka punktā potenciālās enerģijas attiecība pret tajā esošo masu m ir konstants lielums. Šo attiecību

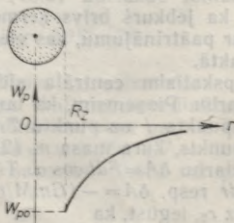
$$\varphi = W_p/m \quad (2.91)$$

sauc par *dotā lauka punkta potenciālu*.

Gravitācijas lauka potenciāls kādā lauka punktā ir vienāds ar vienas masas vienības potenciālo enerģiju šajā lauka punktā.



2.21. att.



2.22. att.

Centrālām sfēriski simetriskam laukam, ko rada ķermenis ar masu M , no definīcijas formulas (2.91) un formulas (2.90) iegūst

$$\varphi = -GM/r. \quad (2.92)$$

Gravitācijas lauka potenciāls, tāpat kā potenciālā enerģija, vienmēr ir negatīvs. Ja $r \rightarrow \infty$, tad $\varphi \rightarrow 0$.

Gravitācijas lauka punkti, kuru potenciāli ir vienādi, veido virsmu, kuru sauc par *ekvipotenciālu virsmu*. Ekvipotenciālās virsmas centrālā sfēriski simetriskā laukā ir sfēras, kuru centri sakrīt ar lauka centru (2.23. att.).

Lauka spēka darbu (2.89) var izteikt ar potenciālu starpību $\varphi_2 - \varphi_1$ starp tiem lauka punktiem, starp kuriem masu m pārvieto:

$$A_{12} = -m(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2.93)$$

Lai noteiktu sakarību starp lauka intensitāti un potenciālu, apskatīsim elementāro darbu, ko veic lauka spēks, pārvietojot masu m starp diviem bezgalīgi tuviem lauka punktiem, kuru potenciālu starpība ir $d\varphi$ un attālums vienāds ar dl (2.23. att.). So darbu var izteikt saskaņā ar formulu (2.93), t. i., $\delta A = -m(\varphi + d\varphi - \varphi) = -md\varphi$, un arī ar lauka intensitāti, proti, $\delta A = \vec{F}d\vec{l} = m\vec{\Gamma}d\vec{l} = m\Gamma dl$. Salīdzinot abas darba izteiksmes, iegūst, ka

$$\Gamma_l = -d\varphi/dl, \quad (2.94)$$

t. i., *lauka intensitātes vektora projekcija Γ_l uz jebkuru virzienu \vec{l} ir vienāda ar lauka potenciāla pieaugumu uz vienu garuma vienību šajā virzienā jeb potenciāla atvasinājumu šajā virzienā, ņemtu ar pretēju zīmi*. Tādēļ lauka intensitātes projekcijas uz koordinātu asīm var izteikt šādi:

$$\Gamma_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad \Gamma_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad \text{un} \quad \Gamma_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Tad

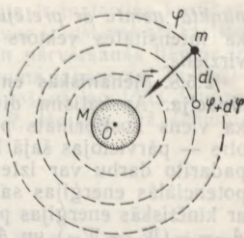
$$\vec{\Gamma} = -(\vec{i}\partial\varphi/\partial x + \vec{j}\partial\varphi/\partial y + \vec{k}\partial\varphi/\partial z). \quad (2.95)$$

Vienādības (2.95) labā puse ir *potenciāla gradients* $\text{grad } \varphi$. Tas izsaka potenciāla maiņu uz garuma vienību virzienā, kurā potenciāls mainās visstraujāk.

Tad

$$\vec{\Gamma} = -\text{grad } \varphi. \quad (2.96)$$

Sakarību (2.96) vārdos var izteikt šādi: *jebkurā punktā gravitācijas lauka intensitātes vektors ir vienāds ar potenciāla gradientu šajā*



2.23. att.

punktā, ņemtu ar pretēju zīmi. Mīnusa zīme formulā (2.96) norāda, ka intensitātes vektors vienmēr vērstas potenciāla samazināšanās virzienā.

2.5.8. Mehāniskās enerģijas nezūdamības likums. Enerģijas disipācija. Apskatisim divu materiālu punktu sistēmu. Pieņemsim, ka viens nostiprināts punkts rada konservatīvu spēka lauku, bet otrs — pārvietojas šajā laukā no stāvokļa 1 stāvoklī 2. Lauka spēka padarīto darbu var izteikt gan (kā konservatīva spēka darbu) ar potenciālās enerģijas samazinājumu, gan arī (kā kospēka darbu) ar kinētiskās enerģijas pieaugumu (formulas (2.78) un (2.72)), t. i., $A_{12} = -(W_{p2} - W_{p1})$ un $A_{12} = W_{k2} - W_{k1}$. Salīdzinot abas darba izteiksmes, iegūst sakarību

$$W_{k1} + W_{p1} = W_{k2} + W_{p2},$$

no kuras redzams, ka pilnā mehāniskā enerģija $W = W_k + W_p$ abos punkta stāvokļos ir vienāda. Tā kā šie stāvokļi izraudzīti patvaļīgi, tas nozīmē, ka *pilnā mehāniskā enerģija visos stāvokļos ir vienāda*, t. i.,

$$W = W_k + W_p = \text{const.} \quad (2.97)$$

Aplūkotajā situācijā W_k , W_p un W ir abu punktu sistēmas kinētiskā, potenciālā un pilnā mehāniskā enerģija.

Iegūto sakarību (2.97) var vispārināt daudzu materiālu punktu sistēmai, kurā darbojas tikai konservatīvi spēki.

|| **Noslēgtas konservatīvas materiālu punktu (ķermeņu) sistēmas pilnā mehāniskā enerģija ir konstanta.**

Tas ir mehāniskās enerģijas nezūdamības likums — viens no svarīgākajiem mehānikas likumiem.

Ja mehāniskā sistēmā darbojas arī nekonservatīvi (disipatīvi) spēki, piemēram, berzes spēki, tad sistēmas pilnā mehāniskā enerģija nav konstanta. Tā kā berzes spēka darbs ir negatīvs ($A_b < 0$) un $A_b = W_2 - W_1$, tad $W_2 < W_1$, t. i., sistēmas pilnā mehāniskā enerģija samazinās. Šo procesu sauc par *enerģijas disipāciju*, bet sistēmu, kurā darbojas arī nekonservatīvi (disipatīvi) spēki, — par *disipatīvu sistēmu*.

Reālas sistēmas būtībā vienmēr ir disipatīvas, tomēr daudzos gadījumos nekonservatīvie spēki ir tik mazi, ka tos var neievērot un var lietot pilnās mehāniskās enerģijas nezūdamības likumu.

2.5.9. Enerģijas nezūdamības likums — matērijas un kustības neiznīcības izpausme. Disipatīvās sistēmās mehāniskā enerģija pārvēršas citu veidu enerģijā — molekulu termiskās kustības jeb iekšējā enerģijā, elektriskā un magnētiskā lauka enerģijā u. c. Vispārinot bagātīgo faktu materiālu, ko cilvēce uzkrājusi daudzu gadsimtu laikā, ir formulēts viens no vispārīgākajiem dabas likumiem — enerģijas nezūdamības un pārvēršanās likums.

|| **Noslēgtas sistēmas enerģija ir nemainīga.**

Noslēgtā sistēmā notiekošajos procesos iespējama enerģijas pārnese no viena ķermeņa uz citu ķermeni vai arī viena veida enerģijas pārvēršanās cita veida enerģijā, bet visu veidu enerģijas kopējais

daudzums sistēmā paliek nemainīgs. Energija ir matērijas kustības mērs. Nedz matērija, nedz arī tās kustība nevar izzust vai arī rasties no nekā. Tādējādi enerģijas nezūdamības un pārvēršanās likums ir matērijas un kustības neiznīcības un mūžīguma izpausme. Tā apziņāšanā, pamatošanā un formulējuma pilnveidošanā ieguldīts daudzu pasaulslaveno zinātnieku (M. Lomonosova, R. Maijera, Dž. Džoula, H. Helmholtza u. c.) darbs.

2.6. SADURSMES

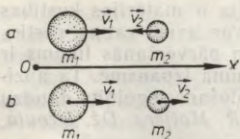
2.6.1. Svarīgākie jēdzieni. Sadursmju klasifikācija. Par sadursmi vai triecienu sauc ķermeņu īslaicīgu mijiedarbību, kurā krasi mainās ķermeņu ātrumi. Sadursmē ir divas stadijas. Pirmajā stadijā mijiedarbības spēki pieaug no nulles līdz kādai maksimālai vērtībai, ķermeņi deformējas un to masas centri tuvojas. Otrajā stadijā mijiedarbības spēki samazinās no maksimālās vērtības līdz nullei, pie tam dažos gadījumos pilnīgi saglabājas ķermeņu deformācija, to masas centru attālums vairs nemainās un ķermeņi tālāk kustas kopā, bet citos gadījumos ķermeņu deformācija daļēji vai pilnīgi izzūd, ķermeņu masas centri attālinās un ķermeņi kustas ar dažādiem ātrumiem.

Klasificējot sadursmes pēc deformācijas rakstura, šķiro divus robežgadījumus — absolūti neelastīgu un absolūti elastīgu sadursmi. Sadursme ir *absolūti neelastīga*, ja pēc sadursmes deformācija pilnīgi saglabājas un abi ķermeņi kustas kopā ar vienādu ātrumu. Sadursme ir *absolūti elastīga*, ja pēc sadursmes deformācija pilnīgi izzūd un ķermeņu kopējā kinētiskā enerģija paliek tāda pati kā pirms sadursmes.

Sadursmes var klasificēt arī pēc *geometriskām pazīmēm*, izmantojot jēdzienu «trieciena līnija». Par *trieciena līniju* sauc taisni, kas perpendikulāra abu ķermeņu virsmu kopīgajai pieskarplaknei šo virsmu saskaršanās punktā. Ja ķermeņu ātruma vektori pirms sadursmes ir paralēli trieciena līnijai, tad sadursme ir *taisna*, pretējā gadījumā — *slipa*. Sadursme ir *centrāla*, ja abu ķermeņu masas centri atrodas uz trieciena līnijas, pretējā gadījumā sadursme ir *necentrāla*.

Sadursme, piemēram, meteorīta sadursme ar Zemi, divu automašīnu sadursme, kalšana, molekulu sadursme, ir sarežģīts process. Mijiedarbības spēki sadursmēs mainās pēc sakarībām, kuras bieži vien nav iespējams noteikt. Tomēr daudz informācijas par sadursmes rezultātu var iegūt, arī nezinot mijiedarbības spēku raksturu, bet izmantojot nezūdamības likumus. Sadursmēs, kas norisinās ļoti īsā laikā, mijiedarbības spēki parasti ir daudz lielāki par visiem citiem spēkiem, piemēram, smaguma spēkiem, kurus var neievērot. Tādēļ visās sadursmēs saglabājas impulss. Absolūti elastīgās sadursmēs saglabājas arī kinētiskā enerģija.

2.6.2. Absolūti neelastīga taisna centrāla sadursme. Divi ķermeņi, kuru masas m_1 un m_2 , bet ātrumi atbilstoši v_1 un v_2 , saduras, ja tie kustas viens otram pretī (2.24. att. a) vai arī ja tie kustas vienā



2.24. att.

virzienā un $v_1 > v_2$ (2.24. att. b). Izmantojot šiem ķermeņiem impulsa nezūdamības likumu, var rakstīt

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}, \quad (2.98)$$

kur \vec{u} — abu ķermeņu kopējais ātrums pēc sadursmes.

Ja sadursme ir centrāla, tad visi ātruma vektori atrodas uz vienas taisnes un vienādojumu (2.98) var rakstīt projekcijām, velkot X asi paralēli ātruma vektoriem: $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) u_x$, no kurienes

$$u_x = (m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}) / (m_1 + m_2). \quad (2.99)$$

Neelastīgā sadursmē ķermeņu plastiskās deformācijas dēļ daļa sistēmas mehāniskās enerģijas pārvēršas ķermeņa iekšējā enerģijā. **Mehāniskās enerģijas samazinājums sadursmē ir vienāds ar ķermeņu deformācijas darbu**, t. i., $A = W'_k - W''_k$, kur $W'_k = m_1 v_{1x}^2 / 2 + m_2 v_{2x}^2 / 2$ sistēmas mehāniskā enerģija pirms sadursmes un $W''_k = (m_1 + m_2) u_x^2 / 2$ — pēc sadursmes. Ievērojot u_x izteiksmi (formula (2.99)), pēc pārveidošanas iegūst

$$A = m_1 m_2 (v_{1x} - v_{2x})^2 / 2 (m_1 + m_2). \quad (2.100)$$

Ja $v_2 = 0$, tad

$$A = W'_k m_2 / (m_1 + m_2). \quad (2.101)$$

Aptuveni var uzskatīt, ka absolūti neelastīga sadursme ir metālu kalšana, štancēšana, vielu sasmalcināšana u. c. Šajos procesos ir svarīgi, lai iespējami lielāka enerģijas daļa tiktu izlietota deformācijas darba veikšanai. No formulas (2.101) izriet, ka $A/W'_k \rightarrow 1$, ja $m_2/m_1 \rightarrow \infty$. Tā, piemēram, kalšana ir efektīva tad, ja laktas masa m_2 ir daudz lielāka nekā āmura masa m_1 . Ja turpretī sienā jāiedzen nagla, tad āmura masai jābūt pēc iespējas lielākai nekā naglas masai, lai naglas deformācijas darbs būtu mazāks, bet nagla iegūtu lielāku kinētisko enerģiju.

2.6.3. Absolūti elastīga taisna centrāla sadursme. Ja sadursme ir elastīga, tad, izzūdot deformācijai, ķermeņi atgrūžas un to ātrumi v_1 un v_2 pēc sadursmes ir dažādi. Absolūti elastīgā sadursmē var lietot gan impulsa nezūdamības likumu, rakstot to projekcijām

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}, \quad (2.102)$$

gan arī kinētiskās enerģijas nezūdamības likumu

$$m_1 v_{1x}^2 / 2 + m_2 v_{2x}^2 / 2 = m_1 u_{1x}^2 / 2 + m_2 u_{2x}^2 / 2. \quad (2.103)$$

No šiem vienādojumiem, zinot m_1 , m_2 , v_{1x} un v_{2x} , var izteikt u_{1x} un u_{2x} . No vienādojumiem (2.102) un (2.103) iegūst, ka

$$m_1 (v_{1x} - u_{1x}) = m_2 (u_{2x} - v_{2x}); \quad (2.104)$$

$$m_1 (v_{1x}^2 - u_{1x}^2) = m_2 (u_{2x}^2 - v_{2x}^2). \quad (2.105)$$

Izdalot vienādojumu (2.105) ar vienādojumu (2.104), iegūst

$$v_{1x} + u_{1x} = v_{2x} + u_{2x}. \quad (2.106)$$

Ja izsaka no šī vienādojuma (2.106) lielumu u_{2x} un ievieto formulā (2.104), var noteikt u_{1x} , bet, no vienādojuma (2.106) izsakot u_{1x} un ievietojot formulā (2.104), iegūst u_{2x} . Tādējādi

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1x} + 2m_2v_{2x}}{m_1 + m_2};$$

$$u_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2x} + 2m_1v_{1x}}{m_1 + m_2}. \quad (2.107)$$

Ja $m_1 = m_2$, tad no izteiksmēm (2.107) izriet, ka $u_{1x} = v_{2x}$ un $u_{2x} = v_{1x}$, t. i., ķermeņi apmainās ar ātrumiem un ar kinētiskajām enerģijām.

Ja ķermenis triecas perpendikulāri pret masīvu nekustīgu sienu, resp., $m_1 \ll m_2$ un $v_{2x} = 0$, tad no formulām (2.107) redzams, ka $u_{1x} = -v_{1x}$ un $u_{2x} \approx 0$, t. i., ķermenis atlec, nemainot ātruma moduli.

Ķermeņa (lodītes) sadursmi ar nekustīgu masīvu plāksni izmanto, lai noteiktu, cik daudz reāla sadursme atšķiras no absolūti elastīgas. Ja sadursme nav absolūti elastīga, tad $u_1 < v_1$. Ātrumu attiecību $\eta = u_1/v_1$ sauc par *restaurācijas koeficientu*. Absolūti neelastīgā sadursmē $\eta = 0$, absolūti elastīgā — $\eta = 1$, tēraudam $\eta = 0,6$.

3. NODAĻA

ABSOLŪTI CIETA ĶERMEŅA DINAMIKA

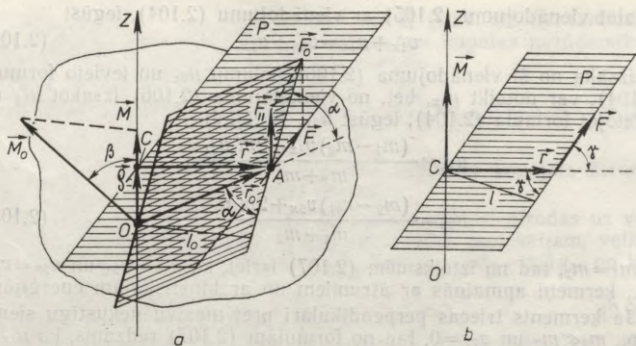
Translācijas kustībā visiem ķermeņa punktiem ir vienāds pārvietojums, ātrums un paātrinājums, tādēļ cieta ķermeņa translācijas kustības dinamiku var reducēt uz materiāla punkta dinamiku. Seit apskatīsim tikai rotācijas kustības dinamiku. Izšķir rotāciju ap punktu un ap nekustīgu asi. Praksē svarīga ir ķermeņu rotācija ap nekustīgu asi. Tai arī veltīta galvenokārt šī nodaļa.

3.1. ROTĀCIJAS DINAMIKAS PAMATLIELUMI

Rotācijas dinamikā izrādās lietderīgi lietot vairākus jaunus fizikālus lielumus: spēka un spēka impulsa vietā apskatīt spēka momentu un tā impulsu, masas vietā — inerces momentu, ķermeņa impulsa vietā — ķermeņa impulsa momentu.

3.1.1. Spēka moments un spēka momenta impulss. Pieņemsim, ka punktā A (3.1. att. a), kura attālumu no punkta O nosaka rādiusvektors \vec{r}_0 , ķermenim pielikts spēks \vec{F}_0 . Par spēka momentu \vec{M}_0 attiecībā pret punktu O sauc rādiusvektora \vec{r}_0 un spēka \vec{F}_0 vektorālu reizinājumu:

$$\vec{M}_0 = \vec{r}_0 \times \vec{F}_0. \quad (3.1)$$



3.1. att.

$\vec{M}_0 \perp \vec{r}_0$ un $\vec{M}_0 \perp \vec{F}_0$, t. i., \vec{M}_0 perpendikulārs plaknei, kurā atrodas \vec{r}_0 un \vec{F}_0 . Vektora \vec{M}_0 modulis $|\vec{M}_0| = M_0$ ir šāds:

$$M_0 = F_0 r_0 \sin \alpha, \quad (3.2)$$

kur α — leņķis starp vektoriem \vec{r}_0 un \vec{F}_0 . Isāko attālumu $l_0 = r_0 \sin \alpha$ starp punktu O un spēka \vec{F}_0 darbības virzienu sauc par spēka plecu attiecībā pret punktu O . Tātad

$$M_0 = F_0 l_0, \quad (3.3)$$

t. i., spēka momenta modulis M_0 ir vienāds ar spēka moduļa F_0 un spēka pleca l_0 reizinājumu. Ja $F_0 \neq 0$, tad $M_0 = 0$ tikai tad, kad $l_0 = 0$, t. i., kad spēka darbības taisne iet caur punktu O . Sakarība (3.3) rāda, ka spēka moments nemainās, ja spēka vektoru pārnēs sev paralēli pa tā darbības taisni.

Par spēka momentu attiecībā pret kādu asi OZ (3.1. att. *a*) sauc spēka momenta \vec{M}_0 komponenti \vec{M} šīs ass virzienā. Tā modulis

$$|\vec{M}| = M = M_0 \cos \beta,$$

kur β — leņķis starp vektoru \vec{M}_0 un asi OZ . Ja ass OZ ir perpendikulāra plaknei \vec{r}_0, \vec{F}_0 , tad $\vec{M} = \vec{M}_0$, ja turpretī ass OZ atrodas plaknē \vec{r}_0, \vec{F}_0 , tad $\vec{M} = 0$.

Spēku \vec{F}_0 var sadalīt komponentēs: \vec{F}_{\parallel} , kas paralēla asij OZ , un \vec{F} , kas atrodas asij OZ perpendikulārā plaknē P . Arī rādiusvektoru \vec{r}_0

var sadalīt komponentēs: viena komponente ir vektors \vec{r} , kas vilkts uz spēka \vec{F}_0 pielikšanas punktu no tāda ass OZ punkta C , lai \vec{r} ietu perpendikulāri asij OZ , bet otra komponente ir vektors $\vec{\rho}$, kas atrodas uz ass OZ . Tādēļ $\vec{M}_0 = \vec{r}_0 \times \vec{F}_0 = (\vec{\rho} + \vec{r}) \times (\vec{F}_\parallel + \vec{F}) = (\vec{\rho} \times \vec{F}_\parallel) + (\vec{\rho} \times \vec{F}) + (\vec{r} \times \vec{F}_\parallel) + (\vec{r} \times \vec{F})$. Tā kā $\vec{\rho} \times \vec{F}_\parallel = 0$, jo $\vec{\rho} \parallel \vec{F}_\parallel$, bet $\vec{\rho} \times \vec{F}$ un $\vec{r} \times \vec{F}_\parallel$ atrodas plaknē, kas perpendikulāra asij OZ , un tikai vektors $\vec{r} \times \vec{F}$ ir paralēls asij OZ , tad

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (3.4)$$

Tātad spēka momentu attiecībā pret asi var radīt tikai tā spēka komponente, kas atrodas asij perpendikulārā plaknē. Spēka momenta modulis

$$M = Fr \sin \gamma,$$

kur γ — leņķis starp vektoriem \vec{r} un \vec{F} (3.1. att. b). I sāko attālumu $l = r \sin \gamma$ no ass OZ līdz spēka \vec{F} darbības taisnei sauc par spēka plecu attiecībā pret asi OZ . Tādējādi

$$M = Fl, \quad (3.5)$$

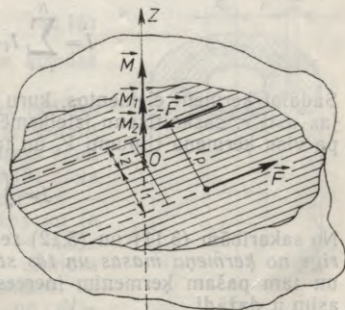
t. i., spēka momenta modulis M ir vienāds ar spēka moduļa F un spēka pleca l reizinājumu. Ja $\gamma = 0$, tad arī $l = 0$ un $M = 0$, t. i., spēks, kura darbības taisne krusto asi, nerada spēka momentu pret šo asi. Sakarība (3.5) rāda, ka spēka moments \vec{M} nemainās, ja spēka vektoru \vec{F} pārnēs sev paralēli pa tā darbības taisni.

Saskaitot vairāku spēku momentus $\vec{M}_1, \vec{M}_2, \dots$ attiecībā pret asi, jāņem vērā to vērsumi (ass virzienā vai pretēji tam). Interesants ir iegūtais rezultāts, ja uz ķermeni darbojas spēku pāris — divi paralēli, pēc moduļiem vienādi, bet pretēji vērsti spēki \vec{F}

un $-\vec{F}$, kas pielikti dažādos punktos (3.2. att.). Attiecībā pret kādu asi OZ to kopīgais spēka moments $M = l_1 F + l_2 F$,

kur l_1 un l_2 — spēku \vec{F} un $-\vec{F}$ pleci attiecībā pret asi. Tā kā $l_1 + l_2 = l_p$, kur l_p — attālums starp spēku darbības taisnēm, ko sauc par spēku pāra plecu, tad

$$M = Fl_p. \quad (3.6)$$



3.2. att.

Sakarība (3.6) rāda, ka spēku pāra moments, kas ir vienāds ar viena spēka un spēku pāra pleca reizinājumu, ir nemainīgs attiecībā pret visām tā darbības plaknei perpendikulārām asīm.

Spēka momenta \vec{M} un tā darbības ilguma dt reizinājumu sauc par elementāru spēka momenta impulsu:

$$d\vec{I}_M = \vec{M} dt. \quad (3.7)$$

Laika posmā $\tau = \Delta t = t_2 - t_1$ spēka momenta impulss

$$\vec{I}_M = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt. \quad (3.8)$$

Ja šajā laikā spēka moments $\vec{M} = \text{const}$, tad

$$\vec{I}_M = \vec{M} \tau. \quad (3.9)$$

Vēlāk (3.2. §) redzēsim, ka spēka momentam rotācijas kustībā ir tāda pati nozīme kā spēkam translācijas kustībā, proti, tā iedarbībā ķermenī maina rotācijas ātrumu. Spēka momenta impulss ir agrāk apskatītajam spēka impulsam analogs lielums.

Spēka momenta SI vienība ir $1 \text{ N} \cdot \text{m}$, bet spēka momenta impulsa SI vienība — $1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.

3.1.2. Materiāla punkta un ķermeņa inerces moments. Inerces moments ir fizikāls lielums, kas raksturo ķermeņa inerci rotācijas kustībā. Par materiāla punkta inerces momentu I_i attiecībā pret rotācijas asi sauc šī punkta masas m_i reizinājumu ar tā attāluma r_i kvadrātu līdz rotācijas asij, t. i.,

$$I_i = m_i r_i^2. \quad (3.10)$$

Inerces moments ir aditīvs lielums, tādēļ ķermenim, kuru var uzskatīt par N materiālu punktu sistēmu,

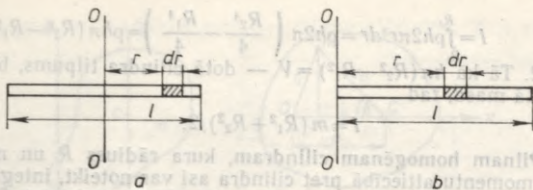
$$I = \sum_{i=1}^N I_i = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (3.11)$$

Sadalot ķermeni elementos, kuru masas dm un attālumi līdz rotācijas asij r , saskaitīšanu izteiksmē (3.11) var aizstāt ar integrēšanu pa visu ķermeņa tilpumu V , un tad ķermeņa inerces moments

$$I = \int r^2 dm. \quad (3.12)$$

No sakarībām (3.11) un (3.12) redzams, ka inerces moments ir atkarīgs no ķermeņa masas un tās sadalījuma ap rotācijas asi. Vienam un tam pašam ķermenim inerces momentā attiecībā pret dažādām asīm ir dažādi.

Inerces momenta SI vienība ir $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.



3.3. att.

3.1.3. Dažu vienkāršas ģeometriskas formas ķermeņu inerces momentī. Izmantojot formulu (3.12), aprēķināsim inerces momentu tievam stienim un dažādiem cilindriem.

A. Apskatīsim tievu homogēnu stieni, kura garums l un masa m . Aprēķināsim tā inerces momentu attiecībā pret stienim perpendikulāru asi OO , kas iet caur stieņa viduspunktu (3.3. att. a). Izraudzīsimies attālumā r no ass stieņa elementu dr , kura masa $dm = (m/l)dr$, kur m/l — stieņa garuma vienības masa. Tad saskaņā ar formulu (3.12) iegūst

$$I = \int_{-l/2}^{+l/2} r^2 (m/l) dr = \frac{m}{l} \frac{r^3}{3} \Big|_{-l/2}^{+l/2} = \frac{1}{12} m l^2 \text{ jeb}$$

$$I = m l^2 / 12. \quad (3.13)$$

Attiecībā pret asi OO , kas perpendikulāra stienim un iet caur tā galu (3.3. att. b), inerces momentu var noteikt, integrējot robežās no nulles līdz l . Tad iegūst

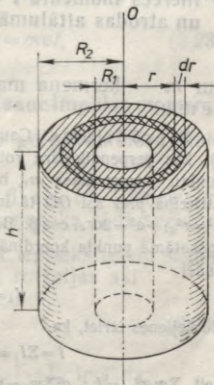
$$I = m l^2 / 3. \quad (3.14)$$

B. Plānam cilindram (cilindriskai čaulai), kura masa m un rādiuss R , inerces moments attiecībā pret cilindra asi ir šāds:

$$I = m R^2, \quad (3.15)$$

jo visas tā elementārās masas dm atrodas vienādā attālumā R no ass.

C. Dobu cilindru, kura iekšējais rādiuss R_1 (3.4. att.), bet ārējais — R_2 , var sadalīt plānos slāņos, kuriem mainīgs rādiuss r un biezums dr . Saskaņā ar formulu (3.15) šāda slāņa inerces moments $dI = d m r^2$, kur dm — slāņa masa. Ja cilindrs ir homogēns un tā blīvums ρ , tad $dm = \rho dV$, kur dV — slāņa tilpums. Savukārt $dV = h dS$, ja h — cilindra augstums, bet dS — slāņa gala laukums. Tā kā $dS = 2\pi r dr$, tad $dm = \rho h 2\pi r dr$ un $dI = \rho h 2\pi r^3 dr$. Integrējot robežās no R_1 līdz R_2 ,



3.4. att.

iegūst
$$I = \int_{R_1}^{R_2} \rho h 2\pi r^3 dr = \rho h 2\pi \left(\frac{R_2^4}{4} - \frac{R_1^4}{4} \right) = \rho h \pi (R_2^2 - R_1^2) (R_1^2 + R_2^2)/2.$$
 Tā kā $h\pi (R_2^2 - R_1^2) = V$ — dotā cilindra tilpums, bet $\rho V = m$ — tā masa, tad

$$I = m(R_1^2 + R_2^2)/2. \quad (3.16)$$

D. Pilnam homogēnam cilindram, kura rādiuss R un masa m , inerces momentu attiecībā pret cilindra asi var noteikt, integrējot robežās no nulles līdz R vai arī formulā (3.16) ievietojot $R_1 = 0$ un $R_2 = R$. Tad iegūst

$$I = mR^2/2. \quad (3.17)$$

Norādīsim bez izrisinājuma inerces momenta aprēķina formulas vēl dažiem ķermeņiem.

E. Homogēnam taisnstūra paralēlskaldnim ar masu m un šķautnēm a , b , c pret asi, kas perpendikulāra skaldnei ar malām a , b un iet caur šīs skaldnes centru,

$$I = m(a^2 + b^2)/12. \quad (3.18)$$

F. Plānam homogēnam diskam, kura rādiuss R un masa m , attiecībā pret asi, kas sakrīt ar tā diametru,

$$I = mR^2/4. \quad (3.19)$$

G. Homogēnai lodei, kuras rādiuss R un masa m , attiecībā pret asi, kas iet caur tās centru,

$$I = 0,4mR^2. \quad (3.20)$$

3.1.4. Steinera teorēma.

Ja ir zināms ķermeņa inerces moments I_c attiecībā pret asi O_cO_c , kas iet caur tā masas centru C (3.5. att. a), tad ķermeņa inerces momentu I attiecībā pret asi OO , kas paralēla asij O_cO_c un atrodas attālumā a no tās, var noteikt pēc formulas

$$I = I_c + ma^2 \quad (3.21)$$

kur m — ķermeņa masa. Šo sakarību sauc par Steinera teorēmu.

Pierādījums. Caur ķermeņa masas centru C novelkam OX asi (3.5. att. b), kas perpendikulāra rotācijas asij OO un O_cO_c . Izraugāties kādu ķermeņa punktu, kuram masa m_i , bet attālumi līdz asij OO un O_cO_c atbilstoši r_i un r_{ci} . Attiecībā pret asi OO tā inerces moments $I_i = m_i r_i^2$. Saskaņā ar kosinusa teorēmu $r_i^2 = r_{ci}^2 + a^2 - 2ar_{ci} \cos \beta$. Bet $r_{ci} \cos \beta = x_c - x_i$, kur x_c un x_i — masas centra C un apskatāmā punkta koordinātas uz OX ass.

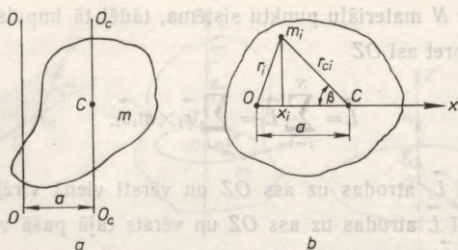
Tādēļ

$$I_i = m_i r_{ci}^2 + m_i a^2 + 2am_i x_i - 2am_i x_c.$$

No šejienes izriet, ka

$$I = \Sigma I_i = \Sigma m_i r_{ci}^2 + a^2 \Sigma m_i + 2a(\Sigma m_i x_i - x_c \Sigma m_i).$$

Seit $\Sigma m_i r_{ci}^2 = I_c$; $a^2 \Sigma m_i = ma^2$, kur m — ķermeņa masa; bet $\Sigma m_i x_i - x_c \Sigma m_i = 0$, jo $x_c = \Sigma m_i x_i / m$. Tādēļ $I = I_c + ma^2$. To arī vajadzēja pierādīt.



3.5. att.

Izmantojot Steineru teorēmu, var aprēķināt, piemēram, lodes inerces momentu attiecībā pret lodes pieskari. Tā kā $I_c = 0,4mR^2$ un $a = R$, tad saskaņā ar formulu (3.21)

$$I = 0,4mR^2 + mR^2 = 1,4mR^2.$$

3.1.5. Ķermeņa impulsa (kustības daudzuma) moments. Apskatīsim materiālu punktu, kura attālumu no punkta O (3.6. att. a) nosaka rādiusvektors \vec{r}_0 . Pieņemsim, ka tā impulss $\vec{K} = m\vec{v}$. Par materiāla punkta impulsa momentu \vec{L}_0 attiecībā pret punktu O sauc rādiusvektora \vec{r}_0 un impulsa \vec{K} vektorālu reizinājumu:

$$\vec{L}_0 = \vec{r}_0 \times \vec{K} = \vec{r}_0 \times m\vec{v}. \quad (3.22)$$

Vektors \vec{L}_0 ir perpendikulārs vektoram \vec{r}_0 un \vec{K} (resp. \vec{v}). Tā modulis

$$|\vec{L}_0| = L_0 = Kr_0 \sin \alpha = mvr_0 \sin \alpha = mvl, \quad (3.23)$$

kur $l = r_0 \sin \alpha$ — impulsa plecs.

Par impulsa momentu attiecībā pret asi OZ sauc impulsa momenta \vec{L}_0 komponenti \vec{L} šīs ass virzienā. Ja ass OZ ir perpendikulāra plaknei \vec{r}_0, \vec{K} , tad $\vec{L} = \vec{L}_0$.

Apskatīsim ķermeni, kas rotē ap asi OZ (3.6. att. b). Pieņemsim, ka tā punktam, kura attālumu no rotācijas asi nosaka rādiusvektors \vec{r}_i , ir masa m_i un impulss $\vec{K}_i = m_i\vec{v}_i$. Saskaņā ar iepriekš teikto šī materiāla punkta impulsa moments attiecībā pret rotācijas asi

$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{K}_i = \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i. \quad (3.24)$$

Tā kā $\vec{v}_i \perp \vec{r}_i$, tad impulsa momenta modulis $|\vec{L}_i| = L_i$ ir šāds:

$$L_i = r_i K_i = r_i m_i v_i. \quad (3.25)$$

Ķermeņa ir N materiālu punktu sistēma, tādēļ tā impulsa moments \vec{L} attiecībā pret asi OZ

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i. \quad (3.26)$$

Visi vektori \vec{L}_i atrodas uz ass OZ un vērsti vienā virzienā. No tā izriet, ka arī \vec{L} atrodas uz ass OZ un vērsts tajā pašā virzienā, bet tā modulis $|\vec{L}| = L$ izsakāms šādi:

$$L = \sum_{i=1}^N L_i = \sum_{i=1}^N r_i m_i v_i. \quad (3.27)$$

Sakarību (3.27) un (3.26) vietā var iegūt lietošanai ērtākas formulas, izmantojot rotācijas kustības raksturlielumus — leņķisko ātrumu un inerces momentu.

Kā zināms, $v_i = r_i \omega$. Tādēļ $L_i = r_i m_i v_i = m_i r_i^2 \omega$. Tā kā $m_i r_i^2 = I_i$, tad $L_i = I_i \omega$, no kurienes izriet, ka $L = \sum_{i=1}^N L_i = \omega \sum_{i=1}^N I_i$. Savukārt $\sum_{i=1}^N I_i = I$ ir ķermeņa inerces moments. Tā iegūst, ka

$$L = I \omega. \quad (3.28)$$

Tā kā vektori \vec{L} un $\vec{\omega}$ ir kolineāri, tad

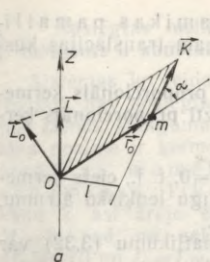
$$\vec{L} = I \vec{\omega}. \quad (3.29)$$

Tātad ķermeņa impulsa moments \vec{L} attiecībā pret rotācijas asi ir vienāds ar tā inerces momenta I un leņķiskā ātruma $\vec{\omega}$ reizinājumu.

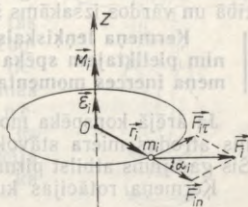
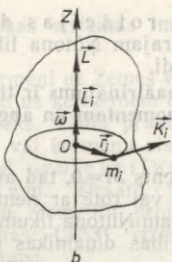
3.2. ĶERMEŅA ROTĀCIJAS DINAMIKAS PAMATVIENĀDOJUMS

3.2.1. Materiāla punkta rotācija ap asi. Pieņemsim, ka ap OZ asi rotē materiāls punkts, kura masa m_i un rotācijas rādiuss r_i (3.7. att.).

Punktam pielikto spēku \vec{F}_i , kas atrodas rotācijas asij perpendikulārā plaknē, var sadalīt divās komponentēs: \vec{F}_{in} un \vec{F}_{ir} . Komponenti \vec{F}_{in} kompensē saites reakcijas spēks, kas notur materiālo punktu attālumā r_i no ass. Komponente $\vec{F}_{ir} = F_i \sin \alpha_i$ piešķir masai m_i tangenciālo paātrinājumu a_{ir} . Saskaņā ar otro Ņūtona likumu (2.3) tangenciālais paātrinājums $a_{ir} = F_{ir}/m_i$. Tādēļ $a_{ir} = F_i \sin \alpha_i / m_i$. Reizināsim uzrakstītās sakarības abas puses ar r_i un ievērosim, ka $a_{ir} = \varepsilon_i r_i$, kur



3.6. att.



3.7. att.

ϵ_i — leņķiskais paātrinājums, bet $F_i r_i \sin \alpha_i = M_i$ — spēka moments un $m_i r_i^2 = I_i$ — inerces moments attiecībā pret rotācijas asi. Tad

$$\epsilon_i = M_i / I_i \text{ jeb } M_i = I_i \epsilon_i. \quad (3.30)$$

Tā kā vektori $\vec{\epsilon}_i$ un \vec{M}_i atrodas uz vienas taisnes (uz OZ ass) un ir vienādi vērsti (3.7. att.), tad

$$\vec{\epsilon}_i = \vec{M}_i / I_i \text{ jeb } \vec{M}_i = I_i \vec{\epsilon}_i. \quad (3.31)$$

Tas ir materiāla punkta rotācijas dinamikas pamatvienādojums.

3.2.2. Cieta ķermeņa rotācija ap asi. Cietu ķermeni var uzskatīt par daudzu (N) materiālu punktu sistēmu. Uz katru ķermeņa punktu i darbojas iekšējie mijiedarbības spēki. Tam var būt pielikts arī ārējs spēks. Ja \vec{M}'_i ir iekšējo spēku moments un \vec{M}''_i — ārējo spēku moments, bet I_i — inerces moments attiecībā pret rotācijas asi, tad saskaņā ar sakarību (3.31), un ievērojot, ka $\epsilon_i = \epsilon$ visiem i , var rakstīt

$$\vec{M}'_i + \vec{M}''_i = I_i \epsilon.$$

Sādas sakarības var uzrakstīt visiem N ķermeņa punktiem. Sakaitot to kreisās un labās puses, iegūst

$$\sum_{i=1}^N \vec{M}'_i + \sum_{i=1}^N \vec{M}''_i = \sum_{i=1}^N I_i \epsilon.$$

No trešā Ņūtona likuma izriet, ka iekšējie mijiedarbības spēki pa pāriem atrodas uz vienas taisnes un ir skaitliski vienādi, bet pretēji vērsti. Tādēļ $\sum_{i=1}^N \vec{M}'_i = 0$. Savukārt $\sum_{i=1}^N \vec{M}''_i = \vec{M}$ — ķermenim pielikto ārējo spēku moments un $\sum_{i=1}^N I_i = I$ — ķermeņa inerces moments. Tādējādi

$$\vec{\epsilon} = \vec{M} / I \text{ jeb } \vec{M} = I \vec{\epsilon}. \quad (3.32)$$

Sī sakarība ir ķermeņa rotācijas dinamikas pamatlīkums. Tas ir analogs otrajam Ņūtona likumam translācijas kustībā un vārdos izsakāms šādi.

|| **Ķermeņa leņķiskais paātrinājums ir tieši proporcionāls ķermenim pieliktajam spēka momentam un apgriezti proporcionāls ķermeņa inerces momentam.**

Ja ārējā kospēka moments $\vec{M}=0$, tad arī $\varepsilon=0$, t. i., ciets ķermenis atrodas miera stāvoklī vai rotē ar nemainīgu leņķisko ātrumu. Šis gadījums atbilst pirmajam Ņūtona likumam.

Ķermeņa rotācijas kustības dinamikas pamatlīkumu (3.32) var pārveidot, izmantojot impulsa momentu \vec{L} un spēka momenta impulsa \vec{I}_M jēdzienus. Tā kā $\varepsilon = d\omega/dt$ un $\vec{L} = I\omega$, tad $I\varepsilon = d(I\omega)/dt$. Ja I nav atkarīgs no ω , tad $I d\omega = d(I\omega) = d\vec{L}$. Tādēļ sakarības (3.32) vietā var rakstīt

$$d\vec{L}/dt = \vec{M}. \quad (3.33)$$

|| **Ķermeņa impulsa momenta izmaiņa laika vienībā (impulsa momenta atvasinājums pēc laika) ir vienāda ar ķermenim pieliktā spēka momentu.**

No sakarībām (3.33) un (3.7) izriet, ka $d\vec{L} = \vec{M}dt = d\vec{I}_M$ jeb

$$d\vec{L} = d\vec{I}_M, \quad (3.34)$$

un, to integrējot, iegūst

$$\Delta\vec{L} = \vec{I}_M. \quad (3.35)$$

No sakarībām (3.34) un (3.35) izriet šāds secinājums.

|| **Ķermeņa impulsa momenta izmaiņa ir vienāda ar ķermenim pieliktā spēka momenta impulsu.**

Sakarības (3.32) ... (3.35) derīgas ne vien atsevišķam ķermenim, bet arī vairāku (vai daudzu) ķermeņu sistēmai, jo šādu sistēmu, tāpat kā atsevišķu ķermeni, var uzskatīt par materiālu punktu kopumu. Sajās sakarībās \vec{M} ir sistēmai pieliktā kospēka moments un \vec{I}_M — kospēka momenta impulss.

3.3. IMPULSA MOMENTA NEZŪDAMĪBAS LIKUMS

Ja mehāniskai sistēmai nav pielikti ārēji spēki (noslēgta sistēma), tad arī ārējo spēku moments $\vec{M}=0$. Sajā gadījumā saskaņā ar formulu (3.33) iegūst $d\vec{L}/dt=0$, resp., $\vec{L}=I\omega=\text{const}$. No tā izriet secinājums, kuru sauc par impulsa momenta nezūdamības likumu.

Noslēgtas mehāniskas sistēmas impulsa moments ir konstants.



Sistēmas, ko veido ķermeņi uz Zemes vai tās tuvumā, nav noslēgtas, jo uz ķermeņiem darbojas Zemes smaguma spēks. Tādēļ praksē lielāka nozīme ir ķermeņa vai ķermeņu sistēmas impulsa momenta projekcijas nezūdamības likumam. Tiešām, ja uz kādu Z asi ārējo spēku momentu projekcija $M_z=0$, tad no sakarības (3.33) izriet, ka $dL_z/dt=0$ un $L_z=I_z\omega_z=const$.

Ķermeņa vai ķermeņu sistēmas impulsa momenta projekcija uz kādu asi laikā nemainās, ja ārējo spēku momenta projekcija uz šo asi vienāda ar nulli.

3.8. att.

Impulsa momenta projekcijas nezūdamības likuma demonstrēšanai noder *Zukovska soliņš*, kurš gandrīz bez berzes var rotēt ap vertikālu asi (3.8. att.). Cilvēkam un soliņam, ja tie iegriezti ar kādu leņķisko ātrumu ω , ir impulsa moments $L=I\omega$. Ja cilvēks izstiepj rokas sānis, inerces moments palielinās ($I_1>I$). Lai L saglabātos nemainīgs, rotācijas ātrums samazinās ($\omega_1<\omega$, bet $I_1\omega_1=I\omega$). Nolaizot rokas, leņķiskais ātrums atkal pieaug. Atbilstošās izmaiņas ir lielākas, ja cilvēks tur rokās smagus atsvarus.

Ja cilvēks, stāvot uz nekustīga Zukovska soliņa un turot viena rokā vīrs galvas nekustīgu riteni ar vertikāli novietotu asi, sāk ar otru roku griezt riteni, tad cilvēks kopā ar soliņu sāk griezties pretējā virzienā tā, lai riteņa impulsa moments un soliņa-cilvēka impulsa moments būtu vienādi, bet pretēji vērsti, un visas sistēmas soliņš-cilvēks-ritenis impulsa moments paliktu vienāds ar nulli tāpat kā sākumā, kad visas sistēmas daļas atradās miera stāvoklī.

So nezūdamības likumu praksē izmanto arī sportisti, baletdejo-tāji, akrobāti u. c. Mainot vajadzīgajā momentā ķermeņa pozu, mainās tā inerces moments un reizē ar to arī kustības leņķiskais ātrums. Šī likuma izpausme ir arī planētu orbītu plakņu savstarpējā novietojuma nemainība.

3.4. ROTĒJOŠA ĶERMEŅA KINĒTISKĀ ENĒRĢIJA. SPĒKA MOMENTA DARBS

3.4.1. Ap nekustīgu asi rotējoša ķermeņa kinētiskā enerģija. Jau 2.5. paragrāfā redzējām (sk. formulu (2.74)), ka ķermeņa kinētiskā enerģija ir visu tā daļiņu kinētisko enerģiju summa, t. i., $W_k = \sum_{i=1}^N m_i v_i^2/2$. Ja ķermenis rotē ap nekustīgu asi ar leņķisko ātrumu ω , tad daļiņai, kuras attālums no rotācijas ass r_i , lineārais ātrums $v_i = \omega r_i$. Tādēļ $W_k = \sum_{i=1}^N m_i \omega^2 r_i^2/2$. Reizinātāju $\omega^2/2$ var iznest pirms

summas zīmes, bet $\sum_{i=1}^N m_i r_i^2 = I$ ir ķermeņa inerces moments attiecībā pret rotācijas asi. Tātad

$$W_k = I\omega^2/2. \quad (3.36)$$

3.4.2. Ritoša ķermeņa kinētiskā enerģija. Apskatīsim cilindriskas simetrijas ķermeni, kas veļas pa kādu plakni (3.9. att.). Pieņemsim, ka ķermeņa masa m , rādiuss R un masas centra kustības ātrums v_c . Šāda ķermeņa kinētiskās enerģijas aprēķināšanai var izmantot Kēniga teorēmu (2.76). Tad $W_k = mv_c^2/2 + I_c\omega^2/2$, kur I_c — ķermeņa inerces moments attiecībā pret cilindra asi; ω — ķermeņa rotācijas ātrums ap šo asi ar masas centru C saistītā atskaites sistēmā. Šajā atskaites sistēmā punktiem uz cilindra virsmas ir ātrums v_c , tādēļ $\omega = v_c/R$ un $W_k = mv_c^2/2 + I_c v_c^2/(2R^2)$. No šejienes iegūst

$$W_k = \frac{mv_c^2}{2} \left(1 + \frac{I_c}{mR^2} \right). \quad (3.37)$$

Formula (3.37) derīga jebkuram ķermenim, kuram ir simetrijas ass un kurš veļas pa kādu plakni, pieskaroties tai ar saviem punktiem, kas atrodas attālumā R no šīs ass.

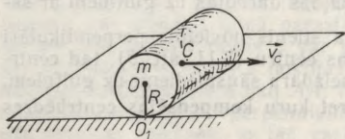
Rezultātu (3.37) var iegūt arī citādi — izmantojot priekšstatu par velšanos kā rotāciju ap momentāno rotācijas asi O_1 , kas iet caur punktiem, kuros ritošais ķermenis pieskaras dotajā momentā balsta plaknei. Tādā gadījumā $W_k = I_1\omega_1^2/2$, kur I_1 un ω_1 — ķermeņa inerces moments un leņķiskais ātrums attiecībā pret asi O_1 . Saskaņā ar Stei-

nera teorēmu $I_1 = I_c + mR^2$. Savukārt $\omega_1 = v_c/R$. Tādēļ $W_k = \frac{I_c v_c^2}{2R^2} + \frac{mv_c^2}{2} = \frac{mv_c^2}{2} \left(1 + \frac{I_c}{mR^2} \right)$ un tas saskan ar formulu (3.37).

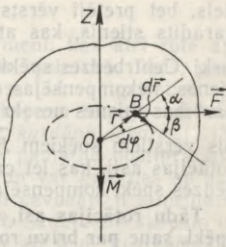
3.4.3. Darbs rotācijas kustībā. Noskaidrosim, kā var izteikt rotējošam ķermenim pieliktā spēka darbu ar rotācijas kustības raksturlielumiem. Apskatīsim ķermeni, kuram punktā B pielikts spēks \vec{F} , kas atrodas rotācijas asij OZ perpendikulārā plaknē (3.10. att.). (Rotācijas asij paralēls spēks nedara darbu, jo tā virziens ir perpendikulārs pārvietojumam.) Ķermenim pagriežoties par leņķi $d\varphi$, spēka pielikšanas punkta pārvietojums ir $d\vec{r}$ un darbs $\delta A = \vec{F}d\vec{r} = F|d\vec{r}|\cos\beta$, kur β — leņķis starp vektoriem $d\vec{r}$ un \vec{F} . Tā kā $|d\vec{r}| = dl = rd\varphi$ un $\cos\beta = \sin\alpha$, jo $\alpha + \beta = 90^\circ$, tad $\delta A = Fr \sin\alpha d\varphi$, kur $Fr \sin\alpha = M$ — ķermenim pieliktā spēka moments attiecībā pret asi OZ . Tādēļ

$$\delta A = M d\varphi, \quad (3.38)$$

t. i., *elementārais darbs δA , ko padara rotējošam ķermenim pieliktais spēks, pagriežot ķermeni par leņķi $d\varphi$, ir vienāds ar spēka momenta M un pagrieziena leņķa $d\varphi$ reizinājumu.*



3.9. att.



3.10. att.

Darbu A , kas tiek veikts, ķermeņim pagriežoties par leņķi φ , nosaka integrējot:

$$A = \int_0^{\varphi} M d\varphi. \quad (3.39)$$

Ja griešanās laikā spēka moments $M = \text{const}$, tad

$$A = M\varphi. \quad (3.40)$$

3.4.4. Jauda rotācijas kustībā. Ar rotācijas kustības raksturlielumiem var izteikt arī jaudu, ko attīsta rotējošam ķermeņim pieliktās spēks. Saskaņā ar definīciju (2.66) jauda $P = \delta A/dt$. Ievērojot formulu (3.38) un atceroties, ka $d\varphi/dt = \omega$, iegūst

$$P = M\omega, \quad (3.41)$$

t. i., rotācijas kustībā attīstītā momentānā jauda P ir vienāda ar ķermeņim pieliktā spēka momenta M un ķermeņa leņķiskā ātruma ω reizinājumu.

3.4.5. Kopspēka darbs un kinētiskās enerģijas pieaugums rotācijas kustībā. Noteiksim sakarību starp rotējošam ķermeņim pieliktā spēka darbu un ķermeņa kinētiskās enerģijas pieaugumu. Sajā nolūkā pārveidosim izteiksmi (3.38), ievērojot formulas (3.32), (1.36), (1.33) un (3.36):

$\delta A = Md\varphi = I d\varphi d\omega/dt = I d\varphi d\omega = d(I\omega^2/2) = dW_k$. Tātad $\delta A = dW_k$, un integrējot iegūst

$$A_{12} = W_{k2} - W_{k1} = I\omega_2^2/2 - I\omega_1^2/2, \quad (3.42)$$

t. i., rotējoša ķermeņa kinētiskās enerģijas pieaugums ir vienāds ar ķermeņim pieliktā kopspēka veikto darbu.

3.5. CIETA ĶERMEŅA BRĪVĀS ROTĀCIJAS ASIS

Ja ķermenis rotē ap nekustīgu asi, uz katru tā punktu darbojas centrālās spēks. Saskaņā ar trešo Ņūtona likumu saitei, kas notur doto punktu nemainīgā attālumā no rotācijas ass, pielikts tikpat

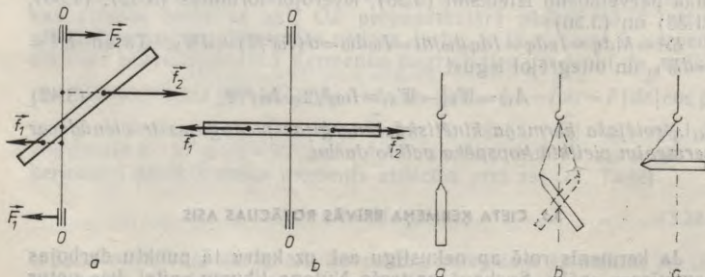
liels, bet pretēji vērsts spēks — centrālās spēks. 3.11. attēlā a parādīts stienis, kas attiecībā pret rotācijas asi novietots nesimetriski. Centrālās spēki \vec{f}_1 un \vec{f}_2 , kas darbojas uz saitēm pretējos virzienos, nekompensējas, jo šie spēki ir dažādi pēc moduļa un arī to darbības taisnes nesakrīt. Tādēļ OO ass darbojas uz gultņiem ar sānis vēršiem spēkiem \vec{F}_1 un \vec{F}_2 . Ja stienis novietots perpendikulāri rotācijas asij, kas iet caur tā masas centru (3.11. att. b), tad centrālās spēki kompensējas un ass neizdara sānsparienu uz gultņiem.

Tādu rotācijas asi, attiecībā pret kuru kompensējas centrālās spēki, sauc par brīvu rotācijas asi.

Katram ķermenim ir trīs savstarpēji perpendikulāras brīvās rotācijas ass, kas krustojas ķermeņa masas centrā. Piemēram, homogēnam taisnstūra paralēlskaldnīm brīvās assis ir perpendikulāras tā pretējām skaldnēm un iet caur ķermeņa centru. Cilindram, kura masa sadalīta simetriski attiecībā pret tā asi, viena no brīvajām rotācijas asīm ir cilindra ass. Pārējās divas brīvās rotācijas assis ir jebkuras divas savstarpēji perpendikulāras assis, kas atrodas cilindra asij perpendikulārā plaknē un iet caur tā masas centru.

Ja ķermenis rotē apstākļos, kad nav nekādas ārējas iedarbības, tad rotācija ir stabila ap brīvo rotācijas asi, attiecībā pret kuru ķermeņa inerces moments ir maksimālais vai minimālais. Gadījumā, kad pastāv ārējā iedarbība, ķermenis stabili var rotēt tikai ap to brīvo rotācijas asi, attiecībā pret kuru ķermeņa inerces moments ir maksimālais. Piemēram, ja savērpj saiti, kurā pakārts stienis, tas sākumā rotē ap garenisko asi (3.12. att. a), bet tad, rotācijas ātrumm pieaugot, stienis maina savu stāvokli (3.12. att. b) un beidzot nostājas tā, ka rotē ap brīvo rotācijas asi (3.12. att. c), kura perpendikulāra pret stieni.

Praksē ir svarīgi ievērot, lai jebkuras mašīnas rotējošās detaļas (elektromotora enkura, spararata u. c.) rotācijas ass būtu tās brīvā rotācijas ass. Pretējā gadījumā ass nostiprinājuma vietās rodas nevēlami spēki, kuru iedarbībā mašīna var pat sagrūt.



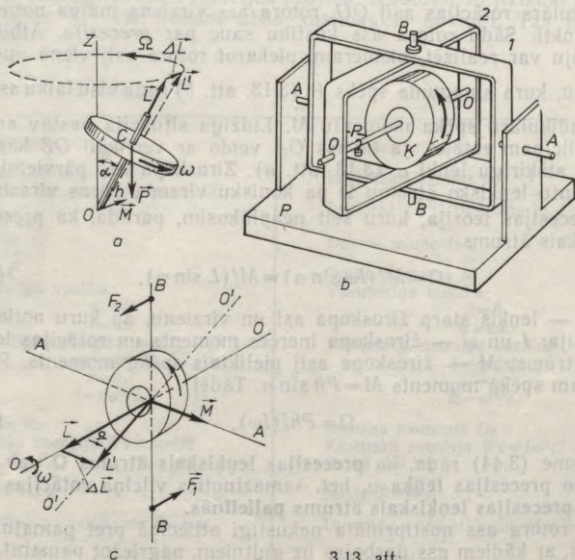
3.11. att.

3.12. att.

3.6. ŽIROSKOPS

Par žiroskopu vai vilciņu sauc cietu ķermeni, kas ātri rotē ap savu simetrijas asi, kuras stāvoklis telpā var mainīties. Tāds, piemēram, ir rotaļu vilciņš (3.13. att. a), kura ass OA var griezties ap balsta punktu O . Tehnikā lietojamiem žiroskopiem iespēju realizēt jebkuru ass stāvokli telpā parasti nodrošina *kardāna iekare* (3.13. att. b). Tās ārējais rāmis 1 var griezties ap pamatnē nostiprinātu asi AA . Iekšējais rāmis 2 nostiprināts ārējā un var griezties ap asi BB , kas perpendikulāra asij AA . Iekšējā rāmi savukārt nostiprināts rotors K , kura ass OO perpendikulāra asij BB . Šādam žiroskopam ir trīs brīvības pakāpes, jo tas var pagriezties ap trim neatkarīgām asīm. Ja žiroskopa asu AA , BB un OO *krustpunkts* — *iekares centrs* — sakrīt ar tā masas centru, tad žiroskops ir līdzsvarots. Smaguma spēka moments attiecībā pret līdzsvarota žiroskopa iekares centru vienāds ar nulli, tādēļ arī attiecībā pret jebkuru asi, kas iet caur iekares centru, smaguma spēka moments ir vienāds ar nulli.

Iegriezts līdzsvarota žiroskopa rotors, ja tam ir trīs brīvības pakāpes, cenšas saglabāt telpā nemainīgu rotācijas ass OO virzienu neatkarīgi no pamatnes stāvokļa. Tā ir impulsa momenta nezūdamības likuma izpausme — ja berzes spēki asu gultņos ir mazi, tad, pamatnes stāvoklim mainoties, nekāds spēka moments nerodas.



3.13. att.

Pieliekot žiroskopam ārēju spēka momentu, ir novērojama parādība, ko sauc par *žiroskopisko efektu*. Piemēram, pieliekot asij BB (3.13. att. c) spēku pāri \vec{F}_1, \vec{F}_2 , kuri rada ass AA virzienā vērstu spēka momentu \vec{M} , rotora ass OO pagriežas ap asi BB . Tas ir visai negaidīti, jo nekustīga rotora gadījumā pagriešanās būtu notikusi ap asi AA , tomēr tas pilnīgi atbilst rotācijas dinamikas likumiem. Tiešām, kādā laika sprīdī Δt spēka momenta iedarbības dēļ žiroskops iegūst papildu impulsa momentu $\Delta \vec{L} = \vec{M} \Delta t$, pie tam $\Delta \vec{L} \parallel \vec{M}$. Žiroskopa jaunais impulsa moments $\vec{L}' = \vec{L} + \Delta \vec{L}$, kur \vec{L} — žiroskopa sākotnējais impulsa moments. Tā kā vektora \vec{L}' un rotora ass OO virzieniem jāsakrīt, tas nozīmē, ka rotora asij jāpagriežas ap asi BB . Tādējādi redzams, ka *žiroskopiskais efekts ir rotācijas kustības dinamikas pamatlíkuma (3.35) izpausme*.

Ja vektora \vec{M} virziens saglabājas, tad pēc zināma laika ass OO kļūst paralēla asij AA , resp., vektors \vec{L} kļūst paralēls vektoram \vec{M} — žiroskops rotē ap uzspiesto rotācijas asi AA . So žiroskopa īpatnību izmanto *žirokompasos*, jo Zemes rotācijas ietekmē žiroskopa ass nostājas paralēli Zemes asij.

Gadījumā, kad ārējais spēka moments \vec{M} visu laiku paliek perpendikulārs rotācijas asij OO , rotora ass virziena maiņa notiek nepārtraukti. Šādu rotora ass kustību sauc par *precesiju*. Atbilstošu situāciju var realizēt, piemēram, piekarot rotora asij vienā pusē atsvariņu, kura smaguma spēks \vec{P} (3.13. att. b) rada visu laiku asij OO perpendikulāru spēka momentu \vec{M} . Līdzīga situācija pastāv arī, rotaļu vilcīnam rotējot, ja tā ass OA veido ar vertikāli OZ kādu no nulles atšķirīgu leņķi α (3.13. att. a). Žiroskopa ass pārvietojas ar konstantu leņķisko ātrumu Ω pa konisku virsmu, kuras virsotne O .

Precesijas teorija, kuru šeit neaplūkosit, parāda, ka precesijas leņķiskais ātrums

$$\Omega = M / (I \omega \sin \alpha) = M / (L \sin \alpha), \quad (3.43)$$

kur α — leņķis starp žiroskopa asi un virzienu, ap kuru notiek tās precesija; I un ω — žiroskopa inerces moments un rotācijas leņķiskais ātrums; M — žiroskopa asij pieliktais spēka moments. Rotaļu vilcīnam spēka moments $M = Ph \sin \alpha$. Tādēļ

$$\Omega = Ph / (I \omega). \quad (3.44)$$

Izteiksme (3.44) rāda, ka precesijas leņķiskais ātrums Ω nav atkarīgs no precesijas leņķa α , bet, samazinoties vilcīņa rotācijas ātrumam, precesijas leņķiskais ātrums palielinās.

Ja rotora ass nostiprināta nekustīgi attiecībā pret pamatni, tad spēkus, ar kādiem ass darbojas uz gultņiem, pagriežot pamatni, sauc

par žiroskopiskiem spēkiem. Kuģos un lidmašīnās ir daudz masīvu rotējošu ķermeņu — dzinēju vārpstas, turbīnu rotorī, dinamomašīnas, dzenskrūves u. c. Pagriezīenos vai arī šūpošanās dēļ uz gultņiem, kuros nostiprinātas rotējošās daļas, darbojas visai lieli žiroskopiskie spēki, kas jāņem vērā kuģu un lidmašīnu konstruktoriem.

Žiroskopiskajam efektam ir liela nozīme dažādu fizikālu parādību izskaidrošanā. Piemēram, atomi arī uzskatāmi par žiroskopiem, jo tajos ap kodoliem kustas elektroni. Ar atomu precesiju magnētiskajā laukā ir izskaidrojams vielu diamagnētisms (sk. 17.5. §).

Žiroskopus plaši izmanto tehnikā. Jau minējam žirokompasu. Vēl var minēt, piemēram, žirovertikāli vai žirohorizontu, ko lieto lidotāji, žiroskopisku ierīci, ģeogrāfiskā platuma noteikšanai, autopilotus un autostūrmaņus, kuri automātiski vada lidmašīnas pilotēšanu vai ietur kuģa kursu. Ar žiroskopisko efektu izskaidrojama iespēja braukt ar divriteni vai motociklu. To var izmantot arī viensliežu dzelzceļos, lai novērstu vagonu apgāšanos. Kuģos ar masīvu žiroskopu palīdzību var samazināt sānisko šūpošanos.

3.7. TRANSLĀCIJAS UN ROTĀCIJAS ANALOĢIJA

Ķermeņu translāciju un rotāciju raksturo ar atšķirīgiem fizikāliem lielumiem. Tomēr katram translācijas kustības raksturlielumam atbilst analogs lielums rotācijas kustībā. Ievērojot šo fizikālo lielumu atbilstību, arī visi likumi abās kustībās ir analogi. Tas parādīts tabulā.

Translācija	Rotācija
Noietais ceļš l	Pagrieziena leņķis φ
Lineārais ātrums v	Leņķiskais ātrums ω
Lineārais tangenciālais paātrinājums a_{τ}	Leņķiskais paātrinājums ϵ
Masa m	Inerces moments I
Spēks F	Spēka moments M
Vienmērīga kustība: $a_{\tau} = 0$ $l = vt$	Vienmērīga kustība: $\epsilon = 0$ $\varphi = \omega t$
Vienmērīgi mainīga kustība: $a_{\tau} = \text{const}$ $v = a_{\tau} t$ $l = a_{\tau} t^2 / 2$	Vienmērīgi mainīga kustība: $\epsilon = \text{const}$ $\omega = \epsilon t$ $\varphi = \epsilon t^2 / 2$
Impulss mv	Impulsa moments $I\omega$
Kinētiskā enerģija $W_k = mv^2/2$	Kinētiskā enerģija $W_k = I\omega^2/2$
Darbs $A = F_l$	Darbs $A = M\varphi$
Jauda $P = Fv$	Jauda $P = M\omega$
Dinamikas pamatlíkums $\vec{F} = m\vec{a}$ vai $d\vec{p}/dt = \vec{F}$	Dinamikas pamatlíkums $\vec{M} = I\vec{\epsilon}$ vai $d\vec{L}/dt = \vec{M}$

ŠĶIDRUMU MEHĀNIKAS ELEMENTI

4.1. PAMATJĒZIENI

4.1.1. Mehānikas nodaļu, kura aplūko šķidrumu un gāzu līdzsvara nosacījumus, kustības likumus un mijiedarbību ar cietiem ķermeņiem, sauc par *hidroaeromehāniku*. Sajā nodaļā iztīrāsīm svarīgākos šķidrumu kustības jautājumus, norādot, kādos gadījumos dotais apskats derīgs arī gāzēm. Nodaļā ietverta gan šķidrumu kustības kinemātika, proti, šķidruma plūsmas nepārtrauktības vienādojums, gan arī dinamika — ideāla šķidruma plūsma, viskoza šķidruma plūsma, ķermeņu kustība šķidrumos un gāzēs.

4.1.2. Šķidrumi un gāzes no cietiem ķermeņiem atšķiras vispirms ar *plūstamību* — tajos mainās daļiņu mijiedarbības partneri. Šķidruma vai gāzu slāņiem savstarpēji pārvietojoties (ja vien pārvietošanās nenotiek ļoti ātri), nerodas elastības spēki, t. i., *šķidrumiem un gāzēm nepiemīt bīdes elastība*. Šī iemesla dēļ 1) šķidrums un gāze vienmēr pieņem trauka formu un 2) spiediens šķidrumos un gāzēs izplatās vienmērīgi uz visām pusēm (*Paskāla likums*).

Šķidrumus un gāzes, neņemot vērā to molekulāro uzbūvi, hidroaeromehānikā aplūko kā nepārtrauktu vidi un tās kustību sauc par *plūsmu*.

4.1.3. *Šķidruma saspiežamība* ir ļoti maza, tādēļ šķidruma blīvums tikpat kā nav atkarīgs no spiediena. *Gāzu saspiežamība* ir daudzkārt lielāka, un gāzu blīvums ir atkarīgs no spiediena. Tomēr izrādās, ka gāzes kustība, kurā plūsmas ātrums ir ievērojami mazāks nekā skaņas izplatīšanās ātrums gāzē, ļoti maz atkarīga no gāzu saspiežamības. **Plūsmas ātruma un skaņas izplatīšanās ātruma attiecību sauc par Maha skaitli**. Piemēram, ja Maha skaitlis ir 0,3 (gaisā tam atbilst 100 m/s = 360 km/h liels plūsmas ātrums), tad kļūda, kas rodas aprēķinos, neņemot vērā gāzes saspiežamību, nepārsniedz 5%. Tādēļ likumsakarības, kas apraksta nesaspiežama šķidruma kustību, ar zināmu tuvinājumu noder arī gāzu kustībai.

4.1.4. Šķidruma kustības aprakstam parasti izmanto *Eilera metodi*, proti, uzrāda šķidruma plūsmas ātrumu v dažādos telpas punktā atkarībā no punkta koordinātām (\vec{r} vai x, y, z) un laika t , resp., $\vec{v} = \vec{f}_1(\vec{r}, t)$ vai $v_x = f_1(x, y, z, t)$; $v_y = f_2(x, y, z, t)$; $v_z = f_3(x, y, z, t)$.

Šķidruma plūsmu, kuras ātrums ikvienā telpas punktā saglabājas laikā nemainīgs, sauc par *stacionāru plūsmu*. Tajā $\vec{v} = \vec{f}(\vec{r})$ ir tikai koordinātu funkcija. Turpretī, ja plūsmas ātrums laikā mainās, tad plūsma ir *nestacionāra*.

4.1.5. Atkarībā no plūsmas rakstura izšķir lamināru un turbulentu plūsmu. Plūsma ir *lamināra*, ja šķidruma slāņi, kuru virzienā kustas šķidruma daļiņas, nesajaucas. *Turbulentā* (virpuļainā) plūsmā daļiņas kustas pa sarežģītām trajektorijām un tajā šķidrums intensīvi sajaucas.



4.1. att.

4.1.6. Ātruma vektori v , kas raksturo plūsmu ikvienā telpas punktā, veido *vektoriālu lauku*. So lauku var uzskatāmi attēlot ar līnijām, kurām jebkurā punktā pieskares virziens sakrīt ar ātruma vektora virzienu. Tās sauc par *plūsmas līnijām*. Stacionārā plūsmā šīs līnijas ir arī šķidruma daļiņu trajektorijas. Ja plūsmas līnijas velk tā, lai to skaits caur līnijām perpendikulāra laukuma vienību būtu proporcionāls plūsmas ātrumam, tad tās ne vien rāda ātruma virzienu, bet arī raksturo tā moduli. Jo lielāks kādā vietā ir plūsmas līniju blīvums $\Delta N/\Delta S$, jo lielāks tajā ir arī plūsmas ātrums (4.1. att.).

Plūsmas līnijas laminārā plūsmā nekur nekrustojas. Ja plūsmā ir stacionāra, plūsmas līnijas laikā nemainās.

Virsmu, kura izveidojas, novelkot plūsmas līnijas caur visiem kāda noslēgta kontūra punktiem, sauc par *plūsmas caurulē*. Laminārā plūsmā to nekrusto neviena cita plūsmas līnija. Tas nozīmē, ka šķidruma daļiņas kustas plūsmas caurulē, neizejot ārpus tās.

4.1.7. *Reālos šķidrumos*, to slāņiem savstarpēji pārvietojoties, novērojama *iekšēja berze (viskozitāte)*. Tomēr daudzos gadījumos iekšējā berze maz ietekmē šķidruma kustību un to var neievērot. Piemēram, šķidrumam tekot īsās resnās caurulēs vai aptekot bez virpuļiem ap cietiem ķermeņiem, iekšējās berzes ietekme manāma tikai cietā ķermeņa virsmas tuvumā.

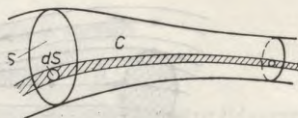
Šķidrumu, kuram nav iekšējās berzes un siltumvadītspējas, sauc par *ideālu šķidrumu*. Ideāla šķidruma modelis daudzos gadījumos labi noder arī reālu šķidrumu kustības aprakstam.

4.2. ŠĶIDRUMA PLŪSMAS NEPĀRTRAUKTĪBAS VIENĀDOJUMS

4.2.1. *Saspiežama šķidruma elementāras plūsmas nepārtrauktības vienādojums*. Apskatīsim divus patvaļīgi izraudzītus perpendikulārus elementāras plūsmas caurules šķēlumus, kuru laukumi ir dS_1 un dS_2 (4.2. att.). Var uzskatīt, ka visos šķēluma 1 punktos šķidruma daļiņām ir vienādi ātrumi v_1 , bet šķēluma 2 punktos — ātrumi v_2 . Ja plūsmā ir stacionāra, tad šķidruma masa plūsmas caurules posmā starp šķēlumiem 1 un 2 laikā nemainās. Tādēļ kādā laika sprīdī caur šķēlumu 1 posmā ieplūdušā šķidruma masa ir vienāda ar tajā pašā



4.2. att.



4.3. att.

laikā caur šķēlumu 2 no posma izplūdušā šķidruma masu. Laika sprīdī dt caur šķēlumiem 1 un 2 izplūdušo šķidrumu tilpumi ir šādi: $dV_1 = v_1 dS_1 dt$ un $dV_2 = v_2 dS_2 dt$, bet šķidruma masas $dm_1 = \rho_1 v_1 dS_1 dt$ un $dm_2 = \rho_2 v_2 dS_2 dt$. Šeit ρ_1 un ρ_2 — šķidruma blīvumi šķēlumos 1 un 2, pie tam $\rho_1 \neq \rho_2$, ja šķidrums ir saspiežams un spiedienu šķēlumos 1 un 2 ir dažādi. Saskaņā ar iepriekš teikto $dm_1 = dm_2$. Tādēļ $\rho_1 v_1 dS_1 = \rho_2 v_2 dS_2$. Tā kā šķēlumi 1 un 2 izraudzīti patvaļīgi, tad var secināt, ka visā elementārās plūsmas caurules garumā ir spēkā sakarība

$$\rho v dS = \text{const.} \quad (4.1)$$

So sakarību sauc par saspiežama šķidruma elementārās plūsmas nepārtrauktības vienādojumu. Tajā $\rho v dS$ ir šķidruma masa, kas izplūst caur elementārās plūsmas caurules šķēlumu laika vienībā.

4.2.2. Nesaspiežama šķidruma elementārās plūsmas nepārtrauktības vienādojums. Nesaspiežamam šķidrumam visos šķēlumos ir vienāds blīvums, t. i., $\rho = \text{const}$. Šajā gadījumā elementārās plūsmas nepārtrauktības vienādojums ir uzrakstāms vienkāršāk:

$$v dS = \text{const.} \quad (4.2)$$

Šeit lielums $v dS$ ir tā šķidruma tilpums, kas izplūst caur elementārās plūsmas caurules šķēlumu laika vienībā.

4.2.3. Nepārtrauktības vienādojums galīga šķēluma plūsmai. Plūsmas cauruli C (4.3. att.), kurai ir galīga lieluma šķēluma laukums S , veido daudzas elementārās plūsmas caurules. Tādēļ, ņemot vērā sakarības (4.1) un (4.2), iegūst šādu secinājumu.

|| Caur plūsmas caurules dažādiem šķēlumiem laika vienībā izplūstošā šķidruma masas, bet nesaspiežamam šķidrumam arī tilpumi, visos šķēlumos ir vienādi.

Tā šķidruma masu, kas laika vienībā izplūst caur plūsmas caurules šķēlumu, kura laukums S , t. i., lielumu dm/dt var noteikt, saskaitot (integrējot) pa visu šķēlumu lielumus $\rho v dS$. Tātad

$$dm/dt = \int_S \rho v dS = \text{const.} \quad (4.3)$$

Nesaspiežamam šķidrumam ($\rho = \text{const}$) formulas (4.3) vietā iegūst formulu

$$dV/dt = \int_S v dS = \text{const.} \quad (4.4)$$

Tā kā šķēlumā S vidējais šķidruma daļiņu ātrums $\langle v \rangle = \frac{1}{S} \int v dS$, tad nesaspiežamam šķidrumam

$$\langle v \rangle S = \text{const}; \quad (4.4')$$

$$\langle v_1 \rangle S_1 = \langle v_2 \rangle S_2. \quad (4.4'')$$

No sakarībām (4.2) un (4.4') var secināt, ka plūsmas caurulē ar mainīgu šķēluma laukumu šķidrums kustas nevienmērīgi (paātrināti vai palēnināti). Horizontālā caurules posmā, kuram mainīgs šķēluma laukums, paātrinājumu var radīt tikai spiediena maiņa caurules ass virzienā. Caurules šaurākajās vietās, kur plūsmas ātrums lielāks, spiedienam jābūt mazākam, un otrādi. Kvantitatīvā sakarība starp plūsmas ātrumu un spiedienu aplūkota nākamajā paragrāfā.

4.3. BERNULLI VIENĀDOJUMS IDEĀLAM ŠĶIDRUMAM. TORICELLI FORMULA

4.3.1. Bernulli vienādojuma izrisinājums un analīze. Apskatīsim ideāla nesaspiežama šķidruma stacionāru plūsmu, ievērojot spēkus, kuri darbojas uz šķidrumu. Izraudzīsimies tajā elementāru plūsmas cauruli (4.4 att.). Šķidrums, kas laika momentā t atrodas starp elementārās plūsmas perpendikulāršķēlumiem 1 un 2 , laika sprīdī dt pārvietojas un momentā $t+dt$ atrodas starp šķēlumiem $1'$ un $2'$.

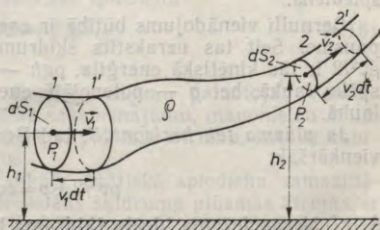
Tā kā šķidrums ir ideāls un tam nav ne siltumvadītspējas, ne iekšējās berzes, tad tas nevar saņemt no ārienes un nevar arī atdot siltuma daudzumu un arī pašā šķidrumā mehāniskā enerģija nevar pāriet haotiskās siltumkustības (t. i., iekšējā) enerģijā. Tādēļ šķidruma kinētiskās enerģijas izmaiņa dW_k ir vienāda ar kopspēka darbu $\delta A'$, t. i.,

$$dW_k = \delta A'. \quad (4.5)$$

Šķidruma plūsma ir stacionāra un daļiņām, kas atrodas starp šķēlumiem $1'$ un $2'$ laika momentā $t+dt$ ir tāda pati enerģija kā daļiņām, kas atradās šajā tilpumā laika momentā t . Tādēļ jāapskata šķidruma daļiņu kinētiskās enerģijas izmaiņa, tām pārejot no tilpuma $dV_1 = dS_1 v_1 dt$ uz tilpumu $dV_2 = dS_2 v_2 dt$. Tā kā saskaņā ar plūsmas nepārtrauktības likumu $dV_1 = dV_2 = dV$, tad var rakstīt

$$dW_k = \rho dV (v_2^2/2 - v_1^2/2), \quad (4.6)$$

kur ρ — šķidruma blīvums.



4.4. att.

Uz šķidrumu darbojas smaguma spēks un spiediena spēki. Smaguma spēks padara darbu

$$\delta A'_{sm} = -\rho dVg(h_2 - h_1), \quad (4.7)$$

kur g — brīvās krišanas paātrinājums, bet h_1 un h_2 — šķēlumu 1 un 2 centru augstumi virs patvaļīga atskaites līmeņa. Spiediena spēks $dF_1 = p_1 dS_1$ veic darbu $p_1 dS_1 v_1 dt$, bet spēks $dF_2 = p_2 dS_2$ veic darbu $-p_2 dS_2 v_2 dt$ (spēka dF_2 un pārvietojuma $v_2 dt$ virzieni ir pretēji). Spiediena spēki, kas pielikti apskatāmā plūsmas caurules posma sānu virsmai, ir perpendikulāri pārvietojumam un darbu neveic. Tādēļ, ievērojot to, ka $dS_1 v_1 dt = dS_2 v_2 dt = dV$, iegūst

$$\delta A'_{sp} = (p_1 - p_2) dV. \quad (4.8)$$

Arējo spēku veiktais kopējais darbs

$$\delta A' = \delta A'_{sm} + \delta A'_{sp}; \quad (4.9)$$

$$\delta A' = -\rho dVg(h_2 - h_1) + (p_1 - p_2) dV. \quad (4.10)$$

Sakarībā (4.5) ievietojot dW_k un $\delta A'$ izteiksmes (4.6) un (4.10), var rakstīt: $\rho dV(v_2^2/2 - v_1^2/2) = -\rho dVg(h_2 - h_1) + (p_1 - p_2) dV$. Saīsinot ar dV un grupējot locekļus, iegūst

$$\rho v_1^2/2 + \rho gh_1 + p_1 = \rho v_2^2/2 + \rho gh_2 + p_2. \quad (4.11)$$

Šķēlumi 1 un 2 izraudzīti patvaļīgi. Tādēļ pēc iegūtā rezultāta var secināt, ka *visos apskatāmās plūsmas šķēlumos izteiksmei* $\rho v^2/2 + \rho gh + p$ *ir vienādas vērtības.*

Robežgadījumā elementāra plūsmas caurule pārvēršas par plūsmas līniju. Tādēļ iegūto rezultātu var formulēt šādi.

Stacionārā ideāla nesaspiežama šķidruma plūsmā uz katras plūsmas līnijas ir spēkā nosacījums

$$\rho v^2/2 + \rho gh + p = \text{const.} \quad (4.12)$$

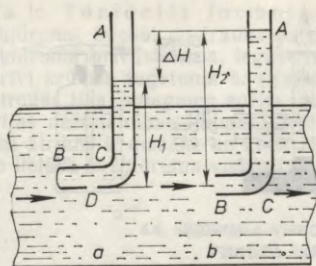
Sakarība (4.12) ir Bernulli vienādojums. Visiem locekļiem šajā vienādojumā ir spiediena dimensija: p — *statiskais spiediens*; $\rho v^2/2$ — *dinamiskais spiediens* un ρgh — *smaguma spēka radītais spiediens.*

Bernulli vienādojums būtībā ir enerģijas nezūdamības likuma izpausme. Seit tas uzrakstīts šķidruma tilpuma vienībai, izteiksme $\rho v^2/2$ ir tās kinētiskā enerģija, ρgh — potenciālā enerģija smaguma spēku laukā, bet p — potenciālā enerģija statisko spiediena spēku laukā.

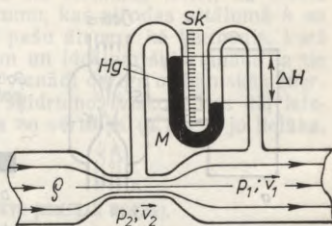
Ja *plūsma tek horizontāli*, tad Bernulli vienādojums uzrakstāms vienkāršāk:

$$\rho v^2/2 + p = \text{const.} \quad (4.13)$$

Nesaspiežama ideāla šķidruma horizontālā plūsmā pilnais spiediens, kas vienāds ar dinamiskā spiediena un statiskā spiediena summu, visā plūsmā ir konstants.



4.5. att.



4.6. att.

$$\Delta H \sim (p_1 - p_2) \sim \rho v_1^2$$

Sakarība (4.13) apstiprina 4.2. paragrāfā izteikto secinājumu, proti, jo lielāks ir kādā plūsmas vietā tās ātrums, jo mazāks tajā ir statiskais spiediens.

4.3.2. Spiedienu mērīšana šķīdumos. Pito caurule. Statiskais spiediens p šķīduma plūsmā darbojas uz ķermeņa virsmu, kuru tas aptiek. To var izmērīt ar šķīdumā iegremdētu cauruli (4.5. att. a), kurai vaļējs augšgals A un slēgts plūsmā iegremdētais gals B, bet caurules saliektais posms BC, kura sānos ir atvere D, novietots paralēli plūsmai. Statiskais spiediens

$$p = p_A + \rho g H_1, \quad (4.14)$$

kur p_A — atmosfēras spiediens; ρ — šķīduma blīvums; H_1 — šķīduma pacelšanās augstums caurulē.

Pilno spiedienu p_D šķīduma plūsmā var noteikt, šķīduma plūsmu kādā vietā pilnīgi apstādinot. Tādēļ tā mērīšanai noder caurule (4.5. att. b), kuras saliektais vaļējais gals B pavērsts pret plūsmu. Pilnais spiediens

$$p_D = p_A + \rho g H_2. \quad (4.15)$$

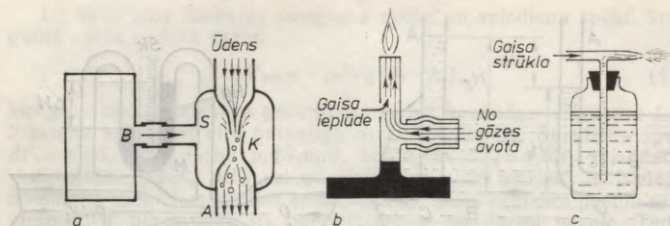
Ierīci, kurā apvienotas abas apskatītās caurules, sauc par *Pito caurulī*. Ar to var noteikt arī *dinamisko spiedienu*

$$\rho v^2 / 2 = \rho g \Delta H, \quad (4.16)$$

kur $\Delta H = H_2 - H_1$.

4.3.3. Venturī caurule. Uz Bernulli likumu pamatojas Venturī caurules darbība. Tā ir caurule ar sašaurinājumu, manometru M un skalu Sk (4.6. att.). Ar to var izmērīt plūsmas ātrumu, noteikt caurteces intensitāti un citus lielumus.

4.3.4. Ūdensstrūklas gaisa sūkņi. Statiskā spiediena samazināšanās caurules posmos, kuros ir lielāks šķīduma plūsmas ātrums, ir arī ūdensstrūklas gaisa sūkņa darbības pamatā (4.7. att. a). Gaisa pa caurules spraugu S no sūkņa kameras K nokļūst strūklā, kuras sašaurinājumā spiediens ir mazāks, un tiek aizvests atmosfērā, bet



4.7. att.

tilpumā B izveidojas pazemināts spiediens. Ar labu sūkni var sasniegt retinājumu aptuveni līdz $1,3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ($\approx \frac{2}{15}$ normāla atmosfēras spiediena).

Līdzīgi izskaidrojama gaisa pieplūde *Bunzena* gāzes deglī (4.7. att. b) un šķidruma pacelšanās *smidzinātāja* kanālā (4.7. att. c).

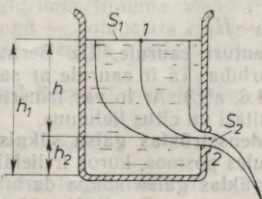
4.3.5. Hidrodinamiskais paradokss. Interesanta parādība ir hidrodinamiskais paradokss. Ja pret ripu S (4.8. att.), kas veido šauru spraugu D , vērs špēcīgu gaisa strūkļu, tā negrūž ripu uz leju, kā varētu sagaidīt, bet velk uz augšu.

4.3.6. Toričelli formula. No Bernulli vienādojuma var iegūt formulu, pēc kuras var aprēķināt ātrumu, ar kādu iztek šķidrums pa caurumu trauka sienā. Apskatīsim plūsmas cauruli (4.9. att.), kuras viens šķēlums S_1 ir šķidrums brīvā virsma traukā, bet otrs — S_2 ir strūklas šķēlums tās izteces vietā. Izmantosim Bernulli vienādojumu (4.11) kādas plūsmas līnijas punktos 1 un 2, kas atrodas minētajos šķēlumos. Tā kā statiskais spiediens p abos punktos ir vienāds (tas ir atmosfēras spiediens p_A), bet ātrums $v = v_2 \gg v_1$, jo $S_2 \ll S_1$, tad no vienādojuma (4.11) iegūst $v^2/2 = g(h_1 - h_2)$ jeb

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (4.17)$$



4.8. att.



4.9. att.

Tā ir Toričelli formula. No šīs formulas izriet, ka ideāls šķidrums, iztekot no trauka pa caurumu, kas atrodas attālumā h no šķidruma brīvā līmeņa, iegūst tādu pašu ātrumu kā ķermenim, kurš brīvi krīt no augstuma h . (Ķermenim un ideālam šķidrumam, ja tie atrodas tikai smaguma spēku laukā, vienādi derīgs mehāniskās enerģijas nezūdamības likums.) Reālos šķidrumos viskozitātes dēļ izteces ātrums ir mazāks un tā atšķirība no vērtības (4.17) ir jo lielāka, jo lielāka ir šķidruma viskozitāte.

4.4. ŠKĪDRUMA VISKOZITĀTE (IEKŠĒJĀ BERZE).

VISKOZA ŠKĪDRUMA PLŪSMA

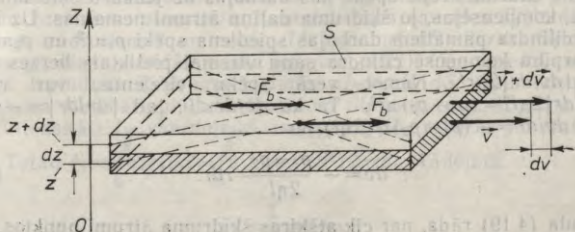
4.4.1. Viskozitātes spēki. Ņūtona likums. Reālā nepārtrauktā šķidrumā un gāzē starp slāņiem, kas savstarpēji pārvietojas, darbojas viskozitātes jeb iekšējās berzes spēki. Šie spēki ir vērsti pa slāņu virsmas pieskari pretēji slāņu savstarpējā relatīvā ātruma virzienam (4.10. att.). Starp šķidrumu un trauka sienu darbojas ārējie berzes spēki. Ja šķidrums trauka sienu slapina, tad pie tās pieķeras plāna šķidruma kārtiņa, kas nepārvietojas, bet starp šo kārtiņu un kustīgajiem šķidruma slāņiem darbojas tikai iekšējās berzes spēki.

Viskozitātes dēļ šķidruma slāņu kustība pēc kāda laika apstājas, ja beidz darboties faktori, kuri izraisījuši kustību. Horizontālā konstanta šķēluma caurulē, pa kuru viskozs šķidrums tek ar nemainīgu ātrumu, statistiskais spiediens samazinās plūsmas virzienā (4.11. att.). Tomēr šķidrums tek bez paātrinājuma, jo spiediena spēku starpība nodrošina tikai iekšējās berzes spēka F_b pārvarēšanu.

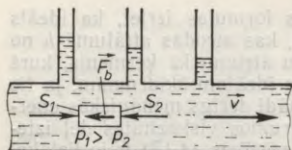
Jau I. Ņūtons (1687. g.) noskaidroja šādu sakarību.

Berzes spēki \vec{F}_b un $-\vec{F}_b$ (4.10. att.) starp diviem paralēliem slāņiem, kas pārvietojas ar dažādiem ātrumiem un kuru lineārie izmēri daudz lielāki nekā attālums starp tiem, vērsti pa slāņu pieskari un ir proporcionāli slāņu laukumam S , kā arī ātruma gradientam dv/dz — lielumam, kas raksturo ātruma maiņas straujumu slāņiem perpendikulārā virzienā, t. i., $F_b \sim S$ un $F_b \sim dv/dz$, resp.,

$$F_b = \eta S \frac{dv}{dz}, \quad (4.18)$$



4.10. att.



4.11. att.

Viskozitātes koeficients ir atkarīgs no temperatūras. Temperatūrai paaugstinoties, tas šķidrumiem samazinās, bet gāzēm — palielinās. Piemēram, ūdenim un skābeklim 20 °C temperatūrā viskozitātes koeficients ir $1,0 \cdot 10^{-3}$ Pa·s un $2,0 \cdot 10^{-5}$ Pa·s, bet 100 °C temperatūrā tas ir $0,3 \cdot 10^{-3}$ Pa·s un $2,3 \cdot 10^{-5}$ Pa·s.

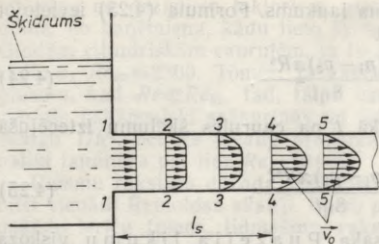
4.4.2. Viskoza šķidruma lamināra plūsma. Puazeija likums.

A. Apskatisim lamināru šķidruma plūsmu apaļā cilindriskā caurulē, pieņemot, ka šķidrums cauruli slapina. Plāns šāda šķidruma slānītis, kas pielīpis pie caurules sienas, nepārvietojas. Attālinoties no caurules sienas, šķidruma slāņu kustības ātrums pieaug. Tādēļ jebkura caurules šķēluma dažādos punktos šķidruma ātrums ir dažāds. Caurules ieejas tuvumā ātrumu sadalījums šķēlumā mainās atkarībā no šķēluma attāluma līdz ieejai caurulē (4.12. att.). Šķēlumā 1—1, kas atrodas caurules ieejā, visos punktos šķidruma ātrums ir vienāds. Šķēlumos 2—2 un 3—3 vienāds ātrums ir tikai caurules asij tuvākajos punktos, bet slānī starp šo centrālo daļu un caurules sienu ātrums pakāpeniski samazinās līdz nullei. Sasniedzot šķēlumu 4—4, ātrumu sadalījums stabilizējas un nākamajos šķēlumos vairs nemainās. Attālumu l_s no caurules ieejas līdz tuvākajam šķēlumam, kurā jau notikusi ātrumu sadalījuma stabilizācija, sauc par *hidrodinamiskās stabilizācijas posma garumu*.

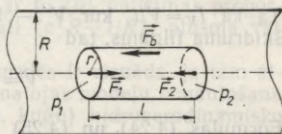
B. Noskaidrosim, kāds ir ātrumu sadalījuma likums stacionārā stabilizētā un laminārā viskoza nesaspiežama šķidruma plūsmā apaļā cilindriskā caurulē. Izraudzīsimies caurulē, kuras rādiuss R , ap tās asi cilindrisku elementu. Tā garums l , rādiuss r un pamati perpendikulāri plūsmai (4.13. att.). Stacionārā plūsmā konstanta šķēluma caurulē ārējie spēki, kas darbojas uz jebkuru šķidruma elementu, kompensējas, jo šķidruma daļiņu ātrumi nemainās. Uz izraudzītā cilindra pamatiem darbojas spiediena spēki $p_1 \pi r^2$ un $p_2 \pi r^2$, un to starpību kompensē cilindra sānu virsmai pieliktais berzes spēks $F_b = \eta |dv/dr| 2\pi r l$. Ņemot vērā spēku virzienus, var rakstīt $\eta |dv/dr| 2\pi r l = (p_1 - p_2) \pi r^2$. Tā kā $dv/dr < 0$, tad $|dv/dr| = -dv/dr$. Tādēļ $dv/dr = -(p_1 - p_2)r / (2\eta l)$ un

$$dv = - \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr. \quad (4.19)$$

Formula (4.19) rāda, par cik atšķiras šķidruma ātrumi punktos, kuru attālumi no caurules ass ir r un $r + dr$. Tā kā uz caurules virsmas



4.12. att.



4.13. att.

($r=R$) ātrums ir $v(R)=0$, tad jebkurā citā attālumā r no caurules ass šķidrums ātrumu $v(r)$ var noteikt, integrējot izteiksmi (4.19) robežās no R līdz r . Tātad

$$v(r) = - \int_R^r \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr = - \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \left| \frac{r^2}{2} \right|_R^r = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2);$$

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (4.20)$$

Kā redzams, šķidrums ātrums ir vislielākais uz caurules ass, kur

$$v_0 = v(0) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2. \quad (4.21)$$

Tādēļ sakarības (4.21) vietā var rakstīt

$$v(r) = v_0 \left(1 - r^2/R^2 \right). \quad (4.22)$$

Sakarības (4.20) un (4.22) rāda, ka ātrumu sadalījums caurules šķērs griezumā ir parabolisks. Līknes, kas redzamas 4.12. attēlā šķēlumos 4—4 un 5—5, ir parabolas.

C. Tālāk noskaidrosim, kāda ir apskatāmās šķidrums plūsmas tilpuma caurteces intensitāte. Izraudzīsimies caurules šķēlumā gredzenu ar rādiusiem r un $r+dr$. Tā laukums $dS = 2\pi r dr$. Šķidrums ātrumu gredzena robežās izsaka formula (4.22). Caur gredzenu laika vienībā izplūdušā šķidrums tilpums $dI_V = v(r) dS$. Caur visu šķēlumu laika vienībā izplūdušā šķidrums tilpums, resp., tilpuma caurteces intensitāti I_V var noteikt, integrējot dI_V robežās no $r=0$ līdz $r=R$. Tātad $I_V = \int_0^R v(r) dS = \int_0^R v_0 \left(1 - r^2/R^2 \right) 2\pi r dr$. Tādējādi

$$I_V = \frac{1}{2} \pi R^2 v_0, \quad (4.23)$$

kur $\pi R^2 = S$ — caurules šķēluma laukums. Formulā (4.23) ievietojot v_0 vietā izteiksmi (4.21), iegūst

$$I_V = \frac{(\rho_1 - \rho_2)\pi R^4}{8\eta l}. \quad (4.24)$$

Tā kā $I_V = V/t$, kur V — laikā t pa caurules šķēlumu iztecējušā šķidrums tilpums, tad

$$V = \frac{(\rho_1 - \rho_2)\pi R^4 t}{8\eta l}. \quad (4.25)$$

Formulas (4.24) un (4.25) izsaka Poazeija likumu viskoza nesaspiežama šķidrums stacionārai laminārai plūsmā apaļā cilindriskā caurulē.

Pamatojoties uz Poazeija likumu, izveidoti *viskozimetri* — ierīces šķidrums (gāzes) viskozitātes koeficienta noteikšanai, piemēram, Poazeija viskozimetrs, Ostvalda viskozimetrs un citi.

4.4.3. Viskoza šķidrums turbulenta plūsmā. Reinoldsa skaitlis.

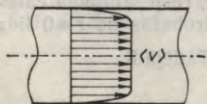
A. Ja viskoza šķidrums plūsmas ātrums un šķēluma laukums ir mazi, tad plūsmā ir lamināra. Palielinoties šķidrums plūsmas ātrums vai šķēluma laukumam, kādā momentā plūsmas raksturs būtiski mainās, šķidrums sāk intensīvi sajaukties — plūsmā kļūst *turbulenta*. Turbulentas plūsmas katrā punktā ar fiksētām koordinātām daļiņu ātrumi visu laiku haotiski mainās un plūsmā nav stacionāra. Tomēr, ja ārējie apstākļi saglabājas nemainīgi, katrā plūsmas punktā saglabājas laikā nemainīgs šķidrums plūsmas vidējais ātrums $\langle v \rangle$. Vidējo ātrums sadalījums turbulentas plūsmas šķēlumā (4.14. att.) atšķiras no ātrums sadalījums stabilizētā plūsmā.

B. Par kritēriju plūsmas rakstura noteikšanai der *Reinoldsa skaitlis*

$$Re = \rho \langle v \rangle l / \eta, \quad (4.26)$$

kur ρ — šķidrums (gāzes) blīvums; $\langle v \rangle$ — vidējais plūsmas ātrums tās šķēlumā; η — viskozitātes koeficients un l — raksturīgais plūsmas šķēluma lineārais izmērs, piemēram, rādiuss vai diametrs apaļas cilindriskas caurules gadījumā. Reinoldsa skaitlis ir proporcionāls frontālā spiediena pretestības spēka F_p (sk. formulu (4.32)) un frontālā iekšējās pretestības spēka F_b (sk. formulu (4.30)) attiecībai, kura raksturo šķidrums inerces un tā viskozitātes relatīvo lomu šķidrums kustībā.

Reinoldsa skaitlis Re ir bezdimensionāls lielums. Tas satur divus lielumus ρ un η , kas raksturo šķidrums. Attiecību $\eta/\rho = \nu$ sauc par *kinemātisko viskozitāti*. (Koeficientu η tādēļ dažkārt sauc par *dinamisko viskozitāti*.) Lietojot ν ,



4.14. att.

$$Re = \langle v \rangle l / \nu. \quad (4.27)$$

Plūsmā kļūst turbulenta, ja Reinoldsa skaitlis pārsniedz kādu kritisku vērtību Re_{kr} , t. i., ja $Re > Re_{kr}$. Kritiskā vērtība Re_{kr} ir

atkarīga no dažādiem faktoriem, piemēram, no caurules sienu gluduma, no paņēmiņa, kādu lieto šķidrums ievadišanai caurulē, u. c. Gludām cilindriskām caurulēm, ja $l=2R$, kur R — caurules iekšējais rādiuss, $Re_{kr} \approx 2300$. Tomēr, ja caurulē ievada lamināru šķidrums plūsmu, kad $Re \ll Re_{kr}$, tad, tālāk caurulē palielinot Re (piem., ja caurule pakāpeniski sašaurinās un līdz ar to $\langle v \rangle$ palielinās proporcionāli $1/R^2$, bet Re pieaug proporcionāli $\langle v \rangle R \sim 1/R$), plūsma var palikt lamināra pat līdz $Re=50\,000$.

Plūsmu raksturs dažāda šķēluma caurulēs ir vienāds, ja tām atbilst vienādi Reinoldsa skaitļi. Uz to pamatojas modeļu izmantošana dažādu ierīču (piem., lidmašīnu, raķešu, kuģu) hidroaerodinamisko parametru noteikšanai.

4.5. ĶERMEŅU KUSTĪBA ŠĶIDRUMOS UN GĀZĒS

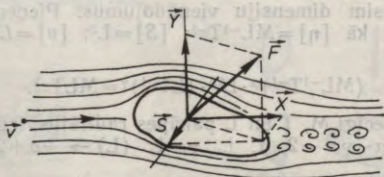
4.5.1. Ķermeņa un vides kustības relativitāte. Praksē iespējami gadījumi, kad ķermenis kustas šķidrumā vai gāzē, kas atrodas miera stāvoklī (kuģis kustas stāvošā ūdenī, lidmašīna — gaisā u. c.), kā arī gadījumi, kad šķidrums vai gāzes plūsma sastop savā ceļā nekustīgu ķermeni (upes straume triecas pret akmeņiem vai tilta balstiem, vēja plūsma sastop savā ceļā kokus, stabus, mājas utt.). Nav principiālas atšķirības starp abiem gadījumiem. *Šķidrums (gāzes) un ķermeņa mijiedarbības raksturs atkarīgs no to kustības relatīvā ātruma.*

4.5.2. Spēki, kas darbojas uz ķermeni šķidrums (gāzes) plūsmā. Uz ķermeni, kas atrodas šķidrums vai gāzes plūsmā, viskozitātes dēļ darbojas virsmai paralēli spēki, kuri veido rezultējošo *berzes pretestības spēku* \vec{F}_b . Tas vērsts plūsmas virzienā. Vēl bez tam uz ķermeni darbojas tā virsmai perpendikulāri spiediena spēki, kas veido rezultējošo *spiediena spēku* \vec{F}_p . Tādēļ *kopspēks* \vec{F} , ar kādu šķidrums darbojas uz ķermeni, ir šāds:

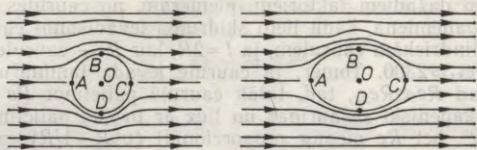
$$\vec{F} = \vec{F}_b + \vec{F}_p. \quad (4.28)$$

Spēku \vec{F} var sadalīt komponentēs (4.15. att.):

$$\vec{F} = \vec{X} + \vec{Y} + \vec{S}. \quad (4.29)$$



4.15. att.



4.16. att.

Komponente $\vec{X}\vec{v}$, to sauc par *frontālās pretestības spēku*; komponente \vec{Y} vērsta vertikāli, un to sauc par *cēlējspēku*, bet komponente \vec{S} perpendikulāra abām iepriekšējām, un to sauc par *sānspiediena spēku*.

4.5.3. Pretestības spēki. Stoksa formula. Ņūtona formula.

A. *Ideāla šķidruma plūsmā* $\vec{F}_b = 0$. Tādēļ $\vec{F} = \vec{F}_D$, t. i., *uz ķermeņa darbojas tikai spiediena spēki*, jo šķidrums brīvi slīd pa ķermeņa virsmu, to pilnīgi aptekot. Ja ķermenis ir simetrisks attiecībā pret plūsmas paralēlu plakni un arī perpendikulāru plakni, piemēram, ķermenis ir lode, kā arī apaļš vai cita šķēluma cilindrs, kura ass perpendikulāra plūsmai (4.16. att.), tad plūsmas līnijas ir pilnīgi simetriskas gan pret plakni, kas satur attēla plaknei perpendikulāru asi O un taisni AC , gan arī pret plakni, kas satur asi O un taisni BD . Tādēļ spiedienu punktu A un C tuvumā ir vienādi (lielāki nekā laminārā plūsmā). Vienādi spiedienu ir arī punktos B un D (mazāki nekā laminārā plūsmā). Tādēļ *rezultējošais spiediena spēks, kas darbojas uz šāda ķermeņa virsmu, ir vienāds ar nulli un plūsma aptek ķermeņi, neradot ne dz frontālu pretestības spēku, ne dz cēlējspēku* (Eilera paradokss).

B. *Viskoza šķidruma plūsmā* starp ķermeņiem pielīpušo šķidruma slāni un pārējo šķidrumu, kurā izveidojas ātruma gradients, darbojas iekšējās berzes spēki, kas rada plūsmas virzienā vērstu *frontālu iekšējās berzes pretestības spēku* \vec{F}_b . Tā modulis atkarīgs no viskozitātes koeficienta η , ķermeņa virsmas laukuma S un šķidruma plūsmas relatīvā ātruma v . Lai noskaidrotu sakarību starp šiem lielumiem, izmantosim dimensiju vienādojumus. Pieņemsim, ka $F_b = C'\eta^\alpha S^\beta v^\gamma$. Tā kā $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$; $[S] = L^2$; $[v] = LT^{-1}$ un $[F_b] = MLT^{-2}$, tad

$$(ML^{-1}T^{-1})^\alpha \cdot L^{2\beta} \cdot (LT^{-1})^\gamma = MLT^{-2}.$$

Salīdzinot secīgi M , T un L pakāpes rādītājus, iegūst $(M) \rightarrow \alpha = 1$; $(T) \rightarrow -\alpha - \gamma = -2$, t. i., $\gamma = 1$; $(L) \rightarrow -\alpha + 2\beta + \gamma = 1$, t. i., $\beta = 1/2$. Tādēļ

$$F_b = C'\eta\sqrt{S}v = C'\eta lv, \quad (4.30)$$

kur $l = \sqrt{S}$ — ķermeņa lineārie izmēri; C' — proporcionalitātes koeficients, kas atkarīgs no ķermeņa formas. Tātad frontālais berzes pretestības spēks ir proporcionāls šķidruma viskozitātes koeficientam η , ķermeņa lineārajiem izmēriem l un kustības relatīvajam ātrumam v .

Sakarību (4.30) sauc par Stoksa formulu. Lodei, kas kustas viskozā šķidrumā, frontālais berzes pretestības spēks

$$F_b = 6\pi\eta r v, \quad (4.31)$$

kur r — lodes rādiuss.

C. Šķidruma plūsmai aptekot ap ķermeni, viskozitātes dēļ plūsma atraujas no ķermeņa, rodas *virpuļi*. Aiz ķermeņa izveidojas regulāra virpuļu virkne, t. s. *virpuļu gatve* (4.17. att.). Sajā gadījumā spiediena spēki ķermeņa frontālajā daļā ir lielāki nekā aizmugurē un rodas *frontāls spiediena pretestības spēks* \vec{F}_p . Tā moduli nosaka ķermeņa relatīvajā kustībā sastaptā šķidruma impulsa izmaiņa laika vienībā. Tādēļ F_p ir atkarīgs no šķidruma blīvuma ρ , ķermeņa šķērsriezuma laukuma S un relatīvā ātruma v . Sakarības noskaidrošanai izmantosim dimensiju vienādojumus. Pieņemsim, ka $F_p = C\rho^\alpha S^\beta v^\gamma$. Tā kā $[\rho] = ML^{-3}$; $[S] = L^2$; $[v] = LT^{-1}$ un $[F_p] = MLT^{-2}$, tad

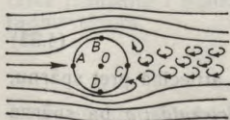
$$(ML^{-3})^\alpha \cdot L^{2\beta} \cdot (LT^{-1})^\gamma = MLT^{-2}.$$

No šejienes (M) $\rightarrow \alpha = 1$; (T) $\rightarrow -\gamma = -2$, t. i., $\gamma = 2$; (L) $\rightarrow -3\alpha + 2\beta + \gamma = 1$, t. i., $\beta = 1$. Tādēļ

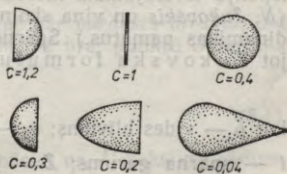
$$F_p = C\rho S v^2. \quad (4.32)$$

Formulu (4.32) sauc par Ņūtona formulu. Sajā formulā C — proporcionalitātes koeficients, kas atkarīgs no ķermeņa formas, tā virsmas stāvokļa un šķidruma viskozitātes. Tātad frontālais spiediena pretestības spēks ir proporcionāls šķidruma blīvumam, ķermeņa šķērsriezuma laukumam un kustības relatīvā ātruma kvadrātam.

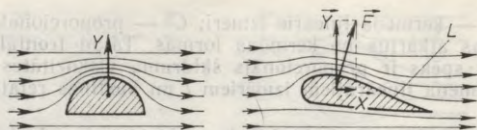
No 4.18. attēlā parādītajiem piemēriem redzams, ka koeficients C ir būtiski atkarīgs no ķermeņa aizmugures daļas formas, jo tā stipri ietekmē virpuļu veidošanos aiz ķermeņa. Vismazākā C vērtība (0,04) ir ķermenim ar pilienvēda («plūdliniju») formu, jo aiz šāda ķermeņa ir visšaurākā «virpuļu gatve».



4.17. att.



4.18. att.



4.19. att.

Kā redzējam (sk. 4.4.3. nodalījumu) virpuļu rašanos nosaka Reynoldska skaitlis Re . Ja $Re \ll Re_{kr}$, tad plūsma, kas aptek ap ķermeni, ir lamināra un $\vec{X} = \vec{F}_b$. Ja turpretī $Re \gg Re_{kr}$, tad $F_p \gg F_b$ un $\vec{X} = \vec{F}_p$. Citos gadījumos jāņem vērā gan \vec{F}_b , gan arī \vec{F}_p .

D. Ja uz ķermeni, kura masa m , šķidrumā vai gāzē tā kustības virzienā darbojas konstants dzinējspēks \vec{F} , tad, kustību uzsākot, ķermeņa paātrinājums ir \vec{F}/m . Taču, tiklīdz ķermenis iegūst ātrumu $\vec{v} \neq 0$, sāk darboties pretestības spēki, kas vērsti ķermeņa relativajai kustībai pretējā virzienā un pēc moduļa kļūst lielāki, pieaugot ātrumam. Tādēļ ķermeņa paātrinājums samazinās. Tas turpinās līdz pat brīdim, kad pretestības spēki pilnīgi līdzsvaro dzinējspēku un ķermeņa kustība kļūst vienmērīga.

Tāds raksturs ir ķermeņu krišanai gaisā un šķidrumā, laivu un kuģu kustībai ūdenī, lidmašīnu un raķešu kustībai gaisā utt.

4.5.4. Cēlējspēks. Zukovska formula. Ja ķermenis nav simetrisks attiecībā pret kādu plūsmai paralēlu plakni, tad plūsmas līnijas vienā pusē no ķermeņa sablīvējas (4.19. att.) un rodas šajā virzienā nekompensēts spiediena spēks. Gadījumā, kad spēks vērsts vertikāli uz augšu, tas ir cēlējspēks. Spēks, kas lidmašīnu notur gaisā, ir tās spārnu cēlējspēks. Cēlējspēka radīšanā viskozitātei nav būtiskas nozīmes, bet no tās atkarīgs frontālais pretestības spēks, kas kavē lidmašīnas kustību. Tādēļ, lai samazinātu pretestības spēku, lidmašīnas spārnus un fizelāžu veido plūdlīniju formā.

Gaisa plūsmu ap lidmašīnas spārnu un tās izraisītā cēlējspēka atkarību no spārna profila, plūsmas ātruma un spārnu nolieces leņķa (leņķa starp spārnu plakni un plūsmas virzienu) pirmais 1905. gadā izpētīja ievērojamais krievu zinātnieks N. Zukovskis (1847—1921) (N. Zukovskis un viņa skolnieks S. Čapligins radīja mūsdienu aerodinamikas pamatus.) Spārna cēlējspēku Y var aprēķināt, izmantojot Zukovska formulu

$$Y = \rho v_0 l Z, \quad (4.33)$$

kur ρ — vides blīvums; v_0 — plūsmas ātrums attiecībā pret spārnu; l — spārna garums; $Z = \oint_L \vec{v} dl$ — ātruma cirkulācija pa spārna šķērsriezuma kontūru L .

**GALILEJA RELATIVITĀTES PRINCIPS.
SPECIĀLĀS RELATIVITĀTES TEORIJAS ELEMENTI.
NEINERCIĀLĀS ATSKAITES SISTĒMAS
UN INERCES SPĒKI**

Lai pārietu no kustības apraksta vienā inerciālā atskaites sistēmā uz tās aprakstu citā inerciālā atskaites sistēmā, vienas koordinātas jāaizstāj ar citām. Klasiskajā fizikā to dara, izmantojot Galileja transformācijas, no kurām izriet klasiskais ātrumu saskaitīšanas likums un arī klasiskais (Galileja) relativitātes princips.

Precīzos eksperimentos 19. gs. beigās un 20. gs. sākumā noskaidrots, ka gaismai klasiskais ātrumu saskaitīšanas likums nav derīgs. Vēl bez tam, novērojot ļoti ātru elektronu kustības trajektorijas elektriskajos un magnētiskajos laukos, tika atklātas novirzes no otrā Ņūtona likuma — elektronu kustība notika tā, it kā to masa kļūtu lielāka, pieaugot ātrumam. Tas liecināja, ka klasiskās (Ņūtona) mehānikas likumi nav universāli un, ja ir lieli kustības ātrumi, tie jāprecizē.

Lielu ātrumu fiziku, kuras pamatprincipus formulēja *A. Einšteins*, sauc par relativitātes teoriju. Seit aplūkosim vienu tās daļu — speciālo relativitātes teoriju, kas apraksta kustību inerciālās atskaites sistēmās, un gandrīz neskarsim otru — vispārīgo relativitātes teoriju, kurā aplūko arī neinerciālu kustību un gravitāciju.

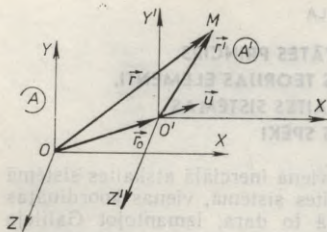
5.1. GALILEJA TRANSFORMĀCIJAS

Kā jau norādīts (2.1.1. nodaļā), inerciālu atskaites sistēmu var būt bezgalīgi daudz un tās attiecībā viena pret otru var atrasties tikai vienmērīgā taisnvirziena translācijas kustībā. Piemēram, par inerciālu atskaites sistēmu ar tādu pašu tuvinājumu kā Zemi var uzskatīt kuģi, kas ar konstantu ātrumu kustas taisnā virzienā bez šūpošanās mierīgā ūdenskrātuvē. Noskaidrosim, kā savstarpēji saistīti materiāla punkta kustības apraksti divās šādās inerciālās atskaites sistēmās A un A' .

Pieņemsim, ka abās sistēmās koordinātu asis ir paralēlas ($OX \parallel O'X'$, $OY \parallel O'Y'$, $OZ \parallel O'Z'$) un sākuma momentā $t=0$ abu sistēmu sākumpunkti O un O' sakrīt. Ja sistēma A' kustas attiecībā pret sistēmu A ar konstantu ātrumu \vec{u} , ko sauc par *pārneses ātrumu*, tad laika momentā t punkta O' stāvokli attiecībā pret punktu O nosaka rādiusvektors

$$\vec{r}_0 = \vec{u}t. \quad (5.1)$$

Kāda punkta M stāvokli atskaites sistēmās A un A' raksturo rādiusvektori \vec{r} un \vec{r}' (5.1. att.). Tā kā $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0$, tad, ievērojot sakarību



5.1. att.

(5.1), iegūst

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t. \quad (5.2)$$

Sakarība (5.2) saista punkta M rādusvektorus \vec{r}' un \vec{r} jebkurā laika momentā t .

Projicējot vektorus \vec{r}' , \vec{r} un $\vec{u}t$ uz koordinātu asīm, iegūst sakarības starp punkta M koordinātām atskaites sistēmās A' un A jebkurā laika momentā t :

$$x' = x - u_x t; \quad y' = y - u_y t; \quad z' = z - u_z t. \quad (5.3)$$

Šīs sakarības sauc par Galileja koordinātu transformācijām. Saskaņā ar klasiskās mehānikas priekšstatiem laika ritums nav atkarīgs no atskaites sistēmas. Tādēļ sakarības (5.3) var papildināt ar vienādojumu

$$t' = t. \quad (5.4)$$

5.2. GALILEJA ĀTRUMU SASKAITĪŠANAS LIKUMS

Atvasinot sakarību (5.2) pēc laika, iegūst $d\vec{r}'/dt = d\vec{r}/dt - \vec{u}$. Seit $d\vec{r}'/dt = \vec{v}'$ un $d\vec{r}/dt = \vec{v}$ ir punkta M ātrumi atskaites sistēmās A' un A . Ātrumu \vec{v} atskaites sistēmā A , attiecībā pret kuru nosaka arī sistēmas A' kustību, saucim par *pilno ātrumu*, bet ātrumu \vec{v}' — par *relatīvo ātrumu*. Kā redzams,

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}. \quad (5.5)$$

Punkta pilnais ātrums ir vienāds ar tā relatīvā ātruma un pārnese ātruma vektorjiālo summu. Tas ir klasiskais (Galileja) ātrumu saskaitīšanas likums. Ja vienam punktam atskaites sistēmās A un A' ir ātrumi \vec{v}_1 un \vec{v}'_1 , bet otram ātrumi ir \vec{v}_2 un \vec{v}'_2 , tad no sakarības (5.5) var secināt, ka $\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}'$, kur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ un $\Delta\vec{v}' = \vec{v}'_2 - \vec{v}'_1$. Tas nozīmē, ka *divu punktu savstarpējie relatīvie ātrumi ($\Delta\vec{v}$ un $\Delta\vec{v}'$) visās inerciālajās atskaites sistēmās ir vienādi*.

Projicējot vektorus \vec{v} , \vec{v}' un \vec{u} uz koordinātu asīm vai arī atvasi-

not pēc laika sakarības (5.3), iegūst sakarības starp ātrumu projekcijām:

$$v_x = v'_x + u_x; \quad v_y = v'_y + u_y; \quad v_z = v'_z + u_z. \quad (5.6)$$

Tas ir klasiskais (Galileja) ātrumu projekciju sakaitīšanas likums.

5.3. ŅŪTONA LIKUMU INVARIANCE ATTIECĪBĀ PRET GALILEJA TRANSFORMĀCIJĀM. GALILEJA RELATIVITĀTES PRINCIPS

Atvasinot pēc laika sakarību (5.5) un ievērojot, ka $u = \text{const}$, iegūst

$$\vec{a} = \vec{a}', \quad (5.7)$$

t. i., abās inerciālajās atskaites sistēmās punkta paātrinājumi ir vienādi. Tas nozīmē, ka paātrinājums visās inerciālajās atskaites sistēmās ir vienāds, resp., *paātrinājums ir absolūts lielums*.

Materiāla punkta (ķermeņa) masa klasiskajā mehānikā nav atkarīga no inerciālas atskaites sistēmas izvēles, t. i., $m' = m$. Mijiedarbības spēkus nosaka attālums starp ķermeņiem vai to daļiņām (gravitācijas un elastības spēki) un to savstarpējais relatīvais ātrums (berzes un pretestības spēki). Tā kā attālumi starp daļiņām $|\vec{\Delta r}|$ un $|\vec{\Delta r}'|$, kā arī to savstarpējie relatīvie ātrumi $\vec{\Delta v}$ un $\vec{\Delta v}'$ inerciālās atskaites sistēmās A un A' ir vienādi, tad spēki \vec{F} un \vec{F}' , kas darbojas uz apskatāmo punktu abās sistēmās, arī ir vienādi: $\vec{F}' = \vec{F}$. Tādēļ sistēmās A un A' otrais Ņūtona likums uzrakstāms vienādā formā: $\vec{a} = \vec{F}/m$ un $\vec{a}' = \vec{F}'/m'$. Tātad otrais Ņūtona likums ir invariants (nemainīgs) attiecībā pret Galileja transformācijām. To pašu var teikt arī par trešo Ņūtona likumu. Tātad mehānikas pamatlikumi visās inerciālajās atskaites sistēmās ir vienādi.

Pamatojoties uz to var formulēt Galileja relativitātes principu.

Mehāniskās parādības, ja vienādi to sākumnosacījumi, visās inerciālajās atskaites sistēmās norisinās vienādi, un ne ar kādiem mehāniskiem eksperimentiem nav iespējams konstatēt, vai inerciālā atskaites sistēma atrodas miera stāvoklī vai vienmērīgā taisnvirziena kustībā.

Tam ekvivalents ir šāds formulējums.

Visās inerciālajās atskaites sistēmās mehānikas likumu izteiksmēm ir vienāds veids.

Vairāki eksperimenti optikā, kas saistīti ar klasiskā ātrumu saskaitīšanas likuma izmantošanu gadījumos, kad viens no ātrumiem ir gaismas ātrums, deva pretrunīgus rezultātus. Seit aplūkosim vienu tādu eksperimentu pāri, proti, Fizo un Maikelsona—Morleja eksperimentus. Pamatojoties uz šiem eksperimentiem, varēja formulēt relativitātes teorijas postulātus un izveidot jaunu priekšstatu par telpu un laiku.

5.4.1. Fizo eksperiments un Maikelsona—Morleja eksperimenti.

A. Gaismas viļņu teorijā, kas radās 17. gadsimtā (*K. Heigenss*) un guva neapšaubāmus pierādījumus 19. gadsimta sākumā (*T. Jangs, O. Frenels, D. Arago* u. c.), pieņēma, ka eksistē īpaša materiāla vide — ēters, kurā izplatās gaismas viļņi līdzīgi tam kā izplatās skaņas viļņi elastīgā vidē — gaisā, ūdenī, metālos utt. Sākmā ēteram piedēvēja tikai mehāniskas īpašības. Attīstoties gaismas elektromagnētiskajai teorijai (*Dž. Maksvels* 1865. g.), ēteru sāka uzskatīt par vidi, kurā izplatās elektromagnētiskie viļņi.

B. Tika pieņemts, ka ēters aizpilda visu telpu, brīvi iespiežoties ķermeņos. Sajā sakarā izvirzījās jautājums, vai ķermeņiem kustoties, ēters kustas kopā ar ķermeni, vai arī tas paliek nekustīgs. Jautājuma noskaidrošanai 1851. gadā franču fiziķis *A. Fizo* izdarīja eksperimentus ar dažādiem caurspīdīgiem tekošiem šķidrumiem. No tiem varēja secināt, ka ēters attiecībā pret nekustīgu cauruli, pa kuru šķidrums tek ar ātrumu u , pārvietojas ar ātrumu au , kur a — ētera «lidzņemšanas» koeficients, kas atkarīgs no šķidruma absolūtā gaismas laušanas koeficienta, proti,

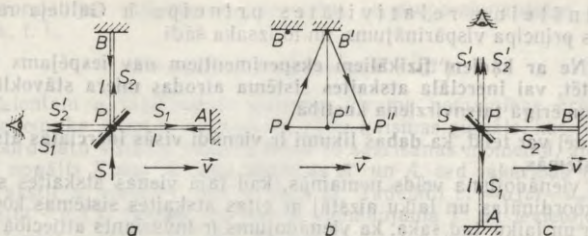
$$\alpha = 1 - (1/n^2). \quad (5.8)$$

C. Gaisam absolūtais gaismas laušanas koeficients n ir ļoti tuvs vienam, bet ētera «lidzņemšanas» koeficients a — nullei. Tas nozīmē, ka Zemes atmosfēra savā kustībā neaizrauj līdzīgu ēteru. Tādēļ radās doma noteikt Zemes kustības «absolūto ātrumu», t. i., ātrumu attiecībā pret ēteru, resp., «ētera vēja ātrumu». Šī ideja ir Maikelsona eksperimenta (1881) un Maikelsona—Morleja eksperimentu (1886—1887) pamatā.

Gaismas stars S krīt uz puscaurlaidīgu spoguļi P (5.2. att. a) un sadalās divos staros S_1 un S_2 , kuri veic vienādus attālumus l līdz spoguļim A un B un atpakaļ, bet pēc tam daļēji aiziet novērošanas virzienā (stari S'_1 un S'_2) un dod interferences ainu. Ja iekārta novietota tā, ka plecs PA vērsts Zemes kustības virzienā un Zemes kustības ātrums attiecībā pret ēteru ir v , tad gaisma, izplatoties ēterā ar ātrumu c , spoguļim A tuvojas ar ātrumu $c-v$, bet atpakaļceļu noiet ar ātrumu $c+v$, kopā patērējot laiku

$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1-(v^2/c^2)}. \quad (5.9)$$

Apskatot stara S_2 gaitu (atskaites sistēmā, kas saistīta ar ēteru), jāņem vērā, ka laika sprīdī $t_2/2$, kamēr gaismas stars S_2 veic attā-



5.2. att.

lumu no P līdz spogulim B , spogulis B ieņem stāvokli B' (5.2. att. b) un gaismas noietais ceļš ēterā $PB' = ct_2/2$. Tajā pašā laikā punkts P pārvietojas uz P' , veicot attālumu $PP' = vt_2/2$. Tā kā $P'B' = l$, var rakstīt $c^2 t_2^2 / 4 = l^2 + (v^2 t_2^2 / 4)$, no kurienes

$$t_2 = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}. \quad (5.10)$$

Tā kā $1 - (v^2/c^2) < 1$, tad $\sqrt{1 - (v^2/c^2)} > - (v^2/c^2)$ un $t_2 < t_1$. Šādi laiku starpībai arī atbilst interferences aina, ko dod stari S'_1 un S'_2 .

Pagriežot iekārtu ap attēla plaknei perpendikulāru asi par 90° (5.3. att. c), staru S_1 un S_2 stāvoklis attiecībā pret Zemes kustības ātrumu kļūst pretējs iepriekšējam. Tagad stars S_1 savu ceļu veic laikā t_2 , bet stars S_2 — laikā t_1 . Šī iemesla dēļ interferences ainai jāpārbīdās. Nosakot pārbīdi, varētu atrast $\Delta t = t_2 - t_1$ un aprēķināt v .

Lai gan iekārtas jutība bija pietiekami liela, ne Maikelsona, ne arī Maikelsona—Morleja eksperimentos interferences aina nenobīdījās. Tas nozīmēja, ka nav spēkā klasiskais ātrumu saskaitīšanas likums un klasiskā fizika nespēj vienlaikus izskaidrot Fizo un Maikelsona—Morleja eksperimentus.

5.4.2. Einšteina relativitātes princips un gaismas ātruma nemainības princips. Daudzu zinātnieku pūles izskaidrot Maikelsona eksperimenta rezultātu, pamatojoties uz klasiskās fizikas priekšstatiem, nedeļa panākumus. Jāpiebilst gan, ka nīderlandiešu fiziķis *H. Lorencs* 1904. gadā noskaidroja, ar kādām koordinātu un laika transformācijām vajadzētu aizstāt Galileja transformācijas, lai Fizo un Maikelsona eksperimentu rezultātus varētu uzskatīt par saskanīgiem. Tomēr *H. Lorencs* nespēja dot fizikālu pamatojumu šīm transformācijām, kuras vēlāk tika nosauktas viņa vārdā.

Tikai 1905. gadā *A. Einšteins* (1879...1955) parādīja izeju no strupceļa, kurā fizika bija nokļuvusi, — izveidoja *speciālo relativitātes teoriju*. Tā pamatojas uz diviem ticamiem pieņēmumiem jeb postulātiem, proti, uz Einšteina relativitātes principu un uz gaismas ātruma nemainības principu.

Einšteina relativitātes princips ir Galileja relativitātes principa vispārinājums, un to izsaka šādi.

Ne ar kādiem fizikāliem eksperimentiem nav iespējams konstatēt, vai inerciāla atskaites sistēma atrodas miera stāvoklī vai vienmērīgā taisnvirziena kustībā.

Tādēļ var teikt, ka dabas likumi ir vienādi visās inerciālās atskaites sistēmās.

Ja vienādojuma veids nemainās, kad tajā vienas atskaites sistēmas koordinātas un laiku aizstāj ar citas atskaites sistēmas koordinātām un laiku, tad saka, ka vienādojums ir invariants attiecībā pret izmantotajām transformācijām. Tādēļ relativitātes principu var formulēt arī šādi.

Vienādojumi, kuri izsaka dabas likumus, ir invarianti pret koordinātu un laika transformācijām, pārejot no vienas inerciālas atskaites sistēmas uz citu.

Einšteina relativitātes princips ir pirmais speciālās relativitātes teorijas postulāts.

Salīdzinot eksperimentu rezultātus, A. Einšteins secināja.

Gaismas ātrums vakuumā visās inerciālās atskaites sistēmās ir vienāds un nav atkarīgs ne no gaismas avota, ne arī no gaismas uztvērēja kustības.

So apgalvojumu sauc par gaismas ātruma nemainības principu. Tas ir otrs speciālās relativitātes teorijas postulāts.

Turpmāk redzēsīm, ka secinājumi, kas izriet no speciālās relativitātes teorijas postulātiem, būtiski maina klasiskos priekšstatus par laiku un telpu. Laiks nav absolūts un nepastāv atrauti no telpas un kustības. Tādēļ jāaplūko vienots telpas—laika jēdziens.

5.5. LORENCA TRANSFORMĀCIJAS UN SVARĪGĀKIE SECINĀJUMI, KAS IZRIET NO TĀM

5.5.1. Lorencas transformāciju formulas. Izmantojot speciālās relativitātes teorijas postulātus, var iegūt sakarības, kas saista kāda punkta M koordinātas x, y, z un laika momentu t , kurā norisinās kāds notikums šajā punktā inerciālā atskaites sistēmā A , ar tā paša punkta koordinātām x', y', z' un notikuma laika momentu t' citā inerciālā atskaites sistēmā A' .

Pieņemsim, ka ar atskaites sistēmām A un A' saistītās koordinātu sistēmas XYZ un $X'Y'Z'$ kādā laika momentā $t=t'=0$ sakrīt un atskaites sistēmā A' kustas attiecībā pret sistēmu A ar konstantu ātrumu u_x koordinātu X ass virzienā. No visu inerciālo sistēmu līdztiesības un gaismas ātruma nemainības principa, kā arī no telpas un laika homogenitātes izriet, ka sakarībām starp x, y, z, t un x', y', z', t' jābūt lineārām, jo tikai lineāra transformācija vienmērīgu taisnvirziena kustību «pārvērš» vienmērīgā taisnvirziena kustībā. Tā kā Galileja transformācijas ir lineāras, tas nozīmē, ka relativistiskās

transformācijas atšķiras no tām tikai ar proporcionalitātes koeficientu, t. i.,

$$x' = \alpha(x - u_x t) \text{ un } x = \alpha(x' + u_x t'). \quad (5.11)$$

Koeficientam α jāatspoguļo gaismas ātruma nemainības princips. Ja pieņem, ka x' un x ir attālumi, kādu gaismas signāls, kas raidīts no koordinātu sistēmu sākumpunkta to sakrišanas momentā, zināmā laikā nogājis X ass virzienā sistēmās A' un A , tad sakarībās (5.11) var rakstīt x' vietā ct' , bet x vietā ct . Tādējādi $ct' = \alpha(ct - u_x t)$ un $ct = \alpha(ct' + u_x t')$. Izsakot no pirmā vienādojuma t' un ievietojot otrajā, iegūst $\alpha = 1/\sqrt{1 - (u_x/c)^2}$. Ja apzīmē $u_x/c = \beta$, tad

$$\alpha = 1/\sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.12)$$

Ievietojot α izteiksmi (5.12) formulās (5.11), iegūst

$$x' = (x - u_x t)/\sqrt{1 - \beta^2} \text{ un } x = (x' + u_x t')/\sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.13)$$

Aplūkojamā situācijā, kad sistēma A' kustas attiecībā pret sistēmu A koordinātu X ass virzienā, acīmredzot

$$y' = y \text{ un } z' = z. \quad (5.14)$$

No sakarībām (5.13), izslēdzot x' , var izteikt t' ar t un x , bet, izslēdzot x , var izteikt t ar t' un x' :

$$\begin{aligned} t' &= (t - u_x x/c^2)/\sqrt{1 - \beta^2} \text{ un} \\ t &= (t' + u_x x'/c^2)/\sqrt{1 - \beta^2}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Sakarības (5.13), (5.14) un (5.15) ir Lorencia transformācijas.

Formulas, kuras izsaka kāda notikuma koordinātas x' , y' , z' un laiku t' , atskaites sistēmā A' ar tā paša notikuma koordinātām x , y , z un laiku t atskaites sistēmā A sauc par tiešajām Lorencia transformācijām, bet formulas, kuras izsaka x , y , z un t ar x' , y' , z' un t' , sauc par apgrieztajām Lorencia transformācijām.

Ievērojot to, ka $u_x = \beta c$; $u_x x/c^2 = \beta x/c$, un pārgrupējot iepriekšējās sakarības, var uzrakstīt divas sakarību sistēmas.

Tiešās Lorencia transformācijas:

$$\begin{aligned} x' &= (x - \beta ct)/\sqrt{1 - \beta^2}; \quad y' = y; \quad z' = z; \\ t' &= (t - \beta x/c)/\sqrt{1 - \beta^2}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Apgrieztās Lorencia transformācijas:

$$\begin{aligned} x &= (x' + \beta ct')/\sqrt{1 - \beta^2}; \quad y = y'; \quad z = z'; \\ t &= (t' + \beta x'/c)/\sqrt{1 - \beta^2}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Lorenca transformācijas var pierakstīt ļoti simetriskā formā, ja t un t' vietā lieto ct un ct' .

Tiešās transformācijas:

$$x' = \frac{x - \beta(ct)}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad ct' = \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad (5.18)$$

Apgrieztās transformācijas:

$$x = \frac{x' + \beta(ct')}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad ct = \frac{ct' + \beta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (5.19)$$

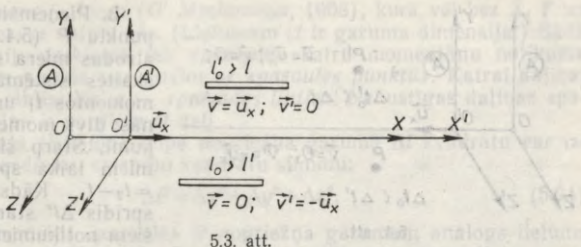
Formulas (5.18) un (5.19), tāpat kā formulas (5.16) un (5.17) vai arī atbilstošās izteiksmes formulās (5.13), (5.15), atšķiras tikai ar u_x vai β zīmi. Tas atspoguļo faktu, ka atskaites sistēma A atiecībā pret sistēmu A' kustas ar ātrumu $-u_x$. Apskatot mazus ātrumus, kad $u_x \ll c$, t. i., $\beta \ll 1$, Lorenca transformācijas pārvēršas par Galileja transformācijām.

5.5.2. Ķermeņu kustības un signālu izplatīšanās ātruma robeža. Punkta koordinātām un laika momentiem atskaites sistēmās A un A' jābūt reāliem. Tādēļ, piemēram, no sakarībām (5.16) un (5.17) izriet, ka jābūt spēkā nosacījumam $\beta^2 \leq 1$. Tas nozīmē, ka $|u_x| \leq c$, resp., nav iespējama ķermeņu kustība vai signālu izplatīšanās ar ātrumu, kas pārsniedz gaismas ātrumu vakuumā.

5.5.3. Vienlaicība dažādas atskaites sistēmās. Atskaites sistēma ir pilnīgi definēta tikai tad, ja katram telpas punktam var viennozīmīgi piekārtot noteiktas koordinātas un katrā telpas punktā iespējams novietot pulksteni laika momentu fiksēšanai.

Pulksteņiem, kuri darbojas kādas inerciālas atskaites sistēmas dažādos punktos, jāiet vienmērīgi un jābūt sinhronizētiem. Tā kā nav signālu, kas izplatās momentāni, t. i., ar bezgalīgi lielu ātrumu, tad pulksteņu sinhronizācija ir nopietna problēma. Aplūkosim situāciju, kad no koordinātu sākumpunkta O , kurā atrodas pirmais pulkstenis, momentā, kad tas rāda laiku t_1 , tiek raidīts gaismas (radioviļņu) signāls uz punktu P , kurā atrodas cits pulkstenis, kas signāla pienākšanas momentā rāda laiku t . Punktā P gaismas signāls atstarojas un nonāk atpakaļ punktā O momentā, kad pirmais pulkstenis rāda laiku t_2 . Abi pulksteņi ir sinhronizēti, ja, eksperimentu pēc patikas daudz reižu atkārtojot, vienmēr $t = (t_1 + t_2)/2$. Sinhronizēt var tikai savstarpēji nekustīgus pulksteņus.

Pieņemsim, ka atskaites sistēmā A punktos ar koordinātām x_1 un x_2 , kuros novietoti sinhronizēti pulksteņi, laika momentā $t_1 = t$ un $t_2 = t$, t. i., vienlaikus norisinās kāds momentāns notikums, piemēram, notiek gaismas uzliesmojums. Noteiksim, kādos laika momentos šos notikumus konstatē dotajos punktos novietoti un atskaites sistēmā A' sinhronizēti pulksteņi. No Lorenca transformācijām (5.16) redzams, ka $t'_1 = (t - \beta x_1/c)/\sqrt{1 - \beta^2}$ un $t'_2 = (t - \beta x_2/c)/\sqrt{1 - \beta^2}$. Ja $x_1 \neq x_2$, tad $t'_1 \neq t'_2$, t. i., aplūkojamie notikumi atskaites sistēmā A' nav vienlaicīgi. Starp tiem ir laika sprādis $\Delta t' = t'_2 - t'_1 =$



$= (\beta/c)(x_1 - x_2)/\sqrt{1 - \beta^2}$. Tātad vienlaicība ir relatīvs jēdziens. Runājot par vienlaicību, jānorāda arī atskaites sistēma, kurā vienlaicība fiksēta.

5.5.4. Nogriežņa garuma un laika sprīža relativitāte.

A. Pieņemsim, ka atskaites sistēmā A miera stāvoklī ($\vec{v} = 0$) atrodas X ass virzienā orientēts nogrieznis, kura ģeometriskais garums $l_0 = x_2 - x_1$. Seit x_1 un x_2 ir nogriežņa galapunktu koordinātas. Kāds ir šī nogriežņa garums l' atskaites sistēmā A' (5.3. att.), kura kustas attiecībā pret sistēmu A ar ātrumu u_x , resp., kurā nogrieznis kustas ar ātrumu $v' = -u_x$? Acimredzot $l' = x'_2 - x'_1$, kur koordinātas x'_1 un x'_2 noteiktas vienā laika momentā t' (pēc atskaites sistēmā A' sinhronizētiem pulksteņiem). Šādi apreķināto l' sauc par nogriežņa kinemātisko garumu, jo atskaites sistēmā A' nogrieznis kustas. Saskaņā ar sakarībām (5.17) $x'_2 = x_2\sqrt{1 - \beta^2} - \beta ct'$ un $x'_1 = x_1\sqrt{1 - \beta^2} - \beta ct'$. Tādēļ $l' = (x_2 - x_1)\sqrt{1 - \beta^2}$ jeb

$$l' = l_0\sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.20)$$

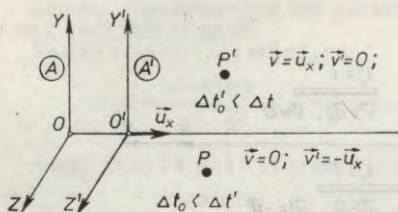
Ja kāds nogrieznis atskaites sistēmā A' orientēts X' ass virzienā un atrodas miera stāvoklī ($\vec{v}' = 0$), bet nogriežņa ģeometriskais garums ir l'_0 , tad atskaites sistēmā A šis nogrieznis kustas ar ātrumu $\vec{v} = \vec{u}_x$ un nogriežņa kinemātiskais garums ir l . Izmantojot formulu (5.16), var parādīt, ka

$$l = l'_0\sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.21)$$

Tas nozīmē, ka nogriežņa kinemātiskais garums vienmēr ir mazāks nekā tā ģeometriskais garums (Lorenca saīsinājums). Mazu ātrumu gadījumā $\sqrt{1 - \beta^2} \approx 1$ un $l' = l_0$; $l = l'_0$.

Viena un tā paša nogriežņa ģeometriskais garums dažādās inerciālās atskaites sistēmās ir konstants (invariants) lielums.

Ķermeņa izmēru maiņa, kuras cēlonis ir ķermeņa kustība, maina arī tā tilpumu, blīvumu, leņķus starp taisnēm un citus lielumus, kuri kļūst atkarīgi no ātruma.



5.4. att.

B. Pieņemsim, ka kādā punktā P (5.4. att.), kas atrodas miera stāvoklī atskaites sistēmā A , laika momentos t_1 un t_2 norisinās divi momentāni notikumi. Starp šiem notikumiem laika sprādis $\Delta t_0 = t_2 - t_1$. Kāds ir laika sprādis $\Delta t'$ starp tiem pašiem notikumiem, ja mēra ar atskaites sistēmas A' pulksteņiem? Sie pulksteņi

rāda notikumiem atbilstošos laika momentus t'_1 un t'_2 . Tādēļ $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. No formulām (5.16) izriet, ka $t'_1 = (t_1 - \beta x/c)/\sqrt{1 - \beta^2}$ un $t'_2 = (t_2 - \beta x/c)/\sqrt{1 - \beta^2}$. Tā kā x ir nemainīgs, tad

$$\Delta t' = \Delta t_0 / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.22)$$

Līdzīgi var parādīt, izmantojot formulas (5.17), ka laika sprādim $\Delta t'_0$ starp diviem notikumiem, kas norisinās kādā nekustīgā atskaites sistēmas A' punktā P' , atskaites sistēmā A atbilst laika sprādis

$$\Delta t = \Delta t'_0 / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.23)$$

Tas nozīmē, ka laika sprādis starp diviem momentāniem notikumiem ir vismazākais tajā atskaites sistēmā, kurā notikuma vieta atrodas miera stāvoklī, resp., ja laika sprādi nosaka pēc pulksteņa, kas atrodas notikuma vietā. (Laiku, kas mērīts ar pulksteņi, kurš kustas kopā ar kādu ķermeni, sauc par šī ķermeņa īpašlaiku. To apzīmēsim ar τ .)

Iegūtos rezultātus var interpretēt arī šādi. Pulksteņi, kas atrodas kustībā attiecībā pret notikuma vietu, «iet ātrāk» nekā pulksteņi notikuma vietā vai pulksteņi, kuri nepārvietojas attiecībā pret notikuma vietu.

Sakarību (5.22) eksperimentāli pamato μ mezonu (mionu) novērojumi. Ir zināms, ka μ mezonu rada kosmiskie stari Zemes atmosfērā 20...30 km augstumā un tās ir nestabilas daļiņas ar sabrukšanas īpašlaiku (vidējo dzīves laiku) $\Delta\tau \approx 2 \cdot 10^{-6}$ s. To ātrums sasniedz 0,9998 c . Varētu likties, ka μ mezons spēj noiet tikai $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \approx 600$ m. Tomēr daudzi mezoni sasniedz Zemes virsmu. Tiešām, μ mezona vidējais dzīves laiks pēc pulksteņa, kas saistīts ar Zemi, saskaņā ar formulu (5.22) ir $2 \cdot 10^{-6} \text{ s} / \sqrt{1 - 0,9998^2} \approx 10^{-4}$ s. Sajā laikā μ mezons nolido aptuveni $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-4} \text{ s} = 3 \cdot 10^4 \text{ m} = 30$ km.

5.5.5. Intervāls un tā invariance attiecībā pret inerciālas atskaites sistēmas maiņu. Jebkuru momentānu notikumu kādā telpas punktā (piem., radioaktīva kodola sabrukšanu) raksturo vieta, t. i., koordinātas x, y, z un laiks t . Tādēļ notikuma aprakstam var izman-

tot četrdimensiju telpu (G. Minkovskis, 1908), kurā vēl bez X , Y un Z asīm ir arī ct vai ict ass. (Lielumam ct ir garuma dimensija.) Šādā četrdimensiju laiktelpā jeb «pasaulē» katru momentānu notikumu kādā telpas punktā var attēlot ar «pasaules punktu». Katrai daļiņai «pasaule» atbilst linija — «pasaules linija». Nekustīgas daļiņas «pasaules linija» ir paralēla ct asij.

Parastajā (Eiklīda) telpā nogriežņa garuma Δl kvadrātu var izteikt ar koordinātu starpību kvadrātu summu:

$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2. \quad (5.24)$$

Arī četrdimensiju «pasaule» ir nogriežņa garumam analogs lielums Δs , ko sauc par *intervālu*. Tas izsaka «attālumu» starp diviem «pasaules» punktiem ar koordinātu x_1, y_1, z_1, ct_1 un x_2, y_2, z_2, ct_2 starpībām, proti,

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \quad (5.25)$$

vai

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta l'^2. \quad (5.26)$$

(Lielumiem $c^2 \Delta t^2$ un Δl^2 izteiksmē (5.26) ir dažādas zīmes, tāpēc ka pastāv kvalitatīva atšķirība starp laiku un telpu.) Pārveidojot izteiksmi (5.25) saskaņā ar Lorencas transformācijām (5.19), iegūst secinājumu:

$$\Delta s^2 = \Delta s'^2. \quad (5.27)$$

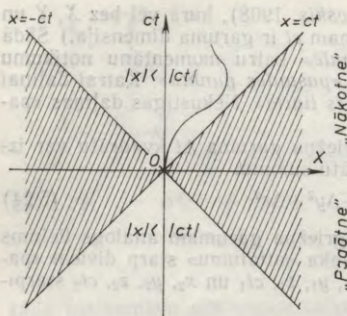
Tāpat intervāls Δs ir invariants attiecībā pret Lorencas transformācijām, t. i., attiecībā pret inerciālas atskaites sistēmas maiņu. Šis rezultāts liecina par laika un telpas vienotību, parāda, ka laiks un telpa ir vienota matērijas eksistences forma.

Intervāls Δs starp diviem notikumiem, kuri norisinās ar kādu daļiņu, ir vienkārši saistīts ar īpašlaika sprīdi $\Delta \tau$ starp šiem notikumiem. Tiesām, saskaņā ar formulu (5.23), ja $\Delta \tau = \Delta t'_0$, var rakstīt $\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2}$. To var pārveidot šādi: $\Delta \tau = \frac{1}{c} \sqrt{(c \Delta t)^2 - (v \Delta t)^2}$. Lielums $v \Delta t = \Delta l$ — daļiņas noietais ceļš. Tādēļ

$$\Delta \tau = \frac{1}{c} \Delta s. \quad (5.28)$$

Ievērojot sakarības (5.28) un (5.27), var apgalvot, ka īpašlaika sprīdis ir invariants lielums.

Pēc formulas (5.26) var secināt, ka iespējams gan $\Delta s^2 > 0$, ja $c^2 \Delta t^2 > \Delta l^2$, gan arī $\Delta s^2 < 0$, ja $c^2 \Delta t^2 < \Delta l^2$. Pirmajā gadījumā intervālu sauc par *laikveida intervālu*, bet otrajā gadījumā — par *telpveida intervālu*. Celoņsakarība var pastāvēt tikai starp notikumiem, kurus raksturo laikveida intervāls, jo tikai šādu notikumu secība laikā visās atskaites sistēmās ir vienāda, t. i., šajā gadījumā jēdzieniem «agrāk» un «vēlāk» ir absolūts raksturs. Telpveida intervāla gadījumā dažādās atskaites sistēmās notikumu secība laikā var būt da-



5.5. att.

žāda. (Tas nerada nekādas loģiskas grūtības dažādu fizikālo parādību izpratnē, jo starp notikumiem, kurus raksturo telpveida intervāls, nav nekādas cēloņsakarības.)

Pieņemot, ka kādas daļiņas koordinātas y un z laikā nemainās, bet mainās tikai koordināta x , daļiņas kustību var attēlot grafiski X, ct plaknē (5.5. att.). Ja laika momentā $t=0$ daļiņas koordināta $x=0$, tad daļiņa var sasniegt tikai tos plaknes punktus, kuros $|x| < |ct|$ (nenosvītrotā plaknes daļa). Nekustīgu daļiņu at-

tēlo punkti uz ct ass. Ja daļiņa kustas ar ātrumu c vai $-c$, daļiņas stāvokli attēlo punkti uz taisnes $x=ct$ vai $x=-ct$. Punkti virs X ass atbilst laika momentiem $t > 0$ («nākotnei»), bet punkti zem X ass atbilst laika momentam $t < 0$ («pagātnei»).

5.5.6. Relativistiskais ātrumu saskaitīšanas likums. Noskaidrosim, kā mainās daļiņas (materiāla punkta) ātrums, nomainot vienu inerciālu atskaites sistēmu, kurā tiek aprakstīta daļiņas kustība, ar citu. Pieņemsim, ka sistēmā A daļiņas ātruma projekcijas $v_x = dx/dt$; $v_y = dy/dt$ un $v_z = dz/dt$, bet sistēma A' kustas attiecībā pret sistēmu A ar ātrumu u_x koordinātu X ass virzienā. Sistēmā A' daļiņas ātruma projekcijas ir šādas: $v'_x = dx'/dt'$; $v'_y = dy'/dt'$ un $v'_z = dz'/dt'$. No Lorencas transformācijām (5.16) iegūst $dx' = (dx - \beta c dt) / \sqrt{1 - \beta^2}$; $dy' = dy$; $dz' = dz$; $dt' = (dt - \beta dx/c) / \sqrt{1 - \beta^2}$, kur $\beta = u_x/c$. Tādēļ

$$\begin{aligned} v'_x &= (v_x - u_x) / (1 - u_x v_x / c^2); \\ v'_y &= v_y \sqrt{1 - \beta^2} / (1 - u_x v_x / c^2); \\ v'_z &= v_z \sqrt{1 - \beta^2} / (1 - u_x v_x / c^2). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Savukārt, izmantojot Lorencas transformācijas (5.17), iegūst

$$\begin{aligned} v_x &= (v'_x + u_x) / (1 + u_x v'_x / c^2); \\ v_y &= v'_y \sqrt{1 - \beta^2} / (1 + u_x v'_x / c^2); \\ v_z &= v'_z \sqrt{1 - \beta^2} / (1 + u_x v'_x / c^2). \end{aligned} \quad (5.30)$$

Formulas (5.29) un (5.30) izsaka relativistisko ātrumu saskaitīšanas likumu.

Pamatojoties uz atskaites sistēmu A un A' līdztiesību, formulas (5.30) var uzrakstīt, ja formulās (5.29) apmaina vietām v'_x un v_x , v'_y un v_y , v'_z un v_z un aizvieto u_x ar $-u_x$ (sistēma A kustas attiecībā pret sistēmu A' ar ātrumu $-u_x$).

Formulas (5.30) ievērojami atšķiras no klasiskajām formulām (5.6). Izteiksmes saucējā ir loceklis $1 + u_x v'_x / c^2$, kura dēļ v_x nepārsniedz c (gaismas ātrumu vakuumā) arī tad, ja $(v'_x + u_x) > c$. Vēl bez tam no β atkarīgas arī tās ātruma projekcijas (v_y, v_z), kuras perpendikulāras atskaites sistēmu savstarpējās pārvietošanās virzienam.

Ja $u_x \ll c$ un $v_x \ll c$, tad relativistiskais ātrumu saskaitīšanas likums pārvēršas klasiskajā likumā.

Aplūkosim dažus piemērus.

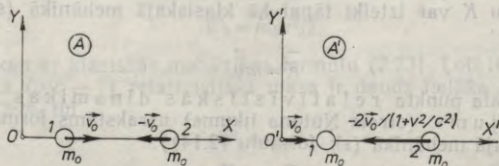
1. piemērs. Sistēmā A' , kura kustas ar ātrumu $u_x = 0,5c$, kāda daļiņa pārvietojas X ass virzienā ar ātrumu $v'_x = 0,6c$, bet fotons — ar ātrumu c . Sistēmā A pēc klasiskās mehānikas likuma (5.6) daļiņai $v_x = 0,6c + 0,5c = 1,1c$ un fotonam $v_x = c + 0,5c = 1,5c$. Tātad $v_x > c!$ Taču relativitātes teorijā saskaņā ar formulām (5.30) daļiņai $v_x = (0,6c + 0,5c) / (1 + 0,6 \cdot 0,5) = 1,1c / 1,3 = 0,846c$ un fotonam $v_x = (c + 0,5c) / (1 + 0,5 \cdot 1) = c$. Tātad $v_x \leq c!$

2. piemērs. Vienas daļiņas ātrums $0,5c$, bet otra daļiņa kustas tai pretī ar ātrumu $-0,5c$. Kāds ir pirmās daļiņas ātrums v'_x attiecībā pret otru daļiņu? Saistīsim ar otru daļiņu atskaites sistēmu A' . Tad $u_x = -0,5c$; $v_x = 0,5c$ un saskaņā ar formulām (5.29) iegūst $v'_x = (0,5c + 0,5c) / (1 + 0,5c \cdot 0,5c/c^2) = c / 1,25 = 0,8c$.

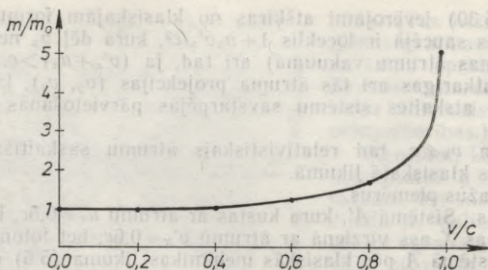
5.6. JĒDZIENS PAR RELATIVISTISKO DINAMIKU

5.6.1. Impulsa relativistiskā izteiksme. Materiāla punkta relativistiskās dinamikas pamatvienādojums. Pirmais Ņūtona likums ir invariants attiecībā pret Lorenca transformācijām. Tiešām, ja kāds ķermenis sistēmā A' kustas bez paātrinājuma ($v' = \text{const}$), tad tā ātrums v arī sistēmā A , kā redzams pēc formulām (5.30), ir konstants ($v = \text{const}$). Otrais Ņūtona likums klasiskajā formā ($d\vec{K}/dt = \vec{F}$, kur $\vec{K} = m_0 \vec{v}$), kā arī impulsa nezūdamības likums (arī klasiskajā formā), kas izriet no Ņūtona likumiem, nav invarianti attiecībā pret Lorenca transformācijām.

To parādīsim, aplūkojot divu vienādu lodīšu neelastīgu sadursmi (5.6. att.). Pieņemsim, ka lodīšu masa $m_1 = m_2 = m_0$, bet sistēmā A ātrumi $v_{x1} = v_0$ un $v_{x2} = -v_0$. Pēc sadursmes lodīšu ātrumi $V_{x1} = V_{x2} = 0$. Kā redzams, lodīšu sistēmas pilnais impulss saglabājas — tas vienāds ar nulli gan pirms sadursmes, gan arī



5.6. att.



5.7. att.

pēc tās. Aplūkosim to pašu sadursmi sistēmā A' , kas saistīta ar pirmo lodīti. Tad sistēmas A' pārnese ātrums $u_x = v_0$, bet saskaņā ar formulām (5.29) lodīšu ātrumi pirms sadursmes $v'_{x1} = 0$; $v'_{x2} = -2v_0/(1+v_0^2/c^2)$ un pēc sadursmes $V'_{x1} = V'_{x2} = -v_0$. Tādēļ summārais impulss pirms sadursmes $-2m_0v_0/(1+v_0^2/c^2)$ nav vienāds ar summāro impulsu pēc sadursmes $-2m_0v_0$. Tikai tad, ja $v_0 \ll c$, abi summārie impulsi ir vienādi.

Var pierādīt, ka klasiskās mehānikas likumi ir citu vispārīgāku un pret Lorenca transformācijām invariantu likumu — relativistiskās mehānikas likumu robežgadījums, ja ķermeņu ātrumi ir mazi, resp., $(v/c) \rightarrow 0$.

Pieprasot, lai būtu izpildīts invariances un robežpārejas nosacījums, var noskaidrot, ka *impulsa \vec{K} relativistiskā izteiksme* ir šāda:

$$\vec{K} = m_0 \vec{v} / \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad (5.31)$$

kur m_0 — daļiņas miera masa.

Tātad daļiņas impulss \vec{K} nav proporcionāls tās ātrumam \vec{v} . Iegūto rezultātu var interpretēt tā, ka masa nav konstants lielums, bet gan relatīvs, no kustības ātruma atkarīgs lielums, proti,

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (v^2/c^2)}. \quad (5.32)$$

Tā ir *relativistiskā masa*.

Grafiski sakarība (5.32) parādīta 5.7. attēlā. Ja $v/c \rightarrow 0$, tad $m \rightarrow m_0$, bet, ja $v/c \rightarrow 1$, tad $m \rightarrow \infty$. Izmantojot relativistisko masu m , impulsu \vec{K} var izteikt tāpat kā klasiskajā mehānikā (sk. sakarību (2.8)):

$$\vec{K} = m\vec{v}. \quad (5.33)$$

Arī materiāla punkta relativistiskās dinamikas pamatvienādojums (otrais Ņūtona likums) uzrakstāms formāli tāpat kā klasiskajā mehānikā (sk. formulu (2.14)):

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}, \quad (5.34)$$

bet izvērsta formā tas ir šāds:

$$\frac{d}{dt}(m_0\vec{v}/\sqrt{1-(v^2/c^2)})=\vec{F}. \quad (5.35)$$

5.6.2. Kinētiskās enerģijas relativistiskā izteiksme. Materiāla punkta kinētiskās enerģijas pieaugums dW_k ir vienāds ar tam pieliktā kopspēka \vec{F} padarīto darbu $\vec{F}\vec{d}\vec{r}$:

$$dW_k=\vec{F}\vec{d}\vec{r}. \quad (5.36)$$

Tā kā $\vec{F}=d\vec{K}/dt=d(m\vec{v})/dt=(dm/dt)\vec{v}+m\vec{d}\vec{v}/dt$, bet $\vec{d}\vec{r}=\vec{v}dt$, tad $\vec{F}\vec{d}\vec{r}=v^2dm+mvdv$, (jo $\vec{v}\vec{d}\vec{v}=vdv$). No sakarības (5.32) iegūst, ka

$$dm=\frac{m_0vdv}{(1-v^2/c^2)^{3/2}c^2}=\frac{mvdv}{c^2(1-v^2/c^2)}=\frac{mvdv}{c^2-v^2}; \quad (5.37)$$

$$\vec{F}\vec{d}\vec{r}=v^2\frac{mvdv}{c^2-v^2}+mvdv=c^2\frac{mvdv}{c^2-v^2}. \quad (5.38)$$

Salīdzinot sakarību (5.37) un (5.38) labās puses, redzams, ka $\vec{F}\vec{d}\vec{r}=c^2dm$, un, ņemot vērā sakarību (5.36), iegūst

$$dW_k=c^2dm. \quad (5.39)$$

Tātad kinētiskās enerģijas pieaugums ir proporcionāls relativistiskās masas pieaugumam.

Ja materiāla punkta ātrums mainās no 0 līdz v , tā kinētiskā enerģija mainās no 0 līdz W_k un masa — no m_0 līdz m . Tādēļ, integrējot sakarību (5.39), var iegūt

$$W_k=mc^2-m_0c^2, \quad (5.40)$$

vai arī, ievietojot relativistiskās masas izteiksmi (5.32),

$$W_k=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}-1\right). \quad (5.41)$$

Tātad lielu ātrumu gadījumā kinētiskā enerģija W_k nav proporcionāla ātruma kvadrātam v^2 .

Ja $v/c\ll 1$, tad, izvirzot Teilora rindā $1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}=1+\frac{v^2}{2c^2}+\frac{3v^4}{8c^4}+\dots$ un atstājot tajā tikai pirmos divus locekļus, iegūst

$$W_k=m_0v^2/2. \quad (5.42)$$

Tas saskan ar klasiskās mehānikas formulu (2.73). Ļoti lielu ātrumu gadījumā ($v/c\rightarrow 1$) relativistiskā masa ir daudz lielāka nekā miera masa $m\gg m_0$ un

$$W_k\approx mc^2, \quad (5.43)$$

t. i., kinētiskā enerģija W_k ir proporcionāla daļiņas masai.

5.6.3. Sakarība starp relativistisko masu un pilno enerģiju. Sistēmas saites enerģija. Lielumu

$$W = mc^2 \quad (5.44)$$

sauc par daļiņas *pilno enerģiju*, bet lielumu

$$W_0 = m_0c^2 \quad (5.45)$$

sauc par *miera enerģiju*. Sakarība (5.44) ir Einšteina formula. Formulas (5.44) un (5.45) derīgas arī ķermeņiem, kas sastāv no daudzām daļiņām. Tad W_0 ietver sevī ne vien daļiņu miera enerģiju, bet arī daļiņu kinētisko enerģiju (ja daļiņas kustas attiecībā pret ķermeņa masas centru) un to mijiedarbības potenciālo enerģiju, bet neietver to potenciālo enerģiju, kura piemīt ķermeņim, tāpēc ka tas atrodas ārējā potenciāla spēka laukā.

Formula (5.44) izsaka sakarību starp pilno enerģiju un masu.

|| Materiāla objekta pilnā enerģija ir vienāda ar tā relativistiskās masas un gaismas ātruma kvadrāta vakuumā reizinājumu.

Mainoties masai par Δm , enerģijas izmaiņa

$$\Delta W = c^2 \Delta m. \quad (5.46)$$

Tāpat, mainoties enerģijai par ΔW , masa mainās par Δm atbilstoši formulai (5.46). Piemēram, sakarsēta ķermeņa vai saspriegtas atsperes masa ir lielāka nekā atdzisuša ķermeņa vai nesaspriegtas atsperes masa. Tomēr šajos gadījumos masas izmaiņa relatīvi ir ļoti maza un to eksperimentāli nevar konstatēt. Relatīvi daudz lielākas ir enerģijas un masas izmaiņas kodolpārvērtību procesos, kur tās viegli novērojamas (masas defekts; iztirzāts 35.2. §). Mērījumi apstiprina formulas (5.46) pareizību.

Kādas saistītu daļiņu sistēmas (molekulas, atoma, kodola u. c.) miera enerģija W_0 ir mazāka nekā atsevišķo daļiņu brīvā stāvokļa miera enerģiju summa $\sum_{i=1}^N m_{0i}c^2$, jo šādas sistēmas izjaukšanai, t. i., daļiņu pārvietošanai tādos attālumos, kuros nav novērojama to mijiedarbība, jāpatērē darbs A , resp., jāpievada enerģija $\Delta W_s = A$, ko sauc par *sistēmas saites enerģiju*. Tādēļ

$$W_0 = \sum_{i=1}^N m_{0i}c^2 - \Delta W_s. \quad (5.47)$$

Sistēmas saites enerģija raksturo tās stabilitāti.

5.6.4. Sakarība starp daļiņas pilno enerģiju un impulsu. Daļiņas bez miera masas.

A. Sakarību starp daļiņas pilno enerģiju W un impulsu K var noteikt, izmantojot formulas $W = mc^2$ (1); $\vec{K} = m\vec{v}$ (2) un $m = m_0/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ (3) (sk. sakarības (5.44), (5.33) un (5.32)). No

formulas (2) izsaka $v^2 = K^2/m^2$. Ievietojot šo izteiksmi formulā (3), iegūst $m^2 = m_0^2 + (K^2/c^2)$. Tāpēc saskaņā ar formulu (1) var rakstīt

$$W = c^2 \sqrt{m_0^2 + (K^2/c^2)} \quad \text{jeb} \quad (5.48)$$

$$W = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 K^2}. \quad (5.49)$$

Pēdējo sakarību (5.49) var pārveidot šādi:

$$W^2 - c^2 K^2 = m_0^2 c^4. \quad (5.50)$$

Tā kā m_0 un c ir invarianti lielumi, tad arī starpība $W^2 - c^2 K^2$ ir invarianta lielums. Lai gan, pārejot uz citu inerciālu atskaites sistēmu, mainās daļiņu (ķermeņa) ātrums un masa un līdz ar to arī impulss un pilnā enerģija, tomēr starpība $W^2 - c^2 K^2$ nemainās.

B. Pieņemsim, ka eksistē daļiņa bez miera masas. Tad, formulā (5.49) ievietojot $m_0 = 0$, iegūst

$$W = cK. \quad (5.51)$$

Tā kā $W = mc^2$ un $K = mv$, tad $v = c$, t. i., daļiņa bez miera masas vienmēr kustas ar gaismas ātrumu vakuumā. Tādas daļiņas ir fotoni. Tā kā fotona enerģija $W = hv$ (sk. formulu (30.12)), tad fotona impulss

$$K = hv/c, \quad (5.52)$$

bet fotona masa

$$m = hv/c^2. \quad (5.53)$$

Secinājumu, ka fotonam ir relativistiskā masa, apstiprina novērojumi un eksperimenti. Piemēram, gaismas stars, kas iet tuvu garām Saulei, gravitācijas spēku ietekmē noliecas. (Tas konstatēts, Saules aptumsuma laikā novērojot zvaigznes, kas redzamas tuvu Saules diskam.) Tāpat fotons, kas Zemes tuvumā kustas uz augšu, daļu savas enerģijas patērē smaguma spēka pārvarēšanai, tādēļ tā frekvencei jāsamazinās. Tas tiešām novērots eksperimentos (R. Paunds un Dž. Rebka; 1960). Līdzīga parādība — gravitācijas sarkanā nobīde — novērojama dažu zvaigžņu («balto punduru») spektros.

5.6.5. Paātrinājums, kuru iegūst ķermenis, ja uz to darbojas kāds spēks. Relativistiskās dinamikas pamatvienādojumu $d\vec{K}/dt = \vec{F}$ var pārveidot, ņemot vērā, ka $\vec{K} = m\vec{v}$. Tad iegūst $m d\vec{v}/dt + (dm/dt)\vec{v} = \vec{F}$, kur $d\vec{v}/dt = \vec{a}$ — paātrinājums. No šejienes paātrinājums

$$\vec{a} = \vec{F}/m - (dm/dt)\vec{v}/m. \quad (5.54)$$

Lai atvieglotu izteiksmes (5.54) analīzi, izdarīsim šādu pārveidojumu: $dm/dt = d(W_k/c^2)/dt = (1/c^2) dW_k/dt = (1/c^2) (\vec{F}\vec{v})$. (Seit ņemts vērā, ka $W_k = mc^2 - m_0c^2$; $dW_k/dt = P$ — jauda, ko attīsta masai m pieliktais spēks, un $P = \vec{F}\vec{v}$.) Tādēļ var rakstīt

$$\vec{a} = \vec{F}/m - (1/mc^2) (\vec{F}\vec{v})\vec{v}. \quad (5.55)$$

Kā redzams, paātrinājuma \vec{a} virziens atšķiras no spēka \vec{F} virziena, izņemot gadījumus, kad $\vec{F} \parallel \vec{v}$ un $\vec{F} \perp \vec{v}$. Tiesām, ja $\vec{F} \parallel \vec{v}$, tad $(\vec{F}\vec{v})\vec{v} = (\vec{v}\vec{v})\vec{F} = v^2\vec{F}$ un

$$\vec{a}_{\parallel} = F(1 - v^2/c^2)/m. \quad (5.56)$$

Ja $\vec{F} \perp \vec{v}$, tad $\vec{F}\vec{v} = 0$ un

$$\vec{a}_{\perp} = F/m. \quad (5.57)$$

Salīdzinot sakarības (5.56) un (5.57), redzams, ka $|\vec{a}_{\perp}| > |\vec{a}_{\parallel}|$, t. i., vienādi spēki atkarībā no to darbības virziena piešķir ķermenim dažādas paātrinājumus: vislielāko — kustības ātrumam perpendikulārā virzienā un vismazāko — kustības ātruma virzienā vai arī tam pretējā virzienā. Tas jāņem vērā, piemēram, projektējot daļiņu paātrinātājus.

5.6.6. Klasiskās mehānikas lietojamības robežas. Apkopojot šīs nodaļas rezultātus, var teikt, ka speciālās relativitātes teorijas svarīgākais nopelns ir tas, ka tā lika mainīt klasiskos priekšstatus par telpas un laika absolūto raksturu. Tā parādīja, ka telpas izmēri un laika sprīži ir relatīvi, savstarpēji saistīti lielumi un ka matērijas kustība notiek vienotā laiktelpā — pasaulē.

Relativitātes teorija, noliedzot ētera eksistenci, atrisināja ar ētera problēmu saistītās klasiskās fizikas grūtības un izskaidroja Fizo un Maikelsona eksperimentus, kā arī citus faktus.

Relativitātes teorijā ir dotas precīzas koordinātu, laika un citu fizikālu lielumu transformācijas formulas pārejai no vienas inerciālas atskaites sistēmas uz citu, noteikti invarianti kustības vienādojumi, atklāta no klasiskās fizikas viedokļa visai negaidīta sakarība starp ķermeņa enerģiju un masu.

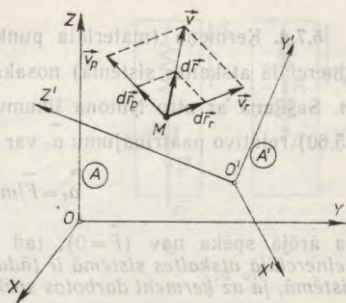
Relativitātes teorija neapgāž klasisko mehāniku, bet, būdama plašāka un precīzāka, ietver sevī klasisko mehāniku kā speciālgadījumu, parāda, ka klasiskā mehānika lietojama kustībām, kuru ātrumi ir mazi ($v \ll c$) (atbilstības princips).

Atzīstot relativitātes teorijas nozīmi fizikā, mēs nedrīkstam tomēr ieslgt filozofiskajā relativismā («pasaulē viss ir relatīvs»). Relativitātes teorija nenoliedz absolūto lielumu un jēdzienu eksistenci. Tā tikai parāda, ka daži klasiskajā fizikā par absolūtiem uzskatīti lielumi un jēdzieni īstenībā ir relatīvi.

5.7. NEINERCIĀLAS ATSKAITES SISTĒMAS. INERCES SPĒKI

5.7.1. Līdz šim visas mehāniskās parādības apskatījām inerciālās atskaites sistēmās. Tomēr dažreiz ir ērtāk ķermeņu kustības aprakstam izmantot neinerciālas sistēmas, kuras kustas paātrināti attiecībā pret kādu inerciālu sistēmu.

Aplūkosim ķermeņu kustību divās atskaites sistēmās: inerciālā atskaites sistēmā A (XYZ), kuru uzskatīsim par nekustīgu, un neinerciālā atskaites sistēmā A' ($X'Y'Z'$), kura pārvietojas attiecībā pret pirmo paātrināti (5.8. att.). Ķermeņa kustību attiecībā pret inerciālo atskaites sistēmu A saucīsim par *absolūto kustību*, attiecībā pret neinerciālo atskaites sistēmu A' — par *relatīvo kustību*, bet sistēmas A' kustību attiecībā pret sistēmu A — par *pārneses kustību*. Te jāpiebilst, ka šī terminoloģija, kas plaši ieviesusies teorētiskajā mehānikā, ir tikai nosacīta, jo mēs jau noskaidrojām, ka nevienā inerciālā sistēmā kustība nav absolūta.



5.8. att.

Izdalot šos pārvietojumus ar laika sprīdi dt , kurā tie notikuši, iegūst

Apskatīsim sakarības, kas saista absolūtās un relatīvās kustības un arī pārneses kustības pārvietojumus, ātrumus un paātrinājumus.

5.7.2. Jau *Galileo Galilejs* noskaidroja, ka materiāla punkta M absolūtais pārvietojums \vec{dr} ir vienāds ar relatīvā pārvietojuma \vec{dr}_r un pārneses pārvietojuma \vec{dr}_p *ģeometrisku summu* (5.8. att.), t. i.,

$$\vec{dr} = \vec{dr}_r + \vec{dr}_p. \quad (5.58)$$

Izdalot šos pārvietojumus ar laika sprīdi dt , kurā tie notikuši, iegūst

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_p. \quad (5.59)$$

Tas ir ātrumu saskaitīšanas likums: punkta absolūtais ātrums \vec{v} ir vienāds ar tā relatīvā ātruma \vec{v}_r un pārneses ātruma \vec{v}_p *vektoriālo summu*.

Jāņem vērā, ka sakarībā (5.59) pārneses ātrums \vec{v}_p atšķirībā no pārneses ātruma \vec{u} formulā (5.5) 1) nav konstants laikā un 2) dažādiem punktiem ir dažāds, ja sistēma A' rotē attiecībā pret sistēmu A .

5.7.3. Atvasinot vienādību (5.59) pēc laika, iegūst sakarību starp paātrinājumiem:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_0, \quad (5.60)$$

kur $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ — materiāla punkta M absolūtais paātrinājums; $\vec{a}_r = d\vec{v}_r/dt$ — relatīvais paātrinājums; \vec{a}_0 — paātrinājums, kas saistīts gan ar sistēmas A' kustības raksturu, gan arī ar punkta M relatīvo kustību tajā.

5.7.4. Ķermeņa (materiāla punkta M) absolūto paātrinājumu \vec{a} (inerciālā atskaites sistēmā) nosaka tam pieliktais spēks \vec{F} un masa m . Saskaņā ar otro Ņūtona likumu $\vec{a} = \vec{F}/m$. Tādēļ no vienādojuma (5.60) relatīvo paātrinājumu \vec{a}_r var izteikt šādi:

$$\vec{a}_r = \vec{F}/m - \vec{a}_0. \quad (5.61)$$

Ja ārējā spēka nav ($F=0$), tad $\vec{a}_r = -\vec{a}_0$, t. i., ķermeņa kustība neinerciālā atskaites sistēmā ir tāda, kāda tā būtu inerciālā atskaites sistēmā, ja uz ķermeni darbotos spēks

$$\vec{F}_1 = -m\vec{a}_0. \quad (5.62)$$

Šo spēku sauc par *inerces spēku*. Inerces spēki nav saistīti ar ķermeņu mijiedarbību, un tādā nozīmē tie neatbilst spēka jēdziena definīcijai (sk. 2.1.2. nodaļumu), tomēr tos izdevīgi ieviest, lai otro Ņūtona likumu varētu lietot arī neinerciālās atskaites sistēmās. Tiešām, no sakarībām (5.61) un (5.62) izriet, ka

$$\vec{a}_r = (\vec{F} + \vec{F}_1)/m. \quad (5.63)$$

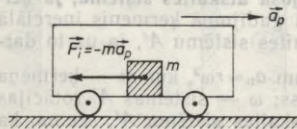
Tas ir otrais Ņūtona likums neinerciālā atskaites sistēmā.

Tā kā inerces spēki nav saistīti ar ķermeņu mijiedarbību, bet ir saistīti tikai ar neinerciālās atskaites sistēmas kustību, tad tajā nav spēkā impulsa un enerģijas nezūdamības likumi.

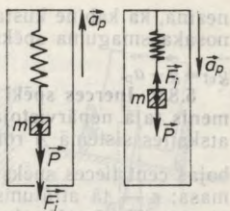
5.8. DAŽI ĪPAŠI KUSTĪBAS GADĪJUMI NEINERCIĀLĀS ATSKAITES SISTĒMĀS

5.8.1. Atskaites sistēma, kas atrodas paātrinātā taisnvirziena translācijas kustībā attiecībā pret kādu inerciālu sistēmu. Ja atskaites sistēmas A' paātrinājums attiecībā pret inerciālu atskaites sistēmu A ir \vec{a}_p , tad ķermenis, uz kuru nedarbojas ārēji spēki, kustas sistēmā A' ar paātrinājumu $-\vec{a}_p$, t. i., uz ķermeni darbojas inerces spēks $\vec{F}_1 = -m\vec{a}_p$, kur m — ķermeņa masa.

A. Tāda atskaites sistēma ir, piemēram, vagona, kas pārvietojas horizontāli ar paātrinājumu \vec{a}_p attiecībā pret Zemes virsmu (5.9. att.). Uz visiem ķermeņiem, kas atrodas vagonā, darbojas inerces spēks $\vec{F}_1 = -m\vec{a}_p$. Ja horizontālā virzienā nekādi citi spēki (piem., berzes spēki) nedarbojas, tad saskaņā ar vienādojumu (5.63) ķermeni vagonā kustas ar paātrinājumu $\vec{a}_r = -\vec{a}_p$, t. i., ķermeņu paātrinājums attiecībā pret vagonu ir vienāds pēc moduļa, bet pretēji



5.9. att.



5.10. att.

vērsts vagona paātrinājumam attiecībā pret Zemes virsmu. Novērotājs, kas atrodas uz Zemes virsmas (inerciālā atskaites sistēmā), apskatīto parādību izskaidro šādi: paātrināti kustas tikai vagoni, bet uz ķermeņiem tajā nekādi spēki nedarbojas, tādēļ tiem nav paātrinājuma attiecībā pret Zemes virsmu.

B. Cits neinerciālais atskaites sistēmas piemērs ir lifta kabīne, kura kustas ar paātrinājumu \vec{a}_p vertikālā virzienā. Uz ķermeni ar masu m , kas piekārts pie lifta kabīnē nostiprināta dinamometra (5.10. att.), vertikālā virzienā darbojas divi spēki — smaguma spēks $\vec{P} = m\vec{g}$ un inerces spēks $\vec{F}_i = -m\vec{a}_p$. Tādēļ svārs \vec{P}_s , ar kādu ķermenis darbojas uz dinamometru, ir šāds:

$$\vec{P}_s = \vec{P} + \vec{F}_i = m(\vec{g} - \vec{a}_p). \quad (5.64)$$

Ja lifts stāv vai kustas vienmērīgi ($\vec{a}_p = 0$), tad $\vec{F}_i = 0$ un

$$P_s = P = mg. \quad (5.65)$$

Gadījumā, kad liftam ir augšup vērsts paātrinājums (kustoties uz augšu paātrināti vai kustoties uz leju palēnināti), spēks \vec{F}_i vērsts uz leju (5.10. att. a) un svārs

$$P_s = P + F_i = m(g + a_p). \quad (5.66)$$

Ja liftam ir lejup vērsts paātrinājums (kustoties uz augšu palēnināti vai arī kustoties uz leju paātrināti), tad inerces spēks \vec{F}_i vērsts uz augšu (5.10. att. b) un svārs

$$P_s = m(g - a_p). \quad (5.67)$$

Gadījumā, kad lejup vērsta lifta paātrinājums sasniedz brīvās krišanas paātrinājumu, t. i., $a_p = g$, tad $P_s = 0$ un ķermenis atrodas *bezsvara stāvoklī*.

No apskatītā piemēra izriet, ka inerces spēki var būt ekvivalenti gravitācijas spēkiem. Piemēram, novērotājs atrodas lifta kabīnē un

nezina, ka kabine kustas paātrināti. Viņš uzskatīs, ka ķermeņa svaru nosaka smaguma spēks, kura radītais brīvās krišanas paātrinājums $\vec{g}_{ef} = \vec{g} - \vec{a}_p$.

5.8.2. Inerces spēki vienmērīgi rotējošā atskaites sistēmā, ja ķermenis tajā nepārvietojas ($v_r = 0$). Sajā gadījumā ķermeņa inerenciālā atskaites sistēmā A rotē kopā ar atskaites sistēmu A' , ja uz to darbojas centrālās spēks $\vec{F}_n = m\vec{a}_n$, pie tam $a_n = r\omega^2$, kur m — ķermeņa masa; r — tā attālums no rotācijas ass; ω — sistēmas A' rotācijas ātrums. Novērotājs, kas saistīts ar atskaites sistēmu A' , secina, ka ķermenim, lai to noturētu miera stāvoklī šajā sistēmā, jāpieliek spēks \vec{F}_n , tāpēc ka uz to darbojas kāds spēks $\vec{F}_{cl} = -\vec{F}_n$. Spēku \vec{F}_{cl} sauc par *centrbēdzes inerces spēku*. Apskatīsim dažus piemērus.

A. Mākslīgais Zemes pavadoņs, kas kustas pa riņķa orbītu (5.11. att.), ir neinerciāla atskaites sistēma A' , kurai attiecībā pret inerciālu ar Zemes centru saistītu sistēmu A ir centrālās spēks \vec{F} . Atskaites sistēmā A' uz katru ķermeni ar masu m darbojas gan smaguma spēks \vec{F} , gan arī inerces spēks $\vec{F}_{cl} = -m\vec{a}_n$. Tā kā $\vec{a}_n = \vec{F}/m$, tad $\vec{F}_{cl} = -\vec{F}$ un $\vec{F} + \vec{F}_{cl} = 0$. Šī sakarība ir spēkā visiem ķermeņiem pavadoņi, un tādēļ ķermeņiem ar pavadoņi nav mijiedarbības, tie nespiež viens uz otru — atrodas bezsvara stāvoklī.

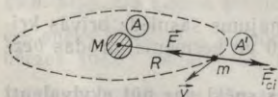
B. Ja automašīna brauc ar ātrumu v pa izliektu tiltu, kura liekuma rādiuss r (5.12. att.), tad atskaites sistēma A' , kas saistīta ar automašīnu, rotē attiecībā pret Zemes virsmu (inerciālu atskaites sistēmu A). Tā kā sistēmā A automašīnas centrālās spēks paātrinājums $a_n = v^2/r$, tad atskaites sistēmā A' uz automašīnu ar masu m darbojas centrālās spēks $F_{cl} = -mv^2/r$, kas vērsts uz augšu (projām no sistēmas rotācijas centra pa rādiusu). Tādēļ svārs P_s , ar kādu automašīna darbojas uz tiltu, atrodas tā augšējā punktā, ir šāds:

$$P_s = mg - mv^2/r. \quad (5.68)$$

Ja automašīnas ātrums ir tāds, ka $mv^2/r = mg$, tad $P_s = 0$, t. i., automašīna un visi ķermeņi tajā atrodas bezsvara stāvoklī. Ja $mv^2/r > mg$, tad automašīna atraucas no tilta.

Braucot pa *ieliektu tiltu*, automašīnai pieliktais centrālās spēks vērsts uz leju un tās svārs

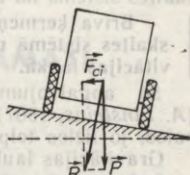
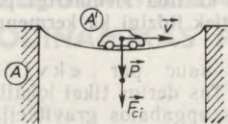
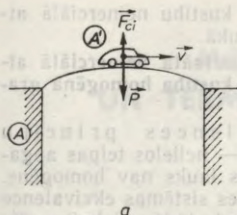
$$P_s = mg + mv^2/r. \quad (5.69)$$



5.11. att.

Lai samazinātu tiltu slodzi, tos parasti veido izliektus.

C. Centrbēdzes inerces spēki ir jāievēro ikvienā liklīnijas kustībā. Piemēram, pagriezienos, kuru rādiuss r (5.13. att.), ceļa profils ir jā-



5.12. att.

5.13. att.

izveido tāds, lai pa rādiusu vērstā centrālās inerci spēka $F_{cl} = mv^2/r$ un uz leju vērstā smaguma spēka $P = mg$ kopspēks R būtu perpendikulārs ceļa virsmai.

Centrālās inerci spēkus izmanto dažādās tehniskās ierīcēs, piemēram, centrifūgās, centrālās sūkņos u. c. Ar centrifūgu var atdalīt dažāda blīvuma šķidrumus, jo blīvākām daļiņām šie spēki ir lielāki un tās nostājas tālāk no centra. Tādā veidā attīra eļļas, atdala krējumu no piena. Centrifūgās noblīvē lējumus utt.

5.8.3. Inerci spēku, kas rodas vienmērīgi rotējošā atskaites sistēmā, ja ķermenis tajā pārvietojas ($v_r \neq 0$), sauc par Koriolisa inerci spēku. So gadījumu sīkāk neapskatīsim.

5.9. EKVIVALENCES PRINCIPS. JĒDZIENS PAR VISPĀRĪGO RELATIVITĀTES TEORIJU

Fizikāls lielums *masa* parādās divos fundamentālos likumos — otrajā Ņūtona likumā un vispasaules gravitācijas likumā. Pirmajā gadījumā masa raksturo ķermeņa *inerci*, otrajā — *gravitāciju*, proti, ķermeņa spēju pievilkties citiem ķermeņiem. Tādēļ rodas jautājums, vai nevajadzētu lietot divus dažādus fizikālus lielumus — inerto masu m_{in} un gravitējošo (smago) masu m_g .

Eksperimenti, kurus (1889—1908) izdarīja *L. Etvešs*, (1961—1964) *R. Dike*, bet (1971) *V. Braginskis* un *V. Panovs*, parādīja, ka abas masas ir stingri proporcionālas. Tādēļ var iztikt ar vienu fizikālu lielumu — masu, kuras vienības izvēle nosaka koeficientu otrajā Ņūtona likumā un gravitācijas konstanti G vispasaules gravitācijas likumā.

Inertās un gravitējošās masas ekvivalences dēļ starp inerci un gravitācijas spēkiem pastāv analogija — tie proporcionāli ķermeņa masai un, kā redzējam (sk. 5.8.1. nodaļumu), zināmos apstākļos nav iespējams atšķirt, vai uz ķermeni darbojas inerci vai gravitācijas spēki. Tiešām, homogēnā gravitācijas laukā visi ķermeņi iegūst vienādu paātrinājumu un arī neinerģiālā atskaites sistēmā, kas atrodas paātrinātā taisnvirziena translācijas kustībā attiecībā pret kādu inerciālu atskaites sistēmu, visiem brīviem ķermeņiem ir vienāds

MOLEKULĀRFIZIKAS UN TERMODINAMIKAS PAMATI

IEVADS

Sajā daļā aplūkosim parādības, kas saistītas ar molekulāro kustību, izejot no priekšstata, ka visi makroskopiski ķermeņi — gāzes, šķidrums, cietvielas — sastāv no molekulām (atomiem), kuru skaits ir ļoti liels. Šīs parādības nevar izskaidrot tikai ar mehāniskās kustības likumiem. Tā, piemēram, mehāniskās kustības likumi nevar izskaidrot vielas agregātstāvokļu maiņas, siltuma parādības, ķermeņu makroskopiskās īpašības. Fizikas nozari, kura pēta molekulāro kustību, sauc par molekulārfiziku. Tās uzdevums — izskaidrot molekulāro sistēmu makroskopiskās īpašības.

Zinātni, kura pēta siltuma parādības un makroskopisku sistēmu īpašības, sauc par termodinamiku. Termodinamikā molekulārās sistēmas stāvokli raksturo ar nelielu skaitu termodinamisko parametru. Tā, piemēram, gāzu stāvokli var raksturot ar četriem parametriem — spiedienu, tilpumu, vielas daudzumu un temperatūru. Termodinamikas kā makrosistēmu pētīšanas metodes pamatā ir trīs termodinamikas likumi, kuri formulēti 19. gadsimtā. Tie ir milzīga skaita eksperimentālo faktu vispārinājums, un, pamatojoties uz tiem, iespējams paredzēt, kā attīstīsies makroprocesi pētāmajā sistēmā.

Termodinamiskās metodes ir universālas un vispārīgas, tādēļ tās var lietot dažādām makrosistēmām (arī ķīmijā, bioloģijā). Visi koeficienti un parametri, kuri tiek lietoti makrosistēmas aprakstam noteiktos ārējos apstākļos, tiek noteikti empīriski. Termodinamikas ietvaros tos teorētiski iegūt nav iespējams. Tādēļ termodinamiskā metode nevar atklāt pētāmo parādību un procesu iekšējos cēloņus.

19. gs. vidū un 20. gs. sākumā intensīvi attīstās makrosistēmu pētīšanas mikroskopiskā pieeja. Molekulāro sistēmu pētīšanā tā izpaužas kā molekulāri kinētiskā metode. Plašākā nozīmē tā tiek saukta par statistisko metodi. Šī metode pamatojas uz konkrētu sistēmas mikrostrukturālas modeli un, izejot no tā, izskaidro makrosistēmas makroskopiskās īpašības. Piemēram, statistiskā metode, pamatojoties uz noteiktu gāzes molekulu kustības un mijiedarbības modeli, parāda, ka gāzes spiediens un temperatūra ir molekulu kolektīvās darbības rezultāts.

Pēc statistiskās metodes iespējams atklāt parādību cēloņus, pamatot termodinamikas likumus, aprēķināt koeficientus un atbildēt pat uz tādiem jautājumiem, kuri nerodas un nevar tikt formulēti termodinamikās metodes ietvaros.

Ieviešot termodinamikā statistiskās metodes elementus, izveidojās statistiskā termodinamika, kura vispilnīgāk apraksta gāzu, šķidrumu un cietvielu īpašības.

Mūsdienās statistiskās un termodinamikās metodes tiek lietotas ne tikai molekulārajām sistēmām, bet arī daudzām citām sistēmām.

Tādēļ var aplūkot 1) statistisko un termodinamisko metožu lietošanu noteiktu makrosistēmu pētīšanā; 2) vienas vai otras metodes lietošanu likumsakarību pētīšanā jebkurā makrosistēmā. Otrajā gadījumā termodinamiskā metode tiek saistīta ar fizikas daļu termodinamiku, bet statistiskā metode — ar statistisko fiziku.

Mūsu fizikas kursa šīs daļas mērķis — iepazīstināt ar molekulārās kustības likumiem un parādībām, galvenokārt aplūkojot tādas molekulārās sistēmas kā ideāla un reāla gāze, kā arī aplūkojot dažas šķidrumu un cietvielu uzbūves īpatnības. Tādēļ statistiskā un termodinamiskā pētīšanas metode netiek stingri norobežotas, bet tiek lietotas arī paralēli. Atbilstoši lietojami arī jēdzieni molekulārā sistēma un termodinamiskā sistēma.

6. NODAĻA

STATISTISKĀ UN TERMODINAMISKĀ METODE. IDEĀLA GĀZE

6.1. STATISTISKĀ UN TERMODINAMISKĀ PĒTĪŠANAS METODE

Molekulārā fizikā un termodinamikā ir viens un tas pats pētīšanas objekts, taču pētīšanas metodes ir dažādas.

6.1.1. Dinamiskā pētīšanas metode. Vienkāršākais molekulārā fizikas un termodinamikas pētīšanas objekts ir ideāla gāze. Ja pieņem, ka gāzes molekulas kustas saskaņā ar klasiskās mehānikas likumiem un to mijiedarbības likumi ir zināmi, var uzrakstīt katras molekulas kustības vienādojumu. To atrisinot, var uzzināt, kur atradīsies molekula un kā tā kustēsies jebkurā laika momentā. Šādas likumsakarības, kuras apraksta molekulas kustību, sauc par dinamiskajām likumsakarībām. Lietojot dinamiskās likumsakarības katras gāzes molekulas kustības aprakstīšanai, t. i., lietojot dinamisko pētīšanas metodi, it kā varētu iegūt vispilnīgāko informāciju par pētāmo objektu. Tomēr molekulārā fizikas objektiem nav derīga šāda metode.

Pirmkārt, dinamisko metodi nevar tehniski realizēt. Piemēram, ja pētīšanas objekts būtu gaiss normālos apstākļos, tad pēc šīs metodes vajadzētu sastādīt miljūgu skaitu kustības vienādojumu, jo 1 cm^3 gaisa normālos apstākļos satur $2,7 \cdot 10^{19}$ molekulu. Lai šos vienādojumus viennozīmīgi atrisinātu, jāzina visu molekulu sākumstāvokļu ātrumi un koordinātas (nemaz jau nerunājot par to, kā tos

noteikt) — tātad $6 \cdot 2,7 \cdot 10^{19}$ skaitļi. Protams, šāda uzdevuma atrisināšana tehniski nav iespējama.

Otrkārt, ja arī būtu fantastiski ātrdarbīgs skaitļotājs, kurš šādu uzdevumu atrisinātu, nav zināms, kā analizēt un izmantot šo informāciju.

Tādēļ dinamisko metodi lieto tādu sistēmu pētīšanā, kuras satur nelielu skaitu daļiņu. Ja pētāmais objekts jeb sistēma satur ļoti daudz daļiņu, tajā parādās jaunas likumsakarības, kuras nevar reducēt uz tās sastāvā ietilpstošo daļiņu īpašību kopumu. Piemēram, visu gāzes molekulu dinamiskās likumsakarības kopā nedod gāzu stāvokļa vienādojumu. Šādu sistēmu pētīšanai ir izstrādātas savas metodes — statistiskā un termodinamiskā metode.

6.1.2. Statistiskā pētīšanas metode tiek lietota molekulārfizikā, un tādēļ molekulārfizika ir statistiskās fizikas daļa. Molekulārfizikas objektu pētīšanai izmanto fizikālus lielumus un jēdzienus, kuri attiecas nevis uz atsevišķu molekulu, bet gan uz ļoti daudzu molekulu kopumu. Atbilstošās likumsakarības, kurām pakļaujas šādas sistēmas, sauc par statistiskajām likumsakarībām. Līdzsvara stāvokli molekulu kopumu (sistēmu) viennozīmīgi raksturo molekulu stāvokļa un kustības parametru vidējās vērtības. Šīs vidējās vērtības arī nosaka sistēmas makroskopiskās īpašības. Piemēram, gāzes spiedienu un temperatūru — tieši izmērāmus parametrus, kuri raksturo gāzi termodinamiskā līdzsvara stāvoklī, var saistīt ar molekulu vidējo kinētisko enerģiju.

Statistiskajām likumsakarībām ir varbūtības raksturs. Varētu likties, ka tās nav tik objektīvas kā mehānikas likumi (dinamiskās likumsakarības), jo tās nedod viennozīmīgu atbildi tādā nozīmē, kā to saprotam mehānikā. Piemēram, ja no statistiskajiem likumiem izriet, ka sistēma atrodas stāvoklī, kuru raksturo noteikti makroskopiskie parametri (spiediens, temperatūra u. c.), tad tas nozīmē, ka šis stāvoklis ir visvarbūtīgākais, bet principā iespējami arī citi stāvokļi, tikai ar daudz mazāku varbūtību, un tādēļ tie nerealizējas. Šāds likumsakarības raksturs objektīvi atbilst pētāmās sistēmas dabai.

Raksturīga statistisko likumsakarību iezīme ir tā, ka tās nav atkarīgas no sākuma nosacījumiem, kas arī atbilst pētāmā objekta dabai. Piemēram, gāzes stāvoklis nav atkarīgs no tā, kādā stāvoklī gāze atradusies iepriekšējā laika momentā. Tas savukārt atspoguļo ja gāzu likumus. Statistisko likumsakarību iegūšanai tiek lietota matemātiskā statistika un varbūtību teorija.

6.1.3. Termodinamiskā pētīšanas metode. Daudzu daļiņu sistēmas var pētīt arī, neinteresējoties par šīs sistēmas iekšējo uzbūvi un atsevišķu daļiņu īpašībām, bet noskaidrojot sakarības starp makroskopiskajiem parametriem, kuri raksturo visas sistēmas stāvokli un tā maiņas. Šādu pētīšanas metodi sauc par *termodinamisko metodi*. Piemēram, ideālas gāzes gadījumā var noskaidrot tikai sakarības starp gāzes tilpumu, spiedienu un temperatūru. Šos parametrus var eksperimentāli noteikt, pētīt sakarības starp tiem, kā arī to maiņas.

Atbilstošās teorētiskās likumsakarības, kas saista makroskopiskos parametrus, iegūst no likumiem, kuri, tāpat kā Ņūtona likumi mehānikā, ir daudzu novērojumu un eksperimentu rezultātu vispārinājums. Pamatojoties uz šiem likumiem, izstrādāta teorija — termodinamika. Tā ir aprakstoša teorija, jo nenoskaidro procesu iekšējos mehānismus un cēloņus.

Sajā grāmatas daļā paralēli lietota statistiskā un termodinamiskā pētīšanas metode.

6.2. TERMODINAMISKIE PARAMETRI. LIDZSVARA STĀVOKĻI UN PROCESI, TO ATTĒLOŠANA TERMODINAMISKAJĀS DIAGRAMMĀS

6.2.1. Termodinamiskie parametri. Turpmāk tādu ķermeņi, kas satur daudz daļiņu, kuras mijiedarbības dēļ var apmainīties ar enerģijām, saucim par *termodinamisku sistēmu*. Tās stāvokļa raksturošanai var lietot dažādus makroskopiskos lielumus (blīvumu, polarizētību, mehānisko spriegumu, temperatūru u. c.). Tos lielumus, kuri viennozīmīgi nosaka termodinamiskās sistēmas stāvokli, sauc par *termodinamiskajiem parametriem*. Taču sistēmas stāvokli nosaka nevis atsevišķu termodinamisko parametru vērtības, bet gan visu parametru vērtību kopums. Piemēram, ideālas gāzes stāvokļa parametri ir spiediens, blīvums un temperatūra. Blīvuma vietā noteiktam gāzes daudzumam par stāvokļa parametru var lietot arī tilpumu. Gāzes stāvokli nosaka visu šo parametru kopums.

Spiediens atkarīgs no molekulu triecieniem pret trauka sienu, un skaitliski tas vienāds ar spiediena spēku, kas darbojas uz sienas laukuma vienību. Temperatūra saistīta ar molekulu kinētisko enerģiju — tā proporcionāla molekulu vidējai kinētiskajai enerģijai termodinamiskā līdzsvara stāvoklī.

6.2.2. Līdzsvara stāvokļi. Sistēmas stāvokli sauc par termodinamiskā līdzsvara stāvokli, ja *termodinamisko parametru vērtības visās sistēmas daļās ir vienādas un bez ārējas iedarbības laikā nemainās*, t. i., bez ārējas iedarbības sistēma šādā stāvoklī var atrasties bezgalīgi ilgi. Sis stāvoklis ir *dinamisks līdzsvara stāvoklis*, jo molekulas nepārtraukti kustas. Kustība izraisa novirzes no līdzsvara stāvokļa (fluktuācijas) un atkal atjauno līdzsvara stāvokli. Tomēr ar relatīvi augstu precizitāti paliek nemainīgas molekulu raksturlielumu vidējās vērtības, kuras savukārt saistītas ar termodinamiskajiem parametriem. Piemēram, termodinamiskā līdzsvara stāvoklī molekulu vidējā kinētiskā enerģija visās sistēmas daļās ir vienāda un laikā nemainās. Makroskopiski tas nozīmē, ka visās sistēmas daļās ir vienāda nemainīga temperatūra. Tātad par tādu termodinamisko parametru kā temperatūra un spiediens noteiktām vērtībām var runāt tikai tad, ja sistēma atrodas termodinamiskā līdzsvara stāvoklī.

Ja divas vai vairākas termodinamiskās sistēmas atrodas termiskā kontaktā un var ietekmēt cita citu, tad termodinamiskā līdzsvara stā-

vokli visu sistēmu molekulu vidējā enerģija ir vienāda. Tad arī visu sistēmu temperatūra ir vienāda.

Līdzsvara stāvoklis iespējams tāpēc, ka, tiklīdz kādā sistēmas daļā kāda parametra vērtība novirzās no līdzsvara stāvokļa vērtības, sistēmā rodas procesi, kuri atjauno līdzsvara stāvokli. Ja ārēja iedarbība izjauc sistēmas līdzsvara stāvokli, tad pēc šīs iedarbības izbeigšanās sistēma pakāpeniski atgriežas tajā. Šo procesu sauc par *relaksāciju* un laiku, kurā sistēma nonāk līdzsvara stāvoklī, sauc par *relaksācijas laiku*. Dažādiem parametriem relaksācijas laiks var atšķirties. Piemēram, var runāt par koncentrācijas relaksācijas laiku, temperatūras relaksācijas laiku utt.

6.2.3. Stāvokļa vienādojums. Ja mainās sistēmas stāvoklis, mainās arī tās termodinamiskie parametri. Taču parametru maiņas nav neatkarīgas. Mainot kādu stāvokļa parametru, vienlaikus mainās vismaz vēl viens parametrs. Tas nozīmē, ka parametrus savstarpēji saista noteikta likumsakarība — sistēmas stāvokļa vienādojums. Piemēram, noteiktam gāzes daudzumam nevar vienlaikus patvaļīgi izraudzīties gan tilpumu V , gan spiedienu p , gan arī temperatūru T . Sakarību starp šiem parametriem sauc par gāzes stāvokļa vienādojumu.

6.2.4. Termodinamiskie procesi. Termodinamiskās sistēmas pārēju no viena līdzsvara stāvokļa citā sauc par termodinamisku procesu. Parametru maiņas laikā sistēma vairs nav termodinamiskā līdzsvara stāvoklī, jo to nevar raksturot ar noteiktām parametru vērtībām. Tomēr, ja parametru vērtības mainās tik lēni, ka katru stāvokli var uzskatīt par līdzsvara stāvokli, tad procesu sauc par *līdzsvarotu* jeb *kvazistatisku*. Kvazistatiskiem procesiem jānorisinās bezgalīgi lēni. Tomēr nevar apgalvot, ka visi procesi, kuri norisinās lēni, ir kvazistatiski. Piemēram, ja gāze no trauka izplūst ļoti lēni un ārpus trauka ir tukšums, tad process nekad nav kvazistatisks. Reālus procesus tikai aptuveni var uzskatīt par kvazistatiskiem, tomēr daudzos gadījumos šāds tuvinājums ir pietiekams.

Procesi, kuri norisinās ātri, parasti ievērojami atšķiras no kvazistatiskiem, un tos sauc par *nelīdzsvarotiem*, jo sistēmas starpstāvokļi nav līdzsvara stāvokļi. Piemēram, ja strauji maina gāzes tilpumu, tad spiediens un temperatūra dažādās vietās gāzes tilpumā ir dažāda. Šo parametru sadalījums pa gāzes tilpumu atkarīgs no tilpuma maiņšanās veida un ātruma. Tādēļ apskatāmo gāzes daudzumu nevar raksturot ar noteiktu spiediena un temperatūras vērtību un gāzes stāvokli, bet līdz ar to arī process ir nelīdzsvarots.

Termodinamiskās sistēmas *līdzsvarotus stāvokļus* var attēlot *stāvokļu diagrammās*, atliekot uz koordinātu asīm divu termodinamisko parametru vērtības. Stāvokļu diagrammā termodinamiskā līdzsvara stāvoklim atbilst punkts. Kvazistatiskam procesam šie punkti veido līnijas. Piemēram, gāzes stāvokļu un procesu attēlošanai lieto pV , pT un VT diagrammas. Trešo, diagrammā neattēloto gāzes stāvokļa parametru (T , V vai p) var noteikt pēc stāvokļa vienādojuma. *Nelīdzsvarotus stāvokļus un nelīdzsvarotus procesus nevar attēlot diagrammās.*

6.3. IDEĀLAS GĀZES MOLEKULĀRI KINĒTISKĀS TEORIJAS PAMATVIENĀDOJUMS SPIEDIENAM

6.3.1. Ideāla gāze. Aplūkosim vienkāršu termodinamiskas sistēmas modeli. Pieņemsim, ka

1) sistēma sastāv no daļiņām, kuras kustas pēc klasiskās fizikas likumiem, bet to sadursmes notiek saskaņā ar absolūti elastīgu ložu sadursmju likumiem;

2) daļiņu izmēri ir daudz mazāki nekā vidējais attālums starp tām;

3) mijiedarbības spēki starp daļiņām darbojas vienīgi sadursmju momentos;

4) sadursmēs notiek enerģijas apmaiņa starp daļiņām.

Dabā eksistē tādas sistēmas, kuru īpašības ir tuvas šāda modeļa īpašībām, piemēram, retinātas gāzes, ja to temperatūra nav ļoti zema. Gāzi, kuras īpašības pilnīgi atbilst aplūkotajam modelim, sauc par *ideālu gāzi*. Jāpiebilst, ka daudzu gāzu īpašības pat normālos apstākļos maz atšķiras no ideālas gāzes īpašībām. Ja ideāla gāze atrodas slēgtā traukā, tās molekulu sadursmes ar trauka sienām ir absolūti elastīgas.

Ideālu gāzi termodinamiskā līdzsvara stāvoklī var raksturot, kā jau tika minēts, ar spiedienu p , temperatūru T un blīvumu ρ . Noteiktam gāzes daudzumam blīvuma vietā var lietot tilpumu V . Sos parametrus savā starpā saista *ideālas gāzes stāvokļa vienādojums*.

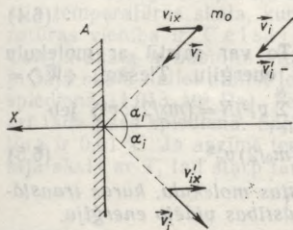
6.3.2. Molekulāri kinētiskās teorijas pamatvienādojums. Noteiksim spiedienu, kuru uz trauka sienām izdara tajā ieslēgtā gāze. Sajā nolūkā izmantosim statistisko metodi un priekšstatu, ka gāzes molekulas elastīgā sadursmē nodod trauka sienām impulsu, resp., darbojas uz sienām ar spēku. Kā zināms, spēks, kas darbojas uz laukuma vienību virsmas normāles virzienā, ir spiediens.

Pieņemsim, ka gāzes atsevišķas molekulas masa ir m_0 , un apskatīsim kādu molekulu, kuras ātrums tieši pirms sadursmes ar

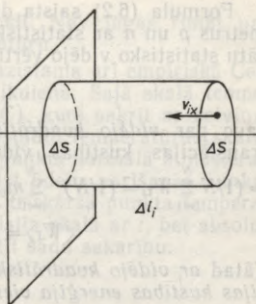
trauka sienām ir \vec{v}_i (6.1. att.) un sadursmes punktā A kustības virziens veido leņķi α_i ar virsmas normāli (X asi). Pēc sadursmes molekula atlec no sienas tādā pašā leņķī α_i . Tā kā sadursme ir elastīga, tad ātruma modulis nemainās un pēc sadursmes $v'_i = v_i$. Molekulas impulsa izmaiņa $m_0 \Delta \vec{v}_i = m_0 (\vec{v}'_i - \vec{v}_i)$, bet trauka sienas saņemtais impuls

$-m_0 \Delta \vec{v}_i = m_0 (\vec{v}_i - \vec{v}'_i)$. Kā redzams, tas vērsts perpendikulāri trauka sienai (pozitīvajā X ass virzienā) un tā modulis $2m_0 v_i \cos \alpha_i = 2m_0 v_{ix}$, kur v_{ix} — ātruma projekcijas uz X ass skaitliskā vērtība.

Izdalīsim gāzē molekulu grupas, kuru ātrumu projekcijas $v_{1x}, v_{2x}, \dots, v_{ix}, \dots, v_{hx}$, bet to koncentrācijas $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_h$. Vispirms noskaidrosim, kādu spiedienu p_i uz trauka sienu izdara molekulas, kuru ātrumu projekcijas ir v_{ix} . Apskatīsim šo molekulu sadursmes ar mazu virsmas elementu, kura laukums ΔS (6.2. att.), īsā laika sprīdī Δt . Sajā laika sprīdī virsmas elementu sasniedz molekulas, kas atrodas cilindrā (pamats ΔS un augstums $\Delta l_i = v_{ix} \Delta t$) un kustas pozitīvajā X ass virzienā. Līdzsvara stāvoklī tādas ir puse



6.1. att.



6.2. att.

no visām molekulām (pārējās kustas pretējā virzienā). Tātad šo molekulu skaits $\Delta N_i = (1/2)n_i\Delta V = (1/2)n_i\Delta S\Delta l_i = (1/2)n_i\Delta S v_{ix}\Delta t$. Šīs molekulas atdod trauka sienai impulsu $2m_0 v_{ix}\Delta N_i$, t. i., darbojas ar spēku $2m_0 v_{ix}\Delta N_i/\Delta t$ un izdara spiedienu $2m_0 v_{ix}\Delta N_i/(\Delta t\Delta S)$. Tādējādi spiediens $p_i = m_0 n_i v_{ix}^2$.

Visu molekulu radītais kopējais spiediens $p = \sum_{i=1}^k p_i$ ir izsakāms šādi:

$$p = m_0 \sum_{i=1}^k n_i v_{ix}^2.$$

Šo izteiksmi var uzrakstīt vienkāršāk, izmantojot ātrumu projekcijas v_x kvadrāta statistisko vidējo vērtību, kas saskaņā ar definīciju

$$\langle v_x^2 \rangle = (1/n) \sum_{i=1}^k n_i v_{ix}^2, \quad (6.1)$$

kur n — molekulu koncentrācija. Tad molekulu kopējais spiediens $p = m_0 n \langle v_x^2 \rangle$.

Molekulu kustība visos virzienos ir vienāda. Tādēļ $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$. Tā kā $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$, tad $\langle v_x^2 \rangle = \langle v^2 \rangle / 3$ un spiediens

$$p = (1/3)m_0 n \langle v^2 \rangle, \quad \text{kur} \quad (6.2)$$

$$\langle v^2 \rangle = (1/N) \sum_{i=1}^N v_i^2 \quad (6.3)$$

ir molekulu ātrumu kvadrātu vidējā vērtība; N — kopējais molekulu skaits.

Formula (6.2) saista divus ideālus gāzes termodinamiskos parametrus p un n ar statistisku lielumu $\langle v^2 \rangle$ — molekulu ātrumu kvadrātu statistisko vidējo vērtību. Ātrumu

$$v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle} \quad (6.4)$$

sauc par *vidējo kvadrātisko ātrumu*. To var saistīt ar molekulu translācijas kustības vidējo kinētisko enerģiju. Tiešām, $\langle W_t \rangle = (1/N) \sum_{i=1}^N W_{ti} = (1/N) \sum_{i=1}^N m_0 v_i^2 / 2 = (m_0/2) \sum_{i=1}^N v_i^2 / N = (m_0/2) \langle v^2 \rangle$ jeb

$$\langle W_t \rangle = (m_0/2) \langle v^2 \rangle = (m_0/2) v_q^2. \quad (6.5)$$

Tātad ar *vidējo kvadrātisko ātrumu kustas molekula, kuras translācijas kustības enerģija vienāda ar šīs kustības vidējo enerģiju*.

Formulu (6.2) saskaņā ar sakarību (6.5) var pārveidot šādi:

$$p = (2/3)n \langle W_t \rangle. \quad (6.6)$$

So sakarību sauc par molekulāri kinētiskās teorijas pamatvienādojumu.

|| Gāzes spiediens ir proporcionāls gāzes molekulu koncentrācijai un to translācijas kustības vidējai enerģijai.

Dažkārt par molekulāri kinētiskās teorijas pamatvienādojumu sauc arī formulu (6.2).

6.4. MOLEKULU VIDĒJĀ KINĒTISKĀ ENERĢIJA.

ABSOLŪTĀS TEMPERATŪRAS MOLEKULĀRI KINĒTISKAIS IZSKAIDROJUMS. KLAPEIRONA-MENDELEJEVA VIENĀDOJUMS

6.4.1. Absolūtās temperatūras skala. Molekulāri kinētiskās teorijas pamatvienādojumā (6.6) būtībā jau ietverti divi ideālās gāzes stāvokļa parametri — molekulu koncentrācija un gāzes spiediens. Arī molekulas translācijas kustības vidējai enerģijai $\langle W_t \rangle$ noteiktā gāzes stāvoklī ir noteikta vērtība un to var saistīt ar trešo termodinamisko parametru — temperatūru T , kuru definē kā lielumu, kas proporcionāls molekulu translācijas kustības vidējai enerģijai. Tā kā $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$ un savukārt $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$, jo molekulu haotiskajā kustībā visi virzieni ir vienlīdz varbūtīgi, tad $\langle W_t \rangle$ ir triju vienādu saskaitāmo summa: $\langle W_t \rangle = (m_0/2) \langle v^2 \rangle = (m_0/2) \times (\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle)$. Tādēļ ir lietderīgi par proporcionalitātes koeficientu, kas saista lielumus $\langle W_t \rangle$ un T , izraudzīties $(3/2)k$. Tādējādi

$$\langle W_t \rangle = (3/2)kT, \quad (6.7)$$

kur k — *Bolcmaņa konstante*. Tās vērtība ir saistīta ar temperatūras vienību. Temperatūras SI vienība ir kelvins (K), un temperatūras mērīšanai lieto *absolūto temperatūras skalu*, kurā pieņemts, ka ūdens trīskāršā punkta (sk. 10.5.5. nodalījumu) temperatūra ir 273,16 K. Šādā gadījumā Bolcmaņa konstantes vērtība $k = 1,381 \times 10^{-23}$ J/K. Jāpiebilst, ka temperatūras jēdzienu var lietot tikai ter-

modinamiskajai sistēmai līdzsvara stāvoklī. Nav jēgas runāt par vienas vai neliela skaita molekulu temperatūru.

6.4.2. Celsija temperatūras skala. Ir pazīstama arī empīriskā Celsija temperatūras skala, kuru plaši lieto ikdienā. Šajā skalā temperatūras vienība ir Celsija grāds ($^{\circ}\text{C}$), kurš sakrīt ar kelvinu. Celsija skala ir nobīdīta attiecībā pret absolūto temperatūras skalu, jo šajā skalā nullei atbilst ledus kušanas punkts normālā atmosfēras spiedienā ($1,013 \cdot 10^5$ Pa), bet 100°C atbilst ūdens vārīšanās punkts arī tādā pašā spiedienā. Šajā skalā ūdens trīskāršā punkta temperatūra ir $0,01^{\circ}\text{C}$. Ja apzīmē temperatūru Celsija skalā ar t , bet absolūtajā skalā ar T , tad starp tām var uzrakstīt šādu sakarību:

$$T = t + 273,15.$$

6.4.3. Gāzes spiediena sakarību ar tās molekulu koncentrāciju un temperatūru var noteikt, izmantojot formulas (6.6) un (6.7). Tad iegūst

$$p = nkT. \quad (6.8)$$

Tā kā $n = N/V$, ja N — gāzes molekulu skaits tilpumā V , tad

$$pV = NkT. \quad (6.9)$$

Sis vienādojums saista noteikta ideālas gāzes daudzuma parametrus p , V , T un ir viens no *stāvokļa vienādojumiem*.

6.6.4. Vielas daudzums. Ar noteiktu gāzes daudzumu sakarībā (6.9) jāsaprot noteikts gāzes molekulu skaits N . Vispār *molekulār-fizikā par vielas daudzumu sauc šīs vielas struktūras elementu skaitu*. Apskatāmajā gadījumā struktūras elements ir molekula. Ja par vielas daudzuma vienību pieņem vienu struktūras elementu, tad neērtības rada ļoti lieli skaitļi, kuri izsaka vielas daudzumu šajās vienībās. Tādēļ vielas daudzuma ν mērīšanai SI sistēmā lieto īpašu vienību, ko sauc par molu (mol). *Mols ir tāds vielas daudzums, kas satur tikpat daudz struktūras elementu, cik atomu ir 0,012 kilogramos oglekļa izotopu $^{12}_6\text{C}$* . Ja viena oglekļa atoma masa ir m_C kilogrami, tad 0,012 kg oglekļa satur $0,012/m_C$ atomu. So skaitli, kas vienāds ar atomu skaitu 0,012 kilogramos oglekļa $^{12}_6\text{C}$, sauc par *Avogadro skaitli*. Tā skaitliskā vērtība $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$. Tātad ikvienai vielai vielas daudzuma vienība satur N_A struktūras elementus. Jāpiebilst, ka runāt par vielas daudzumu ir jēga tikai tad, ja uzrāda, par kādiem struktūras elementiem (atomiem, molekulām utt.) tiek runāts.

Ja viena struktūras elementa, piemēram, molekulas masa ir m_0 , tad vienam molam atbilstošā masa ir $N_A m_0$ un to sauc par dotās vielas *molmasu* M . Dažādām vielām ir dažādas molmasas, bet satur vienmēr vienu un to pašu skaitu struktūras elementu. Tātad

$$M = N_A m_0. \quad (6.10)$$

Arī molmasa attiecas uz noteiktu struktūras elementu.

Vielas daudzumu ν var aprēķināt, zinot tās masu m un molmasu M vai arī struktūras elementu skaitu N un Avogadro skaitli N_A . Tad

$$\nu = m/M = N/N_A. \quad (6.11)$$

Atomu un molekulu masu mērīšanai lieto arī ārpus sistēmas masas vienību u , kas vienāda ar $1/12$ oglekļa izotopa $^{12}_6\text{C}$ atoma masas m_{OC} un ko sauc par atommasas vienību; $1 u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. Molekulas masu atommasas vienībās sauc par *relatīvo molekulmasu* m_r .

$$m_r = m_0 / \left(\frac{1}{12} m_{\text{OC}} \right) = 12 m_0 / m_{\text{OC}}.$$

Acīmredzot oglekļa izotopa $^{12}_6\text{C}$ relatīvā atommasa ir 12. Vielas molmasu M var izteikt ar relatīvo atommasu (molekulmasu) m_r :

$$M = N_A m_0 = N_A \frac{1}{12} m_{\text{OC}} m_r = (0,012 / m_{\text{OC}}) (m_{\text{OC}} / 12) m_r = 10^{-3} m_r.$$

Piemēram, ūdeņraža atomu molmasa ir $1 \cdot 10^{-3}$ kg·mol⁻¹, skābekļa atomu — $16 \cdot 10^{-3}$ kg·mol⁻¹. Relatīvās atommasas m_r var uzziņāt D. Mendeļejeva ķīmisko elementu periodiskās sistēmas tabulā, bet relatīvās molekulmasas pietiekami precīzi var aprēķināt, saskaitot to sastāvā ietilpstošo elementu relatīvās atommasas. Tā ūdeņraža molekulu molmasa ir $2 \cdot 10^{-3}$ kg·mol⁻¹, bet skābekļa molekulu — $32 \cdot 10^{-3}$ kg·mol⁻¹.

6.4.5. Klapeirona—Mendeļejeva vienādojums. Ideālas gāzes stāvokļa vienādojumu (6.9) var pārveidot, aizstājot molekulu skaitu N ar vielas daudzumu ν vai gāzes masu m . No sakarības (6.11) redzams, ka $N = \nu N_A = N_A m / M$. Tādēļ $pV = \nu N_A kT$ vai $pV = m N_A kT / M$. Apzīmēsim reizinājumu $N_A k$ ar R . Tad ideālas gāzes stāvokļa vienādojumu var pierakstīt šādi:

$$pV = \nu RT; \quad (6.12)$$

$$pV = (m/M) RT. \quad (6.13)$$

Konstanti $R = kN_A$ sauc par *universālo gāzu konstanti*, un tās skaitliskā vērtība SI sistēmā ir 8,314 J/(K·mol). Vienādojumu (6.13) sauc par Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu, jo šādā formā to 1874. gadā ieguva D. Mendeļejevs (1834—1907), bet nepilnīgākā formā $pV/T = \text{const}$ to izrisināja B. Klapeirons 1834. gadā.

Ja tilpuma vietā par termodinamisko parametru lieto gāzes blīvumu $\rho = m/V$, tad no Klapeirona—Mendeļejeva vienādojuma iegūst

$$pM = \rho RT. \quad (6.14)$$

Jebkuru no vienādojumiem (6.8), (6.9), (6.12), (6.13), (6.14) var uzskatīt par ideālas gāzes stāvokļa vienādojumu.

Visbiežāk par ideālas gāzes stāvokļa vienādojumu sauc Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu (6.13).

6.4.6. Temperatūras mērīšana. Lai ilustrētu temperatūras mērīšanas praktiskās iespējas, izmantosim Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu. Par temperatūras mērierīci var izmantot termodinamisku sistēmu, jo tikai tai, kā jau iepriekš norādīts, lietojams temperatūras jēdziens. Jāpanāk termodinamiskā līdzsvara stāvoklis starp termometru un pētāmo sistēmu, jāizraugās kāds no termometra sistēmas parametriem, kas viennozīmīgi atkarīgs no temperatūras, un pēc šā parametra vērtības jānosaka pētāmās sistēmas temperatūra, kura ir vienāda ar termometra temperatūru. Pirms mērīšanas jāizveido temperatūras mērīšanas skala jeb jāgraduē termometrs. Par termometriem izmanto visdažādākās sistēmas un to visdažādākos parametrus, kuri atkarīgi no šo sistēmu temperatūras (spiedienu, garumu, elektrisko pretestību utt.).

Par visvienkāršāko termometru var būt noteikts daudzums ideālas gāzes, un šādu termometru sauc par *gāzes termometru*. Saskaņā ar Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu gāzes termometra parametrs — spiediens p noteiktam gāzes daudzumam nemainīgā tilpumā ir proporcionāls temperatūrai. Izmērot spiedienu p , var noteikt temperatūru termodinamiskā līdzsvara stāvoklī. Jebkuru gāzi noteiktā tuvīnājumā var uzskatīt par ideālu. Izraugoties termometra sistēmas gāzi un tās sākumstāvokli, iespējams ar nepieciešamo precizitāti realizēt ideālas gāzes termometru noteiktam temperatūru intervālam.

6.4.7. Gāzu maisījums. Lidz šim, to īpaši neuzsverot, runājām par gāzēm, kuras sastāv no vienādām molekulām. Noskaidrosim, kādas īpatnības ir gāzu maisījumam.

Saskaņā ar formulu (6.8) spiediens nav atkarīgs no molekulu individuālajām īpašībām, tajā skaitā arī no molekulu masas, bet ir atkarīgs tikai no molekulu koncentrācijas n un gāzes temperatūras T .

Gāzu maisījumā molekulu haotiskās kustības dēļ dažāda veida molekulas vienmērīgi sadalās pa tilpumu, kuru aizņem gāzu maisījums. Gāzu maisījuma molekulu koncentrācija n tad ir atsevišķu tā komponentu molekulu koncentrāciju n_1, n_2, \dots summa: $n = n_1 + n_2 + \dots$.

Tādēļ $p = (n_1 + n_2 + \dots)kT = n_1kT + n_2kT + \dots = \sum_i n_i kT$. Lielums $p_i = n_i kT$ ir spiediens, kādu rada i -tais maisījuma komponents, viens pats aizņemdam visu tilpumu, kurā atrodas maisījums, un to sauc par *parciālspiedienu*. Kā redzams,

$$p = \sum_i p_i. \quad (6.15)$$

Spiediens gāzu maisījumā ir vienāds ar tā komponentu parciālspiedienu summu.

Tātad ideālu gāzu spiediens ir aditīvs lielums. Tas ir Daltona likums. Šo likumu 1801. gadā atklāja Dž. Daltons (1766—1844).

Ja gāzes molekulu koncentrācijas ir lielas (reālās gāzēs), novērojamas novirzes no Daltona likuma (spiediņi vairs nav aditīvi),

jo tad gāzes maisījuma komponentus vairs nevar uzskatīt par neatkarīgiem molekulu mijiedarbības dēļ. Gāzu maisījumā vielas daudzums vienāds ar tā komponentu vielas daudzumu summu (vielas daudzums vienmēr ir aditīvs lielums). Tādēļ, ņemot vērā Daltona likumu, Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu (6.13) gāzu maisījumam var uzrakstīt šādi:

$$(p_1 + p_2 + \dots)V = (m_1/M_1 + m_2/M_2 + \dots)RT, \quad (6.16)$$

no kurienes redzams, ka parciālspiediens $p_i = m_i RT / (M_i V)$, ja m_i ir i -tā komponenta masa tilpumā V un M_i — tā molmasa. Salīdzinot sakarības (6.13) un (6.16), iegūst, ka $m/M = m_1/M_1 + m_2/M_2 + \dots$, kur $m = m_1 + m_2 + \dots$ — gāzu maisījuma masa, bet M — tā molmasa. Tādēļ

$$M = \frac{m}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots}, \quad (6.17)$$

t. i., gāzu maisījuma molmasu var noteikt, izdalot gāzes masu ar tās vielas daudzumu (molu skaitu).

6.5. MOLEKULAS BRĪVĪBAS PAKĀPJU SKAITS. EKVIPARTĪCIJAS LIKUMS. IDEĀLAS GĀZES MOLEKULAS VIDEJĀ ENERĢIJA

Īpašības, kuras tuvas ideālas gāzes īpašībām, ir ne tikai vienatomu gāzēm, bet arī gāzēm, kuru molekulas satur divus vai vairāk atomus. Arī šādas gāzes noteiktās parametru robežās pietiekami precīzi apraksta ideālas gāzes stāvokļa vienādojums.

Apskatot mikroprocesus, jāņem vērā daudzatomu molekulu struktūra. Atomus, tāpat kā vienatomu gāzēs, uzskatīsim par materiāliem punktiem, kurus saista mijiedarbības spēki. Var uzskatīt, ka mijiedarbības spēki aptuveni ir kvazielastīgi spēki. Daudzatomu molekulu sadursmēs mainās ne tikai molekulas masas centra kustība, bet arī tās sastāvdaļu kustība attiecībā pret masas centru — molekula var rotēt ap masas centru un svārstību kustības dēļ var mainīties atomu savstarpējais novietojums molekulā. Tātad sadursmēs var mainīties gan molekulu translācijas, gan rotācijas, gan svārstību kustība, t. i., var notikt visiem šiem kustības veidiem atbilstošo enerģiju apmaiņu.

Iepriekšējā paragrāfā noskaidrojām, ka molekulas translācijas kustības vidējā enerģija, kura nosaka gāzes spiedienu uz trauka sienām, proporcionāla temperatūrai. Šajā paragrāfā noskaidrosim, kāda ir molekulas vidējā enerģija, ņemot vērā arī rotācijas un svārstību kustības enerģiju. Lai to izdarītu, jāiepazīstas ar brīvības pakāpju jēdzienu.

6.5.1. Brīvības pakāpes. Mehānikā par brīvības pakāpēm sauc neatkarīgus parametrus, kuri viennozīmīgi nosaka mehāniskās sistēmas stāvokli telpā. Šos parametrus var izraudzīties dažādi, bet to skaits dotajai sistēmai vienmēr ir viens un tas pats.

Visvienkāršākā sistēma mehānikā ir materiāls punkts. Lai vieno-
zīmīgi raksturotu materiāla punkta stāvokli telpā, jāuzdod 3 koordi-
nātas jebkurā koordinātu sistēmā. Tātad *materiālam punktam ir 3 brīvības pakāpes*. So materiāla punkta stāvokli raksturojošo para-
metru maiņa saistīta ar punkta pārvietošanos, tādēļ šis trīs brīvības
pakāpes sauc par *translācijas kustības brīvības pakāpēm*.

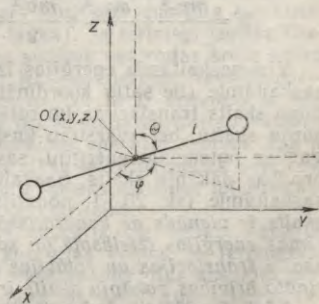
Tātad vienatomu gāzes molekulām ir trīs translācijas kustības
brīvības pakāpes. Tāds pats brīvības pakāpju skaits atbilst jebkuras
daudzatomu molekulas masas centram, un tās saistītas ar molekulas
masas centra pārvietošanos. Ja brīvības pakāpju skaitu apzīmē ar i ,
tad *molekulas masas centra jeb translācijas kustības brīvības pa-
kāpju skaits $i_t = 3$* .

Divatomu molekulām brīvības pakāpju skaits ir lielāks nekā 3.
Var apskatīt divus divatomu molekulas modeļus. Ja attālums starp
atomiem nemainās, tad tādu molekulu sauksim par «cietu», ja var
mainīties, — par «elastīgu». Elastīgā molekulā atomus saista kvazi-
elastīgi spēki un tās atomi var svārstīties attiecībā pret molekulas
masas centru.

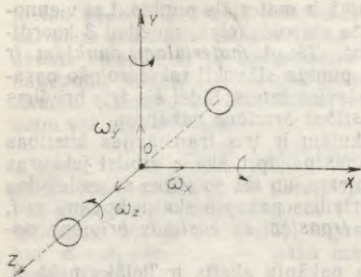
Lai noteiktu divatomu molekulas stāvokli telpā, jāuzdod vai nu
abu atomu stāvoklis (6 koordinātas) un jāņem vērā, kā šie atomi
saistīti, vai arī molekulas masas centra O stāvoklis (3 koordinātas)
un molekulas orientācija attiecībā pret koordinātu asu virzieniem.
Lai vienozīmīgi noteiktu molekulas orientāciju, pietiek, piemēram,
uzdot leņķus φ un Θ (6.3. att.). Šie leņķi var mainīties, molekulai
rotējot ap asi, kura iet caur masas centru, tādēļ parametrus φ un Θ
sauc par rotācijas kustības brīvības pakāpēm. *Divatomu molekulas
stāvoklis nemainās, molekulai rotējot ap savu asi* (atomi materiāli
punkti), *tādēļ tai ir tikai divas rotācijas kustības brīvības pakāpes*
($i_{rot} = 2$).

«Cietas» divatomu molekulas stāvokli telpā vienozīmīgi nosaka
5 parametri (x, y, z, φ, Θ), un tai atbilstoši ir 5 brīvības pakāpes
($i_t = 3; i_{rot} = 2$). «Elastīgā» divatomu molekulā var mainīties attālums
starp atomiem l , un bez minētajiem 5 parametriem tās stāvokļa vien-
nozīmīgai noteikšanai vēl jāuzdod
arī l . Šādai molekulai ir 6 brīvī-
bas pakāpes ($x, y, z, \varphi, \Theta, l$). Pa-
rametra l maiņa saistīta ar atomu
svārstībām ap masas centru, tā-
dēļ to sauc par svārstību kustības
brīvības pakāpi. «Elastīgai» div-
atomu molekulai ir viena svārstību
kustības brīvības pakāpe ($i_{sv} = 1$).

«Cietā» daudzatomu molekula
līdzīga absolūti cietam ķermenim.
Lai noteiktu šādas molekulas stā-
vokli telpā, nepieciešami 6 para-
metri, piemēram, 3 masas centra
koordinātas un leņķi φ, Θ, Ψ .
Leņķi φ un Θ norāda kādas ar
molekulu saistītas taisnes vir-



6.3. att.



6.4. att.

Piemēram, «elastīgas» divatomu molekulas enerģija

$$W_0 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + W_{ks} + W_{ps}. \quad (6.18)$$

Seit $mv^2/2$ — translācijas kustības enerģija, kur m — molekulas masa; v — masas centra ātrums; $I\omega^2/2$ — rotācijas kustības enerģija, kur I — molekulas inerces moments attiecībā pret momentāno rotācijas asi, kura iet caur masas centru, bet ω — molekulas rotācijas kustības leņķiskais ātrums; W_{ks} — svārstību kustības kinētiskā enerģija un W_{ps} — potenciālā enerģija. Molekulas rotācijas kustību jebkurā laika momentā, līdzīgi kā translācijas kustību, var sadalīt trijās rotācijas kustībās ap savstarpēji perpendikulārām asīm. Ja izraugās koordinātu asis tā, ka viena no tām, piemēram, Z ass sakrīt ar molekulas asi (6.4, att.), tad rotācijā ap šo asi rotācijas kustības enerģija $I_z\omega_z^2/2$ ir vienāda ar 0, jo I_z (inerces moments attiecībā pret Z asi) ir vienāds ar 0 (atomi — materiāli punkti). Translācijas kustības enerģijas izteiksmē vienmēr ir trīs saskaitāmie, un apskatāmajā koordinātu sistēmā divatomu molekulas enerģiju var uzrakstīt šādi:

$$W = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2} + \frac{I_x\omega_x^2}{2} + \frac{I_y\omega_y^2}{2} + W_{ks} + W_{ps}. \quad (6.19)$$

Visi saskaitāmie enerģijas izteiksmē ir tā saucamie kvadrātiskie saskaitāmie (tie satur koordinātu vai impulsu kvadrātu) un saskaitāmo skaits translācijas un rotācijas kustībā saskan ar brīvības pakāpju skaitu, bet svārstību kustībā, kura saistīta gan ar kinētisko, gan ar potenciālo enerģiju, saskaitāmo skaits divreiz lielāks nekā brīvības pakāpju skaits. Saskaitāmie W_{ps} un W_{ks} arī ir kvadrātiski saskaitāmie (sk. 20.4.1. nodaļojumu). *Vispārīnāto brīvības pakāpju skaits ir vienāds ar kvadrātisko saskaitāmo skaitu mehāniskās sistēmas enerģijas izteiksmē un saskan ar «parasto» brīvības pakāpju skaitu translācijas un rotācijas kustībā, bet svārstību kustībā vispārīnāto brīvības pakāpju skaits ir divas reizes lielāks nekā «parasto».*

6.5.2. Enerģijas ekvipartīcijas likums. Molekulu vidējā enerģija. Saskaņā ar statistisko metodi eksperimentāli izmērāmi lielumi saīs-

zienu, kura iet caur molekulas masas centru (līdzīgi kā 6.3. attēlā divatomu molekulas ass virzienu), bet leņķis Ψ nosaka molekulas pagriezienu ap šo taisni.

«Elastīgai» daudzatomu molekulai var būt vēl vairākas svārstību kustības brīvības pakāpes, kuru skaitu nosaka dažādo svārstību veidu skaits molekulā.

Brīvības pakāpju skaits saistīts ar saskaitāmo skaitu molekulas enerģijas izteiksmē.

titi ar molekulu īpašību vidējām vērtībām. Noskaidrosim, ar kādiem parametriem var saistīt ideālas gāzes molekulas vidējo enerģiju, kura saskaņā ar sakarību (6.19) ir šāda:

$$\langle W \rangle = \frac{m\langle v_x^2 \rangle}{2} + \frac{m\langle v_y^2 \rangle}{2} + \frac{m\langle v_z^2 \rangle}{2} + \frac{I_x\langle \omega_x^2 \rangle}{2} + \frac{I_y\langle \omega_y^2 \rangle}{2} + \langle W_{ks} \rangle + \langle W_{ps} \rangle.$$

Te jāatzīmē vēl enerģijas ekvipartīcijas likums (pieņēmums vispārīgās fizikas kursā netiek apskatīts).

|| **Termodinamiskā līdzsvara stāvoklī visu saskaitāmo vērtības molekulas vidējās enerģijas izteiksmē ir vienādas.**

Tā kā pirmo trīs saskaitāmo summa ir $3kT/2$ (sk. formulu (6.7)), tad katra saskaitāmā vidējā vērtība ir $kT/2$. Ja vispārināto brīvības pakāpju skaitu apzīmē tāpat kā «parasto» ar i , tad termodinamiskā līdzsvara stāvoklī molekulas vidējā enerģija

$$\langle W \rangle = ikT/2, \quad (6.20)$$

kur $i = i_t + i_{rot} + 2i_{sv}$.

Visām molekulām $i_t = 3$; i_{rot} vienatomu gāzei ir 0, divatomu gāzei — 2, daudzatomu gāzei — 3; i_{sv} «cietām» molekulām ir 0, «elastīgai» divatomu molekulai 2. Atbilstoši vienatomu gāzei $\langle W \rangle = 3kT/2$, divatomu gāzei ar «cietām» molekulām $\langle W \rangle = 5kT/2$ un ar «elastīgām» molekulām $\langle W \rangle = 7kT/2$, daudzatomu gāzei ar «cietām» molekulām $\langle W \rangle = 6kT/2$.

6.6. IEKŠĒJĀ ENERĢIJA. GĀZES VEIKTAIS DARBS, MAINĪTIES TĀS TILPUMAM. SILTUMA DAUDZUMS. PIRMAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS

6.6.1. Sistēmas iekšējā enerģija. Jebkuras sistēmas pilnā enerģija satāv no ārējās un iekšējās enerģijas. Ārējo enerģiju nosaka sistēmas kustība attiecībā pret citām sistēmām un mijiedarbība ar citām sistēmām (sistēmas kā vienota veselā kinētiskā enerģija un sistēmas potenciālā enerģija ārējo spēku laukā). Ja termiski izolēta (nesaņem un neatdod siltumu) nekustīga sistēma neatrodas ārēju spēku laukā, tās pilnā enerģija vienāda ar iekšējo enerģiju. *Iekšējo enerģiju nosaka sistēmas iekšējais stāvoklis, un tā ir sistēmas daļiņu visu iespējamo enerģiju summa, kā arī komplicētu daļiņu sastāvā ietilpstošo daļiņu kustības un mijiedarbības enerģiju summa.* Tas ir makroskopisks lielums, un termodinamikas ietvaros netiek precizēts sīkaks enerģijas veidu iedalījums, kuru nosaka sistēmas mikrostruktūra. Ar šo jautājumu nodarbojas molekulārfizika.

Dažādu parādību apskatā iekšējā enerģija var ietvert dažādus iekšējās kustības un mijiedarbības enerģijas veidus, jo termodinamisku procesu aprakstos lieto nevis iekšējās enerģijas absolūto vērtību, bet tās izmaiņu, un tādēļ tie enerģijas veidi, kuri procesā nemainās, tiek izslēgti.

Molekulārfizikā noskaidrots, ka, analizējot procesus gāzēs, iekšējā enerģijā jāietver molekulu translācijas un rotācijas kustības enerģija, molekulu mijiedarbības potenciālā enerģija, molekulās esošo atomu savstarpējās kustības (svārstību) kinētiskā un mijiedarbības potenciālā enerģija.

Iekšējā enerģija viennozīmīgi atkarīga no sistēmas stāvokļa, tāpat tā viennozīmīgi saistīta ar termodinamiskajiem parametriem, kuri raksturo sistēmas stāvokli. Piemēram, gāzes iekšējā enerģija saistīta ar temperatūru T un tā saucamo ārējo parametru — tilpumu V . Gāzes iekšējā enerģija nav atkarīga no trešā parametra — spiediena, jo p , V , T savā starpā saista stāvokļa vienādojums. Ar temperatūru saistīta molekulu kinētiskā enerģija, bet ar tilpumu — tā mijiedarbības potenciālā enerģija, jo no tilpuma atkarīgs gāzes blīvums jeb molekulu koncentrācija.

Neatkarīgi no tā, kādā procesā sistēma nonāk noteiktā stāvoklī, šajā stāvoklī tās iekšējai enerģijai ir noteikta viena un tā pati vērtība —, sistēmai atgriežoties iepriekšējā stāvoklī, tās enerģija atgūst agrāko vērtību. Lielumu, kurš viennozīmīgi atkarīgs tikai no sistēmas stāvokļa, sauc par sistēmas stāvokļa funkciju. Tātad *iekšējā enerģija ir termodinamiskās sistēmas stāvokļa funkcija.*

Saskaņā ar statistisko pētīšanas metodi makroskopisku sistēmu iekšējo enerģiju raksturo ar visu tās iekšējās enerģijas veidu summas vidējo vērtību, kura sistēmas termodinamiskā līdzsvara stāvoklī ir pilnīgi noteikta.

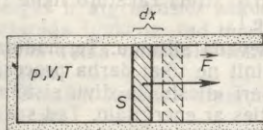
Aprēķināsim ideālas gāzes iekšējo enerģiju U , lietojot statistisko metodi. Ideālas gāzes iekšējo enerģiju veido molekulu translācijas un rotācijas kinētiskā enerģija, kā arī atomu svārstību enerģija. Tās vidējo vērtību $\langle W \rangle$ vienai molekulai nosaka formula (6.20). Ja gāzes molekulu skaits N , tad tās iekšējā enerģija $U = N\langle W \rangle = (i/2)NkT$. Tā kā $N = (m/M)N_A = \nu N_A$ (sk. formulu (6.11)), bet $kN_A = R$, tad, ņemot vērā vienādojumu (6.12), iegūst

$$U = (i/2)(m/M)RT = (i/2)\nu RT = (i/2)pV. \quad (6.21)$$

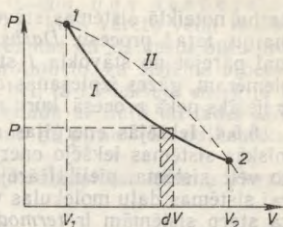
Ideālas gāzes iekšējā enerģija ir atkarīga tikai no viena termodinamiskā parametra — temperatūras T un arī no gāzes daudzuma $\nu = m/M$. Iegūtās iekšējās enerģijas izteiksmes lietojamības robežas noskaidrotas 6.9. paragrāfā, kur apskatītas enerģijas ekvipartīcijas likuma lietojamības robežas.

6.6.2. Iekšējās enerģijas maiņas sakars ar darbu. Termodinamiskās sistēmas iekšējo enerģiju var mainīt, mainot sistēmas stāvokli, tātad mainot termodinamiskos parametrus, piemēram, gāzes tilpumu. Šāda iekšējās enerģijas maiņa saistīta ar citu sistēmu iedarbību, bet šo makroskopisko iedarbības procesu raksturo sistēmai pielikto ārējo spēku veiktais darbs. Piemēram, lai mainītu gāzes tilpumu, jāpieliek ārējs spēks. Sis spēks, mainot tilpumu (makroskopisks pārvietojums), veic darbu. Darbu tāpat kā mehānikā nosaka pieliktais spēks un pārvietojums, tātad makroskopiska kustība. Rezultātā ir pārmainījies gāzes stāvoklis un atbilstoši arī iekšējā enerģija.

Ja citu enerģijas apmaiņas veidu ar apkārtējo vidi nav, tad no enerģijas nezūdamības likuma izriet, ka sistēmas iekšējās enerģijas



6.5. att.



6.6. att.

pieaugums ir vienāds ar ārējo spēku veikto darbu. Var runāt arī par to darbu, kuru veic sistēma, pārvarot ārējos spēkus, piemēram, par gāzes izplešanās darbu. Saskaņā ar trešo Ņūtona likumu gāzes darbs skaitliski ir vienāds ar ārējo spēku darbu, bet ar pretēju zīmi, tātad sistēmas veiktais darbs, pārvarot ārējos spēkus, ir vienāds ar iekšējās enerģijas samazinājumu. Tas ir iekšējās enerģijas maiņas mērs.

6.6.3. Gāzes izplešanās darbs. Aprēķināsim darbu, ko izplešoties kvazistatiskā procesā veic ideāla gāze. Vienkāršības dēļ pieņemsim, ka trauks, kurā atrodas gāze, ir cilindrs un tajā var pārvietoties virzulis (6.5. att.). Uz virzuli darbojas spiediena spēks $F = pS$, kur S — virzuļa laukums. Šī spēka ietekmē virzulis var pārvietoties un veikt darbu, piemēram, pārvietojot kādu ķermeni. Mainoties virzuļa stāvoklim, mainās gāzes parametri, tajā skaitā arī spiediens p un atbilstoši spiediena spēks F . Var uzskatīt, ka mazam pārvietojumam dx spiediens ir nemainīgs un elementārais darbs dA , ko padara spēks F , ir šāds:

$$dA = Fdx = pSdx = pdV, \quad (6.22)$$

kur dV — tilpuma pieaugums. Galīgai tilpuma izmaiņai no V_1 līdz V_2 gāzes izplešanās darbs ir elementāro darbu summa:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \quad (6.23)$$

Šis darbs ir pozitīvs, ja tilpums pieaug, bet negatīvs, ja gāzes tilpums samazinās, un to var ģeometriski interpretēt pV diagrammā (6.6. att.).

Elementārais darbs $dA = pdV$ skaitliski vienāds ar nosvītoto taisnstūra laukumiņu, bet viss darbs A_{12} vienāds ar laukumu, kuru ierobežo likne $p(V)$, V ass, taisnes $V = V_1$ un $V = V_2$.

Sistēmā, kura ir sarežģītāka nekā ideāla gāze, principā iespējama ne tikai izplešanās, bet arī citas pārmaiņas, kas saistītas ar darbu. Visos gadījumos darba procesā mainās sistēmas makroskopiskie parametri un atbilstoši tiem arī iekšējā enerģija. Nav jēgas runāt par

darbu noteiktā sistēmas stāvoklī. Darbs vienmēr saistīts ar stāvokļa maiņu, tātad procesu. *Darbs ir procesa funkcija*. Tā lielums, sistēmai pārejot no stāvokļa 1 stāvoklī 2, atkarīgs no procesa rakstura, piemēram, gāzes izplešanās darbs, kuru 6.6. attēlā raksturo likne II, ir lielāks nekā procesā, kuru raksturo likne I.

6.6.4. Iekšējās enerģijas maiņa, ja pievada siltumu. Termodinamiskās sistēmas iekšējo enerģiju var mainīt ne tikai darba procesā, ko veic sistēmai pielikti ārēji spēki, bet arī «tieši», ja divu sistēmu vai sistēmas daļu molekulas var apmainīties ar enerģijām. Tad saka, ka starp sistēmām ir *termodinamisks kontakts* un starp tām iespējama *siltuma apmaiņa*. Ja, piemēram, saskaras divas sistēmas, kuru temperatūras nav vienādas, tad molekulas, kuras pieder sistēmai ar augstāku temperatūru, atdod otras sistēmas molekulām vairāk enerģijas, nekā saņem no tām. Tāpēc pirmās sistēmas molekulu vidējās enerģijas samazinās, bet otrās — palielinās, un otrās sistēmas iekšējā enerģija pieaug. Tad saka, ka otrai sistēmai tiek pievadīts noteikts *siltuma daudzums*. Šī procesa sekas ir otrās sistēmas temperatūras pieaugums un atbilstošās pārējo termodinamisko parametru maiņas. Tātad *siltuma daudzums raksturo enerģijas pārnēsi no vienas sistēmas uz otru molekulārās kustības enerģijas veidā un ir sistēmas iekšējās enerģijas maiņas mērs*, ja tajā pašā laikā nav citu enerģijas apmaiņas veidu starp apskatāmo sistēmu un apkārtejo vidi.

Siltuma daudzums ir procesa funkcija, tāpat kā darbs, un nav jēgas runāt par siltuma daudzumu noteiktā stāvoklī vai par sistēmas siltuma daudzuma maiņu, sistēmai pārejot no viena stāvokļa otrā. Nosacīti uzskata, ka sistēmai pievadītais siltuma daudzums ir pozitīvs, un, ja tas ir vienīgais sistēmas iekšējās enerģijas maiņas cēlonis, tad no enerģijas nezūdamības likuma izriet, ka iekšējās enerģijas pieaugums ir vienāds ar sistēmai pievadīto siltuma daudzumu.

6.6.5. Pirmais termodinamikas likums. Kā darbs, tā siltuma daudzums ir iekšējās enerģijas maiņas mērs, un šādā nozīmē tie ir ekvivalenti. Kvantitatīvās attiecības starp šiem lielumiem nosaka pirmais termodinamikas likums, kas ir novērojumu un eksperimentu rezultātu vispārinājums un izsaka enerģijas nezūdamības likumu termodinamiskajos procesos. Termodinamiskās sistēmas iekšējā enerģija var pieaugt par lielumu $\Delta U = U_2 - U_1$ divu iemeslu dēļ — ja tai tiek pievadīts siltuma daudzums Q vai arī ārēji spēki veic darbu A' . Pirmais termodinamikas likums nosaka, ka

$$\Delta U = Q + A'. \quad (6.24)$$

Tomēr biežāk šī likuma formulējumā lieto nevis ārējo spēku darbu A' , bet gan pret ārējiem spēkiem sistēmas veikto darbu $A = -A'$. Tad pirmo termodinamikas likumu var izteikt šādi.

Termodinamiskajai sistēmai pievadītais siltuma daudzums Q ir vienāds ar sistēmas iekšējās enerģijas pieauguma un tās padarītā darba summu:

$$Q = \Delta U + A. \quad (6.25)$$

Saskaņā ar pirmo termodinamikas likumu nav iespējams pirmā veida mūžīgais dzinējs, kurš varētu veikt lielāku darbu nekā tam pievadītais siltuma daudzums un šis darbs būtu procesa vienīgais rezultāts. Ar pēdējo saprotam to, ka sistēma procesa beigās ir atgriezusies sākuma stāvoklī, bet, tā kā iekšējā enerģija ir stāvokļa funkcija, tad tās izmaiņa ir vienāda ar nulli un tādēļ šāds pirmā veida mūžīgais dzinējs ir pretrunā ar pirmo termodinamikas likumu.

Mazām lielumu izmaiņām pirmo termodinamikas likumu pieraksta šādi:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (6.26)$$

Kaut gan šajā sakarībā visu lielumu bezgalīgi mazām izmaiņām ir vienāds veids, jāatceras, ka U ir stāvokļa funkcija, bet Q un A ir procesa funkcijas. Matemātikā tas nozīmē, ka dU ir pilnais diferenciālis, bet δQ un δA nav pilnie diferenciāļi.

6.7. PIRMĀ TERMODINAMIKAS LIKUMA LIETOJUMS IDEĀLAS GĀZES IZOPARAMETRISKIEM UN ADIABĀTISKIEM PROCESIEM

Procesus, kuros viens no sistēmas termodinamiskajiem parametriem, neskaitot sistēmas vielas daudzumu, nemainās, sauc par *izoparametriskiem procesiem* jeb izoprocesiem. Šiem procesiem ir īpaši nosaukumi. Ja nemainās tilpums, tad procesu sauc par izohorisku, ja spiediens, — par izobārisku, ja temperatūra, — par izotermisku. Apskatīsim izoprocesus ideālā gāzē. Ņemot vērā procesa nosacījumus, no gāzes stāvokļa vienādojuma (6.13) var noteikt sakarību starp parametriem, kuri apskatāmajā procesā var mainīties. Šo sakarību sauc par procesa vienādojumu, un to var attēlot stāvokļa diagrammā.

6.7.1. Izohoriska procesa ($V = \text{const}$) vienādojums ir šāds:

$$p = (m/M)(R/V)T = b_1 T, \text{ kur } b_1 = \text{const, vai}$$

$$p_1/p_2 = T_1/T_2.$$

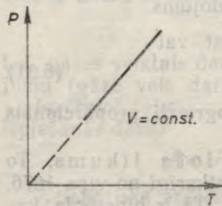
Izohoriskā procesā gāzes spiediens proporcionāls tās absolūtajai temperatūrai.

Tas ir absolūtās temperatūras skalai pielāgots Sarla likums, kas eksperimentāli atklāts 1787. gadā. Attēlojot šo sakarību grafiski (6.7. att.), iegūst taisni, ko sauc par *izohoru*.

Izohoriskā procesā gāzes veiktais darbs ir vienāds ar nulli, jo $dV = 0$ ($V = \text{const}$), un pirmais termodinamikas likums šim procesam

$$\delta Q = dU. \quad (6.27)$$

Izohoriskā procesā gāzes iekšējā enerģija mainās tikai tāpēc, ka sistēmai tiek pievadīts zināms siltuma daudzums.



6.7. att.

6.7.2. Izobāriska procesa ($p = \text{const}$) vienādojums

$$V = (m/M) (R/p) T = b_2 T, \text{ kur } b_2 = \text{const vai} \\ V_1/V_2 = T_1/T_2.$$

|| Izobāriskā procesā gāzes tilpums ir proporcionāls tās temperatūrai.

Tas ir Gē-Lisaka likums, kas eksperimentāli iegūts 1802. gadā. Attēlojot šo sakarību grafiski (6.8. att.), iegūst taisni — izobāru.

Izobāriskā procesā gāzes veikto darbu var aprēķināt no sakarības (6.23), ņemot vērā, ka $p = \text{const}$. Tad

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1). \quad (6.28)$$

Saskaņā ar stāvokļa vienādojumu (6.13) var rakstīt $pV_1 = (m/M)RT_1$ un $pV_2 = (m/M)RT_2$. Tādēļ

$$A = (m/M)R(T_2 - T_1). \quad (6.29)$$

Tā kā izobāriskā procesā mainās ne vien gāzes tilpums, bet arī temperatūra, tad gan $\delta A \neq 0$, gan arī $dU \neq 0$ (sk. sakarību (6.21)) un pirmais termodinamikas likums (6.26) saista δQ ar dU un δA . Lai spiediens gāzes izobāriskas izplešanās laikā nemainītos, jāpievada siltuma daudzums, kas vienāds ar gāzes veiktā darba un iekšējās enerģijas pieauguma summu.

No sakarības (6.21) var izteikt $dU = (i/2)pdV$. Tad

$$\delta Q = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) pdV.$$

Savukārt no vienādojuma (6.13), ievērojot, ka $p = \text{const}$, iegūst $pdV = (m/M)RdT$. Tādējādi

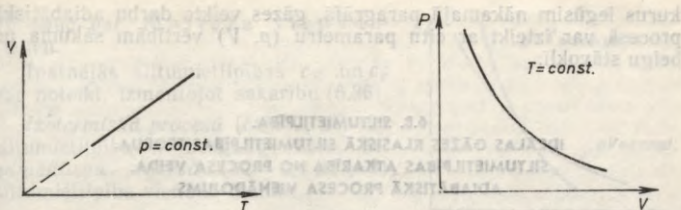
$$\delta Q = \left(\frac{i}{2} + 1 \right) \frac{m}{M} RdT. \quad (6.30)$$

6.7.3. Izotermiska procesa ($T = \text{const}$) vienādojums

$$pV = (m/M)RT = b_3, \text{ kur } b_3 = \text{const, vai} \\ p_1/p_2 = V_2/V_1. \quad (6.31)$$

|| Gāzes spiediens izotermiskā procesā apgriezti proporcionāls tilpumam.

Sis rezultāts pazīstams kā Boila—Mariota likums. To atklāja R. Boils 1661. gadā, bet E. Mariots neatkarīgi no viņa 1676. gadā. Sakarības $pV = \text{const}$ grafiks ir izoterma. Tā ir hiperbola, kas parādīta 6.9. attēlā.



6.8. att.

6.9. att.

Gāzes izplešanās darbu izotermiskajā procesā var aprēķināt, izmantojot sakarības (6.23) un (6.13), kā arī ievērojot nosacījumu $T = \text{const}$ un sakarību (6.31). Tad

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \text{ jeb}$$

$$A = (m/M) RT \ln(V_2/V_1) = (m/M) RT \ln(p_1/p_2). \quad (6.32)$$

Tā kā izotermiskajā procesā $T = \text{const}$, tad no sakarības (6.21) izriet, ka $U = \text{const}$ un $dU = 0$. Tādēļ pirmais termodinamikas likums izotermiskam procesam ir šāds:

$$\delta Q = dA. \quad (6.33)$$

Izotermiskā procesā pievadītais siltuma daudzums palielina gāzes iekšējo enerģiju tieši par tik, par cik tā samazinās gāzes veikta izplešanās darba dēļ. Līdz ar to gāzes iekšējā enerģija nemainās un pievadītais siltuma daudzums skaitliski ir vienāds ar gāzes veikto darbu. Tādēļ saka, ka izotermiskajā procesā viss gāzei pievadītais siltuma daudzums tiek pārvērsts darbā.

6.7.4. Adiabātisks process. *Procesu, kas notiek kādā sistēmā bez siltumapmaiņas ar apkārtējo vidi ($\delta Q = 0$), sauc par adiabātisku procesu.* Tas iespējams termiskā ziņā absolūti izolētā sistēmā. Ja tādas izolācijas nav, bet process norisinās ļoti strauji, tad tas ir aptuveni adiabātisks. Saskaņā ar nosacījumu $\delta Q = 0$ no pirmā termodinamikas likuma izriet, ka adiabātiskā procesā

$$\delta A = -dU, \quad (6.34)$$

t. i., gāzes veiktais darbs vienāds ar tās iekšējās enerģijas samazinājumu (gāze veic darbu uz iekšējās enerģijas rēķina) $A = U_1 - U_2$.

Ievērojot sakarību (6.21), iegūst, ka adiabātiskajā procesā gāzes izplešanās darbs

$$A = U_1 - U_2 = (m/M) (i/2) R (T_1 - T_2). \quad (6.35)$$

Adiabātiskā procesā mainās visi gāzes parametri. Izmantojot gāzes stāvokļa vienādojumu un adiabātiskā procesa vienādojumus,

kurus iegūsim nākamajā paragrāfā, gāzes veikto darbu adiabatiskā procesā var izteikt ar citu parametru (p, V) vērtībām sākuma un beigu stāvoklī.

6.8. SILTUMIETILPĪBA.
IDEĀLAS GĀZES KLASISKĀ SILTUMIETILPĪBAS TEORIJA.
SILTUMIETILPĪBAS ATKARĪBA NO PROCESA VEIDA.
ADIABĀTISKĀ PROCESA VIENĀDOJUMS

6.8.1. Sistēmas (ķermeņa) siltumietilpība, vielas molārā un īpatnējā siltumietilpība. Ja, pievadot termodinamiskai sistēmai siltuma daudzumu δQ , tās temperatūra pieaug par dT , tad lielumu

$$C_{\text{sist}} = \delta Q / dT$$

sauc par *sistēmas siltumietilpību*. Tā skaitliski vienāda ar siltuma daudzumu, kāds jāpievada sistēmai, lai tās temperatūru paaugstinātu par 1 kelvinu. Sistēmas siltumietilpība atkarīga no sistēmas masas vai vielas daudzuma un, tā kā siltuma daudzums ir procesa funkcija, tad arī no procesa veida. Vielas viena mola siltumietilpību sauc par tās *molāro siltumietilpību*:

$$C = (1/\nu) \delta Q / dT,$$

bet vienas masas vienības siltumietilpību — par *vielas īpatnējo siltumietilpību*:

$$c = (1/m) \delta Q / dT.$$

Tā kā $1/\nu = M/m$, tad (salīdzinot definīciju sakarības) redzams, ka

$$C = Mc; \quad C_{\text{sist}} = mc \quad \text{un} \quad C_{\text{sist}} = \nu C. \quad (6.36)$$

Par noteiktu siltumietilpības vērtību var runāt, tikai saistot to ar noteiktu procesu. Noteiksim ideālas gāzes molāro siltumietilpību izohoriskā un izobāriskā procesā. Atbilstošās siltumietilpības apzīmēsim ar C_V un C_p , kur indekss norāda to termodinamisko parametru, kurš procesa laikā nemainās.

6.8.2. Siltumietilpība dažādos procesos. *Izohoriskā procesā* $\delta Q = dU$ (sk. formulu (6.27)) un $C_V = (1/\nu) (\delta Q/dT)_{V=\text{const}} = (1/\nu) dU/dT$. No sakarības (6.21) iegūst $dU/dT = (i/2)\nu R$. Tādēļ

$$C_V = (i/2)R. \quad (6.37)$$

Savukārt ideālas gāzes iekšējo enerģiju tad var izteikt šādi:

$$U = \nu C_V T = (m/M) C_V T. \quad (6.38)$$

Izobāriskā procesā $\delta Q = (i/2 + 1)\nu R dT$ (sk. formulu (6.30)) un $C_p = (1/\nu) (\delta Q/dT)_{p=\text{const}}$ iegūst šādu veidu:

$$C_p = (i/2 + 1)R. \quad (6.39)$$

Salīdzinot sakarības (6.37) un (6.39), var rakstīt

$$C_p = C_V + R. \quad (6.40)$$

To sauc par Maijera vienādojumu.

Ipatnējās siltumietilpības c_V un c_p var noteikt, izmantojot sakarību (6.36).

Izotermiskā procesā ($\delta Q \neq 0$; $dT = 0$) siltumietilpība ir bezgalīgi liela, bet adiabatiskā procesā ($\delta Q = 0$; $dT \neq 0$) siltumietilpība vienāda ir nulli.

6.8.3. Adiabatiska procesa vienādojumu ideālai gāzei noteiksim no pirmā termodinamikas likuma šim procesam (6.34), ņemot vērā sakarības (6.38) un (6.22). Tad $\nu C_V dT + p dV = 0$.

Vienu no lielumiem p , dV vai dT no šīs sakarības var izslēgt, izmantojot ideālas gāzes stāvokļa vienādojumu (6.12). Izslēgsim, piemēram, dT . Diferencējot vienādojumu (6.12), iegūst, ka $\nu dT = (pdV + Vdp)/R$. Izdarot pārveidojumus un ievērojot, ka $C_V + R = C_p$, kā arī apzīmējot $C_p/C_V = \gamma$, iegūst $dp/p + \gamma dV/V = 0$. To integrējot un pēc tam potencējot, iegūst sakarību starp p un V :

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (6.41)$$

Tas ir adiabatiska procesa vienādojums, ko sauc arī par Puasona vienādojumu. Grafiski attēlojot sakarību (6.41), iegūst likni, ko sauc par *adiabātu*. Tā kā $\gamma > 1$, tad ikvienā punktā, kurā adiabāta krustojas ar izotermu (6.10. att.), tā ir stāvāka nekā izoterma. No vienādojumiem (6.41) un (6.12) var iegūt sakarības, kuras saista T un V vai arī T un p adiabatiskajā procesā. Tātad

$$TV^{\gamma-1} = \text{const un } Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{const.} \quad (6.42)$$

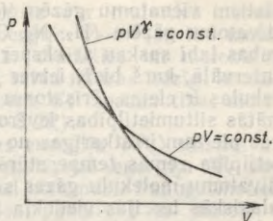
Arī šie ir adiabatiska procesa vienādojumi. Diviem punktiem, kuri atrodas uz adiabātas, ir spēkā sakarības

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma; T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}; T_1 p_1^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 p_2^{(1-\gamma)/\gamma}.$$

6.9. IDEĀLAS GĀZES KLASISKĀS SILTUMIETILPĪBAS TEORIJAS IEROBEŽOTĪBA. EKVIPARTĪCIJAS LIKUMA LIETOJAMĪBAS ROBEŽAS UN JEDZIENS PAR MOLEKULAS ROTĀCIJAS UN SVĀRSTĪBU KUSTĪBAS ENERĢIJAS KVANTĒŠANU

Klasiskajā molekulāri kinētiskajā ideālu gāzu siltumietilpības teorijā siltumietilpību nosaka molekulas brīvības pakāpju skaits, kas dotajai molekulai ir nemainīgs lielums, un, ja ņem vērā ekvipartīcijas likumu, ideālu gāzu siltumietilpība nemainās, temperatūrai mainoties.

Aprēķinot siltumietilpību pēc iepriekšējā paragrāfā iegūtajām sakarībām (6.37) un (6.39), rezultāti labi saskan ar eksperimentāliem



6.10. att.

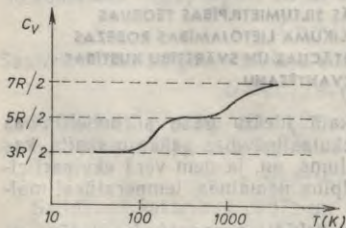
datiem vienas atomu gāzēm (inertās gāzes, metālu tvaiki). Daudzām divatomu gāzēm (H_2 , N_2 , O_2 u. c.) aprēķinātās molārās siltumietilpības labi saskan ar eksperimentāli noteiktajām nelielā temperatūru intervālā, kurš bieži ietver istabas temperatūras, ja pieņem, ka molekulas ir cietas. Trīsatomu un vairākatomu molekulu gāzēm aprēķinātās siltumietilpības ievērojami atšķiras no eksperimentālajām, kuras pie tam ir atkarīgas no temperatūras. Arī divatomu gāzu siltumietilpība zemās temperatūrās ir mazāka nekā teorijā noteiktā cietu divatomu molekulu gāzes siltumietilpība, bet augstās — lielāka. No klasiskās teorijas viedokļa tas atbilstu par teorētisko mazākam brīvības pakāpju skaitam zemās temperatūrās un lielākam — augstās. It kā notiek dažādu brīvības pakāpju «ieslēgšanās», paaugstinoties temperatūrai, vai arī nav spēkā enerģijas ekipartīcijas princips.

6.9.1. Ūdeņraža molekulu gāzes molārā siltumietilpība. Eksperimentāli iegūtie rezultāti (dažādām temperatūrām) parādīti 6.11. attēlā. Temperatūru intervālā no 30 līdz 70 K siltumietilpība $C_V = (3/2)R$ ir vienāda ar vienas atomu gāzes siltumietilpību un atbilst 3 translācijas brīvības pakāpēm. Šajā temperatūru intervālā, mainoties temperatūrai, mainās tikai molekulu translācijas enerģija, bet rotācijas un svārstību enerģija nemainās. Temperatūru intervālā no 70 līdz 300 K pakāpeniski it kā ieslēdzas rotācijas brīvības pakāpes un siltumietilpība no $(3/2)R$ pieaug līdz $(5/2)R$ un nemainās aptuveni līdz 700 K. Virs 700 K siltumietilpība atkal sāk pieaugt un virs 3000 K tiecas uz vērtību $(7/2)R$, tātad šajā temperatūru intervālā ieslēdzas svārstību brīvības pakāpes un ūdeņraža molekula pakāpeniski no cietas pārvēršas par elastīgu.

6.9.2. Eksperimenta rezultātu izskaidrojums. Šādu siltumietilpības maiņu, mainoties temperatūrai, klasiskā teorija izskaidrot nevar. To var tikai kvantu mehānika, jo gāzes molekulu svārstību un rotācijas kustību precīzāk apraksta kvantu mehānikas likumi, kuri būtiski atšķiras no klasiskajiem likumiem.

Saskaņā ar kvantu mehānikas likumiem rotācijas un svārstību enerģija var mainīties tikai pa noteiktām porcijām (kvantiem), tātad lēcienveidā. Saka, ka šie enerģijas veidi ir kvantēti. Pirmā enerģijas lēciena augstumu rotācijas kustībā, t. i., enerģiju starpību pirmajā

ierosinātajā stāvoklī un pamatstāvoklī, kurā enerģijai ir minimālā iespējamā vērtība (rotācijas kustībā 0), nosaka molekulas inerces moments I un tā ir šāda: $\Delta W_{\text{rot}} = h^2 / (4\pi^2 I)$, kur h — Planka konstante. Svārstību kustībā enerģiju starpība $\Delta W_{\text{sv}} = h\nu$, kur ν — svārstību frekvence, kuru nosaka atomu masas un kvazielastīgo spēku cietības koeficients. Enerģijas izmaiņa ΔW_{sv} ir aptuveni 100 reizes lielāka nekā ΔW_{rot} .



6.11. att.

Molekulu translācijas kustības enerģija var mainīties nepartraukti. Ja visu molekulu translācijas enerģija $W_t < W_{rot}$, tad molekulu sadursmēs rotācijas enerģija nevar mainīties un molekulas apmainās tikai ar translācijas enerģijām, tātad izturas līdzīgi kā molekulas viendabīgu gāzēs, un siltumietilpību C_V nosaka tikai molekulu translācijas enerģijas izmaiņa ($C_V = 3/2R$).

Molekulas vidējā translācijas kustības enerģija $\langle W_t \rangle$ saistīta ar temperatūru, bet atsevišķu molekulu translācijas enerģija W_t var ievērojami atšķirties no $\langle W_t \rangle$ uz vienu vai otru pusi. Paaugstinoties temperatūrai intervālā, kurā $W_t < \Delta W_{rot}$, palielinās to molekulu skaits, kurām $W_t > \Delta W_{rot}$. So molekulu sadursmēs iespējama rotācijas enerģijas lēcienveida palielināšanās par ΔW_{rot} . Tā kā šādu molekulu skaits aug, tad šajā temperatūru intervālā it kā pakāpeniski ieslēdzas rotācijas brīvības pakāpes, kam atbilst molārās siltumietilpības pieaugums no $(3/2)R$ līdz $(5/2)R$. Siltumietilpības C_V vērtība $(5/2)R$ tiek sasniegta, ja $\langle W_t \rangle > \Delta W_{rot}$.

Līdzīgi notiek svārstību brīvības pakāpju ieslēgšanās temperatūru intervālā, kuru nosaka ΔW_{sv} . Sis temperatūru intervāls ir plašs un parasti aizņem vairākus tūkstošus kelvīnu. Temperatūras T_{rot} un T_{sv} , kurās jau ievērojama loma ir rotācijas vai svārstību enerģijas izmaiņām, var novērtēt pēc sakarībām $kT_{rot} = \Delta W_{rot}$ un $kT_{sv} = \Delta W_{sv}$, kur k — Bolcmaņa konstante. Ūdeņraža molekulām $T_{rot} = 85$ K; $T_{sv} = 6400$ K. Citām divatomu gāzēm, kuru molekulu masas lielākas un arī inerces momenti lielāki, bet svārstību frekvences mazākas nekā ūdeņradim, atbilstoši T_{rot} un T_{sv} ir zemākas. Piemēram, T_{rot} slāpeklim ir 2,86 K, skābeklim 2,07 K, bet T_{sv} ir 3340 K un 2230 K. Dažām daudzatomu molekulām noteiktām svārstībām temperatūra T_{sv} ir ievērojami zemāka nekā istabas temperatūra.

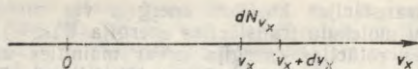
Rezultātā var teikt, ka *ekvipartīcijas likums ne vienmēr ir lietojams. Tas ir spēkā tikai tad, ja molekulu sadursmēs var mainīties visu iekšējās kustības veidu enerģijas*. Minētais nosacījums ir spēkā, ja molekulu translācijas enerģija ir pietiekami liela salīdzinājumā ar kvantēto enerģijas veidu lēcieniem, tātad pietiekami augstās temperatūrās. Apskatīto ideālo gāzu gadījumā par pietiekami augstām var uzskatīt temperatūras, kuras ievērojami pārsniedz temperatūru T_{sv} . Dažreiz šādās temperatūrās jau sākas molekulu disociācija un siltumietilpība mainās arī šī iemesla dēļ.

7. NODAĻA

GĀZES MOLEKULU STATISTISKIE SADALĪJUMI

7.1. MAKSYELA LIKUMS IDEĀLAS GĀZES MOLEKULU SADALĪJUMAM PA ĀTRUMIEM UN SILTUMKUSTĪBAS ENERĢIJĀM

7.1.1. Jēdziens par fizikāla lieluma sadalījumu. Gāzes molekulas kustas tā, ka termodinamiskā līdzsvara stāvoklī to ātrumam ir noteikta vidējā vērtība, kura saistīta ar termodinamiskajiem parametriem (temperatūru), bet atsevišķu molekulu ātrumi ir dažādi, un tie



7.1. att.

visu laiku sadursmju dēļ mainās. Molekulārfizikā daudzus jautājumus var atrisināt, zinot molekulu ātrumu vidējo vērtību, bet ir arī tādi uzdevumi, kurus nevar atrisināt, nezinot, kādai daļai molekulu ātrumu vērtības ir noteiktās robežās. Piemēram, lai uzzinātu, kāda daļa divatomu molekulu var rotēt dotajā temperatūrā, jāatrod, kādai daļai molekulu ir tādi ātrumi, ka atbilstošās translācijas kustības kinētiskās enerģijas pārsniedz ΔW_{rot} . Lai šādu uzdevumu atrisinātu, jāzina molekulu sadalījums pa ātrumiem, kura raksturošanai lieto *sadalījuma funkciju*. Sadalījuma funkcija dod iespēju noteikt, kāda ir varbūtība notikumam, ka patvaļīgi izraudzītas molekulas ātrums atrodas noteiktā ātrumu intervālā.

7.1.2. Varbūtības jēdziens. Sadalījuma funkcija. *Matemātikā statistisko varbūtību definē kā robežu, uz kuru tiecas attiecība starp mēģinājumu (notikumu) skaitu, kuros realizējas noteikts rezultāts, pret visu vienādo notikumu jeb mēģinājumu skaitu, kuros var realizēties dažādi rezultāti, ja mēģinājumu skaits tiecas uz bezgalību.* Piemēram, N reizes tiek mērīts gāzes molekulas ātrums (vai arī vienlaikus izmērīti ātrumi N molekulām), bet dN_{v_x} reizes ātruma projekcijas vērtība ir robežās no v_x līdz $v_x + dv_x$ (7.1. att.). Ja N ir ļoti liels, tad attiecība dN_{v_x}/N izsaka varbūtību $d\mathcal{P}$ notikumam, ka patvaļīgi izraudzītas molekulas ātruma projekcija ir robežās no v_x līdz $v_x + dv_x$, proti,

$$dN_{v_x}/N = d\mathcal{P} \quad (7.1)$$

Varbūtības $d\mathcal{P}$ atkarīgas no tā, kur izraudzīts dv_x , tātad no v_x , kā arī no intervāla platuma, tātad no dv_x vērtības. Turpretim lielums

$$\varphi(v_x) = d\mathcal{P}/dv_x = dN_{v_x}/(Ndv_x) \quad (7.2)$$

nav atkarīgs no dv_x vērtības, jo šādā veidā visas varbūtības $d\mathcal{P}$ tiek «pārrēķinātas» vienādam intervālam — vienai ātruma vienībai. *Funkcija $\varphi(v_x)$ ir molekulu sadalījuma funkcija pa ātrumu projekcijas vērtībām uz X ass.* To sauc arī par *varbūtību blīvumu*.

Ātrumu skaitliskajām vērtībām atbilstošā sadalījuma funkcija $f(v)$ ir vienāda ar varbūtību notikumam, ka patvaļīgi izraudzītas molekulas ātruma skaitliskā vērtība atrodas vienības intervālā ap v , t. i.,

$$f(v) = d\mathcal{P}/dv = dN_v/(Ndv). \quad (7.3)$$

Šim jautājumam ir īpaši svarīga nozīme tā iemesla dēļ, ka, izmantojot statistiskās fizikas pamatpostulātus, teorētiski var noskaidrot, kādas ir sadalījuma funkcijas, bet pēc tam ar šo funkciju palī-

dzību var aprēķināt molekulu skaitu, kuru ātrumi ir noteiktā ātruma intervālā, kā arī aprēķināt ātrumu vai to funkciju vidējās vērtības.

Tiešām, no sakarībām (7.2) un (7.3), zinot sadalījuma funkcijas $\varphi(v_x)$ un $f(v)$, maziem intervāliem dv_x vai dv iegūst

$$d\mathcal{P} = dN_{v_x}/N = \varphi(v_x)dv_x; \quad (7.4)$$

$$d\mathcal{P} = dN_v/N = f(v)dv. \quad (7.5)$$

Pirmā izteiksme dod to molekulu daļu, kurām ātruma projekcija uz X ass ir robežās no v_x līdz $v_x \pm dv_x$, bet otrā parāda, kādai daļai molekulu ātruma skaitliskā vērtība ir robežās no v līdz $v + dv$.

Sādi definētas sadalījuma funkcijas ir normētas. Tas nozīmē, ka visā definīcijas apgabalā

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v_x)dv_x = 1; \quad (7.6)$$

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1. \quad (7.7)$$

Tiešām, ievērojot sakarību (7.4), var rakstīt $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v_x)dv_x = \int_0^N dN/N = = 1/N \int_0^N dN = N/N = 1$. Tas rāda, ka varbūtība mērijumā iegūt molekulas ātruma projekcijas vērtību robežās no $-\infty$ līdz ∞ ir 1. Līdzīgi iegūst arī sakarību (7.7).

Zinot sadalījuma funkcijas, var aprēķināt jebkuras to argumenta (v_x , v) funkcijas vidējo vērtību. Piemēram, jāaprēķina ātruma kvadrāta vidējā vērtība $\langle v^2 \rangle$. Šajā nolūkā jāsadala viss ātruma v maiņas apgabals bezgalīgi mazos intervālos dv , kuru robežās ātrums ļoti tuvs vērtībai v . Protams, molekulu ātrumi nevar būt bezgalīgi lieli un v maiņas apgabals ir no 0 līdz v_{\max} , kur v_{\max} katrā ziņā nevar pārsniegt gaismas ātrumu vakuumā c . Taču tādu molekulu, kuru ātrumi ir tuvi v_{\max} , ir ļoti maz. Teorētiski, kā to jau agrāk darījām, var izraudzīties ātrumu maiņas apgabalu no 0 līdz ∞ . Tad ātruma kvadrāta vidējā vērtība $\langle v^2 \rangle$ ir visu ātrumu kvadrātu v^2 summa, dalīta ar saskaitāmo skaitu N . Ņemot vērā sakarību (7.5), tā nosakāma šādi:

$$\langle v^2 \rangle = \left(\sum_{v=0}^{\infty} v^2 dN_v \right) / N = \sum_{v=0}^{\infty} v^2 dN_v / N = \sum_{v=0}^{\infty} v^2 f(v) dv.$$

Šajā summā ir bezgalīgi daudz saskaitāmo, un to var aprēķināt integrējot. Tātad

$$\langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv. \quad (7.8)$$

Līdzīgi var aprēķināt jebkuras ātrumu vai to projekciju funkcijas vidējo vērtību. Piemēram, formulā (7.8) ievietojot v^2 vietā v , iegūst ātruma moduļa vidējo vērtību.

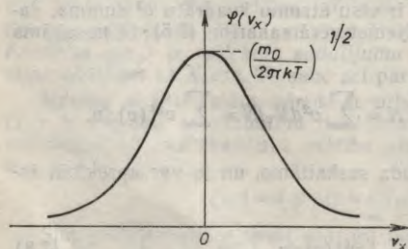
7.1.3. Molekulu sadalījums pa kustības stāvokļiem. Par dažām sadalījuma funkcijas $\varphi(v_x)$ īpašībām var spriest, pat nezinot tās matemātisko izteiksmi. Tā kā gāzē visi molekulu kustības virzieni ir līdzvērtīgi, tad funkcijai $\varphi(v_x)$ jābūt simetriskai attiecībā pret v_x vērtību 0, tātad $\varphi(-v_x) = \varphi(v_x)$ un $\varphi(v_x)$ ir *pāru funkcija*. Tādēļ v_x vidējā vērtība $\langle v_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_x \varphi(v_x) dv_x$ ir nulle. Tas atbilst faktam, ka

termodinamiskā līdzsvara stāvoklī nav novērojama makroskopiska gāzes plūsma (kustība) nevienā virzienā. Apskatot sadalījuma funkciju $\varphi(v_x)$, neinteresējamies par pārējām divām ātruma projekcijām, taču jāņem vērā, ka izraudzītai v_x vērtībai pārējo projekciju vērtības ir zināmā mērā ierobežotas. Acīmredzot, jo lielākas v_x skaitliskās vērtības, jo mazāks ir pārējo projekciju iespējamo vērtību skaits un tātad mazāk ir molekulu ar šādām lielām v_x vērtībām. Šāds rezultāts saistīts ar to, ka ātruma kvadrātam un arī vidējam kvadrātiskajam ātrumam dotajā temperatūrā ir noteikta vērtība, resp., molekulu ātruma vektora garumam ir noteikta vidējā vērtība. Tādēļ, izraugoties arvien lielākas v_x vērtības, pārējo projekciju vērtības vidēji tiek ierobežotas arvien mazākā to vērtību apgabalā. Vērtībai $v_x=0$ atbilst vismazākais ierobežojums. Tādēļ *sadalījuma funkcijai $\varphi(v_x)$ ir maksimums, ja $v_x=0$.*

Teorētiski pieņemot, ka sadalījuma funkcijas $\varphi(v_x)$, $\varphi(v_y)$ un $\varphi(v_z)$ ir savstarpēji neatkarīgas, bet to matemātiskās izteiksmes vienādas, kā arī raugoties, lai ar $\varphi(v_x)$ palīdzību aprēķinātā v_x^2 vidējā vērtība būtu vienāda ar kT/m_0 (šāds rezultāts izriet no formulām (6.5) un (6.7)), var iegūt normētu $\varphi(v_x)$ matemātisko izteiksmi. Tā ir šāda:

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{m_0 v_x^2}{2kT} \right). \quad (7.9)$$

Sis funkcijas grafiks dots 7.2. attēlā. Izteiksme (7.9) pieļauj zināmu varbūtību, ka molekulas ātrums ir lielāks nekā gaismas ātrums vakuumā, tomēr šāda varbūtība ir ārkārtīgi maza —

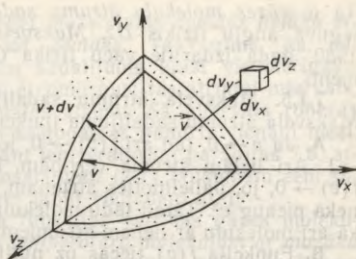


7.2. att.

jau varbūtība, ka $|v_x| > 3,7\sqrt{kT/m_0}$, nepārsniedz 0,0001. Tādēļ, uzskatot, ka $\varphi(v_x)$ izteiksmē argumenta maiņas apgabals ir no $-\infty$ līdz ∞ , netiek pieļauta būtiska kļūda.

Sadalījuma funkciju $\varphi(v_y)$ un $\varphi(v_z)$ izteiksmes ir līdzīgas izteiksmei (7.9), tikai to argumenti ir atbilstoši v_y un v_z .

Ja sadalījuma funkcijas $\varphi(v_x)$, $\varphi(v_y)$ un $\varphi(v_z)$ savā starpā ir neatkarīgas, tad, pamatojoties uz varbūtību reizināšanas teorēmu, var iegūt sadalījuma funkciju g pa molekulas kustības stāvokļiem, jo reizinājums $\varphi(v_x)dv_x\varphi(v_y)dv_y \times \varphi(v_z)dv_z = d\mathcal{P}$ izsaka varbūtību, ka molekulai ir noteikts ātruma vektors. Šī vektora projekcija uz X ass ir robežās no v_x līdz v_x+dv_x , projekcija uz Y ass — robežās no v_y līdz v_y+dv_y , bet uz Z ass — no v_z līdz v_z+dv_z . Tad $d\mathcal{P} / (dv_x dv_y dv_z) = g(v_x, v_y, v_z)$ ir vienāda ar varbūtību, ka ātruma vektora projekcijas atrodas atbilstošajos vienību intervālos un g ir sadalījuma funkcija pa molekulas kustības (ātruma) stāvokļiem:



7.3. att.

$$g = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right) \text{ jeb}$$

$$g = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right). \quad (7.10)$$

Ja uz koordinātu asīm atliek v_x , v_y , v_z , tad šajā telpā, kuru sauc par *ātrumu telpu*, katras molekulas kustības stāvokli attēlo punkts, kura attālumš no koordinātu sākumpunkta $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ ir vienāds ar ātruma skaitlisko vērtību (7.3. att.). Tātad reizinājums $g dv_x dv_y dv_z = d\mathcal{P}$ ir varbūtība, ka ātruma vektora galapunkts atrodas zīmējumā attēlotā taisnstūra paralēlskaldņa robežās.

7.1.4. Maksvela ātrumu sadalījums. Var interesēties nevis par molekulu sadalījumu pa kustības stāvokļiem, bet gan par varbūtību, ka molekulas ātruma skaitliskā vērtība atrodas robežās no v līdz $v+dv$, tātad par varbūtību $f(v)dv$, ka ātruma vektora galapunkts atrodas tādas sfēriskās čaulas robežās, kuras rādiuss v un biezums dv (7.3. att.). Varbūtību $f(v)dv$ var aprēķināt, ņemot vērā g un saskaitot varbūtības $g dv_x dv_y dv_z$ pa visiem paralēlskaldņiem sfēriskās čaulas robežās, proti, $f(v)dv = \int g dv_x dv_y dv_z$. No formulas (7.10) redzams, ka g atkarīgs tikai no v jeb $g = g(v)$ un to var izņest pirms summas zīmes. Tātad $f(v)dv = g(v) \int \Sigma dv_x dv_y dv_z$, kur $\int \Sigma dv_x dv_y dv_z = 4\pi v^2 dv$ — sfēriskās čaulas tilpums, t. i.,

$$f(v)dv = g(v)4\pi v^2 dv. \quad (7.11)$$

Ņemot vērā formulu (7.10), iegūst, ka

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) \text{ jeb}$$

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{v}\right) \left(\frac{m_0 v^2}{2kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right). \quad (7.12)$$

Tā ir gāzes molekulu ātrumu sadalījuma funkcija, ko 1860. gadā ieguva angļu fiziķis Dž. Maksvels (1831—1879). To apstiprināja 1920. gadā izdarītie vācu fiziķa O. Sterna (1888—1969) eksperimenti.

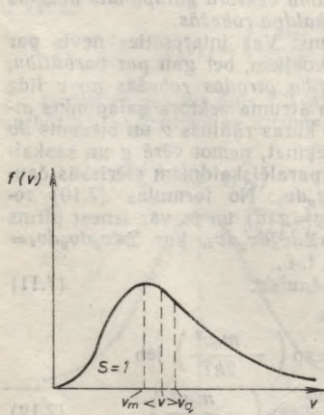
7.1.5. Maksvela ātrumu sadalījuma analīze. Apskatīsim sīkāk Maksvela ātrumu sadalījuma funkcijas (7.12) īpašības.

A. Ja $v \rightarrow 0$, tad arī $f(v) \rightarrow 0$, jo $v^2 \rightarrow 0$, bet $\exp(-mv^2/(2kT)) \rightarrow \rightarrow 1$. Arī lielām ātruma vērtībām, kad $v \rightarrow \infty$, sadalījuma funkcija $f(v) \rightarrow 0$, jo, palielinoties ātrumam, eksponentfunkcija dilst straujāk, nekā pieaug v^2 . Tātad tādu molekulu, kuru ātrumi ir vienādi ar nulli, kā arī molekulu ar lieliem ātrumiem ir relatīvi maz.

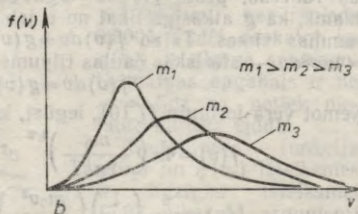
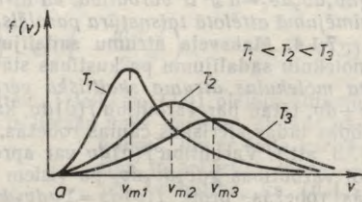
B. Funkcija $f(v)$ tiecas uz nulli gan tad, ja ātrumi ir lieli, gan arī tad, ja tie ir mazi. Tā kā eksponentfunkcija un arī pakāpes funkcija (v^2) mainās monotoni, funkcijai $f(v)$ ir viens maksimums. Funkcijas $f(v)$ grafiks dots 7.4. attēlā.

C. *To ātruma vērtību v_m , kurai atbilst sadalījuma funkcijas maksimumālā vērtība, sauc par visvarbūtīgāko ātrumu.* Ar ātrumiem, kas tuvi šai vērtībai, kustas lielākā daļa molekulu. Tikai neliela daļa molekulu kustas ar ātrumiem, kas ievērojami pārsniedz v_m .

D. Maksvela ātrumu sadalījuma funkcija ir atkarīga no temperatūras. Zemākām temperatūrām eksponentes pakāpes rādītājs ir lielāks, tādēļ, pieaugot ātrumam, funkcija $f(v)$ dilst straujāk. Atbilstoši sadalījuma funkcijas maksimums ir spilgtāk izteikts, tas ir šaurāks un augstāks un, pazeminoties temperatūrai, nobīdās mazāku ātrumu virzienā (7.5. att. a). Pazeminoties temperatūrai, visumā samazinās molekulu ātrumi. Vēl bez tam kļūst šaurāks ātrumu intervāls, kurā atrodas molekulu lielākās daļas ātrumi, kuri grupējas ap visvarbūtīgāko ātrumu.



7.4. att.



7.5. att.

Paaugstinoties temperatūrai, $f(v)$ maksimums nobīdās lielāku ātrumu virzienā, kļūst platāks un zemāks. Tas nozīmē, ka, paaugstinoties temperatūrai, ātrumu sadalījums kļūst vienmērīgāks, paplašinās un pārbīdās uz lielāku ātrumu pusi tas ātrumu intervāls, kurā atrodas lielākās molekulu daļas ātrumi. Šā intervāla robežās molekulas ar dažādiem ātrumiem sastopamas gandrīz vienādi bieži. Sadalījuma funkcijas trim dažādām temperatūrām parādītas 7.5. attēlā a. Saskaņā ar normēšanas nosacījumu (7.7) laukumam zem sadalījuma funkcijas grafika vienmēr jābūt vienādam ar 1.

E. Līdzīgi mainās sadalījuma funkcijas vērtības gāzes molekulām ar dažādām masām. Vienādā temperatūrā molekulām ar mazāku masu atbilst lielāki ātrumi (7.5. att. b). Viegļāku molekulu ātrumi «izmētāti» plašākā ātrumu intervālā salīdzinājumā ar smagākām.

Izmantojot sadalījuma funkciju $f(v)$, noteiksim molekulu visvarbūtīgāko v_m , vidējo $\langle v \rangle$, vidējo kvadrātisko v_q un vidējo relatīvo $\langle v_r \rangle$ ātrumu.

7.1.6. Visvarbūtīgākajam ātrumam v_m atbilst ātrumu sadalījuma funkcijas maksimālā vērtība. Tādēļ v_m izteiksim no funkcijas ekstrēma nosacījuma $(df(v)/dv)_{v=v_m}=0$.

Atvasinot pēc v , no sakarības (7.12) iegūst

$$4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left(2v \exp \left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) - v^2 \frac{m_0 v}{kT} \exp \left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \right) = 0;$$

$$v \exp \left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \left(2 - \frac{m_0 v^2}{kT} \right) = 0.$$

Ātruma vērtības $v=0$ un $v=\infty$ neatbilst sadalījuma funkcijas maksimumam. Visvarbūtīgākā ātruma vērtību v_m iegūst, pieņemot, ka reizinātājs iekavās vienāds ar nulli. Tādējādi

$$v_m = \sqrt{2kT/m_0}. \quad (7.13)$$

Ar ātrumiem, kas tuvi v_m , kustas lielākā daļa molekulu, un, ja izmēra kādas molekulas ātrumu, vislielākā ir varbūtība iegūt ātruma vērtību, kura tuva v_m .

7.1.7. Vidējo ātrumu $\langle v \rangle$ noteiksim, integrējot izteiksmi $v f(v) dv$ (sk. 7.1.2. nodaļumu un formulu (7.8)) un ievērojot, ka $f(v)$ izsaka formula (7.12). Tad

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^3 \exp \left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) dv =$$

$$= 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{2kT}{m_0} \right)^2. \text{ Pēc pārveidošanas iegūst:}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{(8/\pi)kT/m_0}. \quad (7.14)$$

Šādu ātrumu $\langle v \rangle$ varētu iegūt, ja izmērītu visu molekulu ātrumu skaitliskās vērtības, saskaitītu tās kopā un summu izdalītu ar molekulu skaitu.

7.1.8. Vidējo kvadrātisko ātrumu v_q var aprēķināt no formulām (6.5) un (6.7). Tādu pašu rezultātu var iegūt, izmantojot sadalījuma funkciju $f(v)$, jo, noskaidrojot $\Phi(v_x)$ izteiksmi, ņemām vērā sakarības (6.5) un (6.7). Proti,

$$v_q^2 = \langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \int_0^{\infty} 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^4 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right) dv =$$

$$= 3kT/m_0, \text{ no kurienes}$$

$$v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3kT/m_0}. \quad (7.15)$$

Salīdzinot sakarības (7.13), (7.14) un (7.15), redzams, ka $v_m \ll \langle v \rangle < v_q$ (7.4. att.). Skaitliski $\langle v \rangle = \sqrt{4/\pi} v_m = 1,13 v_m$; $v_q = \sqrt{3/2} v_m = 1,22 v_m$.

7.1.9. Vidējais relatīvais ātrums $\langle v_r \rangle$ ir vidējais ātrums (skaitliskā vērtība), ar kādu viena molekula kustas attiecībā pret otru.

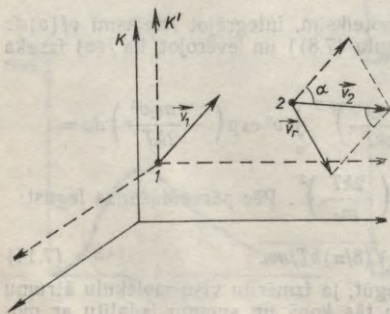
Atskaites sistēmā K , kas saistīta ar trauku, kurā atrodas gāze, divas molekulas 1 un 2 dotajā laika momentā kustas ar ātrumiem \vec{v}_1 un \vec{v}_2 (7.6. att.).

Atskaites sistēmā K' , kura saistīta ar pirmo molekulu, otrā molekula kustas ar relatīvo ātrumu \vec{v}_r , bet pirmā ir nekustīga. Saskaņā ar ātrumu saskaitīšanas likumu klasiskajā mehānikā ātrumi \vec{v}_1, \vec{v}_2 un \vec{v}_r saistīti šādi: $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_r$ jeb $\vec{v}_r = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Pēc kosinusa teorēmas sakarība starp visu triju vektoru moduliem (ātrumu skaitliskajām vērtībām) ir šāda: $v_r^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha$, kur α — leņķis starp vektoriem \vec{v}_1 un \vec{v}_2 . Iegūtajā izteiksmē aprēķināsim visu lielumu vidējās vērtības. Molekulu haotiskās kustības dēļ leņķa α vērtības ir vienmērīgi sadalītas robežās no 0 līdz 2π un $\langle \cos \alpha \rangle = 0$, bet $\langle v_1^2 \rangle = \langle v_2^2 \rangle = v_q^2$. Tādēļ $\langle v_r^2 \rangle = \langle v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha \rangle = 2v_q^2$ un $v_{qr} = \sqrt{\langle v_r^2 \rangle} = \sqrt{2} v_q$.

Esam noteikuši relatīvo vidējo kvadrātisko ātrumu. Tā kā vidējie ātrumi ir proporcionāli vidējiem kvadrātiskajiem ātrumiem, tad

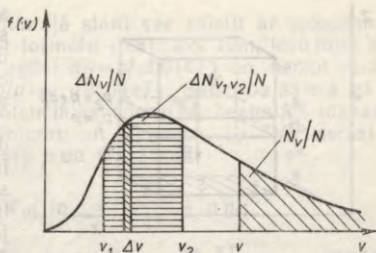
$$\langle v_r \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle. \quad (7.16)$$

7.1.10. Molekulu skaita ar noteiktiem ātrumiem aprēķināšana. To molekulu skaitu dN_v , kurām



7.6. att.

ātrumi ir intervālā no v līdz $v+dv$, var aprēķināt pēc sakarības (7.3), ja dv ir bezgalīgi mazs. Galīgām ātrumu intervālam Δv var izmantot to pašu izteiksmi — tā derīga tuvinātiem aprēķiniem, ja ātrumu intervāls Δv nav liels. Kādu intervālu Δv var uzskatīt par mazu, to nosaka nepieciešamā aprēķinu precizitāte. No sakarībām (7.3) un (7.12) iegūst



7.7. att.

$$\Delta N_v = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \Delta v. \quad (7.17)$$

Lielam ātrumu intervālam, piemēram, no v_1 līdz v_2 , atbilstošo molekulu skaitu $\Delta N_{v_1, v_2}$ aprēķina, sadalot šo intervālu bezgalīgi mazos intervālos un summējot molekulu skaitu pa tiem. Tātad

$$\Delta N_{v_1, v_2} = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_{v_1}^{v_2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) dv. \quad (7.18)$$

Lai aprēķinātu to molekulu skaitu N_v , kuru ātrumi pārsniedz ātruma vērtību v , jāsummē molekulu skaits pa bezgalīgi maziem intervāliem no v līdz ∞ , tātad var izmantot sakarību (7.18), tikai jāintegrē robežās no v līdz ∞ .

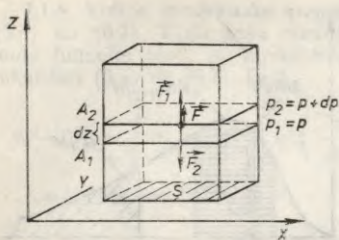
7.7. attēlā parādīti laukumi $\Delta N_v/N$, $\Delta N_{v_1, v_2}/N$ un N_v/N , kuri skaitliski vienādi ar atbilstošajām varbūtībām, ka molekulas ātrums atrodas apskatāmajā ātruma intervālā.

7.1.11. Molekulu sadalījuma funkciju $F(W_t)$ pa translācijas kustības kinētiskajām enerģijām W var noteikt no Maksvela sadalījuma funkcijas. Ja kopējais gāzes molekulu skaits ir N , bet dN molekulām ir ātrumi robežās no v līdz $v+dv$ un translācijas kustības kinētiskās enerģijas robežās no W_t līdz W_t+dW_t , tad lielums $dN/(Ndv) = f(v)$ ir molekulu ātrumu sadalījuma funkcija (sk. formulu (7.3)), bet $dN/(NdW_t) = F(W_t)$ ir molekulu sadalījuma funkcija pa translācijas kustības kinētiskajām enerģijām. Tā kā $W_t = m_0 v^2/2$, tad $dW_t = m_0 v dv$ un $F(W_t) = dN/(Nm_0 v dv) = f(v)/(m_0 v)$. Ievērojot sakarību (7.12) un aizstājot $m_0 v^2/2$ ar W_t , iegūst

$$F(W_t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{W_t} \right) \left(\frac{W_t}{kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{W_t}{kT} \right). \quad (7.19)$$

7.2. BAROMETRISKĀ FORMULA

Noslēgtā traukā gāzes spiediens, kuru nosaka molekulu triecieni pret trauka sienām, atkarīgs no molekulu koncentrācijas n un translācijas kustības vidējās enerģijas. Termodinamiskā līdzsvara



7.8. att.

un A_2 (7.8. att.), ir nekustīgs (caur plaknēm A_1 un A_2 pretējos virzienos izlidojošo molekulu skaits jebkurā laika sprīdī ir vienāds). Tātad to ārējo spēku summa, kuri darbojas uz izraudzīto gāzes tilpumu, ir vienāda ar nulli. Šajā gadījumā ārējie spēki ir spiediena spēki, kas darbojas uz plaknēm A_1 un A_2 ; tos rada gāze, kas neietilpst izraudzītajā tilpumā. Šie spēki $F_1 = p_1 S$ un $F_2 = p_2 S$ tātad pēc moduļa ir vienādi, bet pretēji vērsti. No spēku F_1 un F_2 moduļu vienādības var secināt, ka arī spiedieni p_1 un p_2 uz plaknēm A_1 un A_2 ir vienādi.

Stāvoklis mainās, ja trauks ar gāzi atrodas spēku laukā. Pieņemsim, ka noteiktā laika momentā tiek «ieslēgts» potenciālu spēku lauks un uz katru molekulu sāk darboties spēks \vec{f}_z , kurš vērsts Z ass virzienā, tātad pārējās spēka projekcijas vienādas ar 0, un atbilstoši molekulas potenciālā enerģija šajā spēku laukā W_p atkarīga tikai no koordinātas z . Saskaņā ar klasisko mehāniku f_z un W_p saista sakarība

$$\vec{f}_z = -dW_p/dz. \quad (7.20)$$

Si spēku lauka ietekmē notiek pārejas process, molekulu pārkārtošanās. Iestājas līdzsvara stāvoklis ar nemainīgu temperatūru un katrā punktā nemainīgu molekulu koncentrāciju, bet, tā kā Z ass virzienā darbojas lauka spēki, tad koncentrācija ir atkarīga no punkta koordinātas z un gāzes spiediens dažādos slāņos ir dažāds.

Spiediena atkarību no koordinātas z var noskaidrot, izmantojot nosacījumu, ka arī spēku laukā līdzsvara stāvoklī izraudzītā gāzes tilpuma masas centrs ir nekustīgs. Tad apskatāmajam gāzes slānim ir spēkā sakarība $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F} = 0$, kur \vec{F} — spēks, ar kādu lauks iedarbojas uz gāzes slāni. Visi trīs spēki darbojas Z ass virzienā, un to projekcijas saista sakarība $F_1 - F_2 + F = 0$ jeb $p_1 S - p_2 S + n(z) S dz f_z = 0$, kur $n(z)$ — gāzes molekulu koncentrācija, $n(z) S dz$ — molekulu skaits apskatāmajā gāzes slānī.

Apzīmēsim spiedienu uz plakni A_1 ar p , bet uz plakni A_2 ar $p + dp$, kur dp — spiediena pieaugums slāņa biezuma dz robežās. Tad līdzsvara nosacījums ir šāds:

$$pS - (p + dp)S + nSf_z dz = 0 \text{ jeb } dp = n f_z dz. \quad (7.21)$$

Molekulu koncentrāciju n plānajā slānī var saistīt ar spiedienu p un temperatūru T , izmantojot formulu (6.8). Pēc tam, ievietojot n izteiksmi vienādojumā (7.21), iegūst $dp = p f_z dz / (kT)$ un, ņemot vērā sakarību (7.20), var rakstīt $dp/p = -dW_p / (kT)$. Sakarība saista gāzes spiediena un molekulas potenciālās enerģijas bezgalīgi mazas izmaiņas. Integrējot šo vienādojumu un pieņemot, ka T ir nemainīgs lielums, iegūst sakarību starp p un W_p . Tātad

$$\int \frac{dp}{p} = -\frac{1}{kT} \int dW_p; \ln p = -\frac{W_p}{kT} + \ln p_0;$$

$$p = p_0 \exp(-W_p / (kT)). \quad (7.22)$$

Ar $\ln p_0$ apzīmēta integrēšanas konstante. No formulas (7.22) redzams, ka p_0 ir gāzes spiediens tādā punktā, kurā molekulas potenciālā enerģija $W_p = 0$.

Apskatīsim speciālgadījumu, kad gāze atrodas homogēnā gravitācijas spēku laukā, kurā molekulas potenciālā enerģija $W_p = m_0 g z$, kur m_0 — molekulas masa; g — brīvās krišanas paātrinājums; z — koordināta (augstums), ja Z ass vērsta vertikāli uz augšu, tātad pretēji gravitācijas spēku darbības virzienam. Izsakot molekulas masu m_0 ar gāzu molmasu M un Avogadro skaitli N_A , proti, $m_0 N_A = M$, kā arī ievērojot to, ka $k N_A = R$, iegūst

$$p = p_0 \exp(-Mgz / (RT)). \quad (7.23)$$

Iegūto sakarību sauc par barometrisko formulu, un tā izsaka gāzes spiediena atkarību no augstuma (koordinātas z) homogēnā gravitācijas spēku laukā, ja temperatūra nav atkarīga no z (gāze atrodas termodinamiskā līdzsvara stāvoklī). Barometriskajā formulā p_0 ir spiediens augstumā $z=0$, kurā pieņem $W_p=0$, un tā tad saistīts ar koordinātu sistēmas (augstuma) sākumpunkta izvēli. Saskaņā ar formulu (7.23) gāzes spiediens, pieaugot augstumam, eksponenciāli samazinās.

Minētajos apstākļos pēc tāda paša likuma kā spiediens mainās arī gāzes molekulu koncentrācija n un blīvums ρ , jo tad saskaņā ar formulām (6.8) un (6.14) koncentrācija n un blīvums ρ ir proporcionāli gāzes spiedienam. Zemes atmosfērai nav spēkā nosacījums $T = \text{const}$ un plašā koordinātas z izmaiņas intervālā arī $g \neq \text{const}$. Tādēļ formulu (7.23) var lietot tikai aptuveni aprēķiniem, ja apskatāmo augstumu robežās temperatūras izmaiņu var ņemt vērā un uzskatīt, ka Zemes gravitācijas spēku lauks ir homogēns.

7.3. BOLCMAŅA LIKUMS DAĻIŅU SADALĪJUMAM ĀRĒJĀ POTENCIĀLU SPĒKU LAUKĀ

7.3.1. Bolcmaņa sadalījums homogēnā spēku laukā. Iepriekšējā paragrāfā tika iegūta sakarība (7.22) starp gāzes spiedienu p un molekulas potenciālo enerģiju W_p , ja gāze atrodas ārēju potenciālu

spēku laukā termodinamiskā līdzsvara stāvoklī. Ievietojot formulā (7.22) spiediena p un p_0 izteiksmi pēc formulas (6.8), iegūst gāzes koncentrācijas atkarību no molekulas potenciālās enerģijas:

$$n = n_0 \exp(-W_p / (kT)), \quad (7.24)$$

kur n_0 — molekulu koncentrācija tajā punktā, kurā W_p vienāda ar nulli. Kaut gan formula (7.22) iegūta, pieņemot, ka enerģija W_p ir atkarīga tikai no koordinātas z , tā ir spēkā arī tad, ja šī enerģija ir atkarīga no visām koordinātām. Tad lauka spēku virzieni var būt dažādi dažādos telpas punktos un atbilstoši dažādi arī tie virzieni, kuros mainās gāzes koncentrācija. Tādā gadījumā arī gāzes koncentrācija n ir atkarīga no visām koordinātām. Sakarību (7.24) sauc par **Bolcmaņa likumu** daļiņu sadalījumam potenciālu spēku laukā.

Homogēnā gravitācijas spēku laukā $W_p = m_0gz$ un gāzes molekulu koncentrāciju atkarībā no augstuma nosaka formula

$$n = n_0 \exp(-m_0gz / (kT)). \quad (7.25)$$

Gāzu maisījumā, piemēram, gaisā, pieaugot augstumam, dažādu gāzu koncentrācija samazinās dažādi. Tas tāpēc, ka eksponentfunkcijas pakāpes rādītājā molekulu masa m_0 ir dažāda. Šī iemesla dēļ Zemes atmosfēras sastāvs mainās atkarībā no augstuma. Piemēram, pieņemot, ka Zemes atmosfēra ir termodinamiskā līdzsvara stāvoklī, pēc formulas (7.25) iegūst, ka skābekļa molekulu koncentrācija par 20% samazinās 1,5 km augstumā, bet ūdeņraža — 24 km augstumā.

Skābekļa molekulu koncentrācija, palielinoties augstumam par 1 m, samazinās par 0,01%, un var uzskatīt, ka neliela izmēra traukos gāze sadalīta vienmērīgi.

Visbiežāk formulu (7.24) izmanto, lai noteiktu koncentrāciju attiecību divos telpas punktos, kuros molekulas potenciālā enerģija W_{p1} un W_{p2} . Tātad $n_1/n_2 = \exp(-(W_{p1} - W_{p2}) / (kT))$.

Tajos punktos, kuros ir vienāda molekulu potenciālā enerģija ($W_{p1} = W_{p2}$), arī molekulu koncentrācija ir vienāda. Homogēnā spēku laukā šie punkti atrodas vienā plaknē, bet sfēriski simetriskā centrālu spēku laukā — uz sfēriskas virsmas.

7.3.2. Bolcmaņa sadalījuma funkcija. No formulas (7.24) var iegūt molekulu sadalījuma funkciju un atbilstošu varbūtību, ka molekula atrodas dotajā telpas punktā. Molekulu skaits $dN_{x,y,z}$ tilpuma elementā $dV = dx dy dz$ telpas punktā ar koordinātām x, y, z ir vienāds ar molekulu koncentrācijas $n(x, y, z)$ un šī tilpuma elementa dV reizinājumu. Ievērojot formulu (7.24), molekulu skaits

$$dN(x, y, z) = n_0 \exp(-W_p / (kT)) dV. \quad (7.26)$$

Varbūtību, ka molekula atrodas tilpuma elementā dV , var aprēķināt šādi:

$$dP = dN(x, y, z) / N = (n_0 / N) \exp(-W_p / (kT)) dV, \quad (7.27)$$

kur N — gāzes molekulu skaits. Ja n_0 nav zināms, tad konstanti $n_0/N = C_B$ var noteikt no normēšanas nosacījuma $\int n(x, y, z) dV = N$. Ievērojot formulu (7.24), iegūst, ka

$$n_0/N = C_B = 1/\int \exp(-W_p/(kT)) dV, \quad (7.28)$$

kur integrēšana tiek izpildīta pa visu gāzes aizņemto tilpumu V . Izmantojot sakarības (7.26) un (7.28), var izteikt molekulu skaitu tilpuma elementā dV :

$$dN(x, y, z) = NC_B \exp(-W_p/(kT)) dV. \quad (7.29)$$

Varbūtība $d\mathcal{P} = dN(x, y, z)/N$ notikumam, ka dotā molekula atrodas tilpuma elementā dV , ir šāda:

$$d\mathcal{P} = C_B \exp(-W_p/(kT)) dV, \quad (7.30)$$

bet sadalījuma funkcija $g_B(x, y, z) = d\mathcal{P}/dV$, kas izsaka varbūtību notikumam, ka dotā molekula atrodas tilpuma vienībā pie punkta (x, y, z) , ir šāda:

$$\begin{aligned} g_B(x, y, z) &= C_B \exp(-W_p/(kT)) = \\ &= \exp(-W_p/(kT)) / \int \exp(-W_p/(kT)) dV. \end{aligned} \quad (7.31)$$

Šādu sadalījuma funkciju 1877. gadā ieguva austriešu fiziķis *L. Bolcmanis*, un to sauc par *Bolcmaņa sadalījuma funkciju*.

Saskaņā ar Maksvela sadalījumu molekulām, kuras atrodas tilpumā $dV = dx dy dz$, ātrumi (arī impulsi) ir dažādi. To molekulu skaitu dN , kuras atrodas aplūkojamā tilpumā dV un kuru ātrumi ir robežās $v_x \dots v_x + dv_x$; $v_y \dots v_y + dv_y$; $v_z \dots v_z + dv_z$, var noteikt, zīnot visu molekulu skaitu $dN(x, y, z)$ šajā tilpumā un varbūtību $d\mathcal{P}(v_x, v_y, v_z)$, ka molekulas ātrums iekļaujas norādītajās robežās. No sakarības (7.1) izriet, ka meklētais molekulu skaits $dN(x, y, z, v_x, v_y, v_z) = dN(x, y, z) \cdot d\mathcal{P}(v_x, v_y, v_z)$. Ievērojot to, ka $d\mathcal{P}(v_x, v_y, v_z) = g dv_x dv_y dv_z$ (sk. 7.1.3. nodaļojumu), kā arī izmantojot sakarības (7.10), (7.29) un ievietojot $m_0 v_x = p_x$; $m_0 v_y = p_y$; $m_0 v_z = p_z$; $m_0 dv_x = dp_x$; $m_0 dv_y = dp_y$; $m_0 dv_z = dp_z$, iegūst $dN(x, y, z, v_x, v_y, v_z) = NC_B (2\pi m_0 kT)^{-3/2} \exp\left(-\frac{W_p}{kT}\right) \times \exp(-W_t/kT) dx dy dz dp_x dp_y dp_z = NC \exp(-W/kT) d\Gamma$, kur $C = C_B (2\pi m_0 kT)^{-3/2}$ — jauna normēšanas konstante; $W = W_p + W_t$ — daļiņas pilnā enerģija; $d\Gamma = dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ — sešdimensiju telpas (fāzu telpas) tilpuma elements. Tā kā dN/N ir statistiskā varbūtība $d\mathcal{P}$, tad

$$d\mathcal{P} = C \exp(-W/kT) d\Gamma. \quad (7.32)$$

Šī izteiksme nosaka varbūtību, ka molekulas stāvokli fāzu telpā atbilstošs punkts, kas atrodas tilpuma elementā $d\Gamma$, bet tās pilnā enerģija ir W . Sadalījuma funkciju

$$C \exp(-W/kT) \quad (7.33)$$

sauc par *Maksvela—Bolcmaņa sadalījuma funkciju*.

MOLEKULU SADURSMES. MASAS, IMPULSA UN ENERĢIJAS PĀRNESES PROCESI

8.1. MOLEKULU VIDĒJAIS SADURSMJU SKAITS UN VIDĒJAIS BRĪVĀ CEĻA GARUMS

Līdz šim par molekulu izmēriem neinteresējāmieš un uzskatījām, ka tie ir niecīgi. Lai gāzē iestātos termodinamiskā līdzsvara stāvoklis, jānotiek enerģijas apmaiņai starp molekulām. Tāda enerģijas apmaiņa iespējama tikai molekulu sadursmēs. Var paredzēt, ka sadursmju biežumu nosaka arī molekulu izmēri, tāpat kā to koncentrācija n un kustības ātrums v . Aplūkojot molekulu sadursmes, pieņemsim, ka molekulas ir elastīgas lodītes. Sādu molekulas modeli var lietot tikai nosacīti, jo molekula ir komplicēta lādētu daļiņu sistēma un divu molekulu mijiedarbība notiek ar spēku lauku palīdzību. Molekulas izmēru raksturošanai lietosim tās efektīvo diametru d — *minimālo attālumu starp molekulu centriem*, kādā tie var nonākt, ja notiek centrāla divu vienādu molekulu sadursme. Šādi definētais molekulas efektīvais diametrs ir nedaudz atkarīgs no molekulu ātruma, bet šajā paragrāfā to neņemsim vērā.

Molekulu sadursmes raksturo laika sprādis τ un molekulas veiktais attālums l starp divām secīgām sadursmēm, kā arī molekulas sadursmju skaits laika vienībā z . Visu šo lielumu vērtībām ir gadījuma raksturs, bet termodinamiskā līdzsvara stāvoklī tām ir pilnīgi noteiktas vidējās vērtības $\langle \tau \rangle$, $\langle l \rangle$, $\langle z \rangle$. Vispirms noteiksim sakarību, kas saista $\langle \tau \rangle$ ar d , n un $\langle v \rangle$. Domāsim izsekosim vienas (iezīmētas) molekulas sadursmēm. Katrā kustības posmā atskaites sistēmu var saistīt ar šīs molekulas nākamās sadursmes partneri. Tad var apgalvot, ka šādās atskaites sistēmās iezīmētās molekulas vidējais ātrums $\langle v_r \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle$. Tās kārtējā sadursme notiek ar tādu molekulu,

kas atrodas cilindrā, kura ass sakrīt ar \vec{v}_r virzienu un diametrs ir $2d$ (8.1. att.). Vidējo attālumu, ko noiet molekula no vienas sadursmes līdz nākamajai izraudzītajā atskaites sistēmā, apzīmēsim ar $\langle h \rangle$. Tas ir arī apskatāmā cilindra vidējais augstums, un to var saistīt ar molekulu koncentrāciju. Tiešām, ja abu molekulu centri atrodas cilindra galu laukumos un citu molekulu tajā nav, tad var teikt, ka cilindrā atrodas viena molekula. Tā kā cilindra tilpums ir $\pi d^2 \langle h \rangle$, tad $\pi d^2 \langle h \rangle n = 1$, no kurienes $\langle h \rangle = 1/(\pi d^2 n)$. Vidējo laika sprādi $\langle \tau \rangle$ starp divām secīgām molekulas sadursmēm var izteikt šādi:

$$\langle \tau \rangle = \langle h \rangle / \langle v_r \rangle = 1/(\sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle). \quad (8.1)$$

Seit $\sigma = \pi d^2$ — molekulu sadursmes efektīvais šķērsriezums.

Vienas molekulas vidējais sadursmju skaits $\langle z \rangle$ laika vienībā

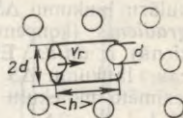
$$\langle z \rangle = 1/\langle \tau \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle. \quad (8.2)$$

Vidējo attālumu $\langle l \rangle$, ko molekula nolido laika sprīdī $\langle \tau \rangle$ starp divām secīgām sadursmēm attiecībā pret nekustīgu atskaites sistēmu, piemēram, trauku, kurā atrodas gāze, sauc par *vidējo brīvā ceļa garumu*. Tātad

$$\langle l \rangle = \langle v \rangle \langle \tau \rangle = 1 / (\sqrt{2} \pi d^2 n). \quad (8.3)$$

Kā redzams, $\langle l \rangle$ atkarīgs tikai no molekulu koncentrācijas n un to efektīvā diametra d .

Piemēram, skābeklim normālos apstākļos ($p = 1,013 \cdot 10^5$ Pa; $T = 273,15$ K) no formulas (6.8) iegūst $n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$, bet no formulas (7.14) iegūst $\langle v \rangle = 425$ m/s. Tā kā skābeklim $d = 3 \cdot 10^{-10}$ m, tad no formulām (8.2) un (8.3) izriet, ka $\langle z \rangle = 4,6 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ un $\langle l \rangle = 9,3 \cdot 10^{-8}$ m. Tātad normālos apstākļos gāzes molekulu sadursmju biežums ir ļoti liels, bet starp sadursmēm noietais attālums — mazs.



8.1. att.

8.2. MASAS, IMPULSA UN ENERĢIJAS PĀRNESES PROCESI TERMODINAMISKI NELIDZSAROTĀS SISTĒMĀS. DIFŪZIJA, IEKŠĒJĀS BERZES UN SILTUMA VADĪŠANAS EKSPERIMENTĀLIE LIKUMI

Ārēja iedarbība var izjaukt termodinamisko līdzsvaru sistēmā, piemēram, gāzē. Sakarā ar to dažādās vietās gāzē var būt dažāda molekulu koncentrācija, molekulu enerģija, gāzes slāņu makroskopiska kustība. Ārējai spēku iedarbībai izbeidzoties, notiek pārejas process un pēc noteikta laika (*relaksācijas laika*) iestājas līdzsvara stāvoklis, kad termodinamiskajiem parametriem ir noteikta, visur vienāda vērtība. Piemēram, gāzes koncentrācijas izlīdzināšanās saistīta ar procesu, kurā pārsvarā gāzes molekulas pārvietojas no vietām ar lielāku koncentrāciju uz vietām ar mazāku koncentrāciju. Līdzīgi arī molekulu vidējā enerģija jeb temperatūra izlīdzinās vai arī izzūd gāzes slāņu makroskopiskā kustība. **Procesus, kuros notiek kāda fizikāla lieluma pārnese telpā, sauc par pārnese procesiem.** Minētajos gadījumos tie ir masas, molekulu kustības enerģijas un to orientētās kustības impulsa pārnese procesi, kuros atbilstoši sauc par *difūziju, siltuma vadīšanu, iekšējo berzi jeb viskozitāti*. Seit apskatīsim pārnese procesus vienā noteiktā virzienā, kuri notiek tad, ja pārnējamā lieluma vērtības mainās tikai vienā virzienā, piemēram, X ass virzienā, un šim virzienam perpendikulārā plaknē dotā lieluma vērtības visur ir vienādas.

8.2.1. Pašdifūzija. Kā masas pārnese procesa — difūzijas piemēru aplūkosim pašdifūziju, t. i., tādu procesu, kas saistīts ar iezīmētu molekulu koncentrācijas jeb blīvuma izlīdzināšanos apstākļos, kad kopējā molekulu koncentrācija nemainās, iezīmētās molekulas ļoti maz atšķiras no neiezīmētajām un iezīmēto (piemēram, radioaktīvo izotopu) molekulu koncentrācija n mainās tikai X ass virzienā, tātad $n = n(x)$.

Difūzijas procesā iezīmētās molekulas (tumšie punkti 8.2. attēlā) pārsvarā pārvietojas X ass virzienā. Izraudzīsimies X asi perpendi-

kulāru laukumu ΔS , kura tuvumā iezīmēto molekulu koncentrācijas gradients (koncentrācijas izmaiņa uz garuma vienību X ass virzienā) ir dn/dx . Eksperimentāli noskaidrots, ka īsā laika sprīdī Δt caur laukumu ΔS koncentrācijas samazināšanās virzienā izgājušo iezīmēto molekulu skaits ir proporcionāls lielumiem dn/dx , ΔS un Δt , t. i.,

$$\Delta N = -D(dn/dx)\Delta S\Delta t. \quad (8.4)$$

Proporcionalitātes koeficientu D sauc par difūzijas koeficientu.

Difūzijas procesā caur laukumu ΔS īsā laika sprīdī pārnestā masa $\Delta m = \Delta N m_0$, ja m_0 — vienas molekulas masa. Ievērojot to, ka $m_0(dn/dx) = d\rho/dx$, kur $m_0 n = \rho$ — iezīmēto molekulu gāzes blīvums, bet $d\rho/dx$ — tā gradients, saskaņā ar formulu (8.4) var rakstīt

$$\Delta m = -D(d\rho/dx)\Delta S\Delta t. \quad (8.5)$$

Vienādojumu (8.5) sauc par Fika likumu.

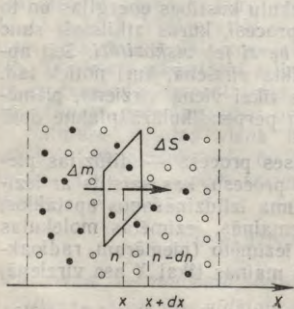
8.2.2. Iekšējā berze jeb viskozitāte novērojama, ja gāzes slāņi kustas ar dažādiem ātrumiem, t. i., pārvietojas viens attiecībā pret otru.

Grāmatas pirmajā daļā jau norādīts (4.4. §), ka iekšējās berzes spēks darbojas slāņu savstarpējās kustības relatīvajam ātrumam pretējā virzienā un ir proporcionāls slāņu saskares laukumam ΔS , kā arī to kustības ātrumu gradientam du/dx slāņiem perpendikulārā virzienā (8.3. att.), t. i.,

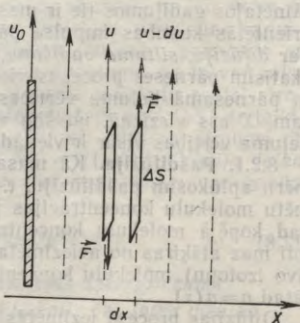
$$F = -\eta(du/dx)\Delta S. \quad (8.6)$$

Tas ir Ņūtona likums viskozitātei, kur η — dinamiskais viskozitātes koeficients.

8.2.3. Siltuma vadišanas procesā tiek pārnesta molekulārās kustības enerģija jeb siltums. Piemēram, ja gāze atrodas traukā, kura pretējām sienām ir dažāda temperatūra, tad bez ārējās iedarbības ar laiku siltākā siena atdziest, bet aukstākā sasilst līdz vienādei



8.2. att.



8.3. att.

temperatūrai. Var uzskatīt, ka no sienas ar augstāko temperatūru uz sienu ar zemāko temperatūru ir pārnesti siltums.

Eksperimentāli noskaidrots, ka caur laukumu ΔS (8.4. att.), kurš paralēls sienām (perpendikulārs siltuma pārnesei virzienam), īsā laika sprīdī Δt pārnestais siltuma daudzums ΔQ ir proporcionāls ΔS , Δt un temperatūras gradientam dT/dx . Tātad

$$\Delta Q = -\kappa \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t. \quad (8.7)$$

Šī sakarība ir Furjē likums. Proporcionalitātes koeficientu κ sauc par siltumvadītspējas koeficientu. Minusa zīme vienādojumā norāda to, ka siltums tiek pārnesti temperatūras samazināšanās virzienā.

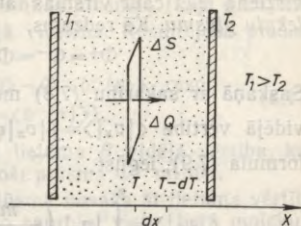
Pārneses procesa koeficienti D , η un κ ir atkarīgi no gāzes parametriem un īpašībām.

8.3. PĀRNESES PROCESU MOLEKULĀRI KINETISKĀ TEORIJA

Pārneses procesa vienādojumus (8.4) ... (8.7) var iegūt, aplūkojot šos procesus no molekulāri kinētiskās teorijas viedokļa. Tad iespējams saistīt empīriskos koeficientus D , η un κ ar molekulu kustības raksturlielumiem.

8.3.1. Vispārīgais pārneses procesa vienādojums. Vispirms klasiskās molekulārās fizikas skatījumā iegūsim vispārīgo stacionāra pārneses procesa vienādojumu, kurš izsaka kāda ar gāzes molekulām saistīta fizikāla lieluma B (masa, impulss utt.) pārnesei. Lieluma B vērtību, attiecinātu uz vienu molekulu, apzīmēsim ar b un pieņemsim, ka ārējās iedarbības rezultātā b vērtības ir dažādas tām molekulām, kurām ir dažādas koordinātas x . Tātad b mainās tikai X ass virzienā (X asij perpendikulārā plaknē b visur vienāds), pie tam ārējā iedarbība uztur nemainīgu b sadalījumu gāzes tilpumā. Šāda pārneses procesa intensitāte ar laiku nemainās, un tas ir *stacionārs pārneses process*, kurā jebkuros vienādos laika sprīžos Δt caur X asij perpendikulāru laukumu ΔS pārnestā lieluma vērtība ΔB ir vienā un tā pati.

Tā kā pārneses notiek tikai X ass virzienā, tad to saistīsim ar molekulu kustību tieši šajā virzienā, neinteresējoties par molekulu kustību X asij perpendikulārā plaknē. Caur X asij perpendikulāru virsmas laukumu ΔS laika sprīdī dt gan X ass pozitīvajā, gan arī negatīvajā virzienā iziet vienāds skaits molekulu $dN^+ = dN^- = dN$, kur dN^- pūse no molekulu skaita cilindrā, kura pamats ΔS un garums $\langle |v_x| \rangle dt$ (8.5. att.), proti, $dN^- = (1/2)n\Delta S \langle |v_x| \rangle dt$, ja n — molekulu koncentrācija. Lielumu $\Phi = dN/dt$, kas rāda, cik molekulu vienā



8.4. att.

virzienā iziet caur virsmas laukumu ΔS laika vienībā, sauc par *molekulu plūsmu*. Kā redzams,

$$\Phi^+ = \Phi^- = \Phi = (1/2)n\Delta S \langle |v_x| \rangle. \quad (8.8)$$

Saskaņā ar sakarību (7.8) molekulu ātruma projekcijas v_x moduļa vidējā vērtība $\langle |v_x| \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |v_x| \varphi(v_x) dv_x$. Ievērojot, ka $\varphi(v_x)$ nosaka formula (7.9), iegūst

$$\begin{aligned} \langle |v_x| \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} |v_x| \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT} \right) dv_x = \\ &= 2 \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}} \int_0^{\infty} v_x \exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT} \right) dv_x = 2 \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}} \frac{kT}{m_0} = \\ &= \sqrt{\frac{2kT}{\pi m_0}} = \frac{1}{2} \langle v \rangle. \end{aligned}$$

Tādēļ

$$\Phi^+ = \Phi^- = \Phi = n \langle v \rangle \Delta S / 4. \quad (8.9)$$

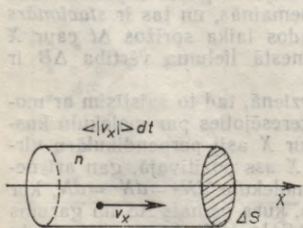
Lielums

$$\Phi / \Delta S = n \langle v \rangle / 4 \quad (8.10)$$

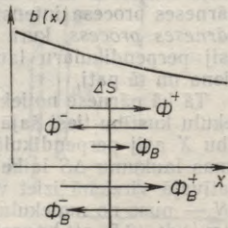
ir *molekulu plūsmas blīvums* — to molekulu skaits, kuras laika vienībā iziet caur vienu vienību lielu laukumu vienā virzienā.

Pieņemsim, ka $b(x)$ ir samazinās X ass virzienā un tā sadalījums ar laiku nemainās. Noteiksim caur X asij perpendikulāru laukumu ΔS (8.6. att.) pārnesto lielumu ΔB .

Tā kā vienādās molekulu plūsmas Φ^+ un Φ^- nāk no gāzes tilpumiem, kur $b(x)$ ir dažādi (Φ^+ no tilpuma pa kreisi no ΔS , Φ^- — pa labi), tad katra molekula šajās plūsmās vidēji nes dažādus b un ar tiem saistītie caur laukumu ΔS pārnestie lielumi ΔB^+ un ΔB^- jeb to plūsmas Φ_B^+ un Φ_B^- (laika vienībā caur ΔS pārnestais ΔB) nav



8.5. att.



8.6. att.

vienādas. Rezultātā B tiek pārnesta lielākās plūsmas (šajā gadījumā Φ_B^+) virzienā, tātad X ass pozitīvajā virzienā. Rezultējošā plūsma Φ_B caur laukumu ΔS ir šāda:

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \Phi_B^+ - \Phi_B^- = \Phi^+ \langle b^+(x) \rangle - \Phi^- \langle b^-(x) \rangle; \text{ resp.} \\ \Phi_B &= \Phi (\langle b^+(x) \rangle - \langle b^-(x) \rangle),\end{aligned}\quad (8.11)$$

kur $\langle b^+(x) \rangle$ un $\langle b^-(x) \rangle$ — fizikālā lieluma B vidējā vērtība, kas attiecināta uz vienu molekulu atbilstoši plūsmā Φ^+ un Φ^- .

Lieluma $b(x)$ vērtību molekulu plūsmā nosaka šī lieluma vērtība tajā vietā, kur šī plūsma rodas, ar to saprotot vietu, kurā molekula saduras ar citu molekulu un iegūst šās vietas apkārtne esošajām molekulām raksturīgo b . Lai noteiktu b^+ un b^- vidējās vērtības, jānoskaidro vidējais attālums $\langle x \rangle$ no laukuma ΔS , kurā notiek pedējā molekulas sadursme pirms tā šķērso laukumu ΔS . Aprēķini rāda, ka tas ir vienāds ar $2\langle l \rangle/3$, kur $\langle l \rangle$ — molekulas vidējais brīvais ceļš. Tad sakarībā (8.11) lielums $\langle b^+(x) \rangle = b(x - 2\langle l \rangle/3)$ un lielums $\langle b^-(x) \rangle = b(x + 2\langle l \rangle/3)$, kur x — ΔS plaknes atbilstošā koordināta.

Parasti (ja spiedieni nav sevišķi mazi) $\langle l \rangle$ ir mazs lielums un pietiekami precīzu rezultātu var iegūt, ja $b(x)$ izvirza rindā punkta x apkārtne un aizstāj $b(x \pm 2\langle l \rangle/3)$ ar šīs rindas pirmajiem diviem locekļiem. Tad $b(x \pm 2\langle l \rangle/3) = b(x) \pm \frac{db}{dx} 2\langle l \rangle/3$. Ievietojot šo izteiksmi formulā (8.11) un ņemot vērā sakarību (8.9), var rakstīt

$$\Phi_B = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{db}{dx} \Delta S. \quad (8.12)$$

Lielumu db/dx sauc par b gradientu. Minusa zīme norāda, ka pārnese virziens ir pretējs $b(x)$ pieaugšanas virzienam jeb pārnese notiek $b(x)$ samazināšanās virzienā. Atbilstoši laika sprīdī Δt stacionārā procesā caur laukumu ΔS tiek pārnesta lielums

$$\Delta B = \Phi_B \Delta t = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{db}{dx} \Delta S \Delta t. \quad (8.13)$$

Sakarības (8.12) un (8.13) sauc par *vispārīgajiem stacionāru pārnese procesu vienādojumiem*.

8.3.2. Pašdifūzijas vienādojums. Difūzija saistīta ar masas pārnese. Stacionāru pašdifūziju varētu novērot, piemēram, ja vienas trauka sienas tuvumā katrā laika vienībā iezīmētu noteiktu skaitu molekulu, bet pretējās sienas tuvumā ar tādu pašu ātrumu iezīmētās molekulas šo iezīmi zaudētu. Tas nodrošinātu laikā nemainīgu iezīmēto molekulu sadalījumu X ass virzienā un to stacionāru plūsmu šajā virzienā. Pašdifūzijas gadījumā $b(x)$ ir iezīmēto molekulu masa, kas attiecināta uz vienu gāzes molekulu, bet ΔB — laika sprīdī Δt caur laukumu ΔS pārnestā šo molekulu masa Δm . Ja punktā, kura koordināta ir x , iezīmēto molekulu koncentrācija ir n_x , tad $n_x m_0 = \rho_x$ ir iezīmēto molekulu blīvums, kur m_0 — vienas molekulas masa (iezīmēto un neiezīmēto molekulu masu atšķirība niecīga). Tā

kā kopējā molekulu koncentrācija ir n (visur vienāda), tad $b(x) = \rho_x/n$ un $db/dx = (1/n)d\rho_x/dx$, kur $d\rho_x/dx$ — iezīmēto molekulu blīvuma gradients. Ievietojot šos lielumus formulā (8.13), iegūst

$$\Delta m = -\frac{1}{3}\langle v \rangle \langle l \rangle (d\rho_x/dx) \Delta S \Delta t. \quad (8.14)$$

Salīdzinot šo vienādojumu ar (8.5), redzams, ka difūzijas koeficients

$$D = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (8.15)$$

Difūzijas koeficients D gāzēm atkarīgs no spiediena un temperatūras. Tā atkarību no spiediena nosaka $\langle l \rangle$ atkarība no spiediena, jo $\langle v \rangle$ no spiediena nav atkarīgs. Nemainīgā temperatūrā $\langle l \rangle \sim 1/p$ (spiediens p proporcionāls molekulu koncentrācijai n) un D mainās apgriezti proporcionāli spiedienam.

Ja nemainās spiediens, tad D pieaug proporcionāli $T^{3/2}$, jo $\langle l \rangle \sim T$ (tā kā $n \sim 1/T$), bet $\langle v \rangle \sim T^{1/2}$, turpreti, ja nemainās gāzes molekulu koncentrācija n , tad difūzijas koeficients ir proporcionāls $T^{1/2}$. Iestībā D pieaug nedaudz straujāk, mainoties temperatūrai, jo, paaugstinoties temperatūrai, palielinās molekulu ātrumi, bet atbilstoši lielākiem ātrumiem to efektīvais diametrs nedaudz samazinās un tādēļ palielinās $\langle l \rangle$.

Dažādām gāzēm difūzijas koeficientu atšķirību nosaka vidējā ātruma atkarība no molmasas. Vienādās temperatūrās molekulu vidējie ātrumi un tādēļ arī difūzijas koeficienti ir apgriezti proporcionāli kvadrātsaknei no molmasas. Šī iemesla dēļ gāzu maisījums ātrāk difundē vieglais komponents. Ipaši grūti ir atdalīt smago ķīmisko elementu izotopus, kuru ķīmiskās īpašības ir vienādas, bet masas relatīvi maz atšķiras. Principā difūzijas procesā var atdalīt pat urāna izotopus $^{235}_{92}\text{U}$ un $^{238}_{92}\text{U}$, bet, lai manāmi mainītu šāda maisījuma sastāvu, operācija jāizpilda tūkstošiem reižu.

Efektīvāk izotopus var atdalīt, liekot gāzei plūst caur porainas vielas slāni. Gāzes izplūdes ātrums ir lielāks vieglākajam komponentam, un, atkārtojot operāciju, var ievērojami paaugstināt gāzē vieglā komponenta daļu. Šo metodi sauc par *molekulārās efūzijas metodi*.

Difūzija tiek novērota arī šķidrums un cietās vielās. Vispārīgās likumsakarības šajos gadījumos ir līdzīgas gāzu difūzijas likumsakarībām, lai gan difūzijas mehānismi ir pavisam atšķirīgi.

8.3.3. Viskozitātes vienādojums. Iekšējā berze saistīta ar impulsa pārneši. Pieņemsim, ka gāzes slāņi kustas ar dažādiem ātrumiem Y ass virzienā un šis makroskopiskās orientētās kustības ātrums $u(x)$ ir atkarīgs tikai no x koordinātas un samazinās X ass virzienā. Gāzes temperatūra un koncentrācija visā apskatāmajā tilpumā ir vienāda.

Izdalīsim divus gāzes slāņus I un II , kuri atrodas attālumā dx viens no otra un kustas ar ātrumiem u un $u - du$ (8.7. att.). Katra

gāzes molekula piedalās haotiskajā un orientētajā kustībā. Molekulu haotiskā kustība abos slāņos ir vienāda (jo vienādas ir slāņu temperatūras), bet molekulu orientētās kustības ātrumi un impulsi pirmajā slānī ir lielāki nekā otrajā. Molekulām vienādā skaitā pārejot no viena slāņa otrā, pirmajā slānī molekulu orientētās kustības impulss samazinās, bet otrajā — pieaug, t. i., tiek pārnesti orientētās kustības impulsi. Šis process ir līdzīgs berzes spēku darbībai starp slāņiem, kuri ātrāko slāni bremzē, lēnāko — paātrina. Process ir stacionārs tad, ja kāda slāņa orientētās kustības ātrums ārējas iedarbības dēļ tiek uzturēts nemainīgs un caur slāņu saskarvirsmas laukumu ΔS stacionāri tiek pārnesti molekulu orientētās kustības impulsi tā slāņa virzienā, kurš tiek paātrināts. Blakus esošo slāņu impulsu izmaiņa ir vienāda ar pārnesto impulsu, bet saskaņā ar otro Ņūtona likumu uz slāni darbojas spēks, kas vienāds ar tā impulsa izmaiņu laika vienībā. Tātad šajā gadījumā $F = -\Phi_B$; $b = m_0 u(x)$; $db/dx = m_0 du/dx$ un no sakarības (8.12), ņemot vērā, ka $nm_0 = \rho$ (gāzes blīvums), iegūst

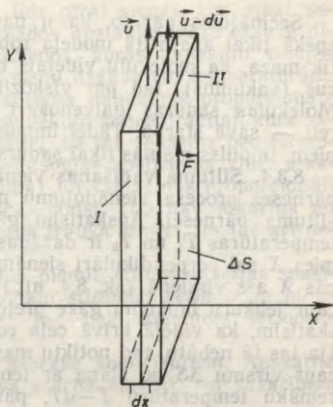
$$F = -\frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{du}{dx} \Delta S. \quad (8.16)$$

Salīdzinot šo formulu ar (8.6), redzams, ka *viskozitātes koeficients*

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (8.17)$$

Vektors \vec{u} vērsts Y ass virzienā un samazinās X ass virzienā, tādēļ du/dx ir vērsts Y ass negatīvajā virzienā. Ņemot vērā mīnusa zīmi, formula (8.16) nosaka iekšējās berzes spēku, kurš vērsts Y ass pozitīvajā virzienā, tātad cenšas paātrināt to slāni, kurš kustas lēnāk.

Gāzes viskozitātes koeficients nav atkarīgs no spiediena, jo reizinājums $\rho \langle l \rangle$ (tā kā $\rho \sim n$ un $\langle l \rangle \sim 1/n$) nav atkarīgs ne no spiediena, ne temperatūras (ja neņem vērā molekulu efektīvā diametra atkarību no temperatūras), bet $\langle v \rangle$ ir atkarīgs tikai no temperatūras un nosaka η atkarību no temperatūras, tātad $\eta \sim T^{1/2}$. Tā kā, paaugstinoties temperatūrai, molekulu efektīvais diametrs d nedaudz samazinās un vidējais brīvā ceļa garums $\langle l \rangle$ palielinās, tad viskozitātes koeficients η palielinās nevis proporcionāli $T^{1/2}$, bet nedaudz straujāk.



8.7. att.

Secinājums par to, ka η nav atkarīgs no gāzes spiediena, ir spēkā tikai apskatītā modeļa robežās. Ja gāzes koncentrācija kļūst tik maza, ka molekulu vidējais brīvais ceļš pārsniedz trauka izmērus (vakuums), tad par viskozitāti minētajā nozīmē runāt nevar. Molekulas saduras galvenokārt tikai ar trauka sienām, bet ļoti reti — savā starpā. Tādēļ impulss netiek pārnests starp gāzes slāņiem. Impulss mainās tikai sadursmēs ar sienām.

8.3.4. Siltuma vadīšanas vienādojums. Vēl piemērosim vispārīgo pārnese procesa vienādojumu molekulārās kustības enerģijas jeb siltuma pārnesei. Apskatisim gāzi starp paralēlām sienām, kuru temperatūras T_1 un T_2 ir dažādas un ar laiku nemainās. Izraudzīsimies X asi perpendikulāri sienām tā, ka gāzes temperatūra samazinās X ass virzienā (sk. 8.4. att.). Pieņemsim, ka molekulu plūsmas caur jebkuru laukumu gāzē pretējos virzienos ir vienādas, t. i., uzskatisim, ka vidējā brīvā ceļa robežās reizinājumi $n\langle v \rangle$ ir vienādi (ja tas tā nebūtu, tad notiktu masas pārnese). Molekulas, kas pāriet caur virsmu ΔS no slāņa ar temperatūru T (8.4. att.) uz slāni ar zemāku temperatūru $T-dT$, pārnēs lielāku molekulārās kustības enerģiju nekā tāda pati molekulu plūsma pretējā virzienā, t. i., siltums tiek pārnests zemākās temperatūras virzienā. Šajā pārnese procesā $\Delta B = \Delta Q$, bet $b(x)$ ir vienas molekulas vidējā siltumkustības enerģija un saskaņā ar formulu (6.20) enerģija $b = ikT/2$, bet $db/dx =$

$= \frac{i}{2}k dT/dx$. Ievietojot db/dx sakarībā (8.13), tajā parādās reizinājums $nik/2$, kuru var pārveidot šādi: $nik/2 = \frac{nm_0(i/2)kN_A}{m_0N_A} = \rho \frac{iR}{2M} = \rho c_V$, kur c_V — gāzes īpatnējā siltumietilpība nemainīgā tilpumā; ρ — blīvums. Rezultātā iegūst

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle c_V \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t. \quad (8.18)$$

Salīdzinot šo sakarību ar (8.7), redzams, ka *siltumvadītspējas koeficients*

$$\kappa = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle c_V. \quad (8.19)$$

Siltumvadītspējas koeficients κ , tāpat kā viskozitātes koeficients, nav atkarīgs no spiediena, jo reizinājums $\rho \langle l \rangle$ ir atkarīgs tikai no molekulas efektīvā diametra, bet $\langle v \rangle$ un c_V no spiediena nav atkarīgi. Šā koeficienta atkarību no temperatūras galvenokārt nosaka $\langle v \rangle$ atkarība no temperatūras, un tādēļ $\kappa \sim T^{1/2}$. Patiesībā κ atkarība no temperatūras ir mazliet straujāka, jo efektīvais diametrs nedaudz samazinās, bet c_V nedaudz pieaug, paaugstinoties temperatūrai.

Vakuuma apstākļos, kad molekulas galvenokārt saduras tikai ar trauka sienām, mainās arī siltuma vadīšanas mehānisms. Istenībā šeit vairs nenotiek siltuma vadīšana, bet tieša enerģijas pārnese no vienas sienas uz otru. Pēc sadursmes ar sienu, kad molekula vidēji iegūst enerģiju, kura atbilst sienas temperatūrai, tā, nesaduroties ar

citām molekulām, nolido attālumu līdz otrai sienai, kur atkal sadursmē notiek enerģijas apmaiņa. Šādos apstākļos gāzē eksistē divas molekulu plūsmas pretējos virzienos, kurās molekulu vidējās enerģijas ir dažādas un atbilst abu sienu dažādajām temperatūrām. Caur laukuma vienību pārnests siltuma daudzums proporcionāls molekulu plūsmas blīvumam, tātad molekulu koncentrācijai, kura savukārt proporcionāla spiedienam. Tādēļ, kā tas redzams pēc formulas (8.19), šajos apstākļos siltumvadītspējas koeficients kļūst atkarīgs no gāzes koncentrācijas (blīvuma) un samazinās proporcionāli gāzes blīvumam vai spiedienam ($c_V \approx \text{const}$, $\langle v \rangle$ nav atkarīgs no spiediena, vidējo brīvo ceļu $\langle l \rangle$ nosaka trauka izmēri, un tas arī nemainās).

Gāzes slānim vakuuma apstākļos piemīt siltumizolācijas īpašības (niecīga siltumvadītspēja), pie tam *siltumizolācija ir jo pilnīgāka, jo zemāks gāzes spiediens*. Tas tiek izmantots termosos (Djuāra traukos).

8.3.5. Sakarība starp pārnesei procesu koeficientiem. Apskatīto pārnesei procesu koeficienti ir savā starpā saistīti. No sakarībām (8.15), (8.17) un (8.19) izriet, ka

$$\alpha = \eta c_V = D \rho c_V. \quad (8.20)$$

Ja gāzes stāvoklis maz atšķiras no termodinamiskā līdzsvara stāvokļa un attiecīgo lielumu (ρ , u , T) gradienti nav lieli (maz mainās vidējā brīvā ceļa robežās), tad no molekulāri kinētiskās teorijas iegūtie pārnesei procesu koeficienti visumā labi saskan ar eksperimentālajiem datiem. Lielas novirzes novērojamas tikai lieliem gāzes blīvumiem, kad mainās molekulu mijiedarbības mehānisms, kā arī ļoti maziem blīvumiem (vakuuma apstākļos).

Ja gradienti ir lieli, parādību apraksts kļūst ievērojami sarežģītāks, jo vienlaikus ietver vairākus pārnesei procesus. Piemēram, ja ir liels temperatūras gradients, notiek arī masas pārnese. Apstākļos, kad gāzes tilpumā eksistē temperatūras gradients, difūzijas (termo-difūzijas) dēļ gāzu maisījumā var atdalīties komponenti, nevis izlīdzināties koncentrācija. Iespējams, ka maisījuma vieglākais komponents uzkrājas vietās, kur temperatūra ir augstāka. Šo parādību izmanto izotopu atdalīšanai.

Pārnesei procesu izpētē var izmantot arī sarežģītākus molekulu mijiedarbības modeļus. Tad pārnesei procesu koeficientu izteiksmēs 1/3 vietā parādās citi skaitliskie reizinātāji.

9. NODAĻA

OTRAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS UN SILTUMA DZINĒJI

9.1. PROCESU VEIDI

9.1.1. Atgriezeniski un neatgriezeniski procesi. Mehāniskā ķermeņu kustība ir apgriežama, pie tam tiešajā un pretējā virzienā var atkārtoties vieni un tie paši stāvokļi bez pārmaiņām apkārtējā vidē.

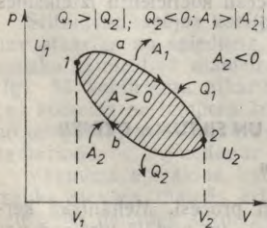
Piemēram, ja gravitācijas spēku laukā bezgaisa telpā lido lode un kādā trajektorijas punktā maina lodes ātruma virzienu uz pretējo, lode atgriežas pa to pašu trajektoriju sākumpunktā. Termodinamiskajos procesos bieži apgriežamība nav iespējama. Tā apskatītājā piemērā, ja lode kustas atmosfērā, tās kustība saistīta ar siltuma procesiem — mainās lodes un gaisa temperatūra. Šādu procesu realizēt pretējā virzienā, mainot tikai lodes ātrumu uz pretējo, nav iespējams, jo lode vairs nekustas pa to pašu trajektoriju un neatkārtojas tiešā procesa apstākļi.

Ja sistēma, kas tiešajā procesā no stāvokļa 1 nonākusi stāvoklī 2, apgrieztajā procesā (atkārtojot pretējā secībā tiešā procesa stāvokļus) var atgriezties sākumstāvoklī 1, neradot apkārtējā vidē nekādas pārmaiņas, tad šādu procesu sauc par atgriezenisku procesu. Atgriezeniskiem procesiem ir jābūt kvazistatistiskiem, lai varētu runāt par noteiktiem sistēmas stāvokļiem. Ja minētie nosacījumi nav spēkā, tad process ir neatgriezenisks. Piemēram, ja apgrieztajā procesā sistēma atgriežas sākumstāvoklī, bet tas saistīts ar pārmaiņām apkārtējā vidē, tad process nav atgriezenisks. Nelīdzsvarots process principā nevar būt atgriezenisks.

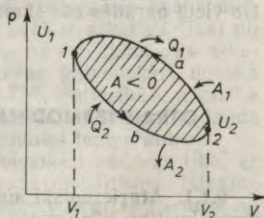
«Atgriezenisks process» ir abstrakcija (tāpat kā «materiāls punkts», «absolūti ciets ķermenis» u. c.), jo visi reālie procesi patiesībā ir neatgriezeniski. Tomēr procesus, kuru novirzes no atgriezeniska procesa ir mazas, aptuveni var aplūkot kā atgriezeniskus procesus.

9.1.2. Cikli, ciklā veiktais darbs. Cikliski procesi jeb cikli ir tādi procesi, kuros sistēma, secīgi izgājusi dažādus stāvokļus, periodiski atgriežas sākumstāvoklī. Termodinamiskajā diagrammā to attēlo ar noslēgtu līniju. Ciklu var veidot dažādu procesu kopums. Termodinamikā visbiežāk aplūko ciklus, kurus veido izotermiski, adiabatiski, izohoriski un izohoriski procesi. Cikls var būt atgriezenisks vai arī neatgriezenisks. Ja cikls sastāv tikai no atgriezeniskiem procesiem, tas ir atgriezenisks.

Cikls, kuram pV diagrammā attēloto stāvokļu secība mainās pulksteņa rādītāju kustības virzienā, ir tiešais cikls (9.1. att.). Ja stāvokļa maiņa notiek pretējā secībā, — apgrieztais cikls (9.2. att.). Tiešajā ciklā izplešanās notiek augstākā temperatūrā nekā saspie-



9.1. att.



9.2. att.

šana, t. i., izplešanās likne iet augstāk nekā saspiešanas likne, bet apgrieztajā — otrādi.

Noteiksim gāzes veikto darbu ciklā, kuru sadalīsim divās daļās. Tiešajā ciklā, izmantojot formulu (6.23), veiktais darbs

$$A = \int_{1a2} pdV + \int_{2b1} pdV = A_1 + A_2.$$

Seit $A_1 > 0$ — izplešanās darbs, un 9.1. attēlā tam atbilst laukums, kuru norobežo līnijas $1a2$; $p=0$; $V=V_1$; $V=V_2$. Otrs saskaitāmais $A_2 < 0$ ir saspiešanas darbs, un to grafiski attēlo laukums, kuru norobežo līnijas $1b2$; $p=0$; $V=V_1$; $V=V_2$. Viss ciklā veiktais darbs A vienāds ar A_1 un A_2 algebrisku summu. Tā kā $A_1 > |A_2|$, tad $A > 0$ un *grafiski to attēlo cikla līknes ierobežotais laukums*. Lidzīgi analizējot apgriezto ciklu (9.2. att.), iegūst

$$A = \int_{1b2} pdV + \int_{2a1} pdV = A_2 + A_1,$$

bet šoreiz $A_2 > 0$; $A_1 < 0$, pie tam $A_2 < |A_1|$ un tādēļ $A < 0$. Tātad *gāzes veiktais darbs apgrieztajā ciklā ir negatīvs* jeb pozitīvu darbu veic ārēji spēki.

Cikliski procesi ir visu siltuma dzinēju un salīdzināšanas mašīnu darbības pamatā.

9.2. SILTUMA DZINĒJI UN SALDĒŠANAS MAŠĪNAS

9.2.1. Siltuma dzinējs cikliskos procesos vielas iekšējo enerģiju U var pārvērst darbā. To termodinamisko sistēmu, kura piedalās cikliskajā procesā un periodiski atgriežas sākuma stāvoklī, sauc par *darba vielu*. Tvaika dzinējā šāda sistēma ir noteikts tvaika (gāzes) daudzums. Seit galvenokārt uzskatīsim, ka darba viela ir gāze.

Darba viela var veikt pozitīvu darbu ($A > 0$) tikai tiešajā ciklā (9.1. att.), un siltuma dzinējs nevar sastāvēt tikai no izolētas darba vielas, kuras iekšējā enerģija tiktu pārvērsta darbā, jo katra cikla beigās tai jāatgriežas sākuma stāvoklī ar vienu un to pašu iekšējās enerģijas vērtību U_1 . Saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu uz darba vielas iekšējās enerģijas rēķina ciklā veiktajam darbam jābūt vienādam ar nulli. Pretējā gadījumā tas būtu pirmā veida mūžīgais dzinējs, kura eksistence ir pretrunā ar pirmo termodinamikas likumu.

Tātad nepieciešama kāda cita termodinamiskā sistēma, kuras iekšējā enerģija siltuma veidā tiek pievadīta darba vielai un pārvērsta darbā. Šo sistēmu (siltuma avotu) sauc par *sildītāju*. Ja sildītājs ir kontaktā ar darba vielu, kuras temperatūra ļoti maz atšķiras no sildītāja temperatūras T_1 , tad darba viela veic darbu, izotermiski izplešoties un patērējot šā darba veikšanai no sildītāja izplešanās laikā saņemto siltumu.

Lai process būtu ciklisks, darba vielai jāatgriežas sākuma stāvoklī, tātad tā ir jāsaspiež. Izotermiski saspiežot darba vielu, kuras

temperatūra vienāda ar sildītāja temperatūru T_1 , saspiešanas likne pV diagrammā sakrīt ar izplešanās likni un ciklā veiktais darbs ir vienāds ar nulli. Ja pēc izotermiskās izplešanās darba viela tiek izolēta no sildītāja un saspiesta adiabatiski, tad saspiešanas likne saskaņā ar Puasona vienādojumu atrodas virs izplešanās liknes. Tas parāda, ka šādi nav iespējams izveidot tiešo ciklu. Tātad arī ar darba vielu un sildītāju vēl nepietiek, lai izveidotu siltuma dzinēju.

Ciklā veiktais darbs ir pozitīvs (izplešanās likne iet augstāk nekā saspiešanas), ja saspiešanas laikā darba vielas temperatūra ir zemāka nekā sildītāja temperatūra. (Tad saskaņā ar gāzes stāvokļa vienādojumu atbilstošie spiedieni ir mazāki.) Tas nozīmē, ka vismaz kādā saspiešanas procesa daļā darba viela jāatdzesē, resp., šajā laikā nepieciešams darba vielas kontakts ar termodinamisku sistēmu, kuras temperatūra T_2 ir zemāka nekā sildītāja temperatūra, un kontakta (saspiešanas) laikā darba vielai jāatdod tai noteikts siltuma daudzums. Šo sistēmu sauc par *dzesētāju*. Dzesētājs var būt apkārtējā vide.

Tātad siltuma dzinējam nepieciešamas trīs sastāvdaļas — sildītājs, darba viela, dzesētājs.

Vienam siltuma dzinēja darbības ciklam $Q=A$, kur Q un A — ciklā darba vielai pievadītais siltuma daudzums un veiktais darbs. Šāda sakarība izriet no pirmā termodinamikas likuma, jo cikla beigās darba vielai ir tāda pati iekšējā enerģija kā cikla sākumā. Procesā *1a2* (9.1. att.) darba viela izplešas un tai tiek pievadīts siltuma daudzums Q_1 , bet saspiešanas procesā *2b1* siltuma daudzums Q_2 darba vielai tiek atņemts jeb, citiem vārdiem sakot, pievadītais siltuma daudzums Q_2 ir negatīvs. Tātad

$$Q = Q_1 + Q_2 = A, \quad (9.1)$$

kur $Q_1 > 0$; $Q_2 < 0$; $Q_1 > |Q_2|$.

Shematiski siltuma dzinēja darbība parādīta 9.3. attēlā.

Siltuma dzinēja darbības mērķis — no sildītāja saņemtā siltuma pārvēršana darbā. Tā darbību raksturo lietderības koeficients η . Lietderības koeficients vienāds ar ciklā veiktā darba attiecību pret siltuma daudzumu Q_1 , kas vienā ciklā saņemts no sildītāja.

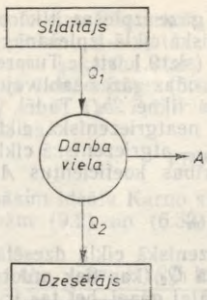
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}. \quad (9.2)$$

Tā kā siltuma dzinējs bez dzesētāja darboties nevar, tad Q_2 nevar būt vienāds ar nulli, un tādēļ $\eta < 1$.

9.2.2. Saldēšanas mašīnas darbības pamatā ir apgrieztais cikls (9.2. att.). Saldzinājumā ar tiešo ciklu apgrieztajā ciklā lielumu A_1 un A_2 , tāpat Q_1 un Q_2 zīmes ir pretējas. Arī lieluma A' un Q' zīmes ir pretējas A un Q zīmēm, bet attiecības starp skaitliskajām vērtībām nemainās. Tātad apgrieztajā ciklā

$$A_1 < 0; A_2 > 0, |A_1| > A_2, \text{ bet } A' = (A_1 + A_2) < 0;$$

$$Q_1 < 0; Q_2 > 0; |Q_1| > Q_2, \text{ bet } Q' = (Q_1 + Q_2) < 0.$$



9.3. att.



9.4. att.

Saldēšanas mašīnas darbība shematiski parādīta 9.4. attēlā.

Saldēšanas mašīnā darba viela no dzesētāja saņem siltuma daudzumu Q_2 , cikla laikā darba vielai pieliktie ārējie spēki paveic darbu $A' = -A$ un sildītājam tiek atdots siltuma daudzums Q_1 , kurš skaitliski lielāks nekā no dzesētāja saņemtais. Sildītājs var būt arī apkārtējā vide, kuras temperatūra ir augstāka nekā dzesētāja temperatūra. *Saldēšanas mašīnas darbības laikā siltuma enerģija tiek pārvadīta no sistēmas ar zemāku temperatūru uz sistēmu ar augstāku temperatūru.* Šāds process pats par sevi dabā nenotiek. Tādu var realizēt, ja ārēji spēki veic pozitīvu darbu.

Ja saldēšanas mašīnu lieto dzesētāja (saldēšanas kameras) temperatūras pazemināšanai, tad tās darbības efektivitāti raksturo ar *saldēšanas koeficientu*

$$K_s = Q_2/A'. \quad (9.3)$$

Apgrieztais cikls var būt arī tā sauktā *siltuma sūkņa* darbības pamatā, ja dzesētājs ir apkārtējā vide, bet sildītājs ir sistēma, piemēram, apsildāmā telpa, kurai jāpievada siltums. Siltuma sūkņa darbības efektivitāti raksturo ar siltuma pārsūkņēšanas koeficientu

$$K_{ss} = |Q_1|/A'. \quad (9.4)$$

Tā kā šajā ciklā $A' = -A = -(Q_1 + Q_2) = |Q_1| - Q_2$ jeb $A' < |Q_1|$, tad $K_{ss} > 1$. Tas nozīmē, ka šāda mašīna var pievadīt apsildāmajam objektam siltuma daudzumu, kurš skaitliski lielāks nekā ārējo spēku veiktais darbs.

9.2.3. Lietderības koeficients neatgriezeniskā ciklā. Neatgriezenisku ciklu nevar attēlot ar līniju pV diagrammā, jo sistēmas stāvokļa parametriem nav noteiktu vērtību. Noskaidrosim, kādas ir parametru vērtību novirzes neatgriezeniskā ciklā salīdzinājumā ar atgriezenisku, ja darba viela ir ideāla gāze, kas atrodas cilindrā, pa kuru var pārvietoties virzulis. Gāzei ļoti strauji izplešoties, resp., strauji pārvietojoties virzulim, tā tuvumā rodas gāzes retinājums

(spiediens nepaspēj izlīdzināties), un gāze izplešas it kā pazeminātā spiedienā. Tas nozīmē, ka neatgriezeniskā ciklā izplešanās likne (nosacīta) atrodas zemāk nekā likne $1a2$ (sk. 9.1. att.). Turpretim straujas saspiešanas laikā virzumā rodas gāzes sablīvējums un saspiešanas likne atrodas augstāk nekā likne $2b1$. Tādēļ, ja siltuma daudzums Q_1 ir viens un tas pats, neatgriezeniskā ciklā veiktais darbs A_{neatgr} ir mazāks nekā darbs A_{atgr} atgriezeniskā ciklā. Salīdzinot šo divu siltuma dzinēju lietderības koeficientus A_{atgr}/Q_1 un A_{neatgr}/Q_1 , iegūst

$$\eta_{\text{neatgr}} < \eta_{\text{atgr}}. \quad (9.5)$$

Tas savukārt nozīmē, ka neatgriezeniskā ciklā dzesētājam atdotais siltuma daudzums ir lielāks nekā Q_2 , kas tiek atdots atgriezeniskā ciklā. Šo rezultātu ieguvām ideālai gāzei, bet tas ir spēkā jebkurai darba vielai.

9.3. KARNO CIKLS UN TĀ LIETDERĪBAS KOEFICIENTS IDEĀLAI GĀZEI

Tehnikā ir pazīstami dažādi dzinēji, kuru darbības pamatā ir cikliski termodinamiskie procesi (tvaika dzinējs, iekšdedzes dzinējs u. c.). Īpaša nozīme termodinamikā ir *Karno ciklam*, kas nosaukts franču zinātnieka S. Karno (1796—1832) vārdā. Šeit apskatīsim *ideālu Karno ciklu*. Ideālu tādā nozīmē, ka cikls ir atgriezenisks, darba viela — ideāla gāze.

Karno cikls satāv no četriem atgriezeniskiem procesiem, un tas grafiski parādīts 9.5. attēlā. Cikla procesi ir šādi.

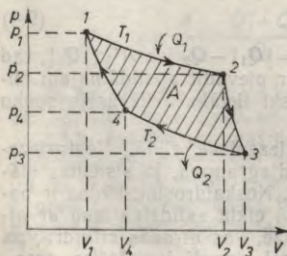
1. *Process $1 \rightarrow 2$* — izotermiska gāzes izplešanās temperatūrā T_1 no tilpuma V_1 līdz V_2 . Šajā procesā darba viela ir kontaktā ar sildītāju, kura temperatūra T_1 . Procesa laikā darba viela no sildītāja saņem siltuma daudzumu Q_1 .

2. *Process $2 \rightarrow 3$* — adiabātiska gāzes izplešanās no V_2 līdz V_3 . Procesa laikā darba viela termiski izolēta un siltuma apmaiņa nenotiek, gāzes temperatūra pazeminās līdz T_2 .

3. *Process $3 \rightarrow 4$* — izotermiska gāzes saspiešana no V_3 līdz V_4 temperatūrā T_2 . Saspiešanas laikā darba viela ir kontaktā ar dzesētāju, kura temperatūra T_2 . Procesa laikā darba viela atdod dzesētājam siltuma daudzumu Q_2 .

4. *Process $4 \rightarrow 1$* — adiabātiska saspiešana, kuras laikā darba viela atgriežas sākuma stāvoklī, siltuma apmaiņas nav, gāzes temperatūra sasniedz T_1 .

Kad veikti procesi $1 \rightarrow 2$ un $2 \rightarrow 3$, ir fiksētas noteiktas tilpumu V_1 , V_2 un V_3 vērtības, kuras varēja izraudzīties patvaļīgi. Turpreti izotermisku saspiešanu $3 \rightarrow 4$ var izdarīt



9.5. att.

tikai līdz noteiktam tilpumam V_4 , kuru sasniežot jāpāriet uz adiabātisku saspiešanu $4 \rightarrow 1$, t. i., tilpums V_4 ir atkarīgs no V_1, V_2 un V_3 . Lai atrastu sakarību starp šiem tilpumiem, izmantosim adiabatiska procesa vienādojumu (6.42) vispirms punktiem 1 un 4, pēc tam punktiem 2 un 3. Tad $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$ un $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$, no kurienes izriet, ka

$$V_1/V_2 = V_4/V_3. \quad (9.6)$$

Aprēķināsim ideāla Karno siltuma dzinēja lietderības koeficientu. No sakarībām (9.2) un (6.32), aizvietojojot Q_1 ar A_1 un Q_2 ar A_2 , iegūst

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{(m/M)RT_1 \ln(V_2/V_1) + (m/M)RT_2 \ln(V_4/V_3)}{(m/M)RT_1 \ln(V_2/V_1)}.$$

No šejienes, ņemot vērā sakarību (9.6), izriet, ka

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1 = 1 - T_2/T_1. \quad (9.7)$$

Ideāla Karno siltuma dzinēja lietderības koeficients atkarīgs tikai no sildītāja un dzesētāja temperatūrām. Jāpiebilst, ka teorētiski nevienā citā atgriezeniskā cikliskā procesā lietderības koeficients nevar būt augstāks nekā Karno ciklā, pie tam lietderības koeficients atgriezeniskā Karno ciklā nav atkarīgs no darba vielas.

Pēc formulas (9.7) var noteikt maksimāli iespējamo tvaika dzinēja lietderības koeficientu. Tas nepārsniedz 25%, bet reālam tvaika dzinējam nepārsniedz pat 10%.

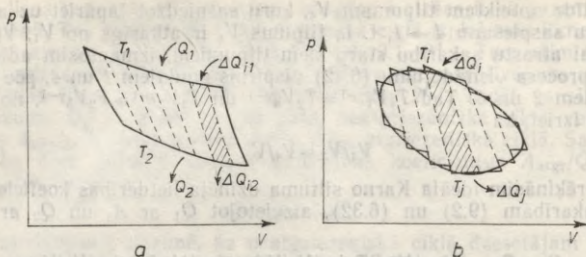
9.4. ENTROPIJA. IDEĀLAS GĀZES ENTROPIJA

9.4.1. Entropijas jēdziens. Sajā paragrāfā iepazīsimies ar ļoti svarīgu termodinamiskās sistēmas stāvokļa funkciju, kuru sauc par entropiju. To pirmais 1865. gadā sāka lietot vācu fiziķis *R. Klauziuss* (1822—1888). Pēc termodinamiskās sistēmas entropijas izmaiņas var spriest par procesu neatgriezeniskumu, kā arī noteikt termodinamisko procesu virzienu. Ar entropiju tiek saistīts otrā termodinamiskā likuma formulējums.

Jau redzējām, ka ideāla Karno cikla lietderības koeficients $(Q_1 + Q_2)/Q_1$ atkarīgs tikai no sildītāja un dzesētāja temperatūras, un saskaņā ar formulu (9.7) var rakstīt, ka $(Q_1 + Q_2)/Q_1 = (T_1 - T_2)/T_1$ jeb $Q_2/Q_1 = -T_2/T_1$. Tātad atgriezeniskā Karno ciklā

$$Q_1/T_1 + Q_2/T_2 = 0 \quad \text{jeb} \quad \sum_{i=1}^2 Q_i/T_i = 0, \quad (9.8)$$

kur Q_1 — darba vielai vienā ciklā pievadītais siltuma daudzums ($Q_1 > 0$), bet Q_2 — atdotais siltuma daudzums ($Q_2 < 0$). Lielumu Q/T sauc par *reducēto siltumu*, un atgriezeniskā Karno ciklā reducēto siltumu algebriskā summa ir vienāda ar nulli.



9.6. att.

Sadalot Karno ciklu ar adiabatām atsevišķos Karno ciklos, kā tas parādīts 9.6. attēlā *a*, katram atsevišķam ciklam sakarība (9.8) ir šāda: $\Delta Q_{i1}/T_1 + \Delta Q_{i2}/T_2 = 0$. Saskaitot šīs izteiksmes pa visiem N atsevišķajiem cikliem, visam Karno ciklam iegūst

$$\sum_{i=1}^N \Delta Q_{i1}/T_1 + \sum_{i=1}^N \Delta Q_{i2}/T_2 = 0 \text{ jeb } \sum_{i=1}^{2N} \Delta Q_i/T_i = 0, \quad (9.9)$$

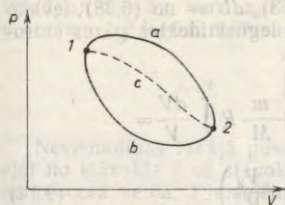
kur pēdējā summā pusei saskaitāmo $T_i = T_1$, bet pārējiem $T_i = T_2$. Tā kā $\sum \Delta Q_{i1} = Q_1$, bet $\sum \Delta Q_{i2} = Q_2$, izteiksme (9.9) ir identiska ar (9.8). Šādu rezultātu var iegūt jebkuram dalījumam atsevišķos Karno ciklos, un pV diagrammā atsevišķo Karno ciklu apliecēja līnija veido visa Karno cikla grafiku.

Patvaļīgam atgriezeniskam ciklam tikai aptuveni der sakarība (9.8), jo dalījums atsevišķos Karno ciklos veido lauztu apliecēju līniju (9.6. att. *b*), ar kuru tikai aptuveni var aizstāt gludo līniju. Pāreja uz lauzto līniju nozīmē pāreju uz ciklu, kas sastāv no adiabatisku un izotermisku procesu virknes, un izotermiskajos procesos sildītāja (vai dzesētāja) temperatūra ir dažāda. Atbilstoši summā (9.9) temperatūra T_i ir dažāda. Bezgalīgi palielinot Karno ciklu skaitu, resp., lauztās līnijas posmu skaitu, var panākt, ka lauztā līnija sakrīt ar gludo un izteiksme (9.9) ir precīza dotajam ciklam. Taču tad summā ir bezgalīgi daudz saskaitāmo un, lai aprēķinātu summu, jāintegrē pa noslēgtu kontūru. Rezultātā iegūst, ka *jebkuram atgriezeniskam ciklam ir spēkā vienādojums*

$$\oint \delta Q/T = 0. \quad (9.10)$$

Termodinamiskās sistēmas entropiju S definē kā funkciju, kuras pieaugums dS vienāds ar zemintegrāļa izteiksmi vienādojumā (9.10), proti,

$$dS = \delta Q/T. \quad (9.11)$$



9.7. att.

Tādas viennozīmīgi tiek noteikta entropijas izmaiņa, bet pašu entropiju S var aprēķināt tikai ar precizitāti līdz patvaļīgai konstantei. Termodinamikas uzdevumu risināšana vienmēr saistīta tikai ar entropijas izmaiņu, kuru var noteikt viennozīmīgi. Konstantes vērtību entropijas izteiksmē nosaka trešais termodinamikas likums.

Saskaņā ar sakarībām (9.10) un (9.11) entropijai ir tāda īpašība, ka jebkurā atgriezeniskā ciklā sistēmai, kura izdara šo ciklu, entropijas izmaiņa vienāda ar nulli.

Lai pārlicinātos, ka entropija ir arī stāvokļa funkcija, apskatīsim divus termodinamiskās sistēmas stāvokļus un patvaļīgi izraudzīsimies divus atgriezeniskus procesus ($1a2$ un $1b2$), kuros sistēma var pāriet no stāvokļa 1 uz stāvokli 2 (9.7. att.). Tā kā procesi ir atgriezeniski, tad atgriezeniskam ciklam $1a2b1$ ir spēkā sakarība (9.10) un, sadalot ciklu divās daļās, iegūst

$$\int_{1a2} \delta Q/T + \int_{2b1} \delta Q/T = 0 \quad \text{jeb} \quad \int_{1a2} \delta Q/T = \int_{1b2} \delta Q/T.$$

Tā kā procesi $1a2$ un $1b2$ izraudzīti patvaļīgi, tad var secināt, ka entropijas izmaiņa nav atkarīga no procesa veida, bet ir atkarīga tikai no sistēmas sākuma un beigu stāvokļa. Tādas entropija ir sistēmas stāvokļa funkcija, tai ir noteikta vērtība noteiktā sistēmas stāvoklī. Entropijas izmaiņa, sistēmai pārejot no stāvokļa 1 uz stāvokli 2, ir $S_2 - S_1$, un, ja process ir atgriezenisks, to var aprēķināt šādi:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \delta Q/T, \quad (9.12)$$

kur S_2 — entropija stāvoklī 2; S_1 — stāvoklī 1.

Tā kā entropija ir stāvokļa funkcija, tad tās vērtība noteiktā līdzsvara stāvoklī vienmēr ir viena un tā pati neatkarīgi no tā, kādā procesā — atgriezeniskā vai neatgriezeniskā — sistēma nonākusi šajā stāvoklī.

9.42. Ideālas gāzes entropijas izmaiņu, gāzei pārejot no stāvokļa p_1, V_1, T_1 uz stāvokli p_2, V_2, T_2 , var noteikt, izmantojot sakarības (9.12), (6.26) un (6.22):

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \delta Q/T = \int_1^2 dU/T + \int_1^2 p dV/T. \quad (9.13)$$

Attiecību p/T izsaka no vienādojuma (6.13), dU — no (6.38), ievietojot vienādojumā (9.13) un pēc integrēšanas iegūst ideālas gāzes entropijas izmaiņu

$$\begin{aligned} \Delta S = S_2 - S_1 &= \frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \\ &= \frac{m}{M} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \end{aligned} \quad (9.14)$$

Ja termodinamiskai sistēmai tiek atņemts siltums, tad tās entropija samazinās. Vācu fiziķis *V. Nernsts* (1864—1941) formulēja 1906. gadā šādu atziņu.

Ja līdzsvarotas termodinamiskas sistēmas temperatūra tiecas uz nulli, tad tās entropija arī tiecas uz nulli.

Šo apgalvojumu sauc par trešo termodinamikas likumu.

Vēl jāpiebilst, ka entropija ir *aditīvs lielums*, tāpat kā sistēmas iekšējā enerģija, jo siltuma daudzums ir aditīvs lielums. Ja pieņem, ka termodinamiskā sistēma sastāv no apakšsistēmām, tad tās entropija ir apakšsistēmu entropiju summa.

9.4.3. Entropijas izmaiņa neatgriezeniskā procesā. Neatgriezeniskā ciklā vismaz kādā cikla daļā process ir nelīdzsvarots un siltuma dzinēja lietderības koeficients ir mazāks nekā atgriezeniskā ciklā, ja arī pastāv tās pašas sildītāja un dzesētāja temperatūras (sk. 9.2. §). Atbilstoši, ja cikls ir neatgriezenisks Karno cikls, tad tā lietderības koeficients $(Q_1 + Q_2)/Q_1$ vienmēr ir mazāks nekā $(T_1 - T_2)/T_1 = \eta_{\text{atgr}}$, t. i.,

$$(Q_1 + Q_2)/Q_1 < (T_1 - T_2)/T_1 \text{ jeb } \sum_{i=1}^2 Q_i/T_i < 0.$$

Patvaļīgam neatgriezeniskam ciklam, ja to sadala neatgriezeniskos Karno ciklos, tāpat kā tas darīts atgriezeniska cikla gadījumā, iegūst

$$\oint \delta Q/T < 0. \quad (9.15)$$

Uzrakstīsim šo sakarību (9.15) ciklam *1c2b1* (sk. 9.7. att.), kurš satāv no atgriezeniska procesa *2b1* un neatgriezeniska *1c2*. Sadalot integrāli divās daļās, iegūst

$$\int_{1c2} \delta Q/T + \int_{2b1} \delta Q/T < 0.$$

Otrais integrālis (process *2b1* ir atgriezenisks) vienāds ar sistēmas entropijas izmaiņu, sistēmai pārejot no stāvokļa 2 uz stāvokli 1,

tātad ar $S_1 - S_2$, kuru apzīmēsim ar $-\Delta S$. Tad neatgriezeniskam procesam $1c2$ iegūst nevienādību

$$\int_1^2 \delta Q/T < \Delta S. \quad (9.16)$$

Nevienādības labajā pusē ir entropijas pieaugums, sistēmai pārējot no stāvokļa 1 uz stāvokli 2. Entropijas pieaugums nav atkarīgs no procesa veida. Kreisajā pusē ir reducētais siltums, kas atkarīgs no procesa veida, ja process ir neatgriezenisks. Kā jau norādīts, neatgriezenisku procesu gadījumā nav spēkā sakarība (9.12), tomēr arī šeit ir spēkā noteikta likumsakarība — *neatgriezeniskā procesā entropijas pieaugums vienmēr ir lielāks nekā sistēmai pievadītais reducētais siltums*. Bezgalīgi mazaļ stāvokļa izmaiņai neatgriezeniskā procesā no nevienādības (9.16) izriet

$$\delta Q/T < dS, \quad (9.17)$$

t. i., *entropijas pieaugums neatgriezeniskā procesā ir lielāks nekā pievadītais reducētais siltums* jeb

$$TdS > dU + pdV. \quad (9.18)$$

Temperatūras reizinājums ar sistēmas entropijas pieaugumu neatgriezeniskā procesā ir lielāks nekā sistēmas iekšējās enerģijas pieauguma un paveiktā darba summa.

Nevienādību (9.18) sauc par termodinamikas pamatsakarību.

Atgriezeniskiem procesiem nevienādības zīmes vietā sakarībās (9.15), (9.16), (9.17) un (9.18) ir vienādības zīme.

Ja *adiabātiski noslēgtā sistēmā notiek atgriezeniski procesi* ($\delta Q=0$), tad no sakarības (9.12) izriet, ka sistēmas entropija nemainās. Šī iemesla dēļ adiabātiskus procesus sauc arī par izoentropiskiem. Turpretim, ja noslēgtā sistēmā notiek neatgriezeniski procesi, tad saskaņā ar nevienādību (9.16) tās entropija pieaug un nekad vairs neatgūst sākotnējo vērtību. Tas nozīmē, ka sistēma nekad neatgriežas sākuma stāvoklī, jo entropija ir stāvokļa funkcija. Tātad pēc entropijas izmaiņas var spriest par procesu neatgriezeniskumu, tās izmaiņa var būt procesu neatgriezeniskuma mērs.

9.5. OTRAIS TERMODINAMIKAS LIKUMS

Dabā nenotiek tādas parādības, kurās nav spēkā enerģijas nezūdamības likums vai pirmais termodinamikas likums (ja aplūkojam parādības, kas saistītas ar enerģijas apmaiņu siltuma veidā). Tajā pašā laikā var iedomāties daudzas parādības, kuras nebūtu pretrunā ar pirmo termodinamikas likumu, bet dabā tomēr nenotiek. Piemēram, ja ķermenis slid pa kādu virsmu, tad pēc noteikta laika tas apstājas un tā kustības kinētiskā enerģija ir pārgājusi virsmas un ķermeņa molekulārās kustības enerģijā — ķermenis ir sasilis. Pretēja

parādība, kad ķermenis atdziest un sāk kustēties, nenotiek, lai gan tā nav pretrunā ar pirmo termodinamikas likumu.

Tāpat pirmais termodinamikas likums neizslēdz enerģijas pāreju siltuma veidā no ķermeņa ar zemāku temperatūru uz ķermeni ar augstāku temperatūru, bet dabā paši no sevis šādi procesi nenotiek. Pats no sevis notiek pretējs process.

Līdzīgi kā mehānikā, arī termodinamikā enerģijas nezūdamības likums (pirmais termodinamikas likums) nenosaka procesu virzienu. *Mehānikā procesu virzienu nosaka kustības vienādojumi, termodinamikā — otrais termodinamikas likums.*

Vēsturiski pazīstami vairāki izteikumi, kurus var uzskatīt par otrā termodinamikas likuma formulējumiem. Piemēram, Karno teorēmu, kura apalvo, ka nevienam siltuma dzinējam nevar būt lielāks lietderības koeficients kā ideālam Karno siltuma dzinējam, var uzskatīt par sākotnējo otrā termodinamikas likuma formulējumu.

Tagad pašu vispārīgāko otrā termodinamikas likuma formulējumu var dot, izmantojot entropijas jēdzienu. Pārejos formulējumus var iegūt no tā kā secinājumus.

Adiabātiski noslēgtā sistēmā ($\delta Q = 0$) iespējami tikai tādi procesi, kuros sistēmas entropija nesamazinās, proti,

$$dS \geq 0, \quad (9.20)$$

bet, ja sistēma nav adiabātiski noslēgta ($\delta Q \neq 0$), tad nelielas stāvokļa izmaiņas gadījumā sistēmas entropijas pieaugums nevar būt mazāks nekā tai pievadītais reducētais siltums, t. i.,

$$dS \geq \delta Q/T. \quad (9.21)$$

Ši apgalvojuma pirmā daļa izriet no sakarībām (9.12) un (9.16), bet otrā — no sakarībām (9.11) un (9.17).

Izdarīsim dažus secinājumus no šādi formulēta otrā termodinamikas likuma.

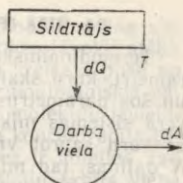
Katra Karno cikla beigās darba viela atgriežas sākumstāvoklī un neatkarīgi no tā, vai cikls ir atgriezenisks vai neatgriezenisks, darba vielas entropijas (stāvokļa funkcijas) izmaiņa cikla laikā ir vienāda ar nulli. Darba viela nav adiabātiski noslēgta sistēma, un saskaņā ar otro termodinamikas likumu *iespējami tikai tādi cikli, kuru laikā darba vielai pievadītais reducētais siltums nav pozitīvs.*

Var analizēt arī adiabātiski noslēgtu sistēmu, kura sastāv no darba vielas, sildītāja un dzesētāja. Tajā iespējami tikai tādi procesi, kuros visas sistēmas entropija nesamazinās. Tā kā darba vielas entropija nemainās, tad *iespējami tikai tādi procesi, kuros nesamazinās sildītāja un dzesētāja summārā entropija.*

Abi šie secinājumi ir ekvivalenti apgalvojumam, ka neatgriezeniskā ciklā lietderības koeficients ir mazāks nekā atgriezeniskā un nevar būt lielāks nekā atgriezeniskā Karno cikla lietderības koeficients.

Saskaņā ar otro termodinamikas likumu nav iespējams otrā veida mūžīgais dzinējs. Par otrā veida mūžīgo dzinēju sauc periodiskas

darbības siltuma dzinēju, kurš visu no sildītāja saņemto siltumu pārvērs darbā. Tātad šādam dzinējam nav dzesētāja (shematiski tas parādīts 9.8. attēlā). Jau 9.2.1. nodaļā norādīts, ka šāds dzinējs nevar darboties. To pašu var secināt, pamatojoties uz otro termodinamikas likumu, jo darba vielai, kuras entropija nemainās, tiek pievadīts pozitīvs reducētais siltums $\delta Q/T$, taču tas ir pretrunā ar otro termodinamikas likumu. Tātad **otrā veida mūžīgais dzinējs nav iespējams**. Arī šo apgalvojumu var uzskatīt par otrā termodinamikas likuma formulējumu.



9.8. att.

Tā kā siltuma dzinējs bez dzesētāja darboties nevar, tad tā lietderības koeficients nevar būt vienāds ar 1 ($Q_2 \neq 0$) nevienam siltuma dzinējam, to skaitā arī ideālam Karno dzinējam. Tas nozīmē, ka *dzesētāja temperatūra nevar būt vienāda ar nulli*. Šis secinājums par absolūtas nulles temperatūras nesasniedzamību ir vispārīgs. Sai temperatūrai var tikai neierobežoti tuvojties. Pašlaik tehniski iespējams sasniegt temperatūras, kuru kārtā 10^{-6} K.

Nobeidzot šo jautājumu, apskatīsim adiabatiski noslēgtu sistēmu, kura sastāv no diviem ķermeņiem ar temperatūrām T_1 un T_2 , pie tam $T_1 > T_2$. Ja šie ķermeņi ir kontaktā, tad laika sprīdī dt tie apmainās ar enerģijām δQ siltuma veidā un to entropijas mainās attiecīgi par $\delta Q_1/T_1$ un $\delta Q_2/T_2$, pie tam $|\delta Q_1| = |\delta Q_2| = \delta Q$. Tā kā viens no ķermeņiem saņem siltuma daudzumu δQ , bet otrs atdod, tad $\delta Q_1/T_1$ un $\delta Q_2/T_2$ zīmes ir dažādas un pie tam $|\delta Q_1/T_1| < |\delta Q_2/T_2|$, jo $T_1 > T_2$. Saskaņā ar otro termodinamikas likumu noslēgtas sistēmas entropijas pieaugumam jābūt pozitīvam, resp., $\delta Q_1/T_1 + \delta Q_2/T_2 > 0$. No tā izriet, ka $\delta Q_2 > 0$, bet $\delta Q_1 < 0$. Tas nozīmē, ka otrais termodinamikas likums nosaka tādu šī procesa virzienu, kur ķermenis ar zemāko temperatūru T_2 siltumu saņem, bet ar augstāko temperatūru T_1 — atdod. Tātad *enerģija siltuma veidā pati no sevis pāriet no ķermeņa ar augstāku temperatūru uz ķermeni ar zemāku temperatūru* un nevis otrādi. Process ir neatgriezenisks, un sistēmas entropija pieaug, līdz iestājas termodinamiskais līdzsvars, t. i., abu ķermeņu temperatūras kļūst vienādas. Pretējs process nav iespējams, un sistēma pati sākuma stāvokli nekad neatgriežas.

Ja Visums būtu šāda noslēgta sistēma, tad arī tajā galarezultātā visu veidu enerģijām vajadzētu pāriet siltuma enerģijā un Visuma temperatūrai vajadzētu izlīdzināties. Tālāk Visumā nekādi makroprocesi nebūtu iespējami. Pie šāda secinājuma par Visuma «siltuma nāvi» 1865. gadā, pamatojoties uz otro termodinamikas likumu, nonāca R. Klauziuss. Šis secinājums nav pareizs, jo nav ņemta vērā gravitācija un Visuma izplešanās. Izplešanās laikā veidojas galaktikas, zvaigznes, planētas. Šis process ir nestacionārs un nekad nevar novest pie termodinamiskā līdzsvara stāvokļa un «siltuma nāves».

Termodinamiskās sistēmas stāvokli nosaka termodinamiskie parametri, kuru skaits ir neliels, tie raksturo sistēmas makrostāvokli, un šos parametrus var izmērit. Statistiskajā fizikā, kad tiek ņemta vērā sistēmas mikrostruktūra, tiek izdalīts sistēmas mikrostāvoklis, ar kuru saprot visu sistēmas mikrodaļiņu stāvokli. Ja sistēmā ir N daļiņas, tad mikrostāvokli raksturo, uzdodot visu daļiņu atrašanās vietas un impulsus. Seit vienkāršības dēļ apskatīsim tikai tādus stāvokļus, kuri atšķiras ar daļiņu novietojumu telpā, neinteresējoties par daļiņu kustības stāvokļiem. Iegūtos rezultātus vispārināsim, dodot otrā termodinamikas likuma statistisko (mikroskopisko) interpretāciju.

9.6.1. Sistēmas makrostāvokļa termodinamiskā un statistiskā varbūtība. Gāzes molekulu kustības un sadursmju dēļ tās mikrostāvoklis nepārtraukti mainās, pie tam šis pārmaiņas var notikt, paliekot nemainīgam gāzes makrostāvoklim. Saka, ka vienu un to pašu makrostāvokli realizē noteikts mikrostāvokļu skaits. Tiek pieņemts, ka visu mikrostāvokļu varbūtības ir vienādas. Tas ir statistiskās fizikas pamatpostulāts, kuram nav pierādījuma. Piemēram, apskatot molekulu stāvokļus telpā, pieņem, ka jebkura molekula vienādi bieži sastopama jebkurā vietā gāzes aizņemtajā tilpumā V .

Ja tilpumā V atrodas viena gāzes molekula, bet tilpumu domās sadalīsim divās vienādās daļās (labajā un kreisajā), tad vidēji pusi no molekulas stāvokļa novērošanas laika tā pavada tilpuma labajā pusē, bet otru pusi — kreisajā. Ja molekulas stāvokļa novērošanas laiks ir liels, tad varbūtība novērot mikrostāvokli, kurā molekula atrodas labajā pusē, ir vienāda ar $1/2 = (1/2)^1$. Tikpat liela varbūtība ir novērot otru mikrostāvokli (molekula atrodas kreisajā pusē). Viena mikrostāvokļa varbūtību saskaņā ar varbūtību teoriju izsaka arī visu iespējamo mikrostāvokļu skaitam (aplūkotajā piemērā ir divi mikrostāvokļi) apgrieztais lielums, ja visu mikrostāvokļu varbūtības ir vienādas. Tādēļ, ja tajā pašā tilpumā atrodas divas molekulas, tad iespējami četri mikrostāvokļi: 1) abas molekulas labajā pusē, 2) abas molekulas kreisajā pusē, 3) pirmā molekula labajā pusē un otrā — kreisajā, 4) pirmā molekula kreisajā pusē un otrā — labajā. Katra mikrostāvokļa varbūtība $1/4 = (1/2)^2$. Savukārt N molekulām iespējamo mikrostāvokļu skaits ir 2^N un viena mikrostāvokļa varbūtība $w = (1/2)^N$.

Aprēķinot makrostāvokļa varbūtību, jāņem vērā, ka vairākiem mikrostāvokļiem var atbilst viens un tas pats makrostāvoklis. Cik ilgi sistēma atrodas noteiktā makrostāvoklī, to var noskaidrot, saskaitot laikus, kurus sistēma pavada šim makrostāvoklim atbilstošajos mikrostāvokļos, bet saskaņā ar varbūtību saskaitīšanas teorēmu makrostāvokļa varbūtība \mathcal{P} ir vienāda ar šim makrostāvoklim atbilstošo mikrostāvokļu varbūtību summu. Tā kā visu mikrostāvokļu varbūtības ir vienādas, tad $\mathcal{P} = w\Omega$, kur w — viena mikrostāvokļa varbūtība, bet Ω — makrostāvoklim atbilstošo mikrostāvokļu skaits, kuru sauc par termodinamisko varbūtību jeb statistisko svāru.

Sikāk apskatīsim četru (a, b, c, d) molekulu kopu, kuru nosacīti

sauksim par termodinamisku sistēmu. Reālās termodinamiskās sistēmas veido nesalīdzināmi lielāks daļiņu skaits. Mikrostāvokļi atšķiras ar to, cik molekulu atrodas tilpuma labajā un kreisajā pusē un kādas ir šīs molekulas. Makrostāvokļus nosaka termodinamiskie parametri un šajā gadījumā tieši tie, kuri saistīti ar molekulu izvietojumu tilpumā V , tātad gāzes blīvums vai molekulu koncentrācija tilpuma labajā vai kreisajā pusē. Tā kā gāzes tilpums ir noteikts, tad makrostāvokļi savukārt viennozīmīgi nosaka molekulu skaits vienā tilpuma pusē. Ir pieci dažādi makrostāvokļi. Tiem atbilst molekulu skaits vienā pusē no 0 līdz 4.

Tabulā doti visi iespējamie mikrostāvokļi (16) un makrostāvokļi (5), kā arī katra mikrostāvokļa statistiskā varbūtība ω , makrostāvokļa termodinamiskā varbūtība Ω un tā statistiskā varbūtība \mathcal{P} .

Pat no šī visvienkāršākā piemēra var spriest par galvenajām likumsakarībām.

Makrostāvoklim ar vienmērīgu molekulu sadalījumu pa gāzes aizņemto tilpumu atbilst vislielākā makrostāvokļa varbūtība. Tātad šādā stāvoklī sistēma atrodas visbiežāk un tas atbilst termodinamiskā līdzsvara stāvoklim (gāzes blīvums tilpumā visur vienāds). Līdzīgu secinājumu attiecībā uz spiedienu un temperatūru var iegūt, ņemot vērā molekulu kustības stāvokļus.

Vismazāk varbūtīgs ir tāds stāvoklis, kad visas molekulas atrodas vienā tilpuma pusē un stāvoklis visvairāk atšķiras no līdzsvara stāvokļa.

Molekulu stāvokļi un to varbūtības

Mikrostāvoklis	Kreisajā pusē		Labajā pusē		Stāvokļa varbūtība		
	mikrostāvokļa raksturojums	molekulu skaits (makrostāv.)	mikrostāvokļa raksturojums	molekulu skaits (makrostāv.)	ω	Ω	\mathcal{P}
1	—	0	a, b, c, d	4	1/16	1	1(1/16)
2	a	1	b, c, d	3		4	4(1/16)
3	b		a, c, d				
4	c		a, b, d				
5	d		a, b, c				
6	a, b	2	c, d	2	1/16	6	6(1/16)
7	a, c		b, d				
8	a, d		b, c				
9	b, c		a, d				
10	b, d		a, c				
11	c, d		a, b				
12	a, b, c	3	d	1	4	4(1/16)	
13	a, b, d		c				
14	a, c, d		b				
15	b, c, d		a				
16	a, b, c, d	4	—	0	1	1(1/16)	

No tabulas redzams, ka gāzes stāvokļa termodinamisko varbūtību Ω (mikrostāvokļu skaitu) var aprēķināt kā kombināciju skaitu C_N^n , bet n — molekulu skaits vienā tilpuma pusē. Kombināciju skaits C_N^n (ja tilpumu daļa divās daļās), kur N — molekulu kopējais skaits C_N^n ir atkarīgs no n , un tas ir vislielākais tad, ja $n=N/2$ (apskatītajā piemērā $n=2$).

Apzīmēsim ar \mathcal{P}_0 tāda makrostāvokļa varbūtību, kad visas molekulas atrodas tilpuma vienā pusē, bet ar $\mathcal{P}_{N/2}$, kad tās vienmērigi sadalītas pa tilpumu. Tad

$$\mathcal{P}_0 = \Omega_0 \omega = C_N^0 (1/2)^N = (1/2)^N \quad \text{un} \quad \mathcal{P}_{N/2} = \Omega_{N/2} \omega = C_N^{N/2} \omega =$$

$$= \frac{N!}{(N-N/2)!(N/2)!} (1/2)^N = \frac{N!}{(N/2)!(N/2)!} (1/2)^N.$$

Gadījumā, ja $N=4$ (apskatītais piemērs), $\mathcal{P}_0=1/16$ un $\mathcal{P}_{N/2}=6/16$, tātad 6 reizes biežāk katrā tilpuma pusē ir pa divām molekulām nekā nevienas. Abi minētie makrostāvokļi ir reāli novērojami niecīgā molekulu skaita dēļ. Palielinoties N , varbūtību attiecība $\mathcal{P}_{N/2}/\mathcal{P}_0 = \Omega_{N/2}/\Omega_0$ strauji aug. Tā, piemēram, ja N ir 8, 16, 32, 100, atbilstošās attiecības ir 70, 12 870, $6 \cdot 10^8$, $1 \cdot 10^{29}$. Tātad jau tik mazam N kā 100 tāda stāvokļa varbūtība, ka visas molekulas atrodas vienā tilpuma pusē, ir ļoti niecīga. Ja N ir 10^{20} (aptuveni 2 cm^3 gaisa normālos apstākļos), tad gandrīz vienāda ar nulli ir arī tādu stāvokļu varbūtība, kad molekulu skaits abās pusēs manāmi atšķiras. Tātad sistēma galvenokārt atradīsies stāvokļos, kuros molekulu skaits abās tilpuma pusēs maz atšķiras. Jebkurā veidā dalot gāzes aizņemto tilpumu, kā arī apskatot kustības stāvokļus, secinājums ir tas pats — *termodinamiskā līdzsvara stāvoklis ir visvarbūtīgākais.*

9.6.2. Sakarība starp sistēmas termodinamisko varbūtību un entropiju. Pieņemsim, ka sākumstāvoklī visas gāzes molekulas atrodas vienā tilpuma pusē. Tad notiek neatgriezenisks process (difūzija), iestājas līdzsvara stāvoklis un saskaņā ar otru termodinamikas likumu sistēmas entropija pieaug, sasniedzot maksimālo vērtību līdzsvara stāvoklī. Arī sistēmas termodinamiskā varbūtība pieaug no 1 līdz maksimālajai vērtībai. Šī entropijas S un termodinamiskās varbūtības Ω maiņas līdzība nav nejauša, jo starp tām pastāv noteikta sakarība $S=f(\Omega)$, kuru var noskaidrot, izmantojot lielumu S un Ω īpašības.

Ja termodinamisko sistēmu sadala divās daļās, tad tās entropija S kā aditīvs lielums ir atsevišķo daļu entropiju S_1 un S_2 summa:

$$S = S_1 + S_2. \quad (9.22)$$

Katras sistēmas daļas makrostāvoklim atbilstošā termodinamiskā varbūtība (mikrostāvokļu skaits) ir Ω_1 un Ω_2 , bet visas sistēmas termodinamiskā varbūtība Ω kā multiplikatīvs lielums ir sistēmas atsevišķo daļu termodinamisko varbūtību Ω_1 un Ω_2 reizinājums:

$$\Omega = \Omega_1 \Omega_2, \quad (9.23)$$

jo ikviens no stāvokļiem Ω_1 var kombinēties ar jebkuru no stāvokļiem Ω_2 . Tātad jāatrod matemātiska sakarība $S=f(\Omega)$, kura saista

aditīvu lielumu S ar multiplikatīvu lielumu Ω . No sakarībām (9.22) un (9.23) izriet, ka $f(\Omega_1\Omega_2) = f(\Omega_1) + f(\Omega_2)$. Seit $f(\Omega_1\Omega_2)$ ir visas sistēmas entropija S ; $f(\Omega_1)$ un $f(\Omega_2)$ — sistēmas atsevišķo daļu entropijas S_1 un S_2 . Lai noskaidrotu, kāda funkcija $f(\Omega)$ apmierina šādu nosacījumu, atvasina iegūto izteiksmi vispirms pēc Ω_1 , tad pēc Ω_2 un $\Omega_1\Omega_2$ vietā ievieto Ω . Tādējādi

$$\Omega_2 f'(\Omega_1\Omega_2) = f'(\Omega_1); \quad \Omega_1\Omega_2 f''(\Omega_1\Omega_2) + f'(\Omega_1\Omega_2) = 0;$$

$$\Omega f''(\Omega) + f'(\Omega) = 0 \quad \text{jeb} \quad \Omega \frac{df'(\Omega)}{d\Omega} + f'(\Omega) = 0.$$

Pēdējo sakarību pārveidojot un integrējot, iegūst

$$\frac{df'(\Omega)}{f'(\Omega)} + \frac{d\Omega}{\Omega} = 0; \quad \int \frac{df'(\Omega)}{f'(\Omega)} + \int \frac{d\Omega}{\Omega} = 0;$$

$$\ln f'(\Omega) + \ln \Omega = \ln C,$$

kur $\ln C$ — integrēšanas konstante.

Arī šo sakarību var pārveidot, vispirms potencējot un pēc tam integrējot:

$$f'(\Omega) = C/\Omega; \quad df(\Omega) = Cd\Omega/\Omega;$$

$$f(\Omega) = \int df(\Omega) = C \int d\Omega/\Omega; \quad f(\Omega) = C \ln \Omega + S_0,$$

kur S_0 — integrēšanas konstante un $f(\Omega) = S$.

Ja $T \rightarrow 0$, viela kristalizējas un katra molekula ieņem noteiktu vietu. Tādām makrostavoklim atbilst tikai viens mikrostavoklis, un termodinamiskā varbūtība $\Omega = 1$, bet entropija $S = S_0$, jo $\ln \Omega = \ln 1 = 0$. Tā kā saskaņā ar trešo termodinamikas likumu arī entropija $S \rightarrow 0$, ja $T \rightarrow 0$, tad $S_0 = 0$. Tātad

$$S = C \ln \Omega. \quad (9.24)$$

Sakarība starp S un Ω ir universāla, tādēļ konstanti C var noteikt, apskatot sistēmu, kuras entropijas izmaiņu protam aprēķināt, tātad — ideālu gāzi. Ja ideālas gāzes daudzums m/M (molekulu skaits N) sākuma stavoklī aizņem pusi no tilpuma V , bet beigās — visu tilpumu un molekulu skaits abās pusēs ir vienāds, tad saskaņā ar sakarību (9.24) entropijas izmaiņa $S_2 - S_1 = C \ln \Omega_2 - C \ln \Omega_1 = C \ln(\Omega_2/\Omega_1)$. Tā kā $\Omega_1 = 1$ un $\Omega_2 = C \frac{N/2}{N} = \frac{N!}{(N/2)!(N/2)!}$, tad

$$\ln(\Omega_2/\Omega_1) = \ln \left(\frac{N!}{(N/2)!(N/2)!} \right) = \ln N! - 2 \ln(N/2)!$$

Lieliem N pēc Stirlinga formulas ($\ln N! = N \ln N - N$) pārveidojam šādi:

$$\ln(\Omega_2/\Omega_1) = N \ln N - N - 2(N/2) \ln(N/2) + 2N/2 = N \ln 2.$$

Kā redzams,

$$S_2 - S_1 = CN \ln 2. \quad (9.25)$$

Starpību $S_2 - S_1$ var aprēķināt arī pēc sakarības (9.14). Tad

$$S_2 - S_1 = (m/M)R \ln \frac{V}{V/2} = (m/M)R \ln 2 = (N/N_A)R \ln 2 = kN \ln 2.$$

Salīdzinot šo izteiksmi ar (9.25), redzams, ka $C = k$. Tādēļ sakarība starp entropiju S un termodinamisko varbūtību Ω ir šāda:

$$S = k \ln \Omega, \quad (9.26)$$

kur k — Bolcmaņa konstante. Sakarību (9.26) sauc par Bolcmaņa formulu. Tā saista makroskopisku parametru — entropiju S ar sistēmas mikrostāvokļu skaitu Ω , kas atbilst šim makrostāvoklim.

9.6.3. Otrā termodinamikas likuma statistiskais raksturs. Tā kā termodinamiskā varbūtība Ω ir statistisks lielums, tad arī entropija ir statistisks lielums un *otrais termodinamikas likums ir statistisks likums*. Pareizāk būtu teikt, ka saskaņā ar šo likumu noteikti procesi ir nevis neiespējami, bet mazvarbūtīgi. Termodinamiskie procesi izolētās sistēmās parasti norisinās tā, ka entropija nesamazinās, tomēr pastāv zināma varbūtība, ka var norisināties arī procesi, kuros entropija samazinās. Taču, ja daļiņu skaits ir liels, šī varbūtība ir tik niecīga, ka tādi procesi tikpat kā nenotiek.

Piemēram, aprēķināsim varbūtību attiecību Ω_1/Ω_2 diviem stāvokļiem, kuros ideāla gāze vienreiz aizņem visu tilpumu $V_1 = V$, bet otrreiz — tilpumu $V_2 = (1-q)V$, kur q — neaizņemtā tilpuma daļa. Pēc sakarības (9.14) var izteikt $S_2 - S_1 = (m/M)R \ln (V_2/V_1) = kN \ln (1-q)$, bet pēc sakarības (9.26) entropijas izmaiņa $S_2 - S_1 = -k \ln (\Omega_2/\Omega_1)$. Tātad $\ln (\Omega_2/\Omega_1) = N \ln (1-q)$ un $\Omega_2/\Omega_1 = (1-q)^N$, bet $\Omega_1/\Omega_2 = 1/(1-q)^N$. Ja $q \ll 1$, tad $1/(1-q) \approx 1+q$ un $\Omega_1/\Omega_2 = (1+q)^N$. Pieņemsim, ka $N = N_A$ (viens mols gāzes) un $q = 10^{-6}$ (molekulas atstāj neaizņemtā tilpumu miljono daļu no trauka). Tad $\Omega_1/\Omega_2 = (1 + 10^{-6})^{6 \cdot 10^{23}} \approx 400^{10^{17}}$. Tātad būtu jānovēro šāds milzīgs skaits stāvokļu, kad gāze aizņem visu tilpumu V , lai konstatētu vienu gadījumu, kad gāze pati no sevis saspiežas un atrīvo 1/1 000 000 sava aizņemtā tilpuma jeb tās blīvums pats no sevis palielinās par šādu daļu. Protams, tāds process nav novērojams, bet tā varbūtība pieaug, ja samazinās daļiņu skaits N , un mazam daļiņu skaitam tas var realizēties.

9.6.4. Gāzes termodinamisko parametru — koncentrācijas, blīvuma, spiediena un temperatūras fluktuācijas. Piemērā ar četrām molekulām «termodinamiskā līdzsvara» stāvokļa varbūtība $P_{N/2}$ ir 6/16, bet arī pārējo makrostāvokļu varbūtības, kaut gan mazākas, tomēr ir vērtā ņemamas (4/16 un 1/16). Tātad pastāv relatīvi liela varbūtība, ka sistēma pati pāriet citā stāvoklī, kurā tās entropija ir mazāka. Šādas novirzes no līdzsvara stāvokļa sauc par fluktuācijām. Cetur molekulu gadījumā iespējamas lielas fluktuācijas, bet tas nav raksturīgi termodinamiskajām sistēmām, jo 4 molekulu kopa par termodinamisku sistēmu nosaukta tikai nosacīti.

Termodinamiskā līdzsvara stāvoklī gāzes molekulu skaits n vienā tilpuma pusē vidēji vienāds ar $N/2$, resp., $\langle n \rangle = N/2$, kur N ko-

pējais molekulu skaits, bet fluktuāciju dēļ tas var mainīties un novirzīties no $\langle n \rangle$ gan uz vienu, gan uz otru pusi (S un Ω novirzes tajā pašā laikā ir tikai uz vienu pusi). Šādas novirzes raksturošanai lieto *vidējo relatīvo fluktuāciju* δ :

$$\delta = \sqrt{\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle} / \langle n \rangle = \Delta n / \langle n \rangle.$$

Lieliem n teorētiski $\delta \approx 1/\sqrt{n}$ un gāzes blīvuma fluktuācija

$$\delta_\rho = \Delta \rho / \langle \rho \rangle = 1/\sqrt{n}.$$

Tāda pati sakarība ir spēkā arī citiem termodinamiskajiem parametriem, piemēram, spiedienam p un temperatūrai T

$$\Delta p / \langle p \rangle = \Delta T / \langle T \rangle = 1/\sqrt{n}.$$

Sajās sakarībās Δn , $\Delta \rho$, Δp un ΔT ir *vidējās kvadrātiskās novirzes*.

Fluktuācijas nosaka mērierīču jutību. Tā, piemēram, ja gāzes termometrs satur 10^{20} molekulas, tad fluktuāciju dēļ temperatūras mērīšanas relatīvā kļūda nevar būt mazāka par $1/\sqrt{10^{20}} = 10^{-10}$. Ar tādu pašu precizitāti (līdz desmitajai zīmei) principā var noteikt arī pārējos šī gāzes daudzuma termodinamiskos parametrus. Tā kā šo parametru mērīšanas precizitāte parasti ir ievērojami zemāka, tad var teikt, ka termodinamiskajiem parametriem līdzsvara stāvoklī ir pilnīgi noteiktas vērtības. Daļiņu skaitam samazinoties, fluktuāciju loma pieaug, un, ja daļiņu skaits n ir mazs, tad fluktuācijas jāņem vērā.

Atmosfēras gaisa blīvuma fluktuācijas nosaka gaismas izkliedi atmosfērā un debess zilo krāsu. Elektronu vai to plūsmas fluktuācijas nosaka trokšņus elektroniskajās iekārtās.

10. NODAĻA

VIELAS AGREGĀTSTĀVOKĻI UN FĀZU PĀREJAS

Atomu un molekulu mijiedarbības spēku pētījumi liecina, ka atālumos, kas vairākkārt pārsniedz atomu vai molekulu izmērus, starp tiem darbojas *pievilksnās spēki*, bet mazos atālumos — *atgrūšanās spēki*. Šie mijiedarbības spēki ir elektromagnētiskas dabas spēki.

Atomi un molekulas nepārtraukti kustas. Pievilksnās spēki cenšas apvienot šīs daļiņas saistītā sistēmā, bet molekulu kustība šādu apvienošanu traucē. Galarezultātu nosaka šo divu tendenču intensitāte, kuru skaitliski raksturo daļiņu mijiedarbības potenciālā enerģija un to kustības kinētiskā enerģija. Ja daļiņu summārā kinētiskā enerģija ir daudz lielāka nekā summārās potenciālās enerģijas skaitliskā vērtība (apvienošanās tendence ir daudz vājāka), tad viela atrodas *gāzveida agregātstāvoklī*. Pretējā gadījumā, ja apvienošanās tendence ir daudz spēcīgāka, viela ir *cietā agregātstāvoklī*. Ja abas tendences ir aptuveni vienādas (minētās enerģijas ir aptuveni vienādas), tad viela ir *šķidrā agregātstāvoklī*. Aplūkoto tendenču

attiecību nosaka gan pašas vielas daba, gan arī apstākļi (temperatūra, spiediens), tādēļ no tiem arī ir atkarīgs vielas agregātstāvoklis.

Gāzveida stāvoklī, kurš aplūkots jau iepriekš, viela nesaglabā ne formu, ne tilpumu. Gāzes formu un tilpumu nosaka trauks, kurā tā atrodas. Molekulas kustas ar nemainīgu ātrumu intervālos starp sadursmēm ar trauka sienu vai citām molekulām. Varbūtība, ka vienlaikus saduras trīs vai vairākas molekulas, ir niecīga.

Cietā agregātstāvoklī vielas daļiņas savstarpēji ir cieši saistītas un viela saglabā gan formu, gan arī tilpumu. Cietus ķermeņus deformējot, rodas spēki, kuri cenšas atjaunot formu un tilpumu (formas un tilpuma elastība). Vielas daļiņas cietā stāvoklī var galvenokārt svārstīties ap līdzsvara stāvokļiem dažādos virzienos, ar dažādām amplitūdām.

Šķidrā agregātstāvoklī viela cenšas saglabāt tilpumu (tilpuma elastība), bet nesaglabā formu. Daļiņas atrodas tuvu viena otrai, bet nesaglabā ilgstoši savus līdzsvara stāvokļus. Tās var lēcieniem pārvietoties uz jauniem līdzsvara stāvokļiem.

Sajā nodaļā aplūkosim reālas gāzes, šķidrā un cietā agregātstāvokļa īpatnības un vielas pāreju no viena agregātstāvokļa citā agregātstāvoklī.

10.1. KLAPEIRONA—MENDELEJEVA VIENĀDOJUMA IEROBEŽOTĪBA UN TĀS CĒLOŅI

10.1.1. Novirzes no ideālu gāzu likumiem. Reālas gāzes. Klapeirona—Mendeļejeva vienādojums labi apraksta retinātu gāzu stāvokli pietiekami augstās temperatūrās. Blīvākās gāzes parādās novirzes no ideālu gāzu likumiem, t. i., modeļa — ideālas gāzes — īpašības vairs precīzi neatbilst gāzes īpašībām. Lai noskaidrotu likumsakarības, kuras pareizi apraksta gāzes īpašības plašākā parametru diapazonā, jāņem vērā molekulu mijiedarbība ne tikai sadursmju laikā, bet arī tad, kad tās atrodas attālumos, kuri pārsniedz molekulu izmērus. Šādu gāzes modeli sauksim par reālu gāzi.

Salīdzinot eksperimentā iegūtos rezultātus ar ideālu gāzu likumiem, var secināt: 1) ja lieli gāzes blīvumi, tās spiediens ir lielāks, nekā to paredz Klapeirona—Mendeļejeva vienādojums; 2) ja mazi gāzes blīvumi, spiediens mazāks nekā ideālas gāzes spiediens tādos pašos apstākļos. Starp šiem abiem blīvumu apgabaliem ir tāds punkts, kurā gāzes parametri saskan ar ideālas gāzes parametriem. Šā punkta stāvokli nosaka vidējie attālumi starp gāzes molekulām. Tātad novirzes no ideālas gāzes likumiem nosaka molekulu mijiedarbības spēki.

10.1.2. Molekulu mijiedarbības spēki. Molekulu efektīvais diametrs. Molekulas ir sarežģītas lādētu daļiņu sistēmas, starp kurām darbojas gan pievilkšanās, gan atgrūšanās spēki. Atgrūšanās spēki strauji samazinās, palielinoties attālumam starp molekulām, pēc šāda likuma:

$$F_a = A/r^\alpha, \quad (10.1)$$

kur A — konstante; r — attālums starp molekulu centriem (turpmāk to sauksim par attālumu starp molekulām), bet α vērtības var būt no 9 līdz 15 (visbiežāk 13). Kā α , tā arī A dažāda veida molekulām var būt dažādi.

Atkarībā no izcelsmes pastāv vairāki *pievilkšanās spēku* veidi, bet arī šo spēku modulis strauji samazinās, pieaugot attālumam starp molekulām, un visbiežāk ir apgriezti proporcionāls attāluma septītajai pakāpei:

$$F_p = B/r^7, \quad (10.2)$$

kur B — konstante.

Aptuveni var uzskatīt, ka gan molekulu *pievilkšanās spēki*, gan arī *atgrūšanās spēki* vērsti pa taisni, kura savieno molekulu centrus, un tie atkarīgi tikai no attāluma starp molekulām, t. i., atbilstošie spēku lauki ir centrāli. No mehānikas zināms, ka tādi lauki ir potenciāli lauki. Tātad var runāt arī par molekulu mijiedarbības spēku potenciālo enerģiju.

Atgrūšanās spēki atkarībā no attāluma starp molekulām vienmēr mainās straujāk nekā pievilkšanās spēki. Ja viena molekula atrodas koordinātu sākumpunktā, bet otra — uz r ass attālumā r no pirmās, tad atgrūšanās spēks, kurš darbojas uz otro molekulu, vērsti r ass pozitīvajā virzienā un tā projekcija uz r ass ir pozitīva, bet pievilkšanās spēks vērsti r ass negatīvajā virzienā un tā projekcija uz šīs ass ir negatīva. Kopspēks, kurš darbojas uz otro molekulu (tā projekcija uz r ass) saskaņā ar formulu (10.1) un (10.2), ir šāds:

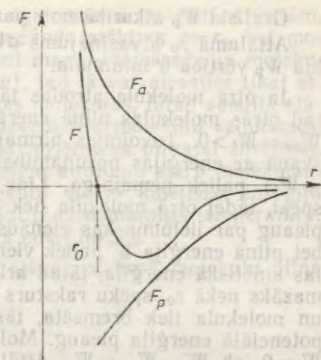
$$F = F_a + F_p = A/r^\alpha - B/r^7. \quad (10.3)$$

Spēki F , F_a un F_p grafiski parādīti 10.1. attēlā. Ir noteikts *attālums r_0 , kurā atgrūšanās un pievilkšanās spēku summa ir vienāda ar nulli.* Mazākos attālumos pārsvarā ir atgrūšanās spēki, bet lielākos — pievilkšanās spēki. Mijiedarbības spēki strauji samazinās, palielinoties attālumam. Ja attālums starp molekulām vairākkārt (5...6 reizes) pārsniedz r_0 , šie spēki gandrīz vienādi ar nulli.

Mijiedarbības potenciālo enerģiju var izteikt no sakarības starp spēku un potenciālo enerģiju W_p (sk. formulu (2.83)). Šajā gadījumā $F_r = F = -dW_p/dr$. Ņemot vēl vērā sakarību (10.3), iegūst

$$W_p = - \int F dr = - \int \left(\frac{A}{r^\alpha} - \frac{B}{r^7} \right) dr = \frac{A}{(\alpha-1)r^{\alpha-1}} - \frac{B}{6r^6}, \quad (10.4)$$

ja pieņem, ka integrēšanas konstante vienāda ar 0 (tas nozīmē pieņēmumu, ka molekulu mijiedarbības potenciālā enerģija ir vienāda ar nulli tad, kad molekulas atrodas bezgalīgi tālu viena no otras).



10.1. att.

Grafiski W_p atkarībā no r parādīta 10.2. attēlā *a*.

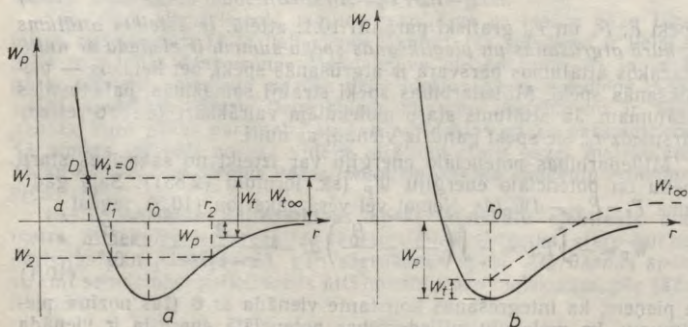
Attālumā r_0 atvasinājums dW_p/dr vienāds ar nulli, un šajā punktā W_p vērtība ir minimāla.

Ja otrā molekula atrodas tālu no pirmās (nosacīti nekustīgas), tad otrās molekulas pilnā enerģija ir vienāda ar kinētisko enerģiju $W_{t\infty} = W_1 > 0$. Tuvojoties pirmajai, šī molekula kustas tā, ka (saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu) pilnā enerģija $W = (W_p + W_t)$ paliek nemainīga. Līdz attālumam r_0 dominē pievilksnās spēki, tādēļ otrā molekula tiek paātrināta un tās kinētiskā enerģija pieaug par lielumu, kas vienāds ar $|W_p|$ dotajā attālumā ($W_p < 0$), bet pilnā enerģija W paliek vienāda ar W_1 . Vislielākā otrās molekulas kinētiskā enerģija, tātad arī ātrums, ir attālumā r_0 . Kad r kļūst mazāks nekā r_0 , spēku raksturs mainās — dominē atgrūšanās spēki un molekula tiek bremsēta, tās kinētiskā enerģija samazinās, bet potenciālā enerģija pieaug. Molekula apstājas kādā punktā D , kurā $W_t = 0$ jeb $W_p = W_{t\infty} = W_1$. Attālums d ir minimālais attālums, kādā molekulas var tuvojies viena otrai, t. i., d ir molekulas efektīvais diametrs, kurš atkarīgs no molekulas pilnās enerģijas.

Tālāk process norisinās apgrieztā secībā: no d līdz r_0 molekula tiek paātrināta, pēc tam bremsēta un aizlido no pirmās ar tādu pašu kinētisko enerģiju $W_{t\infty}$. Tātad ir notikusi divu molekulu elastīga sadursme.

Ja vidējie attālumi starp gāzes molekulām ir ievērojami lielāki nekā r_0 , tad potenciālā enerģija W_p gandrīz vienāda ar nulli un mijiedarbības spēki darbojas tikai molekulu sadursmēs. Var uzskatīt, ka tā ir ideāla gāze. Ja vidējie attālumi samērojami ar r_0 , tad gāzes īpašības (spiediens, iekšējā enerģija) atšķiras no ideālas gāzes īpašībām.

Sādi mijiedarbības spēki principā var nodrošināt arī molekulu saistītu stāvokli, kurā molekulu pilnā enerģija ir negatīva.



10.2. att.

Saistītā stāvoklī, kas raksturīgs šķidrumiem un cietām vielām, molekulas atrodas attālumos, kuri nedaudz atšķiras no r_0 , bet molekulu kinētiskā enerģija ir pietiekami maza. Piemēram, ja molekulas pilnā enerģija $W_2 < 0$ (10.2. att. a), tad tā var atrasties tikai attālumu robežās no r_1 līdz r_2 no pirmās molekulas, tātad saistītā stāvoklī. Šāds saistīts stāvoklis nevar izveidoties molekulu sadursmēs, kuras notiek, saglabājoties nemainīgai molekulas pilnajai enerģijai. Bet tas var iestāties, ja samazina vidējo attālumu starp molekulām līdz r_0 , saglabājot nemainīgu molekulu vidējo kinētisko enerģiju (10.2. att. b), piemēram, saspiežot gāzi tādā nemainīgā temperatūrā, kurai atbilst molekulu vidējā kinētiskā enerģija W_t .

Ja $|W_p|_{r=r_0} > W_1$, tad iespējams stāvoklis, kurā molekulu pilnā enerģija W ir negatīva.

10.2. VAN DER VĀLSA VIENĀDOJUMS

Tā kā starp dažāda veida molekulām darbojas dažādi mijiedarbības spēki, tad universālu vielas stāvokļa vienādojumu, tātad arī reālas gāzes stāvokļa vienādojumu nav iespējams uzrakstīt. Teorētiski precīzu dotās gāzes stāvokļa vienādojumu vienam molam var uzrakstīt bezgalīgas rindas veidā:

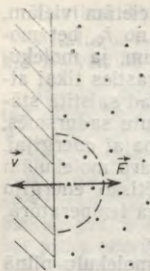
$$pV_M = RT + B_1/V_M + B_2/V_M^2 + B_3/V_M^3 + \dots,$$

kur koeficienti B_i raksturīgi dotajai gāzei un atkarīgi no temperatūras. Vienādojums ar bezgalīgu koeficientu skaitu praktiski nav lietojams. Ir uzrakstīti ļoti daudzi aptuveni vienādojumi, kuros ir neliels saskaitāmo un konstanšu skaits. Šie vienādojumi dod apmierinošus rezultātus ierobežotā gāzes parametru intervālā noteiktām gāzēm. Viens no vienkāršākajiem ir 1873. gadā holandiešu fiziķa *Van der Vālsa* (1837—1923) iegūtais vienādojums, kas satur divas fizikāli interpretējamas konstantes, kuras atbilstoši saistītas ar molekulu atgrūšanās un pievilksnās spēkiem.

Atgrūšanās spēki nosaka molekulu efektīvo diametru — attālumu, līdz kādam var tuvojies to centri. Tātad ap katru molekulu var novilkt sfēru, kuras robežās nekad nevar atrasties otras molekulas centrs, t. i., var ierobežot to *efektīvo tilpumu*, kuru aizņem pašas molekulas. Tādēļ tilpums, kurš var mainīties atkarībā no spiediena, ir mazāks nekā gāzes aizņemtais tilpums. Lai to ievērotu, Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumā (vienam molam) multilpuma V_M vietā jāņem $(V_M - b)$. Tad saskaņā ar vienādojumu (6.13) spiediens

$$p = RT/(V_M - b). \quad (10.4)$$

Ja gāzes blīvums ir liels, tad pēc formulas (10.4) aprēķinātais spiediens ir lielāks nekā ideālas gāzes spiediens (formula (6.13)).



10.3. att.

Lai iegūtu pareizas spiediena vērtības, tajā gāzes blīvuma apgabālā, kur dominē molekulu savstarpējās pievilksnās spēki, jāizdara *spiediena korekcija*. Tai jābūt negatīvai, lai šajā blīvuma apgabālā spiediena vērtības būtu mazākas nekā ideālai gāzei. Vēl bez tam korekcijai jābūt atkarīgai no vidējā attāluma starp molekulām jeb molekulu koncentrācijas, proti, pieaugot tilpumam, spiediena korekcijas vērtībai jāsamazinās.

Tā kā molekulu mijiedarbības spēki strauji samazinās, pieaugot attālumam, tad nosacīti var ieviest šo spēku darbības rādiusu R . Uz izraudzīto molekulu manāmi iedarbojas tikai tās molekulas, kuras atrodas sfērā ar rādiusu R . Gāzes tilpumā molekulai pielikto mijiedarbības spēku summa vienāda ar nulli, un tie nemaina molekulu

vidējo kinētisko enerģiju. Ja turpretī molekula atrodas trauka sienas tuvumā, tad tai pieliktais rezultējošais mijiedarbības spēks nav vienāds ar nulli. Tas vērsts perpendikulāri sienai virzienā uz gāzes aizņemto telpas daļu (10.3. att.), jo molekulāro spēku darbības sfērā ar gāzes molekulām aizpildīta tikai tā daļa, kura atrodas gāzes tilpumā. Molekulu skaits šajā sfērās daļā proporcionāls molekulu koncentrācijai n , tādēļ molekulu pievilksnās spēks proporcionāli koncentrācijai samazina molekulas impulsu pirms sadursmes ar sienu. Tas attiecas uz katru molekulu, kura saduras ar trauka sienu, bet to skaits arī ir proporcionāls n . Tādējādi sienas laukuma vienībai nodotais impulss samazinās (salīdzinājumā ar ideālo gāzi) proporcionāli n^2 . Tā kā $n \sim 1/V_M$, tad spiediena korekcija $p_i \sim 1/V_M^2$ jeb

$$p_i = -a/V_M^2,$$

kur a — proporcionalitātes koeficients, kurš raksturīgs katrai gāzei. Ņemot vērā spiediena korekciju p_i , no formulas (10.4) iegūst, ka reālas gāzes spiediens

$$p = \frac{RT}{V_M - b} + p_i = \frac{RT}{V_M - b} - \frac{a}{V_M^2},$$

no kurienes

$$\left(p + \frac{a}{V_M^2} \right) (V_M - b) = RT. \quad (10.6)$$

Vienādojumu (10.6) sauc par Van der Vālsa vienādojumu (vienam molam). Van der Vālsa konstantes a un b dažādām gāzēm ir dažādas un zināmā mērā atkarīgas arī no izraudzītā temperatūru intervāla. Tās nosaka eksperimentāli. Izrādās, ka konstante b (tilpums, līdz kādam var saspīest vienu molu gāzes ar ļoti lielu spiedienu) ir lielāka nekā blīvi sapakotu N_A lodišu tilpums, jo tā ir aptuveni vienāda ar $4N_A V_0$, kur N_A — Avogadro skaitlis un $V_0 = (\pi/6)d^3$ — vienas molekulas efektīvais tilpums, bet tilpums, ko

aizņem N_A blīvi sapakotas vienādas lodītes, kuru diametri d , ir ap-
tuveni vienāds ar $1,35 N_A V_0$.

Van der Vālsa vienādojumu var lietot jebkuram gāzes daudzumam $v = m/M$, kurš aizņem tilpumu $V = vV_M$. Vienādojumā (10.6), ievietojot V_M vietā V/v , iegūst

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2} \right) (V - vb) = vRT. \quad (10.7)$$

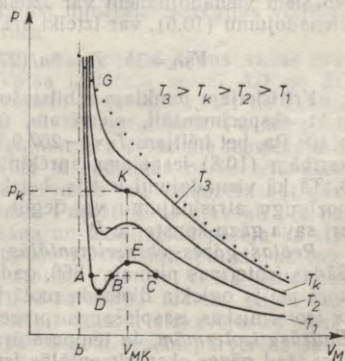
Tas ir Van der Vālsa vienādojums gāzes daudzumam v . Retinātām gāzēm (lieliem V) Van der Vālsa vienādojums pārvēršas par Klapeirona—Mendeļejeva vienādojumu.

10.3. VAN DER VĀLSA IZOTERMU SALĪDZINĀJUMS AR EKSPERIMENTĀLAJĀM IZOTERMĀM

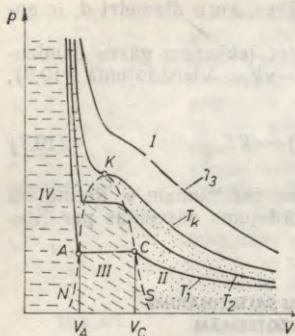
Van der Vālsa vienādojums ir trešās pakāpes vienādojums tilpumam V . Šādam vienādojumam var būt vai nu trīs, vai viena reāla sakne. Pirmajā gadījumā vienai un tai pašai spiediena un temperatūras vērtībai atbilst trīs tilpuma vērtības, otrajā — viena. Atkarībā no gāzes parametru un Van der Vālsa konstanšu vērtībām iespējami abi gadījumi. Sakarība starp spiedienu p un tilpumu V_M , ja šos parametrus saista Van der Vālsa vienādojums dažādām temperatūrām T , parādīta 10.4. attēlā. Tajā redzamās līknes sauc par Van der Vālsa izotermām.

Ja temperatūra zemāka par kādu vērtību T_k , kas raksturīga dotajai gāzei, tad zināmā spiedienu intervālā vienai spiediena vērtībai atbilst trīs tilpuma vērtības (piemēram, punkti A, B un C uz izotermas T_1). Spiedienam neierobežoti pieaugot, viena mola tilpums netiecas uz nulli, bet uz b . Maziem spiedieniem (lieliem tilpumiem) Van der Vālsa izoterma sakrīt ar atbilstošo ideālas gāzes izotermu (10.4. attēlā izotermas T_3 ; punktētā līnija ir ideālas gāzes izoterma). Lielu gāzes blīvumu apgalā, samazinoties tilpumam, reālas gāzes spiediens aug straujāk un Van der Vālsa izoterma krusto ideālas gāzes izotermu (punkts G).

Van der Vālsa izotermas ievērojami atšķiras no ideālas gāzes izotermām, ja temperatūra mazāka nekā T_k . Tā, piemēram, posmā DBE (izoterma T_1) jāpieaug spiedienam, palielinoties tilpumam, kas dabā nekad netiek novērots, jo šie stāvokļi nevar būt stabili. (Fluk-



10.4. att.



10.5. att.

punkts K , kuru sauc par *kritisko punktu*. So izotermu arī sauc par *kritisko izotermu*. Kritiskajam punktam atbilstošos parametrus T_k , p_k un V_{Mk} sauc par *kritisko temperatūru, kritisko spiedienu un kritisko tilpumu*. Lielumus T_k , p_k un V_{Mk} var izteikt ar konstantēm a , b un R , izmantojot vienādojumu (10.6), ja ņem vērā, ka kritiskajā punktā izotermā ir pārliekuma punkts un tādēļ dp/dV_M un d^2p/dV_M^2 šajā punktā vienādi ar nulli. Tātad

$$(dp/dV_M)_{T=T_k} = -RT_k/(V_{Mk}-b)^2 + 2a/V_{Mk}^3 = 0;$$

$$(d^2p/dV_M^2)_{T=T_k} = 2RT_k/(V_{Mk}-b)^3 - 6a/V_{Mk}^4 = 0.$$

No šiem vienādojumiem var izteikt V_{Mk} un T_k , bet, izmantojot vēl vienādojumu (10.6), var izteikt arī p_k . Tā iegūst

$$V_{Mk} = 3b; T_k = 8a/(27Rb); p_k = a/(27b^2). \quad (10.8)$$

Kritiskajam punktam atbilstošos parametrus T_k , p_k , V_{Mk} var noteikt eksperimentāli, piemēram, ūdenim $T_k = 374,2^\circ\text{C}$; $p_k = 220,3 \times 10^5 \text{ Pa}$, bet hēlijam $T_k = -267,9^\circ\text{C}$ un $p_k = 2,29 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Tad no sakarībām (10.8) iespējams aprēķināt Van der Vālsa konstantes a un b . Tā kā vienādojumi ir trīs, bet konstantes divas, tad parasti viennozīmīgu atrisinājumu var iegūt, ja dotajai gāzei tiek aprēķināta arī sava gāzu konstante R' .

Reālas gāzes eksperimentālās izoterms parādītas 10.5. attēlā. Šādas izoterms pirmais 1866. gadā ieguva angļu fiziķis *T. Endrūs*, kurš pētīja oglekļa dioksīda molārtilpuma V_M atkarību no spiediena p izotermiskās saspiešanas procesā. Tādēļ tās dažkārt sauc par *Endrūsa izotermām*. Ja temperatūra augstāka nekā kritiskā temperatūra, tad gāzes eksperimentālās izoterms kvalitatīvi labi saskan ar Van der Vālsa izotermām. Apgabalā *I* virs kritiskās izoterms viela

ir gāzveida stāvoklī. Ja temperatūra ir zemāka nekā kritiskā temperatūra, piemēram, $T = T_1 < T_k$, tad, samazinot gāzes tilpumu līdz noteiktai vērtībai V_C , sākas gāzes kondensācija, bet pati gāze nonāk piesātinātā tvaika stāvoklī. Ja tilpums V ir mazāks nekā V_C , daļa vielas tajā atrodas piesātinātā tvaika stāvoklī, daļa — šķidrā stāvoklī. Samazinot tilpumu no V_C līdz V_A , palielinās šķidruma daudzums, bet spiediens nemainās, līdz beidzot viss tvaiks pārvēršas šķidrumā (punkts A). Tālāk samazinot tilpumu, šķidrums jau tiek saspiežts un spiediens ļoti strauji pieaug.

Novilksim no kritiskā punkta K (10.5. att.) likni KS caur tiem punktiem, kuros sākas vielas kondensācija, un likni KN — caur punktiem, kuros noslēdzas vielas kondensācija. Tad redzams, ka visu pV plakni var sadalīt četros apgabalos, kuriem atbilst dažādi vielas stāvokļi.

I — virs kritiskās temperatūras ($T > T_k$). Viela eksistē tikai gāzveida stāvoklī, un to nav iespējams sašķidrināt, palielinot spiedienu. Vielu šādā stāvoklī sauc par *gāzi*.

II — zem kritiskās izoterms pa labi no līnijas KS . Viela arī atrodas gāzveida stāvoklī, bet to var sašķidrināt saspiežot. Tādēļ vielu šādā stāvoklī sauc par *tvaiku*.

III — zem kritiskā punkta K starp līnijām KS un KN . Daļa vielas ir *piesātināts tvaiks*, daļa — *šķidrums*.

IV — zem kritiskās izoterms pa kreisi no līnijas KN . Visa viela ir *šķidrums*.

Saspiežot gāzi, samazinās attālumi starp molekulām un arī molekulu mijiedarbības potenciālā enerģija, ja $r > r_0$ (sk. 10.2. att.). Gāzi izotermiski saspiežot, kad nemainīga ir molekulu vidējā kinētiskā enerģija, var veidoties molekulu saistīts stāvoklis, t. i., gāze var pārvērsties šķidrumā, ja tās pilnā enerģija kļūst negatīva. Tas iespējams tad, ja molekulu kinētiskā enerģija nav lielāka par minimālās potenciālās enerģijas absolūto vērtību, resp., gāzes temperatūra ir mazāka nekā tā temperatūra, kura atbilst minētajai enerģijas vērtībai. Šī temperatūra ir kritiskā temperatūra.

Vēl jāpiebilst, ka eksperimentāli var novērot tādus vielas stāvokļus, kuriem atbilst Van der Vālsa izotermu posmi AD un EC (sk. 10.4. att.). Šie stāvokļi novērojami tīrās vielās, bet tie eksistē neilgu laiku. Tādus stāvokļus sauc par *metastabiliem*. Posmam AD atbilstošu stāvokli var iegūt, paaugstinot tīra šķidruma temperatūru, ja aizkavējas tā iztvaikošana. Tādēļ to sauc par *pārkarsētu šķidrumu*. Pēc saviem parametriem daļai vielas jau vajadzētu būt gāzveida stāvoklī, bet tā vēl ir šķidrums. Parasti šādā stāvoklī pēc neilga laika notiek strauja iztvaikošana un lēcieneveida pāreja uz stāvokli, kuru raksturo dotajam tilpumam atbilstošais punkts uz taisnes AC . Vielu stāvokļos, kuriem atbilst Van der Vālsa izoterms posms EC , sauc par *pārdzesētu (pārsātinātu) tvaiku*. Sajos stāvokļos, kurus var iegūt, atdzesējot tīru tvaiku, ir aizkavējusies piesātinātā tvaika kondensācija. Daļa pārdzesēta tvaika pārvēršas šķidrumā, tiklīdz tajā nokļūst kondensācijas centri, piemēram, sīki putekliši.

Van der Vālsa vienādojumā ietvertas galvenās vielas īpatnības gāzveida stāvoklī, kā arī pāreja uz šķidro stāvoklī. Tam savā laikā bija ievērojama nozīme darbos, kuri saistīti ar gāzu sašķidrināšanu.

Kvalitatīvi Van der Vālsa vienādojums labi apraksta sistēmu gāze-šķidrums, bet no tā iegūtie kvantitatīvie rezultāti nesaskan ar eksperimentu rezultātiem. Galvenās novirzes ir šādas:

1) eksperimentāli noteiktās Van der Vālsa konstantes a un b vienai un tai pašai gāzei ir atkarīgas no temperatūras;

2) saskaņā ar sakarībām (10.8) lielums $RT_k/(p_k V_{Mk})$ visām vielām vienāds ar $8/3=2,67$, bet īstenībā tā nav universāla konstante un dažādām vielām tās vērtība mainās robežās no 3 līdz 5;

3) no sakarībām (10.8) izriet, ka visām gāzēm $V_{Mk}/b=3$. Īstenībā dažādām gāzēm V_{Mk}/b vērtības ir dažādas — robežās no 2,5 līdz 1,5.

Stāvokļos, kad tilpumā vienlaikus eksistē gan gāze, gan šķidrums, Van der Vālsa vienādojuma lietošana nav teorētiski pamatota un nedod pareizus rezultātus. Tas arī ir saprotams, jo sākotnēji vienādojums veidots tikai gāzveida stāvokļa aprakstam un pat noteiktai gāzei tas ir aptuvens. Būtiski svarīgs ir tikai secinājums, ka gāze noteiktos apstākļos pārvēršas šķidrumā.

10.4. REĀLAS GĀZES IEKŠĒJĀ ENERĢIJA. DŽOULA—TOMSONA EFEKTS

10.4.1. Reālas gāzes iekšējā enerģija. Reālas gāzes molekulu vidējā kinētiskā enerģija izsakāma tāpat kā ideālai gāzei — gāzes daudzumam v tā ir $vC_V T$. Reālai gāzei piemīt arī molekulu mijiedarbības potenciālā enerģija U_p . Tādēļ tās iekšējā enerģija U ir šāda:

$$U = vC_V T + U_p. \quad (10.9)$$

Ja gāzes blīvumi nav pārāk lieli, tad potenciālo enerģiju U_p nosaka galvenokārt molekulu pievilkšanās spēki un to aptuveni var aprēķināt, izmantojot spiediena korekciju p_i . Saskaņā ar vienādojumu (10.7) v molim

$$p_i = -v^2 a / V^2 \quad (10.10)$$

Pievilkšanās spēki ir potenciāli, un to veiktais darbs ir vienāds ar potenciālās enerģijas samazinājumu. Piemēram, ja šo spēku ietekmē gāze izplešas no tilpuma V līdz bezgalībai, tad gāzes izplešanās darbu var aprēķināt, izmantojot formulu (6.23) un ievietojot tajā tikai to spiedienu p_i , kuru nosaka molekulu pievilkšanās spēki. Rezultātā iegūst

$$U_p - U_{p\infty} = \int_V^\infty p_i dV, \quad (10.11)$$

kur U_p un $U_{p\infty}$ — molekulu mijiedarbības potenciālā enerģija, ja gāze aizņem tilpumu V vai bezgalīgi lielu tilpumu. Var pieņemt, ka $U_{p\infty}=0$. Tad, ņemot vērā sakarības (10.10) un (10.9), iegūst

$$U_p = - \int_v^{\infty} (v^2 a / V^2) dV = -v^2 a / V \quad (10.12)$$

un iekšējā enerģija

$$U = v C_V T - v^2 a / V = v (C_V T - v a / V). \quad (10.13)$$

Kā redzams, reālas gāzes iekšējā enerģija (atšķirībā no ideālas gāzes) ir atkarīga ne tikai no temperatūras, bet arī no tilpuma. Ja gāzes moltilpums V/v ir liels (retinātām gāzēm), reālas gāzes iekšējā enerģija maz atšķiras no ideālas gāzes iekšējās enerģijas.

10.4.2. Džoula—Tomsona efekts. Reālas gāzes temperatūra samazinās pat tad, ja, tai izplešoties, nemainās iekšējā enerģija, t. i., izplešanās laikā nenotiek siltumapmaiņa starp gāzi un apkārtējo vidi un gāze neveic darbu (izplešas tukšumā). Gāzei izplešoties, palielinās molekulu mijiedarbības potenciālā enerģija (pievilkšanās spēki), bet, lai iekšējā enerģija paliktu nemainīga, jāsamazinās molekulu kinētiskajai enerģijai, tātad jāsamazinās temperatūrai.

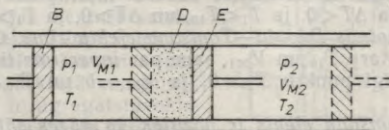
Ar molekulu mijiedarbības spēkiem saistīta gāzes temperatūras maiņa adiabatiskas droselēšanas procesā, kurā gāze izplūst caur porainu starpsienu. Gāzes temperatūras maiņu šajā procesā sauc par Džoula—Tomsona efektu. Ja temperatūra samazinās, tad uzskata, ka efekts ir pozitīvs, bet, ja pieaug, — ka negatīvs.

Aprēķināsim temperatūras izmaiņu adiabatiskas droselēšanas procesā. Pieņemsim, ka viens mols gāzes, kuras sākuma parametri p_1, T_1, V_{M1} , ar virzuli B (10.6. att.) tiek izspiests caur porainu starpsienu D , saglabājot starp virzuli B un starpsienu D nemainīgu spiedienu p_1 . Šīs gāzes beigu parametri ir p_2, V_{M2}, T_2 , pie tam virzulis E kustība nodrošina nemainīgu gāzes spiedienu p_2 procesa laikā ($p_1 > p_2; V_{M1} < V_{M2}$).

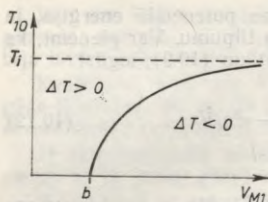
Tā kā siltumapmaiņa nenotiek $Q=0$, tad no pirmā termodinamiskā likuma izriet

$$A + U_2 - U_1 = 0. \quad (10.14)$$

Gāzes veiktais darbs A ir divu darbu A_1 un A_2 summa, kur A_1 — darbs, ko padara gāze, ja to saspiež no tilpuma V_{M1} līdz 0, saglabā-



10.6. att.



10.7. att.

gāzes temperatūra šajā procesā nemainās un $T_1 = T_2$. Reālo gāzu iekšējā enerģija U_1 un U_2 atšķiras no ideālas gāzes iekšējās enerģijas par atbilstošo U_p , bet spiedieni p_1 un p_2 atkarībā no gāzes parametriem var būt gan lielāki, gan mazāki nekā ideālas gāzes spiedieni, tādēļ atkarībā no gāzes parametriem iespējams gan pozitīvs, gan negatīvs Džoula—Tomsona efekts.

Ja sākumstāvoklī gāzi var uzskatīt par Van der Vālsa gāzi, bet beigās, kad tās blīvums daudz mazāks, — par ideālu gāzi, tad vienādojumu (10.15), ņemot vērā sakarības (10.6), (10.13), (6.13) un (6.38), var pārrakstīt šādi:

$$(RT_1/(V_{M1}-b) - a/V_{M1}^2)V_{M1} + C_V T_1 - a/V_{M1} = RT_2 + C_V T_2. \quad (10.16)$$

Pirmo saskaitāmo vienādojuma (10.16) kreisajā pusē var pārveidot:

$$\begin{aligned} \frac{RT_1 V_{M1}}{V_{M1}-b} &= \frac{RT_1(V_{M1}-b+b)}{V_{M1}-b} = \frac{RT_1(V_{M1}-b)}{V_{M1}-b} + \frac{RT_1 b}{V_{M1}-b} = \\ &= RT_1 + \frac{RT_1 b}{V_{M1}-b}. \end{aligned}$$

Ņemot vērā sakarību (6.40), iegūst

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left(\frac{RT_1 b}{V_{M1}-b} - \frac{2a}{V_{M1}} \right). \quad (10.17)$$

Reālām gāzēm temperatūras izmaiņa ΔT var būt gan pozitīva, gan negatīva, gan arī vienāda ar nulli. Pēc sakarības (10.17) var noteikt, ka $\Delta T = 0$ tad, ja gāzes sākuma temperatūra

$$T_{10} = 2a(V_{M1}-b)/(bR V_{M1}). \quad (10.18)$$

Tātad gāzei, kurai droselēšanas sākumā moltilpums ir V_{M1} , temperatūras izmaiņa $\Delta T < 0$, ja $T_1 < T_{10}$, un $\Delta T > 0$, ja $T_1 > T_{10}$, tātad temperatūrā T_{10} mainās Džoula—Tomsona efekta zīme. Grafiku, kas attēlo sakarību starp T_{10} un V_{M1} , sauc par *inversijas likni* (10.7. att.). Tai ir raksturīgi punkti: $T_{10} = 0$, ja $V_{M1} = b$ un $T_{10} \rightarrow T_1 = 2a/(Rb)$, ja $V_{M1} \rightarrow \infty$.

Džoula—Tomsona efekts ir pozitīvs, ja gāzes sākumstāvoklī attēlo punkts, kas atrodas zem inversijas liknes, t. i., ja temperatūra droselēšanas sākumā ir zemāka nekā inversijas temperatūra. Tem-

peratūra nemainīgu spiedienu p_1 ; A_2 — darbs, ko padara gāze, izplešoties no 0 līdz tilpumam V_{M2} , ja tās spiediens p_2 ir konstants. Tātad A_1 ir negatīvs, A_2 — pozitīvs. Ņemot vērā sakarību (6.23), darbs $A_1 = -p_1 V_{M1}$ un $A_2 = p_2 V_{M2}$. Ievietojot $(A_1 + A_2)$ formulā (10.14), iegūst

$$p_1 V_{M1} + U_1 = p_2 V_{M2} + U_2. \quad (10.15)$$

Šī sakarība ir vispārīga un nav saistīta ar noteiktu gāzes modeli. No ideālas gāzes likumiem izriet, ka ideālas

peratūru T_1 sauc par *inversijas robežtemperatūru*. Izmantojot saka-
ribas (10.8), iegūst, ka $T_1 = 27T_k/4$, kur T_k — kritiskā temperatūra.

Positīvajam Džoula—Tomsona efektam ir svarīga nozīme zemu
temperatūru iegūšanā un gāzu sašķidrīnāšanā.

10.5. VIELAS FĀZES, FĀZU PĀREJAS UN FĀZU LĪDZSVARS

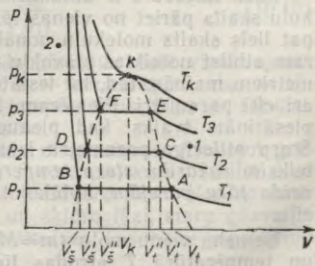
10.5.1. Vielas fāzes. Izotermiski saspiežot gāzi, tās spiediens un
blīvums palielinās. Ja gāzes temperatūra, piemēram, T_1 ir zemāka
nekā kritiskā temperatūra, tad, blīvumam sasniedzot noteiktu vē-
rtību $\rho_t = m/V_t$ (10.8. attēlā punkts A), to tāpat kā spiedienu vairāk
palielināt nevar. Tālāk samazinot tilpumu, sistēma sadalās divās
atsevišķās daļās — šķīdumā un piesātinātā tvaikā, kuras atdala no-
teikta virsma. Šķidruma blīvums $\rho_s = m/V_s$, kur V_s — tilpums, kādu
aizņem viela, kad viss tvaiks pārvērties šķīdumā (10.8. attēlā
punkts B). Šķidrums savukārt var pārvērsties cietvielā.

Sādas divas fizikāli viendabīgas un ar robežvirsmu norobežotas
daļas, kurās sadalās viela, sauc par *fāzēm*. Dažādu fāžu fizikālās
īpašības ir dažādas, bet vienas fāzes robežās tās visur ir vienādas.
Fāzes var atdalīt vienu no otras.

10.5.2. Pirmā un otrā veida fāžu pārejas. Vielas pāreju no vie-
nas fāzes otrā sauc par *fāžu pāreju*. Vielas dažādas fāzes var eksis-
tēt arī viena agregātstāvokļa ietvaros, piemēram, vienas cietvielas
fāzes ar dažādu kristālrežģa struktūru, dažādām elektriskām vai
magnētiskām īpašībām utt.

Apskatītās pārejas no gāzveida fāzes uz šķidro, kā arī no šķid-
rās uz cieto fāzi notiek, saglabājoties nemainīgam spiedienam un
ļoti maz mainoties temperatūrai, tādēļ var runāt par *fāžu pārejas
punktu*, kurā lēcienveidā mainās vielas blīvums (no ρ_t līdz ρ_s vai no
 ρ_s līdz ρ_c). Tāpat lēcienveidā mainās vielas iekšējā enerģija un citas
īpašības. Iekšējās enerģijas maiņa saistīta ar molekulu mijiedarbī-
bas potenciālās enerģijas maiņu, kura savukārt atkarīga no blīvuma
maiņas. Tādēļ, lai notiktu fāžu pāreja, sistēmai jāpievada vai no tās
jāaizvada *fāžu pārejas siltums*, kas kompensē gan iekšējās enerģī-
jas izmaiņu, gan arī ar tilpuma
maiņu saistīto darbu. Paaugstino-
ties temperatūrai, fāžu pārejas
siltums samazinās.

Ir divas fāžu pārejas grupas —
I un II veida fāžu pārejas. **Pirmā
veida fāžu pārejas** vienmēr saisti-
tas ar fāžu pārejas siltumu, un ta-
jās lēcieniem mainās sistēmas īpa-
šības (blīvums, iekšējā enerģija).
Sādas pārejas ir agregātstāvokļu
maiņa, parasti arī vielas kristālī-
kās struktūras maiņa. Pāreju no
šķidrā stāvokļa uz gāzveida stā-



10.8. att.

vokli sauc par iztvaikošanu, pretēju pāreju — par kondensāciju, no cietā stāvokļa uz šķidro — par kušanu, bet no cietā stāvokļa uz gāzveida — par sublimāciju, pretēju pāreju — par kristalizāciju.

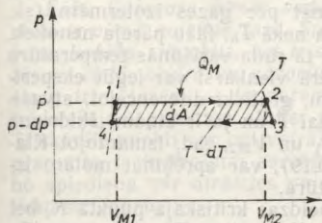
Par otrā veida fāžu pāreju sauc procesu, kurā lēcieniem mainās sistēmas īpašību atkarība no temperatūras un spiediena, bet vielas blīvums, iekšējā enerģija un entropija šādās pārejās nemainās lēcieniem. Tādēļ II veida fāžu pārejas nav saistītas ar fāžu pārejas siltumu, bet, tā kā lēcieniem mainās, piemēram, iekšējās enerģijas atkarība no temperatūras (liknei fāžu pārejas punktā ir lūzums), tad fāžu pārejas punktā lēcieniem mainās iekšējās enerģijas atvasinājums pēc temperatūras jeb siltumietilpība C_V . Piemēram, otrā veida fāžu pāreja ir šķidrā hēlija pāreja supraplūstamības stāvokli, vadītāja pāreja supravadītspējas stāvokli, pāreja no feromagnētiskās fāzes uz paramagnētisko u. c. Sajos gadījumos sistēmā mainās simetrija (piemēram, mainās magnētisko momentu orientācija) un pāreja notiek uzreiz visā sistēmas tilpumā. **Temperatūru T_C , kurā notiek otrā veida fāžu pāreja, sauc par Kīri punktu.**

10.5.3. Kritiskais stāvoklis. Kondensācijai un iztvaikošanai atbilst gāzes izotermu horizontālie posmi (10.8. att.). Paaugstinoties temperatūrai, tas tilpumu intervāls ($V_t - V_s$), kurā notiek šī fāžu pāreja, samazinās un kļūst vienāds ar nulli kritiskajā punktā K , kad $T = T_k$ un $p = p_k$. Tajā pašā laikā, paaugstinoties temperatūrai, palielinās piesātinātā tvaika spiediens un blīvums (jo $V_t > V'_t > V''_t$), bet samazinās šķidrums blīvums (jo $V_s < V'_s < V''_s$). *Kritiskajā punktā šķidrums un piesātinātā tvaika blīvumi kļūst vienādi ($\rho_s = \rho_t$) un izzūd atšķirības starp šķidro un gāzveida fāzi, izzūd fāžu robežvirsmas, tāpat arī šķidrums virsmas spraigums, un fāžu pārejas siltums kļūst vienāds ar nulli. Tā kā kritiskajā punktā izotermi ir pārliekuma punkts un $(dp/dV)_T = 0$ (spiediens nav atkarīgs no tilpuma), bet termiskās izplešanās koeficients $(dV/dT)_p$ kļūst bezgalīgi liels, tad šajā punktā novērojamas ļoti lielas vielas blīvuma fluktuācijas.*

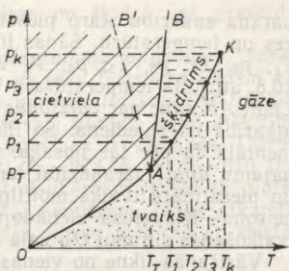
10.5.4. Fāžu līdzsvars. Klapeirona—Klauziusa vienādojums. Ja divas vai vairākas fāzes noteiktos apstākļos eksistē vienlaikus, pie tam vienas fāzes masa nemainās uz citas fāzes rēķina, tad saka, ka ir iestājies šo fāžu līdzsvars.

Fāžu līdzsvars ir dinamisks. Noteiktā laika sprīdī zināms molekulu skaits pāriet no vienas fāzes uz citām, bet šajā pašā laikā tikpat liels skaits molekulu nonāk tajā no citām fāzēm. Fāžu līdzsvaram atbilst noteiktas stāvokļu parametru vērtības. Ja kāds no parametriem mainās, tad, lai iestātos jauns līdzsvara stāvoklis, jāmaina arī citi parametri. Piemēram, lai paliktu līdzsvarā sistēma ūdens—piesātināts tvaiks, kad pieaug temperatūra, jāpalielina spiediens. Starp attiecīgo parametru izmaiņām pastāv noteikta sakarība. Noteiksim sakarību starp temperatūras un spiediena izmaiņām pirmā veida fāžu pārejām, aplūkojot, piemēram, iztvaikošanu—kondensāciju.

Nesim vienu molu ($m = M$) šķidrums, kas aizņem tilpumu V_{M1} un temperatūrā T atrodas līdzsvarā ar savu piesātināto tvaiku. Tvaika daudzums ir tik mazs, ka to var neievērot, bet tā spiediens



10.9. att.



10.10. att.

ir p (10.9. attēlā stāvoklis 1). Lai visu šķidrumu pārvērstu tvaikā, saglabājot nemainīgu temperatūru T , šķidrumam jāpievada siltuma daudzums Q_M , ko sauc par molāro iztvaikošanas siltumu. Iegūtais tvaiks aizņem tilpumu V_{M2} (stāvoklis 2). Pazemināsim tvaika temperatūru par dT , reizē nedaudz palielinot tilpumu tā, lai tvaiks paliktu piesātināts, bet nesāktos kondensācija. Tajā pašā laikā samazinās arī piesātinātā tvaika spiediens par dp (stāvoklis 3). Pēc tam, samazinot vielas aizņemto tilpumu un aizvadot zināmu siltuma daudzumu, notiek vielas kondensācija nemainīgā temperatūrā $T-dT$. Šķidruma aizņemtais tilpums beigās ir nedaudz mazāks nekā V_{M1} (stāvoklis 4). No stāvokļa 4 var pāriet uz sākumstāvokli 1, paaugstinot temperatūru līdz T un spiedienu līdz p . Tad viela atkal ieņem sākotnējo tilpumu V_{M1} . Visā ciklā viela ir padarījusi darbu, ko aptuveni var izteikt šādi: $dA = dp(V_{M2} - V_{M1})$. Cikls 1—2—3—4—1 maz atšķiras no Karno cikla, jo posmi 1—2 un 3—4 ir izoterms, bet posmi 2—3 un 4—1 ir diferenciāli mazi un, ja tos aizstātu ar adiabatām, ļoti maz mainītos cikla aptuvenais laukums. Tādēļ cikla lietderības koeficientu dA/Q_M var izteikt arī pēc formulas (9.7). Tad $dp(W_{M2} - V_{M1})/Q_M = (T - (T - dT))/T = dT/T$, no kurienes iegūst Klapeirona—Klauziusa vienādojumu

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q_M}{T(V_{M2} - V_{M1})}. \quad (10.19)$$

Vienādojums derīgs visām pirmā veida pārejām. Šajā vienādojumā Q_M — molārais fāžu pārejas siltums; T — temperatūra, V_{M1} — tilpums tai fāzei, kas stabila zemākās temperatūrās; V_{M2} — tilpums fāzei, kas stabila augstākās temperatūrās.

10.5.5. Fāžu līdzsvara līknes un fāžu diagrammas. Attēlojot grafiski termodinamisko parametru p un T vērtības, kuras atbilst divu fāžu līdzsvara stāvokļiem, iegūst fāžu līdzsvara līkni. Var apskatīt fāžu līdzsvara līknes starp gāzveida un šķidro fāzi, starp gāzveida un cieto fāzi, kā arī starp šķidro un cieto fāzi. Tās visas kopā veido pT plaknē fāžu līdzsvara diagrammu.

Gāzveida un šķidrās fāzes līdzsvara līkne (10.10. attēlā līkne AK)

parāda sakarību starp piesātināta tvaika spiedienu virs šķidrās fāzes un temperatūru. Šādas liknes punktu koordinātas, piemēram, $p_1, T_1; p_2, T_2; p_3, T_3; p_k, T_k$ var uzziņāt pēc gāzes izotermām (sk. 10.8. att.). Ja temperatūra ir augstāka nekā T_k , fāžu pāreja nenotiek. Līkni AK sauc par *vārišanās līkni*, jo tā rāda vārišanās temperatūru atkarībā no spiediena. So līkni samērā vienkārši var iegūt eksperimentāli. Ja pēc tās nosaka, piemēram, grafiski diferencējot, atvasinājumu dp/dT izraudzītai temperatūrai T un ja ir zināmi šķidrums piesātināta tvaika moltilpumi V_{M1} un V_{M2} , tad, izmantojot Klapeirona—Klauziusa vienādojumu (10.19), var aprēķināt molāro iztvaikošanas siltumu Q_M šajā temperatūrā.

Vārišanās līkne no vienas puses beidzas kritiskajā punktā K , bet no otras — punktā A , no kura sākas divas citas fāžu līdzsvara liknes AB un AO . Tādēļ punktu A sauc par *trīskāršo punktu*. Tam atbilst spiediens p_T un temperatūra T_T .

Līkne AB ir *cietās un šķidrās fāzes līdzsvara līkne*. To sauc par *kušanas līkni*, jo tā parāda kušanas temperatūras atkarību no spiediena. Kušanas līkne ir daudz stāvāka nekā vārišanās līkne. Tas izriet arī no Klapeirona—Klauziusa vienādojuma, jo parasti kušanas un iztvaikošanas siltumi atšķiras nedaudz (apmēram par kārtu), bet moltilpuma izmaiņa kušanas procesā ir daudz mazāka nekā iztvaikošanas procesā. Vairumam vielu kušanas temperatūra nedaudz pieaug, palielinoties spiedienam. Tikai dažām vielām (piem., ūdenim, bismutam), kurām šķidrāajā fāzē tilpums ir mazāks nekā cietajā fāzē, palielinoties spiedienam, kušanas temperatūra samazinās (līkne AB'). Tas arī saskan ar Klapeirona—Klauziusa vienādojumu.

Līkne AO ir *cietās un gāzveida fāzes līdzsvara līkne*. Tā rāda piesātināta tvaika spiedienu virs cietās fāzes atkarībā no temperatūras. Spiedienu intervālā no p_k līdz p_T , paaugstinot cietvielas temperatūru, cietviela vispirms izkūst un tikai pēc tam iztvaiko, bet, pazeminot temperatūru, viela vispirms kondensējas (rodas šķidrums) un tikai pēc tam — kristalizējas. Turpretī spiedienu intervālā no 0 līdz p_T , ja cietvielu silda, tā iztvaiko, bet nepārvēršas šķidrumā — notiek *sublimācija*. Tādēļ līkni AO sauc par *sublimācijas līkni*. Piemēram, oglekļa dioksīdam $T_T = 216,7$ K un spiediens $p_T = 5 \cdot 10^5$ Pa (aptuveni pieckārt pārsniedz normālu atmosfēras spiedienu). Normālos apstākļos cietais oglekļa dioksīds (sausais ledus) nevis izkūst, bet pārvēršas gāzē — notiek sublimācija. Savukārt atdzesējot gāzi, šajā spiedienu intervālā notiek nevis kondensācija, bet kristalizācija.

Iztvaikošanas līkne ir vienīgā fāžu līdzsvara līkne, kura izbeidzas noteiktā punktā (kritiskajā), tādēļ tikai šajā gadījumā iespējama nepārtraukta pāreja (bez fāžu pārejas) no gāzveida stāvokļa šķidrāajā. Piemēram, ja vielas temperatūra $T > T_k$ un spiediens $p > p_k$, viela atrodas gāzveida stāvoklī. Saglabājot nemainīgu spiedienu un pazeminot temperatūru, gāze pārvēršas šķidrumā, kad T kļūst vienāda T_k , taču nenotiek vielas īpašību lēcienveida maiņa. Tas liecina par to, ka starp gāzveida stāvokli un šķidro stāvokli nav principiālas atšķirības. Nepārtraukta pāreja uz kristālisko stāvokli nav iespējama,

kristāliskais stāvoklis principiāli atšķiras no šķidrā vai gāzveida stāvokļa.

Fāžu līdzsvara liknes sadala pT diagrammu apgabalos, kuros viela ir vienā noteiktā fāzē. Stāvokļiem uz fāžu līdzsvara līknēm atbilst divfāžu stāvoklis, bet triskāršajos punktos līdzsvarā ir trīs fāzes — cietā, šķidrā un gāzveida. Triskāršajā punktā izzūd atšķirība starp trim fāzēm — to parametri un īpašības ir vienādas. Ūdens triskāršajam punktam atbilst parametri $T_T=273,16$ K; $p_T=610$ Pa. Triskāršie punkti var būt vairāki, un pat vienkāršām vielām fāžu diagrammas ir ievērojami sarežģītākas. Tā, piemēram, ledus atkarībā no spiediena var atrasties vairākās fāzēs, kuras atšķiras ar kristālisko struktūru.

10.6. VIELAS ŠĶIDRĀ UN CIETĀ AGREGĀTSTĀVOKĻA ĪPATNĪBAS

10.6.1. Šķidrumu uzbūve. Starp šķidrumiem un gāzēm it kā nav principiālas atšķirības, tomēr kvantitatīvās atšķirības ir tik lielas, ka šķidrumu īpašības ievērojami atšķiras no gāzu īpašībām. Galvenā atšķirība no gāzēm ir tā, ka šķidrums saglabā tilpumu un tam ir noteikta virsma.

Šķidrumu blīvumi ir tūkstošiem reižu lielāki nekā gāzu blīvumi, ja temperatūra nav tuvu kritiskajai, un maz atšķiras no tās pašas vielas blīvuma cietā stāvoklī. Tātad vidējie attālumi starp molekulām šķidrumsos ir daudz mazāki nekā vidējie attālumi gāzēs un maz atšķiras no vidējiem attālumiem cietvielās. Molekulas šķidrumsos svārstās ap līdzsvara stāvokli, pie tam vidējā kinētiskā enerģija nedaudz mazāka par minimālo potenciālās enerģijas skaitlisko vērtību. Mijiedarbības potenciālo enerģiju šķidrumsos atšķirībā no gāzēm nosaka vairāku tuvāko molekulu mijiedarbība, bet vidējie attālumi ir aptuveni vienādi ar to attālumu, kurā potenciālajai enerģijai ir minimālā vērtība.

Šķidrumiem raksturīga tuva kārtība. Tas nozīmē, ka noteikts viendabīgs izvietojums ir tikai tuvākajām molekulām. Lielākos attālumos šāda kārtība nesaglabājas, tādēļ šķidrumiem atšķirībā no cietvielām nav raksturīga anizotropija (īpašību atkarība no virziena; sk. 10.6.6. nodaļojumu). Nelielos attālumos molekulu izvietojums šķidrumsos ir līdzīgs to izvietojumam cietvielās.

Pastāv samērā liela vārbūtība, kura līdz ar temperatūru pieaug, ka šķidruma molekulas kinētiskā enerģija pārsniedz potenciālo enerģiju un molekula var pārlēkt uz citu potenciāla bedri, izspraucoties starp tuvākajām molekulām. Molekulai svārstoties ap līdzsvara stāvokļiem, svārstību frekvence ir ar kārtu 10^{13} Hz, bet vidēji ik pēc $10^{-9} \dots 10^{-11}$ s molekula pārlec uz jaunu vietu. Šāda molekulu kustība, kuru sauc par *migrāciju*, nodrošina šķidrumu plūstamību. Tikai laika sprīžos, kuri īsāki par 10^{-9} s, šķidrumiem piemīt formas elastība līdzīgi kā cietvielām.

Priekšstatus par šādu molekulu kustību šķidrumsos izveidoja J. Frenkels (1894—1952). Pilnīga šķidrumu teorija nav izstrādāta.

10.6.2. Šķidruma virsma. Virsmas spraigums. Šķidruma virskārtā

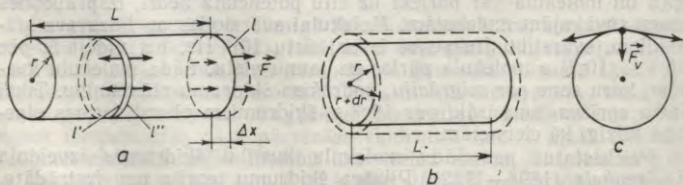
un tā virsmas tuvumā darbojas spēki, kuri nodrošina šķidrums virsmas saglabāšanos un neļauj molekulām aiziet no tilpuma. Taču siltumkustības dēļ daļai molekulu ir pietiekami liela kinētiskā enerģija, lai izietu no šķidrums, tādēļ jebkurā temperatūrā šķidrums iztvaiko. Paaugstinoties temperatūrai, iztvaikošanas intensitāte pieaug. Slēgtā traukā no šķidrums atrāvušās molekulas veido piesātinātu tvaiku.

Īpašā stāvoklī ir molekulas, kuras atrodas šķidrums virskārtā. Tām no šķidrums neļauj aiziet mijiedarbības spēki, kuriem tad, ja molekula tuvojas šķidrums virsmai, ir pievilkšanās spēku raksturs. Tādējādi uz šķidrums virsmas slāni, kura biezums nēdaudz lielāks nekā molekulas efektīvais diametrs, darbojas spēki, kas vērsti perpendikulāri šķidrums virsmai. Šie spēki nodrošina šķidrums virsmas minimālo laukumu, jo, lai palielinātu virsmas laukumu, daļai molekulu jāpārvar minētie spēki un jāpāriet no tilpuma uz virsmu, kur tās potenciālā enerģija ir lielāka nekā tilpumā. Atbilstoši šķidrums virskārtā molekulu blīvums ir mazāks, bet attālumi (r) starp tām lielāki nekā tilpumā (r_0) un pārsvarā ir pievilkšanās spēki. Rezultātā šķidrums virskārta ir it kā izstieptā stāvoklī un šķidrums cenšas pieņemt tādu formu, lai tā virsmas laukums būtu vismazākais (piemēram, lodes formu, ja uz šķidrums nedarbojas ārējie spēki) un šķidrums virsmas potenciālā enerģija būtu pēc iespējas mazāka. Parasti šķidrums virsmu raksturo ar virsmas enerģijas izmaiņu, kuru var saistīt ar darbu ΔA , kas jāpadara ārējiem spēkiem, lai šķidrums virsmas laukumu palielinātu par ΔS . Tad par šķidrums virsmas spraiguma koeficientu α sauc lielumu, kurš vienāds ar darbu, kas jāveic, lai virsmas laukumu palielinātu par vienu vienību, saglabājot nemainīgu šķidrums temperatūru,

$$\alpha = \Delta A / \Delta S. \quad (10.20)$$

Virsmas spraiguma koeficients ir atkarīgs no temperatūras un raksturo divu vielu, piemēram, šķidrums un gaisa, robežvirsmu, jo virsmas molekulu stāvoklī ietekmē arī mijiedarbības spēki ar otrās vides molekulām. Ja otrā vide ir gāze, tad šī ietekme ir niecīga, bet šķidrums un cietvielu gadījumā var būt ievērojama.

Šķidrums virsmas spraiguma koeficientu var saistīt arī ar tangenciāliem virsmas spraiguma spēkiem, kuri it kā sastiepj šķidrums virskārta un cenšas samazināt virsmas laukumu. Pieņemsim, ka šķidrums ir cilindra forma (10.11. att. a). Lai palielinātu šķidrums virsmas laukumu, palielinot cilindra garumu par Δx , saskaņā ar



10.11. att.

formulu (10.20), jāveic darbs $\Delta A = \alpha \Delta S = \alpha l \Delta x$, kur $l = 2\pi r$. To pašu darbu var izteikt arī citādi. Lai palielinātu cilindra virsmas garumu, pārvarot virsmas spraiguma spēkus, kuri darbojas katrā riņķa līnijā l punktā perpendikulāri šai līnijai pa virsmas pieskāri (t. i., cilindra ass virzienā), jāpieliek tikpat liels pretēji vērstis spēks F , kas padara darbu $\Delta A = F \Delta x$. No abām darba izteiksmēm iegūst

$$\alpha = F/l. \quad (10.21)$$

Tātad virsmas spraiguma koeficients α skaitliski vienāds ar virsmas spraiguma spēku, kurš darbojas uz virsmas robežas garuma vienību. Ūdens virsmas spraiguma koeficients (attiecībā pret gaisu) istabas temperatūrā ir aptuveni 0,073 N/m.

Apskatītajā gadījumā tādi paši spēki darbojas perpendikulāri jebkurai iedomātai virsmas šķēluma līnijai, piemēram, l' vai l'' . Cilindra veidules virzienā virsma nav liekta un to spēku summa, kuri darbojas uz virsmas elementu starp diviem šim virzienam perpendikulāriem šķēlumiem, vienāda ar nulli. Ja kādā virzienā virsma ir liekta, tad virsmas elementam, kas atrodas starp diviem paralēliem šķēlumiem, pielikti spēki, kuru summa nav vienāda ar nulli. Kopspēks vērstis uz virsmas liekuma centru un rada uz šķidrumu papildu spiedienu p_v .

10.6.3. Šķidruma spiediens zem liektas virsmas. Aprēķināsim vispirms spiedienu p_v cilindriskai virsmai. Lai palielinātu šķidruma virsmu, palielinot cilindra rādiusu par dr (10.11. att. b), saskaņā ar formulu (10.20) jāveic darbs $dA = \alpha dS$. Tas saistīts ar tiem virsmas spraiguma spēkiem, kuri darbojas cilindra asij paralēlā virsmas šķēlumā, un to kopspēks F_v , kas darbojas uz virsmas laukuma elementu, vērstis perpendikulāri šķidruma virsmai (10.11. att. c). Tādēļ to pašu darbu var aprēķināt kā spiediena spēka darbu $dA = p_v dV$. No abām darba izteiksmēm izriet, ka $p_v = \alpha dS/dV$. Tā kā $dS = d(2\pi rL) = 2\pi L dr$ un $dV = d(\pi r^2 L) = 2\pi r L dr$, iegūst, ka zem cilindriskas virsmas, kuras rādiuss r , virsmas spraiguma spēki rada spiedienu

$$p_v = \alpha/r. \quad (10.22)$$

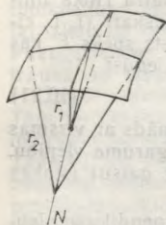
Spēks, kurš vienāds ar p_v , darbojas uz katru cilindriskas virsmas laukuma vienību un vērstis uz virsmas liekuma centra pusi. Tā tas ir arī tad, ja virsma ir cilindriskas virsmas daļa. Ja šķidruma virsmas liekuma centrs atrodas šķidruma iekšienē (virsma izliekta), spiediens šķidrumā palielinās par lielumu p_v . Zem ieliektas virsmas (liekuma centrs ārpus šķidruma) spiediens samazinās par p_v .

Ja šķidruma virsma nav cilindriskā, tad spiedienu p_v zem tās var noteikt, zinot dotajā virsmas punktā liekuma rādiusus r_1 un r_2 (10.12. att.) līnijām, kuras iegūst, šķēļot šķidruma virsmu ar divām savstarpēji perpendikulārām normālplaknēm, proti,

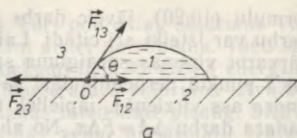
$$p_v = \alpha(1/r_1 + 1/r_2). \quad (10.23)$$

Sfēriskai virsmai $r_1 = r_2 = r$ un spiediens

$$p_0 = 2\alpha/r,$$



10.12. att.



10.13. att.

bet cilindriskai virsmai viens no rādiusiem ir bezgalīgi liels, otrs vienāds ar cilindra rādiusu un formula (10.23) saskan ar (10.22). Formulu (10.23) pirmais ieguva *P. Laplase* (1749—1827), un to sauc par *Laplase* formulu.

10.6.4. Slapināšana. Dažreiz jāņem vērā spraiguma spēki, kuri darbojas uz robežvirsmas starp trim vidēm. Piemēram, ja neliels šķidrums piliens atrodas uz cieta ķermeņa virsmas (10.13. att., kur 1 — šķidrums piliens, 2 — ciets ķermenis, 3 — gāzveida vide), tad, nosakot tā formu, jāņem vērā spraiguma spēki, kuri darbojas uz robežvirsmas starp gāzi (gaisu) un šķidrumu, gāzi un cietu ķermeni, šķidrumu un cietu ķermeni. Visām robežvirsmām ir kopīga robežlinija. Šķidruma molekulas stāvokli, ja tā atrodas uz šīs robežlinijas, ietekmē mijiedarbības spēki starp tuvākajām visu triju veidu molekulām un to attiecības arī nosaka šķidruma piliena formu.

Robežvirsmu starp jebkurām divām vidēm raksturo attiecīgais virsmas spraiguma koeficients α_{12} , α_{13} vai α_{23} . Piliena formu nosaka leņķis θ , kuru veido cietā ķermeņa virsma un šķidruma virsmas pieskāre, kas novilkta robežlinijas punktā *O*. Leņķi θ sauc par *malas leņķi*. Tas atkarīgs no spraiguma koeficientiem α_{12} , α_{13} , α_{23} .

Uz mazu robežlinijas daļu Δl , kura punktā *O* perpendikulāra zīmējuma plaknei, darbojas trīs virsmas spraiguma spēki $F_{12} = \alpha_{12}\Delta l$; $F_{13} = \alpha_{13}\Delta l$; $F_{23} = \alpha_{23}\Delta l$. Tie vērsti perpendikulāri Δl pa robežvirsmu pieskārēm. Ja piliens atrodas līdzsvarā uz horizontālas cieta ķermeņa virsmas, tad šo spēku projekciju summa uz virsmas ir vienāda ar nulli. Tādēļ $\alpha_{23}\Delta l = \alpha_{12}\Delta l + \alpha_{13}\Delta l \cos \theta$, no kurienes

$$\cos \theta = (\alpha_{23} - \alpha_{12}) / \alpha_{13}. \quad (10.24)$$

Ja $\alpha_{23} - \alpha_{12} > 0$, kam atbilst $\theta < \pi/2$ (10.13. att. a), tad saka, ka dotajā gāzveida vidē šķidrums slapina cieto ķermeni. Ja $\theta = 0$, tad šķidrums izplūst pa cietā ķermeņa virsmu un saka, ka šķidrums pilnīgi slapina cieto ķermeni. Turpretim, ja $\alpha_{23} - \alpha_{12} < 0$, kam atbilst $\theta > \pi/2$ (10.13. att. b), saka, ka dotajā vidē šķidrums neslapina cieto ķermeni. Robežgadījumā, ja $\theta = \pi$, saka, ka šķidrums pilnīgi neslapina cieto ķermeni, un, ja gravitācijas spēkus var neņemt vērā, tad

šķidrums pilienam ir lodes forma. Piemēram, ūdens gaisā pilnīgi slapina tīru stiklu, bet dzīvsudrabs gaisā pilnīgi neslapina stiklu.

10.6.5. Kapilaritāte. Ja šķidrums atrodas traukā, tad trauka sienu tuvumā šķidrums virsma kļūst liekta. Liekuma veidu un lielumu nosaka malas leņķis Θ , kā arī trauka izmēri. Ja trauka izmēri ir mazi un visa šķidrums virsma ir liekta, tad tādu trauku sauc par kapilāru, bet liekto virsmu — par menisku. Spiediens zem stipri liektas virsmas var ievērojami atšķirties no hidrostatiskā spiediena, un tādēļ kapilāros šķidrums staba augstums var ievērojami mainīties molekulu mijiedarbības spēku ietekmē.

Aprēķināsim šķidrums staba augstumu h cilindriskā vertikālā kapilārā ar rādiusu R , ja malas leņķis ir Θ , šķidrums un gaisa robežvirsmas spraiguma koeficients α , virsma ir sfēriska un ieliekta ($\Theta < \pi/2$ un šķidrums slapina kapilāra sienu) (10.14. att.).

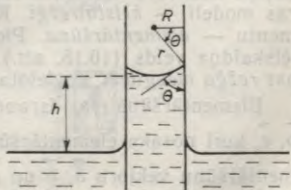
No šķidrums līdzsvara nosacījuma (virsmas spraiguma spēku radītais spiediena spēks vienāds ar paceltā šķidrums smaguma spēku) $p_{\nu}\pi R^2 = \pi R^2 h \rho g$, kur ρ — šķidrums blīvums; h — šķidrums pacelšanās augstums. Ņemot vērā formulu (10.23), iegūst $2\alpha/r = \rho h g$. Šajā sakarībā r — šķidrums virsmas liekums rādiuss; g — brīvās krišanas paātrinājums. Sfēriskas liektās virsmas gadījumā (10.14. att.) rādiusu r un malas leņķi Θ saista sakarība $r = R/\cos \Theta$. Tad augstumu h var izteikt šādi:

$$h = \frac{2\alpha}{R\rho g} \cos \Theta. \quad (10.25)$$

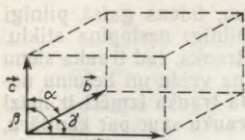
Šķidrumam, kas slapina kapilāru ($\Theta < \pi/2$), augstums $h > 0$ un šķidrums kapilārā paceļas uz augšu, bet, ja šķidrums kapilāru neslapina ($\Theta > \pi/2$), augstums $h < 0$, tad šķidrums līmenis kapilārā noslīd uz leju.

Šķidrumu kustībai kapilāros ir liela nozīme tehnikā un dabā. Šādā veidā notiek, piemēram, augu apgāde ar ūdeni.

10.6.6. Cietu ķermeņu uzbūve. Kristālrežģis. Cieti ķermeņi no šķidrumiem atšķiras galvenokārt ar to, ka tie ne tikai saglabā tilpumu, bet arī formu, tātad cietiem ķermeņiem raksturīga formas elastība. Salīdzinājumā ar šķidrumiem cietu ķermeņu molekulu mijiedarbības spēki ir tik lieli, ka mijiedarbības potenciālā enerģija ievērojami pārsniedz (skaitliski) molekulu kinētisko enerģiju un tā nav pietiekama, lai molekula atstātu savu vietu (potenciāla bedri). Tādēļ molekulu vidējie stāvokļi ir noteikti un to izvietojums telpā ir periodisks. Molekulas atrodas stāvokļos, kuros to mijiedarbības potenciālā enerģija ir tuva minimālajai vērtībai. Saka, ka cietos (kristāliskos) ķermeņos ir tālā kārtība. Atšķirībā no šķidrumiem noteikta kārtība ne tikai saglabājas visa cietā ķermeņa robežās, bet cietvielās molekulu periodiskais



10.14. att.



10.15. att.

izvietojums arī ar laiku nemainās, kaut gan vidējie attālumi starp molekulām maz atšķiras no attālumiem šķidrums. Cietvielās molekulas galvenokārt var tikai svārstīties ap līdzsvara stāvokli. Molekulu mijiedarbības spēki arī nodrošina cietu ķermeņu formas elastību.

Vielas stāvokli, kad molekulas (atomi, joni) savstarpēji cieši saistītas un to sakārtojumā pastāv noteikts periodiskums, sauc par *kristālistisku stāvokli* un vielu šādā stāvoklī — par *kristālu*.

Pazīstams arī tāds vielas stāvoklis, kas ārēji atgādina cietu ķermeni (piemēram, stikls), bet tā molekulu novietojumam nav stingras kārtības. Sādu vielu struktūra līdzīga šķidrums struktūrai, un vielas stāvokli sauc par *amorfu stāvokli*. To var uzskatīt par šķidrums ar ļoti lielu viskozitāti, un šīs vielas pēc būtības nevar pieskaitīt pie cietvielām. Tajās ļoti lēni notiek pāreja no šķidrā stāvokļa uz cieto — kristalizācija.

Cietos kristālistiskos ķermeņos daļiņu sakārtojums dažādos virzienos var būt dažāds. Tas nosaka raksturīgāko kristālu īpašību — *anizotropiju*, t. i., īpašību atkarību no virziena. Kristālos no virziena var būt atkarīgas daudzas mehāniskās, elektriskās, optiskās un citas īpašības.

Tomēr cietu ķermeņu makroskopisko īpašību anizotropija nepārādās vienmēr. Tas saistīts ar to, ka lielākā daļa cietu ķermeņu sastopami polikristālistiskā veidā. *Polikristālistiska viela* sastāv no ļoti daudziem haotiski orientētiem kristālistiskiem graudiņiem, kurus sauc par *kristālistiem*. Kaut gan kristālistu robežās ir noteikts atomu vai molekulas sakārtojums (tālā kārtība), tomēr kristālistu haotiskās orientācijas dēļ makroskopiskās īpašības polikristālistiskām vielām ir izotropas.

Speciālos apstākļos vielas pāreja cietā stāvoklī — kristalizācija var notikt tā, ka noteikta kārtība jebkurā virzienā saglabājas visā kristāla tilpumā. Sādu kristālu sauc par *monokristālu*, un tam ir raksturīga fizikālo īpašību anizotropija.

Kristālu veidojošo daļiņu (atomu, molekulu, jonu) periodiskais sakārtojums nosaka kristāla struktūru. Ja ar punktiem attēlo vielas daļiņu līdzsvara stāvokļus ideālā kristālā, iegūst šī kristāla struktūras modeli — *kristālrežģi*. Kristālrežģi var izdalīt tā uzbūves elementu — *elementāršūnu*. Piemēram, elementāršūnai var būt paralēlskaldņa veids (10.15. att.). Paralēlskaldņa virsotnēs, kuras sauc par *režģa mezgliem*, novietotas daļiņas.

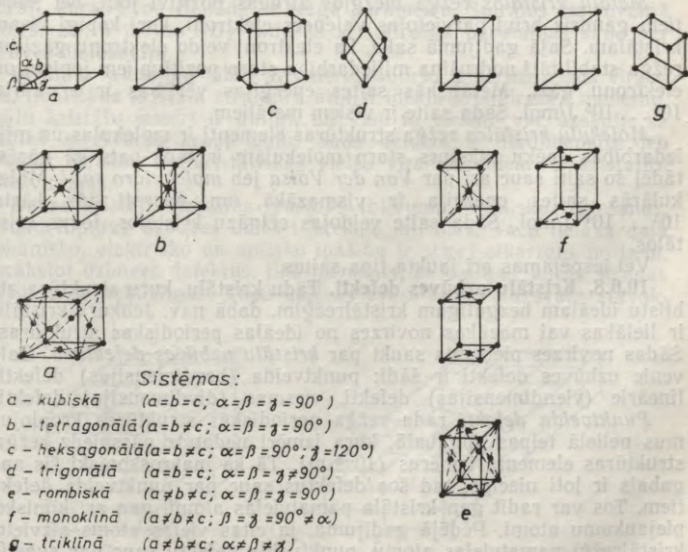
Elementāršūnā var izraudzīties trīs nekomplanārus vektorus \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , kuri nosaka elementāršūnas geometrisko formu. Translējot elementāršūnu vektoru \vec{a} , \vec{b} un \vec{c} virzienos tā, ka pārvietojumi vienādi ar šiem vektoriem, var iegūt *telpisko režģi*, kura elementāršūna ir tāda pati kā kristālrežģim.

Lai raksturotu elementāršūnu, var uzdot vektorus \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} (to izvēle nav viennozīmīga) vai arī vektoru garumus a , b , c un leņķus starp tiem α , β , γ (10.15. att.). Sos sešus lielumus sauc par *kristālrežģa parametriem*, ja a , b un c ir vismazākie iespējamie.

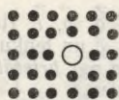
Ja daļiņas novietotas tikai elementāršūnas virsotnēs, tad tā ir *vienkārša šūna*. Tā satur tikai vienu daļiņu, jo katra daļiņa šūnas virsotnē vienlaikus pieder astoņām blakus esošām šūnām (ja šūnai ir paralēlskaldņa forma). *Saliktās elementāršūnās* daļiņu skaits var būt lielāks par vienu un tās var būt novietotas ne tikai paralēlskaldņa virsotnēs, bet arī paralēlskaldņa telpisko diagonāļu krustpunktā, visu skaldņu centros vai tikai divu pretējo skaldņu centros. Pirmajā gadījumā saka, ka šūna ir *tilpumā centrēta*, otrajā — *skaldnē centrēta*, bet trešajā — *bāzē centrēta*. Visos gadījumos elementāršūnas forma var būt viena un tā pati, viens un tas pats telpiskais režģis, bet dažādi kristālrežģi.

Pēc telpiskā režģa elementāršūnas formas un simetrijas kristālus šķiro septiņās sistēmās jeb *singonijās*: kubiskā, tetragonālā, heksagonālā, trigonālā, rombiskā, monoklīnā un triklinā (10.16. att.).

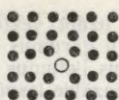
10.6.7. Saišu veidi kristālrežģī. Atkarībā no tā, kādas daļiņas atrodas kristālrežģa mezglos un kāda veida mijiedarbība starp tām ir galvenā, kristālus grupē *jonu, atomu, metālu un molekulu kristālos*. Starpību starp izolētas daļiņas enerģiju un tās enerģiju kristālrežģī



10.16. att.

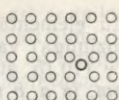


a

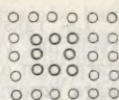


b

10.17. att.



a



b

10.18. att.

sauc par *saites enerģiju*. Tās vērtība dažādām vielām svārstās robežās no 0,1 līdz 7 eV vienai daļiņai, resp., 10^4 līdz $7 \cdot 10^5$ J/mol.

Kristāli ar jonu saiti (jonu kristāli) sastāv no pretēju zīmju joniem, kuri novietoti kristālrežģa mezglos. Šādu saiti sauc arī par *heteropolāro (valento) saiti*. Jonu kristālos mijiedarbības spēkiem ir elektrostatisks daba. Jonu saites enerģija ir ar kārtu $10^5 \dots 10^6$ J/mol. Tipiski jonu kristāli ir NaCl un LiF.

Atomu kristālos starp atomiem izveidojas *kovalentā saite*, režģa mezglos atrodas neitrāli atomi. Sajos kristālos atomu mijiedarbību nodrošina tas, ka divi valences elektroni vienlaikus pieder diviem atomiem. Šādam stāvoklim atbilst potenciālās enerģijas minimums un saites enerģija ir ar kārtu $10^5 \dots 10^6$ J/mol. Piemēram, kovalentā saite ir silīcija un dimanta kristālos.

Metālu kristālos režģa mezglos atrodas pozitīvi joni, bet starp tiem gandrīz brīvi pārvietojas valences elektroni, kuri kopīgi visam kristālam. Sajā gadījumā saka, ka elektroni veido elektronu gāzi un režģa stabilitāti nodrošina mijiedarbība starp pozitīvajiem joniem un elektronu gāzi. Metāliskās saites enerģijas vērtības ir ar kārtu $10^4 \dots 10^5$ J/mol. Šāda saite ir visiem metāliem.

Molekulu kristālos režģa struktūras elementi ir molekulas un mijiedarbības spēku raksturs starp molekulām ir tāds pats kā gāzēs, tādēļ šo saiti sauc arī par *Van der Vālsa* jeb *molekulāro saiti*. Molekulārās saites enerģija ir vismazākā, un parasti tās kārtā $10^3 \dots 10^4$ J/mol. Šāda saite veidojas cēlgāzu kristālos, ledus kristālos.

Vēl iespējamās arī jaukta tipa saites.

10.6.8. Kristālu uzbūves defekti. Tādu kristālu, kuru struktūra atbilst ideālam bezgalīgam kristālrežģim, dabā nav. Jebkurā kristālā ir lielākas vai mazākas novirzes no ideālas periodiskas struktūras. Šādas novirzes pieņemts saukt par *kristālu uzbūves defektiem*. Galvenie uzbūves defekti ir šādi: punktveida (bezdimensijas) defekti, lineārie (viendimensijas) defekti, virsmas (divdimensiju) defekti.

Punktveida defekti rada režģa periodiskās struktūras kropļojumus nelielā telpas apgabalā, kura izmēri nedaudz pārsniedz režģa struktūras elementa izmērus (10^{-9} m). Tā kā makroskopiski šis apgabals ir ļoti niecīgs, tad šos defektus sauc par punktveida defektiem. Tos var radīt gan kristāla pamatvielas atomi, gan arī ķīmisko piejaukumu atomi. Pēdējā gadījumā, ja citas vielas atoms aizvieto kristālrežģī pamatvielas atomu, punktveida defektu sauc par *substitūciju (aizvietošanu)* (10.17. att. a). Ja piejaukuma atoms novietojas

kristālrežģa starpmezglu telpā, tad veidojas *interstīcijas (starpmezglu) defekts* (10.17. att. *b*). To, kāda veida piejaukuma defekti rodas, nosaka piejaukuma atomu ķīmiskās īpašības un izmēri.

Līdzīgus punktveida defektus var radīt arī režģa pamatvielas atomi. Ja pamatvielas atoms iespiedies starpmezglu telpā, tad šo defektu sauc par *starpmezglu daļiņu* (10.18. att. *a*), bet, ja kāds mezgls nav aizpildīts, tad ir izveidojusies *vakance* (10.18. att. *b*).

Dažreiz starpmezglu daļiņas un vakances veidojas tādējādi, ka atoms no mezgla pāriet uz starpmezglu telpu. Tad vakanču un starpmezglu daļiņu skaits ir vienāds. Šādus defektus sauc par *Frenkela defektiem*. Ja starpmezglu daļiņas iznāk uz kristāla virsmas un tilpumā ir galvenokārt tikai vakances, tad defektus sauc par *Sotkija defektiem*.

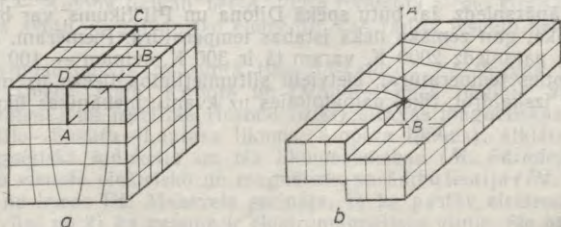
Galvenie *lineāro defektu* veidi ir *dislokācijas*. Var būt malas un skrūves dislokācijas. To daudzums atkarīgs no kristāla iegūšanas tehnoloģijas. Dislokācijas atšķirībā no punktveida defektiem izjauc arī tālo kārtību.

Malas dislokācijas veidojas tad, ja kristālā ir izveidojusies lieka, starp blakus plaknēm iebīdīta atomārā plakne, kura kaut kur kristāla tilpumā beidzas (10.19. att. *a* plakne *ABCD*). Tās līnijas (*AB*) tuvumā, kur beidzas liekā plakne, izveidojušos režģa kropļojumus sauc par malas dislokāciju.

Skrūves dislokācijas gadījumā kristāla atomārās plaknes veido spirāli, kuras kāpe vienāda ar režģa parametru. Spirāles ass tuvumā (10.19. att. *b* taisne *AB*) radušās kristālrežģa pārmaiņas sauc par skrūves dislokāciju.

Ideālam kristālam jābūt ar neierobežotiem izmēriem visos virzienos, tikai tāda kristāla struktūra atbilst ideāla kristālrežģa modelim. Reālu kristālu izmēri ir galīgi, un visu tā virsmu var uzskatīt kā ideālas struktūras kropļojumu. Šāds defekts ir divdimensiju jeb *virsmas defekts*. Polikristāliskās vielās virsmas defekti ir kristalītu robežvirsmas.

Dažas kristālu fizikālās īpašības (blīvumu, termisko izplešanos, siltumietilpību) uzbūves defekti ietekmē ļoti maz. Taču lielākā daļa mehānisko, elektrisko un optisko īpašību ir stipri atkarīgas no tiem. Aprakstot uzbūves defektus, tika pieņemts, ka daļiņas, kuras atrodas mezglos, ir nekustīgas. Taču daļiņas svārstās ap līdzsvara stāvok-



10.19. att.

liem, tādēļ jebkurā laika momentā tiek izjaukta stingri periodiskā daļiņu kārtība un šīs novirzes arī var uzskatīt par defektiem. Šādus defektus sauc par *termiskajiem defektiem*. Tie pieaug līdz ar daļiņu svārstību amplitūdu, tādēļ var teikt, ka termisko defektu daudzums pieaug, paaugstinoties temperatūrai. Piemēram, vadītāju elektriskā pretestība augstā temperatūrā galvenokārt atkarīga no termiskiem defektiem.

10.6.9. Kristālu siltumietilpība. Dilonu un Pti likums. Cietu ķermeņu izmēri atkarībā no temperatūras nemainīgā spiedienā mainās daudz mazāk nekā gāzēm. Atbilstoši cietu ķermeņu molārās siltumietilpības C_V un C_P , ja temperatūra nav pārāk augsta, atšķiras maz, un bieži var uzskatīt, ka abas molārās siltumietilpības ir vienādas.

Lai klasiskās teorijas ietvaros noteiktu molāro siltumietilpību C_V , vispirms jānosaka cietā ķermeņa iekšējā enerģija. Ja pieņem, ka daļiņas, kuras atrodas kristālreizģa mezglos, ir materiāli punkti, kas harmoniski svārstās ap līdzsvara stāvokļiem, pie tam katra daļiņa svārstās neatkarīgi no pārējām, tad šādas sistēmas iekšējā enerģija ir vienāda ar daļiņu svārstību enerģiju summu. Katra daļiņa var svārstīties ap līdzsvara stāvokli trijos neatkarīgos virzienos, tātad tai ir trīs svārstību brīvības pakāpes, kurām atbilst sešas vispārīgākās brīvības pakāpes. Saskaņā ar ekvipartīcijas likumu daļiņas vidējā enerģija $\langle W \rangle = \langle W_{sv} \rangle = 6kT/2 = 3kT$. Cietvielas viena mola iekšējā enerģija ir N_A reizes lielāka, tātad $U_M = 3kN_A T = 3RT$. Tādēļ cietā ķermeņa molārā siltumietilpība

$$C \approx C_V = dU_M/dT = 3R. \quad (10.26)$$

Šādu rezultātu eksperimentāli ieguva *P. Dilonu un A. Pti* 1819. gadā, un to sauc par *Dilonu un Pti likumu*. Tas lietojams tādiem cietiem ķermeņiem, kuru daļiņu struktūru var neņemt vērā. Tādas ir ķīmiski vienkāršas vielas, kurās kristālreizģa mezglos atrodas joni vai atomi. Ja mezglos atrodas sarežģītākas daļiņas, tad jāņem vērā arī šo daļiņu iekšējās kustības brīvības pakāpes.

Tā kā uzskatījām, ka daļiņas harmoniski svārstās ap līdzsvara stāvokļiem, tad varētu sagaidīt, ka Dilonu un Pti likums ir spēkā zemās temperatūrās, kad svārstību amplitūdas ir mazas un svārstības tuvas harmoniskām, taču īstenībā ir otrādi. Arī ķīmiski vienkāršām vielām Dilonu un Pti likums ir spēkā tikai pietiekami augstās temperatūrās un nav lietojams zemās. Dažādām vielām temperatūra, kura jāpārsniedz, lai būtu spēkā Dilonu un Pti likums, var būt gan augstāka, gan zemāka nekā istabas temperatūra. Piemēram, dimantam tā pārsniedz 2000 K, varam tā ir 300 K, svinam — 100 K. Pāzeminoties temperatūrai, cietvielu siltumietilpība tiecas uz nulli un to var izskaidrot, tikai pamatojoties uz kvantu mehānikas likumiem.

ELEKTRĪBA UN MAGNĒTISMS

IEVADS

Grandiozas elektriskās parādības dabā — zibeni un ziemeļblāzmu, vēl neizprotot to fizikālo būtību, cilvēki pazina jau sirmā senatnē. Antīkajā medicīnā izmantoja elektriskā zuša spēju iedarboties uz cilvēka ķermeni ar elektriskās strāvas impulsu, kurš rodas, pastāvot aptuveni 300 voltu spriegumam. Tāpat bija zināms, ka ar zīda vai vilnas drānu saberzēts stikls, dzintars un daži citi materiāli elektrizējas — iegūst spēju pievilkt sīkus priekšmetus, piemēram, papīra gabaliņus, matus utt. Senajā Ķīnā debespušu noteikšanai izmantoja pastāvīgos magnētus. Tomēr elektrība un magnētisms kā zinātne sāka veidoties tikai 18. gadsimtā.

Terminu elektrība, kas cēlies no dzintara nosaukuma «elektron» grieķu valodā, saberzēta dzintara (vēlāk arī vairāku citu materiālu) īpašību apzīmēšanai pirmās 16. gadsimtā sāka lietot angļu karalienes galma ārsts *V. Gilberts*, taču šajā un arī 17. gadsimtā eksperimenti ar elektrizētiem ķermeņiem bija tikai interesants laika kāvēklis.

Astoņpadsmitā gadsimta pirmajā pusē tika atklāts, ka eksistē elektrības vadītāji un nevadītāji (*S. Grejs*), pastāv divi elektrības veidi (*S. Difē*) un elektrizācijas procesā rodas vienāda moduļa, bet pretēju zīmju lādiņi (*B. Franklins*). Sā paša gadsimta beigās *S. Kulons* noskaidroja elektrisko lādiņu mijiedarbības kvantitatīvo likumu — Kulona likumu, bet *A. Volta* izveidoja pirmo ķīmisko līdzstrāvas avotu — galvanisko elementu, kas radīja iespēju pētīt līdzstrāvu.

Deviņpadsmitajā gadsimtā tika noskaidroti līdzstrāvas pamatlikumi (piem., Oma, Kirhofs un Džoula—Lenca likumi), atklātas (*H. Ersteds*) un izpētītas (franču fiziķi) strāvas magnētiskās īpašības (Bio—Savāra—Laplasa likums, Ampēra likums), atklāta elektromagnētiskā indukcija un tās likumsakarības (*M. Faradejs*), izveidota vienota elektrisko un magnētisko parādību teorija (*Dž. Maksvels*), no kuras *Dž. Maksvels* secināja, 1) ka pastāv elektromagnētiskie viļņi un 2) ka gaisma ir elektromagnētisks viļnis. Šie paredzējumi spīdoši apstiprinājās — *H. Hercs* eksperimentāli atklāja elek-

tromagnētiskos viļņus, bet *A. Popovs* tos izmantoja signālu pārraidei bez vadiem (radio). Vēlāk tika pierādīts, ka gaisma tiešām ir elektromagnētisks vilnis. Devīnpadsmītā gadsimta nogalē *Dž. Tomsons* eksperimentāli pierādīja elektrona eksistenci.

Paralēli norisinājās minēto atklājumu lietošana praksē gan apgaismošanā (*Jabločkova* svece, *Lodigina* un *Edisona* lampas), gan elektrodzinējos (*B. Jakobi*), gan strāvas ģeneratoros (*I. Piksi*), transformatoros (*P. Jabločkovs*, *I. Usagins*), gan arī daudzās citās ierīcēs.

Svarīgākie 20. gadsimta sasniegumi elektrībā ir vielu elektrisko un magnētisko īpašību izpēte un izskaidrošana — klasiskās elektronu vadītspējas teorijas izstrādāšana, supravadītāju, pusvadītāju, segnetoelektriķu, antiferomagnētiķu un ferimagnētiķu atklāšana un izpēte, kvantu teorijas izveidošana elektronu vadītspējas mehānisma un citu elektrisko un magnētisko parādību izskaidrošanai, jaunu lādētu daļiņu atklāšana.

Fizikas atklājumi elektrībā ir elektrotehnikas, elektroenerģētikas, radiotehnikas un elektronikas pamats. Radās iespēja izmantot jaunus elektromagnētiskos materiālus, pilnveidot elektriskās enerģijas iegūvi un izmantošanu, būtiski uzlabot elektrosakarus un attīstīt informātiku. Šīs nozares arī tagad turpina strauji attīstīties un kardināli ietekmē ražošanas spēkus.

Katram izglītotam cilvēkam, bet īpaši ikvienam inženierim ir labi jāzina elektrības un magnētisma pamatjautājumi.

Sajā fizikas kursa daļā apskatīsim elektrostātiku, elektrisko strāvu un elektromagnētismu.

A. ELEKTROSTATIKA

Elektrostatika ir fizikas daļa, kas aplūko elektrisko lādiņu un lādiņu sistēmu, t. i., arī elektriski lādētu makroķermeņu mijiedarbību un īpašības, ja lādiņi ir nekustīgi izraudzītājā inerciālajā atskaites sistēmā.

11. NODAĻA

ELEKTRISKAIS LAUKS VAKUUMĀ

11.1. ELEKTRISKIE LĀDIŅI. LĀDIŅA NEZŪDAMĪBAS LIKUMS

11.1.1. Jēdziens par elektrisko lādiņu. Elektriskais lādiņš ir dažu elementārdaļiņu fundamentāla īpašība. Elektriskie lādiņi ir elektromagnētiskā lauka avots. Ar lauka starpniecību notiek lādiņu mijiedarbība. Visas elektromagnētiskās parādības ir elektrisko lādiņu eksistences, kustības un mijiedarbības izpausme. Nekustīgi elektriskie lādiņi rada elektrostātisko lauku. Apskatāmās daļiņu īpašības kvantitatīvai raksturošanai lieto fizikālu lielumu, ko arī sauc par

elektrisko lādiņu. Tātad ar terminu elektriskais lādiņš apzīmē gan daļiņu īpašību, gan arī fizikālu lielumu šīs īpašības kvantitatīvai raksturošanai.

11.1.2. Elementārlādiņš. Visām līdz šim eksperimentāli novērotajām elektriski lādētajām elementārdaļiņām elektriskie lādiņi ir ar vienādu moduli; tie atšķiras tikai ar zīmi (sk. tabulu). Sādu lādiņu sauc par elementārlādiņu, un to pieņemts apzīmēt ar burtu e .

Elektriski lādētas elementārdaļiņas*

Daļiņa	Daļiņas relatīvā masa m/m_e	Daļiņas lādiņš
Elektrons	1	$-e$
Mions	206,8	$-e$
Tauons	3493,1	$-e$
π^+ mezons (pions)	273,2	$+e$
K^+ mezons (kaons)	968,3	$+e$
D^+ mezons	3656,5	$+e$
F^+ mezons	2020,0	$+e$
Protons	1836,1	$+e$
Σ^+ hiperons	2377,6	$+e$
Σ^- hiperons	2348,6	$-e$
Ξ^- hiperons	2584,7	$-e$
Ω^- hiperons	3278	$-e$
Δ^+ hiperons	4148	$+e$

Izņēmums ir daļiņas — Δ rezonansi, tiem lādiņš ir $2e$.

Daļiņu elektriskais lādiņš dažādās inerciālās atskaites sistēmās ir vienāds, t. i., *elektriskais lādiņš ir invariants lielums*.

11.1.3. Kvarki. Pašreiz atklāto elementārdaļiņu skaits pārsniedz simtu. Tādēļ ir radies jautājums, vai tās pašas nav veidotas vēl no citām fundamentālām daļiņām. Teorētiskajā fizikā ir noskaidrots, ka visas daļiņas, kuras savstarpēji iedarbojas ar stiprās mijiedarbības spēkiem, t. s. *hadronus* (hadronu grupā ietilpst protoni, neitroni, mezoni, hiperoni un rezonansi) var «uzbūvēt» no *kvarkiem***, kuru lādiņi ir $2/3 e$ un $-1/3 e$. Brīvi kvarki (ārpus hadroniem) eksperimentāli vēl nav novēroti. Tomēr protonu izklīdes (uz protoniem, neitroniem un citām daļiņām) eksperimenti rāda, ka ļoti lielu enerģiju rajonā izklīdēto daļiņu telpiskais sadalījums atbilst izklīdes centriem ar elektrisko lādiņu $2/3 e$ vai $1/3 e$. Procesos, ar kuriem sastopamies mūsdienu tehnikā, mazākais elektriskais lādiņš ir e .

* Bez tabulā minētajām daļiņām vēl atklātas t. s. *antidaļiņas*, kurām ir tāda pati masa, bet pretējas zīmes lādiņš. Piemēram, elektrona antidaļiņa ir pozitrons, tā lādiņš ir $+e$. Daļiņai sastopoties ar antidaļiņu, tās pārvēršas γ starojumā, rodas divi γ kvanti.

** Sīkāk par hadronu kvarku modeli sk. 36.3. paragrāfā.

11.1.4. Ķermeņu elektriskais lādiņš. Vielas atomi sastāv no protoniem (ar lādiņu $+e$), neutroniem (daļiņām bez lādiņa) un elektroniem (ar lādiņu $-e$). Tas nozīmē, ka jebkurš ķermenis satur ļoti daudz elektriski lādētu daļiņu. Parasti ķermeņos protonu skaits N_p ir vienāds ar elektronu skaitu N_e , pie tam protoni un elektroni sadalīti tā, ka jebkurā fizikālā punktā, t. i., elementāri mazā ķermeņa tilpumā (kas tomēr nav mazs salīdzinājumā ar atomu vai molekulu tilpumu), lādiņu algebriskā summa vienāda ar nulli. Tādu ķermeņu sauc par *elektroneitrālu*. Ķermenis, kurā vienas zīmes kopējais elektriskais lādiņš ir lielāks nekā pretējās zīmes kopējais elektriskais lādiņš, ir *elektriski lādēts* ķermenis. No ķermeņa atomiem visvieglāk ir atraut elektronus un pārņemt tos uz citu ķermeni. Tādēļ pozitīvi lādētam ķermeņim ir elektronu iztrūkums, bet negatīvi lādētam — elektronu pārpalikums.

Vienas zīmes lādiņu pārsvaru q jebkurā ķermeņī vai ķermeņa daļā var izteikt ar elementārlādiņu e :

$$q = Ne, \quad (11.1)$$

kur $N = N_p - N_e$ ir vesels skaitlis.

Lādiņa q mazākā izmaiņa $\Delta q_{\min} = \pm e$. Tādēļ saka, ka ķermeņa elektriskais lādiņš ir diskrets jeb kvantēts lielums. Bet, tā kā lādiņa vismazākā porcija (lādiņa kvants) e ir ļoti maza, var uzskatīt, ka makroskopisku ķermeņu elektriskais lādiņš var mainīties nepārtraukti.

11.1.5. Elektriskā lādiņa nezūdamības likums. Pieredze rāda, ka berzes procesā ķermeņi elektrizējas un viennēr iegūst vienāda moduļa, bet pretēju zīmju lādiņus. Tāpat molekulu, atomu jonizācijā vai jonu rekombinācijā, kā arī elementārdaļiņu pārvērtībās (piemēram, elektrona un pozitrona mijiedarbībā rodas divi γ kvanti, t. i., divas elektromagnētiskā starojuma porcijas ar ļoti mazu viļņa garumu $\lambda \approx 2,5 \cdot 10^{-12}$ m, vai arī no γ kvanta rodas daļiņu pāris — elektrons un pozitrons) viennēr izzūd vai rodas vienāda moduļa, bet pretēju zīmju lādiņi. Tādēļ *elektriski izolētai sistēmai*, t. i., sistēmai, caur kuras robežvirsmu elektriskie lādiņi netiek pārnesti, ir spēkā šāds apgalvojums.

|| Elektriski izolētā sistēmā elektrisko lādiņu summa ir konstants lielums.

Tas ir elektriskā lādiņa nezūdamības likums.

11.1.6. Elektriskā lādiņa vienība. Elektriskā lādiņa SI vienība ir kulons (1 C). To definē, izmantojot sakarību starp nemainīgas strāvas stiprumu I un lādiņu q , kas izplūst caur vadītāja šķērsriezumu laika sprīdī t (sk. formulu (13.11)):

$$q = It. \quad (11.2)$$

Saskaņā ar formulu (11.2) viens kulons ir tāds elektriskais lādiņš, kas izplūst caur vadītāja šķērsriezumu vienā sekundē, ja strāvas stiprums vadītājā ir viens ampērs. Tātad

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}.$$

Strāvas stipruma vienība ampērs ir SI pamatvienība. To savukārt definē, pamatojoties uz divu paralēlu strāvas vadu mijiedarbību (sk. 16.1. §).

Precīzos mērījumos noskaidrots, ka elementārlādiņš

$$e = (1,6021892 \pm 0,0000046) \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

11.2. ELEKTRISKO LĀDIŅU MIJIEDARBĪBA. KULONA LIKUMS

11.2.1. Divi elektrisko lādiņu veidi. Lādiņu mijiedarbības kvalitātīvs apraksts. Elektriski lādētu ķermeņu mijiedarbības kvalitātīvu aprakstu pirmais 1733. gadā deva franču fiziķis S. *Difē* (1698—1739). Viņš atklāja, ka eksistē divi elektrisko lādiņu veidi, kurus tagad sauc par pozitīviem un negatīviem lādiņiem, kā arī konstatēja, ka vienādzīmju lādiņi atgrūžas, bet pretēju zīmju lādiņi pievelkas, pie tam, ja mijiedarbība notiek starp punktveida lādiņiem, spēki darbojas pa taisni, kas savieno lādiņus. *Elektrisko lādiņu sauc par punktveida lādiņu, ja tā nesējs ir ķermenis, kura lineārie izmēri ir mazi salīdzinājumā ar attālumu no lādētā ķermeņa līdz punktam, kurā tiek aplūkota lādiņa iedarbība.*

11.2.2. Punktveida lādiņu mijiedarbības spēki. Kulona likums. Kvantitatīvi vispirms izdevās izpētīt divu punktveida elektrisko lādiņu mijiedarbību. 1785. gadā franču fiziķis S. *Kulons* (1736—1806) izmērīja divu vienādzīmju punktveida lādiņu atgrūšanās spēku, izmantojot paša izgudrotos vērpes svarus.

Laikā gan tajā laikā vēl nebija ierīču precīzai elektriskā lādiņa mērīšanai, tomēr, izmantojot faktu, ka, lādētai metāla lodītei saskaroties ar tādu pašu nelādētu lodīti, lādiņš uz abām lodītēm sadalās vienmērīgi, S. Kulons varēja vienas lodītes lādiņu samazināt 2, 4, 8... reizes. Variējot lodīšu lādiņus q_1 , q_2 un attālumu r starp tām, S. Kulons noskaidroja, ka lādiņu mijiedarbības spēks F ir tieši proporcionāls lielumiem $1/r^2$, q_1 un q_2 . Var uzrakstīt sakarību

$$F = kq_1q_2/r^2, \quad (11.3)$$

kur k — proporcionalitātes koeficients, kas atkarīgs no tās vides īpašībām, kurā izvietoti lādiņi, kā arī no lietotās vienību sistēmas. Ievērojot agrāk teikto (sk. 11.2.1. nodaļījumu) un sakarību (11.3), Kulona likumu var formulēt šādi.

Divi nekustīgi vienādzīmju punktveida lādiņi atgrūžas, bet pretēju zīmju lādiņi pievelkas ar spēku, kas ir tieši proporcionāls lādiņu reizinājumam, bet apgriezti proporcionāls to savstarpējā attāluma kvadrātam, pie tam šis spēks darbojas pa taisni, kas savieno abus lādiņus.

Ja lietotas SI vienības, koeficients k nevar būt vienāds ar vienu, jo attālumam r , spēkam F un lādiņam q vienības ir jau noteiktas agrāk. Izrādās, ka vakuamam $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Ja lādiņus ievieto

homogēnā, izotropā, neierobežotu izmēru dielektriķī, proporcionalitātes koeficients k' ir ϵ reišu mazāks (sk. 12.3.1. nodalījumu). Vēlāk parādīsim, ka $1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 = 1 \text{ m}/\text{F}$, kur F — kapacitātes vienība farads.

11.2.3. Kulona likuma pieraksts racionalizētā formā. Izrādās, ka daudzas praksē svarīgas elektrostatikas sakarības kļūst vienkāršākas un labāk atbilst lādiņu mijiedarbības raksturam, ja proporcionalitātes koeficientu k Kulona likumā aizstāj ar $1/(4\pi\epsilon_0)$, t. i., formulā (11.3) ievieto

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0), \quad (11.4)$$

kur ϵ_0 — *elektriskā konstante*. Skaitliski $\epsilon_0 = 1/(4\pi k) = 1/(36\pi \cdot 10^9)$, t. i., $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. Tad

$$F = q_1 q_2 / (4\pi\epsilon_0 r^2). \quad (11.5)$$

Formula (11.5) ir Kulona likums racionalizētā formā.

Sādi pierakstot Kulona likumu, arī citās sakarībās, kas tiek iegūtas, izmantojot šo likumu, parādās lielums 4π , ja elektriskais lauks ir sfēriski simetrisks (simetrisks attiecībā pret kādu punktu); parādās lielums 2π , ja lauks ir cilindriski simetrisks (simetrisks attiecībā pret kādu taisni); parādās lielums 1 , ja lauks ir plakani simetrisks (simetrisks attiecībā pret kādu plakni). Tas atbilst lauka raksturam. Pierakstot Kulona likumu neracionalizētā formā (11.3), lielums 4π parādās tad, ja lauks ir simetrisks attiecībā pret plakni.

11.2.4. Kulona likuma pieraksts vektoriālā formā. Sakarības (11.3) un (11.5) tikai daļēji atspoguļo Kulona likumu, proti, ļauj noteikt spēka F moduli un zīmi, t. i., noskaidrot, vai tas ir atgrūšanās spēks ($F > 0$) vai arī pievilkšanās spēks ($F < 0$), bet nenorāda spēka virzienu. Spēka virzienu var parādīt, izmantojot likuma pierakstā vienības vektoru \vec{r}/r , kur \vec{r} — vektors, kura modulis $r = |\vec{r}|$ ir vienāds ar attālumu starp lādiņiem, bet galapunkts sakrīt ar lādiņu, kam pielikts apskatāmais spēks (11.1. att.), un sākumpunkts sakrīt ar otru lādiņu. Tad

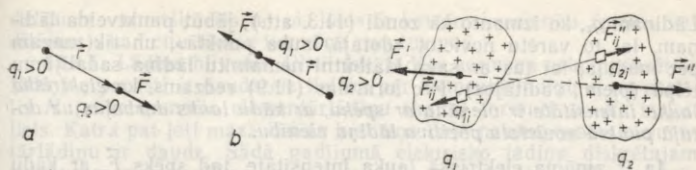
$$\vec{F} = q_1 q_2 \vec{r} / (4\pi\epsilon_0 r^3). \quad (11.6)$$

Tas ir Kulona likums racionalizētā vektoriālā formā.

11.2.5. Nepunktveida lādiņu mijiedarbības spēks. Pieredze rāda, ka divu lādiņu mijiedarbības spēks nemainās, ja to tuvumā novieto citus lādiņus. Tādēļ spēku \vec{F} , ar kādu uz punktveida lādiņu q_0 darbojas punktveida lādiņu sistēma q_1, q_2, \dots, q_N , var izteikt šādi:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \quad (11.7)$$

kur \vec{F}_i — spēks, ar kādu uz lādiņu q darbojas lādiņš q_i , kad pārējo lādiņu nav tuvumā. Tas ir elektriskās mijiedarbības spēku superpozīcijas princips.



11.1. att.

11.2. att.

Tagad noskaidrosim, kā noteikt divu nepunktveida lādiņu q_1 un q_2 mijiedarbības spēku \vec{F} . Domāsim sadalīsim lādiņus q_1 un q_2 atbilstoši punktveida lādiņos $q_{11}, q_{12}, \dots, q_{1i}, \dots, q_{1N}$ un $q_{21}, q_{22}, \dots, q_{2j}, \dots, q_{2K}$. Lādiņu q_{1i} un q_{2j} (11.2. att.) mijiedarbības spēku \vec{F}_{ij} var izteikt saskaņā ar formulu (11.6). Lādiņa q_{1i} un visa lādiņa q_2 mijiedarbības spēks ir summa $\sum_{j=1}^K \vec{F}_{ij}$, bet lādiņu q_1 un q_2 mijiedarbības spēks \vec{F} ir divkārtēja summa:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K \vec{F}_{ij}. \quad (11.8)$$

Risinot šādu jautājumu, bieži vien ir izdevīgi galīga lieluma nepunktveida lādiņu sadalīt bezgalīgi mazos punktveida lādiņos dq . Tādā gadījumā saskaitīšana jāaizstāj ar integrēšanu. Rezultāts, ko tādējādi var iegūt, ir atkarīgs no lādiņa sadalījuma telpā. Ja lādiņa sadalījums ir sfērisks simetrisks, tad rezultāts, izrādās, ir ļoti vienkāršs — derīgas formulas (11.3), (11.5) un (11.6), kurās r ir attālums starp lādiņu centriem.

11.3. ELEKTRISKĀ LAUKA INTENSITĀTE

11.3.1. Elektriskais lauks. Tāpat kā telpā ap katru daļiņu, kurai ir masa, eksistē gravitācijas spēku lauks (sk. 2.5.7. nodaļumu), telpā ap jebkuru elektriski lādētu daļiņu pastāv ar to saistītais elektromagnētiskais spēku lauks. Ar tā starpniecību notiek mijiedarbība starp lādētām daļiņām. Elektrisko spēku lauku, kas eksistē ap nekustīgiem elektriski lādētiem ķermeņiem, sauc par elektrostatisko lauku. Tas ir elektromagnētiskā lauka speciāls gadījums. Uz elektriskajā laukā novietotu lādiņu darbojas noteikts spēks.

11.3.2. Elektriskā lauka intensitāte. Elektrisko lauku katrā telpas punktā (t. i., lokāli) raksturo ar vektoriālu fizikālu lielumu \vec{E} , ko sauc par elektriskā lauka intensitāti. To definē kā mazam dotajā lauka punktā novietotam lādiņam q_z pieliktā lauka spēka \vec{F}_z attiecību pret lādiņu q_z , t. i.,

$$\vec{E} = \vec{F}_z / q_z. \quad (11.9)$$

Lādiņam q_z , ko izmanto kā zondi (11.3. att.), jābūt punktveida lādiņam, lai to varētu novietot «dotajā lauka punktā», un tik mazam pēc moduļa, lai tas ar savu klātbūtni nemainītu lādiņa sadalījumu telpā (piem., vadītājos). Pēc formulas (11.9) redzams, ka *elektriskā lauka intensitāte ir vienāda ar spēku, ar kādu lauks darbojas uz dotajā punktā novietota pozitīva lādiņa vienību.*

Ja ir zināma elektriskā lauka intensitāte, tad spēks \vec{F} , ar kādu lauks darbojas uz tajā novietotu punktveida lādiņu q_0 , izsakāms šādi:

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}. \quad (11.10)$$

Elektriskā lauka intensitātes SI vienība ir **1 N/C**. Praksē lieto citu šīs vienības nosaukumu, proti, **1 V/m**, kas izriet no sakarības (11.70) (sk. 11.8.2. nodaļījumu).

Punktveida lādiņa q elektriskā lauka intensitāti \vec{E} jebkurā attālumā r no lādiņa q var noteikt, izmantojot definīcijas sakarību (11.9) un Kulona likumu (11.6), kur $q_1 = q$ un $q_2 = q_z$. Tad

$$\vec{E} = q\vec{r} / (4\pi\epsilon_0 r^3) = kqr/r^3; \quad (11.11)$$

$$E = q / (4\pi\epsilon_0 r^2) = kq/r^2. \quad (11.12)$$

11.3.3. Elektrisko lauku superpozīcijas princips. Apskatot Kulona likumu (11.2. §), tika norādīts, ka spēks \vec{F} , ar kuru uz punktveida lādiņu q_0 darbojas lādiņu sistēma q_1, q_2, \dots, q_N , ir vienāds ar to spēku $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$ summu, ar kādiem katrs lādiņš q_1, q_2, \dots, q_N atsevišķi iedarbojas uz lādiņu q_0 tad, kad citu lādiņu nav tuvumā, un šo apgalvojumu sauc par superpozīcijas principu. To var formulēt arī elektriskā lauka intensitātei. Tiešām, no sakarības (11.10) izriet, ka $\vec{E} = \vec{F}/q_0$, bet saskaņā ar sakarību (11.7) spēks $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$. Tādēļ $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i/q_0$, resp.,

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (11.13)$$

Punktveida lādiņu sistēmas radītā elektriskā lauka intensitāte jebkurā lauka punktā ir vienāda ar to lauka intensitāšu vektoriālo summu, kuras rada katrs punktveida lādiņš atsevišķi, kad citu lādiņu nav tuvumā.

Jebkuru nepunktveida lādiņu domās var sadalīt punktveida lādiņos. Tādēļ iespējams superpozīcijas principu vispārināt, attiecinot to uz laukiem, kurus rada elektriski lādēti makroķermeņi. Jāievēro tikai, ka superpozīcijas princips lietojams tieši tam lādiņu sadalījumam, kāds pastāv, kad visi lādētie ķermeņi ir savās vietās. Šis sa-

dalījums var atšķirties no tā, kāds ir katram ķermenim (piem., vadītājam), kad citu lādētu ķermeņu nav tuvumā.

11.3.4. Lādiņa blīvums. Elektriski lādēta ķermeņa nekompensētais lādiņš q parasti ir daudzreiz lielāks par elementārlādiņu e , un skaits N (nekompensēto elementārlādiņu skaits) formulā $q = Ne$ ir ļoti liels. Katrā pat ļoti mazā lādēta ķermeņa daļā nekompensēto elementārlādiņu ir daudz. Šādā gadījumā elektrisko lādiņu diskrētajam raksturam nav sevišķas nozīmes un var uzskatīt, ka *lādiņa sadalījums ķermenī ir nepārtraukts*, līdzīgi kā šķidrumu var uzskatīt par nepārtrauktu vidi, lai gan tam ir diskrēta molekulārā struktūra.

Telpā nepārtraukti sadalīts lādiņš var atrasties uz līnijas, uz virsmas vai tilpumā. Lādiņu sadalījumu var raksturot, izmantojot *lādiņa blīvuma jēdzienu*.

Ja uz līnijas elementa dl (11.4. att. a) atrodas lādiņš dq , tad lielumu

$$\tau = dq/dl \quad (11.14)$$

sauc par *lineāro lādiņa blīvumu*.

Gadījumā, kad lādiņš sadalīts pa virsmu un uz virsmas elementa ar laukumu dS (11.4. att. b) atrodas lādiņš dq , tad lielumu

$$\sigma = dq/dS \quad (11.15)$$

sauc par *virsmas lādiņa blīvumu*.

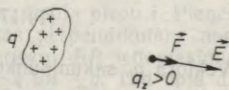
Ja lādiņš nepārtraukti sadalīts pa tilpumu un tilpuma elementā dV atrodas lādiņš dq , tad lielumu

$$\rho = dq/dV \quad (11.16)$$

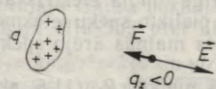
sauc par *telpas lādiņa blīvumu*.

Lielumi τ , σ un ρ rāda, kāds lādiņš atrodas atbilstoši līnijas garuma, virsmas laukuma vai telpas tilpuma vienībā. To SI vienības ir 1 C/m , 1 C/m^2 un 1 C/m^3 . Zinot τ , σ vai ρ , no sakarībām (11.14), (11.15), (11.16) viegli var izteikt punktveida lādiņu dq , ko satur atbilstoši dl , dS vai dV .

Ja lādiņa blīvums ir nemainīgs pa visu līniju, virsmu vai tilpumu, tad saka, ka lādiņš sadalīts vienmērīgi. Tad uz līnijas nogriežņa ar

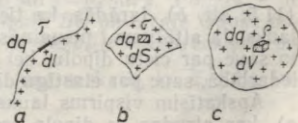


a

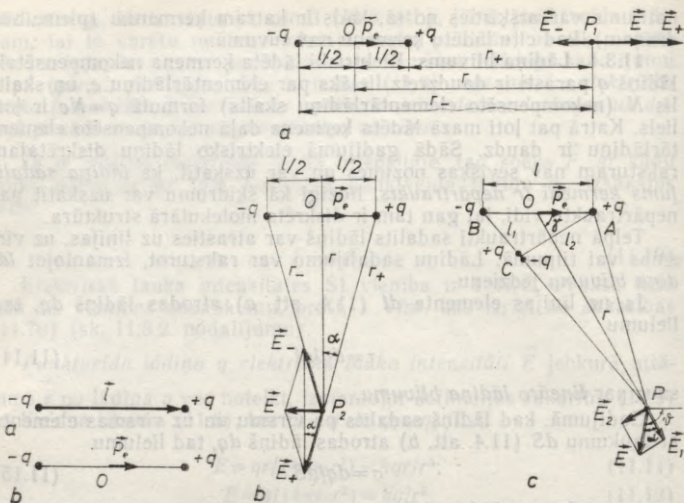


b

11.3. att.



11.4. att.



11.5. att.

11.6. att.

garumu l ir lādiņš $q = \tau l$, uz virsmas ar laukumu S — lādiņš $q = \sigma S$ un tilpumā V — lādiņš $q = \rho V$.

11.3.5. Superpozīcijas principa lietojuma piemēri. Izmantojot superpozīcijas principu, apskatīsim dipola un vienmērīgi lādētas tievas stieples radītos elektriskos laukus.

A. Sistēmu, kuru veido divi vienlieli pretēju zīmju punktveida elektriskie lādiņi $+q$ un $-q$, kas atrodas attālumā l viens no otra, sauc par *elektrisko dipolu*. Vektoru \vec{l} (11.5. att. a), kas novilkts no lādiņa $-q$ uz lādiņu $+q$, sauc par *dipola plecu*, bet lielumu

$$P_e = ql \quad (11.17)$$

sauc par sistēmas *elektrisko dipolmomentu*. Vektora \vec{p}_e sākumpunkts sakrīt ar dipola centru O , bet virziens sakrīt ar pleca \vec{l} virzienu (11.5. att. b). Izrādās, ka tieši no \vec{p}_e ir atkarīgs dipola elektriskais lauks. Ja attālums l nemainās dipola lādiņiem pielikto spēku ietekmē, to sauc par cietu dipolu, bet dipolu, kura plecs mainās ārējo spēku iedarbībā, sauc par elastīgu dipolu.

Apskatīsim vispirms lauka intensitāti kādā punktā P_1 (11.6. att. a), kas atrodas uz dipola ass attālumā r no dipola centra O (t. s. pirmajā Gausa pozīcijā). Apzīmēsim punkta P_1 attālumus

no lādiņiem $+q$ un $-q$ ar r_+ un r_- , kur $r_+ = r - l/2$ un $r_- = r + l/2$. Tā kā $r_+ < r_-$, tad $|\vec{E}_+| > |\vec{E}_-|$ un vektors $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$ ir vērsts tāpat kā vektors \vec{E}_+ , resp., dipolmomenta \vec{p}_e virzienā, bet tā modulis $|\vec{E}| = E$ ir šāds: $E = E_+ - E_- = kq(1/r_+^2 - 1/r_-^2) = kq2rl/(r^2 - l^2/4)$. Ņemot vērā, ka $ql = p_e$, iegūst

$$E = k2p_e r / (r^2 - l^2/4)^2. \quad (11.18)$$

Punktiem, kas atrodas pietiekami tālu no dipola, t. i., kad attālums $r \gg l/2$,

$$E = k2p_e / r^3, \quad (11.19)$$

bet vektoriālā formā

$$\vec{E} = k2\vec{p}_e / r^3. \quad (11.20)$$

Vektoram \vec{E} ir tāds pats virziens arī punktos, kuri atrodas uz otru pusi no dipola (aiz lādiņa $-q$), un šiem punktiem tāpat derīgas sakarības (11.18), (11.19) un (11.20).

Apskatisim tagad lauka intensitāti kādā punktā P_2 (11.6. att. b), kas atrodas uz dipola plecam perpendikulāras taisnes OP_2 (t. s. otrajā Gausa pozīcijā). Kā redzams, \vec{E} un \vec{p}_e virzieni ir pretēji, bet $E = 2E_+ \sin \alpha$, kur $E_+ = kq/r_+^2$ un $\sin \alpha = l/2r_+$. Tādēļ $E = kql/r_+^3$, t. i., $E = kp_e/r_+^3$. Punktiem, kas atrodas pietiekami tālu no dipola, t. i., kad $r \gg l/2$, ir spēkā $r_+ \approx r$ un lauka intensitāte

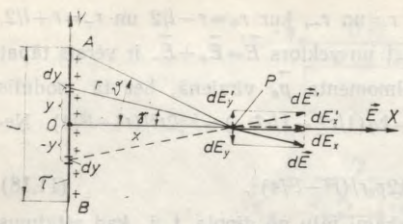
$$E = kp_e / r^3, \quad (11.21)$$

bet vektoriālā formā

$$\vec{E} = -k\vec{p}_e / r^3. \quad (11.22)$$

Beidzot apskatisim lauka intensitāti kādā punktā P (11.6. att. c), kas atrodas attālumā r no dipola centra virzienā, kurš veido leņķi γ ar dipola plecu \vec{l} . Pieņemsim, ka $r \gg l$. Novilksim no punkta A taisni, kas perpendikulāra nogriežnim OP , un tās krustpunktā C ar nogriežni BP iedomāsimies vienlaikus novietotus punktveida lādiņus $+q$ un $-q$. Tad dotā dipola AB vietā var apskatīt divus citus dipolus BC un CA , kuru pleči $BC = l_1$ un $CA = l_2$, bet dipolmomenti $p_{e1} = ql_1 = ql \cos \gamma = p_e \cos \gamma$ un $p_{e2} = ql_2 = ql \sin \gamma = p_e \sin \gamma$. Punkts P ir pirmajā Gausa pozīcijā attiecībā pret dipolu BC un otrajā Gausa pozīcijā attiecībā pret dipolu CA . Tādēļ $E_1 = k2p_{e1}/r^3 = k2p_e \cos \gamma / r^3$ un $E_2 = kp_{e2}/r^3 = kp_e \sin \gamma / r^3$. Tā kā $r \gg l$, tad var uzskatīt, ka $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$. Intensitāte $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$. Tādējādi

$$E = (kp_e / r^3) \sqrt{1 + 3 \cos^2 \gamma}. \quad (11.23)$$



11.7. att.

kas veido leņķi γ ar dipola plecu, ja $r \gg l$, vektorialā formā var izteikt šādi:

$$\vec{E} = \frac{k p_e}{r^3} \left(3 \frac{\vec{r}}{r} \cos \gamma - \vec{n} \right),$$

kur \vec{n} — vienības vektors uz dipola ass, kurš vērsts no lādiņa $-q$ uz $+q$.

B. Pieņemsim, ka elektrisko lauku rada *vienmērīgi lādēta tieva un taisna stieple AB* (11.7. att.), kuras garums l un lineārais lādiņa blīvums τ . Noteiksim elektriskā lauka intensitāti punktā P . Šis punkts atrodas uz taisnes, kas perpendikulāra stieplei un iet caur stieples viduspunktu O . Izraudzīsimies koordinātu sistēmu XY , vēršot X asi nogriežņa OP virzienā, bet Y asi — nogriežņa OA virzienā. Var uzskatīt, ka elektrisko lauku punktā P rada punktveida lādiņi, kuri atrodas uz elementāri maziem stieples AB nogriežņiem dy . Šāds lādiņš $dq = \tau dy$. Punktā P tas rada lauka intensitāti $dE = kdq/r^2$.

Vektora $d\vec{E}$ projekcijas ir dE_x un dE_y . Tāda paša stieples elementa dy lādiņš attālumā $-y$ no punkta O rada elektriskā lauka intensitāti $d\vec{E}'$, kuras projekcijas $dE'_x = dE_x$ un $dE'_y = -dE_y$. Tas parāda, ka vektors \vec{E} vērsts OX ass virzienā un tā moduli E var noteikt, saskaitot projekcijas dE_x , t. i., integrējot. Tātad $E = 2 \int_0^A dE_x$. Attēlā redzams, ka $dE_x = dE \cos \gamma$, tādēļ $dE_x = (k\tau dy \cos \gamma)/r^2$. Beidzamā izteiksme satur divus mainīgus lielumus r , γ un trešā mainīgā lieluma diferenciālu dy . Izteiksim dE_x atkarībā tikai no γ un $d\gamma$. Tā kā $y = -x \operatorname{tg} \gamma$, tad $dy = x d\gamma / \cos^2 \gamma$, bet $x/r = \cos \gamma$, resp., $r = x/\cos \gamma$. Tādēļ $dE_x = k(\tau \cos \gamma d\gamma/x)$. Leņķis γ mainās robežās no 0 līdz θ . Tagad iegūst, ka $E = 2 \int_0^\theta \frac{\tau \cos \gamma d\gamma}{x} = 2k \frac{\tau \sin \theta}{x}$ jeb

$$E = (2k\tau \sin \theta)/x = (\tau \sin \theta)/(2\pi\epsilon_0 x). \quad (11.25)$$

Starp intensitātes \vec{E} un dipolmomenta \vec{p}_e vektoriem leņķis $\theta = \gamma + \alpha$, kur $\operatorname{tg} \alpha = E_2/E_1 = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \gamma$. Tādēļ

$$\theta = \gamma + \arctg \left(\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right).$$

(11.24)

Dipola elektriskā lauka intensitāti E attālumā r no dipola centra virzienā,

Ja ņem aizvien garāku stiepli vai arī tuvina tai punktu P , attiecība $x/l \rightarrow 0$, bet leņķis $\theta \rightarrow \pi/2$ un $\sin \theta \rightarrow 1$. Robežgadījumā intensitāte

$$E = 2k\tau/x = \tau/(2\pi\epsilon_0 x). \quad (11.26)$$

C. Ja elektrisko lauku rada *lādēts tievas stieples gredzens*, pa kuru vienmērīgi sadalīts lādiņš q , un gredzena rādiuss ir R , tad uz taisnes, kas perpendikulāra gredzena plaknei un iet caur tā centru, elektriskā lauka intensitāte atkarībā no attāluma x līdz gredzena centram ir šāda:

$$E = kqx/(x^2 + R^2)^{3/2}. \quad (11.27)$$

D. Ja elektrisko lauku rada *vienmērīgi lādēts disks*, kura rādiuss R un virsmas lādiņa blīvums σ , tad uz taisnes, kas perpendikulāra diska plaknei un iet caur tā centru, elektriskā lauka intensitāte atkarībā no attāluma x līdz diska centram ir šāda:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (1 - x/\sqrt{x^2 + R^2}). \quad (11.28)$$

Ja aizvien palielina disku vai arī samazina attālumu x , attiecība $x/\sqrt{x^2 + R^2} \rightarrow 0$. Robežgadījumā

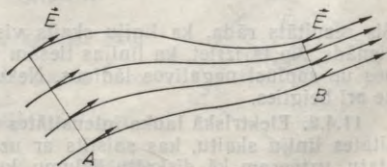
$$E = \sigma/(2\epsilon_0). \quad (11.29)$$

Sakarības (11.27) un (11.28) ieteicams izrisināt patstāvīgi, izmantojot superpozīcijas principu.

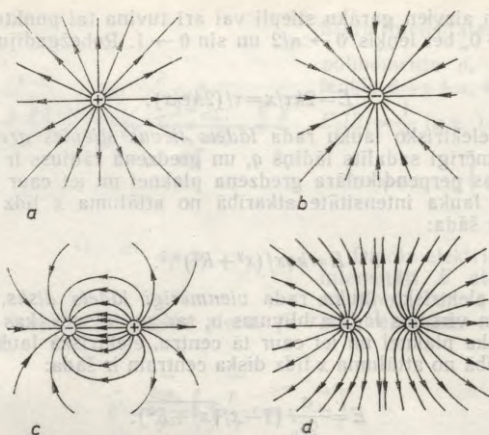
11.4. GAUSA TEORĒMA

11.4.1. Elektriskā lauka intensitātes vektora līnijas (intensitātes līnijas). Elektrisko lauku var aprakstīt, norādot, kā katrā lauka punktā atrodams lauka intensitātes vektora \vec{E} modulis un virziens. Vektorus \vec{E} var attēlot arī grafiski. Tomēr lauka uzskatāmai raksturošanai labāk noder īpašas līnijas, kuras sauc par elektriskā lauka intensitātes vektora līnijām jeb, isāk, intensitātes līnijām. Tās ir līnijas, kurām pieskares virziens katrā līnijas punktā sakrīt ar lauka intensitātes vektora virzienu (11.8. att.). Pieņem, ka līnija «iet» intensitātes vektora virzienā.

11.9. attēlā parādīts intensitātes līniju izvietojums plaknē dažiem vienkāršiem laukiem, kurus rada a) pozitīvs punktveida lādiņš $+q$; b) negatīvs punktveida lādiņš $-q$; c) elektriskais dipols



11.8. att.



11.9. att.

— q , $+q$; d) divi vienādi pozitīvi punktveida lādiņi $+q$ un $+q$. Viena punktveida lādiņa elektriskais lauks ir centrāli simetrisks — lauka intensitātes līnijas ir radiālas taisnes. Dipola un divu vienādzīmju lādiņu lauki ir sarežģītāki, to intensitātes līnijas ir liektas. Lauka intensitātes līniju *izteces punkts* ir pozitīvs lādiņš, bet *sateces punkts* — negatīvs lādiņš.

Lauka intensitātes vektora līnijas definīcija nenosaka lauka raksturošanai velkamo līniju skaitu. Parastī līnijas velk tā, lai to biežums (skaits caur līnijām perpendikulāru laukuma vienību) būtu vienāds (proporcionāls) ar lauka intensitāti, resp. $N/\Delta S_{\perp} = E$. Jo biežāk vilktas līnijas, jo lielāka ir lauka intensitāte. Piemēram, 11.8. attēlā redzams, ka šķēlumā A lauka intensitāte ir mazāka nekā šķēlumā B . Arī 11.9. attēlā (a un b) redzams, ka līniju biežums samazinās, attālinoties no lādiņa.

Caur sfēru, kuras rādiuss r , ja sfēras centrs sakrīt ar lādiņu, līniju biežumam jābūt vienādam ar intensitāti $E = (q/r^2)/(4\pi\epsilon_0)$, bet līniju skaitam N caur šādu sfēru jābūt $N = ES$, kur $S = 4\pi r^2$. Tādējādi

$$N = q/\epsilon_0. \tag{11.30}$$

Sis rezultāts rāda, ka līniju skaits visos attālumos r no lādiņa ir vienāds. No tā izriet, ka līnijas tiešām vienmēr sākas pozitīvos lādiņos un saplūst negatīvos lādiņos. Nekur citur tās nevar ne sākties, ne arī beigties.

11.4.2. Elektriskā lauka intensitātes vektora plūsma. Lauka intensitātes līniju skaitu, kas saistīts ar uzskatāmu ģeometrisku priekšstatu, uzveram kā diskretu lielumu, kura mazākā izmaiņa $\Delta N_{\min} = \pm 1$. Tajā pašā laikā lādiņš var mainīties kvazinepārtraukti, jo

$\Delta q_{\min} = \pm e$ ir ļoti mazs. Saskaņā ar sakarību (11.30) šādai lādiņa izmaiņai atbilst ΔN , kas skaitliski vienāds ar e/ϵ_0 , t. i., $\Delta N \approx 2 \cdot 10^{-8}$. Tāda neatbilstība rada zināmas neērtības. Tādēļ definē jaunu fizikālu lielumu — *elektriskā lauka intensitātes vektora plūsmu*, kas ir analogs līniju skaitam, bet var mainīties nepārtraukti.

Apskatīsim virsmas S elementu, kura laukums dS (11.10. att.). Pieņemsim, ka punktā, ap kuru ņemts elements dS , elektriskā lauka intensitātes vektors \vec{E} veido leņķi α ar virsmas ārējās normāles vektoru \vec{n} šajā punktā. Tad par elektriskā lauka intensitātes vektora elementāru plūsmu sauc lielumu

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} dS. \quad (11.31)$$

Tā kā $\vec{E} \cdot \vec{n} = E \cos \alpha = E_n$, jo $|\vec{n}| = 1$, tad

$$d\Phi_E = E_n dS. \quad (11.32)$$

Ja $\alpha = (\vec{E}, \vec{n}) < \pi/2$, tad $d\Phi_E > 0$, ja turpreti $\alpha = (\vec{E}, \vec{n}) > \pi/2$, tad $d\Phi_E < 0$, t. i., no virsmas izejošā (ārējās normāles virzienā) plūsma ir pozitīva, bet virsmā ieejošā plūsma — negatīva.

Elektriskā lauka intensitātes vektora plūsma caur virsmu S ir elementāro plūsmu $d\Phi_E$ algebriskā summa, kuru var noteikt integrējot. Tad

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int_S E_n dS. \quad (11.33)$$

Ja $E_n = \text{const}$ pa visu virsmu, tad

$$\Phi_E = E_n S. \quad (11.34)$$

Intensitātes vektora plūsmas SI vienība ir $1 \text{ (V/m)} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ V} \cdot \text{m}$.

11.4.3. Gausa teorēmas formulējums un pierādījums.

Elektriskā lauka intensitātes vektora plūsma caur noslēgtu virsmu ir vienāda ar virsmas aptverto lādiņu algebrisku summu, kas dalīta ar ϵ_0 .

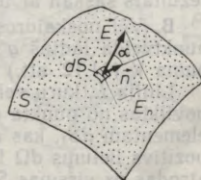
Šo apgalvojumu sauc par Gausa teorēmu, matemātiski to var pierakstīt šādi:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = Q_V / \epsilon_0, \quad (11.35)$$

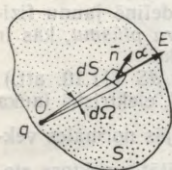
kur $\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \Phi_E$ — plūsma, kas iet caur slēgtu virsmu S , bet Q_V — virsmas S norobežotajā tilpumā esošais lādiņš.

Ja tilpumā V atrodas diskreti lādiņi q_i , tad

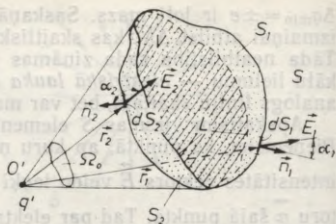
$$Q_V = \sum_V q_i, \quad (11.36)$$



11.10. att.



11.11. att.



11.12. att.

bet, ja tilpumā V ir nepārtraukti sadalīts lādiņš, kuru raksturo lādiņa blīvums ρ , tad

$$Q_V = \int_V \rho dV. \quad (11.37)$$

Pierādījums.

A. Vispirms pierādīsim teorēmu noslēgtai virsmai S , kura aptver vienu punktteida lādiņu q (11.11. att.).

Saskaņā ar sakarību (11.33) caur virsmu S plūsma $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS$.

Aplūkojamā gadījumā $\vec{E} = q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 r^3)$ (sk. formulu (11.11)). Tādēļ

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{n} \right) dS. \text{ Seit } \frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{n} dS = dS \cos \alpha = dS', \text{ kur } dS' \text{ ir ele-}$$

menta dS projekcija uz rādiusvektoram \vec{r} perpendikulāras plaknes. No ģeometrijas zināms, ka dS'/r^2 ir telpiskais leņķis $d\Omega$, kādā redzams elements dS' , no rādiusvektora \vec{r} sākumpunkta O . Tādēļ

$$\Phi_E = (q/4\pi\epsilon_0) \oint_S d\Omega. \quad (11.38)$$

Seit $\oint_S d\Omega$ ir telpiskais leņķis, kādā redzama no punkta O noslēgtā virsma S , un tas acīmredzot vienāds ar 4π . Tā iegūst $\Phi_E = q/\epsilon_0$. Šis rezultāts saskan ar teorēmā izteikto apgalvojumu.

B. Vēl noskaidrosim, kādu plūsmu caur noslēgtu virsmu S rada punktteida lādiņš q' , kas atrodas ārpus šīs virsmas norobežotā tilpuma V (11.12. att.) punktā O' .

Līnija L , kuru veido virsmas S saskares punkti ar pieskarēm, kas novilkta no punkta O' , sadala virsmu divās daļās S_1 un S_2 . Katram elementam dS_1 , kas atrodas uz virsmas S_1 , atbilst leņķis $\alpha_1 < \pi/2$ un pozitīvs lielums $d\Omega$ formulā (11.38), bet katram elementam dS_2 , kas atrodas uz virsmas S_2 , atbilst $\alpha_2 > \pi/2$ un negatīvs lielums $-d\Omega$ šajā formulā. (Pret punktu O' , kur atrodas lādiņš q , paversta virsmas S_1

«iekšpuse» un virsmas S_2 «ārpuse».) Tādēļ, plūsmu aprēķinot, ja formulā (11.38) integrē atsevišķi pa virsmām S_1 un S_2 , iegūst $\Phi_E = (q'/4\pi\epsilon_0) \times (fd\Omega - fd\Omega)$, kur $fd\Omega$ un $fd\Omega$ ir telpiskie leņķi, kādos redzamas no punkta O' virsmas S_1 un S_2 . Tie abi ir vienādi ar Ω_0 . Tā iegūst, ka $\Phi_E = 0$. Tas nozīmē, ka lādiņš, kurš atrodas ārpus virsmas S norobežotā tilpuma V , nerada plūsmu caur šo virsmu. Tas atbilst Gausa teorēmas apgalvojumam.

C. Tagad aplūkosim gadījumu, kad virsma S aptver punktveida lādiņu sistēmu $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_N$.

Saskaņā ar superpozīcijas principu lādiņu sistēmas radītā lauka intensitāte ikvienā punktā $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$, tādēļ plūsma $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot d\vec{S}$. Mainot integrēšanas un summēšanas secību, iegūst $\Phi_E = \sum_{i=1}^N \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S}$, kur $\oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = q_i/\epsilon_0$, kas pierādīts jau agrāk. Tādējādi $\Phi_E = \sum_{i=1}^N q_i/\epsilon_0 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i$. Tas atbilst Gausa teorēmā izteiktajam apgalvojumam.

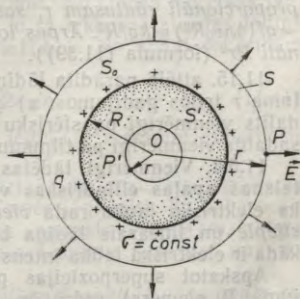
D. Tā kā jebkuru telpā nepārtraukti izvietotu lādiņu var domās sadalīt punktveida lādiņos, tad Gausa teorēma ir pareiza arī tādai slēgtai virsmai, kura aptver telpā nepārtraukti izvietotu lādiņu.

11.5. GAUSA TEORĒMAS IZMANTOŠANA ELEKTRISKĀ LAUKA INTENSITĀTES APRĒĶINĀŠANAI

Izmantojot Gausa teorēmu, viegli noteikt elektriskā lauka intensitāti, ja lauks ir simetrisks. Šādā laukā iespējams izraudzīties vienkāršas formas slēgtu virsmu, caur kuru intensitātes vektora plūsmu var izteikt divējādi: 1) pamatojoties uz plūsmas definīciju un 2) izmantojot Gausa teorēmu. Apskatīsim dažus piemērus.

11.5.1. Vienmērīgi lādētas sfēriskas virsmas elektriskais lauks. Pieņemsim, ka elektriskais lādiņš q ir vienmērīgi sadalīts ($\sigma = \text{const}$) pa sfērisku virsmu S_0 , kuras rādiuss ir R (11.13. att.). Noskaidrosim, kāda ir elektriskā lauka intensitāte \vec{E} dažādos lauka punktos.

A. Vispirms noteiksim intensitāti \vec{E} kādā punktā P , kas atrodas attālumā r no sfēras centra ārpus sfēras ($r > R$). Lādiņa sadalījums ir sfēriski simetrisks attiecībā pret punktu O , tādēļ arī elektriskajam laukam jābūt sfēriski simetriskam. Tas nozīmē, ka



11.13. att.

visos punktos, kas atrodas uz sfēras S ar rādiusu r , intensitātes vektori ir vērsti radiāli un to moduļi ir vienādi. Tādēļ elektriskā lauka intensitātes vektora plūsmu Φ_E , kas iet caur sfēru S , var izteikt, izmantojot plūsmas definīciju, proti, $\Phi_E = E4\pi r^2$. Saskaņā ar Gausa teorēmu sfērai S var rakstīt $\Phi_E = q/\epsilon_0$. Salīdzinot abu sakarību labās puses, iegūst

$$E = q/(4\pi\epsilon_0 r^2) = kq/r^2, \quad (11.39)$$

kas saskan ar formulu (11.12). Tas rāda, ka *vienmērīgi lādētas sfēras lauks ārpus šīs sfēras ir tāds pats, kādu rada punktveida lādiņš q , atrazdamies sfēras centrā.*

B. Tagad noteiksim intensitāti \vec{E} kādā punktā P' , kas atrodas attālumā r no sfēras centra, bet *sfēras iekšpusē* ($r < R$). Arī sfēras iekšpusē laukam, ja tas eksistē, jābūt sfēriski simetriskam. Izmantojot definīciju, plūsmu Φ'_E , kas iet caur virsmu S' , var izteikt šādi: $\Phi'_E = -E4\pi r^2$, bet saskaņā ar Gausa teorēmu $\Phi'_E = 0$. Tādēļ $E = 0$. Tātad *vienmērīgi lādētas sfēras iekšpusē elektriskā lauka nav.*

11.5.2. Vienmērīgi lādētas lodes elektriskais lauks. Pieņemsim, ka elektriskais lādiņš q ir vienmērīgi sadalīts pa tilpumu ($\rho = \text{const}$) lodē, kuras rādiuss ir R (11.14. att.), un noteiksim intensitāti \vec{E} tās lauka dažādos punktos.

A. Gluži tāpat kā iepriekšējā piemērā, var noskaidrot, ka *ārpus lodes* ($r > R$) *lauks ir sfēriski simetrisks un tā intensitātei derīga formula* (11.39).

B. Laukam lodes iekšpusē ($r < R$), izsakot plūsmu Φ_E , kas iet caur sfērisku virsmu S ar rādiusu r , saskaņā ar definīciju var rakstīt $\Phi_E = E4\pi r^2$, bet pēc Gausa teorēmas $\Phi_E = (q/\epsilon_0) \times (V/V_0)$, kur V un V_0 — tilpumi lodēm ar rādiusiem r un R . Tā kā $V/V_0 = r^3/R^3$, iegūst

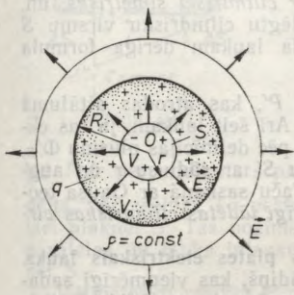
$$E = qr/(4\pi\epsilon_0 R^3) = kqr/R^3. \quad (11.40)$$

Tas rāda, ka *vienmērīgi lādētas lodes centrā elektriskā lauka intensitāte ir vienāda ar nulli. Attālinoties no centra, intensitāte E pieaug proporcionāli rādiusam r , sasniedzot uz lodes virsmas vērtību $E = q/(4\pi\epsilon_0 R^2) = kq/R^2$. Ārpus lodes intensitāte E samazinās proporcionāli $1/r^2$ (formula (11.39)).*

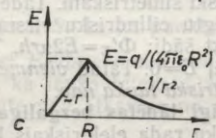
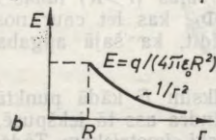
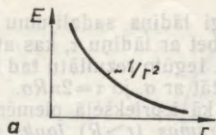
11.15. attēlā parādīta lādiņa q lauka intensitāte atkarībā no attāluma r trijos gadījumos: a) q ir punktveida lādiņš, b) lādiņš q sadalīts vienmērīgi pa sfērisku virsmu, kuras rādiuss R , c) lādiņš q sadalīts vienmērīgi pa tilpumu lodē, kuras rādiuss R .

11.5.3. Vienmērīgi lādētas bezgalīgi garas taisnas stieples un taisnas apaļas cilindriskas virsmas elektriskais lauks. Pieņemsim, ka elektrisko lauku rada *vienmērīgi lādēta taisna, bezgalīgi gara stieple* un lineārais lādiņa blīvums τ (11.16. att.). Noskaidrosim, kāda ir elektriskā lauka intensitāte dažādos punktos.

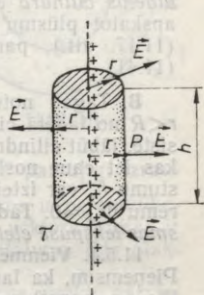
Apskatot superpozīcijas principa izmantošanu (11.3.5. nodalījumā, B. piemērs), redzējām, ka divi vienādi un attiecībā pret lauka punktu P simetriski novietoti vienmērīgi lādētas stieples elementi dod



11.14. att.



11.15. att.



11.16. att.

lauka intensitāti, kuras virziens ir perpendikulārs stieplei. Bezgalīgi garu stiepli var sadalīt vienādu elementu pāros, kuri novietoti simetriski attiecībā pret jebkuru lauka punktu P . Tādēļ jebkurā punktā P vektors \vec{E} ir perpendikulārs stieplei. Punktos, kuru attālumi no stieples ir vienādi, vektoriem \vec{E} ir vienādi moduli, jo nav nekāda pamata pieņemt, ka lauks ap stiepli dažādos virzienos ir dažāds. Šādu attiecībā pret taisni simetrisku lauku sauc par cilindriski simetrisku.

Izraudzīsimies par noslēgtu virsmu cilindru, kura ass sakrīt ar lādēto stiepli, bet rādiuss ir r un augstums h . Plūsma Φ_E iet tikai caur cilindra sānu virsmu, jo vektori \vec{E} ir paralēli cilindra pamatiem. Tādēļ, izmantojot plūsmas definīciju, var rakstīt $\Phi_E = E2\pi rh$, kur $2\pi rh$ — cilindra sānu virsmas laukums. No Gausa teorēmas tam pašam cilindram izriet, ka $\Phi_E = \tau h/\epsilon_0$, jo tā iekšpusē atrodas lādiņš $q = \tau h$, kas novietots uz stieples nogriežņa h . No abām sakarībām iegūst

$$E = \tau / (2\pi\epsilon_0 r) = 2k\tau / r. \quad (11.41)$$

Tas saskan ar formulu (11.26), kura iegūta, izmantojot superpozīcijas principu.

Salīdzinot abus risinājumus, var secināt, ka rezultāts iegūstams vieglāk, ja izmanto Gausa teorēmu. Tomēr jāpiebilst, ka superpozīcijas principam ir plašāks lietojamības apgabals. Piemēram, galīga garuma lādētas stieples laukam Gausa teorēmu izmantot nav izdevīgi.

Ja lādiņš vienmērīgi sadalīts pa taisna bezgalīgi gara apaļa cilindra virsmu, kuras rādiuss ir R , un jānosaka tā elektriskā lauka

intensitāte, izdevīgi lādiņa sadalījumu raksturot nevis ar virsmas lādiņa blīvumu σ , bet ar lādiņu τ , kas atrodas uz vienu vienību augstas cilindra daļas. Iegūto rezultātu tad ērti salīdzināt ar iepriekšējo. Pēc tam τ var aizstāt ar σ , jo $\tau = 2\pi R\sigma$.

A. Gluži tāpat kā iepriekšējā piemērā, var noskaidrot, ka ārpus lādētās cilindra virsmas ($r > R$) lauks ir cilindriski simetrisks, un, apskatot plūsmu Φ_E , kas iet caur noslēgtu cilindrisku virsmu S (11.17. att.), parādīt, ka šajā apgabalā laukam derīga formula (11.41).

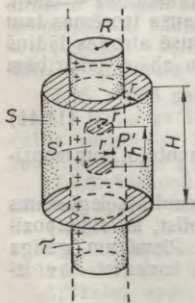
B. Tagad noteiksim \vec{E} kādā punktā P' , kas atrodas attālumā $r < R$ no lādētā cilindra ass tā iekšpusē. Arī šeit laukam, ja tas eksistē, jābūt cilindriski simetriskam. Tādēļ pēc definīcijas plūsmu Φ'_E , kas iet caur noslēgtu cilindrisku virsmu S' ar rādiusu r un augstumu h , var izteikt šādi: $\Phi'_E = E2\pi rh$. Taču saskaņā ar Gausa teorēmu $\Phi'_E = 0$. Tādēļ $E = 0$. Tātad vienmērīgi lādētas cilindriskas virsmas iekšpusē elektriskā lauka nav.

11.5.4. Vienmērīgi lādētas bezgalīgas plates elektriskais lauks. Pieņemsim, ka lauku rada elektriskais lādiņš, kas vienmērīgi sadalīts ($\sigma = \text{const}$) pa plakānu neierobežota izmēra virsmu S (11.18. att.).

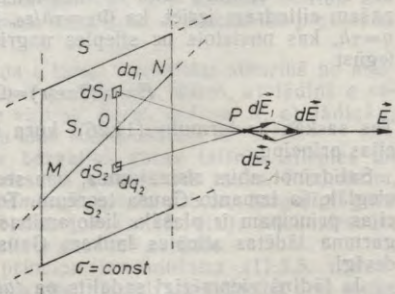
Noskaidrosim, kāda ir elektriskā lauka intensitāte \vec{E} dažādos lauka punktos.

Nemsim patvaļīgu punktu P ārpus lādētās virsmas S . Taisne MN , kas novilkta caur punktu P projekciju O uz plaknes S , sadala plakni divās daļās S_1 un S_2 . Katram plaknes daļas S_1 virsmas elementam dS_1 ar punktveida lādiņu dq_1 atbilst plaknes daļā S_2 attiecībā pret punktu O simetriski novietots elements dS_2 ar tādu pašu punktveida lādiņu $dq_2 = dq_1$. Saskaitot abu lādiņu dq_1 un dq_2 lauku intensitātes vektorus $d\vec{E}_1$ un $d\vec{E}_2$, iegūst vektoru $d\vec{E}$, kas perpendikulārs plaknei S (sk. 11.18. att.; tas veidots, pieņemot, ka $\sigma > 0$).

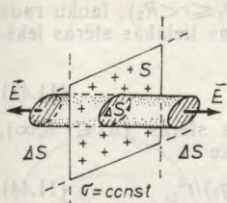
Visu plakni S var sadalīt šādu simetriski izvietotu elementu pāros. Tas nozīmē, ka visas plaknes lauka intensitātes vektors \vec{E} pun-



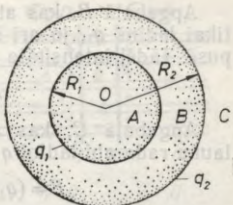
11.17. att.



11.18. att.



11.19. att.



11.20. att.

ktā P ir perpendikulārs plaknei S . Tā kā punkts P patvaļīgi izraudzīts, var secināt, ka vektori \vec{E} visos lauka punktos ir perpendikulāri plaknei S . Tas nozīmē, ka lauka intensitātes vektora līnijas ir paralēlas un lauka intensitāte nav atkarīga no attāluma līdz plaknei S .

Pārvietosim punktu P paralēli plaknei S . Nevien punkts pārvietojuma plaknē neatrodas īpašā stāvoklī attiecībā pret plakni S , jo plakne S no jebkura punkta visos virzienos aiziet līdz bezgalībai. Tādēļ jāsecina, ka lauka intensitātes modulis nemainās, lauka punktam P pārvietojoties paralēli plaknei S . Tas nozīmē, ka visā telpas

apgabalā, kas atrodas vienā pusē no plaknes S , intensitāte $\vec{E} = \text{const}$. Šādu lauku sauc par homogēnu lauku. Homogēns ir elektriskais lauks arī uz otru pusi no plaknes S , tikai tā virziens ir pretējs, t. i., lauks ir simetrisks attiecībā pret plakni S .

Lai noskaidrotu sakarību starp E un σ , apskatīsim slēgtu cilindrisku virsmu, kuras veidules ir perpendikulāras, bet pamati paralēli plaknei S (11.19. att.). Cilindriskā virsma aptver plaknes S daļu ar laukumu ΔS . Tādi paši laukumi ir arī cilindra pamatiem. Lauka intensitātes vektora plūsma iet tikai caur cilindra pamatiem, jo cilindra sānu virsmu lauka līnijas nešķēļ. Saskaņā ar definīciju plūsma $\Phi_E = E\Delta S$, bet, izmantojot Gausa teorēmu, var rakstīt, ka $\Phi_E = \sigma\Delta S/\epsilon_0$. Salīdzinot abas izteiksmes, iegūst

$$E = \sigma / (2\epsilon_0), \quad (11.42)$$

kas saskaņā ar formulu (11.29).

11.5.5. Divu vienmērīgi lādētu koncentrisku sfēru, koaksiālu cilindru un paralēlu plašu elektriskie lauki. Seit minētie lauki praksē visbiežāk sastopami sfēriskos, cilindriskos un plakanos kondensatoros (sk. 12.7.6. nodaļījumu). Tos aplūkosim, izmantojot iepriekšējos piemēros iegūtos rezultātus un lauku superpozīcijas principu.

A. Pieņemsim, ka divu koncentrisku sfēru rādiusi ir R_1 un R_2 , pie tam $R_1 < R_2$, bet lādiņi ir q_1 un q_2 (11.20. att.).

Apgabalā A , kas atrodas mazākās (un, protams, vienlaikus arī lielākās) lādētās sfēras iekšpusē ($0 \leq r < R_1$), lādiņi q_1 un q_2 lauku nerada, t. i., $E = 0$.

Apgabalā B , kas atrodas starp sfērām ($R_1 \leq r < R_2$), lauku rada tikai lādiņš q_1 , jo arī šis apgabals vēl atrodas lielākās sfēras iekšpusē. Tādēļ intensitāte

$$E = q_1 / (4\pi\epsilon_0 r^2) = kq_1 / r^2. \quad (11.43)$$

Apgabalā C , kas atrodas ārpus lielākās sfēras ($R_2 \leq r < \infty$), lauku rada abi lādiņi q_1 un q_2 . Tādēļ intensitāte

$$E = (q_1 + q_2) / (4\pi\epsilon_0 r^2) = k(q_1 + q_2) / r^2. \quad (11.44)$$

Ja lādiņiem q_1 un q_2 ir vienādas zīmes, to lauki viens otru pastiprina. Lauka virziens atkarīgs no lādiņu zīmēm. Ja lādiņu zīmes ir pretējās, bet $|q_1| \neq |q_2|$, lauki daļēji kompensējas. Vektora \vec{E} moduli nosaka $|q_1 + q_2|$, un \vec{E} virziens sakrīt ar lielākā lādiņa lauka virzienu. Ja lādiņi q_1 un q_2 ir vienlieli, bet ar pretējām zīmēm, tad apgabalā C to lauki pilnīgi kompensējas ($E=0$). Lauks eksistē tikai starp sfērām apgabalā B . Šāda situācija ir sfēriskā kondensatorā.

11.21. attēlā parādītas lauka intensitātes vektora līnijas divos gadījumos: a) $q_1 = q_2 = q > 0$ un b) $|q_1| = |q_2| = q$, bet $q_1 > 0$ un $q_2 < 0$.

B. Gadījumā, kad divu bezgalīgi garu koaksiālu cilindrisku virsmu rādiusi ir R_1 un R_2 , bet lādiņi uz cilindra augstuma vienības ir τ_1 un τ_2 (11.22. att.), var analizēt tādā pašā veidā.

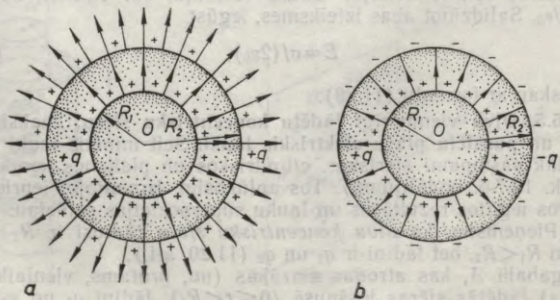
Apgabalā A mazākā cilindra iekšpusē ($0 \leq r < R_1$) lauka nav, t. i., lauka intensitāte $E=0$.

Apgabalā B starp cilindriskajām virsmām ($R_1 \leq r < R_2$) lauku rada tikai iekšējā cilindra lādiņš. Tādēļ

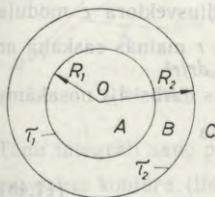
$$E = \tau_1 / (2\pi\epsilon_0 r) = 2k\tau_1 / r. \quad (11.45)$$

Apgabalā C ārpus lielākā cilindra ($R_2 \leq r < \infty$) lauku rada abu cilindru lādiņi. To superpozīcijas dēļ lauka intensitāte

$$E = (\tau_1 + \tau_2) / (2\pi\epsilon_0 r) = 2k(\tau_1 + \tau_2) / r. \quad (11.46)$$



11.21. att.



11.22. att.



11.23. att.

Abu cilindru lauki viens otru pastiprina, ja lādiņiem τ_1 un τ_2 ir vienādas zīmes, daļēji kompensē, ja lādiņiem τ_1 un τ_2 ir pretējas zīmes, bet $|\tau_1| \neq |\tau_2|$, vai arī pilnīgi kompensē, ja lādiņi τ_1 un τ_2 ir vienlieli, bet ar pretējām zīmēm. Beidzamajā gadījumā lauks pastāv tikai starp cilindriskajām virsmām. Tā tas ir cilindriskā kondensatorā.

C. Elektrisko lauku rada divas paralēlas vienmērīgi lādētas neierobežota lieluma plates 1 un 2, uz kurām virsmas lādiņa blīvums ir σ_1 un σ_2 (11.23. att.). To lauki viens otru pastiprina ārpus platēm (apgabalā A un C), ja lādiņiem ir vienādas zīmes, vai arī starp platēm (apgabalā B), ja lādiņiem ir pretējas zīmes, un daļēji (ja $|\sigma_1| \neq |\sigma_2|$) vai pilnīgi (ja $|\sigma_1| = |\sigma_2|$) kompensē starp platēm (apgabalā B), kad lādiņu zīmes ir vienādas, bet ārpus platēm (apgabalā A un C), kad lādiņu zīmes ir pretējas. Piemēram, plakanā kondensatorā, kur $|\sigma_1| = |\sigma_2| = \sigma$ un lādiņu zīmes ir pretējas, lauka intensitāte starp platēm ir šāda:

$$E = \sigma / \epsilon_0, \quad (11.47)$$

bet pārējā telpas daļā intensitāte $E = 0$.

11.6. DARBS, KURU VEIC ELEKTROSTATISKĀ LAUKA SPĒKI, PĀRŅESOT LĀDIŅU

11.6.1. Punktveida lādiņa pārnesanas darbs elektrostatiskajā laukā. Uz lādiņu, kas atrodas elektrostatiskajā laukā, jebkurā lauka punktā darbojas zināms spēks, un, lādiņu pārvietojot, lauka spēki padara darbu. Vispirms noskaidrosim, kā var izteikt šo darbu, ja punktveida zondes lādiņš q_2 tiek pārvietots no punkta 1 uz punktu 2 (11.24. att.) viena punktveida lādiņa q laukā, pie tam

uzskatīsim, ka lādiņa q_z kustība ir bezgalīgi lēna un lādiņu mijiedarbības spēkus tā neietekmē.

Lādiņam pieliktais spēks \vec{F} , lādiņu pārvietojot par $d\vec{l}$, veic elementāru darbu $dA = \vec{F}d\vec{l} = |\vec{F}| |d\vec{l}| \cos \alpha$, kur α — leņķis starp vektoriem \vec{F} un $d\vec{l}$. Lielums $|d\vec{l}| \cos \alpha = dr$ ir rādiusvektora \vec{r} moduļa izmaiņa. Spēka \vec{F} modulis $|\vec{F}| = F$ atkarībā no r mainās saskaņā ar Kulona likumu, t. i., $F = kqq_z/r^2$. Tādēļ $dA = kqq_z dr/r^2$.

Ceļa posmā starp punktiem 1 un 2 paveiktais darbs A_{12} nosakāms integrējot: $A_{12} = \int_1^2 dA = kqq_z \int_{r_1}^{r_2} dr/r^2$. No tā izriet, ka

$$A_{12} = kqq_z(1/r_1 - 1/r_2). \quad (11.48)$$

Ja lauku, kurā notiek lādiņa q_z pārvietošanās, rada nekustīgu lādiņu $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_N$ sistēma, tad lādiņam q_z pieliktais kopspēks $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$, kur $|\vec{F}_i| = kq_i q_z / r_i^2$, bet tā darbs $A_{12} = \sum_{i=1}^N A_{12}^i$, kur $A_{12}^i = kq_i q_z (1/r_{i1} - 1/r_{i2})$, t. i.,

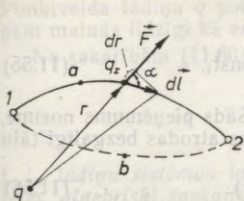
$$A_{12} = kq_z \sum_{i=1}^N q_i (1/r_{i1} - 1/r_{i2}). \quad (11.49)$$

Sakarību (11.49) var vispārināt arī laukam, kuru rada telpā nepārtraukti izvietoti nekustīgi lādiņi.

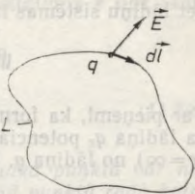
11.6.2. Elektrostatiskā lauka potenciālais raksturs. No sakarībām (11.48) un (11.49) redzams, ka elektrostatiskā lauka spēku darbs, ko tie veic, ja laukā tiek pārvietots lādiņš, atkarīgs no lādiņiem, kuri rada lauku, no pārnēsamā lādiņa q_z , kā arī no tā sākuma un beigu stāvokļa. *Darbs nav atkarīgs no lādiņa q_z trajektorijas starp sākuma un beigu punktiem.* Pārnēsot lādiņu pa noslēgtu trajektoriju, piemēram, pa līkni *1a2b1* (11.24. att.), kad lādiņš atgriežas izejas punktā, elektrostatiskā lauka spēku darbs ir vienāds ar nulli. Tādēļ *elektrostatiskā lauka spēki ir konservatīvi spēki* (sk. 2.5.3. nodaļumu B.) *un elektrostatiskais lauks ir potenciāls lauks.*

11.6.3. Elektriskā lauka intensitātes vektora cirkulācija. Apskatīsim kādu noslēgtu kontūru L elektriskajā laukā (11.25. att.). Ja zīnāma lauka intensitāte \vec{E} visos kontūra punktos, tad lauka spēku darbu, ko tie veic, pārnēsot lādiņu q pa šo kontūru, var aprēķināt šādi:

$$A_L = \oint_L q \vec{E} d\vec{l}. \quad (11.50)$$



11.24. att.



11.25. att.

Tādu integrāli sauc par līnijas integrāli, jo reizinājumi $q\vec{E}d\vec{l}$ jāņem pa visiem kontūra (līnijas) L elementiem $d\vec{l}$. Lielumu

$$C_E = \oint_L \vec{E}d\vec{l} \quad (11.51)$$

sauc par elektriskā lauka intensitātes vektora cirkulāciju. (Līdzīgi var definēt cirkulāciju jebkurai vektoriālam laukam, piemēram, ātrumu laukam šķidrums vai gāzes plūsmā, magnētiskajam laukam utt.) Salīdzinot sakarības (11.50) un (11.51), redzams, ka

$$C_E = A_L/q, \quad (11.52)$$

t. i., elektriskā lauka intensitātes vektora cirkulācija pa noslēgtu kontūru ir vienāda ar darbu, ko padara elektriskā lauka spēki, pārvietojot pa šo kontūru vienu vienību lielu pozitīvu lādiņu.

Lauka cirkulācija noder lauka rakstura noteikšanai: ja vektoriālā laukā, ko raksturo vektors \vec{a} , cirkulācija $C_a=0$, tad lauks ir *potenciāls* (*bezvirpuļains*), bet, ja $C_a \neq 0$, tad lauks ir *virpuļains*.

Elektrostatiskais lauks ir potenciāls lauks un tajā $C_E=0$.

11.7. ELEKTROSTATISKĀ LAUKA POTENCIĀLS

11.7.1. Potenciāla jēdziens. Punktveida lādiņa un punktveida lādiņu sistēmas lauka potenciāls. Kā zināms (sk. 2.5.3. nodaļā B), konservatīvu spēku darbs, ko tie veic, ja kāds ķermenis pārvietojas šo spēku laukā, ir vienāds ar ķermeņa potenciālās enerģijas samazinājumu. Tas nozīmē, ka zondes lādiņa q_z pārvešanas darbs A_{12} (sk. formulas (11.48) un (11.49)) ir vienāds ar tā potenciālās enerģijas samazinājumu atbilstoši viena punktveida lādiņa vai lādiņu sistēmas elektriskajā laukā, t. i.,

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}. \quad (11.53)$$

Salīdzinot formulu (11.53) ar formulām (11.48) un (11.49), var secināt, ka lādiņa q_z potenciālā enerģija lādiņa q laukā ir šāda:

$$W_p = (kqq_z/r) + \text{const}, \quad (11.54)$$

bet lādiņu sistēmas laukā

$$W_p = kq_z \sum_{i=1}^N q_i/r_i + \sum_{i=1}^N \text{const}_i \quad (11.55)$$

Var pieņemt, ka formulā (11.54) $\text{const}=0$. Šāds pieņēmums nozīmē, ka lādiņa q_z potenciālā enerģija $W_p=0$, ja tas atrodas bezgalīgi tālu ($r=\infty$) no lādiņa q . Tādēļ

$$W_p = kqq_z/r = qq_z/(4\pi\epsilon_0 r). \quad (11.56)$$

Arī formula (11.55) tādā gadījumā kļūst vienkāršāka:

$$W_p = kq_z \sum_{i=1}^N q_i/r_i = (q_z/(4\pi\epsilon_0)) \sum_{i=1}^N (q_i/r_i). \quad (11.57)$$

Kādā noteiktā lauka punktā novietotiem dažādiem zondes lādiņiem q'_z, q''_z, \dots ir dažādas potenciālās enerģijas W'_p, W''_p, \dots , turpretī attiecība W'_p/q_z ir atkarīga nevis no zondes lādiņa q_z , bet gan tikai no lādiņa q vai lādiņu sistēmas, kas rada lauku, kā arī no apskatāmā punkta. Tādēļ šādu attiecību var izmantot lauka enerģētisko īpašību lokālai raksturošanai (t. i., raksturošanai katrā lauka punktā). Lielumu

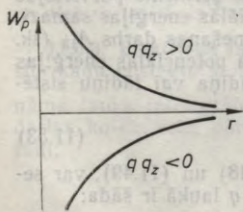
$$\varphi = W_p/q_z \quad (11.58)$$

sauc par *elektrostatiskā lauka potenciālu*.

No definīcijas sakarības (11.58) izriet, ka elektrostatiskā lauka potenciāls katrā punktā ir skaitliski vienāds ar potenciālo enerģiju, kāda ir šajā punktā novietotam vienu vienību lielam pozitīvam punkteida lādiņam. Sakarību (11.58) izmanto potenciāla vienības definēšanai. SI sistēmā *elektrostatiskā lauka potenciāls kādā punktā ir vienu vienību liels tad, ja šajā punktā novietota vienu kulonu (1 C) liela lādiņa potenciālā enerģija ir viens džouls (1 J)*. Šādu vienību sauc par voltu (**1 V**):

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J} / 1 \text{ C}. \quad (11.59)$$

Divu lādiņu q un q_z potenciālā enerģija W_p atkarībā no attāluma r starp tiem parādīta 11.26. attēlā. Ja lādiņiem ir vienādas zīmes ($qq_z > 0$), tad $W_p > 0$, bet, ja lādiņiem ir dažādas zīmes ($qq_z < 0$), tad $W_p < 0$.



11.26. att.

Saskaņā ar potenciāla definīciju (11.58) no sakarībām (11.56) un (11.57) punkteida lādiņa q lauka potenciāla aprēķināšanai iegūst formulu

$$\varphi = kq/r = q/(4\pi\epsilon_0 r), \quad (11.60)$$

bet lādiņu sistēmas lauka potenciāla aprēķināšanai — formulu

$$\varphi = k \sum_{i=1}^N q_i/r_i = (1/(4\pi\epsilon_0)) \sum_{i=1}^N (q_i/r_i). \quad (11.61)$$

Punktveida lādiņa q potenciāls φ atkarībā no attāluma r līdz lādiņam mainās līdzīgi kā enerģija W_p (11.26. att.).

No sakarībām (11.60) un (11.61) redzams, ka

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i, \quad (11.62)$$

t. i., lādiņu sistēmas lauka potenciālu kādā lauka punktā var noteikt, algebriski saskaitot potenciālus, kurus šajā punktā rada katrs atsevišķs lādiņš, kad citu lādiņu nav tuvumā.

Tā ir superpozīcijas princīpa izpausme.

No formulas (11.58) redzams, ka lādiņam q , kas atrodas tādā lauka punktā, kurā potenciāls ir φ , piemīt potenciālā enerģija

$$W_p = q\varphi. \quad (11.63)$$

Tādēļ lauka spēku veikto darbu A_{12} , lādiņam pārvietojoties, var izteikt šādi:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (11.64)$$

Tātad darbu, ko veic lādiņam pieliktie elektriskā lauka spēki, ja lādiņš pārvietojas šajā laukā, var noteikt, reizinot lādiņu ar potenciālu starpību starp lādiņa pārvietojuma sākuma un beigu punktiem. Ja lādiņš q no punkta ar potenciālu φ tiek pārnests uz bezgalību, kur $\varphi = \varphi_\infty = 0$, tad lauka spēku darbs

$$A_\infty = q\varphi. \quad (11.65)$$

Tikpat liels darbs jāpadara, lai pārvarētu lauka spēkus un lādiņu q pārnestu no bezgalības uz lauka punktu ar potenciālu φ .

Izsakot $\varphi = A_\infty/q$, redzams, ka elektrostatiskā lauka potenciāls φ kādā punktā ir skaitliski vienāds ar darbu, kuru pastrādā lauka spēki, pārnesot vienu vienību (1 C) lielu pozitīvu lādiņu no dotā punkta uz bezgalību.

Var arī sacīt, ka potenciāls φ ir skaitliski vienāds ar darbu, kas jāpadara, lai pārvarētu lauka spēkus un pārnestu vienu vienību (1 C) lielu lādiņu no bezgalības uz doto lauka punktu.

Fizikā bieži lieto īpašu (ārpussistēmas) enerģijas un darba vienību — elektronvoltage (1 eV), ko definē šādi: vienu elektronvoltage liels ir darbs, kuru padara elektriskā lauka spēki, kas pielikti elementārlādiņam e , ja lādiņu pārvieto starp punktiem ar 1 V lielu potenciālu starpību.

No formulas (11.64) izriet, ka

$$1 \text{ eV} = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

11.7.2. Elektriskā dipola lauka potenciāls. Aplūkosim elektrisko lauku, ko rada dipols, kura lādiņi ir $+q$ un $-q$, bet plecs l (11.27. att.). Noteiksim potenciālu φ lauka punktā P , kas atrodas attālumā $r \gg l$ no dipola centra virzienā, kurš veido leņķi γ ar dipola plecu. Saskaņā ar superpozīcijas principu (11.62) potenciāls $\varphi =$

$=\varphi_+ + \varphi_-$, kur φ_+ un φ_- — lādiņu $+q$ un $-q$ radītie potenciāli. Iz-
mantojot sakarību (11.60), var izteikt $\varphi_+ = kq/r_+$ un $\varphi_- = -kq/r_-$.
Tā kā $r \gg l$, tad $r_+ = r - (l \cos \gamma)/2$ un $r_- = r + (l \cos \gamma)/2$. Tādēļ

$$\varphi = kq \left(\frac{1}{r - \frac{l \cos \gamma}{2}} - \frac{1}{r + \frac{l \cos \gamma}{2}} \right) =$$

$$= kql \cos \gamma / \left(r^2 - \frac{l^2 \cos^2 \gamma}{4} \right).$$

Ievērojot to, ka $ql = p_e$ un $r^2 \gg (l^2 \cos^2 \gamma)/4$, iegūst

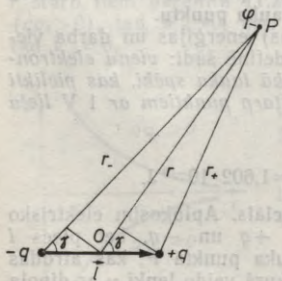
$$\varphi = (kp_e/r^2) \cos \gamma = (p_e / (4\pi\epsilon_0 r^2)) \cos \gamma. \quad (11.66)$$

Kā redzams, dipola laukā dotajā virzienā lauka potenciāls φ sama-
zinās proporcionāli $1/r^2$, t. i., samazinās straujāk nekā punktveida
lādiņa laukā, kur $\varphi \sim 1/r$. Attālumā r potenciāls φ ir vislielākais di-
pola ass virzienā ($\gamma=0$), bet dipola asij perpendikulārā virzienā
($\gamma=\pi/2$) potenciāls $\varphi=0$.

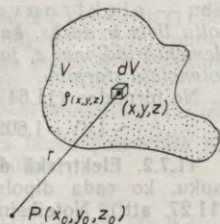
11.7.3. Telpā nepārtraukti izvietota lādiņa lauka potenciāls. Ja
elektrostatisko lauku rada (11.28. att.) tilpumā V nepārtraukti izvie-
tots lādiņš, kura blīvums katrā telpas punktā ir $\rho(x, y, z)$, tad til-
puma elementā $dV = dx dy dz$ atrodas lādiņš $dq = \rho(x, y, z) dx dy dz$,
kas punktā $P(x_0, y_0, z_0)$ rada potenciālu $d\varphi = kdq/r$, kur $r =$
 $= \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$. Saskaņā ar superpozīcijas principu
(11.62) potenciālu φ punktā P var noteikt, algebriski saskaitot visus
potenciālus $d\varphi$, t. i., integrējot pa tilpumu V :

$$\varphi = k \int_V \frac{\rho(x, y, z) dx dy dz}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}}. \quad (11.67)$$

11.7.4. Ekvipotenciālas virsmas. Par ekvipotenciālu virsmu sauc
to elektrostatiskā lauka punktu ģeometrisko vietu, kuros ir vienāds



11.27. att.



11.28. att.

potenciāls. Tas nozīmē, ka visos ekvipotenciālas virsmas punktos jābūt spēkā nosacījumam $\varphi = \text{const}$. Ja iespējams analītiski izteikt potenciālu φ kā koordinātu funkciju, tad nosacījums

$$\varphi(x, y, z) = a = \text{const} \quad (11.68)$$

ir ekvipotenciālas virsmas vienādojums. Dažādām konstantes a vērtībām atbilst dažādas ekvipotenciālas virsmas.

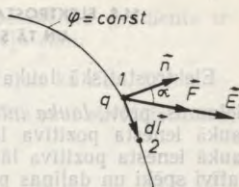
Izmantojot nosacījumu (11.68) punkta lādiņa laukumam, kura potenciālu izsaka formula (11.60), iegūst $kq/r = a$ jeb $r = kq/a = \text{const}$. Tātad ekvipotenciālās virsmas ir sfēras, kuru centrā atrodas lādiņš. Kā jau noskaidrots (11.4.1. nodaļījumā), punkta lādiņa lauka intensitātes līnijas ir radiālas (sk. 11.9. att.). Tātad intensitātes līnijas un ekvipotenciālās virsmas šajā gadījumā ir savstarpēji perpendikulāras (ortogonālas). Izrādās, ka šī īpašība ir vispārīga — tā piemīt elektrostatiskiem laukiem visos gadījumos. Izmantojot ekvipotenciālas virsmas normāles vienības vektoru \vec{n} (tā modulis $|\vec{n}| = 1$), ortogonalitātes nosacījumu var uzrakstīt šādi: $\vec{E} \parallel \vec{n}$.

Pierādīsim, ka jebkura elektrostatiskā lauka intensitātes līnijas un ekvipotenciālās virsmas ir ortogonālas, t. i., pierādīsim, ka $\vec{E} \parallel \vec{n}$.

Sākumā pieņemsim, ka vektori \vec{E} un \vec{n} veido patvaļīgu leņķi α (11.29. att.), un izteiksim darbu dA , ko veic lauka spēki, lādiņam q pārvietojoties pa ekvipotenciālo virsmu no punkta 1 uz punktu 2 (pārvietojums $d\vec{l}$). To var izdarīt divējādi: 1) $dA = \vec{F} d\vec{l} = q \vec{E} d\vec{l} = q |\vec{E}| |d\vec{l}| \cos(\pi/2 - \alpha)$ un 2) $dA = q d\varphi = 0$, jo $d\varphi = 0$. Tātad $q |\vec{E}| |d\vec{l}| \cos(\pi/2 - \alpha) = 0$. Tā kā $q \neq 0$; $|\vec{E}| \neq 0$ un $|d\vec{l}| \neq 0$, tad atliek vienīgi, ka $\cos(\pi/2 - \alpha) = 0$ un $\alpha = 0$. Tas nozīmē, ka $\vec{E} \parallel \vec{n}$. To arī vajadzēja pierādīt.

Šķeļot kāda lauka ekvipotenciālas virsmas ar plakni, iegūst ekvipotenciālas līnijas. Ipaši ērti plaknē attēlot simetriskus laukus. Ja ir zināmas lauka ekvipotenciālās līnijas, tad, izmantojot ortogonalitāti, var konstruēt arī lauka intensitātes līnijas, vai arī otrādi — zinot intensitātes līnijas, konstruēt ekvipotenciālās līnijas. Eksperimentāli vienkāršāk var iegūt ekvipotenciālas līnijas.

Ekipotenciālās līnijas var vilkt tā, lai potenciālu diference starp jebkurām divām blakus līnijām būtu vienāda. Tad līniju biežums raksturo lauka intensitāti.



11.29. att.

11.8. ELEKTROSTATISKĀ LAUKA POTENCIĀLA GRADIENTS UN TĀ SAKARĀS AR LAUKA INTENSITĀTI

Elektrostatiskā lauka raksturošanai lieto divus dažādus lokālus lielumus, proti, *lauka intensitāti* \vec{E} (raksturo spēku, kas darbojas uz laukā ienesta pozitīva lādiņa vienību) un *potenciālu* φ (raksturo laukā ienesta pozitīva lādiņa vienības potenciālo enerģiju). Konservatīvi spēki un daļiņas potenciālā enerģija šādu spēku laukā ir savstarpēji saistīti lielumi (sk. 2.5.6. nodaļījumu). Tāpēc jāpastāv kādai sakarībai arī starp intensitāti \vec{E} un potenciālu φ . IZRĀDĀS, ka pastāv vienkārša sakarība starp potenciāla gradientu un lauka intensitāti.

11.8.1. Elektrostatiskā lauka potenciāla gradients. Elektrostatiskā lauka potenciāls ir skalāra koordinātu funkcija $\varphi(x, y, z)$. Saskaņā ar skalāras koordinātu funkcijas gradienta definīciju (sk. 2.5.6. nodaļījumu) potenciāla gradients

$$\text{grad } \varphi = (\partial\varphi/\partial x)\vec{i} + (\partial\varphi/\partial y)\vec{j} + (\partial\varphi/\partial z)\vec{k}. \quad (11.69)$$

11.8.2. Sakarība starp elektrostatiskā lauka potenciāla gradientu un intensitāti. Pieņemsim, ka punktveida lādiņš q , kas sākumā atrodas kādā lauka punktā, kuru raksturo \vec{E} un φ (11.30. att.), pārvietojas virzienā, kas veido ar vektoru \vec{E} leņķi α , un pārvietojums ir $\vec{\partial l}$, bet pārvietojuma beigu punktā lauka potenciāls ir $\varphi + \partial\varphi$. Darbu dA , ko padara lauka spēki, var izteikt divējādi:

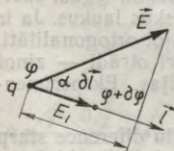
$$\begin{aligned} 1) \quad dA &= \vec{F}\vec{\partial l} = q\vec{E}\vec{\partial l} = (qE \cos \alpha)\partial l = qE_l \partial l \text{ un} \\ 2) \quad dA &= q(\varphi - (\varphi + \partial\varphi)) = -q\partial\varphi. \end{aligned}$$

No šejienes izriet, ka

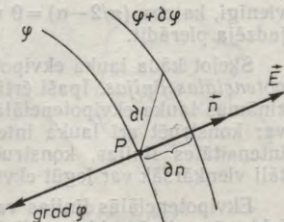
$$\partial\varphi/\partial l = -E_l, \quad (11.70)$$

t. i., potenciāla pieaugums uz garuma vienību \vec{l} ass virzienā ir vienāds ar lauka intensitātes vektora projekciju uz šīs ass, ņemtu ar pretēju zīmi. Tādēļ $\partial\varphi/\partial x = -E_x$; $\partial\varphi/\partial y = -E_y$; $\partial\varphi/\partial z = -E_z$ un $\text{grad } \varphi = -E_x\vec{i} - E_y\vec{j} - E_z\vec{k}$ jeb

$$\text{grad } \varphi = -\vec{E}. \quad (11.71)$$



11.30. att.



11.31. att.

No iegūtās sakarības (11.71) redzams, ka potenciāla gradients ir vienāds ar lauka intensitāti, kas ņemta ar pretēju zīmi.

Pamatojoties uz sakarību (11.70) un ievērojot, ka $\vec{E} \parallel \vec{n}$, kur \vec{n} — normāles vienības vektors ($|\vec{n}| = 1$), kas novilkts pret ekvipotenciālu virsmu tās punktā P (11.31. att.), var secināt:

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \vec{n}. \quad (11.72)$$

Šī sakarība skaidri parāda potenciāla gradienta fizikālo būtību, proti, **potenciāla gradients ir vektors, kura modulis vienāds ar potenciāla izmaiņu uz katru garuma vienību ekvipotenciālās virsmas normāles virzienā, un tas vērsts potenciāla pieauguma virzienā.** Pozitīva punkveida lādiņa laukā vektors $\text{grad } \varphi$ vērsts radiāli uz lādiņu, negatīva — prom no lādiņa. (Lauka intensitātes vektors \vec{E} vērsts potenciāla samazināšanās virzienā.)

Tā kā ∂n ir mazākais attālums no punkta P līdz ekvipotenciālai virsmai ar potenciālu $\varphi + \partial \varphi$ ($\partial n < \partial l$; sk. 11.31. att.), tad tieši šajā virzienā potenciāla izmaiņa uz katru garuma vienību ir vislielākā. Tādēļ var teikt, ka **potenciāla gradients ir vektors, kas vienāds ar potenciāla pieaugumu uz garuma vienību tajā virzienā, kurā šis pieaugums ir vislielākais.**

No sakarības (11.70) redzams, ka lauka intensitātes vienību var saistīt ar potenciāla vienību, proti, $[E] = 1 \text{ V/m}$.

11.9. LAUKA INTENSITĀTES UN POTENCIĀLA GRADIENTA SAKARĪBAS LIETOJUMI

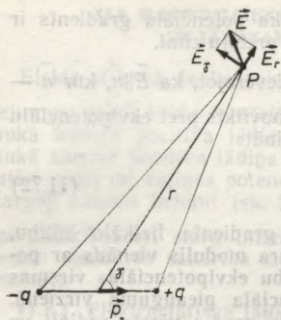
Lauka potenciāls daudzos gadījumos nosakāms vienkāršāk nekā lauka intensitāte. Pēc sakarības (11.70) var noteikt lauka intensitāti $\vec{E}(x, y, z)$, ja zināms lauka potenciāls $\varphi(x, y, z)$. Var atrisināt arī pretēja rakstura uzdevumu — noteikt lauka potenciālu, ja zināma tā intensitāte. Apskatīsim dažus piemērus.

11.9.1. Elektriskā dipola lauka intensitāte. To esam jau noteikuši, izmantojot superpozīcijas principu (11.3.5. nodaļījumā A). Tagad \vec{E} noteikšanai izmantosim sakarības (11.70) un (11.66). Vispirms noskaidrosim, kādas ir vektora \vec{E} projekcijas E_r un E_γ dipola lauka punktā P (11.32. att.). Ievērojot, ka r virzienā $\partial l = \partial r$ un $\gamma = \text{const}$, iegūst

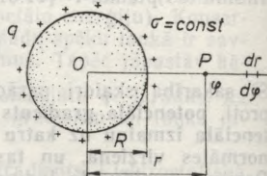
$$E_r = -\partial \varphi / \partial r = (2kp_e / r^3) \cos \gamma. \quad (11.73)$$

Virzienā, kas perpendikulārs r , var pārvietoties par ∂l , saglabājot $r = \text{const}$ un mainot leņķi γ par $\partial \gamma$. Tad $\partial l = r \partial \gamma$. Tādēļ saskaņā ar sakarībām (11.70) un (11.66) iegūst

$$E_\gamma = -\frac{\partial \varphi}{r \partial \gamma} = (kp_e / r^3) \sin \gamma. \quad (11.74)$$



11.32. att.



11.33. att.

Tā kā $E = \sqrt{E_r^2 + E_\gamma^2}$, tad

$$E = (kp_c/r^3)\sqrt{1+3\cos^2\gamma}. \quad (11.75)$$

Tas saskan ar formulu (11.24), tikai šoreiz rezultāts iegūts krietni vienkāršāk nekā tad, ja izmanto superpozīcijas principu.

11.9.2. Vienmērīgi lādētas sfēras elektriskā lauka potenciāls. Lauka potenciālu φ jebkurā punktā P , kas atrodas attālumā r no sfēras centra (11.33. att.), var noteikt, saskaitot (integrējot) potenciāla izmaiņas $\partial\varphi$ pa intensitātes vektora līniju no bezgalības, kur $\varphi=0$, līdz apskatāmajam punktam, t. i.,

$$\varphi = \int_{\infty}^r E dr. \quad (11.76)$$

Pēc formulas (11.70) redzams, ka $d\varphi = -E dr$.

Ārpus sfēras, kad $r \geq R$, intensitāti E izsaka formula (11.39). Tādēļ šajā apgabalā $\varphi = -\int_{\infty}^r (kq/r^2) dr$. No tā izriet sakarība

$$\varphi = kq/r = q/(4\pi\epsilon_0 r). \quad (11.77)$$

Šī sakarība identiska formulai (11.60). Tas nozīmē, ka *pa sfēras virsmu vienmērīgi sadalīts lādiņš q visos lauka punktos ārpus sfēras rada tādu pašu potenciālu kā punktveida lādiņš q , atradoties sfēras centrā.*

Uz sfēras virsmas ($r=R$) potenciāls

$$\varphi(R) = kq/R = q/(4\pi\epsilon_0 R). \quad (11.78)$$

Sfēras iekšpusē ($0 \leq r \leq R$) intensitāte $E=0$. Tādēļ $d\varphi=0$ un $\varphi = \text{const}$, t. i.,

$$\varphi(r) = \varphi(R). \quad (11.79)$$

11.34. attēlā grafiski parādīta potenciāla φ atkarība no attāluma r laukā, ko rada a) punktveida lādiņš q un b) pa sfēru ar rādiusu R vienmērīgi sadalīts lādiņš q .

11.9.3. Divu ar vienlielēm, pretēju zīmju lādiņiem vienmērīgi lādētu koncentrisku sfēru elektriskā lauka potenciāls. Pieņemsim, ka pa sfērām, kuru rādiusi ir R_1 un $R_2 > R_1$, vienmērīgi sadalīti lādiņi $+q$ un $-q$. Saskaņā ar superpozīcijas principu abu sfēru lauku potenciāli φ_1 un φ_2 algebriski summējas (11.35. att.).

Apgabalā A (mazākās sfēras iekšpusē, kur $0 \leq r \leq R_1$) potenciāls $\varphi(r) = \varphi(R_1) - \varphi(R_2)$, t. i.,

$$\varphi(r) = kq(1/R_1 - 1/R_2). \quad (11.80)$$

Apgabalā B (starp abām sfērām, kur $R_1 \leq r \leq R_2$) potenciāls $\varphi(r) = \varphi_1(r) + \varphi_2(r) = kq/r - kq/R_2$, t. i.,

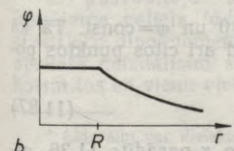
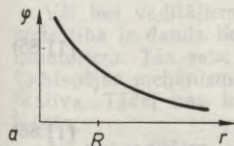
$$\varphi(r) = kq(1/r - 1/R_2). \quad (11.81)$$

Uz iekšējās sfēras ($r = R_1$) iegūst $\varphi(R_1) = kq(1/R_1 - 1/R_2)$, kas saskan ar formulu (11.80), bet uz ārējās sfēras $\varphi(R_2) = 0$.

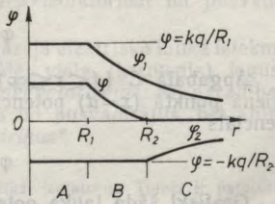
Apgabalā C (ārpus lielākās sfēras, kur $R_2 \leq r \leq \infty$) potenciāls $\varphi(r) = 0$, jo potenciāli $\varphi_1(r)$ un $\varphi_2(r)$ ir vienlieli, bet ar pretējām zīmēm (sk. sakarību (11.77)).

11.9.4. Divu ar vienlielēm, pretēju zīmju lādiņiem vienmērīgi lādētu bezgalīgi garu koaksiālu cilindru elektriskā lauka potenciāls. Pieņemsim, ka cilindri ar rādiusiem R_1 un $R_2 > R_1$ lādēti tā, ka $\tau_1 = +\tau$ un $\tau_2 = -\tau$. Superpozīcijas dēļ apgabalā A ($0 \leq r < R_1$) lauka intensitāte $E = 0$, apgabalā B ($R_1 \leq r < R_2$) to nosaka formula (11.45), bet apgabalā C ($R_2 \leq r < \infty$) — intensitāte $E = 0$.

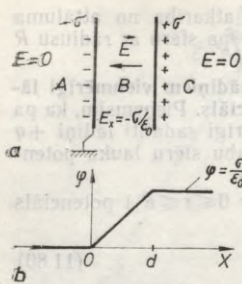
Apgabalā C potenciāls ir konstants (jo $E = 0$). Tā kā bezgalībā potenciāls $\varphi_\infty = 0$, tad arī visā apgabalā $\varphi(r) = 0$. Arī uz ārējā cilindra ($r = R_2$) potenciāls $\varphi(R_2) = 0$. (Praksē pieņem, ka $\varphi = 0$ ir Zemei. Tādēļ var uzskatīt, ka ārējais cilindrs ir iezemēts.)



11.34. att.



11.35. att.



11.36. att.

Apgabalā B potenciāls $\varphi(r) =$
 $= \varphi(R_2) + \int_{R_2}^r (-2k\tau/r) dr =$
 $= 0 + 2k\tau \ln(R_2/r)$ jeb
 $\varphi(r) = 2k\tau \ln(R_2/r). \quad (11.82)$

Uz iekšējā cilindra ($r=R_1$)
 $\varphi(R_1) = 2k\tau \ln(R_2/R_1). \quad (11.83)$

Apgabalā A potenciāls ir konstants (jo $E=0$). Tā kā vienā punktā ($r=R_1$) potenciāls ir zināms, tad arī citos punktos potenciāls

$$\varphi(r) = 2k\tau \ln(R_2/R_1). \quad (11.84)$$

Apskatāmais lauks principā ir līdzīgs divu sfēru laukam, tikai apgabalā B potenciāla maiņas likums (11.82) atšķiras no likuma (11.81).

11.9.5. Divu ar vienlielēm, pretēju zīmju lādiņiem vienmērīgi lādētu bezgalīgu paralēlu plāšu elektriskā lauka potenciāls. Novietosim abas plates perpendikulāri X asij tā, lai plate ar lādiņu $-\sigma$ ietu caur punktu $x=0$, bet plate ar lādiņu $+\sigma$ ietu caur punktu $x=d$ (11.36. att. a). Pieņemsim, ka negatīvi lādētā plate iezemēta, t. i., $\varphi(0)=0$.

Apgabalā A ($x \leq 0$), kur $E=0$, arī $d\varphi=0$ un $\varphi(x) = \text{const} = 0$, jo $\varphi(0)=0$, resp., $\varphi(x)=0$.

Apgabalā B ($0 \leq x \leq d$), kur $E_x = -\sigma/\epsilon_0$ (mīnusa zīme šeit parādās tāpēc, ka vektors \vec{E} vērsts X asij pretējā virzienā) un $d\varphi = -(\sigma/\epsilon_0) dx$, bet $\varphi(x) = \int_0^x (\sigma/\epsilon_0) dx$, iegūst

$$\varphi(x) = (\sigma/\epsilon_0)x. \quad (11.85)$$

Uz plates ar lādiņu $+\sigma$ ($x=d$) potenciāls

$$\varphi(d) = (\sigma/\epsilon_0)d. \quad (11.86)$$

Apgabalā C ($d \leq x \leq \infty$), kur $E=0$; $d\varphi=0$ un $\varphi = \text{const}$. Tā kā vienā punktā ($x=d$) potenciāls ir zināms, tad arī citos punktos potenciāls

$$\varphi(x) = (\sigma/\epsilon_0)d. \quad (11.87)$$

Grafiski šāda lauka potenciāls atkarībā no x parādīts 11.36. attēlā b .

VIELAS ELEKTROSTATISKAJĀ LAUKĀ

12.1. VADĪTĀJI UN IZOLATORI, BRĪVIE UN SAISTĪTIE LĀDIŅI.
DIELEKTRIĶI

Vielu elektrovadītspēju pirmais 1729. gadā atklāja angļu zinātnieks S. Grejs (1666—1736), kurš konstatēja, ka elektriskais lādiņš var pāriet no viena ķermeņa uz otru, piemēram, pa metāla stiepli. S. Grejs izpētīja dažādus materiālus un iedalīja tos divās grupās: elektrības vadītājos un nevadītājos jeb izolatoros.

Vadītājos elektriskie lādiņi var brīvi pārvietoties pa visu vadītāja tilpumu. Tādēļ saka, ka vadītājos ir *brīvi lādiņi*. Vadītāji ir metāli, elektrolīti un plazma (jonizēta gāze). Brīvie lādiņi metālos ir elektroni, kuri nav piesaistīti noteiktam kristālrežģa atomam, bet var brīvi pārvietoties starptelpā. Elektrolītos brīvie lādiņi ir pozitīvi un negatīvi joni, bet plazmā — gan elektroni, gan arī joni. Labiem vadītājiem (metāliem) ir ļoti maza īpatnējā pretestība. Istabas temperatūrā tā ir aptuveni $10^{-7} \Omega \cdot m$.

Izolatori ir nemetāli. Tie var atrasties cietā, šķidrā vai arī gāzveida agregātstāvoklī. Parastos apstākļos tādi izolatori kā vizla, kvarcs, dimants ir cietas kristāliskas vielas; parafīns, polietilēns, piķis, stikls, porcelāns, ebonīts, marmors, dzintars ir cietas amorfas vielas; dažādas eļļas, glicerīns, destilēts ūdens ir šķidrumi; bet slāpekļis, skābekļis, gaiss, hēlijs, argons ir gāzes.

Arī izolatori ir veidoti no lādētām daļiņām — pozitīviem atomu kodoliem un negatīviem elektroniem. Tomēr izolatoros lādiņu brīva pārvietošanās gandrīz nav iespējama. Tajos var notikt tikai neliela lādiņu nobīde. Tādēļ šādus elektriskos lādiņus sauc par *saistītiem lādiņiem*. Izolatoriem ir ļoti liela īpatnējā pretestība, piemēram, kvarcam tā ir $(10^{14} \dots 10^{16}) \Omega \cdot m$, vizlai — $(10^{12} \dots 10^{14}) \Omega \cdot m$, porcelānam — $(10^{11} \dots 10^{12}) \Omega \cdot m$, marmoram — $(10^6 \dots 10^7) \Omega \cdot m$. Šīs vielas izmanto elektrotehnikā par izolācijas materiāliem.

Vēl bez vadītājiem un izolatoriem eksistē vielas, kuru īpatnējā pretestība ir daudz lielāka nekā metāliem, bet krietni mazāka nekā izolatoriem. Tās sauc par *pusvadītājiem*. Pusvadītāju un izolatoru vadītspējas mehānisms principā ir vienāds, atšķirība ir tikai kvantitatīva. Tādēļ nav krasas robežas starp izolatoriem un pusvadītājiem.

Arī pusvadītājos, tāpat kā izolatoros, ārējā elektriskā lauka ietekmē iespējama neliela lādiņu nobīde un tādēļ viela (ķermenis) iegūst elektrisko dipolmomentu — viela *elektriski polarizējas*. Šis parādības apskatā neizdalīsim atsevišķi izolatorus un pusvadītājus, bet aplūkosim tos kā vienu vielu grupu — *dielektriķus**.

* Līdz šim par dielektriķiem parasti sauca tikai izolatorus. Tomēr ir pareizāk, runājot par vielu vadītspēju, tās šķirot vadītājos, izolatoros un pusvadītājos, bet, aplūkojot vielu elektrisko polarizāciju, — vadītājos un dielektriķos.

Ja atomā, uz kuru neiedarbojas ārējs elektriskais lauks, elektronu kustības simetrijas centrs ir atoma kodols, tad tādām atomam nav elektriskā dipolmomenta. Ārpus atoma (zināmā attālumā no tā) kodola un elektronu elektriskie lauki kompensējas.

Ap katru lādētu daļiņu, kas ietilpst molekulas sastāvā, arī pastāv elektriskais lauks. Tas, vai molekulā ietilpstošie lādiņi veido elektrisko lauku arī ārpus molekulas zināmā attālumā no tās, atkarīgs no pozitīvo un negatīvo lādiņu izvietojuma molekulā. Parasti molekulas ir neitrālas, t. i., molekulā ietilpstošo atomu kodolu kopējais pozitīvais lādiņš skaitliski vienāds ar molekulas elektronu kopējo negatīvo lādiņu. Attālumos, kas vairākkārt pārsniedz molekulas izmērus, visu tās pozitīvo lādiņu iedarbību var aprakstīt, aplū-

kojot vienu lādiņu $q_+ = \sum_{i=1}^{N_+} q_{i+}$ (šeit q_{i+} — atsevišķo atomu kodolu lādiņi) kādā punktā C_+ , kura atrašanās vietu raksturo rādiusvektors

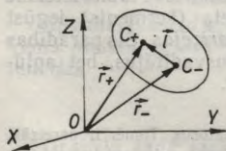
$$\vec{r}_+ = \left(\sum_{i=1}^{N_+} q_{i+} \vec{r}_{i+} \right) / \sum_{i=1}^{N_+} q_{i+}. \quad (12.1)$$

Šeit \vec{r}_{i+} — rādiusvektors punktam, kurā atrodas lādiņš q_{i+} . Punkts C_+ ir molekulas pozitīvo lādiņu centrs (salīdziniet ar jēdzienu «masas centrs!»). Līdzīgi visu molekulas negatīvo lādiņu (elektronu)

iedarbību var aprakstīt, aplūkojot vienu lādiņu $q_- = \sum_{i=1}^{N_-} q_{i-}$, kas atrodas punktā C_- , kuru nosaka rādiusvektors

$$\vec{r}_- = \left(\sum_{i=1}^{N_-} q_{i-} \vec{r}_{i-} \right) / \sum_{i=1}^{N_-} q_{i-}. \quad (12.2)$$

Ja punktiem C_+ un C_- ir vienādas koordinātas ($\vec{r}_+ = \vec{r}_-$), tad molekulas pozitīvo un negatīvo lādiņu lauki tādos attālumos no molekulas, kuriem derīgs aprakstītais molekulas modelis, pilnīgi kompensējas, jo $q_+ = q_- = q$. Šādas molekulas sauc par *nepolārām molekulām*. Tādas ir molekulas ar simetrisku uzbūvi, piemēram, H_2 , N_2 , O_2 , CCl_4 u. c.



12.1. att.

Ja punktiem C_+ un C_- ir dažādas koordinātas ($\vec{r}_+ \neq \vec{r}_-$), tad molekulas elektrisko lauku var uzskatīt par tāda dipola lauku, kura lādiņi ir $+q$ un $-q$, bet dipola plecs $\vec{l} = \vec{r}_+ - \vec{r}_-$ (12.1. att.). Šādas molekulas sauc par *polārām molekulām*. Tādas ir molekulas ar nesimetrisku uzbūvi, piemēram, CO , NH , HCl , H_2O , NH_3 , CH_3Cl u. c.

Kristāliskos dielektriķos elementārie dipolmomenti saistīti nevis ar atomiem vai molekulām, bet ar kristālu elementāršūnām.

Turpmāk, lai apzīmētu objektu, kam piemīt elementārs elektriskais dipolmoments, neatkarīgi no šīs īpašības nesēja konkrētā veida lietosim terminu *elementārais elektriskais dipols*.

Atkarībā no tā, vai dielektriķī jau bez ārējā elektriskā lauka ir elementāri elektriskie dipoli vai arī to nav, pastāv divi dielektriķu tipi — *polāri un nepolāri dielektriķi*.

12.2. DIELEKTRIĶU ELEKTRISKĀ POLARIZĀCIJA ĀRĒJĀ ELEKTRISKAJĀ LAUKĀ

12.2.1. Elektriskais dipols ārējā elektriskajā laukā. Polāros dielektriķos jau bez ārējā elektriskā lauka eksistē elementāri elektriskie dipoli. Taču ārējā elektriskā lauka ietekmē arī nepolāros dielektriķos izveidojas elementāri elektriskie dipoli (tas tiks aplūkots 12.2.2. nodaļījumā). Tādēļ, lai varētu aprakstīt procesus, kas notiek dielektriķos, ja tos novieto ārējā elektriskajā laukā, vispirms noskaidrosim, kā izturas atsevišķs brīvs dipols elektriskajā laukā.

Pieņemsim, ka dipols atrodas homogēnā elektriskajā laukā (12.2. att.) un tā plecs l veido leņķi θ (attēlā v) ar intensitātes līnijām.

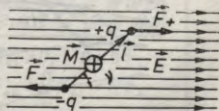
Uz dipola lādiņiem $+q$ un $-q$ darbojas paralēli spēki \vec{F}_+ un \vec{F}_- , pie tam $|\vec{F}_+| = |\vec{F}_-| = F = qE$. Tas nozīmē, ka spēki \vec{F}_+ un \vec{F}_- veido spēku pāri, kas darbojas uz dipolu ar spēka momentu $\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F}_+$. Tā kā $\vec{F}_+ = q\vec{E}$, bet $q\vec{l} = \vec{p}_e$, tad

$$\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}. \quad (12.3)$$

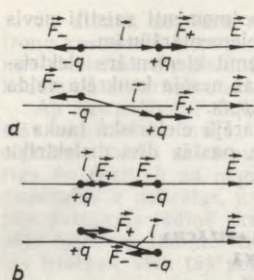
Spēka momenta \vec{M} moduli $|\vec{M}| = M$ var izteikt šādi:

$$M = p_e E \sin \theta. \quad (12.3')$$

Spēka moments \vec{M} kļūst vienāds ar nulli, kad $\theta = 0$ vai $\theta = \pi$. Ja šādā stāvoklī dipolam nav ātruma, tas arī paliek nekustīgs — *atrodas līdzsvara stāvoklī*, pie tam stāvoklis $\theta = 0$ ir *stabils* — dipolam no tā nedaudz novirzoties, rodas spēku pāris, kas cenšas dipolu atgriezt līdzsvara stāvoklī (12.3. att. a). Savukārt stāvoklis $\theta = \pi$ ir *labils* —, dipolam no tā nedaudz novirzoties, rodas spēku pāris, kas novirzi vēl vairāk palielina (12.3. att. b). No stabila līdzsvara stāvokļa novirzīts dipols, ja pēc tam uz to iedarbojas tikai elektriskā lauka spēki, izdara *nerimstošas svārstības*, kas maziem leņķiem θ ir *harmoniskas*. Ja uz dipolu iedarbojas arī pretstības spēki, tad svārstības ir *rimstošas* (sk. 20.7. §).



12.2. att.



12.3. att.

Palielinot leņķi θ starp elektriskā lauka intensitātes vektoru E un dipola plecu l par $d\theta$, ārējie spēki padara darbu $dA = Md\theta$, kas vienāds ar dipola potenciālās enerģijas pieaugumu dW_p . Ņemot vēl vērā sakarību (12.3'), var rakstīt $dW_p = p_e E \sin \theta d\theta$. Integrējot šo izteiksmi, iegūst $W_p = -p_e E \cos \theta + C$. Var pieņemt, ka $C = 0$. Šāds pieņēmums nozīmē, ka $W_p = 0$, ja $\theta = \pi/2$, t. i., dipola plecs ir perpendikulārs lauka intensitātes līnijām. Tad

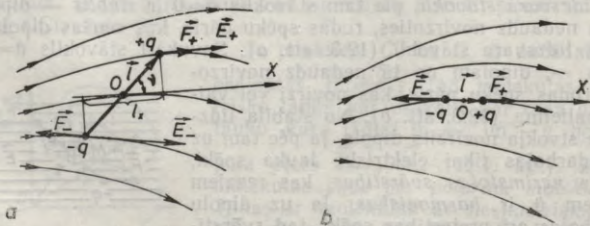
$$W_p = -p_e E \cos \theta. \quad (12.4)$$

Potenciālā enerģija W_p ir minimāla ($-p_e E$), ja $\theta = 0$, kas atbilst stabilam līdzsvara stāvoklim, un W_p ir maksimāla ($+p_e E$), ja $\theta = \pi$, kas atbilst labilam līdzsvara stāvoklim.

Ja dipols atrodas nehomogēnā elektriskajā laukā (12.4. att.), uz tā lādiņiem tāpat darbojas spēki \vec{F}_+ un \vec{F}_- , bet to moduļi nav vienādi un šie spēki nav arī paralēli. Teorētiskajā mehānikā pierāda, ka tādus spēkus var aizstāt ar spēku pāri, kurš rada zināmu spēka momentu \vec{M} (tas griež dipolu), un spēku \vec{F} (tas pārvieto dipolu). Gadījumā, kad šis dipols atrodas uz intensitātes līnijas, kuras nogrieznis l (dipola pleca garumā) ir gandrīz taisns (12.4. att. b), dipolam pieliktie spēki \vec{F}_+ un \vec{F}_- nerada spēka momentu ($\vec{M} = 0$), bet to kopspēks $\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-$ ir vērsts pa intensitātes līniju lauka intensitātes skaitliskās vērtības pieauguma virzienā.

Lai noteiktu spēku $F = F_x$ (tas darbojas intensitātes līnijas virzienā) un spēka momentu $M = M_\theta$ (tas perpendikulārs plaknei, kurā atrodas vektori \vec{E} un l), izmanto sakarības $F_x = -\partial W_p / \partial x$ un $M_\theta = -\partial W_p / \partial \theta$ (sk. 2.5.6. nodaļojumu) un formulu (12.4). Tad

$$F_x = p_e (\partial E / \partial x) \cos \theta \quad \text{un} \quad M_\theta = -p_e E \sin \theta. \quad (12.5)$$



12.4. att.

Kā redzams, spēks, kas cenšas elektrisko dipolu pārvietot uz elektriskā lauka apgabalu ar lielāku lauka intensitāti, ir proporcionāls tā elektriskajam dipolmomentam p_e , elektriskā lauka intensitātes gradientam $\partial E/\partial x$ un lenķa θ kosinusam, kuru veido dipola plecs ar lauka intensitātes līnijām. Ja $\theta=0$, tad spēks F_x ir maksimāls, proti, $F_x=p_e(\partial E/\partial x)$, bet, ja $\theta=\pi/2$, tad $F_x=0$. (12.4. attēlā lenķis ν .)

Mīnusa zīme izteiksmē (12.5) norāda, ka spēka moments M_θ darbojas lenķa θ samazināšanās virzienā, tas atbilst formulai (12.3).

Ar spēka F_x un spēka momenta M_θ eksistenci (sk. sakarības (12.5)), starp citu, var izskaidrot parādību, ka elektrizēts ķermenis pievelk vieglus papīra gabaliņus un citus tamlīdzīgus priekšmetus. Elektrizētais ķermenis vispirms šos priekšmetus pārvērš par dipoliem un pēc tam pievelk.

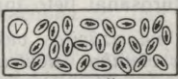
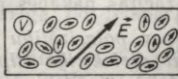
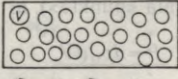
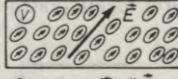
12.2.2. Orientācijas un nobīdes (indukcijas) polarizācija.

A. Vispirms noskaidrosim, kādas pārmaiņas notiek polārā dielektriķī, ja to ienes elektriskajā laukā. Kamēr polārs dielektriķis atrodas ārpus elektriskā lauka, tā elementārie dipoli ir orientēti haotiski

(12.5. att. a) un visa parauga elektriskais dipolmoments $\vec{p}_{eV}=0$,

kaut gan katram elementārajam dipolam ir dipolmoments $\vec{p}_{ei}\neq 0$. Ienesot polāru dielektriķi elektriskajā laukā, lauka spēku iedarbībā notiek elementāro dipolu orientācija. Sasniegt pilnīgu elementārdipolu orientāciju lauka virzienā traucē termiskā kustība. Tādēļ

$\vec{p}_{eV}\neq 0$, tomēr $|\vec{p}_{eV}|<N|\vec{p}_{ei}|$, kur N — elementāro dipolu skaits dielektriķī (12.5. att. b).

Dielektriķis \ Lauks	$E = 0$	$E \neq 0$
Polārs	 $\vec{p}_{ei} \neq 0; \vec{p}_{eV} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_{ei} = 0.$ a	 $\vec{p}_{ei} \neq 0; \vec{p}_{eV} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_{ei} \neq 0.$ b $ \vec{p}_{eV} < N \vec{p}_{ei} .$
Nepolārs	 $\vec{p}_{ei} = 0; \vec{p}_{eV} = 0.$ c	 $\vec{p}_{ei} \neq 0; \vec{p}_{ei} \parallel \vec{E}.$ d $\vec{p}_{eV} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_{ei} = N\vec{p}_{ei}.$

12.5. att.

Parādību, ka dielektriķis elektriskajā laukā iegūst elektrisko dipolmomentu, sauc par dielektriķa polarizāciju.

Polārajos dielektriķos tas notiek elementāro dipolu orientācijas dēļ, tādēļ šo polarizācijas veidu sauc par *orientācijas polarizāciju*. Visvieglāk tā notiek šķidro un gāzveida dielektriķos.

B. Napolārā dielektriķi nav elementāro dipolu, ja tas atrodas ārpus elektriskā lauka (12.5. att. c). Bet, ienesot dielektriķi elektriskajā laukā, dažādi lādētās daļiņas atomos, molekulās vai kristāla elementāršūnās nobīdās pretējos virzienos un punkti C_+ un C_- (pozitīvo un negatīvo lādiņu sistēmu centri) tajos vairs nesakrīt — rodas elementārie elektriskie dipoli ar inducētajiem dipolmomentiem

\vec{p}_{ei} , kuri vērsti vielā eksistējošā elektriskā lauka virzienā (12.5. att. d). Tādēļ visa dielektriķa dipolmoments ir šāds:

$$\vec{p}_{ev} = N\vec{p}_{ei}, \quad (12.6)$$

kur N — elementāro dipolu skaits dielektriķī.

Sādu dielektriķu elektriskās polarizācijas veidu sauc par *nobīdes (indukcijas) polarizāciju*. Visbiežāk tā saistīta ar elektronu čaulu nobīdi attiecībā pret atomu vai jonu kodoliem. Jonu kristālos vēl bez tam notiek arī jonu nobīde, un polarizācija ir abu efektu kopējais rezultāts. Iespējama arī atomu nobīde (molekulās ar kovalento saiti starp atomiem). Nobīdes polarizācija notiek arī dielektriķos ar polārām molekulām, bet to salīdzinājumā ar orientācijas polarizāciju parasti var neievērot.

Nobīdes polarizāciju dažreiz sauc arī par deformācijas polarizāciju jeb elastisko polarizāciju.

Bez polarizācijas, kas notiek ārēja elektriskā lauka ietekmē, vēl iespējama arī *spontānā polarizācija* īpašos dielektriķos, kurus sauc par *piroelektriķiem* (12.5. §).

12.2.3. Dielektriķa polarizētība (polarizācijas vektors). Dielektriķa polarizācijas pakāpes raksturošanai lieto īpašu fizikālu lielumu, ko sauc par *polarizētību jeb polarizācijas vektoru* \vec{P} . Tas rāda, cik liels ir dielektriķa tilpuma vienības elektriskais dipolmoments. Ja dielektriķis visā tilpumā V polarizēts vienmērīgi, tad

$$\vec{P} = \vec{p}_{ev}/V, \quad (12.7)$$

bet, ja dielektriķa polarizācija tilpumā ir nevienmērīga, tad to var raksturot lokāli (katrā fizikālā «punktā») ar attiecību

$$\vec{P} = d\vec{p}_e/dV. \quad (12.8)$$

Seit dV — dielektriķa elementārais tilpums (fizikāli mazs tilpums) apskatāmajā telpas punktā. Tas satur pietiekami lielu elementāro dipolu skaitu. Savukārt $d\vec{p}_e$ — kopējais tilpums dV dipolmoments.

No formulas (12.7) izriet, ka $[P] = 1 \text{ C} \cdot \text{m}/\text{l m}^3$ jeb $[P] = 1 \text{ C}/\text{m}^2$. Interesanti, ka tāda pati ir arī virsmas lādiņa blīvuma vienība.

12.2.4. Dielektriskā uzņēmība un tās atkarība no elektriskā lauka intensitātes un dielektriķa temperatūras.

A. Napolārā dielektriķī polarizācijas procesā notiek elektronu vai jonu nobīde, kas ir proporcionāla elektriskā lauka intensitātei E . Tādēļ arī viena elementārā dipola inducētais dipolmoments p_{ei} ir proporcionāls lauka intensitātei E . Vēl bez tam $\vec{p}_{ei} \uparrow \uparrow \vec{E}$. Sīkāka analīze (piem., apskatot ūdeņraža atoma elektrisko polarizāciju) parāda, ka p_{ei} ir proporcionāls E reizinājumam ar elektrisko konstanti ϵ_0 . Tādēļ var rakstīt

$$\vec{p}_{ei} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}. \quad (12.9)$$

Koeficientu α sauc par polarizējamā struktūrelementa *polarizējamību*. Seit $[\alpha] = [p_{ei}] / ([\epsilon_0][E])$. Tā kā $[p_{ei}] = C \cdot m$; $[\epsilon_0] = C^2 / N \cdot m^2$ un $[E] = N/C$, tad $[\epsilon_0 E] = C/m^2$ un $[\alpha] = C \cdot m / (C/m^2) = m^3$. Tātad koeficientam α ir tilpuma dimensija.

No sakarībām (12.7), (12.6) un (12.9) polarizētību \vec{P} var izteikt šādi: $\vec{P} = N \vec{p}_{ei} / V = n \alpha \epsilon_0 \vec{E}$, kur n — elementāro dipolu koncentrācija. Apzīmējot $n \alpha = \kappa_e$, iegūst sakarību, kas saista dielektriķa polarizētību \vec{P} ar elektriskā lauka intensitāti \vec{E} :

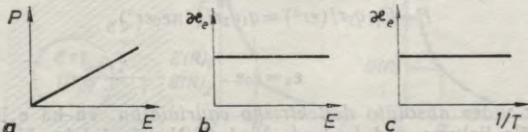
$$\vec{P} = \kappa_e \epsilon_0 \vec{E}. \quad (12.10)$$

Lielumu κ_e sauc par *dielektrisko uzņēmību*. Tā kā $[n] = 1/m^3$, bet $[\alpha] = m^3$, tad κ_e ir bezdimensionāls lielums.

Ja lauka intensitāte E nepārsniedz vērtības, kurām atbilstošā lādiņu nobīde ir proporcionāla E , tad dielektriskā uzņēmība κ_e nav atkarīga no lauka intensitātes E (12.6. att. a un b).

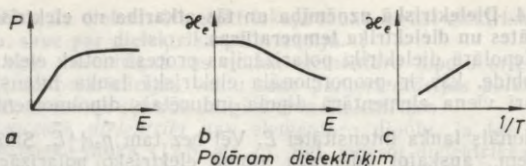
Lādiņu nobīdi neietekmē arī dielektriķa temperatūra, tādēļ nepolāriem dielektriķiem uzņēmība κ_e nav atkarīga no temperatūras (12.6. att. c).

B. Sakarību (12.10) lieto arī polāriem dielektriķiem. Kā parādīts 12.7. attēlā, polāriem dielektriķiem polarizētība P pieaug proporcionāli lauka intensitātei E tikai nelielā E rajonā, pēc tam polarizētība palielinās aizvien lēnāk un beidzot sasniedz kādu konstantu vērtību, kas atbilst situācijai, kad dielektriķī visi elementārie dipoli



Nepolāram dielektriķim

12.6. att.



12.7. att.

orientēti lauka virzienā. Tādēļ maziem E dielektriķa uzņēmība ϵ_e ir konstanta, bet pēc tam samazinās (12.7. att. b).

Termiskā kustība traucē dipolu orientāciju elektriskajā laukā. Tādēļ, pieaugot temperatūrai, dielektriskā uzņēmība ϵ_e samazinās. Ja attēlo ϵ_e atkarībā no $1/T$, kur T — absolūtā temperatūra, iegūst aptuveni lineāru sakarību (12.7. att. c).

12.3. ELEKTRISKAIS LAUKS DIELEKTRĪKĀM

12.3.1. Dielektriskā caurlaidība. Elektriskā lauka indukcija.

Divu punktveida lādiņu savstarpējās iedarbības spēku v a k u u m ā izsaka Kulona likums (11.6), proti,

$$\vec{F}_{vak} = kq_1q_2r/r^3 = q_1q_2r/(4\pi\epsilon_0r^3).$$

Novietojot lādiņus q_1 un q_2 tādā pašā attālumā r vienu no otra homogēnā izotropā neierobežotu izmēru dielektrīkī (piem., eļļā, petrolejā, kādā gāzē utt.), var noskaidrot, ka dielektrīkī lādiņu mijiedarbības spēks \vec{F}_{diele} ir mazāks nekā vakuumā: $F_{diele} < F_{vak}$. Mijiedarbības pavājināšanos var izskaidrot ar to, ka lādiņus daļēji ekranizē elektriskajā laukā polarizēta dielektriķa saistītie lādiņi.

Attiecība $F_{vak}/F_{diele} = \epsilon$ ir atkarīga tikai no dielektriķa dabas, un lielums ϵ , ko sauc par relatīvo dielektrisko caurlaidību, raksturo materiāla dielektriskās īpašības. Visiem dielektrīkiem $\epsilon > 1$, piemēram, transformatoru eļļai $\epsilon = 2,24$, petrolejai $\epsilon = 2,0$, ūdenim $\epsilon = 81$, stiklam $\epsilon = 4 \dots 10$, vizlai $\epsilon = 6,0$, gaisam $\epsilon = 1,00059$, vakuumam $\epsilon = 1$.

Kulona likumu, lai tas aprakstītu lādiņu mijiedarbību gan vakuumā, gan arī dielektrīkos, var uzrakstīt šādi:

$$\vec{F} = kq_1q_2r/(\epsilon r^3) = q_1q_2r/(4\pi\epsilon_0\epsilon r^3). \quad (12.11)$$

Lielumu

$$\epsilon_a = \epsilon_0\epsilon \quad (12.12)$$

sauc par vides *absolūto dielektrisko caurlaidību*. Tā kā ϵ ir bezdimensionāls lielums, tad $[\epsilon_a] = [\epsilon_0] = 1 \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2 = 1 \text{ F/m}$. Vakuumam $\epsilon_a = \epsilon_0$. Tādēļ elektrisko konstanti ϵ_0 var saukt arī par vakuuma absolūto dielektrisko caurlaidību.

Elektriskā lauka intensitātei un potenciālam homogēnā, izotropā, neierobežotu izmēru dielektriķī derīgas 11. nodaļā elektriskajam laukam vakuumā iegūtās formulas, ja tajās ϵ_0 vietā liek $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$.

Ja elektriskais lauks veidojas daļēji vakuumā, daļēji dielektriķī vai arī dažādos dielektriķos, tad tādu lauku grūtāk aprakstīt. Ap-skatīsim vienkāršu piemēru — elektrisko lauku ap punktveida lā-diņu q , kurš atrodas vakuumā sfēriska dobuma centrā un dobumu aptver homogēns, izotropš dielektriķis ar relatīvo dielektrisko caur-laidību ϵ (12.8. att. a). Dobumā ($r < R$, kur R — sfēras rādiuss) lauka intensitāte $E = kq/r^2$, bet ārpus tā ($r > R$) lauka intensitāte $E = kq/(\epsilon r^2)$. Funkcija $E(r)$, kas izsaka elektriskā lauka intensitāti atkarībā no attāluma r līdz lādiņam, nav nepārtraukta. Punktā $r = R$ ir funkcijas pārrāvums (12.8. att. b). Ja tuvojas sfēras virsmai no iekšpuses, lauka intensitāte

$$E(R)_1 = \lim_{\delta \rightarrow 0} kq/(R - \delta)^2 = kq/R^2,$$

bet, ja tuvojas sfēras virsmai no ārpuses, tad

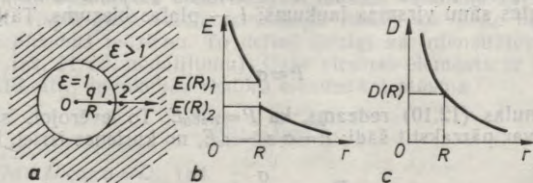
$$E(R)_2 = \lim_{\delta \rightarrow 0} kq/(\epsilon(R + \delta)^2) = kq/(\epsilon R^2).$$

No matemātikas viedokļa ērtākas ir nepārtrauktas funkcijas. Izrā-dās, ka elektriskā lauka raksturošanai var definēt jaunu *fizikālu* lielumu, kas saistīts ar intensitāti \vec{E} un tāpat kā intensitāte atkarīgs no lādiņa q un koordinātas \vec{r} , bet ievēro arī vides īpašības un tādēļ mainās nepārtraukti, un to sauc par elektriskā lauka indukciju:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (12.13)$$

Tiešām, gan apgabalā, kur $r < R$, gan arī apgabalā, kur $r > R$, lauka indukcija $D(r) = q/(4\pi r^2)$. Neatkarīgi no tā, vai sfēriskā dobuma ro-bežai tuvojas no iekšpuses vai arī no ārpuses, lieluma D robežvērtības ir vienādas: $D(R)_1 = D(R)_2 = q/(4\pi R^2)$. Grafišķi tas parādīts 12.8. attēlā c. Elektriskā lauka indukcijas dziļāka fizikāla interpre-tācija dota 12.3.2. nodaļījumā.

Tā kā $[E] = N/C$ un $[\epsilon_0] = C^2/N \cdot m^2$, tad $[D] = (N/C) \cdot (C^2/(N \cdot m^2))$; $[D] = C/m^2$. Tāda pati ir arī dielektriķa polarizētības P vienība.



12.8. att.

12.3.2. Sakarība starp elektriskā lauka indukciju, intensitāti un dielektriķa polarizētību. Dielektriķa raksturošanai lieto divus bezdimensionālus lielumus — relatīvo dielektrisko caurlaidību ϵ un uzņēmību κ_e . Starp tiem vajadzētu pastāvēt kādai sakarībai. Polarizēta dielektriķa stāvokli raksturo trīs vektorāli lielumi: polarizētība \vec{P} , elektriskā lauka intensitāte \vec{E} un indukcija \vec{D} . Arī tie droši vien ir saistīti lielumi. Mēģināsim noteikt sakarības starp tiem.

Pastāvošajām sakarībām vajadzētu būt universālām — neatkarīgām no tā, vai lauks ir sarežģīts vai vienkāršs. Tādēļ aplūkosim visvienkāršāko situāciju, proti, homogēnu izotropu dielektriķi homogēnā elektriskajā laukā — plakanparalēlu dielektriķa plati starp divām paralēlām vienmērīgi lādētām plātēm (12.9. att.), uz kurām virsmas lādiņa blīvumi ir $+\sigma$ un $-\sigma$.

Vakuumā starp šādām plātēm lauka intensitāte $E_0 = \sigma/\epsilon_0$ (sk. formulu (11.47)), bet dielektriķī, kas aizņem telpu starp plātēm, lauka intensitāte ir ϵ reizu mazāka (sk. 12.3.1. nodaļījumu):

$$E = \sigma/(\epsilon_0 \epsilon). \quad (12.14)$$

Lauka intensitātes samazināšanās dielektriķī saistīta ar dielektriķa polarizāciju, tādēļ izteiksim to ar lielumiem, kuri raksturo dielektriķa polarizāciju.

Dielektriķim polarizējoties, tajā izveidojas lauka virzienā orientētas dipolu ķēdītes, kuras rada savu elektrisko lauku ar intensitāti \vec{E}' . Tās moduli var saistīt ar dielektriķa polarizāciju, izmantojot priekšstatu, ka šo lauku rada uz dielektriķa virsmas novietotie saistītie lādiņi, bet visu pārējo dipolu lādiņu radītie lauki savstarpēji kompensējas. Apzīmējot saistīto lādiņu blīvumu uz dielektriķa virsmām attiecīgi ar $+\sigma'$ un $-\sigma'$ (12.9. att.), var rakstīt $\vec{E}' = \sigma'/\epsilon_0$. Kā redzams, vektori \vec{E}_0 un \vec{E}' ir pretēji vērsti. Tādēļ vektora $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ modulis $|\vec{E}| = E$ ir šāds: $E = E_0 - E'$, resp.,

$$E = \sigma/\epsilon_0 - \sigma'/\epsilon_0. \quad (12.15)$$

Lādiņa blīvumu σ' uz dielektriķa virsmas var saistīt ar dielektriķa polarizētību P . Tiešām, saskaņā ar definīciju $P = p_{eV}/V$, bet šajā gadījumā $p_{eV} = \sigma' Sl$, kur S — laukam perpendikulārās dielektriķa plates sānu virsmas laukums; l — plates biezums. Tā kā $Sl = V$, tad

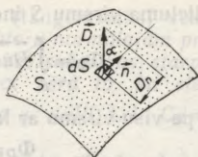
$$P = \sigma'. \quad (12.16)$$

Pēc formulas (12.10) redzams, ka $P = \kappa_e \epsilon_0 E$. To ievērojot, sakarību (12.15) var pārrakstīt šādi: $E = \sigma/\epsilon_0 - \kappa_e E$, no kurienes izriet, ka

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0(1 + \kappa_e)}. \quad (12.17)$$



12.9. att.



12.10. att.

Salīdzinot sakarības (12.14) un (12.17), iegūst

$$\epsilon = 1 + \kappa_e. \quad (12.18)$$

Izmantojot sakarību (12.18), formulu (12.13) var pārveidot: $\vec{D} = \epsilon_0(1 + \kappa_e)\vec{E} = \epsilon_0\vec{E} + \kappa_e\epsilon_0\vec{E}$. Ievērojot vēl sakarību (12.10), iegūst

$$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}, \quad (12.19)$$

kas saista elektriskā lauka indukcijas vektoru \vec{D} ar vektoriem \vec{E} un \vec{P} , kuri raksturo elektriskā lauka intensitāti dielektriķī un dielektriķa polarizētību.

Kā zināms, $\vec{P} = -\epsilon_0\vec{E}'$. Tad $\vec{D} = \epsilon_0(\vec{E} - \vec{E}')$, kur $\vec{E} - \vec{E}' = \vec{E}_0$. Tādēļ

$$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E}_0. \quad (12.20)$$

Tas rāda, ka *elektriskā lauka indukcija \vec{D} , kas saistīta ar lauka intensitāti \vec{E} dielektriķī un dielektriķa polarizētību \vec{P} , būtībā raksturo lauku, ko dielektriķī rada ārpus dielektriķa esošie lādiņi.*

Praksē dažkārt svarīgi noteikt saistīto lādiņu blīvumu σ' uz dielektriķa virsmas, ja zināms brīvo lādiņu blīvums uz kondensatora platēm. Aizstājot formulā (12.15) E ar tā izteiksmi (12.14), iegūst $\sigma/(\epsilon_0\epsilon) = \sigma/\epsilon_0 - \sigma'/\epsilon_0$, no kurienes

$$\sigma' = \sigma(\epsilon - 1)/\epsilon. \quad (12.21)$$

12.3.3. Gausa teorēma elektriskajam laukam dielektriķī. Gausa teorēmu, ko apskatījām elektriskajam laukam vakuumā (11.35), var formulēt vispārīgākā veidā, izmantojot *elektriskā lauka indukcijas vektora plūsmas* jēdzienu. To definē līdzīgi kā intensitātes vektora plūsmu (sk. 11.4.2. nodalījumu). Caur virsmas elementu ar laukumu dS (12.10. att.) indukcijas vektora elementārā plūsma

$$d\Phi_D = DndS. \quad (12.22)$$

Tā kā $\vec{Dn} = D \cos \alpha = D_n$, tad

$$d\Phi_D = D_ndS. \quad (12.23)$$

Caur galīga lieluma virsmu S indukcijas vektora plūsma

$$\Phi_D = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_S D_n dS. \quad (12.24)$$

Ja $D_n = \text{const}$ pa visu virsmu ar laukumu S , tad

$$\Phi_D = D_n S. \quad (12.24')$$

Tā kā $[D_n] = \text{C/m}^2$ un $[S] = \text{m}^2$, tad SI sistēmā $[\Phi_D] = 1 \text{ C}$. Tāda pati vienība ir arī elektriskajam lādiņam.

Jau 11.4.3. nodaļījumā pierādīta Gausa teorēma (11.35) elektriskā lauka intensitātes vektora plūsmai vakuumā: $\oint_S \vec{E}_{\text{vak}} \cdot d\vec{S} = Q_V / \epsilon_0$. Ja tie paši lādiņi, nemainot savstarpējo izvietojumu, rada elektrisko lauku homogēnā dielektrikā, tad $\vec{E}_{\text{diel}} = \vec{E}_{\text{vak}} / \epsilon$. Tādēļ

$$\oint_S \vec{E}_{\text{diel}} \cdot d\vec{S} = Q_V / (\epsilon_0 \epsilon). \quad (12.25)$$

Tā kā $\epsilon_0 \epsilon \vec{E}_{\text{diel}} = \vec{D}$, tad no sakarības (12.25) var secināt, ka

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_V. \quad (12.26)$$

Elektriskā lauka indukcijas vektora plūsma caur noslēgtu virsmu ir vienāda ar virsmas aptverto brīvo lādiņu algebrisko summu.

Tas ir Gausa teorēmas formulējums, kas derīgs elektriskajam laukam gan dielektrikā, gan arī vakuumā.

12.3.4. Elektriskais lauks uz robežvirsmas starp diviem dielektrikiem. Piemērā, kurš apskatīts 12.3.1. nodaļījumā (sk. 12.8. att. a), sfēriskās simetrijas dēļ elektriskais lauks ir radiāls gan dobūmā, kur ir vakuums, gan arī ārpus tā — dielektrikā. *Elektriskā lauka indukcijas vektora līnijas*, kuras definē analogi kā intensitātes vektora līnijas (sk. 11.4.1. nodaļījumu), ir perpendikulāras dielektrika un vakuuma robežvirsmai. Vēl bez tam abās pusēs no robežvirsmas tai bezgalīgi tuvos punktos 1 un 2 indukcijas vektora skaitliskās vērtības ir vienādas. Tādēļ var apgalvot, ka šajā gadījumā $D_{1n} = D_{2n}$. Vēl jānoskaidro, vai arī citos gadījumos šāda sakarība ir spēkā.

Pieņemsim, ka lauka intensitātes līnijas dielektrikā 1, kuru raksturo relatīvā dielektriskā caurlaidība ϵ_1 , iet slīpi pret tā robežvirsmu ar dielektrikā 2, kura relatīvā dielektriskā caurlaidība ir ϵ_2 . Ieejot otrajā dielektrikā, tās maina virzienu (12.11. att. a), t. i., vektoriem $\vec{D}_1 \parallel \vec{E}_1$ un $\vec{D}_2 \parallel \vec{E}_2$ ir dažādi virzieni un moduļi (12.11. att. b). Noskaidrosim, kādas sakarības saista indukciju D_{1n} ar D_{2n} un intensitāti E_{1n} ar E_{2n} , kā arī $E_{1\tau}$ ar $E_{2\tau}$ un $D_{1\tau}$ ar $D_{2\tau}$, kur ar indeksu n apzīmētas robežvirsmas perpendikulārās (normālās) un ar in-

deksu τ — robežvirsmi paralēlās (tangenciālās) vektoru projekcijas. Izrādās, ka sakarības starp vektoru normālajām projekcijām var iegūt, izmantojot Gausa teorēmu, bet sakarības starp vektoru tangenciālajām projekcijām —, ņemot vērā to, ka elektrostatiskajā laukā vektora \vec{E} cirkulācija vienāda ar nulli, t. i., $C_E=0$ (sk. 11.6.3. nodaļījumu).

Apskatīsim slēgtu virsmu S — lauztu cilindru, kura sānu virsmu veido lauka intensitātes līnijas dielektrīkos I un II (12.11. att. c), bet pamati, kuru laukumi ir ΔS , iet caur punktiem 1 un 2 paralēli dielektrīka robežvirsmi. Kopējo indukcijas vektora plūsmu, kas saskaņā ar Gausa teorēmu vienāda ar nulli, jo apskatāmā virsma S neapver nekompensētus lādiņus, var noteikt, saskaitot ieejošo plūsmu $-D_{1n}\Delta S$ un izejošo plūsmu $D_{2n}\Delta S$. Tātad $-D_{1n}\Delta S + D_{2n}\Delta S = 0$, no kurienes

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (12.27)$$

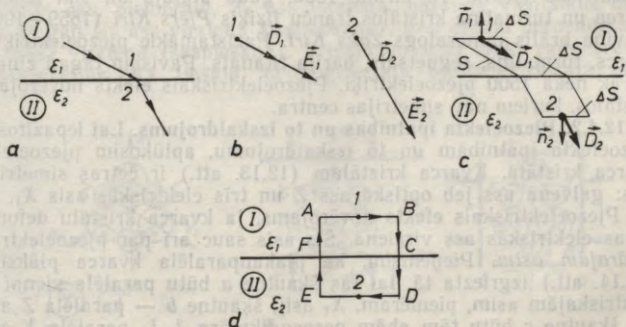
No definīcijas sakarības (12.13) var secināt, ka $D_{1n} = \epsilon_0 \epsilon_1 E_{1n}$ un $D_{2n} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{2n}$. Tādēļ

$$\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}, \quad (12.28)$$

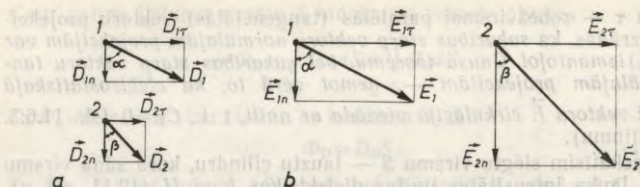
Apskatīsim slēgtu kontūru $ABCDEFA$ (12.11. att. d), kura malas AB un DE iet caur punktiem 1 un 2 paralēli robežvirsmi, bet malas BD un EA ir perpendikulāras tām. Vektora E cirkulācijai pa šādu kontūru elektrostatiskajā laukā jābūt vienādi ar nulli (sk. 11.6.3. nodaļījumu). Apzīmēsim $AB = \Delta x$; $BC = -\Delta y_1$; $CD = -\Delta y_2$; $DE = -\Delta x$; $EF = \Delta y_2$ un $FA = \Delta y_1$. Tad $E_{1\tau}\Delta x - E_{1n}\Delta y_1 - E_{2n}\Delta y_2 - E_{2\tau}\Delta x + E_{2n}\Delta y_2 + E_{1n}\Delta y_1 = 0$, resp., $E_{1\tau}\Delta x - E_{2\tau}\Delta x = 0$ jeb

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}; \quad (12.29)$$

$$D_{1\tau}/\epsilon_1 = D_{2\tau}/\epsilon_2. \quad (12.30)$$



12.11. att.



12.12. att.

Ievērojot sakarības (12.27) ... (12.30), konstruēti vektori \vec{D}_2 un \vec{E}_2 (sk. 12.12. att. a un b), pieņemot, ka zināmi vektori \vec{D}_1 un \vec{E}_1 , kā arī ϵ_1 un ϵ_2 , pie tam $\epsilon_2 < \epsilon_1$. Pēc šiem attēliem var arī noskaidrot, ka starp leņķu α un β tangensiem pastāv vienkārša sakarība:

$$\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta = \epsilon_1 / \epsilon_2. \quad (12.31)$$

Nosaucot α par lauka līnijas *krišanas leņķi* un β par *laušanas leņķi*, var formulēt elektrostātiskā lauka līniju laušanas likumu, ja līnijas pāriet no viena dielektriķa otrā.

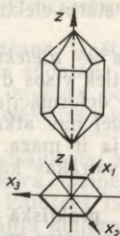
Krišanas leņķa tangensa attiecība pret laušanas leņķa tangensu diviem dielektriķiem ir konstants lielums, kas vienāds ar pirmā un otrā dielektriķa relatīvo dielektrisko caurlaidību attiecību.

12.4. PJEZOELEKTRIĶI. ELEKTROSTRIKCIJA

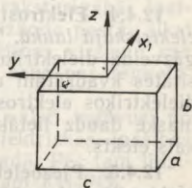
12.4.1. Pjezoelektriskais efekts, tā atklāšana un izpēte. *Kristālis-kus dielektriķus, kurus deformējot noteiktos virzienos notiek to polarizācija, sauc par pjezoelektriķiem, bet pašu parādību — par pjezoelektrisko efektu.* To pirmie 1880. gadā atklāja un sīki izpētīja kvarca un turmalīna kristālos franču fiziķis *Pjērs Kiri* (1859—1906) un viņa brālis mineralogs *Zaks Kiri*. Pazīstamākie pjezoelektriķi ir kvarcs, turmalīns, segnetsāls, bārija titanāts. Pavisam tagad zināmi vairāk nekā 1500 pjezoelektriķi. Pjezoelektriskais efekts novērojams kristālos, kuriem nav simetrijas centra.

12.4.2. Pjezoeffekta īpatnības un to izskaidrojums. Lai iepazītos ar pjezoeffekta īpatnībām un to izskaidrojumu, aplūkosim pjezoeffektu kvarca kristālā. Kvarca kristālam (12.13. att.) ir četras simetrijas ass: galvenā ass jeb optiskā ass Z un trīs elektriskās ass X_1 , X_2 , X_3 . Pjezoelektriskais efekts novērojams, ja kvarca kristālu deformē kādas elektriskās ass virzienā. Šis ass sauc arī par pjezoelektriķa *polārajām asīm*. Pieņemsim, ka plakanparalēla kvarca plāksnīte (12.14. att.) izgriezta tā, lai tās šķautne a būtu paralēla vienai no elektriskajām asīm, piemēram, X_1 asij, šķautne b — paralēla Z asij, bet šķautne c būtu tām abām perpendikulāra, t. i., paralēla Y asij. Kvarca SiO_2 kristāla elementāršūnu veido trīs molekulas. Projicējot

silīcija Si un skābekļa O jonu izvietojumu elementāršūnā uz Z asij perpendikulāru plakni, iegūst 12.15. attēlā a parādīto ainu, kur 1, 3, 5 ir silīcija joni, bet 2, 4 un 6 ir skābekļa jonu projekcijas, pie tam norādītajās vietās projicējas divi skābekļa joni katrā.



12.13. att.



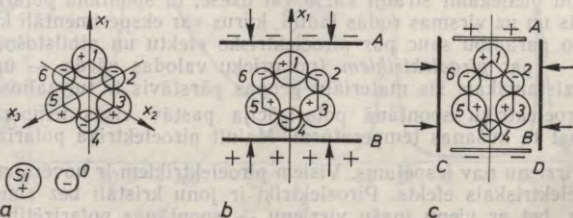
12.14. att.

Pakļaujot kvarca plāksnīti spiedes deformācijai X_1 ass virzienā, mainās jonu izvietojums katrā elementāršūnā (12.15. att. b): silīcija jons 1 iespiežas starp skābekļa joniem 2 un 6, bet skābekļa jons 4 — starp silīcija joniem 3 un 5. Tādēļ elementāršūnas pozitīvo jonu centrs pārbīdās plaknes B virzienā, bet negatīvo — plaknes A virzienā un elementāršūna pārvēršas par dipolu. Tas pats notiek visās citās kristāla elementāršūnās, t. i., kristāls polarizējas un uz tā virsmām A un B parādās nepkompensēti pretēju zīmju saistītie lādiņi. Tas ir *tiešais gareniskais pjezoelektriskais efekts* (ārējie spēki darbojas polārās ass virzienā).

Paraugu saspiežot Y ass virzienā (12.15. att. c), arī notiek elementāršūnas deformācija un ar to saistītā parauga polarizācija, tikai polarizācijai ir pretējs virziens. Tas ir *tiešais šķērseniskais pjezoelektriskais efekts* (ārējo spēku virziens ir perpendikulārs polārajai asij).

Ja maina deformācijas zīmi (spiedi aizstāj ar stiepi), paraugs polarizējas pretējā virzienā.

12.4.3. Apgrieztais pjezoelektriskais efekts. Šo parādību — pjezoelektriska deformāciju ārējā elektriskajā laukā arī atklāja brāļi Pjērs un Zaks Kīri 1880. gadā. Ārējā elektriskajā laukā, kas vērstas kādas polārās ass, piemēram, X_1 ass virzienā, paraugs vienlaikus deformējas gan šīs ass virzienā (izstiepšana), gan arī tai perpendikulārā (Y ass) virzienā (saspiešana). Pretēja virziena lauks rada pretējas deformācijas. Kā tiešajā, tā apgrieztajā pjezoelektriskajā efektā



12.15. att.

pastāv proporcionalitāte starp elektriskā lauka intensitāti un relatīvo deformāciju.

12.4.4. Elektrostrikcija — dielektriķu deformācija (saspiešana) elektriskajā laukā. Tā notiek visos dielektriķos — cietos, šķīdros un gāzveida dielektriķos. Šī deformācija ir proporcionāla lauka intensitātes kvadrātam un tādēļ nav atkarīga no lauka virziena. Cietos dielektriķos elektrostrikcija ir maza. Pjezoelektriķos elektrostrikciju maskē daudz lielākais (vairākas kārtas) apgrieztais pjezoelektriskais efekts.

12.4.5. Pjezoelektriķu praktiskā nozīme. Tiešo pjezoelektrisko efektu izmanto pjezoelektriskajos manometros, atskaņotājos, pjezometros — tilpuma izmaiņas noteikšanai spiediena ietekmē, hidrofonos, ultraskaņas uztvērējos, dažādos pjezoelektriskajos devējos, t. i., ierīcēs, kuras mehānisko iedarbību pārveido elektriskajos signālos un kuras noder mehānisko spriegumu un deformāciju noteikšanai mašīnu detaļās, ēkās, tiltos un citās būvēs, vibrāciju mērīšanai, kā arī signalizācijas ierīcēs, piemēram, telpu apsardzībai. *Apgriezto pjezoelektrisko efektu* izmanto elektrisko svārstību pārvēršanai mehāniskajās, piemēram, ultraskaņas ģeneratoros, jo pjezokvarca plāksnītes izmēri mainās ar elektriskā lauka frekvenci, pie tam mehānisko svārstību amplitūda ievērojami pieaug, ja elektrisko svārstību frekvence sakrīt ar plāksnītes pašsvārstību frekvenci, t. i., pastāv rezonanse (sk. 20.8.3. nodaļumu). Pjezokristālus izmanto arī stabilu augstfrekvences elektrisko svārstību ģeneratoru izveidei, piemēram, kvarca pulksteņos.

12.5. PIROELEKTRIĶI

Dažiem pjezoelektriķiem pozitīvo un negatīvo jonu apakšrežģi termodinamiskā līdzsvara stāvoklī novietoti tā, ka kristāls ir elektriski polarizēts (spontānā polarizācija), nebūdamis ārējā elektriskajā laukā, un uz kristāla virsmas parādās saistītie lādiņi ar noteiktu virsmas blīvumu. Parastajos apstākļos šos lādiņus kompensē no apkārtējās vides adsorbētie (uz virsmas «nosēdušies») joni vai arī paša kristāla tilpumā esošie brīvie lādiņi, jo ikvienam kristālam piemīt zināma (kaut arī ļoti niecīga) elektrovadītspēja. Ja šādu kristālu pietiekami strauji karsē vai dzesē, tā spontānā polarizācija mainās un uz virsmas rodas lādiņi, kurus var eksperimentāli konstatēt. Šo parādību sauc par piroelektrisko efektu un atbilstošos kristālus — par *piroelektriķiem* (no grieķu valodas vārda — uguns). Vispazīstamākais šīs materiālu grupas pārstāvis ir turmalīns.

Piroelektriķu spontānā polarizācija pastāv visās temperatūrās līdz pat to kušanas temperatūrai. Mainīt piroelektriķa polarizētības (\vec{P}) virzienu nav iespējams. Visiem piroelektriķiem ir novērojams arī pjezoelektriskais efekts. Piroelektriķi ir jonu kristāli bez simetrijas centra, bet ar vienu īpašu virzienu — spontānās polarizētības virzienu.

12.6. SEGNETOELEKTRIĶI

12.6.1. Segnetoelektriķu atklāšana, izpēte un raksturīgākās īpatnības. Tādus dielektriķus, kuriem spontānā polarizācija pastāv tikai noteiktā temperatūru intervālā un kuru polarizētības virzienu var mainīt ar pietiekami intensīvu elektrisko lauku, sauc par *segnetoelektriķiem*.

Sī dielektriķu grupa savu nosaukumu mūsu valstī ieguvusi no segnetsāls $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, kura īpatnējās elektriskās īpašības pirmais atklāja čehu zinātnieks *Valāšeks* 1920. gadā. Pēc tam līdzīgas īpašības tika konstatētas kālija dihidrofosfātam KH_2PO_4 .

Segnetsāls elektriskās īpašības pirmie rūpīgi izpētīja (1930—1931) padomju fiziķi *I. Kurčatovs* (1903—1960) un *P. Kobeko* (1897—1954), kuri pierādīja, ka notiek spontāna segnetsāls elektriskā polarizācija.

Praksē ļoti svarīgs segnetoelektriķis ir bārija titanāts BaTiO_3 , ko 1944. gadā atklāja un izpētīja padomju fiziķis *B. Vuls* un viņa līdzstrādnieki. Tagad pazīstami vairāki simti segnetoelektriķu. Daudzus no tiem (keramiskos segnetoelektriķus) ieguvuši un izpētījuši Latvijas zinātnieki ķīmiķa *E. Freidenfelda* un fiziķa *V. Fricberga* vadībā.

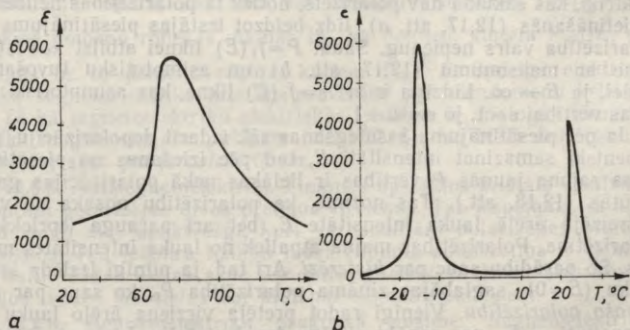
Segnetoelektriķu raksturīgākās īpatnības:

1) ļoti liela dielektriskā caurlaidība ($\epsilon \approx 10^3$), kas atkarīga no temperatūras;

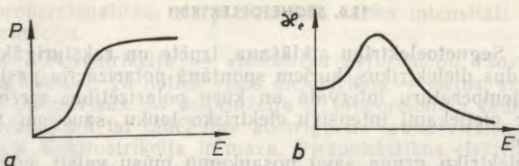
2) polarizētība P un dielektriskā caurlaidība ϵ neviennozīmīgi atkarīga no ārējā lauka intensitātes E , — pastāv histerēze un palielošā polarizētība (ārējam laukam izzūdot);

3) domenu eksistence.

12.6.2. Segnetoelektriķu dielektriskās caurlaidības atkarība no temperatūras. Kirī punkts. 12.16. attēlā parādīta bārija titanāta (a) un segnetsāls (b) dielektriskā caurlaidība atkarībā no temperatūras. Liknes nav monotonas — pirmajai liknei ir viens maksimums,



12.16. att.



12.17. att.

bet otrajai — divi. Ja segnetoelektriķa temperatūru paaugstina, tad, sasniedzot noteiktu vērtību T_C — *Kirī punktu*, tas zaudē savas segnetoelektriskās īpašības un temperatūrā $T > T_C$ pāriet parastā (paraelektriskā) stāvoklī. Segnetsālim $T_C = +24^\circ\text{C}$. Dažiem segnetoelektriķiem ir arī *apakšējais Kirī punkts* T'_C , piemēram, segnetsālim $T'_C = -18^\circ\text{C}$. Vairumam segnetoelektriķu ir tikai *augšējais Kirī punkts*, piemēram, kālija dihidrofosfātam -150°C , bārija titanātam $+133^\circ\text{C}$, gadolinija molibdātam $\text{Gd}_2(\text{MO}_4)_3$ tas ir $+159^\circ\text{C}$, bismuta titanātam $\text{Bi}_4\text{Ti}_3\text{O}_{12}$ ir $+675^\circ\text{C}$, litija niobātam LiNbO_3 ir $+1210^\circ\text{C}$.

Paraelektriskajā stāvoklī Kirī punkta T_C tuvumā ir spēkā Kirī—Veisa likums

$$\chi_e = A/(T - T_0), \quad (12.32)$$

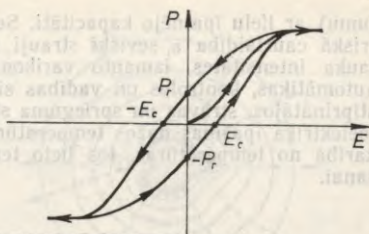
kur A — materiālam raksturīga konstante, T_0 — Kirī—Veisa temperatūra, kura maz atšķiras no Kirī temperatūras T_C . Ja ir arī apakšējais Kirī punkts T'_C , tad tā tuvumā paraelektriskajam stāvoklim Kirī—Veisa likums ir šāds:

$$\chi_e = A'/(T'_0 - T). \quad (12.33)$$

12.6.3. Segnetoelektriķu polarizētības, dielektriskās uzņēmības un caurlaidības atkarība no ārējā lauka intensitātes. Histerēze. Radot un pakāpeniski palielinot ārējā elektriskā lauka intensitāti, segnetoelektriķi, kas sākumā nav polarizēti, notiek tā polarizētības nelineāra palielināšanās (12.17. att. a), līdz beidzot iestājas piesātinājums — polarizētība vairs nepieaug. Šādai $P = f_1(E)$ liknei atbilst $\chi_e = f_2(E)$ likne ar maksimumu (12.17. att. b) un asimptotisku tuvošanos nullei, ja $E \rightarrow \infty$. Līdzīga ir arī $\varepsilon = f_3(E)$ likne, kas asimptotiski tuvojas vērtībai $\varepsilon = 1$, jo $\varepsilon = \chi_e + 1$.

Ja pēc piesātinājuma sasniegšanas sāk izdarīt depolarizāciju, pakāpeniski samazinot intensitāti E , tad pēc izešanas no piesātinājuma rajona jaunās P vērtības ir lielākas nekā polarizācijas gaitā iegūtās (12.18. att.). Tas nozīmē, ka polarizētību nosaka ne vien pašreizējā ārējā lauka intensitāte E , bet arī parauga iepriekšējā polarizētība. Polarizētības maiņa atpaliēk no lauka intensitātes maiņas. So parādību sauc par *histerēzi*. Arī tad, ja pilnīgi izslēdz ārējo lauku ($E = 0$), saglabājas zināma polarizētība P_r , ko sauc par *paliēkošo polarizētību*. Vienīgi radot pretēja virziena ārējo lauku ar intensitāti $-E_c$, var panākt pilnīgu depolarizāciju. Lielumu E_c sauc par *koercitīvo spēku*.

Ja turpina palielināt pretējā virziena lauka intensitāti, segnetoelektriķis polarizējas šajā virzienā un sasniedz piesātinājumu, bet, cikliski mainot E , iegūst noslēgtu līkni, ko sauc par *histerēzes cilpu*. Tās ietvertais laukums nosaka enerģiju, kas tiek patērēta, lai mainītu līdz piesātinājumam polarizēta parauga tilpuma vienības polarizāciju uz pretēju un pēc tam atpakaļ. Šī enerģija pārvēršas parauga iekšējā enerģijā — pieaug tā daļiņu siltumkustības enerģija, resp., paraugs sasilst.



12.18. att.

12.6.4. Segnetoelektriķu spontānā polarizācija. Elektriskie domeni. Aplūkosim vispārīgos vilcienos spontānās polarizācijas mikromehānismu. Pētījumi rāda, ka starp segnetoelektriķu elementārajiem dipoliem pastāv spēcīga mijiedarbība, tādēļ šie dipoli orientējas vienā virzienā, t. i., notiek vielas *spontānā polarizācija*. Ja spontāni polarizēts vienā virzienā būtu viss paraugs, tas radītu lauku ar lielu intensitāti un lielu enerģiju (sk. 12.8.4. nodaļojumu). Kā zināms, ikviena sistēma cenšas pāriet stāvoklī ar mazāku enerģiju. Sajā gadījumā tas notiek tā, ka paraugā izveidojas atsevišķi apgabali — *elektriskie domeni* un katrā no tiem ir noteikta virziena spontānā polarizācija, bet dažādos domenos polarizācijas virzieni ir dažādi. Jo sīkāk kļūst domeni, jo pilnīgāk kompensējas to lauki un lauka enerģija ir mazāka. Tomēr, domeniem kļūstot aizvien sīkāk, pieaug to kopējais virsmas laukums un virsmas enerģija. Tādēļ izveidojas zināma lieluma domeni, kuriem atbilst vismazākā kopējā elektriskā lauka un virsmas enerģija, un enerģētiski neizdevīga kļūst gan domenu samazināšanās, gan palielināšanās.

Domenu robežas nav kaut kas absolūti nemainīgs. Ārējā lauka ietekmē domenu robežas mainās tā, ka domeni, kuriem $\vec{P}_{sp} \uparrow \uparrow \vec{E}$, palielinās uz to domenu rēķina, kuriem $\vec{P}_{sp} \nparallel \vec{E}$. Spēcīgā elektriskā laukā segnetoelektriķa kristāls pārvēršas par viendomenu kristālu.

Tā kā segnetoelektriķu elektriskās īpašības ir analogas feromagnētīķu magnētiskajām īpašībām (sk. 17.7. §), tos bieži vien (sevišķi ārzemēs) sauc par *feroelektriķiem*.

12.6.5. Antisegnetoelektriķi. Zināmos apstākļos kristāls vienlaikus spontāni polarizējas divos pretējos virzienos. Tas iespējams, ja kristālu veido divi apakšrežģi, kuri var spontāni polarizēties pretējos virzienos. Tad jebkura fizikāli maza tilpuma polarizētība ir vienāda ar nulli. Tādas vielas sauc par *antisegnetoelektriķiem*. Ļoti stipros ārējos laukos šīs vielas var kļūt par segnetoelektriķiem.

12.6.6. Segnetoelektriķu praktiskā nozīme. Segnetoelektriķus praksē izmanto, lai izgatavotu kondensatorus (sk. 12.7.6. nodaļojumu).

jumu) ar lielu īpatnējo kapacitāti. Segnetoelektriķus, kuriem dielektriskā caurlaidība ϵ sevišķi strauji mainās atkarībā no elektriskā lauka intensitātes, izmanto varikonu izgatavošanai, kuri noder automātikas, kontroles un vadības sistēmās, elektriskās jaudas pastiprinātājos, strāvas un sprieguma stabilizatoros u. c. Tā kā segnetoelektriķa īpašības dažos temperatūras intervālos krasi mainās atkarībā no temperatūras, tos lieto temperatūras kontrolei un mērīšanai.

12.7. VADĪTĀJI ELEKTRISKAJĀ LAUKĀ

12.7.1. Lādiņu līdzsvars un elektriskais lauks vadītājā. Elektrostatisko lauku veido nekustīgi lādiņi. Brīvie lādiņi vadītājos (sk. 12.1. §) var pārvietoties jebkura, pat ļoti maza spēka ietekmē. Tādēļ brīvie lādiņi vadītājā atrodas līdzsvarā tikai tad, 1) ja visā vadītāja tilpumā elektriskā lauka intensitāte ir vienāda ar nulli, t. i.,

$$\vec{E}=0, \quad (12.34)$$

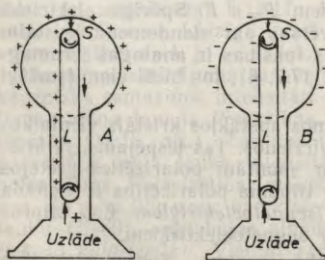
un 2) ja uz vadītāja virsmas elektriskā lauka intensitātes vektors ir perpendikulārs virsmai, t. i.,

$$\vec{E}=\vec{E}_n. \quad (12.35)$$

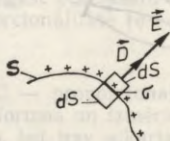
Ievērojot sakarību (11.70), no sakarības (12.34) var secināt, ka visos vadītāja punktos ir vienāds potenciāls ($\varphi=\text{const}$) un vadītāja virsma ir ekvipotenciāla virsma.

Lādiņš q , ko pievada vadītājam, to uzlādējot, sadalās tā, lai būtu izpildīti līdzsvara nosacījumi (12.34) un (12.35). Tā kā vadītājā lauka nav, tad elektriskā lauka indukcijas vektora plūsma caur jebkuru slēgtu virsmu, kas visa atrodas vadītājā, vienāda ar nulli. Tas nozīmē, ka šāda virsma neaptver nekādus nekompensētus lādiņus (Gausa teorēma). No tā var secināt, ka nekompensētais lādiņš q novietojas uz vadītāja virsmas.

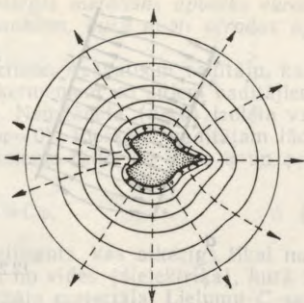
So vadītāju īpašību izmantoja amerikāņu fiziķis R. van de Grāfs, kas 1931. gadā izgudroja elektrostatisko augstsprieguma ģeneratoru. Van de Grāfa ģenerators (12.19. att.) sastāv no divām dobām metāla lodēm A un B . Tās novieto uz izolatoriem un uzlādē ar pretēju zīmju lādiņiem, pārnesot lādiņus ar slīdošu lenti L uz lodes iekšpusē novietotu suku S , no kurienes tie pārvietojas uz lodes virsmu. Šādā veidā lodes var uzlādēt, sasniedzot potenciālus



12.19. att.



12.20. att.



12.21. att.

līdz $+5 \cdot 10^6$ V un $-5 \cdot 10^6$ V attiecībā pret Zemi (lielākus potenciālus sasniegt traucē lādiņu noplūde; sk. 12.7.2. nodaļījumu). Tādēļ potenciālu starpība starp lodēm sasniedz 10^7 V. Sādu iekārtu savulaik izmantoja lādētu daļiņu paātrināšanai t. s. lineārajos paātrinātājos (sk. 16.7.5. nodaļījumu C).

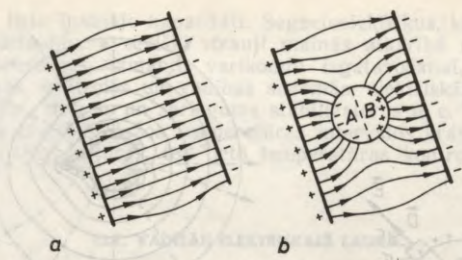
12.7.2. Elektriskais lauks ārpus vadītāja tā virsmas tuvumā. Lauka intensitāti E kādā punktā uz vadītāja virsmas un tās tiešā tuvumā var saistīt ar virsmas lādiņa blīvumu σ šajā punktā. Apskatīsim slēgtu cilindru (12.20. att.), kura veidules ir perpendikulāras vadītāja virsmai, bet pamati ar laukumiem dS ir tai paralēli — viens atrodas vadītājā, otrs — ārpus vadītāja tā tiešā tuvumā.

Elektriskā lauka intensitātes līnijas šķēļ tikai cilindra ārējo pamatu — vadītājā lauka nav, bet ārpus tā lauka intensitātes līnijas ir paralēlas cilindra veidulēm. Indukcijas vektora plūsmu, kas iet caur cilindru, var izteikt 1) saskaņā ar definīciju $d\Phi_D = DdS$ un 2) izmantojot Gausa teorēmu $d\Phi_D = \sigma dS$, kur σdS ir cilindra aptvertais lādiņš. Kā redzams, $D = \sigma$ un

$$E = \sigma / (\epsilon_0 \epsilon) . \quad (12.36)$$

Apskatīsim lauku, kuru rada lādēts vadītājs (12.21. att.). Tālu no ķermeņa ekvipotenciālās virsmas ir sfēriskas, tāpat kā ap punktveida lādiņu. Vadītāja tuvumā tās kļūst līdzīgas vadītāja virsmai. Smailes tuvumā attālumi starp ekvipotenciālām virsmām ir mazāki, bet iedobuma tuvumā lielāki. Tas nozīmē, ka smailes tuvumā ir lielāka lauka intensitāte un lielāks virsmas lādiņa blīvums nekā iedobuma tuvumā. Vispār *jo lielāks kādā vietā ir lādēta vadītāja virsmas pozitīvais liekums (izliekta virsma), jo lielāks šajā vietā ir virsmas lādiņa blīvums.*

Smailes tuvumā elektriskais lauks var kļūt tik spēcīgs, ka tajā gāzes molekulas jonizējas. Pretēju zīmju joni nosēžas uz vadītāja, samazinot tā nekompensēto lādiņu, bet vienādās zīmes lādiņi tiek atgrūsti no vadītāja. Abus šos procesus kopumā uztveram kā lādiņu



12.22. att.

noplūdi no smailes. Tādējādi uz vadītāju darbojas reaktīvais spēks. Jonu plūsma aizrauj līdzī arī neitrālas molekulas — rodas «elektriskais vējš».

12.7.3. Vadītājs ārējā elektriskajā laukā. Vadītāja elektriskā polarizācija un elektriskā lauka ekranēšana. Vadītājā, kas ienests ārējā elektriskajā laukā, pozitīvie lādiņi pārvietojas* lauka intensitātes virzienā, bet negatīvie — pretējā virzienā (12.22. att. *b*). Vadītājā tie rada savu lauku, kura virziens ir pretējs ārējā lauka virzienam. Lauks mainās arī ārpus vadītāja (salīdzināt 12.22. attēla *a* un *b*). Lādiņu pārvietošanās vadītājā izbeidzas tad, kad lauks vadītājā kļūst vienāds ar nulli, bet uz vadītāja virsmas lauka intensitātes līnijas kļūst perpendikulāras virsmai. Tas atbilst līdzsvara nosacījumiem (12.34) un (12.35). *Lādiņu nošķiršanu vadītājā ārējā elektriskā lauka ietekmē sauc par vadītāja elektrisko polarizāciju.*

Elektrisko polarizāciju var novērot, elektriskajā laukā ienesot neitrālu vadītāju, kuru var viegli sadalīt divās daļās, piemēram, *A* un *B* (12.22. att. *b*). Ja pēc tam, kad notikusi vadītāja elektriskā polarizācija, attālina šīs daļas vienu no otras, tās ir ieguvušas vienlielus pretēju zīmju lādiņus. Te redzama būtiska atšķirība starp vadītāja un dielektriķa elektrisko polarizāciju — līdzīgā veidā sadalot dielektriķi, iegūst divus neitrālus ķermeņus, ja pirms ienešanas elektriskajā laukā dielektriķis bijis neitrāls.

Tā kā nošķirtie (inducētie) lādiņi novietoti uz vadītāja virsmas, tad elektriskais lauks nemainās, ja viengabala vadītāja vietā ņem dobu vadītāju (čaulu, apvalku). Tātad *telpas daļā, kuru aptver slēgta vadītāja čaula, ārējie elektriskie lauki neiekļūst.* So parādību sauc par *elektrostatisko ekranēšanu.* To plaši izmanto jutīgu elektrisko mēraparātu un elektronisko sistēmu, piemēram, ESM pasargāšanai no ārējiem elektriskajiem laukiem. Arī kabelis, kas savieno televīzijas antenu ar televizoru, ir ekranēts. Par elektrostatisko ekranu čaulas vietā noder arī blīvs metāla stieplu pinums.

* Metāliskos vadītājos faktiski pārvietojas tikai elektroni, jo pozitīvie atomu kodoli saistīti režģa mezglos.

Var parādīt, ka *iezemēts noslēgts metālisks apvalks ekranē apkārtējo telpu no elektriskiem laukiem, kuru avoti atrodas apvalka norobežotajā tilpumā.*

12.7.4. Izolēta vadītāja kapacitāte. Apskatīsim vadītāju, kas atrodas tālu no elektriski lādētiem ķermeņiem un citiem vadītājiem. Nosauksim to par izolētu vadītāju. Neuzlādēta ($q=0$) izolēta vadītāja potenciāls ir vienāds ar nulli ($\varphi=0$). Piešķirot vadītājam lādiņu q , tas iegūst potenciālu φ . Eksperiments rāda, ka starp φ un q pastāv proporcionalitāte ($q \sim \varphi$) jeb

$$q = C\varphi, \quad (12.37)$$

kur C — proporcionalitātes koeficients, kas atkarīgs tikai no vadītāja formas un izmēriem, kā arī no vides (dielektriķa), kurā tas atrodas, bet nav atkarīgs no vadītāja materiāla. Lielumu C sauc par izolēta vadītāja elektrisko kapacitāti vai, īsāk, par kapacitāti.

No sakarības (12.37) izriet, ka $\Delta q = C\Delta\varphi$, resp., $C = \Delta q / \Delta\varphi$. Tātad kapacitāte rāda, par cik jāmaina vadītāja lādiņš, lai tā potenciāls mainītos par vienu vienību. Par kapacitātes SI vienību f a r a d u (F) pieņem tāda vadītāja kapacitāti, kura lādiņš jāmaina par vienu kulonu, lai tā potenciāls mainītos par vienu voltu, t. i.,

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V.}$$

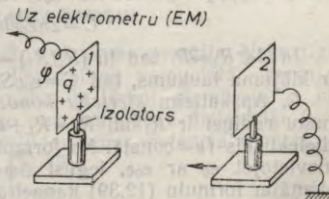
Vadītāja lodei (vai čaulai) ar rādiusu R , kura atrodas dielektriskā vidē ar caurlaidību ϵ , kapacitāti C var noteikt, izmantojot definīcijas formulu (12.37) un izteiksmi (11.78), ja tajā ϵ_0 aizvieto ar $\epsilon_0\epsilon$. Tad iegūst

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (12.38)$$

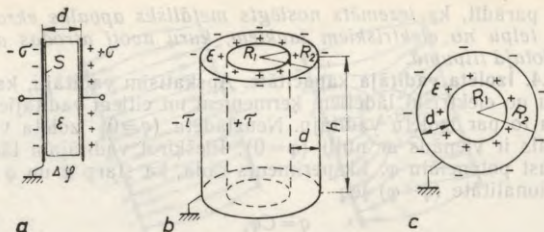
Lodes kapacitāte ir 1 F, tai atrodoties vidē, kurai $\epsilon=1$, ja lodes rādiuss $R = C / (4\pi\epsilon_0\epsilon) = 9 \cdot 10^9$ m. Tādas lodes rādiuss ir 1500 reiz lielāks nekā Zemes rādiuss. Tātad 1 F ir ļoti liela vienība. Praksē visbiežāk sastopamies ar kapacitātēm, kuras ērti izteikt mikrofarados ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$) vai pikofarados ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$).

12.7.5. Divu vadītāju sistēmas savstarpējā kapacitāte. Kondensatori. Tuvinot lādētai metāla plātei 1, kuras potenciālu φ rāda elektrometrs (12.23. att.), iezemētu metāla plāti 2, potenciāls φ samazinās. Lādiņš q uz plātes 1 nemainās. Jāsecina, ka q/φ , resp., plātes 1 kapacitāte pieaug, ja tai tuvina plāti 2. Tādēļ šajā gadījumā jārunā par abu plašu (divu vadītāju sistēmas) savstarpējo kapacitāti.

Divi viens otram tuvu novietoti vadītāji, starp kuriem atrodas dielektriķis, veido sistēmu, kas daudz labāk noder lādiņu uzkrāšanai nekā izolēts vadi-



12.23. att.



12.24. att.

tājs. Šādu ierīci sauc par kondensatoru. Kondensatoru uzlādējot, uz tā klājumiem (vadītājiem) izvietojas vienlieli pretēju zīmju lādiņi $+q$ un $-q$ un starp klājumiem rodas potenciālu difference $\Delta\varphi$. Par kondensatora kapacitāti C sauc tā pozitīvā lādiņa q attiecību pret potenciālu diferenci $\Delta\varphi$ starp pozitīvo un negatīvo klājumu, t. i.,

$$C = q/\Delta\varphi. \quad (12.39)$$

Kondensatorus var klasificēt atkarībā no klājumu formas. Visbiežāk lieto plakanus, cilindriskus un sfēriskus kondensatorus.

12.7.6. Plakana, cilindriska un sfēriska kondensatora kapacitāte.

A. Noteiksim *plakana kondensatora* (12.24. att. a) kapacitāti C , ja starp tā klājumiem ir homogēns dielektriķis ar relatīvo caurlaidību ϵ , katra klājuma laukums S un attālums starp klājumiem d . Sajā nolūkā definīcijas sakarībā (12.39) izteiksim q un $\Delta\varphi$ ar lielumiem σ , S , d , ϵ , kur σ — lādiņa blīvums uz klājumiem. Tad $q = \sigma S$, bet, aizvietojojot formulā (11.86) elektrisko konstanti ϵ_0 ar $\epsilon_0\epsilon$, iegūst $\Delta\varphi = (\sigma/(\epsilon_0\epsilon))d$. Tādējādi

$$C = \epsilon_0\epsilon S/d. \quad (12.40)$$

B. Pieņemsim, ka *cilindrisku kondensatoru* veido klājumi, kuru rādiusi R_1 un $R_2 = R_1 + d$. Starp klājumiem atrodas homogēns dielektriķis ($\epsilon = \text{const}$), un klājumu augstums ir h . Izmantosim definīcijas sakarību (12.39). Ievietojot tajā $q = \tau h$ (šeit τ ir lādiņš uz klājuma augstuma vienību) un $\Delta\varphi = \tau \ln(R_2/R_1)/(2\pi\epsilon_0\epsilon)$, kas izriet no formulas (11.83), ja ϵ_0 vietā liek $\epsilon_0\epsilon$, var iegūt

$$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon h/\ln(R_2/R_1). \quad (12.41)$$

Ja $d \ll R_1 = R$, tad $\ln(R_2/R_1) = \ln(1 + d/R) \approx d/R$. Tā kā $2\pi Rh = S$ ir klājuma laukums, tad $C = \epsilon_0\epsilon S/d$. Tas saskan ar formulu (12.40).

C. Apskatīsim *sfērisku kondensatoru* (12.24. att. c), kura klājumu rādiusi ir R_1 un $R_2 = R_1 + d$ un starp tiem atrodas homogēns dielektriķis ($\epsilon = \text{const}$). No formulas (11.81), ievietojot tajā $r = R_1$ un aizvietojojot ϵ_0 ar $\epsilon_0\epsilon$, iegūst $\Delta\varphi = q(1/R_1 - 1/R_2)/(4\pi\epsilon_0\epsilon)$. Tādēļ saskaņā ar formulu (12.39) kapacitāte

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon/(1/R_1 - 1/R_2). \quad (12.42)$$

Ja $d \ll R_1 = R$, tad $(1/R_1 - 1/R_2) = 1/R_1 - 1/(R_1 + d) = d/(R_1(R_1 + d)) \approx d/R^2$. Tā kā $4\pi R^2 = S$ ir klājuma laukums, tad kapacitāte $C = \epsilon_0 \epsilon S/d$. Tas saskan ar formulu (12.40).

Ja rādiuss $R_2 = \infty$, tad no sakarības (12.42), apzīmējot $R_1 = R$, iegūst izolētas lodes kapacitātes formulu (12.38).

12.7.7. Kondensatoru paralēslēguma un virknes slēguma kapacitāte. Lieto divus galvenos kondensatoru slēguma veidus — paralēslēgumu un virknes slēgumu.

A. Paralēslēgumā (12.25. att. a) visiem kondensatoriem potenciālu starpība starp klājumiem ir vienāda, t. i., $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \dots = \Delta\varphi_N = \Delta\varphi$. Uzlādēšanas laikā no avota uz paralēslēgumu pāriet kopējais lādiņš $q = q_1 + q_2 + \dots + q_N$. Saskaņā ar formulu (12.39) kondensatora paralēslēguma kapacitāte $C = q/\Delta\varphi = q_1/\Delta\varphi_1 + q_2/\Delta\varphi_2 + \dots + q_N/\Delta\varphi_N$ jeb

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_N. \quad (12.43)$$

Tātad *paralēslēgumā kondensatoru kapacitātes summējas.*

B. Potenciālu starpība starp kondensatoru virknes slēguma spaiļēm (12.25. att. b) ir šāda: $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \dots + \Delta\varphi_N$. Lādiņš q no avota pāriet tikai uz tam tieši pieslēgto kondensatora klājumu. Uz tiem kondensatoru klājumiem, kuri nav tieši savienoti ar avotu, lādiņi parādās klājumu elektriskās polarizācijas dēļ (sk. 12.7.3. nodaļumu). Tādēļ lādiņi uz visiem kondensatoriem ir vienādi, t. i., $q_1 = q_2 = \dots = q_N = q$. Saskaņā ar formulu (12.39) virknes slēgumam iegūst $1/C = \Delta\varphi/q = \Delta\varphi_1/q_1 + \Delta\varphi_2/q_2 + \dots + \Delta\varphi_N/q_N$, resp.,

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_N, \quad (12.44)$$

t. i., *virknes slēgumā summējas kondensatoru kapacitāšu apgrieztie lielumi.*

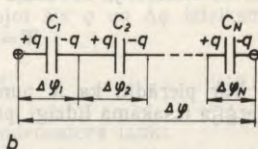
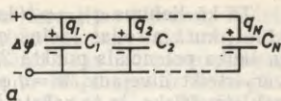
Izmantojot formulas (12.43) un (12.44), iespējams aprēķināt arī kondensatoru jauktā slēguma kapacitāti.

12.8. ELEKTRISKĀ LAUKA ENERĢIJA

12.8.1. Nekustīgu punktveida lādiņu sistēmas enerģija. Nekustīgu lādiņu sistēmai piemīt lādiņu mijiedarbības potenciālā enerģija. Vienkāršāko sistēmu veido divi punktveida lādiņi, piemēram, q_1 un q_2 , kas atrodas attālumā r viens no otra homogēnā dielektrikā ($\epsilon = \text{const}$). Tādā gadījumā lādiņu mijiedarbības potenciālā enerģija (sk. 11.7.1. nodaļumu un formulu (11.56))

$$W = q_1 q_2 / (4\pi \epsilon_0 \epsilon r). \quad (12.45)$$

Vienādas zīmes lādiņiem $W > 0$, bet pretēju zīmju lādiņiem $W < 0$.



12.25. att.

Tā kā lielums $\varphi_{12} = q_2 / (4\pi\epsilon_0\epsilon r)$ ir lādiņa q_2 lauka potenciāls punktā 1, kurā atrodas lādiņš q_1 , bet lielums $\varphi_{21} = q_1 / (4\pi\epsilon_0\epsilon r)$ ir lādiņa q_1 lauka potenciāls punktā 2, kurā atrodas lādiņš q_2 , tad enerģiju W var izteikt divējādi: $W = q_1\varphi_{12}$ un $W = q_2\varphi_{21}$. Enerģijas izteiksme iznāk simetriska, ja to raksta šādi:

$$W = \frac{1}{2} (q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}). \quad (12.46)$$

Var pierādīt, ka N punktveida lādiņu mijiedarbības potenciālā enerģija izsakāma līdzīgi, proti,

$$W = \frac{1}{2} (q_1\varphi_1 + \dots + q_i\varphi_i + \dots + q_N\varphi_N) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i\varphi_i, \text{ kur} \quad (12.47)$$

$$\varphi_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \varphi_{ij} \quad (12.48)$$

ir potenciāls, ko lādiņa q_i atrašanās vietā rada pārējie lādiņi.

12.8.2. Lādēta izolēta vadītāja enerģija. Lai uz vadītāju, kura potenciāls ir φ , pārnestu no bezgalības ($\varphi_\infty = 0$) lādiņu dq , jāpadara darbs $dA = \varphi dq$. Visu darbu A , kas tiek padarīts, uzlādējot neitrālu vadītāju līdz potenciālam φ , var noteikt integrējot: $A = \int_0^{\varphi} q d\varphi$. Tā kā $q = C\varphi$, tad $dq = C d\varphi$ un $A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{1}{2} C\varphi^2$. Uz ārējo spēku padarītā darba rēķina lādētais vadītājs iegūst tikpat lielu potenciālo enerģiju W . Ievērojot, ka $q = C\varphi$, enerģiju var izteikt šādi:

$$W = \frac{1}{2} C\varphi^2 = \frac{1}{2} q\varphi = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad (12.49)$$

Lādēta vadītāja enerģijas izteiksmi var iegūt arī citādi —, izmantojot sakarību (12.47). Domās vadītāja lādiņu q var sadalīt punktveida lādiņos $\Delta q_1, \Delta q_2, \dots, \Delta q_i, \dots, \Delta q_N$. Tie atrodas uz vadītāja virsmas, kuras visos punktos ir vienāds potenciāls $\varphi_i = \varphi = \text{const}$. Tādēļ $W = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i=1}^N \Delta q_i$ jeb $W = \frac{1}{2} q\varphi$. Tas saskan ar formulu (12.49). Tā netiešā ceļā esam pārliecinājušies par formulas (12.47) pareizību.

12.8.3. Lādēta kondensatora enerģija. Kondensatora uzlādes procesu var iedomāties tā, ka no viena klājuma tiek ņemti pozitīvi lādiņi $+dq$ un pārnesti uz otru klājumu, tādēļ pirmais klājums uzlādējas negatīvi ($-q$), bet otrais — pozitīvi ($+q$) un starp tiem rodas potenciālu difference $\Delta\varphi$. Kondensatora enerģija ir vienāda ar darbu, kuru veic ārējie spēki, kondensatoru uzlādējot, un to var noteikt līdzīgi kā izolēta vadītāja uzlādēšanas darbu. Tādēļ

$$W = (1/2) C\Delta\varphi^2 = (1/2) q\Delta\varphi = (1/2) (q^2/C). \quad (12.50)$$

12.8.4. Elektrostatiskā lauka enerģija. Enerģijas blīvums. Lādēta kondensatora enerģiju var izteikt ar lielumiem, kuri raksturo lauku starp kondensatora klājumiem. Visvienkāršāk tas izdarāms plakana kondensatora gadījumā, jo lauks starp tā klājumiem ir homogēns (12.24. att. a). Tā kā $q = \sigma S$, bet $\sigma = D = \epsilon_0 \epsilon E$, tad $q = \epsilon_0 \epsilon ES$. Vēl bez tam $\Delta\phi = Ed$ (homogēns lauks). Ievietojot šīs q un $\Delta\phi$ izteiksmes formulā (12.50), iegūst

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 Sd, \quad (12.51)$$

kur $V = Sd$ — tilpums, kurā atrodas kondensatora lauks.

Trešā izteiksme sakarībā (12.50) saista kondensatora enerģiju ar lādiņu uz tā klājumiem un kapacitāti, bet formula (12.51) — ar lauka intensitāti un tilpumu. Rodas jautājums, kur koncentrēta kondensatora enerģija — lādiņos vai laukā? Elektrostatiskais lauks un lādiņi neeksistē atsevišķi. Tādēļ elektrostatisko parādību pētījumi nevar dot atbildi uz šo jautājumu. Tomēr ir zināms, ka laikā mainīgi lauki eksistē neatkarīgi no lādiņiem, kuri tos radījuši, un izplatās telpā kā elektromagnētiskie viļņi (sk. 23.6. §), kuri pārnēs enerģiju. Tiešām, lielāko enerģijas daļu, ko Zeme saņem no Saules, pārnēs elektromagnētiskais starojums. Elektromagnētisko viļņu nestā enerģija padara iespējamās radio un televīzijas pārraides. Sie fakti liek domāt, ka arī elektrostatikā **enerģijas nesējs ir lauks.**

Elektriskā lauka enerģijas koncentrācijas raksturošanai lieto fizikālu lielumu, ko sauc par enerģijas blīvumu w_e un kas uzrāda enerģiju lauka tilpuma vienībā. Ja enerģija W tilpumā V sadalīta vienmērīgi, tad

$$w_e = W/V, \quad (12.52)$$

bet nevienmērīga sadalījuma gadījumā

$$w_e = dW/dV. \quad (12.53)$$

Tā kā plakanā kondensatorā lauks ir homogēns, enerģijas sadalījumam laukā jābūt vienmērīgam. Tādēļ no formulas (12.51) sākot ar definīciju (12.52), kā arī ievērojot, ka $\epsilon_0 \epsilon E = D$, iegūst

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 = \frac{1}{2} ED = \frac{1}{2} D^2 / (\epsilon_0 \epsilon). \quad (12.54)$$

Ja kādā telpas apgabalā V visos tā punktos zināma lauka intensitāte E un var izteikt enerģijas blīvumu $w_e(x, y, z)$, tad lauka enerģiju W tilpumā V var noteikt integrējot:

$$W = \int_V w_e(x, y, z) dx dy dz. \quad (12.55)$$

Izpildot šādu aprēķinu lādētas sfēras elektriskajam laukam, iegūst

$$W = \frac{1}{2} q^2 / (4\pi \epsilon_0 \epsilon R). \quad (12.56)$$

Pēc šīs formulas redzams, ka lādiņš q , kas koncentrēts vienā telpas punktā ($R=0$), radītu lauku ar bezgalīgi lielu enerģiju. Tā kā tas nav iespējams, tad skaidrs, ka katrs reāls lādiņš lokalizēts galīga izmēra telpas apgabalā.

B. ELEKTRISKĀ STRĀVA

Elektrostatikā apskatījām nekustīgus elektriskos lādiņus vai lādiņu sistēmas un to laukus. Tagad pievērsīsimies parādībām, kas saistītas ar elektrisko lādiņu virzītu kustību.

13. NODAĻA

LĪDZSTRĀVAS PAMATLIKUMI. METĀLU ELEKTROVADĪTSPĒJAS KLASISKĀ TEORIJA

13.1. ELEKTRISKĀ STRĀVA, TĀS EKZISTENCES NOSACĪJUMI UN RAKSTURLIELUMI

13.1.1. Elektriskās strāvas jēdziens. Vadītspējas, konvekcijas un nobīdes strāvas. Par elektrisko strāvu sauc elektrisko lādiņu virzītu kustību. Elektrisko strāvu vadītājos un pusvadītājos sauc par *vadītspējas strāvu*. Lādiņnesēji — lādētas daļiņas, kas var pārvietoties — vadītājos ir vai nu elektroni (metālos), vai joni (elektrolītos), vai arī elektroni un joni vienlaikus (jonizētā gāzē, plazmā), bet pusvadītājos elektroni vai caurumi*.

Lādiņu virzītu kustību var realizēt arī citādi, piemēram, pārvietojot lādētus makroķermeņus — putekļus, šķidruma pilienus, lādētus dielektriķus vai vadītājus. Šādu elektrisko strāvu sauc par *konvekcijas strāvu*.

Zināma virzīta lādiņu pārvietošanās molekulāro izmēru robežās notiek, dielektriķim polarizējoties un depolarizējoties vai arī mainoties tā polarizētībai. Strāvu, kas saistīta ar lādiņu nobīdi dielektriķī, sauc par *nobīdes strāvu*. Nobīdes strāva pilnīgāk aplūkota 19.2. paragrāfā.

13.1.2. Vadītspējas strāvas eksistences nosacījumi. Viens no vadītspējas strāvas eksistences nosacījumiem ir *lādiņnesēju esamība vadītājā*. Taču ar to vien nepietiek. Piemēram, ja lādiņnesēju kustība vadītājā ir tikai to haotiskā siltumkustība, tad jebkuru vadītājā izraudzītu virsmu abos virzienos vidēji šķērso vienāds lādiņnesēju skaits. Lai nepārtraukti nodrošinātu lādiņnesēju virzītu kustību, vadītājā jārada un jāuztur elektriskais lauks. Piemēram, vadītājs a

* Par *caurumu* sauc brīvu, elektrona neaizņemtu vietu. Ja kāds elektrons šo vietu aizņem, brīvā vieta — caurums veidojas citur. Dažādiem elektroniem secīgi aizņemot šo brīvo vietu, notiek cauruma virzīta kustība, kas norisinās elektronu kustībai pretējā virzienā.

savieno ķermeņus A un B (13.1. att.), kuriem ir pretēju zīmju lādiņi, tādēļ vadītājā pastāv elektriskais lauks. Ne-

gatīvie lādiņnesēji spēka \vec{F}_e ietekmē pārvietojas no A uz B , ķermeņu A un B potenciāli izlīdzinās, lauks vadītājā a izzūd un lādiņnesēju kustība (strāva) tajā izbeidzas. Lai strāva vadītājā a plūstu nepārtraukti, negatīvie

lādiņnesēji no ķermeņa B jāpārnes atpakaļ uz ķermeni A (piemēram, pa vadītāju b) pretēji elektrostātiskā lauka spēkiem. Tādēļ šajā noslēgtajā ķēdē jādarbojas vēl kādiem *neelektrostātiskā rakstura spē-*

kiem \vec{F}^* , proti, ķēdē jāieslēdz kāds ārējs *enerģijas avots*. Spēki \vec{F}^* var būt mehāniski spēki (piemēram, spēks, kas darbina elektrostātisko mašīnu); var būt ķīmiskas dabas spēki (galvaniskajos elementos); var pastāvēt divu dažādu metālu vai pusvadītāju kontaktos (termoelektriskais efekts; 14.4.1. nodaļums); var būt arī mainīga magnētiskā lauka radītā elektriskā virpuļlauka spēki (elektromagnētiskā indukcija; 18.1.5. nodaļums).

13.1.3. Elektrodzinējspēks (EDS), spriegums un potenciālu starpība. Ja neelektriskie spēki padara darbu A^* , lādiņam q pārvietojoties noslēgtā ķēdē vai kādā ķēdes posmā, tad attiecību

$$\mathcal{E} = A^*/q, \quad (13.1)$$

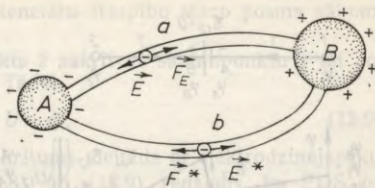
kura nav atkarīga no lādiņa q , sauc par elektrodzinējspēku. Tātad *elektrodzinējspēks ir fizikāls lielums, kas raksturo neelektrostātisko spēku iedarbību un skaitliski vienāds ar darbu, ko padara šie spēki, pārnesot pozitīvu lādiņa vienību noslēgtā ķēdē vai ķēdes posmā.*

Spēku \vec{F}^* var izteikt šādi: $\vec{F}^* = q\vec{E}^*$, kur \vec{E}^* — neelektrisko spēku lauka intensitāte. Tad ķēdes posmā $1-2$ (13.2. att. a) spēka \vec{F}^* darbs

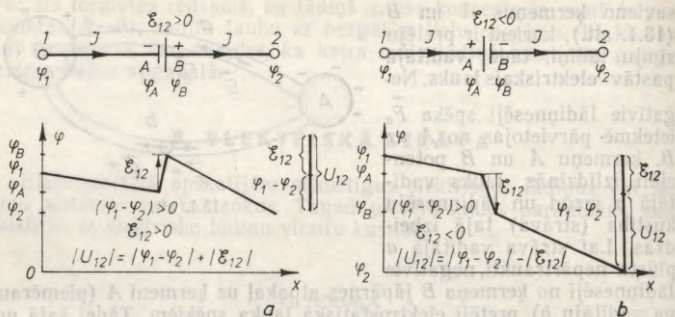
$$A^*_{12} = \int_1^2 \vec{F}^* \cdot d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}^* \cdot d\vec{l}. \quad (13.2)$$

No sakarībām (13.1) un (13.2) izriet, ka ķēdes posmā $1-2$ elektrodzinējspēks

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}^* \cdot d\vec{l}. \quad (13.3)$$



13.1. att.



13.2. att.

Noslēgtā ķēdē (kontūrā L) līdzīgi iegūst

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}^* \cdot d\vec{l}, \quad (13.4)$$

t. i., *elektrodzinēj spēks noslēgtā ķēdē ir neelektrostatisko spēku lauka intensitātes vektora cirkulācija.*

Kopspēks \vec{F} , kas noteiktā ķēdes punktā darbojas uz lādiņu q , ir šāds: $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{E}^*$, kur $q\vec{E} = \vec{F}_{\text{kul}}$ — elektrostatiskais spēks un $q\vec{E}^*$ — neelektrostatiskais spēks. Pārnesot lādiņu ķēdes posmā 1—2, kopspēks veic darbu $A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}$. Seit $q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$ — elektrostatiskā spēka darbs, bet $\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$ — potenciālu starpība $\varphi_1 - \varphi_2$. Tādēļ darbs

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{12}. \quad (13.5)$$

Fizikālu lielumu

$$U_{12} = A_{12}/q, \quad (13.6)$$

kas vienāds ar darbu, ko padara kopspēks, pārnesot pozitīva lādiņa vienību, sauc par sprieguma kritumu jeb spriegumu. No sakarībām (13.5) un (13.6) redzams, ka

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}. \quad (13.7)$$

So sakarību ilustrē 13.2. attēls.

Ķēdes posmu, kurā uz lādiņnesējiem darbojas elektrostatiski spēki ($\mathcal{E}_{12} \neq 0$), sauc par nehomogēnu, bet, ja šādi spēki nedarbojas ($\mathcal{E}_{12} = 0$), tad ķēdes posms ir homogēns.

Homogēnā ķēdes posmā

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (13.8)$$

t. i., spriegums vienāds ar potenciālu starpību starp posma sākumpunktu un galapunktu.

Noslēgtā ķēdē tās galapunkts 2 sakrīt ar sākumpunktu 1 un potenciāls $\varphi_2 = \varphi_1$, bet $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Tādēļ

$$U = \mathcal{E}, \quad (13.9)$$

t. i., noslēgtā ķēdē sprieguma kritums vienāds ar elektrodzinēj spēku.

No sakarībām (13.7), (13.8) un (13.9) redzams, ka EDS un spriegums SI sistēmā jā mēra tādās pašās vienībās kā potenciālu starpība, t. i., voltos (V).

13.1.4. Strāva un strāvas blīvums. Līdzstrāva. Lādiņnesēju virzītās kustības intensitāti caur kādu virsmu raksturo ar *fizikālu lielumu, kas rāda, cik liels lādiņš izplūst caur virsmu laika vienībā*. So lielumu sauc par strāvas stiprumu jeb vienkārši par strāvu (I). Ja elementāri mazā laika sprīdī dt caur virsmu izplūst lādiņš dq , tad strāva

$$I = dq/dt. \quad (13.10)$$

Laikā nemainīgu strāvu ($I = \text{const}$) sauc par *līdzstrāvu*. Tai derīga sakarība

$$I = q/t. \quad (13.11)$$

Strāvas SI vienība ir ampērs (**1 A**). Ampēra definīcija dota 16.1.3. nodalījumā.

Par elektriskās strāvas virzienu pieņem pozitīvo lādiņnesēju virzītās kustības virzienu. Pozitīva lādiņa pārnese vienā virzienā ir ekvivalenta tikpat liela negatīva lādiņa pārnesei pretējā virzienā.

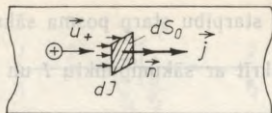
Elektriskās strāvas raksturošanai lieto arī vektoriālu lielumu \vec{j} , ko sauc par *strāvas blīvumu*. Ja caur lādiņnesēju kustības virzienam perpendikulāru virsmas elementu ar laukumu dS_0 (13.3. att. a) strāva ir dI , tad strāvas blīvuma skaitliskā vērtība

$$j = dI/dS_0. \quad (13.12)$$

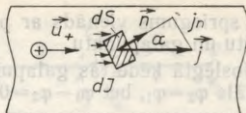
Tā rāda, kāda strāva plūst caur laukuma vienību, kas perpendikulāra lādiņnesēju pārnesei virzienam, resp., rāda, cik liels lādiņš izplūst caur šādu laukuma vienību laika vienībā. Par vektora \vec{j} virzienu pieņem pozitīvo lādiņnesēju virzītās kustības ātruma vektora \vec{u}^+ virzienu (13.3. att. a). Ja strāvu rada negatīvi lādiņnesēji, tad $\vec{j} \uparrow \uparrow \vec{u}^-$.

Ja virsmas elementa dS normāles vektors \vec{n} (tā modulis $|\vec{n}| = 1$) veido leņķi α ar vektoru \vec{u}^+ vai $-\vec{u}^-$ (13.3. att. b), tad $dS_0 = dS \cos \alpha$. Tādēļ $j = dI/(dS \cos \alpha)$; $j \cos \alpha = dI/dS$ un

$$j_n = dI/dS, \quad (13.13)$$



a



b

13.3. att.

t. i., strāvas dI attiecība pret patvaļīgi orientēta virsmas elementa laukumu dS , caur kuru tā izplūst, ir vienāda ar strāvas blīvuma vektora projekciju uz virsmas elementa normāles.

Tā kā $dI = j_n dS = j \cdot n dS$, tad, zinot j visos kādas virsmas S punktos, strāvu caur šo virsmu var noteikt šādi:

$$I = \int_S j_n dS = \int_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS. \quad (13.14)$$

No sakarības (13.12) redzams, ka strāvas blīvuma SI vienība ir 1 A/m^2 .

13.2. OMA LIKUMS

13.2.1. Oma likums homogēnam ķēdes posmam. Vadītāja elektriskā vadītspēja un pretestība. Vācu fiziķis *G. Oms* (1787—1854) eksperimentāli noskaidroja (1826), ka strāva I homogēnā ķēdes posmā ir proporcionāla potenciālu starpībai starp šī posma sākumpunktu un galapunktu $\varphi_1 - \varphi_2$ (13.4. att.). Tā kā $\varphi_1 - \varphi_2 = U$, tad var rakstīt $I \sim U$ jeb

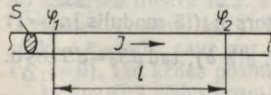
$$I = \Gamma U. \quad (13.15)$$

Tas ir **Oma likums**. Šeit Γ — proporcionalitātes koeficients, kas raksturo ķēdes posma īpašības. To sauc par **elektrisko vadītspēju**, un tās SI vienība ir **simenss (S)**. Vadītspēja ir 1 S tādām ķēdes posmam, kurā strāva ir 1 A , ja tam pieliktais spriegums ir 1 V , proti, $1 \text{ S} = 1 \text{ A/V}$. Oma likumā vadītspēju Γ var aizstāt ar apgriezto lielumu

$$R = 1/\Gamma, \quad (13.16)$$

ko sauc par vadītāja **elektrisko pretestību**. Tad

$$I = U/R. \quad (13.17)$$



13.4. att.

Pretestības SI vienība ir **oms (Ω)**. No sakarībām (13.16) un (13.17) izriet, ka $1 \Omega = 1 \text{ S}^{-1} = 1 \text{ V/A}$. Līdzstrāvas ķēdes elementus, kuriem piemīt aplūkotā elektriskā pretestība, sauc par **rezistoriem**.

13.2.2. Īpatnējā elektriskā vadītspēja un īpatnējā pretestība. Eksperimentāli noskaidrots, ka rezistora vadītspēja atkarīga no tā materiāla īpašībām un ģeometriskajiem izmēriem. Homogēnam rezistoram (13.4. att.), kuram visā garumā ir nemainīgs šķēsgriezuma laukums S , vadītspēja $\Gamma \sim S/l$, t. i.,

$$\Gamma = \gamma(S/l), \quad (13.18)$$

kur γ — proporcionalitātes koeficients, kas raksturo vadītāja materiāla īpašības. To sauc par materiāla *īpatnējo vadītspēju*. Tās SI vienība ir 1 S/m jeb $1/(\Omega \cdot \text{m})$.

No sakarībām (13.16) un (13.18) redzams, ka $R = (1/\gamma)(l/S)$, t. i., $R \sim l/S$. Apzīmējot $1/\gamma = \rho$, var rakstīt

$$R = \rho(l/S), \quad (13.19)$$

kur ρ — materiāla *īpatnējā pretestība*. Tās SI vienība ir $1 \Omega \cdot \text{m}$.

13.2.3. Vielu elektriskās pretestības atkarība no temperatūras. Paaugstinoties temperatūrai, metālu pretestība palielinās, bet elektrolītu, pusvadītāju un dielektriķu pretestība samazinās.

A. Metālu īpatnējās pretestības ρ atkarību no temperatūras t aptuveni nosaka formula

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (13.20)$$

kur ρ_0 — materiāla īpatnējā pretestība temperatūrā $t_0 = 0^\circ\text{C}$; t — parauga temperatūra ($^\circ\text{C}$) un α — īpatnējās pretestības termiskais koeficients. Tā fizikālo būtību izsaka formula

$$\alpha = (\rho - \rho_0)/(\rho_0 t). \quad (13.21)$$

Šeit $(\rho - \rho_0)/\rho_0$ ir īpatnējās pretestības relatīvā izmaiņa, temperatūrai mainoties no 0 līdz t . Tādēļ α ir *īpatnējās pretestības relatīvā izmaiņa, temperatūrai mainoties par 1°C* .

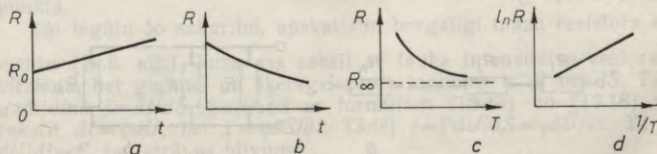
No formulām (13.19) un (13.20), ievērojot, ka $l = l_0(1 + \alpha't)$ un $S = S_0(1 + \alpha't)^2$, kur α' — dotā materiāla garuma termiskais koeficients, izriet, ka

$$R = \rho_0(1 + \alpha t) l_0(1 + \alpha't) / (S_0(1 + \alpha't)^2) = (\rho_0 l_0 / S_0) (1 + \alpha t) / (1 + \alpha't).$$

Tā kā $\alpha' \ll \alpha$, bet $\rho_0 l_0 / S_0 = R_0$, tad

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (13.22)$$

t. i., R ir lineāra t funkcija (13.5. att. a).



13.5. att.

B. Šķidro elektrolītu īpatnējā pretestība atkarīga no tā molekulu disociācijas pakāpes, kura palielinās, paaugstinoties temperatūrai, jo pieaug molekulu siltumkustības kinētiskā enerģija. Tādēļ elektrolītu pretestība, paaugstinoties temperatūrai, samazinās (13.5. att. *b*).

C. Tiro pusvadītāju un izolatoru īpatnējo pretestību atkarībā no temperatūras (sk. 34.3. §) izsaka formula

$$\rho = \rho_{\infty} e^{\Delta W / (2kT)}, \quad (13.23)$$

kur ρ_{∞} — robežvērtība, uz kuru tiecas ρ , parauga temperatūrai paaugstinoties; ΔW — aktivācijas enerģija; k — Bolcmaņa konstante; T — absolūtā temperatūra (K). Pretestībai R var iegūt līdzīgu formulu:

$$R = R_{\infty} e^{\Delta W / (2kT)}. \quad (13.24)$$

Grafiski sakarība starp R un T parādīta 13.5. attēlā *c*. Vienkāršāks grafiks ir sakarībai $\ln R = f(1/T)$ (13.5. att. *d*), jo

$$\ln R = \ln R_{\infty} + (\Delta W / 2k) (1/T), \quad (13.25)$$

t. i., sakarība starp $\ln R$ un $1/T$ ir lineāra.

13.2.4. Rezistoru slēgumi. Svarīgākie rezistoru slēguma veidi ir virknes slēgums un paralēlslēgums (13.6. att.). *Virknes slēgumā* rezistoru pretestības summējas:

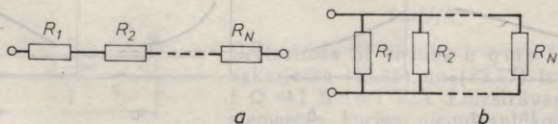
$$R = \sum_{i=1}^N R_i, \quad (13.26)$$

bet *paralēlslēgumā* summējas rezistoru vadītspējas, t. i.,

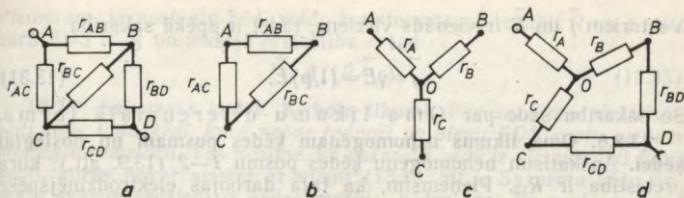
$$1/R = \sum_{i=1}^N (1/R_i). \quad (13.27)$$

Sakarības (13.26) un (13.27) pierādāmas līdzīgi kā formulas (12.43) un (12.44).

Daudzus complicētus rezistoru slēgumus var reducēt uz virknes slēguma un paralēlslēguma kombināciju. Dažreiz, lai to izdarītu (sk. 13.7. att. *a*), jāizmanto speciāls paņēmieni — rezistoru *trijstūra slēgums* (13.7. att. *b*) jāaizstāj ar ekvivalentu *zvaigznes slēgumu* (13.7. att. *c*).



13.6. att.



13.7. att.

Lai trijstūra un zvaigznes slēgumos pretestības starp punktiem A un B būtu vienādas, jābūt izpildītam nosacījumam

$$1 / \left(\frac{1}{r_{AB}} + \frac{1}{r_{AC} + r_{BC}} \right) = r_A + r_B.$$

Vēl divus līdzīgus nosacījumus var uzrakstīt pretestībām starp punktiem A un C , kā arī B un C . Tad no trim vienādojumiem var noteikt r_A , r_B un r_C .

$$\left. \begin{aligned} r_A &= r_{AB} r_{AC} / (r_{AB} + r_{AC} + r_{BC}); \\ r_B &= r_{AB} r_{BC} / (r_{AB} + r_{AC} + r_{BC}); \\ r_C &= r_{AC} r_{BC} / (r_{AB} + r_{AC} + r_{BC}). \end{aligned} \right\} \quad (13.28)$$

Aizvietojot sākumā dotajā slēgumā (13.7. att. *a*) «trijstūri» ar «zvaigzni», iegūst slēgumu (13.7. att. *d*), kurš viegli reducējams uz virknes slēguma un paralēlslēguma kombināciju.

No tiem pašiem nosacījumiem var iegūt formulas rezistoru zvaigznes slēguma pārveidošanai trijstūra slēgumā.

$$\left. \begin{aligned} r_{AB} &= r_A + r_B + r_A r_B / r_C; \\ r_{AC} &= r_A + r_C + r_A r_C / r_B; \\ r_{BC} &= r_B + r_C + r_B r_C / r_A. \end{aligned} \right\} \quad (13.29)$$

13.2.5. Oma likums diferenciālā formā. Strāvu I rezistorā, kā izriet no formulām (13.15) un (13.18), nosaka tam pieliktais spriegums U , materiāla īpašības, resp., γ , un rezistora ģeometriskie izmēri. Turpretī strāvas blīvums j jebkurā vadītāja punktā ir atkarīgs tikai no vadītāja īpašībām, resp., γ , un lauka intensitātes E dotajā punktā.

Lai iegūtu šo sakarību, apskatīsim bezgalīgi mazu rezistora elementu (13.8. att.), kura ass sakrīt ar lauka intensitātes vektora \vec{E} virzienu, bet garums un šķērsriezuma laukums ir dl un dS . Tādā gadījumā $j = dl/dS$. Saskaņā ar formulām (13.15) un (13.18) var rakstīt $dI = \Gamma dU$, bet $\Gamma = \gamma dS/dl$. Tādēļ $j = \Gamma dU/dS = \gamma dU/dl$. Tā kā $dU/dl = E$, tad strāvas blīvums

$$j = \gamma E = (1/\rho) E. \quad (13.30)$$

Vektoriem \vec{j} un \vec{E} ir vienāds virziens, tādēļ ir spēkā sakarība

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = (1/\rho) \vec{E}. \quad (13.31)$$

Šo sakarību sauc par Oma likumu diferenciālā formā.

13.2.6. Oma likums nehomogēnam ķēdes posmam un noslēgtai ķēdei. Apskatīsim nehomogēnu ķēdes posmu 1—2 (13.9. att.), kura pretestība ir R_{12} . Pieņemsim, ka tajā darbojas elektrodzinējspēks \mathcal{E}_{12} un potenciāli šī posma sākumpunktā un galapunktā ir φ_1 un φ_2 . Noskaidrosim, kā izsakāma strāva I_{12} šajā ķēdes posmā. Uzrakstīsim Oma likumu diferenciālā formā kādam vadītāja punktam, kas atrodas tā elementā dl , proti, $\vec{j} = (1/\rho) \vec{E}$ un reizināsim šīs vienādības abas puses ar $d\vec{l}$. Tad $\vec{j} d\vec{l} = (1/\rho) \vec{E} d\vec{l}$. Vektoriem \vec{j} un $d\vec{l}$ ir vienādi virzieni. Tādēļ $\vec{j} d\vec{l} = j dl = (I_{12}/S) dl$, kur S — elementa dl šķērsgrīzuma laukums, un $I_{12} \rho (dl/S) = \vec{E} d\vec{l}$. Integrēsim šo sakarību, ņemot vērā, ka $I_{12} = \text{const}$ visā posmā, $\rho (dl/S) = dR$ ir posma dl pretestība un $\vec{E} = \vec{E}_{\text{kul}} + \vec{E}^*$, kur \vec{E}_{kul} — elektrostatiskā lauka intensitāte un \vec{E}^* — neelektrostatisks spēku lauka intensitāte. Tad no sakarības $I_{12} \int_1^2 j \rho (dl/S) = \int_1^2 \vec{E}_{\text{kul}} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}$ redzams, ka $I_{12} R_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}$ un

$$I_{12} = ((\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}) / R_{12} \quad \text{jeb} \quad (13.32)$$

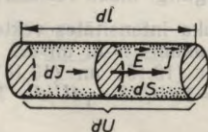
$$I_{12} = U_{12} / R_{12}. \quad (13.33)$$

Formula (13.32) un arī formula (13.33), ievērojot, ka U_{12} tajā ir spriegums, nevis potenciālu difference, ir Oma likums nehomogēnam ķēdes posmam.

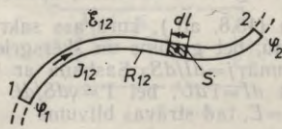
Piemērs. Pieņemsim, ka ķēdes posmā 1—2, kas parādīts 13.2. attēlā a , $\varphi_1 - \varphi_2 = 3,5$ V; $\mathcal{E}_{12} = 4,5$ V, bet starp punktiem 1—A pretestība $R_1 = 4$ Ω , starp punktiem B—2 pretestība $R_2 = 11,5$ Ω un elementa iekšējā pretestība $r = 0,5$ Ω . Tātad visa posma pretestība $R_{12} = R_1 + r + R_2 = 16$ Ω . Saskaņā ar sakarību (13.32) strāvas stiprums $I_{12} = ((3,5 + 4,5) / 16)$ A = 0,5 A.

Noslēgtai ķēdei, kuras pilnā pretestība ir R_p un kurā darbojas elektrodzinējspēks \mathcal{E} , no sakarības (13.32) iegūst

$$I = \mathcal{E} / R_p. \quad (13.34)$$



13.8. att.



13.9. att.

Piemēram, ja noslēgtu ķēdi veido rezistors ar pretestību R un avots, kura EDS ir \mathcal{E} un iekšējā pretestība r , tad

$$I = \mathcal{E} / (R + r). \quad (13.35)$$

13.2.7. Sazarotas ķēdes. Kirhofa likumi. Par sazarotu elektrisko ķēdi sauc tādu ķēdi, kuru nevar reducēt uz vienu EDS avotu un tam pieslēgtu rezistoru. Tas nozīmē, ka sazarotā ķēdē ir vismaz divi EDS avoti, kurus nevar aizstāt ar vienu (13.10. att.). Sazarotu ķēžu apskatā svarīgi jēdzieni ir ķēdes mezgls, ķēdes zars un noslēgts kontūrs.

Ķēdes mezgls ir punkts, kurā sanāk kopā vismaz trīs vadītāji. Ķēdes zars ir ķēdes posms starp diviem mezgliem, kas nesatur citus mezgļus. Noslēgts kontūrs ir ķēdes zaru kopums, kurus secīgi izejot un pa katru zaru tikai vienreiz ejot var atgriezties sākumpunktā. Sazarotajā ķēdē, kas parādīta 13.10. attēlā, ir divi mezgli B un D , trīs zari DAB , DCB un DB un trīs noslēgti kontūri $DABD$, $DBCD$ un $DABCD$.

Sazarotu ķēžu aprēķinos ļoti noderīgi ir divi likumi, kurus formulēja (1845—1847) vācu zinātnieks $G. Kirhofs$ (1824—1887).

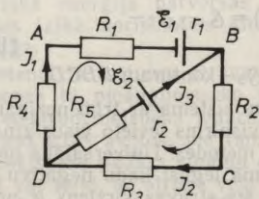
Pirmais Kirhofa likums attiecas uz mezgliem. Uzskatot, ka strāvas, kas ieplūst mezglā, ir pozitīvas, bet strāvas, kas no tā izplūst, — negatīvas, pirmo Kirhofa likumu var formulēt šādi.

|| **Mezglā ieplūstošo strāvu algebriskā summa ir vienāda ar nulli:**

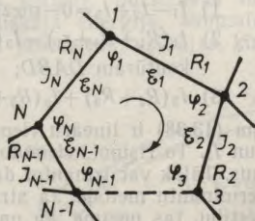
$$\sum_i I_i = 0. \quad (13.36)$$

Lai pierādītu šo likumu, pieņemsim pretējo. Ja būtu $\sum_i I_i > 0$, tad, strāvai plūstot neierobežoti ilgi, mezglā uzkrātos bezgalīgi liels pozitīvs elektriskais lādiņš. Tas nav iespējams. Tāpat nav iespējams, ka $\sum_i I_i < 0$, jo tad mezglā izveidotos bezgalīgi liels negatīvais lādiņš.

Otrais Kirhofa likums attiecas uz noslēgtiem kontūriem. Lai to formulētu, jāizraugās kontūra apejas virziens, piemēram, pulksteņa rādītāju kustības virziens (13.11. att.). Uzskata, ka strāvas, kas plūst kontūra apejas virzienā, ir pozitīvas, bet pārējās —



13.10. att.



13.11. att.

negatīvas. Tāpat pieņem, ka tie EDS, kuri darbojas kontūru apejas virzienā, ir pozitīvi (apejot kontūru, vispirms tiek sasniegts šāda avota negatīvais pols un tikai pēc tam pozitīvais pols). Pārējie EDS ir negatīvi. Ievērojot, ka strāvas stipruma un ķēdes zara pilnās pretestības reizinājums ir sprieguma kritums, otro Kirhofo likumu var formulēt šādi.

|| Noslēgtā kontūrā sprieguma kritumu algebriskā summa ir vienāda ar tā zaros ieslēgto elektrodzinējspēku algebrisko summu.

Lai pierādītu šādu apgalvojumu, uzrakstīsim saskaņā ar Oma likumu nehomogēnam ķēdes posmam (13.32) visiem N noslēgtā kontūra zariem vienādības:

$$I_1 R_1 = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_1;$$

$$I_2 R_2 = (\varphi_2 - \varphi_3) + \mathcal{E}_2;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$I_N R_N = (\varphi_N - \varphi_1) + \mathcal{E}_N.$$

Saskaitot šo vienādību kreisās un labās puses, iegūst

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i \mathcal{E}_i. \quad (13.37)$$

Tas atbilst izteiktajam apgalvojumam.

Kirhofo likumus izmanto, risinot uzdevumus par sazarotām ķēdēm. Jāņem vērā, ka, izmantojot pirmo Kirhofo likumu, var sastādīt $m - 1$ neatkarīgu vienādojumu, ja m ir mezglu skaits ķēdē, bet, lietojot otro Kirhofo likumu, neatkarīgo vienādojumu skaits ir $z - m + 1$, kur z — zaru skaits ķēdē. Kopējais neatkarīgo vienādojumu skaits ir z . Tādējādi iespējams noteikt z nezināmus lielumus, piemēram, strāvas stiprumus visos zaros, ja zināmi ķēdē ieslēgtie EDS un zaru pretestības.

Der iegaumēt, ka vienādojums, ko var uzrakstīt mezglam, ir neatkarīgs no iepriekšējiem vienādojumiem tikai tad, ja šim mezglam pienāk vismaz viens agrāk neizmantots zars. Tāpat vismaz vienam «svaigam» zaram jābūt arī noslēgtā kontūrā, kuru izmanto vienādojuma uzrakstīšanai.

Piemēram, lai aprēķinātu strāvas I_1 , I_2 un I_3 (sk. 13.10. att.), var uzrakstīt šādus vienādojumus:

$$1) I_1 - I_2 + I_3 = 0 - \text{mezglam } B;$$

$$2) I_1(R_1 + R_4 + r_1) - I_3(R_5 + r_2) = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \text{kontūram } DABD;$$

$$3) I_2(R_2 + R_3) + I_3(R_5 + r_2) = \mathcal{E}_2 - \text{kontūram } DBCD.$$

(13.38)

Sistēma (13.38) ir lineāru vienādojumu sistēma ar trim nezināmiem I_1 , I_2 un I_3 . To risinot, vienādojumus vispirms ievieto visus zināmos lielumus. Tālāk var izmantot dažādas metodes. Universālākā no tām ir determinantu metode. Ja atrisinājumā iegūst kādu negatīvu strāvas vērtību, tas nozīmē, ka patiesais šīs strāvas virziens ir pretējs shēmā uzrādītajam.

13.3.1. Elektriskās strāvas darbs un jauda. Apskatīsim ķēdes posmu 1—2 (13.12. att.), kurā plūst strāva I . Laika sprīdī dt caur katru vada šķērsgriezumu izplūst lādiņš $dq = Idt$. Caur šķērsgriezumu 1 posmā ieplūst lādiņš dq , kas atrodas vada elementā ar garumu $dl = udt$, kur u — lādiņnesēju virzītās kustības ātrums. Visā posmā notiek analoga pārvietošanās šķērsriezuma 2 virzienā, bet caur šķērsriezumu 2 izplūst tāds pats lādiņš $dq = Idt$. Tādēļ lādiņa kustību visā posmā var aizstāt ar lādiņa dq pārvešanu no šķērsriezuma 1 uz 2. Ja potenciālu starpība starp šķērsriezumiem 1 un 2 ir U , tad lādiņa pārvešanas darbs

$$dA = Udq. \quad (13.39)$$

Aizvietojojot dq ar Idt , iegūst, ka laika sprīdī dt strāva I ķēdes posmā ar potenciālu starpību U padara darbu

$$dA = IUdt. \quad (13.40)$$

Darbs, ko nemainīga elektriskā strāva ($I = \text{const}$; $U = \text{const}$) padara laika sprīdī t , ir šāds:

$$A = IUt. \quad (13.41)$$

Ja $I U \neq \text{const}$, tad

$$A = \int_0^t IUdt. \quad (13.42)$$

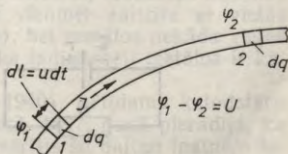
Jaudu P , ko strāva attīsta ķēdes posmā, saskaņā ar definīciju ($P = dA/dt$) var noteikt pēc formulas

$$P = IU. \quad (13.43)$$

No sakarībām (13.41) un (13.43) var secināt, ka $1 \text{ J} = 1 \text{ A} \cdot \text{V} \cdot \text{s}$ un $1 \text{ W} = 1 \text{ A} \cdot \text{V}$.

Enerģijas izdalīšanās veids apskatāmajā ķēdes posmā ir atkarīgs no fizikālajiem faktoriem, kuri nosaka potenciāla kritumu šajā posmā. Piemēram, rezistorā izdalās siltums, līdzstrāvas motorā elektriskā enerģija pārvēršas mehāniskajā enerģijā, akumulatorā, uzlādes laikā norisinoties ķīmiskiem procesiem, uzkrājas ķīmiskā enerģija.

Potenciāla kritumu strāvas ķēdē kompensē tā pieaugums, ko nodrošina elektrodzinēj spēka iedarbība uz lādiņiem EDS avotos, pie tam elektrodzinēj spēks padara zināmu darbu. Tādēļ var teikt, ka strāva veic darbu vai izdala enerģiju uz EDS avota enerģijas rēķina.



13.12. att.

13.3.2. Džoula—Lenca likums integrālā formā. Strāvai plūstot nekustīgā vadītājā, kurā nenotiek ķīmiski procesi, strāvas darbs rada tikai vadītāja sasilšanu (tā iekšējās enerģijas palielināšanos), tādēļ izdalītais siltuma daudzums vienāds ar darbu $dQ=I dA$ jeb $Q=A$, resp.,

$$dQ=IUdt \text{ un } Q=IUt \text{ jeb } Q=\int_0^t IUdt. \quad (13.44)$$

Aizvietojot U ar IR , iegūst

$$dQ=I^2Rdt \text{ un } Q=I^2Rt \text{ jeb } Q=\int_0^t I^2Rdt. \quad (13.45)$$

Sakarību

$$Q=I^2Rt \quad (13.46)$$

1841. gadā eksperimentāli ieguva angļu fiziķis Dž. Džouls (1818—1889), bet gadu vēlāk neatkarīgi no viņa arī krievu fiziķis E. Lencs (1804—1865). Tādēļ to sauc par Džoula—Lenca likumu.

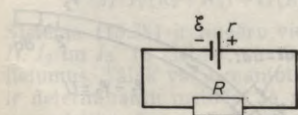
No sakarībām (13.44) un (13.45) redzams, ka jaudu P , kas izdala vadītājā, ja pa to plūst strāva, var izteikt šādi:

$$P=IU=I^2R=U^2/R. \quad (13.47)$$

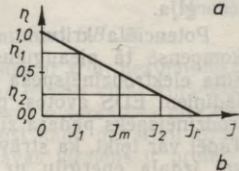
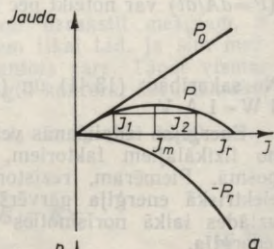
Arī šo sakarību dažkārt sauc par Džoula—Lenca likumu.

Ja avotam, kura EDS ir \mathcal{E} un iekšējā pretestība r (13.13. att.), pieslēgts patērētājs ar pretestību R , tad ķēdē plūst strāva $I = \mathcal{E}/(R+r)$ (sk. formulu 13.35), pie tam patērētājā izdalās jauda $P=I^2R$, avotā — jauda $P_r=I^2r$, bet kopējā avota attīstītā jauda $P_0=I^2(R+r)$, t. i., $P_0 = P + P_r$. Izteiksim jaudas P_0 , P_r un P atkarībā no I , izslēdzot no to izteiksmēm R , jo R un I ir saistīti lielumi. Viegli ieraudzīt, ka

$$P_0 = \mathcal{E}I; \quad P_r = rI^2; \quad P = \mathcal{E}I - rI^2. \quad (13.48)$$



13.13. att.



13.14. att.

Formulas (13.48) derīgas strāvām I , kuru vērtības atrodas intervālā $0 \leq I \leq I_r = \mathcal{E}/r$, kur I_r — avota isslēguma strāva. Jaudu grafiki parādīti 13.14. attēlā *a*. Funkcijai $P(I)$ ir maksimums, kas atbilst strāvai $I_m = I_r/2 = \mathcal{E}/2r$. Šajā gadījumā patērētāja pretestība $R=r$, bet spriegums uz avota spailēm $U_m = \mathcal{E} - I_m r = \mathcal{E} - \mathcal{E}/2 = \mathcal{E}/2$.

No formulas $U = \mathcal{E} - Ir$ redzams, ka spriegums uz avota spailēm ir vienāds ar elektrodzinējspēku \mathcal{E} , ja $I=0$, t. i., ja no avota strāva neplūst. To izmanto, nosakot \mathcal{E} pēc kompensācijas metodes.

Vienādu lietderīgo jaudu P var iegūt divos gadījumos, kad strāva $I_1 < I_m$ vai arī $I_2 > I_m$ (sk. 13.14. att. *a*). Kurš no šiem variantiem ir lietderīgāks? *Lietderības koeficientu* η definē šādi: $\eta = P/P_0$. Tad no formulām (13.48) izriet, ka

$$\eta = 1 - (r/\mathcal{E})I. \quad (13.49)$$

Sakarība (13.49) grafiski parādīta 13.14. attēlā *b*. Kā redzams, $\eta_1 > \eta_2$.

Vispār, lai zudumi avotā (P_r) būtu iespējami mazāki, avotam jābūt ar mazu iekšējo pretestību.

13.3.3. Džoula—Lenca likums diferenciālā formā. Izteiksim jaudu dP , kas izdalās bezgalīgi mazā vadītāja tilpuma elementā (sk. 13.8. att.). Saskaņā ar sakarību (13.47) jauda $dP = dIdU$. Tā kā $dI = j dS$ un $dU = Edl$, tad $dP = jEdSdl$, kur $dSdl = dV$ — apskatāmā elementa tilpums.

Lielums $P_V = dP/dV$ ir *jauda, kas siltuma veidā izdalās vadītāja tilpuma vienībā*. To sauc par īpatnējo siltuma jaudu vai arī par siltuma jaudas blīvumu. Kā redzams, $P_V = jE$. So izteiksmi var pārveidot, izmantojot Oma likumu $j = \gamma E$. Tad

$$P_V = jE = \gamma E^2 = j^2/\gamma. \quad (13.50)$$

Tas ir Džoula—Lenca likums diferenciālā formā. Tā kā vektoru \vec{j} un \vec{E} virzieni ir vienādi, tad $jE = \vec{j}\vec{E}$. Tādēļ

$$P_V = \vec{j}\vec{E}. \quad (13.51)$$

13.4. METĀLU ELEKTROVADĪTSPĒJAS KLASISKĀS ELEKTRONU TEORIJAS PRIEKŠSTATI

13.4.1. Elektronu atklāšana un tā lādiņa noteikšana. Novērojot elektrisko strāvu elektrolītu šķīdumos un metālos, redzamas būtiskas atšķirības. Strāva elektrolītu šķīdumos vienmēr saistīta ar vielas pārnesi starp elektrodiem (elektrolīze), bet metālos nekāda vielas pārnese nav konstatējama. Tas liecina, ka lādiņnesēji metālos ir kādas subatomāras daļiņas.

Angļu fiziķis *Dž. Tomsons* (1856—1940), pētīdams katodstaru nolieci magnētiskajā un elektriskajā laukā, 1897. gadā pierādīja, ka tie ir negatīvi lādētu daļiņu plūsma. Izmērijis šo daļiņu īpatnējo lādiņu q/m , viņš konstatēja, ka daļiņas masa ir gandrīz 2000 reīzu

mazāka nekā ūdeņraža atoma masa. Tas bija drošs pierādījums, ka katodstari ir subatomāru daļiņu plūsma. Tā eksperimentāli tika atklāta pirmā elementārdaļiņa — elektrons. Terminu «elektrons» elementārlādiņa apzīmēšanai 1891. gadā ieviesa īru fiziķis *Dž. Stonejs*, kurš jau 1874. gadā izteica domu par elektrisko lādiņu diskrēto raksturu un pirmais aptuveni kvantitatīvi novērtēja elementārlādiņu.

Elektrona lādiņa e noteikšanai veltīti daudzi *Dž. Tomsona* un citu fiziķu darbi. Sākumā dažādos eksperimentos iegūtās e vērtības bija visai atšķirīgas. Samērā precīzus rezultātus pirmais 1910. gadā ieguva amerikāņu fiziķis *R. Milikens* (1868—1953), izmantojot eļļas pilienu metodi.

No pulverizatora radītā pilieniņu mākoņa M sīki eļļas pilieniņi, kuru masa m , caur ļoti mazu caurumiņu platē A (13.15. att.) laiku pa laikam nokļūst telpā starp platēm A un B , kur to krišanu var novērot ar īsfokusa tālskati T . Eļļas pilieniņus var elektrizēt, īslaicīgi apstarojot ar rentgenstariem vai radioaktīvo starojumu (avots S). Tādēļ, pieliekot starp platēm A un B piemērota virziena un intensitātes elektrisko lauku, iespējams novērst pilieniņa krišanu. Tas notiek,

kad smaguma spēks $m\vec{g}$ un elektriskā lauka spēks $q\vec{E}$, kas darbojas uz pilieniņu, savstarpēji kompensējas, t. i., $m\vec{g} = q\vec{E}$. Tādā gadījumā, zinot m , E un g , var aprēķināt q :

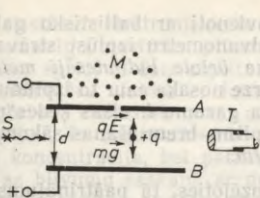
$$q = mg/E. \quad (13.52)$$

Tas ir ievērojami vienkāršots Milikena eksperimentu apraksts. Patiesībā *R. Milikens* mērīja pilieniņa krišanas ātrumu gaisā bez elektriskā lauka un elektriskā lauka klātbūtnē. Tādēļ vajadzēja ņemt vērā gaisa viskozitāti (*Stoksa* formula (4.31)) un q aprēķins bija krietni sarežģītāks.

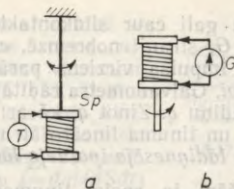
R. Milikena veiktie eksperimenti (1910—1914) parādīja, ka pilieni lādiņus q var izteikt kā zināma lieluma e daudzkārtņus, proti, $q = Ne$, kur $N = \pm 1, \pm 2, \dots$ un $e = (1,592 \pm 0,002) \cdot 10^{-19}$ C. Vēlāk tika izdarīti precīzi mērījumi, izmantojot arī citas metodes, un tagad zināms, ka $e = (1,6021892 \pm 0,0000046) \cdot 10^{-19}$ C.

13.4.2. Klasiskie priekšstati par metālu elektrovadītspēju. Pēc elektrona atklāšanas nostiprinājās uzskats, ka metāla elektrovadītspēju nodrošina brīvie elektroni, kuru kustība metālā, ja tajā nav elektriskā lauka, notiek līdzīgi kā daļiņu kustība ideālā gāzē. Tādēļ saka, ka metālā ir brīvo elektronu «gāze», tikai elektroni saduras parasti nevis ar citiem elektroniem, bet gan ar metāla kristālrežģa joniem. Ja metālā radīts elektriskais lauks, elektroni tajā iegūst virzītas kustības (dreifa) ātrumu (u) un papildu kinētisko enerģiju. Sadursmēs ar režģa joniem elektroni pilnīgi zaudē iegūto virzītas kustības ātrumu un enerģiju. Tādēļ, strāvai plūstot metālā, pieaug tā režģa jonu termiskās svārstību kustības enerģija — vadītājs sasilst.

Pamatojoties uz šiem priekšstatiem, 1900. gadā vācu fiziķis *P. Drūde* (1863—1906) izveidoja metālu klasiskās elektronu teorijas pamatus. Šo teoriju papildināja un tālāk attīstīja nīderlandiešu fizi-



13.15. att.



13.16. att.

ķis *H. Lorencs* (1853—1928). Laika posmā līdz 1909. gadam viņš izstrādāja klasisko elektronu teoriju, kas izskaidroja vielas elektriskās, magnētiskās un optiskās īpašības un elektromagnētiskās parādības.

Klasiskās elektronu teorijas priekšstatu pareizības pārbaudei tika veikti daudzi eksperimentāli pētījumi. Atzīmēsim īsumā Rīkes, Mandelštama—Papaleksi un Stjuarta—Tolmena eksperimentus.

13.4.3. Rīkes eksperiments. 1901. gadā vācu fiziķis *K. Rīke* (1845—1915), lai pārliecinātos, vai elektriskā strāva metālos nav saistīta ar vielas pārnesei, ilgstoši (veselu gadu) laida līdzstrāvu ($\approx 0,1$ A) caur ķēdi, kurā bija ieslēgti virknē trīs cilindri — divi vara un starp tiem viens alumīnija cilindrs. Labu elektrisko kontaktu starp cilindriem nodrošināja, saspiežot kopā to rūpīgi nopulētās plakanās galu virsmas. Eksperimenta laikā caur ķēdi izplūda lādiņš $q \approx 3,5 \cdot 10^6$ C. Vielas pārnese kontaktos nebija lielāka par difūzijas procesā iespējamo (difūzija, lai gan ļoti niecīga, novērojama arī cietos ķermeņos). No tā varēja secināt, ka, *strāvai plūstot metālos, nenotiek vielas pārnese.*

Uz jautājumu, kāda ir lādiņnesēju daba, šis eksperiments atbildi nedod.

13.4.4. Mandelštama—Papaleksi eksperiments. Ja metālā ir brīvi elektroni («elektronu gāze»), tad, strauji nobremzējot metāla stieņa kustību, elektronu inerce dēļ to koncentrācijai vada vienā galā jāpalielinās, bet otrā — jāsamazinās un starp stieņa galiem jāizveidojas potenciālu diferencei, ja stienis kustējies ass virzienā.

Pirmos eksperimentus ar vadītāju, kuram ir paātrinājums, 1913. gadā izdarīja krievu fiziķi *L. Mandelštams* (1879—1944) un *N. Papaleksi* (1880—1947). Eksperimenta shēma parādīta 13.16. attēlā a. Elastīgā stīgā iekārta spole S_p , kuras gali savienoti ar telefonu *T*. Spolei svārstoties ap asi, mainās tās tinuma paātrinājuma virziens un tinumā plūst mainīga virziena strāvas impulsi, kuri rada skaņas impulsius telefonā.

Šis eksperiments parādīja, ka *lādiņnesējiem metālos piemīt inerce*, bet tas nedeļa iespēju noteikt nedz lādiņa zīmi, nedz arī skaitlisko vērtību.

13.4.5. Stjuarta—Tolmena eksperiments. Amerikāņu fiziķi *T. Stjuarts* un *R. Tolmens* 1916. gadā izdarīja līdzīgu eksperimentu, izmantojot uzlabotu iekārtu (13.16. att. b). Ja ātri rotējošu spoli, kuras

tinuma gali caur slīdkontaktiem savienoti ar ballistisko galvanometru G , strauji nobremzē, caur galvanometru izplūst strāvas impulss. Impulsa virziens parādīja, ka *brīvie lādiņnesēji metālā ir negatīvi*. Galvanometra rādītāja novirze nosaka caur to izplūdušo kopējo lādiņu q . Zinot q , kā arī tinuma garumu l , visas ķēdes pretestību R un tinuma lineāro ātrumu v_0 pirms bremsēšanas sākuma, var noteikt *lādiņnesēja īpatnējo lādiņu* q_0/m .

Tiešām, ja, spoles tinumam bremsējoties, tā paātrinājums ir \vec{a} , tad brīvo lādiņnesēju paātrinājums attiecībā pret tinumu ir $-\vec{a}$. Šādu paātrinājumu nekustīgā vadā var radīt elektriskais lauks, kura efektīvā intensitāte \vec{E}_{ef} aprēķināma no sakarības $q_0\vec{E}_{\text{ef}} = -m\vec{a}$, kur m un q_0 ir lādiņnesēja masa un lādiņš. Tad vadītājā darbojas elektrodzinējspēks $\mathcal{E}_{\text{ef}} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ef}} d\vec{l} = - \int_1^2 \frac{m\vec{a}}{q_0} d\vec{l}$ jeb

$$\mathcal{E}_{\text{ef}} = -mal/q_0. \quad (13.53)$$

Strāvas stiprums ķēdē, kuras pretestība R , saskaņā ar Oma likumu ir šāds: $I = \mathcal{E}_{\text{ef}}/R$, bet laika sprīdī dt caur vadītāja šķērsgriezumu izplūdušais lādiņš

$$dq = Idt = -(mal/q_0R) dt = -(ml/q_0R) dv. \quad (13.53)$$

Tātad izplūdušais lādiņš dq ir proporcionāls ātruma samazinājumam $-dv$. Tādēļ visā bremsēšanas laikā, ātrumam samazinoties no v_0 līdz 0, izplūdušais lādiņš $q = - \int_{v_0}^0 (ml/q_0R) dv$ jeb

$$q = (m/q_0) (lv_0/R), \quad (13.54)$$

no kurienes iegūst

$$q_0/m = lv_0/(qR). \quad (13.55)$$

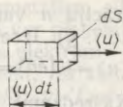
No Stjuarta—Tolmena eksperimenta datiem izrēķinātās q_0/m vērtības ir ļoti tuvas vērtībai e/m . Tas pierāda, ka *brīvie lādiņnesēji metālā ir elektroni*.

13.5. OMA LIKUMA UN DZOULA—LENCA LIKUMA IZSKAIDROJUMS NO KLASISKĀS ELEKTRONU TEORIJAS VIEDOKĻA

13.5.1. Oma likums. No klasiskās elektronu teorijas viedokļa elektronu virzītā kustība metālā nav vienmērīga. No vienas sadursmes līdz nākamajai tā ir vienmērīgi paātrināta. Arī laika sprīži starp divām secīgām sadursmēm un elektronu noietie attālumi šajā laikā ir dažādi. Tomēr, lai parādības aprakstu vienkāršotu, apskatīsim elektronu virzītās kustības vidējo ātrumu jeb *dreifa ātrumu* $\langle u \rangle$, *vidējo brīvā noskrējiena ilgumu* $\langle \tau \rangle$, *vidējo brīvā ceļa garumu* $\langle l \rangle$,

t. i., aizstāsim elektronu reālo kustību ar modeli — ar vienmērīgu elektronu plūsmu, kuras ātrums $\langle u \rangle$.

Laika sprīdī dt caur elektronu kustības virzienam perpendikulāru virsmu ar laukumu dS (13.17. att.) iziet brīvie elektroni, kuri atrodas tilpumā $dV = = dS \langle u \rangle dt$. To skaits $dN = n dV$, kur n — brīvo elektronu koncentrācija, bet pārnestais lādiņš $dq = e dN$. Strāvas blīvumu saskaņā ar definīciju $j = dq / (dS dt)$ var izteikt šādi: $j = en dS \langle u \rangle dt / (dS dt)$ jeb



13.17. att.

$$j = en \langle u \rangle. \quad (13.56)$$

Elektronu dreifa ātrums $\langle u \rangle$ ir atkarīgs no lauka intensitātes E metālā. Spēks, ar kādu lauks iedarbojas uz elektronu, $F = eE$, bet elektrona paātrinājums $a = eE/m$, kur m — elektrona masa. Laika sprīdī starp divām sadursmēm elektrona ātrums palielinās no nulles vidēji līdz vērtībai

$$u_b = a \langle \tau \rangle = (eE/m) \langle \tau \rangle. \quad (13.57)$$

Tādēļ elektronu dreifa ātrums $\langle u \rangle = u_b/2$. No tā izriet, ka $\langle u \rangle = = a \langle \tau \rangle / 2$, resp.,

$$\langle u \rangle = (e \langle \tau \rangle / 2m) E. \quad (13.58)$$

Tātad

$$j = (e^2 n \langle \tau \rangle / 2m) E. \quad (13.59)$$

Bet $\langle \tau \rangle = \langle l \rangle v^*_{\text{vid}}$, kur $v^*_{\text{vid}} = \langle |\vec{v} + \vec{u}| \rangle$ — elektrona rezultējošā ātruma vidējā vērtība, ja \vec{v} — elektronu siltumkustības ātrums un \vec{u} — virzītās kustības ātrums. Lai novērtētu v^*_{vid} , salīdzināsim ātrumu \vec{v} un \vec{u} vidējos modulus $\langle |\vec{v}| \rangle = \langle v \rangle$ un $\langle |\vec{u}| \rangle = \langle u \rangle$.

Elektronu sadursmēs ar režģa joniem iestājas termiskais līdzsvars un $\langle v \rangle$ var izteikt, izmantojot gāzu kinētiskās teorijas formulu (7.14), t. i.,

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT / (\pi m)}. \quad (13.60)$$

Istabas temperatūrā (aptuveni 300 K) ātrums

$$v = \sqrt{8 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 / (3,14 \cdot 0,91 \cdot 10^{-30})} \text{ m/s} \approx 10^5 \text{ m/s}.$$

Elektronu dreifa ātruma $\langle u \rangle$ novērtēšanai der formula (13.56). Pieņemsim, ka $j = 10 \text{ A/mm}^2 = 10^7 \text{ A/m}^2$ (maksimālais tehniski pieļaujamais strāvas blīvums vara vadā). Var uzskatīt, ka brīvo elektronu koncentrācija n vienāda ar atomu koncentrāciju (katrs atoms dod vienu brīvo elektronu — tas ir ārējais ar kodolu visvājāk saistītais valences elektrons), t. i., $n = (\rho/M) N_A$, kur ρ — metāla blīvums, M — tā molmasa un N_A — Avogadro skaitlis. Tādēļ $n = = (8,9 \cdot 10^3 / 6,36 \cdot 10^{-2}) / 6,02 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3} \approx 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Precizāk koncen-

trāciju n var noteikt eksperimentāli, izmantojot Holla efektu (sk. 16.7. §). Izsakot no sakarības (13.56) dreifa ātrumu $\langle u \rangle$, iegūst

$$\langle u \rangle = j / (en) = 10^7 / (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,5 \cdot 10^{28}) \text{ m/s} \approx 8 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} = 0,8 \text{ mm/s}^*.$$

Kā redzams, $\langle u \rangle \ll \langle v \rangle$. Var droši pieņemt, ka $v^*_{\text{vid}} = \langle v \rangle$. Tad $\langle \tau \rangle = \langle l \rangle / \langle v \rangle$ un

$$j = (e^2 n \langle l \rangle / (2m \langle v \rangle)) E. \quad (13.61)$$

Tas ir Oma likums diferenciālā formā, kur

$$\gamma = e^2 n \langle l \rangle / (2m \langle v \rangle) \quad (13.62)$$

ir metāla īpatnējā elektrovadītspēja.

13.5.2. Džoula—Lenca likums. Brīvā noskrējiena beigās elektrons vidēji iegūst papildu kinētisko enerģiju $\langle \Delta W_{k1} \rangle = mu_b^2 / 2 = m \left(\frac{eE}{m} \tau \right)^2 / 2 = (e^2 \langle \tau \rangle^2 / (2m)) E^2$, ko sadursmē tas atdod režģa jonam.

Režģa jonu mijiedarbībā šī enerģija pāriet visa režģa termiskās svārstību kustības enerģijā. Katrs elektrons laika vienībā vidēji piedalās sadursmēs ar režģa joniem $1/\langle \tau \rangle$ reižu un atdod režģim enerģiju $\Delta W = (1/\langle \tau \rangle) (e^2 \langle \tau \rangle^2 / (2m)) E^2 = (e^2 \langle \tau \rangle / (2m)) E^2$. Metāla tilpuma vienībā ir n brīvo elektronu un tie visi kopā laika vienībā atdod režģim enerģiju $\Delta W n$, t. i., metālā, pa kuru plūst strāva, izdalītās siltuma jaudas blīvums $P_V = \Delta W n = (e^2 n \langle \tau \rangle / (2m)) E^2$ jeb

$$P_V = (e^2 n \langle l \rangle / (2m \langle v \rangle)) E^2. \quad (13.63)$$

Tas ir Džoula—Lenca likums diferenciālā formā, kur $\gamma = e^2 n \langle l \rangle / (2m \langle v \rangle)$.

13.6. VĪDEMAŅA—FRANCA LIKUMS.

KLASISKĀS ELEKTRONU TEORIJAS GRŪTĪBAS

13.6.1. Videmaņa—Franca likums. Vācu fiziķi *G. Videmanis* un *R. Francs* 1853. gadā, salīdzinot eksperimentu datus, atklāja šādu likumu.

Siltumvadītspējas κ un īpatnējās elektrovadītspējas γ attiecība visiem metāliem ir vienāda un proporcionāla absolūtajai temperatūrai T , t. i.,

$$\kappa / \gamma = aT, \quad (13.64)$$

kur a — proporcionalitātes koeficients. Tas ir **Videmaņa—Franca likums**.

* Mazais elektronu dreifa ātrums nav pretrunā ar elektrisko signālu ļoti lielo pārraides ātrumu pa vadiem, jo elektriskais lauks vados izplatās ar gaismas ātrumu $c (c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s})$. Pat 300 km garā vadā, ja to pieslēdz sprieguma avotam, stacionārs elektriskais lauks izveidojas laika sprīdī $\Delta t = 3 \cdot 10^5 / 3 \cdot 10^8 \text{ s} = 10^{-3} \text{ s}$, t. i., elektronu kustība visā vadā sākas gandrīz vienlaikus — sprieguma avota pieslēgšanas momentā.

Šo likumsakarību var iegūt arī teorētiski. Tā kā nemetāliem siltumvadītspēja ir daudzkārt mazāka nekā metāliem, tad var pieņemt, ka siltuma vadīšanu metālos izraisa galvenokārt brīvie elektroni — elektronu gāze. Tādēļ metālu siltumvadītspēju var izteikt, izmantojot gāzu kinētiskās teorijas formulu (8.19), t. i., $\kappa = (1/3)\langle v \rangle \langle l \rangle \rho c_v$. Seit $\rho = nm$, bet $c_v = (3/2)(R/M) = (3/2)(k/m)$. Tādēļ

$$\kappa = (1/2)nk\langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (13.65)$$

Izdalot κ ar γ (sk. sakarību (13.62)), iegūst

$$\kappa/\gamma = km\langle v \rangle^2/e^2.$$

Vācu fiziķis P. Drūde, neņemot vērā elektronu ātrumu Maksvela sadalījumu, pieņēma, ka $\langle v \rangle = v$ jeb $\langle v \rangle^2 = v^2$, un aizvietoja $mv^2/2$ ar $(3/2)kT$, t. i., aizvietoja $m\langle v \rangle^2$ ar $3kT$. Tad

$$\kappa/\gamma = (3k^2/e^2)T$$

jeb

$$\kappa/\gamma = a_T T, \quad \text{kur} \quad (13.66)$$

$$a_T = 3k^2/e^2. \quad (13.67)$$

Tas saskan ar Videmaņa—Franca likumu, ja proporcionalitātes koeficients $a_T = a$.

13.6.2. Klasiskās elektronu teorijas secinājumu salīdzinājums ar eksperimentiem.

A. Diemžēl sakarību (13.62), kas klasiskajā elektronu teorijā izsaka metāla īpatnējo elektrovadītspēju Oma likumā (13.61) un Džoula—Lenca likumā (13.63), nevar eksperimentāli pārbaudīt, jo nav iespējams eksperimentāli noteikt elektronu vidējo brīvā ceļa garumu $\langle l \rangle$ metālā. Izmantojot sakarību (13.62) brīvā ceļa garuma $\langle l \rangle$ novērtēšanai, redzams, ka tas aptuveni simtkārt pārsniedz režģa konstanti.

B. Koeficientu a_T Videmaņa—Franca likumā (13.66) var salīdzināt ar eksperimentāli iegūtajām a vērtībām. Ievietojot k un e vērtības formulā (13.67), iegūst $a_T = 2,23 \cdot 10^{-8} \text{ J}^2/(\text{C}^2 \cdot \text{K}^2)$. Šī vērtība samērā labi saskan ar eksperimentālajām a vērtībām, kuras vairumam metālu atrodas robežās $(2,1 \dots 2,6) \cdot 10^{-8} \text{ J}^2/(\text{C}^2 \cdot \text{K}^2)$. Tomēr izrādās, ka šāda saskaņa ir nejauša. Ievērojot elektronu ātrumu Maksvela sadalījumu, jāpieņem, ka $m\langle v \rangle^2 = (8/\pi)kT$. Tad $a_T = 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ J}^2/(\text{C}^2 \cdot \text{K}^2)$. Taču šī vērtība vairs nesaskan tik labi ar eksperimentu.

C. No klasiskās elektronu teorijas sakarības (13.62), kurā tikai $\langle v \rangle$ atkarīgs no temperatūras, jāsecina, ka $\gamma \sim 1/\sqrt{T}$, jo $\langle v \rangle \sim \sqrt{T}$. Eksperimentāli iegūtie rezultāti dod citu aptuvenu sakarību, proti, $\gamma \sim 1/T$. Tā ir būtiska teorijas un eksperimenta nesaskaņa.

D. Pamatojoties uz klasiskās elektronu teorijas priekšstatiem, metālu molārajai siltumietilpībai vajadzētu būt lielāki nekā dielektriķu molārajai siltumietilpībai, jo tajā savu ieguldījumu dod arī elektronu gāze. Tādēļ teorētiski $C_{\text{met}} = 3R + (3/2)R$, bet tas nesaskan

ar eksperimentāli apstiprināto Dilonā—Pti likumu (10.26), kas vienlīdz pareizs ir gan dielektriķiem, gan metāliem.

E. Klasiskā elektronu teorija nevar izskaidrot arī metālu supra- vadāmību — parādību, ka ļoti zemās temperatūrās metāli lēcien- veidā kļūst par ideāliem vadītājiem — vadītājiem bez pretestības.

Viss minētais atsedz klasiskās elektronu teorijas nepilnības un apliecina nepieciešamību radīt citu, pilnīgāku teoriju. Tāda teorija ir izveidota uz kvantu mehānikas pamatiem, kuras principi tiks ap- lūkoti tālākajās fizikas kursa nodaļās (33. un 34. nodaļa).

14. NODAĻA

KONTAKTPARĀDĪBAS METĀLOS

14.1. ELEKTRONA IZEJDARBS. ELEKTRONU EMISIJA

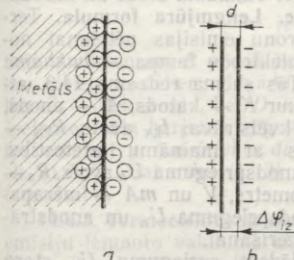
Ja metālos ir brīvie elektroni («elektronu gāze»), rodas jautā- jums, vai tie nevar bez grūtībām atstāt metālu. Tē jāatceras, ka elek- troni ir negatīvi lādētas daļiņas un tos pievelk pozitīvie metāla režģa joni. Kamēr elektrons atrodas metāla iekšienē, uz to iedarbojas joni no visām pusēm un elektronam simetriski pieliktie spēki savstarpēji kompensējas. Taču, tiklīdz elektrons nonāk metāla robežvirsmas tu- vumā, spēku sadalījums kļūst nesimetrisks. Rezultējošais jonu iedar- bības spēks ir vērsts uz metāla iekšieni. Tajā pašā virzienā darbojas no metāla agrāk izgājušo elektronu atgrūšanas spēks. Lai atstātu metālu, elektronam jāpārvar šie spēki, tādēļ jāpadara darbs uz sa- vas kinētiskās enerģijas rēķina. Ja elektrona kinētiskā enerģija ir mazāka nekā veicamais darbs, elektrons nespēj atstāt metālu.

No metāla izgājušie elektroni veido *elektronu mākonī*, kas kon- centrējas plānā slānī metāla virsmas tuvumā. Šis elektronu slānis un metālā virsmas tuvumā esošie nekompensētie pozitīvie režģa joni veido elektrisko dubultslāni (14.1. att.), kura biezums d ir daži starpatomārie attālumi. Dinamiskā līdzsvara gadījumā no metāla izlidojošo elektronu skaits noteiktā laika sprīdī ir vienāds ar to elektronu skaitu, kuri tajā pašā laikā no elektronu mākoņa atgrie- zas metālā, un virsmas lādiņu blīvums dubultslānī ir konstants. Šim virsmas lādiņu blīvumam atbilst noteikta potenciālu diference $\Delta\varphi_{iz}$. Katram elektronam, kas iziet no metāla, pārvarot šo potenciālu diferenci jeb *potenciāla barjeru*, jāpadara noteikts darbs

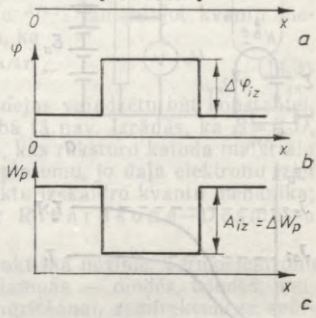
$$A_{iz} = e\Delta\varphi_{iz}, \quad (14.1)$$

ko sauc par *elektrona izejdarbu*. Lielumu $\Delta\varphi_{iz}$ sauc par *elektrona izejpotenciālu diferenci*. Parasti A_{iz} izsaka elektronvoltos (eV), bet $\Delta\varphi_{iz}$ — voltos (V). Tādā gadījumā A_{iz} un $\Delta\varphi_{iz}$ ir skaitliski vienādi. (Vienkāršības dēļ turpmāk indeksu «iz» nelietosim.)

Elektrona izejdarbs ir atkarīgs no metāla dabas un tā virsmas slāņa īpašībām. Tā, piemēram, nātrijam $A=2,3$ eV, kālijam $A=2,0$ eV, cēzijam $A=1,9$ eV, volframam $A=4,5$ eV, platīnam $A=$



14.1. att.



14.2. att.

= 5,3 eV, ar cēziju pārklātam volframam $A = 1,6$ eV, ar cēziju pārklātam platīnam $A = 1,4$ eV, ar sārmzemju elementu (Ba, Sr, Ca) oksīdiem pārklātam volframam $A = (1,5 \dots 2,0)$ eV.

Darbs, ko elektrons padara, pārvarot lauka spēkus un izejot no metāla, ir vienāds ar tā potenciālās enerģijas pieaugumu ΔW_p . Potenciāls φ , kā arī elektrona potenciālā enerģija $W_p = -e\varphi$ metālā un ārpus tā parādīti grafiski 14.2. attēlā. Pēc enerģijas grafika redzams, ka metāls elektronam ir potenciālās enerģijas «bedre».

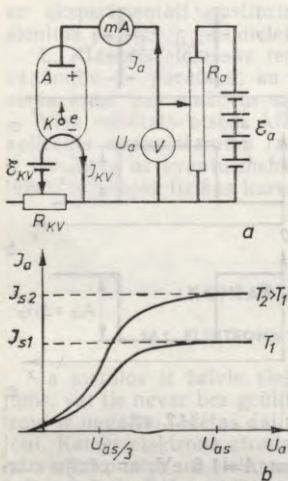
Elektronu izešanu no cieta ķermeņa vai šķidrums sauc par elektronu emisiju. Atkarībā no tā, kādā veidā elektrons iegūst izejdarba veikšanai, resp., potenciāla barjeras pārvarēšanai nepieciešamo enerģiju, pastāv šādi elektronu emisijas veidi:

- 1) termoelektronu emisija (enerģiju pievada, ķermeni sakarsējot);
- 2) fotoelektronu emisija (enerģiju pievada, ķermeni apgaismojot);
- 3) sekundārā elektronu emisija (enerģiju pievada, bombardējot katodu ar elektroniem vai dažkārt ar joniem);
- 4) autoelektronu emisija (elektronus izrauj spēcīgs ārējais elektriskais lauks, kura intensitāte $E > 10^9$ V/m).

Šeit sīkāk aplūkosim termoelektronu emisiju.

14.2. TERMOELEKTRONU EMISIJA

Jebkurā temperatūrā virs absolūtās nulles metālā ir zināms elektronu skaits (elektronu ātrumu sadalījuma īpatnību dēļ), kuru termiskās kustības enerģija ir pietiekama, lai elektrons varētu veikt izejdarbu. Tomēr zemās temperatūrās (arī istabas temperatūrā



14.3. att.

anodstrāvu I_a atkarībā no anodsprieguma U_a . Sakarību starp I_a un U_a sauc par *voltampēru raksturlielni* (14.3. att. b). Kad starp lampas elektrodiem elektriskā lauka nav, anodu sasniedz niecīgs skaits elektronu un strāvu ķēdē var konstatēt tikai ar ļoti jutīgu mēraparātu — mikroampērmētru vai nanoampērmētru. Emitētie elektroni izveido elektronu mākonī ap katodu, un to lielākā daļa atgriežas uz katodu. Radot lauku, t. i., pieliekot spriegumu U_a un to palielinot, strāva I_a pieaug nelineāri: sākumā lēnāk, pēc tam straujāk, tad pieauguma temps atkal samazinās, un, sasniedzot kādu sprieguma vērtību U_{as} , strāva kļūst nemainīga — iestājas piesātinājums. Piesātinājumam atbilstošo strāvas vērtību I_s sauc par *sātstrāvu*. Piesātinājums iestājas tad, kad lauks ir pietiekami spēcīgs, lai visi no katoda emitētie elektroni sasniegtu anodu.

Jo augstāka ir katoda temperatūra, jo stiprāka ir arī sātstrāva, piemēram, ja $T_2 > T_1$, tad arī $I_{s2} > I_{s1}$.

Ja lampai pievada pretēja virziena spriegumu U_a , strāva caur to neplūst. Tādēļ diode noder maiņstrāvas taisngriešanai.

Voltampēru raksturlieknes gaitu sākumdaļā ($0 \leq U \leq U_{as}/3$) samērā labi apraksta *Leņgmjūra formula*.

$$I_a = a U_a^{3/2} \quad (14.2)$$

kuru sauc arī par triju pušu likumu. Šajā formulā a — proporcionālītātes koeficients, ko nosaka diodes īpašības.

aptuveni 300 K) šādu elektronu ir ļoti maz. Samērā intensīva termoelektronu emisija no metāliem novērojama, ja metālus silda līdz vairākiem simtiem Celsija grādu ($^{\circ}\text{C}$).

14.2.1. Vakuuma diode un tās raksturliekne. Leņgmjūra formula. Termoelektronu emisijas pētīšanai noder divelektrodu lampa — *vakuuma diode*. Tās shēma redzama 14.3. attēlā a, kur K — katods, A — anods, \mathcal{E}_{kv} — kvēlstrāvas I_{kv} avots, R_{kv} — rezistors ar maināmu pretestību, \mathcal{E}_a — anodsprieguma U_a avots, R_a — potenciometrs, V un mA — mēraparāti anodsprieguma U_a un anodstrāvas I_a mērīšanai.

Pieslēdzot spriegumu U_a starp aukstu katodu un anodu, ķēdē strāva neplūst, jo vakuumā (starp K un A) nav lādiņnesēju. Tie rodas, ja sakarsē katodu, jo tad notiek termoelektronu emisija. Saglabājot nemainīgu kvēlstrāvu I_{kv} un līdz ar to arī katoda temperatūru T , var pētīt

14.2.2. Ričardsona—Dešmena formula. Tuneļefekts. Sātstrāvas blīvums j_s ($j_s = I_s/S$, kur S — emitējošā katoda virsmas laukums) *atkarīgs no katoda temperatūras T un elektronu izejdarba A .* Angļu fizikis *O. Ričardsons* (1879—1959), izmantojot klasiskos priekšstatus, 1901. gadā teorētiski secināja, ka $j_s = B\sqrt{T}e^{-A/hT}$. Izmantojot kvantu mehāniku, *Dešmens* 1923. gadā pierādīja, ka

$$j_s = BT^2 e^{-A/hT}. \quad (14.3)$$

Seit koeficientam B pēc Ričardsona idejas vajadzētu būt konstantei, kas visiem metāliem vienāda. Patiesībā tā nav. Izrādās, ka $B = B_0 D$, kur B_0 — konstante, bet D — lielums, kas raksturo katoda materiāla izejpotenciāla barjeras augstumu un platumu, jo daļa elektronu iziet no metāla t. s. *tuneļefekta dēļ* (šo efektu izskaidro kvantu mehānika; sk. 31.7. §). Sakarību (14.3) sauc par *Ričardsona—Dešmena formulu*.

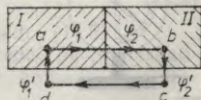
14.2.3. Termoelektronu emisijas praktiskā nozīme. Termoelektronu emisiju izmanto vakuuma elektronu lampās — diodēs, triodēs, pentodēs, kuras noder maiņstrāvas taisngriešanai, zemfrekvences svārstību pastiprināšanai un ģenerēšanai; augstfrekvences elektroniskajās ierīcēs — klitronos; magnetronos — ierīcēs augstfrekvences elektromagnētisko svārstību pastiprināšanai un ģenerēšanai. Tagad gan visur, kur iespējams, lampu vietā lieto pusvadītāju diodes un triodes, kurām ir cits darbības princips (sk. 34.4. §), daudz mazāki gabarīti un kuras darbojas, netērējot enerģiju kvēlei. Termoelektronu emisiju izmanto arī elektronstaru lampās, kuras lieto oscilogrāfos (iekārtas periodisku elektrisko signālu pētīšanai), ikonoskopos un vidikonos vai superikonoskopos un supervidikonos (attēlu pārraidei televīzijā), kineskopos (televīzijas attēlu reproducēšanai), rentgenstaru lampās, kuras izmanto vielas uzbūves pētīšanā, kā arī medicīnā (caurskates) un tehnikā (piem., defektoskopijā).

14.3. METĀLU KONTAKTPOTENCIĀLU DIFERENCE

14.3.1. Kontaktpotenciālu diferences atklāšana. Voltas likumi.

A. Zināms, ka visos homogēna vadītāja punktos, ja pa vadītāju neplūst strāva, ir vienāds potenciāls. Ja turpretī vadītājs sastāv no diviem dažādiem kontaktā esošiem metāliem (*Me*) *I* un *II* (14.4. att.), tad to potenciāli φ_1 un φ_2 var būt dažādi, t. i., starp vadītājiem var pastāvēt potenciālu starpība $\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, ko sauc par *kontaktpotenciālu diferenci*. To 1795. gadā atklāja itāļu fizikis *A. Volta* (1745—1827).

Lai gan kontaktpotenciālu diference ir maza (dažas volta simtdaļas), eksperimentāli to var konstatēt ar vienkāršu elektrometru. Uz metāla plates *I*, kas savienota ar elektrometra stieni (14.5. att.), uzliek iezemētu cita metāla disku *II*, kuram apakšējā virsma pārklāta ar plānu lakas (izolators!)



14.4. att.

kārtiņu, un tādēļ abas plātes veido plakanu kondensatoru. Ja plati *II*, izmantojot tāda paša metāla stiepli, savieno ar plati *I*, kontakta vietā rodas potenciālu diference $\Delta\varphi_{12}$ un plātes uzlādējas ar pretēju zīmju lādiņiem. Kontakta pārtraucot, lādiņi uz plātēm saglabājas. Paceļot tagad plati *II* aiz izolatora roktura, kondensatora kapacitāte daudzkārt samazinās, bet potenciālu starpība palielinās tiktāl, ka to var izmērīt ar elektrometru.

B. Pētīdams kontaktpotenciālu diferenci, A. Volta atklāja divus likumus. Pirmais Voltas likums ir šāds.

Divu metālu kontaktpotenciālu diference atkarīga tikai no kontakta temperatūras un kontaktā esošo metālu dabas, t. i.,

$$\Delta\varphi_{12} = f(T, Me_1, Me_2). \quad (14.4)$$

Otrais Voltas likums ir šāds.

Kontaktpotenciālu diference, kas rodas starp virknē savienotu metālu ķēdes sākuma un beigu posmiem, ja visu kontaktu temperatūras ir vienādas, atkarīga tikai no galējo posmu metālu dabas un temperatūras un ir tāda pati kā tad, ja šie metāli ir tiešā kontaktā, proti

$$\Delta\varphi_{1,2, \dots, N} = \Delta\varphi_{1N} = f(T, Me_1, Me_N). \quad (14.5)$$

A. Volta sakārtoja metālus kontaktpotenciālu diferences rindā:

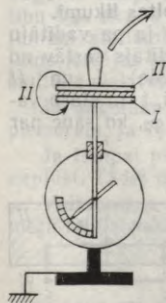
(+) Al, Zn, Sn, Cd, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd (–).

Diviem šīs rindas metāliem nonākot kontaktā, pozitīvi uzlādējas tas metāls, kurš rindā novietots pa kreisi. Jo tālāk viens no otra rindā atrodas divi metāli, jo lielāka ir to kontaktpotenciālu diference.

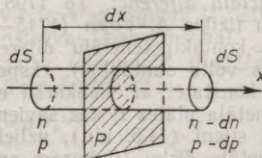
14.3.2. Iekšējā un ārējā kontaktpotenciālu diference un tās rašanās cēloņi.

A. Kontaktpotenciālu diferences rašanos un Voltas likumus var izskaidrot no metālu klasiskās elektronu teorijas viedokļa, pie tam izrādās, ka pastāv *iekšējā kontaktpotenciālu diference*

$$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (14.6)$$



14.5. att.



14.6. att.

kur φ_1 un φ_2 ir metālu *I* un *II* elektriskie potenciāli (14.4. att.), un *ārējā kontaktpotenciālu diference*

$$\Delta\varphi'_{12} = \varphi'_1 - \varphi'_2, \quad (14.7)$$

kur φ'_1 un φ'_2 ir metālu *I* un *II* virsmas tuvumā ārpus metāla (aiz elektriskā dubultslāņa) esošu punktu potenciāli.

B. Itāļu fiziķis *A. Volta* atklāja *iekšējo kontaktpotenciālu diferenci*. No klasiskās elektronu teorijas viedokļa *tās cēlonis ir dažāda brīvo elektronu koncentrācija metālos*.* Uz metālu kontakta robežas izveidojas pārejas slānis, kurā brīvo elektronu koncentrācija pakāpeniski mainās no n_1 līdz n_2 . Sajā slānī pastāv elektronu gāzes spiediena kritums. Tādēļ spiediena spēks liek elektroniem pārvietoties noteiktā virzienā, piemēram, no metāla *I* uz metālu *II*, ja $n_1 > n_2$. Pēc elektronu pārvietošanās pārejas slānī rodas arī elektriskais lauks, kas darbojas pretējā virzienā. Metāls *I*, zaudējis daļu elek-

tronu, uzlādējas pozitīvi, tādēļ lauks \vec{E} vērsts no metāla *I* uz *II*, bet spēks, kas darbojas uz elektronu, vērsts no metāla *II* uz *I*. Stacionārs stāvoklis iestājas tad, kad abi šie spēki kompensējas. Tādēļ, lai noteiktu kontaktpotenciālu diferenci $\Delta\varphi_{12}$, var izmantot spēku līdzsvara nosacījumu.

Apskatīsim elektronus pārejas slānī bezgalīgi mazā cilindrā, kura veidules dx perpendikulāras slāņu robežvirsmai *P*, bet pamati dS tai paralēli (14.6. att.). Pieņemsim, ka cilindra vienā galā elektronu koncentrācija n un elektronu gāzes spiediens p , bet otrā galā ir $n - dn$ un $p - dp$. Tā kā $p = nkT$ (sk. formulu (6.8)), tad $dp = kTdn$. Uz visiem elektroniem tilpumā $dxdS$ koordinātu *X* ass virzienā darbojas rezultējošais spiediena spēks $dF_p = dpdS = kTdn dS$. Elektriskais lauks, kura intensitāte E_x , darbojas uz katru elektronu ar spēku $-eE_x$, bet uz visiem $ndxdS$ elektroniem apskatāmajā cilindrā — ar spēku $dF_e = -eE_x ndxdS$, kas vērsts pretēji *X* asij. Līdzsvara gadījumā $dF_p + dF_e = 0$ jeb $kTdn dS - eE_x ndxdS = 0$, no kurienes, ievērojot, ka $E_x dx = d\varphi$ — potenciāla kritums uz attālumu dx , iegūst $dn/n = (e/kT)d\varphi$. Integrējot pa visu pārejas slāni no n_1 līdz n_2 un no φ_1 līdz φ_2 , iegūst

$$\Delta\varphi_{12} = (k/e)T \ln(n_1/n_2). \quad (14.8)$$

Šī sakarība ir konkretizēta pirmā Voltas likuma izteiksmē.

Lielums $\ln(n_1/n_2)$ ir aptuveni ar kārtu 1. Tādēļ $\Delta\varphi_{12}$ ir ar kārtu $(k/e)T = (1,38 \cdot 10^{-23}/1,6 \cdot 10^{-19})300 \text{ V} \approx 0,03 \text{ V}$.

Uzrakstot formulu (14.8) katram kontaktam *N* metālu ķēdē un ievērojot, ka $\Delta\varphi_1, \dots, \Delta\varphi_N = \Delta\varphi_{12} + \Delta\varphi_{23} + \dots + \Delta\varphi_{N-1,N}$, iegūst

$$\Delta\varphi_1, \dots, \Delta\varphi_N = (k/e)T \ln(n_1/n_N), \quad (14.9)$$

un tas atbilst otrajam Voltas likumam (14.5).

C. Lai izteiktu *ārējo kontaktpotenciālu diferenci* $\Delta\varphi'_{12}$, apskatīsim noslēgtu kontūru *abcd* (sk. 14.4. att.). Darbs, ko padara elektro-

* Kvantu teorijas priekšstati šajā jautājumā apskatīti 34.4.1. nodaļumā.

statiskā lauka spēki, pārnesot lādiņu $-e$ (elektronu) pa noslēgtu kontūru $abcd$, vienāds ar nulli, t. i., $-e(\varphi_1 - \varphi_2) - A_2 - e(\varphi_2 - -\varphi'_1) + A_1 = 0$. Ievērojot sakarības (14.6) un (14.7), iegūst

$$\Delta\varphi'_{12} = -(A_1 - A_2)/e + \Delta\varphi_{12}. \quad (14.10)$$

Tā kā $(A_1 - A_2)/e$ parasti ir aptuveni ar kārtu 1 V, tad $|\Delta\varphi'_{12}| \gg \gg |\Delta\varphi_{12}|$. Tādēļ

$$\Delta\varphi'_{12} = -(A_1 - A_2)/e, \quad (14.11)$$

t. i., *ārējo kontaktpotenciālu diferenci nosaka elektrona izejdarbs*. Kvantu teorija apstiprina formulas (14.11) pareizību.

14.4. TERMOELEKTRISKĀS PARĀDĪBAS

Par termoelektriskām parādībām sauc fizikālas parādības, kurās savstarpēji saistīti termiskie un elektriskie procesi cietos vadītājos un pusvadītājos. Pie tām pieder Zēbeka, Peltjē un Tomsona efekti.

14.4.1. Zēbeka efekts. Termoelementi un termobaterijas. 1821. gadā vācu fiziķis T. Zēbeks (1770—1831) atklāja, ka magnētadata novirzās, kad to tuvina noslēgtai ķēdei, kura sastāv no diviem dažādiem metāliem, un metālu kontaktu (sakausējuma vietu) temperatūras ir dažādas. T. Zēbeks domāja, ka notiek metālu magnetizēšanās. Vēlāk noskaidrojās, ka šādā ķēdē rodas EDS un plūst strāva. Šo parādību sauc par *termoelektrisko efektu* jeb *Zēbeka efektu*, bet ierīci, kurā tas norisinās, par *termoelementu* jeb *termopāri*.

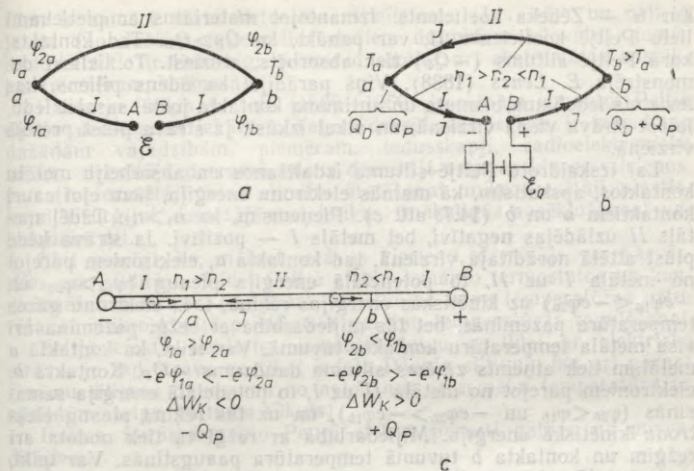
Ja vienā no vadītājiem izveido pārrāvumu, uz tā galiem tāpat kā uz nenoslēgta galvaniskā elementa spailēm rodas potenciālu diference, kas vienāda ar elektrodzinējspēku. No klasiskās elektronu teorijas viedokļa Zēbeka efektu var izskaidrot ar to, ka kontaktos, kuriem ir dažādas temperatūras, rodas dažāda lieluma pretējos virzienos vērstas iekšējās kontaktpotenciālu diferences. Apskatīsim nenoslēgtu ķēdi $AabB$ (14.7. att. a). Tās posmos Aa , ab un bB potenciāli φ_{1a} , $\varphi_{2a} = \varphi_{2b}$ un φ_{1b} . Potenciālu diference $\varphi_{1a} - \varphi_{1b} = \mathcal{E}$ ir termoelektrodzinējspēks. Tā kā $\varphi_{2a} = \varphi_{2b}$, var rakstīt $\varphi_{1a} - \varphi_{1b} = (\varphi_{1a} - -\varphi_{2a}) + (\varphi_{2b} - \varphi_{1b}) = (\Delta\varphi_{12})_a + (\Delta\varphi_{21})_b$. Izsakot kontaktpotenciālu diferences saskaņā ar formulu (14.8), iegūst $\varphi_{1a} - \varphi_{1b} = (k/e)T_a \ln(n_1/n_2) + (k/e)T_b \ln(n_2/n_1)$, resp., $\mathcal{E} = (k/e)(T_a - T_b) \ln(n_1/n_2)$. Lietojot apzīmējumu

$$\alpha = (k/e) \ln(n_1/n_2), \quad (14.12)$$

var rakstīt

$$\mathcal{E} = \alpha(T_a - T_b), \quad (14.13)$$

kur α — proporcionalitātes koeficients, ko sauc par Zēbeka koeficientu, termoelektrodzinējspēka koeficientu, termoelementa jutību vai arī par īpatnējo termoelektrodzinējspēku, jo tas rāda, cik liels EDS rodas termoelementā, ja tā kontaktu temperatūru diference ir 1 K.



14.7. att.

Metāla termoelementu jutība nepārsniedz 100 $\mu\text{V/K}$. Vairākus desmitus reizi lielāka tā ir pusvadītāju termoelementiem. Lai palielinātu jutību, atsevišķu termoelementu vietā lieto vairāku termoelementu virknes slēgumu — *termobateriju*.

14.4.2. Peltjē efekts. 1834. gadā franču fiziķis *Z. Peltjē* (1785—1845) atklāja, ka, laižot no ārējā avota strāvu ķēdē, kuru veido divi dažādi metāli (14.7. att. b), to sakausējuma vietu (kontakta) temperatūras kļūst dažādas. Šo parādību sauc par *Peltjē efektu*. Tas ir apgriezts Zēbeka efekts.

Peltjē efektu var izprast tā, ka bez Džoula siltuma Q_D , kas izdalās, strāvai plūstot vadītājā, vienā kontakta vietā vēl papildus izdalās siltuma daudzums ($+Q_P$), bet otrā — tikpat liels siltuma daudzums tiek absorbēts ($-Q_P$). Peltjē siltumu Q_P nosaka caur kontaktu izplūdušais lādiņš q . Tā kā līdzstrāvas gadījumā $q=It$, tad

$$Q_P = \Pi q = \Pi It, \quad (14.14)$$

kur Π — *Peltjē koeficients*, kas atkarīgs no metālu pāra. Peltjē siltums atšķirībā no Džoula siltuma ir proporcionāls nevis strāvas kvadrātam, bet gan strāvas pirmajai pakāpei.

Mainot strāvas virzienu, mainās arī Peltjē siltuma zīmes atbilstošajos kontaktos.

Izmantojot termodinamikas likumus, *V. Tomsons* (*Kelvins*) pierādīja, ka

$$\Pi = \alpha T, \quad (14.15)$$

kur α — Zēbeka koeficients. Izmantojot materiālus ar pietiekami lielu Peltjē koeficientu Π , var panākt, ka $Q_P > Q_D$. Tad kontakts, kurā Peltjē siltums ($-Q_P$) tiek absorbēts, atdziest. To lieliski demonstrēja E. Leincs (1838). Viņš parādīja, ka ūdens piliens, kas ievietots iedobumā bismuta un antimona kontakta joslā, sasalst ledū, laižot strāvu vienā virzienā, un atkal izkūst, ja strāva plūst pretējā virzienā.

Lai izskaidrotu Peltjē siltuma izdalīšanos un absorbciju metālu kontaktos, apskatīsim, kā mainās elektronu enerģija, tiem ejot cauri kontaktiem a un b (14.7. att. c). Pieņemsim, ka $n_1 > n_2$. Tādēļ metāls I uzlādējas negatīvi, bet metāls II — pozitīvi. Ja strāva ķēdē plūst attēlā norādītajā virzienā, tad kontaktā a , elektroniem pārejot no metāla I uz II , to potenciālā enerģija pieaug ($\varphi_{1a} > \varphi_{2a}$ un $-e\varphi_{1a} < -e\varphi_{2a}$) uz kinētiskās enerģijas rēķina, t. i., elektronu gāzes temperatūra pazeminās, bet tās mijiedarbība ar režģi pazemina arī visa metāla temperatūru kontakta tuvumā. Var teikt, ka kontaktā a metālam tiek atņemts zināms siltuma daudzums $-Q_P$. Kontaktā b , elektroniem pārejot no metāla II uz I , to potenciālā enerģija samazinās ($\varphi_{2b} < \varphi_{1b}$ un $-e\varphi_{2b} > -e\varphi_{1b}$), un uz tās rēķina pieaug elektronu kinētiskā enerģija. Mijiedarbībā ar režģi tā tiek nodota arī režģim un kontakta b tuvumā temperatūra paaugstinās. Var teikt, ka te izdalās zināms siltuma daudzums $+Q_P$. (Pusvadītāju kontaktos siltuma izdalīšanās un absorbcijas mehānisms ir citāds.)

14.4.3. Tomsona efekts. Angļu fiziķis V. Tomsons (*Kelvins*) (1824—1907), aplūkojot Zēbeka un Peltjē efektus no termodinamikas viedokļa, 1856. gadā secināja, — *ja homogēnā vadītājā, kurā plūst strāva, ir temperatūras gradients, tad vadītājā izdalās vai arī tiek absorbēts papildu siltums.* Lādiņnesējiem pārvietojoties temperatūras samazināšanās virzienā, tie termiskās kustības enerģijas pārpalikumu atdod režģim un izdalās siltums, bet, ja lādiņnesēji kustas temperatūras pieauguma virzienā, notiek pretējs process — siltuma absorbcija. Šo parādību sauc par *Tomsona efektu*. Eksperimentāli to pirmais 1867. gadā konstatēja franču fiziķis F. Lerū (1832—1907).

14.4.4. Termoelektrisko parādību izmantošanas piemēri. Zēbeka efektu plaši izmanto temperatūras mērīšanai. Ar termoelementiem var mērīt gan ļoti augstu (līdz 2000 °C), gan arī ļoti zemu temperatūru, kā arī sasniegt lielu mērīšanas precizitāti. Tiem ir mazi gabarīti, maza masa un maza inerce. Vēl bez tam temperatūru var nolasīt ievērojamā attālumā no tās mērīšanas vietas.

Termoelementu baterijas (termostabus) izmanto elektromagnētiskā starojuma plūsmas mērīšanai.

Viens vai vairāki termoelementi kopā ar magnētelektriskās sistēmas mērāparātu veido ierīci maiņstrāvas mērīšanai, kas derīga plašā frekvenču intervālā un kuras rādījumi nav atkarīgi no strāvas liknes veida, t. i., funkcijas $i=i(t)$ veida.

Ir izveidoti elektriskās strāvas avoti — termoelektroģeneratori — siltuma enerģijas tiešai pārvēršanai elektriskajā enerģijā, izmantojot Zēbeka efektu. Tajos nav kustīgu detaļu. Lai gan šiem generato-

riem ir samērā mazs lietderības koeficients (1...3%) un neliela jauda (no dažiem vatiem līdz dažiem desmitiem kilovatu), tomēr daudzreiz tie ir lietderīgi, jo var darboties arī ekstremālos apstākļos (piemēram, kosmosā).

Padomju fiziķis A. Jofe (1880—1960) ierosināja izmantot Peltjē efektu dzesēšanas iekārtās. Tagad dzesēšanas ierīces ir izveidotas dažādām vajadzībām, piemēram, ledusskapji, radioelektronisko iekārtu dzesētāji, dzeramā ūdens dzesētāji augstas klases vilcienos, portatīvi dzesētāji ādas slimību ārstēšanai, mikro dzesētāji plastikajai ķirurģijai, dzesētāji zootehnikas (mākslīgās apsēklošanas) vajadzībām utt.

Ļoti svarīgi, ka, mainot strāvas virzienu, dzesētājs var pārvērsties par sildītāju. Tādēļ Peltjē efektu izmanto termostatos un kondicionēšanas ierīcēs, piemēram, konstantas telpu temperatūras uzturēšanai, mikroskopijā priekšmeta galdiņu temperatūras regulēšanai.

Peltjē efektu lietderīgi izmanto telpu apsildei ar elektrisko strāvu, jo tad strāva ne tikai izdala Džoula siltumu, bet arī pārnes zināmu siltuma daudzumu no apkārtnes ar zemāku temperatūru uz apsildāmo telpu (siltuma sūkņi).

Ierīces, kurās izmanto Peltjē efektu, parasti gatavo no pusvadītājiem.

15. NODAĻA

ELEKTRISKĀ STRĀVA GĀZĒS

15.1. GĀZU JONIZĀCIJA UN JONU REKOMBINĀCIJA. GĀZU ELEKTROVADĪTSPĒJA

15.1.1. Gāzu jonizācija un jonizācijas enerģija. Gāzes normālā stāvoklī sastāv no neitrālām molekulām (atomiem) un ir izolatori, jo tajās nav lādiņnesēju. Gāze kļūst par elektrības vadītāju, ja daļu tās molekulu jonizē. Gāzu jonizācija notiek, atraujot no neitrālas molekulas vienu vai vairākus elektronus. Vienkāršā jonizācijas aktā rodas divi lādiņnesēji — elektrons un pozitīvs jons. Brīvais elektrons var pievienoties neitrālai molekulai. Tad rodas negatīvs jons. Tādēļ jonizētā gāzē lādiņnesēji ir gan elektroni, gan pozitīvie joni, gan arī negatīvie joni.

Lai elektronu atrautu no molekulas, jāpadara darbs A_1 , t. i., jāpatērē enerģija $W_1=A_1$, ko sauc par jonizācijas enerģiju. Tā ir atkarīga no gāzes dabas un elektrona enerģētiskā stāvokļa molekulā vai atomā. No atoma visvieglāk ir izraut pašu ārējo valences elektronu. Nākamo elektronu atraušanaī jāpatērē lielāka enerģija. Piemēram, jonizācijas enerģija W_1 slāpekļa atomam N ir 14,5 eV, vienvērtīgam jonam N^+ jau 29,5 eV, bet divvērtīgam jonam N^{2+} tā ir 47,4 eV utt. Vislielākā jonizācijas enerģija ir inertām gāzēm: no 24,5 eV (hēlijam) līdz 12,5 eV (ksenonam), bet vismazākā — sārņu metālu atomiem: no 5,2 eV (litijam) līdz 3,7 eV (cēzijam). Potenciālu diferenci,

caur kuru jāiziet elektronam, lai tā enerģijas izmaiņa būtu vienāda ar jonizācijas enerģiju, sauc par *jonizācijas potenciālu* φ_i .

15.1.2. Jonizācijas veidi un jonizācijas intensitāte. Pastāv divi pēc fizikālās dabas atšķirīgi gāzu jonizācijas pamatveidi — fotojonizācija un triecienjonizācija.

Procesu, kurā jonizējamās daļiņas jonizācijas enerģiju iegūst no starojuma, sauc par fotojonizāciju.

Ja jonizējamās daļiņas jonizācijas enerģiju iegūst sadursmēs ar citām daļiņām (elektroniem, joniem, atomiem vai molekulām), tad jonizācijas procesu sauc par triecienjonizāciju.

Fotojonizāciju spēj izdarīt starojums ar pietiekami lielu fotona enerģiju (sk. 30.1.4.), t. i., ultravioletais starojums, rentgenstarojums un γ starojums. Pēdējais visbiežāk rodas radioaktīvā sabrukuma procesos.

Daļiņas ar triecienjonizācijai pietiekamu enerģiju var iegūt dažādi. Tās var būt kosmiskas izcelsmes daļiņas — kosmiskie stari: protoni, α daļiņas, elektroni, tās var rasties arī radioaktīvās sabrukšanas procesos — α stari un β stari. Šādas daļiņas var iegūt arī, sakarsējot gāzi aptuveni līdz $10^3 \dots 10^4 \text{ K}^*$ (tad notiek termiskā jonizācija) vai paātrinot lādētas daļiņas (elektronus, jonus) elektriskajā laukā.

Jonizācijas procesa kvantitatīvai raksturošanai noder *jonizācijas intensitāte* Δn_i — fizikāls lielums, kurš rāda, cik liels pretēju zīmju jonu pāru skaits rodas laika vienībā gāzes tilpuma vienībā. Apzīmējot ar dn_i jonu pāru skaitu, kas rodas tilpuma vienībā laikā dt , var rakstīt

$$\Delta n_i = dn_i/dt. \quad (15.1)$$

15.1.3. Jonu rekombinācija. Tās intensitāte. Līdzsvara nosacījumi. Līdztekus gāzes jonizācijai norisinās arī *rekombinācija* — pozitīvo jonu apvienošanās ar elektroniem vai negatīvajiem joniem, t. i., neitrālu molekulu rašanās. *Rekombinācijas intensitāti* Δn_r definē līdzīgi kā jonizācijas intensitāti:

$$\Delta n_r = dn_r/dt, \quad (15.2)$$

kur dn_r — neitrālo molekulu skaits, kas rodas tilpuma vienībā laika spridī dt .

Varbūtība p , ka kāds noteikts pozitīvais jons laikā dt sastaps negatīvo jonu vai elektronu un notiks rekombinācija, ir proporcionāla negatīvo lādiņnesēju koncentrācijai n_- un laika spridim dt ($p \sim n_- dt$), bet rekombinācijas aktu skaits dn_r tilpuma vienībā laikā dt ir proporcionāls varbūtībai p un pozitīvo jonu koncentrācijai n_+ ($dn_r \sim pn_+$). Tā kā $n_+ = n_- = n$, tad $dn_r \sim n^2 dt$, un

$$\Delta n_r = rn^2, \quad (15.3)$$

kur r — proporcionalitātes koeficients.

* Liesmā gāzu jonizācija notiek arī daudz zemākā temperatūrā ķīmisko procesu dēļ.

Ja nav lādiņnesēju noplūdes (piemēram, neplūst strāva), jonizācijas un rekombinācijas procesu līdzsvars iestājas tad, kad izpildīts nosacījums

$$\Delta n_r = \Delta n_i. \quad (15.4)$$

No sakarībām (15.3) un (15.4) redzams, ka šajā gadījumā jonu koncentrācija

$$n = \sqrt{\Delta n_i / r}. \quad (15.5)$$

Gadījumā, kad daļa lādiņnesēju neutralizējas uz elektrodiem, strāvai plūstot caur gāzi, jāņem vērā lādiņnesēju noplūdes intensitāte

$$n_j = dn_j / dt, \quad (15.6)$$

kur dn_j — laikā dt no tilpuma vienības strāvas aiznesto jonu pāru skaits. Tad līdzsvarota procesa nosacījums

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j. \quad (15.7)$$

15.1.4. Gāzu elektrovadītspēja. Ja lādiņnesējus rada ārēji jonizatori (starojums, karsēšana, ātru daļiņu kūlis), nevis procesi, kas norisinās gāzē elektriskā lauka ietekmē, tad gāzes elektrovadītspēju sauc par *nepatstāvīgo vadītspēju* un strāvu gāzē — par *nepatstāvīgo izlādi*. Nepatstāvīgā vadītspēja izzūd, tiklīdz pārstāj darboties ārējie jonizatori.

Zināmos apstākļos gāzes jonizāciju nodrošina procesi, kuri norisinās gāzē tajā radītā elektriskā lauka ietekmē. Tad saka, ka gāzei piemīt *patstāvīga elektrovadītspēja*, un strāvu gāzē sauc par *patstāvīgo izlādi*.

Izlādes raksturs gāzē atkarīgs no daudziem faktoriem: no gāzes dabas, temperatūras un spiediena, no elektrodu materiāla, formas un izvietojuma, no pieliktā sprieguma, strāvas stipruma un jaudas utt. Dažos gadījumos izlādi gāzē pavada gaismas izstarošana un skaņas efekti.

Apskatīsim stacionāru strāvu gāzē, pieņemot, ka joni ir vienvērtīgi un jonu pāru koncentrācija ir n , bet elektriskā lauka intensitāte E . Izteiksim strāvas blīvumu j . Acīmredzot $j = j_+ + j_-$, kur $j_+ = enu_+$ un $j_- = enu_-$. Sajās sakarībās u_+ un u_- — pozitīvo un negatīvo lādiņnesēju dreifa ātrumi, kas proporcionāli lauka intensitātei: $u_+ = u_+^0 E$ un $u_- = u_-^0 E$. Savukārt u_+^0 un u_-^0 ir lādiņnesēju kustīgums, kas vienāds ar dreifa ātrumu, ko lādiņnesēji sasniedz, ja intensitāte E ir vienu vienību liela. Tādēļ

$$j = en(u_+^0 + u_-^0)E. \quad (15.8)$$

Sakarība (15.8) atgādina Oma likumu. Tomēr tā ir Oma likums tikai tad, ja $\gamma = en(u_+^0 + u_-^0)$ nav atkarīgs no E un j . Vairumā gadījumu šis nosacījums netiek izpildīts, t. i., γ nav no E un j neatkarīgs lielums un gāzu izlādei tad nav derīgs Oma likums.

15.2.1. Nepatstāvīgās izlādes raksturlikne. Apskatīsim nepatstāvīgās izlādes (15.1. att.) divus robežgadījumus — izlādi vājā un spēcīgā elektriskajā laukā.

Vājā laukā $\Delta n_j \ll \Delta n_r$ un līdzsvara nosacījums (15.7) pārvēršas nosacījumā (15.4), bet jonu koncentrāciju nosaka formula (15.5). Tādēļ saskaņā ar formulu (15.8) strāvas blīvums

$$j = e\sqrt{\Delta n_i/r}(u_+^0 + u_-^0)E. \quad (15.9)$$

Tas rāda, ka vājos laukos nepatstāvīgajai izlādei ir spēkā Oma likums, jo $\gamma = e\sqrt{\Delta n_i/r}(u_+^0 + u_-^0)$ ir konstants lielums. Tam atbilst taisnes nogrieznis raksturliknes (15.2. att.) sākumdaļā (posms I).

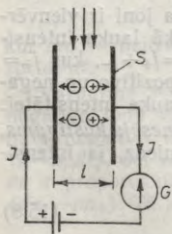
Ļoti spēcīgā laukā gandrīz visi joni bez rekombinācijas sasniedz elektrodus, t. i., $\Delta n_j \gg \Delta n_r$ un līdzsvara nosacījums ir šāds: $\Delta n_i = \Delta n_j$. Viena vienvērtīgu jonu pāra neitralizācijai uz elektrodiem atbilst lādiņa e pārnešana ķēdē. Tādēļ lādiņš, kas laika vienībā iziet caur ķēdi, resp., strāva tajā $I = e\Delta n_i S l$, bet strāvas blīvums

$$j = e\Delta n_i l. \quad (15.10)$$

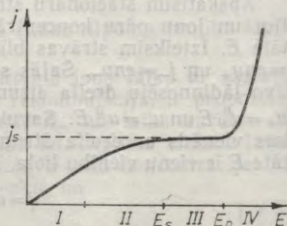
Tātad strāvas stiprums I un strāvas blīvums j nav atkarīgi no lauka intensitātes E . Sai situācijai atbilst raksturliknes horizontālā daļa (posms III). Strāvas stiprumu šajā posmā — sātstrāvu nosaka tikai jonizācijas intensitāte, elektrodu laukums S un attālums l starp tiem, ja gāze tiek jonizēta visā tilpumā starp elektrodiem.

Pārejas posmā II raksturliknes stāvums pakāpeniski mainās no sākumvērtības līdz nullei.

Aiz piesātinājuma rajona (posmā IV) strāva strauji palielinās. Tas notiek, kad elektroni brīvā noskrējiena laikā iegūst tādu kinētisko enerģiju, ka sadursmē ar molekulām spēj tās jonizēt — sākas triecienjonizācija. Procesam ir lavīnveida raksturs, jo no molekulām izrautie elektroni ceļā uz anodu jonizē citas molekulas. Tāpat pieaug arī pozitīvo jonu skaits.* Izlāde tomēr saglabā nepatstāvīgo



15.1. att.



15.2. att.

* Lavīnveida triecienjonizāciju labi apraksta angļu fiziķa Dž. Taunsenda (1868—1957) izstrādātā gāzu izlādes teorija (1900).

raksturu — pēc ārējās jonizācijas izbeigšanās tā turpinās tikai tik ilgi, kamēr visi elektroni sasniedz anodu.

Nosacījumi, kuriem jābūt izpildītiem, lai izlāde kļūtu patstāvīga, apskatīti 15.3.1. nodalījumā.

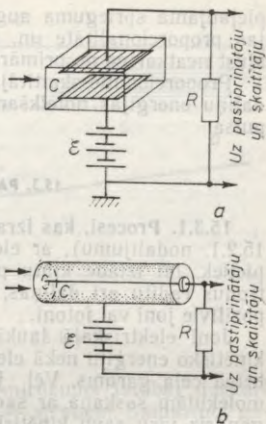
15.2.2. Jonizācijas kameras. Tās izmanto elementārdaļiņu registrēšanai, kā arī rentgenstarojuma un gamma starojuma intensitātes mērīšanai. To darbība pamatojas uz nepatstāvīgo izlādi.

Jonizācijas kameru veido ar gāzi pildīts kondensators C , kura klājumiem pieslēgts sprieguma avots, kas nodrošina kameras darbību piesātinājuma režīmā, un rezistors R . Kameras elektrodi var būt plakani (15.3. att. *a*), cilindriski (15.3. att. *b*) vai sfēriski. Ja starp kameras elektrodiem ielido daļiņa, kura jonizē gāzi, ķēdē izplūst strāvas impulss, tas rada sprieguma impulsu rezistorā, no kurienes tas nonāk pastiprinātājā un impulsu skaitītājā. Impulsa amplitūda ir proporcionāla daļiņas radīto jonu skaitam, un tāpēc iespējams noteikt daļiņas enerģiju.

Impulsa strāva ķēdē samazinās eksponenciāli. Impulsa ilgums atkarīgs no lielumiem R un C , jo tie nosaka laika sprādi τ , kurā strāvas stiprums samazinās $e \approx 2,718$ reizi ($\tau = RC$). Ja $C = 10^{-11}$ F un $R = 10^8 \Omega$, tad $\tau = 10^{-3}$ s. Var izveidot kameras, kurām $\tau \approx 10^{-6}$ s. Tādēļ jonizācijas kamera var registrēt daļiņas, ja tās seko cita citai ar zināmu laika intervālu. Tādas jonizācijas kameras sauc par *impulsu jonizācijas kamerām*.

Strāvas jonizācijas kamerā (integrējošā) lietots rezistors ar lielu pretestību $R = 10^{15} \Omega$. Tad arī τ ir liels un, atsevišķiem impulsiem pārklājoties, ķēdē plūst strāva, kura parāda, cik daudz jonu rodas kamerā laika vienībā.

15.2.3. Proporcionali skaitītāji. To shēma principā ir tāda pati kā jonizācijas kamerai (15.3. att. *b*) ar cilindriskiem elektrodiem. Anods ir tieva stieple, bet katods — koaksiāls cilindrs. Ja elektrodiem pieliek tādu spriegumu, ka lauka intensitāte pārsniedz piesātinājuma rajona augšējo robežu ($E > E_p$), tad elektroni, kurus skaitītājā rada jonizējošā daļiņa, tuvodamās anodam, veic triecienjonizāciju un strāvas impulss (lādiņš), kas plūst skaitītājā, palielinās, salīdzinājumā ar primāro jonu lādiņu, bet paliek tam proporcionāls. Tādēļ šādas ierīces sauc par *proporcionāliem skaitītājiem*. Elektriskais lauks ir sevišķi spēcīgs anoda tuvumā. Tur vispirms arī sākas triecienjonizācija. Jo lielāks ir pieliktais spriegums, jo plašākā telpas daļā ap anodu iespējama triecienjonizācija un lielāks ir pastiprinājums (var sasniegt 10^3 vai pat 10^4 reizu). Tomēr pastāv noteikta



15.3. att.

pieļaujāmā sprieguma augšējā robeža, virs kuras vairs nesaglabājas proporcionālitate un, spriegumu vēl vairāk palielinot, impulss kļūst neatkarīgs no primāro jonu skaita.

Proportionalitē skaitītāji der ne vien daļiņu reģistrēšanai, bet arī daļiņu enerģijas noteikšanai, par kuru var spriest pēc strāvas impulsa.

15.3. PATSTĀVĪGĀ IZLĀDE GĀZĒS

15.3.1. Procesī, kas izraisa patstāvīgo izlādi. Kā noskaidrots (sk. 15.2.1. nodaļumu), ar elektronu izraisīto triecienjonizāciju vēl nepietiek, lai izlāde kļūtu patstāvīga. Nepieciešams, lai brīvos elektronus radītu arī daļiņas, kuras kustas katoda virzienā, piemēram, pozitīvie joni vai fotoni.

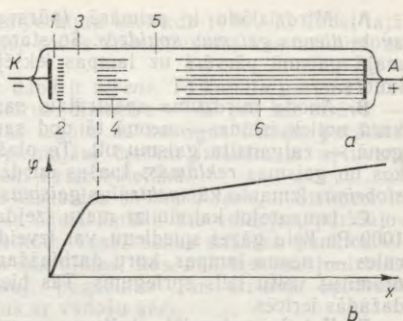
Joni elektriskajā laukā brīvā noskrējiena laikā iegūst mazāku kinētisko enerģiju nekā elektroni, jo tiem ir lielāki izmēri un mazāks brīvā ceļa garums. Vēl jāievēro arī, ka neelastīgās sadursmēs ar molekulām saskaņā ar sadursmju likumiem elektroni var atdot tām gandrīz visu savu kinētisko enerģiju, bet joni — tikai daļu. Tādēļ molekulu triecienjonizācija sadursmēs ar joniem sākas tikai ievērojami spēcīgākos laukos nekā sadursmēs ar elektroniem. Izrādās, ka pozitīviem joniem vieglāk izsist elektronus no katoda nekā no gāzes molekulām, jo elektronu izejdarbs parasti ir mazāks nekā gāzu jonizācijas enerģija. Tādēļ *sākotnējais process, kas nodrošina izlādei patstāvīgu raksturu, ir elektronu izraušana no katoda, pozitīvajiem joniem triecoties pret katodu.* Vēl bez tam iespējama arī molekulu *fotojonizācija* vai *fotoelektronu emisija* no katoda, ja ierosinātās molekulas vai joni emitē ultravioleto starojumu (redzamās gaismas fotoni parasti nespēj to izdarīt), *termoelektronu emisija* no katoda, ja no pozitīvo jonu triecieniem tas sakarst, vai arī *autoelektronu emisija*, ja katoda tuvumā izveidojas spēcīgs elektriskais lauks. Molekulu jonizācija sadursmēs ar pozitīviem joniem, kuriem relatīvi neliela enerģija, ir samērā mazvarbūtīgs process.

Patstāvīgās izlādes raksturs atkarīgs no daudziem faktoriem, tādēļ izšķir dažādus patstāvīgās izlādes veidus. Šeit īsi apskatīsim tumšo izlādi, mirdzizlādi, dzirkstelizlādi, koronas izlādi un lokizlādi.

15.3.2. Tumšā jeb Taunsenda izlāde. Tā notiek gāzēs ar maziem spiedieniem, un strāva nepārsniedz 10^{-5} A. Elektriskais lauks starp elektrodiem ir gandrīz homogēns. Telpas lādiņa blīvums ir mazs un jūtami nemaina lauku. Gāzes elektrovadītspēju nodrošina elektronu radītā lavīnveida triecienjonizācija un arī elektronu emisija no katoda, kuras cēlonis ir pozitīvo jonu triecieni. Palielinot strāvas stiprumu, tumšā izlāde pārvēršas mirdzizlādē.

15.3.3. Mirdzizlāde. Mirdzizlādi var novērot gāzēs ar zemu spiedienu (parasti no dažiem simtiem paskāļu līdz dažiem paskāļiem). Var izmantot, piemēram, aptuveni 50 cm garu stikla cauruli (15.4. att. a), no kuras atsūknēts gaiss un kurā starp katodu *K* un anodu *A* pielikts spriegums aptuveni 1000 V. Stacionārā izlādē var izšķirt

vairākus raksturīgus apgabalus, kas parādīti 15.4. attēlā *a*. Sajā attēlā 1 — Astona tumšā telpa, 2 — katoda mirdzums, 3 — Kruksa tumšā telpa, 4 — negatīvais mirdzums, 5 — Faradeja tumšā telpa un 6 — anoda (pozitīvais) mirdzums. Astona tumšā telpa un katoda mirdzums ir ļoti šauri. Ja strāvas ir mazas, tad katoda mirdzums pārklāj tikai daļu katoda. Kruksa tumšās telpas robežas ir samērā asas, bet Faradeja tumšās telpas robežas — izplūdušas. Pozitīvais mirdzums (stabs) dažkārt sastāv no vairākiem atsevišķiem posmiem — stratiem. Samazinot gāzes spiedienu, pirmie pieci apgabali (katodapgabali) izplešas uz anoda mirdzuma rēķina. Tāpat samazinot attālumu starp katodu un anodu, vispirms saīsinās anoda mirdzums, pēc tam izzūd Faradeja tumšā telpa un negatīvais mirdzums. Vēl mazākos attālumos mirdzizlāde izbeidzas.



15.4. att.

Potenciāla kritums starp katodu un anodu nav vienmērīgs (15.4. att. *b*), sevišķi straujš tas ir katoda tuvumā. Tas norāda, ka svarīgākie procesi, kas nodrošina mirdzizlādi, norisinās katoda tuvumā. Galvenie no tiem ir elektronu emisija no katoda pozitīvo jonu triecienos un molekulu jonizācija elektronu triecienos.

Apskatīsim sīkāk procesus, kuri norisinās mirdzizlādes caurulē.

Astona tumšajā telpā no katoda izsistie elektroni paātrinās un iegūst enerģiju, kas ir pietiekama molekulu ierosināšanai — parādās katoda mirdzums. Tie elektroni, kuri bez sadursmēm iziet caur šo slāni, iegūst lielāku enerģiju, un tad sadursmēs ar molekulām varbūtīgāka ir jonizācija, nevis ierosināšana, tādēļ starojums samazinās (rodas Kruksa tumšā telpa), toties intensīvi veidojas brīvie lādiņnesēji — elektroni un pozitīvie joni. Tā kā jonu kustīgums ir mazs, te izveidojas pozitīvs telpas lādiņš, kurš maina potenciāla sadalījumu un rada katoda potenciāla kritumu, bet negatīvā mirdzuma rajonā potenciāla krituma nav. Sajā apgabālā ir liela gan jonu, gan arī elektronu koncentrācija un kopējais telpas lādiņš tuvs nullei. Norisinās rekombinācijas procesi un rodas starojums — negatīvais mirdzums. Elektroni un joni Faradeja tumšajā telpā nokļūst difūzijas dēļ, jo lauka uz robežas starp negatīvo mirdzumu un Faradeja tumšo telpu nav, bet ir liels jonu un elektronu koncentrācijas gradients. Faradeja tumšajā telpā elektriskais lauks paātrina elektronus anoda virzienā un atgrūž pozitīvos jonus. Elektroni iegūst enerģiju gāzes molekulu ierosināšanai — rodas anoda mirdzums.

Mirdzizlādi plaši izmanto praksē.

A. Mirdzizlāde ir primārā (pārsvarā ultravioletā) starojuma avots *dienas gaismas spuldzēs*. Šo starojumu vēlamā sastāva redzamajā gaismā pārvērš uz lampas iekšējās sienīgas uzklātais lumīnofors.

B. Anoda mirdzuma spektrālais sastāvs ir atkarīgs no gāzes, kurā notiek izlāde — neonā tā dod sarkanu, kriptonā — zaļu, argonā — zaļganzilu gaismu utt. To plaši izmanto *dekoratīvos nolūkos* un gaismas *reklāmās*. Ipašas mirdzizlādes caurules — *Geislera stobriņus* izmanto kā *spektrālus gaismas avotus*.

C. Izmantojot katodu ar mazu izejdarbu un nodrošinot aptuveni 1000 Pa lielu gāzes spiedienu, var izveidot mazu izmēru izlādes caurules — neona lampas, kuru darbināšanai nepieciešams tikai dažus desmitus voltu liels spriegums. Tās bieži izmanto par *indikatoriem* dažādās ierīcēs.

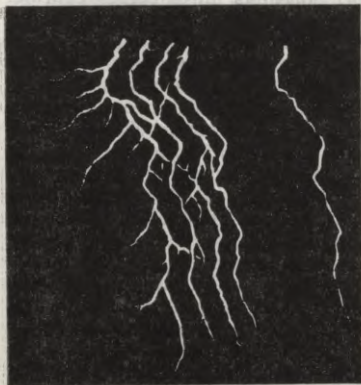
D. Katoda potenciāla kritumu normālā izlādes režīmā nosaka elektronu izejdarbs no katoda. Tādēļ spriegums uz mirdzizlādes lampas maz mainās, mainoties strāvas stiprumam. Šo īpašību izmanto *stabilītronos* — ierīcēs sprieguma stabilizēšanai.

E. Iespējams realizēt tādu mirdzizlādes režīmu, ka joni, kas bombardē katodu, no tā izsit arī vielas daļiņas — notiek *katodizputināšana*. To izmanto, lai pārklātu dažādas detaļas ar plānu katoda materiāla kārtiņu.

F. Pētot mirdzizlādi, tika atklāti *katodstari* (elektronu plūsma) un *anodstari* jeb kanālstari (pozitīvo jonu plūsma). Mirdzizlādi arī tagad izmanto *pozitīvo jonu iegūšanai*, piemēram, masspektrogrāfos.

15.3.4. **Dzirkstejizlāde.** Tā norisinās gāzēs normālā vai paaugstinātā spiedienā, kad elektriskā lauka intensitāte sasniedz t. s. *caursites vērtību* E_c . Gaisam normālā atmosfēras spiedienā $E_c \approx 3$ MV/m. Saskaņā ar empīrisko **P a š ē n a l i k u m u**.

$$E_c/p = \text{const.} \quad (15.11)$$



15.5. att.

Caursites procesā gāzē izveidojas strāvu vadošs likumains kanāls ar atzarojumiem, pa kuru notiek izlāde (15.5. att.). Izlādes procesā lauka intensitāte ļoti īsā laikā (0,1 μ s...100 μ s) krasi samazinās un izlāde pārtrūkst. Izlāde atkārtojas pa to pašu kanālu, ja spriegums atkal ātri (dažu sekundes simtdaļu laikā) sasniedz caursites vērtību. Ja sprieguma avotam ir liela jauda, tad dzirkstejizlāde pārvēršas lokizlādē.

Dzirkstelzīlādes kanālā temperatūra sasniedz 10 000 K. Tādēļ tajā strauji paaugstinās spiediens, rodas triecienvilnis, kas saistīts ar skaņas efektiem.

Grandioza dzirkstelzīlāde dabā ir *zibens*. Tā kanāla garums dažreiz sasniedz vairākus kilometrus, diametrs — 40 cm, bet strāva — 10^5 A. Zibens fotogrāfija, kas iegūta uz kustīgas filmas, parādīta 15.5. attēlā. Pauzes starp pirmajām četrām izlādēm ir aptuveni 0,03 s, pēdējā pauze ir aptuveni 4 reizes lielāka.

Causrites kanāla rašanos izskaidro *strimeru teorija*. Strimeri ir jonizētas, vāji spīdošas gāzes šauri kanāli. Tie veidojas, pārklājoties atsevišķām elektronu lavinām, kuras sākas dažādos punktos — tur, kur fotoelektronu rada starojums, kas nāk no jau jonizētās gāzes. Tādēļ strimeri strauji pagarinās (ar ātrumu aptuveni 10^6 m/s) un savieno elektrodus ar vadošu ķēdi.

Arī dzirkstelzīlādi izmanto praksē, piemēram, degmaisījuma aizdedzināšanai iekšdedzes dzinējos, dzirkstelzīlādes volimetros, daļiņu skaitītājos, ātras darbības komutācijas (pārslēgšanas) ierīcēs, augstsprieguma mēraparatūras un līniju pasargāšanai no pārspriegumiem.

15.3.5. Koronas izlāde. Geigera—Millera skaitītājs. Koronas izlāde veidojas starp elektrodiem, ja vienam no tiem vai abiem ir mazs liekuma rādiuss (tieva stieple, smaile), bet spriegums starp elektrodiem nav sevišķi liels un lauka intensitāte pārsniedz caursītes vērtību E_c tikai stipri izliektā elektroda tuvumā. Šeit notiek molekulu jonizācija un ierosināšana un gāze spīd, izveidojot ap elektrodu spožu vainagu — *koronu*. Atkarībā no tā, ap kādas zīmes elektrodu veidojas korona, to sauc par negatīvu vai pozitīvu koronu.

Negatīvā koronā pozitīvie joni, kurus paātrinājis lauks, izsit elektronus no elektroda, bet laukā paātrināto elektronu trieciēni jonizē un ierosina molekulas. Ārējā apgabalā, kur lauka intensitāte mazāka, molekulu jonizācija un ierosināšana vairs nenotiek. Tajā elektroni dreifē uz anodu. Daļa no elektroniem, apvienojoties ar neitrālām molekulām, veido negatīvus jonus. Tādēļ koronas ārējā daļā strāvu nodrošina tikai negatīvi lādiņnesēji.

Pozitīvā koronā elektronu lavīnas sāk veidoties uz koronas ārējās robežas, kur sākumā elektroni rodas fotojonizācijas dēļ. Koronas ārējā apgabalā lādiņnesēji ir tikai pozitīvie joni.

Ja korona veidojas ap abiem elektrodiem, to sauc par *bipolāru koronu*. Koronas ārējais apgabals tad ir starp abām koronām. Tajā pretējos virzienos kustas pozitīvo un negatīvo lādiņnesēju plūsmas.

Koronas izlāde novērojama dabā, un to izmanto arī tehnikā.

A. Koronas izlādi, kura rodas atmosfēras jonizācijas dēļ un jau izsenis novērota kuģu mastu galos vai koku galotnēs, sauc par *svētā Elma ugunim*.

B. Koronas izlāde notiek arī *ap augstsprieguma līniju vadiem*, radot ievērojamus elektroenerģijas zudumus. Lai zudumus samazinātu, jālieto iespējami lielāka diametra vadi (vai caurules), tie jānovieto augstu virs Zemes un pietiekami tālu viens no otra.

C. Koronas izlāde ir *zibensnovedēja* darbības pamatā — negaisa laikā koronas izlādes dēļ atmosfēras lādiņi nepārtraukti tiek novadīti uz Zemi, neļaujot tiem uzkrāties aizsargājamo objektu tuvumā. Ja zibens tomēr izveidojas, zibensnovedējs kļūst par izlādes kanāla turpinājumu.

D. Koronas izlādi izmanto *elektrofiltr*os gāzu attīrīšanai no šiem cietiēm piemaisījumiem vai pilieniem (piemēram, lai atdalītu nesadeģušu kurināmā daļiņas un sērskābes pilienus, kuri ražošanas procesā nokļūvuši dūmu plūsmā). Attīrāmo gāzi laiž pa vertikālu cauruli, kas vienlaikus ir anods. Pa caurules asi novieto tievu stiepli — katodu, ap kuru veidojas korona. Negatīvie gāzes joni, kuru koncentrācija koronas ārējā daļā ir visai augsta, nosēžas uz piemaisījumiem, kurus pēc tam elektriskais lauks aiznes pie caurules sienām. Cauruli periodiski satricinot, šīs daļiņas nokrata uztvērējā.

E. Koronas izlāde ir arī *Geigera—Millera daļiņu skaitītāja* darbības pamatā. Tā shēma līdzīga proporcionālā skaitītāja shēmai (sk. 15.3. att. b). Izlāde, kuru izprovocē jonizējošā daļiņa, pārvēršas patstāvīgā izlādē. Tādēļ strāvas impulss nav atkarīgs no sākotnējās jonizācijas un tas ir līdz 10^8 reizi spēcīgāks nekā jonizācijas kamerās. Lai iekārta varētu reģistrēt nākošo daļiņu, iepriekšējās daļiņas izraisītā izlāde jānodzēš. Parasti to nodrošina ārējs rezistors, uz kura pretestības R izlādes laikā krit lielākā daļa pieliktā sprieguma U , jo pretestība starp skaitītāja elektrodiem krasi samazinās un lauka intensitāte kļūst par mazu patstāvīgās izlādes saglabāšanai.

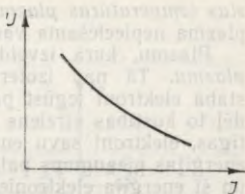
15.3.6. Lokizlāde. To 1802. gadā atklāja krievu zinātnieks *V. Peitrovs* (1761—1834). Lokizlāde var norisināties starp diviem tuvu novietotiem ogleš vai metāla elektrodiem gan zemos (daži simti paskāļu), gan arī augstos (līdz 10^8 Pa) spiedienos un sasniegt ievērojamus strāvas stiprumus (no dažiem ampēriem līdz $10^3 \dots 10^4$ A), pastāvot starp elektrodiem dažus desmitus voltu lielam spriegumam.

Pamatprocesi, kuri nodrošina lokizlādi, ir termoelektronu emisija no sakarsēta katoda un molekulu termiskā jonizācija, jo gāzes (plazmas; sk. 15.4. §) temperatūra lokā atmosfēras spiedienā sasniedz $5000 \dots 6000$ K, bet augstspiediena lokā pat $10\,000$ K. Līdz ļoti augstai temperatūrai sakarst arī elektrodi, piemēram, ogleš katods sakarst aptuveni līdz 3500 K, anoda krāteris — padziļinājums anodā, kas izveidojas, anoda materiālam iztvaikojot, līdz 4800 K. Tādēļ loks ir spēcīgs gaismas un ultravioletā starojuma avots.

Raksturīga lokizlādes īpatnība ir tās *kritošā voltampēru raksturlīkne* (15.6. att.). Pieaugot strāvai lokā, sprieguma kritums uz izlādes spraugu samazinās. Tas norāda, ka, pieaugot strāvai, loka pretestība samazinās straujāk, nekā pieaug strāva, un tādēļ reizinājums $IR=U$ samazinās.

Balonā ar zemu spiedienu iespējams loks starp metāla anodu un aukstu dzīvsudraba katodu. Izlāde notiek zemas temperatūras dzīvsudraba tvaikā. Tvaiku jonizē elektroni, kuru plūsmu nodrošina autoelektronu emisija no katoda.

Lokizlādi daudzveidīgi lieto praksē. To izmanto daudzos gaismas avotos. Pirmā elektriskā ielu apgaismes ierīce — «Jabločkova svece» izgudrota 1876. gadā. Loku lieto arī projektoros un projekcijas aparātos. Pēdējā laikā ielu apgaismošanai izmanto superaugstspiediena dzīvsudraba loka lampas ar halogēnu metālu piemaisījumiem.



15.6. att.

Lai varētu izmantot dzīvsudraba loka lampas ultravioleto starojumu (medicinā, spektroskopijā u. c.), tās izgatavo no kvarca (kvarca lampas). Lokā var ierosināt gandrīz visus ķīmiskos elementus. Tādēļ to izmanto par gaismas avotu spektrālanalizē.

Elektriskais loks noder arī metināšanai, metālgriešanai, kausēšanas krāšņu darbināšanai elektrometalurģijā, piemēram, alumīnija ieguvē u. c.

Elektrisko loku ar aukstu dzīvsudraba katodu izmanto ļoti lielu maiņstrāvu (līdz 1000 A) taisngriešanai (dzīvsudraba taisngrieži). Visjaunākajā enerģētikas nozarē — atomenerģētikā elektrisko loku plazmā izmanto superaugstas temperatūras (desmiti miljonu Celsija grādu) iegūšanai.

15.4. JĒDZIENS PAR PLAZMU

Daļēji vai pilnīgi jonizētu vielu, kurā pozitīvo un negatīvo lādiņnesēju koncentrācijas ir aptuveni vienādas, sauc par plazmu. Plazma ir īpašs vielas stāvoklis. Sakarstot jebkura viela iztvaiko un pāriet gāzveida stāvoklī. Šajā stāvoklī to var jonizēt (elektronu izraisītā triecienjonizācija, fotojonizācija, termiskā jonizācija u. c.). Plazmas stāvoklī atrodas lielākā daļa vielas Visumā. Tādā stāvoklī ir viela Saules un starpzvaigžņu dzīlēs, zvaigžņu atmosfērā, galaktikas miglājos un starpzvaigžņu telpā, Zemes jonosfērā, mirdzizlādes pozitīvajā stabā, lokā, dzirkstelzīlādes kanālā.

Svarīga plazmas īpašība ir tās kvazineitralitāte. To nodrošina lādiņnesēju kustīgums plazmā, īpaši elektronu kustīgums, kas aptuveni 1000 reiz lielāks nekā jonu kustīgums. Tiklīdz kādā plazmas daļā izveidojas nekompensēts telpas lādiņš, tas rada lauku, kurš pārvieto lādiņus un nodrošina kompensāciju.

Vienas atsevišķas lādētas daļiņas elektrisko lauku plazmā ekranizē pretēji lādētas daļiņas, un zināmā attālumā no daļiņas tās lauks nav jūtams. Šo attālumu D sauc par *Debaja ekranizācijas rādiusu*. Plazmas kvazineitralitāte iespējama tad, ja plazma aizņem telpas daļu, kuras lineārie izmēri daudzkārt pārsniedz attālumu D .

Plazmu, kura izveidojas termiskās jonizācijas procesā, sauc par *termisko plazmu*. Ja visiem tādās plazmas komponentiem — elektroniem, joniem un atomiem ir vienāda temperatūra, tad plazma ir *izotermiska*. Izšķir *zemas temperatūras plazmu* ($T \leq 10^5$ K) un *aug-*

šīs temperatūras plazmu ($T \sim 10^6 \dots 10^8$ K). Augstas temperatūras plazma nepieciešama vadāmas kodoltermiskās sintēzes realizēšanai.

Plazmu, kura izveidojas gāzu izlādē, sauc par *gāzu izlādes plazmu*. Tā nav izotermiska. Piemēram, mirdzizlādes pozitīvajā stabā elektroni iegūst paātrinājumu anoda virzienā, bet sadursmju dēļ to kustības virziens haotiski mainās. Kamēr sadursmes ir elastīgas, elektroni savu enerģiju saglabā. Elektriskajā laukā iegūtais enerģijas pieaugums palielina elektronu haotiskās kustības enerģiju, un šī enerģija elektroniem kļūst lielāka nekā joniem un molekulām. Temperatūra T_e , kas raksturo elektronu haotiskās kustības enerģiju, var par desmitiem tūkstošiem kelvinu pārsniegt jonu temperatūru T_i vai molekulu temperatūru T_a .

Ja ir zināmi jonu un elektronu lādiņi e_i un e , to koncentrācijas plazmā n_i un n_e , kā arī temperatūras T_i un T_e , tad Debaja ekranizācijas rādītājus var noteikt pēc formulas

$$D = \sqrt{\frac{kT_e T_i}{4\pi |e e_i| (n_e T_e + n_i T_i)}} \quad (15.12)$$

C. ELEKTROMAGNĒTISMS

Elektromagnētisms ir fizikas daļa, kas aplūko elektrisko strāvu mijiedarbību, resp., elektriski lādētu daļiņu un lādiņu sistēmu mijiedarbību, ja tie atrodas kustībā aprakstam izraudzītā atskaites sistēmā.

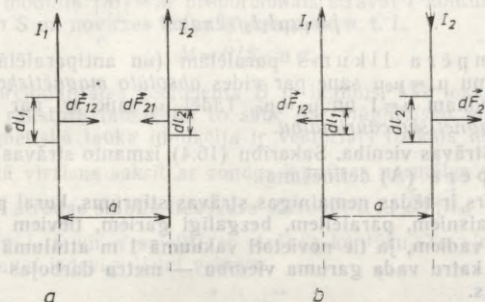
16. NODAĻA

MAGNĒTISKAIS LAUKS

16.1. MAGNĒTISKĀ MIJIEDARBĪBA. MAGNĒTISKĀ LAUKA JĒDZIENS

16.1.1. Jēdziens par magnētisko mijiedarbību un magnētisko lauku. Vadītāji, kuros plūst strāva, paliek elektroneitrāli. Tomēr starp šādiem vadītājiem pastāv mijiedarbība. Piemēram, paralēli vadi pievelkas, ja pa tiem strāvas plūst vienā virzienā, un atgrūžas, ja strāvu virzieni tajos ir pretēji. Strāva iedarbojas arī uz tās tuvumā novietotu pastāvīgu magnētu (magnētadatu). Jau 1820. gadā franču fiziķis *A. Ampērs* (1775—1836) izteica domu, ka pastāvīgo magnētu īpašības nosaka vienādi orientētas noslēgtas mikrostrāvas tajos. Šī ideja tikai gandrīz pēc 100 gadiem guva lielisku apstiprinājumu, jo elektronu kustību atomos tiešām var uzskatīt par noslēgtu mikrostrāvu.

Strāvu mijiedarbību sauc par magnētisko mijiedarbību. Tā pastāv starp elektriski lādētām daļiņām, kuras izraudzītajā atskaites sistēmā atrodas kustībā, kā papildu mijiedarbība vēl bez elektrostatis-



16.1. att.

kās mijiedarbības starp tām pašām daļiņām, ja tās dotajā atskaites sistēmā ir nekustīgas. Magnētiskā mijiedarbība ir relativistisks efekts — to var izskaidrot, pamatojoties uz Kulona likumu un relativitātes teoriju (sk. 16.7.2. nodaļījumu).

Elektrisko strāvu mijiedarbība notiek ar lauka starpniecību. Lauku, kas eksistē telpā ap elektrisko līdzstrāvu (kustībā esošiem lādiņiem), sauc par *magnētisko lauku*. Tā raksturlielumi apskatīti nākamajā paragrāfā.

16.1.2. Paralelu strāvu mijiedarbības spēks. Apskatīsim mijiedarbības spēku starp diviem tieviem, paralēliem, gariem vadiem (16.1. att. a), pa kuriem vienā virzienā plūst nemainīgas strāvas I_1 un I_2 . Eksperimentāli noskaidrots, ka spēks dF_{12} , kas darbojas uz strāvas vada elementu dl_1 , ir proporcionāls strāvām I_1 , I_2 , kā arī elementa garumam dl_1 un apgriezti proporcionāls attālumam a starp vadiem, t. i.,

$$dF_{12} = K_I I_1 I_2 dl_1 / a, \quad (16.1)$$

kur K_I — proporcionalitātes koeficients. Analogi strāvas vada elementam dl_2 pieliktais spēks

$$dF_{21} = K_I I_1 I_2 dl_2 / a. \quad (16.2)$$

SI sistēmā koeficientu K_I vienādojumos (16.1) un (16.2) aizvieto ar $\mu_0 / (2\pi)$, ja strāvas vadi atrodas vakuumā. Lielumu μ_0 sauc par *magnētisko konstanti*.

Apzīmējot $dF_{12}/dl_1 = dF_{21}/dl_2$ ar f , var rakstīt

$$f_{\text{vak}} = \mu_0 I_1 I_2 / (2\pi a), \quad (16.3)$$

kur f — strāvas vada garuma vienībai pieliktais spēks. Tikpat lieli ir atgrūšanās spēki, kas darbojas starp antiparalēlām strāvām (16.1. att. b).

Strāvas vadu mijiedarbības spēks \vec{f} atkarīgs arī no vides, kurā vadi atrodas. Attiecību $\vec{f}/\vec{f}_{vak} = \mu$ sauc par *vides relatīvo magnētisko caurlaidību* vai īsāk vienkārši par *magnētisko caurlaidību*. Tādējādi

$$\vec{f} = \mu_0 \mu I_1 I_2 / (2\pi a). \quad (16.4)$$

Tas ir Ampēra likums paralēlām (un antiparalēlām) strāvām. Lielumu $\mu_a = \mu_0 \mu$ sauc par vides *absolūto magnētisko caurlaidību*. Vakuamam $\mu = 1$ un $\mu_a = \mu_0$. Tādēļ μ_0 sauc arī par *vakuuma absolūto magnētisko caurlaidību*.

16.1.3. Strāvas vienība. Sakarību (16.4) izmanto strāvas SI vienības — ampēra (A) definēšanai.

Ampērs ir tādas nemainīgas strāvas stiprums, kurai plūstot pa diviem taisniem, paralēliem, bezgalīgi gariem, tieviem riņķveida šķeluma vadiem, ja tie novietoti vakuumā 1 m attālumā viens no otra, uz katru vada garuma vienību — metru darbojas $2 \cdot 10^{-7}$ N liels spēks.

Šī definīcija vienlaikus nosaka arī konstantes μ_0 skaitlisko vērtību. Ja $\vec{f} = 2 \cdot 10^{-7}$ N/m; $\mu = 1$; $I_1 = I_2 = 1$ A un $a = 1$ m, no formulas (16.4) iegūst $\mu_0 = (2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} \cdot 2\pi \cdot 1 \text{ m}) / (1 \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A})$ jeb

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \approx 12,57 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2.$$

Vienību 1 N/A² parasti aizstāj ar 1 H/m, kur H — induktivitātes vienība — henrijs (sk. 18.2.1. un 18.2.2. nodaļījumu).

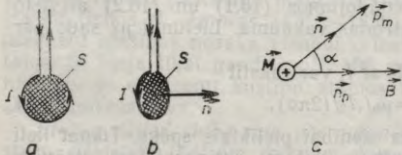
16.2. MAGNĒTISKĀ LAUKA INDUKCIJA UN INTENSITĀTE

4*

16.2.1. Strāvas kontūrs magnētiskajā laukā. Magnētiskais moments. Magnētiskā lauka indukcija. Ja magnētiskajā laukā ienes kontūru, pa kuru plūst strāva, un kontūrs var brīvi griezties, tas orientējas un ieņem stabili līdzsvara stāvokli. Lai kontūru izvirzītu par zināmu leņķi no līdzsvara stāvokļa, tam jāpieliek noteikts spēka moments. Tādēļ mazu izmēru strāvas kontūru (16.2. att. a), kuru iespējams novietot «dotajā punktā», var izmantot par zondi magnētiskā lauka lokālo īpašību pētīšanai.

Lai būtu iespējams norādīt kontūra orientāciju telpā, ar to saista normāles vienības vektoru \vec{n} (tā modulis $|\vec{n}| = 1$) pēc labās vītnes skrūves likuma, proti, \vec{n} novieto perpendikulāri kontūra plaknei virzienā, kurā pārvietojas labās vītnes skrūve, ja to griež strāvas plūšanas virzienā (16.2. att. b).

Uz kontūru, ja tas izvirzīts no līdzsvara stāvokļa par leņķi α (16.2. att. c), magnētiskais lauks darbojas ar spēka mo-



16.2. att.

mentu \vec{M} , kas cenšas kontūru atgriezt līdzsvara stāvoklī. Šī spēka momenta modulis $|\vec{M}| = M$ proporcionāls strāvai I kontūrā, kontūra laukumam S un novirzes leņķa sinusam $\sin \alpha$, t. i.,

$$M = BIS \sin \alpha, \quad (16.5)$$

kur proporcionalitātes koeficients B ir lielums, kas lokāli («dotajā punktā») raksturo lauku, un to sauc par *magnētiskā lauka indukciju*. Magnētiskā lauka indukcija ir vektoriāls fizikāls lielums. Pieņem, ka tā virziens sakrīt ar zondes kontūras normālais virzienu \vec{n}_0 , ja kontūrs atrodas stabilā līdzsvara stāvoklī, t. i., $\vec{B} \uparrow \vec{n}_0$.

Lielumi I , S un \vec{n} saistīti ar strāvas kontūru. To vietā kontūra raksturošanai izdevīgi lietot vektoru

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (16.6)$$

ko sauc par strāvas kontūra *magnētisko momentu*.

Nemot vērā formulas (16.6) un (16.5), starp vektoriem \vec{M} , \vec{p}_m un \vec{B} var uzrakstīt šādu sakarību:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}. \quad (16.7)$$

Ja $\vec{p}_m \perp \vec{B}$, tad $M = M_{\max} = p_m B$. Tādēļ $B = M_{\max} / p_m = M_{\max} / (IS)$. No šejienes redzams, ka *magnētiskā lauka indukcija ir vienu vienību liela tad, ja maksimālais spēka moments, kas darbojas uz apskatāmajā punktā novietotu strāvas kontūru ar magnētisko momentu $p_m = 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$, ir $1 \text{ N} \cdot \text{m}$. So vienību sauc par teslu (**T**). Tātad $1 \text{ T} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} / (\text{A} \cdot \text{m}^2) = 1 \text{ N} / (\text{A} \cdot \text{m})$.*

16.2.2. Magnētiskā lauka intensitāte. Magnētiskā lauka indukcija dotajā punktā atkarīga no strāvām, kuras rada lauku, un to novietošanas telpā, kā arī no tās vides magnētiskās caurlaidības, kurā veidojas lauks. Praksē dažkārt ērti lietot citu, no vides īpašībām neatkarīgu lauka raksturlielumu, t. s., *magnētiskā lauka intensitāti*.

$$\vec{H} = \vec{B} / (\mu_0 \mu). \quad (16.8)$$

Pēc šīs sakarības redzams, ka $[H] = [B] / [\mu_0]$. Tā kā $[B] = 1 \text{ N} / (\text{A} \cdot \text{m})$, bet $[\mu_0] = 1 \text{ N} / \text{A}^2$, tad $[H] = 1 \text{ A} / \text{m}$, t. i., magnētiskā lauka intensitātes SI vienība ir **1 A/m**.

Salīdzinot magnētiskā un elektriskā lauka raksturlielumus, var secināt, ka pēc fizikālās būtības analogi ir vektori \vec{B} un \vec{E} , kā arī \vec{H} un \vec{D} , lai gan šo vektoru nosaukumi, kas izveidojušies fizikas vēsturiskās attīstības gaitā, ir pretēji.

Atcerēsimies, ka elektriskā lauka intensitāte E vienāda ar spēku, kas elektriskā lauka punktā darbojas uz tajā novietotu vienības

lādiņu, bet magnētiskā lauka indukcija B vienāda ar maksimālo spēka momentu, kas magnētiskā lauka punktā darbojas uz tajā novietotu strāvas kontūru ar vienu vienību lielu magnētisko momentu.

Savukārt elektriskā lauka indukcija D ir proporcionāla tā elektriskā lauka intensitātei, kurš pastāvētu vakuumā, ja, dielektriķi aiznesot, to elektrisko lādiņu sadalījums telpā, kuri rada elektrisko lauku, paliktu nemainīgs, bet magnētiskā lauka intensitāte H ir proporcionāla tā magnētiskā lauka indukcijai, kurš pastāvētu vakuumā, ja, magnētiski aiznesot, to strāvu sadalījums telpā, kuras rada magnētisko lauku, paliktu nemainīgs.

16.2.3. Magnētisko lauku superpozīcijas princips.

Ja magnētisko lauku rada vienlaikus vairākas strāvas, tad rezultējošo lauka indukciju \vec{B} var noteikt, vektoriāli saskaitot to lauku indukcijas $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_N$, kurus rada katra strāva atsevišķi, kad pārējās strāvas neplūst, t. i.,

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i. \quad (16.9)$$

So apgalvojumu, ko apstiprina eksperimenti, sauc par superpozīcijas principu. Tas derīgs arī magnētiskā lauka intensitātei.

16.2.4. Magnētiskā lauka attēlošana. Lai uzskatāmi attēlotu magnētisko lauku, lieto indukcijas vai intensitātes vektora līnijas, kuras definē analogi kā elektriskā lauka intensitātes vektora līnijas (sk. 11.4.1. nodaļījumu).

16.3. BIO—SAVĀRA—LAPLASA LIKUMS UN TĀ LIETOŠANA MAGNĒTISKĀ LAUKA APRĒKINOS

16.3.1. Bio—Savāra—Laplasa likums. No elektrostātikas zināms (11.3.2. nodaļījums), ka samērā vienkārši var aprēķināt punktveida lādiņa lauka intensitāti. Visos citos gadījumos elektrostātikā lauka intensitāti var aprēķināt, lietojot superpozīcijas principu. Analogi jebkuras strāvas vai strāvu sistēmas magnētiskā lauka intensitāti vai indukciju var noteikt, izmantojot superpozīcijas principu magnētiskajam laukam un 1820. gadā atklāto Bio—Savāra—Laplasa likumu, pēc kura var aprēķināt strāvas elementa magnētiskā lauka intensitāti un indukciju.

Strāva I , kas plūst vada elementā $d\vec{l}$ (16.3. att.), rada punktā P , kura stāvokli raksturo rādiusvektors \vec{r} , magnētiskā lauka indukciju $d\vec{B}$. Vektors $d\vec{B}$ ir perpendikulārs vektoriem $d\vec{l}$ un \vec{r} un vērsts virzienā, kurā pārvietojas labās vitnes skrūve, ja to griež tā, kā jāgriež vektors $d\vec{l}$, lai to pa īsāko ceļu savietotu ar vektoru \vec{r} .

Vektora $d\vec{B}$ modulis $|d\vec{B}| = dB$ ir tieši proporcionāls lielumiem I , dl un $\sin \alpha$, kur α — vektoru $d\vec{l}$, \vec{r} veidotais leņķis, kā arī vides magnētiskajai caurlaidībai $\mu_0\mu$, bet apgriezti proporcionāls attāluma r kvadrātam, t. i.,

$$dB = (\mu_0\mu / (4\pi)) I dl \sin \alpha / r^2, \quad (16.10)$$

kur $1/4\pi$ ir proporcionalitātes koeficients. No iepriekš teiktā izriet, ka vektoru $d\vec{B}$ ar lielumiem I , $d\vec{l}$ un \vec{r} saista sakarība

$$d\vec{B} = (\mu_0\mu / (4\pi)) I d\vec{l} \times \vec{r} / r^3. \quad (16.11)$$

Tas ir Bio—Savāra—Laplasa likums vektoriālā formā.

Ievērojot definīciju (16.8), sakarību (16.10) un (16.11) vietā var uzrakstīt

$$dH = (1 / (4\pi)) I dl \sin \alpha / r^2; \quad (16.12)$$

$$d\vec{H} = (1 / (4\pi)) I d\vec{l} \times \vec{r} / r^3. \quad (16.13)$$

Bio—Savāra—Laplasa likuma nozīme magnētismā ir līdzīga Kulona likuma nozīmei elektrībā — pēc tā var noteikt «punktveida strāvas» — bezgalīgi maza strāvas elementa $I d\vec{l}$ — radītā magnētiskā lauka indukciju $d\vec{B}$ vai intensitāti $d\vec{H}$.

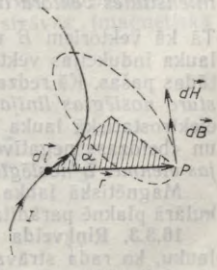
16.3.2. Taisna strāvas vada magnētiskais lauks. Izmantosim Bio—Savāra—Laplasa likumu, lai noskaidrotu, kā var aprēķināt magnētiskā lauka intensitāti, ja laukur rada strāva I , plūstot pa taisnu galīga garuma vadu (16.4. att. a).

Strāva I , plūdzama jebkurā vada elementā $d\vec{l}$, rada punktā P magnētiskā lauka intensitāti $d\vec{H}$. Vektors $d\vec{H}$ ir perpendikulārs plaknei, kurā atrodas vada posms $I-2$ un apskatāmais lauka punkts P . Tādēļ arī vektors

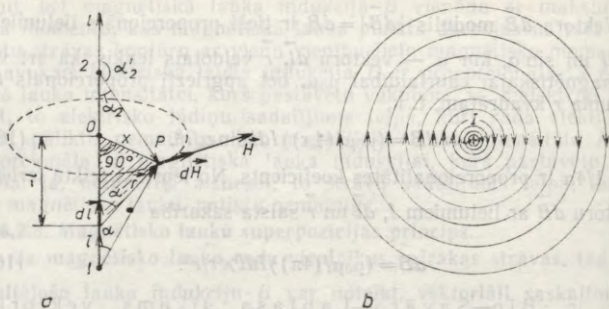
\vec{H} ir perpendikulārs šai plaknei, bet tā moduli H var noteikt, saskaitot visu vektoru

$d\vec{H}$ moduļus dH , kurus izsaka formula (16.12).

Šīs formulas labajā pusē ir mainīgi lielumi α , r un lieluma l diferenciāls dl . Lielumi α , r un l ir savstarpēji saistīti, un divus no tiem var izslēgt. Izdevīgi pāriet uz mainīgo α , jo tad izteiksme vienkāršāk integrējama. Tā kā $-l/x = \text{ctg} \alpha$, resp., $l = -x \text{ctg} \alpha$, kur x — lauka punkta P attālums no strāvas vada, tad $dl = x d\alpha / \sin^2 \alpha$. Savukārt $x/r = \sin \alpha$ jeb $1/r = \sin \alpha / x$. To ievērojot, iegūst $dH =$



16.3. att.



16.4. att.

$= I \sin \alpha da / (4\pi x)$ un $H = \int I \sin \alpha da / (4\pi x)$. Integrējot šo izteiksmi un aizvietojojot $-\cos \alpha'_2$ ar $\cos \alpha_2$, iegūst

$$H = I (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) / (4\pi x). \quad (16.14)$$

Ja pagarina strāvas vadu abos virzienos, leņķis $\alpha_1 \rightarrow 0$ un $\alpha_2 \rightarrow 0$. Tad $\cos \alpha \rightarrow 1$ un $\cos \alpha_2 \rightarrow 1$. Tādēļ, strāvai I plūstot bezgalīgi garā taisnā vadā, ap to ir magnētiskais lauks, kura intensitāte

$$H = I / (2\pi x). \quad (16.14')$$

So sakarību 1820. gadā eksperimentāli ieguva franču zinātnieki Ž. Bio un F. Savārs, tādēļ to sauc par Bio—Savāra likumu.

No sakarības (16.14) var secināt, ka jebkurā plaknē, kas perpendikulāra strāvas vadam, visos punktos, kuri atrodas vienādā attālumā x no vada un veido riņķa līniju, lauka intensitātei ir nemainīgs modulis. Katrā šādas riņķa līnijas punktā lauka intensitātes vektors iet pa pieskari. Tas nozīmē, ka šis riņķa līnijas ir *magnētiskā lauka intensitātes vektora līnijas* jeb, īsāk, magnētiskās intensitātes līnijas.

Tā kā vektoriem \vec{B} un \vec{H} ir vienāds virziens, tad arī magnētiskā lauka indukcijas vektora līnijas (magnētiskās indukcijas līnijas) ir tādas pašas. Kā redzams, *taisna strāvas vada magnētisko lauku raksturo noslēgtas līnijas*. Tām nav ne sākuma, ne beigu atšķirībā no elektrostātiskā lauka līnijām, kuras «sākas» no pozitīviem lādiņiem un «beidzas» negatīvos lādiņos. Izrādās, ka *magnētiskā lauka līnijas vienmēr ir noslēgtas*.

Magnētiskā lauka līnijas ap taisnu strāvas vadu tam perpendikulārā plaknē parādītas 16.4. attēlā b.

16.3.3. Riņķveida strāvas vada magnētiskais lauks. Apskatīsim lauku, ko rada strāva I , plūstot tievā riņķveida vadā ar rādiusu R (16.5. att.). Noteiksim lauka intensitāti kādā punktā P , kas atrodas

attālumā x no riņķa līnijas centra O uz riņķa plaknei perpendikulāras ass OX .

Lauka intensitāti $d\vec{H}$, ko rada strāva, plūstot elementā $d\vec{l}$, var sadalīt komponentēs $d\vec{H}_x$ un dH_{\perp} . Rezultējošā lauka intensitāte \vec{H} ir tikai komponentu $d\vec{H}_x$ summa, jo komponentes dH_{\perp} kompensējas.

Tādēļ vektors \vec{H} iet pa OX asi virzienā, kas nosakāms pēc labās vītnes skrūves likuma. Tā modulis $H = \int dH_x$, kur $dH_x = dH \sin \beta$, bet dH izsakāms pēc formulas (16.12), ievērojot, ka $\alpha = 90^\circ$ un $\sin \alpha = 1$.

Tādēļ $H = \int \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I dl}{r^2} \sin \beta = \frac{I \sin \beta}{4\pi r^2} \int dl$. Tā kā $\int dl = 2\pi R$ un $\sin \beta = R/r$, tad $H = IR^2/(2r^3)$, kur r — punkta P attālums no strāvas vada. Izņemot sakarību $r^2 = R^2 + x^2$, kur x — punkta P attālums no riņķa līnijas centra O , iegūst

$$H = (IR^2/2)/(R^2 + x^2)^{3/2}. \quad (16.15)$$

Riņķa līnijas centrā, kur $x=0$, lauka intensitāte

$$H = I/(2R). \quad (16.15')$$

Ievērojot, ka riņķa strāvas magnētiskais moments \vec{p}_m paralēls vektoram \vec{H} (uz OX ass) un tā modulis $p_m = I\pi R^2$, formulas (16.15) un (16.15') var uzrakstīt šādi:

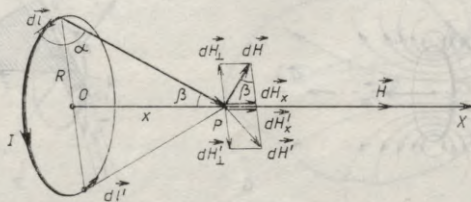
$$\vec{H} = (1/(4\pi)) 2\vec{p}_m / (R^2 + x^2)^{3/2}; \quad (16.16)$$

$$H = (1/(4\pi)) 2p_m / R^3. \quad (16.16')$$

Pietiekami tālu no riņķa strāvas, kur $x \gg R$, uz riņķa ass

$$\vec{H} = (1/(4\pi)) 2\vec{p}_m / x^3. \quad (16.17)$$

Beidzamā formula ir analoga formulai (11.20), kas iegūta elektriskā dipola laukam. Ievērojot šo analogiju, var apgalvot, ka patvaļīgi izraudzītā punktā P attālumā $r \gg R$ no riņķa strāvas (magnētiskā



16.5. att.

dipola) centra tādā virzienā, kas veido leņķi γ ar riņķa asi, lauka intensitāte

$$H = (1/(4\pi)) (\rho_m/r^3) \sqrt{1+3 \cos^2 \gamma} \quad (16.18)$$

Magnētiskā lauka līnijas ap riņķveida strāvas vadu parādītas 16.6. attēlā.

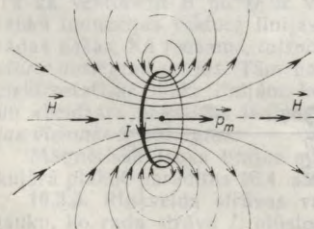
16.3.4. Eihenvalda un Jofes eksperimenti. 1903. gadā krievu fiziķis *A. Eihenvalds* (1864—1944) eksperimentāli konstatēja, ka ap kustībā esošu lādētu ķermeni, t. i., *ap konvekcijas strāvu, eksistē magnētiskais lauks*, un pierādīja, ka *ap vienādām konvekcijas un vadītspējas strāvām magnētiskie lauki arī ir vienādi*. Nedaudz vēlāk *A. Eihenvalds* pirmais eksperimentāli konstatēja nobīdes strāvu magnētisko lauku.

Padomju fiziķis *A. Jofe* (1880—1960) 1911. gadā salīdzināja magnētiskos laukus, kurus rada elektronu plūsma vakuumā un vadītspējas strāva, kas plūst vadītāja stieplē, un noskaidroja, ka visos gadījumos *vienādām strāvām atbilst vienādi magnētiskie lauki*.

16.3.5. Atsevišķa kustībā esoša elektriskā lādiņa magnētiskais lauks. Elektriskā strāva vadītājā ir lādētu daļiņu virzīta kustība. Tā kā ap elektrisko strāvu pastāv magnētiskais lauks, tas nozīmē, ka katra lādēta daļiņa, atrazdamās kustībā, veido savu šī magnētiskā lauka daļu, un var runāt par atsevišķa kustībā esoša lādiņa magnētisko lauku.

Pieņemsim, ka daļiņas lādiņš q , bet ātrums \vec{v} , un noteiksim magnētiskā lauka intensitāti punktā P (16.7. att.), kura novietojumu attiecībā pret lādiņu norāda rādiusvektors \vec{r} . Uzskatīsim, ka apskatāmā daļiņa ir viens no lādiņnesējiem strāvas vada elementā Δl , pa kuru plūst strāva I , bet kopējais vienādo lādiņnesēju skaits šajā elementā ir ΔN . Ja strāvas elements rada punktā P magnētiskā lauka intensitāti $\Delta \vec{H}$, tad šajā punktā viena lādiņnesēja magnētiskā lauka intensitāte

$$\vec{H} = \Delta \vec{H} / \Delta N. \quad (16.19)$$



16.6. att.



16.7. att.

Saskaņā ar sakarību (16.13)

$$\vec{\Delta H} = (1/(4\pi)) I \vec{\Delta l} \times \vec{r}/r^3. \quad (16.20)$$

Ievērojot, ka $\Delta N = nS\Delta l$, kur n — lādiņnesēju koncentrācija, bet S — vada šķēsgriezuma laukums, un strāvas blīvums $j = qnv$, resp.,

$$I = qnvS, \text{ no sakarībām (16.19) un (16.20) iegūst } H = \frac{1}{4\pi} q \frac{v\Delta l \times r}{\Delta l r^3}.$$

Tā kā $v \uparrow \Delta l$, tad $v\Delta l = v\vec{\Delta l}$. Tādēļ

$$H = (1/(4\pi)) qv \vec{v} \times r/r^3. \quad (16.21)$$

Jāpiebilst, ka formula (16.21) ir pareiza, ja $v \ll c$.

16.4. PILNĀS STRĀVAS LIKUMS

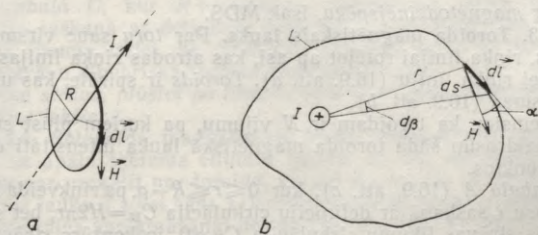
16.4.1. Magnētiskā lauka virpuļainais raksturs. Lauka rakstura noteikšanai par kritēriju var izmantot cirkulāciju (sk. 11.6.3. nodaļījumu). Noteiksim magnētiskā lauka intensitātes vektora cirkulāciju C_H laukā ap taisnu bezgalīgi garu strāvas vadu, izmantojot par noslēgtu kontūru L magnētiskā lauka līniju ar rādiusu R (16.8. att. a). Saskaņā ar cirkulācijas definīciju

$$C_H = \oint_L \vec{H} d\vec{l}. \quad (16.22)$$

Apskatāmajā gadījumā $\vec{H} \uparrow d\vec{l}$. Tādēļ $\vec{H} d\vec{l} = H dl$. Tā kā $H = I/(2\pi R)$, tad $C_H = \oint_L I dl / (2\pi R) = (I/2\pi R) \oint_L dl$. Seit $\oint_L dl = 2\pi R$ ir riņķa līnijas garums. Kā redzams,

$$C_H = I. \quad (16.23)$$

Tas rāda, ka magnētiskais lauks ap taisnu strāvas vadu ir virpuļlauks, t. i., nepotenciāls lauks. Līdzīgi var pārliecināties, ka virpu-



16.8. att.

Jains ir arī magnētiskais lauks ap galīga garuma taisnu strāvas vadu un bezgala mazu strāvas elementu. Tas pamato vispārinājumu: *jebkurš magnētiskais lauks ir virpuļlauks*. Arī fakts, ka magnētiskā lauka līnijas ir noslēgtas, liecina par magnētiskā lauka virpuļaino (nepotenciālo) raksturu.

Tā kā magnētiskais lauks ir nepotenciāls lauks, tā raksturošanai nevar lietot potenciāla jēdzienu.

No sakarības (16.23) izriet, ka cirkulācijas SI vienība ir **I A**.

16.4.2. Pilnās strāvas likums. Magnetodzinēj spēks. Noteiksim magnētiskā lauka intensitātes vektora cirkulāciju C_H laukā ap taisnu bezgalīgi garu strāvas vadu, ņemot ap vadu patvaļīgas formas noslēgtu kontūru L (16.8. att. *b*) vadam perpendikulārā plaknē. Sajā

gadījumā $\vec{H}d\vec{l} = Hdl \cos \alpha = Hds$, kur $ds = dl \cos \alpha$ — centra leņķim $d\beta$ atbilstošais riņķa līnijas loks ar rādiusu r . Tā kā $H = I/(2\pi r)$, tad $Hds = Ids/(2\pi r) = (I/(2\pi))d\beta$ un $C_H = \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \oint_L (I/(2\pi))d\beta = (I/(2\pi))2\pi = I$.

Tāda pati cirkulācijas C_H vērtība ir arī tad, ja noslēgtais kontūrs L , kas aptver strāvas vadu, atrodas slīpi pret vadu novietotā plaknē, kā arī tad, ja kontūrs nav plakans. Turpreti pa noslēgtu kontūru, kurš neaptver strāvas vadu, cirkulācija $C_H = 0$.

Tādēļ ir spēkā sakarība

$$C_H = \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \sum_{i=1}^N I_i. \quad (16.24)$$

Magnētiskā lauka intensitātes vektora cirkulācija pa noslēgtu kontūru vienāda ar kontūra aptverto strāvu algebrisko summu.

Tas ir pilnās strāvas likums (cirkulācijas teorēma).

Uzskata, ka strāva I_i ir pozitīva, ja strāvas virzienu un kontūra apejas virzienu, nosakot cirkulāciju, saista labās vitnes skrūves likums. Pretējā gadījumā strāva ir negatīva.

Fizikālu lielumu, kuru izsaka integrālis

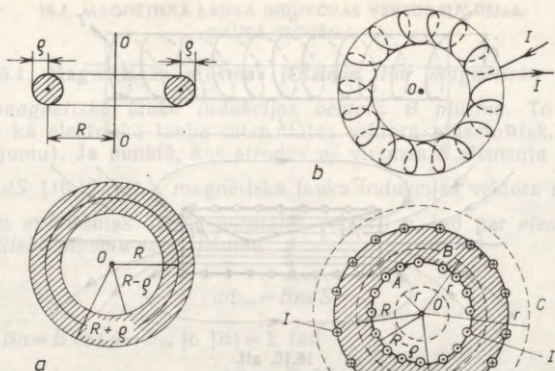
$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \mathcal{E}_m, \quad (16.25)$$

sauc par *magnetodzinēj spēku*, isāk MDS.

16.4.3. Toroīda magnētiskais lauks. Par *toru* sauc virsmu, kura veidojas, riņķa līnijai rotējot ap asi, kas atrodas riņķa līnijas plaknē un nešķēļ riņķa līniju (16.9. att. *a*). *Toroīds* ir spirāle, kas uzlīta uz tora virsmas (16.9. att. *b*).

Pieņemsim, ka toroīdam ir N vijumu, pa kuriem plūst strāva I , un noskaidrosim šāda toroīda magnētiskā lauka intensitāti dažādos telpas punktos.

Apgabalā A (16.9. att. *c*), kur $0 \leq r \leq R - \rho$, pa riņķveida kontūru ar rādiusu r saskaņā ar definīciju cirkulācija $C_H = H2\pi r$, bet saskaņā ar pilnās strāvas likumu cirkulācija $C_H = 0$, jo kontūrs strāvu neaptver. Tādēļ magnētiskā lauka intensitāte $H = 0$.



16.9. att.

Apgabalā B, kur $R - \rho \leq r \leq R + \rho$, saskaņā ar definīciju cirkulācija $C_H = H2\pi r$, bet no pilnās strāvas likuma izriet, ka $C_H = IN$. Tādēļ

$$H = IN / (2\pi r). \quad (16.26)$$

Ja $\rho \ll R$, tad var uzskatīt, ka lauka intensitāte pa visu tora šķēlumu ir konstanta — tāda pati kā šķēluma centrā, t. i.,

$$H = IN / (2\pi R). \quad (16.27)$$

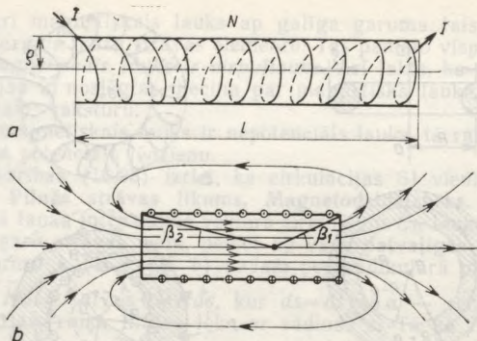
Seit $2\pi R = l$ ir toroīda garums pa tā viduslīniju, bet $N/l = n$ ir vijumu skaits uz garuma vienību. Tādēļ

$$H = In. \quad (16.28)$$

Apgabalā C, kur $R + \rho < r \leq \infty$, magnētiskā lauka intensitāte $H = 0$, jo saskaņā ar definīciju cirkulācija $C_H = H2\pi r$, bet no pilnās strāvas likuma izriet, ka cirkulācija $C_H = 0$, tāpēc ka kontūra aptverto strāvu algebriskā summa vienāda ar nulli.

Tātad strāva, plūstot pa toroīda vijumiem, rada magnētisko lauku tikai tora iekšienē.

16.4.4. Solenoīda magnētiskais lauks. Solenoīds ir spirāle, kas uzlīta uz apaļa šķēluma cilindra (16.10. att. a). Bezgalīgi garu solenoīdu var uzskatīt par toroīdu, kuram $R = \infty$. No tā izriet, ka magnētiskais lauks ir tikai šāda solenoīda iekšienē, lauks ir homogēns un tā intensitātes aprēķināšanai derīga formula (16.28). Minētā formula derīga arī laukam, kas atrodas galīga garuma solenoīda vidusdaļā,



16.10. att.

ja $\rho \ll l$. Galīga garuma solenoīda lauks parādīts 16.10. attēlā *b*. Lauka intensitāti uz solenoīda ass var aprēķināt pēc formulas

$$H = (In/2) (\cos \beta_1 + \cos \beta_2), \quad (16.29)$$

kur β_1 un β_2 — leņķi, kādos redzami solenoīda galējo vijumu rādiusi no apskatāmā lauka punkta uz solenoīda ass.

16.4.5. Cilindriska strāvas vada magnētiskais lauks. Pieņemsim, ka strāva I apaļa cilindriska vada šķērsgriezumā sadalīta vienmērīgi, t. i., strāvas blīvums $j = \text{const}$. Apskatīsim kādu punktu vada iekšienē attālumā r no cilindra ass (16.11. att. *a*), kur $0 \leq r \leq R$. Simetrijas

apsvērumu dēļ var secināt, ka vektors \vec{H} šajā punktā iet pa riņķa līnijas L pieskari un visos šīs līnijas punktos intensitātes moduli $|\vec{H}| = H$ ir vienādi. Tad saskaņā ar definīciju cirkulācija $C_H = H2\pi r$, bet no pilnās strāvas likuma izriet, ka $C_H = I(\pi r^2)/(\pi R^2)$. Tādēļ

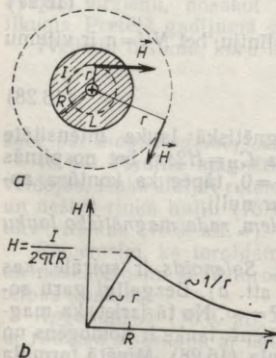
$$H = Ir/(2\pi R^2). \quad (16.30)$$

Līdzīgi var pierādīt, ka ārpus vada, kur $R \leq r \leq \infty$, derīga formula

$$H = I/(2\pi r). \quad (16.31)$$

Šī formula ir identiska formulai (16.15). Tas nozīmē, ka ārpus vada magnētiskais lauks ir tāds pats kā gadījumā, kad strāva I plūst pa tievu vadu, kurš novietots uz cilindra ass.

Grafiski sakarība $H = f(r)$ parādīta 16.11. att. *b*.



16.11. att.

16.5. MAGNĒTISKĀ LAUKA INDUKCIJAS VEKTORA PLŪSMA.
GAUSA TEORĒMA

16.5.1. Magnētiskās plūsmas jēdziens. Par magnētisko plūsmu sauc magnētiskā lauka indukcijas vektora \vec{B} plūsmu. To definē līdzīgi kā elektriskā lauka intensitātes vektora plūsmu (sk. 11.4.2. nodalījumu). Ja punktā, kas atrodas uz virsmas S elementa ar laukumu dS (16.12. att.), magnētiskā lauka indukcijas vektors \vec{B} veido leņķi α ar virsmas ārējās normāles vektoru \vec{n} , tad par elementāru magnētisko plūsmu sauc lielumu

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (16.32)$$

Tā kā $\vec{B} \cdot \vec{n} = B \cos \alpha = B_n$, jo $|\vec{n}| = 1$, tad

$$d\Phi_m = B_n dS. \quad (16.33)$$

Ja $\alpha < \pi/2$, tad $d\Phi_m > 0$, ja turpretī $\alpha > \pi/2$, tad $d\Phi_m < 0$, t. i., no virsmas izejošā plūsma (ārējās normāles virzienā) ir pozitīva, bet virsmā ieejošā — negatīva.

Magnētiskā plūsma, kas iet caur virsmu S , ir šāda:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n dS. \quad (16.34)$$

Aprēķins ir pavisam vienkāršs, ja $B_n = \text{const}$ pa visu virsmu, proti,

$$\Phi_m = B_n S. \quad (16.35)$$

Sakarību (16.35) izmanto magnētiskās plūsmas vienības definēšanai.

Vienu vienību liela ir magnētiskā plūsma, kas iziet caur virsmu ar laukumu 1 m^2 , ja visos tās punktos indukcijas vektora projekcija uz normāles virzienu ir 1 T . Šādu vienību sauc par vēberu (Wb), t. i., $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$.

16.5.2. Gausa teorēma un tās pierādījums.

Magnētiskā plūsma, kas iet caur noslēgtu virsmu, ir vienāda ar nulli.

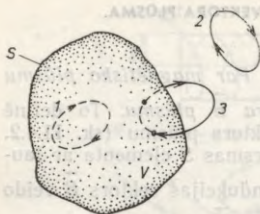
Šo apgalvojumu sauc par Gausa teorēmu. Matemātiski to var pierakstīt šādi:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (16.36)$$

Pierādījums. Tā kā magnētiskā lauka līnijas ir noslēgtas līnijas, iespējami



16.12. att.



16.13. att.

trīs dažādi to novietojumi attiecībā pret slēgtu virsmu (16.13. att.):

- 1) magnētiskā lauka līnija visa atrodas slēgtās virsmas S ierobežotajā tilpumā V ;
- 2) magnētiskā lauka līnija visa atrodas ārpus tilpuma V ;
- 3) magnētiskā lauka līnija daļēji atrodas tilpumā V , daļēji ārpus tā.

Divos pirmajos gadījumos magnētiskā lauka līnijas nešķēr virsmu S un tādēļ nerada plūsmu caur šo virsmu. Trešajā gadījumā katra magnētiskā lauka līnija vienādu skaitu reizi iznāk no virsmas un atkal ieiet tajā, tādēļ tās radītā rezultējošā plūsma vienāda ar nulli. Tas arī pierāda Gausa teorēmā izteiktā apgalvojuma pareizību.

Salīdzinot formulas (16.36) un (11.35), var secināt, ka neeksistē «magnētiskie lādiņi», t. i., tādi magnētiskā lauka avoti, kuri būtu analogi elektriskajiem lādiņiem — elektriskā lauka avotiem. Magnētiskā lauka avots ir elektriskās strāvas.

16.6. MAGNĒTISKĀ LAUKA IEDARBĪBA UZ STRĀVU

16.6.1. Ampēra spēks. Spēku, ar kādu magnētiskais lauks iedarbojas uz strāvas vadu, sauc par Ampēra spēku.

Homogēnā magnētiskajā laukā novietotam taisnam strāvas vada nogrieznim (16.14. att.) pieliktais Ampēra spēks ir perpendikulārs strāvas vada nogriežņa \vec{l} un magnētiskā lauka indukcijas vektora \vec{B} veidotajai plaknei un vērsts virzienā, kurā pārvietojas labās vītnes skrūve, ja to griež tā, kā jāgriež vektors \vec{l} , lai to pa īsāko ceļu savietotu ar vektoru \vec{B} . Spēka modulis $|\vec{F}| = F$ ir proporcionāls strāvai I , strāvas vada nogriežņa garumam l , magnētiskā lauka indukcijai B un leņķa θ sinusam, kur θ — leņķis starp \vec{l} un \vec{B} . Tādēļ

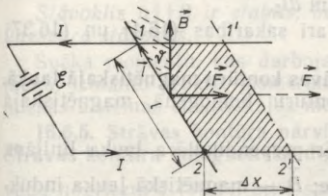
$$F = IlB \sin \theta. \quad (16.37)$$

Šajā formulā (16.37), lai tā būtu saderīga ar formulām (16.4), (16.7) un (16.14'), proporcionalitātes koeficients $k=1$.

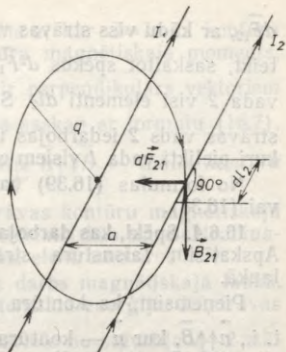
Ampēra spēka moduli un virzienu vienlaikus nosaka vektoriāla sakarība

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}. \quad (16.38)$$

16.6.2. Paralēlo strāvu mijiedarbības izskaidrojums no Ampēra spēka viedokļa. Spēku dF_{21} , kas darbojas uz taisna vada nogriezni dl_2 (16.15. att.), pa kuru plūst strāva I_2 , ja pa citu tam paralēlu garu



16.14. att.



16.15. att.

vadu plūst strāva I_1 , var uzskatīt par Ampēra spēku, ar kuru uz apskatāmo strāvas elementu iedarbojas strāvas I_1 magnētiskais lauks. Saskaņā ar formulu (16.37) spēks $dF_{21} = I_2 dl_2 B_{21}$, kur $B_{21} = \mu_0 H_{21} = \mu_0 I_1 / (2\pi a)$ jeb $dF_{21} = \mu_0 I_1 I_2 dl_2 / (2\pi a)$. Izsakot $f = dF_{21} / dl_2$, iegūst

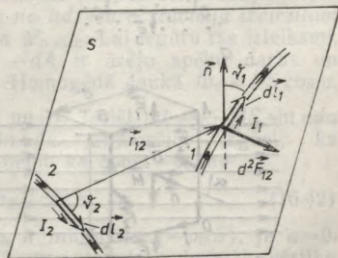
$$f = \mu_0 I_1 I_2 / (2\pi a).$$

Sis rezultāts saskan ar formulu (16.4), kura izsaka Ampēra likumu.

16.6.3. Ampēra likums diferenciālā formā. Ampēra likums (16.4) ir derīgs tikai paralēlām vai antiparalēlām strāvām taisnos neierobežoto garuma vados. Mijiedarbības spēku, kas darbojas starp diviem patvaļīgi orientētiem strāvas vadītāju elementiem, izsaka Ampēra likums diferenciālā formā. Tas nosaka spēku d^2F_{12} , ar kādu iedarbojas uz vada nogriezni dl_1 , kurā plūst strāva I_1 (16.16. att.), cita vada nogrieznis dl_2 , ja pa to plūst strāva I_2 un attālums no dl_2 līdz dl_1 ir r_{12} . Tātad

$$d^2F_{12} = (\mu_0 \mu / (4\pi)) I_1 I_2 dl_1 dl_2 \times \sin \theta_1 \sin \theta_2 / r_{12}^2. \quad (16.39)$$

Seit θ_2 — leņķis starp vektoriem dl_2 un r_{12} , bet θ_1 — starp vektoriem dl_1 un \vec{n} , kur \vec{n} ir perpendikulārs plaknei S , kurā atrodas vektori dl_2 un r_{12} , pie tam spēka $d^2\vec{F}_{12}$ virzienu nosaka sakarība $d^2\vec{F}_{12} \uparrow \uparrow dl_1 \times \vec{n}$. Spēku



16.16. att.

$d\vec{F}_{12}$, ar kādu viss strāvas vads 2 iedarbojas uz elementu dl_1 , var noteikt, saskaitot spēkus $d^2\vec{F}_{12}$, ar kuriem uz elementu dl_1 iedarbojas vada 2 visi elementi dl_2 . Savukārt, lai noteiktu spēku \vec{F}_{12} , ar kādu strāvas vads 2 iedarbojas uz strāvas vada 1, jāskaita spēki $d\vec{F}_{12}$, kuri pielikti vada 1 visiem elementiem dl_1 .

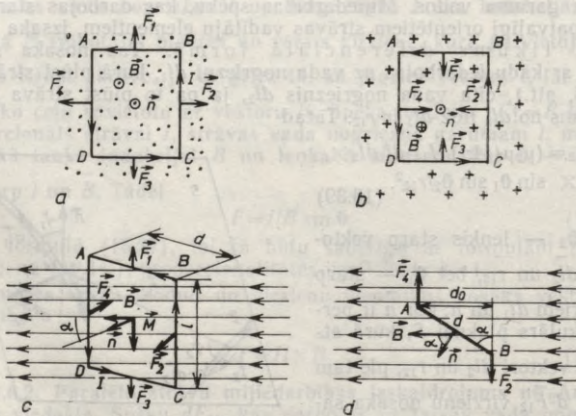
No formulas (16.39) var iegūt arī sakarības (16.4) un (16.37) vai (16.38).

16.6.4. Spēki, kas darbojas uz strāvas kontūru magnētiskajā laukā. Apskatīsim taisnstūra strāvas kontūru homogēnā magnētiskajā laukā.

Pieņemsim, ka kontūra plakne ir perpendikulāra lauka līnijām, t. i., $\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B}$, kur \vec{n} — kontūra normāle; \vec{B} — magnētiskā lauka indukcija (16.17. att. a). Kā redzams, pretējām kontūra malām pielikti spēki (sk. formulu (16.38)) pēc moduļa ir vienādi, bet pretēji vērsti. Tie cenšas kontūru izplest.

Ja $\vec{n} \uparrow \downarrow \vec{B}$ (16.17. att. b), tad kontūram pielikti spēki cenšas to saspīst.

Ja \vec{n} veido leņķi α ar \vec{B} (16.17. att. c), tad spēki \vec{F}_1 un \vec{F}_3 cenšas kontūru izstiept, bet spēki \vec{F}_2 un \vec{F}_4 rada spēka momentu \vec{M} , kas cenšas nostādīt \vec{n} paralēli \vec{B} . Tā kā $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_4| = F$, tad $M = Fd_0 = = Fd \sin \alpha$ (16.17. att. d). Saskaņā ar formulu (16.37) spēks $F = IlB$,



16.17. att.

jo $\sin \theta = 1$. Tādēļ $M = BIl \sin \alpha = BIS \sin \alpha$, kur $S = ld$ ir kontūra laukums. Ievērojot, ka $IS = p_m$ ir kontūra magnētiskais moments, iegūst $M = p_m B \sin \alpha$. Tā kā vektors \vec{M} ir perpendikulārs vektoriem \vec{p}_m un \vec{B} , tad $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$. Iegūtā sakarība saskan ar formulu (16.7).

Stāvoklis $\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B}$ ir stabils, bet stāvoklis $\vec{n} \uparrow \downarrow \vec{B}$ — labils kontūra līdzsvara stāvoklis.

Spēka momentu, kas darbojas uz strāvas kontūru magnētiskajā laukā, izmanto praksē, piemēram, magnētelektriskās un elektrodinamiskās sistēmas elektriskajos mēraparātos, elektromotoros u. c.

16.6.5. Strāvas kontūra pārvietošanas darbs magnētiskajā laukā. Strāvas kontūra (magnētiskā dipola) potenciālā enerģija. Ja strāvas vada nogriezni l (16.14. att.) spēks \vec{F} pārvieto no stāvokļa 1—2 stāvoklī 1'—2', tas padara darbu $\Delta A = F \Delta x$, jo spēka un pārvietoējuma virzieni vienādi. Tā kā $F = IlB \sin \theta$ un $B \sin \theta = B_n$ ir vektora \vec{B} projekcija uz kontūra plaknes normāli, bet $l \Delta x = \Delta S$ — kontūra laukuma izmaiņa, tad $\Delta A = IlB \sin \theta \Delta x = IB_n l \Delta x = IB_n \Delta S$. Seit $B_n \Delta S = \Delta \Phi_m$ ir tās magnētiskās plūsmas izmaiņa, kas iet caur kontūra norobežoto laukumu. Tādēļ

$$\Delta A = I \Delta \Phi_m. \quad (16.40)$$

Diferenciāli mazam pārvietojumam dx atbilst diferenciāli maza plūsmas izmaiņa $d\Phi_m$ un darbs dA . Tad

$$dA = I d\Phi_m. \quad (16.41)$$

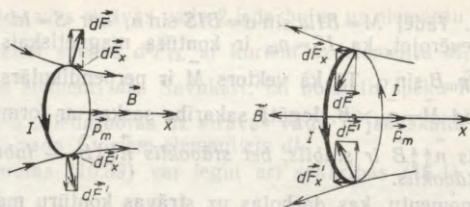
Sakarības (16.40) un (16.41), kas iegūtas šādā konkrētā gadījumā, ir derīgas vienmēr neatkarīgi no tā, kāpēc notiek kontūra aptvertās plūsmas izmaiņa — kontūra izmēru izmaiņas dēļ, kontūra pagriešanās, magnētiskā lauka izmaiņas vai arī citu iemeslu dēļ.

Izvirzot kontūru no līdzsvara stāvokļa ($\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B}$, t. i., $\alpha = 0$) par kādu leņķi α , jāpadara darbs. Atgriežoties līdzsvara stāvoklī, kontūrs spēj padarīt darbu. Tas nozīmē, ka *no līdzsvara stāvokļa izviritam kontūram piemīt potenciālā enerģija* $W_{p\text{ meh}}$. Lai iegūtu tās izteiksmi, jāievēro, ka $dW_{p\text{ meh}} = -dA$, kur $-dA$ ir ārējo spēku darbs un $dA = I d\Phi_m$ — lauka spēku darbs. Homogēnā laukā $\Phi_m = BS \cos \alpha$,

kur α — leņķis starp vektoriem \vec{n} un \vec{B} . Tādēļ $d\Phi_m = -BS \sin \alpha d\alpha$ un $dW_{p\text{ meh}} = IBS \sin \alpha d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha$. Integrējot iegūst, ka $W_{p\text{ meh}} = -pB \cos \alpha + \text{const}$. Var pieņemt, ka $\text{const} = 0$, tad

$$W_{p\text{ meh}} = -p_m B \cos \alpha. \quad (16.42)$$

Kontūra potenciālā enerģija $W_{p\text{ meh}}$ ir minimāla ($-p_m B$), ja $\alpha = 0$. Tā kļūst vienāda ar nulli, ja $\alpha = \pi/2$, un sasniedz maksimālo vērtību ($p_m B$), kad $\alpha = \pi$. No sakarības (16.42) var secināt, ka p_m vienību var izteikt arī šādi: $[p_m] = 1 \text{ J/T}$.



16.18. att.

Nehomogēnā laukā uz strāvas kontūru (16.18. att.) darbojas spēki, kuri cenšas to ievilkt tajā magnētiskā lauka apgabalā, kurā lielāka magnētiskā indukcija, ja $0 \leq \alpha < \pi/2$, vai izgrūst no tā, ja $\pi/2 < \alpha \leq \pi$, ar spēku

$$F_x = - \frac{\partial W_{p \text{ meh}}}{\partial x} = p_m (\partial B / \partial x) \cos \alpha. \quad (16.43)$$

16.7. MAGNĒTISKĀ LAUKA IEDARBĪBA UZ KUSTĪBĀ ESOŠU LĀDIŅU

16.7.1. Lorenca spēks. Kā zināms, uz strāvas vada magnētiskajā laukā darbojas Ampēra spēks. Tā kā strāva ir lādiņnesēju virzīta kustība, tas nozīmē, ka uz katru atsevišķu lādiņnesēju, kas kustas magnētiskajā laukā, darbojas zināms spēks \vec{F}_m . Lai noskaidrotu, no kādiem lielumiem ir atkarīgs šis spēks, apskatīsim Ampēra spēku \vec{F} , kas pielikts vada elementam Δl (16.19. att.), pa kuru plūst strāva I . Pieņemsim, ka strāvu rada vienādi pozitīvi lādiņi q , kustēdamies ar vienādu ātrumu \vec{v} , un to skaits apskatāmajā vada elementā ir ΔN . Tad

$$\vec{F}_m = \vec{F} / \Delta N. \quad (16.44)$$

Saskaņā ar sakarību (16.38) spēks $\vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}$. Ievērojot to, ka $I = qn v S$, kur n — lādiņnesēju koncentrācija, bet S — vada šķērs-griezuma laukums un $\Delta N = n S \Delta l$, iegūst $\vec{F}_m = q n v S \Delta \vec{l} \times \vec{B} / (n S \Delta l)$. Tā kā $\vec{v} \uparrow \Delta \vec{l}$, tad $v \Delta \vec{l} = \vec{v} \Delta l$ un

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}. \quad (16.45)$$

No tā izriet, ka vienmēr $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ un nevar mainīt lādiņa ātruma moduli, bet tikai tā virzienu, t. i., var piešķirt tikai normālo paātrinājumu.

Ja telpas punktā, kurā atrodas lādiņš q , vienlaikus eksistē arī elektriskais lauks ar intensitāti \vec{E} , tad uz lādiņu vēl darbojas spēks $\vec{E}_e = q\vec{E}$. Lādiņam pieliktais kopspēks

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (16.46)$$

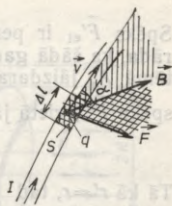
un to sauc par *Lorenca spēku*. (Jāpiebilst, ka dažreiz par Lorenca spēku sauc vienu pašu magnētisko spēku komponenti $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$.)

16.7.2. Magnētiskā lauka relativistiskā izcelsme. Apskatīsim lādiņus $+q_1$ un $+q_2$, kuri ar ātrumu \vec{v} kustas paralēli viens otram inerciālā (piemēram, ar laboratoriju saistītā) atskaites sistēmā A (16.20. att. a). Uz tiem darbojas elektriskie atgrūšanās spēki \vec{F}_{e1} un \vec{F}_{e2} (vienādzīmes lādiņi), kā arī magnētiskie pievilksnās spēki \vec{F}_{m1} un \vec{F}_{m2} (paralēlas strāvas). Rezultējošais lādiņam q_1 pieliktais mijiedarbības spēks

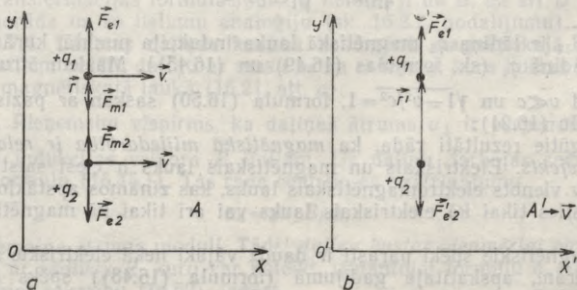
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{e1} + \vec{F}_{m1}. \quad (16.47)$$

Atskaites sistēmā A' (16.20. att. b), kura kustas ar ātrumu \vec{v} attiecībā pret sistēmu A , lādiņi q_1 un q_2 ir nekustīgi un to mijiedarbības spēkus \vec{F}'_{e1} un \vec{F}'_{e2} var izteikt pēc Kulona likuma (11.6), piemēram,

$$\vec{F}'_{e1} = q_1 q_2 r' / (4\pi\epsilon_0 r'^3).$$



16.19. att.



16.20. att.

Spēks \vec{F}'_{e1} ir perpendikulārs ātrumam \vec{v} . Relativitātes teorijā pierāda, ka šādā gadījumā, pārejot uz parādības aprakstu atskaites sistēmā A , jāizdara spēka transformācija (spēks nav invariants) un spēka \vec{F}'_{e1} vietā jāņem spēks

$$\vec{F}_1 = \vec{F}'_{e1} \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Tā kā $\vec{r}' = \vec{r}$, tad

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q_1 q_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{\vec{r}}{r^3}.$$

Reizinot un dalot šo izteiksmi ar $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, iegūst

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{r^3} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \times \\ & \times \frac{v^2}{c^2} \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{r^3}. \end{aligned} \quad (16.48)$$

Salīdzinot sakarības (16.47) un (16.48), redzams, ka pirmais loceklis formulā (16.48) ir \vec{F}_{e1} , bet otrais, kas tieši atkarīgs no lādiņu kustības ātruma kvadrāta, ir \vec{F}_{m1} . Ievērojot to, ka $1/c^2 = \epsilon_0 \mu_0$ un $\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{r}) = -v^2 \vec{r}$, var rakstīt

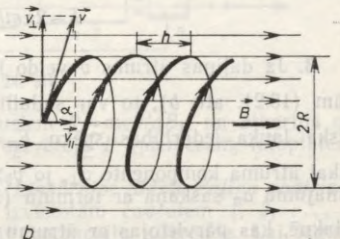
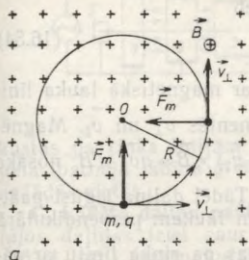
$$\vec{F}_{m1} = q_1 \vec{v} \times \frac{\mu_0 q_2 \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{kur} \quad (16.49)$$

$$\frac{\mu_0 q_2 \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \vec{B}_{12}. \quad (16.50)$$

Seit \vec{B}_{12} ir lādiņa q_2 magnētiskā lauka indukcija punktā, kurā atrodas lādiņš q_1 (sk. formulas (16.49) un (16.45)). Maziem ātrumiem \vec{v} , kad $v \ll c$ un $\sqrt{1 - v^2/c^2} = 1$, formula (16.50) saskan ar pazīstamo formulu (16.21).

Iegūtie rezultāti rāda, ka *magnētiskā mijiedarbība ir relativistisks efekts*. Elektriskais un magnētiskais lauks ir cieši saistīti — pastāv vienots elektromagnētiskais lauks, kas zināmos apstākļos var izpausties tikai kā elektriskais lauks vai arī tikai kā magnētiskais lauks.

Magnētiskie spēki parasti ir daudz vājāki nekā elektriskie spēki. Piemēram, apskatītajā gadījumā (formula (16.48)) spēks $F_{m1} = (v^2/c^2) F_{e1}$. Ja c tiekots uz ∞ , tad F_m tiekots uz 0, t. i., magnētiskās parādības neeksistētu.



16.21. att.

16.7.3. Lauku relativistiskās transformācijas. Elektriskie un magnētiskie lauki, kurus rada noteikta lādiņu sistēma, dažādās inerciālās atskaites sistēmās ir dažādi. Uzrakstīsim bez pierādījuma transformācijas formulas, pēc kurām iespējams lauku raksturlielumus sistēmā A' , kura kustas X ass virzienā ar ātrumu \vec{u} attiecībā pret sistēmu A , izteikt ar lauku raksturlielumiem sistēmā A . Lai pieraksts būtu īsāks, apzīmēsim $1/\sqrt{1-u^2/c^2}=\gamma$. Tad

$$\left. \begin{aligned} E'_x &= E_x; & E'_y &= \gamma(E_y - uB_z); & E'_z &= \gamma(E_z + uB_y); \\ B'_x &= B_x; & B'_y &= \gamma(B_y + uE_z/c^2); & B'_z &= \gamma(B_z - uE_y/c^2); \\ D'_x &= D_x; & D'_y &= \gamma(D_y - uH_z/c^2); & D'_z &= \gamma(D_z + uH_x/c^2); \\ H'_x &= H_x; & H'_y &= \gamma(H_y + uD_z); & H'_z &= \gamma(H_z - uD_x). \end{aligned} \right\} \quad (16.51)$$

Pamatojoties uz inerciālo atskaites sistēmu līdztiesību un ievērojot to, ka sistēma A kustas attiecībā pret sistēmu A' ar ātrumu $-u$, var uzrakstīt formulas, kas izsaka sistēmas A lielumus ar sistēmas A' lielumiem. Sajā nolūkā formulās (16.51) jāapmaina indeksi un u vietā jāievieto $-u$.

Transformācijas formulās saistīti lielumi E un B , kā arī D un H , kas norāda uz šo lielumu analogiju (sk. 16.2.2. nodaļījumu).

16.7.4. Lādētas daļiņas kustība homogēnā magnētiskajā laukā. Apskatīsim lādētu daļiņu ar masu m un lādiņu q , kura kustas homogēnā magnētiskajā laukā (16.21. att. a).

A. Pieņemsim vispirms, ka daļiņas ātrums \vec{v}_\perp ir perpendikulārs lauka indukcijas vektora \vec{B} līnijām. Uz daļiņu darbojas spēks \vec{F}_m (sk. formulu (16.45.)). Tas rada centrīces paātrinājumu

$$a_n = qv_\perp B/m, \quad (16.52)$$

bet nemaina ātruma moduli. Tādēļ daļiņa kustas vienmērīgi pa riņķa līniju ar rādiusu R , kuru var noteikt, izmantojot formulu $a_n = v_\perp^2/R$. Ievērojot sakarību (16.52), iegūst

$$R = mv_\perp/(qB). \quad (16.53)$$

Dalīņas apriņķošanas periods $T=2\pi R/v_{\perp}$ jeb

$$T=2\pi m/(qB). \quad (16.54)$$

B. Ja dalīņas ātrums \vec{v} veido leņķi α ar magnētiskā lauka līnijām (16.21. att. *b*), to var sadalīt komponentēs \vec{v}_{\perp} un \vec{v}_{\parallel} . Magnētiskā lauka iedarbības spēku $\vec{F}_m=q(\vec{v}_{\perp}+\vec{v}_{\parallel})\times\vec{B}=q\vec{v}_{\perp}\times\vec{B}$ nosaka tikai ātruma komponente \vec{v}_{\perp} , jo $\vec{v}_{\parallel}\times\vec{B}=0$. Tādēļ dalīņa iegūst paātrinājumu a_n saskaņā ar formulu (16.52) un laukam perpendikulārā

plaknē, kas pārvietojas ar ātrumu \vec{v}_{\parallel} , kustas pa riņķa līniju ar rādiusu R . Rādiusu var noteikt pēc sakarības (16.53), ievietojot $v_{\perp}=v\sin\alpha$. Tā kā dalīņa vienlaikus kustas lauka līnijas virzienā ar konstantu ātrumu v_{\parallel} , tās trajektorija ir spirāle uz cilindriskas virsmas. Vienu spirāles vijumu dalīņa noiet laika sprīdī T , kuru nosaka formula (16.54). Spirāles kāpe $h=v_{\parallel}T$, kur $v_{\parallel}=v\cos\alpha$, t. i.,

$$h=2\pi mv\cos\alpha/(qB). \quad (16.55)$$

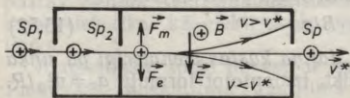
16.7.5. Magnētiskā un elektriskā lauka izmantošana lādētu daļiņu kustības vadīšanai.

A. Jonu selektors. To izmanto monokinētisku jonu ($v=\text{const}$) kūļa iegūšanai, jo joniem, kuri nāk no kāda jonu avota, piemēram, no mirdzislādes plazmas, ir dažādi ātrumi. Jonu selektora darbības principu var izprast, apskatot 16.22. attēlu. Caur ieejas spraugām Sp_1 un Sp_2 jons nonāk selektora daļā, kurā pastāv divi lauki — magnētiskais lauks un tam perpendikulārs elektriskais lauks. Šie lauki

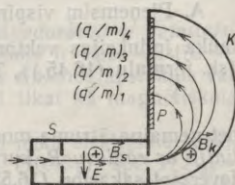
darbojas uz jonu ar pretēji vēršiem spēkiem \vec{F}_m un \vec{F}_e . Jons var nokļūt izejas spraugā Sp tikai tad, ja $F_m=F_e$. Tā kā $F_m=qvB$ un $F_e=qE$, tad izejošo jonu ātrums

$$v^*=E/B. \quad (16.56)$$

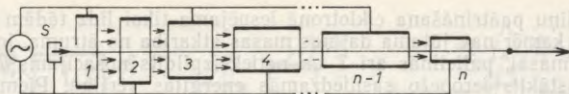
B. Masspektrometrs. Tā ir ierīce, kurā var atdalīt jonus ar dažādiem īpatnējiem lādiņiem q/m , resp., ar dažādām masām, ja jonu lādiņi ir vienādi. Viens no vienkāršākajiem ir *Beindridža masspektrometrs*. Tas sastāv no jonu selektora S un kameras K (16.23. att.), kuras magnētiskajā laukā B_K joni ar vienādiem ātrumiem $v^*=E/B_S$



16.22. att.



16.23. att.



16.24. att.

kustas pa riņķa līnijām ar rādiusiem $R = mv^*/qB_K$ un atkarībā no jona īpatnējā lādiņa q/m nonāk uztvērēja P (piemēram, fotoplates) dažādās vietās.

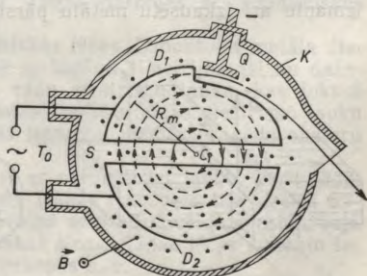
C. Lādētu daļiņu paātrinātāji. *Lineārajos lādētu daļiņu paātrinātājos* daļiņas iziet caur secīgi izvietotām caurulēm 1, 2, ..., n (16.24. att.), starp kurām pastāv potenciālu diference. Lai iegūtu daļiņas ar lielām enerģijām (vairāki simti MeV), lineāros paātrinātājos būvē ļoti garus — no vairākiem desmitiem metru līdz 3 kilometriem.

Daļiņu paātrinātājus var veidot arī tā, ka caur vienu un to pašu spraugu, kurā notiek paātrināšana, daļiņa iziet daudzas reizes, periodiski atgriežoties pie tās. Šajā nolūkā maina daļiņas kustības virzienu ar magnētiskā lauka palīdzību. Tādēļ šādus paātrinātājus sauc par *cikliskiem paātrinātājiem*.

Apskatīsim vispirms ciklotrona darbības principu. *Ciklotrons* sastāv no diviem zemiem puscilindriskiem elektrodiem — duantiem D_1 un D_2 (16.25. att.). Tie atrodas starp spēcīga elektromagnēta poliēm korpusā K , kurā ir vakuums. Elektromagnēts rada duantu plaknei

perpendikulāru magnētisko lauku ar indukciju \vec{B} . Duanti pieslēgti augstfrekvences maiņstrāvas avotam, maiņstrāvas periods T_0 . Ja spraugā S starp duantiem (piemēram, punktā C) ievada pozitīvu jonu tādā momentā, kad elektriskais lauks vērsts no D_1 uz D_2 , jons iegūst ātrumu un nonāk duantā D_2 , kura iekšienē elektriskā lauka nav. Magnētiskais lauks nodrošina jona kustību pa riņķa līnijas loku un atgriešanos spraugā S . Pa šo laiku elektriskā lauka virzienam spraugā jāmainās uz pretējo, lai jons atkal tiktu paātrināts. Tādēļ jona aprīņošanas periodam T , ko nosaka formula (16.54), jābūt vienādam ar maiņsprieguma periodu T_0 , t. i., $T = T_0$. Tādā gadījumā jons ieiet duantā D_1 ar lielāku ātrumu un kustas pa riņķa līnijas loku, kuram lielāks rādiuss (sk. formulu (16.53)).

Paātrināšanas process turpinās līdz tam momentam, kad jons nonāk uz orbitas ar maksimālo rādiusu R_m un no virzes elektroda Q ietekmē izlido no ciklotrona.



16.25. att.

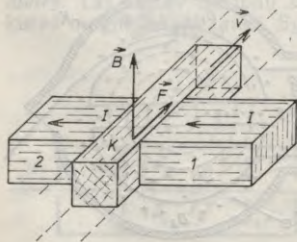
Daļiņu paātrināšana ciklotronā iespējama tikai līdz tādām enerģijām, kamēr nav jūtama daļiņas masas atkarība no ātruma, jo, pieaugot masai, palielinās arī T un netiek izpildīts nosacījums $T=T_0$. Šis apstāklis ierobežo sasniedzamās enerģijas vērtību. Piemēram, protoniem tā ir aptuveni 10...20 MeV.

1944. gadā padomju fiziķis V. Vekslers (1907—1966) atklāja *autofāzēšanas principu*, no kura izriet, ka, pakāpeniski palielinot maiņsprieguma periodu T_0 zināmas daļiņu porcijas paātrināšanas laikā, var palielināt sasniedzamo enerģiju. Paātrinātāju, kurā izmantots šis princips, sauc par *fazotronu*. Atšķirībā no ciklotrona tas darbojas impulsu režīmā — dod aptuveni 100 paātrinātu daļiņu porcijas sekundē. Maksimālā enerģija, ko iegūst fazotronā, sasniedz aptuveni 1 GeV.

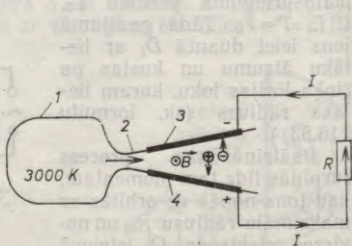
Nosacījumu $T=T_0$ iespējams izpildīt arī tā, ka sinhroni ar paātrināmās daļiņas masas palielināšanos pieaug magnētiskā lauka indukcija ($T=2\pi m/(qB)$). Šo principu izmanto *sinhrotronos*. Tajos ievada parasti jau iepriekš paātrinātas daļiņas, kuru ātrumi relatīvi maz atšķiras no gaismas ātruma c . Tādēļ paātrināšanas laikā daļiņu orbītas rādiuss mainās maz. Sinhrotronos lieto gredzenveida magnētus, kuru diametri sasniedz vairākus desmitus un pat simtus metru. Tos lieto elektronu paātrināšanai līdz enerģijām 5...10 GeV.

Paātrinātājus, kuros mainās gan magnētiskā lauka indukcija, gan arī maiņsprieguma periods, sauc par *sinhrofazotroniem*. To gredzenveida magnētu diametri ir no vairākiem desmitiem metru līdz dažiem kilometriem. Sinhrofazotronos paātrināto protonu enerģija sniežas no dažiem gigaelektronvoltiem līdz vairākiem tūkstošiem gigaelektronvoltu.

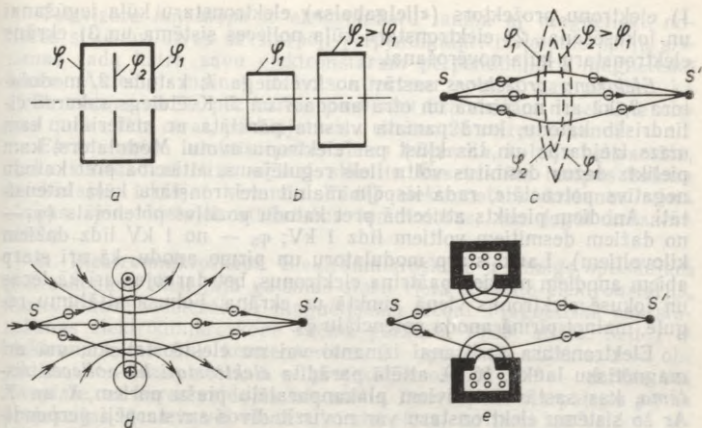
D. Magnetohidrodinamiskais (MHD) sūknis. Ja caur kontaktiem 1 un 2 (16.26. att.) šķērsām kanālam K , kurā atrodas vadošs šķidrums, piemēram, dzīvsudrabs, izkausēts kālijs, nātrijs vai cits metāls, plūst strāva I un radīts kanāla asij un strāvai perpendikulārs magnētiskais lauks, tad uz šķidrumu darbojas spēks, kas liek tam tecēt pa kanālu. Tātad šāda iekārta darbojas kā sūknis. MHD sūkņus var izmantot atomreaktoros, jo tos iespējams pilnīgi hermetizēt un tādējādi lokalizēt metālā inducēto radioaktivitāti. Šādus sūkņus izmanto arī izkausētu metālu pārsūkņēšanai liešanas veidnēs u. c.



16.26. att.



16.27. att.



16.28. att.

E. Magnetohidrodinamiskais (MHD) ģenerators. Stipri jonizēta gāze (plazma), kurai augsta temperatūra (aptuveni 3000 K), no avota *I* (16.27. att.) caur sprauslu 2 ar lielu ātrumu (2...2,5 km/s) ieplūst kanālā starp lantāna hromīda elektrodiem 3 un 4. Tur radīts plūsmai perpendikulārs magnētiskais lauks, kas novirza pozitīvi un negatīvi lādētās daļiņas uz pretējiem elektrodiem, un tad ārējā ķēdē (*R*) plūst strāva. Šādu ierīci sauc par *MHD ģeneratoru*. Tajā daļiņu siltumkustības enerģija tieši pārvēršas elektroenerģijā. Ļoti svarīgi, ka MHD ģeneratorā nav kustīgu detaļu. Ja magnētiskā indukcija $B \approx 3\text{T}$, tad plazmas MHD ģeneratora lietderības koeficients sasniedz 20%, bet jauda ir aptuveni 1000 MW no darba vides katra kubikmetra. Pirmais eksperimentālais MHD ģenerators Padomju Savienībā sāka darboties 1967. gadā. Tagad darbojas arī rūpnieciskas MHD ģeneratoru elektrostacijas.

F. Elektrostatiskās un magnētiskās lēcas. Izmantojot metāla diafragmu sistēmu (16.28. att. *a, b*) ar kopīgu simetrijas asi un dažādiem potenciāliem, var izveidot tādu elektrisko lauku, kas fokusē elektronstarus (16.28. att. *c*). Šādas konfigurācijas elektrisko lauku sauc par *elektrostatisku lēcu*. Tās izmanto, piemēram, elektronstaru lampās.

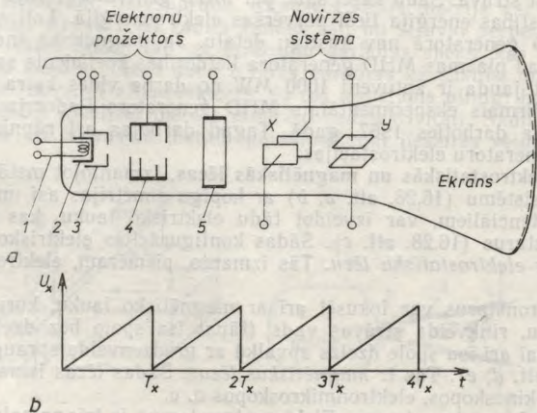
Elektronstarus var fokusēt arī ar magnētisko lauku, kuru rada, piemēram, riņķveida strāvas vads (tāpat īsa spole bez dzelzs apvalka) vai arī īsa spole dzelzs apvalkā ar gredzenveida spraugu tajā (16.28. att. *d, e*). Tās ir *magnētiskās lēcas*. Šādas lēcas izmanto televizoru kateskopos, elektronmikroskopos u. c.

G. Elektronstaru lampa. Elektronstaru lampā ir trīs pamatmezgli, kas ievietoti stikla balonā (16.29. att. *a*), kurā ir vakuums. Tie ir

1) elektronu prožektors («lielgabals») elektronstaru kūļa iegūšanai un fokusēšanai, 2) elektronstaru kūļa nolieces sistēma un 3) ekrāns elektronstaru kūļa novērošanai.

Elektronu prožektors sastāv no kvēldiega 1, katoda 2, modulatora 3, kā arī no pirmā un otrā anoda 4 un 5. Kvēldiegs sakarsē cilindrisko katodu, kura pamata virsma pārklāta ar materiālu, kam mazs izejdarbs, un tas kļūst par elektronu avotu. Modulators, kam pielikts dažus desmitus voltu liels regulējams, attiecībā pret katodu negatīvs potenciāls, rada iespēju mainīt elektronstaru kūļa intensitāti. Anodiem pielikts attiecībā pret katodu pozitīvs potenciāls (φ_4 — no dažiem desmitiem voltiem līdz 1 kV; φ_5 — no 1 kV līdz dažiem kilovoltiem). Lauki starp modulatoru un pirmo anodu, kā arī starp abiem anodiem ne vien paātrina elektronus, bet darbojas arī kā lēcas un fokusē elektronus vienā punktā uz ekrāna. Fokusa attālumu regulē, mainot pirmā anoda potenciālu φ_4 .

Elektronstara vadīšanai izmanto vai nu elektrostātisku, vai arī magnētisku lauku. 16.29. attēlā parādīta *elektrostātiskā nolieces sistēma*, kas sastāv no diviem plakanparalēlu plašu pāriem X un Y. Ar šo sistēmu elektronstaru var novirzīt divos savstarpēji perpendikulāros virzienos. Šādu novirzes sistēmu izmanto elektronstaru oscilogrāfos. Ja X platēm pieliek periodisku zāģveida spriegumu U_x (16.29. att. b), tad viena perioda T_x laikā elektronstars pārvietojas no vienas ekrāna malas uz otru, pēc tam momentāni atgriežas izejas punktā un sāk kustību no jauna. Ja tajā pašā laikā Y platēm pielikts laikā periodiski mainīgs spriegums $U_y = f(t)$, kura periods $T_y = T_x/n$, kur $n = 1, 2, 3, \dots$ ir vesels skaitlis, tad elektronstars uz ekrāna zīmē funkcijas $U_y = f(t)$ grafiku n periodiem.



16.29. att.

Televizora *kineskops* ir elektronstaru lampa ar magnētisku nolieces sistēmu: divas savstarpēji perpendikulāri izvietotas spoļu sistēmas rada katra savu elektronstaram perpendikulāru magnētisko lauku. Attiecīgi mainot strāvas stiprumu spolēs, var panākt, ka elektronstars virzās pēc kārtas pa visām 625 rindām no ekrāna vienas malas līdz otrai, pārklājot visu ekrānu 25 reizes sekundē.

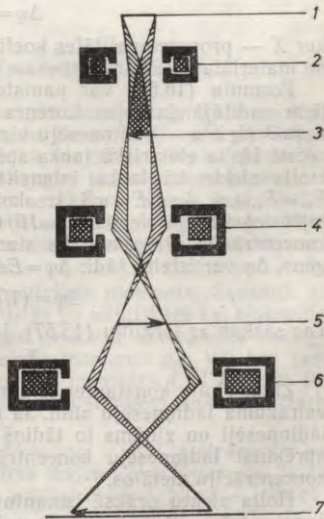
Ekrānu veido luminiscējošas vielas (vilemīta, kalcija volframāta, cinka sulfīda vai citas vielas) slānis, kas uzklāts lampas balona priekšdaļas iekšējai virsmai. Tādēļ elektronstara krišanas vietā ekrāns spīd. Lietojot atbilstošus luminoforus, var iegūt krāsainu attēlu.

H. Elektronmikroskops. Elektronmikroskops ir līdzīgs optiskajam mikroskopam, tikai tajā gaismas staru vietā izmanto elektronstarus, kuru fokusē visbiežāk ar magnētiskām lēcām. Magnētiskā caurstarošanas elektronmikroskopa shēma parādīta 16.30. attēlā. Šeit 1 ir elektronu avots, 2 — kondensorlēca, 3 — pētāmais objekts, 4 — objektīvs, 5 — starpattēls, 6 — projekcijas objektīvs, 7 — ekrāns vai fotoplate, uz kuras veidojas īsts attēls. Dažreiz aiz starpattēla pirms projekcijas lēcas ir vēl viena t. s. starplēca, un tikai tās veidoto attēlu palielina projekcijas lēca.

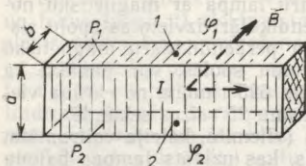
Elektronstaru kūlim, kas paātrināts, izmantojot 50 kV potenciālu diferenci $\Delta\phi$ (mūsdienu elektronmikroskopos $\Delta\phi$ sasniedz pat 100 kV), atbilst viļņa garums (sk. 31.1. §) $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-12}$ m, kas 10^5 reižu mazāks nekā redzamās gaismas viļņa garums. Tādēļ teorētiski elektronmikroskopa izšķiršanas spējai (sk. 26.5. §) vajadzētu būt 10^5 reižu lielākai nekā optiskā mikroskopa izšķiršanas spējai. Istenībā magnētisko lēcu nepilnības dēļ reālais ieguvums ir mazāks. Optiskajos mikroskopos starp diviem izšķiramiem punktiem mazākais attālums $\epsilon_m = 0,2 \mu\text{m}$ un lietderīgais palielinājums 1000... 2000, bet elektronmikroskopos $\epsilon_m = 0,2$ nm un lietderīgais palielinājums aptuveni 10^6 . Tādēļ elektronmikroskopā iespējams izšķirt atsevišķas lielākās molekulas un smago elementu atomus.

16.7.6. Holla efekts.

A. Efekta atklāšana un tā būtība. Amerikāņu fiziķis *E. Holls* (1855—1938) studiju laikā 1879. gadā eksperimentāli atklāja, ka vadītājā, pa kuru plūst strāva (16.31. att.), ja tas atrodas strāvai



16.30. att.



16.31. att.

sauc par *galvanomagnētisko efektu* jeb *Holla efektu*. Brīvos lādiņnesējus, kuri rada strāvu I , magnētiskais lauks (Lorenca spēks) novirza uz plaknes P_1 pusi. Tādēļ metālos un n tipa pusvadītājos (negatīvi lādiņnesēji) potenciāls $\varphi_1 < \varphi_2$, bet p tipa pusvadītājos (pozitīvi lādiņnesēji) potenciāls $\varphi_1 > \varphi_2$. Ja strāvu I vienādā mērā rada gan negatīvi, gan pozitīvi lādiņnesēji, Holla efekts nav novērojams.

B. Holla formula un efekta izmantošanas piemēri. Eksperimentāli noskaidrots, ka *Holla potenciālu diference* $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ ir *proporcionāla strāvai I , magnētiskā lauka indukcijai B un apgriezti proporcionāla vadītāja lineārajam izmēram b magnētiskā lauka virzienā*, t. i.,

$$\Delta\varphi = XIB/b, \quad (16.57)$$

kur X — proporcionalitātes koeficients *Holla konstante*, kas atkarīga no materiāla īpašībām.

Formulu (16.57) var pamatot teorētiski. Uz brīviem lādiņnesējiem vadītājā darbojas Lorenca spēks (16.45), kura modulis $F_m = quB$ (šeit u — lādiņnesēju virzītās kustības ātrums), un tam pretī vērsti Holla elektriskā lauka spēks, kura modulis $F_e = qE$ (šeit E — Holla elektriskā lauka intensitāte). Process kļūst stacionārs, kad $F_m = F_e$, t. i., kad $E = uB$. Izsakot u no sakarības $I = qnabu$ un ievieojot iepriekšējā, iegūst $E = IB/(q nab)$, kur n — brīvo lādiņnesēju koncentrācija. Pieņemot, ka starp punktiem 1 un 2 lauks ir homogēns, $\Delta\varphi$ var izteikt šādi: $\Delta\varphi = Ea$. Tādēļ

$$\Delta\varphi = (1/qn) (IB/b). \quad (16.58)$$

Tas saskan ar formulu (15.57), ja

$$X = 1/(qn). \quad (16.59)$$

Zinot Holla konstantes X zīmi, var noteikt materiālā esošo brīvo vairākuma lādiņnesēju zīmi. Ja materiālā ir tikai viena veida brīvie lādiņnesēji un zināms to lādiņš q , izmantojot formulu (16.59), var aprēķināt lādiņnesēju koncentrāciju n , piemēram, brīvo elektronu koncentrāciju metālos.

Holla efektu praksē izmanto magnētiskā lauka indukcijas mērīšanai, strāvas jaudas mērīšanai (vatmetros), līdzstrāvu reizināšanai analogajos skaitļotājos, kā arī dažādos pārveidotājos un mērāparātos.

VIELAS MAGNĒTISKĀS ĪPAŠĪBAS

17.1. MAGNĒTIĶU TIPI

Kustībā esošu elektrisko lādiņu un elektrisko strāvu magnētisko mijiedarbību un magnētiskos laukus ap tiem ietekmē viela, kas aizpilda telpu, kurā pastāv magnētiskais lauks. Magnētiskā lauka un vielas mijiedarbība dažādām vielām ir atšķirīga. Tas nozīmē, ka vielām piemīt noteiktas magnētiskās īpašības. Tādēļ no šāda viedokļa vielas sauc par *magnētīķiem*. Vielas ietekmi uz magnētisko lauku raksturo tās magnētiskā caurlaidība μ , kas rāda, cik reižu lauka indukcija B homogēnā vielā, kura aizpilda visu lauka aizņemto telpu, atšķiras no lauka indukcijas vakuumā B_{vak} . Tātad $\mu = B/B_{\text{vak}}$.

Atkarībā no magnētiskās caurlaidības μ pastāv trīs magnētīķu pamattipi: *diamagnētīķi* ($\mu < 1$; $|\mu - 1|$ ir ar kārtu $10^{-6} \dots 10^{-4}$), *paramagnētīķi* ($\mu > 1$; $(\mu - 1)$ ir ar kārtu $10^{-5} \dots 10^{-4}$) un *feromagnētīķi* ($\mu \gg 1$, μ sasniedz vērtības ar kārtu $10^2 \dots 10^5$, feromagnētīķu magnētiskā caurlaidība μ atkarīga arī no magnētiskā lauka intensitātes).

Magnētīķu atšķirīgās īpašības nosaka to uzbūves īpatnības. Tās analizējot, konstatētas arī citas magnētīķu grupas, piemēram, *antiferomagnētīķi* un *ferimagnētīķi*.

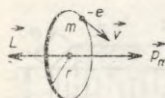
17.2. ELEKTRONU UN ATOMU MAGNĒTISKIE MOMENTI

A. Ampēra doma par mikrostrāvu eksistenci magnētīķos apstiprinājās, kad tika noskaidrots, ka atomos elektroni atrodas pastāvīgā kustībā pa noslēgtām orbītām. Dziļāka magnētīķu izpēte parādīja, ka vielas magnētiskās īpašības nosaka gan tās atomu *elektronu orbitālie magnētiskie momenti*, gan arī *elektronu spinu magnētiskie momenti*, kuri piemīt elektroniem neatkarīgi no orbitālās kustības atomos. Kopējo *atoma magnētisko momentu* veido tā elektronu orbitālie un spina magnētiskie momenti.

17.2.1. Elektrona orbitālais magnētiskais moments. Saskaņā ar Bora teoriju elektrons atomā kustas pa eliptiskām vai riņķveida orbītām. Elektrona kustība pa noslēgtu orbītu ir ekvivalenta noslēgtai strāvai I , kurai atbilst magnētiskais moments p_m . Vēl bez tam elektronam piemīt arī orbitālais impulsa moments L . Izteiksim p_m un L riņķveida orbītas gadījumā un noskaidrosim sakarību starp tiem.

Elektrona kustībai pa orbītu ar frekvenci ν atbilst strāva $I = e\nu$, kur $e\nu$ — lādiņš, kas iziet caur orbītas ikvienu šķērsriezumu laika vienībā. Tā kā $p_m = IS$ un riņķveida orbītai $S = \pi r^2$, kur r — tās rādiuss (17.1. att.), tad

$$p_m = e\nu\pi r^2. \quad (17.1)$$



17.1. att.

Aizvietojot v ar $v/(2\pi r)$, iegūst

$$p_m = (1/2) e v r. \quad (17.2)$$

Sajā kustībā elektrona orbitālais impulsa moments

$$L = m v r. \quad (17.3)$$

Kā redzams, attiecība p_m/L nav atkarīga no orbītas rādiusa

$$p_m/L = (1/2) (e/m). \quad (17.4)$$

Šo attiecību sauc par *elektrona orbitālo žiromagnētisko (magnētme-hānisko) attiecību*. Vektori \vec{p}_m un \vec{L} ir pretēji vērsti (17.1. att.), tādēļ

$$\vec{p}_m = - (1/2) (e/m) \vec{L}. \quad (17.5)$$

Sakarības (17.4.) un (17.5) ir spēkā visos elektrona orbitālās kustības gadījumos.

Kvantu mehānikā (32.2.2. nodaļums) noskaidrots, ka

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (17.6)$$

šeit $\hbar = h/2\pi$, kur $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J·s — *Planka konstante* (arī lielumu $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ J·s dažreiz sauc par Planka konstanti), bet l — *elektrona orbitālais kvantu skaitlis*, kurš var pieņemt vērtības $l=0; 1; 2; \dots; n-1$, ja n — *galvenais kvantu skaitlis*. No sakarībām (17.5) un (17.6) izriet, ka

$$p_m = (1/2) (e\hbar/m) \sqrt{l(l+1)}. \quad (17.7)$$

Konstanto lielumu

$$1/2 (e\hbar/m) = p_{mB}, \quad (17.8)$$

kuram ir magnētiskā momenta dimensija, sauc par *Bora magnetonu*. Tā vērtība $p_{mB} = 0,927 \cdot 10^{-23}$ J/T.

Saskaņā ar kvantu mehānikas likumiem iespējamas tikai noteiktas elektrona orbitālā magnētiskā momenta \vec{p}_m un impulsa momenta \vec{L} orientācijas attiecībā pret ārējo magnētisko lauku. Ja Z asi vērš lauka virzienā, tad vektora \vec{L} projekcija uz tās

$$L_z = \hbar m_l, \quad (17.9)$$

kur $m_l = 0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm l$ — *orbitālais magnētiskais kvantu skaitlis*. Tā iespējamais vērtību skaits $(2l+1)$ izsaka dažādu iespējamo impulsa momenta (tāpat arī magnētiskā momenta) orientāciju skaitu ārējā magnētiskajā laukā. Formula (17.9) parāda, ka \hbar ir dabiska impulsa momenta vienība (tāpat kā e ir dabiska elektriskā lādiņa vienība).

No sakarībām (17.5), (17.9) un (17.8) izriet, ka

$$p_{mz} = (1/2) (e/m) \hbar m_l = p_{mB} m_l. \quad (17.10)$$

Tas liecina, ka Bora magnetons ir dabiska magnētiskā momenta vienība.

17.2.2. Elektronu spina magnētiskais moments. 1925. gadā amerikāņu fiziķi Dž. Ulenbeks un S. Gaudsmits izvirzīja hipotēzi, ka elektronam bez orbitālā impulsa momenta un magnētiskā momenta ir vēl savs no orbitālās kustības neatkarīgs *impulsa moments* jeb spins \vec{L}_s un *spina magnētiskais moments* \vec{p}_{ms} . Pamatojoties uz šo hipotēzi, varēja izskaidrot daudzas parādības. Vēlāk hipotēze arī apstiprinājās. Saskaņā ar kvantu mehāniku elektrona spins

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (17.11)$$

kur $s=1/2$ — *spina kvantu skaitlis*, bet spina projekcija uz ārējā magnētiskā lauka virzienu

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad (17.12)$$

kur $m_s = \pm 1/2$ — *spina magnētiskais kvantu skaitlis*. Eksperimentāli noskaidrots, ka spina magnētiskā momenta projekcija uz ārējā magnētiskā lauka virzienu

$$p_{msz} = (1/2) (e/m) \hbar. \quad (17.13)$$

Tādēļ *elektrona spina žiromagnētiskā attiecība*

$$p_{msz}/L_{sz} = e/m, \quad (17.14)$$

no kurienes izriet, ka spina magnētiskais moments

$$\vec{p}_{ms} = - (e/m) \vec{L}_s. \quad (17.15)$$

17.2.3. Atoma magnētiskais moments. Ja elektronu skaits atomā ir Z , tad kopējais *atoma impulsa moments*

$$\vec{L}_{at} = \sum_z \vec{L} + \sum_z \vec{L}_s \quad (17.16)$$

un kopējais *atoma magnētiskais moments*

$$\vec{p}_{mat} = \sum_z \vec{p}_m + \sum_z \vec{p}_{ms}. \quad (17.17)$$

Arī \vec{p}_{mat} un \vec{L}_{at} ir proporcionāli, t. i.,

$$\vec{p}_{mat} = -g(1/2) (e/m) \vec{L}_{at}, \quad (17.18)$$

kur g — *Landē faktors*, kas var mainīties robežās no $g=1$, kad $\sum_z \vec{L}_s = 0$ un $\sum_z \vec{p}_{ms} = 0$, līdz $g=2$, kad $\sum_z \vec{L} = 0$ un $\sum_z \vec{p}_m = 0$.

Magnētiskie momenti piemīt arī protoniem un neitroniem (sk. 35.1.5. nodaļumu) un no tiem veidotajiem kodoliem, tomēr tie ir daudz mazāki un kopējo atoma magnētisko momentu ietekmē ļoti maz.

17.2.4. Magnētiski mehāniskais efekts un Einšteina—de Hāza eksperiments. Apgrīztais efekts un Bārneta eksperiments.

A. Kā zināms (sk. 16.2.1. nodaļumu), magnētiskais lauks orientē brīva strāvas kontūra magnētisko momentu lauka virzienā. Tāpat magnētiskais lauks cenšas orientēt arī atomu magnētiskos momentus un reizē arī atomu impulsa momentus. Saskaņā ar impulsa momenta nezūdamības likumu noslēgtai sistēmai vienlaikus ar atomu impulsa momenta maiņu jāmainās arī parauga impulsa momentam pretējā virzienā, t. i., paraugam jāpagriežas ap asi, kas paralēla magnētiskā lauka virzienam. Šo parādību sauc par *magnētiski mehānisko efektu*. Eksperimentāli to 1915. gadā konstatēja A. Einšteins un V. de Hāzs.

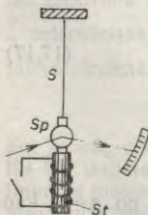
Eksperimenta shēma parādīta 17.2. attēlā. Dzelzs stienītis *St* iekārts ļoti tievā elastīgā stieplē *S*, kas var savērtties. Ar stienīti nekustīgi saistīts spogulis *Sp*, no kura atstarotais gaismas stars dod iespēju noteikt pagrieziena leņķi. Stienīti brīvi aptver solenoīds. Laižot tajā strāvu, tiek radīts magnētiskais lauks un stienītis pagriežas. Vienreiz ieslēdzot strāvu, pagrieziena leņķis ir mazs. Novirzi var palielināt, izmantojot rezonansi (sk. 20.8.3. nodaļumu), kas iestājas, ja solenoīdā laiž mainīgu strāvu, kuras frekvence ir tuva stienīša pašsvārstību frekvencei.

Eksperimentā var noteikt stienīša magnētisko momentu un impulsa momentu, kā arī to attiecību. Izrādās, ka šo momentu attiecība ir $-e/m$.

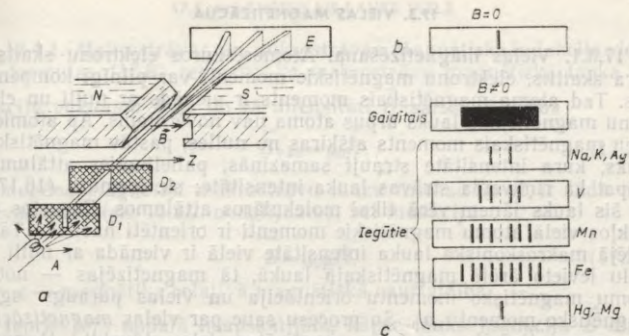
B. Brīvs žiroskops, atrazdamies rotējošā sistēmā, nostājas tā, lai žiroskopa impulsa moments būtu vērsts sistēmas impulsa momenta virzienā (sk. 3.6. §). Arī atomu, kuram piemīt impulsa moments, var uzskatīt par žiroskopu. Tādēļ, ja iegriež stienīti, atomu impulsa momentiem un arī magnētiskajiem momentiem jānostājas paralēli griešanās asij, t. i., stienītim jāiegūst magnētiskais moments. Šo efektu, kas ir pretējs magnētiski mehāniskajam efektam, sauc par *mehāniski magnētisko efektu*. Eksperimentāli to novēroja 1915. gadā amerikāņu fiziķis S. Bārnets (1873—1956).

Stienīša iegūtā magnētiskā momenta virziens ir pretējs impulsa momenta virzienam. Tas apstiprina priekšstatu, ka parauga magnētisko momentu nosaka negatīvi lādētu daļiņu (elektronu) magnētisko momentu orientācija.

17.2.5. Atomu magnētisko momentu eksperimentāla noteikšana. Šterna—Gerlaha eksperiments. Eksperimentāli atomu magnētisko momentu 1922. gadā pirmie noteica vācu fiziķi O. Šterns (1888—1969) un V. Gerlachs (1889—1979), novērojot atomkūļa nolieci nehomogēnā



17.2. att.



17.3. att.

magnētiskajā laukā (17.3. att. a). Vakuumā no avota A tiek iztvaicēti pētāmā elementa atomi. Izejot caur spraugām diafragmās D_1 un D_2 , tie veido plakanu atomstaru kūlīti, kas taisnā virzienā sasniedz ekrānu E, ja magnētiskais lauks nav ieslēgts ($B=0$). Atomiem nosēzoties uz ekrāna, veidojas svitriņa (17.3. att. b). Ieslēdzot elektromagnētū, starp tā īpaša profila polkorpēm N un S rodas ļoti nehomogēns magnētiskais lauks ar gradientu $\partial B/\partial z$ atomkūļa plaknei perpendikulārā virzienā. Šādā laukā uz atomu, kam piemīt magnētiskais moments \vec{p}_m , saskaņā ar formulu (16.43) koordinātu Z ass virzienā darbojas spēks

$$F_z = \rho_m (\partial B / \partial z) \cos \alpha, \quad (17.19)$$

kur α — leņķis starp vektoriem \vec{p}_m un \vec{B} . Tā kā atomu magnētisko momentu sākotnējā orientācija ir haotiska, tad eksperimentatori domāja, ka, atomiem novirzoties no sākotnējā virziena, uz ekrāna izveidosies nepārtraukta nosēdumu josla (17.3. att. c). Patiesībā uz ekrāna izveidojas atsevišķas līnijas, kas izvietotas simetriski attiecībā pret centrālo (bez magnētiskā lauka iegūto) līniju. Līniju skaits dažādiem elementiem ir dažāds.

Iegūtie rezultāti rāda, ka magnētiskajā laukā iespējamas tikai atsevišķas (diskrētas) atomu magnētisko momentu orientācijas, t. i., atoma magnētiskā momenta projekcija uz ārējā lauka virziena ir kvantēts lielums. Tas atbilst kvantu mehānikas secinājumiem. Atoma magnētiskā momenta maksimālās projekcijas dažādiem atomiem ir atšķirīgas. Piemēram, nātrija un ūdeņraža atomiem $9,27 \cdot 10^{-24}$ J/T, vanādijs atomiem $5,56 \cdot 10^{-24}$ J/T, bet dzelzs un hroma atomiem $55,64 \cdot 10^{-24}$ J/T. Atsevišķos gadījumos (Hg, Mg) atomkūlis nesašķeļas un nenoliecas. Tas liecina, ka šiem atomiem magnētiskā momenta nav.

17.3.1. Vielas magnetizēšana. Atomos, kuros elektronu skaits ir pāra skaitlis, elektronu magnētiskie momenti var pilnīgi kompensēties. Tad atoma magnētiskais moments ir vienāds ar nulli un elektronu magnētiskais lauks ārpus atoma nav novērojams. Ap atomiem, kuru magnētiskais moments atšķiras no nulles, pastāv magnētiskais lauks, kura intensitāte strauji samazinās, palielinoties attālumam (tāpat kā riņķveida strāvas lauka intensitāte; sk. formulu (16.17)), un šis lauks jāņem vērā tikai molekulāros attālumos. Parastos apstākļos vielā atomu magnētiskie momenti ir orientēti haotiski. Tadējā vidējā makroskopiskā lauka intensitāte vielā ir vienāda ar nulli. Ja vielu ievieto ārējā magnētiskajā laukā, tā magnetizējas — notiek atomu magnētisko momentu orientācija un vielas paraugs iegūst magnētisko momentu p_m . Šo procesu sauc par vielas *magnetizāciju*. (Par magnetizāciju sauc arī magnetizētas vielas stāvokli.) Magnetizēta parauga magnētiskais moments ir visu tilpumā V ietvertu atomu magnētisko momentu vektorāla summa, t. i.,

$$\vec{p}_{mV} = \sum_V \vec{p}_{mat.} \quad (17.20)$$

17.3.2. Magnetizētība (magnetizācijas vektors). Vielas magnetizācijas pakāpi kvantitatīvi var raksturot ar lielumu, ko sauc par magnetizētību (jeb magnetizācijas vektoru). *Magnetizētība rāda, cik liels ir katras tilpuma vienības magnētiskais moments.* Magnetizētība, tāpat kā magnētiskais moments, ir vektors, un to apzīmē ar \vec{J} . Ja visās tilpuma V daļās magnetizācijas pakāpe ir vienāda, tad magnetizētība

$$\vec{J} = \vec{p}_m / V. \quad (17.21)$$

Turpretī, ja magnetizācija ir nevienmērīga, tad magnetizētību raksturo lokāli, t. i., katrā «punktā» atsevišķi:

$$\vec{J} = d\vec{p}_m / dV. \quad (17.22)$$

Seit $d\vec{p}_m$ ir fizikāli bezgalīgi maza ap apskatāmo punktu ņemta tilpuma dV (fizikālā punkta) magnētiskais moments.

Tā kā $[p_m] = 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$ un $[V] = 1 \text{ m}^3$, tad $[J] = 1 \text{ A/m}$, t. i., magnetizētības vienība ir tāda pati kā magnētiskā lauka intensitātes vienība ($[H] = 1 \text{ A/m}$).

Izotropā magnētiķā magnetizētība ir proporcionāla makrostrāvu magnētiskā lauka intensitātei, t. i.,

$$\vec{J} = \kappa_m \vec{H}, \quad (17.23)$$

kur koeficients κ_m — *magnētiskā uzņēmība* ir bezdimensionāls lielums, kas raksturo magnētiķi.

17.4. MAGNĒTISKAIS LAUKS VIELĀ

17.4.1. Makrostrāvas un mikrostrāvas. Magnētiskā indukcija vielā. No formulas (16.8) redzams, ka makrostrāvu magnētiskā lauka indukciju vakuumā \vec{B}_{vak} un tā intensitāti \vec{H} saista sakarība

$$\vec{B}_{\text{vak}} = \mu_0 \vec{H}. \quad (17.24)$$

Homogēnā magnētiķī makrostrāvu lauka intensitāte \vec{H} ir tāda pati kā vakuumā (sk. 16.2.2. nodaļījumu), bet indukcija

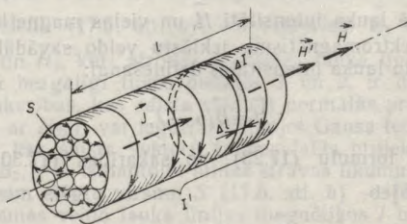
$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (17.25)$$

kur μ — magnētiķa relatīvā magnētiskā caurlaidība.

Iepriekšējā nodaļā neapskatījām, kāpēc lauka indukcija \vec{B} magnētiķī atšķiras no \vec{B}_{vak} . Tagad, pamatojoties uz priekšstatu par mikrostrāvu eksistenci magnētiķos un to orientāciju makrostrāvu laukā, var teikt, ka norādītās atšķirības fizikālais cēlonis ir magnētiķa magnetizācija.

Tā kā magnetizācijas pakāpi raksturo magnetizētība \vec{J} , tad jāpastāv sakarībai starp \vec{B} , \vec{B}_{vak} un \vec{J} , resp., starp \vec{B} , \vec{H} un \vec{J} . Tāpat vielas magnētisko īpašību raksturošanai lieto divus lielumus — relatīvo magnētisko caurlaidību μ un magnētisko uzņēmību χ_m . Arī tiem jābūt saistītiem. Noskaidrosim, kādas ir šīs sakarības.

17.4.2. Sakarība starp magnētiskā lauka indukciju, intensitāti un vielas magnetizētību, kā arī starp relatīvo magnētisko caurlaidību un magnētisko uzņēmību. Lielumi \vec{B} , \vec{H} un \vec{J} ir lokāli — tie raksturo lauku vai magnētiķi dotajā punktā. Sī iemesla dēļ sakarībai starp tiem jābūt neatkarīgai no tā, vai lauks sarežģīts vai vienkāršs. Tādēļ aplūkosim vienkāršāko situāciju. Pieņemsim, ka homogēns, izotropisks magnētiķis, kuram ir gara cilindra forma, novietots homogēnā makrostrāvu laukā. Lauka intensitāte \vec{H} . Cilindra ass ir paralēla lauka virzienam (17.4. att.), cilindra garums l un šķērsriezuma laukums S . Tādā gadījumā viss paraugs magnetizējas vienmērīgi, tā



17.4. att.

magnetizētība \vec{J} un mikrostrāvu radītā papildu magnētiskā lauka intensitāte \vec{H}' ir konstanti lielumi. Tādēļ magnētiskā lauka indukciju paraugā var izteikt šādi:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{H}'). \quad (17.26)$$

Noskaidrosim, kāda ir sakarība starp \vec{H}' un \vec{J} . Abi šie lielumi ir saistīti ar mikrostrāvām. Vada šķērsgriezumā mikrostrāvas orientētas tā, ka visos cilindra virsmai pieguļošajos strāvas elementos strāva plūst vienā virzienā, bet magnētiķa iekšienē blakus strāvu pieguļošajos elementos strāvu virzieni ir pretēji un to magnētiskie lauki kompensējas. Var uzskatīt, ka lauka intensitāti H' rada strāva I' , kas plūst apkārt cilindram pa tā sānu virsmu. Šāda strāva ir analoga strāvai IN , kas plūst solenoīda N vijumos, ja posma garums l . Tas nozīmē, ka H' var izteikt, izmantojot solenoīda formulu (16.28), ja $In = IN/l$ vietā liek I'/l . Tātad

$$H' = I'/l. \quad (17.27)$$

Ar to pašu strāvu I' var izteikt arī parauga magnetizētību J . Sadaļīsim cilindru plānos diskos, kuru augstums Δl . Pa diska sānu virsmu plūst strāva $\Delta I' = I'(\Delta l/l)$. Saskaņā ar formulu (16.6) tās magnētiskais moments $\Delta p_m = \Delta I' S = I'(\Delta l/l) S$. Visa parauga magnētiskais moments $p_m = \sum \Delta p_m = \sum (I' S/l) \Delta l = (I' S/l) \sum \Delta l = I' S$, jo $\sum \Delta l = l$. Tā kā $J = p_m/V$ (sk. formulu (17.21)), kur $V = Sl$, tad

$$J = I'/l. \quad (17.28)$$

Tātad $H' = J$. Tā kā vektoriem \vec{H}' un \vec{J} ir vienādi virzieni, tad var rakstīt

$$\vec{H}' = \vec{J}. \quad (17.29)$$

Tagad sakarību (17.26) var pārrakstīt šādi:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}. \quad (17.30)$$

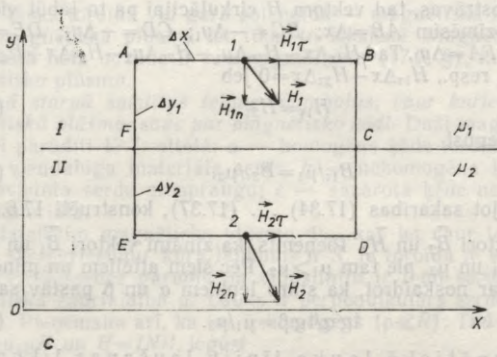
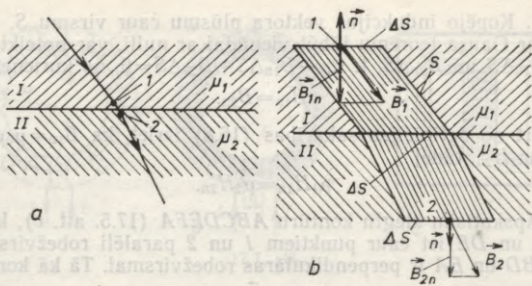
Šī sakarība saista magnētiskā lauka indukciju \vec{B} magnētiķī ar makrostrāvu radītā lauka intensitāti \vec{H} un vielas magnetizētību \vec{J} .

Dažreiz elektromagnētisma izklāstu veido savādāk un formulu (17.30) izmanto lauka intensitātes definēšanai:

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu_0 - \vec{J}. \quad (17.31)$$

Izmantojot formulu (17.23), no sakarības (17.30) iegūst $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \kappa_m \vec{H}$ jeb

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \kappa_m) \vec{H}. \quad (17.32)$$



17.5. att.

Salīdzinot sakarības (17.25) un (17.32), var secināt, ka

$$\mu = 1 + \kappa_m. \quad (17.33)$$

17.4.3. Magnētiskais lauks uz robežvirsmas starp diviem magnētiķiem. Pieņemsim, ka magnētiskā lauka līnijas, šķērsojot robežvirsmu starp magnētiķiem I un II , kuru magnētiskās caurlaidības ir μ_1 un μ_2 , maina virzienu (17.5. att. a), bet vektoriem \vec{B}_1 un \vec{B}_2 , kā arī vektoriem \vec{H}_1 un \vec{H}_2 , kuri atrodas uz vienas lauka līnijas abpus robežvirsmai tai bezgalīgi tuvos punktos 1 un 2, ir dažādi moduļi. Izrādās, ka sakarības, kas saista vektoru normālās projekcijas (B_{1n} ar B_{2n} un H_{1n} ar H_{2n}), var iegūt, izmantojot Gausa teorēmu (16.36), bet sakarības, kas saista vektoru tangenciālās projekcijas ($H_{1\tau}$ ar $H_{2\tau}$ un $B_{1\tau}$ ar $B_{2\tau}$), — izmantojot pilnās strāvas likumu (16.24).

A. Apskatīsim slēgtu virsmu S (17.5. att. b) — lauztu cilindru, kura sānu virsmas veido lauka līnijas magnētiķos I un II . Cilindra pamati, kuru laukums ΔS , iet caur punktiem 1 un 2 paralēli robež-

virsmi. Kopējo indukcijas vektora plūsmu caur virsmu S , kam saskaņā ar Gausa teorēmu jābūt vienādei ar nulli, var noteikt, saskaitot $-B_{1n}\Delta S$ un $B_{2n}\Delta S$, t. i., $-B_{1n}\Delta S + B_{2n}\Delta S = 0$, no kurienes

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (17.34)$$

Savukārt no definīcijas sakarības (16.8) izriet, ka $B_{1n} = \mu_0 \mu_1 H_{1n}$ un $B_{2n} = \mu_0 \mu_2 H_{2n}$, tādēļ

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}. \quad (17.35)$$

B. Apskatīsim slēgtu kontūru $ABCDEF$ (17.5. att. c), kura malas AB un DE iet caur punktiem 1 un 2 paralēli robežvirsmi, bet malas BD un EA ir perpendikulāras robežvirsmi. Tā kā kontūrs neaptver makrostrāvas, tad vektora \vec{H} cirkulācijai pa to jābūt vienādei ar nulli. Apzīmēsim $AB = \Delta x$; $BC = -\Delta y_1$; $CD = -\Delta y_2$; $DE = -\Delta x$; $EF = \Delta y_2$ un $FA = \Delta y_1$. Tad $H_{1\tau}\Delta x - H_{1n}\Delta y_1 - H_{2n}\Delta y_2 - H_{2\tau}\Delta x + H_{2n}\Delta y_2 + H_{1n}\Delta y_1 = 0$, resp., $H_{1\tau}\Delta x - H_{2\tau}\Delta x = 0$ jeb

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (17.36)$$

No šejienes iegūst

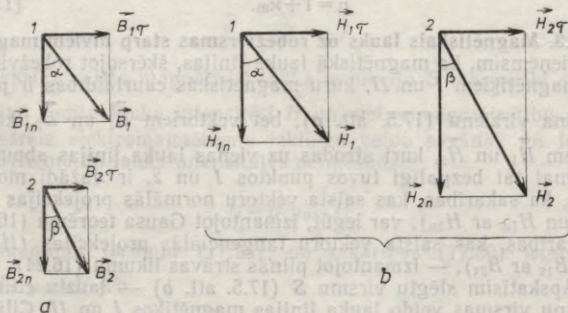
$$B_{1\tau}/\mu_1 = B_{2\tau}/\mu_2. \quad (17.37)$$

C. Ievērojot sakarības (17.34) ... (17.37), konstruēti 17.6. attēlā parādītie vektori \vec{B}_2 un \vec{H}_2 . Pieņemts, ka zināmi vektori \vec{B}_1 un \vec{H}_1 , kā arī lielumi μ_1 un μ_2 , pie tam $\mu_1 > \mu_2$. Pēc šiem attēliem un minētajām sakarībām var noskaidrot, ka starp leņķiem α un β pastāv sakarība

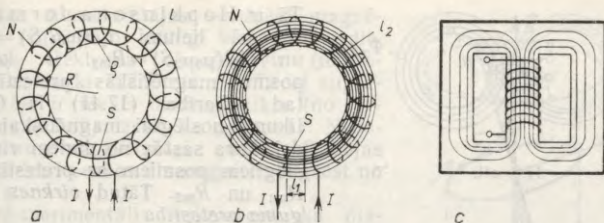
$$\operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta = \mu_1 / \mu_2. \quad (17.38)$$

Tas ir magnētiskā lauka līniju laušanas likums, ja līnijas iet no viena magnētiķa otrā.

17.4.4. Magnētiskās ķēdes. Zināmos gadījumos magnētisko lauku var lokalizēt ierobežotā telpas apgabalā. Tāds ir, piemēram, magnē-



17.6. att.



17.7. att.

tiskais lauks toroidā vai garā solenoidā — magnētiskā lauka līnijas, resp., magnētiskā plūsma iet tikai to iekšienē. Magnētisko plūsmu formēšanā liela nozīme ir feromagnētiķiem (17.7. §), kuri labi vada magnētisko plūsmu.

Savā starpā saistītas telpas apgabali, caur kuriem secīgi iet magnētiskā plūsma, sauc par magnētisko ķēdi. Daži magnētisko ķēžu piemēri parādīti 17.7. attēlā: *a* — homogēna ķēde toroidā bez serdes vai ar viendabīga materiāla serdi; *b* — nehomogēna ķēde toroidā, kurā ievietota serde ar spraugu; *c* — sazarota ķēde no feromagnētiska materiāla.

A. Izteiksim magnētisko plūsmu Φ_m , kas iet caur toroīda (17.7. att. *a*) šķērs griezumam, kura laukums ir S , ja toroīda N vijumos plūst strāva I , tā serdes garums pa viduslīniju ir l un serdes materiāla magnētiskā caurlaidība μ . Lauks ir perpendikulārs serdes šķērs griezumam. Pieņemsim arī, ka tas ir homogēns ($\rho \ll R$). Tad $\Phi_m = BS$. Tā kā $B = \mu_0 \mu H$ un $H = IN/l$, iegūst

$$\Phi_m = \mu_0 \mu (IN/l) S. \quad (17.39)$$

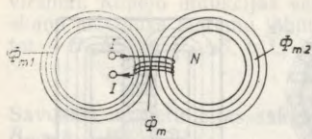
Seit $IN = \mathcal{E}_m$ ir magnetodzinējspēks (MDS) toroīdā (sk. formulas (16.25) un (16.24)), lielums $l/(\mu_0 \mu S) = R_m$ ir ķēdes magnētiskā pretestība. Tādēļ formulu (17.39) var pārrakstīt īsāk:

$$\Phi_m = \mathcal{E}_m / R_m. \quad (17.40)$$

Tas ir Oma likums noslēgtai magnētiskai ķēdei.

B. Izteiksim magnētisko plūsmu Φ_m toroīdā (17.7. att. *b*), kurā ievietota serde (garums l_2 , šķērs griezuma laukums S) ar spraugu (platums l_1). Saskaņā ar pilnās strāvas likumu (16.24) var rakstīt $H_1 l_1 + H_2 l_2 = IN$, kur H_1 un H_2 — lauka intensitātes spraugā un serdē. Ja spraugas gali ir perpendikulāri laukam, tad $B_{1n} = B_1 = B_{2n} = B_2 = B$. Tas nozīmē, ka $H_1 = B/(\mu_0 \mu_1)$; $H_2 = B/(\mu_0 \mu_2)$. Ievietojot H_1 un H_2 vietā šīs izteiksmes un ievērojot, ka $B = \Phi_m/S$, iegūst $\Phi_m l_1 / (S \mu_0 \mu_1) + \Phi_m l_2 / (S \mu_0 \mu_2) = IN$, no kurienes

$$\Phi_m = \frac{IN}{\frac{l_1}{\mu_0 \mu_1 S} + \frac{l_2}{\mu_0 \mu_2 S}}. \quad (17.41)$$



17.8. att.

Tā ir Hopkinsona formula. Tā kā lielumi $l_1/(\mu_0\mu_1S) = R_{m1}$ un $l_2/(\mu_0\mu_2S) = R_{m2}$ ir ķēdes posmu magnētiskās pretestības, tad sakarība (17.41) ir Oma likums noslēgtai magnētiskai ķēdei, kura sastāv no diviem virknē slēgtiem posmiem ar pretestībām R_{m1} un R_{m2} . Tātad *virknēs slēguma pretestība*

$$R_m = R_{m1} + R_{m2}. \quad (17.42)$$

C. Apskatīsim *sazarotu magnētisko ķēdi* (17.8. att.). Ļoti īsajā nesazarotajā ķēdes daļā magnētiskā plūsma

$$\Phi_m = \Phi_{m1} + \Phi_{m2},$$

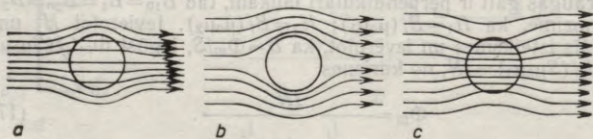
kur Φ_{m1} un Φ_{m2} — plūsmas atsevišķajos ķēdes zaros. (Tas ir Kirchofa pirmais likums magnētiskās ķēdes mezglam.) Saskaņā ar Oma likumu $\Phi_m = IN/R_m$; $\Phi_{m1} = IN/R_{m1}$; $\Phi_{m2} = IN/R_{m2}$, kur R_{m1} un R_{m2} — atsevišķo zaru magnētiskās pretestības, bet R_m — paralēlā slēguma magnētiskā pretestība. Tā kā $IN/R_m = IN/R_{m1} + IN/R_{m2}$, tad *paralēlslēgumam* derīga formula

$$1/R_m = 1/R_{m1} + 1/R_{m2}. \quad (17.43)$$

Lielumu $\Phi_m R_m = U_m$ sauc par *magnētisko spriegumu*. Izmantojot šo jēdzienu, var formulēt otro Kirchofa likumu noslēgtam magnētiskās ķēdes kontūram.

17.5. DIAMAGNĒTISMS

17.5.1. Diamagnētiķi. Diamagnētiķiem relatīvā magnētiskā caurlaidība $\mu < 1$ un magnētiskā uzņēmība $\chi_m < 0$. No šejienes izriet (sk. formulas (17.23) un (17.29)), ka diamagnētiķa magnetizētība \vec{J}_d un mikrostrāvu magnētiskā lauka intensitāte \vec{H}'_d ir vērsti ārējam laukam $\vec{H}(B)$ pretējā virzienā un tādēļ makrostrāvu radītais lauks diamagnētiķī pavājinās, magnētiskā lauka līnijas no diamagnētiķa tiek daļēji izspiestas laukā (17.9. att. a). Ipašā veidā diamagnētisms iz-



17.9. att.

paūzas supravadītājos — ārējo magnētisko lauku tajos pilnīgi kompensē vadītspējas elektronu virpuļstrāvu (mikrostrāvu) lauki (17.9. att. b). Tādēļ supravadītājs ir ideāls diamagnētiķis (no formulas (17.32) izriet, ka $\chi_m = -1$). Nehomogēnā magnētiskajā laukā darbojas spēki, kuri cenšas diamagnētiķi izgrūst no lauka.

Eksperimentāli noskaidrots, ka diamagnētiķi ir inertās gāzes (He, Ne, Ar, Kr, Xe), arī H_2 un N_2 , daudzi metāli (Mg, Bi, Hg, Zn, Cu, Ag, Au), daži pusvadītāji (Ge, Si), kā arī vairums ķīmisko savienojumu, to skaitā arī ūdens (H_2O) un lielākā daļa organisko savienojumu. Franču fiziķis P. Kīri (1859—1906) jau 1895. gadā eksperimentāli noskaidroja, ka diamagnētiķiem magnētiskā uzņēmība χ_m nav atkarīga no temperatūras.

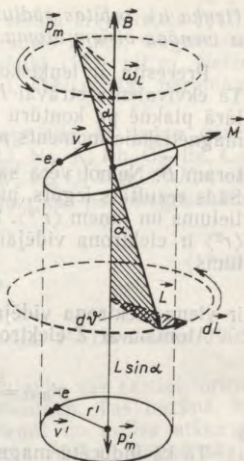
17.5.2. Diamagnētisma elementārā teorija. Šo teoriju izveidoja 1905. gadā franču fiziķis P. Lanževēns (1872—1946).

Lai noskaidrotu, kāpēc rodas ārējam magnētiskajam laukam pretī vērstas atoma magnētiskais moments, apskatīsim viena atoma elektrona kustību šajā laukā. Pieņemsim, ka elektrona orbitālais magnētiskais moments \vec{p}_m veido leņķi α ar ārējā magnētiskā lauka indukcijas vektoru \vec{B} (17.10. att.). Tādā gadījumā uz elektronu darbojas spēka moments $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$, pie tam $M = |\vec{M}| = p_m B \sin \alpha$. Tas saskaņā ar rotācijas kustības pamatvienādojumu izraisa laika sprīdi dt elektrona impulsa momenta maiņu $d\vec{L} = \vec{M} dt$. Tā kā vektors \vec{M} vienmēr ir perpendikulārs vektoriem \vec{p}_m un \vec{L} , tad arī $d\vec{L} \perp \vec{L}$. Tādēļ mainās vektora \vec{L} virziens, saglabājoties nemainīgam vektora moduli. Vektoru \vec{L} un \vec{p}_m galapunkti kustas pa riņķa līnijām laukam perpendikulārā plaknē, pārvietojoties ar leņķisko ātrumu ω_L . Šādu kustību sauc par *precesiju*.

Izpētīsim, no kādiem lielumiem atkarīga *precesijas cikliskā frekvence* jeb *Lārmora frekvence*, kas vienāda ar leņķisko ātrumu ω_L . Attēlā (17.10) redzams, ka $\omega_L = d\theta/dt$, kur $d\theta = dL/(L \sin \alpha)$. Tā kā $dL = \vec{M} dt$ un $M = p_m B \sin \alpha$, tad iegūst $\omega_L = p_m B/L$. Zināms (sk. formulu (17.4)), ka $p_m/L = (1/2)(e/m)$. Tādēļ

$$\omega_L = (1/2)(e/m)B. \quad (17.44)$$

Lārmora frekvence nav atkarīga no elektrona orbitas orientācijas



17.10. att.

(leņķa α), orbitas rādiusa un formas, elektrona kustības ātruma un ir vienāda visiem atoma elektroniem.

Precesija ar leņķisko ātrumu $\vec{\omega}_L \parallel \vec{B}$ ir elektrona papildu kustība. Tā ekvivalenta strāvai $I' = e\omega_L / (2\pi)$, kura plūst laukam perpendikulārā plāknē pa kontūru ar rādiusu r' . Sai strāvai atbilst inducētais magnētiskais moments $p'_m = I'S' = \pi r'^2 e\omega_L / (2\pi)$, kas vērstis pretī vektoram \vec{B} . Nemot vērā sakarību (17.44), iegūst, ka $p'_m = e^2 B r'^2 / (4m)$. Šāds rezultāts iegūts, pieņemot, ka $r' = \text{const}$. Patiesībā r' ir mainīgs lielums un jāņem $\langle r'^2 \rangle$. Sikāka analīze rāda, ka $\langle r'^2 \rangle = (2/3) \langle r^2 \rangle$, kur $\langle r^2 \rangle$ ir elektrona vidējais attāluma kvadrāts līdz kodolam. Tad lielums

$$\langle p'_m \rangle = e^2 B \langle r^2 \rangle / (6m) \quad (17.45)$$

ir viena elektrona vidējais inducētais magnētiskais moments.

Atomam ar Z elektroniem inducētais magnētiskais moments

$$p'_{\text{mat}} = \sum_{i=1}^Z \langle p'_{mi} \rangle = \frac{e^2 B}{6m} \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle. \quad (17.46)$$

Tā kā inducētā magnetizētība $\vec{J}_d = p'_{\text{mat}} \cdot n$, kur n — atomu skaits tilpuma vienībā, bet vektoru \vec{p}'_{mat} un \vec{B} virzieni ir pretēji, tad, aizstājot \vec{B} ar $\mu_0 \vec{H}$ ($\mu \approx 1$), iegūst

$$\vec{J}_d = - \frac{\mu_0 e^2 n}{6m} \vec{H} \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle. \quad (17.47)$$

Salīdzinot formulas (17.47) un (17.23), redzams, ka inducētā (diamagnētiskā) uzņēmība

$$\chi_{\text{md}} = - \frac{\mu_0 e^2 n}{6m} \sum_{i=1}^Z \langle r_i^2 \rangle. \quad (17.48)$$

Lielumi formulas labajā pusē nav atkarīgi no temperatūras. Elektronu orbitu rādiusi ir lielumi ar kārtu 10^{-10} m. Ievietojot formulu (17.48) atbilstošos lielumus, var aprēķināt, ka, piemēram, sudrabam diamagnētiskā uzņēmība $\chi_{\text{md}} \approx -10^{-5}$.

Diamagnētisms piemīt visām vielām, bet tīrā veidā tas novērojams tikai vielām, kuru atomiem nav magnētiskā momenta, ja tie atrodas ārpus magnētiskā lauka. Šādā gadījumā $\vec{J} = \vec{J}_d$ un $\chi_m = \chi_{\text{md}}$. Pārējos gadījumos diamagnētismu maskē vai pilnīgi nomāc citi, bieži vien daudz spēcīgāki efekti.

17.6. PARAMAGNĒTISMS

17.6.1. Paramagnētiķi. Paramagnētiķiem magnētiskā caurlaidība $\mu > 1$ un magnētiskā uzņēmība $\chi_m > 0$. No tā izriet (sk. formulas (17.29) un (17.23)), ka paramagnētiķa magnetizētība \vec{J}_p un mikro-

strāvu magnētiskā lauka intensitāte \vec{H}'_p ir vērsta ārējā lauka $\vec{H}(\vec{B})$ virzienā un tādēļ pastiprina makrostrāvu radīto lauku; magnētiskā lauka līnijas tiek daļēji ievilkts paramagnētiķi (17.9. att c). Neهوموگēnā magnētiskajā laukā darbojas spēki, kuri cenšas paramagnētiķi ievilkst laukā.

Eksperimentāli noskaidrots, ka paramagnētiķi ir dažas gāzes (O_2 , NO), sārnu un sārmezņu elementi (Li, Na, K, Rb, Cs, Be, Ca, Sr, Ba), kā arī daži citi metāli (Al, Ti, V, W, Pt, U, Pu). P. Kiri savos eksperimentos 1895. gadā konstatēja, ka paramagnētiķiem $\chi_m \sim 1/T$, kur T — absolūtā temperatūra, t. i.,

$$\chi_m = C/T, \quad (17.49)$$

kur C — konstante. Tas ir Kirī likums.

17.6.2. Paramagnētisma elementārā teorija. P. Lanževēns 1905. gadā izveidoja arī paramagnētisma teoriju.

Ārējā lauka virzienā vērsts mikrostrāvu lauks var rasties, orientējoties vielas atomu magnētiskajiem momentiem. Tas nozīmē, ka paramagnētiķi ir vielas, kuru atomiem piemīt no nulles atšķirīgi magnētiskie momenti jau ārpus magnētiskā lauka. Magnētiskajā laukā ar indukciju \vec{B} uz atomu, kura magnētiskais moments \vec{p}_{mat} , darbojas spēka moments (16.7), cenšoties pagriezt atomu tā, lai būtu $\vec{p}_{mat} \uparrow \vec{B}$. Šo orientēšanos traucē haotiskā termiskā kustība. Rezultātā iestājas dinamisks līdzsvars, kad pastāv noteikta orientācijas pakāpe, kura atkarīga gan no lauka indukcijas \vec{B} , gan arī no temperatūras T . Izteiksim paramagnētiķa magnetizētību \vec{J}_p , t. i., tilpuma vienības magnētisko momentu. Atsevišķa atoma magnētiskā momenta projekcija lauka virzienā ir šāda:

$$p_{mat B} = p_{mat} \cos \alpha, \quad (17.50)$$

kur α — leņķis starp vektoriem \vec{p}_{mat} un \vec{B} . Pēc Lanževēna teorijas varbūtība dP_α , ka leņķis starp \vec{p}_{mat} un \vec{B} ir robežās no α līdz $\alpha + da$, saskaņā ar Maksvela—Bolcmaņa sadalījuma likumu ir proporcionāla lielumam $\exp(-W/(kT))$, kur $W = -p_{mat} B \cos \alpha$ — atoma potenciālā enerģija ārējā magnētiskajā laukā (sk. formulu (16.42)), resp., proporcionāla lielumam $\exp(a \cos \alpha)$, ja $a = p_{mat} B / (kT)$. Kad lauka nav, $B = 0$, tad visas atoma orientācijas ir vienādi varbūtīgas un varbūtība, ka vektors \vec{p}_{mat} ar kādu izraudzītu virzienu veido leņķi robežās no α līdz $\alpha + da$, izsakāma šādi: $(dP_\alpha)_{B=0} = d\Omega_\alpha / 4\pi$, kur $d\Omega_\alpha = 2\pi \sin \alpha da$ — telpiskais leņķis starp konusiem ar atvēruma leņķiem α un $\alpha + da$ (17.11. att.), t. i.,

$$(dP_\alpha)_{B=0} = (1/2) \sin \alpha d\alpha. \quad (17.51)$$

Magnētiskajā laukā varbūtības izteiksmē (17.51) jāiekļauj reizinātājs $e^{a \cos \alpha}$, kuru var aizstāt ar $1 + a \cos \alpha$, ja $a \ll 1$, resp., ja

$$p_{\text{mat}} B \ll kT. \quad (17.52)$$

Tad

$$dP_{\alpha} = A(1/2)(1 + a \cos \alpha) \sin \alpha d\alpha, \quad (17.53)$$

kur A — proporcionalitātes koeficients. Ņemot visas α vērtības no 0 līdz π , jābūt izpildītam nosacījumam $\int_0^{\pi} dP_{\alpha} = 1$. Tad var noskaidrot, ka $A = 1$.

Pieņemsim, ka tilpuma vienībā ir n atomu. Tādu atomu skaits, kuru orientācija atbilst intervālam no α līdz $\alpha + d\alpha$, ir šāds:

$$dn_{\alpha} = n dP_{\alpha}. \quad (17.54)$$

So atomu magnētisko momentu kopējā projekcija lauka virzienā ir $p_{\text{mat}} B n dn_{\alpha}$. Tādēļ vielas atomu magnētisko momentu orientācija izraisa parauga magnetizētību $J_p = \int_0^{\pi} p_{\text{mat}} B n dn_{\alpha}$. No šejienes, ievērojot sakarības (17.50), (17.54), (17.53) un atceroties, ka $A = 1$, iegūst

$$J_p = \int_0^{\pi} (p_{\text{mat}} \cos \alpha) n (1/2) (1 + a \cos \alpha) \sin \alpha d\alpha = (np_{\text{mat}}/2) \int_0^{\pi} (1 + a \cos \alpha) \cos \alpha \sin \alpha d\alpha = np_{\text{mat}} a/3,$$
 jo beidzamais integrālis vienāds ar $2a/3$. Ieliekot a vietā $p_{\text{mat}} B/(kT)$, kā arī, ņemot vērā, ka $\vec{J} \uparrow \uparrow \vec{B}$ un $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ (jo $\mu \approx 1$), var rakstīt

$$\vec{J}_p = \frac{\mu_0 n p_{\text{mat}}^2}{3kT} \vec{H}. \quad (17.55)$$

Salīdzinot sakarības (17.55) un (17.23), redzams, ka paramagnētiskā uzņēmība

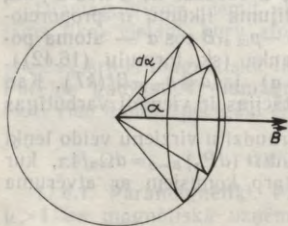
$$\chi_{\text{mp}} = \mu_0 n p_{\text{mat}}^2 / (3kT). \quad (17.56)$$

Tā kā visiem atomiem piemīt diamagnētisms (sk. 17.5. §), tad viēlām, kurām $\vec{p}_{\text{mat}} \neq 0$, magnētiskā uzņēmība

$$\chi_{\text{m}} = \chi_{\text{md}} + \chi_{\text{mp}}. \quad (17.57)$$

Tomēr izrādās, ka parasti $|\chi_{\text{md}}| \ll \chi_{\text{mp}}$. Tad paramagnētiķiem $\chi_{\text{m}} = \chi_{\text{mp}}$ izsaka tieši formula (17.56), kas saskan ar Kīri likumu (17.49).

Formulas (17.55) un (17.56) iegūtas, pieņemot, ka $p_{\text{mat}} B \ll kT$. Atomiem $p_{\text{mat}} \sim 10^{-23} \text{ J/T}$. Parastos



17.11. att.

magnētiskajos laukos $B \sim 1 T$. Temperatūrai $T = 300 K$ atbilst $kT \approx 4 \cdot 10^{-21} J$. Šādos apstākļos nosacījums $\mu_m \ll kT$ ir izpildīts. Tikai ļoti spēcīgos laukos un zemās temperatūrās nosacījums (17.52) netiek vairs izpildīts un var iestāties magnetizācijas piesātinājums — atomu magnētiskie momenti pilnīgi orientējas lauka virzienā un vektors \vec{J} nav atkarīgs no \vec{H} .

Līdz šim apskatījām atomos saistīto elektronu lomu vielas magnētismā, bet zināma nozīme ir arī brīvajiem elektroniem (vadītājos un pusvadītājos). Brīvajiem elektroniem kustoties magnētiskajā laukā, rodas papildu riņķveida kustības komponente un izveidojas ar to saistītais magnētiskais lauks, kura virziens pretējs ārējā lauka virzienam. Tas ir t. s. *Landaua diamagnētisms*. Vēl bez tam magnētiskajā laukā notiek brīvo elektronu spina magnētisko momentu orientācija. Tā rada papildu lauku ārējā magnētiskā lauka virzienā. Tas ir *Pauli paramagnētisms*. Kvantu teorija rāda, ka magnetizētība, ko nosaka Landaua diamagnētisms, ir trīs reizes mazāka nekā tā magnetizētība, kuru nosaka Pauli paramagnētisms. Tādēļ brīvajiem elektroniem (elektronu gāzei) ir paramagnētiskas īpašības. Tas lielā mērā nosaka metālu paramagnētismu.

17.7. FEROMAGNĒTISMS

17.7.1. Feromagnētiķi. Feromagnētiķiem magnētiskā caurlaidība $\mu \gg 1$ un arī magnētiskā uzņēmība $\chi_m \gg 1$. Parasti μ feromagnētiķiem ir robežās no dažiem simtiem līdz vairākiem desmitiem un pat simtiem tūkstošu, tādēļ feromagnētiķos lauks ir daudz spēcīgāks par ārējo magnētisko lauku. Magnētiskā lauka līnijas koncentrējas feromagnētiķos. To izmanto magnētisko plūsmu vadīšanai, piemēram, transformatoros. Nehomogēnā magnētiskajā laukā darbojas spēki, kuri cenšas feromagnētiķi ievilkt spēcīgākā lauka apvidū. So feromagnētiķu īpatnību nosaka to spontānā magnetizācija (sk. 17.7.4. nodaļojumu).

Feromagnētiķu svarīgas īpašības ir arī magnētiskās caurlaidības μ un uzņēmības χ_m atkarība no lauka intensitātes H , kā arī *histerēze* (pēcdarbība). Histerēze ir magnetizētības J un indukcijas B neviennozīmīga atkarība no ārējā lauka intensitātes H . Ir svarīga ne tikai pašreizējā H vērtība, bet arī feromagnētiķa iepriekšējais stāvoklis. Histerēze ir dinamisks efekts. Šī iemesla dēļ feromagnētiķos magnetizācija var pastāvēt arī tad, ja tie neatrodas ārējā magnētiskajā laukā.

Feromagnētisms novērojams kristāliskās vielās, ja to temperatūra nepārsniedz materiālam raksturīgu lielumu T_C , ko sauc par *Kiri punktu*.

Raksturīgākais šīs magnētiķu grupas pārstāvis ir dzelzs Fe (ferrum), no kurienes arī cēlies nosaukums feromagnētiķi. Feromagnētiķi ir arī kobalts un niķelis, vairāki retzemju elementi (Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm), tāpat daži šo metālu, kā arī mangāna un hroma sakausējumi.

17.7.2. Stoļetova eksperimenti. Feromagnētiķa magnetizācijas likne. Dzelzs magnētiskās īpašības 1872. gadā rūpīgi izpētīja krievu fiziķis A. Stoļetovs (1839—1896), izmantojot toroidālu dzelzs serdi un ballistiskā galvanometra metodi (sk. 18.1.6. nodaļījumu E).

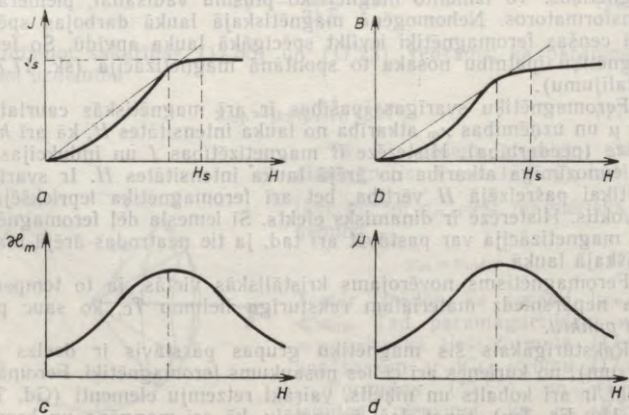
Feromagnētiķiem sakarība starp magnetizētību J un intensitāti H nav lineāra, jo uzņēmība $\kappa_m \neq \text{const}$, bet ir atkarīga no H . Magnetizācijas likni $J = f_1(H)$, kura iegūta, izmantojot makroskopiski atmagnezētētu paraugu un pakāpeniski palielinot ārējā lauka intensitāti H , sauc par magnetizācijas pamatlikni. Tā parādīta 17.12. attēlā a. Sasniedzot lauka intensitātes vērtību H_s , magnetizētība iegūst maksimālo vērtību J_s un, palielinot H , vairs nemainās, — iestājas magnetizācijas piesātinājums.

Likne $B = f_2(H)$, kas redzama 17.12. attēlā b, ir līdzīga liknei $J = f_1(H)$, jo $B = \mu_0(J + H)$ un H ir ievērojami mazāks par J . Tikai pēc piesātinājuma sasniegšanas ($H \geq H_s$) indukcija B turpina lēnām augt (lineāri): $B = \mu_0 H + \mu_0 J_s$, kur $\mu_0 J_s = \text{const}$.

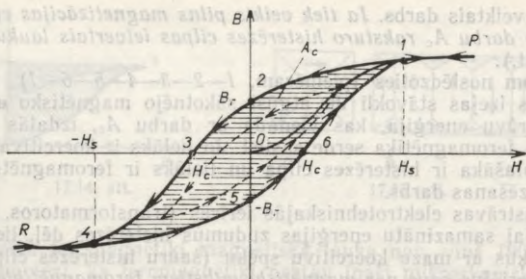
No iepriekšējām divām liknēm var iegūt $\kappa_m = f_3(H)$ un $\mu = f_4(H)$, jo $\kappa_m = J/H$ un $\mu = B/(\mu_0 H)$. Grafiski šis sakarības parādītas 17.12. attēlā c un d. Lielumu κ_m un μ sākotnējās vērtības (punktā $H = 0$) atšķiras no nulles. Palielinoties ārējā lauka intensitātei, κ_m un μ sākumā pieaug, sasniedz maksimālās vērtības, bet pēc tam samazinās un κ_m asimptotiski tuvojas vērtībai 0, bet μ — vērtībai 1.

Likni $\mu = f(H)$ sauc par Stoļetova likni.

17.7.3. Magnētiskā histerēze. Izdarot primāro magnetizēšanu (17.13. attēlā liknes posms 0—1—P), var sasniegt piesātinājumu ($H \geq H_s$). Ja pēc tam pakāpeniski samazina intensitāti H , tad sākumā (posmā P—1) katrai intensitātes H vērtībai atbilst tās pašas indukcijas B vērtības, kuras atzīmētas magnetizēšanas gaitā. Taču



17.12. att.



17.13. att.

tālāk ($H < H_s$) jaunās B vērtības posmā 1—2 ir lielākas nekā uz magnetizācijas pamatliknes 0—1 — parādās *histerēze*. Kad sasniegta intensitātes vērtība $H=0$, feromagnētiķi saglabājas *paliekošā (remanentā) indukcija* B_r un *paliekošā magnetizētība* J_r . Lai paraugu pilnīgi atmagnetizētu, jārada pretēji vērstis ārējais lauks, kura intensitāte $-H_c$. Lielumu H_c sauc par *koercitīvo spēku*. Tālāk, kad sasniegta ārējā lauka intensitāte $-H_s$, iestājas pretēja virziena magnetizācijas piesātinājums (posms 4—R). Mainot intensitāti no vērtības $-H_s$ atkal līdz $+H_s$, iegūst liknes posmu 4—5—6—1. Noslēgto līkni 1—2—3—4—5—6—1 sauc par *maksimālo histerēzes cilpu*. Ja cikliska ārējā lauka intensitātes maiņa neietver abas piesātinājuma vērtības, tad izveidojas mazāka histerēzes cilpa, kas atrodas maksimālās cilpas iekšpusē.

Paraugu magnetizējot, jāpadara darbs. Pieņemsim, ka tiek magnetizēta gara solenoīda serde. Tad saskaņā ar formulu (16.41) darbs $dA = Id\Phi_m$, kur I — strāvas stiprums solenoīda vijumos, bet Φ_m — visu N vijumu aptvertā magnētiskā plūsma, t. i., $\Phi_m = NSB$, ja S — solenoīda serdes šķērsgriezuma laukums un B — magnētiskā lauka indukcija tajā. Tādēļ darbs $dA = INSdB$. Lai magnetizētu tilpuma vienību, jāveic darbs $dA_1 = dA/V$, kur $V = Sl$, ja l — solenoīda garums. Tādējādi $dA_1 = (IN/l)dB$. Tā kā $IN/l = H$, tad

$$dA_1 = HdB. \quad (17.58)$$

Veicot primāro magnetizēšanu no $B=0$ līdz $B=B_1$, tiek padarīts darbs

$$A_1 = \int_0^{B_1} HdB. \quad (17.59)$$

Šo darbu raksturo laukums $01B_1$ starp magnetizācijas līkni un B asi (17.14. att.). Atmagnetizēšanas procesā, kuram atbilst līkne $1B_r$, no parauga izdalās enerģija, kuru izsaka laukums B_r1B_1 . Laukums $01B_r$ rāda, cik liels ir šajā magnetizēšanas un atmagnetizēšanas

procesā veiktais darbs. Ja tiek veikts pilns magnetizācijas cikls, tad padarīto darbu A_c raksturo histerēzes cilpas ietvertais laukums (sk. 17.13. att.).

Ciklam noslēdzoties (piemēram, 1—2—3—4—5—6—1), paraugs atgriežas izejas stāvoklī un atgūst sākotnējo magnētisko enerģiju. Makrostrāvu enerģija, kas vienāda ar darbu A_c , izdalās siltuma veidā — feromagnētiķa serde sasilst. Jo lielāks ir koercitīvais spēks H_c , jo plašāka ir histerēzes cilpa un lielāks ir feromagnētiķa pār-magnetizēšanas darbs.

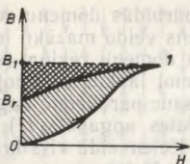
Mainstrāvas elektrotehniskajās ierīcēs (transformatoros, ģeneratoros), lai samazinātu enerģijas zudumus histerēzes dēļ, lieto feromagnētiķus ar mazu koercitīvu spēku (šauru histerēzes cilpu). Tādu materiālus sauc par *magnētiski mīksti feromagnētiķiem*.

Pastāvīgo magnētu izgatavošanai turpretī lieto *magnētiski cietus feromagnētiķus*, kuriem ir liels koercitīvais spēks un paliekošā indukcija. Dažu feromagnētiķu parametri norādīti tabulā.

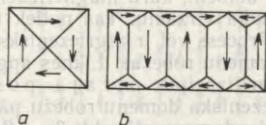
Feromagnētiķi	H_c , A/m	μ_{maks}	B_s , T	B_r , T
<i>Magnētiski mīksti</i>				
oglekļa dzelzs (0,1% C)	80	5 000	2,15	0,8
transformatoru silīcija dzelzs (3,3% Si)	16	10 000	2,0	0,5
permallojs (78% Ni)	4,0	100 000	1,0	0,5
superpermallojs (79% Ni, 5% Mo)	0,32	800 000	0,80	0,64
<i>Magnētiski cieti</i>				
oglekļa tērauds (1% C)	4 000	—	—	1,0
volframa tērauds (6% W, 1% C)	6 600	—	—	1,15
magnīko sakausējums (13,5% Ni, 9% Al, 24% Co)	56 000	—	—	1,3

17.7.4. Feromagnētisma daba. Feromagnētiķu domeni. No Einšteina un de Hāza eksperimentiem var secināt, ka feromagnētiķu magnetizācija saistīta ar elektronu spinu magnētisko momentu orientāciju magnētiskajā laukā — šajā eksperimentā noteiktā žiromagnētiskā attiecība $-e/m$ atbilst elektronu spinam. No tā izriet, ka feromagnētiķi ir vielas, kurās ietilpst atomi ar nekompensētiem elektronu spiniem. Tādi ir, piemēram, dzelzs, kobalta un niķeļa atomi, kuriem atbilstoši ir 4, 3 un 2 elektroni ar nekompensētiem spiniem. Tomēr šis nosacījums, lai gan tas ir nepieciešams, vēl nav pietiekams — eksistē elementi (Mn, Cr), kuru atomos ir elektroni ar nekompensētiem spiniem, bet kuri nav feromagnētiķi. Feromagnētiskās īpašības piemīt tikai vielām kristāliskā stāvoklī līdz noteiktai temperatūrai — Kirī punktam T_c , kurā notiek otrā veida fāžu pāreja un feromagnētiķis kļūst par paramagnētiķi. Tas liecina, ka *feromagnētiskās īpašības ir noteiktā stāvoklī esošu atomu sistēmu īpašības*.

Krievu fiziķis *B. Rozings* (1869—1933) jau 1892. gadā izteica domu, ka feromagnētiķos pastāv molekulāri lauki, kuri nodrošina to magnetizāciju bez ārējā lauka līdzdalības. Šo domu tālāk attīstīja franču fiziķis *P. Veiss* (1865—1940). Pamatojoties uz to, ka ap ne-



17.14. att.



17.15. att.

magnetizētu feromagnētiķi magnētiskā lauka nav, viņš 1907. gadā izteica hipotēzi, ka feromagnētiķī pastāv īpaši mikroskopiski apgabali (tos vēlāk nosauca par domeniem), kuri *spontāni magnetizēti līdz piesātinājumam*, bet atsevišķo domenu magnētiskie momenti orientēti haotiski un tādēļ to kopējais magnētiskais moments vienāds ar nulli.

Domenu eksistenci eksperimentāli novēroja amerikāņu fiziķis *F. Bitters* (1931) un neatkarīgi no viņa padomju fiziķis *N. Akulovs* (1934), izmantojot feromagnētiska suspendēta pulvera metodi, kuras būtība šāda. Ja uz labi pulētas feromagnētiķa virsmas uzpilina šķidrums, kurā suspendēts smalks feromagnētiķa pulveris, tas koncentrējas uz robežām starp domeniem, kur ir stipri nehomogēns lauks, un tādēļ domenus var novērot mikroskopā. Domenus var novērot arī polarizētā gaismā. Domenu lineārie izmēri parasti ir daži desmiti mikrometru.

Domenu spontāno magnetizāciju izskaidro kvantu mehānikas feromagnētisma teorija, kuru 1928. gadā izveidoja padomju fiziķis *J. Frenkels* (1894—1952) un vācu fiziķis *V. Heizenbergs* (1901—1976). Šī teorija parādīja, ka feromagnētiķos blakus esošie atomi var apmainīties ar elektroniem. Apmaiņas mijiedarbībai starp atomiem atbilst t. s. *apmaiņas spēki* un apmaiņas mijiedarbības enerģija. Izrādās, ka temperatūrās līdz Kīri punktam T_C enerģētiski izdevīgāks ir tāds atomu stāvoklis, kad elektronu nekompensētie spini visos atomos ir orientēti vienā virzienā, jo tad ir vismazākā mijiedarbības enerģija.

Vienkāršākās iespējamās domenu formas redzamas 17.15. attēlā, kur *a* — domeni kubiskas sistēmas kristālos un *b* — domeni heksagonālas sistēmas kristālos.

Magnetizācijas gaitā norisinās šādi procesi: 1) domenu robežu pārbīde un 2) domenu spontānās magnetizācijas virziena maiņa (domenu «pagriešanās»). Magnetizācijas procesā var izšķirt četrus posmus. Tiem atbilst četri magnetizācijas līknes apgabali. 17.16. attēlā zem magnetizācijas līknes parādīts neliels feromagnētiķa apgabals, kuru veido trīs monokristāliski graudi (kristalīti) un to domenu struktūra katra magnetizācijas posma sākumā.

Pirms magnetizācijas ($H=0$) paraugs ir atmagnetizētā stāvoklī *I*. Domenu virzieni kristalītos ir dažādi, bet vienā kristalītā blakus domenu magnetizācijas virzieni ir pretēji.

Magnetizācijas pirmajā posmā pārbīdās domenu robežas. Aug tie domeni, kuru magnetizācijas virziens veido mazāku leņķi ar ārējā lauka virzienu. Tas notiek uz pārejo domenu rēķina (stāvoklis 2). Process vēl ir atgriezenisks — noņemot lauku, atjaunojas agrākās domenu robežas. Liknes apgabalu I sauc par *Releja apgabalu*.

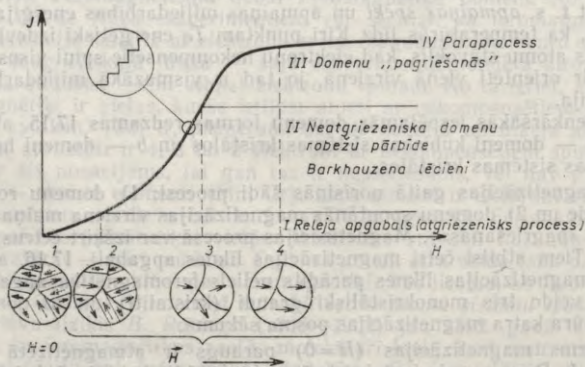
Magnetizācijas otrajā posmā (liknes apgabals II) notiek neatgriezeniska domenu robežu pārbīde un lēcienveidā viss kristālitis pāriet viendomenu stāvoklī 3 — *Barkhauzena lēcieni*.

Vēl vairāk palielinot ārējā lauka intensitāti, trešajā posmā (liknes apgabals III) vienlaikus (koherenti) visi spinu magnētiskie momenti maina virzienu vesela domena robežās, tiem pagriežoties lauka virzienā. Šī posma noslēgumā iestājas *feromagnetizācijas piesātinājums* (stāvoklis 4).

Tālāk — ceturtajā posmā (liknes apgabals IV) iespējama tikai neliela papildu magnetizācija uz to elektronu orbitālo un spina magnētisko momentu orientācijas rēķina, kuri nepiedalās spontānajā magnetizācijā (*paraproces*).

17.7.5. Antiferomagnētiķi. 1933. gadā padomju fiziķis *L. Landaus* (1908—1968) teorētiski paredzēja, ka iespējama elektronu nekompensēto spinu *antiparalēla orientācija* kristālā blakus novietotajos atomos. Šādu vielu magnētiskajām īpašībām jābūt ļoti vājām ($\mu - 1 \sim 10^{-6}$). Tās sauc par *antiferomagnētiķiem*. Var uzskatīt, ka antiferomagnētiķis sastāv no diviem sabīdītiem apakšrežģiem, kuri spontāni magnetizēti pretējos virzienos, bet to magnetizācijas pakāpes ir vienādas (17.17. att. a) un tādēļ pilnīgi kompensējas.

Ekspimentāli antiferomagnētiķus atklāja 1938. gadā. Pie šīs magnētiķu grupas pieder mangāns, hroms, retzempju elementi (Tb, Dy, Ho, Er, Tm), daudzi savienojumi (MnO, MnS, MnSO₄, MnF₂, FeO, FeSO₄, FeF₂, Co, CoSO₄, CoF₂, NiO, NiSO₄, NiF₂ u. c.). Sašniedzot noteiktu augšējo temperatūras robežu T_N (*augšējo Neila*



17.16. att.



17.17. att.

punktu), antiferomagnētiskis pārvēršas par paramagnētīki. Daži antiferomagnētīki (Er, Dy), sasniedzot apakšējo temperatūras robežu T'_N (apakšējo Neila punktu), kļūst par feromagnētīkiem.

17.7.6. Ferimagnētīki. Tie ir materiāli, kuru apakšrežģi spontāni magnetizēti pretējos virzienos, bet to magnetizācijas pakāpes ir dažādas (17.17. att. b) un tādēļ nekompensējas. Ferimagnētīku īpašības ir līdzīgas feromagnētīku īpašībām. Pie šīs magnētīku grupas pieder arī ferīti. Tie ir komplicēti dzelzs un citu elementu oksīdi, kuriem ļoti liela īpatnējā pretestība (kā dielektriķiem) un kuri tādēļ ir noderīgi (niecīgas Fuko strāvas) augstfrekvenču tehnikā, radio-tehnikā, radioelektronikā, skaitļošanas tehnikā (operatīvās atmiņas elementos), magnetofonos un videomagnetofonos (pārkļāj magnetofonu lentes un diskus), kā arī nelielu pastāvīgo magnētu izgatavošanā.

18. NODAĻA

ELEKTROMAGNĒTISKĀ INDUKCIJA. MAGNĒTISKĀ LAUKA ENERĢIJA

18.1. ELEKTROMAGNĒTISKĀS INDUKCIJAS PARĀDĪBA UN LIKUMI

18.1.1. Faradeja eksperimenti. 1821. gadā angļu fiziķis *M. Faradejs* (1791—1867) novēroja strāvas vada kustību magnēta tuvumā un nosprauda sev uzdevumu «pārvērst magnētismu elektrībā», jo bija pārliecināts, ka elektriskās un magnētiskās parādības ir cieši saistītas. Tiešām, ja magnētiskajā laukā B vadītājs, pa kuru plūst strāva I , sāk kustēties, t. i., iegūst ātrumu v , tad var sagaidīt, ka, pārvietojot strāvas avotam nepievienotu vadītāju ar kādu ātrumu v magnētiskajā laukā B , vadītājā inducēsies strāva I . Pirmo reizi šo parādību, ko nosauca par *elektromagnētisko indukciju*, *M. Faradejam* izdevās novērot 1831. gadā. Viņš novēroja, ka galvanometrā, kas savienots ar spoli, parādās strāvas impulsi, ja ieslēdz vai izslēdz strāvu otrā spolē, kas uzmaukta uz galvanometram pieslēgtās spoles. Indukcijas strāva bija novērojama arī tad, ja mainīja strāvas stiprumu spolē, tuvināja vai attālināja spoles vienu no otras, lika iekšā strāvas spolē dzelzs serdi vai to izņēma. Pie galva-

nometra pieslēgtā spolē inducējas strāva, arī ieliekot spolē vai izņemot no tās pastāvīgo magnētu.

18.1.2. Elektromagnētiskās indukcijas likumi.

A. Apkopojot eksperimentu rezultātus, M. Faradejs secināja, ka kontūrā novērojama elektromagnētiskā indukcija, ja mainās kontūra aptvertā magnētiskā plūsma, bet kontūrā inducētā strāva ir atkarīga no magnētiskās plūsmas maiņas straujuma un kontūra pretestības.

Indukcijas strāvas rašanās vadītāja kontūrā liecina, ka tajā inducējas elektrodzinēj spēks \mathcal{E}_i . Tieši *elektrodzinēj spēka rašanās ir primārais fizikālais process*. To, cik stipra ir indukcijas strāva un vai vispār tā plūst kontūrā, nosaka kontūra īpašības. Taču EDS inducējas jebkurā kontūrā — vadītājā, nevadītājā, pat abstraktā kontūrā vakuumā, ja mainās kontūra aptvertā magnētiskā plūsma, kā arī nenoslēgtā kontūrā, ja tas savā kustībā šķēr magnētiskā lauka līnijas. Indukcijas elektrodzinēj spēks $|\mathcal{E}_i| \sim |d\Phi_m|/dt$ jeb $|\mathcal{E}_i| = =k|d\Phi_m|/dt$, kur k — proporcionalitātes koeficients. SI sistēmā $k=1$ un tādēļ indukcijas elektrodzinēj spēks

$$|\mathcal{E}_i| = |d\Phi_m|/dt. \quad (18.1)$$

|| Noslēgtā kontūrā indukcijas EDS skaitliski ir vienāds ar kontūra aptvertās magnētiskās plūsmas izmaiņas ātrumu.

Tas ir Faradeja likums.

Indukcijas EDS nenoslēgtā kontūrā nosakāms pēc tā paša likuma (18.1), tikai šajā gadījumā $|d\Phi_m|/dt$ ir magnētiskā plūsma, kuru nenoslēgtais kontūrs šķēr laika vienībā.

No sakarības (18.1) redzams, ka $[\Phi_m] = [\mathcal{E}][t]$. Tādēļ magnētiskās plūsmas vienība $1 \text{ Wb} = 1 \text{ V}\cdot\text{s}$.

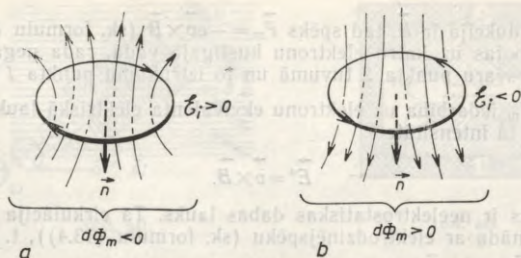
B. Ja vienā solenoidā inducējas strāva, tāpēc ka otrā, tā tuvumā novietotā solenoidā mainās strāva un tās radītais magnētiskais lauks, tad indukcijas strāvas magnētiskais lauks cenšas šo maiņu aizkavēt. Ja strāva solenoidā inducējas, tāpēc ka tam tuvina magnētu, tad indukcijas strāvas magnētiskais lauks magnētu atgrūž. Analoga situācija ir arī citos elektromagnētiskās indukcijas gadījumos. Vispārinot eksperimentu rezultātus, 1833. gadā krievu fiziķis E. Lencs (1804—1865) formulēja likumu indukcijas strāvas virziena noteikšanai, un to sauc par Lencs likumu.

|| Indukcijas strāvas virziens ir tāds, ka tās radītā magnētiskā plūsma cenšas aizkavēt to magnētiskās plūsmas maiņu, kura izraisa elektromagnētisko indukciju.

C. Ņemot vērā Faradeja likumu (18.1) un Lencs likumu, elektromagnētiskās indukcijas likumu var pierakstīt un formulēt šādi:

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi_m/dt. \quad (18.2)$$

|| Noslēgtā kontūrā indukcijas EDS ir vienāds ar kontūra aptvertās magnētiskās plūsmas izmaiņas ātrumu, kas ņemts ar pretēju zīmi.



18.1. att.

Mīnusa zīme formulā (18.2) rāda, ka EDS darbojas pozitīvajā kontūra apejas virzienā tad, kad magnētiskās plūsmas izmaiņa ir negatīva, un otrādi (18.1. att.). Kontūra apejas un magnētiskās plūsmas pozitīvos virzienus saista labās vītnes skrūves likums, proti, $\Phi_m > 0$, ja tā vērsta virzienā, kurā pārvietojas labās vītnes skrūve, kad to griež pozitīvajā kontūra apejas virzienā.

18.1.3. Elektromagnētiskās indukcijas likuma izskaidrojums no enerģijas nezūdamības likuma viedokļa. Jebkurā gadījumā elektromagnētiskā indukcija ir viena veida enerģijas pārvēršanās citā. Piemēram, ja indukcijas strāva kontūrā rodas, tāpēc ka magnēts pārvietojas attiecībā pret kontūru, tad indukcijas strāvas enerģija rodas uz magnēta kustības enerģijas rēķina. Enerģijas pārvērtības procesos ir spēkā enerģijas nezūdamības likums.

Apskatīsim no šī viedokļa gadījumu, kad kontūrā, kura pilnā pretestība R , darbojas konstants elektrodzinēj spēks \mathcal{E} , plūst strāva I un laika sprīdī dt mainās kontūra aptvertā magnētiskā plūsma par $d\Phi_m$. Lai magnētiskā plūsma mainītos, jāpadara darbs (sk. formulu (16.41)) $dA_1 = I d\Phi_m$. Vienlaikus kontūrā izdalās arī Džoula siltums (sk. formulu (13.45)) $dQ = I^2 R dt$. Darbs dA_1 tiek veikts un siltums dQ izdalās uz EDS avota padarītā darba $dA = \mathcal{E} I dt$ rēķina. Saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu $dA = dA_1 + dQ$. Tādēļ $\mathcal{E} I dt = I d\Phi_m + I^2 R dt$, no kurienes

$$I = (\mathcal{E} - d\Phi_m/dt)/R.$$

Šī formula ir Oma likums kontūram, kurā darbojas papildu EDS, kas vienāds ar $-d\Phi_m/dt$. Tas ir indukcijas EDS:

$$\mathcal{E}_i = -d\Phi_m/dt.$$

Tādējādi, pamatojoties uz enerģijas nezūdamības likumu, ir iegūts elektromagnētiskās indukcijas likums.

18.1.4. Elektromagnētiskās indukcijas likuma izskaidrojums no elektronu teorijas viedokļa. Apskatīsim gadījumu, kad kontūra K kustīgā mala $l-2$, kuras garums l (18.2. att.), tiek pārvietota ar ātrumu v kontūra plaknei perpendikulārā magnētiskajā laukā. Ja

lauka indukcija ir \vec{B} , tad spēks $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ (sk. formulu (16.45)), kas darbojas uz katru elektronu kustīgajā vadā, rada negatīvo lādiņu pārsvaru punkta 2 tuvumā un to iztrūkumu punkta 1 tuvumā.

Spēka \vec{F}_m iedarbība uz elektronu ekvivalenta elektriskā lauka iedarbībai, ja tā intensitāte

$$\vec{E}^* = \vec{v} \times \vec{B}.$$

Sis lauks ir neelektrostatiskās dabas lauks. Tā cirkulācija pa kontūru vienāda ar elektrodzinēj spēku (sk. formulu (13.4)), t. i., $\mathcal{E}_1 = \oint_K \vec{E}^* d\vec{l}$. Tā kā $\vec{E}^* \neq 0$ tikai posmā 1-2, tad

$$\mathcal{E}_1 = \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}. \quad (18.3)$$

Kā redzams, $\vec{E}^* d\vec{l} = -E^* dl$, kur $E^* = |\vec{E}^*|$ un $dl = |d\vec{l}|$. Tā kā $E^* = vB$, kur $B = |\vec{B}|$, tad

$$\mathcal{E}_1 = -Blv.$$

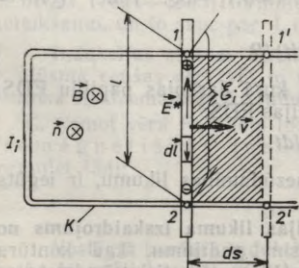
Ja laika sprīdī dt kontūra kustīgās malas pārvietojums ir ds , tad ātrums $v = ds/dt$, bet $Bl ds = d\Phi_m$ ir kontūra aptvertās magnētiskās plūsmas izmaiņa. Tādēļ

$$\mathcal{E}_1 = -d\Phi_m/dt.$$

Tā atkal esam ieguvuši elektromagnētiskās indukcijas likumu.

18.1.5. Inducētā elektriskā lauka virpuļainais raksturs. Ja kontūrs K aptver mainīgu magnētisko plūsmu, kontūrā pastāv indukcijas EDS, ko izsaka formula (18.1). Savukārt EDS kontūrā ir izsakāms kā elektriskā lauka cirkulācija. Tādēļ

$$\mathcal{E}_1 = \oint_K \vec{E}_B d\vec{l} = -d\Phi_m/dt. \quad (18.4)$$

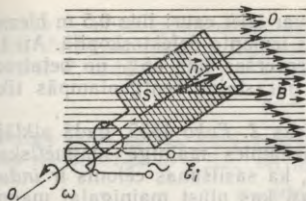


18.2. att.

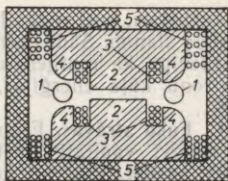
Tā kā lauka intensitātes vektora \vec{E}_B cirkulācija nav vienāda ar nulli, tad var secināt, ka ap mainīgu magnētisko plūsmu atskaites sistēmā, kurā kontūrs ir nekustīgs, pastāv elektriskais virpuļlauks.

18.1.6. Dažas atsevišķas elektromagnētiskās indukcijas izpausmes un lietojumi.

A. EDS ģenerators. Elektromagnētiskās indukcijas atklāšana radīja



18.3. att.



18.4. att.

krasu pavērsienu elektroenerģijas iegūšanā un ražošanas spēku at-tistībā — tika izveidoti *EDS generatori*, kuros mehāniskā enerģija tiek pārvērsta elektriskajā (strāvas) enerģijā.

Lai noskaidrotu EDS generatora darbības principu, apskatīsim plakanu vadītāja kontūru (18.3. att.), kas homogēnā magnētiskajā laukā vienmērīgi rotē ar leņķisko ātrumu ω ap asi OO' . Pieņemsim,

ka kontūra laukums ir S un laika momentā $t=0$ kontūra normāle \vec{n} veido ar lauka indukcijas vektoru \vec{B} leņķi $\alpha_0=0$. Tad $\alpha=\omega t$. Caur kontūru iet magnētiskā plūsma $\Phi_m=BS \cos \alpha$, un atkarībā no laika tā izsakāma šādi: $\Phi_m=BS \cos \omega t$. Tādā gadījumā $d\Phi_m/dt=-BS\omega \sin \omega t$ un saskaņā ar formulu (18.1) inducētais EDS

$$\mathcal{E}_1=BS\omega \sin \omega t=\mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (18.5)$$

Tātad uz kontūra spailēm inducējas harmoniski mainīgs elektrodzi-nējspēks un $\mathcal{E}_m=BS\omega=\mu_0\mu HS\omega$ ir tā amplitūda.

Padomju Savienībā maiņstrāvas standartfrekvence $\nu=\omega/2\pi=50$ Hz. Lai iegūtu lielu \mathcal{E}_m , izveido lielu izmēru kontūrus (ar lielu S) un viena kontūra vietā uz feromagnētiskas serdes ar lielu μ uztin daudzus virknē saslēgtus vijumus, bet par magnētiskā lauka avotu lieto spēcīgus elektromagnētus. Lielāko generatoru jauda sa-sniedz 10^6 kW.

B. Betatrons. Tas ir elektronu (β daļiņu) paātrinātājs (18.4. att.), kurā izmanto inducēto elektrisko virpuļlauku. Lauku, kas paātrina elektronus gredzenveida vakuuma kamerā 1, rada laikā mainīgs magnētiskais lauks starp magnēta poliem 2, kurus aptver tinumi 3. Uz gredzenveida orbītas elektronus notur laikā mainīgs magnētiskais noturlauks starp poliem 4, kurus aptver tinumi 5. Lai nodrošinātu elektronu kustības stabilitāti, abu lauku maiņas ātrumiem jābūt saskaņotiem un vakuuma kamerā 1, palielinoties attālumam r no centra, magnētiskā lauka indukcijai jāsamazinās lēnāk, nekā samazinās lielums $1/r$. Betatrons darbojas impulso režīmā. Elektronus tajā injicē elektronu prožektors. Tie tiek paātrināti magnētiskā lauka maiņas ceturtdaļperioda laikā ($\approx 10^{-3}$ s). Šajā laikā elektroni pas-pēj aprīņķot aptuveni miljonu reižu un iegūt enerģiju, kas var sa-sniegt vairākus simtus megaelektronvoltage. Betatronus izmanto ko-dolpētījumos, kā arī rūpniecībā par ļoti cietu rentgenstaru avotiem.

Rentgenstari, kuri rodas betatronā, var iziet cauri līdz 0,5 m biežam tērauda slānim. Sākus rentgenstarus izmanto defektoskopijā. Arī tas ir izdevīgi, ka rentgenstarojumā pārvēršas līdz 65% no betatrona elektronu kūļa enerģijas, turpretī parastajās rentgenlampās tikai 0,1%.

C. Fuko strāvas. Franču zinātnieks *Z. Fuko* 1855. gadā atklāja, ka masīvi vadītāji (metāli), atrazdamies mainīgā magnētiskajā laukā, sasilst. Viņš arī noskaidroja, ka sasilšanas cēlonis ir *indukcijas virpuļstrāvas* jeb *Fuko strāvas*, kas plūst mainīgajai magnētiskajai plūsmai perpendikulārā plaknē. Tas rada nevēlamus enerģijas zudumus, piemēram, transformatoros. Lai šos zudumus samazinātu, transformatoru serdes izgatavo no dzelzs plāksnēm, uz kuru virsmām ir slānītis ar lielu īpatnējo pretestību.

Fuko strāvas izmanto metālu kausēšanai indukcijas krāsnīs (18.5. att. a). Krāsni veido tīģelis, kas ievietots spolē, pa kuru plūst augstfrekvences maiņstrāva. Kausēšanu indukcijas krāsnī var izdarīt vakuumā, kas ir ļoti svarīgi, ja jāiegūst precīzi noteikta sastāva kausējums (neizdeg).

Induktīvo kausēšanu izmanto arī pusvadītāju (Ge, Si) t. s. zonālajā attīrīšanā no piemaisījumiem. Fuko strāvas, kuras inducē augstfrekvences tinums *A* (18.5. att. b), izkausē kvarca turētājos nostiprināta silīcija Si kristāla plānu slānīti visā tā šķērsgrīzumā, bet virsmas spraiguma spēku dēļ tas neiztek. Piemaisījumu šķīdība šķīdrajā fāzē ir lielāka nekā kristāliskajā. Tādēļ, pakāpeniski pārvietojot šķīdrās fāzes zonu no augšas uz leju, piemaisījumi tiek «pārdzīti» uz parauga apakšējo galu. Vairākas reizes atkārtojot zonālo pārkristalizēšanu, daļu parauga var atbrīvot no piemaisījumiem.

Ja Fuko strāvas inducējas, tāpēc ka vadītāji kustas magnētiskajā laukā, tad saskaņā ar Lenca likumu vadītāja kustība tiek bremsēta. To izmanto, lai noslāpētu elektrisko mēraparātu kustīgās sistēmas svārstības un tā ātrāk nostātos līdzsvara stāvoklī.

Fuko strāvas ir arī elektriskās enerģijas skaitītāju darbības pamatā.

D. Skinefekts. Ja strāva *I*, kas plūst vadītājā (18.6. att.), palielinās, tad vadītāja gareniskā šķēluma plaknē rodas virpuļstrāvas *I₁*, kuras vada ass tuvumā ir vērsta strāvai *I* pretējā virzienā, bet vada virsmas tuvumā *I₁* un *I* virzieni ir vienādi. Līdz ar to vada ass tuvumā strāvas blīvums samazinās, bet virsmas tuvumā — palielinās un *augstfrekvences strāvas plūst tikai plānā slānīti vadītāja virsmas tuvumā*. Piemēram, vara vadā, ja maiņstrāvas frekvence ir 10^5 Hz, visa strāva plūst virsmas slānī, kura biezums $\delta = 0,2$ mm. Šo parādību sauc par *skinefektu*. Skinefekta dēļ augstfrekvences strāvu tehnikā blīvu vadu vietā izmanto caurules vai arī dielektriķu vadus, kuru virsma pārklāta ar plānu vadītāja kārtiņu. Skinefektu izmanto detaļu virsmas rūdīšanai. Tādā veidā norūdītai detaļai ir cieta virsma, bet detaļa visumā saglabā nerūdīta materiāla elastiskās īpašības un nav trausla.

E. Magnētiskās plūsmas un magnētiskā lauka indukcijas mērīšana. Caur katru šķērsgrīzumu kontūrā, pa kuru plūst indukcijas

strāva I_1 , laika sprīdī dt izplūst elektriskais lādiņš $dq = I_1 dt$. Ja kontūrā darbojas elektrodzinējspēks $\mathcal{E}_i = -d\Phi_m/dt$ un kontūra pretestība ir R , tad $I_1 = \mathcal{E}_i/R = -(d\Phi_m/dt)(1/R)$, bet

$$dq = -d\Phi_m/R. \quad (18.6)$$

Galīgā laika sprīdī, kurā kontūra apvertā magnētiskā plūsma mainās no vērtības Φ'_m līdz vērtībai Φ''_m , caur kontūru izplūst lādiņš

$$q = (\Phi'_m - \Phi''_m)/R. \quad (18.7)$$

Ja kontūru veido vairāki vijumi, to var uzskatīt par šo vijumu virknes slēgumu, kurā atsevišķajos vijumos inducētie EDS summējas. Tādēļ kopējo EDS var noteikt, ievērojot to plūsmu summu, kuras iet caur katru no N vijumiem. Lielumu

$$\Psi_m = \sum_{i=1}^N \Phi_{m_i} \quad (18.8)$$

sauc par *pilno magnētisko plūsmu* jeb *magnētisko plūsmu saķēdējumu*. Ja plūsmas caur visiem N vijumiem ir vienādas, plūsmu saķēdējums

$$\Psi_m = N\Phi_m. \quad (18.9)$$

Isu spolīti ar N vienādiem vijumiem, kura pieslēgta ballistiskajam galvanometram (tas uzrāda ķēdē izplūdušo lādiņu q), izmanto magnētiskās plūsmas un lauka indukcijas mērīšanai, ja zināma spolītes pretestība R .

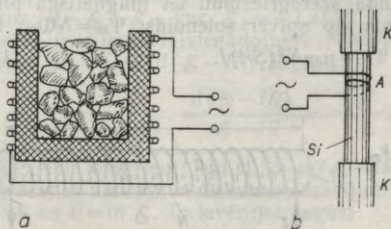
Pieņemsim, ka spolītes plakne perpendikulāra plūsmai un, spolīti iznesot no plūsmas, caur to izplūst lādiņš q . Tad saskaņā ar formulu (18.7)

$$q = N\Phi_m/R, \text{ no kurienes} \quad (18.10)$$

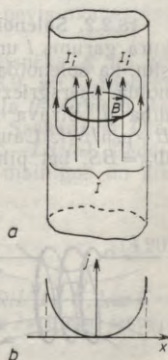
$$\Phi_m = qR/N. \quad (18.11)$$

Ja lauks visā vijuma šķērsgriezuma laukumā S ir homogēns un tā indukcija ir B , tad

$$B = \Phi_m/S. \quad (18.12)$$



18.5. att.



18.6. att.

Līdzīgs princips ir arī *magnētelektriskā fluksmetra* darbības pamatā. Tā rādītāju novirze uzrāda magnētiskās plūsmas saķēdējuma izmaiņu spolītē, kas pieslēgta pie mēraparāta. Zinot magnētiskās plūsmas saķēdējumu Ψ_m , var noteikt magnētisko plūsmu Φ_m un magnētisko indukciju B (sk. formulas (18.9) un (18.12)). Fluksmetrus sauc arī par *vēbermetriem*.

18.2. PAŠINDUKCIJA

18.2.1. Pašindukcijas parādība. Induktivitāte. Strāvas, kuras plūst kādā kontūrā (18.7. att.), rada magnētisko lauku un kontūrs aptver pilno magnētisko plūsmu Ψ_m . Mainoties strāvai kontūrā, kontūra izmēriem vai vides magnētiskajai caurlaidībai, mainās arī magnētiskā plūsma un kontūrā inducējas EDS. So parādību sauc par *pašindukciju*. Tā ir elektromagnētiskās indukcijas atsevišķs gadījums.

Saskaņā ar Bio—Savāra—Laplasa likumu vidē, kuras magnētiskā caurlaidība nav atkarīga no strāvas, magnētiskā lauka indukcija B jebkurā lauka punktā ir proporcionāla strāvai I , kas rada lauku. Tādēļ kontūra aptvertā pilnā magnētiskā plūsma

$$\Psi_m = LI, \quad (18.13)$$

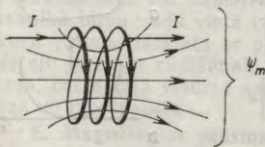
kur L — kontūra induktivitāte. Tā atkarīga no kontūra formas un izmēriem, kā arī no vides magnētiskās caurlaidības μ . Feromagnētiķiem induktivitāte $L = f(I) \neq \text{const}$, jo tiem caurlaidība μ atkarīga no lauka intensitātes, resp., no strāvas I kontūrā.

Sakarību (18.13) izmanto induktivitātes vienības — henrija (H) definēšanai. Vienu henriju liela induktivitāte ir kontūram, kurā plūstot 1 A stiprai strāvai izveidojas tāds magnētiskais lauks, ka kontūra aptvertā magnētiskā plūsma ir 1 Wb, t. i.,

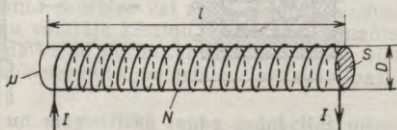
$$1 H = 1 \text{ Wb/A.}$$

18.2.2. Solenoīda induktivitāte. Apskatīsim solenoīdu (18.8. att.), kura garums l un šķērsgriezuma diametrs D , pie tam $l \gg D$. Pieņemsim, ka solenoīda vijumu skaits N un tilpumu $V = Sl$, kur S — solenoīda šķērsgriezuma laukums, aizpilda magnētiķis, kura caurlaidība μ . Strāva I solenoīdā rada magnētisko lauku, tā indukcija $B = \mu_0 \mu IN/l$. Caur solenoīda šķērsgriezumu iet magnētiskā plūsma $\Phi_m = BS$, bet pilnā plūsma, ko aptver solenoīds, $\Psi_m = N\Phi_m$. Tādēļ

$$\Psi_m = \mu_0 \mu N^2 (S/l) I. \quad (18.14)$$



18.7. att.



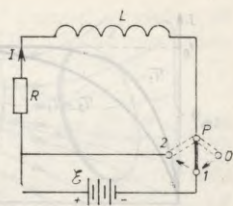
18.8. att.

Salīdzinot sakarību (18.14) ar (18.13), redzams, ka solenoīda induktivitāte

$$L = \mu_0 \mu N^2 (S/l). \quad (18.15)$$

No šīs sakarības izriet, ka $[\mu_0] = 1 \text{ H/m}$. Šo vienību lieto praksē vienības 1 N/A^2 vietā. Liekot N vietā nl , kur $n = N/l$ — vijumu skaits uz solenoīda garuma vienību, iegūst

$$L = \mu_0 \mu n^2 (Sl). \quad (18.16)$$



18.9. att.

Formulas (18.15) un (18.16) derīgas arī toroīdam.

18.2.3. Pašindukcijas EDS. Elektrodzinēj spēku, kas rodas kontūrā, ja mainās paša kontūra radītā pilnā magnētiskā plūsma Ψ_m , ko tas aptver, sauc par pašindukcijas elektrodzinēj spēku \mathcal{E}_p . Saskaņā ar sakarībām (18.2) un (18.13) vispārīgā gadījumā

$$\mathcal{E}_p = -(L dl/dt + l dL/dt). \quad (18.17)$$

Ja kontūrs nedeformējas, bet induktivitāte L laikā mainās tikai tāpēc, ka tā atkarīga no laikā mainīgas strāvas I , tad $dL/dt = (dL/dI)(dI/dt)$ un

$$\mathcal{E}_p = -(L + I dL/dI) dI/dt. \quad (18.18)$$

Gadījumā, kad $L = \text{const}$, t. i., $dL/dt = 0$,

$$\mathcal{E}_p = -L dI/dt. \quad (18.19)$$

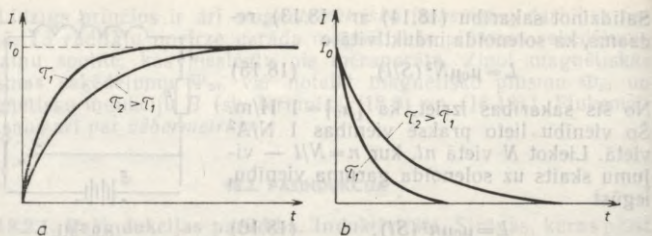
18.2.4. Ieslēgšanas un izslēgšanas strāvas. Ieslēdzot vai izslēdzot strāvu kontūrā, kuram ir induktivitāte, rodas pašindukcijas EDS, kas izrāda pretestību strāvas maiņai, un strāva stacionāro vērtību (ieslēdzot) vai nulles vērtību (izslēdzot) sasniedz nevis momentāni, bet pakāpeniski.

A. Apskatīsim ķēdi, kurā darbojas elektrodzinēj spēks \mathcal{E} un kuras pretestība ir R , bet induktivitāte $L = \text{const}$ (18.9. att.). Pieņemsim, ka laika momentā $t=0$ pārslēgu P no stāvokļa 0 pārvieto stāvoklī I , un noteiksim strāvu I atkarībā no laika t . Saskaņā ar Oma likumu $IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_p$, kur $\mathcal{E}_p = -L dI/dt$ jeb $IR = \mathcal{E} - L dI/dt$. Pēdējā sakarība ir diferenciālvienādojums. Nošķirot tajā mainīgos un aizstājot dI ar $-(1/R)d(\mathcal{E} - IR)$, iegūst

$$\frac{d(\mathcal{E} - IR)}{\mathcal{E} - IR} = -\frac{R}{L} dt. \quad (18.20)$$

So sakarību integrējot, iegūst, ka $\ln(\mathcal{E} - IR) = -(R/L)t + C$, kur C — integrēšanas konstante. Sākuma nosacījumi $t=0$ un $I=0$ dod iespēju noteikt, ka $C = \ln \mathcal{E}$. To ievērojot, iegūst

$$I = (\mathcal{E}/R)(1 - e^{-(R/L)t}). \quad (18.21)$$



18.10. att.

Strāvas I atkarība no laika t grafiski parādīta 18.10. attēlā *a*. Lielums $\mathcal{E}/R=I_0$ ir stacionārā strāvas vērtība, kuru tā sasniedz laika gaitā. Attiecībai $L/R=\tau$ ir laika dimensija, un to sauc par *relaksācijas laiku*. Laika sprīdi $t=\tau$ lielums $e^{-t/\tau}$ samazinās e reizes. Jo lielāks ir τ , jo ilgāks laiks paiet, līdz strāva sasniedz stacionāro vērtību.

B. Pēc tam kad strāva ķēdē sasniegusi vērtību I_0 , momentāni pārvietosim pārslēgu P stāvoklī 2 un pieņemsim šo momentu par jaunu laika atskaites sākumpunktu $t=0$. Tagad ķēdē vairs nav EDS avota. Tādēļ vienādojumu, kurš apraksta procesu ķēdē, var uzrakstīt, liekot formulā (18.20) $\mathcal{E}=0$. Tad

$$dI/I = -(R/L)dt. \quad (18.22)$$

Integrējot sakarību (18.22) un ievērojot sākuma nosacījumus $t=0$ un $I=I_0$, iegūst

$$I = I_0 e^{-(R/L)t}. \quad (18.23)$$

Sis sakarības grafiks parādīts 18.10. attēlā *b*.

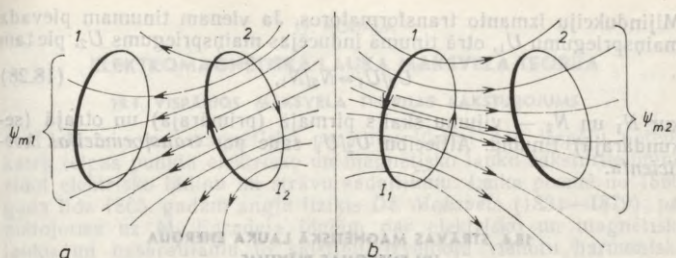
18.3. MIJINDUKCIJA

18.3.1. Mijindukcijas parādība. Mijinduktivitāte. Par mijindukciju sauc EDS ierosināšanu kontūrā, mainoties strāvas stiprumam citā kontūrā. Tas ir iespējams, ja apskatāmais kontūrs aptver kādu daļu no magnētiskās plūsmas, kuru rada strāva citā kontūrā. Tā, piemēram, kontūrs 1 (18.11. att. *a*) aptver pilno magnētisko plūsmu Ψ_{m1} , ko rada strāva I_2 , kas plūst kontūrā 2, pie tam

$$\Psi_{m1} = M_{12}I_2. \quad (18.24)$$

Līdzīgi kontūrs 2 aptver pilno magnētisko plūsmu Ψ_{m2} , kuru rada strāva I_1 , plūstot kontūrā 1 (18.11. att. *b*), un

$$\Psi_{m2} = M_{21}I_1. \quad (18.25)$$



18.11. att.

Var pierādīt, ka proporcionalitātes koeficienti M_{12} un M_{21} šajās sakarībās ir vienādi. Pieņemsim, ka kontūrs 1 , kurā plūst strāva I_1 , atrodas miera stāvoklī, bet kontūru 2 , kurā plūst strāva I_2 , pārvieto uz bezgalību. Padarītais darbs $A_{21} = \Psi_{m2} I_2 = M_{21} I_1 I_2$. Atstājot kontūru 2 uz vietas un pārvietojot uz bezgalību kontūru 1 , jāpadara darbs $A_{12} = \Psi_{m1} I_1 = M_{12} I_1 I_2$. Tā kā pārvietošana ir relatīva, tad $A_{12} = A_{21}$. No tā izriet, ka

$$M_{12} = M_{21} = M. \quad (18.26)$$

Lielumu M sauc par mijinduktivitāti un mēra henrijos.

18.3.2. Divu solenoīdu mijinduktivitāte. Pieņemsim, ka divi gari solenoīdi uztīti viens virs otra uz kopīgas serdes, vijumu skaits solenoīdos ir N_1, N_2 un pirmajā solenoīdā plūst strāva I_1 . Tā caur serdes šķērsriezuma laukumu S rada magnētisko plūsmu $\Phi_m = B_1 S$, kur $B_1 = \mu_0 \mu H_1$ un $H_1 = I_1 N_1 / l$, t. i., $\Phi_m = \mu_0 \mu I_1 N_1 S / l$. Pilnā plūsma caur otru solenoīdu $\Psi_{m2} = \mu_0 \mu I_1 N_1 N_2 S / l$. Salīdzinot šo izteiksmi ar formulu (18.25) un ņemot vērā sakarību (18.26), redzams, ka

$$M = \mu_0 \mu N_1 N_2 S / l. \quad (18.27)$$

Formula (18.27) derīga arī tinumiem, kas uztīti uz toroidālas vai citas formas noslēgtas feromagnētiķa serdes.

18.3.3. Mijindukcijas EDS. Ja magnētiskā plūsma caur kontūru 2 mainās, kontūrā inducējas EDS

$$\mathcal{E}_{21} = -d\Psi_{m2}/dt = -(M dI_1/dt + I_1 dM/dt).$$

Līdzīgi kontūrā 1 inducējas EDS

$$\mathcal{E}_{12} = -d\Psi_{m1}/dt = -(M dI_2/dt + I_2 dM/dt).$$

Ja $M = \text{const}$, tad

$$\mathcal{E}_{21} = -M dI_1/dt \quad \text{un} \quad \mathcal{E}_{12} = -M dI_2/dt.$$

Mijindukciju izmanto transformatoros. Ja vienam tinumam pievada maiņspriegumu U_1 , otrā tinumā inducējas maiņspriegums U_2 , pie tam

$$U_2/U_1 = N_2/N_1, \quad (18.28)$$

kur N_1 un N_2 — vijumu skaits pirmajā (primārajā) un otrajā (sekundārajā) tinumā. Attiecību U_2/U_1 sauc par transformācijas koeficientu.

18.4. STRĀVAS MAGNĒTISKĀ LAUKA ENERĢIJA UN ENERĢIJAS BLĪVUMS

Strāva I , plūzdama ķēdē (18.9. att.), kurā virknē saslēgtos ķēdes elementus raksturo elektrodzinējspēks \mathcal{E} , pretestība R un induktivitāte L , izdala Džoula siltumu $dQ = I^2 R dt$, kā arī veic darbu $dA = Id\Psi_m$, radot magnētisko lauku. Tā kā $\Psi_m = LI$, tad $d\Psi_m = LdI$ (ja $L = \text{const}$) un $dA = LIdI$. Strāvai mainoties no nulles līdz I , jāveic darbs, lai radītu magnētisko lauku. Sis darbs $A = \int_0^I LIdI$ jeb

$$A = (1/2)LI^2 = (1/2)\Psi_m I = (1/2)\Psi_m^2/L. \quad (18.29)$$

Ja kādā mirklī EDS avotu izslēdz, saglabājot noslēgtu L un R ķēdi, strāva turpina plūst, jo ķēdē darbojas pašindukcijas elektrodzinējspēks $\mathcal{E}_p = d\Psi_m/dt$, padarot laika sprīdi dt darbu $dA' = \mathcal{E}_p I dt = -Id\Psi_m = -LIdI$. Tā kā strāva I samazinās līdz nullei, darbs $A' = -(1/2)LI^2$. Kā redzams, $A' = -A$, t. i., darbs, ko padara magnētiskais lauks izzūdot, vienāds ar darbu, kas jāpadara, radot lauku. Tas nozīmē, ka strāvas magnētiskajam laukam piemīt enerģija $W_m = A$ jeb

$$W_m = (1/2)LI^2 = (1/2)\Psi_m I = (1/2)\Psi_m^2/L. \quad (18.30)$$

Formula (18.30) saista strāvas kontūra magnētiskā lauka enerģiju W_m ar kontūra parametriem L , I , Ψ_m . Noskaidrosim, kā magnētiskā lauka enerģija saistīta ar lauka raksturlielumiem. Aplūkosim gara solenoīda (18.8. att.) lauku. Formulā $W_m = (1/2)\Psi_m I$ aizstāsim Ψ_m ar NBS , bet I izteiksim no sakarības $H = IN/l$. Tad $W_m = (1/2)NBSHl/N = (1/2)BHSI$, kur $Sl = V$ — solenoīda tilpums. Gara solenoīda lauks gandrīz viss atrodas tikai solenoīdā un ir homogēns. Tādēļ enerģija tajā vienmērīgi sadalīta pa tilpumu un enerģijas blīvums $w_m = W_m/V$ ir šāds:

$$w_m = (1/2)BH = (1/2)\mu_0\mu H^2 = (1/2)B^2/(\mu_0\mu). \quad (18.31)$$

Jebkura magnētiskā lauka enerģiju kādā tilpumā V var noteikt integrējot, ja visos lauka punktos zināmi lielumi B un H . Tad

$$W_m = \int_V w_m dV = (1/2) \int_V BH dV. \quad (18.32)$$

ELEKTROMAGNĒTISKĀ LAUKA MAKSVELA TEORIJA

19.1. VISPĀRĪGS MAKSVELA TEORIJAS RAKSTUROJUMS

Elektrisko un magnētisko parādību likumi dod iespēju noteikt katrā telpas punktā elektrisko un magnētisko lauku raksturlielumus, zinot elektrisko lādiņu un strāvu sadalījumu. Laika posmā no 1860. gada līdz 1865. gadam angļu fiziķis Dž. Maksvels (1831—1879), pamatojoties uz M. Faradeja idejām par elektrisko un magnētisko lauku un nesaraucamu to saistību, izveidoja vienotu harmonisku elektromagnētiskā lauka teoriju.

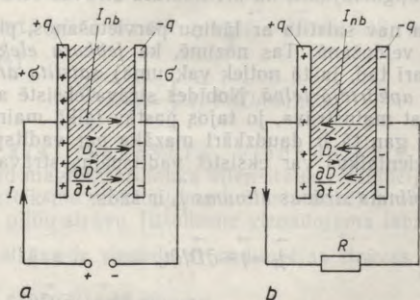
Maksvela teorija ir *fenomenoloģiska* (aprakstoša) — tā neap-lūko vidē notiekošo procesu mehānismu, bet vides īpašības raksturo ar trim lielumiem: ϵ , μ , γ , t. i., ar relatīvo dielektrisko caurlaidību, relatīvo magnētisko caurlaidību un īpatnējo elektrisko vadītspēju.

Maksvela teorija ir *makroskopiska* — tā neaplūko mikrolaukus (atomos un molekulās), bet raksturo lauku ar vidējiem lielumiem, kas ņemti fizikāli mazā tilpumā, kura izmēri tomēr daudzkārt pārsniedz atomu izmērus, un isā laika sprīdī, kura ilgums tomēr daudzkārt lielāks nekā elementāro lādiņu kustības periodi atomos.

Maksvela teorija ir *fundamentāla* teorija — tā ne tikai izskaidroja visas pazīstamās elektromagnētiskās parādības, bet deva iespēju paredzēt jaunas parādības: elektromagnētisko viļņu eksistenci, kā arī gaismas viļņu elektromagnētisko dabu, ko eksperimenti vēlāk apstiprināja.

19.2. NOBĪDES STRĀVA

Ļoti svarīga nozīme Maksvela teorijas izveidošanā ir 1861. gadā Dž. Maksvela izteiktajai idejai par nobīdes strāvas eksistenci un visu elektrisko strāvu noslēgto raksturu. Līdz tam uzskatīja, ka, piemēram, strāva ķēdē, kurā ieslēgts kondensators (19.1. att.), ir



19.1. att.

pārtraukta. Tiešām, vadītspējas strāva I plūst tikai vadītājos līdz kondensatoram, caur dielektriķi tā neplūst. Taču, pēc Dž. Maksvela uzskata, dielektriķī «plūst» tikpat liela nobīdes strāva $I_{nb}=I$ un strāva ir noslēgta.

Kondensatora ķēdē strāva plūst tikai tad, ja mainās lādiņš q uz kondensatora platēm, t. i., ja mainās elektriskais lauks (\vec{E} , \vec{D}) starp tām. Noskaidrosim sakarību starp nobīdes strāvu un elektriskā lauka maiņas ātrumu. Saskaņā ar strāvas definīciju $I=dq/dt$, kur $q=\sigma S$, ja σ — virsmas lādiņa blīvums un S — plates laukums. Tādēļ $I=Sd\sigma/dt$. Kā zināms, kondensatora laukā $D=\sigma$. Pieņemot, ka $I_{nb}=I$, var rakstīt $I_{nb}=SdD/dt$ vai $j_{nb}=dD/dt$, kur j_{nb} — nobīdes strāvas blīvums. Parasti dD/dt vietā raksta $\partial D/\partial t$, ar to norādot, ka nobīdes strāva saistīta tikai ar elektriskās indukcijas maiņu laikā. Tad

$$j_{nb}=\partial D/\partial t. \quad (19.1)$$

Vektoriem \vec{j}_{nb} un $\partial \vec{D}/\partial t$ ir vienāds virziens, gan kondensatoram uzlādējoties (19.1. att. a), gan arī tam izlādējoties (19.1. att. b). Tādēļ ir spēkā arī sakarība

$$\vec{j}_{nb}=\partial \vec{D}/\partial t. \quad (19.2)$$

Tā kā $\vec{D}=\epsilon_0 \vec{E}+\vec{P}$ (sk. formulu (12.19)), tad

$$\vec{j}_{nb}=\epsilon_0(\partial \vec{E}/\partial t)+\partial \vec{P}/\partial t, \quad (19.3)$$

kur $\partial \vec{P}/\partial t$ — polarizācijas strāvas blīvums, bet $\epsilon_0(\partial \vec{E}/\partial t)$ — nobīdes strāvas blīvums vakuumā. Polarizācijas strāva ir saistīta ar lādiņu nelielu nobīdi, un tā izraisa magnētisko lauku. Principiāli jauns ir Dž. Maksvela apgalvojums, ka arī nobīdes strāvas otra komponente $\epsilon_0(\partial \vec{E}/\partial t)$, kura nav saistīta ar lādiņu pārvietošanos, piedalās magnētiskā lauka veidošanā. Tas nozīmē, ka *jebkura elektriskā lauka maiņa laikā* (arī tad, ja tā notiek vakuumā) *saistīta ar magnētiskā lauka rašanos apkārtējā telpā*. Nobīdes strāva eksistē arī vadītājos, pa kuriem plūst maiņstrāva, jo tajos pastāv laikā mainīgs elektriskais lauks, lai gan tā ir daudzkārt mazāka par vadītspējas strāvu. Vispār telpā vienlaikus var eksistēt vadītspējas strāva un nobīdes strāva. Tādēļ pilnais strāvas blīvums \vec{j}_p ir šāds:

$$\vec{j}_p=\vec{j}+\partial \vec{D}/\partial t, \quad (19.4)$$

kur \vec{j} — vadītspējas strāvas blīvums.

19.3.1. Maksvela vienādojumi integrālā formā. Maksvela teorijas pamatā ir vienādojumi, kuri iegūstami, vispārinot eksperimentālās likumsakarības, un kurus sauc par Maksvela vienādojumiem.

Noslēgta kontūra K katrā punktā elektriskā lauka intensitāti \vec{E} var veidot trīs dažādas izcelsmes komponentes. Tās ir šādas: \vec{E}_q — elektrostatiskā lauka intensitāte, \vec{E}_B — inducētā elektriskā lauka intensitāte un \vec{E}^* — dzinējspēku lauka intensitāte. Tādēļ $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B + \vec{E}^*$ un elektriskā lauka intensitātes cirkulācija pa kontūru K ir šāda: $\oint_K \vec{E} d\vec{l} = \oint_K \vec{E}_q d\vec{l} + \oint_K \vec{E}_B d\vec{l} + \oint_K \vec{E}^* d\vec{l}$. Kā zināms, $\oint_K \vec{E}_q d\vec{l} = 0$ (sk.

11.6.3. nodalījumu), $\oint_K \vec{E}_B d\vec{l} = -\partial\Phi_m/\partial t$ (sk. sakarību (18.4)), kur $\partial\Phi_m/\partial t = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} ndS = \int_S (\partial\vec{B}/\partial t) ndS$, un $\oint_K \vec{E}^* d\vec{l} = \sum_{k=1}^N \mathcal{E}_k$ (sk. sakarību (13.4)), kur \mathcal{E}_k — kontūrā K ieslēgto avotu elektrodzinējspēki. Tādēļ

$$\oint_K \vec{E} d\vec{l} = - \int_S (\partial\vec{B}/\partial t) ndS + \sum_{k=1}^N \mathcal{E}_k. \quad (19.5)$$

Tas ir pirmais Maksvela vienādojums integrālā formā. Kā redzams, elektriskā lauka intensitātes cirkulācija pa noslēgtu kontūru (izteiksme vienādojuma kreisajā pusē) vienāda ar divu locekļu summu, kurā pirmais loceklis ir kontūrā inducētais elektrodzinējspēks, ja kontūra aptvertā magnētiskā plūsma laikā mainās, bet otrais loceklis ir kontūrā ieslēgto citas izcelsmes avotu EDS summa.

Magnētiskā lauka intensitātes \vec{H} cirkulāciju pa kontūru K nosaka kontūra aptvertā pilnā strāva $I_p = \int_S (\vec{j} + \partial\vec{D}/\partial t) ndS$, un saskaņā ar formulu (16.24)

$$\oint_K \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \partial\vec{D}/\partial t) ndS. \quad (19.6)$$

Tas ir otrais Maksvela vienādojums integrālā formā. Tātad magnētiskā lauka intensitātes cirkulācija pa noslēgtu kontūru K (izteiksme vienādojuma kreisajā pusē) ir vienāda ar kontūra aptvertu pilno strāvu (izteiksme vienādojuma labajā pusē). Savukārt pilnā strāva ir vienāda ar vadītspējas strāvas $\int_S \vec{j} ndS$ un nobīdes strāvas $\int_S (\partial\vec{D}/\partial t) ndS$ summu.

Sos divūs Maksvela vienādojumus vēl papildina Gausa teorēma magnētiskajam laukam (16.36):

$$\oint_s \vec{B} ndS = 0 \quad (19.7)$$

un elektriskajam laukam (12.26):

$$\oint_s \vec{D} ndS = Q_V \text{ jeb } \oint_s \vec{D} ndS = \int_V \rho dV. \quad (19.8)$$

Tāpat jāņem vērā sakarības

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \text{ un } \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (19.9)$$

19.3.2. Maksvela vienādojumi diferenciālā formā. Lietojot vienādojumus (19.5) un (19.6) Stoksa teorēmu

$$\oint_K \vec{A} dl = \int_S \text{rot } \vec{A} ndS, \quad (19.10)$$

bet vienādojumiem (19.7) un (19.8) Ostrogradska—Gausa teorēmu

$$\oint_s \vec{A} ndS = \int_V \text{div } \vec{A} dV, \quad (19.11)$$

iegūstam Maksvela vienādojumus diferenciālā formā:

(gadījumā, kad dzinējspēku lauka intensitāte $\vec{E}^* = 0$)

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t; \\ \text{div } \vec{B} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t; \\ \text{div } \vec{D} = \rho. \end{cases} \quad (19.12)$$

1. sistēma 2. sistēma

Dažreiz ir ērtāk izmantot skalāras sakarības, kas iegūstamas no vienādojumiem (19.12), ņemot vērā, ka

$$\text{rot } \vec{A} = \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right); \quad (19.13)$$

$$\text{div } \vec{A} = \partial A_x / \partial x + \partial A_y / \partial y + \partial A_z / \partial z. \quad (19.14)$$

Tad

$$\begin{cases} \partial E_z / \partial y - \partial E_y / \partial z = -\partial B_x / \partial t; \\ \partial E_x / \partial z - \partial E_z / \partial x = -\partial B_y / \partial t; \\ \partial E_y / \partial x - \partial E_x / \partial y = -\partial B_z / \partial t; \\ \partial B_x / \partial x + \partial B_y / \partial y + \partial B_z / \partial z = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \partial H_z / \partial y - \partial H_y / \partial z = j_x + \partial D_x / \partial t; \\ \partial H_x / \partial z - \partial H_z / \partial x = j_y + \partial D_y / \partial t; \\ \partial H_y / \partial x - \partial H_x / \partial y = j_z + \partial D_z / \partial t; \\ \partial D_x / \partial x + \partial D_y / \partial y + \partial D_z / \partial z = \rho. \end{cases}$$

1. sistēma

2. sistēma

Lai izprastu vienādojumu (19.12) fizikālo saturu, aplūkosim *rotoru un diverģenci*.

Vektora rotācija uz jebkura plakana kontūra normāli, kura plaknē kontūra iekšpusē atrodas apskatāmais lauka punkts, vienāda ar robežu, uz ko tiecas pa šo kontūru noteiktās lauka vektora \vec{A} cirkulācijas attiecība pret kontūra apjozto laukumu, ja kontūra izmēri neierobežoti samazinās. Tādēļ vektors $\text{rot}\vec{A}$ raksturo lauka virpuļainību apskatāmajā punktā.

Tāpat vienādojums $\text{rot}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$ rāda, ka ap lauka punktu P , kuru raksturo vektors $\text{rot}\vec{E}$, eksistē virpuļains elektriskais lauks, ja šajā punktā ir laikā mainīgs magnētiskais lauks, un, jo straujāk mainās magnētiskais lauks, jo lielāka ir elektriskā lauka virpuļainība. Savukārt vienādojums $\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \partial\vec{D}/\partial t$, rāda, ka ap lauka punktu P , kuru raksturo vektors $\text{rot}\vec{H}$, pastāv magnētiskais virpuļlauks, ja šajā punktā eksistē vadītspējas vai nobīdes strāvas.

Skalārais lielums div \vec{A} ir vienāds ar vektora \vec{A} plūsmu no tā telpas elementa tilpuma vienības, kurā atrodas apskatāmais punkts, ja elementa tilpums neierobežoti samazinās. Tādēļ $\text{div}\vec{B} = 0$, jo magnētiskā plūsma caur jebkuru noslēgtu virsmu vienāda ar nulli (dabā nav magnētisko lādiņu). Savukārt $\text{div}\vec{D} = \rho$, jo elektriskā lauka nobīdes vektora plūsma caur slēgtu virsmu ir vienāda ar virsmas aptvertu lādiņu un $\text{div}\vec{D}$ ir plūsma caur virsmu, kas aptver vienu vienību lielu tilpumu, kurā lādiņš ir ρ .

Daži Maksvela vienādojumu lietojumi aprakstīti šīs grāmatas IV daļā, kur aplūkoti elektromagnētiskie viļņi (23.4. §).

19.4. ELEKTROMAGNĒTISKĀ LAUKA ELEKTRISKĀS UN MAGNĒTISKĀS KOMPONENTES RELATĪVAIS RAKSTURS

Ja kādā inerciālā atskaites sistēmā nekustīgi elektriskie lādiņi rada tajā konstantu elektrisko lauku, tad citā inerciālā atskaites sistēmā tie atrodas kustībā un rada ne vien elektrisko lauku, bet arī magnētisko lauku. Līdzīgi, ja kādā inerciālā atskaites sistēmā nekustīgs strāvas vads rada konstantu magnētisko lauku, tad citā inerciālā atskaites sistēmā tas atrodas kustībā — tā radītais magnētiskais lauks katrā punktā ir laikā mainīgs un inducē elektrisko virpuļlauku. Elektriskās un magnētiskās lauka komponentes relativitāti atspoguļo Maksvela teorija, kura apraksta vienotu elektromagnētisko lauku.

IV DAĻA

SVĀRSTĪBAS UN VIĻŅI

20. NODAĻA

MEHĀNISKĀS SVĀRSTĪBAS

20.1. SVĀRSTĪBAS UN TO VEIDI

Svārstības jeb oscilācijas ir tāds process, kura fizikālo raksturlielumu vērtības laikā mainās (gan palielinās, gan samazinās) ap kādu vidēju vērtību. Fizikālo lielumu atšķirību no vidējās vērtības sauc par *novirzi*. Svārstības bieži sastopamas dabā un tehnikā. Svārstās, piemēram, ūdens līmenis un straumes ātrums upē, atmosfēras spiediens, gaisa temperatūra, koka zari un lapas vējā, atspērē vai stieplē pakārts ķermenis, pulksteņa svārstis, mūzikas instrumenta stīga, telefona membrāna, lidmašīnas spārni, vilciena vagoni, mašīnu korpusi, spriegums un strāva maiņstrāvas ķēdē utt. Svārstību procesi ļoti svarīgi radiotehnikā.

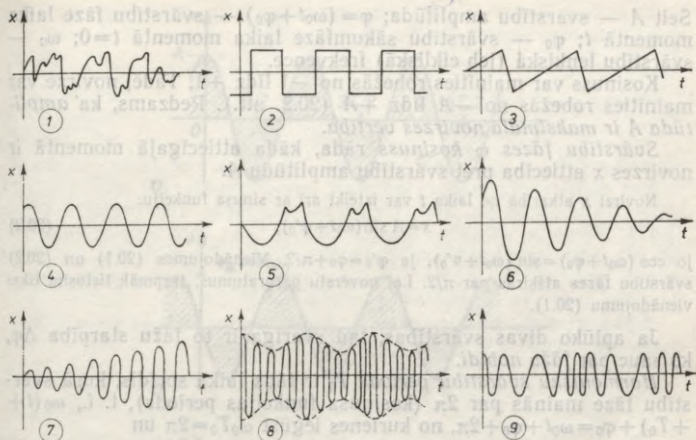
Svārstības ir ļoti dažādas. Tās var klasificēt pēc dažādām pazīmēm.

Atkarībā no oscilējošā objekta dabas šķiro, piemēram, mehāniskās un elektromagnētiskās svārstības.

Ķermenis var svārstīties, atrodoties gan translācijas, gan arī rotācijas kustībā. Tādēļ apskata translācijas un rotācijas svārstības.

Pēc ārējās iedarbības rakstura svārstības var būt brīvas vai uzspiestas. *Brīvās svārstības* norisinās bez mainīgu ārēju spēku iedarbības, ja oscilējošās sistēmas enerģija ir lielāka par sistēmas līdzsvara stāvokļa enerģiju, piemēram, iekustinātai vai no līdzsvara stāvokļa izvīzītai diegā pakārtai lodītei. Ja sistēma ir konservatīva, tad brīvās svārstības ir *nerimstošas*, bet pretējā gadījumā tās ir *rimstošas*. Nerimstošas brīvas svārstības sauc arī par *pašsvārstībām*. *Uzspiestās svārstības* notiek tad, ja uz oscilējošo sistēmu darbojas periodisks ārējs spēks.

Daži svārstību veidi *atkarībā no novirzes x maiņas rakstura laikā* parādīti 20.1. attēlā, kur 1 — neregulāras (gadījuma); 2 — taisnstūra; 3 — zāgveida; 4 — sinusoidālas (harmoniskas); 5 — sarežģītas formas periodiskas; 6 — rimstošas; 7 — augošas; 8 —



20.1. att.

pēc amplitūdas modulētas; 9 — pēc frekvences modulētas svārstības. Ja svārstību procesā jebkura novirzes x vērtība atkārtojas pēc vienādiem laika sprīžiem T , tad svārstības ir *periodiskas*. Laika sprīdi T sauc par *svārstību periodu*, bet svārstību skaitu laika vienībā $\nu = 1/T$ — par *svārstību frekvenci*. Frekvences SI vienība ir $\text{h e r c s} = 1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$.

Dažos gadījumos (piemēram, ja svārstības ir rimstošas vai augošas) periodiski atkārtojas tikai noteikti svārstību stāvokļi: līdzsvara stāvokļi, kā arī novirzes maksimumi un minimumi, kuru skaitliskās vērtības laikā mainās.

Praksē ļoti liela nozīme ir *harmoniskām svārstībām*, jo daudzas svārstības dabā un tehnikā ir harmoniskas vai tuvas tām. Vēl bez tam ikvienu periodisku svārstību var uzskatīt par harmonisku svārstību superpozīciju un sadalīt harmoniskās svārstībās (sk. 20.6. §). Tādēļ vispirms apskatīsim harmoniskas svārstības.

20.2. HARMONISKU SVĀRSTĪBU PAMATLIELUMI

20.2.1. Harmonisku svārstību kinemātiskais vienādojums. Svārstības ir harmoniskas, ja novirze x atkarībā no laika t mainās saskaņā ar vienādojumu

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (20.1)$$

ko sauc par *harmonisku svārstību kinemātikas pamatvienādojumu**

* Turpmāk šādu vienādojumu un tam analogus vienādojumus īsāk sauksim par *kinemātiskajiem vienādojumiem*.

Seit A — svārstību amplitūda; $\varphi = (\omega_0 t + \varphi_0)$ — svārstību fāze laika momentā t ; φ_0 — svārstību sākumfāze laika momentā $t=0$; ω_0 — svārstību leņķiskā (jeb cikliskā) frekvence.

Kosinuss var mainīties robežās no -1 līdz $+1$. Tādēļ novirze var mainīties robežās no $-A$ līdz $+A$ (20.2. att.). Redzams, ka *amplitūda A ir maksimālā novirzes vērtība.*

Svārstību fāzes φ kosinuss rāda, kāda attiecīgajā momentā ir novirzes x attiecība pret svārstību amplitūdu A .

Novirzi x atkarībā no laika t var izteikt arī ar sinusa funkciju:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi'_0), \quad (20.2)$$

jo $\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \sin(\omega_0 t + \varphi'_0)$, ja $\varphi'_0 = \varphi_0 + \pi/2$. Vienādojumos (20.1) un (20.2) svārstību fāzes atšķiras par $\pi/2$. Lai novērstu pārpratumus, turpmāk lietosim tikai vienādojumu (20.1).

Ja aplūko divas svārstības, tad svarīga ir to fāžu starpība $\Delta\varphi$, ko sauc par *fāžu nobīdi.*

Harmonisku svārstību periods T_0 ir tāds laika sprādis, kurā svārstību fāze mainās par 2π (kosinusa funkcijas periods), t. i., $\omega_0(t + T_0) + \varphi_0 = \omega_0 t + \varphi_0 + 2\pi$, no kurienes iegūst $\omega_0 T_0 = 2\pi$ un

$$\omega_0 = 2\pi/T_0. \quad (20.3)$$

Kā zināms, frekvence $\nu_0 = 1/T_0$, tādēļ

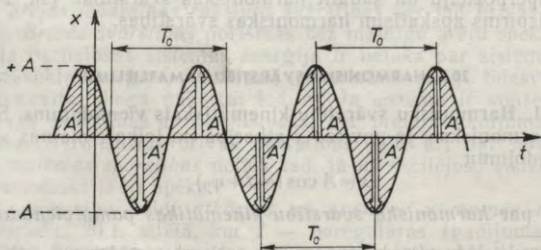
$$\omega_0 = 2\pi\nu_0. \quad (20.4)$$

Frekvence ν_0 ir svārstību skaits laika vienībā (sekundē), bet leņķiskā frekvence ω_0 ir svārstību skaits 2π laika vienībās (sekundēs).

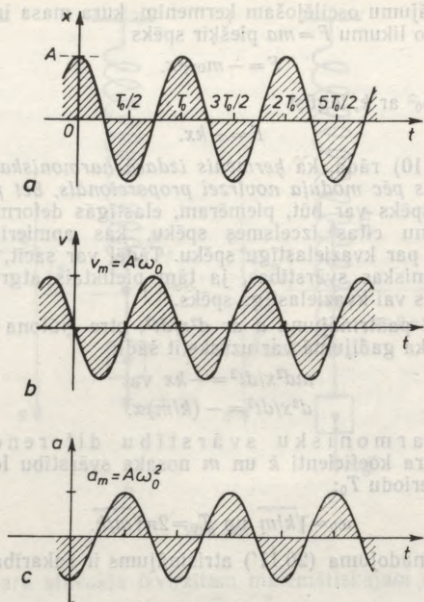
20.2.2. Kustības ātrums harmoniskajās svārstībās. Izmantosim harmonisko svārstību kinemātisko vienādojumu (20.1), lai noteiktu šīs kustības ātrumu. Tā kā $v = dx/dt$, tad

$$v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2). \quad (20.5)$$

Kā redzams, v ir harmoniski mainīgs lielums un tā maiņas frekvence ir ω_0 , bet *ātruma amplitūda $v_m = A\omega_0$ ir jo lielāka, jo lielāka ir svārstību amplitūda A un frekvence ω_0 .* Ātruma fāze apsteidz novirzes



20.2. att.



20.3. att.

fāzi par $\pi/2$, t. i., maksimālās un citas atbilstošas vērtības ātrums sasniedz par $T_0/4$ ātrāk nekā novirze (20.3. att. *a* un *b*, kur grafiski attēloti x un v , pieņemot, ka $\varphi_0=0$).

20.2.3. Paātrinājums harmonisko svārstību kustībā. Paātrinājumu $a=d^2x/dt^2=dv/dt$ nosaka, atvasinot sakarību (20.5) pēc laika t . Tad

$$a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi). \quad (20.6)$$

Tātad arī kustības paātrinājums a laikā mainās harmoniski ar frekvenci ω_0 . **Paātrinājuma amplitūda**

$$a_m = A\omega_0^2 \quad (20.7)$$

ir jo lielāka, jo lielāka ir ātruma amplitūda $v_m=A\omega_0$ un svārstību frekvence ω_0 . Paātrinājuma fāze apsteidz ātruma fāzi par $\pi/2$ un novirzes fāzi par π , t. i., paātrinājumam un novirzei ir pretējas fāzes (20.3. att. *a* un *c*).

20.2.4. Harmonisku svārstību diferenciālvienādojums. No sakarībām (20.6) un (20.1) izriet, ka paātrinājums

$$a = -\omega_0^2 x. \quad (20.8)$$

Sādu paātrinājumu oscilējošam ķermenim, kura masa ir m , saskaņā ar Ņūtona otro likumu $F = ma$ piešķir spēks

$$F = -m\omega_0^2 x. \quad (20.9)$$

Apzīmējot $m\omega_0^2$ ar k , iegūst

$$F = -kx. \quad (20.10)$$

Sakarība (20.10) rāda, ka ķermenis izdara harmoniskas svārstības, ja tam pielikts pēc moduļa novirzei proporcionāls, bet pretēji vērsts spēks. Tāds spēks var būt, piemēram, elastīgās deformācijas spēks (2.47). Ikvienu citas izcelsmes spēku, kas apmierina sakarību (20.10), sauc par kvazielastīgu spēku. Tādēļ var sacīt, ka ķermenis izdara harmoniskas svārstības, ja tām pieliktais atgriežēj spēks ir elastības spēks vai kvazielastīgs spēks.

Aizvietojot paātrinājumu a ar d^2x/dt^2 , otro Ņūtona likumu kvazielastīga spēka gadījumā var uzrakstīt šādi:

$$md^2x/dt^2 = -kx \quad \text{vai} \quad (20.11)$$

$$d^2x/dt^2 = -(k/m)x. \quad (20.11')$$

Tas ir harmonisku svārstību diferenciālvienādojums, kura koeficienti k un m nosaka svārstību leņķisko frekvenci ω_0 un periodu T_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \quad \text{un} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{m/k}. \quad (20.12)$$

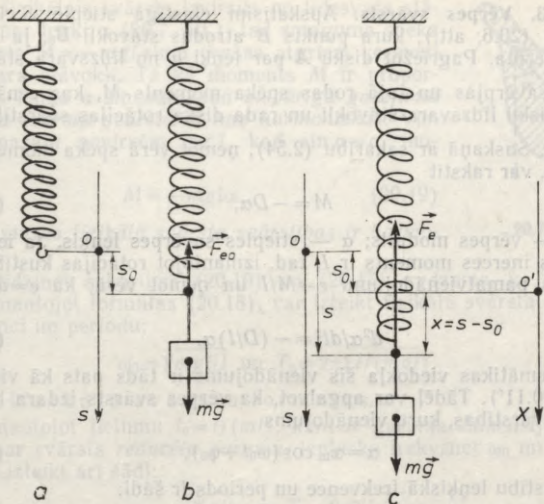
Diferenciālvienādojuma (20.11') atrisinājums ir sakarība (20.1).

20.3. HARMONISKU SVĀRSTĪBU PIEMĒRI

20.3.1. Atsperes svārsts. Pieņemsim, ka atsperē, kuras elastības koeficients ir k , iekārts ķermenis ar masu m (20.4. att.). Atsperēi izstiepjoties par attālumu s_0 , rodas elastības spēks $F_{e0} = -ks_0$, kas līdzsvaro smaguma spēku $P = mg$, proti, $mg = ks_0$. Izstiepjot atsperi vairāk ($s > s_0$), smaguma spēks P vairs nespēj līdzsvarot elastības spēku $F_e = -ks$. Tādēļ ķermenim pieliktais rezultējošais spēks $F = -k(s - s_0)$ cenšas atgriezt ķermeni līdzsvara stāvoklī. Apzīmējot $s - s_0$ ar x , iegūst $F = -kx$. Šāds spēks rada harmoniskas svārstības ap līdzsvara stāvokli O' . Šo svārstību leņķiskā frekvence un periods aprēķināmi saskaņā ar formulām (20.12), liekot tajās atsperē iekārtā ķermeņa masu m un atsperes elastības koeficientu k .

No formulām (20.12) redzams, ka, palielinot ķermeņa masu m , svārstību frekvence samazinās, bet periods pieaug proporcionāli \sqrt{m} , turpretī, ņemot atsperi ar lielāku elastības koeficientu k (to var panākt, piemēram, saīsinot atsperi), svārstību frekvence pieaug, bet periods samazinās proporcionāli \sqrt{k} .

20.3.2. Matemātiskais svārsts. Par matemātisko svārstu sauc materiālu punktu, kas iekārts neizstiepjāmā diegā ar vērā ņemamu masu un svārstās smaguma spēka ietekmē. Tāda svārsta modelis ir, piemēram, diegā iekārta metāla lodīte (20.5. att.).



20.4. att.

No līdzsvara stāvokļa izvīzītam matemātiskajam svārstam pielikti divi spēki: smaguma spēks $\vec{P} = m\vec{g}$ un diega sastiepuma spēks \vec{F}'_n , kuru kompensē smaguma spēka viena (diega virzienā vērsta) komponente \vec{F}_n . Tādēļ rezultējošais spēks ir smaguma spēka otra (diegam perpendikulāra) komponente \vec{F} , kas vērsta novirzei pretējā virzienā un cenšas atgriezt svārstu līdzsvara stāvoklī. Šāds atgriežspēks rada svārstības.

Tā kā $|\vec{F}| = mg \sin \alpha = mg \sin (x/l)$, kur x — lodītes novirze (pa trajektorijas loku) un l — lodītes centra attālums no iekares punkta, tad $F = -mg \sin (x/l)$. Kā redzams, spēks F nav proporcionāls novirzei x . No tā var secināt, ka *vispārīgā gadījumā matemātiskā svārsta svārstības nav harmoniskas*. Vienīgi, ja $x \ll l$, resp., $(x/l) \ll 1$, tad $\sin (x/l) = x/l$ un atgriežspēks

$$F = - (mg/l)x \quad (20.13)$$

ir kvazielastīgs. Tas nozīmē, ka *mazas matemātiskā svārsta svārstības ir harmoniskas*. Formulās (20.12) liekot $k = mg/l$, iegūst

$$\omega_0 = \sqrt{g/l} \text{ un } T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}. \quad (20.14)$$

Tās ir matemātiskā svārsta formulas.

20.3.3. Vērpes svārsts. Apskatīsim elastīgā stieplē S iekārtu disku A (20.6. att.), kura punkts B atrodas stāvoklī B_0 , ja stieple nav savērpta. Pagriežot disku A par leņķi α no līdzsvara stāvokļa, stieple savērpjas un tajā rodas spēka moments \vec{M} , kas cenšas atgriezt disku līdzsvara stāvoklī un rada diska rotācijas svārstības ap asi O_1O . Saskaņā ar sakarību (2.54), ņemot vērā spēka momenta \vec{M} virzienu, var rakstīt

$$M = -D\alpha, \quad (20.15)$$

kur D — vērpes modulis; α — stieples savērpes leņķis. Ja iekārtās sistēmas inerces moments ir I , tad, izmantojot rotācijas kustības dinamikas pamatvienādojumu $\varepsilon = M/I$ un ņemot vērā, ka $\varepsilon = d^2\alpha/dt^2$, iegūst

$$d^2\alpha/dt^2 = -(D/I)\alpha. \quad (20.16)$$

No matemātikas viedokļa šis vienādojums ir tāds pats kā vienādojums (20.11'). Tādēļ var apgalvot, ka vērpes svārsts izdara harmoniskas svārstības, kuru vienādojums

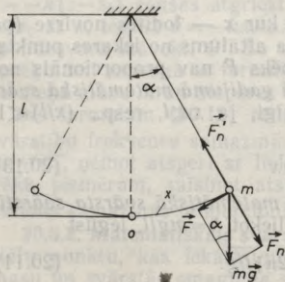
$$\alpha = \alpha_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (20.17)$$

bet svārstību leņķiskā frekvence un periods ir šādi:

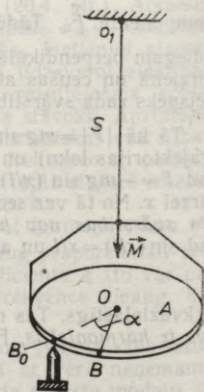
$$\omega_0 = \sqrt{D/I} \text{ un } T_0 = 2\pi\sqrt{I/D}. \quad (20.18)$$

Tās ir vērpes svārsta formulas.

20.3.4. Fizikālais svārsts. Par fizikālu svārstu sauc cietu ķermeni, kas smaguma spēka ietekmē svārstās ap nekustīgu asi, kura neiet caur ķermeņa masas centru.



20.5. att.



20.6. att.

Ja fizikālais svārsts izvērsts no līdzsvara stāvokļa par leņķi α (20.7. att.), tad smaguma spēka moments $M = -mgl \sin \alpha$ cenšas atgriezt ķermeni līdzsvara stāvoklī. Tā kā moments M ir proporcionāls leņķa α sinusam, tad *vispārīgā gadījumā fizikālā svārsta svārstības nav harmoniskas*. Vienīgi mazām novirzēm $\alpha \ll 1$, kad $\sin \alpha \approx \alpha$, moments

$$M = -mgl\alpha. \quad (20.19)$$

Tādēļ *mazas fizikālā svārsta svārstības ir harmoniskas*.

Salīdzinot sakarības (20.19) un (20.15), redzams, ka $D = mgl$, un, izmantojot formulas (20.18), var izteikt fizikālā svārsta leņķisko frekvenci un periodu:

$$\omega_0 = \sqrt{mgl/I} \quad \text{un} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{I/(mgl)}. \quad (20.20)$$

Tās ir fizikālā svārsta formulas.

Izmantojot lielumu $l_0 = I/(mI)$, kam ir garuma dimensija un ko sauc par svārsta *reducēto garumu*, leņķisko frekvenci ω_0 un periodu T_0 var izteikt arī šādi:

$$\omega_0 = \sqrt{g/l_0} \quad \text{un} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{l_0/g}. \quad (20.21)$$

Šīs formulas ir līdzīgas matemātiskā svārsta formulām (20.14).

Piezīme. Arī matemātiskā svārsta kustību var apskatīt kā materiāla punkta rotācijas svārstības. Tādā gadījumā inerces moments $I = ml^2$. Ieliekot šo inerces momenta I izteiksmi formulās (20.20), iegūst sakarības (20.14).

20.4. HARMONISKU SVĀRSTĪBU ENERĢIJA

Oscilējošas mehāniskās sistēmas pilnā enerģija sastāv no kinētiskās un potenciālās enerģijas. Izteiksim translācijas un rotācijas svārstībām šīs enerģijas ar minēto kustību raksturlielumiem.

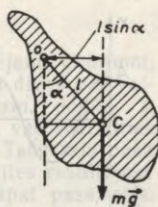
20.4.1. Materiāla punkta svārstību un cietā ķermeņa translācijas svārstību enerģija. Materiālam punktam un cietam ķermenim translācijas kustībā kinētiskā enerģija $W_k = (m/2)v^2$. Ievērojot sakarību (20.5), iegūst

$$W_k = (m/2)A^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (20.22)$$

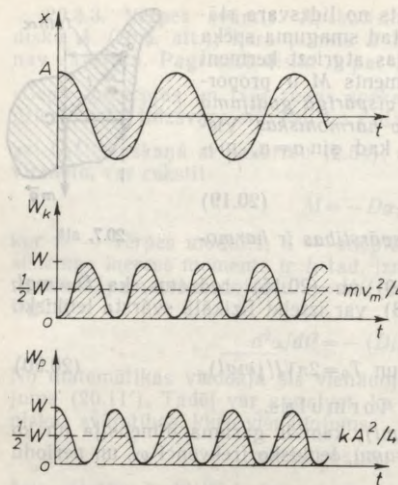
Tā kā $\sin^2 \varphi = (1 - \cos 2\varphi)/2$, tad

$$W_k = (m/4)A^2\omega_0^2(1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)). \quad (20.23)$$

Atgriezējspēks $F = -kx$ (tāds spēks darbojas, ja oscilējošās masas m novirze ir x), pārvietojot šo masu līdz līdzsvara stāvoklim $x=0$, padara darbu $A = -\int_x^0 kx dx = (k/2)x^2$. Tas nozīmē, ka no līdz-



20.7. att.



20.8. att.

Izmantojot sakarības (20.22) un (20.24) un ievērojot, ka $k = m\omega_0^2$, pilno enerģiju $W = W_k + W_p$ var izteikt šādi:

$$W = (m/2)A^2\omega_0^2 \text{ jeb } W = (k/2)A^2. \quad (20.26)$$

Seit $(m/2)A^2\omega_0^2$ ir maksimālā kinētiskā enerģija, kad $x=0$, bet $(k/2)A^2$ ir maksimālā potenciālā enerģija, kad $x=A$. Formulas (20.26) rāda, ka *harmonisku translācijas svārstību pilnā enerģija ir konstanta*.

20.4.2. Cietā ķermeņa rotācijas svārstību enerģija. Rotācijas kustībā kinētiskā enerģija $W_k = (I/2)\omega^2$, kur ω — leņķiskais ātrums, kuru var noteikt, ja sakarību (20.17) atvasina pēc laika t . Tādēļ kinētiskā enerģija

$$W_k = (I/2)\alpha_m^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (20.27)$$

Spēka moments $M = -D\alpha$, atgriežot svārstu līdzsvara stāvoklī padara darbu $A = (D/2)\alpha^2$. Tā kā $W_p = A$, tad potenciālā enerģija

$$W_p = (D/2)\alpha_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (20.28)$$

Ievērojot, ka vērpes modulis $D = I\omega_0^2$, pilnā enerģija

$$W = (I/2)\alpha_m^2\omega_0^2 \text{ jeb } W = (D/2)\alpha_m^2. \quad (20.29)$$

Šīs izteiksmes liecina, ka arī *harmonisku rotācijas svārstību pilnā enerģija ir konstanta*.

svara stāvokļa izvīrītai oscilējošai sistēmai piemīt potenciālā enerģija $W_p = A$, resp., $W_p = (k/2)x^2$. Nemot vērā izteiksmi (20.1), iegūst

$$W_p = (k/2)A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (20.24)$$

Tā kā $\cos^2\varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2}$,

tad

$$W_p = (k/4)A^2(1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)). \quad (20.25)$$

No sakarībām (20.23) un (20.25) redzams, ka enerģija W_k un W_p mainās ar divreiz lielāku frekvenci $2\omega_0$ nekā novirze un ātrums (20.8. att.).

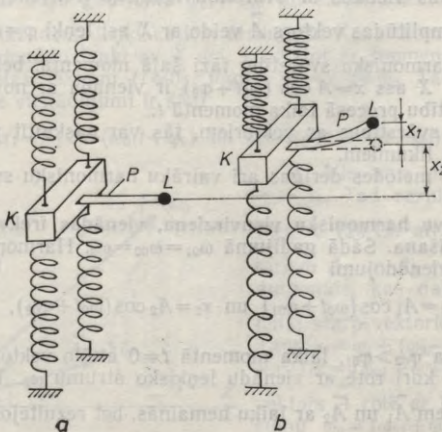
20.5.1. Jēdziens par svārstību saskaitīšanu. Iespējami gadījumi, kad materiāls punkts vai ķermenis vienlaikus izdara divas vai vairākas dažādas harmoniskas svārstības. Piemēram, lodīte L (20.9. att.), atradāmās elastīgas plāksnītes P galā, var svārstīties attiecībā pret klucīti K , kurā nostiprināta plāksnīte. Taču tajā pašā laikā svārstīties var arī klucītis. Tādā gadījumā lodītes rezultējošā kustība ir abu svārstību saskaitīšanas rezultāts. Tāpat pasažieris, atradmies atsperu sēdekli, var svārstīties attiecībā pret automašīnas korpusu, kurš savukārt savās atsperēs var svārstīties attiecībā pret šosejas virsmu.

Vispārīgā gadījumā saskaitāmo svārstību virzienu savstarpējā orientācija var būt patvaļīga. Apskatīsim divus speciālus harmonisku svārstību saskaitīšanas gadījumus; svārstības ir vienvirziena un svārstības ir savstarpēji perpendikulāras.

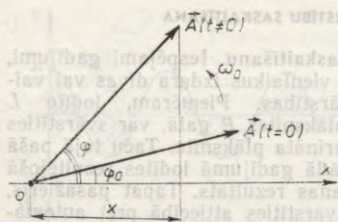
20.5.2. Harmonisku vienvirziena svārstību saskaitīšanas metodes. Saskaitīt divas harmoniskas vienvirziena svārstības, kuru kinemātiskie vienādojumi

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_{01}t + \varphi_{01}) \quad \text{un} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_{02}t + \varphi_{02}), \quad (20.30)$$

nozīmē noteikt rezultējošās kustības kinemātisko vienādojumu, t. i., noteikt novirzi x atkarībā no laika t . To var izdarīt pēc trim dažādām metodēm — analītiskās, grafiskās un vektoriālās metodes, ja pieņem, ka, pieaugot novirzei svārstību saskaitīšanas dēļ, saglabājas proporcionalitāte starp novirzi un atgriezējspēku, t. i., paliek spēkā svārstību superpozīcijas princips.



20.9. att.



20.10. att.

A. Analītiskā metode. Saskaņā ar kustību superpozīcijas principu

$$x = x_1 + x_2. \quad (20.31)$$

Tādēļ

$$x = A_1 \cos(\omega_{01}t + \varphi_{01}) + A_2 \cos(\omega_{02}t + \varphi_{02}). \quad (20.32)$$

Šī sakarība ir rezultējošās kustības kinemātiskais vienādojums, bet tas parasti grūti izmantojams. To izdodas viegli vienkāršot un interpretēt tikai tad, ja $A_1 = A_2$. Analītiskā metode kļūst daudz ērtāka, ja svārstību aprakstam trigonometrisko funkciju vietā lieto kompleksas eksponentfunkcijas.

B. Grafiskā metode. Jebkuram laika momentam t atbilstošo novirzi x var izteikt kā noviržu x_1 un x_2 algebrisku summu (20.31) un attēlot grafiski. Šāds grafiks dod uzskatāmu priekšstatu par rezultējošo kustību. Grafiskā metode ir visai darbietilpīga.

C. Vektoriālā metode. Ikvienu harmonisku svārstību $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ var attēlot ar rotējošu vektoru. So vektoru \vec{A} , kura modulis vienāds ar harmonisko svārstību amplitūdu, atliek punktā O (20.10. att.) tādā virzienā, lai sākuma momentā $t=0$ tas veidotu ar X asi leņķi φ_0 , kas vienāds ar svārstību sākumfāzi. Šim vektoram liek rotēt pulksteņa rādītāju kustībai pretējā virzienā ar leņķisko ātrumu ω_0 , kas vienāds ar svārstību leņķisko frekvenci. Tad laika momentā t amplitūdas vektors \vec{A} veido ar X asi leņķi $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$, kas vienāds ar harmonisko svārstību fāzi šajā momentā, bet vektora \vec{A} projekcija uz X ass $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ ir vienāda ar novirzi apskatāmajā svārstību procesā laika momentā t .

Ja attēlo svārstības ar vektoriem, tās var saskaitīt pēc vektoru saskaitīšanas likumiem.

Aplūkotās metodes derīgas arī vairāku harmonisku svārstību saskaitīšanai.

20.5.3. Divu harmonisku vienvirziena, vienādas frekvences svārstību saskaitīšana. Šādā gadījumā $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$. Harmoniskas svārstības, kuru vienādojumi

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) \quad \text{un} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}), \quad (20.33)$$

ja pieņem, ka $\varphi_{02} > \varphi_{01}$, laika momentā $t=0$ attēlo vektorus \vec{A}_1 un \vec{A}_2 (20.11. att.), kuri rotē ar vienādu leņķisko ātrumu ω_0 . Tādēļ leņķis starp vektoriem \vec{A}_1 un \vec{A}_2 ar laiku nemainās, bet rezultējošais vektors \vec{A} saglabā nemainīgu moduli un rotē ar leņķisko ātrumu ω_0 . Tāds

vektors attēlo harmoniskas svārstības, t. i., saskaitot divas harmoniskas vienvirziena, vienādas frekvences svārstības, iegūst harmoniskas svārstības, kuras norisinās tajā pašā virzienā ar to pašu frekvenci:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (20.34)$$

Rezultējošo svārstību amplitūdu A un sākumfāzi φ_0 var izteikt ar saskaitāmo svārstību amplitūdām A_1 un A_2 un sākumfāzēm φ_{01} un φ_{02} . Kā redzam 20.11. attēlā, $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \alpha$. Tā kā $\alpha = \pi - (\varphi_{02} - \varphi_{01})$, tad $\cos \alpha = -\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$ un amplitūda

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}. \quad (20.35)$$

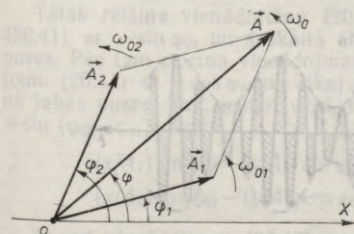
Sākumfāzi φ_0 var izteikt no sakarības

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{y_0}{x_0} = \frac{y_{01} + y_{02}}{x_{01} + x_{02}} = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (20.36)$$

20.5.4. Divu harmonisku vienvirziena, dažādas frekvences svārstību

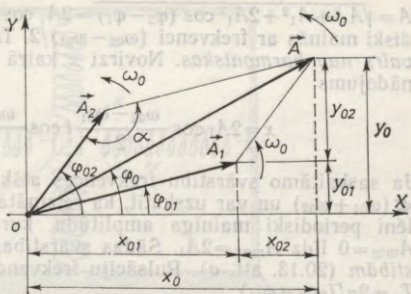
saskaitīšana. Sajā gadījumā $\omega_{01} \neq \omega_{02}$ un amplitūdas vektori \vec{A}_1 un \vec{A}_2 rotē ar dažādiem leņķiskajiem ātrumiem. Kādā momentā abi vektori veido vienādu leņķi ar X asi. Uzskatot šo momentu par jaunu laika atskaites sākumu ($t=0$), iegūst $\varphi_{01} = \varphi_{02} = \varphi_0$. Tādēļ svārstību kinemātiskie vienādojumi ir šādi:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_{01} t + \varphi_0) \quad \text{un} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_{02} t + \varphi_0). \quad (20.37)$$



20.12. att.

A. Vispirms pieņemsim, ka $A_1 = A_2$. Tad rezultējošais vektors \vec{A} (20.12. att.) ir uz vektoriem \vec{A}_1 un \vec{A}_2 veidotā romba diagonāle, kas daļa uz pusēm leņķi starp vektoriem \vec{A}_1 un \vec{A}_2 . Tādēļ $\varphi = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1)/2 = (\varphi_1 + \varphi_2)/2 = (\omega_{01} + \omega_{02})t/2 + \varphi_0$, t. i., vektors \vec{A} rotē ar konstantu ātrumu $\omega_0 = (\omega_{01} + \omega_{02})/2$, bet tā modulis



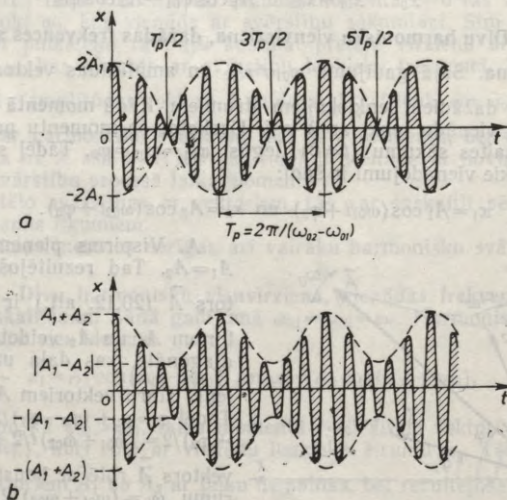
20.11. att.

$A = \sqrt{A_1^2 + A_1^2 + 2A_1^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2A_1 \cos(\omega_{02} - \omega_{01})t/2$ laikā periodiski mainās ar frekvenci $(\omega_{02} - \omega_{01})/2$. Tādēļ rezultējošās svārstības vairs nav harmoniskas. Novirzi x katrā laika momentā izsaka vienādojums

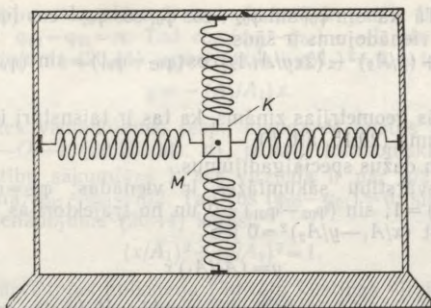
$$x = 2A_1 \cos \frac{\omega_{02} - \omega_{01}}{2} t \cos \frac{\omega_{01} + \omega_{02}}{2} t + \varphi_0. \quad (20.38)$$

Ja saskaitāmo svārstību frekvences atšķiras maz, tad $|\omega_{02} - \omega_{01}| \ll \ll (\omega_{01} + \omega_{02})$ un var uzskatīt, ka reizinātājs $2A_1 |\cos(\omega_{02} - \omega_{01})t/2|$ ir lēni periodiski mainīga amplitūda, kuras vērtības ir robežās no $A_{\min} = 0$ līdz $A_{\max} = 2A_1$. Šādas svārstības sauc par *pulsācijas svārstībām* (20.13. att. a). Pulsācijas frekvence $\omega_p = \omega_{02} - \omega_{01}$, bet periods $T_p = 2\pi/(\omega_{02} - \omega_{01})$.

B. Tagad pieņemsim, ka $A_1 \neq A_2$. Laika momentos, kad vektoru \vec{A}_1 un \vec{A}_2 virzieni ir vienādi, vektora \vec{A} modulim ir maksimālā vērtība $A_{\max} = A_1 + A_2$ (20.13. att. b), bet momentos, kad \vec{A}_1 un \vec{A}_2 virzieni ir pretēji, vektora \vec{A} modulim ir minimālā vērtība $A_{\min} = |A_1 - A_2|$. Tātad rezultējošās svārstības ir pulsācijas svārstības, kuru amplitūda periodiski pieaug līdz $A_1 + A_2$ un samazinās līdz $|A_1 - A_2|$, nesasniedzot nulli. Svārstības, kuru amplitūda periodiski mainās, bieži sastopamas radiotehnikā. Tās ir *pēc amplitūdas modulētas svārstības*.



20.13. att.



20.14. att.

20.5.5. Divu harmonisku savstarpēji perpendikulāru vienādas frekvences svārstību saskaitīšana.

Pieņemsim, ka materiāls punkts M svārstās vienlaikus X un Y asu virzienos ar frekvencēm $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$ un svārstību kinemātiskie vienādojumi ir šādi:

$$x = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) \quad \text{un} \quad y = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}). \quad (20.39)$$

Tā var kustēties, piemēram, ķermenis, kas iekārts atsperēs, kuras novietotas divos savstarpēji perpendikulāros virzienos (20.14. att.). Punkts M savā kustībā nevar nokļūt ārpus taisnstūra, kuru norobežo koordinātu asīm paralēlas taisnes $x = -A_1$; $x = A_1$; $y = -A_2$ un $y = A_2$ (20.15. att. a). No vienādojumiem (20.39) izslēdzot t , var noteikt punkta kustības trajektorijas vienādojumu $y = f(x)$.

Vienādojumos (20.39) pārveidojot izteiksmes $\cos(\omega_0 t + \varphi_{01})$ un $\cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$, iegūst

$$x/A_1 = \cos \omega_0 t \cos \varphi_{01} - \sin \omega_0 t \sin \varphi_{01}; \quad (20.40)$$

$$y/A_2 = \cos \omega_0 t \cos \varphi_{02} - \sin \omega_0 t \sin \varphi_{02}. \quad (20.41)$$

Tālāk reizina vienādojumu (20.40) ar $\sin \varphi_{02}$, bet vienādojumu (20.41) ar $-\sin \varphi_{01}$ un saskaita abu vienādojumu kreisās un labās puses. Pēc tam reizina vienādojumu (20.40) ar $\cos \varphi_{02}$, bet vienādojumu (20.41) ar $-\cos \varphi_{01}$ un atkal saskaita abu vienādojumu kreisās un labās puses. Tad, ņemot vērā, ka $\cos \varphi_{01} \sin \varphi_{02} - \cos \varphi_{02} \sin \varphi_{01} = \sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})$, iegūst

$$(x/A_1) \sin \varphi_{02} - (y/A_2) \sin \varphi_{01} = \cos \omega_0 t \sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}); \quad (20.42)$$

$$(x/A_1) \cos \varphi_{02} - (y/A_2) \cos \varphi_{01} = \sin \omega_0 t \sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (20.43)$$

Tagad vienādojumu (20.42) un (20.43) kāpina kvadrātā un saskaita abu vienādojumu kreisās un labās puses. Tā izslēdz $\cos \omega_0 t$

un $\sin \omega_0 t$. Tā kā $\sin \varphi_{02} \sin \varphi_{01} + \cos \varphi_{01} \cos \varphi_{02} = \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$, tad trajektorijas vienādojums ir šāds:

$$(x/A_1)^2 + (y/A_2)^2 - (2xy/A_1A_2)\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (20.44)$$

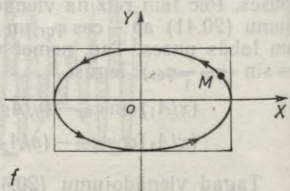
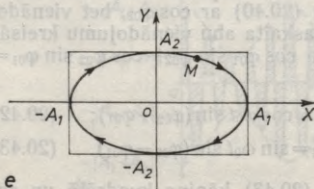
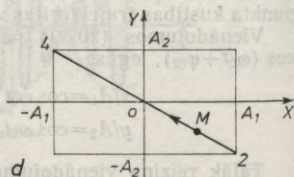
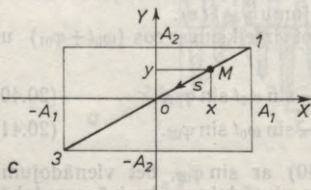
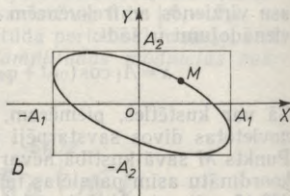
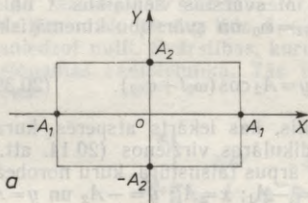
No analītiskās ģeometrijas zināms, ka tas ir taisnstūrī ievilkts elipses vienādojums (20.15. att. b).

Aplūkosim dažus speciālgadījumus.

A. Abu svārstību sākumfāzes ir vienādas: $\varphi_{02} = \varphi_{01} = \varphi_0$. Tad $\cos(\omega_{02} - \varphi_{01}) = 1$; $\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 0$ un no trajektorijas vienādojuma (20.44) iegūst $(x/A_1 - y/A_2)^2 = 0$ jeb

$$y = (A_2/A_1)x. \quad (20.45)$$

Tas ir taisnes vienādojums, resp., punkts M kustas pa taisnstūra diagonāli $1-0-3$ (20.15. att. c). Novirzi no līdzsvara stāvokļa O var izteikt šādi: $s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, t. i., punkts M izdara harmoniskas svārstības, kuru amplitūda $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ un un frekvence ω_0 .



20.15. att.

B. Svārstību sākumfāzē Y ass virzienā ir par π lielāka nekā X ass virzienā: $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pi$. Tad $\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = -1$; $\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 0$ un no vienādojuma (20.44) iegūst $(x/A_1 + y/A_2)^2 = 0$, t. i.,

$$y = -(A_2/A_1)x. \quad (20.46)$$

Tas ir taisnes vienādojums, resp., punkts M kustas pa taisnstūra diagonāli $2-O-4$ (20.15. att. d), izdarot harmoniskas svārstības.

C. Svārstību sākumfāzē Y ass virzienā ir par $\pi/2$ lielāka nekā X ass virzienā: $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pi/2$. Tad $\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 0$; $\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 1$ un no vienādojuma (20.44) iegūst,

$$(x/A_1)^2 + (y/A_2)^2 = 1. \quad (20.47)$$

Punkts M pārvietojas pulksteņa rādītāju kustības virzienā pa elipsi, kuras asis sakrīt ar koordinātu asīm (20.15. att. e).

D. Svārstību sākumfāzē Y ass virzienā ir par $3\pi/2$ lielāka nekā X ass virzienā: $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 3\pi/2$. Tad $\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = 0$; $\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = -1$ un no vienādojuma (20.44) izriet, ka

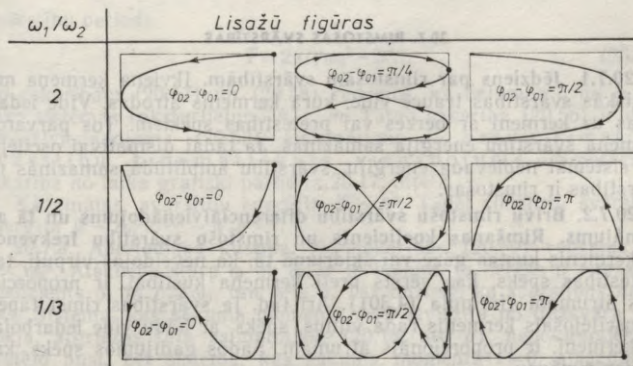
$$(x/A_1)^2 + (y/A_2)^2 = 1. \quad (20.48)$$

Tas saskan ar vienādojumu (20.47), tikai punkts M pārvietojas pa šo trajektoriju pulksteņa rādītāju kustībai pretējā virzienā (20.15. att. f).

20.5.6. Divu harmonisku savstarpēji perpendikulāru dažādas frekvences svārstību saskaitīšana. Šajā gadījumā punkta M svārstību kinemātiskie vienādojumi ir šādi:

$$x = A_1 \cos(\omega_{01}t + \varphi_{01}) \quad \text{un} \quad y = A_2 \cos(\omega_{02}t + \varphi_{02}). \quad (20.49)$$

Ja attiecība ω_{01}/ω_{02} izsakāma ar diviem veseliem skaitļiem n_1 un n_2 , t. i., $\omega_{01}/\omega_{02} = n_1/n_2$, resp., $T_1/T_2 = n_2/n_1$, tad periodiski ik pēc laika



20.16. att.

sprīža $T=T_1 n_1 = T_2 n_2$ punkts M atgriežas izejas stāvoklī un atkārtoti kustību pa iepriekšējā ciklā noieto trajektoriju — pa kādu noslēgtu līniju, kuru sauc par *Lisažū figūru*. Daži šādu trajektoriju piemēri parādīti 20.16. attēlā.

Ja ω_{01}/ω_{02} nevar izteikt ar kādu veselu skaitļu n_1 un n_2 attiecību, tad punkta M kustība nav periodiska, tā notiek pa nenoslēgtu trajektoriju.

20.6. PERIODISKU SVĀRSTĪBU SADALĪŠANA HARMONISKĀS KOMPONENTĒS (FURJĒ ANALĪZE)

Praksē visai bieži izvirzās uzdevums sadalīt neharmonisku periodisku svārstību harmoniskās svārstībās. Tas iespējams, jo matemātiskā analīze pierāda, ka ikvienu periodisku funkciju $x(t)$ ar periodu T , resp., leņķisko frekvenci $\omega = 2\pi/T$, var izvirzīt konverģentā Furjē rindā:

$$x(t) = A_0/2 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin k\omega t, \quad (20.50)$$

kur *Furjē koeficientus* A_k un B_k nosaka sakarības

$$A_k = (2/T) \int_0^T x(t) \cos k\omega t dt; \quad B_k = (2/T) \int_0^T x(t) \sin k\omega t dt. \quad (20.51)$$

Koeficienti A_k un B_k rāda katras harmoniskas svārstību komponentes nozīmīgumu neharmoniskajā periodiskajā svārstībā.

20.7. RIMSTOŠAS SVĀRSTĪBAS

20.7.1. Jēdziens par rimstošām svārstībām. Ikvienu ķermeņa mehāniskās svārstības traucē vide, kurā ķermenis atrodas. Vide iedarbojas uz ķermeni ar berzes vai pretestības spēkiem. Tos pārvarot, ķermeņa svārstību enerģija samazinās. Ja tādai disipatīvai oscilējošai sistēmai nepieveda enerģiju, svārstību amplitūda samazinās un svārstības ir rimstošas.

20.7.2. Brīvu rimstošu svārstību diferenciālvienādojums un tā atrisinājums. Rimšanas koeficients un rimstošo svārstību frekvence. Ja ķermenis kustas gāzē vai šķidrumā tā, ka neveidojas virpuļi, tad pretestības spēks, kas vērstas preti ķermeņa kustībai, ir proporcionāls ātrumam (formula (4.30)). Arī tad, ja svārstības rimst tāpēc, ka oscilējošais ķermenis rada viļņus, spēks, ar kādu vide iedarbojas uz ķermeni, ir proporcionāls ātrumam. Šādos gadījumos spēks, kas izraisa rimšanu,

$$F_r = -r\dot{x} = -r dx/dt. \quad (20.52)$$

Ja atgriezēj spēks ir kvazielastīgs, t. i., $F = -kx$, tad saskaņā ar otro Ņūtona likumu

$$m d^2x/dt^2 = -kx - r dx/dt. \quad (20.53)$$

Tas ir rimstošu svārstību diferenciālvienādojums. Pieņemsim, ka vienādojuma atrisinājumu var uzrakstīt šādā formā:

$$x = A(t) \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (20.54)$$

kur $A(t)$ — laikā mainīga svārstību amplitūda; ω — leņķiskā frekvence un φ_0 — sākumfāze. Vēl pieņemsim, ka amplitūdas izmaiņu dA (ja ievēro, ka $dA < 0$) laikā dt var izteikt šādi: $dA = -\delta A dt$, kur δ — proporcionalitātes koeficients, t. s. *rimšanas koeficients*. Atrisinot vienādojumu $dA/A = -\delta dt$, iegūst

$$A = A_0 e^{-\delta t}, \quad (20.55)$$

kur A_0 — svārstību amplitūda laika momentā $t=0$. Tādēļ

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (20.56)$$

No formulas (20.56) iespējams noteikt atvasinājumus dx/dt , kā arī d^2x/dt^2 . To izteiksmes ievietojot diferenciālvienādojumā (20.53), var pārlicināties (salīdzinot koeficientus pie $\sin(\omega t + \varphi_0)$ un pie $\cos(\omega t + \varphi_0)$ vienādojuma abās pusēs), ka vienādība ir spēkā, ja

$$\delta = r/(2m) \quad \text{un} \quad (20.57)$$

$$\omega^2 = k/m - r^2/(2m)^2. \quad (20.58)$$

Tā kā $k/m = \omega_0^2$, kur ω_0 — tās pašas sistēmas brīvu nerimstošu svārstību leņķiskā frekvence, tad

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2. \quad (20.59)$$

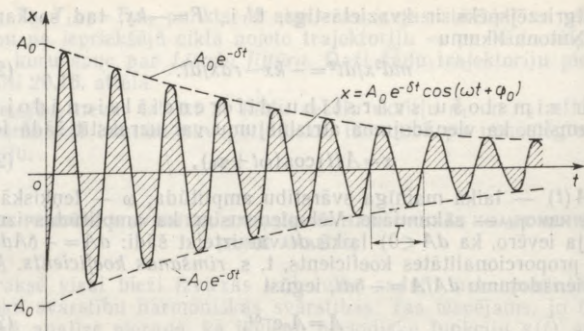
Svārstību periods

$$T = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \quad (20.60)$$

No sakarībām (20.57) un (20.58) redzams, ka lielumus δ un ω nosaka sistēmas raksturlielumi k , r , m . Tātad sakarība (20.56) ir diferenciālvienādojuma (20.53) atrisinājums — brīvu rimstošu svārstību kinemātiskais vienādojums. Novirzes x atkarība no laika grafiski parādīta 20.17. attēlā.

Kā zināms, svārstību enerģija $W \sim A^2$. Tādēļ rimstošu svārstību enerģija $W \sim A_0^2 e^{-2\delta t} \sim W_0 e^{-2\delta t}$.

20.7.3. Aperiodiska kustība. No sakarības (20.59) redzams, ka $\omega^2 < \omega_0^2$. Atšķirība starp ω un ω_0 ir jo lielāka, jo lielāks ir rimšanas koeficients δ . Ja $\delta \geq \omega_0$, tad $\omega^2 \leq 0$. Tas nozīmē, ka *svārstības nenotiek*. Sistēma, kas sākuma momentā $t=0$ izvīrzīta no līdzsvara stāvokļa, atgriežas tajā asimptotiski (20.18. att. a), nenovirzoties uz pretējo pusi, bet sistēma, kas sākuma momentā $t=0$, atrazdamās līdzsvara stāvoklī, iegūst impulsu (20.18. att. b), izdara tikai vienu atvērzienu un asimptotiski atgriežas līdzsvara stāvoklī.



20.17. att.

20.7.4. Rimstošu svārstību relaksācijas laiks un logaritmiskais dekrementis. Laika sprīdi τ , kurā rimstošo svārstību amplitūda samazinās e reizes, sauc par svārstību *relaksācijas laiku*. Tā kā $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ un $A(t+\tau) = A_0 e^{-\delta(t+\tau)}$, tad $A(t)/A(t+\tau) = e^{\delta\tau}$, bet saskaņā ar definīciju šī pati attiecība vienāda ar e . Tādēļ $\delta\tau = 1$ jeb

$$\delta = 1/\tau. \quad (20.61)$$

Rimšanas koeficients ir apgriezts lielums relaksācijas laikam — laika sprīdim, kurā svārstību amplitūda samazinās e reizes.

Ja rimstošu svārstību divas amplitūdas atdala svārstību periods T , tad šo amplitūdu attiecības naturālo logaritmu sauc par svārstību rimšanas logaritmisko dekrementu:

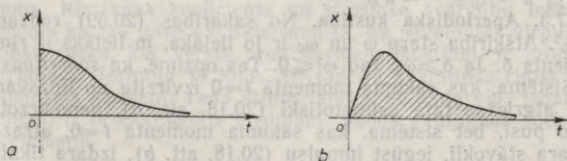
$$\Lambda = \ln(A(t)/A(t+T)). \quad (20.62)$$

Ieliekot šajā formulā $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ un $A(t+T) = A_0 e^{-\delta(t+T)}$, iegūst, ka

$$\Lambda = \delta T. \quad (20.63)$$

Tā kā $\delta = 1/\tau$, tad $\Lambda = T/\tau = 1/(\tau/T)$. Bet τ/T ir svārstību skaits N_e laika sprīdī τ . Tādēļ

$$\Lambda = 1/N_e. \quad (20.64)$$



20.18. att.

t. i., svārstību rimšanas logaritmiskais dekrementis ir apgriezts lielums svārstību skaitam N_e laika sprīdī τ , kurā svārstību amplitūda samazinās e reizes.

Piemēram, tondakšai gaisā $\Lambda=0,001$ un $N_e=1000$, bet kvarca plāksnītei gaisā $\Lambda=10^{-4} \dots 10^{-5}$ un $N_e=10^4 \dots 10^5$.

Izmantojot sakarības (20.60) un (20.63), kā arī atceroties, ka $\omega_0=2\pi/T_0$, iegūst

$$T=T_0\sqrt{1+(\Lambda/(2\pi))^2}. \quad (20.65)$$

20.7.5. Pašerosmes svārstības. Lai disipatīvas oscilējošas sistēmas svārstības būtu nerimstošas, tās enerģija jāpapildina no kāda ārēja avota. Ja enerģijas pievadīšanu regulē pati oscilējošā sistēma, kā tas notiek, piemēram, mehāniskajos pulksteņos, tad tādas svārstības sauc par pašerosmes svārstībām. Tās plaši izmanto tehnikā.

20.8. UZSPIESTAS SVĀRSTĪBAS

20.8.1. Jēdziens par uzspiestām svārstībām. Disipatīvā oscilējošā sistēmā var ierosināt svārstības, iedarbojoties uz sistēmu ar periodisku uzspiedējspēku. Izrādās, ka šādā gadījumā svārstības notiek ar uzspiedējspēka frekvenci, bet svārstību amplitūdu A un fāžu nobīdi φ_0 attiecībā pret uzspiedējspēku nosaka sistēmas parametri, kā arī uzspiedējspēka amplitūda un frekvence.

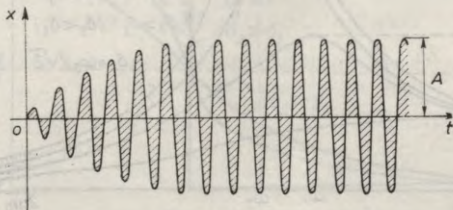
20.8.2. Uzspiestu svārstību diferenciālvienādojums un tā atrisinājums. Uzspiestu svārstību amplitūda un fāze. Pieņemsim, ka oscilējošās sistēmas masa m , atgriežespēks $-kx$, pretestības spēks $-rdx/dt$ un uzspiedējspēks $F_0 \cos \omega t$. Saskaņā ar otro Ņūtona likumu

$$md^2x/dt^2 = -kx - rdx/dt + F_0 \cos \omega t. \quad (20.66)$$

Tas ir uzspiestu svārstību diferenciālvienādojums.

No prakses zināms, ka pēc sistēmas iesvārstīšanās svārstības kļūst stacionāras — to amplitūda laikā nemainās (20.19. att.). Tādēļ var pieļaut, ka diferenciālvienādojuma (20.66) atrisinājums stacionārām svārstībām uzrakstāms šādā formā:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (20.67)$$



20.19. att.

No formulas (20.67) iespējams noteikt atvasinājumus dx/dt , kā arī d^2x/dt^2 . To izteiksmes ievietojot vienādojumā (20.66), var pārliecināties (salīdzinot koeficientus pie $\cos \omega t$ un $\sin \omega t$ vienādojuma abās pusēs), ka vienādība ir spēkā, ja

$$A = (F_0/m) / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}. \quad (20.68)$$

Seit $\omega_0^2 = k/m$, bet $\delta = r/(2m)$ un

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -2\delta\omega / (\omega_0^2 - \omega^2) \text{ resp.}, \quad (20.69)$$

$$\varphi_0 = -\arctg(2\delta\omega / (\omega_0^2 - \omega^2)). \quad (20.70)$$

Tātad izteiksme (20.67) ir diferenciālvienādojuma (20.66) atrisinājums — uzspiestu svārstību kinemātiskais vienādojums.

20.8.3. Uzspiestu svārstību amplitūdas un fāzes nobīdes atkarība no uzspiedējspēka frekvences. Rezonanse. No formulas (20.68) redzams, ka, saglabājoties nemainīgai uzspiedējspēka amplitūdai F_0 , uzspiesto svārstību amplitūda A ir atkarīga no uzspiedējspēka frekvences ω . Izmantojot nosacījumu $df/d\omega = 0$, noskaidrosim, vai zemāknes funkcijai $f(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2$ ir ekstrēms. Tā kā $df/d\omega = -2(\omega_0^2 - \omega^2)(-2\omega) + 8\delta^2\omega$, tad izriet, ka funkcijai ir ekstrēms punktos $\omega = 0$ un

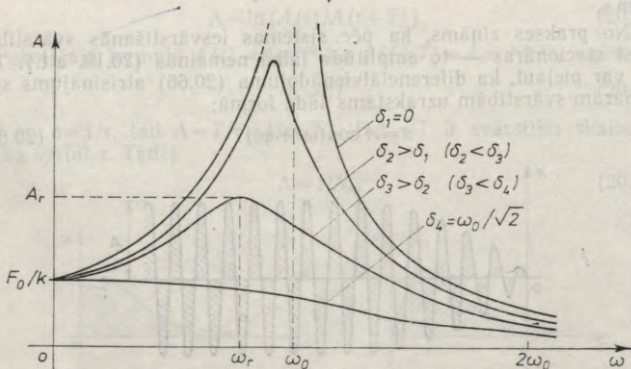
$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \quad (20.71)$$

Funkcijas $f(\omega)$ otrais atvasinājums punktā $\omega = \omega_r$ ir šāds:

$$d^2f/d\omega^2|_{\omega=\omega_r} = |-4\omega_0^2 + 12\omega_r^2 + 8\delta^2|_{\omega=\omega_r} = 8\omega_0^2 - 16\delta^2 = 8\omega_r^2 > 0.$$

Tas nozīmē, ka punktā $\omega = \omega_r$ funkcijai $f(\omega)$ ir minimums, bet svārstību amplitūdai A ir maksimums.

Parādību, kā, svārstību frekvencei tuvojoties vērtībai ω_r , uzspiesto svārstību amplitūda sasniedz maksimumu, sauc par *rezo-*



20.20. att.

nansi. Ja rimšanas koeficients δ ir neliels, rezonanses frekvence ω_r maz atšķiras no pašsvārstību frekvences ω_0 , bet, pieaugot rimšanas koeficientam δ , rezonanses frekvence ω_r samazinās. Kad $\delta^2 = \omega_0^2/2$, tad $\omega_r = 0$ un rezonanse nav novērojama (20.20. att.).

No formulas (20.68) redzams, ka A pieaug, ja δ samazinās. Kad $\delta \rightarrow 0$, tad $\omega_r \rightarrow \omega_0$, bet rezonanses amplitūda $A_r \rightarrow \infty$. Ja $\omega \rightarrow 0$, tad neatkarīgi no δ uzspiesto svārstību amplitūda $A \rightarrow (F_0/m)/\omega_0^2 = (F_0/m)/(k/m) = F_0/k$. Lielumu F_0/k sauc par *statisko novirzi*. Ja ω pieaug un $\omega^2 \gg \omega_0^2$, kā arī $\omega^2 \gg 4\delta^2$, tad $A \rightarrow (F_0/m)/\omega^2$, t. i., *lielu frekvenču rajonā uzspiesto svārstību amplitūda $A \sim 1/\omega^2$ un asimptotiski tuvojas nullei*.

20.20. attēlā parādītās līknes $A=A(\omega)$ sauc par *rezonanses līknēm*.

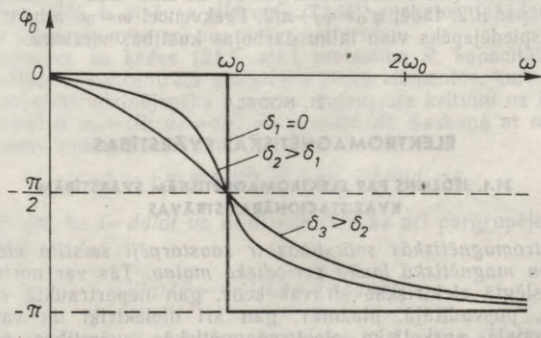
Izmantojot sakarību (20.70), var aprēķināt φ_0 . Dažām δ vērtībām svārstību un uzspiedējspēka fāžu nobīde φ_0 atkarībā no ω parādīta 20.21. attēlā. Ļoti mazām uzspiedējspēka frekvencēm $\omega \ll \omega_0$ arī fāžu nobīde $\varphi_0 = 0$. Visos citos gadījumos svārstības atpaliek fāzē no uzspiedējspēka, pie tam frekvenī ω_0 atbilst fāžu nobīde $\varphi = -\pi/2$, bet frekvencēm $\omega < \omega_0$ atbilst fāžu nobīde $0 > \varphi_0 \geq -\pi/2$, frekvencēm $\omega > \omega_0$ savukārt atbilst fāžu nobīde $-\pi/2 > \varphi_0 > -\pi$.

Atvasinot sakarību (20.67) pēc laika t , iegūst, ka uzspiestās svārstībās kustības ātrums

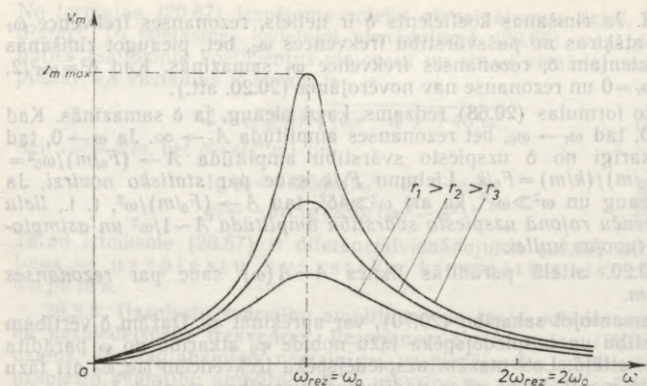
$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (20.72)$$

Seit $A\omega = v_m$ — *ātruma amplitūda*. Ņemot vērā sakarību (20.68), iegūst

$$v_m = \frac{F_0\omega/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}. \quad (20.73)$$



20.21. att.



20.22. att.

Formulas (20.73) analīze rāda, 1) ka $v_m \rightarrow 0$, ja $\omega \rightarrow 0$ vai $\omega \rightarrow \infty$; 2) ka v_m sasniedz maksimumu

$$(v_m)_{\max} = F_0/r, \quad (20.74)$$

ja $\omega = \omega_0$. Tātad ātruma rezonanses frekvence

$$(\omega_r)_v = \omega_0. \quad (20.75)$$

Ātruma rezonanses liknes $v = f(\omega)$ parādītas 20.22. attēlā. (Salīdzināt ar strāvas rezonanses liknēm 21.12. attēlā.) Rezonanses frekvencei atbilstošā ātruma amplitūda $(v_m)_{\max} \rightarrow \infty$, ja pretestības spēka koeficients $r \rightarrow 0$.

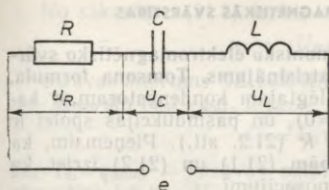
Kā zināms (sk. 20.2.2. nodaļumu), ātruma fāze apsteidz novirzes fāzi par $\pi/2$, tādēļ $\varphi'_0 = \varphi_0 + \pi/2$. Frekvencei $\omega = \omega_0$ atbilst $\varphi'_0 = 0$, t. i., uzspīdēj spēks visu laiku darbojas kustības virzienā.

21. NODAĻA

ELEKTROMAGNĒTISKĀS SVĀRSTĪBAS

21.1. JĒDIENS PAR ELEKTROMAGNĒTISKĀM SVĀRSTĪBĀM. KVĀZISTACIONĀRAS STRĀVAS

Elektromagnētiskās svārstības ir savstarpēji saistīta elektriskā lauka un magnētiskā lauka periodiska maiņa. Tās var norisināties gan noslēgtā elektriskās strāvas ķēdē, gan nepārtrauktā vadītājā (metālā, pusvadītājā, plazmā), gan arī dielektriķī un vakuumā. Šajā nodaļā apskatīsim elektromagnētiskās svārstības noslēgtā ķēdē.



21.1. att.

Elektromagnētiskā mijiedarbība izplatās ar gaismas ātrumu c (23.2. §). Ja laiks Δt , kas nepieciešams, lai elektromagnētiskā lauka izmaiņa aizietu līdz ķēdes vistālākajiem punktiem, ir daudz mazāks nekā svārstību periods T , tad laika sprīdī Δt strāvas stipruma izmaiņa ir ļoti maza un var uzskatīt, ka *strāva visos ķēdes punktos gandrīz ir vienāda*. Šādu strāvu sauc par *kvazistacionāru*

strāvu. Mainstrāva, kuras frekvence $\nu = 50$ Hz, ir kvazistacionāra pat ķēdē, kuras garums $l = 60$ km, jo $\Delta t = l/c = (6 \cdot 10^4 \text{ m}) / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s}) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s} \ll T = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, bet mainstrāva ar frekvenci $\nu = 5$ MHz un periodu $T = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ ir stacionāra tikai ķēdē, kuras garums nepārsniedz 0,6 m. Šajā grāmatas nodaļā aplūkosim tikai kvazistacionāras strāvas. Tām tāpat kā līdzstrāvai derīgs Oma likums un Kirhofa likumi.

Izrādās, ka iespējamās *brīvas elektromagnētiskās svārstības* ķēdē bez ārēja periodiska EDS, ja tajā ieslēgti elementi, kuriem ir kapacitāte C (piem., kondensators) un induktivitāte L (piem., pašindukcijas spole) un ķēdes noslēgšanas momentā kondensatora vai pašindukcijas spoles enerģija nav vienāda ar nulli. Ja pie tam ķēdes pretestība $R = 0$, ķēdē notiek *nerimstošas harmoniskas svārstības*, bet, ja ķēdes pretestība $R \neq 0$, tad *svārstības ir rimstošas*. Citos gadījumos ķēdē iespējamās tikai *uzspiestas elektromagnētiskās svārstības*, ja tajā darbojas periodisks EDS.

Ķēdē, kurā norisinās elektromagnētiskās svārstības, laikā mainās gan strāvas stiprums, gan lādiņš uz kondensatora klājumiem un potenciālu starpība starp tiem, gan arī potenciāla kritums uz citiem ķēdes elementiem. Pats universālākais no lielumiem, kuri raksturo svārstības ķēdē, ir strāvas stiprums. Tādēļ, apskatot dažādas ķēdes, vienmēr interesēsīmies arī par strāvas stiprumu.

Pieņemsim, ka ķēdes (21.1. att.) pretestība R , kapacitāte C un induktivitāte L koncentrēta atsevišķos ķēdes elementos, kuri saslēgti virknē ar elektrodzinēj spēka e avotu. Potenciāla kritumi uz R , C un L atbilstoši ir $u_R = iR$; $u_C = q/C$ un $u_L = L di/dt$. Saskaņā ar otro Kirhofa likumu šādam kontūram

$$u_R + u_C + u_L = e \text{ jeb } iR + q/C + L di/dt = e. \quad (21.1)$$

Ievērojot, ka $i = dq/dt$ un $di/dt = d^2q/dt^2$, kā arī pārgrupējot locekļus, iegūst

$$L d^2q/dt^2 = -(1/C)q - R dq/dt + e. \quad (21.2)$$

Tas ir aplūkojamā kontūra diferenciālvienādojums ar konstantiem koeficientiem, ja R , C un L nav atkarīgi no i vai u .

21.2. HARMONISKAS ELEKTROMAGNĒTISKĀS SVĀRSTĪBAS

21.2.1. CL svārstību kontūrs. Harmonisku elektromagnētisko svārstību diferenciālvienādojums un tā atrisinājums. Tomsona formula. Apskatīsim ideālu kontūru, kurā ieslēgtajam kondensatoram ir kapacitāte C , bet nav vadītspējas ($\Gamma=0$), un pašindukcijas spoļei ir induktivitāte L , bet nav pretestības R (21.2. att.). Pieņemsim, ka kondensators ir uzlādēts. No sakarībām (21.1) un (21.2) izriet, ka šādam noslēgtam kontūram ir spēkā nosacījumi

$$u_C + u_L = 0; \quad (21.3)$$

$$Ld^2q/dt^2 = -(1/C)q. \quad (21.4)$$

Diferenciālvienādojums (21.4) ir līdzīgs vienādojumam (20.11), tikai mainīgā lieluma x vietā tajā ir lielums q , bet konstanto lielumu m un k vietā ir atbilstoši L un $1/C$. Tādēļ vienādojums (21.4) ir harmonisku svārstību diferenciālvienādojums un tā atrisinājums (sk. formulu (20.1)) ir šāds:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (21.5)$$

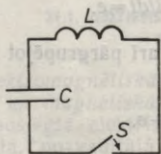
kur ω_0 — svārstību leņķiskā frekvence; q_m — svārstību amplitūda (maksimālais lādiņš uz kondensatora klājumiem); φ_0 — svārstību sākumfāze, pie tam (salīdzināt ar formulām (20.12))

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}; \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (21.6)$$

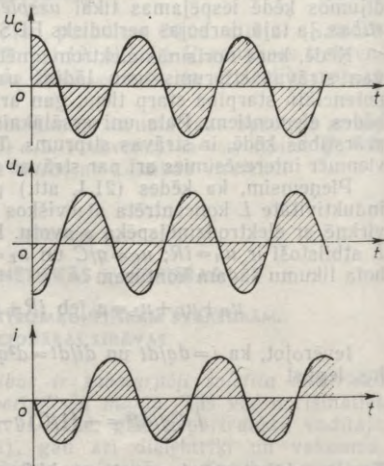
Formulu (21.6) sauc par Tomsona formulu.

21.2.2. Spriegumi un strāvas stiprums svārstību kontūrā. Spriegums starp kondensatora klājumiem $u_C = q/C$; $u_C = (q_m/C) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Tā kā $q_m/C = U_{mc}$ ir sprieguma u_C amplitūda, tad

$$u_C = U_{mc} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (21.7)$$



21.2. att.



21.3. att.

No sakarības (21.3) izriet, ka spriegums uz pašindukcijas spoles

$$u_L = -U_{mc} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (21.8)$$

Strāvas stiprums CL svārstību kontūrā $i = dq/dt =$
 $= -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, t. i.,

$$i = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (21.9)$$

kur $I_m = q_m \omega_0$ — strāvas amplitūda. Ievērojot formulas (21.6) un atceroties, ka $q_m = U_{mc} C$, iegūst

$$I_m = U_{mc} / \sqrt{L/C}. \quad (21.10)$$

Lielumu

$$R_v = \sqrt{L/C}, \quad (21.11)$$

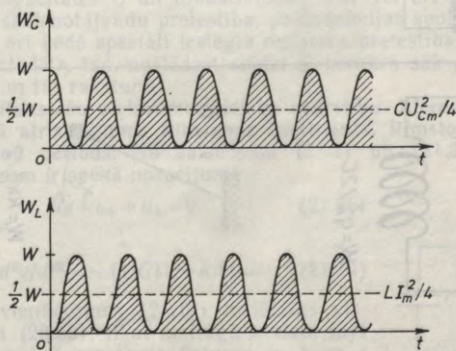
kuram ir pretestības dimensija, sauc par *svārstību kontūra viņņu pretestību*.

Tā kā $-\sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2)$ un $-\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi)$, tad *strāvas i fāze apsteidz sprieguma u_C fāzi un atpaliek no sprieguma u_L fāzes par $\pi/2$ (21.3. att.)*.

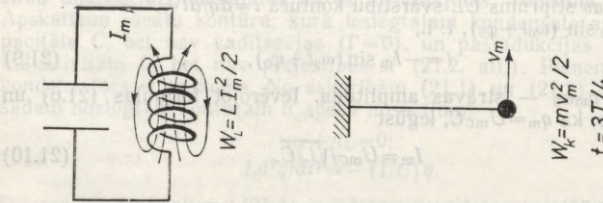
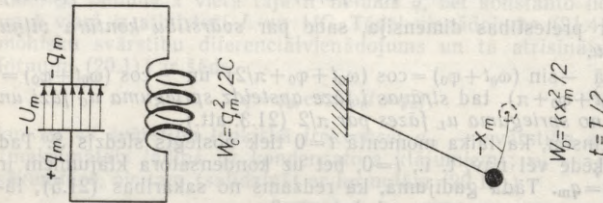
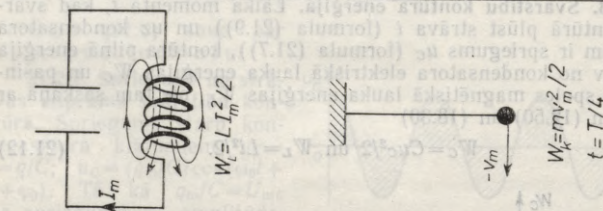
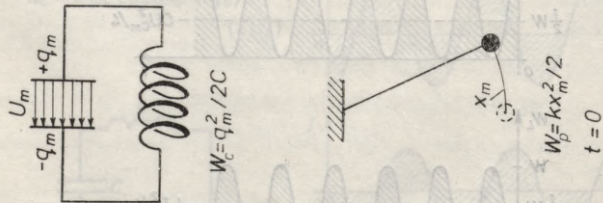
Pieņemsim, ka laika momentā $t=0$ tiek noslēgts slēdzis S . Tad strāvas ķēdē vēl nav, t. i., $i=0$, bet uz kondensatora klājumiem ir lādiņš $q=q_m$. Tādā gadījumā, kā redzams no sakarības (21.5), lādiņš $q_m = q_m \cos \varphi_0$ un $\cos \varphi_0 = 1$, bet $\varphi_0 = 0$.

21.2.3. Svārstību kontūra enerģija. Laika momentā t , kad svārstību kontūrā plūst strāva i (formula (21.9)) un uz kondensatora klājumiem ir spriegums u_C (formula (21.7)), kontūra pilnā enerģija W sastāv no kondensatora elektriskā lauka enerģijas W_C un pašindukcijas spoles magnētiskā lauka enerģijas W_L , pie tam saskaņā ar formulām (12.50) un (18.30)

$$W_C = C u_C^2 / 2 \quad \text{un} \quad W_L = L i^2 / 2. \quad (21.12)$$



21.4. att.



21.5. att.

No šejienes, ievērojot formulas (21.7) un (21.9), iegūst

$$W_C = (CU_{mc}^2/2) \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0); \quad (21.13)$$

$$W_L = (LI_m^2/2) \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (21.14)$$

Laika momentā, kad W_C sasniedz maksimālo vērtību $CU_{mc}^2/2$; $W_L = 0$ un — otrādi —, kad $W_C = 0$, W_L sasniedz maksimālo vērtību $LI_m^2/2$. Pēc formulas (21.10) redzams, ka $LI_m^2 = CU_{mc}^2$. Tādēļ

$$W = W_C + W_L = CU_{mc}^2/2 = LI_m^2/2, \quad (21.15)$$

t. i., *svārstību kontūra pilnā enerģija ir vienāda ar kondensatora vai arī ar pašindukcijas spoles maksimālo enerģiju.*

Ievērojot, ka $\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = (1/2)(1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0))$ un $\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = (1/2)(1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0))$, enerģiju W_C un W_L var izteikt šādi:

$$W_C = (CU_{mc}^2/4)(1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)); \quad (21.16)$$

$$W_L = (LI_m^2/4)(1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)). \quad (21.17)$$

Tātad kondensatora un pašindukcijas spoles enerģijas harmoniski mainās ap vidējo vērtību $CU_{mc}^2/4 = LI_m^2/4$ ar leņķisko frekvenci $2\omega_0$, kura divkārt pārsniedz strāvas un sprieguma frekvenci ω_0 (21.4. att.).

Nav grūti pamanīt, ka svārstību kontūrā elektriskā lauka enerģija W_C un magnētiskā lauka enerģija W_L mainās līdzīgi kā mehāniskās sistēmas harmonisko svārstību potenciālā enerģija W_p un kinētiskā enerģija W_k (salīdzināt sakarības (21.16) ar (20.25) un (21.17) ar (20.23)). Šī analogija uzskatāmi parādīta arī 21.5. attēlā.

21.3. RIMSTOŠAS ELEKTROMAGNĒTISKĀS SVĀRSTĪBAS

21.3.1. CLR svārstību kontūrs. Apskatīsim kontūru (21.6. att.), kurā bez kapacitātes C un induktivitātes L ir vēl arī pretestība R , piemēram, savienotājvadu pretestība, pašindukcijas spoles vada pretestība vai arī ķēdē speciāli ieslēgta rezistora pretestība. Ja kondensators ir uzlādēts, tad, noslēdzot slēdzi S , kontūrā sāk plūst strāva. Noskaidrosim tās raksturu.

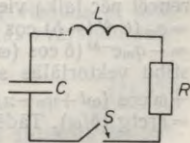
21.3.2. Rimstošu elektromagnētisko svārstību diferenciālvienādojums un tā atrisinājums. Rimšanas koeficients. Rimstošo svārstību frekvence un periods. No sakarībām (21.1) un (21.2) izriet, ka CLR kontūram ir spēkā nosacījums

$$u_R + u_C + u_L = 0. \quad (21.18)$$

Tādēļ

$$Ld^2q/dt^2 = - (1/C)q - Rdq/dt. \quad (21.19)$$

Diferenciālvienādojums (21.19) ir līdzīgs vienādojumam (20.53), tikai mainīgā x vietā tajā ir lielums q , bet konstanto lielumu m , k un r vietā ir lielumi L , $1/C$ un R . Tātad vienādojums



21.6. att.

(21.19) ir rimstošu elektromagnētisko svārstību diferenciālvienādojums. Tā atrisinājumu var uzrakstīt analogi formulai (20.56), proti,

$$q = q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (21.20)$$

Tas ir rimstošu elektromagnētisko (elektriskā lādiņa) svārstību vienādojums, kurā δ — *rimšanas koeficients*, bet ω — *rimstošo svārstību frekvence*, pie tam

$$\delta = R/(2L); \quad (21.21)$$

$$\omega^2 = 1/(CL) - R^2/(2L)^2 \text{ jeb } \omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2. \quad (21.22)$$

(Salīdzināt ar formulām (20.57) un (20.58).)

Rimstošu svārstību periods

$$T = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (21.23)$$

ir lielāks nekā harmonisko svārstību periods T_0 ideālajā CL kontūrā.

Attēlojot grafiski lādiņu q atkarībā no laika t , iegūst tādu pašu likni kā rimstošu mehānisko svārstību novirzei x (sk. 20.17. att.).

21.3.3. Kondensatora izlādes rakstura atkarība no kontūra parametriem. No sakarības (21.22) izriet, ka CLR kontūrā kondensatora izlādei ir svārstību raksturs tikai tad, ja rimšanas koeficients $\delta < \omega_0$. Ja turpretī $\delta > \omega_0$, tad izlāde notiek aperiodiski — bez svārstībām.

Tā kā $\delta = R/(2L)$ un $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, tad nosacījumam $\delta < \omega_0$ ekvivalenti ir nosacījumi $R/(2L) < 1/\sqrt{LC}$ vai arī $R < \sqrt{4L/C}$, resp., $R < 2R_v$. Tādēļ var teikt, ka kondensatora izlādei ir

$$\left. \begin{array}{l} \text{svārstību raksturs, ja } R < \sqrt{4L/C}, \text{ resp., } R < 2R_v; \\ \text{kritisks raksturs, ja } R = \sqrt{4L/C}, \text{ resp., } R = 2R_v; \\ \text{aperiodisks raksturs, ja } R > \sqrt{4L/C}, \text{ resp., } R > 2R_v. \end{array} \right\} \quad (21.24)$$

21.3.4. Spriegums uz kondensatora klājumiem un strāvas stiprums svārstību kontūrā. Tā kā spriegums uz kondensatora klājumiem $u_C = q/C$, tad, ņemot vērā sakarību (21.20), var rakstīt

$$u_C = (q_m/C) e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (21.25)$$

Seit $U_m = (q_m/C) e^{-\delta t}$ — sprieguma amplitūda, kas ar laiku eksponenciāli samazinās, bet $U_{m0} = q_m/C$ — sprieguma amplitūdas sākumvērtība.

Lai CLR svārstību kontūrā noteiktu strāvas stiprumu, var diferencēt pēc laika vienādojumu (21.20). Tad $i = dq/dt = q_m(e^{-\delta t}(-\delta) \cos(\omega t + \varphi_0) - e^{-\delta t}(\omega) \sin(\omega t + \varphi_0)) = -q_m e^{-\delta t}(\delta \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega \cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2))$. Ja izmanto svārstību vektorialās saskaitīšanas paņēmieni, tad $-(\delta \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega \cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2)) = \sqrt{\omega^2 + \delta^2} \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2 + \Delta\varphi)$, kur $\Delta\varphi = \arctg(\delta/\omega)$. Tādēļ strāvas stiprums

$$i = q_m \sqrt{\omega^2 + \delta^2} e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2 + \Delta\varphi). \quad (21.26)$$

Šeit $I_m = q_m \sqrt{\omega^2 + \delta^2} e^{-\delta t}$ — strāvas amplitūda. Ar laiku tā eksponenciāli tuvojas nullei. Lielums $I_{m0} = q_m \sqrt{\omega^2 + \delta^2}$ — strāvas sākumamplitūda.

Viegli pārliecināties, ka gadījumā, ja $\delta \rightarrow 0$, tad $I_{m0} \rightarrow q_m \omega$ (pie tam $\omega \rightarrow \omega_0$); $e^{-\delta t} \rightarrow 1$ un $\Delta \varphi \rightarrow 0$, bet vienādība (21.26) pārvēršas par vienādību (21.9).

21.3.5. Elektromagnētisko svārstību relaksācijas laiks un rimšanas logaritmiskais dekrements. Arī elektromagnētisko (tāpat kā mehānisko) svārstību rimšanu var raksturot ne vien ar *rimšanas koeficientu* δ , bet arī ar *relaksācijas laiku* τ un *rimšanas logaritmisko dekrementu* Λ . Tā kā $\tau = 1/\delta$ un $\Lambda = \delta T$, bet šajā gadījumā $\delta = R/(2L)$ un $T = 2\pi/\sqrt{1/(CL) - R^2/(2L)^2}$, tad

$$\tau = 2L/R; \quad (21.27)$$

$$\Lambda = 2\pi/\sqrt{4L/(CR^2) - 1}. \quad (21.28)$$

Ievērojot, ka $\sqrt{L/C} = R_v$ ir viļņu pretestība, iegūst

$$\Lambda = 2\pi/\sqrt{(2R_v/R)^2 - 1}. \quad (21.29)$$

Ja svārstības rimst vāji ($\delta \ll \omega_0$, resp., $R \ll R_v$), tad $(2R_v/R)^2 \gg 1$ un rimšanas logaritmiskais dekrements

$$\Lambda = \pi R \sqrt{C/L} = \pi R/R_v. \quad (21.30)$$

21.3.6. Svārstību kontūra labums. Svārstību kontūru raksturo arī fizikāls lielums, ko sauc par *kontūra labumu*

$$Q = \pi/\Lambda. \quad (21.31)$$

(To var lietot arī mehāniskas oscilējošas sistēmas raksturošanai.) Jo vājāk rimst svārstības (mazāks Λ), jo lielāks ir kontūra labums Q . No sakarībām (21.31) un (21.29) var izteikt

$$Q = (1/2)\sqrt{(2R_v/R)^2 - 1}. \quad (21.32)$$

Ja svārstības ir vāji rimstošas, tad kontūra labums

$$Q = R_v/R = \sqrt{L/C}/R. \quad (21.33)$$

Var parādīt, ka svārstību kontūra labums Q ir vienāds ar svārstību pilnās enerģijas W un vienā periodā zaudētās svārstību enerģijas ΔW attiecību, kas reizināta ar 2π . Tātad

$$Q = 2\pi W/\Delta W. \quad (21.33')$$

Svārstību kontūra labuma Q cita interpretācija aplūkota šīs grāmatas 21.4.5. nodaļumā E.

21.4. UZSPIESTAS ELEKTROMAGNĒTISKĀS SVĀRSTĪBAS

21.4.1. Jēdziens par uzspiestām elektromagnētiskām svārstībām un to diferenciālvienādojums. Apskatīsim kontūru (21.7. att.), kurā virknē slēgti elementi ar kapacitāti C , induktivitāti L un pretestību R , kā arī harmoniska elektrodzinēj spēka.

$$e = \mathcal{E}_m \cos \omega t \quad (21.34)$$

avots, un avota iekšējo pretestību var neievērot. Tādēļ vienmēr spriegums uz avota spailēm $u = e$, proti,

$$u = U_m \cos \omega t, \quad (21.35)$$

kur $U_m = \mathcal{E}_m$. Saskaņā ar formulām (21.1) un (21.2) šādam kontūram derīgi vienādojumi

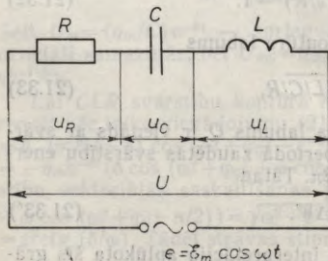
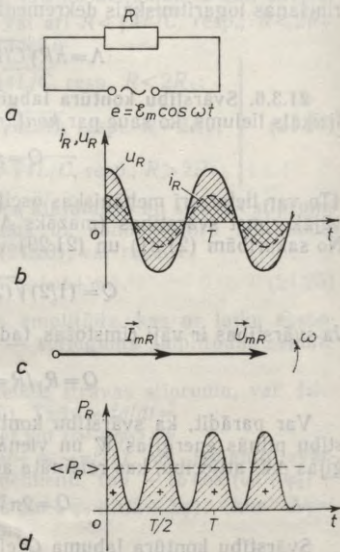
$$iR + q/C + Ldi/dt = U_m \cos \omega t; \quad (21.36)$$

$$Ld^2q/dt^2 = - (1/C)q - Rdq/dt + U_m \cos \omega t. \quad (21.37)$$

Diferenciālvienādojums (21.37) ir līdzīgs vienādojumam (20.66), tikai tajā lielumu x , m , k un r vietā ir lielumi q , L , $1/C$ un R , bet harmoniska uzspiedēj spēka $F_0 \cos \omega t$ vietā ir harmonisks uzspiedēj elektrodzinēj spēks $U_m \cos \omega t$. Tādēļ vienādojums (21.37) ir uzspiestu elektromagnētisko (elektriskā lādiņa) svārstību diferenciālvienādojums.

Vispirms aplūkosim vienādojumus (21.36) un (21.37) speciālos gadījumos, kad virknē ar harmonisku EDS ieslēgts tikai viens ķēdes elements R , C vai L , un tikai pēc tam — kontūru, kuru veido visi minētie elementi.

21.4.2. Aktivās pretestības R kontūrs. Kontūrā, kuru veido EDS



21.7. att.

21.8. att.

avots un rezistors (21.8. att. a), kā izriet no formulas (21.1), spriegums $u_R = e = U_{mR} \cos \omega t$. Kontūrā nekur lādiņš neuzkrājas (nav kapacitātes), tādēļ vienādojumā (21.37) dq/dt ir lādiņš, kas izplūst caur jebkuru ķēdes šķēsgriezumu laika vienībā, t. i., strāvas stiprums i apskatāmajā kontūrā, un $iR = U_{mR} \cos \omega t$, bet

$$i_R = (U_{mR}/R) \cos \omega t, \text{ kur} \quad (21.38)$$

$$I_{mR} = U_{mR}/R \quad (21.39)$$

ir strāvas amplitūda. Kā redzams, rezistorā ar pretestību R strāva i_R ir vienā fāzē ar tam pielikto spriegumu u_R (21.8. att. b). Sakarība (21.39) ir Oma likums strāvas un sprieguma amplitūdām. Likums ir spēkā arī strāvas un sprieguma momentānajām vērtībām: $i_R = u_R/R$.

Attēlojot harmoniskos lielumus u_R un i_R ar rotējošiem vektoriem \vec{U}_{mR} un \vec{I}_{mR} (21.8. att. c), jebkurā laika momentā šo vektoru virzieni ir vienādi.

Laika sprīdī dt strāva i veic darbu $dA = iudt = I_{mR}U_{mR} \cos^2 \omega t dt$, bet viena perioda T laikā veiktais darbs $A = I_{mR}U_{mR} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = (1/2)I_{mR}U_{mR}T$. Tādēļ rezistorā izdalītā momentānā jauda $P = dA/dt$ ir izsakāma šādi (21.8. att. d):

$$P_R = I_{mR}U_{mR} \cos^2 \omega t, \quad (21.40)$$

bet vidējā jauda $\langle P_R \rangle = A/T$, ņemot vērā vērā formulu (21.39), šādi:

$$\langle P_R \rangle = (1/2)I_{mR}U_{mR} = (1/2)I_{mR}^2R = (1/2)U_{mR}^2/R. \quad (21.41)$$

Rezistora pretestību R , kurā izdalās jauda, sauc par *ķēdes aktīvo pretestību*, bet šo jaudu — par *aktīvo jaudu*. Tādu pašu jaudu rezistorā ar pretestību R izdalītu līdzstrāva, ja būtu $I^2 = (1/2)I_{mR}^2$ un $U^2 = (1/2)U_{mR}^2$, t. i., maiņstrāva izdalītās jaudas ziņā ir tikpat efektīva kā šāda līdzstrāva. Tādēļ maiņstrāvas raksturošanai lieto *efektīvo strāvu* $I = I_{\text{eff}}$ un *efektīvo spriegumu* $U = U_{\text{eff}}$. Tādējādi

$$I = I_m/\sqrt{2} \text{ un } U = U_m/\sqrt{2}. \quad (21.42)$$

Tad vidējo rezistorā izdalīto jaudu var izteikt šādi:

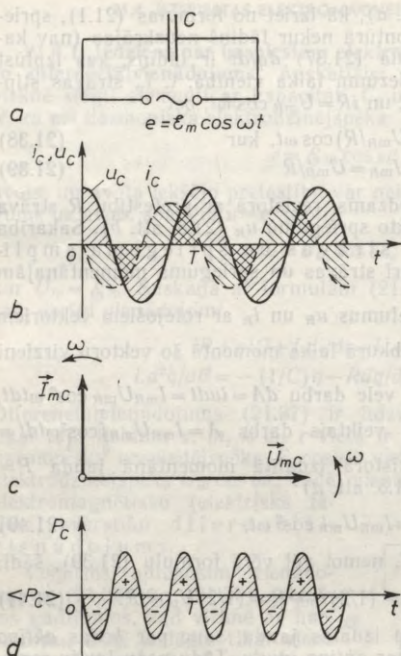
$$\langle P_R \rangle = IU = I^2R = U^2/R. \quad (21.43)$$

Maiņstrāvas mērāparātus graduē efektīvās strāvas un sprieguma mērīšanai. Mūsu maiņstrāvas tīklā $U = 220$ V, bet $U_m \approx 311$ V.

21.4.3. Kapacitātes C kontūrs. No formulas (21.1) izriet, ka kontūrā, ko veido EDS avots un kondensators (21.9. att. a), spriegums $u_C = e = U_{mC} \cos \omega t$ un lādiņš

$$q = U_{mC}C \cos \omega t. \quad (21.44)$$

Lādiņš uz kondensatora klājumiem mainās harmoniski vienā fāzē ar tam pielikto spriegumu.



21.9. att.

Strāvu i_c ķēdē var noteikt, diferenciējot pēc laika formulu (21.44), jo $i_c = dq/dt$ jeb

$$i_c = -U_{mc}C\omega \sin \omega t = U_{mc}C\omega \cos(\omega t + \pi/2).$$

Tādēļ

$$i_c = I_{mc} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (21.45)$$

$$\text{kur } I_{mc} = U_{mc}C\omega \quad (21.46)$$

ir strāvas amplitūda. Kā redzams, strāvas i_c fāze apsteidz sprieguma u_c fāzi par $\pi/2$, bet laika ziņā strāva apsteidz spriegumu par $T/4$ (21.9. att. b).

Attēlojot harmoniskos lielumus u_c un i_c ar rotējošiem vektoriem \vec{U}_{mc} un \vec{I}_{mc} , vektors \vec{I}_{mc} jāzīmē par leņķi $\pi/2$ priekšā vektoram \vec{U}_{mc} (21.9. att. c).

Sakarība (21.46) ir Oma likums strāvas un sprieguma amplitūdām. Šeit

$$X_c = 1/(\omega C) \quad (21.47)$$

ir kapacitīvā pretestība.

Līdzstrāvai leņķiskā frek-

vence $\omega=0$ un kapacitīvā pretestība $X_c=\infty$, t. i., līdzstrāva caur kondensatoru neplūst. Mainīstrāvai kondensatora pretestība ir jo mazāka, jo lielāka tās frekvence ω un kondensatora kapacitāte C . Kad $C \rightarrow \infty$, piemēram, satuvinot kondensatora klājumus, kapacitīvā pretestība $X_c \rightarrow 0$.

Tā kā strāvas i_c un sprieguma u_c fāzes ir atšķirīgas, tad $i_c \neq u_c/X_c$, t. i., momentānajām strāvas un sprieguma vērtībām Oma likums nav spēkā.

Kondensatorā izdalītā momentānā jauda $P_c = i_c u_c = I_{mc} U_{mc} \cos \omega t \cos(\omega t + \pi/2)$. Pēc vienkāršiem trigonometriskiem pārveidojumiem iegūst

$$P_c = -(1/2)I_{mc}U_{mc} \sin 2\omega t. \quad (21.48)$$

Tātad jauda mainās ar divreiz lielāku frekvenci nekā strāva vai spriegums. Tā kā sinusa funkcijas vidējā vērtība perioda laikā vienāda ar nulli, tad vidējā jauda $\langle P_c \rangle = 0$. Tiešām (sk. 21.9. att. d),

vienā strāvas svārstību ceturtdaļperiodā kondensators uzlādējoties saņem enerģiju no strāvas avota (+), bet nākamajā ceturtdaļperiodā izlādējoties atdod šo enerģiju tam atpakaļ (-). Tādēļ momentāno jaudu P_C , kas izdalās kondensatorā C , sauc par *reaktīvo jaudu* un kapacitīvo pretestību X_C — par *reaktīvo pretestību*.

21.4.4. Induktivitātes L kontūrs. No sakarības (21.1) izriet, ka kontūrā, ko veido EDS avots un pašindukcijas spole (21.10. att. a), spriegums $u_L = e = U_{mL} \cos \omega t$ un $L di_L/dt = U_{mL} \cos \omega t$, no kurienes iegūst

$$di_L = (U_{mL}/L) \cos \omega t dt. \quad (21.49)$$

Integrējot šo vienādību, nosaka strāvu $i_L = (U_{mL}/(\omega L)) \sin \omega t + K$, kur $K=0$, jo nav pamata uzskatīt, ka vienā virzienā caur spoli plūst stiprāka strāva nekā pretējā virzienā. Tādēļ $i_L = (U_{mL}/(\omega L)) \sin \omega t = (U_{mL}/(\omega L)) \cos(\omega t - \pi/2)$ jeb

$$i_L = I_{mL} \cos(\omega t - \pi/2), \text{ kur}$$

$$(21.50)$$

$$I_{mL} = U_{mL}/\omega L \quad (21.51)$$

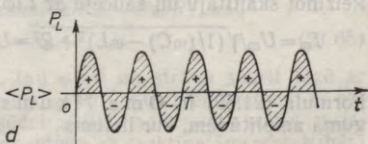
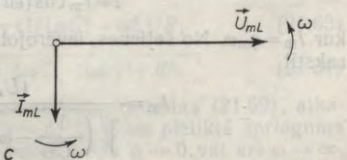
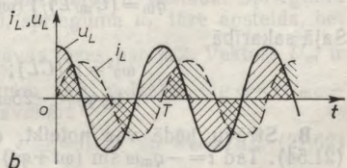
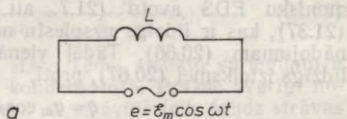
ir strāvas amplitūda. Formula (21.50) rāda, ka strāvas i_L fāze atpaliek no sprieguma u_L fāzes par $\pi/2$, bet laika ziņā strāva atpaliek no sprieguma par $T/4$ (21.10. att. b). Tādēļ vektoru diagrammā (21.10. att. c) vektors \vec{I}_{mL} atpaliek no vektora \vec{U}_{mL} par leņķi $\pi/2$.

Sakarība (21.51) ir Ohma likums strāvas un sprieguma amplitūdām. Seit

$$X_L = \omega L \quad (21.52)$$

ir *induktīvā pretestība*. Līdzstrāvai leņķiskā frekvence $\omega=0$ un induktīvā pretestība $X_L=0$, t. i., induktivitāte nerada nekādu pretestību līdzstrāvai. Mainstrāvai spoles induktīvā pretestība ir jo lielāka, jo lielāka ir strāvas frekvence ω un spoles induktivitāte L .

Tā kā strāvas i_L un sprieguma u_L fāzes ir atšķirīgas,



21.10. att.

tad $i_L \neq u_L/X_L$, t. i., momentānajām strāvas un sprieguma vērtībām Oma likums nav spēkā.

Ideālā pašindukcijas spolē (bez pretestības R) izdalītā momentānā jauda $P_L = i_L u_L = I_{mL} U_{mL} \cos \omega t \cos (\omega t - \pi/2)$. Pēc vienkāršiem trigonometriskiem pārveidojumiem iegūst

$$P_L = (1/2) I_{mL} U_{mL} \sin 2\omega t. \quad (21.53)$$

Vidējā jauda $\langle P_L \rangle = 0$, jo vienā strāvas svārstību ceturtdaļperiodā, kad strāvas absolūtā vērtība palielinās, spole uz EDS avota enerģijas rēķina uzkrāj magnētiskā lauka enerģiju (+) (sk. 21.10. att. d), bet nākamajā ceturtdaļperiodā atdod šo enerģiju (-). Tādēļ arī momentāno jaudu P_L , kas izdalās induktivitātē, sauc par *reaktīvo jaudu* un induktīvo pretestību X_L — par *reaktīvo pretestību*.

21.4.5. Virknē slēgtu elementu C , L un R kontūrs. Spriegumu rezonanse.

A. Kontūram, kurā elementi C , L un R saslēgti virknē ar harmonisku EDS avotu (21.7. att.), derīgs diferenciālvienādojums (21.37), kas ir līdzīgs uzspiestu mehānisko svārstību diferenciālvienādojumam (20.66). Tādēļ vienādojuma (21.37) atrisinājums ir līdzīgs izteiksmei (20.67), proti,

$$q = q_m \cos (\omega t + \varphi_0), \quad (21.54)$$

pie tam lādiņa maksimālā vērtība

$$q_m = (U_m/L) / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}. \quad (21.55)$$

Sajā sakarībā

$$\omega_0^2 = 1/(CL); \quad \delta = R/(2L); \quad (21.56)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -2\delta\omega / (\omega_0^2 - \omega^2). \quad (21.57)$$

B. Strāvu ķēdē var noteikt, diferencējot pēc laika t sakarību (21.54). Tad $i = -q_m \omega \sin (\omega t + \varphi_0) = q_m \omega \cos (\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$ jeb

$$i = I_m \cos (\omega t + \varphi_0 + \pi/2), \quad (21.58)$$

kur $I_m = q_m \omega$. No šejienes, ievērojot sakarības (21.55) un (21.56), var rakstīt

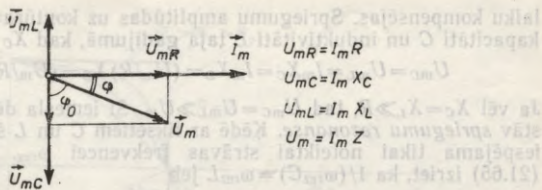
$$I_m = \frac{(U_m/L)\omega}{\sqrt{\left(\frac{1}{CL} - \omega^2\right)^2 + \frac{R^2}{L^2} \omega^2}}.$$

Reizinot skaitītāju un saucēju ar L/ω , iegūst

$$I_m = U_m / \sqrt{(1/(\omega C) - \omega L)^2 + R^2} = U_m / \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2} = U_m / Z. \quad (21.59)$$

Formula (21.59) ir Oma likums strāvas un ķēdei pieliktā sprieguma amplitūdām, kur lielums

$$Z = \sqrt{(1/(\omega C) - \omega L)^2 + R^2} = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2} \quad (21.60)$$



21.11. att.

ir virknē slēgtu ķēdes elementu C , L un R pilnā pretestība maiņstrāvai.

No formulas (21.57), aizvietojot tajā ω_0^2 un δ ar izteiksmēm (21.56) un reizinot skaitītāju un saucēju ar L/ω , iegūst

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{R}{1/(\omega C) - \omega L} = -\frac{R}{X_C - X_L}. \quad (21.61)$$

C . Lielums φ_0 ir fāžu nobīde starp ķēdei pielikto spriegumu u un lādiņu q vai spriegumu u_C uz kondensatora. Praktē svarīgi noteikt fāžu nobīdi φ starp spriegumu u un strāvu i (cik daudz strāvas fāze apsteidz sprieguma fāzi). Lai noteiktu φ , apskatīsim strāvas un sprieguma vektoru diagrammu (21.11. att.).

Strāva i visos virknē slēgtajos elementos ir vienāda. Sprieguma u_R fāze ir vienāda ar strāvas fāzi, sprieguma u_L fāze apsteidz, bet sprieguma u_C fāze atpaliek no strāvas fāzes par $\pi/2$. Vektors \vec{U}_m ir vektoru \vec{U}_{mR} , \vec{U}_{mC} un \vec{U}_{mL} summa. Kā redzams, $\operatorname{tg} \varphi = (U_{mC} - U_{mL})/U_{mR}$ un $\cos \varphi = U_{mR}/U_m$. Savukārt

$$U_{mR} = I_m R; \quad U_{mC} = I_m X_C; \quad U_{mL} = I_m X_L \quad \text{un} \quad U_m = I_m Z. \quad (21.62)$$

No šejienes izriet, ka

$$\operatorname{tg} \varphi = (X_C - X_L)/R = (1/(\omega C) - \omega L)/R; \quad (21.63)$$

$$\cos \varphi = R/Z = R/\sqrt{(1/(\omega C) - \omega L)^2 + R^2}. \quad (21.64)$$

D . Strāvas amplitūda I_m , kā redzams no formulas (21.59), atkarīga ne tikai no kontūra parametriem C , L , R un pieliktā sprieguma amplitūdas U_m , bet arī no tā frekvences ω . Ja $\omega \rightarrow 0$ vai arī $\omega \rightarrow \infty$, tad $Z \rightarrow \infty$ un $I_m \rightarrow 0$. Ķēdes pilnā pretestība Z ir minimāla ($Z=R$), bet strāvas amplitūda I_m — maksimāla ($I_m = U_m/R$), kad

$$X_C = X_L. \quad (21.65)$$

Ja izpildīts nosacījums (21.65), tad $\varphi=0$ un strāva sakrīt fāzē ar ķēdei pielikto spriegumu. Spriegums u_R uz kontūra elementiem ar aktīvo pretestību R ir vienāds ar ķēdei pielikto spriegumu u , bet spriegumiem u_C un u_L uz kontūra elementiem ar reaktīvajām pretestībām X_C un X_L ir pretējas fāzes un vienāda absolūtā vērtība, tādēļ tie visu

laiku kompensējas. Spriegumu amplitūdas uz kontūra elementiem ar kapacitāti C un induktivitāti L tajā gadījumā, kad $X_C = X_L$, ir šādas:

$$U_{mC} = U_{mL} = I_m X_C = I_m X_L = (U_m/R) X_C = (U_m/R) X_L. \quad (21.66)$$

Ja vēl $X_C = X_L \gg R$, tad $U_{mC} = U_{mL} \gg U_m$. Šī iemesla dēļ saka, ka pastāv *spriegumu rezonanse*. Ķēdē ar fiksētiem C un L šāda rezonanse iespējama tikai noteiktai strāvas frekvencei ω_{rez} . No sakarības (21.65) izriet, ka $1/(\omega_{rez}C) = \omega_{rez}L$ jeb

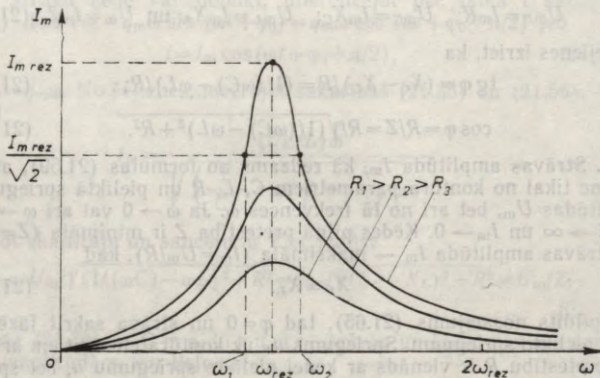
$$\omega_{rez} = 1/\sqrt{LC}. \quad (21.67)$$

Rezonanses frekvence ω_{rez} nav atkarīga no aktīvās pretestības R . Jo mazāka ir kontūra aktīvā pretestība, jo lielāka ir strāvas amplitūdas maksimālā vērtība I_{mrez} , kas atbilst rezonanses frekvencei ω_{rez} . Strāvas amplitūdas I_m atkarība no frekvences ω noteiktām C , L , R un U_m vērtībām parādīta 21.12. attēlā. Liknes $I_m = f(\omega)$ sauc par *rezonanses līknēm*.

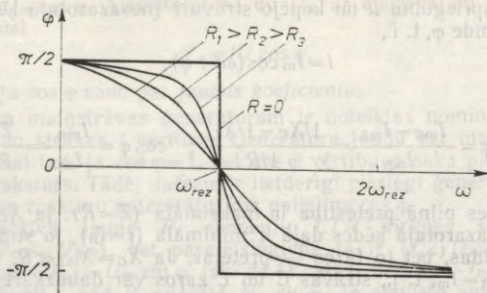
Ja $\omega < \omega_{rez}$ un $\omega \rightarrow 0$, tad no formulas (21.63) izriet, ka $\varphi > 0$ un $\varphi \rightarrow \pi/2$, ja turpretī $\omega > \omega_{rez}$ un $\omega \rightarrow \infty$, tad $\varphi < 0$ un $\varphi \rightarrow -\pi/2$. Tas redzams 21.13. attēlā.

E. Ja uzspiedējelektrodzinējspēks e ir dažādu frekvenču ω_i harmonisku EDS summa, tad rezonanses dēļ kontūrā lielāka nozīme strāvas radīšanā ir tām frekvencēm ω_i , kuras vienādas ar rezonanses frekvenci ω_{rez} vai tuvas tai. Šo parādību izmanto radiotehnikā, lai (mainot C vai L) noskaņotu svārstību kontūru uz noteiktu frekvenci.

To elektrodzinējspēku ietekme, kuru frekvences atšķiras no ω_{rez} , ir jo mazāka, jo «asāka» ir kontūra rezonanses līkne. Rezonanses līknes «asumu» var raksturot ar tās *relatīvo pusplatumu* $\Delta\omega/\omega_{rez}$,



21.12. att.



21.13. att.

ja $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, kur ω_1 un ω_2 ir tās leņķiskās frekvences, kurām $I_m^2 = (1/2)I_{mrez}^2$ (sk. 21.12. att.). Aprēķini rāda, ka kontūra labums Q ir rezonanses līknes relatīvā pusplatuma apgrieztais lielums:

$$Q = \omega_{rez}/\Delta\omega. \quad (21.68)$$

F. Virknē ar harmonisku EDS avotu slēgtiem CL , CR un LR kontūriem derīgas CLR kontūram iegūtās formulas, ja tajās atbilstoši trūkstošajam elementam liek $R=0$ vai $L=0$, vai arī $1/C=0$.

21.4.6. Paralēli slēgtu elementu C , L un R kontūrs. Strāvu rezonanse.

A. Apskatīsim elementu C , L un R paralēslēgumu (21.14. att. a), kam pievadīts harmonisks EDS. Šajā gadījumā spriegums uz visiem ķēdes zariem ir vienāds: $u = U_m \cos \omega t$. Aktivās pretestības R zarā strāvas un sprieguma fāzes sakrīt, C zarā strāva apsteidz spriegumu, bet L zarā atpaliek no sprieguma par $\pi/2$. Tātad

$$i_R = I_{mR} \cos \omega t; \quad i_C = I_{mC} \cos(\omega t + \pi/2); \quad i_L = I_{mL} \cos(\omega t - \pi/2). \quad (21.69)$$

Strāvu amplitūdas

$$I_{mR} = U_m/R; \quad I_{mC} = U_m/X_C; \quad I_{mL} = U_m/X_L, \quad (21.70)$$

kur $X_C = 1/(\omega C)$ un $X_L = \omega L$.

Konstruējot paralēslēguma vektoru diagrammu (21.14. att. b), par pamatvektoru pieņem vektoru \vec{U}_m . Tad $I_m^2 = (I_{mC} - I_{mL})^2 + I_{mR}^2$, levdējot sakarības (21.70), iegūst

$$I_m = U_m \sqrt{(1/X_C - 1/X_L)^2 + 1/R^2} = U_m/Z. \quad (21.71)$$

Tas ir Oma likums elementu C , L un R paralēslēgumam, kur

$$Z = 1/\sqrt{(1/X_C - 1/X_L)^2 + 1/R^2} \quad (21.72)$$

ir paralēslēguma pilnā pretestība.

Starp spriegumu u un kopējo strāvu i (nesazarotajā ķēdes daļā) ir fāzu nobīde φ , t. i.,

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (21.73)$$

pie tam

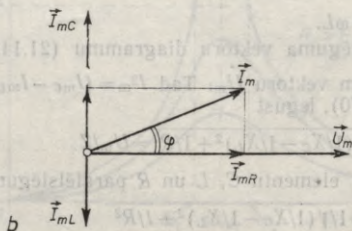
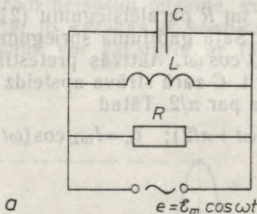
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{mC} - I_{mL}}{I_{mR}} = \frac{1/X_C - 1/X_L}{1/R}; \quad \cos \varphi = \frac{I_{mR}}{I_m} = \frac{Z}{R}. \quad (21.74)$$

B. Ķēdes pilnā pretestība ir maksimāla ($Z=R$), ja $X_C=X_L$, bet strāva nesazarotajā ķēdes daļā ir minimāla ($i=i_R$), jo strāvas i_C un i_L ir vienādas, bet to fāzes — pretējas. Ja $X_C=X_{mL} \ll R$, tad $I_{mC} = I_{mL} \gg I_{mR} = I_m$, t. i., strāvas C un L zaros var daudzrīt pārsniegt strāvu nesazarotajā ķēdes daļā. Šo parādību sauc par *strāvu rezonansi*. Tā iespējama, ja strāvas frekvence apmierina nosacījumu

$$\omega_{\text{rez}} = 1/\sqrt{LC}. \quad (21.75)$$

21.4.7. CLR kontūra aktīvā, reaktīvā un pilnā jauda.

A. Kā jau noskaidrots (21.4.2. ... 21.4.4. nodaļījumā), strāvas enerģiju neatgriezeniski patērē tikai aktīvā pretestība R . Tādēļ arī CLR kontūrā aktīvā jauda P_a izdalās tikai kontūra elementos ar aktīvo pretestību R . To var izteikt šādi: $P_a = (1/2)I_{mR}U_{mR}$. Elementu CLR virknes slēgumā $I_{mR} = I_m$ un $U_{mR} = U_m \cos \varphi$, bet elementu CLR paralēlslēgumā $I_{mR} = I_m \cos \varphi$ un $U_{mR} = U_m$. Tādēļ aktīvā jauda $P_a =$



21.14. att.

$= (1/2) I_m U_m \cos \varphi$. Aizvietojot I_m un U_m ar efektīvajām vērtībām I un U , iegūst

$$P_a = IU \cos \varphi. \quad (21.76)$$

Reizinātāju $\cos \varphi$ sauc par *jaudas koeficientu*.

Katram maiņstrāvas ģeneratoram ir noteiktas nominālās sprieguma U un strāvas I vērtības. Ģeneratora jaudu var maksimāli izmantot tikai tad, ja $\cos \varphi = 1$, bet $\cos \varphi$ vērtību nosaka pieslēgtā patērētāja raksturs. Tādēļ dažreiz ir lietderīgi pieslēgt ģeneratoram papildus tādu reaktīvu patērētāju, kas palielina $\cos \varphi$.

B. Reaktīvā jauda P_r elementu CLR virknes slēgumā ir $(1/2) I_m (U_{mC} - U_{mR})$, bet paralēlslēgumā tā ir $(1/2) (I_{mC} - I_{mL}) U_m$. Tā kā $U_{mC} - U_{mL} = U_m \sin \varphi$ (sk. 21.11. att.), bet $I_{mC} - I_{mL} = I_m \sin \varphi$ (sk. 21.14. att.), tad $P_r = (1/2) I_m U_m \sin \varphi$. Ja aizvieto amplitūdas ar efektīvajām vērtībām, tad reaktīvā jauda

$$P_r = IU \sin \varphi. \quad (21.77)$$

C. Lielumu $P_p = IU$ sauc par *pilno jaudu* (šķietamo jaudu). Salīdzinot P_a , P_r un P_p izteiksmes, redzams, ka pilnā jauda

$$P_p = \sqrt{P_a^2 + P_r^2}. \quad (21.78)$$

Aktīvo jaudu P_a mēra vatos (W), reaktīvo jaudu P_r — varos (var) un pilno (šķietamo) jaudu — voltampēros (V·A).

22. NODAĻA

VIĻŅI ELASTĪGĀ VIDĒ

22.1. VIĻŅI UN TO VEIDI

22.1.1. Jēdziens par viļņiem. Ikvienā vidē — cietā vielā, šķidrumā, gāzē vai plazmā pastāv mijiedarbība starp daļiņām. Ja kādā vietā (svārstību avotā) sākas daļiņu svārstības, tās iesaista svārstību kustībā arī citas daļiņas, kuras atrodas tālāk no avota, t. i., svārstību kustība nepaliek lokalizēta vienā vietā, bet izplatās vidē. Līdzīgi, radušās reiz kādā vietā (jebkurā vidē un vakuumā), izplatās arī elektriskā un magnētiskā lauka svārstības.

Svārstību izplatīšanās procesu telpā, kurš norisinās laikā, sauc par viļņiem. Piemēram, viļņi elastīgā vidē ir kolektīva, saskaņota vides daļiņu kustība.

22.1.2. Viļņu iedalījums. Viļņus var klasificēt pēc dažādām pazīmēm: viļņu dabas, iespējamiem viļņu izplatīšanās virzieniem, viļņa frontes veida, svārstību virziena novietojuma attiecībā pret viļņa izplatīšanās virzienu, svārstību rakstura, enerģijas pārnesei.

A. Atkarībā no viļņu dabas pastāv mehāniskie viļņi (jeb viļņi elastīgā vidē (skaņas viļņi, viļņi uz šķidruma virsmas), elektromagnētiskie viļņi (radioviļņi un gaismas viļņi, rentgenstārojums un γ starojums), Debrolji viļņi un gravitācijas viļņi. Svarīgākie un praksē

visbiežāk sastopamie ir mehāniskie un elektromagnētiskie viļņi. Debroļji viļņi, kas saistīti ar mikrodalījām, aprakstīti 31. nodaļā. Teorētiskā fizika paredz gravitācijas viļņu eksistenci, bet eksperimentāli tie vēl nav konstatēti.

B. Viļņus, kuri izplatās telpā gar kādu līniju, piemēram, pa stīgu vai vienā noteiktā virzienā, sauc par viendimensionāliem viļņiem. Divdimensionāli viļņi izplatās dažādos virzienos pa kādu virsmu, piemēram, pa ūdens virsmu, membrānu, metāla loksni. Trīsdimensionāli viļņi izplatās no viļņu avota visos telpas virzienos.

C. Visi punkti, līdz kuriem kādā laika momentā t nonāk viļņi no viļņu avota, veido *viļņa fronti*. Vilnim, kurš izplatās pa līniju, viļņa fronte ir punkts. Divdimensionāla viļņa fronte ir līnija. Ja, piemēram, viļņi veidojas uz mierīgas ūdens virsmas tāpēc, ka kādā punktā ūdens virsmu skar oscilējošs stienītis, viļņa fronte ir riņķa līnija. Trīsdimensionālu viļņu fronte ir virsma. Viļņus, kuru viļņa fronte ir plakne, sauc par *plakanīem viļņiem*, bet viļņus ar sfērisku viļņa fronti — par *sfēriskiem viļņiem*. Viļņu izplatīšanās virziens izotropā vidē ir perpendikulārs viļņa fronteī. Plakanai viļņa fronteī atbilst tikai viens viļņa izplatīšanās virziens. Tādēļ šajā nozīmē tāds vilnis ir viendimensionāls.

D. Viļņus, kuros svārstības notiek perpendikulāri viļņu izplatīšanās virzienam, sauc par *šķērsviļņiem* jeb transversāliem viļņiem, bet viļņus, kuros svārstības notiek viļņa izplatīšanās virzienā, — par *garenviļņiem* jeb longitudināliem viļņiem.

E. Islaicīgu neperiodiska rakstura viļņu vai lauka perturbāciju kura pārvietojas telpā, sauc par *viļņu impulsu*. Ierobežots periodisku (arī kosinusoidālu) svārstību skaits veido *viļņu paketi*. Ļoti svarīga nozīme viļņu teorijā ir telpā un laikā neierobežotam kosinusoidālam jeb harmoniskam vilnim.

F. Viļņiem izplatoties, tiek pārnesta enerģija, bet viela netiek pārnesta. Tādus viļņus sauc par *skrejviļņiem*. Pārklājoties diviem viļņiem, kuri izplatās pretējos virzienos, ja vienādi to periodi un amplitūdas, veidojas svārstības ar telpā periodiski mainīgu amplitūdu. Enerģijas pārnese šādā svārstību procesā nenotiek, tādēļ procesu sauc par *stāvviļņiem*.

22.2. VIĻŅU VEIDOŠANĀS ELASTĪGĀ VIDĒ

22.2.1. Šķērsviļņu veidošanās. 22.1. attēlā shematiski parādīta daļiņu kustība, ja vidē izplatās šķērsvilnis. Laika momentā $t=0$ vilnis, izplatīdamies X ass virzienā, sasniedz daļiņu A , kas sāk pārvietoties z ass virzienā un iesaistās svārstību kustībā. Pēc ceturtdaļperioda ($t=T/4$) daļiņa A sasniedz maksimālo novirzi. Tā kā līdz ar daļiņu A novirzās arī citas daļiņas, vides deformācija izplatās līdz daļiņai B , kura uzsāk kustību. Vēl pēc ceturtdaļperioda ($t=T/2$) daļiņa A atgriežas līdzsvara stāvoklī un sāk novirzīties uz pretējo pusi, daļiņa B sasniedz maksimālo novirzi, bet deformācija izplatās līdz daļiņai C , kura uzsāk kustību. Laika momentā $t=T$ daļiņa A

pabeidz pilnu svārstību un sāk jaunu. Sajā laikā vilnis ir nogājis attālumu vT līdz daļiņai E . Līdzīgā veidā process turpinās tālāk.

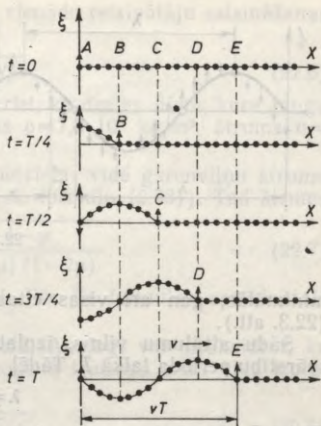
Sāds viļņu veidošanās mehānisms iespējams tikai tad, ja vide piemīt bīdes elastība, kad no līdzsvara stāvokļa nobīdītu daļiņu slānis iedarbojas uz blakus esošo slāni. Tādēļ šķērsviļņi iespējami cietos ķermeņos (stīgās, stieņos, plātēs, plēvēs) vai arī uz šķidrums virsmas, jo virsmas sprauguma spēku dēļ šķidrums virskārta ir līdzīga nostieptai elastīgai plēvei.

22.2.2. Garenviļņu veidošanās.

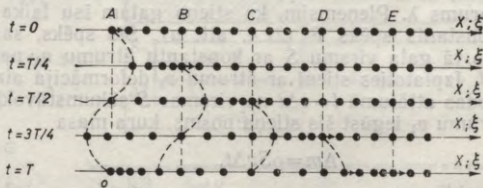
22.2. attēlā *a* shematiski parādīta daļiņu kustība, ja vidē izplatās garenvilnis. Katras daļiņas novirze ξ no līdzsvara stāvokļa notiek pa viļņa izplatīšanās taisni (X asi). Tādēļ vidē izveidojas daļiņu sablīvējumi un retinājumi (22.2. att. *b*), kuri pārvietojas ar viļņa izplatīšanās ātrumu v .

Garenviļņi var izplatīties vidē, kurai piemīt tilpuma vai spiedes—stiepes elastība. Tādēļ tie var rasties gan cietvielās, gan arī šķidrums vai gāzēs. Piemēram, metāla stienī tos var ierosināt, uzsitot ar āmuru pa stieņa galu (stieņa ass virzienā).

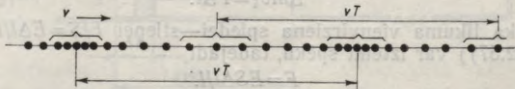
22.2.3. Viļņa garums un tā sakarība ar izplatīšanās ātrumu un svārstību periodu vai frekvenci. Par viļņa garumu λ sauc mazāko attālumu starp diviem punktiem viļņa izplatīšanās virzienā, kuru svārstības ir sinfāzas, t. i., vienlaikus sasniedz gan maksimālās, gan



22.1. att.

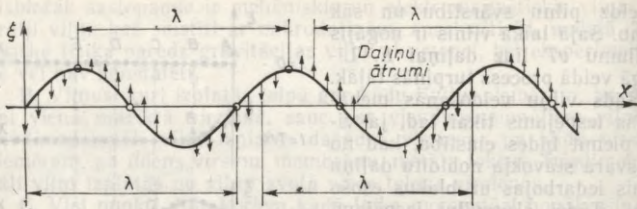


a



b

22.2. att.



22.3. att.

minimālās, gan arī visas citas atbilstošās novirzes un ātrumus (22.3. att.).

Sādu attālumu vilnis, izplatīdamies ar ātrumu v , noiet viena svārstību perioda laikā T . Tādēļ

$$\lambda = vT. \quad (22.1)$$

Tā kā $T = 1/v$, tad

$$\lambda = v/v; \quad v = \lambda v. \quad (22.2)$$

22.3. VIĻŅU IZPLATĪŠANĀS ĀTRUMS ELASTĪGĀ VIDE

Viļņu izplatīšanās ātrumu nosaka vides blīvums un tās elastība, pie tam garenvilņu gadījumā vides elastību raksturo tilpuma elastības (jeb tilpuma kompresijas) modulis K (šķidrums un gāzēs) vai arī Janga modulis E (cietvielās), bet šķērsvilņu gadījumā — cietvielas bīdes modulis G .

22.3.1. Garenvilņu ātrums cietvielā. Apskatīsim garenvilņus garā, homogēnā stienī, kura blīvums ρ , bet diametrs d ir daudz mazāks nekā viļņa garums λ . Pieņemsim, ka stieņa galam īsu laika sprīdi Δt pielikts konstants spēks F (22.4. att. a). Šis spēks, saspiežot stieni, pārvieto tā gala virsmu S ar konstantu ātrumu v_1 par attālumu $\Delta l = v_1 \Delta t$. Izplatoties stienī ar ātrumu v , deformācija aizsniedz slāni, kas atrodas attālumā $l = v \Delta t$ no virsmas S sākmastāvokļa. Tas nozīmē, ka ātrumu v_1 iegūst šis stieņa posms, kura masa

$$\Delta m = \rho S v \Delta t, \quad (22.3)$$

kur ρ — stieņa blīvums.

Saskaņā ar otro Ņūtona likumu

$$\Delta m v_1 = F \Delta t. \quad (22.4)$$

No Huka likuma vienvirziena spiedei—stiepei $F/S = E \Delta l / l$ (sk. formulu (2.57)) var izteikt spēku, tādējādi

$$F = ES \Delta l / l. \quad (22.5)$$

Ievietojot formulā (22.4) lielumu Δm un F izteiksmes, kā arī ievē-

rojot, ka $\Delta l = v_1 \Delta t$ un $\Delta t/l = 1/v$, pēc vienādo reizinātāju saīsināšanas iegūst

$$v = \sqrt{E/\rho}. \quad (22.6)$$

Tā, piemēram, no formulas (22.6) izriet, ka dzelzs stienī, kura Janga modulis $E = 2,0 \cdot 10^{11}$ Pa un blīvums $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ kg/m³, ātrums $v = 5,1 \cdot 10^3$ m/s.

Resnā stienī ($d \gg \lambda$) vai plašā cietvielas vidē gareņviļņu ātrumu ietekmē arī Puasona koeficients μ (sk. formulu (2.58)). Tad ātrums

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}}. \quad (22.7)$$

Dzelzij Puasona koeficients $\mu = 0,24$. Pēc šīs formulas aprēķinātais ātrums $v = 5,55 \cdot 10^3$ m/s.

22.3.2. Šķērsviļņu ātrums cietvielā. Analogi var noskaidrot, ka šķērsviļņi neierobežotu izmēru homogēnā izotropā cietā vidē izplatās ar ātrumu

$$v = \sqrt{G/\rho}, \quad (22.8)$$

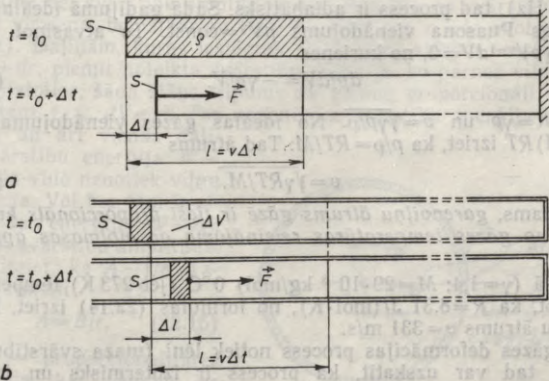
bet sastieptā stīgā — ar ātrumu

$$v = \sqrt{F/(\rho S)}, \quad (22.9)$$

kur ρ — materiāla blīvums; S — stīgas šķērsgriezuma laukums; F — stīgas sastieptuma spēks.

Dzelzij bīdes modulis $G = 7,9 \cdot 10^{10}$ Pa un saskaņā ar formulu (22.8) viļņu ātrums $v = 3,2 \cdot 10^3$ m/s.

22.3.3. Gareņviļņu ātrums šķidrumā un gāzē. Apskatīsim gāzi vai šķidrumu ļoti garā cilindrā, kurā var pārvietoties virzulis (22.4. att. b). Izdarot svārstības, virzulis var radīt gāzē vai šķidrumā



22.4. att.

sablīvējumus un retinājumus, t. i., var radīt garenviļņus. Pieņemsim, ka īsu laika sprīdi Δt virzulis ar konstantu spēku F darbojas uz gāzi vai šķidrumu un, to saspiežot, pārvietojas ar ātrumu v_1 par attālumu $\Delta l = v_1 \Delta t$. Vides deformācija, izplatoties ar ātrumu v , aizsniedz slāni, kurš atrodas attālumā $l = v \Delta t$ no virzuļa sākumstāvokļa. Tas nozīmē, ka laika sprīdi Δt ātrumu v_1 iegūst vielas daudzums, kura masu Δm izsaka formula (22.3). Ir spēkā arī sakarība (22.4). Izmantojot Huka likumu tilpuma deformācijai $F/S = K \Delta V/V$ (sk. formulu (2.49)), var rakstīt, ka spēks

$$F = KS \Delta V/V. \quad (22.10)$$

Ievietojot F un Δm izteiksmes formulā (22.4), un ievērojot, ka $\Delta V/V = \Delta l/l$, bet $\Delta t = v_1 \Delta t$ un $\Delta t/l = 1/v$, iegūst

$$v = \sqrt{K/\rho}. \quad (22.11)$$

Piemēram, ūdenim tilpuma elastības modulis $K = 2,04 \cdot 10^9$ Pa, bet blīvums $\rho = 10^3$ kg/m³, pēc formulas (22.11) aprēķinātais ātrums $v = 1,43 \cdot 10^3$ m/s.

Cietvielas un šķidrums elastība un blīvums maz atkarīgi no temperatūras un spiediena. Tādēļ var uzskatīt, ka viļņu ātrums cietvielā vai šķidrumā ir gandrīz konstants. Citādi ir ar gāzēm. To blīvums un elastība atkarīgi no spiediena un temperatūras. Tādēļ ir lietderīgi formulu (22.11) pārveidot tā, lai būtu redzama ātruma atkarība no gāzes temperatūras.

Saskaņā ar formulu (2.49) bezgalīgi mazai gāzes tilpuma deformācijai Huka likums ir uzrakstāms šādi: $dp = -K dV/V$ (šeit minusa zīme norāda, ka, spiedienam palielinoties, tilpums samazinās). Tādēļ

$$K = -V(dp/dV). \quad (22.12)$$

Atvasinājuma dp/dV vērtība būtiski atkarīga no gāzes deformācijas procesa rakstura. Ja gāzes deformācija notiek ar skaņas frekvenci ($\nu \geq 16$ Hz), tad process ir adiabatisks. Sādā gadījumā ideālai gāzei ir derīgs Puasona vienādojums $pV^\gamma = \text{const}$. To atvasinot, iegūst $dpV^\gamma + \gamma pV^{\gamma-1}dV = 0$, no kurienes

$$dp/dV = -\gamma p/V. \quad (22.13)$$

Tādēļ $K = \gamma p$ un $v = \sqrt{\gamma p/\rho}$. No ideālas gāzes vienādojuma $pV = (m/M)RT$ izriet, ka $p/\rho = RT/M$. Tad ātrums

$$v = \sqrt{\gamma RT/M}. \quad (22.14)$$

Kā redzams, garenviļņu ātrums gāzē ir tieši proporcionāls kvadrātsaknei no gāzes temperatūras reizinājuma ar molmasas apgriezto lielumu.

Gaisā ($\gamma = 1,4$; $M = 29 \cdot 10^{-3}$ kg/mol) 0°C (jeb 273 K) temperatūrā, ievērojot, ka $R = 8,31$ J/(mol·K), no formulas (22.14) izriet, ka garenviļņu ātrums $v = 331$ m/s.

Ja gāzes deformācijas process notiek lēni (maza svārstību frekvence), tad var uzskatīt, ka process ir izotermisks un formulā (22.14) lielumu γ var aizstāt ar vienu.

22.4. SKREJVIĻŅA KINEMĀTISKAIS VIENĀDOJUMS

Viena vides punkta svārstības matemātiski apraksta svārstību kinemātiskais vienādojums, kas rāda novirzes atkarību no laika. Šāds vienādojums ir viena argumenta — laika t periodiska funkcija. Skrejvilni matemātiski var aprakstīt, uzrādot atkarībā no laika t novirzes ξ visiem telpas punktiem ar dažādām koordinātām x, y, z , kuri iesaistīti viļņu procesā. Tādēļ *skrejviļņa kinemātiskais vienādojums ir koordinātu un laika periodiska funkcija*. Kādā noteiktā telpas punktā (konstantas koordinātas) šis vienādojums pārvēršas par laika funkciju — punkta svārstību vienādojumu, bet kādā noteiktā laika momentā ($t = \text{const}$) — par koordinātu funkciju, kas izsaka novirzi katrā telpas punktā atkarībā no tā koordinātām šajā laika momentā.

22.4.1. Sfēriska skrejviļņa kinemātiskais vienādojums. *Virsmas, kuru visos punktos ir vienādas svārstību fāzes, ir viļņa virsmas, priekšējā no tām ir viļņa fronte.* Homogēnā izotropā vidē ap mazu izotropu avotu, piemēram, ap pulsējošu lodīti veidojas viļņi ar sfērisku viļņa fronti. Šādā gadījumā arī citas viļņa virsmas ir sfēriskas.

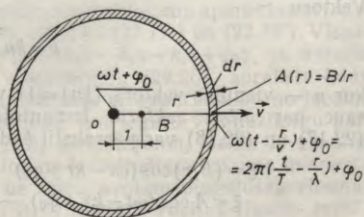
Uzrakstīsim sfēriska viļņa vienādojumu, pieņemot, ka viļņu avots atrodas koordinātu sākumpunktā O (22.5. att.), tā svārstības ir harmoniskas un notiek ar frekvenci ω , radot monohromatisku vilni. Svārstību sākumfāze ir φ_0 . Laika momentā t viļņu avota svārstību fāze $\varphi(0, t) = \omega t + \varphi_0$, bet attālumā r no avota svārstību fāze $\varphi(r, t)$ ir tāda, kāda tā bija avotā laika momentā $t - \Delta t$, kur $\Delta t = r/v$ — laika sprdis, kas vajadzīgs, lai vilnis, izplatoties ar ātrumu v , veiktu attālumu r , t. i., $\varphi(r, t) = \omega(t - r/v) + \varphi_0$. Tā kā $\omega = 2\pi/T$ un $vT = \lambda$, tad

$$\varphi(r, t) = 2\pi(t/T - r/\lambda) + \varphi_0. \quad (22.15)$$

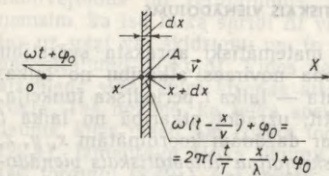
Noskaidrosim, kā var izteikt svārstību amplitūdu A . Avota un vides izotropijas dēļ svārstību amplitūda nav atkarīga no svārstību izplatīšanās virziena, bet atkarīga tikai no attāluma r līdz avotam, t. i., $A = A(r)$. Daļiņām, kuras ieslēgtas slānī starp sfērām ar rādiusiem r un $r + dr$, piemīt noteikta svārstību enerģija, ko pārnes vilnis. Vilnim izplatoties, šāda slāņa tilpums dV pieaug proporcionāli rādiusa kvadrātam, t. i., $dV \sim r^2$. Tas nozīmē, ka svārstību enerģija tilpuma vienībā un arī vienas daļiņas svārstību enerģija $W \sim 1/r^2$, ja vidē nenotiek viļņu absorbcija. Vēl bez tam ir zināms, ka enerģija $W \sim A^2$, kur A — svārstību amplitūda. No tā izriet, ka $A \sim 1/r$. Tādēļ var rakstīt

$$A = B/r, \quad (22.16)$$

kur B — proporcionalitātes koeficients, kas vienāds ar svārstību amplitūdu attā-



22.5. att.



22.6. att.

lumā $r=1$ m no svārstību avota. Tā kā $[B/r]=1$ m, tad $[B]=1$ m². Tagad redzams, ka no virze

$$\xi = (B/r) \cos(2\pi(t/T - r/\lambda) + \varphi_0). \quad (22.17)$$

Tas ir sfēriska monohromātiska skrejviļņa kinemātiskais vienādojums.

22.4.2. Plakana harmoniska skrejviļņa kinemātiskais vienādojums.

Ja viļņu avots homogēnā izotropā vidē ir bezgalīga X asij perpendikulāra plakne, kura harmoniski svārstās ar frekvenci ω , tad tās radīto viļņu fronte un citas viļņa virsmas, kas izplatās ar ātrumu v , ir X asij perpendikulāras plaknes (22.6. att.). Starp plaknēm x un $x+dx$ ieslēgtā slāņa tilpums, vilnim izplatoties, nemainās un, ja vidē nenotiek viļņu absorbcija, daļiņu svārstību amplitūda A saglabājas konstanta. Tādēļ plakana monohromātiska skrejviļņa kinemātiskais vienādojums ir šāds:

$$\xi = A \cos(2\pi(t/T - x/\lambda) + \varphi_0), \quad (22.18)$$

ja vilnis izplatās pozitīvajā X ass virzienā un pieņemam, ka plaknē $x=0$ svārstību fāze $\varphi(0, t) = \omega t + \varphi_0 = 2\pi t/T + \varphi_0$. Vilnim, kas izplatās negatīvajā X ass virzienā, svārstību fāze jebkurā momentā ir jo lielāka, jo lielāks ir x . Tādā gadījumā

$$\xi = A \cos(2\pi(t/T + x/\lambda) + \varphi_0). \quad (22.19)$$

22.4.3. Viļņu skaitlis un viļņu vektors. Lielumu

$$k = 2\pi/\lambda. \quad (22.20)$$

sauc par ciklisko viļņu skaitli jeb, īsāk, par *viļņu skaitli*. Tas norāda, cik liels viļņa garumu skaits ietilpst 2π garuma vienībās, kas atliktas viļņa izplatīšanās virzienā. Vienādības (22.20) labo pusi reizinot un dalot ar v un ievērojot, ka $2\pi v = \omega$, bet $\lambda v = v$, iegūst

$$k = \omega/v. \quad (22.21)$$

Vektoru

$$\vec{k} = kn, \quad (22.22)$$

kur \vec{n} — vienības vektors ($|\vec{n}|=1$) viļņa virsmas normāles virzienā, sauc par *viļņu vektoru*. Izmantojot viļņu skaitli, vienādojumus (22.17) un (22.18) var pārrakstīt šādi:

$$\xi = (B/r) \cos(\omega t - kr + \varphi_0) \quad \text{— sfēriskam vilnim;} \quad (22.17')$$

$$\xi = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad \text{— plakanam vilnim.} \quad (22.18')$$

Analogi var pārveidot arī vienādojumu (22.19).

Plakanam vilnim, kurš izplatās virzienā, kas veido ar X , Y un Z asiņ leņķus α , β un γ , vienādojumu var uzrakstīt, izmantojot viļņu vektoru. Tādējādi

$$\xi = A \cos(\omega t - \vec{k}r + \varphi_0), \quad (22.23)$$

kur $\vec{k}r = k_x x + k_y y + k_z z$ un $k_x = k \cos \alpha$; $k_y = k \cos \beta$; $k_z = k \cos \gamma$.

22.5. VIĻŅU DIFERENCIĀLVIENTĀDOJUMS

Kā jau noskaidrots (sk. 20.2.4. nodaļojumu), svārstību kinemātisko vienādojumu var iegūt, atrisinot svārstību diferenciālvienādojumu. Izrādās, ka skrejviļņa kinemātisko vienādojumu var iegūt, atrisinot viļņu diferenciālvienādojumu.

Sobrīd izdarīsim pretējo: izmantojot plakana monohromātiska skrejviļņa kinemātisko vienādojumu (22.23), iegūsim viļņu diferenciālvienādojumu. Noskaidrosim, kādi ir novirzes ξ otrie parciālie atvasinājumi pēc katras koordinātas x , y , z un pēc laika t . Vispirms atvasināsim pēc x : $\partial \xi / \partial x = k_x A \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0)$ un $\partial^2 \xi / \partial x^2 = -k_x^2 A \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0)$ jeb $\partial^2 \xi / \partial x^2 = -k_x^2 \xi$. Līdzīgi var iegūt $\partial^2 \xi / \partial y^2 = -k_y^2 \xi$ un $\partial^2 \xi / \partial z^2 = -k_z^2 \xi$. Kā redzams, $\partial^2 \xi / \partial x^2 + \partial^2 \xi / \partial y^2 + \partial^2 \xi / \partial z^2 = -k^2 \xi$. Apzīmējot $\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2 = \Delta$, kur Δ — Laplasa operators, un ievērojot, ka $k = \omega / v$ (sk. formulu (22.21)), var rakstīt

$$\Delta \xi = -(\omega^2 / v^2) \xi. \quad (22.24)$$

Tagad atvasināsim pēc laika t : $\partial \xi / \partial t = -\omega A \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0)$ un $\partial^2 \xi / \partial t^2 = -\omega^2 A \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0)$ jeb

$$\partial^2 \xi / \partial t^2 = -\omega^2 \xi. \quad (22.25)$$

Solidzinot sakarības (22.24) un (22.25), iegūst

$$\Delta \xi = (1/v^2) \partial^2 \xi / \partial t^2. \quad (22.26)$$

Tas ir viļņu diferenciālvienādojums.

Var noskaidrot, ka šādu diferenciālvienādojumu apmierina arī vienādojumi (22.17), (22.18), (22.19), tāpat kā (22.17') un (22.18'). Vispār to apmierina ikviena funkcija $f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0)$, ja $v = \omega / k$. Katra funkcija, kas apmierina vienādojumu (22.26), apraksta kādu viļni, kura izplatīšanās ātrums ir vienāds ar kvadrātsakni no locekļa $\partial^2 \xi / \partial t^2$ koeficienta apgrieztās vērtības. Lai iegūtu viennozīmīgu parciālā diferenciālvienādojuma (22.26) atrisinājumu, jāzina 1) sākuma nosacījumi, t. i., novirze ξ atkarībā no koordinātām sākuma momentā $t=0$; 2) robežnosacījumi, t. i., uz viļņu avotam piegulošās virsmas esošo daļiņu svārstības likums; 3) viļņu absorbcijas likumi (vidē) un atstarošanās likumi (no vides robežvirsmām).

22.6. VIĻŅU DISPERSIJA. GRUPAS ĀTRUMS

22.6.1. Viļņu fāzes ātrums un dispersija. Skrejvilni ar ātrumu v tā izplatīšanās virzienā pārvietojas nevis daļiņas, bet noteikts svārstību stāvoklis, svārstību fāze. Par to viegli pārliecināties, noskaidrojot, kādam nosacījumam jābūt izpildītam, lai viļņa fāze paliktu laikā konstanta, t. i., lai $\omega(t-r/v) + \varphi_0 = \text{const}$. Atvasinot šo sakarību pēc laika t , iegūst $\omega(dt - dr/v) = 0$ jeb

$$dr/dt = v. \quad (22.27)$$

Tas nozīmē, ka «novērošanas punkta» koordinātai r jāmainās ar ātrumu v , lai šajā punktā svārstību fāze būtu nemainīga, tātad v ir viļņu fāzes ātrums.

Kā jau norādīts (sk. 22.3.3. nodaļumu), viļņu izplatīšanās ātrums var būt atkarīgs no svārstību frekvences. *Viļņa fāzes izplatīšanās ātruma atkarību no frekvences sauc par viļņu dispersiju, bet vidi, kurā tā novērojama, — par disperģējošo vidi.*

22.6.2. Viļņu superpozīcijas princips. Vidi, kuras izmaiņas ir proporcionālas iedarbībai uz to, sauc par *lineāru vidi*. Tā, piemēram, vide, kuras mehāniskā deformācija proporcionāla pieliktajam spēkam (Huka likums), ir mehāniski lineāra vide. Ja lineārā vidē vienlaikus izplatās vairāki viļņi, tad daļiņas rezultējošā novirze ir viēnāda ar atsevišķu viļņu radīto noviržu ģeometrisku summu:

$$\vec{\xi} = \vec{\xi}_1 + \vec{\xi}_2 + \dots \quad (22.28)$$

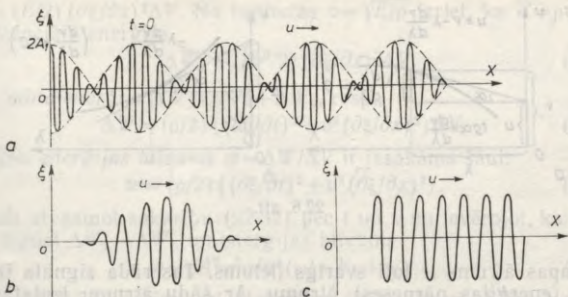
So apgalvojumu sauc par *viļņu superpozīcijas (pārklāšanās) principu*. Tāpat saskaitāmi arī daļiņu kustības ātrumi un paātrinājumi. Atkāpes no superpozīcijas principa novērojamas tikai intensīvos ultraskaņas viļņos, kad to iedarbībā mainās vides fizikālās īpašības.

22.6.3. Viļņu pakete. Apskatīsim divus plakanus viļņus, kuri izplātās X ass virzienā ar vienādām amplitūdām ($A_1 = A_2$), bet nedaudz atšķirīgām frekvencēm ($\omega, \omega + \Delta\omega$, kur $\Delta\omega \ll \omega$) un viļņu skaitļiem ($k, k + \Delta k$, kur $\Delta k \ll k$). Pieņemsim, ka plaknē $x = 0$ laika momentā $t = 0$ abu viļņu svārstību fāzes ir vienādas ar nulli, t. i., $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Tad $\xi_1 = A_1 \cos(\omega t - kx)$ un $\xi_2 = A_2 \cos((\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x)$. Saskaņā ar superpozīcijas principu rezultējošā daļiņu novirze $\xi = \xi_1 + \xi_2$.

Izmantojot formulu $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$, no iepriekšējām sakarībām iegūst

$$\xi = 2A_1 \cos\left(\frac{t\Delta\omega}{2} - \frac{x\Delta k}{2}\right) \cos\left(\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t - \left(k + \frac{\Delta k}{2}\right)x\right). \quad (22.29)$$

Tas ir skrejviļņa vienādojums, kura frekvence aptuveni vienāda ar ω un viļņu skaitlis aptuveni vienāds ar k , bet atšķirībā no harmoniska viļņa tā amplitūda $A = 2A_1 \cos\left(\frac{t\Delta\omega}{2} - \frac{x\Delta k}{2}\right)$ ir periodiska laika un



22.7. att.

koordinātu funkcija. Fiksētā laika momentā amplitūda A ir tikai koordinātas x funkcija. Grafiski šī funkcija laika momentā $t=0$ parādīta 22.7. attēlā *a*. Vieni veido cita aiz citas izvietotas grupas. Tā ir *gabaina viļņu pakete*.

Praksē bieži sastopami īslaicīgi viļņu impulsi (22.7. att. *b* un *c*), kurus veido viena pati viļņu grupa. Furjē analīze rāda, ka šāda viļņu pakete ir daudzu harmonisku viļņu superpozīcija, kuru frekvences atrodas zināmā intervālā $\omega \pm \Delta\omega$. Jo īsāka ir viļņu pakete, jo lielāks ir $\Delta\omega$.

22.6.4. Viļņu grupas ātrums. Ja viļņiem ar dažādām frekvencēm ir dažādi fāzes ātrumi (pastāv viļņu dispersija), tad viļņu pakete ar laiku izstiepas, dažādas tās daļas kustas ar dažādiem ātrumiem. Tādā gadījumā viļņu paketes kustību kopumā raksturo ar tās maksimuma pārvietošanās ātrumu, ko sauc par *viļņu grupas ātrumu*.

Noskaidrosim, kāds ir grupas ātrums u gadījumā, kad viļņu paketi veido divu harmonisku viļņu superpozīcija. Lai «novērošanas punktā» viļņa amplitūda visu laiku būtu maksimāla, jābūt izpildītam nosacījumam $t\Delta\omega/2 - x\Delta k/2 = 0$ jeb $x = (\Delta\omega/\Delta k)t$, no kurienes redzams, ka «novērošanas punktam» jāpārvietojas ar ātrumu $u = dx/dt = \Delta\omega/\Delta k$. Robežgadījumā

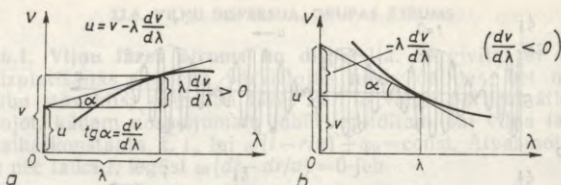
$$u = d\omega/dk. \quad (22.30)$$

Sakarība (22.30) ir pareiza arī viļņu paketei, kura veidojas daudzu viļņu superpozīcijas dēļ.

Noteiksim sakarību starp grupas ātrumu u un fāzes ātrumu v (ātrums v atbilst grupas centrālajai frekvencei ω). Ievērosim, ka $k = 2\pi/\lambda$ un $\omega = 2\pi\nu = 2\pi v/\lambda$. Tad $dk = -2\pi d\lambda/\lambda^2$ un $d\omega = -2\pi v d\lambda/\lambda^2 + 2\pi dv/\lambda$, no kurienes

$$u = v - \lambda dv/d\lambda. \quad (22.31)$$

Ja fāzes ātrums v pieaug, palielinoties viļņa garumam λ (samazinoties frekvencei ω), tad $dv/d\lambda > 0$ un $u < v$ (sk. 22.8. att. *a*). Pretējā gadījumā $dv/d\lambda < 0$ un $u > v$ (22.8. att. *b*).



22.8. att.

Grupas ātrums ir ļoti svarīgs lielums. Tas rāda signāla izplatīšanās (enerģijas pārnese) ātrumu. Ar šādu ātrumu izplatās signāli, ar kuriem nosaka attālumus pēc lokācijas metodes, vada kosmiskos aparātus utt.

Saskaņā ar relativitātes teoriju viļņu grupas ātruma augšējā robeža ir c (gaismas ātrums vakumā), bet fāzes ātrumam ierobežojumu nav.

22.7. VIĻŅU ENERĢIJA

22.7.1. Viļņu kinētiskā enerģija, potenciālā enerģija un enerģijas blīvums. Apskatīsim plakanu garenvilni, kas izplatās X ass virzienā. Tā vienādojums

$$\xi = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (22.32)$$

Iedomāsimies vides slāni ar laukumu S starp plaknēm x un $x + \Delta x$ (22.9. att.). Kādā laika momentā t daļiņām, kuru līdzsvara koordinātas ir x un $x + \Delta x$, atbilst novirzes ξ un $\xi + \Delta\xi$, t. i., slāņa Δx absolūtā deformācija ir $\Delta\xi$, bet vidējā relatīvā deformācija ir $\Delta\xi/\Delta x$. Neierobežoti samazinot slāņa biezumu ($\Delta x \rightarrow 0$), robežgadījumā iegūst vides relatīvo deformāciju ε šķēlumā x laika momentā t , tātad $\varepsilon = \partial\xi/\partial x$. Vides daļiņu svārstības ātrums ir $\partial\xi/\partial t$. (Parciālie atvasinājumi šeit lietoti tāpēc, ka novirze ξ ir divu argumentu x un t funkcija.)

Izraudzīsimies tik mazu tilpumu ΔV , lai tā robežās daļiņu svārstību ātrumi $\partial\xi/\partial t$ un vides relatīvās deformācijas $\partial\xi/\partial x$ būtu visos punktos vienādas. Šādā tilpumā vides daļiņu svārstību kinētiskā enerģija

$$\Delta W_k = (\rho/2) (\partial\xi/\partial t)^2 \Delta V, \quad (22.33)$$

kur $\rho\Delta V$ — tilpuma ΔV masa. Saskaņā ar sakarību (2.82) tā paša elastīgi deformētā slāņa potenciālā enerģija $\Delta W_p = (k/2) (\Delta\xi)^2$. Koeficientu k var izteikt no Huka likuma $F/S = E(\Delta\xi/\Delta x)$, kur E — Janga modulis, proti, $k = ES/\Delta x$. Izmantojot šo k izteiksmi un ievērojot, ka $(\Delta\xi)^2 = \varepsilon^2 (\Delta x)^2$ un $S\Delta x = \Delta V$, iegūst $\Delta W_p = (E/2) \varepsilon^2 \Delta V$ jeb

$\Delta W_p = (E/2) (\partial \xi / \partial x)^2 \Delta V$. No formulas $v = \sqrt{E/\rho}$ izriet, ka $E = \rho v^2$. Tādēļ potenciālā enerģija

$$\Delta W_p = (\rho v^2 / 2) (\partial \xi / \partial x)^2 \Delta V. \quad (22.34)$$

Viļņu pilnā enerģija $\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p$, resp.,

$$\Delta W = (\rho / 2) ((d\xi / dt)^2 + v^2 (\partial \xi / \partial x)^2) \Delta V, \quad (22.35)$$

bet viļņu enerģijas blīvums $\omega = \Delta W / \Delta V$ ir izsakāms šādi:

$$\omega = (\rho / 2) ((d\xi / dt)^2 + v^2 (\partial \xi / \partial x)^2). \quad (22.36)$$

Parciāli atvasinot sakarību (22.32) pēc t un x un ievērojot, ka $k^2 v^2 = \omega^2$, iegūst $\Delta W_k = \Delta W_p$ un enerģijas blīvums

$$\omega = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (22.37)$$

Formula (22.37) derīga arī plakaniem šķērsviļņiem. Sfēriskiem viļņiem enerģijas blīvumu ω var izteikt, formulā (22.37) aizvietojojot A ar $A(r)$ un kx ar kr .

Katrā laika momentā dažādos telpas punktos enerģijas blīvums ω ir atšķirīgs, bet kādā noteiktā punktā ar laiku mainās pēc sinusa kvadrāta likuma. Tā kā sinusa kvadrāta vidējā vērtība vienāda ar $1/2$, tad

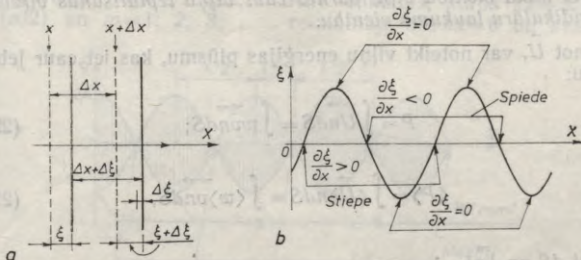
$$\langle \omega \rangle = (1/2) \rho A^2 \omega^2. \quad (22.38)$$

22.7.2. Viļņu enerģijas plūsma. Elastīgai videi, kurā izplatās viļņi, piemīt papildu enerģija. Dažādos vides punktos tā nonāk no svārstību avota ar viļņu palīdzību, t. i., viļņi pārnes enerģiju. Enerģiju, ko viļņi pārnes caur apskatāmo virsmu laika vienībā, sauc par *viļņu enerģijas plūsmu* P . Ja laika sprīdī dt pārnestā enerģija ir dW , tad enerģijas plūsma

$$P = dW/dt. \quad (22.39)$$

Enerģijas plūsmas SI vienība ir vats (W).

22.7.3. Viļņu enerģijas plūsmas blīvums. Umova vektors. Viļņu intensitāte. Viļņu enerģijas plūsmas «koncentrācija» dažādos telpas punktos var būt dažāda. Tās raksturošanai katrā telpas punktā izmanto vektoru \vec{U} , ko sauc par *viļņu enerģijas plūsmas blīvumu*. Ja



22.9. att.



22.10. att.

caur virsmu, kas perpendikulāra viļņu izplatīšanās virzienam un kuras laukums ir dS , iet viļņu enerģijas plūsma dP , tad viļņu enerģijas plūsmas blīvuma modulis

$$U = dP/dS \quad (22.40)$$

un tā SI vienība ir vats uz kvadrātmetru ($1 \text{ W}/1 \text{ m}^2$). Vektors \vec{U} ir vērsts viļņa izplatīšanās virzienā.

Laika sprīdī dt caur virsmu dS (22.10. att.) izplūst enerģija, kas ieslēgta tai piegulošajā slānī, kura biezums vdt . Tātad izplūst enerģija $w dS v dt$, bet enerģijas plūsma $dP = w v dS$. Tādēļ

$$U = wv. \quad (22.41)$$

Tā kā $\vec{U} \uparrow \vec{v}$, tad

$$\vec{U} = w\vec{v}. \quad (22.42)$$

Apskatot nemonohromatiskus viļņus (viļņu paketi) disperģējošā vidē, formulā (22.42) \vec{v} vietā jāliek viļņu grupas ātrums \vec{u} . Tad

$$\vec{U} = w\vec{u}. \quad (22.43)$$

Pirmais šādu vektoru ieviesa krievu fiziķis *N. Umovs* (1846—1915), tādēļ šo vektoru sauc par *Umovu vektoru*.

Vektora \vec{U} modulis dažādos telpas punktos ir dažāds, bet noteiktā telpas punktā tas mainās laikā, tāpat kā mainās enerģijas blīvums w , un tā vidējā vērtība

$$\langle \vec{U} \rangle = \langle w \rangle \vec{v} = (1/2) \rho A^2 \omega^2 \vec{v}. \quad (22.44)$$

Viļņu enerģijas plūsmas blīvuma vidējo vērtību $\langle U \rangle = I$ sauc par viļņu intensitāti. Tātad *viļņu intensitāte ir vienāda ar vidējo enerģiju, ko laika vienībā viļņi pārnes caur viļņu izplatīšanās virzienam perpendikulāru laukuma vienību*.

Zinot \vec{U} , var noteikt viļņu enerģijas plūsmu, kas iet caur jebkuru virsmu:

$$P = \int_S \vec{U} \cdot \vec{n} dS = \int_S w \vec{v} \cdot \vec{n} dS; \quad (22.45)$$

$$\langle P \rangle = \int_S \langle \vec{U} \rangle \cdot \vec{n} dS = \int_S \langle w \rangle \vec{v} \cdot \vec{n} dS, \quad (22.46)$$

kur $\vec{n} \perp dS$ un $|\vec{n}| = 1$.

22.8.1. Viļņu koherence. Jēdziens par viļņu interferenci. Ja kādā telpas apgabalā vienlaikus izplatās divi vai vairāki viļņi, katrā apgabala punktā notiek svārstību superpozīcija, kuras rezultāts atkarīgs no saskaitāmo svārstību fāžu starpības. Gadījumā, kad svārstību fāžu starpība laikā nemainās, saka, ka viļņi un to avoti ir pilnīgi koherenti. Šāda koherence iespējama tikai tad, ja viļņu svārstību frekvences ir vienādas. (Sīkāk koherence apskatīta 25.5. paragrāfā.)

Koherentiem viļņiem pārklājoties, dažās vietās novērojama viļņu savstarpēja pastiprināšanās, bet citās — pavājināšanās. So parādību sauc par *viļņu interferenci*. Seit aplūkosim tikai divu pretēja virziena skrejviļņu interferenci, kurā rodas stāvviļņi. Gaismas viļņu interferenci sīki aplūkots 25. nodaļā.

22.8.2. Divu pretēja virziena skrejviļņu interference. Stāvviļņi. Pieņemsim, ka pa X asi pretējos virzienos izplatās divi nerimstoši viendimensionāli garenviļņi ar vienādām amplitūdām un frekvencēm, pie tam koordinātu sākumpunktā abu viļņu svārstību fāzes laika momentā $t=0$ ir vienādas ar nulli. Šādu viļņu vienādojumi

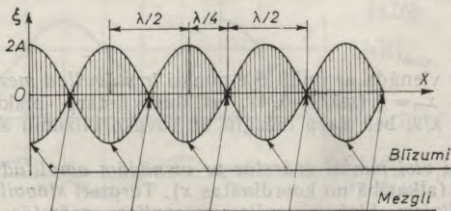
$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx) \quad \text{un} \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kx).$$

Tā kā $\xi = \xi_1 + \xi_2$, tad, izmantojot trigonometrijas formulu $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$, iegūst, ka

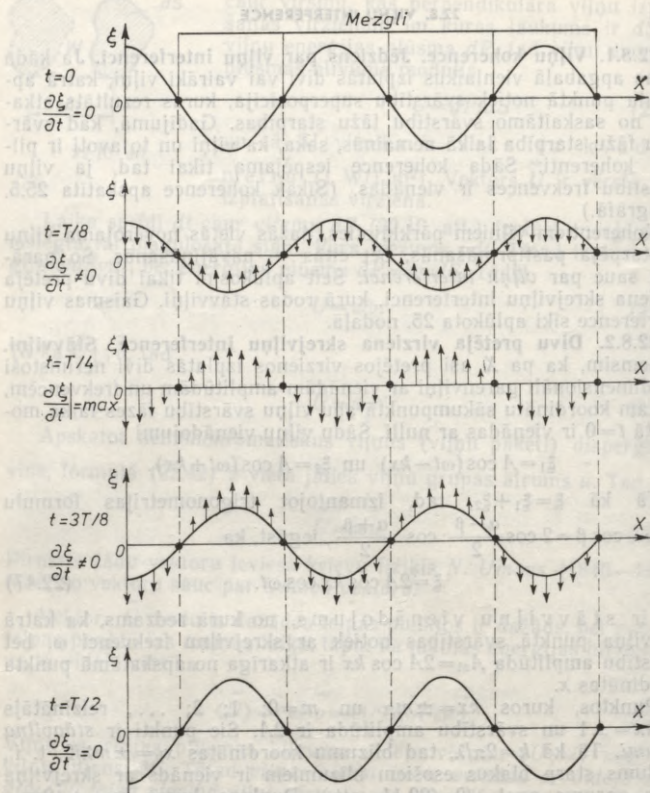
$$\xi = 2A \cos kx \cos \omega t. \quad (22.47)$$

Tas ir stāvviļņu vienādojums, no kura redzams, ka katrā stāvviļņa punktā svārstības notiek ar skrejviļņu frekvenci ω , bet svārstību amplitūda $A_{st} = 2A \cos kx$ ir atkarīga no apskatāmā punkta koordinātas x .

Punktos, kuros $kx = \pm m\pi$ un $m=0; 1; 2; \dots$, reizinātājs $\cos kx = \pm 1$ un svārstību amplitūda ir $2A$. Šie punkti ir *stāvviļņa blīzumi*. Tā kā $k = 2\pi/\lambda$, tad blīzumu koordinātas $x_b = \pm m\lambda/2$, t. i., attālums starp blakus esošiem blīzumiem ir vienāds ar skrejviļņa viļņa garuma pusi $\lambda/2$ (22.11. att.). Punktos, kuros $kx = \pm (2m - 1)(\pi/2)$ un $m=1; 2; 3; \dots$, reizinātājs $\cos kx = 0$ un svārstību



22.11. att.



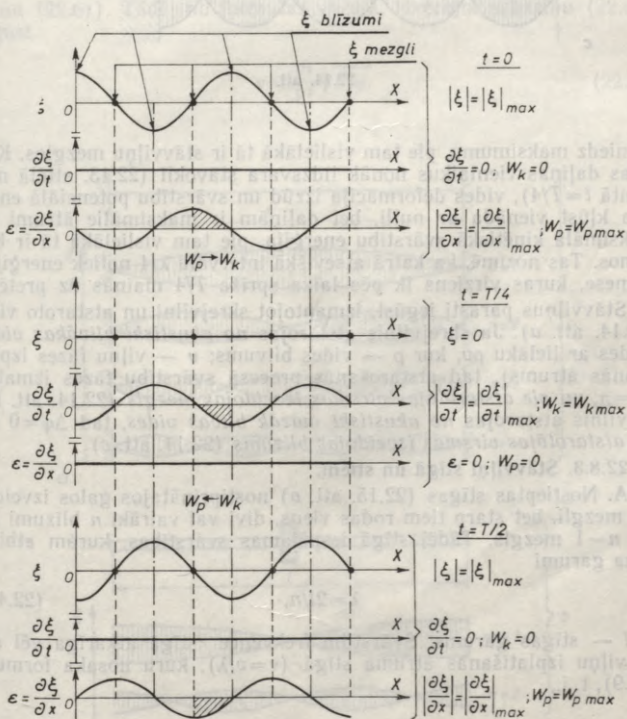
22.12. att.

amplitūda ir vienāda ar nulli. Šie punkti ir *stāvviļņa mezgli*. Mezglu koordinātas $x_m = \pm(m\lambda/2 - \lambda/4)$, attālums starp blakus esošiem mezgliem ir $\lambda/2$, bet starp mezglu un tuvāko blīzumu attālums $\lambda/4$ (22.11. att.).

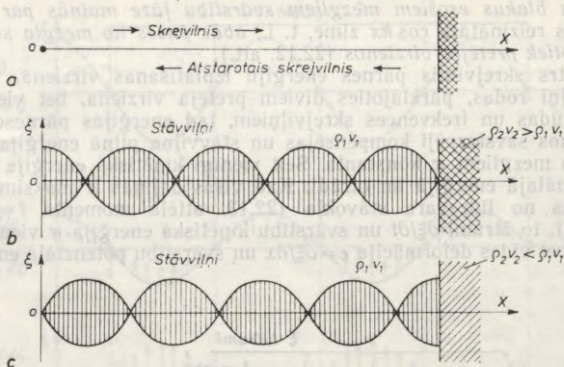
- *Skrejviļņi visi punkti svārstās ar vienādām amplitūdām, bet dažādās fāzēs (atkarībā no koordinātas x). Turpretī stāvviļņi visi punkti starp diviem blakus esošiem mezgliem svārstās vienā fāzē (reizinātājs $\cos \omega t$ nesatur koordinātu x), bet nākamajā posmā starp*

diviem blakus esošiem mēzgliem svārstību fāze mainās par π , jo mainās reizinātāja $\cos kx$ zīme, t. i., abās pusēs no mezgla svārstības notiek pretējos virzienos (22.12. att.).

Katrs skrejvilnis pārnēs enerģiju izplatīšanās virzienā. Tā kā stāvviļņi rodas, pārklājoties diviem pretēja virziena, bet vienādas amplitūdas un frekvences skrejviļņiem, tad enerģijas pārnese abos virzienos savstarpēji kompensējas un stāvviļņa pilnā enerģija starp diviem mēzgliem ir konstanta. Seit vienīgi kinētiskā enerģija pāriet potenciālajā enerģijā un otrādi. Kad visas daļiņas ir maksimāli izvirzītas no līdzsvara stāvokļa (22.13. attēlā momentā $t=0$ vai $t=T/2$), to ātrumi $\partial \xi / \partial t$ un svārstību kinētiskā enerģija ir vienādi ar nulli, bet vides deformācija $\epsilon = \partial \xi / \partial x$ un svārstību potenciālā enerģija



22.13. att.



22.14. att.

sasniedz maksimumu, pie tam vislielākā tā ir stāvviļņu mezgls. Kad visas daļiņas vienlaikus nonāk līdzsvara stāvoklī (22.13. attēlā momentā $t=T/4$), vides deformācija izzūd un svārstību potenciālā enerģija kļūst vienāda ar nulli, bet daļiņām ir maksimālie ātrumi un maksimālā kinētiskā svārstību enerģija, pie tam vislielākā tā ir blīzumos. Tas nozīmē, ka katrā atsevišķā intervālā $\lambda/4$ notiek enerģijas pārnese, kuras virziens ik pēc laika sprīža $T/4$ mainās uz pretēju.

Stāvviļņus parasti iegūst, izmantojot skrejvilni un atstaroto vilni (22.14. att. a). Ja skrejvilnis atstarojas *no akustiski blīvākas vides* (vides ar lielāku ρv , kur ρ — vides blīvums; v — viļņu fāzes izplatīšanās ātrums), tad atstarošanās procesā svārstību fāzes izmaiņa $\Delta\varphi = \pi$, un *pie atstarotās virsmas izveidojas mezgls* (22.14. att. b). Ja vilnis atstarojas *no akustiski mazāk blīvas vides*, tad $\Delta\varphi = 0$ un *pie atstarotās virsmas izveidojas blīzums* (22.14. att. c).

22.8.3. Stāvviļņi stīgā un stienī.

A. Nostieptas stīgas (22.15. att. a) nostiprinātajos galos izveidojas mezgli, bet starp tiem rodas viens, divi vai vairāki n blīzumi un vēl $n-1$ mezgls. Tādēļ stīgā iespējamas svārstības, kurām atbilst viļņa garumi

$$\lambda = 2l/n, \quad (22.48)$$

ja l — stīgas garums. Svārstību frekvence stīgā atkarīga vēl arī no viļņu izplatīšanās ātruma stīgā ($v = v/\lambda$), kuru nosaka formula (22.9), t. i.,

$$v = \frac{n}{2l} \sqrt{F/(\rho S)}, \quad (22.49)$$

kur $n=1; 2; 3; \dots$; F — stīgas sastiepuma spēks; ρS — stīgas garuma vienības masa.

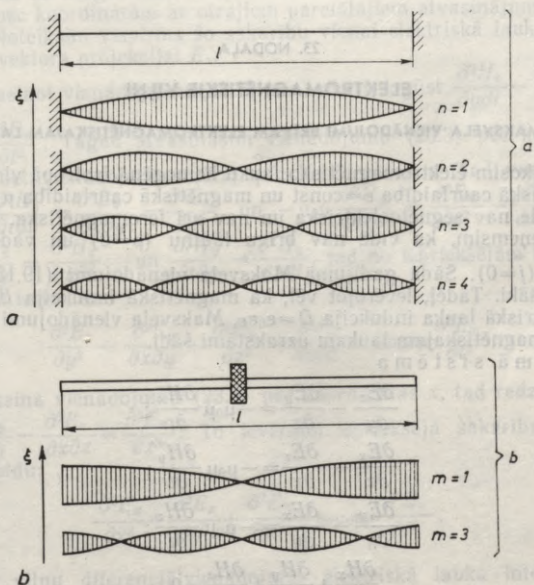
Frekvenci ν_1 , kas atbilst vērtībai $n=1$, sauc par pamattoņa frekvenci, pārējās — par virstoņu frekvencēm, bet visas kopā — par stīgas pašsvārstību frekvencēm.

B. Vidū nostiprināta stieņa (22.15. att. b) abos galos izveidojas blīzumi, bet vidū mezgls. Principā stienī iespējami arī 3; 5; 7; ... m mezgli (m — nepārskaitlīis) un $m-1$ blīzums starp tiem, t. i., vidū nostiprinātā stienī iespējamās svārstības, kurām atbilst viļņa garums

$$\lambda = 2l/m, \quad (22.50)$$

ja l — stieņa garums. Stienī garenviļņu ātrums $v = \sqrt{E/\rho}$ (sk. formulu (22.6)). Tādēļ no formulas $\nu = v/\lambda$, ievērojot sakarību (22.50), iegūst

$$\nu = \frac{m}{2l} \sqrt{E/\rho}, \quad (22.51)$$



22.15. att.

kur $m=1; 3; 5; \dots$; ρ un E — stieņa blīvums un Janga modulis. Pamattona frekvence

$$v_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{E/\rho}. \quad (22.52)$$

Salīdzinot formulas (22.51) un (22.49), redzams, ka stieņa svārstībās virstoņu frekvenču ir mazāk nekā stīgas svārstībās.

22.8.4. Stāvvilņu izmantošana ultraskaņas iegūšanai. Īsos feromagnētiskos cilindros var ierosināt stāvvilņus ar frekvencēm līdz 10^5 Hz, izmantojot feromagnētiķa izmēru maiņu, ja tas novietots periodiski mainīgā magnētiskajā laukā (magnetostrīkcija). Plānās kvarca kristāla vai bārija titanāta plāksnītēs var ierosināt ļoti īsus stāvvilņus ar frekvenci līdz 10^7 Hz, izmantojot to izmēru izmaiņu, ja uz tām iedarbojas periodiski mainīgs elektriskais lauks (apgrieztais pjezoelektriskais efekts).

Minētos paņēmienus lieto, lai iegūtu ultraskaņu, kuru izmanto daudzās zinātnes un tehnikas nozarēs, piemēram, vielas uzbūves pētīšanā, pusvadītāju pētīšanā (akustoelektronika), kvantu akustikā — fononu un elektronu mijiedarbības pētīšanā, ultraskaņas lokācijā, defektoskopijā, difūzijas un sasmalcināšanas procesu pātrināšanai metalurģijā, kā arī gatavojot krāsas, fotoemulsijas, šokolādi utt.

23. NODAĻA

ELEKTROMAGNĒTISKIE VIĻŅI

23.1. MAKSVELA VIENĀDOJUMI BRĪVAM ELEKTROMAGNĒTISKAJAM LAUKAM

Aplūkosim elektromagnētisko lauku homogēnā izotropā vidē, kurā dielektriskā caurlaidība $\epsilon = \text{const}$ un magnētiskā caurlaidība $\mu = \text{const}$, t. i., vidē nav segnetoelektriska un nav arī feromagnētiska. Vēl bez tam pieņemsim, ka vidē nav brīvu lādiņu ($\rho=0$) un vadītspējas strāvu ($\vec{j}=0$). Šādā gadījumā Maksvela vienādojumi (19.15) kļūst vienkāršāki. Tādēļ, ievērojot vēl, ka magnētiskā indukcija $B = \mu_0 \mu H$ un elektriskā lauka indukcija $D = \epsilon_0 \epsilon E$, Maksvela vienādojumi brīvam elektromagnētiskajam laukam uzrakstāmi šādi.

Pirmā sistēma

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu_0 \mu \frac{\partial H_x}{\partial t}; \quad (23.1)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu_0 \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (23.2)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (23.3)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (23.4)$$

Otrā sistēma

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}; \quad (23.5)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}; \quad (23.6)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad (23.7)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \quad (23.8)$$

23.2. ELEKTROMAGNĒTISKO VIĻŅU DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMS

Izmantojot vienādojumus (23.1) ... (23.8), Dž. Maksvels 1865. gadā ieguva elektromagnētisko viļņu diferenciālvienādojumus, kas analogi mehānisko viļņu diferenciālvienādojumam (22.26). Tie saista elektriskā un magnētiskā lauka intensitātes otros daļējos atvasinājumus pēc koordinātām ar otrajiem daļējiem atvasinājumiem pēc laika. Noteiksim vispirms šo sakarību vienai elektriskā lauka intensitātes vektora projekcijai E_x .

Atvasinot vienādojumu (23.5) pēc laika t , iegūst $\frac{\partial^2 H_z}{\partial y \partial t} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$. Tagad atvasināsim vienādojumu (23.3) pēc koordinātas y , bet vienādojumu (23.2) pēc koordinātas z . Tad var rakstīt $-\mu_0 \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial y} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}$ un $-\mu_0 \mu \frac{\partial^2 H_y}{\partial t \partial z} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z}$. Tā kā $\frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial y} = \frac{\partial^2 H_z}{\partial y \partial t}$ un $\frac{\partial^2 H_y}{\partial t \partial z} = \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t}$, tad no iepriekšējām trim sakarībām izriet, ka

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}.$$

Ja atvasina vienādojumu (23.8) pēc koordinātas x , tad redzams, ka $-\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}$. To ievērojot, iepriekšējā sakarība iegūst šādu veidu:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}. \quad (23.9)$$

Tas ir viļņu diferenciālvienādojums elektriskā lauka intensitātes komponentei E_x .

Tādā pašā veidā var iegūt vienādojumus arī projekcijām E_y un E_z . No tā izriet, ka viļņu diferenciālvienādojumu elektriskā lauka intensitātei \vec{E} var uzrakstīt šādi:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (23.10)$$

Analogi iegūstams viļņu diferenciālvienādojums magnētiskā lauka intensitātei \vec{H} . Tas ir šāds:

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (23.11)$$

Vienādojumi (23.10) un (23.11) rāda, ka brīvā telpā var eksistēt elektromagnētiskie viļņi, kas izplatās ar ātrumu

$$v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}. \quad (23.12)$$

Vakuumā to izplatīšanās ātrums

$$v_{\text{vak}} = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}. \quad (23.13)$$

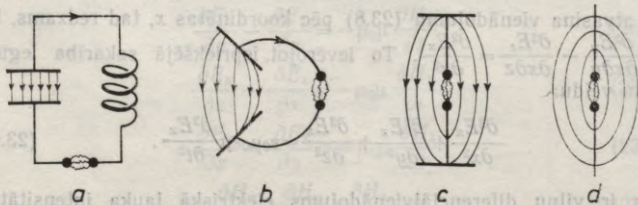
Tā kā $1/\epsilon_0 = 36\pi \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ un $1/\mu_0 = 10^7/(4\pi) \text{ A}^2/\text{N}$, tad, ievērojot, ka $C^2 = \text{A}^2 \cdot \text{s}^2$, iegūst $v_{\text{vak}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c$, kur c — gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā.

Šāds rezultāts ierosināja Dž. Maksvelu izteikt pieņēmumu, ka gaisma ir elektromagnētisks vilnis.

Var uzskatīt, ka arī vienādojumi (23.1) ... (23.8), no kuriem iegūti vienādojumi (23.10) un (23.11), ir elektromagnētisko viļņu vienādojumi, un var pētīt elektromagnētiskos viļņus, atrisinot šos vienādojumus.

23.3. ELEKTROMAGNĒTISKO VIĻŅU ATKLĀŠANA

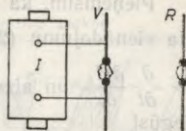
Elektromagnētiskos viļņus eksperimentāli pirmais 1888. gadā atklāja vācu fiziķis *H. Herts*, izmantojot viļņu radišanai t. s. *Herta vibratoru* un uztveršanai līdzīgu ierīci — *rezonatoru*. Radiosakariem



23.1. att.

elektromagnētiskos viļņus pirmo reizi 1896. gadā izmantoja krievu fiziķis A. Popovs.

Slēgts elektromagnētisko svārstību kontūrs (23.1. att. a) apkārtējā telpā elektromagnētiskos viļņus neizstaro, jo lauki koncentrēti norobežotā telpas daļā — starp kondensatora klājumjiem un pašindukcijas spolē. H. Herca, samazinot spoles vijumu skaitu un attālinot kondensatora klājumus vienu no otra (23.1. att. b, c), izveidoja vaļējo svārstību kontūru — Herca vibratoru (23.1. att. d), kas sastāv no diviem stienīšiem ar dzirksteļspraugu starp tiem. Kad induktora I (23.2. att.) pievadītais spriegums sasniedz spraugas caursītes vērtību, starp vibratora V stienīšiem pārlec dzirkstele un vibratorā notiek rimstošas elektromagnētiskas svārstības. Tās izraisa apkārtējā telpā elektromagnētiskos viļņus. Kad dzirkstele pārtrūkst, induktors atkal uzlādē stienīšus līdz caursītes spriegumam un seko jauns starojuma impulss. Šos viļņu impulsus uztverot, rezonatora R spraugā rodas dzirkstele.



23.2. att.

23.4. PLAKANS MONOHROMATISKS ELEKTROMAGNĒTISKAIS VIĻNIS

23.4.1. Plakana elektromagnētiskā viļņa diferenciālvienādojumi. Apskatīsim plakana elektromagnētisko viļni, kas izplatās X ass virzienā. Tā viļņa fronte ir perpendikulāra X asij. Tādēļ vektori \vec{E} un \vec{H} , kā arī to komponentes nav atkarīgas no koordinātām y un z — atvasinājumi pēc šīm koordinātām vienādi ar nulli un Maksvela vienādojumi (23.1) ... (23.8) pārrakstāmi šādi:

$$0 = \mu_0 \mu \frac{\partial H_x}{\partial t}; \quad (23.14) \quad 0 = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}; \quad (23.18)$$

$$\left\| \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu_0 \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}; \quad (23.15) \quad \left| \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\epsilon_0 \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}; \quad (23.19) \right.$$

$$\left| \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad (23.16) \quad \left\| \frac{\partial H_y}{\partial x} = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad (23.20) \right.$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0; \quad (23.17) \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \quad (23.21)$$

Vienādojumi (23.14), (23.17), (23.18) un (23.21) liecina, ka apskatāmajā viļņī komponentes $H_x = \text{const}$ un $E_x = \text{const}$, t. i., tajā nav mainīgu lauka komponentu viļņa izplatīšanās virzienā. Var pierādīt, ka šis secinājums ir derīgs jebkuram elektromagnētiskajam viļņim. Tas nozīmē, ka *elektromagnētiskie viļņi ir šķērsviļņi*.

Vienādojumi (23.16) un (23.19) veido sistēmu I , kura saista E_y un H_z atvasinājumus pēc x un t , bet vienādojumi (23.15) un (23.20) veido no pirmās sistēmas neatkarīgu sistēmu II , kura saista E_z un H_y atvasinājumus pēc x un t .

Pieņemsim, ka vilni raksturo sistēma I , resp., $E_z=0$ un $H_y=0$. Ja vienādojumu (23.16) diferencē pēc x , vēl ievēro to, ka $\frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial x} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial H_z}{\partial x}$ un aizvieto $\frac{\partial H_z}{\partial x}$ saskaņā ar vienādojumu (23.19), tad iegūst

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}. \quad (23.22)$$

Analogi, ja vienādojumu (23.19) diferencē pēc x , pie tam vēl ievēro, ka $\frac{\partial^2 E_y}{\partial t \partial x} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial E_y}{\partial x}$, un aizvieto $\frac{\partial E_y}{\partial x}$ saskaņā ar vienādojumu (23.16), tad iegūst

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (23.23)$$

Vienādojumi (23.22) un (23.23) ir plakana elektromagnētiskā viļņa diferenciālvienādojumi. Tie ir vienādojumu (23.10) un (23.11) speciālgadījumi.

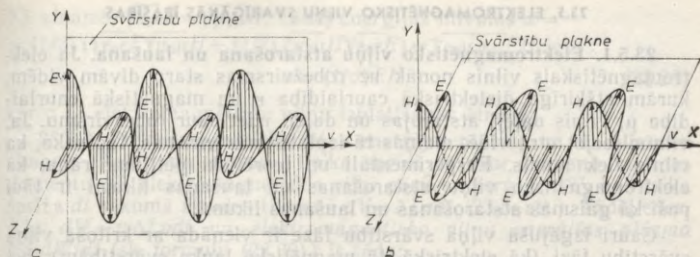
23.4.2. Plakana elektromagnētiskā viļņa diferenciālvienādojumu atrisinājumi. Vektoru \vec{E} un \vec{H} fāzes, svārstību frekvences, amplitūdas un virzieni. Monohromatisks vilnis. Visvienkāršākos vienādojumu (23.22) un (23.23) atrisinājumus var uzrakstīt šādi: $E_y = E_m \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01})$ un $H_z = H_m \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02})$. Tiem jāapmierina arī vienādojumi (23.16) un (23.19), t. i., jābūt spēkā sakarībām

$$E_m k_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01}) = \mu_0 \mu H_m \omega_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02});$$

$$H_m k_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02}) = \epsilon_0 \epsilon E_m \omega_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01}).$$

Sāda prasība tiek apmierināta tikai tad, ja E_y un H_z fāzes ikvienā telpas punktā jebkurā laika momentā ir vienādas un starp elektromagnētiskā viļņa lauku amplitūdām E_m un H_m pastāv noteikta sakarība. No fāžu vienādības izriet — 1) vektori \vec{E} un \vec{H} mainās ar vienādām frekvencēm, t. i., $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; 2) vienādi ir arī viļņu skaitļi, proti, $k_1 = k_2 = k$, un tas nozīmē, ka elektriskais un magnētiskais lauks izplatās ar vienādu ātrumu (jo $k = \omega/v$); 3) tāpat vienādas ir elektrisko un magnētisko svārstību sākumfāzes $\varphi_{01} = \varphi_{02} = \varphi_0$. To ievērojot, redzams, ka $kE_m = \mu_0 \mu \omega H_m$ un $\epsilon_0 \epsilon \omega E_m = kH_m$. Ja sareizina šo vienādību kreisā un labās puses un pēc tam saīsina ar $k\omega$, tad iegūst, ka

$$\epsilon_0 \epsilon E_m^2 = \mu_0 \mu H_m^2, \text{ resp., } \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E_m = \sqrt{\mu_0 \mu} H_m. \quad (23.24)$$



23.3. att.

Tā kā E_y un H_z fāzes ir vienādas, tad arī starp to momentānajām vērtībām jebkurā telpas punktā pastāv sakarība

$$\sqrt{\epsilon_0} E_y = \sqrt{\mu_0} H_z. \quad (23.25)$$

Vakuumā $E_m/H_m = E_y/H_z = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi \text{ V/A} \approx 377 \text{ V/A}$.

Aplūkotajā gadījumā $E_x = E_z = 0$ un $H_x = H_y = 0$, t. i., $E_y = E$ un $H_z = H$. Tādēļ

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0); \quad (23.26)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (23.27)$$

Tie ir monohromatiska (telpā un laikā neierobežota kosinusoidāla) plakana viļņa vienādojumi.

Var pārliecināties, ka vienādojumu sistēma II apraksta līdzīgu viļni, kurā vektors \vec{E} vērsts Z ass virzienā, bet vektors \vec{H} vērsts Y ass virzienā, pie tam $\sqrt{\epsilon_0} E_z = -\sqrt{\mu_0} H_y$, t. i., vilnis ir par $\pi/2$ pagriezts ap izplatīšanās virzienu.

Vektoru \vec{E} , \vec{H} un \vec{v} savstarpējais izvietojums viļņos, kurus apraksta vienādojumu sistēmas I un II, parādīts 23.3. attēlā a un b. Kā redzams, šie trīs vektori ir savstarpēji perpendikulāri un veido labo triedrū. Vektoru virzienus var raksturot arī ar šādu sakarību: $\vec{v} = \frac{v}{EH} (\vec{E} \times \vec{H})$. Šāds vektoru \vec{E} , \vec{H} un \vec{v} izvietojums saglabājas arī tad, ja viļņu izplatīšanās virziens ir patvaļīgi orientēts attiecībā pret koordinātu asīm.

Plakni, ko veido vektori \vec{E} un \vec{v} , sauc par *svārstību plakni*. Tādu viļni, kurā visos punktos gar viļņa izplatīšanās virzienu vektora \vec{E} virziens saglabājas nemainīgs, sauc par *lineāri polarizētu viļni*. Ja katrā telpas punktā vektora \vec{E} galapunkts apraksta elipsi vai riņķa līniju, vilnis ir *eliptiski* vai *cirkulāri polarizēts*.

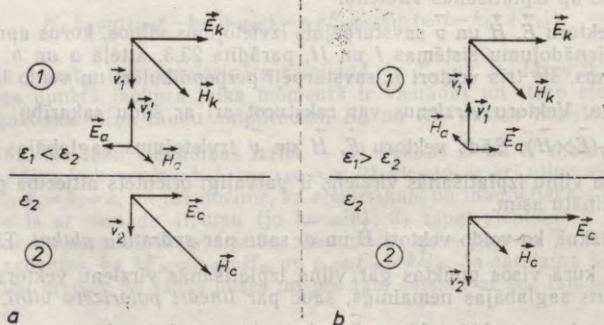
23.5. ELEKTROMAGNĒTISKO VIĻŅU SVARIGĀKĀS ĪPAŠĪBAS

23.5.1. Elektromagnētisko viļņu atstarošana un laušana. Ja elektromagnētiskais vilnis nonāk uz robežvirsmas starp divām vidēm, kurām atšķirīga dielektriskā caurlaidība ϵ un magnētiskā caurlaidība μ , vilnis daļēji atstarojas un daļēji iziet caur robežvirsmu. Ja, vilnim ieejot otrā vidē, mainās tā izplatīšanās virziens, tad saka, ka vilnis tiek laužts. Eksperimentāli un teorētiski pētījumi rāda, ka elektromagnētisko viļņu atstarošanas un laušanas likumi ir tādi paši kā gaismas atstarošanas un laušanas likumi.

Cauri izgājušā viļņa svārstību fāze ir vienāda ar kritošā viļņa svārstību fāzi (kā elektriskā, tā magnētiskā lauka svārstībām), bet atstarotajā vilnī svārstību fāze atkarīga no krišanas leņķa un no īpašībām, kādas piemīt abām kontaktā esošajām vidēm. Tā, piemēram, ja elektromagnētiskais vilnis krit no dielektriķa 1 perpendikulāri uz tā robežvirsmu ar dielektriķi 2 (23.4. att. a) un dielektriskā caurlaidība $\epsilon_1 < \epsilon_2$, tad atstarotajā vilnī vektora \vec{E}_a svārstību fāze mainās par π , bet vektora \vec{H}_a fāze nemainās. Ja turpretī $\epsilon_2 < \epsilon_1$, tad par π mainās \vec{H}_a fāze, bet \vec{E}_a fāze nemainās.

23.5.2. Elektromagnētisko viļņu enerģija un tās blīvums. Apskatot viļņus elastīgā vidē, tika norādīts, ka viļņi pārnes enerģiju. Arī elektromagnētiskie viļņi pārnes elektriskā un magnētiskā lauka enerģiju, jo katrā telpas apgabalā dV , kurā eksistē elektromagnētiskie viļņi, ir zināma viļņu enerģija dW . Elektromagnētisko viļņu enerģijas blīvumu $\omega = dW/dV$ kādā «punktā», kurā viļņu lauku raksturo vektori \vec{E} un \vec{H} , bet vides īpašības — lielumi ϵ un μ , var izteikt šādi:

$$\omega = \omega_E + \omega_H = (1/2)\epsilon_0 E^2 + (1/2)\mu_0 H^2.$$



23.4. att.

Kā zināms, $\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H$. Tādēļ enerģijas blīvums $w =$
 $= (1/2) (\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E \sqrt{\mu_0 \mu} H + (1/2) \sqrt{\mu_0 \mu} H \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E) = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu} EH$ jeb
 $w = (1/v) EH,$ (23.28)

kur v — elektromagnētisko viļņu izplatīšanās ātrums.

23.5.3. Elektromagnētisko viļņu enerģijas plūsma un tās blīvums.
Umova—Pointinga vektors. Laika sprīdī dt caur plakanu virsmas elementu ΔL elektromagnētiskie viļņi pārnes enerģiju dW , kas laika sprīža dt sākumā atrodas tilpumā $dV = \Delta L v dt$ (23.5. att.). Tādēļ enerģija $dW = w \Delta L v dt$ un *elektromagnētisko viļņu enerģijas plūsma* $P = dW/dt$ (sk. formulu (22.39)) ir šāda:

$$P = wv \Delta L. \quad (23.29)$$

Lielumu

$$S = P/\Delta L \quad (23.30)$$

sauc par *viļņu enerģijas plūsmas blīvumu*. Uzskata, ka plūsmas blīvums ir vektors, kurš vērsts viļņu izplatīšanās virzienā, t. i., $\vec{S} \uparrow \uparrow \vec{v}$. No sakarībām (23.29) un (23.30) redzams, ka

$$\vec{S} = w \vec{v}. \quad (23.31)$$

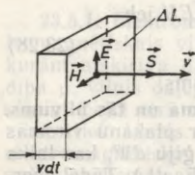
Tā kā $w = (1/v) EH$, tad $S = EH$. Kā zināms, $\vec{E} \perp \vec{H}$ un $(\vec{E} \times \vec{H}) \uparrow \uparrow \vec{v}$. Tas nozīmē, ka $(\vec{E} \times \vec{H}) \uparrow \uparrow \vec{S}$. Tādēļ

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (23.32)$$

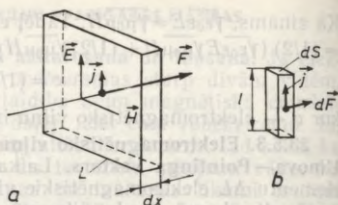
Vektors \vec{S} ir analogs Umova vektoram \vec{U} (salīdzināt formulas (23.31) un (22.42)). Elektromagnētiskiem viļņiem pirmais šo vektoru sācis lietot angļu fiziķis Dž. Pointings. Tādēļ vektoru \vec{S} sauc par *Umova—Pointinga vektoru*.

23.5.4. Elektromagnētisko viļņu impulss un spiediens. Elektromagnētiskie viļņi iedarbojas ar zināmu spēku uz ķermeni, kas tos absorbē vai atstaro. Tas liecina, ka elektromagnētiskajiem viļņiem piemīt impulss un tie izdara spiedienu.

Apskatīsim, piemēram, plakanu vilni, kas krīt perpendikulāri uz ķermeņa virsmu L (23.6. att. a), un pieņemsim, ka ķermenim ir neliela vadītspēja γ , bet dielektriskā caurlaidība $\epsilon = \text{const}$ un magnētiskā caurlaidība $\mu = \text{const}$. Viļņa elektriskais lauks ar intensitāti \vec{E} rada ķermenī strāvu, kuras blīvums $\vec{j} = \gamma \vec{E}$, bet viļņa magnētiskais lauks saskaņā ar Ampēra likumu (16.38) darbojas uz to ar spēku \vec{F} . Dielektriķī mainīgais elektriskais lauks rada nobīdes strāvu, uz kuru tāpat darbojas viļņa magnētiskais lauks. Uz vides elementu ar



23.5. att.



23.6. att.

garumu l strāvas blīvuma virzienā un tam perpendikulāru laukumu dS darbojas spēks $dF = jdS l B = jdV \mu_0 \mu H$, kur $dV = ldS$ — apskatāmā elementa tilpums. Katrai tilpuma vienībai pieliktais spēks $F_{\text{vien}} = \mu_0 \mu \gamma EH$. Tādēļ uz slāni, kura biezums dx un laukums L (23.6. att. a), darbojas spēks $dF = F_{\text{vien}} L dx$ un laika sprīdī dt piešķir slānim impulsu

$$dK = dF dt = \mu_0 \mu \gamma E H L dx dt.$$

Tajā pašā laikā šajā slānī saskaņā ar Džoula—Lenca likumu (13.50) izdalās enerģija

$$dW = \gamma E^2 L dx dt.$$

Tādēļ $dK/dW = \mu_0 \mu H/E$, bet $H/E = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} / \sqrt{\mu_0 \mu}$ (sk. formulu (23.25)). Tātad

$$dK/dW = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu} = 1/v. \quad (23.33)$$

Tas nozīmē, ka absorbētais vilnis, kura enerģija W_{abs} , atdod ķermenim savu impulsu

$$K = W_{\text{abs}}/v. \quad (23.34)$$

Atstarotais vilnis, kura enerģija W_{atst} , iedarbojas uz ķermeni ar impulsu $K = 2W_{\text{atst}}/v$, kas ir divreiz lielāks nekā tāda paša absorbēta viļņa impuls. Ja ķermenis kritošo vilni daļēji atstaro un pie tam atstarošanas koeficients ir r , bet atlikušo daļu absorbē, tad laika sprīdī dt atstarotā viļņa enerģija $dW_{\text{atst}} = rdW$ un absorbētā viļņa enerģija $dW_{\text{abs}} = (1-r)dW$, kur dW — kritošā viļņa enerģija, un $dK = 2rdW/v + (1-r)dW/v = (1+r)dW/v$. Tā kā spēks $F = dK/dt$ un spiediens $p = F/L$, tad $p = (1+r)dW/(vLdt) = (1+r)P/(vL) = (1+r)S/v$, t. i., uz viļņu izplatīšanās virzienam perpendikulāru virsmu elektromagnētisko viļņu spiediens

$$p = (1+r)S/v, \quad (23.35)$$

kur S — viļņu enerģijas plūsmas blīvums; v — to ātrums. Ievērojot, ka $S = v\omega$ (sk. formulu (23.31)), var rakstīt

$$p = (1+r)\omega, \quad (23.36)$$

kur ω — viļņu enerģijas blīvums.

Lielumu P/L , kas izsaka uz laukuma vienību krītošā starojuma enerģijas plūsmu, sauc arī par *apstarojumu* jeb *enerģētisko apgaismojumu* un apzīmē ar E_s . Tādēļ formulā (23.35) lieluma S vietā dažkārt raksta E_s .

Ja viļņa krišanas virziens veido ar ķermeņa virsmas normāli leņķi α , tad formulās (23.35) un (23.36) labajā pusē jāliek vēl reizinātājs $\cos^2 \alpha$, bet $S = P/L$ vietā var rakstīt $E_s/\cos \alpha$.

Spiediena formulas (23.35) un (23.36) raksturo elektromagnētisko viļņu lokālu iedarbību («noteiktā virsmas punktā»). Tās derīgas arī viļņiem, kuru viļņu virsmas nav plakanas.

Tā kā gaisma ir elektromagnētisks vilnis, arī gaisma izdara spiedienu. Parasti tas ir ļoti mazs. Piemēram, Saules stari uz tiem perpendikulāru virsmu, kas atrodas uz Zemes, izdara spiedienu $20 \mu\text{Pa}$. Taču fokusējot lāzera starojuma impulsu uz ļoti mazu laukumiņu, var sasniegt enerģētisko apgaismojumu $E_s = 10^{19} \text{ W/m}^2$. Tam atbilst spiediens $3 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, kas vairāk nekā $3 \cdot 10^5$ reizi pārsniedz normālu atmosfēras spiedienu. Pirmais gaismas spiedienu 1900. gadā izmērija krievu fiziķis *P. Lebedevs* (sk. 30.2.3. nodaļījumu).

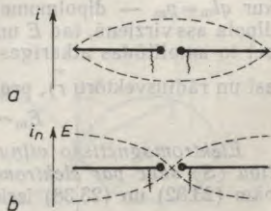
23.6. ELEKTRISKĀ DIPOLA STAROJUMS

Jau norādīts (sk. 23.3. §), ka H. Herca elektromagnētisko viļņu radīšanai un uzturēšanai izmantoja vibratoru. Vispār elektromagnētisko viļņu izstarošanas un uztveršanas ierīces sauc par *antenām*. Herca vibrators ir visvienkāršākā antena, t. s. dipolantena. Lai koncentrētu starojumu noteiktā virzienā, lieto vairāku dipolantenu kombinācijas vai dipolantenu režģus ar reflektoriem (t. s. prožektorantenas). Aplūkosim nedaudz sīkāk tikai dipolantenā starojumu.

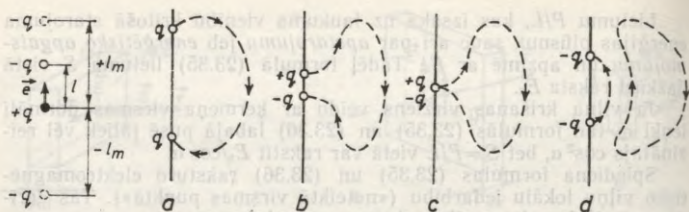
Darbības laikā dipolantēnā plūst augstfrekvences strāva, kas atstarojas no tās galiem. Interferences dēļ dipolantēnā izveidojas stāvviļnis, pie tam antenas galos ir mezgli, bet vidū blizums (23.7. att. a). Strāvas i amplitūdas dažādās antenas vietās ir dažādas (strāva nav kvazistacionāra). Šādām stāvviļņim atbilst svārstības ar frekvenci $v_1 = c/(2l)$, kur l — antenas garums. Iespējamas arī svārstības ar frekvencēm $3v_1; 5v_1; \dots$

Saskaņā ar Maksvela teoriju pilnā strāva, t. i., vadītspējas un nobīdes strāvu summa ir vienāda visos antenas šķēļumos. No tā izriet, ka nobīdes strāvai antenas galos ir blizumi un vidū — mezgls. Savukārt nobīdes strāvas i_n amplitūda ir lielāka tajās vietās, kurās lielāka ir mainīgā elektriskā lauka intensitātes amplitūda, t. i., elektriskā lauka intensitātes blizumi arī ir antenas galos un mezgls — vidū (23.7. att. b).

Dipolantenu var aizstāt ar tās modeli — oscilējošu dipolu — diviem lādiņiem $-q$ un $+q$ (23.8. att.), starp



23.7. att.



23.8. att.

23.9. att.

kuriem periodiski mainās attālums l , piemēram, lādiņš $-q$ svārstās ap lādiņu $+q$. Elektrisko un magnētisko lauku ap oscilējošu dipolu rada 1) lādiņi (elektrisko lauku) un strāva, kas atbilst lādiņu kustībai (magnētisko lauku), kā arī 2) lauku savstarpējā inducēšanās, tiem mainoties. Nekustīgu dipola lādiņu lauka līnijas ir nenoslēgtas (23.9. att. a) — tās sākas pozitīvajā un beidzas negatīvajā lādiņā. Lādiņiem svārstoties, izveidojas slēgtas lauka līnijas (23.9. att. b, c, d), kas atraisās no dipola un brīvi pārvietojas telpā (attēlā parādīta tikai viena šāda līnija).

Elektromagnētiskais lauks dipola tiešā tuvumā ir ļoti sarežģīts. Daudz vienkāršāks tas kļūst t. s. *viļņu zonā* (attālumā $r \gg \lambda$, kur λ — izstarotā viļņa garums). Šajā zonā homogēnā izotropā vidē viļņu virsmas ir sfēras (23.10. att.).

Lai varētu parādīt vektoru \vec{E} un \vec{H} virzienus kādā viļņu virsmas punktā P , nosauksim par *meridiānu* līniju, kas veidojas, šķeļot sfērisko viļņu virsmu ar plakni, kurā atrodas punkts P un dipola ass, bet par *paralēli* — līniju, kuru iegūstam, šķeļot viļņa virsmu ar plakni, kas iet caur punktu P un ir perpendikulāra dipola asij. Tad var teikt, ka vektors \vec{E} vērsts pa meridiāna pieskari, bet vektors \vec{H} — pa paralēles pieskari, pie tam vektoru \vec{E} , \vec{H} un \vec{v} veido labo triedrū.

Ja dipolmoments \vec{p} mainās harmoniski, t. i.,

$$\vec{p} = -ql_m \vec{e} \cos \omega t, \quad (23.37)$$

kur $ql_m = p_m$ — dipolmomenta amplitūda un \vec{e} — vienības vektors dipola ass virzienā, tad E un H ir proporcionāli lielumam $\cos(\omega t - kr)$, bet to amplitūdas atkarīgas no r un θ (šeit θ — leņķis starp dipola asi un rādiusvektoru \vec{r}), proti,

$$E_m \sim H_m \sim (1/r) \sin \theta. \quad (23.38)$$

Elektromagnētisko viļņu enerģijas plūsmas blīvuma vidējo vērtību $\langle S \rangle$ sauc par *elektromagnētisko viļņu intensitāti* I . No sakarībām (23.32) un (23.38) izriet, ka

$$I \sim (1/r^2) \sin^2 \theta. \quad (23.39)$$

Noteiktā izplatīšanās virzienā ($\theta = \text{const}$) intensitāte $I \sim 1/r^2$, bet konstantā attālumā no dipola ($r = \text{const}$) intensitāte $I \sim \sin^2\theta$. Tas nozīmē, ka visspēcīgākais starojums ir dipola asij perpendikulārā plaknē ($\sin^2\theta = 1$), bet dipola ass virzienā starojuma nav ($\sin^2\theta = 0$). Kādam konstantam attālumam r starojuma intensitātes I atkarība no leņķa θ polārās koordinātās parādīta 23.11. attēlā. Šādu likni sauc par dipola starojuma virzienu diagrammu jeb indikatrisi.

Teorētiski aprēķini rāda, ka dipola starojuma pilnā jauda (kopējā starojuma plūsma visos telpas virzienos)

$$P_{\text{st}} \sim (d^2p/dt^2)^2. \quad (23.40)$$

Ievērojot sakarību (23.37), iegūst, ka pilnā jauda

$$P_{\text{st}} \sim p_m^2 \omega^4 \cos^2 \omega t; \quad (23.41)$$

$$\langle P_{\text{st}} \rangle \sim p_m^2 \omega^4. \quad (23.42)$$

No sakarības (23.37) izriet, ka $d^2\vec{p}/dt^2 = -q\vec{a}$, jo $l_m \vec{e} \cos \omega t = \vec{x}$ ir lādiņa $-q$ novirze no lādiņa $+q$ un $d^2\vec{x}/dt^2 = \vec{a}$ ir lādiņa $-q$ paātrinājums. Tādēļ sakarību (23.40) var pārveidot šādi:

$$P_{\text{st}} \sim q^2 a^2. \quad (23.43)$$

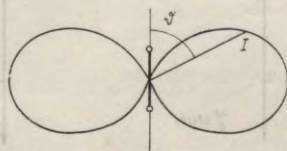
Sakarība (23.43) ir pareiza ikvienai paātrinātai lādiņa kustībai. Piemēram, lādētai daļiņai kustoties paātrinātājā pat bez tangenciālā paātrinājuma pa liektu trajektoriju (riņķa līniju), tās starojuma intensitāte proporcionāla $q^2 a_c^2$, kur a_c — centrtieces paātrinājums.

Lādēta daļiņa, kas svārstās harmoniski, izstaro monohromatisku viļni. Ja lādētas daļiņas paātrinātā kustība nav harmoniska svārstība, tad daļiņas starojums ir dažādu frekvenču viļņu superpozīcija.

Ja $\vec{a} = 0$, tad $I = 0$. Tomēr šis secinājums nav spēkā, ja lādētas daļiņas ātrums pārsniedz gaismas ātrumu vidē (Vavilova—Čerenkova starojums; sk. 28.3. §).



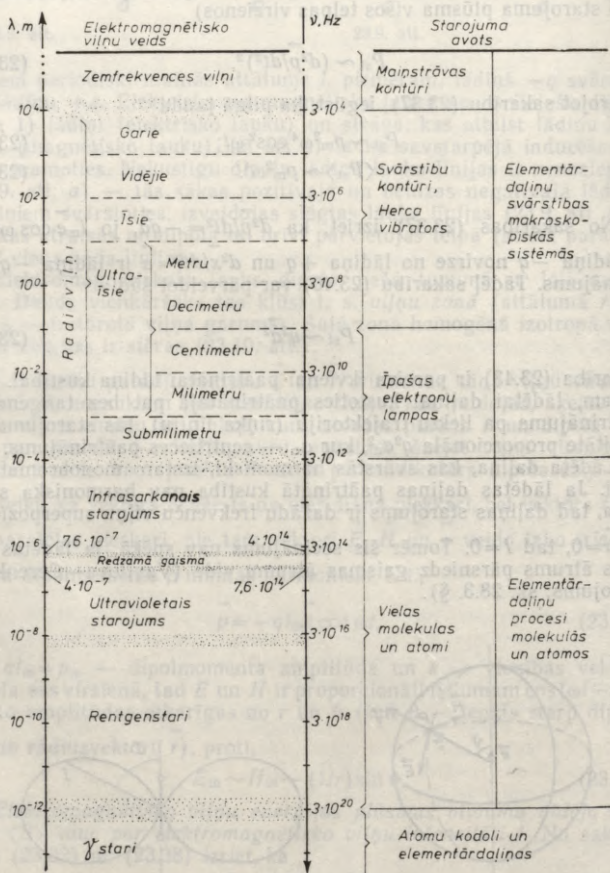
23.10. att.



23.11. att.

23.7. ELEKTROMAGNĒTISKO VIĻŅU SKALA

Herca eksperimentos iegūto elektromagnētisko viļņu garumi bija ar kārtu 1 m, kas atbilst frekvencei $3 \cdot 10^8$ Hz. Ar radiotehniskām metodēm iespējams iegūt radioviļņus, kuru viļņa garumi mainās no vairākiem kilometriem līdz dažiem milimetriem. Lietojot ļoti maza izmēra vibratorus, P. Ļebedevs ieguva starojumu, kura viļņa garums



23.12. att.

$\lambda \approx 4 \dots 6$ mm. Padomju fizīķes A. Glagoļevas-Arkadjevas 1923. gadā izveidotais masu starotājs, kurā elektromagnētiskos viļņus rada neskaitāmas dzirksteles, pārlecot starp eļļā suspendētām ļoti sīkām metāla skaidiņām, dod starojumu ar viļņa garumiem robežās no 50 mm līdz 82 μ m. Sis diapazons daļēji pārklājas ar atomu un molekulu emitēto infrasarkanā starojumu. Tā kā šo viļņu īpašības neatkarīgi no iegūšanas veida ir pilnīgi identiskas, tad tas pierāda, ka arī atomu un molekulu starojums gan šajā, gan arī isāku viļņa garumu rajonā (redzamā gaisma, ultravioletais starojums) ir elektromagnētiskie viļņi. Līdz ar to noskaidrojas, ka elektromagnētisko viļņu skala aizņem ārkārtīgi plašu frekvenču un viļņa garumu diapazonu.

Atkarībā no viļņu frekvences (viļņa garuma) mainās arī viļņu īpašības. Tādēļ viļņus klasificē šādi:

- 1) zemfrekvences viļņi;
- 2) radioviļņi:
 - a) garie,
 - b) vidējie,
 - c) īsie,
 - d) ultraīsie (metru, decimetru, centimetru, milimetru),
 - e) submilimetru;
- 3) gaismas viļņi:
 - a) infrasarkanais starojums,
 - b) redzamā gaisma,
 - c) ultravioletais starojums;
- 4) rentgenstari;
- 5) gamma stari.

Šiem viļņiem atbilstošie frekvenču un viļņa garumu diapazoni, kā arī iegūšanas paņēmieni parādīti 23.12. attēlā. Viena veida viļņi pakāpeniski pāriet cita veida viļņos. Tādēļ diapazonu robežas nav precīzi norādāmas. Sīkāk dažādu elektromagnētisko viļņu īpašības iztirzātas turpmākajās nodaļās. Sajā paragrāfā norādīsim tikai vienu raksturīgu īpatnību, proti, ka garo elektromagnētisko viļņu parādībās dominē viļņu raksturs, bet īso viļņu, īpaši rentgenstaru un γ staru iedarbībā ļoti spilgti izpaužas to korpuskulu (kvantu) daba.

V DAĻA

OPTIKA

IEVADS

A. Optikas priekšmets, iedalījums un praktiskā nozīme. *Optika ir mācība par gaismu jeb, precizāk, par elektromagnētiskā starojuma daļu, kas aptver ultravioleto, redzamo un infrasarkanā starojumu.* Tādā aspektā optika ir elektrodinamikas sastāvdaļa. Taču savas specifikas, kā arī lielās praktiskās un teorētiskās nozīmes dēļ tā ir izveidojusies par atsevišķu fizikas nozari. Optika aplūko galvenokārt parādības, kas saistītas ar gaismas izstarošanu, izplatīšanos, mijiedarbību ar vielu un pārvēršanos citos materiālu veidos.

Optiku var iedalīt ģeometriskajā optikā, viļņu optikā un kvantu optikā. *Ģeometriskā optika* aplūko optiskās parādības, kurās var neievērot gaismas viļņu dabu. Šī optikas nozare aptver jautājumus par gaismas atstarošanu un laušanu, par attēlu veidošanos optiskajās ierīcēs, ja var neievērot gaismas difrakciju (sk. 26. nod.). *Viļņu optika* aplūko parādības, kas saistītas ar gaismas viļņu dabu — interferenci, difrakciju, polarizāciju u. c. (sk. 25. ... 28. nod.). *Kvantu optika* aplūko parādības, kas saistītas ar gaismas emisiju un absorbciju atomos un molekulas un kuru izskaidrošanā jālieto kvantu priekšstati, jo klasiskās fizikas priekšstati nav derīgi (sk. 29., 30. nod.). Sajā fizikas kursa daļā plašāk aplūkota viļņu un kvantu optika, neskarot ģeometriskās optikas jautājumus.

Sāds optikas sadalījums ir visai nosacīts, jo optika ir ļoti daudzpusīga un visas tās nozares grūti iekļaut minētajos rāmjos. Specifiskas optiskās parādības aplūko īpašas optikas nozares, piemēram, fizioloģiskā optika, kristāloptika, pusvadītāju optika, metāloptika, molekulārā optika (dispersija, izkliede utt.), spektroskopija, luminiscence. Tāpat ļoti spēcīgai (parasti koherentai) gaismai parastās optikas likumi vairs nav derīgi un to aplūko t. s. nelineārā optika.

Optiskās metodes ir ļoti nozīmīgas gan vielas uzbūves pētīšanā, gan daudzu citu fizikālu jautājumu un tehnisku problēmu risināšanā, kur noder kā klasiskās optikas sasniegumi (interference, difrakcija, polarizācija, spektroskopija, luminiscence u. c.), tā arī mūsdienu optikas atklājumi (lāzeri, hologrāfija, nelineārā optika u. c.). Optika arī tagad sekmīgi attīstās.

B. Uzskatu attīstība par gaismas dabu. Vairāki svarīgi optikas likumi atklāti ļoti sen. Gaismas taisnvirziena izplatīšanās likums un gaismas atstarošanas likums pieminēti darbā, par kura autoru uzskata Eiklīdu (300. g. p. m. ē.). Gaismas laušanas likumu mēģinājis noteikt Ptolemajs (ap 120. g. p. m. ē.), kurš no diezgan neprecīziem mērījumiem, kādi bija izdarīti samērā maziem leņķiem, secināja, ka gaismas laušanas leņķis ir proporcionāls krišanas leņķim. Pareizs laušanas likumu formulējums atrodams V. Snelliusa nepublicētajos darbos (1621), bet tagadējā formulējumā to devis R. Dekarts (1637). Tomēr šo likumu izskaidrojums laika gaitā vairākkārt ir mainījies, attīstoties priekšstatiem par gaismas dabu.

17. gadsimta beigās gandrīz vienlaikus radās *Nūtona gaismas korpuskulu teorija*, kurā gaismu uzskata par daļiņu plūsmu, kas izplatās no avota uz visām pusēm, un *Heigensa gaismas viļņu teorija*, kurā gaismu uzskata par viļņu plūsmu, kas izplatās īpašā vidē — ēterā. Abas teorijas sekmīgi izskaidroja gaismas atstarošanu un laušanu. Tomēr ar viļņu teoriju bija grūti izskaidrot gaismas taisnvirziena izplatīšanos. Korpuskulu teorija to izskaidroja ar inerces likumu, bet tai savukārt bija grūti izskaidrot, kāpēc gaismas kūļi krustojoties neizkļiedžas tāpat, kā izkļiedžas vielas daļiņu plūsmas. Gaismas viļņu teorija to izskaidroja, norādot, ka arī viļņi uz ūdens virsmas brīvi iziet cits citam cauri. Lai gan neviena no teorijām nespēja gūt izšķirošu pārsvaru pār otru, I. Nūtona autoritātes dēļ gaismas korpuskulu teorijai bija vairāk piekritēju līdz tam laikam, kamēr atklāja un izskaidroja gaismas interferenci, difrakciju un polarizāciju. To izdarīja angļu zinātnieks *T. Jangs* un franču zinātnieki *O. Frenels* un *E. Maliss* 19. gadsimta sākumā. Pēc tam dominēja gaismas viļņu teorija.

No angļu fiziķa *Dž. Maksvela* izveidotās elektromagnētiskā lauka teorijas (1865) izrietēja, ka elektromagnētiskie viļņi vakuumā izplatās ar gaismas ātrumu. Tādēļ *Dž. Maksvels* izteica domu, ka arī gaisma ir elektromagnētiskie viļņi ar mazu viļņa garumu. Vācu fiziķis *H. Herts* 1888. gadā eksperimentāli ieguva elektromagnētiskos viļņus, kuru viļņa garums bija daži desmiti centimetru. Vēlāk izdevās iegūt viļņus ar viļņa garumu līdz 0,08 mm. Izrādījās, ka šis starojums pēc savām īpašībām ir identisks ar molekulu infrasarkano starojumu, kam ir tāds pats viļņa garums. No tā varēja secināt, ka arī molekulu emitētais starojums kā spektra infrasarkanajā daļā, tā arī redzamajā un ultravioletajā daļā ir elektromagnētiskie viļņi. Gaismas viļņi svārstās elektriskā lauka un magnētiskā lauka intensitātes, kuru virzieni ir perpendikulāri gaismas izplatīšanās virzienam. Tātad *gaisma ir šķērsvilnis* (to zinot, var izskaidrot gaismas polarizāciju). No Maksvela teorijas izriet, ka gaisma, būdama elektromagnētisks vilnis, var izplatīties vakuumā. Nav vajadzīga nesējvide — ēters, kā domāja *K. Heigenss*. Tā ir lieliem panākumiem noslēdzās pēc būtības jaunas gaismas viļņu teorijas izveide. Likās, ka gaismas viļņu teorija guvusi pilnīgu uzvaru. Tomēr gaismas viļņu teorija nevarēja apmierinoši izskaidrot enerģijas sadalījumu absolūti melnā ķermeņa starojumā un fotoefektu.

M. Plankam izdevās atrisināt (1900) starojuma problēmu, izmantojot klasiskajai fizikai neparastu priekšstatu, ka *atomi izstaro gaismu noteiktām porcijām — kvantiem*, pie tam katra kvanta enerģija ir proporcionāla gaismas svārstību frekvencei. A. Einšteins paplašināja (1905) Planka priekšstatu, pieņemot, ka *gaisma arī izplātās kā atsevišķu gaismas kvantu — fotonu plūsma*. Tādēļ varēja veiksmīgi izskaidrot fotoefektu, kā arī vēlāk (1922) atklāto Komptona efektu.

Tā jautājums, kas ir gaisma — viļņu vai korpuskulu plūsma, vairākus gadsimtus ir izraisījis asus strīdus. Tagad atzīti par pareiziem abi uzskati. Kaut arī tie no klasiskās fizikas viedokļa nav savienojami, ir izdevies abas teorijas apvienot. Jautājumu principiāli risina kvantu mehānika, kas pamatojas uz to, ka gaismai un arī daļiņām* ir divējāda daba — gan viļņu, gan korpuskulu daba (viļņu—korpuskulu duālisms). Duālisma idejas tālāk attīsta kvantu elektrodinamika. Tādēļ saka, ka *gaisma ir elektromagnētisks starojums*.

24. NODAĻA

FOTOMETRIJAS ELEMENTI

Elektromagnētiskais starojums var iedarboties uz dažādiem uztvērējiem tāpēc, ka tas pārnes enerģiju. Zināma elektromagnētiskā starojuma daļa ($\lambda = 390 \dots 750$ nm), iedarbojoties uz aci, izraisa redzes sajūtu. Tikai šo starojuma daļu šeit sauksim par gaismu. (Mūsdienās terminu «gaisma» bieži lieto arī par elektromagnētiskā starojuma ultravioletās, redzamās un infrasarkanās daļas kopīgu apzīmējumu.) Pirms citu optikas parādību iztīrāšanas ir svarīgi noskaidrot, kādi fizikāli lielumi un vienības vajadzīgi starojuma un gaismas iedarbības raksturošanai. Optikas daļu, kura apskata fizikālos lielumus un likumus, kas saistīti ar starojuma (gaismas) pārnesto enerģiju, kā arī iztīrā šo lielumu mērīšanas metodes, sauc par *fotometriju*.

Neselektīvs uztvērējs, piemēram, nomelnots termoelements, vienādi reaģē uz saņemto starojuma enerģiju neatkarīgi no starojuma viļņa garuma. Citi uztvērēji, piemēram, fotoelementi, fotoemulsija, nav vienādi jutīgi pret dažādu viļņu garumu starojumu. Arī cilvēka acs ir selektīvs uztvērējs. Daudzos gadījumos lietderīgi starojumu novērtēt kvantitatīvi, izmantojot neselektīvus uztvērējus, kuru rādījumi vienādi saistīti ar saņemto starojuma enerģiju neatkarīgi no viļņa garuma. Ar to nodarbojas *starojuma (enerģētiskā, fizikālā) fotometrija*. Citos gadījumos ir svarīgi starojumu kvantitatīvi novērtēt, izmantojot tā izraisīto redzes sajūtu. Ar to sastopamies ne vien

* Tagad ir noskaidrots, ka īpašību duālisms piemīt arī citiem objektiem, piemēram, elektroniem, atomiem, molekulām, tātad jebkurai matērijas formai.

ikdienā, bet arī daudzās optiskās ierīcēs, kurās kā gaismu reģistrējoša ierīce darbojas acs. Šos jautājumus aplūko *gaismas (fizioloģiskā) fotometrija*.

24.1. SVARĪGĀKIE STAROJUMA FOTOMETRISKIE LIELUMI UN TO VIENĪBAS

24.1.1. Starojuma plūsma. Par starojuma plūsmu P sauc starojuma enerģiju, kas laika vienībā krit uz kādu laukumu, iziet tam cauri vai arī kuru izstaro kāds laukums. Ja laika sprīdim dt atbilst starojuma enerģija dW , tad starojuma plūsma

$$P = dW/dt. \quad (24.1)$$

Tātad starojuma plūsmai ir jaudas dimensija. SI sistēmā to mēra vatos (W).

24.1.2. Starojuma avota stiprums. To definē vispirms punktveida avotam. Par punktveida avotu sauc tādu starojuma avotu, kura izmēri ir daudz mazāki nekā attālums, kādā aplūko starojuma iedarbību. Tādi avoti ir, piemēram, zvaigznes. Arī kvēlspuldzi dažu metru attālumā var uzskatīt par punktveida avotu. Jāpiebilst, ka jebkuru nepunktveida avotu var uzskatīt par punktveida avotu kopumu.

Ja punktveida avots S (24.1. att.) telpiskā leņķi $d\Omega$ kādā virzienā izstaro plūsmu dP , tad lielumu

$$I_s = dP/d\Omega \quad (24.2)$$

sauc par starojuma avota stiprumu šajā virzienā.

Tātad *starojuma avota stiprums kādā virzienā ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar starojuma plūsmu telpiskā leņķa vienībā*. Tā SI vienība ir vats uz steradiānu (W/sr).

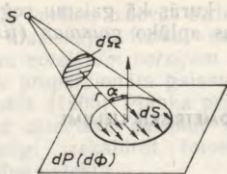
No sakarības (24.2) redzams, ka pilnā starojuma plūsma, ko dod izotrops punktveida avots (avots, kura stiprums visos virzienos ir vienāds) ir $4\pi I_s$. Tātad

$$P = 4\pi I_s. \quad (24.3)$$

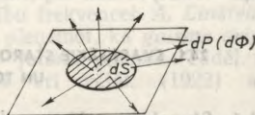
Pilnā starojuma plūsma, kuru izstaro neizotrops punktveida avots, izsakāma šādi:

$$P = \int_0^{4\pi} I_s d\Omega. \quad (24.4)$$

Pilnā starojuma plūsma raksturo avotu. Ar optiskām sistēmām starojuma plūsmu nevar palielināt, bet var mainīt tās sadalījumu, koncentrējot plūsmu noteiktos virzienos. Starojuma avota stiprumu kādā virzienā izdodas palielināt tikai tad, ja vienlaikus samazina to citos virzienos. Piemēram, ar prožektoru tā ass virzienā var iegūt starojuma stiprumu, kas vairākus tūkstošus reižu pārsniedz avota viļņojo starojuma stiprumu.



24.1. att.



24.2. att.

24.1.3. Starojuma avota virsmas enerģētiskā spīdība. Ja starojuma avota virsmas elements, kura laukums dS (24.2. att.), izstaro uz vienu pusi no elementa visos virzienos kopā plūsmu dP , tad lielumu

$$R_s = dP/dS \quad (24.5)$$

sauc par starojuma avota virsmas enerģētisko spīdību.

Tātad *starojuma avota virsmas enerģētiskā spīdība ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar starojuma plūsmu, kuru izstaro avota virsmas laukuma vienība.*

Enerģētiskās spīdības SI vienība ir vats uz kvadrātmetru (W/m^2). Ar spīdības jēdzienu var raksturot ne tikai «primāros» starojuma avotus — elektriskās spuldzes kvēldiegu, mirdzošās gāzes stabu gāzu izlādes caurulēs, elektriskā loka plazmu vai dzirkstelzīlādes kanālu, bet arī «sekundāros» starojuma avotus, t. i., jebkuru virsmu, kura atstaro uz to krītošo starojumu.

24.1.4. Starojuma avota virsmas enerģētiskais spožums. Ja starojuma virsmas elementam dS (24.3. att.) virzienā, kas veido leņķi θ ar elementa normāli, ir stiprums dI_s , tad lielumu

$$B_s = dI_s / (dS \cos \theta) \quad (24.6)$$

sauc par avota elementa virsmas enerģētisko spožumu šajā virzienā.

Tādēļ var arī sacīt, ka *starojuma avota virsmas enerģētiskais spožums kādā virzienā ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar starojuma avota stiprumu, kādu šajā virzienā dod starojuma avota virsma, kuras projekcijas laukums uz novērošanas virzienam perpendikulāras plaknes ir vienību liels.*

Dažos gadījumos starojuma avota virsmas enerģētiskais spožums nav atkarīgs no novērošanas virziena $B_s = \text{const}$. Tādus avotus sauc par kosinusstarotājiem, un tiem ir spēkā ļoti vienkārša sakarība starp virsmas enerģētisko spīdību R_s un enerģētisko spožumu B_s .

Elementāro telpisko leņķi $d\Omega$ (24.4. att.) var izteikt šādi:

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (24.7)$$

uzskatot, ka θ ir polārais leņķis, bet φ — azimutālais. Tādēļ starojuma plūsmu dP' , kuru izstaro virsmas elements dS telpiskajā leņķī $d\Omega$, ievērojot sakarības (24.2), (24.6) un (27.7), var izteikt šādi:

$$dP' = B_s \cos \theta dS \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (24.8)$$

Plūsmu dP , ko izstaro virsmas elements dS telpiskajā leņķī $\Omega = 2\pi$ var noteikt, integrējot sakarību (24.8), ja leņķis θ mainās no 0 līdz $\pi/2$, bet leņķis φ — no 0 līdz 2π . Tādējādi

$$dP = B_s dS \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta =$$

$$= B_s dS \cdot 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin \theta d(\sin \theta) = B_s dS \cdot 2\pi \left| \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right|_0^{\pi/2}$$

Tātad

$$dP = \pi B_s dS. \quad (24.9)$$

Plūsmu dP var izteikt arī citādi — no sakarības (24.5):

$$dP = R_s dS. \quad (24.10)$$

Salīdzinot sakarības (24.9) un (24.10), redzams, ka

$$R_s = \pi B_s. \quad (24.11)$$

24.1.5. Virsmas apstarojums (enerģētiskais apgaismojums). Ja uz ķermeņa virsmas elementu, kura laukums dS (sk. 24.1. att.), krīt starojuma plūsma dP , tad lielumu

$$E_s = dP/dS \quad (24.12)$$

sauc par virsmas apstarojumu (enerģētisko apgaismojumu).

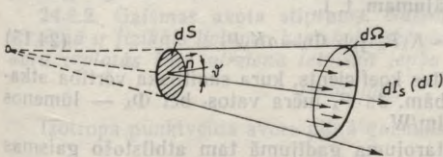
Tātad virsmas apstarojums (enerģētiskais apgaismojums) ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar starojuma plūsmu, kura krīt uz virsmas laukuma vienību.

Apstarojuma SI vienība ir v a t s uz kvadrātmetru (W/m^2).

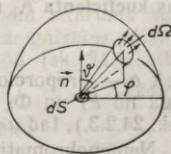
Punktveida starojuma avota radītais virsmas apstarojums atkarīgs no avota stipruma I_s , apgaismojamā virsmas punkta attāluma līdz avotam r un staru krišanas leņķa α . Tiešām, saskaņā ar formulu (24.2) plūsma $dP = I_s d\Omega$. Tā kā (sk. 24.1. att.) telpiskais leņķis $d\Omega = dS \cos \alpha / r^2$, tad $dP = I_s dS \cos \alpha / r^2$ un no sakarības (24.12) izriet, ka virsmas apstarojums

$$E_s = I_s \cos \alpha / r^2. \quad (24.13)$$

24.1.6. Spektrālie lielumi. Līdz šim definētie lielumi attiecināmi uz avota kopējo starojumu, ņemot vērā visus starojuma viļņu garumus.



24.3. att.



24.4. att.

Aplūkojot tikai to nepārtraukta starojuma daļu, kas atbilst viļņu garumu intervālam no λ līdz $\lambda+d\lambda$ un dalot kādu šim intervālam atbilstošā starojuma raksturlielumu ar intervāla platumu $d\lambda$, iegūst *spektrālos lielumus*. Piemēram, ja viļņa garumu intervālā no λ līdz $\lambda+d\lambda$ starojuma plūsma ir dP_λ , tad lielumu

$$p_\lambda = dP_\lambda/d\lambda \quad (24.14)$$

sauc par *starojuma spektrālo plūsmu*. Analogi var definēt starojuma avota spektrālo stiprumu, virsmas spektrālo spīdību, spektrālo spožumu un spektrālo apstarojumu.

24.2. SVARĪGĀKIE GAISMAS FOTOMETRISKIE LIELUMI

Gaismas fotometrijā vispirms definē jaunu fizikālu lielumu «gaismas plūsma». Izmantojot gaismas plūsmas jēdzienu, veido pārējos gaismas fotometriskos lielumus, tāpat kā to darija starojuma fotometrijā, pamatojoties uz starojuma plūsmas jēdzienu. Tādēļ gaismas plūsma ir centrālais jēdziens gaismas fotometrijā.

24.2.1. Gaismas plūsma. Kā zināms, redzes sajūtu spēj izraisīt elektromagnētiskais starojums, kura viļņa garums ir robežās no 390 nm līdz 750 nm — redzamā gaisma. Tomēr redzes sajūtas intensitātes, ko rada divas vienādas starojuma plūsmas ar dažādiem viļņu garumiem λ_1 un λ_2 , ir dažādas, t. i., acs jutība dažāda viļņa garuma starojumiem nav vienāda. To raksturo ar *acs relatīvo jutības koeficientu* K_λ . Spēcīgā apgaismojumā cilvēka acs (vidēji) ir visjutīgāka pret gaismu, kuras viļņa garums $\lambda = 555$ nm. Atbilstoši šim viļņa garumam pieņem, ka $K_\lambda = 1$. Visiem citiem viļņa garumiem $K_\lambda < 1$. Jo vairāk starojuma viļņa garums atšķiras no 555 nm, jo mazāku redzes efektu tas rada. Piemēram, starojumiem ar 510 nm un 610 nm lielu viļņa garumu acs jutība ir divas reizes mazāka, bet starojumiem ar 390 nm un 750 nm lielu viļņa garumu — aptuveni 8300 reižu mazāka nekā starojumam, kura viļņa garums 555 nm. Koeficienta K_λ atkarību no viļņa garuma λ sauc par *redzamības funkciju* (24.5. att.).

Starojumu, kas atbilst vienam noteiktam viļņa garumam, sauc par *monohromatisku starojumu*. Par monohromatisku starojumu uzskata arī starojumu, kura viļņa garumi ir nedaudz atšķirīgi, piemēram, vienai spektrālīnijai atbilstošo starojumu.

Monohromatiska starojuma gadījumā par gaismas plūsmu Φ_λ sauc lielumu, kas proporcionāls starojuma plūsmas P_λ un acs relatīvās jutības koeficienta K_λ reizinājumam, t. i.,

$$\Phi_\lambda \sim K_\lambda P_\lambda \text{ jeb } \Phi_\lambda = a K_\lambda P_\lambda \quad (24.15)$$

Šeit a — proporcionalitātes koeficients, kura skaitliskā vērtība atkarīga no P_λ un Φ_λ vienībām. Ja P_λ mēra vatos, bet Φ_λ — lūmenes (sk. 24.2.3.), tad $a = 683$ lm/W.

Nemonohromatiska starojuma gadījumā tam atbilstošo gaismas plūsmu aprēķina atsevišķos viļņa garumu intervālos, kuros var

uzskatīt, ka gaisma ir monohromatiska, un pēc tam šīs plūsmas saskaita. Ja visu nemonohromatiskā starojuma viļņu garumu diapazonu sadala n šauros intervālos $\Delta\lambda$, kur katram $\Delta\lambda_i$ atbilst starojuma plūsma ΔP_i un acs relatīvās jutības koeficients K_i , tad starojuma plūsma

$$P = \sum_{i=1}^n \Delta P_i \quad (24.16)$$

un gaismas plūsma

$$\Phi = a \sum_{i=1}^n K_i \Delta P_i \quad (24.17)$$

Ja, starojuma plūsmai mainoties, tās spektrālais sastāvs paliek nemainīgs, tad gaismas plūsma mainās proporcionāli starojuma plūsmai. Turpretī, ja, starojuma plūsmai mainoties, mainās arī tās spektrālais sastāvs, tad gaismas plūsmas maiņa nav vairs tai proporcionāla.

Kādam nemonohromatiskam starojumam atbilstošo gaismas plūsmu var aprēķināt integrējot, ja zināma šī starojuma spektrālā plūsma p_λ kā viļņa garuma funkcija. Tad viļņa garumu intervālā no λ līdz $\lambda + d\lambda$ starojuma plūsma $dP_\lambda = p_\lambda d\lambda$ un gaismas plūsma $d\Phi_\lambda = a K_\lambda p_\lambda d\lambda$, bet visā starojuma viļņa garumu diapazonā gaismas plūsma

$$\Phi = a \int_0^{\infty} K_\lambda p_\lambda d\lambda \quad (24.18)$$

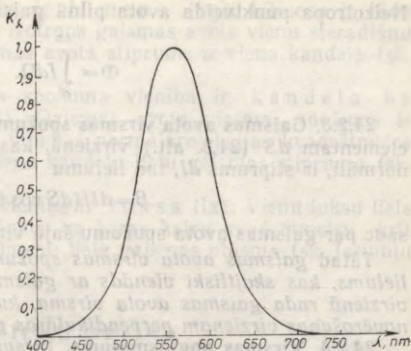
Diemžēl nav labas un vienkāršas analītiskās formulas, pēc kuras var aprēķināt $K_\lambda(\lambda)$, bet zināms tikai grafiks (vai dati tabulas veidā). Tādēļ arī reizinājums $K_\lambda p_\lambda$ jāizsaka grafika (vai tabulas) veidā un jāintegrē grafiski (vai skaitliski).

24.2.2. Gaismas avota stiprums. *Gaismas avota stiprums kādā virzienā ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar gaismas plūsmu, kura izplatās šajā virzienā telpiskā leņķa vienībā* (sk. 24.1. att.):

$$I = d\Phi/d\Omega \quad (24.19)$$

Izotropa punktveida avota pilnā gaismas plūsma

$$\Phi = 4\pi I \quad (24.20)$$



24.5. att.

Neizotropa punktveida avota pilnā gaismas plūsma izsakāma šādi:

$$\Phi = \int_0^{4\pi} I d\Omega. \quad (24.21)$$

24.2.3. Gaismas avota virsmas spožums. Ja gaismas avota virsmas elementam dS (24.3. att.) virzienā, kas veido leņķi θ ar elementa normāli, ir stiprums dI , tad lielumu

$$B = dI / (dS \cos \theta) \quad (24.22)$$

sauc par gaismas avota spožumu šajā virzienā.

Tātad *gaismas avota virsmas spožums kādā virzienā ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar gaismas avota stiprumu, ko šajā virzienā rada gaismas avota virsma, kuras projekcijas laukums uz novērošanas virzienam perpendikulāras plaknes ir vienību liels.*

24.2.4. Virsmas apgaismojums. Virsmas apgaismojums ir fizikāls lielums, kas skaitliski vienāds ar gaismas plūsmu, kura krit uz virsmas laukuma vienību (sk. 24.1. att.):

$$E = d\Phi / dS. \quad (24.23)$$

Punktveida gaismas avots ar stiprumu I rada uz virsmas attālumā r no avota apgaismojumu

$$E = I \cos \alpha / r^2, \quad (24.24)$$

kur α — gaismas stara krišanas leņķis apskatāmajā punktā. So sakarību sauc par **L a m b e r t a l i k u m u**.

Tātad apgaismojums, ko rada punktveida gaismas avots, ir tieši proporcionāls gaismas avota stiprumam un staru krišanas leņķa kosinusam, bet apgriezti proporcionāls attāluma kvadrātam no gaismas avota līdz apgaismojamās virsmas punktam.

24.3. GAISMAS FOTOMETRISKO LIELUMU VIENĪBAS

Lai izveidotu gaismas fotometrisko lielumu vienību sistēmu, vienam no šiem lielumiem vienība jānosaka ar etalonu. Starptautiskajā vienību sistēmā tāds lielums ir gaismas avota stiprums. Izmantojot sakarību starp gaismas avota stiprumu un gaismas plūsmu, nosaka gaismas plūsmas vienību un to savukārt lieto pārējo gaismas fotometrisko lielumu vienību veidošanā.

Par gaismas avota stipruma vienību pieņem gaismas stiprumu, kuru dod $1/600\,000$ m² liela pilnā starotāja* virsma tai perpendikulārā virzienā, ja starotāja temperatūra ir vienāda ar platīna sacietēšanas temperatūru**, platinam atrodoties 101 325 Pa lielā spiedienā. Šī vienība ir **k a n d e l a** (cd).

* Pilnais starotājs ir īpaši izveidota iekārta («absolūti melns ķermenis»), kas dod visspēcīgāko termisko starojumu, kādu iespējams iegūt no ķermeņiem, kuri sakarsēti līdz temperatūrai T .

** Tā ir 2046,2 K.

Gaismas plūsmas vienība ir lūmens (lm). Lūmens ir tāda gaismas plūsma, ko izstaro izotropš gaismas avots vienu steradiānu lielā telpiskā leņķī, ja gaismas avota stiprums ir viena kandela (sk. formulu (24.19)).

Gaismas avota virsmas spožuma vienība ir kandela uz kvadrātmetru (cd/m^2). Gaismas avota virsmas spožums ir $1 \text{ cd}/\text{m}^2$, ja katrs redzamās virsmas normālprojekcijas kvadrātmetrs dod izraudzītajā virzienā vienu kandelu lielu gaismas stiprumu (sk. formulu (24.22)).

Virsmas apgaismojuma vienība ir lukss (lx). Vienu luksu liels ir tādas virsmas apgaismojums, uz kuras katru kvadrātmetru krīt vienmērīgi sadalīta vienu lūmenu liela gaismas plūsma (sk. formulu (24.23)).

A. VIĻŅU OPTIKA

Viļņu optika aplūko tās optiskās parādības, kuras var izskaidrot ar gaismas viļņu dabu. Gaismas viļņu teorija noskaidro arī tādas jau no ģeometriskās (staru) optikas pazīstamas parādības kā gaismas laušanu, atstarošanu, pilnīgo iekšējo atstarošanu u. c. Tomēr specifiskas gaismas viļņu parādības, kuras var izskaidrot tikai viļņu teorija un kuras iztirzāsim turpmākajās nodaļās (25. ... 28. nod.), ir gaismas interference, difrakcija, polarizācija, dubultlaušana, dispersija un absorbcija.

25. NODAĻA

GAISMAS INTERFERENCE

25.1. JEDZIENS PAR GAISMAS VIĻŅU INTERFERENCI UN KOHERENCI

Interference ir viļņiem raksturīga parādība. Visi viļņi neatkarīgi no to dabas (viļņi elastīgā vidē, viļņi uz šķidrums virsmas, elektromagnētiskie viļņi) var interferēt. Gaismas viļņu interferencei ir savas īpatnības, bet vispārīgie interference likumi ir vienādi visiem viļņiem.

Jau senatnē bija zināmas optiskas parādības (piem., Ņūtona grezdēni u. c.), kad uz kādas virsmas secīgi mainās apgaismojuma maksimumi un minimumi (interference joslas), t. i., gaismām pārklājoties, mainās gaismas enerģijas sadalījums. Šo maiņu nevar izskaidrot ģeometriskās optikas ietvaros. Gaismas interference ir viena no visnozīmīgākajām viļņu optikas parādībām — tā svarīga, lai izprastu daudzas optiskas parādības (arī gaismas atstarošanu, laušanu, difrakciju, optisko attēlu veidošanos), tai liela nozīme tehnikā. Interference metodes ir visprecīzākās daudz fizikālu lielumu mērīšanas metodes. Pēc šīm metodēm iespējams ļoti precīzi mērīt ķermeņu garumus, termiskos izplešanās koeficientus, plānu kārtiņu

biezumus, mazus leņķus, vielu gaismas laušanas koeficientus, kā arī izveidot ideālus dielektriskos spoguļus (bez absorbcijas), gaismas filtrus. Lietojot interferences metodi, var samazināt gaismas zudumus optiskajās sistēmās (optikas dzidrīnāšana), izveidot spektrālās ierīces ar ļoti augstu izšķiršanas spēju u. c. Interferences metožu iespējas vēl vairāk paplašina lāzeru starojuma izmantošana.

Par interferenci sauc divu vai vairāku viļņu pārklāšanos, kad vienos pārklāšanās apgabala punktos svārstības pastiprinās, citos — pavājinās atkarībā no to svārstību fāžu starpības, kuras pienāk šajos punktos, pie tam dotajos punktos pastiprināšanās vai pavājināšanās saglabājas nemainīga ainas novērošanai nepieciešamā laikā. Šis laiks atkarīgs no reģistrējošās ierīces (acs, fotoaparāta vai citas ierīces) īpašībām. Interferences apgabala punktus, kuros novērojama visspēcīgākā svārstību pastiprināšanās, sauc par *interferences maksimumiem*, bet punktus, kuros notiek vispilnīgākā svārstību savstarpējā dzēšana, — par *interferences minimumiem*. Protams, starp maksimumiem un minimumiem atrodas punkti, kuros secīgi novērojami visi starpstāvokļi starp svārstību maksimālu pastiprināšanos un pavājināšanos. Šāds rezultāts iespējams, ja viļņos svārstības notiek vienā virzienā un viļņi ir *koherenti*, t. i., viļņi darbojas saskaņoti.

Lai formulētu koherences nosacījumu, apskatīsim kādā telpas punktā divu viļņu radītās svārstības. So svārstību vienādojumi

$$x_1 = A_1 \cos \varphi_1(t) \text{ un } x_2 = A_2 \cos \varphi_2(t), \quad (25.1)$$

kur A_1 un A_2 — svārstību amplitūdas; $\varphi_1(t)$ un $\varphi_2(t)$ — svārstību fāzes. Gaismai A_1 un A_2 ir elektriskā lauka intensitātes vektoru \vec{E}_1 un \vec{E}_2 moduļi E_{01} un E_{02} . Rezultējošo svārstību amplitūdu A nosaka sakarība

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi(t), \quad (25.2)$$

kur $\Delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t)$ — svārstību fāžu starpība.

Gaismas svārstību amplitūdas kvadrāta vidējai vērtībai ir proporcionāli visi starojuma un gaismas fotometriskie lielumi — plūsma, spožums, apgaismojums utt. Taču interferences, difrakcijas un citos gadījumos bieži vien ir svarīgas tikai šo lielumu relatīvās vērtības (piemēram, mūs interesē relatīvais apgaismojuma sadalījums uz ekrāna). Tādēļ turpmāk lietosim terminu *gaismas intensitāte* un ar burtu I apzīmēsim jebkuru fotometrisko lielumu, kurš ir proporcionāls gaismas svārstību amplitūdas kvadrāta vidējai vērtībai.

Tā kā $I \sim A^2$, tad

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\varphi(t). \quad (25.3)$$

Šeit iespējami divi gadījumi.

A. Ja fāžu starpība $\Delta\varphi(t) = \text{const}$, tad arī intensitāte $I = \text{const}$, t. i., ikvienā telpas punktā P viļņu intensitāte ir laikā nemainīga. Šādas svārstības ir pilnīgi koherentas. Dažādos telpas punktos

intensitāte nav vienāda. Tā mainās no $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ (maksimumos) līdz $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ (minimumos). Interferenci var labi novērot, ja vien I_1 un I_2 nav ļoti atšķirīgi lielumi. Gadījumā, kad $I_2 = I_1$, intensitāte mainās no $I_{\max} = 4I_1$ līdz $I_{\min} = 0$.

B. Ja fāžu starpība $\Delta\varphi(t) \neq \text{const}$, tad arī intensitāte $I \neq \text{const}$, t. i., telpas punktā P viļņu intensitāte ir laikā mainīga. Lai intensitātes maiņai varētu izsekot, aparātam, kuru lieto novērošanā, jāreaģē pietiekami ātri. Apzīmēsim aparāta raksturīgo reakcijas laiku ar τ . To sauc arī par novērošanas laiku. Šāds aparāts uzrāda laika sprīdim τ atbilstošo vidējo intensitātes vērtību

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \Delta\varphi \rangle. \quad (25.4)$$

Lielums $\langle \cos \Delta\varphi \rangle$ var pieņemt dažādas vērtības intervālā no -1 līdz 1 atkarībā no laika sprīža τ ilguma un viļņu fāžu starpības izmaiņas rakstura. Ja $\langle \cos \Delta\varphi \rangle$ ievērojami atšķiras no nulles, interference ir novērojama, bet, ja šajā laika sprīdī fāžu starpība $\Delta\varphi$ strauji mainās (izmaiņas var būt gan regulāras, gan arī haotiskas), tad $\langle \cos \Delta\varphi \rangle = 0$ un

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2. \quad (25.5)$$

Sī sakarība ir spēkā visā viļņu pārklāšanās laukā, un interference nav novērojama.

Viļņi ir koherenti, un, tiem pārklājoties, novērojama interferences aina, ja novērošanas laikā τ viļņu fāžu starpība ikvienā telpas punktā paliek nemainīga vai arī mainās pietiekami maz, tā ka $\langle \cos \Delta\varphi \rangle$ ievērojami atšķiras no nulles.

Gaismas avotus, kuri darbojas «saskaņoti», t. i., izstaro koherentus viļņus, sauc par *koherentiem gaismas avotiem*. (Koherences jēdziens sīkāk analizēts 25.5. §.)

Sakarībā (25.4) saskaitāmo $2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \Delta\varphi \rangle$ sauc par interferences locekli. Jo lielāka ir reizinātāja $\langle \cos \Delta\varphi \rangle$ absolūtā vērtība interferences maksimumu un minimumu vietās, jo skaidrāka, kontrastaināka ir interferences aina. Kontrasts atkarīgs arī no interferējošo viļņu intensitāšu attiecības. Interferences ainas kontrasta raksturošanai izmanto A. Maikelsona ieteiktu lielumu

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (25.6)$$

Ievērojot sakarību (25.4), iegūst

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \Delta\varphi \rangle_{\max}}{I_1 + I_2}, \quad (25.7)$$

no kurienes redzams, ka *vislielākais kontrasts ($V=1$) ir interferences ainai, kuru rada pilnīgi koherenti viļņi ($\langle \cos \Delta\varphi \rangle_{\max} = 1$) ar vienādām intensitātēm ($I_1 = I_2$).*

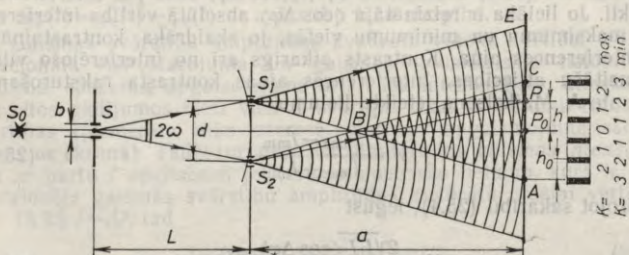
Parastie gaismas avoti (izņemot inducētā starojuma avotus — lāzerus) ir tādi, ka interference nav novērojama, ja kādu virsmu apgaismo ar diviem vai vairākiem avotiem. Virsmas apgaismojumam derīga formula (25.5). Tātad šādi gaismas viļņi un to avoti nav koherenti. Tas viegli saprotams. Kā zināms, gaismu izstaro atomi un molekulas, pie tam viens izstarošanas akts ilgst aptuveni $10^{-9} \dots 10^{-8}$ s. Šādu elementāru gaismas starotāju, kas ārēju faktoru iedarbībā tiek nemitīgi ierosināti un pēc tam spontāni izstaro, ir ārkārtīgi daudz, un to darbība nav savstarpēji saistīta. Tādēļ arī parastie gaismas avoti nav koherenti.

25.2. KOHERENTU GAISMAS VIĻŅU IEGŪŠANAS PAŅĒMIENI

Kā jau norādīts, dažādu atomu starojumi nav koherenti. Vēl vairāk. Pat viens un tas pats atoms izstaro nekoherentu gaismu. Tiešām, atoma starojums sastāv no laikā haotiski emitētām viļņu grupām jeb paketēm* (sk. 22.6.3. nodaļojumu), kas cita ar citu nav saistītas. Tādēļ interference ainu var iegūt, tikai sadalot vienu viļņu paketi divās daļās. Šīs daļas ir koherentas un pēc tam, ja tiek pārākta to pārklāšanās, interferē. Ir daudz dažādu paņēmieni koherentu gaismas viļņu iegūšanai. Apskatīsim dažus no tiem.

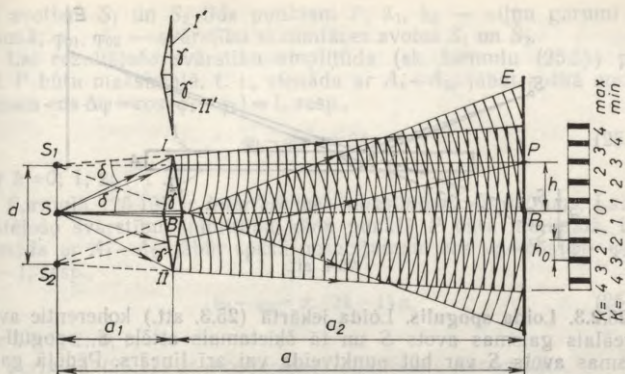
25.2.1. Janga dubultsprauga. Šādu iekārtu gaismas interference novērošanai pirmais 1807. gadā izmantojis angļu fiziķis *T. Jangs* (1773—1829). Janga dubultspraugu (25.1. att.) veido divas šauras spraugas S_1 un S_2 , kas novietotas paralēli nelielā attālumā d viena no otras.

Gaisma uz dubultspraugu krīt no spilgti apgaismotas spraugas S , kura savukārt paralēla dubultspraugai. Ejoj caur spraugām S_1 un S_2 , uz tām kritošā gaismas viļņa daļa difrakcijas dēļ paplašinās un aiz spraugām pārklājas. Saskaņā ar Heigensa principu spraugu S_1 un S_2 punkti ir jauni koherenti viļņu avoti, kuri darbojas vienādās



25.1. att.

* Viļņu pakete tiek izstarota vienā emisijas aktā. Tā kā šī akta ilgums ir aptuveni $10^{-9} \dots 10^{-8}$ s, tad vakuumā gaisma šajā laikā noiet 0,3...3 m lielu attālumu. Tas arī ir vienas paketes garums.

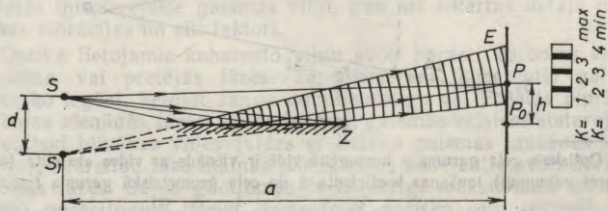


25.2. att.

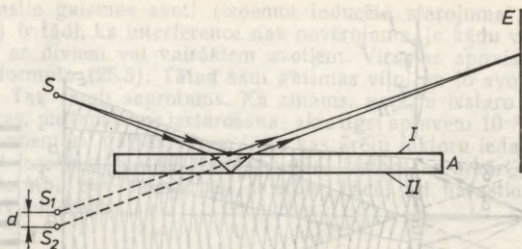
fāzēs. Tādēļ pārklāšanās apgabalā ABC novērojama interferences aina.

25.2.2. Frenela biprizma. Frenela biprizma B (25.2. att.) ir prizma ar četrām (vai trim) skaldnēm un diviem šauriem laužējleņķiem γ , kas parasti mazāki par 1° . Var uzskatīt, ka tā sastāv no divām vienādām trijstūra prizmām I un II ar kopā saliktiem pamatiem.

Ja prizmas B priekšā novietots gaismas avots S (tas var būt punktveida vai arī lineārs, piemēram, prizmas laužējšķautnei paralēla spilgti apgaismota šaura sprauga), tad staru kūlis, kas krīt uz prizmu I , lūst tajā un noliecas uz pamata pusi. Tā kā prizma ir plāna, tad visiem stariem ir vienāds nolieces leņķis δ un staru kūlis, palikdams homocentrisks (tā stari tāpat «iznāk» no viena, tikai tagad cita punkta), noliecas par šo leņķi. Tādēļ tālāk kūlis izplatās tā, it kā būtu iznācis no punkta S_1 — avota S šķietamā attēla. Savukārt stari, kas krīt uz prizmu II , aiz prizmas veido staru kūli, kas šķiet iznācis no punkta S_2 . Šķietamie avoti S_1 un S_2 ir koherenti, un no tiem izejošo staru kūļu pārklāšanās apgabalā var novērot interferenci.



25.3. att.



25.4. att.

25.2.3. Loida spogulis. Loida iekārtā (25.3. att.) koherentie avoti ir reālais gaismas avots S un tā šķietamais attēls S_1 spoguļī Z . Gaismas avots S var būt punktvēida vai arī lineārs. Pēdējā gadījumā to novieto paralēli spoguļa Z plaknei.

25.2.4. Pola iekārta. Pola iekārtas (25.4. att.) galvenā sastāvdaļa ir plāna plakanparalēla vizlas plāksnīte A . Koherentie gaismas avoti ir reālā avota S šķietamie attēli S_1 un S_2 , kas rodas, gaismai atstarojoties no abām plāksnītes virsmām.

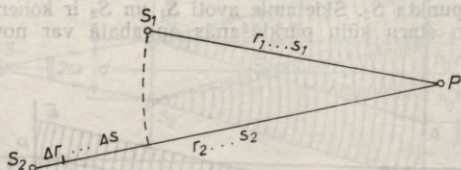
25.3. INTERFERENCES MAKSIMUMU UN MINIMUMU NOSACĪJUMI

Apskatīsim divus gaismas avotus S_1 un S_2 (25.5. att.). No tiem punktā P nonāk svārstības, kuru vienādojumi ir šādi:

$$x_1 = A_1 \cos \varphi_1 = A_1 \cos (\omega_1 t - 2\pi s_1 / \lambda_1 + \varphi_{01}); \quad (25.8)$$

$$x_2 = A_2 \cos \varphi_2 = A_2 \cos (\omega_2 t - 2\pi s_2 / \lambda_2 + \varphi_{02}), \quad (25.9)$$

kur x_1, x_2 — svārstību skaitliskās vērtības laika momentā t ; A_1, A_2 — svārstību amplitūdas; φ_1, φ_2 — svārstību fāzes laika momentā t ; ω_1, ω_2 — svārstību cikliskās frekvences; s_1, s_2 — optisko ceļu garumi*



25.5. att.

* Optiskais ceļa garums s homogēnā vidē ir vienāds ar vides absolūtā (attiecībā pret vakuumu) laušanas koeficienta \bar{n} un ceļa ģeometriskā garuma l reizinājumu, t. i., $s = \bar{n}l$. Ja stara ceļā vide nav homogēna, tad $s = \int \bar{n} dl$.

(1)

no avotiem S_1 un S_2 līdz punktam P ; λ_1, λ_2 — viļņu garumi va-
kuumā; $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ — svārstību sākumfāzes avotos S_1 un S_2 .

Lai rezultējošo svārstību amplitūda (sk. formulu (25.2)) pun-
ktā P būtu maksimālā, t. i., vienāda ar $A_1 + A_2$, jābūt spēkā nosacī-
jumam $\cos \Delta\varphi = \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 1$, resp.,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pm 2k\pi, \quad (25.10)$$

kur $k = 0; 1; 2; \dots$

Formula (25.10) ir *interferences maksimumu nosacījums*. Lai re-
zultējošo svārstību amplitūda kādā punktā P būtu minimālā, t. i.,
vienāda ar $A_1 - A_2$, jābūt spēkā nosacījumam $\cos \Delta\varphi = \cos(\varphi_1 - \varphi_2) =$
 $= -1$, resp.,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pm (2k - 1)\pi, \quad (25.11)$$

kur $k = 1; 2; 3; \dots$

Formula (25.11) ir *interferenču minimumu nosacījums*.

Koherences gadījumā jābūt izpildītai prasībai $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$. No
sakarībām (25.8) un (25.9) izriet, ka $\varphi_1 - \varphi_2 = (\omega_1 - \omega_2)t +$
 $+ 2\pi(s_2/\lambda_2 - s_1/\lambda_1) + (\varphi_{01} - \varphi_{02})$. Tā kā šī izteiksme satur $(\omega_1 - \omega_2)t$,
tad iepriekšējā prasība izpildāma tikai tad, ja $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, t. i., ja
pārklājas monohromatiski viļņi ar vienādām frekvencēm. Tādā gadi-
jumā arī $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ un

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Delta s/\lambda + (\varphi_{01} - \varphi_{02}), \quad (25.12)$$

kur $\Delta s = s_2 - s_1$ ir optisko ceļu garumu diference.

Ideāli monohromatiskam vilnim atbilst neierobežota garuma
sinusoidāls vilnis, tādēļ šajā gadījumā sākumfāžu starpība $\varphi_{01} - \varphi_{02}$
automātiski saglabājas laikā nemainīga. Reāli var novērot interfe-
renci nevis monohromatiskos viļņos, bet viļņos, kuru svārstību frek-
vences atrodas zināmā frekvenču intervālā $\Delta\omega$ (tiem atbilst ierobe-
žota garuma viļņu paketes). Tādēļ jāpanāk, lai sākumfāžu starpība
 $\varphi_{01} - \varphi_{02}$ nemainītos, jāizmanto īpaši paņēmieni (sk. 25.2. §) kohe-
rentu gaismas avotu izveidošanai.

Lai iegūtu labas kvalitātes interferences ainu, jānodrošina arī
optisko ceļu garumu diferences stabilitāte laikā. To var izjaukt gan
gaisa vai šķidrums plūsmas, gan termiskās fluktuācijas vidē, kurā
izplatās interferējošie gaismas viļņi, gan arī iekārtas detaļu mehā-
niskas vibrācijas un citi faktori.

Optikā lietojamie koherentu viļņu avoti parasti darbojas vai nu
vienādās, vai pretējās fāzēs. Tā, piemēram, koherentie gaismas
avoti, ko iegūst, lietojot Janga dubultspraugu vai Frenela biprizmu,
darbojas vienādās fāzēs. Loida iekārtā, gaismas viļņiem atstarojoties
no optiski blīvākas vides (vides ar lielāku gaismas laušanas koefi-
cientu), svārstību fāze mainās par π , tādēļ koherentie avoti darbojas
pretējās fāzēs. Sajos gadījumos ir lietderīgi maksimumu un mini-
mumu nosacījumus izteikt, izmantojot optisko ceļu garumu dife-
renci Δs .

Avotiem, kas darbojas vienādās fāzēs, sākumfāžu starpība $\varphi_{01} - \varphi_{02} = 0$. Tādēļ no sakarības (25.12) iegūst, ka $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Delta s/\lambda$, un interferences maksimumu un minimumu nosacījumus (25.10) un (25.11) var uzrakstīt šādi:

$$\Delta s = \pm k\lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \text{ kur } k=0; 1; \dots \text{ maksimumi}; \quad (25.13)$$

$$\Delta s = \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2}, \text{ kur } k=1; 2; \dots \text{ minimumi}. \quad (25.14)$$

Avotiem, kas darbojas pretējās fāzēs, sākumfāžu starpība $\varphi_{01} - \varphi_{02} = \pi$. Tādēļ no sakarības (25.12) iegūst, ka $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Delta s/\lambda + \pi$. Līdz ar to sakarība (25.13) ir interferences minimumu nosacījums, bet sakarība (25.14) — maksimumu nosacījums.

Daudzos praksē svarīgos gadījumos gaisma no koherentiem avotiem līdz interferences novērošanas punktam izplatās homogēnā vidē. Tad optisko ceļu garumu diferenci Δs viegli izteikt ar ģeometrisko ceļu garumu diferenci Δr , proti, $\Delta s = \bar{n}\Delta r$. Tādēļ nosacījumus (25.13) un (25.14) lieluma Δs vietā var rakstīt Δr , ja gaismas viļņa garumu vakuumā λ aizvieto ar gaismas viļņa garumu vidē λ_v , jo arī $\lambda = \bar{n}\lambda_v$, kur \bar{n} — vides absolūtais gaismas laušanas koeficients.

25.4. CEĻU GARUMU DIFERENCE UN INTERFERENCES AINAS RAKSTURS DIVU KOHERENTU PUNKTVEIDA GAISMAS AVOTU VAI LINEĀRU AVOTU GADĪJUMĀ

Aplūkosim, kā izteikt ģeometrisko ceļu garumu diferenci stariem, kas nākuši no diviem punktveida avotiem S_1 un S_2 (25.6. att. a) un interferē punktā P . Apzīmēsim ar burtu d attālumu starp avotiem S_1 un S_2 , ar a — attālumu AO no avotiem līdz ekrānam E , kas novietots paralēli nogrieznim S_1S_2 . Taisne AO perpendikulāra nogrieznim S_1S_2 un ekrāna plaknei, pie tam $S_1A = S_2A$. Izraudzīsimies uz ekrāna kādu punktu P tā, lai līnija OP būtu paralēla S_1S_2 , un apzīmēsim $OP = h$; $S_1P = r_1$ un $S_2P = r_2$. Novilksim no punkta P taisnei AO paralēlu taisni PB un no trijstūriem S_1PB un S_2PB izteiksim r_1^2 un r_2^2 . No sakarībām $r_1^2 = a^2 + \left(\frac{d}{2} - h\right)^2$ un $r_2^2 = a^2 + \left(\frac{d}{2} + h\right)^2$ izriet, ka $r_2^2 - r_1^2 = 2dh$ jeb $(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2dh$. Tā kā $r_2 - r_1 = \Delta r$, bet $r_2 + r_1 \approx 2a$ (ievērojot, ka $a \gg d$), iegūst

$$\Delta r = dh/a. \quad (25.15)$$

Tātad interferences maksimumi (gaisma) un interferences minimumi (tumsa vai visvairāk pavājināta gaisma) uz ekrāna novērojama tajos punktos, kuros spēkā sakarības

$$dh/a = \pm 2k\lambda_v/2; \quad (25.16)$$

$$dh/a = \pm (2k-1)\lambda_v/2, \quad (25.17)$$

t. i., maksimumi un minimumi ar kārtas numuru k novērojami tajos ekrāna punktos, kuru attālumus h_k no punkta O nogriežnim S_1S_2 paralēlā virzienā nosaka formulas

$$h_k = \pm 2k(a/d)\lambda_v/2; \quad (25.18)$$

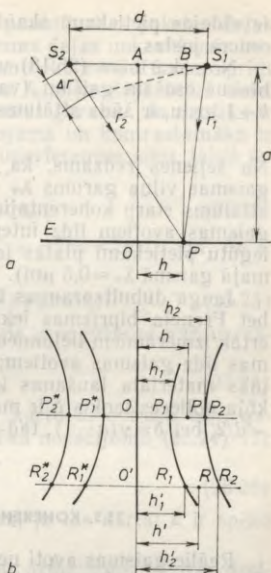
$$h_k = \pm (2k-1)(a/d)\lambda_v/2. \quad (25.19)$$

25.6. attēlā b parādīti daži tādi punkti: O, P_1, P^*_1, P_2 un P^*_2 , kuros $\Delta r=0$; λ_v ; $-\lambda_v$; $2\lambda_v$; $-2\lambda_v$, t. i., $h_k=0$; $(a/d)\lambda_v$; $-(a/d)\lambda_v$; $2(a/d)\lambda_v$ un $-2(a/d)\lambda_v$. Tajos novērojami maksimumi, ja gaismas avoti darbojas vienādās fāzēs, vai minimumi, ja avoti darbojas pretējās fāzēs (sk. 25.3. §).

Ja kāda cita taisne, kas novilkta caur punktu A perpendikulāri nogriežnim S_1S_2 , bet nav perpendikulāra ekrāna plaknei, krusto ekrānu punktā O' , tad nogriežnis $AO'=a'>a$. Punkta O' attālumi no S_1 un S_2 ir vienādi, t. i., $\Delta r'=0$. Aplūkojot kādu ekrāna punktu R , kas atrodas attālumā h' no punkta O' uz nogriežnim S_1S_2 paralēlas taisnes $O'R$, līdzīgi kā iepriekš var noskaidrot, ka $\Delta r'=dh'/a'$. Lai $\Delta r'$ būtu vienāds ar $\lambda_v, 2\lambda_v, \dots, k\lambda_v$, nogriežņiem h'_1, h'_2, \dots, h'_k jābūt attiecīgi lielākiem par h_1, h_2, \dots, h_k , jo $a'>a$. No tā var secināt, ka *interferences aina, kas izveidojas uz ekrāna, sastāv no centrālās taisnās interferences joslas OO' un vairākām liektām joslām $P_1R_1, P^*_1R^*_1, P_2R_2, P^*_2R^*_2, \dots$, kuru izliekumi vērsti uz taisnes OO' pusi. Liektās interferences joslas ir hiperbolas. Tiešām, telpā punkti, kuru attālumu starpība no diviem fiksētiem punktiem S_1 un S_2 ir konstanta ($r_2-r_1=\text{const}$), veido hiperboloīdu. Tā šķēlums ar ekrāna plakni ir hiperbola.*

Ja $a \gg d$, tad interferences joslu izliekums taisnes OP punktu tuvumā ir ļoti mazs un tās var uzskatīt par paralēlu taisņu nogriežņiem.

Praksē interferences ainu iegūšanai ļoti bieži lieto nevis punktuveida avotus, bet divus savstarpēji paralēlus un pie tam arī ekrāna plaknei paralēlus lineārus koherentus gaismas avotus, piemēram, izmanto Janga dubultspraugu vai Frenela biprizmu. Tad rezultējošā interferences aina veidojas, pārklājoties daudzu koherentu punktu pāru interferences ainām. Atsevišķās interferences ainās cita attiecībā pret citu ir nobīdītas taisnes OO' virzienā. To centrālās taisnās joslas sakrīt un veido rezultējošās ainas centrālo taisno joslu. Tāpat maz liektajām atsevišķo ainu hiperboliskajām joslām pārklājoties,



25.6. att.

izveidojas pietiekami skaidras taisnas savstarpēji paralēlas interferences joslas.

No sakarībām (25.18) un (25.19) izriet, ka starp jebkurām divām blakus esošām gaišām (vai tumšām) joslām, piemēram, starp k un $k+1$ joslu, ir šāds attālums:

$$h_0 = (a/d)\lambda_v. \quad (25.20)$$

No šejienes redzams, ka interferences ainu nosaka interferējošās gaismas viļņa garums λ_v un interferences iekārtas parametri: d — attālums starp koherentajiem gaismas avotiem un a — attālums no gaismas avotiem līdz interferences ainas novērošanas plaknei. Lai iegūtu pietiekami platas joslas, jāņem $a \gg d$, jo λ_v ir mazs (redzamajā gaismā $\lambda_v \approx 0,5 \mu\text{m}$).

Janga dubultspraugas iekārtā attālumus d un a var izmērīt tieši, bet Frenela biprizmas iekārtā lielumu d izdevīgi izteikt ar citiem ērtāk izmērāmiem lielumiem: a_1 , γ un n , kur a_1 — attālums no biprizmas līdz gaismas avotiem; γ — biprizmas laužējleņķis; n — biprizmas materiāla laušanas koeficients. Ja caur prizmu izejošā staru kūļa nolieces leņķis δ ir mazs, tad var rakstīt $S_1S = a_1\delta$. Tā kā $S_1S = d/2$, bet $\delta = \gamma(n-1)$, tad iegūst

$$d = 2a_1\gamma(n-1). \quad (25.21)$$

25.5. KOHERENCE LAIKĀ UN KOHERENCE TĒLPĀ

Reālie gaismas avoti nekad nedod ideāli monohromatisku gaismu. Pat vienai spektrāllīnijai, kuru raksturo ar viļņa garumu λ (vai frekvenci ω), atbilst zināms viļņa garumu λ (vai frekvenču ω) intervāls $\Delta\lambda$ (vai $\Delta\omega$), kur λ (vai ω) ir šī intervāla viduspunkts. Tāpat reālie gaismas avoti nav arī punktveida avoti, to izmēri ir galīgi. Šie apstākļi ietekmē interferences veidošanos. Tāpēc jāformulē daži jauni jēdzieni, kurus izmanto, aplūkojot reālo gaismas avotu radīto interferenci.

25.5.1. Koherence laikā. Kā zināms, ideāli monohromatiskai gaismai atbilst telpā un laikā neierobežots sinusoidāls vilnis. Tādu varētu dot elementārais starotājs (atoms, molekula), ja arī izstarošanas akta ilgums būtu neierobežots. Patiesībā izstarošanas akta ilgums ir ļoti mazs ($\approx 10^{-8}$ s), tādēļ izstarotā viļņa garums ir ierobežots. Kā pierāda matemātika, šādu galīga garuma viļņu paketi var uzskatīt par dažādu frekvenču monohromatisku viļņu summu, pie tam šo viļņu frekvences grupējas ap kādu vērtību ω zināmā intervālā $\omega - \Delta\omega/2$, $\omega + \Delta\omega/2$. Jo īsāka pakete, jo plašāks tai atbilstošo frekvenču intervāls $\Delta\omega$. Var teikt arī otrādi — jo nemonohromatiskāka ir gaisma, jo īsāks ir šīs gaismas viļņu paketes.

Ja interferences iekārtās viena viļņu pakete tiek sadalīta divās daļās, kuras vēlāk sastopoties interferē, tad šo daļu noiето optisko ceļu garumu differencei Δs jābūt mazākai nekā paketes garums l , t. i., $\Delta s < l$, citādi šīs daļas vairs nepārklāsies. Pārklāsies viena paketes daļa ar kādas citas paketes daļu, bet, tā kā emisijas haotiskā rakstura dēļ šo daļu fāzu starpība laikā mainās, tad interference ne-

būs novērojama. Lai apskatāmajā telpas punktā abas paketes daļas sastaptos un kaut daļēji pārklātos, tad vienas daļas nokavēšanās laikam τ_{koh} attiecībā pret otru jābūt mazākam nekā $\tau = l/c$. Laika sprīdi τ_{koh} sauc par *koherences laiku*. Attālumu l_{koh} , ko šajā laikā noiet gaismas vilnis vakuumā, sauc par *koherences garumu*. Jo mazāks ir Δs salīdzinājumā ar l_{koh} , jo labāk novērojama un kontrastaināka ir interferences aina. Tādēļ, lai iegūtu labu interferences ainu, jābūt izpildītam nosacījumam

$$\Delta s \ll l_{\text{koh}}, \text{ resp.}, \Delta s \ll c\tau_{\text{koh}}. \quad (25.22)$$

Teorija pierāda, ka $\tau_{\text{koh}} = 1/\Delta\omega$. Tā kā $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$ un $\Delta\omega = -2\pi c\Delta\lambda/\lambda^2$, tad iegūst, ka

$$\tau_{\text{koh}} = \lambda^2/(2\pi c\Delta\lambda) \text{ un } l_{\text{koh}} = \lambda^2/(2\pi\Delta\lambda). \quad (25.23)$$

Nosacījumu (25.22) labas interferences ainas iegūšanai var uzrakstīt šādi:

$$\Delta s \ll \lambda^2/(2\pi\Delta\lambda). \quad (25.24)$$

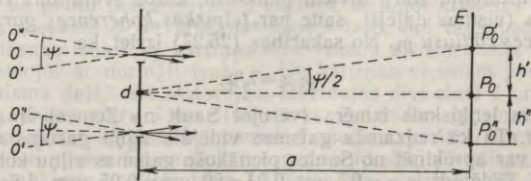
Lai iegūtu interferences maksimumus ar kārtu k , optisko ceļu garumu diferencei Δs jābūt vienāgai ar $k\lambda$. Tad nosacījumu (25.24) var izteikt šādi:

$$k \ll \lambda/(2\pi\Delta\lambda). \quad (25.25)$$

Tātad interferences aina ir pietiekami laba, ja tās kārtai k ir spēkā nosacījums (25.25).

Ja interferences ainu iegūst, piemēram, izmantojot nātrija dzelteni gaismu, kura sastāv no divām līnijām, kas atbilst viļņa garumiem $\lambda_1 = 589,0$ nm un $\lambda_2 = 589,6$ nm, tad vidējais lietotās gaismas viļņa garums $\lambda = 589,3$ nm, bet viļņa garumu intervāls $\Delta\lambda = 0,6$ nm. No formulām (25.24) un (25.25) izriet, ka $\Delta s \ll 0,1$ mm un $k \ll 160$. Kā redzams, laba interferences aina iegūstama, ja optisko ceļu garumu diference Δs nepārsniedz dažas milimetra simtdaļas un tam atbilstoši interferences kārtā nepārsniedz dažus desmitus. Gadījumā, kad tiek lietota gaisma ar viļņa garumu $\lambda = 600$ nm un intervāls $\Delta\lambda = 20$ nm (piemēram, ar filtru izdalot to no nepārtraukta spektra), iegūst, ka $\Delta s \ll 3$ μm un $k \ll 5$, resp., iespējams iegūt tikai dažas interferences joslas.

25.5.2. Koherence telpā. Šī jautājuma noskaidrošanai aplūkosim Janga dubultspraugu (25.7. att.), kuru apgaismo galīga izmēra gais-



25.7. att.

mas avots. Pieņemsim, ka avota leņķiskais izmērs spraugām perpendikulārā plaknē, ja vēro šo avotu no Janga dubultspraugas, ir ψ . Uzskatīsim, ka avots ir pietiekami monohromatisks, t. i., tā koherence laikā ir pietiekama, lai iegūtu labu interferences ainu. Gaismas viļņi, kas nāk no avota centrālās daļas O , veido uz ekrāna nulltās kārtas maksimumu punktā P_0 . No gaismas avota malas O' vai O'' nākošie gaismas viļņi veido uz ekrāna nulltās kārtas maksimumus punktos P'_0 un P''_0 , attālumā h' un $h''=h'$ no punkta P_0 . Nulltās kārtas maksimumi, kurus rada no citiem gaismas avota punktiem nākošie viļņi, novietojas starp punktiem P'_0 un P''_0 . Līdzīgs maksimumu izvietojums veidojas arī $\pm 1, \pm 2 \dots$ kārtas interferences joslām. Tā kā gaismas avota atsevišķas daļas izstaro viļņus, kuru fāzes nav savstarpēji saistītas, tad uz ekrāna vienkārši summējas aprakstīto interferences ainu intensitātes. Ja avota malu veidoto interferences ainu nobīde h' ir maza salīdzinājumā ar interferences joslas platumu h_0 , t. i., ja $h' \ll h_0$, tad rezultējošā interferences aina ir skaidri saskatāma. Ja turpretī nobīde h' kļūst vienāda ar $h_0/2$, tad vietās, kur avota centrālā daļa veido maksimumus, tā malas dod minimumus, — un otrādi. Tādēļ ekrāns ir vienmērīgi apgaismots, interferences aina pilnīgi izzūd.

Parasti uzskata, ka interferences aina vēl ir pietiekami laba, ja nobīde $h' \leq h_0/4$. No 25.7. attēla redzams, ka $h' = a\psi/2$.

Ievērojot sakarību (25.20), iegūst nosacījumu

$$\psi \leq \lambda/(2d), \quad (25.26)$$

kas rāda, kādi drīkst būt avota izmēri, lai ar doto dubultspraugu varētu iegūt interferences ainu. Izmantojot šo pašu nosacījumu, var noteikt, kādam jābūt attālumam d starp dubultspraugām, lai varētu iegūt interferences ainu, ja lielumi λ un ψ ir fiksēti. No sakarības (25.26) izriet, ka attālums starp dubultspraugām

$$d \leq \lambda/(2\psi). \quad (25.27)$$

Ja attālums d kļūst lielāks nekā $\lambda/(2\psi)$, tad interferences aina grūti novērojama, bet, ja $d = \lambda/\psi$, tā pilnīgi izzūd. Tas liecina, ka uz virsmas, kurā atrodas Janga dubultsprauga, dažādās tās vietās no galīga izmēra viļņu avota pienākošās svārstības nav vienas koherentas, ja starp šīm vietām attālums $d \geq \lambda/\psi$. Tikai tās svārstības, kas notiek pietiekami tuvos punktos, ir koherentas. Tā ir *koherence telpā*. Lielāko attālumu starp diviem punktiem, kuros svārstības vēl ir koherentas (vismaz daļēji), sauc par *telpiskās koherences garumu* jeb *koherences rādiusu* ρ_{K} . No sakarības (25.27) izriet, ka

$$\rho_{\text{Koh}} \approx \lambda/\psi. \quad (25.28)$$

Saules leņķiskais izmērs (vērojot Sauli no Zemes) ir aptuveni 0,01 rad. Tā kā redzamās gaismas vidējais viļņa garums aptuveni 0,5 μm , var aprēķināt no Saules pienākošo gaismas viļņu koherences rādiusu. Tādējādi $\rho_{\text{Koh}} = 0,5 \mu\text{m}/0,01 = 50 \mu\text{m} = 0,05 \text{ mm}$. Lāzeru starojums turpretī ir koherents visā staru kūļa šķērsgrīzumā.

Telpas daļu, kurā viļņi ir aptuveni koherenti, sauc par *koherences tilpumu*. Tā izmērus aptuveni var novērtēt, reizinot koherences garumu ar koherences rādiusa kvadrātu.

25.5.3. Interferences apertūra. Interferences iekārtu raksturošanai ļoti svarīgs lielums ir interferences apertūra 2ω . Tas ir leņķis (sk. 25.1. att.), kādā no gaismas avota viena punkta iziet stari, kuri pēc tam sastopas kādā interferences lauka punktā, piemēram, punktā P . Dažādiem interferences lauka punktiem apertūra var būt dažāda. Janga dubultspraugas un Frenela biprīzmas (sk. 25.2. att.) gadījumā apertūra ir gandrīz nemainīga, bet Loida spogulim (sk. 25.3. att.) un Pola iekārtai (sk. 25.4. att.) apertūra pieaug, palielinoties attālumam no spoguļa (plāksnītes) plaknes.

Nosacījumu (25.26), kas rāda, kādi drīkst būt gaismas avota izmēri, lai varētu iegūt interferences ainu, var izteikt arī citādi, izmantojot interferences apertūru. Ja b — gaismas avota platumš (25.8. att.); d — attālumš starp spraugām; L — gaismas avota attālumš no dubultspraugas, tad, ņemot vērā, ka ψ un 2ω ir mazi leņķi, var rakstīt $\psi = b/L$ un $2\omega = d/L$. No tā izriet, ka $\psi = 2\omega b/d$. Izmantojot sakarību (25.26), iegūst

$$b \leq \lambda / (4\omega); \quad (25.29)$$

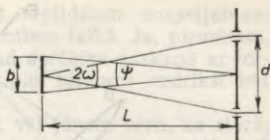
$$b\omega \leq \lambda / 4. \quad (25.29')$$

Ja leņķis ω nav mazs, tad iepriekšējās sakarībās ω vietā jālieto $\sin \omega$.

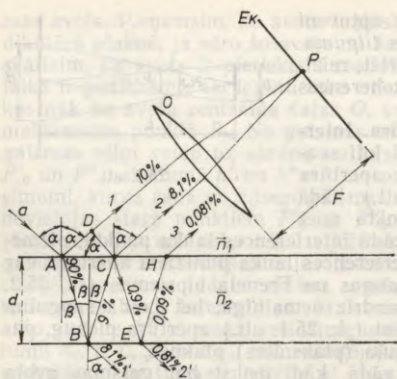
25.6. NO PLĀNĀM KĀRTIŅĀM ATSTAROTĀS GAIŠMAS INTERFERENCE

Kā jau norādīts (25.2. §), plāna vizlas plāksnīte noder interferences iegūšanai (Pola iekārta). Tiešām, gaismas viļņim krītot uz plānu caurspīdīgu plāksnīti, tas atstarojas no abām plāksnītes virsmām un rodas divi viļņi, kuri zināmos apstākļos var interferēt. Analizēsim sīkāk interferenci, kas rodas, gaismai atstarojoties no plānām kārtiņām.

25.6.1. Plakanparalēla kārtiņa. Apskatīsim staru a (25.9. att.), kas krīt uz plānu plakanparalēlu kārtiņu, veidojot krišanas leņķi α . Kārtiņas biezums d . Ja laušanas leņķis ir β , tad tāds pats ir arī stara krišanas leņķis uz kārtiņas otru virsmu un stars iziet no kārtiņas, veidojot ar normāli leņķi α . Uz kārtiņas virsmām punktos A un B gaisma daļēji arī atstarojas. Izveidojas divi stari 1 un 2. Varētu vēl aplūkot staru 3 un citus starus, kas rodas, gaismai vairākkārt atstarojoties kārtiņā, bet parasti to nedara, jo šādu staru intensitāte ir ļoti maza. Gaismai krītot perpendikulāri uz stiklu, kuram gaismas laušanas koeficients ir 1,5, atstarojas aptuveni 4% krītošās gaismas. Krišanas leņķim pieaugot, atstarotās gaismas intensitāte



25.8. att.



25.9. att.

arī nedaudz palielinās. Tā, piemēram, ja krišanas leņķis $\alpha = 65^\circ$, atstarojas aptuveni 10% krītošās gaismas. Un tikai leņķim α tuvojoties 90° , atstarotās gaismas intensitāte strauji pieaug, sasniedzot 100%. Pieņemsim, ka kādam krišanas leņķim α atbilst 10% liela atstarotās gaismas intensitāte. Tad intensitātes sadalījums staros, kas radušies no viena krītoša stara a , ir šāds: $AB - 90\%$; $1 - 10\%$; $1' - 81\%$; $BC - 9\%$; $2 - 8,1\%$; $CE - 0,9\%$; $2' - 0,81\%$; $EH - 0,09\%$; $3 - 0,081\%$. Tātad, ja α ne-

pārsniedz 65° , tad stara 3 intensitāte ir vismaz 100 reizu mazāka nekā stara 2 intensitāte. Tāpat krasi atšķiras arī caur kārtiņu izgājušo staru $1'$ un $2'$ intensitātes un šo staru interference ir ar mazu kontrastu $V \leq 0,2$ (sk. formulu (25.7)). Tādēļ ir vērts apskatīt tikai atstarotos starus 1 un 2, kuru intensitātes maz atšķiras.

Optiskā ceļa garums, ko noiet paralēlie stari no plaknes DC līdz krustpunktam bezgalībā vai lēcas (objektīva) O fokālajā plaknē, visiem stariem ir vienāds (tautohronisms). Tādēļ stariem 1 un 2 sastopoties, to fāžu starpība ir tāda pati kā punktos D un C . Lai noskaidrotu šo fāžu starpību, noteiksim staru 1 un 2 optisko ceļu garumu diferenci Δs . Stars 2 no punkta A līdz punktam C un stars 1 no punkta A līdz punktam D noiet ceļus, kuru optiskie garumi $s_2 = \bar{n}_2(AB + BC)$ un $s_1 = \bar{n}_1 AD$, kur \bar{n}_2 un \bar{n}_1 — plānās kārtiņas materiāla un vides (piem., gaisa) absolūtie laušanas koeficienti. No 25.9. attēla izriet, ka $AB + BC = 2AB = 2d/\cos \beta$ un $AD = AC \sin \alpha = 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha$. Tā kā $\sin \alpha = (\bar{n}_2/\bar{n}_1) \sin \beta$, tad $AD = 2d(\bar{n}_2/\bar{n}_1) \operatorname{tg} \beta \sin \beta$ un optisko ceļu garumu diference $\Delta s = s_2 - s_1 = 2d\bar{n}_2/\cos \beta - 2d\bar{n}_2 \sin^2 \beta/\cos \beta = (2d\bar{n}_2/\cos \beta)(1 - \sin^2 \beta) = 2d\bar{n}_2 \cos \beta$ jeb

$$\Delta s = 2d\bar{n}_2 \cos \beta. \quad (25.30)$$

Ertāk nosakāms nevis laušanas leņķis β , bet gan krišanas leņķis α , tādēļ formulā (25.30) aizvietosim β ar α . Šajā nolūkā var rakstīt: $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \bar{n}_1^2 \sin^2 \alpha / \bar{n}_2^2} = (1/\bar{n}_2) \sqrt{\bar{n}_2^2 - \bar{n}_1^2 \sin^2 \alpha}$. Tātad

$$\Delta s = 2d\sqrt{\bar{n}_2^2 - \bar{n}_1^2 \sin^2 \alpha}; \quad (25.31)$$

$$\Delta s = 2d\bar{n}_1 \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}, \quad (25.32)$$

kur n_{21} — kārtiņas relatīvais laušanas koeficients.

Lai stari 1 un 2 interferētu, jābūt izpildītam nosacījumam (25.24), t. i., viļņiem 1 un 2 jābūt koherentiem laikā. Ja, piemēram, viļņa garums $\lambda = 500$ nm un $\Delta\lambda = 2$ nm, tad aprēķins saskaņā ar formulām (25.24) un (25.32) rāda, ka kārtiņas biežums nedrīkst būt lielāks par dažiem mikrometriem.

Nosakot fāžu starpību stariem 1 un 2, vēl jāņem vērā, ka starā, kurš atstarojas no optiski blīvākas vides, t. i., vienā no punktiem A vai B, svārstību fāze lēciņveidā mainās par π . Tādēļ

$$\Delta\varphi = (\Delta s/\lambda)2\pi + \pi, \quad (25.33)$$

kur λ — gaismas viļņa garums vakuumā. Pēc nosacījumiem (25.10) un (25.11), redzams, ka stari 1 un 2 veido interferences maksimumus, ja $\Delta s = \pm(2k-1)\lambda/2$, un minimumus, ja $\Delta s = \pm 2k\lambda/2$. Izmantojot Δs izteiksmi (25.32), var uzrakstīt maksimumu un minimumu nosacījumu.

Maksimumu nosacījums

$$2d\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} = \pm(2k-1)\lambda_v/2, \text{ ja } k=1; 2; \dots; \quad (25.34)$$

minimumu nosacījums

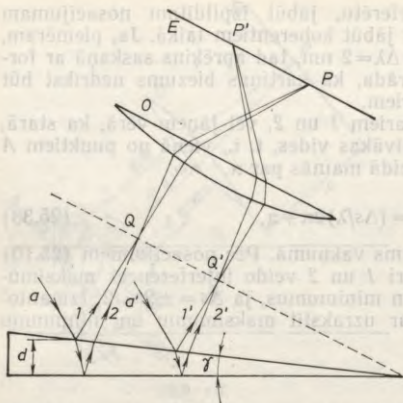
$$2d\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} = \pm 2k\lambda_v/2, \text{ ja } k=0; 1; 2; \dots \quad (25.35)$$

Sajās formulās $\lambda_v = \lambda/\bar{n}_1$ ir gaismas viļņa garums vidē, kurā atrodas kārtiņa.

No katra stara, kas krīt uz kārtiņu paralēli staram a , rodas koherentu staru pāris ar tādu pašu fāžu starpību $\Delta\varphi$, kāda ir stariem 1 un 2. Punktā P , kurā paralēlos starus savāc objektīvs O , visi šādu staru pāri dod vienādu, fāžu starpībai $\Delta\varphi$ atbilstošu rezultātu. Citi stari, kas nav paralēli staram a , bet kuriem ir tāds pats krišanas leņķis α , dod tādu pašu interferences rezultātu citos objektīva galvenās fokālās plaknes punktos. Visi kopā šie punkti, kuros interferē koherenti stari ar vienādu fāžu starpību, veido līniju. *Katram krišanas leņķim α , bet dažādiem staru krišanas virzieniem atbilst viena noteikta interferences līnija.* No šādām līnijām, kurās fāžu starpība pakāpeniski mainās no 0 līdz π , 2π , ..., veidojas *interferences joslas*. Tā kā visos vienas interferences līnijas punktos pienāk gaisma no stariem, kuriem vienāds krišanas leņķis, tad šādas interferences joslas sauc par *vienāda slīpuma joslām*.

No iepriekšējā apskata kļūst saprotams, — lai iegūtu vienāda slīpuma interferences joslas, kārtiņu var apgaismot gan no punktvēda gaismas avota, gan arī no plaša izkļiedētas gaismas avota. Nav nepieciešams, lai gaisma būtu koherenta telpā, jo katrs interferējošo koherento staru pāris veidojas no viena krītoša stara, t. i., no viena viļņu virsmas punkta.

Katru interferences ainas punktu apgaismo stari, kas krīt uz objektīvu paralēlā kūlī. Lai varētu novērot vienāda slīpuma interferences joslas, ekrāns jānovieto objektīva galvenajā fokālajā plaknē. Tieši tāpat jānovieto ekrāns, lai uz tā iegūtu bezgalīgi tāla priekš-



25.10. att.

starotie stari 1 un 2 nav paralēli, un tie krustojas kādā punktā Q . Ja ķīļa leņķis γ ir mazs, tad optisko ceļu garumu diferenci Δs pietiekami precīzi var aprēķināt, izmantojot formulu (25.32). Attālums d ir kārtiņas biežums stara krišanas punktā. Lai stari 1 un 2 interferētu, jābūt izpildītam nosacījumam (25.24) (koherence laikā). Stari $1'$ un $2'$, kas rodas no staram a paralēla stara a' , krustojas punktā Q' . Var pārliecināties, ka ikviens staru pāris, kas rodas no kāda staram a paralēla stara, gaismai atstarojoties no kārtiņas, krustojas plaknē QQ' . Katra interferences līnija veidojas, interferējot stariem, kas atstarojušies no tām vietām, kurās kārtiņai ir vienāds biežums. Tādēļ šādas interferences joslas, kuras iegūst, ja apgaismo mainīga biežuma kārtiņu ar paralēliem stariem, sauc par *vienāda biežuma interferences joslām*. Plakans ķīlis dod ķīļa lauzējšķautnē paralēlas interferences joslas. Vienāda biežuma interferences joslām var būt arī citāda forma. To nosaka kārtiņas biežuma maiņas raksturs. Piemēram, plānajā kārtiņā, kas veidojas starp plakni un sfērisku virsmu, interferences joslas ir koncentriski gredzeni (Ņūtona gredzeni).

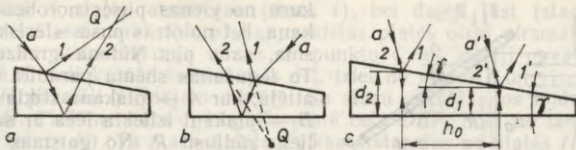
Vienāda biežuma interferences joslas lokalizētas plānās kārtiņas tuvumā. Ķīļveida kārtiņā (25.11. att.) atkarībā no gaismas krišanas virziena interferences joslas var atrasties gan vienā, gan otrā kārtiņas pusē, gan arī tieši uz kārtiņas virsmas.

Šāda pilnīgi noteikta interferences ainas lokalizācija vienā plaknē, kuras stāvokli nosaka ķīļveida kārtiņu apgaismojošo paralēlo staru krišanas virziens, pastāv tikai tad, ja krītošā gaisma nav koherenta telpā. Tiešām, līdz šim aplūkojām tikai to atstaroto staru pārklāšanos, kuri radušies no viena krītoša stara. Taču pārklāties var arī stari, kas radušies, atstarojoties dažādiem krītošajiem sta-

meta attēlu. Tādēļ saka, ka *vienāda slīpuma interferences joslas lokalizētas bezgalībā*. Vienāda slīpuma interferences joslas var novērot arī bez objektīva un ekrāna, ja akomodē aci uz bezgalību.

Interferences maksimumu novietojums atkarīgs no gaismas viļņa garuma. Ja apgaismo kārtiņu ar baltu gaismu, izveidojas savstarpēji nobīdītu (dažādiem λ) interferences joslu sistēma un novērojama krāsaina interferences aina.

25.6.2. Ķīļveida kārtiņa. No plānas ķīļveida kārtiņas (25.10. att.) at-



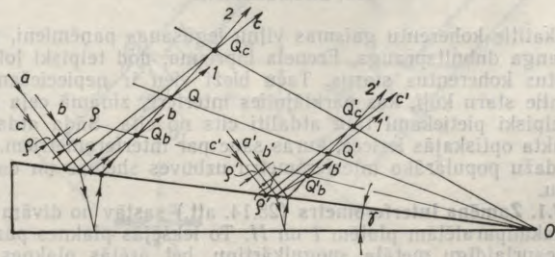
25.11. att.

riem (25.12. att.). Piemēram, pēc atstarošanās no kārtiņas augšējās virsmas stari b un c krustojas ar staru 2 punktos Q_b un Q_c , pie tam Q_b ir tuvāk kārtiņai nekā punkts Q , bet Q_c — tālāk no kārtiņas. Ja staru b un c attālums ρ no stara a nav lielāks par krītošās gaismas koherences rādiusu ρ_{Koh} , tad punktos Q_b un Q_c , kā arī starp tiem novērojama interference. Kā redzams 25.12. attēlā, punktos Q'_b un Q'_c novērojama interference, ja gaismas koherences rādiuss nav mazāks par ρ' . Taču $\rho' < \rho$, un tas nozīmē, — ja tuvojās pa plakni $Q_b Q'_b$ ķīļa virsotnei O , interference novērošanas apstākļi uzlabojas. Tādēļ var gadīties, ka kādā plaknē ķīļa virsotnes tuvumā interference aina ir novērojama, bet tālāk no ķīļa virsotnes tā izzūd. Jo lielāks ir krītošās gaismas koherences rādiuss, jo plašākā apgabalā novērojama interference. Apgaismojot ķīli ar lāzera gaismu, var panākt, ka gaismas koherences rādiuss pārsniedz ķīļa izmērus un interference aina novērojama jebkurā attālumā no ķīļa.

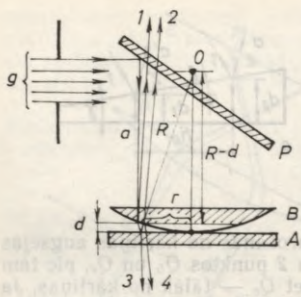
Ja ķīļveida kārtiņu apgaismo ar baltu gaismu, veidojas krāsaina interference aina.

Vienāda slīpuma un vienāda biezuma interference joslas, kas veidojas, ja interferē no plānām kārtiņām atstarotā gaisma, ir divi robežgadījumi. Praksē bieži sastopami sarežģītāki gadījumi, kad interference joslas nav ne vienāda slīpuma, ne arī vienāda biezuma joslas, piemēram, interference aina, kas veidojas, ja gaisma atstarojas no plānas, uz mitra asfalta izplūdušas eļļas kārtiņas.

25.6.3. Ņūtona gredzeni. Vienāda biezuma interference joslas, kas rodas, gaismai atstarojoties no plānas mainīga biezuma kārtiņas,



25.12. att.



25.13. att.

rādiusu r . Kārtiņas biezumu d var izteikt ar rādiusiem R un r . Saskaņā ar Pitagora teorēmu $r^2 + (R-d)^2 = R^2$ jeb $r^2 - 2Rd + d^2 = 0$. Tā kā $r \ll R$, tad arī $d \ll R$ un $d = r^2/(2R)$, bet

$$\Delta s = r^2/R. \quad (25.36)$$

Atbilstoši nosacījumiem (25.34) un (25.35) iegūst

$$r_g^2/R = (2k-1)\lambda_v/2, \text{ kur } k=1; 2; 3; \dots \text{ gaišie gredzeni}; \quad (25.37)$$

$$r_t^2/R = 2k\lambda_v/2, \text{ kur } k=0; 1; 2; \dots \text{ tumšie gredzeni}. \quad (25.38)$$

Veselaisskaitlis k ir gredzenu kārtas skaitlis virzienā no centra uz perifēriju, ja centrā sfēriskā virsma pieskaras pie plakanās virsmas, t. i., ja centrā $d=0$.

Nūtona gredzenus var novērot, akomodējot aci uz plāno kārtiņu starp stikla plāksnīti un lēcu, kā arī aplūkojot šo kārtiņu caur lupu vai mikroskopu. AINU var arī projicēt uz ekrāna.

25.7. INTERFEROMETRI

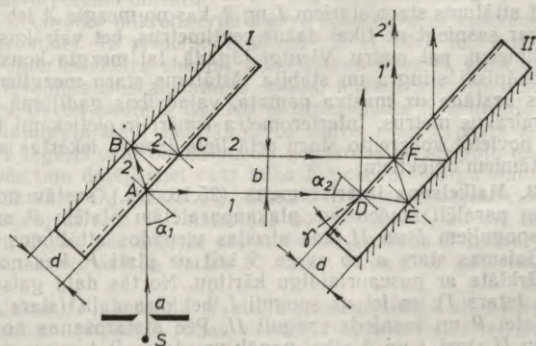
Apskatītie koherentu gaismas viļņu iegūšanas paņēmieni, piemēram, Janga dubultsprauga, Frenela biprīzma, dod telpiski ļoti tuvu novietotus koherentus starus. Taču bieži vien ir nepieciešams, lai koherentie staru kūļi, kas pārklājoties interferē, zināmā ceļa posmā būtu telpiski pietiekami tālu atdalīti cits no cita. Šāda atdalīšana ir panākta optiskajās ierīcēs, kuras sauc par interferometriem. Aplūkosim dažādu populārāko interferometru uzbūves shēmas un darbības principu.

25.7.1. Zamēna interferometrs (25.14. att.) sastāv no divām vienādām plakanparalēlām platēm I un II . To iekšējās plaknes pārklātas ar puscaurlaidīgu metāla spoguļkārtiņu, bet ārējās plaknes veido necaurlaidīgu spoguļi. Gaismas stars a , kas krīt no avota S uz plati

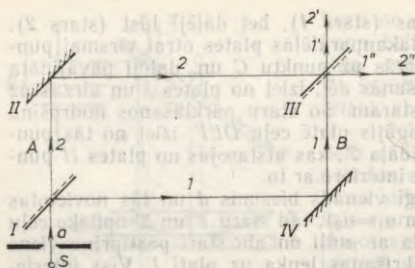
I punktā A , daļēji atstarojas (stars 1), bet daļēji lūst (stars 2). Lauztais stars nonāk līdz plakanparalēlās plates otrai virsmai punktā B . Tā atstarotā daļa virzās uz punktu C un, daļēji pavājināta punktā C notiekošās atstarošanās dēļ, iziet no plates I un virzās uz plati II paralēli pirmajam staram. Šo staru pārklāšanos nodrošina plate II . Tiešām, stars 1 , nogājis platē ceļu DEF , iziet no tās punktā F (stars $1'$). Tā stara 2 daļa $2'$, kas atstarojas no plates II punktā F , iet kopā ar staru $1'$ un interferē ar to.

Ja abām platēm ir pilnīgi vienāds biežums d un tās novietotas precīzi paralēli (t. i., $\gamma=0$ un $\alpha_1=\alpha_2$), tad staru $1'$ un $2'$ optisko ceļu garumu diference Δs vienāda ar nulli un abi stari pastiprina viens otru neatkarīgi no stara a krišanas leņķa uz plati I . Viss interferences lauks ir gaišs. Ja turpretī plates veido nelielu leņķi γ , tad starp stariem $1'$ un $2'$ rodas optisko ceļu garumu diference, kas atkarīga no leņķa γ un stara krišanas leņķa α_1 . Noteiktam plašu izvietojumam atbilst nemainīgs leņķis γ . Tādēļ, ja plati apgaismo nedaudz izkļūstošu staru kūlis, t. i., ja ir dažādi staru krišanas leņķi α_1 , tad optisko ceļu garumu diference Δs dažādiem staru $1'$ un $2'$ pāriem ir dažāda. Tā mainās atkarībā no leņķa α_1 , tādēļ rodas interferences aina — vienāda slīpuma joslas.

Attālums b starp stariem 1 un 2 , tiem ejot no plates I uz plati II , atkarīgs no plašu biezuma d . Šo attālumu var iegūt diezgan lielu (vismaz salīdzinājumā ar attālumu starp koherentajiem stariem Janga dubultspraugā vai Frenela biprizmā). Piemēram, ja $d=4$ cm, $n=1,5$ un $\alpha_1=45^\circ$, tad attālums $b=3$ cm. Staru ceļā var diezgan ērti novietot pētāmo objektu, piemēram, kivetī ar pētāmo gāzi, pētāmās caurspīdīgās vielas plāksnīti utt. Tomēr sevišķi lielus attālumus starp koherentajiem stariem 1 un 2 Zāmēna interferometrā iegūt nav iespējams, jo arī mūsdienās biezu optiski homogēnu plašu izgatavošana ir ļoti grūta problēma. Ievērojams sasniegums interferen-



25.14. att.



25.15. att.

bet gan četri atsevišķi spoguļi. Spoguļi *I* un *III* ir puscaurlaidīgi, t. i., tie pusi no krītošās gaismas atstaro, bet otru pusi laiž cauri, bet spoguļi *II* un *IV* ir necaurlaidīgi. Spoguļi novietoti taisnstūra paralelograma virsotnēs 45° leņķī pret tā malām un pa pāriem veido divus interferometra mezglus: spoguļi *I* un *II* — mezglu *A*, bet spoguļi *III* un *IV* — mezglu *B*. Katrā mezglā spoguļi ir precīzi paralēli viens otram, bet starp mezgliem *A* un *B* ir kāds neliels leņķis γ .

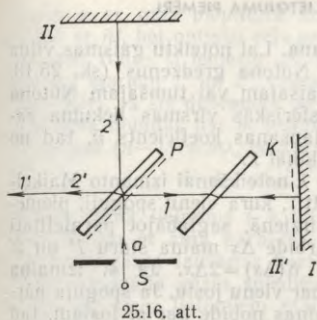
No gaismas avota *S* uz spoguļi *I* krītošais gaismas stars *a* sadalās divos vienādas intensitātes staros *1* un *2*. Spoguļi *II* un *IV* novirza tos uz spoguļi *III*, kur katrs no stariem daļēji atstarojas un daļēji iziet spogulim cauri. Tādējādi izveidojas divi koherenti interferējoši staru pāri $1'$, $2'$ un $1''$, $2''$. Interferences ainu var novērot abos virzienos. Ja uz spoguļi *I* no avota *S* krīt nedaudz izklistošs staru kūlis, tad, līdzīgi kā Zamēna interferometrā, rodas vienāda slīpuma interferences joslas.

Tā kā spoguļus katrā mezglā var izvietot lielā attālumā vienu otra, tad attālum starp stariem *1* un *2*, kas no mezgla *A* iet uz mezglu *B*, var sasniegt ne tikai dažus centimetrus, bet vairākus desmitus centimetru, pat metru. Vienīgi jāgādā, lai mezgla konstrukcija būtu mehāniski stingra un stabila. Attālums starp mezgliem *A* un *B*, kurus uzstāda uz masīva pamata, vajadzības gadījumā var sasniegt vairākus metrus. Interferometra izmēri ir pietiekami lieli, tādēļ var novietot koherento staru ceļā liela izmēra iekārtas ar dažādiem pētāmiem objektiem.

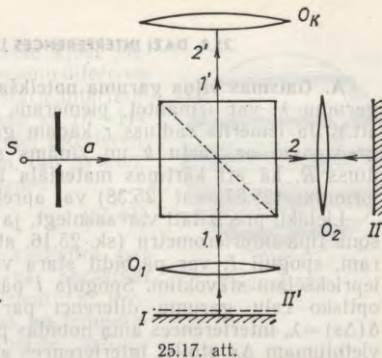
25.7.3. Maikelsona interferometrs (25.16. att.) sastāv no divām vienādām paralēli novietotām plakanparalēlām platēm *P* un *K* un diviem spoguļiem *I* un *II*, kas atrodas vienādos attālumos no plates *P*. Gaismas stars *a* no avota *S* krīt uz plati *P*, kas no vienas puses pārklāta ar puscaurlaidīgu kārtiņu. No tās daļa gaismas atstarojas (stars *1*) un iet uz spoguļi *I*, bet otra daļa (stars *2*) iziet cauri platei *P* un sasniedz spoguļi *II*. Pēc atstarošanas no spoguļiem *I* un *II* stari *1* un *2* atkal nonāk uz plates *P*, kur no stariem *1* un *2* veidojas koherentie interferējošie stari $1'$ un $2'$. Stars *2* iziet

ces tehnikas attīstībā ir padomju fiziķa *D. Roždestvenska* izveidotais interferometrs.

25.7.2. Roždestvenska interferometrs. (25.15. att.) tika radīts, lai pētītu gaismas laušanu metāla tvaiķā, kuru iegūst augstas temperatūras vakuuma krāsnī. Tāpat kā Zamēna interferometrā, arī šajā ir četras atstarojošas plakanas virsmas, tikai tās nav divu stikla plašu virsmas,



25.16. att.



25.17. att.

cauri plati P trīs reizes, bet stars I — tikai vienu reizi. Lai kompensētu šī iemesla dēļ radušos staru optisko ceļu garumu diferenci, stara I ceļā novietota plate K .

Lai noskaidrotu, kāda ir novērojamā interferences aina, aplūkosim spoģuļa II attēlu II' , ko dod puscaurlaidīgā plati P . Var uzskatīt, ka interferences aina rodas, gaismai atstarojoties no divām plaknēm I un II' , kas veido plānu kārtiņu. Ja plaknes I un II' ir pilnīgi paralēlas un interferometru apgaismo nedaudz izkliedētu staru kūlī, tad novērojamas vienāda slīpuma interferences joslas, kam ir gredzenu veids. Ja plaknes I un II' veido šauru leņķi, tad novērojama tāda pati interferences aina, kā gaismai atstarojoties no ķīļveida kārtiņas, piemēram, krītot uz interferometru paralēlu staru kūlī, rodas ķīļa šķautnei paralēlu vienāda biezuma interferences joslu sistēma.

Maikelsona interferometrā koherentie stari 1 un 2 telpā tālu atdalīti viens no otra. Starp plati P un spoģuli var novietot diezgan lielu izmēru pētāmo objektu.

25.7.4. Ļiņņika mikrointerferometru lieto virsmas apstrādes kvalitātes pārbaudei. Tā principiālā shēma (25.17. att.) ļoti līdzīga Maikelsona interferometra shēmai. Caurspīdīgs kubs K , kura diagonālplaknē izveidots puscaurlaidīgs slānis, novietots starp mikroskopa objektīvu O_1 un okulāru O_K . No gaismas avota S krītošais stars a puscaurlaidīgajā slānī sadalās divos staros 1 un 2 . Stars 1 , ceļā uz spoģuli I izgājis caur objektīvu O_1 , atstarojas no spoģuļa un nāk atpakaļ, pēc tam daļēji iziet caur kuba K puscaurspīdīgo slāni un virzās uz okulāru O_K (stars $1'$). Stars 2 iziet caur objektīvu O_2 , kas identisks objektīvam O_1 , atstarojas no spoģuļa II , otrreiz iziet caur objektīvu O_2 un pēc daļējas atstarošanās no kuba K puscaurlaidīgā slāņa nonāk okulārā O_K (stars $2'$). Stari $1'$ un $2'$ ir koherenti un interferē.

Ja plakne II' (spoģuļa II attēls puscaurlaidīgā slānī) veido nelielu leņķi ar spoģuli I , rodas vienāda biezuma interferences joslas. Spoģulis II ir viens no interferometra mezgliem, bet spoģulis I ir pētāmā virsma.

A. Gaismas viļņa garuma noteikšana. Lai noteiktu gaismas viļņa garumu λ , var izmantot, piemēram, Ņūtona gredzenus (sk. 25.13. att.). Ja izmērīts rādiuss r kādam gaišajam vai tumšajam Ņūtona gredzenam ar kārtu k un zināms sfēriskās virsmas liekuma rādiuss R , kā arī kārtiņas materiāla laušanas koeficients \bar{n} , tad no formulas (25.37) vai (25.38) var aprēķināt λ .

Lielāku precizitāti var sasniegt, ja λ noteikšanai izmanto Maikelsona tipa interferometru (sk. 25.16. att.), kura vienu spoguļi, piemēram, spoguļi I , var pārbidīt stara virzienā, saglabājot paralelītāti iepriekšējam stāvoklim. Spoguļa I pārbīde Δx maina staru $1'$ un $2'$ optisko ceļu garumu diferenci par $\delta(\Delta s) = 2\Delta x$. Ja šī izmaiņa $\delta(\Delta s) = \lambda$, interferences aina nobīdās par vienu joslu. Ja spoguļa pārvietojumam Δx atbilst interferences ainas nobīde par m joslām, tad $2\Delta x = m\lambda$, no kurienes

$$\lambda = 2\Delta x/m. \quad (25.39)$$

Tātad, izmērot spoguļa pārbīdi Δx un saskaitot, par cik interferences joslām m pārvietojas interferences aina, pēc formulas (25.39) var aprēķināt viļņa garumu λ .

B. Sfēriskas virsmas rādiusa noteikšana. Ja Ņūtona gredzenus iegūst monohromatiskā gaismā ar zināmu viļņa garumu λ , tad, izmērot rādiusu r kādam gredzenam k , no formulas (25.37) vai (25.38) var aprēķināt sfēriskās virsmas rādiusu.

C. Precīza garuma mērīšana. Maikelsona interferometru var izmantot precīzai pārvietojuma Δx noteikšanai, ja zināms lietotās gaismas viļņa garums λ un noteikta interferences ainas nobīde — pārbīdīto joslu skaits m . Tad no formulas (25.39) var aprēķināt Δx . Maikelsona interferometru plaši lieto metroloģijā, t. s. gala mēru salīdzināšanai un to garuma noteikšanai.

D. Mazu leņķu mērīšana. Attālumu h_0 starp divām vienāda nosaukuma (tumšām vai gaišām) blakus esošām interferences joslām, ko iegūst, apgaismojot ķīļveida kārtiņu ar paralēlu staru kūli, nosaka krītošās gaismas viļņa garums λ , ķīļa leņķis γ un kārtiņas materiāla laušanas koeficients \bar{n} . Kā redzams 25.11. attēlā c , ķīļveida kārtiņas biezumu starpība šajās vietās $d_2 - d_1 = \gamma h_0$. Savukārt $2(d_2 - d_1)\bar{n} = \lambda$. No šejienes

$$\gamma = \lambda / (2\bar{n}h_0). \quad (25.40)$$

Tādējādi, zinot lielumus λ , \bar{n} un izmērot attālumu h_0 , var aprēķināt ķīļa leņķi γ .

E. Gaismas laušanas koeficienta noteikšana. Sajā nolūkā var izmantot dažādus interferometrus — Žamēna, Roždestvenska, Maikelsona u. c. Pieņemsim, ka iegūta interferences aina ar Roždestvenska interferometru (sk. 25.15. att.), novietojot staru 1 un 2 ceļā pilnīgi vienādas kivetes, kurās augsts vakuums. Pēc tam vienu no kivetēm pakāpeniski piepilda ar gāzi, kuras laušanas koeficients \bar{n} jānosaka. Ja kivetes garums l , tad gaismas stara optiskā ceļa ga-

rums s ar gāzi piepildītā kivetē kļūst vienāds ar $\bar{n}l$, bet optisko ceļu garumu difference Δs , kas rodas šī iemesla dēļ starp interferējošiem stariem l' un l'' , vienāda ar $(\bar{n}-1)l$. Savukārt, ja šīs difference Δs dēļ interferences aina nobīdās par m joslām, tad $\Delta s = m\lambda$. Tādējādi $(\bar{n}-1)l = m\lambda$, no kurienes

$$\bar{n} = 1 + m\lambda/l. \quad (25.41)$$

Tātad, zinot lielumus l , λ un saskaitot, par cik joslām m aina pārbīdās, var aprēķināt pētāmās gāzes laušanas koeficientu \bar{n} . Protams, jāuzrāda gāzes spiediens un temperatūra, jo, šiem lielumiem mainoties, mainās arī laušanas koeficients \bar{n} .

Ja mērījumus izdara ar Maikelsona interferometru, jāņem vērā, ka gaismas stars iet caur pētāmo objektu divreiz un formulā (25.41) kivetes garuma l vietā jāliek $2l$.

F. Virsmas apstrādes kvalitātes pārbaude. Šim nolūkam lieto Ļiņņika mikrointerferometru (sk. 25.17. att.), kurā par vienu no spoguļiem izmanto pētāmo virsmu. Ja uz šīs virsmas kādā vietā ir defekts, piemēram, padziļinājums (švīka, izdrupums u. tml.), tad gaisma, kas atstarojas no šī padziļinājuma, noiet nedaudz garāku ceļu nekā gaisma, kas atstarojas no pārējiem virsmas punktiem. Tādēļ staru l' un l'' optisko ceļu garumu difference Δs mainās par $2\Delta h$, kur Δh — defekta dziļums. Līdz ar to taisnās interferences joslas veido izliekumu tajās virsmas vietās, kurās ir defekts. Piemēram, ja kāda švīka šķērso redzes lauku, tad gar šo švīku visas interferences joslas ir izkropļotas (25.18. att.).

Ja optisko ceļu garumu difference izmaiņa $\delta(\Delta s)$ vienāda ar gaismas viļņa garumu λ , tad interferences ainas nobīde vienāda ar joslas platumu. Tādēļ vietā, kur joslu izkropļojums atbilst m joslu platumam, defekta dziļums

$$\Delta h = m\lambda/2. \quad (25.42)$$

Lielumu m var noteikt ar precizitāti līdz desmitdaļai. Tas nozīmē, ka defekta dziļumu var izmērīt ar precizitāti līdz $0,05 \lambda$ jeb 25 nm , ja izmanto redzamo gaismu, jo vidējais redzamās gaismas viļņa garums $\lambda \approx 500 \text{ nm}$.

G. Optikas dzidrināšana. No stikla virsmas, uz kuru gaisma krīt perpendikulāri, atstarojas aptuveni 4% krītošās gaismas. Optiskajās ierīcēs dažreiz atstarojošo virsmu skaits ir visai prāvs, piemēram, prizmatiskajā binoklī to ir 10. Atstarošanās dēļ ievērojami pavājinās caur sistēmu izejošās gaismas intensitāte. Tā, piemēram, gaismas zudumi prizmatiskajā binoklī sastāda aptuveni 1/3 krītošās gaismas intensitātes.

Gaismas zudumus, kas rodas atstarošanās dēļ, var samazināt, pārklājot optisko detaļu virsmu ar plānu tāda materiāla kārtiņu, kuram nedaudz mazāks laušanas koeficients. Vislabāk, ja šīs kārtiņas



25.18. att.

laušanas koeficients $n = \sqrt{n_{st}}$, kur n_{st} — detaļas materiāla laušanas koeficients. Tad no plānās kārtiņas abām virsmām atstarotās gaismas intensitātes ir vienādas un šīs gaismas cita citu labi dzēs, ja kārtiņas biezumu ņem tādu, lai no tās abām virsmām atstaroto staru optisko ceļu garumu diference būtu $\lambda/2$, t. i., ja uzklātās kārtiņas optiskais biezums $nl = \lambda/4$. Protams, šo nosacījumu nav iespējams vienlaikus izpildīt visam redzamās gaismas intervālam ($\lambda = 390 \dots 750$ nm). Parasti tas izpildīts redzamās gaismas spektra centrālajai daļai — zaļajai gaismai ($\lambda = 555$ nm). Sarkanajā un zilī violetajā spektra daļā atstarotā gaisma netiek pilnīgi dzēsta, tādēļ dzidrinātā optika atstarotajā gaismā izskatās zilgani violeta.

H. Interferences spoguļi un gaismas filtri. Uzklājot uz stikla materiālu, kuram laušanas koeficients $n > n_{st}$, un ņemot kārtiņas optisko biezumu $nl = \lambda/4$, no kārtiņas abām virsmām atstarotie gaismas viļņi ir sinfāzi un viens otru pastiprina. Vēl lielāku atstarotās gaismas pastiprināšanos var panākt, ja uzklāj vairākus dielektriķu slāņus tā, ka pārmaiņus vienam no tiem ir liels gaismas laušanas koeficients, bet otram mazs. Piemēram, var uzklāt cinka sulfida ZnS (laušanas koeficients $n = 2,3$) un litija fluorida LiF (laušanas koeficients $n = 1,3$) slāņus, kuru optiskie biezumi ir $\lambda/4$. Tad visi no slāņu virsmām atstarotie gaismas viļņi ir sinfāzi un tie cits citu pastiprina. Ar septiņu slāņu uzklājumu var iegūt spoguļi, no kura atstaroņas aptuveni 90% kritošās gaismas 50 nm plašā spektra intervālā. Lai spoguļa atstarošanas koeficients būtu 99% (tāds vajadzīgs lāzera tehnikā), jāuzklāj 11...13 slāņi.

Jo lielāks slāņu skaits, jo šaurākā spektra intervālā pastiprinās atstarotā gaisma. Sakarā ar to šādus daudzkārtainus dielektriķu klājumus var izmantot par *gaismas filtriem*.

Seit aplūkota tikai neliela daļa no interferences lietojumiem. Taču arī šie piemēri rāda, cik liela ir interferences nozīme zinātnē un mūsdienu tehnikā.

26. NODAĻA

GAISMAS DIFRAKCIJA

26.1. JĒDZIENS PAR GAISMAS VIĻŅU DIFRAKCIJU. GAISMAS DIFRAKCIJAS VEIDI

Priekšstats par gaismas taisnvirziena izplatīšanos homogēnā vidē ir ļoti pierasts un katram liekas pilnīgi saprotams. Tomēr, uzmanīgi novērojot gaismas intensitātes sadalījumu uz robežas, ko veido gaisma un dažādu priekšmetu ēnas, zinātnieki jau sen pārliecinājušies, ka gaisma var apliekties ap šķērslī. Gaismas intensitātes sadalījuma īpatnībām uz gaismas un ēnas robežas pievērsa uzmanību slavenais itāļu mākslinieks un dabas pētnieks *Leonardo da Vinči* (1452—1519). Sikāk šis parādības aprakstīja *F. Grimaldi* (1618—1663) darbā «Fizikāli matemātisks traktāts par gaismu, krāsām un

varaviksi», kas iznāca 1665. gadā. No gaismas viļņu teorijas viedokļa šo parādību aplūkoja 1800. gadā angļu fiziķis *J. Jangs*, nosaucot to par gaismas difrakciju.

Gaismas parādību dziļāka analīze noskaidro ne vien gaismas intensitātes sadalījuma īpatnības uz gaismēnas robežas, bet arī daudz fundamentālāku jautājumu, proti, kā viļņu teorija saskaņojama ar ģeometriskās optikas secinājumiem, kuri pamatojas uz priekšstatu par gaismas stariem un gaismas taisnvirziena izplatīšanos homogēnā vidē. Difrakcijas teorija izskaidro šo šķietamo pretrunu un formulē nosacījumus pārejai no viļņu optikas uz ģeometrisku optiku. Vēl bez tam difrakcijas teorija palīdz dziļāk izprast optisko un spektrālo ierīču (tālskata, mikroskopa, spektrometra, difrakcijas režģa u. c.) darbības principus un noskaidrot to iespēju robežas.

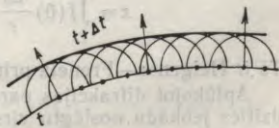
Mūsdienās par *gaismas difrakciju* sauc jebkuru novirzi no gaismas taisnvirziena izplatīšanās, ja šī novirze nav saistīta ar gaismas atstarošanu, laušanu, nolieci vidē ar nepārtraukti mainīgu gaismas laušanas koeficientu, gaismas izkliedi vidē, kurā ir citas vielas sīkas daļiņas (dūmi, migla), vai arī vidē, kurā gaismas laušanas koeficients ievērojami mainās jau gaismas viļņa garuma robežās.

Difrakcijas novērošanas principiālā shēma ir šāda. Gaismas viļņa ceļā noliek necaurspīdīgu šķērslī, kas aizklāj kādu viļņa virsmas daļu, bet aiz šķēršļa novieto ekrānu, uz kura nonāk gaisma. Ir divi difrakcijas veidi — *Frenela* un *Fraunhofera* difrakcija. Sfērisku un plakanu viļņu difrakciju galīgā attālumā no šķēršļa izpētīja 1816. gadā franču fiziķis *O. Frenels*. To sauc par *Frenela difrakciju*.

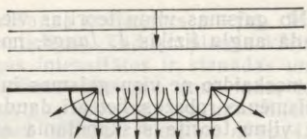
Vācu fiziķis *J. Fraunhofers* 1821. gadā novēroja difrakciju, izmantojot uz bezgalību fokusētu tālskati. Šajā gadījumā difrakcijas ainu tālskata objektīva fokālās plaknes katrā punktā veido viļņi, kuri no objekta uz tālskati iet paralēli cits citam. Šādu difrakciju sauc par *Fraunhofera difrakciju*. Viļņi, kas krit uz šķērslī vai spraugu, arī šajā gadījumā var būt gan plakani, gan sfēriski. Parasti tomēr *Fraunhofera* difrakciju novēro, izmantojot plakanus krītošos viļņus (paralēlus starus).

26.2. HEIGENSA—FRENELA PRINCIPS

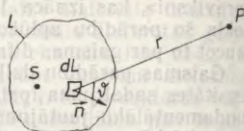
Gaismas nokļūšanu priekšmeta ģeometriskās ēnas apgabalā (difrakciju) izskaidro princips, kas formulēts nīderlandiešu fiziķa *K. Heigensa* darbā «Traktāts par gaismu» (1690). Šis princips nosaka, kā var noteikt viļņa fronti laika momentā $t + \Delta t$, ja zināms viļņa frontes stāvoklis laika momentā t . (Pats Heigens tomēr gaismas difrakcijas parādībai nav pievērsis uzmanību.) Proti, *katrs viļņa frontes punkts ir sekundāro viļņu avots. Tādēļ ap tiem laika sprīdi Δt izveidojas sekundāro viļņu sistēma* (26.1. att.). *Jauņa viļņa fronte ir šīs sistēmas apliecējvirsmā, pie tam*



26.1. att.



26.2. att.



26.3. att.

katrā viļņa frontes punktā vilnis izplatās virzienā no sekundārā viļņa centra uz punktu, kurā tas saskaras ar apliecējvirsmu.

Lietosim Heigensa principu gadījumam, kad plakanais vilnis krīt uz kādu caurumu necaurspidīgā ekrānā (26.2. att.). Kā redzams attēlā, cauruma malu tuvumā mainās viļņa frontes un līdz ar to arī gaismas izplatīšanās virziens, šeit gaismā iespējās geometriskās ēnas apgabālā. Līdzīgi arī citos gadījumos Heigensa princips paredz gaismas difrakciju. Diemžēl Heigensa princips atstāj novārtā jautājumu par dažādos virzienos difragēto gaismas viļņu intensitāti.

Franču fiziķis O. Frenels (1788—1827) papildināja (1816) Heigensa principu ar priekšstatu par sekundāro viļņu koherenci un interferenci. Šādu paplašinātu principu sauc par Heigensa—Frenela principu. Saskaņā ar to visi viļņa virsmas L (26.3. att.) elementi ir koherenti un sinfāzī sekundāro viļņu avoti. Tādēļ kādā punktā P gaismas intensitāti var noteikt, aplūkojot tajā pienākošo sekundāro viļņu interferenci. Katrā punktā P pienākošā sekundārā viļņa amplitūda dA ir proporcionāla virsmas elementa laukumam dL , primārā viļņa amplitūdai a_0 tajā viļņu virsmas vietā, kurā atrodas elements dL , apgriezti proporcionāla attālumam r no dL līdz P , tāpat tā atkarīga arī no leņķa θ starp elementa dL normāli un virzienu no dL uz P . Atkarību no leņķa θ var raksturot ar koeficientu $f(\theta)$, kura vērtība ir maksimāla, ja $\theta=0$, un ir vienāda ar nulli, ja $\theta \geq \pi/2$. Tātad $dA = f(\theta) a_0 dL / r$. Ja svārstību fāze tajā vietā, kur atrodas elements dL ir $\omega t + \varphi_0$, tad no elementa dL punktā P pienākošās svārstības var raksturot šādi:

$$dx = f(\theta) \frac{a_0 dL}{r} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0 \right). \quad (26.1)$$

Tādēļ rezultējošās svārstības, kas notiek punktā P visas viļņa virsmas L iedarbībā, raksturo lielums

$$x = \int_L f(\theta) \frac{a_0}{r} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} + \varphi_0 \right) dL. \quad (26.2)$$

Tā ir Heigensa—Frenela principa formula.

Aplūkojot difrakcijas parādības, viļņa virsmas L vietā var izraudzīties jebkādu noslēgtu virsmu, kas aptver avotu S . Tikai tad jāievēro, ka ne vien amplitūda a_0 , bet arī fāze φ_0 atkarīga no virsmas

elementa dL atrašanās vietas. Dažos gadījumos tomēr šāds paņēmieni atvieglo difrakcijas analīzi un ir lietderīgs.

Ja viļņa virsma sastop savā ceļā šķērslī, tad aplūko tikai viļņa virsmas atklātās daļas iedarbību uz punktu P , pie tam pieņem, ka šķērslis šo viļņa virsmas daļu neietekmē. Šis pieņēmums nav gluži pareizs. Šķēršļa tiešā tuvumā, attālumos, kas mazāki par λ , šķēršļa īpašības ietekmē gaismas viļņa elektromagnētiskā lauka svārstības.

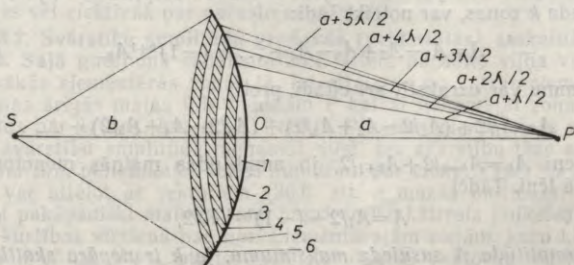
Tātad difrakcijas apskatā saskaņā ar Heigensa—Frenela principu aplūkojam nepārtraukti izvietotu koherentu avotu izstaroto viļņu (sekundāro viļņu) interferenci, bet līdz šim (25. §) iztīrājām nedaudzu (parasti divu) koherentu gaismas avotu izstaroto viļņu interferenci.

26.3. DIFRAĢĒTĀS GAIŠMAS INTENSITĀTES APRĒĶINĀŠANAS METODES

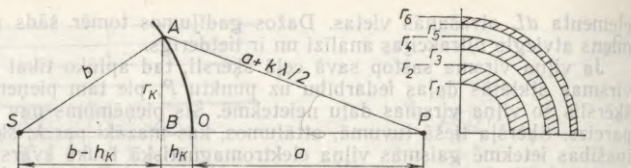
O. Frenels parādīja, ka daudzos gadījumos rezultējošo svārstību amplitūdu var noteikt, nevis izmantojot sakarību (26.2), bet gan algebriski saskaitot amplitūdas vai vektorāli saskaitot amplitūdu vektorus.

26.3.1. Algebriskā metode. Lai šo metodi varētu lietot, O. Frenels ieteica viļņa virsmu sadalīt zonās tā, lai no divām blakus esošām zonām apskatāmajā punktā pienākošo svārstību fāzes atšķirtos par π . Tad rezultējošo svārstību amplitūdu var noteikt, algebriski saskaitot atsevišķo zonu radīto svārstību amplitūdas. Jāievēro, ka blakus esošo zonu radīto svārstību amplitūdas jāņem ar pretējām zīmēm. Zonu veids un lielums atkarīgs no gaismas viļņa virsmas formas un aplūkojamā punkta atrašanās vietas.

Frenela zonu metodi var izmantot, lai noteiktu gaismas intensitāti, ja gaisma nonāk punktā P (26.4. att.) no punktveida avota S , izplatoties homogēnā vidē. Izraudzīsimies kādu viļņa virsmu (tā ir sfēra), kura šķērso taisni SP punktā O . Apzīmēsim $OP = a$ un $OS = b$. Sadalīsim viļņa virsmu zonās, šķeļot to ar sfērām, kuru centri atrodas punktā P , bet rādiusi ir $a + \lambda/2, a + 2\lambda/2, \dots, a + k\lambda/2, \dots$. Centrālā (pirmā) zona ir sfēras segments, bet pārējās zonas ir sfēriski gredzeni. Var pierādīt, ka zonas laukums ΔS_k nav atkarīgs no zonas



26.4. att.



26.5. att.

numura k , ja k nav pārāk liels. Sajā nolūkā jāizsaka r_k^2 no taisnleņķa trijstūra SAB ar lielumiem b un h_k un no trijstūra PAB (26.5. att.) ar lielumiem a , h_k , k un λ . Salīdzinot iegūtās izteiksmes, var noteikt h_k un segmenta laukumu S_k pēc formulas $S_k = 2\pi b h_k$. Tā kā zonas laukums $\Delta S_k = S_k - S_{k-1}$, tad var pierādīt, ka

$$\Delta S_k = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda. \quad (26.3)$$

Projicējot Frenela zonas uz taisnei SP perpendikulāru plakni, iegūst plakanus gredzenus. Lielums r_k ir plakana gredzena ārējās malas rādiuss, ja gredzena (zonas) kārtas numurs ir k . Arī šo rādiusu var izteikt ar lielumiem a , b , k un λ . Proti,

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} k\lambda, \quad (26.4)$$

ja $h_k \ll b$.

Tā kā Frenela zonu laukumi ir vienādi, bet to attālumi līdz punktam P pieaug un koeficienta $f(\theta)$ vērtība samazinās, zonas kārtas numuram k palielinoties, tad punktā P pienākošo svārstību amplitūdas A_k monotoni dilst līdz ar k palielināšanos, t. i.,

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{k-1} > A_k > A_{k+1} > \dots$$

No blakus esošām zonām punktā P pienāk svārstības, kurām fāžu starpība ir π . Tādējādi rezultējošo svārstību amplitūdu A , ja svārstības rada k zonas, var noteikt šādi:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + (-1)^{k+1} A_k. \quad (26.5)$$

Šo summu var uzrakstīt arī citādi, proti,

$$A = A_1/2 + (A_1/2 - A_2 + A_3/2) + (A_3/2 - A_4 + A_5/2) + \dots$$

Aptuveni $A_k = A_{k-1}/2 + A_{k+1}/2$, jo amplitūdas mainās monotoni un samērā lēni. Tādēļ

$$A = A_1/2 + (-1)^{k+1} A_k/2, \quad (26.6)$$

t. i., amplitūda A sasniedz maksimumu, ja k ir nepāra skaitlis, un minimumu, ja k ir pāra skaitlis.

Atklātas viļņa frontes gadījumā parasti k ir ļoti liels, pie tam beidzamajai no punkta P redzamajai zonai leņķis $\theta = \pi/2$, bet $f(\theta) = 0$ un atbilstoši arī $A_k = 0$. Tādēļ punktā P rezultējošā svārstību amplitūda

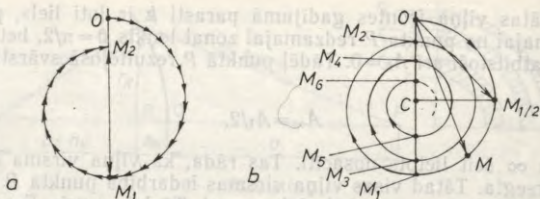
$$A_\infty = A_1/2. \quad (26.7)$$

Indekss ∞ šeit lietots nosacīti. Tas rāda, ka viļņa virsma nav nemaz aizsegta. Tātad visas viļņa virsmas iedarbība punktā P ir ekvivalenta ar pirmās zonas iedarbības pusi. Tā kā pirmās Frenela zonas rādiuss ir mazs (piem., ja $a=b=1$ m un $\lambda=500$ nm, tad $r_1 = 0,5$ mm), tad var uzskatīt, ka gaisma no avota S uz punktu P un tāpat visos citos virzienos homogēnā vidē izplatās pa taisnēm, iet it kā pa šauru kanālu.

Atstājot atklātu tikai pirmo zonu, bet visu pārējo viļņa virsmu aizsedzot ar necaurspīdīgu ekrānu, punktā P iegūst svārstības, kuru amplitūda A_1 ir divreiz lielāka nekā A_∞ . Tā kā gaismas intensitāte $I \sim A^2$, tad $I_1 = 4I_\infty$. Tas nozīmē, ka, atstājot atvērtu no visas viļņa frontes tikai pirmo Frenela zonu, punktā P iegūst 4 reizes lielāku gaismas intensitāti nekā pilnīgi atklātas viļņa frontes gadījumā. No formulas (26.5) izriet, ka vēl lielāku gaismas intensitātes pieaugumu punktā P var panākt, aizsedzot visas pāra (vai nepāra) zonas. Šādu ekrānu sauc par zonu plati. So visai negaidīto un pirmajā mirklī neticamo rezultātu apstiprina eksperimenti. Tas pierāda Heigensa—Frenela principa un Frenela metodes pareizību. Gaismas intensitātes pieaugums punktā P ir gaismas plūsmas sadalījuma maiņas rezultāts — citās vietās gaismas intensitāte tajā pašā laikā samazinās. Zonu plāte darbojas kā savācējleca (tai gan ir vairāki fokusi). Tai ir pat zināmas priekšrocības salīdzinājumā ar lēcu. Zonu plātes izmēri var būt daudz lielāki, bet masa stipri mazāka nekā lēcai. Tas svarīgi platu staru kūļu fokusēšanā (piem., hologrāfijā), augstas izšķiršanas spējas teleskopos, kā arī optiskajās ierīcēs, kas paredzētas mākslīgajiem Zemes pavadoņiem.

Var izveidot zonu plati (pirmais to izdarījis amerikāņu fiziķis *R. Vuds*), nevis aizsedzot viļņa virsmas katru otro zonu, bet mainot tajā svārstību fāzi par π . Šādu ierīci sauc par *fāžu zonu plati*. Tā darbojas vēl efektīvāk par parasto zonu plati.

26.3.2. Svārstību amplitūdu grafiskās (vektoriālās) saskaitēšanas metode. Sajā gadījumā sadalīsim 26.4. attēlā parādīto viļņu virsmu vēl sīkākās elementārās zonās tā, lai attālums no katras elementārās zonas ārējās malas līdz punktam P katrai nākamajai zonai palielinātos par $\lambda/(2n)$, kur $n \gg 1$. Punktā P katras elementārās zonas radīto svārstību amplitūda monotoni dilst, bet svārstību fāze samazinās par π/n , palielinoties zonas numuram par vienu. Tādēļ šīs svārstības var attēlot ar vektoriem (26.6. att. *a* mazās bultiņas), kuru virzieni pakāpeniski mainās, tiem pagriežoties katreiz pulksteņa rādītāju kustības virzienā par π/n . Elementārajām zonām, kuru kārtas numuri ir N un $N+n$, atbilst fāžu starpība π . Vektoriāli saskaitot pirmo n un $(n+1) \dots 2n$ zonu radītās svārstības, iegūst 26.6. at-



26.6. att.

tēlā *a* parādīto diagrammu. Vektors $\vec{OM}_1 = \vec{A}_1$ attēlo pirmās Frenela zonas radīto gaismas vektora svārstību amplitūdu. Nākamajām *n* elementārajām zonām atbilst vektoru diagrammas daļa starp punktiem M_1 un M_2 . Vektors $\vec{M}_1M_2 = \vec{A}_2$ attēlo otrās Frenela zonas radīto svārstību amplitūdu. Tā virziens pretējs vektora \vec{A}_1 virzienam, jo svārstību fāzes ir pretējas. Ja atsevišķo elementāro zonu radīto svārstību amplitūdas nediltu, tad vektoru diagrammas otrais posms noslēgtos nevis punktā M_2 , bet gan punktā O , un robežgadījumā, nemitīgi sašaurinot elementāro zonu platumu, diagramma kļūtu par riņķa līniju. Uz tās klātos arī tālākajām zonām atbilstošās vektoru diagrammas. Faktiski, ņemot vērā dilšanu, robežgadījumā vektoru diagramma kļūst par spirāli, kas satinoties virzās uz centru C (26.6. att. *b*).

Izmantojot šo spirāli, var noteikt gaismas svārstību amplitūdu un intensitāti punktā P atkarībā no tā, cik liela ir neaizsegta viļņa virsmas daļa (segments). Segmenta izmēriem palielinoties, punkts M pārvietojas pa spirāli, pie tam vektora \vec{OM} garums attēlo summāro svārstību amplitūdu punktā P . Segmenta izmēru pieaugumam par vienu Frenela zonu atbilst punkta M pārvietošanās pa spirāles vienu pusloku. Tādēļ $\vec{OM}_1 = \vec{A}_1$; $\vec{M}_1M_2 = \vec{A}_2$; $\vec{M}_2M_3 = \vec{A}_3$ utt. Kā redzams, vektora $\vec{OM} = \vec{A}$ garums, t. i., rezultējošo svārstību amplitūda, periodiski mainās, sasniedzot zināmu maksimumu, ja atsegto Frenela zonu skaits k ir nepāra skaitlis, un minimumu — ja k ir pāra skaitlis. Tas saskan ar formulu (26.6). Vektors $\vec{OC} = \vec{A}_\infty$ atbilst svārstībām no pilnīgi atsegta viļņa virsmas, pie tam $A_\infty = A_{1/2}$ (sk. formulu (26.7)). Tātad grafiskās un algebriskās metodes rezultāti saskan. Tikai pēc grafiskās metodes viegli noteikt svārstību amplitūdu arī tad, ja viļņa virsmas atsegta daļa neatbilst veselam Frenela zonu skaitam. Piemēram, labi redzams, ka to svārstību amplitūda, kuras rada pirmās Frenela zonas puse (vektors $\vec{OM}_{1/2}$), ir $\sqrt{2}$ reizes lielāka nekā $A_{1/2}$, t. i., $I_{1/2} = 2I_\infty$. Arī šo secinājumu apstiprina eksperimenti.

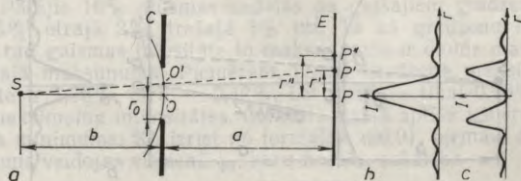
Frenela zonu metodei ir arī trūkumi. Pirmkārt, Frenela pieņēmums, ka formulā (26.2) koeficients $f(\theta) = 0$, ja $\theta \geq \pi/2$, ir patvaļīgs. *G. Kirho*s 1882. gadā parādīja, ka $f(\theta) = 0$ tikai tad, ja leņķis $\theta = \pi$. Otrkārt, pēc Frenela metodes iegūst nepareizu rezultējošo svārstību fāzi. Piemēram, no neierobežotas viļņa virsmas punktā P nonākušā starojuma fāze, ko attēlo vektors \vec{OC} , atšķiras no viļņa virsmas centrālās daļas radīto svārstību fāzes par $\pi/2$. Taču eksperiments rāda, ka šo starojumu fāzes ir vienādas. Kirhofa difrakcijas teorijai šo trūkumu nav, bet tā ir sarežģīta. Tā kā ļoti daudzos gadījumos leņķi θ ir mazi un rezultējošo svārstību intensitāte ir svarīgāka nekā fāze, tad Heigensa—Frenela princips un Frenela zonu metode ir laba, vienkārša metode gaismas intensitātes aprēķināšanai dažādos difrakcijas gadījumos.

26.4. GAIŠMAS DIFRAKCIJA APAĻĀ CAURUMĀ UN AP APAĻU DISKU

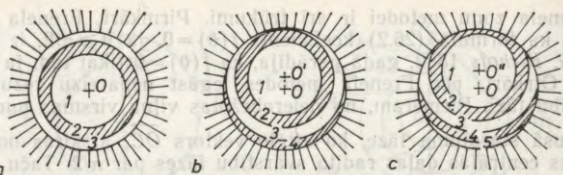
26.4.1. Difrakcijas aina aiz apaļa cauruma. Noskaidrosim, kāda difrakcijas aina izveidojas uz ekrāna E (26.7. att. a), kas novietots aiz apaļa cauruma ar rādiusu r_0 . Caurums izveidots plakanā necaurspīdīgā šķērslī C , un to apgaismo punktveida gaismas avots S . Novilkim taisni SOP , kas iet caur apaļā cauruma centru, un vispirms noskaidrosim, kas novērojams punktā P . Ja attālumi a un b ir tādi, ka izpildīts nosacījums $r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda$, tad apaļais caurums atsedz uz viļņa virsmas tieši m Frenela zonas. Zonu skaitu m var izteikt šādi:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (26.8)$$

Ja $r_0 = \text{const}$ un $b = \text{const}$, tad zonu skaitu m nosaka tikai ekrāna attālums a no cauruma. Jo lielāks ir a , jo mazāks m , un otrādi. Ļoti tālu novietojot ekrānu ($a = \infty$), iegūst minimālo zonu skaitu m , bet, tuvinot ekrānu caurumam, zonu skaits pieaug. Tā, piemēram, gadījumā, kad $r_0 = 5$ mm, bet $b = 10$ m un $\lambda = 500$ nm, attālumiem $a = \infty$; 10 un 2,5 m atbilst attiecīgi $m = 5$; 10 un 25. Tas nozīmē, — tuvinot ekrānu caurumam, zonu skaits m pārmaiņus ir gan nepārskaitlis, gan pārskaitlis un punktā P novērojami gan gaismas intensitātes maksimumi, gan minimumi atkarībā no atsegtu zonu skaita.



26.7. att.

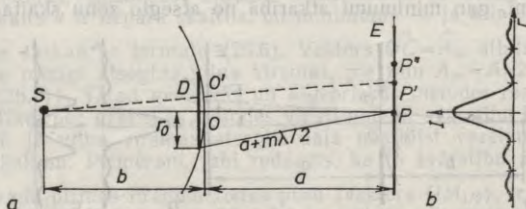


26.8. att.

Tālāk noskaidrosim, kāda ir gaismas intensitāte citos ekrāna punktos, piemēram, punktos P' , P'' , ..., kas neatrodas uz taisnes SOP , bet novietoti attālumos r' , r'' , ... no punkta P . Pieņemsim, ka caurums atsedz nepāra skaitu zonu un punktā P ir gaismas intensitātes maksimums (26.8. attēlā a parādīts, ka atsegtas trīs Frenela zonas). Punktam P' atbilstošo zonu centrs O' vairs nesakrīt ar cauruma centru O . Gadījumā, kas parādīts 26.8. attēlā b , cauruma malas daļēji aizsedz trešo zonu un tajā pašā laikā daļēji atsedz ceturto zonu. Tādēļ nepāra zonu starojuma pārsvars un gaismas intensitāte punktā P' salīdzinājumā ar punktu P samazinās. No Frenela zonām, kuras atbilst kādam tālākam punktam P'' , cauruma malas daļēji sāk aizsegt otro zonu un atsegt piekto zonu (26.8. att. c), tādēļ gaismas intensitāte atkal nedaudz palielinās. Tātad uz ekrāna radiālā virzienā projām no punkta P novērojama periodiska gaismas intensitātes samazināšanās un palielināšanās. Tā parādīta 26.7. attēlā b (centrā maksimums) un c (centrā minimums). Tā kā difrakcijas aina ir simetriska attiecībā pret taisni SOP , tad uz ekrāna novērojama koncentrisku gaišu un tumšu gredzenu sistēma.

Ja caurums atsedz tikai centrālās (pirmās) Frenela zonas daļu, uz ekrāna rodas izplūdis gaismas plankums, bet tumši un gaiši gredzeni neveidojas. Ja turpretī caurums atsedz lielu skaitu zonu, tad tumšu un gaišu gredzenu mija novērojama tikai šaurā intervālā uz ģeometriskās ēnas robežas. Ainas centrālās daļas apgaismojums ir aptuveni konstants.

26.4.2. Difrakcijas aina aiz apaļa diska. Izmantojot Frenela zonu metodi, var noskaidrot, kāda difrakcijas aina izveidojas, ja gaismas staru ceļā starp punktveida gaismas avotu S un ekrānu E (26.9. att. a) novietots disks D ar rādiusu r_0 . Ja disks aizsedz m Frenela zonas,



26.9. att.

tad rezultējošā svārstību amplitūda, kā izriet no sakarības (26.5), ir šāda: $A = A_{m+1}/2$, jo beidzamajai no punkta P redzamajai zonai atbilst $A_h = 0$. Tātad aiz necaurspīdīga diska tā ģeometriskās ēnas centrā jābūt gaišam plankumam («punktam»). Sādu secinājumu no Frenela teorijas pirmais izdarīja (1818) franču zinātnieks *S. Puašons*. Būdam gaismas korpuskulu teorijas piekritējs, viņš šo «klūdaino» secinājumu izvirzīja kā argumentu pret Frenela gaismas viļņu teoriju. Taču franču fiziķis *D. Arago* tūdaļ eksperimentāli pierādīja, ka tāds gaišs «punkts» ģeometriskās ēnas centrā tiešām novērojams, t. i., pierādīja, ka pareizs ir Puasona secinājums par šāda «punkta» eksistenci un pareiza ir arī Frenela teorija.

Raugoties no tāda ekrāna punkta, kas neatrodas uz taisnes *SOP*, piemēram, no punkta P' (sk. 26.9. att.), disks aizsedz daļu no zonas $m+1$, daļēji atsedzot tajā pašā laikā zonu m . Tādēļ gaismas intensitāte šajā punktā mazāka nekā punktā P . Novirzoties vēl tālāk (punkts P''), disks sāk aizsegēt zonu $m+2$ un atsedz zonu $m-1$. Tas rada gaismas intensitātes pieaugumu. Tādēļ punktā P' ir gaismas intensitātes minimums, punktā P'' — maksimums utt. Tas nozīmē, ka *ap gaišo aplīti punktā P veidojas tumšu un gaišu gredzenu sistēma*. Ja disks ir liels un aizklāj daudzas Frenela zonas, tad amplitūda A_{m+1} ir maza, t. i., $A_{m+1} \ll A_1$, un gaismas intensitāte ģeometriskās ēnas centrā daudzkārt mazāka nekā bez diska. Šā iemesla dēļ Puasona punkts un vispār difrakcija nav novērojama, izņēmums ir šaura josla uz ģeometriskās ēnas robežas. Ja turpretī disks ir mazs, tad amplitūda $A_{m+1} \approx A_1$ un apgaismojums ainas centrā ir aptuveni tāds pats kā bez diska. Ja disks aizsedz tikai mazu daļu no pirmās Frenela zonas, tad gaismas viļņi pilnīgi apliecas ap to un ēna neveidojas.

Līdz šim aplūkojam Frenela difrakciju apaļā caurumā un ap apaļu disku. Praksē, piemēram, aplūkojot tālskata darbību, svarīga ir arī Fraunhoferā difrakcija apaļā caurumā. Lietojot Frenela metodi, var parādīt, ka šajā gadījumā difrakcijas aina, kas novērojama objektīva fokālajā plaknē, sastāv no tumšiem un gaišiem gredzeniem ar gaišu aplīti ainas centrā. Vēl jāpiebilst (bez pierādījuma), ka virzieni, kādos izplatās gaismas viļņi, kuri dod tumšo gredzenu punktus, veido ar taisni *SOP* leņķus φ_i , pie tam

$$\sin \varphi_i = i \, 1,22\lambda/D, \quad (26.9)$$

kur i — tumšā gredzena kārtas numurs; D — objektīva diametrs.

Gaismas plūsmas lielākā daļa (84%) nonāk centrālajā gaišajā aplīti. Pārējie 16% plūsmas sadalās pa gaišajiem gredzeniem: pirmajā 5%, otrajā 2%, trešajā 1% utt. Tā kā gredzenu ir diezgan daudz, tad gaismas intensitāte to maksimumos ir daudz mazāka nekā centrālajā maksimumā. Piemēram, pirmā gredzena maksimumā intensitāte ir 1,75%, otrā — 0,42%, bet trešā — tikai 0,16% no centrālā maksimuma intensitātes. Centrālā gaišā aplīša izmērus nosaka pirmais minimums. Kā izriet no formulas (26.9), pirmais difrakcijas minimums veidojas virzienā φ_1 , kuru nosaka sakarība

$$\sin \varphi_1 = 1,22\lambda/D. \quad (26.10)$$

Ideāla optiskā sistēma saskaņā ar ģeometriskās optikas likumiem veido stigmatisku (punktveida) spīdoša punkta attēlu, t. i., attēlo priekšmeta punktu par punktu. Patiesībā ikvienā optiskajā ierīcē notiek difrakcija, jo ierīces galīgo izmēru dēļ tajā nonāk tikai ierobežota viļņa virsmas daļa (ierobežots staru kūlis). Tādēļ spīdošā punkta attēls nav punkts. Šā iemesla dēļ optiskā sistēma nespēj dot divu pēc patikas tuvu novietotu priekšmeta punktu atdalītus attēlus, tie var kļāties viens otram pāri tā, ka nav iespējams tos saskatīt atsevišķi. Optisko ierīču spēju dot atdalītus divu tuvu priekšmeta punktu attēlus raksturo fizikāls lielums, ko sauc par *izšķiršanas spēju*. Šeit aplūkosim tālskata un mikroskopa izšķiršanas spēju.

26.5.1. Tālskata izšķiršanas spēja. Kad ar tālskati aplūko bezgalīgi tālu punktu A (26.10. att.), uz tālskata objektīvu O no tā krit plakans vilnis (paralēlu staru kūlis). Punkta B attēls A' — gaišs aplītis, ko aptver tumši un gaiši gredzeni, — rodas objektīva fokālajā plaknē. Centrālā gaismas plankuma rādiuss $r_1 = F\varphi_1$, kur $\varphi_1 \ll 1$ un F — objektīva fokusa attālums, bet leņķi φ_1 nosaka Fraunhoferā difrakcijas sakarība (26.10.). Punkta B attēlam B' ir tāds pats rādiuss. Intensitātes sadalījums ap punktiem A' un B' parādīts 26.10. attēlā. Ja attālums d starp punktiem A' un B' ir pietiekami liels, tad attēli ir saskatāmi atsevišķi. Ja turpretī attālums d ir mazs, tad attēli saplūst kopā. Tas, kad abas ainas ir vēl izšķiramas un kad vairs nav izšķiramas, atkarīgs arī no gaismas indikatora (acs, fotoplates, fotoelementa utt.) kontrasta jutības. Pēc *Dž. Releja* ieteikuma lieto šādu kritēriju: *divas difrakcijas ainas ir izšķiramas, ja tās pārklājas tā, ka vienas ainas centrālais maksimums sakrīt ar otras ainas pirmo minimumu* (26.11. att. a), *vai arī pārklājas mazāk. Pretējā gadījumā ainas nav izšķiramas* (26.11. att. b).

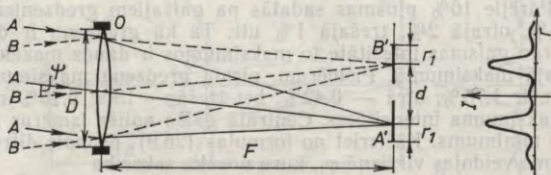
Gadījumā, kas atbilst $d = r_1$, starp abiem maksimumiem izveidojas minimums, kurā gaismas intensitāte ir par 20% mazāka nekā maksimumos, ja intensitātes maksimumos ir vienādas.

Tātad mazākais leņķiskais attālums ψ_{\min} starp punktiem A un B , lai tālskatis spētu tos izšķirt, ir vienāds ar φ_1 , resp.,

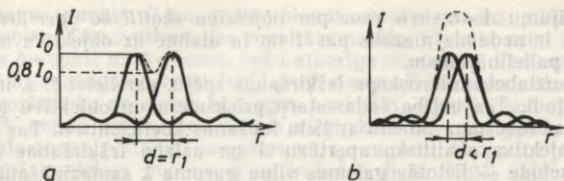
$$\psi_{\min} = 1,22\lambda/D, \quad (26.11)$$

kur D — tālskata objektīva diametrs. Lielumu

$$R_{\max} = 1/\psi_{\min} \quad (26.12)$$



26.10. att.



26.11. att.

sauc par *tālskata izšķiršanas spēju*. To nosaka difrakcija. Objektīva nepilnību dēļ reālā izšķiršanas spēja tālskata objektīvam ir mazāka. Kā redzams, lielākas tālskata izšķiršanas spējas iegūšanai jālieto objektīvi ar lieliem diametriem. Spēcīgos astronomiskajos teleskopos objektīva diametrs sasniedz metru un pat vairāk. Tas vienlaikus nodrošina teleskopam arī lielu gaismas spēju (jo lielāks teleskopa objektīvs, jo vairāk gaismas tajā iekļūst).

Sakarības (26.11) un (26.12) aptuveni derīgas arī fotoaparātiem, acij un citiem optiskiem aparātiem, ja stari, kas krīt uz tiem, maz atšķiras no paralēliem stariem. Piemēram, acij zīlītes diametrs ir aptuveni 2 mm, tādēļ, ja viļņa garums $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ mm, saskaņā ar sakarību (26.11) iegūst, ka $\psi_{\min} = 1,22 \cdot 5 \cdot 10^{-4} / 2 \text{ rad} = 3,05 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 1'$.

26.5.2. Mikroskopa izšķiršanas spēja. Mikroskopus raksturo nedaudz savādāk. Par mikroskopa izšķiršanas spēju sauc *minimālo attālumu ϵ starp diviem priekšmeta punktiem, kuru attēli vēl izšķirami kā divi atsevišķi punkti*. Difrakcijas dēļ arī mikroskopa objektīva doļais punkta attēls ir aplītis, ko aptver vairāki gredzeni. Šī aplīša un gredzenu izmēri ir proporcionāli lietotās gaismas viļņa garumam. Taču, jo lielāki ir difrakcijas ainas izmēri, jo ātrāk divas tādas ainas saplūst un kļūst neizšķiramas, ja tuvina punktus, kuru attēli ir šīs ainas. Tādēļ minimāli izšķiramais attālums ϵ proporcionāls lietotās gaismas viļņa garumam. Gaismai izplatoties no priekšmeta līdz objektīvam vidē, kuras laušanas koeficients n , tās viļņa garums ir λ/n , ja ar λ apzīmēts gaismas viļņa garums vakuumā.

Vēl bez tam difrakcijas ainas izmēri atkarīgi no staru kūļa diametra, ko nosaka objektīva diametrs. Jo mazāks ir objektīva diametrs, jo lielāki ir difrakcijas ainas izmēri. Salīdzināsim objektīvus ar vienādiem fokusa attālumiem, bet dažādiem diametriem. Lietojot tos mikroskopā ar vienu un to pašu tubusa garumu, priekšmeta attālums no objektīva jāņem vienāds. Stari, kas nāk no priekšmeta punkta, kurš atrodas uz objektīva optiskās ass, ieiedami objektīvā caur tā diametra pretējiem galiem, veido leņķi $2u$. Acimredzot, jo mazāks objektīva diametrs, jo mazāks arī $\sin u$. Tādēļ var secināt, — jo mazāks $\sin u$, jo lielāki difrakcijas ainas izmēri un lielāks arī mazākais attālums ϵ starp diviem izšķiramajiem punktiem.

Difrakcijas teorija pierāda, ka

$$\epsilon = 0,61\lambda / (n \sin u). \quad (26.13)$$

Reizinājumu $A = n \sin u$ sauc par *objektīva skaitlisko āpertūru*. Parasti A ir nedaudz mazāks par 1 un to atzīmē uz objektīva ietvara blakus palielinājumam.

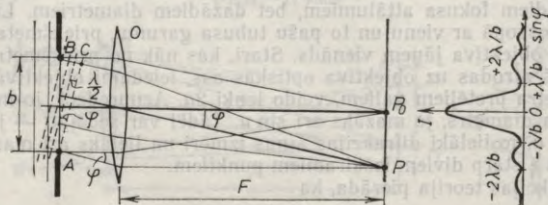
Lai uzlabotu mikroskopa izšķiršanas spēju, var lietot t. s. imersijas metodi. Tās būtība šāda: starp priekšmetu un objektīvu ievada imersijas šķidrums pilienu ar lielu laušanas koeficientu n . Tas palielina objektīva skaitlisko āpertūru A un uzlabo izšķiršanas spēju. Otra metode — lietotās gaismas viļņa garuma λ samazināšana. Redzamās gaismas vietā lieto ultravioletos starus vai arī elektronstārus (elektronu mikroskopos).

26.6. GAIŠMAS DIFRAKCIJA ŠAURĀ SPRAUGĀ

26.6.1. Difrakcijas ainas raksturs. Aplūkosim gaismas difrakciju šaurā bezgalīgi garā spraugā, uz kuru krīt plakans gaismas vilnis (paralēlu staru kūlis) un krītošās gaismas viļņa virsma paralēla spraugas plaknei. Pieņemsim, ka difrakcija tiek novērota paralēlos staros (Fraunhofer difrakcija), novietojot spraugas plaknei paralēlu ekrānu ļoti tālu no spraugas vai aiz objektīva O tā fokālajā plaknē (26.12. att.), vai arī fokusējot aci uz bezgalību. Simetrijas apsvērumu dēļ var apgalvot, ka visās plaknēs, kas perpendikulāras spraugas asij, difrakcijas aina ir vienāda. Izvērtēsim difrakcijas ainu 26.12. attēlā parādītajā plaknē. Lai noskaidrotu, kādu rezultātu dod difragētie stari virzienā, kas veido leņķi φ ar spraugas normāli, sadalīsim spraugas atsegto gaismas viļņa virsmas daļu AB Frenela zonās. Virsmas, ar kurām izdala Frenela zonas, tagad ir difragēto staru virzienam perpendikulāras plaknes attālumā $\lambda/2$ cita no citas. Tās var uzskatīt par sfērām, kuru centrs novietots bezgalīgi tālu (difragēto staru virzienā). Attēlā redzams, ka spraugā ietilpināmo Frenela zonu skaits i atkarīgs no nogriežņa $BC = b \sin \varphi$ garuma, proti,

$$i = b \sin \varphi / (\lambda/2). \quad (26.14)$$

Visām zonām ir vienāds platumš un laukums, un tās dod sekundāros viļņus ar vienādām svārstību amplitūdām. Objektīvs, kuram cauri iet difragētā gaisma, nekādu papildu ceļu garumu diferenci dažādiem stariem nerada (tautohronisms), tādēļ gaismas viļņi, kas nonāk no-



26.12. att.

vērošanas punktā P no divām blakus esošām zonām, pilnīgi dzēš viens otru. Tātad difrakcijas rezultātu nosaka Frenela zonu skaits i .

Ja $b = \text{const}$ un $\lambda = \text{const}$, tad i atkarīgs tikai no φ . Virzienam, kas veido ar spraugas normāli leņķi $\varphi = 0$, atsegto Frenela zonu skaits $i = 0$. Tas nozīmē, ka no visiem spraugas punktiem, šajā virzienā ejot, punktā P_0 nonāk sinfāzi sekundārie viļņi, kuri cits citu pastiprina, jo Frenela zonas platums, raugoties uz spraugu no bezgalīgi tālu šajā virzienā novietota punkta, ir neierobežoti liels. Tādēļ šajā virzienā novērojams centrālais difrakcijas maksimums. Virzienam, kas veido ar spraugas normāli tādu leņķi φ , ka $\sin \varphi = \lambda / (2b)$, atsegto Frenela zonu skaits $i = 1$ un zonas platums kļūst vienāds ar b , t. i., sprauga atsedz vienu Frenela zonu. Tās dažādu punktu dotie viļņi, nonākot novērošanas vietā, nav vairs sinfāzi, bet arī nespēj cits citu dzēst, jo tikai malējie viļņi pienāk pretējās fāzēs. Tādēļ šajā virzienā novērojama zināma difragētās gaismas intensitāte, lai gan mazāka nekā virzienā, kas atbilst leņķim $\varphi = 0$. Ja spraugā novietojas divas Frenela zonas ($i = 2$), kā tas ir novērošanas virzienā, kuram $\sin \varphi = \lambda / b$, abu zonu sekundārie viļņi, pienākuši novērošanas punktā, cits citu pilnīgi dzēš, t. i., šajā virzienā novērojams pirmais difrakcijas minimums. Tālāk palielinoties leņķim φ , ikvienā virzienā, kuram atbilstošais zonu skaits i ir pāra skaitlis, novērojams difrakcijas minimums (pilnīga gaismas dzēšana), bet starp minimumiem virzienes, kuriem i ir nepāra skaitlis, novērojams relatīvs gaismas intensitātes maksimums. Tādējādi gaismas minimumu un maksimumu nosacījumi ir šādi:

$$b \sin \varphi = \pm 2k\lambda/2 = \pm k\lambda, \text{ kur } k = 1; 2; 3; \dots \text{ gaismas minimumi}; \quad (26.15)$$

$$b \sin \varphi = \pm (2k+1)\lambda/2, \text{ kur } k = 1; 2; 3; \dots \text{ gaismas maksimumi}. \quad (26.16)$$

Kā rāda izdarītā analīze un 26.12. attēls, centrālais difrakcijas maksimums ir divreiz platāks nekā pārējie. Tā leņķisko pusplatumu, t. i., virzienu uz pirmo minimumu, var aprēķināt no sakarības

$$\sin \varphi_1 = \lambda/b. \quad (26.17)$$

Kā redzams, centrālais maksimums paplašinās, t. i., pirmais minimums atvirzās tālāk no centra, ja spraugas platums b samazinās, un otrādi. Tas pats notiek arī ar augstāko kārtu minimumiem, jo k kārtas minimumam ir spēkā sakarība

$$\sin \varphi_k = k\lambda/b. \quad (26.18)$$

Kā zināms, jābūt spēkā sakarībai $\sin \varphi_k \leq 1$. Tādēļ $k \leq b/\lambda$ un

$$k_{\max} = [b/\lambda], \quad (26.19)$$

kur k_{\max} — maksimālā iespējamā difrakcijas minimuma kārtā un $[b/\lambda]$ — attiecības b/λ veselā daļa. Ja $b \leq \lambda$, tad nav novērojams pat pirmais difrakcijas minimums. Ekrāna apgaismojums no ainas centra uz malām pakāpeniski samazinās.

Difrakcijas ainas izmēri atkarīgi arī no viļņa garuma λ . Jo lielāks viļņa garums λ , jo tālāk no difrakcijas ainas centra novirzīti atbilstošo kārtu maksimumi un minimumi. Tādēļ difrakcijas aina, ko iegūst, apgaismojot spraugu ar baltu gaismu, ir krāsaina.

26.6.2. Intensitāšu sadalījums difrakcijas maksimumos. Lai novērtētu gaismas intensitāšu attiecību dažādu kārtu difrakcijas maksimumos, izmantosim vektoru diagrammas (sk. 26.3.2. nodalījumu), iepriekš katru Frenela zonu sadalot vienādās, ļoti šaurās elementārzonās. Tādēļ arī tām atbilstošo elementāro amplitūdas vektoru moduļi ir vienādi. Difrakcijas ainas centram 26.13. attēlā atbilst diagramma *a*. Novērošanas punktā pienākošie viļņi ir sinfāzi, tādēļ svārstību amplitūda vienāda ar elementāro amplitūdu summu. Vienai atsegtai zonai ($i=1$) atbilst diagramma *b*, kas veido pusriņķa līniju (no pirmās un pēdējās elementārzonas viļņi pienāk pretējās fāzēs).

Vektora \vec{A}_1 modulis izsakāms no sakarības $\frac{1}{2} \pi A_1 = A_0$ jeb $A_1 = 2A_0/\pi$, jo elementāro amplitūdas vektoru moduļu summa paliek nemainīga. Divām un trim zonām ($i=2$ un $i=3$) atbilst 26.13. attēlā diagrammas *c* un *d*. No diagrammas *d* redzams, ka $\frac{3}{2} \pi A_3 = A_0$, resp., $A_3 = 2A_0/(3\pi)$. Tas nozīmē, ka nepāra skaitlim i (maksimumiem) rezultējošo svārstību amplitūda

$$A_i = 2A_0/(i\pi), \quad (26.20)$$

bet pāru skaitlim i (minimumiem) rezultējošo svārstību amplitūda $A_i = 0$. Sakarība (26.20) ir pietiekami pareiza tikai nelieliem leņķiem φ . Ja leņķi φ ir lieli, tad koeficients $f(\varphi)$ (sk. 26.2. §) atkarīgs no virziena (šeit $\theta = \varphi$). Tā kā gaismas intensitātes ir proporcionālas svārstību amplitūdu kvadrātiem ($I_i \sim A_i^2$), tad no sakarības (26.20) izriet, ka dažādu kārtu difrakcijas maksimumos

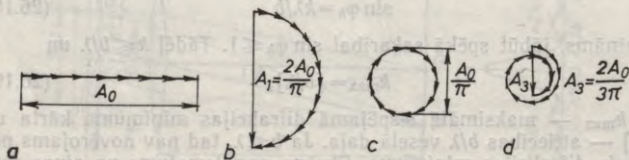
$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = \left(\frac{2}{(2k+1)\pi} \right)^2, \text{ kur } k=1, 2, 3, \dots \text{ Tātad}$$

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = A_0^2 : A_3^2 : A_5^2 : A_7^2 : \dots =$$

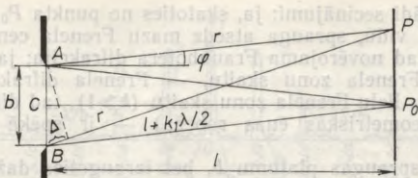
$$= 1 : (2/(3\pi))^2 : (2/(5\pi))^2 : (2/(7\pi))^2 : \dots =$$

$$= 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots \quad (26.21)$$

Zīmējumā (sk. 26.12. att.) centrālais maksimums parādīts relatīvi zemāks.



26.13. att.



26.14. att.

26.6.3. Difrakcijas ainu novērošanas nosacījums. Jau iepriekš norādīts, ka Fraunhofera difrakciju šaurā spraugā var novērot bez objektīva uz pietiekami tālu novietota ekrāna. Precizēsim, ko nozīmē «pietiekami» vai «nepietiekami» tālu, t. i., kādā gadījumā vēl var runāt par Fraunhofera difrakciju un kad jārunā par Frenela difrakciju.

No trijstūra ABP (26.14. att.), lietojot kosinusa teorēmu un ievērojot, ka $b \ll r$ (tādēļ arī $\Delta \ll r$, resp., $\Delta^2 \ll \Delta \cdot r$), var izteikt ceļu garumu diferenci stariem, kas iet uz punktu P no spraugas malām:

$$\Delta = b^2 / (2r) + b \sin \varphi. \quad (26.22)$$

Robežgadījumā, kad $r \rightarrow \infty$ (tas atbilst Fraunhofera difrakcijai), iegūst

$$\Delta_{\infty} = b \sin \varphi. \quad (26.23)$$

Ja atbilstoši kādam galīgam attālumam r starpība $\Delta - \Delta_{\infty}$ daudz mazāka par $\lambda/2$, t. i., ja

$$(\Delta - \Delta_{\infty}) \ll \lambda/2, \quad (26.24)$$

tad difrakcija neatšķiras no Fraunhofera difrakcijas. Ja turpreti

$$(\Delta - \Delta_{\infty}) \approx \lambda/2, \quad (26.25)$$

tad ir Frenela difrakcija. Nelieliem leņķiem φ ir spēkā sakarība $r \approx l$, tādēļ var secināt:

- 1) ja $b^2 / (l\lambda) \ll 1$ — Fraunhofera difrakcija;
- 2) ja $b^2 / (l\lambda) \approx 1$ — Frenela difrakcija;
- 3) ja $b^2 / (l\lambda) \gg 1$ — difrakcija nav novērojama, ir spēkā geometriskā optika, izņēmums ir šaura josla uz ģeometriskās ēnas robežas.

Lielumu $b^2 / (l\lambda)$ sauc par *difrakcijas parametru*.

Izrādās, ka difrakcijas parametrs nosaka, cik lielu Frenela zonu skaitu atsedz sprauga, ja to novēro no punkta P_0 , kas atrodas uz ekrāna tieši pretī spraugas vidum (26.14. att.). Tiešām, no sakarības $(l + k_1 \lambda / 2)^2 = l^2 + (b/2)^2$ (sk. trijstūri BCP_0) izriet, ka $k_1 = b^2 / (4l\lambda)$, kur k_1 — Frenela zonu skaits spraugas daļā BC . Tādēļ visā spraugā zonu skaits $k = 2k_1$ jeb

$$k = b^2 / (2l\lambda). \quad (26.26)$$

No tā izriet šādi secinājumi: ja, skatoties no punkta P_0 , kas atrodas pret spraugas vidu, sprauga atsedz mazu Frenela centrālās zonas daļu ($k \ll 1$), tad novērojama Fraunhofera difrakcija; ja sprauga atsedz nelielu Frenela zonu skaitu, — Frenela difrakcija; bet, ja sprauga atsedz lielu Frenela zonu skaitu ($k \gg 1$), tad difrakcijas nav (izņēmums ģeometriskās ēnas robeža) — ir spēkā ģeometriskā optika.

Nemainot spraugas platumu b , bet izraugoties dažādus attālumus l , var realizēt visus difrakcijas gadījumus. Kamēr l ir mazs (kad $k \gg 1$), spraugas atēls atbilst ģeometriskās optikas likumiem; palielinot l , vispirms (kad k ir mazs) novērojama Frenela difrakcija, kura pēc tam (kad $k \ll 1$) pāriet Fraunhofera difrakcijā. Līdzīga difrakcijas ainu rakstura maiņa notiek arī tad, ja, saglabājot konstantu attālumu l , samazina spraugas platumu b .

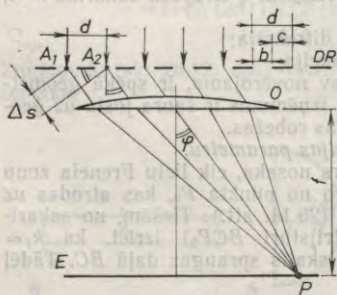
26.7. DIFRAKCIJAS REŽĢI

Difrakcijas režģis ir gaismas ceļā regulāri izvietotu šķēršļu sistēma. Šķēršļi var būt izvietoti uz līnijas, virsmas vai telpā un veidot viendimensijas, divdimensiju vai telpiskus režģus. Vispirms apskatīsim vienu no vienkāršākajiem — plakānu difrakcijas režģi.

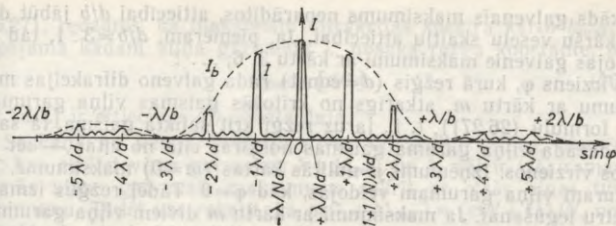
26.7.1. Plakans difrakcijas režģis ir vienā plaknē izvietotu vienādu, paralēlu, ekvidistantu spraugu sistēma. Attālumu d starp atbilstošajiem blakusspraugu punktiem (piemēram, viduspunktiem vai attiecīgajām malām) sauc par *režģa konstanti* jeb *periodu*. Ja b ir vienas spraugas platums un c necaurspīdīgā šķēršļa platums, tad režģa konstante $d = b + c$ (26.15. att.).

Dažādiem režģiem konstante d var mainīties no $2 \cdot 10^{-2}$ mm (50 spraugas uz milimetru) līdz $4 \cdot 10^{-5}$ mm (2400 spraugas uz milimetru). Ar spraugām noklātās režģa daļas platums sasniedz vairākus desmitus milimetru (aptuveni līdz 100 mm). Tādēļ kopējais spraugu skaits režģī var būt ļoti liels (aptuveni 240 000). Katras spraugas garums ir liels salīdzinājumā ar b un d .

Noskaidrosim, kāda difrakcijas aina rodas, ja uz režģi krit plakans, režģa plaknei paralēls gaismas vilnis (režģim perpendikulārs paralēlu staru kūlis) un difrakcijas ainu projicē ar objektīvu O uz režģim paralēlu ekrānu E (Fraunhofera difrakcija). Tas, kā notiek difrakcija atsevišķā spraugā, jau apskatīts 26.6. paragrāfā. Visu spraugu dotās difrakcijas ainu ir identiskas un objektīva fokālajā plaknē pilnīgi sakrīt. Ja visi koherentie viļņi, kas no-



26.15. att.



26.16. att.

nāk uz ekrāna no dažādām spraugām, ikvienā ekrāna punktā būtu sinfāzi, tad rezultējošā gaismas viļņa amplitūda būtu viscaur N reižu, bet intensitāte N^2 reižu lielāka nekā no vienas spraugas, un intensitāti attēlotu likne I_b (26.16. att.). Šī likne pilnīgi analoga 26.12. attēlā parādītajai liknei. Patiesībā no dažādām spraugām vienā ekrāna punktā nonākošie viļņi ir sinfāzi tikai atsevišķos virzienos, kuros izpildīts nosacījums

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \text{ kur } m=0; 1; 2; \dots \quad (26.27)$$

Tiešām, tikai gadījumā, kad starp viļņiem, kas iet no divu blakus-spraugu atbilstošajiem punktiem, piemēram, punktiem A_1 un A_2 (26.15. att.), optisko ceļu garumu diference $\Delta s = d \sin \varphi$ ir vienāda ar $\pm m\lambda$, svārstību fāžu starpība ir $\pm 2m\pi$, resp., viļņi ir sinfāzi un viens otru maksimāli pastiprina. Šos maksimumus sauc par galvenajiem maksimumiem, skaitli m — par galvenā maksimuma kārtu, bet sakarību (26.27) — par plakana difrakcijas režģa formulu.

Starp diviem galvenajiem maksimumiem novietojas $N-1$ minimums. Tie atrodas virzienos, kuriem $d \sin \varphi$ vienāds ar

$$\pm \left(\frac{\lambda}{N}, 2\frac{\lambda}{N}, \dots, (N-1)\frac{\lambda}{N}, (N+1)\frac{\lambda}{N}, \dots, (2N-1)\frac{\lambda}{N}, \right. \\ \left. (2N+1)\frac{\lambda}{N}, \dots, (mN-1)\frac{\lambda}{N}, (mN+1)\frac{\lambda}{N}, \dots \right).$$

Starp minimumiem, protams, ir arī maksimumi, bet tie ir tik mazi, ka salīdzinājumā ar galvenajiem maksimumiem tos var neievērot. Tādēļ gaismas intensitātes sadalījums uz ekrāna aiz difrakcijas režģa, ja režģi apgaismo ar viena viļņa garuma λ gaismu, ir apmēram tāds, kā parādīts 26.16. attēlā, kur $N=5$; $d/b=3$. Viegli saprotams, ka spēcīgi ir tikai tie galvenie maksimumi, kuri atrodas atsevišķas spraugas radītā centrālā difrakcijas maksimuma robežās.

Var gadīties, ka attiecībā uz kādu leņķi φ , kuram izpildīts nosacījums (26.27), vienlaikus izpildīts arī nosacījums (26.15). Tas nozīmē, ka jau atsevišķa sprauga šajā virzienā difragēto gaismu nedod. Tādēļ atbilstošais galvenais maksimums nevar izveidoties. Kā izriet no sakarībām (26.27) un (26.15), tas notiek, kad $m/k=d/b$. Tātad,

lai kāds galvenais maksimums neparādītos, attiecībai d/b jābūt divu vienkāršu veselu skaitļu attiecībai. Ja, piemēram, $d/b=3:1$, tad neveidojas galvenie maksimumi ar kārtu 3; 6; ...

Virziens φ , kurā režģis ($d=\text{const}$) rada galveno difrakcijas maksimumu ar kārtu m , atkarīgs no krītošās gaismas viļņa garuma λ (sk. formulu (26.27)), t. i., ja uz režģi krit salikta gaisma, tā sadalās, dažāda viļņa garuma gaismas nošķiras cita no citas — iet dažādos virzienos. Izņēmums ir nulltās kārtas ($m=0$) maksimums. Tas jebkuram viļņa garumam veidojas, kad $\varphi=0$. Tādēļ režģus izmanto spektru iegūšanai. Ja maksimumi ar kārtu m diviem viļņa garumiem λ un $\lambda+d\lambda$ novērojami virzienos, kuri atbilst difrakcijas leņķiem φ un $\varphi+d\varphi$, tad difrakcijas režģa spēju nošķirt citu no cita dažāda viļņa garuma gaismas viļņus raksturo attiecība $d\varphi/d\lambda=D$.

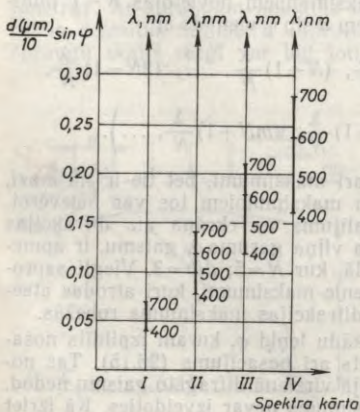
So attiecību sauc par *režģa leņķisko dispersiju*. Tā parāda, par kādu leņķi tiek nošķirti gaismas viļņi, kuru viļņa garumi atšķiras par vienu vienību. Diferencējot sakarību (26.27), iegūst, ka

$$D = m / (d \cos \varphi). \quad (26.28)$$

Tātad *leņķiskā dispersija ir jo lielāka, jo mazāka ir režģa konstante un jo augstāka ir spektra kārtā*. Vienas kārtas robežās, ja leņķis φ ir mazs, režģa leņķiskā dispersija ir gandrīz konstants lielums. Ar to režģis kā disperģējoša sistēma būtiski atšķiras no prizmas. Ņemot vērā sakarību (26.27), var iegūt arī šādu leņķiskās dispersijas formulu:

$$D = m / (d \sqrt{1 - (m\lambda/d)^2}), \quad (26.29)$$

kur redzama režģa dispersijas atkarība no viļņa garuma spektrā, kura kārtā m . Dispersiju atkarībā no spektra kārtas uzskatāmi parāda 26.17. attēlā dotā diagramma.



26.17. att.

Sajā diagrammā uz vienas ass atlikts lielums $d \sin \varphi / 10$, kas raksturo difrakcijas virzienu, proti, izsaka nolieces leņķa sinusu, ja režģa konstante $d=10 \mu\text{m}$. Uz šai asij paralēlajām asīm atlikts intervāls, kuru aizņem redzamā gaisma ($\lambda=400 \dots 700 \text{ nm}$) pirmās, otrās, trešās un ceturrtās kārtas spektrā. Kā redzams, palielinoties spektra kārtai, tas arvien vairāk «izplešas», pie tam jau otrās un trešās kārtas spektri klājas viens otram pāri. Vēl vairāk pārklājas augstāku kārtu spektri.

Difrakcijas leņķis φ nevar būt lielāks par 90° un $\sin \varphi$ lielāks par 1. Ievērojot sakarību

(26.27), redzams, ka maksimālo difrakcijas spektra kārtu k_{\max} , kas iespējama kādam viļņa garumam λ , nosaka režģa konstante, proti,

$$k_{\max} = [d/\lambda], \quad (26.30)$$

kur $[d/\lambda]$ ir attiecības d/λ veselā daļa.

Saskaņā ar Releja kritēriju divas difrakcijas ainas, piemēram, tās, kas atbilst viļņa garumiem $\lambda + \Delta\lambda_{\min}$ un λ , vēl ir izšķiramas, ja pirmās ainas galvenais maksimums sakrīt ar otrās ainas tuvāko minimumu. Tādēļ var rakstīt, ka $m(\lambda + \Delta\lambda_{\min}) = (mN + 1)\lambda/N$, no kurienes

$$\Delta\lambda_{\min} = \lambda/(mN). \quad (26.31)$$

Kā redzams, minimālā izšķiramo viļņa garumu stārpība ir jo mazāka, jo lielāks ir kopējais spraugu (svitru) skaits režģī un jo lielāka ir spektra kārtā. Lielumu

$$R = \lambda/\Delta\lambda_{\min} \quad (26.32)$$

sauc par *režģa izšķiršanas spēju*. No sakarībām (26.31) un (26.32) iegūst

$$R = mN. \quad (26.33)$$

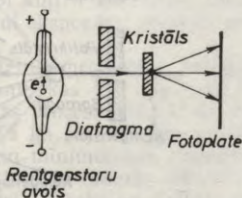
Līdzīgi var analizēt difrakciju, ja režģi apgaismo paralēli stari, kuri nav perpendikulāri režģa plaknei. Tad sakarības (26.27) vietā stājas cita, mazliet komplikētāka sakarība.

Šeit aplūkojām difrakciju režģim cauri izgājušā gaismā. Tagad bieži lieto arī t. s. *atstarotājrēžģus*, kuros difragē atstarotā gaisma. Dažiem režģu tipiem ir īpaša profila svītras, kas veido noteiktu lēņķi ar režģa plakni (*ešeleta režģi*).

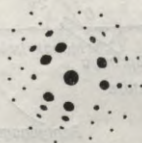
26.7.2. Sfēriskie ieliktie režģi un telpiskie režģi. Sfēriskie režģi vienlaikus gan sadala gaismu spektrā, gan arī fokusē to. Telpiskus režģus izmanto rentgenstaru spektru iegūšanai (sk. 26.8. §).

26.8. RENTGENSTARU DIFRAKCIJA

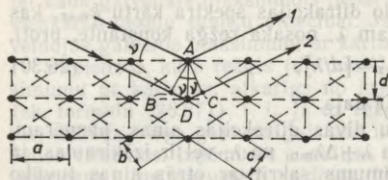
Rentgenstari ir elektromagnētiskais starojums, kura viļņa garums aptuveni no 10^{-8} līdz 10^{-12} m. To rašanās mehānisms aplūkots atomfizikā (sk. 32.4.2. nodaļumu). Rentgenstaru difrakciju var



26.18. att.



26.19. att.



26.20. att.

novērot, izmantojot dabiskos kristālrežģus. Difrakciju telpiskā režģī apraksta sakarības, kas līdzīgas sakarībai (26.27). Tās sauc par Laues formulām. Caur kristālu izgājušiem rentgenstariem difrakcijas maksimumi izveidojas tikai atsevišķos virzienos. Tādēļ pēc Laues

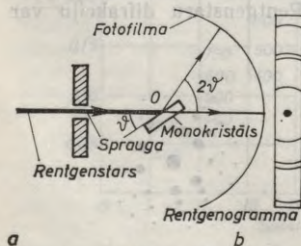
metodes (26.18. att.) iegūtā rentgenogramma (26.19. att.) ir attiecībā pret centrālo staru simetriski izvietotu punktu sistēma.

Kā parādījuši krievu zinātnieki *J. Vulfs* un angļu fiziķi *V. H. Bregs* un *V. L. Bregs*, no kristāla atstaroto rentgenstaru difrakciju var aprakstīt vienkāršāk, pēc t. s. Vulfa—Bregu metodes. Šī metode pamatojas uz to, ka no katras atomplaknes interferences dēļ rentgenstari atstarojas tikai spoguļatstarošanas virzienā. Taču atstarošanās no visa kristāla kopumā notiek tikai tad, ja ceļu garumu diference stariem, kuri atstarojas no blakus esošām atomplaknēm, vienāda ar $\pm m\lambda$, kur m — vesels skaitlis. Kā redzams 26.20. attēlā, stariem 1 un 2 izveidojas ceļu garumu diference $\Delta s = BD + DC = 2d \sin \theta$. Lai šie stari viens otru pastiprinātu, jābūt spēkā saka-

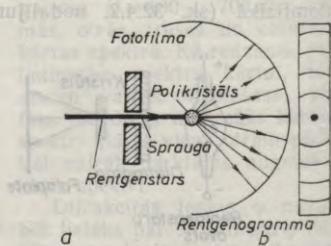
$$2d \sin \theta = \pm m\lambda, \text{ kur } m = 1; 2; 3; \dots \quad (26.34)$$

Sakarību (26.34) sauc par Vulfa—Bregu formulu. To izmanto rentgenspektroskopijā. Lietojot kristālu ar zināmu režģa konstanti d un izmērot Brega leņķi θ , var aprēķināt nezināmo viļņa garumu λ , un otrādi —, zinot viļņa garumu λ , var noteikt pētāmā kristāla konstantes, t. i., analizēt kristāla struktūru.

Ierīces, ko izmanto šim nolūkam, sauc par *rentgenspektrogrāfiem*. Viena no šādām ierīcēm — *spektrogrāfs ar monokristālu* — shematiski parādīta 26.21. attēlā *a*. Svārstoties ap zīmējuma plakni perpendikulāru asi O , monokristāls secīgi veido ar krītošo staru vi-



26.21. att.



26.22. att.

sus Brega leņķus θ , un tādēļ var iegūt uz fotofilmas rentgenogrammu (26.21. att. b).

Debaja—Sēvera spektrogrāfā (26.22. att. a) monokristāla vietā lieto polikristāla paraugu (parasti cilindriskas formas). Rentgenstari atstarojas no tiem kristāliņiem, kuru atomplaknes veido ar kritošo staru kādu no Brega leņķiem θ , un dod rentgenogrammu (26.22. att. b).

26.9. JEDZIENS PAR HOLOGRĀFIJU

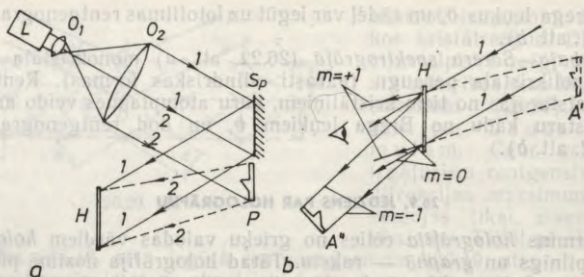
Termins *hologrāfija* cēlies no grieķu valodas vārdiem *holos* — viss, pilnīgs un *graphō* — rakstu. Tātad hologrāfija nozīmē pilnīgs pieraksts. Sajā gadījumā domāts visas gaismas viļņa nestās informācijas pilnīgs pieraksts. Parastā fotogrāfijā iegūst telpisko priekšmetu plakanu attēlu, saglabājot zināmā mērā priekšmeta detaļu kontrastu, t. i., pierakstot no priekšmeta punktiem nākošās gaismas intensitāti. Taču šādā veidā netiek fiksētas no dažādiem priekšmeta punktiem pienākošo viļņu fāžu attiecības, kas satur ļoti daudz informācijas par priekšmetu.

Pilnīgi jaunu viļņu pierakstīšanas un reproducēšanas metodi — hologrāfiju 1948. gadā atklāja ungāru izcelsmes zinātnieks *D. Gābors*, kas darbojās Anglijā. Tomēr *D. Gābora* ideju realizācija tajā laikā bija stipri apgrūtināta piemērotu gaismas avotu trūkuma dēļ. Tikai pēc tam, kad 1960. gadā bija radīti optiskie kvantu ģeneratori — lāzeri, kas dod starojumu ar augstu koherences pakāpi laikā un telpā, sākās hologrāfijas strauja attīstība. Pirmās hologrammas, izmantojot lāzeru, 1962. gadā ieguva amerikāņu fiziķi *E. Leits* un *J. Upatnieks*. Padomju zinātnieks *J. Deņisjuks* tajā pašā gadā izstrādāja oriģinālu metodi hologrammu iegūšanai ar biezu fotoemulsijas slāņu palīdzību. Pēc šīs metodes iespējams reproducēt krāsainus attēlus.

Apskatīsim hologrammas iegūšanas un attēla reproducēšanas principus.

A. Objektīvi O_1 un O_2 (26.23. att. a) pārveido lāzera gaismas staru platā staru kūlī. Šī kūļa viena daļa pēc atstarošanās no spoguļa *Sp*, tā saucamais atbalsta staru kūlis *I*, krīt uz fotoplati *H*. Otra staru kūļa daļa 2 apgaismo priekšmetu *P* un izkliedētās gaismas viļņu veidā arī nonāk uz fotoplati *H*, kur interferē ar atbalsta staru kūli, jo abi kūļi ir koherenti. Interferences aina tiek fiksēta uz fotoplates. Šādi eksponēta, attīstīta un tālāk apstrādāta fotoplate ir hologramma.

Lai attēlu reproducētu, hologrammu apgaismo ar tāda paša lāzera gaismu, kas krīt tāpat kā atbalsta staru kūlis hologrammas uzņemšanas procesā (26.23. att. b). Hologrammā notiek gaismas difrakcija. Tā kā šajā «režģī» caurlaidība starp nomelnojuma maksimumiem un minimumiem mainās sinusoidāli (parastajā difrakcijas režģī caurlaidība mainās lēcienveidā: sprauga, šķērslis ...), tad rodas tikai trīs difrakcijas kārtas: $m=0$; $m=+1$ un $m=-1$. Virzienā, kas atbilst kārtai $m=+1$, izplatās vilnis, kuram ir gluži tāda pati



26.23. att.

struktūra kā no priekšmeta atstarotajam vilnim. Tas dod šķietamu priekšmeta attēlu A' , kuru var ieraudzīt, skatoties uz hologrammu šim vilnim pretī. Vilnis, kas atbilst kārtai $m = -1$, veido istu spoguļsimetrisku priekšmeta attēlu A'' .

B. Padomju zinātnieka J. Deņisjuka izveidotajā metodē krāsainas hologrammas iegūšanai izmanto fotoemulsijas slāni, kurā veidojas stāvviļņi, interferējot uz fotoemulsiju krītošajiem un no tās pamatnes atstarotajiem viļņiem. Hologrammas iegūšanas procesā objektu apgaismo ar lāzera starojumu, kas satur vismaz trīs dažādas krāsas komponentus (tiem dažādi kombinējoties, var rasties visu citu krāsu iespāids). Fotoemulsijā veidojas trīs stāvviļņu sistēmas, t. i., trīs telpiski režģi ar atšķirīgu nomelnojumā sadalījumu. Katra nomelnojuma joslu sistēma attēla reproducēšanas procesā veido objekta attēlu attiecīgajā krāsā. Ja aplūko hologrammu baltā gaismā, iegūst krāsainu objekta attēlu, tāpēc ka trīs krāsas pārklājas.

Ar hologrammas palīdzību iegūtais attēls ir telpisks. Mainot acs stāvokli attiecībā pret hologrammu, var ieraudzīt tādas attēla detaļas, kas citā stāvoklī ir aizsegtas. Jāpiebilst, ka jebkura hologrammas daļa arī dod pilnu attēlu. Tikai, jo mazāka ir šī daļa, jo nekaidrāks (neasāks) ir attēls.

Pēc hologrāfijas metodes var iegūt un reproducēt attēlus, nelietojot objektīvus un lēcas. Ir iespējams iegūt arī palielinātus attēlus. Tādēļ hologrāfiju var izmantot mikroskopijā. Praksē lielu nozīmi ieguvusi interferometriskā hologrāfija, piemēram, detaļu apstrādes kvalitātes kontrolē. Impulsu hologrāfiju (hologrammas iegūst vienu pēc otras ar zināmu laika intervālu, lietojot impulsu lāzarus) izmanto dažādu procesu kinētikas pētīšanai, piemēram, saspīestu gāzu plūsmu un plazmas pētījumos, dažādu materiālu deformācijas procesu pētījumos, relaksācijas procesu ātruma mērījumos, temperatūras un mehānisko spriegumu sadalījuma noskaidrošanā, vibrāciju pētījumos — arī mūzikas instrumentu projektēšanā. Hologrāfiski var iegūt zonu plates, kurām ir lēcu īpašības, sintezēt optiskus filtrus informācijas apstrādes sistēmām, radīt optiskas atmiņas iekārtas.

Hologrāfija atklāj jaunas iespējas informācijas optiskam pierakstam un glabāšanai.

Hologrāfiski iespējams iegūt mākslas priekšmetu augstas kvalitātes telpiskus krāsainus attēlus, kurus var aplūkot parastā nekoherentā apgaismojumā. Pašlaik noris intensīvs darbs hologrāfiskā kino izveidošanai.

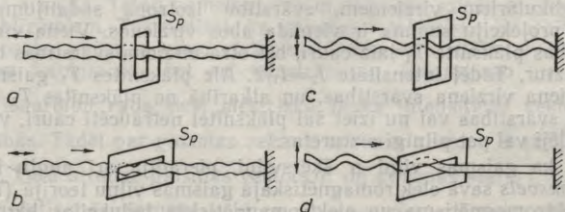
27. NODAĻA

GAISMAS POLARIZĀCIJA

27.1. GAISMAS VIĻŅI — ŠĶĒRSVIĻŅI

Gaismas viļņu interference un difrakcija pārliecinoši pierāda, ka gaismai ir viļņu daba. Tomēr ne interferences, ne difrakcijas parādības nedod atbildi uz jautājumu, vai gaisma ir garenvilnis (longitudināls vilnis) vai šķērsvilnis (transversāls vilnis). Aplūkojot viļņu elastīgā vidē, redzējām, ka šķērsvilnī visi viļņa izplatīšanās virzienam perpendikulārie virzieni nav ekvivalenti, bet vienam no tiem, proti, virzienam, kurā notiek svārstības, ir īpaša nozīme. Piemēram, garenviļņi elastīgā gumijas stīgā izplatās pilnīgi vienādi neatkarīgi no tā, kā orientēta sprauga S_p šķērsli, kuram cauri iet stīga (27.1. att. *a* un *b*), turpretī šķērsviļņi netraucēti iziet cauri spraugai tikai tad, ja tā orientēta svārstību virzienā (27.1. att. *c*). Ja pagriež spraugu ap viļņu izplatīšanās virzienu par leņķi $\pi/2$, tā pilnīgi aiztur viļņus (27.1. att. *d*). Tātad, lai konstatētu, vai viļņi ir šķērsviļņi, noder objekts, kura īpašības viļņu izplatīšanās virzienam perpendikulārā plaknē nav visos virzienos vienādas (anizotropija). Par tādiem objektiem var izmantot kristālus (izņēmums ir kubiskās sistēmas kristāli), kuriem daļiņu īpašā izvietojuma dēļ piemīt anizotropija.

Jau 1690. gadā holandiešu fiziķis *K. Heigenss* (1629—1695), pētīdams gaismas laušanu calcīta kristālos, ievēroja, ka parādās divi stari, t. i., notiek gaismas dubultlaušana. Ja šie stari, izgājuši cauri vienam kristālam, krīt uz otru kristālu, tie izturas savādāk nekā parastie gaismas stari. Proti, ejot cauri otram kristālam, katrs no stariem gan atkal sadalās divos komponentos, bet to intensitātes



27.1. att.

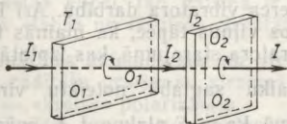
atkarīgas no kristālu savstarpējās orientācijas. Griežot kristālu ap asi, kas paralēla gaismas staram, staru intensitātes periodiski mainās, pie tam dažos gadījumos paliek tikai viens komponents — otra komponenta intensitāte kļūst vienāda ar nulli.

Daudz vēlāk (1808) līdzīgu intensitātes maiņu novēroja franču inženieris E. Maliss, aplūkojot caur kristālu no stikla atstaroto gaismu. Viņš konstatēja, ka arī šajā gadījumā gaismas intensitāte periodiski mainās, ja griež kristālu ap asi, kas sakrīt ar gaismas stara virzienu. Šo īpatnību apzīmēšanai E. Maliss sāka lietot terminu «gaismas polarizācija».

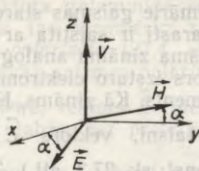
O. Frenels un D. Arago izdarīja (1816) interferences eksperimentus ar polarizētu gaismu. Šie eksperimenti ierosināja T. Jangu izteikt domu, ka *gaismā ir šķērsviļnis*. Tādus pašus priekšstatus par gaismas viļņu raksturu neatkarīgi no T. Janga vispusīgi pamatoja arī O. Frenels, izmantojot tos gaismas polarizācijas un dubultlaušanas izskaidrošanai.

To, ka gaismas viļņi ir šķērsviļņi, uzskatāmi pierāda eksperiments ar divām turmalīna plāksnītēm. Plāksnītes izgrieztas no kristāla paralēli vienam no kristālrežģa virzieniem (šo virzienu sauc par kristāla optisko asi). Plāksnīti T_1 (27.2. att.) novieto tā, lai gaisma no avota S kristu uz to perpendikulāri. Griežot plāksnīti T_1 ap asi, kas sakrīt ar gaismas izplatīšanās virzienu, gaismas intensitāte I_2 maiņa aiz šīs plāksnītes nav novērojama, lai gan intensitāte I_2 ir aptuveni divreiz mazāka nekā krītošās gaismas intensitāte I_1 . Ja aiz plāksnītes T_1 tai paralēli novieto otru turmalīna plāksnīti T_2 , tad šādai sistēmai cauri izgājušās gaismas intensitāte I atkarīga no abu plāksnīšu savstarpējās orientācijas, proti, intensitāte sasniedz savu maksimālo vērtību I_0 , kad plāksnīšu assis O_1O_1 un O_2O_2 ir paralēlas, bet kļūst vienāda ar nulli, kad plāksnīšu assis ir perpendikulāras. Šo rezultātu var izskaidrot, pieņemot, pirmkārt, ka gaismas viļņi ir šķērsviļņi, bet gaismas avots izstaro gaismu, kurā visi gaismas staram perpendikulārie svārstību virzieni ir vienlīdz varbūtīgi (neviens svārstību virziens nav pārsvarā), un, otrkārt, ka turmalīna plāksnīte izlaiž cauri tikai viena noteikta virziena svārstības. Tieši tāpēc, ka svārstību sadalījums pa virzieniem krītošajā gaismā ir izotropas, intensitāte I_2 nav atkarīga no plāksnītes T_1 orientācijas, kaut gan plāksnīte laiž cauri tikai viena virziena svārstības. Tiešām, projicējot visu svārstību vektorus uz diviem patvaļīgi izraudzītiem savstarpēji perpendikulāriem virzieniem, svārstību izotropā sadalījuma dēļ iegūto projekciju summa ir vienāda abos virzienos. Viena virziena svārstības plāksnīte T_1 laiž cauri, bet otra virziena svārstības tā pilnīgi aiztur. Tādēļ intensitāte $I_2 = I_1/2$. Aiz plāksnītes T_1 gaismai ir tikai viena virziena svārstības, un atkarībā no plāksnītes T_2 orientācijas svārstības vai nu iziet šai plāksnītei netraucēti cauri, vai arī tiek daļēji vai pat pilnīgi aizturētas.

To, ka gaismas viļņi ir šķērsviļņi, pierādīja arī angļu fiziķis Dž. Maksvels savā elektromagnētiskajā gaismas viļņu teorijā (1865). No elektromagnētisma un elektromagnētiskās indukcijas likumiem, kurus koncentrētā veidā matemātiski izsaka Maksvela vienādojumi,



27.2. att.



27.3. att.

izriet, ka elektriskā lauka intensitātes \vec{E} maiņa laikā rada tam perpendikulāru magnētisko lauku ar intensitāti \vec{H} , un otrādi. Sie mainīgie lauki nepaliek lokalizēti noteiktā telpas apgabalā, kurā tie radušies, bet izplatās vektoriem \vec{E} un \vec{H} perpendikulārā virzienā. Tādā elektromagnētiskie viļņi (līdz ar to arī gaismas viļņi) ir šķērsviļņi. Vektori \vec{E} , \vec{H} un \vec{v} veido labās vītnes skrūvi (27.3. att.).

27.2. DABISKA UN POLARIZĒTA GAISMA. MALĪSA LIKUMS

Gaismas viļņus raksturo gan elektriskā lauka intensitātes vektors \vec{E} , gan arī magnētiskā lauka intensitātes vektors \vec{H} . Tomēr daudzās parādībās lielāka nozīme ir gaismas viļņu elektriskajam laukam. Tā, piemēram, *O. Vinera eksperiments* rāda, ka gaismas fotoķīmisko iedarbību nosaka gaismas viļņa elektriskais lauks. Vinera eksperimenta būtība ir šāda. Uz spoguļgluda dielektriķa pamata uzklāts pietiekami caurspīdīgs fotoemulsijas slānis. Uz to perpendikulāri krīt monohromatisks gaismas vilnis. Krītošais un atstarotais vilnis emulsijas slānī veido stāvviļņus. Ja pamatslāņa dielektriskā caurlaidība ir lielāka nekā emulsijas slāņa dielektriskā caurlaidība, tad atstarojoties vektora \vec{E} fāze mainās par π , bet vektora \vec{H} fāze nemainās. Tādēļ pie dielektriķa virsmas izveidojas elektriskā lauka mezgli un magnētiskā lauka blīzumi. Emulsijas mikroskopiska izpēte parāda, ka nomelnojuma pirmais (dielektriķim tuvākais) maksimums atrodas attālumā $\lambda/4$ no dielektriķa virsmas, bet pārējie ir attālumos $\lambda/2$ cits aiz cita. Tādā nomelnojuma maksimumi sakrīt ar elektriskā lauka blīzumiem. Tas nozīmē, ka gaismas fotoķīmisko iedarbību tiešām nosaka gaismas viļņu elektriskā lauka intensitātes svārstības. Ne vien fotoķīmisko, bet arī fotoelektrisko, fizioloģisko un citāda veida iedarbību rada tieši elektriskā lauka intensitātes vektora \vec{E} svārstības. Tādēļ par *gaismas vektoru* arī sauc vektoru \vec{E} (nevis \vec{H}). Plakni, kurā atrodas gaismas vektors \vec{E} un gaismas stars, t. i., gaismas izplatīšanās ātruma vektors \vec{v} , sauc par *gaismas svārstību plakni*.

Primārie gaismas starotāji ir atomi un molekulas. Gaismas emisija parasti ir saistīta ar to elektriskā dipolmomenta maiņām. Seit saskatāma zināma analogija ar Herca vibratora darbību. Arī Herca vibrators izstaro elektromagnētiskos viļņus tāpēc, ka mainās tā dipolmoments. Kā zināms, Herca vibratora starojumā, kas izplatās gar kādu taisni, vektors \vec{E} visu laiku saglabā noteiktu virzienu

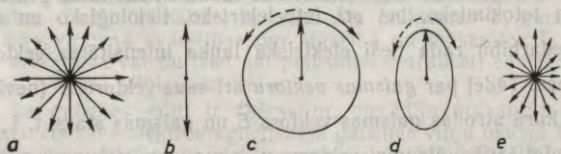
($\alpha = \text{const}$; sk. 27.3. att.). Tas nozīmē, ka \vec{v} , \vec{E} plakne, t. i., svārstību plakne nemainās. Arī atoms vai molekula vienā emisijas aktā izstaro gaismas viļņu paketi ar pilnīgi noteikti orientētu svārstību plakni. Taču emitējošo atomu katrā gaismas avotā parasti ir ļoti daudz un to orientācija ir haotiska. Tādēļ atsevišķām gaismas viļņu paketēm svārstību plaknes orientētas visdažādākajos virzienos. Gaismas stars, pareizāk sakot, gaismas staru kūlis, kas izplatās noteiktā virzienā, sastāv no liela skaita šajā virzienā skrejošām atsevišķām viļņu paketēm, kuru svārstību plaknes orientētas haotiski. Tādēļ jebkurā staru

kūļa punktā kūlim perpendikulārā plaknē visi gaismas vektora \vec{E} svārstību virzieni ir vienādi varbūtīgi. Gaismu, kurā neviens svārstību virziens nav pārsvarā, sauc par *dabisku* jeb *nepolarizētu* gaismu (27.4. att. a). Gaismai un vielai savstarpēji iedarbojoties, dažos gadījumos rodas gaisma, kurā visi svārstību virzieni nav vien-

līdz varbūtīgi. Ja gaismas vektoram \vec{E} ir kāds noteikts nemainīgs virziens vai arī ja tā virziena maiņai ir regulārs raksturs, tad gaisma ir *polarizēta*.

Ja starā gaismas vektoram visu laiku ir viens un tas pats virziens, t. i., gaismas svārstības notiek nemainīgā plaknē, tad gaisma ir plaknē polarizēta jeb *lineāri polarizēta* (27.4. att. b). Runājot par lineāri polarizētu gaismu, jānorāda tās svārstību plaknes stāvoklis. Dažreiz svārstību plaknes vietā norāda polarizācijas plakni. Šāds jēdziens, kas būtībā dublē svārstību plaknes jēdzienu, tika ieviests, aplūkojot parādības, kas saistītas ar gaismas viļņu transversālo raksturu, tad, kad vēl nebija noskaidrota gaismas viļņu elektromagnētiskā daba. Polarizācijas plakne arī satur staru, bet tā ir perpendikulāra svārstību plaknei. Ieteicams tomēr izmantot jēdzienu svārstību plakne.

Ja gaismas vektors vienmērīgi rotē ap gaismas stara virzienu ar frekvenci, kas vienāda ar gaismas svārstību frekvenci, bet šī vektora modulis paliek nemainīgs, tad gaisma ir *circulāri polarizēta*. Šajā



27.4. att.

gadījumā kādā telpas punktā gaismas vektora galapunkts «apraksta» riņķa līniju (27.4. att. c). Ja turpretī tas, vienmērīgi rotējot, «apraksta» elipsi, tad gaisma ir *eliptiski polarizēta* (27.4. att. d). Pastāv «labā» un «kreisā» cirkulārā (eliptiskā) gaismas polarizācija.

Ja, raugoties gaismas staram pretējā virzienā, vektors \vec{E} rotē pulksteņa rādītāju griešanās virzienā, tad ir «labā», bet pretējā gadījumā — «kreisā» polarizācija.

Cirkulāri un eliptiski polarizētu gaismu var uzskatīt par divu koherentu, perpendikulārās plaknēs lineāri polarizētu gaismas viļņu summu. Tiesām, saskaņā ar savstarpēji perpendikulāru harmonisku svārstību saskaitīšanas likumiem var teikt, — ja saskaitāmo lineāro svārstību fāžu starpība ir 0 vai $\pm\pi$, rodas lineāri polarizēta gaisma, kuras svārstību plaknes virziens atkarīgs no komponentu amplitūdām; ja komponentu fāžu starpība ir $\pm\pi/2$ un komponentiem ir vienādas amplitūdas, rodas cirkulāri polarizēta gaisma, bet ikvienai citai fāžu starpībai neatkarīgi no komponentu amplitūdām atbilst eliptiski polarizēta gaisma.

Seit vēl jāpiebilst, ka arī dabisko gaismu var uzskatīt par divu vienādas amplitūdas, savstarpēji perpendikulāru, lineāri polarizētu, bet nekoherentu gaismas viļņu summu.

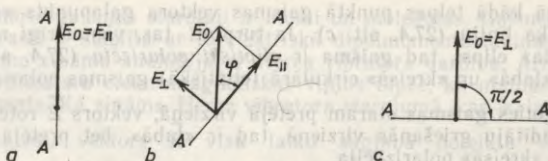
Ierīces, ar kurām no dabiskās gaismas var iegūt lineāri polarizētu gaismu, sauc par *polarizatoriem*. Viena šāda ierīce — turmalīna plāksnīte jau minēta iepriekšējā paragrāfā, citas aprakstītas 27.5. paragrāfā. Polarizatori laiž cauri tikai tās svārstības, kas norisinās noteiktā plaknē. Šo plakni sauc par *polarizatora plakni*. Tādas pašas ierīces var izmantot arī gaismas analīzei. Tad tās sauc par *analizatoriem* un plakni, kurā notiekošās svārstības tiek laistas cauri, sauc par *analizatora plakni*. Eksperimentā, kas aplūkots 27.1. paragrāfā, turmalīna plāksnīte T_1 (sk. 27.2. att.) ir polarizators, bet T_2 — analizators. Kā redzējām, griežot plāksnīti T_2 (analizatoru), sistēmai cauri izgājušās gaismas intensitāte mainās robežās no 0 līdz I_0 . Saka, ka polarizators un analizators ir krustoti, ja intensitāte $I=0$, un paralēli, ja $I=I_0$.

Iepriekš bija runa par ideālām polarizācijas ierīcēm. Praksē sastopami gadījumi, kad gaismas polarizācija ir nepilnīga. Ja kādā staru kūlī lineāri polarizētai gaismai klāt piejaukta nepolarizēta gaisma, tad šīs gaismu sajaukums ir *daļēji polarizēta gaisma* (27.4. att. e). Daļēji polarizētu gaismu raksturo ar *polarizācijas pakāpi*

$$p = I_p / (I_p + I_d), \quad (27.1)$$

kur I_p un I_d — polarizētās un dabiskās gaismas intensitātes. Tātad polarizācijas pakāpe rāda, kādu daļu no kopējās gaismas intensitātes $I_p + I_d$ sastāda polarizētā gaisma I_p . Polarizācijas pakāpes noteikšanai izmanto analizatoru. Griežot analizatoru, var noteikt tam cauri izgājušās gaismas maksimālo un minimālo intensitāti. Viegli saprotams, ka $I_{\max} = I_p + I_d/2$ un $I_{\min} = I_d/2$. Tādēļ

$$p = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}). \quad (27.2)$$



27.5. att.

Noskaidrosim, kā mainās analizatoram cauri izgājušās gaismas intensitāte atkarībā no leņķa φ starp analizatora plakni un uz to krītošās lineāri polarizētās gaismas svārstību plakni (27.5. att.). Apzīmēsim ar E_0 un I_0 analizatoram cauri izgājušā gaismas viļņa amplitūdu un intensitāti gadījumā, kad leņķis $\varphi=0$ (27.5. att. a). Tad kādam citam leņķim φ (27.5. att. b) atbilstošā cauri izgājušā gaismas viļņa amplitūda $E_{\parallel}=E_0 \cos \varphi$ un intensitāte I . Ņemot vērā, ka $I \sim E^2$, resp., $I=kE_{\parallel}^2$ un $I_0=kE_0^2$, iegūst

$$I=I_0 \cos^2 \varphi. \quad (27.3)$$

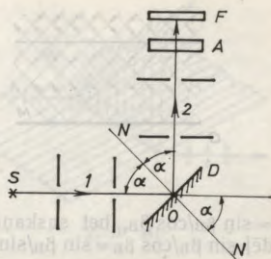
Sakarību (27.3) sauc par Malisa likumu. Franču fiziķis E. Maliss to ieguva 1810. gadā, pamatojoties uz gaismas korpuskulu teoriju. Likumu pilnīgi apstiprināja D. Arago veiktie mērījumi. Kā nupat redzējām, no viļņu teorijas viedokļa Malisa likums iegūstams, izmantojot vektoru sadalīšanas teorēmu un apgalvojumu, ka gaismas intensitāte ir proporcionāla gaismas viļņa amplitūdas kvadrātam.

27.3. GAISMAS POLARIZĀCIJA, GAISMAI ATSTAROJOTIES UN LŪSTOT UZ DIVU DIELEKTRĪKU ROBEŽVIRSMAS

27.3.1. Brūstera likums. Bieži novērojamas parādības ir gaismas atstarošanās un lūšana, tai kritot uz robežvirsmu, kas atdala divas dažādas vides. Izrādās, ka šajā procesā notiek arī gaismas polarizācija. No divu dielektrīku robežvirsmas atstarotā gaisma ir daļēji vai pilnīgi polarizēta.* Jau norādīts (27.1. §), ka E. Maliss novēroja (1808) no stikla atstarotās gaismas polarizāciju. Gaisma polarizējas, arī atstarojoties no necaurspīdīga dielektrīka, piemēram, melna stikla, marmora, ebonīta vai cita tamlīdzīga materiāla. Atstarotās gaismas polarizācijas novērošanai un pētīšanai var izmantot 27.6. attēlā shematiski parādīto iekārtu. Gaismas staru kūlis I no avota S krīt uz dielektrīka D virsmu. No tās atstarotais staru kūlis iet caur analizatoru A . Grozot analizatoru ap asi, kas sakrīt ar atstaroto staru, var konstatēt, ka ir divi tādi stāvokļi, kad cauri izgājušās gaismas intensitāte ir minimāla I_{\min} , un divi citi stāvokļi, kad cauri

* Atstarojoties no vadītāja (piemēram, metāla) virsmas, rodas eliptiski polarizēta gaisma.

izgājušās gaismas intensitāte ir maksimāla I_{\max} . Lai varētu aprēķināt (sk. formulu (27.2)) atstarotās gaismas polarizācijas pakāpi, jāizmēra intensitāte I_{\max} un I_{\min} , izmantojot fotometrisko ierīci F . Pagriežot dielektriķi D ap asi O , kas perpendikulāra zīmējuma plaknei, var mainīt stara krišanas leņķi α . Pēc tam ap to pašu asi vēl jāpagriež dielektriķis kopā ar gaismas avotu, lai stars 2 atkal kristu uz analizatoru. Nosakot tagad intensitāti I_{\max} un I_{\min} , var uzzināt šim leņķim α atbilstošo polarizācijas pakāpi p . Tā ar apskatīto iekārtu var noteikt atstarotās gaismas polarizācijas pakāpi p atkarībā no gaismas krišanas leņķa α . Izrādās, ka ir tāds krišanas leņķis α_B , kuram atbilst atstarotās gaismas pilnīga polarizācija ($p=1$). Kā noskaidroja 1815. gadā $D.$ Brūsters, pilnās polarizācijas leņķis α_B atkarīgs no dielektriķa laušanas koeficienta. To nosaka sakarība



27.6. att.

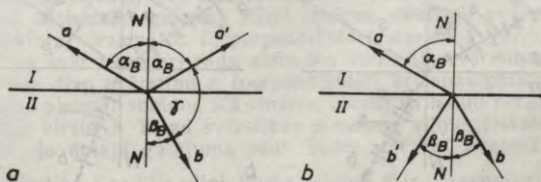
$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}, \quad (27.4)$$

kur n_{21} — tā dielektriķa relatīvais laušanas koeficients, uz kuru gaisma krīt, attiecībā pret vidi, no kuras šī gaisma krīt. Sakarību (27.4) sauc par Brūstera likumu un leņķi α_B — par Brūstera leņķi.

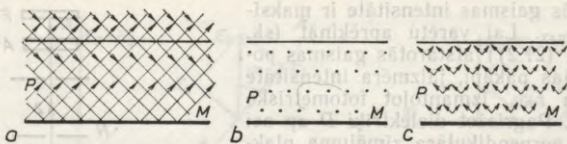
Var pierādīt, ka atstarotais stars a' un laužtais stars b ir savstarpēji perpendikulāri (27.7. att. a), ja stara a krišanas leņķis ir α_B . No sakarības (27.4) un laušanas likuma $\sin \alpha_B / \sin \beta_B = n_{21}$ izriet, ka $\sin \alpha_B / \sin \beta_B = \sin \alpha_B / \cos \alpha_B$ jeb $\cos \alpha_B = \sin \beta_B$. Tas nozīmē, ka

$$\alpha_B + \beta_B = \pi/2 \quad (27.5)$$

un starp laužto staru un atstaroto staru leņķis $\gamma = \pi/2$. Laižot gaismu pretējā virzienā tā, lai stars b būtu krītošais un stars a — laužtais, rodas atstarotais stars b' (27.7. att. b), kas ir pilnīgi polarizēts, jo arī šajā gadījumā ir izpildīts Brūstera nosacījums. Tiešām, $\operatorname{tg} \beta_B =$



27.7. att.

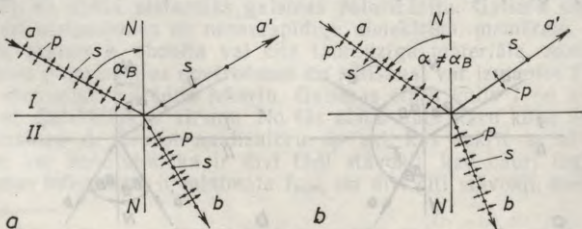


27.8. att.

$= \sin \beta_B / \cos \beta_B$, bet saskaņā ar sakarību (27.5) $\cos \beta_B = \sin \alpha_B$. Tādēļ $\sin \beta_B / \cos \beta_B = \sin \beta_B / \sin \alpha_B$ jeb

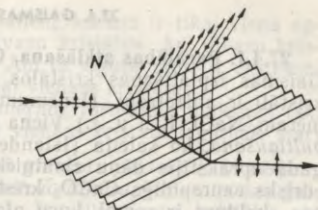
$$\operatorname{tg} \beta_B = n_{12}. \quad (27.6)$$

27.3.2. Gaismas vektora virziens pilnīgi polarizētā atstarotā gaismā. Lai noskaidrotu gaismas vektora virzienu, var izmantot nedaudz pārveidotu *Vinera eksperimentu* (27.8. att.). Lineāri polarizēta gaisma krīt uz daļēji caurspīdīgas fotoemulsijas slāni P , kas uzklāts uz spoguļgludas virsmas M (27.8. att. *a*). Krišanas un atstarošanas leņķi ir vienādi ar $\pi/4$. Ja gaismas vektors ir perpendikulārs krišanas plaknei, tas saglabā šo virzienu arī atstarotajā gaismas vilnī (27.8. att. *b*). Tad krītošā un atstarotā gaisma var interferēt, veidojot stāvvilņus ar mezgliem un blīzumiem un radot slāpānu nomelnojumumu fotoemulsijā. Ja gaismas vektors atrodas krišanas plaknē (27.8. att. *c*), tad, gaismai atstarojoties, arī gaismas vektora virziens mainās par $\pi/2$. Atstarotais un krītošais gaismas vilnis neinterferē, stāvvilņi nerodas un visā fotoemulsijas slānī ir vienmērīgs nomelnojums. Šādi eksperimenti parādīja, ka *gaismas vektors no dielektrīka atstarotajā pilnīgi polarizētajā gaismas vilnī ir perpendikulārs gaismas atstarošanās (krišanas) plaknei* (27.9. att. *a*). (Līdzīgi tika noskaidrots, ka turmalīna plāksnītei cauri izgājušā gaismas vilnī gaismas vektors paralēls plāksnītes optiskajai asij.) Ja gaismas krišanas leņķis $\alpha \neq \alpha_B$, tad atstarotā gaisma nav pilnīgi polarizēta, tomēr atstarošanās plaknei perpendikulārās svārstības tajā ir pārsvarā (27.9. att. *b*). *Lauztais stars b vienmēr ir tikai daļēji polarizēts*. Tā polarizācijas pakāpe ir vislielākā, ja krišanas leņķis ir α_B .



27.9. att.

27.3.3. Stoļetova kopa. No dielektriķa virsmas atstarotās gaismas intensitāte I_1 ir krītošās gaismas intensitātes I neliela daļa. Piemēram, no stikla, kura laušanas koeficients $n=1,5$, ja krišanas leņķis ir α_B , atstarojas 7,5% krītošās gaismas. Tādēļ pēc vienas atstarošanas iegūta pilnīgi polarizētā gaisma ir vāja, bet cauri izgājušās gaismas polarizācijas pakāpe zema. Daudz labāku rezultātu var sasniegt, lietojot caurspīdīga dielektriķa plāksniņu sistēmu — Stoļetova kopu (27.10. att.). No Stoļetova kopas, kas satur 10 stikla plāksnītes, atstarojas aptuveni 48% krītošās gaismas un cauri izgājušās gaismas polarizācijas pakāpe sasniedz 0,92.



27.10. att.

27.3.4. Frenela formulas. Gaismas polarizāciju, gaismai atstarojoties no dielektriķa, paredz arī Frenela formulas. Tās izsaka atstarotā un lauztā gaismas viļņa amplitūdas E_1 un E_2 atkarībā no krītošā viļņa amplitūdas E , gaismas krišanas leņķa α un laušanas leņķa β (resp., dielektriķa laušanas koeficienta) svārstībām, kas perpendikulāras krišanas plaknei (komponents s), un svārstībām, kas atrodas krišanas plaknē (komponents p). Tātad

$$E_{s1}/E_s = -\sin(\alpha - \beta)/\sin(\alpha + \beta); \quad (27.7)$$

$$E_{s2}/E_s = 2 \cos \alpha \sin \beta / \sin(\alpha + \beta); \quad (27.8)$$

$$E_{p1}/E_p = \tan(\alpha - \beta) / \tan(\alpha + \beta); \quad (27.9)$$

$$E_{p2}/E_p = 2 \cos \alpha \sin \beta / (\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)). \quad (27.10)$$

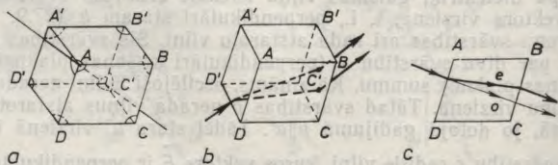
No formulas (27.9) izriet, ka $E_{p1}=0$, ja $\alpha + \beta = \pi/2$. Tas nozīmē, ka atstarotajā starā ir tikai komponents s (Brūstera likums).

27.3.5. Atstarotās gaismas polarizācijas izskaidrojums no elektronu teorijas viedokļa. Gaismas atstarošanu, laušanu un ar to saistīto polarizāciju var dziļāk izprast, ievērojot, ka krītošās gaismas vilnis ierosina vielas elektronu (jonu) svārstības. Oscilējošie elektroni (joni) kļūst par sekundāro viļņu avotiem. Visu sekundāro viļņu interference ar krītošo vilni rada lauzto vilni un atstaroto vilni. Apskatīsim, piemēram, kā no šī viedokļa izprotama gaismas pilnīgā polarizācija gadījumā, kad atstarotais stars perpendikulārs lauztajam. Izotropā dielektriķī gaismas viļņu ietekmē elektroni svārstās gaismas vektora virzienā, t. i., perpendikulāri staram b (27.9. att. a). Elektronu svārstības arī rada atstaroto vilni. Šis svārstības var uzskatīt par divu svārstību s (perpendikulāri krišanas plaknei) un p (krišanas plaknē) summu. Kā zināms, oscilējoši lādiņi nerada viļņus svārstību virzienā. Tātad svārstības p nerada viļņus atstarotā stara virzienā, jo dotajā gadījumā $p \parallel a'$. Tādēļ stara a' virzienā izplatās tikai svārstību s radītie viļņi, kuros vektors \vec{E} ir perpendikulārs gaismas krišanas plaknei, t. i., atstarotā gaisma ir lineāri polarizēta.

27.4.1. Parādības atklāšana. Ordinārais un ekstraordinārais stars. Gaismas izplatīšanās kristālos saistīta ar zināmām īpatnībām, jo kristāli ir anizotropi. (Izņēmums ir kubiskās sistēmas kristāli, piemēram, NaCl, KCl u. c.) Viena no tādām īpatnībām ir *gaismas dubultlaušana*, ko kalcīta (Islandes špata) kristālos atklājis un 1669. gadā aprakstījis daņu zinātnieks *E. Bartolins*. (Kalcīts ir romboedrisks caurspīdīgs CaCO_3 kristāls (27.11. att. a). Tā elementāršūnas skaldnes ir rombi, kuru platleņķi $101^\circ 52'$, bet šaurleņķi $78^\circ 08'$. Divās elementāršūnas virsotnēs *A* un *C'* saskaras rombi ar platleņķiem, pārējās sešas virsotnēs saskaras divi rombi ar šaurleņķiem, bet viens ar platleņķi.) Ja uz kādu kalcīta kristāla skaldni krit tievs gaismas staru kūlis (27.11. att. b), tas lūstot sadalās divos staros, kuri nošķirti iziet caur kristāla pretējo skaldni paralēli krītošajam staram. Tā kā katram lauztajam staram ir savs laušanas leņķis, tad tas nozīmē, ka kristālā tiem ir katram cits laušanas koeficients, tātad arī cits gaismas viļņa izplatīšanās ātrums. Vēl bez tam vienam no stariem laušanas koeficients atkarīgs no krīšanas leņķa, resp., no stara izplatīšanās virziena kristālā. Pat tad, ja krītošais stars ir perpendikulārs kristāla skaldnei, šis stars novirzās no normāles (27.11. att. c). Staru, kurš kristālā izplatās tāpat kā gaismas stars izotropā vidē, sauc par parasto jeb *ordināro* staru un apzīmē ar burtu *o*, bet staru, kurš izplatās kristālā citādi, sauc par neparasto jeb *ekstraordināro* staru un apzīmē ar burtu *e*.

27.4.2. Kristāla optiskā ass un galvenā plakne. Vienass un divasu kristāli. Kalcīta kristālā ir tomēr viens tāds virziens, kurā abi stari izplatās ar vienādu ātrumu. Šo virzienu sauc par *kristāla optisko asi*. Tas ir virziens *OO*, kas savieno tās kristāla elementāršūnas virsotnes (*A* un *C'*), pie kurām visas trīs skaldnes saskaras ar platleņķiem (27.11. att. a). Jāpiebilst, ka kristāla optiskā ass nav tikai viena taisne *OO*, bet tā ir arī jebkura cita tai paralēla taisne. Tādēļ *optiskā ass nav noteikta taisne, bet ir noteikts virziens kristālā*. Plakni, kas satur optisko asi un do to staru, sauc par galvenā šķēluma plakni (šim staram) jeb, īsāk, par *galveno plakni*. Caur kristālu var novilkst neierobežoti daudz galveno plakņu, bet katram staram — tikai vienu noteiktu plakni.

Ir kristāli, piemēram, vizla, rombiskais sērs, ģipsis, topāzs, aragonīts un citi, kuriem ir divas optiskās ass, atšķirībā no kalcīta,



27.11. att.

turmalīna, herapatīta un citiem kristāliem, kuriem ir tikai viena optiskā ass. Tādēļ šķiro vienass un divasu kristālus. Arī divasu kristālos notiek gaismas dubultlaušana. Abi tā iegūtie stari ir ekstraordināri. Turpmāk apskatīsim sīkāk tikai vienass kristālus.

Izmantojot kādu analizatoru, piemēram, turmalīna plāksnīti (sk. 27.1. §), var noskaidrot, ka abi caur vienass kristālu izgājušie stari ir lineāri polarizēti. *Ordinārajā starā gaismas vektors E ir perpendikulārs galvenā šķēluma plaknei, ekstraordinārajā tas atrodas galvenā šķēluma plaknē* (27.11. att. c). Izgājuši ārpus kristāla, abi stari — ordinārais un ekstraordinārais — atšķiras tikai ar gaismas vektora virzienu, tādēļ šo staru īpašie nosaukumi attaisnojami tikai kristālos.

Abi stari, kas rodas kalcīta kristālā dubultlaušanas dēļ, ir ar vienādu intensitāti, ja uz kristālu krīt dabiska gaisma. Taču daudzi citi kristāli vienu staru stipri absorbē. So parādību sauc par *dihroismu*. Tā, piemēram, turmalīna kristālā ordinārais stars tiek pilnīgi absorbēts jau 1 mm biežā slānī, bet herapatīta kristālā tas notiek vēl plānākā (aptuveni 0,1 mm) slānī. Ir novērots arī *cirkulārais dihroisms* — labās un kreisās cirkulācijas polarizētās gaismas dažāda absorbcija.

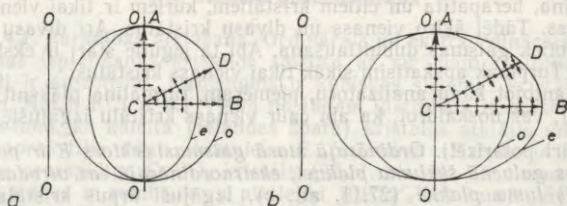
27.4.3. Dubultlaušana vienass kristālos. So parādību pirmo reizi izskaidrojis *K. Heigenss* 1690. gadā, pieņemot, ka punktteida avota gadījumā ordinārajam staram viļņa fronte kristālā ir sfēra, bet ekstraordinārajam — rotācijas elipsoīds. To pašu var secināt arī, pamatojoties uz mūsdienu priekšstatiem par gaismas dabu un kristālu uzbūvi. Nekubiskās sistēmas kristālos dielektriskā caurlaidība ϵ ir atkarīga no virziena. Vienass kristālos optiskās ass virzienā tā ir ϵ_{\parallel} , bet optiskai asij perpendikulārā virzienā ϵ_{\perp} . Citiem virzieniem atbilst dielektriskā caurlaidība ϵ , kas atrodas starp šīm divām ekstrēmajām vērtībām. No Maksvela teorijas (sk. formulas (23.13) un (23.12)) zināms, ka gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, bet dielektrikā $v = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0\epsilon\mu}$. Tādēļ neferomagnētiskam ($\mu = 1$) dielektrikam gaismas laušanas koeficients $n = c/v$ ļoti vienkārši saistīts ar dielektrisko caurlaidību ϵ , proti

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (27.11)$$

No dielektriskās caurlaidības ϵ anizotropijas izriet, ka gaismas viļņiem, kuros ir dažādi gaismas vektora E svārstību virzieni, atbilst dažādi laušanas koeficienti n un dažādi viļņu izplatīšanās ātrumi, jo

$$v = c/n. \quad (27.12)$$

Tagad noskaidrosim, kādas viļņa virsmas izveidojas ap punktteida avotu, piemēram, sekundāro viļņu avotu, vienass kristālā ordinārajiem stariem un ekstraordinārajiem stariem. Pieņemsim, ka viļņu centrs ir C (27.12. att. a) un optiskā ass OO . Apskatīsim ordināros starus, kas atrodas attēla plaknē un iet virzienos CA , CB un CD . Attēla plakne šiem stariem ir arī galvenā šķēluma plakne.



27.12. att.

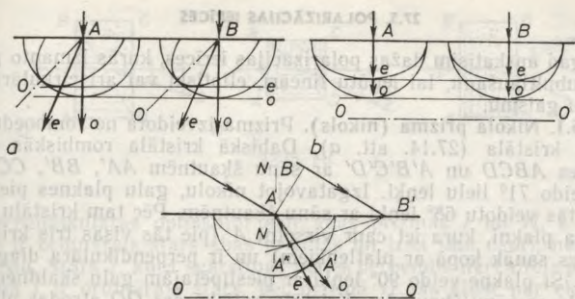
Ordinārajā starā gaismas vektors \vec{E} ir perpendikulārs galvenā šķēluma plaknei. Kā redzams, neatkarīgi no stara virziena gaismas vektors \vec{E} vienmēr ir perpendikulārs optiskajai asij. Tādēļ gaismas viļņa izplatīšanās ātrums ordinārajiem stariem visos virzienos ir vienāds, proti,

$$v_o = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}}. \quad (27.13)$$

Atliekot apskatāmajā plaknē no punkta C visos virzienos ātruma vektoram v_o proporcionālus nogriežņus, iegūst riņķa līniju. Līdzīga aina izveidojas jebkurā citā galvenā šķēluma plaknē, kas iet caur punktu C . Tas nozīmē, ka ordinārajiem stariem atbilst sfēriska viļņa fronte. Ekstraordinārajos staros, kas iet virzienos CA , CB un CD , gaismas vektora \vec{E} orientācija attiecībā pret optisko asi OO ir dažāda. Starā CA vektors $\vec{E} \perp OO$, starā CB vektors $\vec{E} \parallel OO$, starā CD vektors \vec{E} veido ar asi OO kādu citu leņķi. Tādēļ ekstraordinārajā starā CA gaisma izplatās ar ātrumu v_o , starā CB — ar ātrumu

$$v_{eo} = c/\sqrt{\epsilon_{\parallel}}, \quad (27.14)$$

starā CD ar kādu ātrumu v_e , kura vērtība atrodas starp v_o un v_{eo} . Tās var noteikt, zinot $n_o = \sqrt{\epsilon_{\perp}}$ un $n_{eo} = \sqrt{\epsilon_{\parallel}}$. Piemēram, kalcītam $n_o = 1,658$ un $n_{eo} = 1,486$. Atliekot apskatāmajā plaknē no punkta C visos virzienos vektoram v_e proporcionālus nogriežņus un savienojot to galapunktus, iegūst elipsi. Līdzīga aina izveidojas jebkurā citā galvenā šķēluma plaknē, kas iet caur punktu C . Tas nozīmē, ka ekstraordinārajam staram atbilstošā viļņa fronte ir rotācijas elipsoīds. Dažos vienass kristālos (kvarcs SiO_2 , rutils TiO_2) gaismas ātrums $v_{eo} < v_o$ un laušanas koeficients $n_{eo} > n_o$, tos sauc par *optiski pozitīviem kristāliem*. Citos kristālos (kalcīts, turmalīns, apatīts) gaismas ātrums $v_{eo} > v_o$ un laušanas koeficients $n_{eo} < n_o$, tos sauc par *optiski negatīviem kristāliem*. Pozitīvā kristālā ekstraordināro staru viļņa fronti — elipsoīdu aptver ordināro staru viļņa fronte — sfēra (27.12. att. a), bet negatīvā kristālā — otrādi (27.12. att. b).



27.13. att.

27.4.4. Heigensa konstrukcijas. Zinot viļņa frontes veidu ordinārajiem un ekstraordinārajiem stariem vienass kristālos, var izmantot Heigensa principu (sk. 26.2. §), lai noteiktu šo staru izplatīšanās virzienu. Atkarībā no gaismas krišanas leņķa var aplūkot divus gadījumus: a) gaisma uz kristāla virsmu krīt perpendikulāri, b) slīpi. Bez tam katrā gadījumā vēl iespējami trīs dažādi optiskās ass orientācijas veidi: perpendikulāri, slīpi un paralēli kristāla virsmai. Analīzēsim dažus piemērus, pārējos atstājot lasītājam patstāvīgai izpētei. Aplūkosim pozitīvu kristālu ($v_{e0} < v_{o0}$; $n_{e0} > n_{o0}$).

A. Gaisma krīt perpendikulāri kristāla virsmai, bet optiskā ass novietota slīpi pret kristāla virsmu (27.13. att. a). Pēc kāda laika sprīža Δt kopš momenta, kad kritošās gaismas viļņa fronte sasnies kristāla virsmu, ap katru virsmas punktu izveidojas sekundārie viļņi. Attēlā tie parādīti tikai ap punktiem A un B . Jaunās viļņa frontes gan ordinārajiem, gan ekstraordinārajiem stariem ir plaknes. Stara virzienu var noskaidrot, savienojot sekundāro viļņu centru ar punktu, kur sekundārais vilnis pieskaras jaunajai viļņa fronteī. Kā redzams, ekstraordinārais stars e novirzās sānis no normāles, lai gan gaisma krīt perpendikulāri kristāla virsmai.

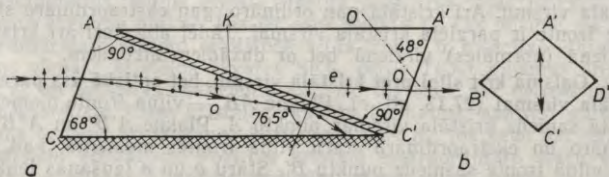
B. Gaisma krīt perpendikulāri kristāla virsmai, bet optiskā ass ir paralēla tai (27.13. att. b). Visa viļņa fronte AB vienlaikus sasniedz kristāla virsmu. Arī kristālā gan ordināro, gan ekstraordināro staru viļņa fronte ir paralēla kristāla virsmai. Tādēļ abi stari arī kristālā iet vienā (normāles) virzienā, bet ar dažādiem ātrumiem.

C. Gaisma krīt slīpi pret kristāla virsmu, bet optiskā ass paralēla kristāla virsmai (27.13. att. c). Plakne AB — viļņa fronte momentā, kad tā sasniedz kristāla virsmas punktu A . Plakne $A'B'$ un $A''B'$ — ordināro un ekstraordināro staru viļņa frontes momentā, kad kritošā viļņa fronte sasniedz punktu B' . Staru o un e laušanas leņķi ir dažādi; $\beta_e < \beta_o$, un tas atbilst nosacījumam $n_e > n_o$.

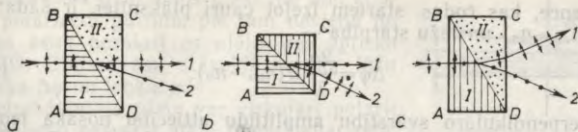
Tagad apskatīsim dažas polarizācijas ierīces, kurās izmanto gaismas dubultlaušanu, lai iegūtu lineāri, eliptiski vai arī cirkulāri polarizētu gaismu.

27.5.1. Nikola prizma (nikols). Prizma izveidota no romboedriskā kalcīta kristāla (27.14. att. a). Dabiskā kristāla rombiskās galu skaldnes $ABCD$ un $A'B'C'D'$ ar sānu šķautnēm AA' , BB' , CC' un DD' veido 71° lielu leņķi. Izgatavojot nikolu, galu plaknes pieslīpē tā, lai tās veidotu 68° leņķi ar sānu šķautnēm. Pēc tam kristālu pārzāgē pa plakni, kura iet caur virsotni A (pie tās visas trīs kristāla skaldnes sanāk kopā ar platleņķiem) un ir perpendikulāra diagonālei AC . Šī plakne veido 90° leņķi ar pieslīpētajām galu skaldnēm un 22° leņķi ar sānu šķautnēm. Kristāla optiskā ass OO' atrodas plaknē $AA'CC'$ un veido 48° leņķus ar gala skaldnēm. Abas iegūtās kristāla daļas salīmē ar Kanādas balzamu. Uz prizmas gala skaldni paralēli sānu šķautnēm krītošais gaismas stars sadalās ordinārajā un ekstrordinārajā starā, jo tiem ir dažādi gaismas laušanas koeficienti: $n_o = 1,658$, bet $n_e = 1,515$ (ja krišanas leņķis ir 22°). Kanādas balzamā dubultlaušana nenotiek un abiem stariem tā gaismas laušanas koeficients $n = 1,530$. (Seit atzīmētie laušanas koeficienti atbilst nātrija dzeltenajai gaismai, kuras viļņa garums $\lambda = 589,3$ nm.) Ekstrordinārajam staram Kanādas balzams ir optiski blīvāks, bet ordinārajam staram — optiski mazāk blīvs nekā kalcīta kristāls. Tādēļ iespējama ordinārā stara pilnīgā iekšējā atstarošana. Prizma izveidota tā, lai, staram krītot paralēli prizmas sānu šķautnēm, ordinārais stars, kad tas sasniedz Kanādas balzama kārtiņu, veidotu krišanas leņķi $76,5^\circ$. Šis krišanas leņķis ir lielāks nekā pilnīgās atstarošanas robežleņķis (67°), tādēļ stars tiešām pilnīgi atstarojas un tiek absorbēts prizmas nomelnotajās sānu skaldnēs. Tātad, ja staru kūli laiž paralēli prizmas sānu šķautnēm, no prizmas iznāk tikai ekstrordinārais stars — tiek iegūta lineāri polarizēta gaisma (27.14 att. b), kurā gaismas vektors svārstās romba $A'B'C'D'$ isākās diagonāles $A'C'$ plaknē.

27.5.2. Rošona prizma. Kā redzams 27.15. attēlā a, Rošona prizma sastāv no divām taisnleņķa trijstūra kalcīta kristāla prizmām I un II . Prizmā I optiskā ass paralēla šķautnei AD , bet prizmā II tā paralēla šķautnei, kas iet caur punktu C perpendikulāri zīmējuma plaknei. Tajā stara daļā I , kurā svārstības notiek attēla plaknē, tās



27.14. att.



27.15. att.

ir perpendikulāras optiskajai asij abās prizmās *I* un *II*, t. i., šis stars ir ordinārais stars abās prizmās un iziet tām cauri, nemainot virzienu. Stars 2, kurā svārstības notiek perpendikulāri attēla plaknei, prizmā *I* ir ordinārais stars, bet prizmā *II* tas kļūst par ekstraordināro. Ejot caur robežvirsmu *BD*, stars lūst un atvirzās no virsmas normāles, jo $n_{eo} < n_o$. Izejot no prizmas, šis stars vēl vairāk noliecas tajā pašā virzienā un nošķiras no stara *I*.

27.5.3. Senarmona un Volastona prizmas. Tās parādītas 27.15. attēlā *b* un *c*. Darbības princips līdzīgs Rošona prizmas darbības principam un saprotams no attēla.

27.5.4. Polaroidi. Kā jau norādīts 27.4.2. nodaļumā, daži dubultlauzēji kristāli (turmalīns, herapatīts) spēcīgi absorbē vienu no lineāri polarizētajiem stariem. Tādēļ dabiskā gaisma pēc iziešanas caur šādu kristālu kļūst lineāri polarizēta. Tā kā herapatīta kristāliņi ir ļoti mazi, tos iestrādā nitrocelulozes plēvētē, ar īpašu tehnoloģiju panākot vienādu visu kristāliņu orientāciju. Ja uz šādu plēvīti laiž nepolarizētu gaismu, tad plēvītei cauri izgājusī gaisma ir lineāri polarizēta. Ierīces, kurās lineāri polarizētās gaismas iegūšanai izmantota minētā plēvīte, sauc par *polaroidiem*.

Polaroidu priekšrocības salīdzinājumā ar polarizācijas prizmām ir to vienkāršība, lētums, lielais redzeslauks. Polaroidu trūkumi — arī ekstraordinārā (caurlaižamā) stara selektīva absorbcija (tādēļ iegūtā gaisma ir ar zaļganu nokrāsu) un nepilnīga polarizācija spektra violetajā daļā.

27.5.5. Eliptiski polarizētas un cirkulāri polarizētas gaismas iegūšana un pārvēršana lineāri polarizētā gaismā. Eliptiski un cirkulāri polarizētu gaismu (sk. 27.2. §) var uzskatīt par divu koherentu, perpendikulārās plaknēs lineāri polarizētu gaismas viļņu summu. Kā redzējam, gaismas dubultlaušanas dēļ iegūtajos staros svārstību plaknes ir savstarpēji perpendikulāras. Lai nodrošinātu šo staru koherenci, tie jāiegūst no iepriekš lineāri polarizētas gaismas, bet, lai starī ietu vienā virzienā, krītošā gaisma jālaiž perpendikulāri plakanparalēlai kristāla plāksnītei, kura izgriezta paralēli kristāla optiskajai asij (sk. 27.13. att. *b*). Tādējādi eliptiski un cirkulāri polarizētas gaismas iegūšanai var izmantot iekārtu, kas shematiski parādīta 27.16. attēlā *a*, kur *P* — polarizators, *D* — plakanparalēla vienas kristāla plāksnīte.

Ja plāksnītes biezums ir *d* un krītošās monohromatiskās gaismas laušanas koeficienti plāksnītē ir n_o un n_{eo} , tad optisko ceļu garumu

diference, kas rodas, stariem izejot cauri plāksnītei, ir šāda: $\Delta s = d(n_{e0} - n_o)$ un fāžu starpība —

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_{e0} - n_o). \quad (27.15)$$

Perpendikulāro svārstību amplitūdu attiecību nosaka leņķis α , ko veido plāksnītes optiskā ass ar polarizatora plakni: $E_{\perp} = E \sin \alpha$; $E_{\parallel} = E \cos \alpha$ un $E_{\perp}/E_{\parallel} = \operatorname{tg} \alpha$. Ja $\alpha = 45^\circ$, tad $E_{\parallel} = E_{\perp}$. Ja $\alpha = 0$, tad $E_{\perp} = 0$, bet, ja $\alpha = \pi/2$, tad $E_{\parallel} = 0$, un šajos gadījumos neatkarīgi no plāksnītes biezuma tai cauri izgājusi gaisma ir lineāri polarizēta. Visiem citiem leņķiem α atbilstošo rezultātu būtiski ietekmē fāžu starpība $\Delta\varphi$, resp., plāksnītes biezums d .

Apskatisim dažus speciālgadījumus.

A. Ja optisko ceļu garumu diference

$$\Delta s = \pm (2m+1)\lambda/4, \text{ resp., } \Delta\varphi = \pm (2m+1)\pi/2; m=0; 1; 2; \dots, \quad (27.16)$$

tad šādu plāksnīti sauc par *ceturtdaļviļņa plati*, jo minimālā optisko ceļu garumu diference Δs_{\min} , ko var iegūt ar šādu plāksnīti, ir vienāda ar $\lambda/4$. Tā kā summējas perpendikulāras svārstības, kuru fāžu starpība ir nepāra skaitlis $\pi/2$, tad rodas eliptiski polarizēta gaisma, pie tam viena no elipses asīm sakrīt ar plāksnītes optisko asi. Ja vēl $\alpha = 45^\circ$, t. i., $E_{\parallel} = E_{\perp}$, tad no plāksnītes iznāk cirkulāri polarizēta gaisma.

B. Ja optisko ceļu garumu diference

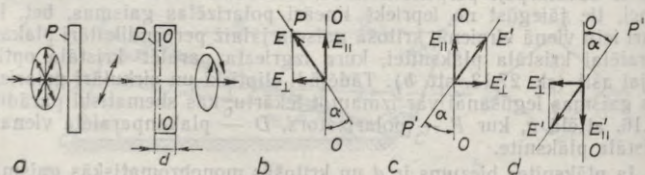
$$\Delta s = \pm (2m+1)\lambda/2, \text{ resp., } \Delta\varphi = \pm (2m+1)\pi; m=0; 1; 2; \dots, \quad (27.17)$$

plāksnīti sauc par *pusviļņa plati*, jo $\Delta s_{\min} = \lambda/2$. Ja, plāksnītē ieejot, svārstību komponentu savstarpējais stāvoklis atbilst 27.16. attēlā *b* parādītajam, tad to savstarpējais stāvoklis plāksnītes otrā pusē ir tāds, kā parādīts 27.16. attēlā *c* un *d*. Tātad pusviļņa plāte pagriež caur to izgājušās gaismas svārstību plakni par 2α (šeit α — leņķis starp krītošās gaismas svārstību plakni un plāksnītes optisko asi).

C. Ja optisko ceļu garumu diference

$$\Delta s = \pm m\lambda, \text{ resp., } \Delta\varphi = \pm 2m\pi; m=0; 1; 2; \dots, \quad (27.18)$$

tad šādu plāksnīti sauc par *vesela viļņa plati*. Tai cauri izgājušās lineāri polarizētās gaismas svārstību plaknes stāvoklis nemainās.



27.16. att.

Visos citos gadījumos plāksnīte dod eliptiski polarizētu gaismu, pie tam neviena no elipses asiņ nesakrīt ar plāksnītes optisko asi OO . Elipses asu stāvokli nosaka fāžu starpība $\Delta\varphi$ un leņķis α .

Ceturtdaļviļņa plate var cirkulāri polarizētu gaismu pārvērst atkal lineāri polarizētā. Tādēļ šāda plate kopā ar analizatoru nodē, lai cirkulāri polarizētu gaismu atšķirtu no dabiskās gaismas, jo cirkulāri polarizētu gaismu ceturtdaļviļņa plate un analizators var dzēst, bet dabisko gaismu nevar dzēst.

Arī eliptiski polarizētu gaismu var pārvērst lineāri polarizētā, ja tās komponentu fāžu starpību papildina līdz vērtībai $\Delta\varphi = \pm m\pi$. Šim nolūkam izmanto kompensatorus — vienas kristāla plāksnītes ar maināmu efektīvo biezumu. 27.17. attēlā parādīta Soleila kompensatora shēma. Tas sastāv no nemainīga biezuma plakanparalēlas plāksnītes I un divām ķīļveida plāksnītēm, kas kopā veido otru — mainīga biezuma plakanparalēlu plāksnīti II . Plāksnišu virsmas paralēlas kristāla optiskajai asiņ, bet plāksnītēs I un II optiskās asiņ ir savstarpēji perpendikulāras. Tādēļ visa ierīce kopā darbojas kā dubultlauzēja plāksnīte ar efektīvo biezumu $d = d_1 - d_2$. Tā kā, pārbīdot vienu ķīļveida plāksnīti, var mainīt plāksnītes II biezumu d_2 , tad var mainīt arī kompensatora efektīvo biezumu d . Kompensators kopā ar analizatoru nodē, lai eliptiski polarizētu gaismu atšķirtu no daļēji polarizētas gaismas.



27.17. att.

27.6. POLARIZĒTAS GAISMAS INTERFERENCE

Ordinārais stars un ekstraordinārais stars, ja tie radušies no dabiskās gaismas dubultlaušanas dēļ, nav pietiekami koherenti. Katrs no tiem galvenokārt veidojas no savā starpā nesaistītām svārstībām, kuru svārstību plaknes tuvas gaismas vektora svārstību plaknēm šajos staros. Toties, ja notiek lineāri polarizētas gaismas dubultlaušana, tad abi iegūtie stari ir koherenti. Tomēr, tiem pārklājoties, interferences aina nerodas. Ikvienā pārklāšanās lauka punktā summējas to intensitātes, bet gaismas dzēšana vai papildu pastiprināšana nenotiek. Pārklāšanās gadījumā, kā norādīts iepriekšējā paragrāfā, rodas eliptiski polarizēta gaisma, bet speciālos gadījumos — cirkulāri vai lineāri polarizēta gaisma.

Lai varētu novērot gaismas interferenci, abām koherentajām svārstībām jānotiek vienā virzienā. Ja abu svārstību virzieni nav vienādi, tad interferēt var tie šo svārstību komponenti, kuriem ir kopīgs virziens. Pēdējā gadījumā interferences ainu var novērot ar ierīci, kas laiž cauri tikai šai vienā virzienā notiekošās svārstības. Par tādu ierīci var izmantot analizatoru. Tādēļ iekārta, ar kuru novērojama polarizētas gaismas interference, sastāv no polarizatora P (27.18. att.), dubultlauzējas plāksnītes D , kas izgriezta no kristāla paralēli tā optiskajai asiņ, un analizatora A . Aplūkosim divus

gadījumus: 1) polarizators P un analizators A ir krustoti un 2) tie ir savstarpēji paralēli.

A. Aplūkosim gaismas staram perpendikulāru plakni, kuru gaismas stars šķērso punktā C (27.19. att. a). Plaknes PP un AA , kas satur gaismas staru, ir savstarpēji perpendikulārās polarizatora un analizatora plaknes; OO — dubultlauzējas plāksnītes D optiskā ass, kas veido ar plakni PP leņķi α ; $O'O'$ — optiskajai asij perpendikulārs virziens; E — polarizatoram cauri izgājušo gaismas svārstību amplitūda; E_{\parallel} un E_{\perp} — plāksnītē paralēli un perpendikulāri asij OO notiekošo svārstību amplitūdas; $E'_{\parallel k}$ un $E'_{\perp k}$ — analizatoram cauri izgājušo svārstību amplitūdas. Kā redzams attēlā,

$$E_{\parallel} = E \cos \alpha \text{ un } E_{\perp} = E \sin \alpha; \quad (27.19)$$

$$E'_{\parallel k} = E_{\parallel} \sin \alpha \text{ un } E'_{\perp k} = E_{\perp} \cos \alpha, \quad (27.20)$$

no kurienes izriet, ka

$$E'_{\parallel k} = E'_{\perp k} = E'_k = E \sin \alpha \cos \alpha. \quad (27.21)$$

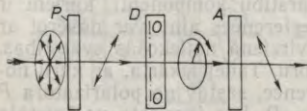
Tātad abiem komponentiem, kas iziet caur analizatoru, ir vienādas amplitūdas. Tās sasniedz maksimālo vērtību $E/2$, ja leņķis $\alpha = 45^\circ$, un kļūst vienādas ar nulli, ja $\alpha = 0$ vai arī $\alpha = 90^\circ$. Starp abiem komponentiem plāksnītē D rodas fāžu starpība $\Delta\varphi$, ko nosaka sakarība (27.15), bet analizators ienes vēl papildu fāžu starpību π (vektori $\vec{E}'_{\parallel k}$ un $\vec{E}'_{\perp k}$ plāksnē AA vērsti pretējos virzienos). Tādēļ summārā svārstību amplitūda E_k nosakāma šādi:

$$\begin{aligned} E_k^2 &= E_{\parallel k}^{\prime 2} + E_{\perp k}^{\prime 2} + 2E'_{\parallel k}E'_{\perp k} \cos(\Delta\varphi + \pi) = \\ &= 2E_k^{\prime 2}(1 + \cos(\Delta\varphi + \pi)). \end{aligned} \quad (27.22)$$

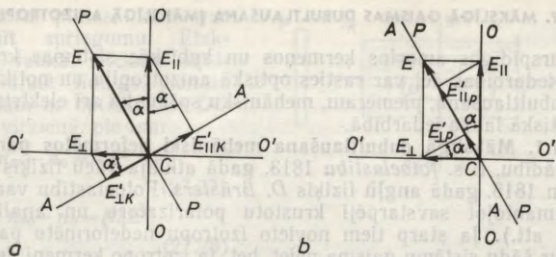
Tātad analizatoram cauri izgājušās gaismas intensitāte I_k (kā zināms $I_k \sim E_k^2$) atkarīga no fāžu starpības $(\Delta\varphi + \pi)$. Ja $\Delta\varphi + \pi = \pm(2m+1)\pi$, tad intensitāte $I_k = 0$ un redzes lauks ir tumšs, ja turpretī $\Delta\varphi + \pi = \pm 2m\pi$, tad $I_k = I_{k \max}$ un redzes lauks ir gaišs.

Fāžu starpība $\Delta\varphi$ plāksnītē, kurai ir noteikts biežums, atkarīga no gaismas viļņa garuma λ gan tieši (sk. formulu (27.15)), gan netieši, jo arī laušanas koeficienti n_o un n_{e0} atkarīgi no λ . No tā izriet, ka nav iespējams vienlaikus izpildīt minimuma nosacījumu dažādiem viļņa garumiem. Tādēļ, ja apgaismo vienāda biezuma homogēnu dubultlauzēju plāksnīti D ar baltu gaismu, tad redzes lauks ir krāsains (vienkrāsains).

Mainīga biezuma d plāksnītei fāžu starpība $\Delta\varphi$ arī ir mainīgs lielums, proti, $\Delta\varphi = f(d)$. Tādēļ, mainot plāksnītes biezumu, mainās redzes lauka apgaismojums (monohromatiskā gaismā) vai cauri izgājušās gaismas krāsas (baltā gaismā). Ja plāksnītes biezums dažādās vietās nav vienāds, tad monohromatiskā gaismā dažāda



27.18. att.



27.19. att.

biezuma vietas izskatās dažādi spīlgtas, bet, baltu gaismu lietojot, tām ir dažāda krāsa. Katra *vienkrāsaina interferences līnija — izohroma — iet caur punktiem, kuros plāksnītes biezums ir vienāds.*

Līdzīgu daudzkrāsainu ainu var dot arī vienāda biezuma plāksnīte, ja tai dažādās vietās nav vienāda optiskā anizotropija $n_{e0} - n_{o0}$. Šajā gadījumā izohroma savieno vietas ar vienādu $n_{e0} - n_{o0}$.

B. Aplūkosim gadījumu (27.19. att. b), kad plaknes PP un AA sakrīt un veido leņķi α ar optisko asi OO' . Līdzīgi kā iepriekšējā gadījumā,

$$E'_{\parallel P} = E \cos^2 \alpha \quad \text{un} \quad E'_{\perp P} = E \sin^2 \alpha. \quad (27.23)$$

Tātad abi komponenti vienādi tikai tad, ja leņķis $\alpha = 45^\circ$. Tādēļ interferējot abi komponenti vispārējā gadījumā nevar viens otru dzēst neatkarīgi no fāžu starpības $\Delta\varphi$ un interferences ainai ir mazāks

kontrasts nekā iepriekšējā gadījumā. Vektori $\vec{E}'_{\parallel P}$ un $\vec{E}'_{\perp P}$ ir vērsti vienā virzienā. Tas nozīmē, ka analizators papildu fāžu starpību nerada. Fāžu starpību $\Delta\varphi$ nosaka tikai sakarība (27.15). Tādējādi

$$E_p^2 = E'^2_{\parallel P} + E'^2_{\perp P} + 2E'_{\parallel P}E'_{\perp P} \cos \Delta\varphi. \quad (27.24)$$

Ja $\alpha = 45^\circ$, tad $E'_{\parallel P} = E'_{\perp P} = E'_p$ un

$$E_p^2 = 2E'^2_p (1 + \cos \Delta\varphi). \quad (27.25)$$

Salīdzinot sakarības (27.22) un (27.25), redzams, ka vienādos apstākļos (vienādi α , $n_{e0} - n_{o0}$, d) fāžu starpība tajās atšķiras par π . Tādēļ interferences ainas abos gadījumos ir papildainas. Tajā vietā, kur vienā gadījumā ir maksimums, otrā gadījumā ir minimums. Ja lieto baltu gaismu, tad viena un tā pati dubultlauzējas plāksnītes vieta abos gadījumos ir nokrāsota papildkrāsās. Griezot analizatoru, novērojama skaista krāsu maiņa.

Polarizētas gaismas interference ir ļoti jutīga metode optiskās anizotropijas konstatēšanai.

Caurspīdīgos amorfos ķermeņos un kubiskās sistēmas kristālos ārējas iedarbības dēļ var rasties optiskā anizotropija un notikt gaismas dubultlaušana, piemēram, mehānisku spēku, kā arī elektriskā vai magnētiskā lauka iedarbībā.

27.7.1. Mākslīgā dubultlaušana mehāniski deformētos paraugos. Šo parādību, t. s. *fotoelastību* 1813. gadā atklāja vācu fiziķis *T. Zēbeks* un 1815. gadā angļu fiziķis *D. Brūsters*. Fotoelastību var novērot, izmantojot savstarpēji krustotu polarizatoru un analizatoru (27.20. att.). Ja starp tiem novieto izotropu nedeformētu paraugu, tad caur šādu sistēmu gaisma neiet, bet, ja izotropo ķermeni deformē,

tad parādās polarizētas gaismas interferences aina. Spēku \vec{F} darbības virziens kļūst par īpašu virzienu. Ķermenis kļūst līdzīgs vienas kristālam ar optisko asi OO spēku darbības virzienā. Eksperimenti rāda, ka anizotropija, ko raksturo laušanas koeficientu starpība $n_{e0} - n_o$, ir proporcionāla mehāniskajam spriegumam σ , t. i.,

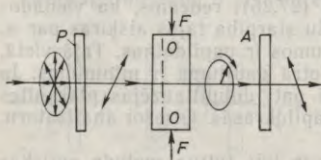
$$n_{e0} - n_o = k\sigma, \quad (27.26)$$

kur k — *fotoelastības konstante*. Tā var būt gan pozitīva, gan negatīva atkarībā no materiāla, t. i., paraugs var izturēties vai nu kā negatīvs, vai arī kā pozitīvs viensass kristāls. Katra interferences josla (izohroma), kas izveidojas deformācijas dēļ, atbilst noteiktam spriegumam, un pēc interferences ainās var spriest par mehānisko spriegumu sadalījumu ķermenī. Tādēļ fotoelastības metodi var izmantot spriegumu pētīšanai. Var pētīt arī lielus un necaurspīdīgos objektus. Šajā nolūkā no izotropa caurspīdīga materiāla izgatavo attiecīgi samazinātu pētāmās detaļas vai konstrukcijas modeli, ko noslogo līdzīgi kā pašu pētāmo objektu. Pēc novērojamās interferences ainās var noteikt spriegumu un tā sadalījumu modeli, kā arī aprēķināt tos īstajā objektā.

Paliēkoši mehāniskie spriegumi var izveidoties stikla izstrādājumos to izgatavošanas procesā, ja stikls sacietējot pārāk strauji atdziest. Iekšējie spriegumi ir kaitīgi, tie var izraisīt detaļas plīšanu pat tad, ja ir niecīgi virsmas bojājumi. Lietojot fotoelastības metodi, šādus iekšējos spriegumus viegli var atklāt. Tādēļ metodi plaši izmanto elektrospuldžu kolbu, radiolampu, kineskopu un citu stikla izstrādājumu šķirošanā un kontrolē.

27.7.2. Kerra efekts. Elektriskā lauka izraisīto dubultlaušanu šķidrums un amorfos cietos ķermeņos

atklājis skotu fiziķis *Dž. Kerra* 1875. gadā. Tādēļ to sauc par *Kerra efektu*. Šis efekts 1930. gadā novērots arī gāzēs. Iekārta Kerra efekta novērošanai parādīta 27.21. attēlā, kur P — polarizators, A — analizators; K — *Kerra šūna* — caurspīdīgs trauks ar šķidrumu, kurā iegremdētas kon-



27.20. att.

densatora plates, kam var pievadīt spriegumu. Elektriskā lauka ietekmē šķidrums kļūst līdzīgs viens kristālam ar optisko asi OO lauka virzienā, pie tam

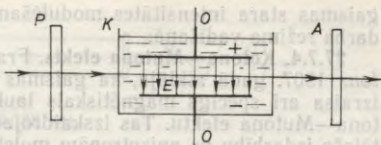
$$n_{eo} - n_o = k'E^2 \quad \text{vai} \quad (27.27)$$

$$n_{eo} - n_o = B\lambda E^2, \quad (27.28)$$

kur k' un B — vielai raksturīgas konstantes, kas atkarīgas no vielas temperatūras un krītošās gaismas viļņa garuma λ . Konstanti B sauc par *Kerra konstanti*. Vislielākā tā ir nitrobenzolam ($B = 2.4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{V}^{-2}$, ja $t = 20^\circ \text{C}$ un $\lambda = 589 \text{ nm}$). Vairumam šķidrumu Kerra konstante $B > 0$, resp., $n_{eo} > n_o$. Šie šķidrumi izturas kā pozitīvi kristāli, bet ir arī šķidrumi (hloroforms, spirti, eļļas), kam Kerra konstante $B < 0$.

27.7.3. Kerra efekta teorija. Anizotropām nepolārām molekulām Kerra efekta teoriju izstrādājis (1910) franču fiziķis *P. Lanževēns*, bet polārām molekulām to tālāk attīstījis (1918) vācu fiziķis *M. Borns*. Ja elektriskā lauka nav, šķidrumu molekulas orientētas haotiski un šķidrums ir izotropā vide, lai gan tā molekulas ir anizotropas. Elektriskā lauka ietekmē molekulas pagriežas tā, lai lauka virzienā būtu vērsts to dipolmoments (polārām molekulām) vai arī to maksimālās polarizējamības virziens (nepolārām molekulām). Šķidrums kļūst par anizotropu vidi, jo tā anizotropās molekulas iegūst noteiktu orientāciju. Maksimālā dielektriskās caurlaidības ϵ un gaismas laušanas koeficienta n vērtība šādā vidē ir svārstībām, kuras notiek vislielākās polarizējamības virzienā. Nepolārām molekulām šis virziens sakrīt ar lauka virzienu, resp., ar optiskās ass virzienu. Tādēļ $n_{eo} > n_o$ un arī Kerra konstante $B > 0$. Polāru molekulu gadījumā maksimālās polarizējamības virziens molekulā var nesakrist ar dipolmomenta virzienu, t. i., nesakrist ar ārējā lauka un optiskās ass virzienu. Sakarā ar to iespējami gadījumi, kad Kerra konstante $B < 0$, piemēram, ja dipolmoments un maksimālās polarizējamības virziens molekulā ir perpendikulāri, vai arī gadījumi, kad konstante $B = 0$. Molekulu orientāciju, kas notiek lauka ietekmē, traucē siltumkustība. Tādēļ, paaugstinoties temperatūrai, Kerra konstante samazinās.

Molekulas orientējas (ieslēdzot lauku) vai arī to orientācija izjūk (pēc lauka izslēgšanas) ļoti īsā laika sprīdī. Piemēram, nitrobenzolam šis laiks ir mazāks par 10^{-10} sekundēm, bet sērogleklī vēl 20 reizi mazāks. Tādēļ Kerra šūnu, kas novietota starp krustotu polarizatoru un analizatoru, var izmantot kā bezinerces slēdzi gaismas stara ceļā. Šādu paņēmieni lieto gan zinātniskos pētījumos, gan tehnikā, piemēram, gaismas ātruma, luminiscences ilguma vai citu molekulāru procesu ilguma noteikšanā, ātru procesu fotografēšanā,



27.21. att.

gaismas stara intensitātes modulēšanā*, optisko kvantu ģeneratoru darba režīma vadīšanā.

27.7.4. **Kotona—Mutona efekts.** Franču fiziķi *E. Kotons* un *A. Mutons* 1907. gadā atklāja, ka gaismas dubultlaušanu izotropās vidēs izraisa arī spēcīgs magnētiskais lauks. So parādību sauc par Kotona—Mutona efektu. Tas izskaidrojams ar magnētiskā lauka orientējošo iedarbību uz anizotropām molekulām, kurām piemīt magnētiskais moments. Efektam derīga formula

$$n_{e0} - n_o = -C\lambda H^2 \quad (27.29)$$

kur C — *Kotona—Mutona konstante*. Tā kā konstante C ir ļoti maza, efekts grūti novērojams.

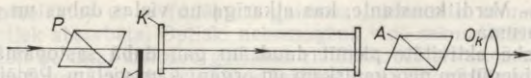
27.8. GAISMAS SVĀRSTĪBU PLAKNES GRIEŠANA

Ir vielas, kurās notiek lineāri polarizētas gaismas svārstību plaknes pagriešanās, ja gaisma iet cauri vielai. Šādu parādību atklāja *D. Arago* 1811. gadā. Novietojot starp krustotu polarizatoru un analizatoru kristālisku kvarca plāksnīti, kuras optiskā ass perpendikulāra plāksnītes virsmāi, *D. Arago* novēroja, ka analizatora redzes lauks kļūst gaišs. Lai to atkal padarītu tumšu, nācās pagriezt analizatoru par zināmu leņķi. Vēlāk līdzīgas īpašības tika konstatētas arī citām kristāliskām vielām, tīriem šķīdumiem (terpentinam, nikotīnam), šķīdumiem (cukura, glikozes, vīnskābes šķīdumiem). Šādas vielas sauc par *optiski aktīvām vielām*.

Ir konstatēts, ka visas vielas, kas ir optiski aktīvas amorfā stāvoklī (arī šķīdumos un šķīdumos), ir tādas arī kristāliskā stāvoklī. Pretējais apgalvojums gan nav vienmēr pareizs. Tā, piemēram, kristāliskais kvarcs ir optiski aktīvs, bet kausētais (amorfais) kvarcs tāds nav. Tas norāda, ka dažos gadījumos vielas optiskā aktivitāte saistīta ar atomu īpašu izvietojumu molekulā, tādēļ vielas visos agregātstāvokļos saglabā optisko aktivitāti, bet citos gadījumos vielas optiskā aktivitāte saistīta ar daļiņu īpašu izvietojumu kristālrežģī (kristāliskajai struktūrai izjūkot, vielas optiskā aktivitāte izzūd).

Ir tādas vielas, kuras griež svārstību plakni pa labi, un tādas, kuras — pa kreisi. Pirmās apzīmē ar burtu d (dextrogyre) vai plusa zīmi, otrās — ar burtu l (levogyre) vai minusa zīmi. Ja, raugoties gaismas staram pretējā virzienā, svārstību plakne pagriežas pulksteņa rādītāju kustības virzienā, tad saka, ka viela to griež pa labi,

* Mūsdienās gaismas modulācijai biežāk izmanto vācu fiziķa *F. Pokelsa* 1894. gadā atklāto elektrooptisko efektu — kristāla gaismas laušanas koeficienta maiņu elektriskajā laukā, kura ir proporcionāla lauka intensitātei. Dubultlauzējā kristālā proporcionāli elektriskā lauka intensitātei mainās gan ordinārā, gan arī ekstraordinārā stara laušanas koeficients un to starpība $n_{e0} - n_o$. Gaismas modulatoru iegūst, šādu kristālu novietojot starp krustotu polarizatoru un analizatoru. Atkarībā no elektriskā lauka intensitātes modulators aiztur vai laiž cauri uz to krītošo gaismu.



27.22. att.

bet, ja pagriežas pretējā virzienā, tad saka, ka viela griež svārstību plakni pa kreisi. Vairumam optiski aktīvo kristālisko vielu eksistē divas spoguļsimetriskas formas, kas griež svārstību plakni pretējos virzienos. (Tādu formu pastāvēšanu vispirms atklāja vīnskābei; atklāja L. Pastērs 1848. gadā.)

Pētījumi rāda, ka optiski aktīvos kristālos un tīros šķīdumos svārstību plaknes pagriezienu leņķis φ ir proporcionāls gaismas ceļa garumam l optiski aktīvajā vielā, t. i.,

$$\varphi = \alpha l, \quad (27.30)$$

kur α — griešanas spēja jeb griešanas konstante. Griešanas konstante atkarīga no vielas dabas, no temperatūras un gaismas viļņa garuma. Atkarību no gaismas viļņa gruma sauc par griešanas spējas dispersiju jeb optiskās aktivitātes dispersiju. Dažām vielām tā ir ļoti izteikta. Tā, piemēram, 1 mm bieza kvarca plāksnīte viļņa garumiem 760,8; 589,3; 396,8 un 214,7 nm pagriež svārstību plakni atiecīgi par 12,7; 21,7; 51,1 un 236 grādiem.

Optiski aktīvo vielu šķīdumiem, kā parādīja franču fiziķa Ž. Bio pētījumi 1831. gadā, ir derīgs likums

$$\varphi = [\alpha] cl, \quad (27.31)$$

kur l — slāņa biezums; c — optiski aktīvās vielas parcālais blīvums šķīdumā (koncentrācija); $[\alpha]$ — vielai raksturīga konstante, ko sauc par īpatnējo griešanas spēju (īpatnējo griešanas konstanti). Konstante $[\alpha]$ atkarīga no gaismas viļņa garuma, nedaudz atkarīga arī no temperatūras un šķīduma koncentrācijas.

Sakarība (27.31) noder optiski aktīvo vielu, piemēram, cukura, koncentrācijas noteikšanai. Ierīces, ko izmanto šim nolūkam, sauc par polarimetriem vai saharimetriem, ja tie graduēti tieši cukura koncentrācijas vienībās. Polarimetra (27.22. att.) galvenās sastāvdaļas ir polarizators P un analizators A , starp kuriem var novietot pētāmo paraugu, piemēram, kivetī ar šķīdumu, okulārs redzes lauka apgaismojuma novērošanai un ierīce analizatora pagriezienu leņķa mērīšanai.

Angļu fiziķis M. Faradejs 1846. gadā atklāja, ka optiski neaktīvas vielas kļūst spējīgas pagriezt gaismas svārstību plakni magnētiskā laukā. So parādību sauc par Faradeja efektu jeb magnētisko optisko aktivitāti. Pagriezienu leņķis φ ir proporcionāls magnētiskā lauka intensitātei H un gaismas ceļa garumam l vielā, t. i.,

$$\varphi = V l H, \quad (27.32)$$

kur V — Verdi konstante, kas atkarīga no vielas dabas un gaismas viļņa garuma.

Optiskā aktivitāte piemīt daudzām gan dabā sastopamām, gan mākslīgi iegūtām neorganiskām un organiskām vielām. Pēdējos gadu desmitos neorganiskajā ķīmijā, bet vēl jo vairāk organiskajā ķīmijā un bioķīmijā ļoti strauji attīstās vielu optiskās aktivitātes, tās dispersijas un cirkulārā dihroisma pētījumi, kurus izmanto molekulu struktūras noteikšanai. Šādos pētījumos lieto fotoelektriskus spektropolarimetrus, ar kuriem iespējams izdarīt mērījumus atbilstoši dažādiem gaismas viļņa garumiem.

Pēdējā laikā vielas uzbūves noskaidrošanai izmanto arī magnētiskās optiskās aktivitātes dispersiju.

28. NODAĻA

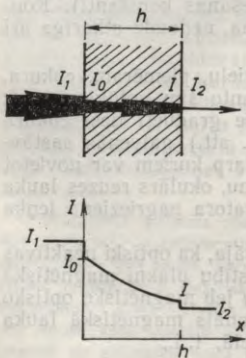
GAISMAS ABSORBCIJA UN DISPERSIJA

28.1. GAISMAS ABSORBCIJA

28.1.1. Gaismas absorbcijas parādība. Gaismai izplatoties vielā, notiek tās mijiedarbība ar vielas atomiem vai molekulām. Mijiedarbības dēļ daļa gaismas enerģijas tiek aizturēta vielā un gaismas plūsma pavājinās. Šo parādību sauc par gaismas absorbciju.

Aplūkosim tos mikroprocesus, kuri izraisa gaismas absorbciju.

Gaismas viļņim izplatoties vielā, daļa tā enerģijas tiek izlietota, lai ierosinātu uzspiestas elektronu svārstības atomos vai jonu svārstības molekulās. Oscilējošie elektroni un joni izstaro sekundārus elektromagnētiskos viļņus ar krītošā viļņa frekvenci. Sekundārie viļņi interferē. Optiski homogēnā vidē sekundārie viļņi, kuri izplatās krītošās gaismas virzienā, cits citu pastiprina, bet pārējos virzienos — pilnīgi dzēš. Ja uzspiesto svārstību amplitūdas ir mazas (tas parasti ir tad, kad krītošās gaismas frekvence ω manāmi atšķiras no elektronu (jonu) pašsvārstību frekvences (ω_0)), visa uzspiesto svārstību enerģija pāriet sekundārā starojuma enerģijā un, tā kā sekundārais starojums izplatās krītošās gaismas virzienā, tad gaismas intensitāte šajā virzienā nesamazinās. Ja turpretī uzspiesto svārstību amplitūdas ir lielas (tas ir tad, kad ω maz atšķiras no ω_0), sadursmēs ar atomiem (molekulām) ievērojama svārstību enerģijas daļa, kas iegūta no krītošās gaismas enerģijas, pārvēršas citos enerģijas veidos. Parasti šī enerģija pārvēršas atomu haotiskās siltumkustības enerģijā, bet dažreiz ķīmiskajā enerģijā (fotoķīmiskās reakcijas), elektriskajā ener-



28.1. att.

gijā (fotoefekts) u. c. Tādēļ arī gaismas intensitāte samazinās — gaismā tiek absorbēta. Optiski nehomogēnā vidē sekundārie viļņi netiek dzēsti ne tikai kritošās gaismas virzienā, bet arī citos virzienos. Notiek gaismas izkliede. Gaismas intensitātes samazināšanos tās sākotnējā izplatīšanās virzienā gan absorbcijas, gan arī izkļedes dēļ sauc par estinkciju (vājināšanu).

28.1.2. Gaismas absorbcijas raksturlielumi. Pieņemsim, ka uz kādu optiski homogēnu vielas slāni, kura biezums h , krit paralēlu staru kūlis slāņa robežvirsmas normāles virzienā. Kritošās gaismas intensitāte I_1 (28.1. att.), caur robežvirsmu slāni ienākušās gaismas intensitāte I_0 . Gaismai sasniedzot slāņa otru robežvirsmu, tās intensitāte I , un, no slāņa ārā izejot, intensitāte I_2 , pie tam $I_0 < I_1$ un $I_2 < I$ gaismas atstarošanas dēļ, bet $I < I_0$ tikai absorbcijas dēļ (optiski homogēnā vidē izkliede nenotiek).

Lai raksturotu gaismas intensitātes maiņu apskatāmajā vielas slānī, tiek lietoti šādi lielumi:

$$\text{pilnā caurlaidība } T = I_2/I_1; \quad (28.1)$$

$$\text{iekšējā caurlaidība } T_1 = I/I_0; \quad (28.2)$$

pašcaurlaidība (izšķīdinātās vielas caurlaidība)

$$T_s = T_1 \text{ šķīdumam} / T_1 \text{ šķīdinātājam}; \quad (28.3)$$

$$\text{pilnais optiskais blīvums } D = \lg(1/T); \quad (28.4)$$

$$\text{iekšējais optiskais blīvums } D_1 = \lg(1/T_1); \quad (28.5)$$

$$\text{izšķīdinātās vielas optiskais blīvums } D_s = \lg(1/T_s). \quad (28.6)$$

28.1.3. Gaismas absorbcijas likumi. Gaismai izplatoties homogēnā vidē, tās intensitāte absorbcijas dēļ samazinās saskaņā ar likumu, kuru 1729. gadā eksperimentāli atklāja un teorētiski pamatoja franču fiziķis *P. Bugērs* (1698—1758). Ja apraksta gaismas absorbciju tikai no enerģētiskā viedokļa, tad, neiedziļinoties gaismas un vielas mijiedarbības mehānismā, var secināt, ka homogēnas vielas slānim ar biezumu dh cauri izgājušās gaismas intensitātes izmaiņa dI ir proporcionāla slāņa biezumam dh un uz slāni kritošās gaismas intensitātei I . Tādēļ var rakstīt, ka

$$dI = -\alpha' I dh, \quad (28.7)$$

kur α' — absorbcijas koeficients.

Lai koeficients α' būtu pozitīvs, sakarībā (28.7) jāliek mīnusa zīme, jo pozitīvam $dh > 0$ atbilst negatīvs $dI < 0$. Ja vielas slānī iegājušās gaismas intensitāte ir I_0 un slāņa biezums h , tad līdz šī slāņa robežai nonākušās gaismas intensitāte I nosakāma, integrējot $\int_{I_0}^I dI/I = -\alpha' \int_0^h dh$, no kurienes

$$I = I_0 \exp(-\alpha' h). \quad (28.8)$$

Šo sakarību sauc par *Bugēra likumu*.

Pieņemot $h=1/a'$, iegūst $I=I_0/e$. Tas nozīmē, ka a' ir apgriezts lielums tādām vielas slāņa biezumam, kurā absorbcijas dēļ gaismas intensitāte samazinās $e \approx 2,72$ reizes.

Praktiskajā fotometrijā lieto decimāllogaritmu sistēmu un Bugēra likumu raksta šādi:

$$I=I_0 \cdot 10^{-ah}, \quad (28.9)$$

kur absorbcijas koeficientam a ir cita vērtība, proti, $a=a' \lg e \approx 0,434a'$. Absorbcijas koeficients a ir apgriezts lielums tādām vielas slāņa biezumam, kurā absorbcijas dēļ gaismas intensitāte samazinās 10 reizi.

Bugēra likuma fizikālā būtība ir ietverta apgalvojumā, ka absorbcijas koeficients nav atkarīgs no gaismas intensitātes un līdz ar to nav atkarīgs arī no absorbējošās vielas slāņa biezuma. Kā parādīja padomju fiziķa S. Vavilova (1891—1951) pētījumi, kas izdarīti 1923. gadā, vairumam vielu Bugēra likums paliek spēkā ļoti plašā gaismas intensitāšu diapazonā — intensitātei mainoties pat 10^{20} reizi. No gaismas kvantu teorijas viedokļa (sk. 29.6. un 32.6. §), gaismu absorbējot, molekula (atoms) pāriet citā — ierosinātā stāvoklī, un ierosinātas molekulas (atoma) spēja absorbēt gaismu ir citāda. Ja tomēr Bugēra likums ir spēkā, no tā izriet, ka pat vislielāko krītošās gaismas intensitāšu gadījumā ierosināto molekulu (atomu) skaits salīdzinājumā ar neierosināto ir niecīgs. No tā jāsecina, ka ierosinātā stāvoklī molekulas (atomi) atrodas tikai ļoti īsu laika sprīdi, kas nepārsniedz 10^{-8} s. Speciāli izraugoties vielas ar ievērojami lielāku ierosinātā stāvokļa ilgumu, S. Vavilovs novēroja, ka tad, ja ir liela gaismas intensitāte, nav spēkā Bugēra likums — absorbcijas koeficients samazinās, jo ievērojams skaits molekulu (atomu) atrodas ierosinātā stāvoklī. Šādu absorbciju atšķirībā no gadījuma, kad $a=\text{const}$, sauc par *nelineāro absorbciju*. Tā S. Vavilova darbos pirmo reizi tika novērotā atkāpšanās no superpozīcijas principa optikā. Vēlākos pētījumos tika atklātas daudzas līdzīgas parādības, kuras mūsdienās aplūko t. s. *nelineārā optika*.

1939. gadā padomju fiziķis V. Fabrikants (dz. 1907. gadā) parādīja iespēju realizēt tādu vielas stāvokli, kad ierosināto molekulu (atomu) skaits ir tik liels, ka vielas absorbcijas koeficients kļūst negatīvs. Šādā stāvoklī absorbcijas aktu skaits, kas ir proporcionāls neierosināto molekulu daudzumam, izrādās mazāks par inducēto emisijas aktu skaitu, kas ir proporcionāls ierosināto molekulu (atomu) skaitam. Vēlāk 1951. gadā V. Fabrikants kopā ar M. Vudinsku un F. Butujevu formulēja nosacījumus, kuri jāizpilda, lai vidē ar inverso līmeņu apdzīvotību būtu iespējama starojuma pastiprināšana (kvantu pastiprinātāja ideja, sk. 32.7.1 un 32.7.2. nodaļījumam).

P. Bugērs ir aplūkojis arī gaismas absorbciju vidē, kuras blīvums nav viscaur vienāds, un izteicis domu, ka *gaisma var vienādi mainīties, vienīgi sastopot savā ceļā vienādu skaitu daļiņu, kas to absorbē vai izkliedē, un tādēļ šajās parādībās ir svarīgs nevis slāņa biezums, bet gan slāni esošais vielas daudzums*.

So apgalvojumu var nosaukt par otru Bugēra likuma formulējumu.

Šim likumam ir īpaša nozīme, ja gaismu absorbē gāzes, tvaika vai izšķīdinātas vielas molekulas, kad absorbcijas koeficients ir proporcionāls absorbējošās vielas molekulu skaitam gaismas stara ceļa garuma vienībā, resp., arī absorbējošās vielas molekulu skaitam tilpuma vienībā.

Pētīdams krāsainu šķīdumu absorbciju, A. Bērs 1852. gadā konstatēja, ka daudzos gadījumos šķīduma absorbcijas koeficients α proporcionāls šķīduma koncentrācijai C , t. i.,

$$\alpha = a_s C. \quad (28.10)$$

Konstanti a_s sauc par *absorbcijas indeksu*, ja koncentrāciju C izsaka masas vienībās (kg) uz vienu tilpuma vienību (m^3). Turpreti, ja koncentrāciju C izsaka vielas daudzuma vienībās (molos) uz vienu tilpuma vienību (m^3), tad konstanti a_s sauc par *molāro absorbcijas indeksu*. Sakarību (28.10) sauc par Bēra likumu.

Bēra likums spēkā tad, ja absorbējošās vielas molekulas neiedarbojas cita uz citu. Lielu koncentrāciju šķīdumos šīs molekulas nonāk tuvu cita citai, to mijiedarbība nav vairs neievērojami maza, tādēļ notiek atkāpšanās no Bēra likuma. Dažreiz absorbcijas indekss a_s atkarīgs no vides (šķīdinātāja), kurā atrodas absorbējošās vielas molekulas. Tas norāda, ka vides (šķīdinātāja) molekulas iedarbojas uz absorbējošās vielas molekulām. Šajā gadījumā absorbcijas indeksu ietekmē faktori, no kuriem atkarīga šķīduma disociācijas pakāpe, solvatācija un kompleksu veidošanās, galvenokārt tād temperatūra un vides pH.

Apvienojot sakarības (28.9) un (28.10), iegūst sakarību

$$I = I_0 \cdot 10^{-a_s c h}, \quad (28.11)$$

kuru sauc par Bugēra—Bēra likumu.

28.1.4. Absorbcijas spektri. Ķermeņus, kuri vienādi absorbē visu viļņa garumu starojumu, sauc par pelēkiem ķermeņiem. Daudzi ķermeņi vienādi absorbē visu viļņa garumu gaismu spektra redzamajā daļā, bet plašākā spektra intervālā absorbcija vairs nav vienāda. Tādēļ, stingri vērtējot, tos nevar saukt par pelēkiem ķermeņiem. Faktiski visi ķermeņi absorbē vairāk vai mazāk selektīvi: viena viļņa garuma gaismu vairāk, cita — mazāk, t. i., vielas absorbcijas koeficients (vai absorbcijas indekss), tāpat arī parauga caurlaidība un optiskais blīvums atkarīgi no gaismas viļņa garuma. Pastāv vairāku veidu absorbcijas spektri — līniju un joslu spektri, kā arī nepārtraukti spektri.

28.1.5. Daži gaismas absorbcijas lietojuma piemēri. Gaismas absorbciju izmanto kolorimetrijā, spektrofotometrijā un absorbcijas spektrānalizē vielu identificēšanai, molekulu uzbūves pētīšanai un šķīdumu koncentrācijas noteikšanai.

Vielu identificēšana iespējama tāpēc, ka katrai vielai ir savs raksturīgs absorbcijas spektrs.

Vielu uzbūves pētījumos izmanto spektroskopijas atklātās sakarības, kas saista absorbcijas spektrus ar molekulu uzbūvi.

Koncentrācijas noteikšana, izmantojot absorbciju, pamatojas uz gaismas intensitātes mērīšanu un salīdzināšanu. Šajā nolūkā bieži var izmantot Bugēra—Bēra likumu un samērā vienkāršus aparātus — kolorimetrus un fotometrus. Šādu analīzes metodi sauc par *kolorimetrisko analīzi*. Sevišķi plaši pēdējā laikā gaismas absorbciju izmanto komplicēta sastāva maisījumu analīzēm, izdarot mērījumus gan spektra redzamajā, gan arī ultravioletajā daļā, bet visbiežāk spektra infrasarkanajā daļā.

Gaismas absorbciju visai plaši izmanto krāsainu un neitrālu (pelēku) gaismas filtru izgatavošanai.

28.2. GAISMAS DISPERSIJA

28.2.1. Gaismas dispersijas parādība. Optiski homogēna vide. Par gaismas dispersiju sauc gaismas izplatīšanās ātruma atkarību no viļņa garuma λ (frekvences ν , cikliskās frekvences ω vai viļņu skaitļa k).

Gaismas viļņi vakuumā izplatās ar vienādu ātrumu $c = 299\,792\,458$ m/s neatkarīgi no viļņa garuma. To pierāda dubultzvaigžņu aptumsuma novērojumi. Ja gaismas izplatīšanās ātrums starpzvaigžņu telpā būtu atkarīgs no viļņa garuma, tad, vienai zvaigznei aizejot aiz otras vai parādoties, gaismas spektrālajam sastāvam vajadzētu mainīties. Taču tas nav novērots. Tātad *vakuumā gaismas dispersija nenotiek*.

Citās dzidrās vidēs, piemēram, stiklā, kvarcā, ūdenī, gaismas izplatīšanās ātrums v ir atkarīgs no gaismas viļņa garuma, t. i.,

$$v = f(\lambda). \quad (28.12)$$

Gaismai pārejot no vienas vides otrā, tās svārstību frekvence nemainās, bet viļņa garums mainās, jo $\lambda_{\text{vidē}} = v/\nu$. Tādēļ, raksturojot gaismu, uzrāda tās viļņa garumu vakuumā: $\lambda = c/\nu$.

Kā zināms no gaismas viļņu teorijas, $n = c/v$, kur n — gaismas laušanas koeficients vidē. No tā izriet, ka arī laušanas koeficients n ir atkarīgs no viļņa garuma λ . Tātad.

$$n = F(\lambda). \quad (28.13)$$

Tādēļ var teikt arī, ka *gaismas dispersija ir gaismas laušanas koeficienta atkarība no gaismas viļņa garuma*.

Saskaņā ar Maksvela teoriju laušanas koeficients $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, kur ϵ — dielektriskā caurlaidība; μ — magnētiskā caurlaidība. Ja $\mu = 1$ (vide nav feromagnētisks), tad

$$n = \sqrt{\epsilon}. \quad (28.14)$$

Daudzām gāzēm un šķidrumiem tas labi saskan ar eksperimenta datiem (sk. tabulu).

Vielā	n	$\sqrt{\epsilon}$
skābeklis	1,000272	1,000274
slāpeklis	1,000299	1,000307
ūdeņradis	1,000139	1,000139
oglekļa dioksīds	1,000449	1,000485
hēlijs	1,000035	1,000037
toluols (šķidr)	1,499	1,549
benzols	1,501	1,511
stikls	1,5	2,4
etilspirts	1,36	5,0
ūdens	1,33	9,0

Tabulā dotās n un $\sqrt{\epsilon}$ vērtības atbilst temperatūrai 18°C , normālam spiedienam un viļņa garumam $\lambda = 589,3$ nm.

Tomēr daudzām vielām $n < \sqrt{\epsilon}$. No tabulā minētajām vielām tādas ir stikls, etilspirts, ūdens.

Salīdzinot lielumus n un $\sqrt{\epsilon}$, jāņem vērā, ka šeit izmantotas laikā nemainīgā elektrostatiskajā laukā noteiktās dielektriskās caurlaidības ϵ vērtības, bet gaismas viļņu elektriskais lauks ir augstfrekvences lauks (aptuveni 10^{15} Hz).

Viēlām laušanas koeficients n atkarīgs no gaismas viļņa garuma, bet Maksvela teorija tādu atkarību nedod. Tādēļ nepieciešams Maksvela teoriju papildināt ar kādu vides modeli. So uzdevumu labi veic elektronu teorija, kuras izveidotājs ir holandiešu fiziķis *H. Lorencs* (1853—1928). Elektronu teorija no molekulārā viedokļa traktē vides dielektrisko un magnētisko caurlaidību (ϵ un μ) un vienlaikus izskaidro šo lielumu ϵ un n atkarību no gaismas elektromagnētiskā lauka frekvences.

Vidi, kuras visos punktos ir vienāds gaismas laušanas koeficients, sauc par optiski homogēnu vidi. Ar terminu «vides punkts» šeit tiek apzīmēts vides apgabals, kura visi lineārie izmēri salīdzinājumā ar gaismas viļņa garumu ir mazi.

Noskaidrosim, izmantojot vielas molekulārās uzbūves modeli, kādiem nosacījumiem jābūt izpildītiem, lai vide būtu optiski homogēna.

Gaismas viļņa elektriskā lauka iedarbībā vides atomi (molekulas) polarizējas — kļūst par elektriskiem dipoliem, pie tam dipolmoments mainās ar gaismas frekvenci. Tā kā šī frekvence ir ļoti liela (viļņa garumam $\lambda = 500$ nm atbilst frekvence $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Hz), tad lauks spēj iesvārstīt vienīgi elektronus (maza inerce, jo maza masa). Var pieņemt, ka notiek tikai ārējo, ar kodolu vājāk saistīto elektronu, t. s. optisko elektronu uzspiestas svārstības. Gaismas viļņa izraisīto vides polarizāciju var raksturot ar polarizētību \vec{P} — vides tilpuma vienības elektrisko dipolmomentu. Ja optisko (ārējo, ar atoma kodolu vājāk saistīto) elektronu koncentrācija ir N un katrs lauka novirzītais optiskais elektrons rada dipolmomentu

$$\vec{p}_e = \alpha e_0 \vec{E}, \quad (28.15)$$

kur α — molekulas (atoma) polarizējamības koeficients; ϵ_0 — elektriskā konstante; \vec{E} — elektriskā lauka intensitāte, tad polarizētība

$$\vec{P} = N\alpha\epsilon_0\vec{E}. \quad (28.16)$$

Tātad vides dielektriskā uzņēmība $\kappa_e = N\alpha$, bet dielektriskā caurlaidība (sk. formulu (12.18))

$$\epsilon = 1 + N\alpha \quad (28.17)$$

un gaismas laušanas koeficients

$$n = \sqrt{1 + N\alpha}. \quad (28.18)$$

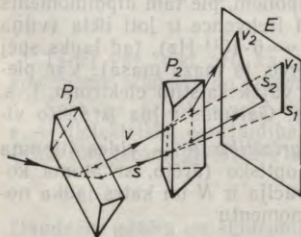
No šejienes var secināt, — lai vide būtu optiski homogēna, katrā mazā (salīdzinājumā ar λ) tās tilpumā, kas tomēr ir daudzkārt lielāks par atomu un molekulu izmēriem, jābūt spēkā sakarībai

$$N\alpha = \text{const}. \quad (28.19)$$

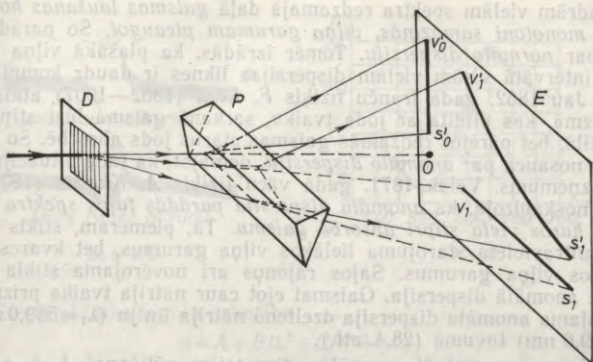
Ja vide sastāv no vienādām molekulām, kuru polarizējamības koeficients $\alpha = \text{const}$, tad jābūt spēkā nosacījumam, ka arī koncentrācija $N = \text{const}$. Nosacījumu (28.19) var izpildīt, arī lietojot dažādas vielas, kurām lielumi α un N nav vienādi. Tad vielai ar lielāku polarizējamības koeficientu α jāņem tikpat reizi mazāka koncentrācija N . Piemēram, optiski homogēna var būt vide, kas veidojas no benzola un sēroglekļa maisījuma, kurā ievietoti stikla gabaliņi, ja atrasta tāda maisījuma koncentrācija, kurā $(N\alpha)_{\text{maisījums}} = (N\alpha)_{\text{stiklam}}$. Precīzi šo nosacījumu var izpildīt tikai vienam noteiktam gaismas viļņa garumam.

28.2.2. Gaismas dispersijas novērošanas metodes. Normālā un anomālā dispersija. Gaismas dispersijas raksturlielumi. Jau sirmā senatnē cilvēki ir vērojuši krāsaino varavīksni, tāpat izsenis bija pazīstama krāsu rotaļa slīpētos dimantos, kristālos, stikla prizmās. Bija zināms arī, ka attēlam, ko rada vienkāršs objektīvs, ir krāsainas malas. Tomēr šīm parādībām vēl 17. gadsimta vidū nebija atrasts izskaidrojums. Angļu fiziķis *I. Nūtons* (1643—1727) pētīja cēloņus, kāpēc tālskata objektīva veidoto attēlu malas ir krāsainas.

Viņš 1666. gadā atklāja, ka *baltas gaismas stars, ejot caur stikla prizmu, sadalās krāsainos staros un veido spektru*, kurā krāsas sakārtotas šādā secībā: sarkana, oranža, dzeltena, zaļa, zilzaļa, zila un violeta. Prizma vismazāk noliec sarkanos, visvairāk — violetos starus. Tas nozīmē, ka stiklam redzamās gaismas intervālā vismazākais laušanas koeficients ir sarkanajā gaismā, vislielākais — violetajā. Salīdzinot spektrus, ko dod no dažādiem mate-



28.2. att.



28.3. att.

riāliem izgatavotas prizmas ar vienādiem laužējleņķiem, var konstatēt, ka tās ne vien dažādi noliec vienas krāsas starus, bet arī dažādi izvērš spektru. Tā, piemēram, stikla prizma ievērojami vairāk izvērš spektru nekā kvarca prizma, bet sēroglekļa prizmā spektra izvērsums ir aptuveni 5 reizes lielāks nekā ūdens prizmā. Tas nozīmē, ka dažādām vielām ir dažāda laušanas koeficienta n atkarība no gaismas viļņa garuma λ . Tātad ir dažādas funkcijas $n=f(\lambda)$, resp., dažādas dispersijas līknes.

Uzskatāmu metodi prizmas materiāla dispersijas rakstura noskaidrošanai, t. s. *krustoto prizmu metodi* devis jau I. Ņūtons. Tā shematiski parādīta 28.2. attēlā. Gaismas stars, ievērojot tikai caur prizmu P_1 , uz ekrāna E veido spektru v_1s_1 . Ja staru ceļā aiz prizmas P_1 noliek otru prizmu P_2 , kuras laužējšķautne perpendikulāra prizmas P_1 laužējšķautnei, uz ekrāna izveidojas krāsaina josla v_2s_2 , kuras veids atkarīgs no prizmas P_2 materiāla dispersijas. Lietojot dažāda materiāla prizmas P_2 , var salīdzināt šo materiālu gaismas dispersiju.

Vēl ērtāka ir *krustota difrakcijas režģa un prizmas metode* (28.3. att.). Ja gaismas stara ceļā nav ne režģa D , ne prizmas P , stars sasniedz ekrānu E punktā O . Kad gaismas stara ceļā novietots difrakcijas režģis, uz ekrāna veidojas spektri: punktā O — nulles kārtas spektrs, starp punktiem v_1 un s_1 — pirmās kārtas spektrs, kurā tuvāk punktam O ir spektra violetā daļa, tālāk no punkta O — spektra sarkanā daļa, pie tam atbilstošo spektra daļu novietojums ir gandrīz proporcionāls viļņa garumiem un tādēļ horizontālā ass uz ekrāna ir gandrīz vienmērīga viļņa garumu skala. Ja aiz režģa novieto prizmu, kuras laužējšķautne perpendikulāra režģa svītrām, uz ekrāna parādās divas krāsainas joslas: $v'_0s'_0$ — nulles kārtas spektra vietā un $v'_1s'_1$ — pirmās kārtas spektra vietā. Josla $v'_1s'_1$ ir sava veida dispersijas līkne prizmas materiālam.

Dzidrām vielām spektra redzamajā daļā *gaismas laušanas koeficients monotonī samazinās, viļņa garumam pieaugot*. So parādību sauc par *normālo dispersiju*. Tomēr izrādās, ka plašākā viļņa garumu intervālā visām vielām dispersijas liknes ir daudz komplicētākas. Jau 1862. gadā franču fiziķis *F. Lerū* (1832—1907) atklāja, ka prizmā, kas pildīta ar joda tvaiku, sarkanā gaisma lūst stiprāk nekā zilā, bet pārējos redzamās gaismas starus jods absorbē. So parādību nosauca par *anomālo dispersiju*, domājot, ka tāda situācija ir tikai izņēmums. Vēlāk 1871. gadā vācu fiziķis *A. Kundts* (1839—1894) noskaidroja, ka *anomālā dispersija parādās tajos spektra rajonos, kuros viela stipri absorbē gaismu*. Tā, piemēram, stikls absorbē ultravioletā starojuma lielākos viļņa garumus, bet kvarcs — mazākos viļņa garumus. Šajos rajonos arī novērojama stikla un kvarca anomālā dispersija. Gaismai ejot caur nātrija tvaika prizmu, novērojama anomāla dispersija dzelteno nātrija līniju ($\lambda_1=589,0$ nm; $\lambda_2=589,6$ nm) tuvumā (28.4. att.).

Ļoti precīzu metodi anomālās dispersijas pētīšanai, t. s. «āķu metodi» 1909. gadā izveidojis krievu fiziķis *D. Roždestvenskis* (1876—1940), izmantojot savstarpēji krustotu interferometru un spektrogrāfu.

Cianīna šķīduma dispersijas likne absorbcijas joslas rajonā parādīta 28.5. attēlā. Analogas dispersijas liknes ir arī citām vielām. Ja vielai ir šaura absorbcijas līnija, tad atbilstoši līdzīga dispersijas likne veidojas šaurā spektra rajonā. Vielai, kurai ir daudzas absorbcijas līnijas vai joslas, ir arī daudzi anomālās dispersijas apgabali.

Lai raksturotu, cik strauji vielai mainās laušanas koeficients, mainoties gaismas viļņa garumam, izmanto fizikālu lielumu, ko sauc par *vielas dispersiju* (gaismas laušanas koeficienta dispersiju),

$$dn/d\lambda. \quad (28.20)$$

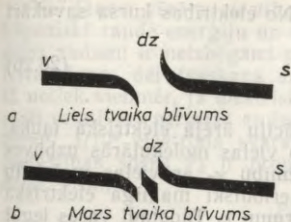
Normālās dispersijas apgabalā $dn/d\lambda < 0$, anomālās dispersijas apgabalā $dn/d\lambda > 0$. Praksē biežāk lieto vairākus citus lielumus, kurus nosaka, izmantojot laušanas koeficientus noteiktiem viļņa garumiem, proti, n_F — viļņa garumam $\lambda_F=480,0$ nm; n_C — viļņa garumam $\lambda_C=656,3$ nm un n_D — viļņa garumam $\lambda_D=589,3$ nm. Piemēram,

$$1) \text{ vidējā dispersija } \Delta_{FC} = (n_F - n_C) \cdot 10^4; \quad (28.21)$$

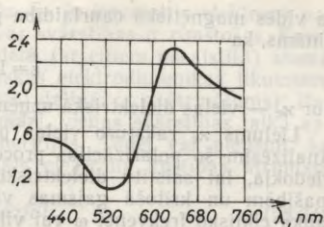
$$2) \text{ relatīvā dispersija } \omega_{FCD} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \cdot 10^3; \quad (28.22)$$

$$3) \text{ dispersijas koeficients jeb Abē skaitlis } v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \quad (28.23)$$

28.2.3. Gaismas dispersijas teorijas pamati. Gaismas dispersijas elektronu teorija. Pirmie mēģinājumi izskaidrot gaismas dispersiju pamatojas uz *O. Frenela* ideju, ka gaisma izplatās īpašā elastīgā vidē — ēterā un vielas molekulas maina ētera īpašības. Tādēļ gaisma vielā izplatās ar citādu ātrumu nekā vakuumā.



28.4. att.



28.5. att.

Empīriski tika iegūta sakarība

$$n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4 + \dots, \quad (28.24)$$

kur n — gaismas laušanas koeficients; A , B , C — eksperimentāli nosakāmas konstantes; λ — gaismas viļņa garums vakuumā. Sakarību (28.24) sauc par Košī formulu. Šī formula ļabi saskan ar eksperimentu normālās dispersijas apgabalā, bet anomālajai dispersijai tā nav derīga.

Pēc anomālās dispersijas atklāšanas *V. Zelmeijers* izstrādāja (1871) pilnīgāku gaismas dispersijas teoriju, pamatojoties uz priekšstatu par vielas molekulu un ētera mijiedarbību un pieņemot, ka *molekulām ir raksturīgas pašsvārstību frekvences*, kas nosaka vielai raksturīgo absorbcijas joslu un līniju eksistenci.

Zelmeijera teorijas pamati saglabāti arī vēlāk izveidotajā klasiskajā gaismas dispersijas elektronu teorijā, kas precizē, ka *vielai raksturīgās pašfrekvences ir tās elektronu (vai jonu) svārstību frekvences vielas atomos un molekulās*. Sajā teorijā iegūtā sakarība, kas raksturo laušanas koeficientu n atkarībā no gaismas viļņa garuma λ un ko arī sauc par Zelmeijera formulu (sk. formulu (28.44)), guva apstiprinājumu (1912) krievu fiziķa *D. Roždestvenska* darbos.

Vēlāk kvantu mehānika parādīja, ka likumi, kas regulē fizikālos procesus mikropasaulē (arī atomos un molekulās), būtiski atšķiras no makropasaules klasiskajiem likumiem. Kvantu mehānika būtiski mainīja mūsu priekšstatus par mikropasauli. Tā ietekmēja arī dispersijas teoriju, papildinot to un atklājot jaunas šīs parādības šķautnes, piemēram, apvērstu dispersijas līknes gaitu negatīvās absorbcijas (sk. 32.7.1. nodaļījumu) rajonā (sk. 28.8. att.). Tomēr pamatā arī kvantu mehānikas traktējumā dispersijas teorijas secinājumi saskan ar klasiskās teorijas rezultātiem. Te jo spilgti izpaužas zinātnes dialektiskā attīstība pa spirāli un virzīšanās no relatīvās patiesības uz absolūto. Katra nākamā pilnīgākā teorija ietver sevī daļēji arī iepriekšējo.

Sīkāk aplūkosim gaismas dispersijas elektronu teoriju.

Saskaņā ar Maksvela teoriju laušanas koeficients

$$n = \sqrt{\epsilon}, \quad (28.25)$$

ja vidēs magnētiskā caurlaidība $\mu = 1$. No elektrības kursa savukārt zināms, ka

$$\varepsilon = 1 + \varkappa_e, \quad (28.26)$$

kur \varkappa_e — vielas dielektriskā uzņēmība.

Lielums \varkappa_e raksturo vielas polarizāciju ārējā elektriskā laukā. Analizēsim šo polarizācijas procesu no vielas molekulārās uzbūves viedokļa, lai saistītu dielektrisko uzņēmību \varkappa_e ar vielas molekulu īpašībām un krītošā gaismas viļņa periodiski mainīgā elektriskā lauka ciklisko frekvenci ω vai viļņa garumu λ . Tādējādi varēs iegūt sakarību $n = f(\lambda)$.

Neinteresējoties par vielas atoma vai molekulas uzbūves īpatnībām, var pieņemt, ka elektroni (joni) atomos vai molekulās spēj svārstīties. Tādēļ gaismas elektromagnētiskā lauka ietekmē notiek elektronu uzspiestās svārstības. Visvieglāk var iesvārstīt ārējos, ar atoma kodolu vājāk saistītos elektronus, t. s. optiskos elektronus. Tikai šo elektronu svārstības arī ņemsim vērā. Ja elektrona novirze no līdzsvara stāvokļa ir z , tad atoms iegūst dipolmomentu

$$p = -ez. \quad (28.27)$$

Vides tilpuma vienības dipolmoments (polarizētība)

$$P = -Nez, \quad (28.28)$$

kur N — atomu koncentrācija. Lielumu P ar elektriskā lauka intensitāti vidē saista sakarība

$$P = \varkappa_e \varepsilon_0 E. \quad (28.29)$$

No sakarībām (28.28) un (28.29) izriet, ka vides dielektriskā uzņēmība

$$\varkappa_e = -Nez / (\varepsilon_0 E). \quad (28.30)$$

Noskaidrosim, kā izsakāma attiecība z/E . Lai noteiktu elektrona novirzi z , jāapskata elektronam pieliktie spēki.

Uz elektronu darbojas *uzspiedējspēks* F_1 , ko rada gaismas viļņa elektriskais lauks. Ja šī lauka intensitāte mainās harmoniski, t. i.,

$$E = E_0 \sin \omega t, \quad (28.31)$$

kur ω — gaismas viļņa elektriskā lauka svārstību cikliskā frekvence, tad

$$F_1 = -eE_0 \sin \omega t. \quad (28.32)$$

Elektronam novirzoties no līdzsvara stāvokļa, uz to darbojas *atgriežējspēks* F_2 . Ja svārstību novirzes z ir mazas, var uzskatīt, ka atgriežējspēks ir kvazielastisks, t. i.,

$$F_2 = -kz. \quad (28.33)$$

Šāds pieņēmums atbilst Tomsona atoma modelim (sk. 32.1.1. nodaļumu).

Vēl jāņem vērā *pretestības spēks* F_3 , jo iesvārstīts elektrons pakāpeniski zaudē enerģiju un tā brīvās svārstības ir rimstošas. Enerģijas zudumi ir neizbēgami pat izolētā (ar citiem nesaistītā) atomā izstarošanas dēļ (saskaņā ar klasiskās elektrodinamikas likumiem, tā notiek vienmēr, ja elektriski lādētai daļiņai ir paātrinājums). Parasti relatīvie enerģijas zudumi ir mazi, vienas svārstības laikā aptuveni $1/10^8$ elektrona svārstību enerģijas. Tādēļ var pieņemt, ka pretestības spēks F_3 ir proporcionāls elektrona kustības ātrumam dz/dt , proti,

$$F_3 = -r \, dz/dt. \quad (28.34)$$

Līdzīga sakarība ir spēkā daudzos mehāniskās kustības gadījumos.

Pietiekami blīvā vidē (saspīstās gāzēs vai tvaikos, šķidrums, cietās vielās) jāņem vērā pārējo dipolu radītais lauks E' , kas klājas pāri gaismas viļņa laukam E . Tādēļ uz oscilējošo elektronu darbojas spēks

$$F_4 = -eE'. \quad (28.35)$$

Noteikt dipolu lauka intensitāti E' ir visai sarežģīts uzdevums. H. Lorencs to ir izdarījis (1880) izotropa kubiska kristāla gadījumā. Iegūtie rezultāti, kā rāda prakse, daudzos gadījumos derīgi arī citām izotropām vidēm (sk. formulas (28.46) ... (28.48)).

Elektrona uzspiesto svārstību diferenciālvienādojums ir šāds:

$$m \, d^2z/dt^2 = -kz - r \, dz/dt - eE_0 \sin \omega t - eE'. \quad (28.36)$$

Vispirms apskatīsim vienkāršu situāciju, pieņemot, ka $E' = 0$ (tas atbilst retinātai gāzei vai tvaikam) un $r = 0$, t. i., neievērojot pretestības spēku (svārstību rimšanu). Tad vienādojums ir šāds:

$$m \, d^2z/dt^2 = -kz - eE_0 \sin \omega t. \quad (28.37)$$

Tā atrisinājums

$$z = -\frac{eE_0 \sin \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (28.38)$$

kur m — elektrona masa; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ — elektrona pašsvārstību frekvence.

Salīdzinot sakarības (28.38) un (28.31), redzams, ka

$$-\frac{z}{E} = \frac{e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (28.39)$$

Tādēļ no formulas (28.30) iegūst

$$\alpha_e = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (28.40)$$

Ja vielas optiskajiem elektroniem ir vairākas (s) pašsvārstību frekvences, tad sakarības (28.40) vietā iegūst

$$\alpha_e = \sum_{i=1}^s \frac{f_i Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}, \quad (28.41)$$

kur f_i — *oscilatora stiprums*; bezdimensionāls lielums, kas rāda, cik liels ir frekvencei ω_{0i} atbilstošo svārstību ieguldījums dispersijas radīšanā, resp., kādai daļai atomu ir elektroni ar šādu pašsvārstību frekvenci. Tātad $f_i = N_{\omega_{0i}}/N$, kur $N_{\omega_{0i}}$ — to oscilatoru skaits tilpuma vienībā, kuru pašsvārstību frekvence ω_{0i} .

Lai ņemtu vērā arī jonu uzspiestās svārstības molekulās, formulas (28.41) labajā pusē jāpieskaita

$$\sum_j \frac{f_j N_j q_j^2}{\epsilon_0 m_j (\omega_{0j}^2 - \omega^2)}, \quad (28.42)$$

kur N_j — molekulu koncentrācija; q_j, m_j, ω_{0j} — jona lādiņš, masa un pašsvārstību frekvence; f_j — pašsvārstību frekvencei ω_{0j} atbilstošais oscilatora stiprums.

Ņemot vērā formulas (28.25), (28.26) un (28.41), var rakstīt

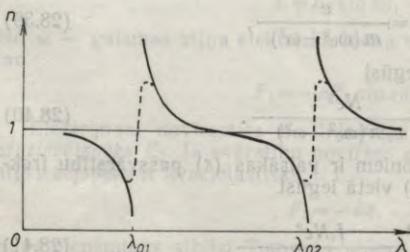
$$n = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_{i=1}^s \frac{f_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}}. \quad (28.43)$$

Sakarību (28.43) sauc par *Zelmeijera formulu*. Lai to uzrakstītu formā $n = \tilde{f}(\lambda)$, ievietosim $\omega = 2\pi c/\lambda$ un $\omega_{0i} = 2\pi c/\lambda_{0i}$. Tad

$$n = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{4\pi^2 c^2 \epsilon_0 m} \sum_{i=1}^s \frac{f_i \lambda_{0i}^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{0i}^2}}. \quad (28.44)$$

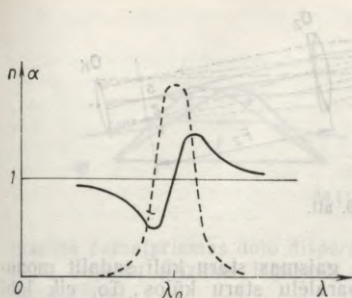
Attēlojot grafiski, iegūst 28.6. attēlā redzamo likni. Krītošās gaismas viļņa garumu apgabālā no 0 līdz λ_{01} , tāpat apgabālā starp λ_{01} un λ_{02} , kā arī apgabālā aiz λ_{02} ir normālā dispersija — viļņa garumam λ palielinoties, laušanas koeficients n samazinās. Kad λ tuvojas vērtībām λ_{01} vai λ_{02} , likne tiecas uz bezgalību (nepārtrauktā līnija). Tas nesaskan ar eksperimentu (sk. 28.4. att.). *Pašsvārstību (gaismas absorbcijas) rajonā formulā (28.36) pretestības spēku nevar ignorēt*. Šādā gadījumā jāatrisina vienādojums.

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -kz - r \frac{dz}{dt} - eE_0 \sin \omega t. \quad (28.45)$$

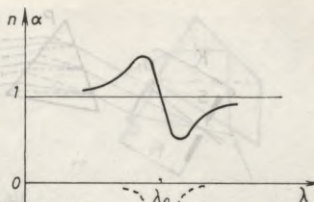


28.6. att.

Tā atrisinājums ir sarežģītāks nekā izteiksme (28.44). Grafiski attēlojot, iegūst likni, kas pašsvārstību rajonā būtiski atšķiras no formulai (28.44) atbilstošās līknes (28.6. attēlā svītrlinija), bet pārējā daļā labi saskan ar to. Viļņa garumu λ_{01} un λ_{02} tuvumā, t. i., *vielas absorbcijas rajonā ir anomālā dispersija*. Anomālās dispersijas sakars ar



28.7. att.



28.8. att.

absorbciju parādīts 28.7. attēlā. Negatīvās absorbcijas gadījumā (28.8. att.) dispersijas likne iet pretējā virzienā.

Aplūkojot blīvu izotropu vidi (kubisku kristālu) un vienu pašsvārstību frekvenci ω_0 , kurai atbilst viļņa garums λ_0 , nīderlandiešu fiziķis *H. Lorencs* ieguva (1880) formulu

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N \frac{e^2 f}{12\pi^2 c^2 \epsilon_0 m} \cdot \frac{\lambda_0^2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}. \quad (28.46)$$

Tā derīga ārpus absorbcijas rajona. Neatkarīgi no viļņa analoģu sakarību ieguva arī dāņu fiziķis *L. Lorencs*, tādēļ to sauc par *Lorenca—Lorenca* formulu. Tā kā dotajai vielai un noteiktam gaismas viļņa garumam lielumi e , m , λ_0 , f un λ ir konstanti, tad Lorenca—Lorenca formulu var uzrakstīt šādi:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{N} = \text{const vai} \quad (28.47)$$

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{const}, \quad (28.48)$$

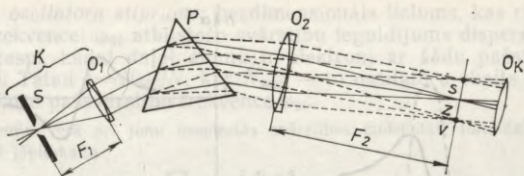
kur ρ — vielas blīvums.

28.2.4. Gaismas dispersijas lietojuma piemēri.

A. Dispersijas dēļ gaisma, ejot caur prizmu, sadalās monohromatiskos komponentos. Tā plaši izmanto *prizmas spektālāparātos* spektru iegūšanai. Šādus spektālāparātos sauc par spektrometriem.

Spektrometra principiālā optiskā shēma parādīta 28.9. attēlā. Prizmas spektrometra galvenās sastāvdaļas ir kolimators, dispersijas prizma un tālskatis (spektra vizuālai novērošanai) vai kamera (spektra reģistrēšanai).

Kolimators sastāv no maināmā platuma spraugas S un ahromatiska objektīva O_1 . Objektīva uzdevums — no apgaismotās spraugas S viena punkta iznākošos starus padarīt paralēlus un novirzīt uz dispersijas prizmu. Tādēļ spraugu S novieto objektīva O_1 galvenajā fokālajā plaknē.



28.9. att.

Prizmas uzdevums ir kritošo gaismas staru kūli sadalīt monohromatiskos, dažāda virziena paralēlu staru kūļos. To, cik labi prizma spēj veikt šo uzdevumu, rāda divi prizmas raksturlielumi — leņķiskā dispersija un izšķiršanas spēja. Prizmas leņķiskā dispersija

$$D = d\delta/d\lambda, \quad (28.49)$$

kur δ — stara nolieces leņķis prizmā, un izšķiršanas spēja

$$r = \lambda/\Delta\lambda, \quad (28.50)$$

kur $\Delta\lambda$ — mazākā difference starp diviem ar prizmu nošķiramiem viļņu garumiem λ un $\lambda + \Delta\lambda$.

Spektrometros prizmas nostāda tā, lai vidējiem stariem būtu minimāla noliece. Minimālās deviācijas leņķi nostādītai prizmai leņķisko dispersiju var aprēķināt pēc formulas

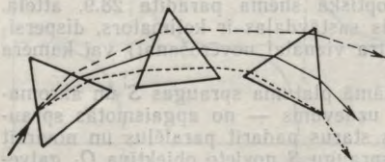
$$D = \frac{2 \sin(\varphi/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\varphi/2)}} \frac{dn}{d\lambda}, \quad (28.51)$$

kur φ — prizmas lauzējleņķis; n — prizmas materiāla laušanas koeficients; $dn/d\lambda$ — prizmas materiāla dispersija.

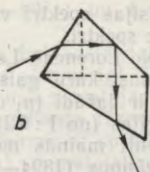
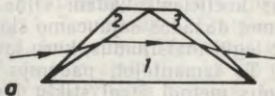
Prizmas leņķiskā dispersija ir jo lielāka, jo lielāks tās lauzējleņķis. Tomēr lauzējleņķis nevar būt pārāk liels. Jābūt izpildītai nevienādībai

$$\sin(\varphi/2) < 1/n, \quad (28.52)$$

jo pretējā gadījumā uz prizmas izejas skaldnes notiek pilnīgā atstarošana. Tādēļ parasti izraugās leņķi $\varphi = 60^\circ$. Lai palielinātu dispersiju, dažkārt novieto vairākas prizmas citu aiz citas (28.10. att.). Leņķis φ var būt lielāks, nekā nosaka nevienādība (28.52), ja izveido saliktu prizmu — t. s. *Rezerforda prizmu* (28.11. att. a). Papildu prizmas novērš pilnīgo atstarošanu, bet sa-



28.10. att.



28.11. att.

mazina pamatprizmas doto dispersiju. Lai šī samazināšana būtu neliela, papildu prizmas izgatavo no materiāla ar mazu dispersiju (kronstikla).

Lai iegūtu nemainīgu nolieci (90°) starp ieejošo un izejošo staru, lieto *Abes prizmu* (28.11. att. b).

No dispersijas liknes (sk. 28.6. un 28.7. att.) redzams, ka laušanas koeficients $n > 1$, ja viļņa garums $\lambda > \lambda_0$, un materiāla dispersija $dn/d\lambda$ ir liela, ja $\lambda \rightarrow \lambda_0$. Tādēļ prizmas, kas paredzētas kādai spektra daļai, izgatavo no materiāla, kuram šīs spektra daļas tuvumā (uz īso viļņu pusi) ir absorbcijas rajons. Spektra redzamajai daļai noder stikls, sevišķi flintstikls, jo tas absorbē redzamajai gaismai tuvu ultravioletā spektra daļu. Kvarcs, kam absorbcija ir ultravioletajā spektra īsviļņu daļā, redzamajai spektra daļai ir maz noderīgs ($dn/d\lambda$ — mazs), bet ļoti labs spektra ultravioletajai daļai.

Tālskata vai kameras objektīvs O_2 (sk. 28.9. att.) katru monohromatisko paralēlo staru kūli sakopo vienā punktā fokālajā plaknē, piemēram, violetos starus punktā V , zaļos — punktā Z , sarkanos — punktā S . Citi spraugas punkti, kas atrodas augstāk vai zemāk par pirmo punktu, arī fokālajā plaknē attēlojas zemāk vai augstāk par to. Visi kopā tie monohromatiskā gaismā veido spraugas attēlu šauras svītriņas veidā. Šādu spraugas attēlu sauc par *spektra līniju*. Ja gaismas avots izstaro vairāku diskrētu frekvenču (viļņa garumu) gaismu, tad fokālajā plaknē parādās vairākas spektra līnijas, kuru novietojums atkarīgs no viļņa garuma. Šādu spektru sauc par *līniju spektru*. Ja atsevišķās spektra daļās līniju ir tik daudz, ka tās pārklājas un veido gaišas joslas, tad šādu spektru sauc par *joslų spektru*. Ja plašā spektra intervālā ir atrodamas visu viļņa garumu līnijas, tad ir *nepārtraukts spektrs*. Spektru var novērot vizuāli caur okulāru O_k , kas kopā ar objektīvu O_2 veido tālskati. Spektru var arī reģistrēt, piemēram, fotogrāfiski, fotoelektriski vai citādi, novietojot objektīva O_2 fokālajā plaknē fotoplati, pārvietojamu fotoelementu vai citu starojuma uztvērēju. Objektīvs O_2 kopā ar uztvērēju tad veido spektrālāparāta kameru.

Spektrometrus, kuros spektru novēro vizuāli, sauc par *spektroskopiem*, bet spektrometrus, kuros spektru reģistrē, — par *spektrogrāfiem*.

Spektrus, ko rada avotu izstarotā gaisma, sauc par emisijas spektriem. Ja gaisma, kurai ir nepārtraukts spektrs, iet caur vielu, kas daļu gaismas absorbē, rodas absorbcijas spektri. Arī tie tāpat

kā emisijas spektri var būt liniju spektri, joslu spektri un nepārtauktie spektri.

B. No Lorenca—Lorenca formulas var secināt, ka, sajaucot divus šķidrums, kuru gaismas laušanas koeficienti kādam viļņa garumam λ ir dažādi (n_1 un n_2), un ņemot dažādas sajaucamo šķidrumsu proporcijas (no 1 : 0 līdz 0 : 1), var iegūt maisījumus, kuru laušanas koeficienti mainās no n_1 līdz n_2 . To izmantojot, padomju fiziķis *I. Obreimovs* (1894—1981) izveidojis metodi ātrai stiklu laušanas koeficientu noteikšanai. Stikla drumslas ievieto šķidrumā ar mazāku laušanas koeficientu. Tā kā šķidrums un stikla drumslas veido nehomogēnu sistēmu, kas lauž un izkliedē gaismu, stikla drumslas šķidrumā ir labi redzamas. Ja pakāpeniski lej klāt, pastāvīgi maisot, otru šķidrumu, kuram laušanas koeficients lielāks nekā stiklam, var panākt, ka maisījuma laušanas koeficients kļūst vienāds ar stikla laušanas koeficientu. Šajā gadījumā stikla drumslas un šķidrums veido homogēnu sistēmu, kas neizkliedē gaismu. Tādēļ stikla drumslas šķidrumā kļūst neredzamas. Šķidrums laušanas koeficientu ļoti viegli var izmērīt ar refraktometru. Līdz ar to ir noteikts arī stikla gaismas laušanas koeficients, jo tas ir tāds pats. Lai ar refraktometru varētu izmērīt laušanas koeficientu cietai vielai, jāizgatavo rūpīgi noslīpēti un nopolēti paraugi. Paraugu gatavošana prasa daudz laika. Tādēļ Obreimova metode ir neaizstājama ātrai laušanas koeficienta noteikšanai, piemēram, stikla kausēšanas procesā. Šo metodi plaši lieto mineraloģijā. Līdzīgu metodi var izmantot arī vielas dispersijas $dn/d\lambda$ noteikšanai.

28.3. VAVILOVA—ČERENKOVA STAROJUMS

28.3.1. Parādības atklāšana. Padomju fiziķa *S. Vavilova* vadībā šī gadsimta trīsdesmito gadu sākumā tika izdarīti plaši luminiscences pētījumi. *P. Čerenkovs* (1904), pētīdams dažādu vielu luminiscenci, ko ierosina radioaktīvais starojums (rādija beta un gamma starojums), 1934. gadā atklāja, ka visos šķidrumos un cietvielās bez luminiscentā starojuma, kas parādās atsevišķos gadījumos, novērojams vēl cits vājš redzamais starojums, kura īpašības atšķiras no luminiscentā starojuma īpašībām. Šī starojuma intensitāte nebija atkarīga no vielas ķīmiskās dabas, tās tīrības un temperatūras. Neotika luminiscencei raksturīgā starojuma dzēšana piemaisījumu dēļ. Vēl jāpiebilst, ka šis starojums izbeidzās vienlaikus ar ierosinātāja darbības pārtraukšanu, turpretī luminiscences gadījumā vienmēr novērojama pēcspīdēšana, kuras ilgums $\tau \geq 10^{-9}$ s. *P. Čerenkova* novērotais starojums izrādījās jauns, agrāk nezināms starojums, ko tagad sauc par *Vavilova—Čerenkova starojumu*.

28.3.2. Vavilova—Čerenkova starojuma daba. *S. Vavilovs* izteica domu, ka *P. Čerenkova* atklāto starojumu izraisa atomos nesaistītu elektronu kustība caur vielu. Tomēr novērojamo starojumu nevarēja izskaidrot ar elektronu bremzēšanas vielā, jo tā intensitāte bija daudzkārt lielāka par iespējamo bremzēšanas starojuma intensitāti. Parādības fizikālo dabu pilnībā izskaidroja savā teorētiskajā darbā

1937. gadā padomju fiziķi *I. Tamms* (1895—1971) un *I. Franks* (1908).*

No elektromagnētisma teorijas labi zināms, ka lādēta daļiņa neizstaro elektromagnētiskus viļņus, ja tā kustas vienmērīgi. Taču, kā parādīja *I. Tamms* un *I. Franks*, šāds secinājums pamatojas uz pieņēmumu, ka daļiņas ātrums ir mazāks nekā gaismas fāzes ātrums vidē. Līdz tam uzskatīja, ka šis pieņēmums vienmēr ir spēkā, jo tas izriet no relativitātes teorijas. Tomēr patiesībā, pamatojoties uz relativitātes teoriju, var apgalvot tikai to, ka daļiņas ātrums u mazāks nekā gaismas ātrums vakuumā c . Tādēļ vidē ar laušanas koeficientu n , kur gaismas fāzes ātrums ir $v=c/n$, daļiņas ātrums var būt lielāks par to, t. i.,

$$c > u > v = c/n. \quad (28.53)$$

Šāds secinājums nav pretrunā ar relativitātes teoriju. Tālāk *I. Tamms* un *I. Franks* pierādīja, ka lādēta daļiņa, kad tā vidē kustas ar ātrumu, kas pārsniedz gaismas fāzes ātrumu tajā, izstaro arī vienmērīgā kustībā. Protams, izstarojot tā zaudē enerģiju un tās ātrums samazinās, bet *ātruma samazināšanās ir starošanas sekas, nevis tās cēlonis*. Ja būtu iespējams daļiņai pielikt tādu spēku, kas kompensē ātruma samazināšanos, daļiņa kustētos ar konstantu ātrumu un tomēr izstarotu. Kustoties vielā, elektrons saduras ar atomiem un tos jonizē vai ierosina, daļēji zaudējot savu enerģiju un ātrumu arī šī iemesla dēļ. Tomēr ne jau šī ātruma samazināšanās, bet gan pati *kustība ar ātrumu, kas pārsniedz gaismas fāzes ātrumu vidē, ir Čerenkova—Vavilova starojuma cēlonis*.

P. Čerenkova izdarītajos eksperimentos ar virsgaismas ātrumu vielā varēja pārvietoties gan elektroni, ko emitē rādijs (β starojums), gan fotoelektroni, kurus vielā no atomiem izrauj γ starojums, gan arī Komptona elektroni, t. i., vielas brīvie elektroni, kuri elastīgā sadursmē ar γ kvantu iegūst lielu enerģiju. Vēlāk *Vavilova—Čerenkova* starojumu novēroja, arī protoniem, mezoniem un citām lādētām daļiņām kustoties ar virsgaismas ātrumiem šķidrumos vai cietvielās.

Vēl jāpiebilst, ka vielu spīdēšana radioaktīvā starojuma ietekmē bija pazīstama arī agrāk, bet to nepamatoti uzskatīja par vienu no luminiscences veidiem.

28.3.3. Vavilova—Čerenkova starojuma īpašības. *Vavilova—Čerenkova* starojumam ir noteikts virziens attiecībā pret lādētās daļiņas kustības virzienu. Starojums ir ierobežots no garo viļņu puses un lineāri polarizēts.

Apskatīsim sīkāk šī starojuma rašanās procesu. Pieņemsim, ka dzidrā homogēnā vidē, kurai gaismas laušanas koeficients ir n , ar konstantu ātrumu u kustas elektrons vai kāda cita lādēta daļiņa (28.12. att.). Lādētā daļiņa rada išlaicīgu vielas polarizāciju kustības trajektorijas tiešā tuvumā. Tādēļ vielas molekulas, kuru polarizācija

* Par parādības atklāšanu un izskaidrošanu *S. Vavilovs*, *P. Čerenkovs*, *I. Tamms* un *I. Franks* 1948. gadā saņēma PSRS Valsts prēmiju, bet 1958. gadā *P. Čerenkovs*, *I. Tamms* un *I. Franks* saņēma Nobela prēmiju fizikā.

laikā mainās, kļūst par īslaicīgiem koherentu elementāro elektromagnētisko viļņu avotiem. Lādētās daļiņas kustības radītais starojums ir šo elementāro viļņu interferences rezultāts.

Noskaidrosim, kādam jābūt leņķim θ , ko veido elementāro viļņu izplatīšanās virziens ar daļiņas kustības ātruma vektoru \vec{u} , lai viļņi, kas rodas dažādos daļiņas trajektorijas punktos, novērošanas vietā cits citu pastiprinātu. Atļiksīm kādu punktu B tā, lai nogrieznis AB veidotu leņķi θ ar daļiņas trajektoriju. Novilksim caur punktu B līniju perpendikulāri nogriežnim AB . Tā krusto trajektoriju punktā C . Attālumu l starp punktiem A un C daļiņa veic laika sprīdī

$$t_1 = l/u. \quad (28.54)$$

Attālumu $l \cos \theta$ starp punktiem A un B elementārais vilnis, kas radies punktā A , noiet laika sprīdī

$$t_2 = l \cos \theta / v, \quad \text{kur} \quad (28.55)$$

$$v = c/n, \quad (28.56)$$

jā c — gaismas izplatīšanās ātrums vakuumā. Lai viļņi, izplatīdamies no punktiem A un C virzienā θ , nonāktu novērošanas punktā sinfāzī un viens otru pastiprinātu, jābūt spēkā nosacījumam

$$t_1 = t_2. \quad (28.57)$$

No tā izriet, ka

$$\cos \theta = v/u = c/(nu). \quad (28.58)$$

Šādu nosacījumu iespējams izpildīt tikai tad, ja

$$u > v \quad \text{jeb} \quad u > c/n. \quad (28.59)$$

Ja nosacījums (28.58) ir izpildīts, tad elementārie viļņi no visiem daļiņas trajektorijas punktiem cits citu pastiprina (formula (28.58) nesatur l).

Visos citos virzienos notiek elementāro viļņu pilnīga savstarpēja dzēšana. Lai to pamatotu, parādīsim, ka zināmā attālumā l no katra trajektorijas punkta A var atrast tādu punktu C , ka viļņi, kas izplatas vienā virzienā no šiem punktiem, novērošanas punktā pienāk pretējās fāzēs.

Punkts C jāizraugās tā, lai

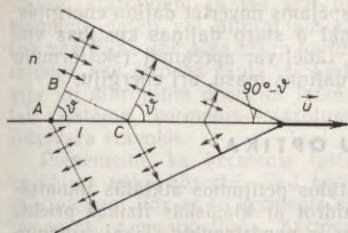
$$t_1 - t_2 = \pm T/2, \quad (28.60)$$

kur T — gaismas svārstību periods. Tā kā

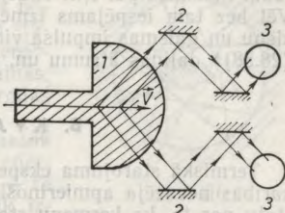
$$T = \lambda/c, \quad (28.61)$$

tad attālumam l jābūt šādam:

$$l = \pm \frac{\lambda}{2n} \frac{u}{v - u \cos \theta}. \quad (28.62)$$



28.12. att.



28.13. att.

So nosacījumu var izpildīt attiecībā uz visiem leņķiem θ , izņemot gadījumu, kad $\cos \theta = v/u$, bet tas ir jau apskatītais pastiprināšanas gadījums.

Vavilova—Čerenkova starojums no lādētas daļiņas trajektorijas katra punkta izplatās pa konusa veidulēm virzienos, kas veido ar daļiņas ātruma vektoru tādu leņķi θ , kādu nosaka sakarība (28.58).

Viļņa fronte, kas izveidojas telpā aiz lādētas daļiņas, arī ir koniska virsma, kuras virsotnē atrodas lādētā daļiņa un leņķis starp veiduli un asi ir $(90^\circ - \theta)$. Līdzīga viļņa fronte izveidojas uz ūdens virsmas aiz kutera, ja tas kustas ar ātrumu, kas pārsniedz viļņu izplatīšanās ātrumu, kā arī ap lidmašīnu vai šaiviņu gaisā, ja tie kustas ar virsskaņas ātrumu. Pēc šīs analogijas var teikt, ka Vavilova—Čerenkova starojums ir «elektromagnētisks triecienviļnis».

Vavilova—Čerenkova starojumā, kā izriet no sakarības (28.59), iespējami tikai tādi viļņu garumi, kuriem vielā atbilst laušanas koeficients

$$n > c/u, \text{ resp., } n > 1/\beta, \quad (28.63)$$

kur $\beta = u/c$. Tā kā vielas laušanas koeficients normālās dispersijas gadījumā samazinās, viļņu garumam pieaugot, tad Vavilova—Čerenkova starojuma spektrā eksistē robeža garo viļņu pusē. Tādēļ šis starojums ir ar zilganu nokrāsu, ko ļoti labi var novērot atomreaktoru ūdens tilpnēs, ja reaktorā par palēninātāju izmanto ūdeni.

Vavilova—Čerenkova starojums ir lineāri polarizēts. Tā elektriskā lauka intensitātes vektors svārstās plaknē, kurā atrodas lādētas daļiņas kustības virziens un starojuma izplatīšanās virziens.

28.3.4. Vavilova—Čerenkova starojuma lietojumi. Vavilova—Čerenkova starojumu izmanto aparatūrā, kura paredzēta dažādu eksperimentu veikšanai. Seit aplūkosim tikai vienu piemēru — lādētu daļiņu skaitītāju, t. s. Čerenkova skaitītāju (28.13. att.). Ātra lādēta daļiņa, kas nonāk skaitītāja dzidrajā uztvērējķermenī 1, rada gaismas impulsu. So impulsu fotoelektronu daudzķāršotājs 3 pārvērš strāvas impulsā. Lai skaitītājs sāktu darboties, daļiņu ātrumiem

jābūt lielākiem par c/n . Tādējādi iespējams novērtēt daļiņu enerģijas. Vēl bez tam iespējams izmērīt leņķi θ starp daļiņas kustības virzienu un gaismas impulsa virzienu, tādēļ var aprēķināt (sk. formulu (28.58)) daļiņas ātrumu un, zinot daļiņas masu, arī enerģiju.

B. KVANTU OPTIKA

Termiskā starojuma eksperimentālos pētījumos atklātās likumsakarības nevarēja apmierinoši izskaidrot ar klasiskās fizikas priekšstatu par to, ka ķermeņu starojums ir nepārtraukts. Tikai izmantojot pilnīgi jaunus — kvantu priekšstatus par starojuma emisiju, izdevās atrisināt šo problēmu. Vēlāk kvantu priekšstati palīdzēja izprast ārējo fotoefektu un Komptona efektu — parādības, kuras tāpat nevarēja izskaidrot viļņu teorija. Minēto parādību apskats arī veido kvantu optikas saturu. Izpētot šīs parādības, kļuva iespējams labāk izprast starojuma dabu — tā divējādās (viļņu un korpuskulu) īpašības, kā arī izveidot priekšstatu par viļņu—korpuskulu duālismu.

29. NODAĻA

TERMISKAIS STAROJUMS

29.1. JĒDZIENS PAR TERMISKO STAROJUMU.

TĀ GALVENĀ ĪPATNĪBA

Ķermeņi emitē elektromagnētisko starojumu, to atomiem vai molekulām pārejot no stāvokļa ar lielāku enerģiju (ierosinātā stāvokļa) stāvoklī, kam atbilst mazāka enerģija. Termiskais (siltuma) starojums no citiem starojuma veidiem atšķiras tikai ar to, ka izstarojošā sistēma nonāk ierosinātā stāvoklī termiskās (siltuma) kustības dēļ. Visos pārējos gadījumos (ar dažiem izņēmumiem; tāds izņēmums ir, piemēram, Vavilova—Čerenkova starojums) sastopamies ar dažādiem *luminiscences veidiem*: *foto*luminiscenci (ierosina ārējs starojuma avots), *elektro*luminiscenci (ierosina elektriskais lauks, piemēram, gāzizlādes caurulēs, lokā, dzirkstelē), *katod*luminiscenci (ierosina katodstari), *hemiluminiscenci* (ierosina ķīmiskie procesi, piemēram, fosfora oksidēšanās gaisā) un citiem (sk. 34.6.2. nodaļumu).

Izstarojot ķermenis zaudē daļu enerģijas. Ja šos zudumus pilnīgi kompensē no ārienes pievadītā enerģija, tad izstarošanas process ir *stacionārs*. Tāds var būt gan termiskais, gan arī luminiscentais starojums. Tomēr izrādās, ka termiskajam starojumam ir būtiska īpatnība, ar ko tas atšķiras no visiem citiem starojuma veidiem, proti, tas var būt *līdzsvarots starojums*, var atrasties termiskā līdzsvarā ar starojošiem ķermeņiem.

Lai to pamatotu, apskatīsim ķermeni (29.1. att.), ko aptver ne-caurlaidīga čaula, kuras iekšējā virsma pilnīgi atstaro visu uz to kritušo starojumu. Pieņemsim, ka čaulā radīts vakuums. Čaulas at-

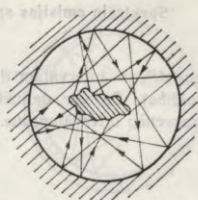
staroto starojumu, ja tas krīt uz ķermeni, ķermenis daļēji vai pilnīgi absorbē. Tā notiek enerģijas apmaiņa starp ķermeni un starojumu, kas atrodas čaulā. Ja ķermeņa enerģija un starojuma enerģija laikā nemainās, tad sistēma ķermenis—starojums atrodas līdzsvara stāvoklī.

Pieņemsim, ka ķermenis izstaro mazāk enerģijas nekā absorbē. Tad ķermeņa enerģija pieaug, līdz ar to ķermenis sasilst — tā temperatūra paaugstinās. Ķermenis sāk izstarot vairāk, jo ķermeņa termiskā starojuma intensitāte pieaug, paaugstinoties temperatūrai. Process turpinās tik ilgi, kamēr iestājas līdzsvars. Ja ķermenis izstarotu vairāk, nekā tas absorbē, notiktu pretēja virziena pārmaiņas un atkal iestātos līdzsvars. *Līdzsvars ir stabils*. Ja rodas kāda gadījuma novirze, sāk darboties aplūkotais mehānisms, kas atgriež sistēmu līdzsvara stāvoklī.

Pieņemsim, ka čaulā ievietots ķermenis, kas pēc iepriekšējas apstarošanas turpina emitēt (fotoluminiscences paveids — fosforescence). Fosforescentais starojums, ko pēc atstarošanas no čaulas absorbē ķermenis, nevar ierosināt jaunu starojumu, jo tam nolūkam vajadzīgs starojums ar mazāku viļņa garumu (Stoksa likums; sk. 34.6.2. nodaļojumu). Tādēļ ķermenis uz fosforescentā starojuma rēķina pakāpeniski sasilst un fosforescenci aizstāj termiskais starojums.

Līdzīgi var noskaidrot, ka arī hemiluminiscences gadījumā nav iespējams līdzsvars. Starojums, ko absorbē ķermenis, nespēj nodrošināt ķīmisko procesu norisi pretējā virzienā, tādēļ tie turpinās vienā virzienā, kamēr reakcijas un līdz ar tām arī luminiscence pilnīgi izbeidzas.

|| Tikai termiskais starojums var atrasties līdzsvarā ar starojošiem ķermeņiem.



29.1. att.

29.2. SVARĪGĀKIE TERMISKĀ STAROJUMA RAKSTURLIELUMI UN JEDZIENI

Termiskā starojuma kvantitatīvam aprakstam lieto vairākus lielumus. Tie ir starojuma plūsma, integrālā un spektrālā emisijas spēja un spektrālais spožums, starojuma enerģijas blīvums un starojuma enerģijas spektrālais blīvums, integrālā un spektrālā absorbcijas spēja.

Starojuma plūsma P , spožums B_{φ} un spektrālais spožums $b_{\varphi, \lambda}$ apskatīti 24.1. paragrāfā, bet starojuma enerģijas blīvuma ω jēdziens dots 23.5.2. nodaļojumā.

Termiskā starojuma apskatā par *integrālo emisijas spēju* sauc enerģētisko spīdību R , bet par *spektrālo emisijas spēju* — spektrālo enerģētisko spīdību r_{λ} (sk. 24.1. §; šiem raksturlielumiem saglabāsim iepriekšējos apzīmējumus).

Spektrālo emisijas spēju r_λ definē kā lielumu

$$r_\lambda = dR_\lambda/d\lambda, \quad (29.1)$$

kur dR_λ — intervālam $d\lambda$ (no λ līdz $\lambda+d\lambda$) atbilstošā emisijas spēja (enerģētiskā spīdība). To var definēt arī atbilstošajam frekvenču intervālam $d\nu$ vai ciklisko frekvenču intervālam $d\omega$. Tad

$$r_\nu = dR_\nu/d\nu; \quad (29.2)$$

$$r_\omega = dR_\omega/d\omega. \quad (29.3)$$

Tā kā $dR_\lambda = dR_\nu = dR_\omega$, tad $r_\lambda d\lambda = r_\nu d\nu = r_\omega d\omega$ un

$$r_\lambda = r_\nu |d\nu/d\lambda|; \quad (29.4)$$

$$r_\lambda = r_\omega |d\omega/d\lambda|. \quad (29.5)$$

Šeit lietotas atvasinājumu absolūtās vērtības, tāpēc ka lielumi r_λ , r_ν un r_ω ir pēc dabas pozitīvi un, tos definējot, lietotas faktiski intervālu $d\lambda$, $d\nu$ un $d\omega$ absolūtās vērtības. Mīnusa zīme atvasinājumos norāda tikai to, ka λ un ν vai λ un ω mainās pretējos virzienos.

Ievērojot to, ka $\nu = c/\lambda$; $\omega = 2\pi c/\lambda$ un $|d\nu/d\lambda| = c/\lambda^2$, bet $|d\omega/d\lambda| = 2\pi c/\lambda^2$, iegūst

$$r_\nu = (c/\lambda^2)r_\lambda; \quad (29.6)$$

$$r_\lambda = (2\pi c/\lambda^2)r_\omega. \quad (29.7)$$

Tāpat var iegūt arī citas līdzīgas sakarības. Teorētiskos pētījumos ērtāk lietot ν (arī $\omega = 2\pi\nu$) un ar to saistītos lielumus. Eksperimentālajos darbos parasti lieto λ un atbilstošos pārējos lielumus.

Par *integrālo absorbcijas spēju* a sauc lielumu, kas rāda, kādu daļu no krītošās starojuma plūsmas P ķermenis absorbē, t. i.,

$$a = P'/P, \quad (29.8)$$

kur P' — absorbētā starojuma plūsma.

Apzīmēsim ar $dP_\lambda = dP_\nu = dP_\omega$ to krītošās starojuma plūsmas sastāvdaļu, kas atbilst šauram viļņa garumu (frekvenču, ciklisko frekvenču) intervālam $d\lambda$ (vai $d\nu$, $d\omega$), bet ar $dP'_\lambda = dP'_\nu = dP'_\omega$ apzīmēsim absorbēto šīs starojuma plūsmas daļu. Lielumu, kas rāda, kāda daļa no krītošās monohromatiskās starojuma plūsmas tiek absorbēta, sauc par *spektrālo absorbcijas spēju* a_λ (vai a_ν , a_ω). Tātad

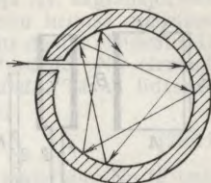
$$a_\lambda = dP'_\lambda/dP_\lambda = a_\nu = dP'_\nu/dP_\nu = a_\omega = dP'_\omega/dP_\omega. \quad (29.9)$$

No šīm sakarībām izriet, ka

$$a = \frac{\int_0^\infty a_\lambda dP_\lambda}{P} = \frac{\int_0^\infty a_\nu dP_\nu}{P} = \frac{\int_0^\infty a_\omega dP_\omega}{P}. \quad (29.10)$$

Izteiksme (29.10) rāda, ka integrālā absorbcijas spēja a atkarīga no krītošā starojuma spektrālā sastāva, ja spektrālā absorbcijas spēja a_λ (vai a_ν , a_ω) dažādiem viļņa garumiem λ (vai ν , ω) ir dažāda.

Spektrālā absorbcijas spēja a_λ (vai a_ν , a_ω) nekad nesaglabājas konstanta plašā spektra apgabalā, un absorbcija ir vairāk vai mazāk selektīva. Ja kāds ķermenis ļoti spēcīgi absorbē ($a_\lambda \approx 1$) visu redzamo gaismu, tas izskatās melns. Piemēram, kvēpi, platīna melnums ($a_\lambda \approx 0,98 \dots 0,99$). Tomēr arī šiem materiāliem infrasarkanajā spektra daļā spektrālā absorbcijas spēja a_λ ievērojami mazāka par vienu.



29.2. att.

|| **Ķermeni, kuram spektrālā absorbcijas spēja $a_\lambda = 1$ visiem bez izņēmuma viļņa garumiem, sauc par absolūti melnu ķermeni.**

Sādu jēdzienu 1862. gadā ieviesa vācu fiziķis G. Kirhofs (1824—1887). Viņš arī ieteica absolūti melna ķermeņa modeli.

Dabā tādu ķermeņu nav. Taču var izgatavot ierīci, kas maz atšķiras no absolūti melna ķermeņa. Tāds var būt dobums ar mazu caurumiņu (29.2. att.). Ja dobuma iekšējās sienas labi absorbē starojumu, tad stars, kas pa caurumiņu ieiet dobumā, vairākkārt atstarojas un tiek pilnīgi absorbēts. Stars ārā vairs neiznāk. Jo mazāks ir caurumiņa laukums salīdzinājumā ar visu dobuma iekšējās sienas laukumu un jo lielāka sienas spektrālā absorbcijas spēja a_λ , jo niecīgāka uz caurumiņu no ārpusē kritošā starojuma daļa var pēc atstarošanas iziet pa to ārā. Tātad šāds caurums ir absolūti melns.

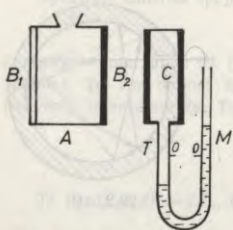
Ķermeņus, kuriem spektrālā absorbcijas spēja $a_\lambda = \text{const} < 1$ visiem viļņa garumiem, sauc par optiski pelēkiem ķermeņiem.

29.3. KIRHOFA LIKUMS

Pamatlielums, kas raksturo ķermeņa termisko stāvokli, ir temperatūra T . Tā nosaka arī termisko starojumu. Piemēram, ķermenis, kas sakarsēts līdz 300 °C, redzamo gaismu neizstaro, bet izstaro «siltumu», t. i., infrasarkano starojumu. Tumši sarkans starojums parādās aptuveni 500 °C temperatūrā. Temperatūrai paaugstinoties, starojums pastiprinās un mainās tā nokrāsa — tas kļūst gaiši sarkans, pēc tam oranžs, dzeltens un aptuveni 2200 °C temperatūrā iegūst kvēlspuldzes gaismas nokrāsu. Tā tomēr ir dzeltenīgāka nekā Saules gaisma (Saules virsmas temperatūra ir aptuveni 5500 °C).

Salīdzinot dažādu ķermeņu starojumus vienādās temperatūrās, var konstatēt, ka daudzām vielām, kas labi absorbē gaismu, piemēram, metālu oksīdiem, grafitam, oglei, starojuma nokrāsa (tātad spektrālais sastāvs) un intensitāte ir tikpat kā vienāda. Ķermeņi, kas vāji absorbē gaismu, piemēram, kausētais kvarcs, atradami tajā pašā temperatūrā, dod nesalīdzināmi vājāku starojumu.

Ļoti labi šo efektu var novērot, ieliekot gāzes liesmā porcelāna gabaliņu ar tumšu ornamentu. Kad porcelāns ir sakarsis, tumšā ornamenta vietā labi saskatāms gaišs ornaments uz relatīvi tumšā fona.



29.3. att.

So efektu apstiprina arī citi novērojumi. Ņemsim plakanu trauku *A* (29.3. att.), kuram viena siena B_1 izgatavota no pulēta metāla un ļoti maz absorbē, bet pretējā siena B_2 pārklāta ar oksīda kārtiņu un ļoti labi absorbē uz to kritošo starojumu. Ja trauks piepildīts ar karstu ūdeni, abas virsmas B_1 un B_2 izstaro dažādi. Par to var pārliecināties, novietojot indikatoru *T* pārmaiņus gan virsmas B_1 , gan virsmas B_2 tuvumā. Indikatora slēgtajā kārbā *C* gaiss sasilst un tā spiediens pieaug. Spiediena maiņu rāda manometrs *M*. Lielāks spiediena pieaugums novēro-

jams tad, ja indikatoru novieto trauka tumšās sienas tuvumā. Tas nozīmē, ka nomelnotā virsma emitē lielāku starojuma plūsmu nekā pulētā.

Aprakstīto novērojumu rezultātus var izskaidrot ar termodinamikas likumiem. Apskatīsim izolētu ķermeņu sistēmu, kurā iestāties termiskais līdzsvars, piemēram, vairākus ķermeņus, kurus aptver apvalks ar konstantu temperatūru. Pieņemsim, ka sistēmā radīts vakuums un starp ķermeņiem iespējama enerģijas apmaiņa tikai ar starojuma starpniecību. Tādā gadījumā enerģijai, ko izstaro ķermeņa katra laukuma vienība laika vienībā, jābūt vienādai ar tās absorbēto kritošā starojuma enerģiju tajā pašā laikā. Pretējā gadījumā tiktu izjaukts termiskais līdzsvars un viens ķermenis sasiltu uz citu ķermeņu rēķina, t. i., tiktu pārnesta enerģija no ķermeņa ar zemāku temperatūru uz ķermeni ar augstāku temperatūru; tas ir pretrunā ar otro termodinamikas likumu. Tātad termodinamiskā līdzsvara gadījumā ir pareizs secinājums, pie kura jau 1809. gadā nonāca šveiciešu fiziķis *P. Prevo*.

|| Ja divi ķermeņi absorbē dažādu enerģiju, tad arī to emisijai jābūt dažādai.

Precīzu sakarību starp ķermeņa spektrālo emisijas spēju $r_{\lambda T}$ un spektrālo absorbcijas spēju a_{λ} izsaka likums, kuru 1859. gadā formulējis *G. Kirhofs*.

Iedomāsimies termiski izolētu, noslēgtu dobumu, no kura atsūknēts gaiss un kura iekšējā virsma ir absolūti melna ($a_{\lambda}=1$). Tās spektrālo emisijas spēju apzīmēsim ar $r^*_{\lambda T}$, kur indeksi λ un T norāda, ka tā atkarīga no starojuma viļņa garuma λ un dobuma virsmas temperatūras T . Starp virsmas elementiem notiek enerģijas apmaiņa tikai ar starojuma starpniecību, bet tas neizjauc termisko līdzsvaru (līdzsvars ir dinamisks). Tādēļ katra virsmas elementa emitētā starojuma plūsma ir vienāda ar absorbēto starojuma plūsmu un šis nosacījums ir spēkā katram viļņa garumam atsevišķi (parciālā līdzsvara princips). Ja virsmas elements ar laukumu dS emitē (ar viļņa garumu λ) starojuma plūsmu $r^*_{\lambda T} d\lambda dS$, tas nozīmē, ka no visas pārējās virsmas uz to krīt tāda pati plūsma (jo $a_{\lambda}=1$). Aizstāsim vienu absolūti melnās virsmas elementu ar tādu, kam spek-

trālā absorbcijas spēja $a_{\lambda T} < 1$ un emisijas spēja $r_{\lambda T}$, saglabājot tādu pašu elementa temperatūru T . Uz šo elementu krītošā starojuma plūsma paliek tāda pati, kāda krīta uz absolūti melnu elementu, tādēļ elementa absorbcētā plūsma $dP_{\text{abs}} = a_{\lambda T} r_{\lambda T}^* d\lambda dS$. No elementa emitēto plūsmu var izteikt šādi: $dP_{\text{emit}} = r_{\lambda T} d\lambda dS$. Tā kā līdzsvara gadījumā $dP_{\text{emit}} = dP_{\text{abs}}$, tad $r_{\lambda T} = a_{\lambda T} r_{\lambda T}^*$, resp.,

$$r_{\lambda T}/a_{\lambda T} = r_{\lambda T}^*. \quad (29.11)$$

Aizstājamo elementu var izveidot no jebkura materiāla. No tā izriet šāds secinājums.

Visiem materiāliem (ķermeņiem) spektrālās emisijas spējas attiecība pret spektrālo absorbcijas spēju ir vienāda, tā atkarīga no starojuma viļņa garuma un no ķermeņa temperatūras, t. i.,

$$(r_{\lambda T}/a_{\lambda T})_1 = (r_{\lambda T}/a_{\lambda T})_2 = \dots = r_{\lambda T}^*. \quad (29.12)$$

Tas ir Kirhofa likums. Likumu var uzrakstīt arī šādi:

$$(r_{\nu T}/a_{\nu T})_1 = (r_{\nu T}/a_{\nu T})_2 = \dots = r_{\nu T}^* \text{ vai} \\ (r_{\omega T}/a_{\omega T})_1 = (r_{\omega T}/a_{\omega T})_2 = \dots = r_{\omega T}^*. \quad (29.13)$$

Absolūti melna ķermeņa spektrālās emisijas spējas atkarību no viļņa garuma λ (vai ν , ω) un temperatūras T , resp.,

$$r_{\lambda T} = f(\lambda, T); \quad r_{\nu T} = \varphi(\nu, T) \text{ vai } r_{\omega T} = \psi(\omega, T) \quad (29.14)$$

sauc par Kirhofa funkciju.

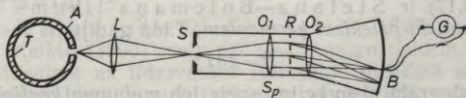
29.4. ABSOLŪTI MELNA ĶERMEŅA STAROJUMA SPEKTRS

No Kirhofa likuma redzams, ka termiskā starojuma izpētē ļoti svarīga loma ir Kirhofa funkcijas noteikšanai, jo šī funkcija apraksta termiskā starojuma spektrālo sastāvu atkarībā no absolūti melnā starotāja temperatūras. Ja zināma Kirhofa funkcija, var izteikt arī jebkura starotāja spektrālo emisijas spēju $r_{\lambda T}$, iepriekš tikai jānosaka šī starotāja spektrālā absorbcijas spēja $a_{\lambda T}$, jo

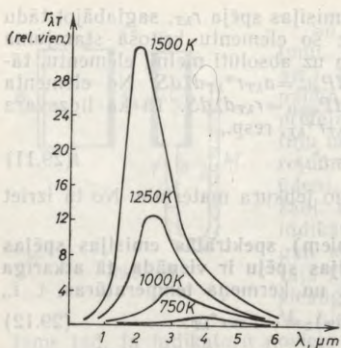
$$r_{\lambda T} = a_{\lambda T} r_{\lambda T}^*. \quad (29.15)$$

Tādēļ absolūti melna ķermeņa starojuma spektra izpētei veltīti daudzi eksperimentāli un teorētiski darbi. Vispirms apskatīsim rezultātus, ko devuši eksperimentāli pētījumi.

Iekārta absolūti melna ķermeņa starojuma spektra pētīšanai shematiski parādīta 29.4. attēlā. Sajā attēlā A — absolūti melns ķermenis ar noteiktu temperatūru T ; L — apgaismošanas sistēma (lēca vai



29.4. att.



29.5. att.

Tas raksturo *absolūti melna ķermeņa integrālo emisijas spēju* R^* , kura strauji palielinās, paaugstinoties ķermeņa temperatūrai. Tāpat ļoti strauji palielinās arī spektrālās emisijas spējas maksimālā vērtība. Reizē ar to spektrālās emisijas spējas maksimuma vieta pārvietojas uz īso viļņu pusi.

29.5. ABSOLŪTI MELNA ĶERMEŅA STAROJUMA KLASISKIE LIKUMI

Kirhofa funkcijas analītisko izteiksmi ļoti grūti noteikt. Vieglāk izdevās noskaidrot integrālās emisijas spējas R atkarību no temperatūras un parādīt, kā līdz ar temperatūru mainās viļņa garums λ_m , kas atbilst spektrālās emisijas spējas maksimumam.

Analizējot savus un citu autoru mērījumus, 1879. gadā austriešu fiziķis *J. Stefans* (1835—1893) secināja, ka *visiem ķermeņiem integrālā emisijas spēja ir proporcionāla absolūtās temperatūras ceturtajai pakāpei*. Vēlāk precīzākos mērījumos konstatēja, ka šāds secinājums attiecībā uz visiem ķermeņiem nav pareizs.

Jau 1884. gadā austriešu fiziķis *L. Bolcmanis* (1844—1906), pamatojoties uz termodinamiskiem apsvērumiem un izmantojot Maksvela secinājumus par elektromagnētisko viļņu spiedienu, kas proporcionāls starojuma enerģijas blīvumam, parādīja, ka *tikai absolūti melna ķermeņa integrālā emisijas spēja* $R^* \sim T^4$ jeb

$$R^* = \sigma T^4, \quad (29.17)$$

kur $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ — *Stefana—Bolcmaņa konstante*. Vienādība (29.17) ir *Stefana—Bolcmaņa likums*. To var piemērot arī *optiski pelēkiem ķermeņiem*. Tādā gadījumā

$$R = a\sigma T^4, \quad (29.18)$$

kur a — *integrālā absorbcijas spēja jeb melnuma koeficients*. Diemžēl reālos ķermeņus diezgan reti var pieņemt par optiski pelēkiem

vairāku lēcu sistēma); S_p — spektrometrs; S — spektrometra kolimatora ieejas sprauga; O_1 — kolimatora objektīvs; R — difrakcijas režģis; O_2 — kameras objektīvs; B — starojuma uztvērējs, piemēram, jutīgs termoelements, kas savienots ar galvanometru G .

Eksperimenta rezultāti, kas atbilst dažām temperatūrām, parādīti 29.5. attēlā. Laukumam zem līknes izsaka integrālis

$$R^* = \int_0^{\infty} I_{\lambda T} d\lambda. \quad (29.16)$$

Tas raksturo *absolūti melna ķermeņa integrālo emisijas spēju* R^* , kura strauji palielinās, paaugstinoties ķermeņa temperatūrai.

Tāpat ļoti strauji palielinās arī spektrālās emisijas spējas maksimālā vērtība. Reizē ar to spektrālās emisijas spējas maksimuma vieta pārvietojas uz īso viļņu pusi.

ķermeņiem (kaut vai tuvināti), jo tiem koeficients a lielā mērā atkarīgs no temperatūras.

Pirmos mēģinājumus teorētiski iegūt Kirhofa funkciju izdarīja 1887. gadā krievu fiziķis *V. Mihelsons* (1860—1927), izmantojot statistiskās fizikas metodes. Viņa iegūtā formula kvalitatīvi saskaņēja ar eksperimentu rezultātiem, atspoguļoja viļņa garuma λ_m samazināšanos, paaugstinoties temperatūrai, bet kvantitatīvu saskaņu ar eksperimentu datiem tā nedeva.

Vēlāk, 1893. gadā vācu fiziķis *V. Vīns* (1864—1928), no termodinamikas viedokļa aplūkojot starojuma adiabatisku saspiešanu cilindrā, kura iekšējā siena ir ideāla spoguļvirsmā, konstatēja, ka spektrālā emisijas spēja

$$r_{\nu T}^* = \nu^3 f(\nu/T). \quad (29.19)$$

Šeit funkcijas $f(\nu/T)$ konkrētais veids vēl palika neatrasts. Sakarību var pārrakstīt, izmantojot viļņa garumu λ . Saskaņā ar sakarību (29.6) spektrālā emisijas spēja $r_{\lambda T}^* = (c/\lambda^2)r_{\nu T}^*$, tādēļ no sakarības (29.19) izriet, ka

$$r_{\lambda T}^* = \frac{c}{\lambda^2} \left(\frac{c}{\lambda} \right)^3 f\left(\frac{c}{\lambda T} \right) = \frac{1}{\lambda^5} F(\lambda T). \quad (29.20)$$

Atvasinot izteiksmi (29.20) un atvasinājumu salīdzinot ar nulli, izdodas noteikt viļņa garumu λ_m , kuram atbilst absolūti melna ķermeņa spektrālās emisijas spējas $r_{\lambda T}^*$ maksimālā vērtība, ja ķermeņa temperatūra T :

$$\lambda_m = b/T, \quad (29.21)$$

kur $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$ m·K. Šo sakarību sauc par *Vīna pārbīdes likumu*. Tā pilnīgi saskan ar eksperimentu datiem.

Līdzīgi var noteikt frekvenci ν_m , kurai atbilst lieluma $r_{\nu T}^*$ maksimums. Sajā nolūkā jāatvasina izteiksme (29.19). Tādējādi

$$\nu_m = b\nu T. \quad (29.22)$$

Jāpiebilst, ka $\nu_m \lambda_m \neq c$ (šeit c — gaismas ātrums vakuumā). Funkciju $r_{\nu T}^*$ un $r_{\lambda T}^*$ maksimumi neatbilst vienai un tai pašai vietai starojuma spektrā.

V. Vīns, izdarījis dažus pieņēmumus, 1896. gadā teorētiski ieguva šādas sakarības:

$$r_{\nu T}^* \sim \nu^3 e^{-a_1 \nu/T}, \quad (29.23)$$

$$r_{\lambda T}^* \sim \frac{1}{\lambda^5} e^{-c_1/(\lambda T)}, \quad (29.24)$$

kur a_1 un c_1 — konstantes. Šo formulu sauc par *Vīna starojuma formulu*.

1905. gadā angļu fiziķis *Dž. Džinss* (1877—1946) tālāk attīstīja *Dž. Releja* izteikto (1900) ideju par elektromagnētiskiem stāvviļņiem dobumā. Attiecinot uz līdzsvarotu starojumu noslēgtā dobumā statistiskās fizikas teorēmu par enerģijas vienmērīgu sadalīšanos pa brīvības pakāpēm, viņš ieguva jaunu Kirhofa funkcijas izteiksmi.

Aplūkojot stāvviļņus trīsdimensiju telpā, var noskaidrot, kāds tilpuma vienība ir to stāvviļņu skaits dn_v , kura frekvences atrodas intervālā $d\nu$ (no ν līdz $\nu+d\nu$).

Pieņemsim, ka elektromagnētiskie viļņi aizpilda kuba formas dobumu, kura šķautnes garums ir L , un izraudzīsimies koordinātu asis kuba šķautņu virzienos. Sajos virzienos veidojas stāvviļņi tikai tad, ja garumā L ietilpst vesels skaits pusviļņu, t. i., ja $L=n\lambda/2=n\pi/k$ jeb $kL=n\pi$, kur $k=2\pi/\lambda$ — viļņu skaitlis, bet n — vesels skaitlis. Tātad stāvviļņu veidošanās nosacījumi ir šādi: $k_x L = \pi n_x$; $k_y L = \pi n_y$; $k_z L = \pi n_z$. Telpā, kurā uz koordinātu asīm atlikti viļņu skaitļi k_x , k_y , k_z (k telpā), katrai stāvviļņa frekvencei atbilst punkts. Ap katru šādu punktu k telpā ir telpas elements, kurā nav neviena cita punkta. Šī telpas elementa šķautņu garumi Δk_x , Δk_y , Δk_z atbilst skaitļiem n_x , n_y , n_z izmaiņām par vienu, t. i., $\Delta k_x = \Delta k_y = \Delta k_z = \pi/L$. Tātad k telpas elements, kas «pieder» vienam punktam (noteiktai stāvviļņa frekvencei), ir ar tilpumu $\Delta V_k = \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = (\pi/L)^3$, un tas visām stāvviļņu frekvencēm ir vienāds. Lai uzzinātu to frekvenču skaitu dN_v , kuras ir robežās no ν līdz $\nu+d\nu$, jānosaka, kāds tilpums atbilst šīm frekvencēm k telpā, un jāizdala tas ar ΔV_k . Minētajās robežās ietvertās stāvviļņu frekvences atbilstoši punkti, kuri k telpā atrodas tilpumā starp sfēriskām čaulām ar rādiusiem k un $k+dk$ pirmā oktanta robežās (n_x , n_y , n_z pozitīvi). Šis tilpums ir $4\pi k^2 dk/8$. Tādēļ stāvviļņu frekvenču skaits $dN_v = \pi k^2 dk / (2\Delta V_k)$ jeb

$$dN_v = 4\pi \nu^2 L^3 d\nu / c^3. \quad (29.25)$$

Elektromagnētiskie viļņi ir šķērsviļņi, un svārstības notiek plaknē, kura perpendikulāra viļņu izplatīšanās virzienam. Šādi svārstību kustībai ir divas brīvības pakāpes (viltinim — divas polarizācijas). Tādēļ katrai iespējamai frekvencei atbilst divi stāvviļņi un to stāvviļņu skaits dn_v , kuru frekvences ir robežās no ν līdz $\nu+d\nu$, tilpuma vienībā ir šāds: $dn_v = 2dN_v/L^3$.

Tātad stāvviļņu skaits

$$dn_v = 8\pi \nu^2 d\nu / c^3. \quad (29.26)$$

Tādu pašu rezultātu var iegūt, arī aplūkojot viļņus, kuri izplatās dažādos leņķos attiecībā pret koordinātu asīm.

Katra stāvviļņa vidējā enerģija

$$\langle \epsilon \rangle = kT. \quad (29.27)$$

Reizinot sakarību (29.26) ar (29.27), iegūst starojuma enerģijas blīvumu $d\omega^*_{\nu} = \omega^*_{\nu T} d\nu$, kas atbilst frekvenču intervālam $d\nu$. Tātad

$$\omega^*_{\nu T} d\nu = (8\pi \nu^2 / c^3) kT d\nu, \quad (29.28)$$

no kurienes

$$\omega^*_{\nu T} = (8\pi \nu^2 / c^3) kT. \quad (29.29)$$

Šeit $\omega^*_{\nu T}$ — absolūti melna ķermeņa starojuma spektrālais enerģijas blīvums. Spektrālo emisijas spēju $r^*_{\nu T}$ un spektrālo starojuma blīvumu $\omega^*_{\nu T}$ saista šāda sakarība:

$$r^*_{\nu T} = \frac{c}{4} \omega^*_{\nu T}. \quad (29.30)$$

Sakarību (29.30) var pierādīt šādi. Apskatisim termiski izolētu noslēgtu dobumu, kurā iestājies termiskais līdzsvars. Līdzsvarotā starojumā caur katru telpas punktu visos virzienos izplatās starojums ar vienādu enerģijas blīvumu. Ja starojums izplatās vienā virzienā ar ātrumu c (plakans vilnis), tad starojuma plūsma caur laukuma vienību ir $c\omega$, kur ω — starojuma enerģijas blīvums. Līdzsvarotā starojumā visi izplatīšanās virzieni pilnā telpiskajā leņķī 4π ir vienlīdz varbūtīgi, tādēļ katrā punktā telpiskajā leņķī $d\Omega$ caur laukuma vienību, kas perpendikulāra apskatāmajam virzienam, izplatās starojuma plūsma $dU = (c\omega/4\pi)d\Omega$.

Iedomāsimies noslēgtā dobuma virsmas elementu ar laukumu ΔS . Šis elements emitē telpiskajā leņķī $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ virzienā, kas ar elementa normāli veido leņķi θ , starojuma plūsmu $dP_\theta = dU\Delta S \cos\theta = (c\omega/4\pi)\Delta S \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$. Elements ΔS uz vienu pusi no tā — uz dobumu visos virzienos kopā, t. i., telpiskajā leņķī 2π , emitē plūsmu

$$\Delta P = \int dP_\theta = \frac{c\omega}{4\pi} \Delta S \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{c\omega}{4\pi} \Delta S \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi = \frac{c\omega}{4} \Delta S.$$

Tācu $\Delta P/\Delta S = R$, kur R — enerģētiskā spīdība jeb integrālā emisijas spēja. Tādēļ

$$R = c\omega/4. \quad (29.31)$$

Tādai pašai sakarībai jāpastāv arī starp atbilstošajiem spektrālajiem lielumiem. Tādā gadījumā $r_{\lambda T} = (c/4)\omega_{\lambda T}$; $r_{\nu T} = (c/4)\omega_{\nu T}$.

No formulām (29.30) un (29.29) izriet, ka

$$r^*_{\nu T} = (2\pi\nu^2/c^2)kT. \quad (29.32)$$

Izmantojot vēl sakarību (29.6), iegūst

$$r^*_{\lambda T} = (2\pi c/\lambda^4)kT. \quad (29.33)$$

Formulu (29.32) un (29.33) sauc par Releja—Džīnsa formulu.

Ar eksperimentu rezultātiem Vīna starojuma formula labi saskan īso viļņu rajonā, bet garo viļņu rajonā labas saskaņas nav. Turpretī Releja—Džīnsa formula labi saskan ar eksperimenta datiem garo viļņu rajonā, bet īso viļņu apgabalā pēc šīs formulas aprēķinātā spektrālā emisijas spēja $r^*_{\lambda T}$ tiecas nevis uz nulli, bet gan uz bezgalību, viļņa garumam samazinoties. Šī nesaskaņa ieguva literatūrā tālāku apzīmējumu — *ultravioletā katastrofa*.

Tā klasiskās fizikas ietvaros neizdevās iegūt apmierinošu Kirhofa funkcijas izteiksmi.

29.6. KVANTU HIPOTĒZE UN PLANKA FORMULA

No klasiskās fizikas viedokļa Releja—Džīnsa formulas izrisinājums ir pilnīgi pareizs. Formulas nesaskaņa ar eksperimentu norāda, ka termiskajā starojumā izpaužas kādas likumsakarības, kas nav savienojamas ar klasiskās fizikas priekšstatiem.

1900. gadā vācu fiziķis teorētiķis *M. Planks* (1858—1947) ieguva absolūti melna ķermeņa starojumam tādu formulu ($r_{\lambda T} = f(\lambda, T)$),

kas precīzi saskan ar eksperimentu datiem. Viņš izmantoja pilnīgi jaunu, klasiskajai fizikai organiski svešu priekšstatu, proti, pieņēma, ka elektromagnētiskais starojums tiek emitēts porcijām (kvantiem), kuru enerģija proporcionāla frekvencei, t. i.,

$$\varepsilon = h\nu, \quad (29.34)$$

kur h — konstante, kuru vēlāk nosauca par *Planka konstanti*. Pēc mūsdienu datiem $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Ja emitētās enerģijas kvants ir $h\nu$, tad oscilatora enerģijai ir jābūt tā daudzkārtņim:

$$\varepsilon_n = nh\nu, \text{ kur } n = 0, 1, 2, \dots \quad (29.35)$$

Lai aprēķinātu oscilatoru vidējo enerģiju $\langle \varepsilon \rangle$, būtu jāzina, cik oscilatoriem $N_0, N_1, \dots, N_n, \dots$ ir enerģijas $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n, \dots$. Tad vidējā enerģija

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{N_0\varepsilon_0 + N_1\varepsilon_1 + \dots + N_n\varepsilon_n + \dots}{N_0 + N_1 + \dots + N_n + \dots} = \frac{\sum N_n\varepsilon_n}{N}, \quad (29.36)$$

kur $N = N_0 + N_1 + \dots + N_n + \dots$ — kopējais oscilatoru skaits. Termiskā līdzsvara gadījumā oscilatoru sadalījumu pa enerģijām nosaka Bolcmaņa likums (sk. 7.3. §). Tādēļ

$$N_n/N = \exp(-\varepsilon_n/(kT)) / \sum \exp(-\varepsilon_n/(kT)). \quad (29.37)$$

No sakarībām (29.36), (29.37) un (29.35) izriet, ka

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= h\nu \sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-nh\nu/(kT)) / \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nh\nu/(kT)) = \\ &= h\nu \sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-nx) / \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx), \end{aligned} \quad (29.38)$$

kur $x = h\nu/(kT)$, bet $\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx)$ ir bezgalīga dilstoša progresija.

Šis progresijas pirmais loceklis vienāds ar vienu un kvocients ir $\exp(-x)$, tādēļ tā vienāda ar $1/(1 - \exp(-x))$. Izteiksmes (29.38)

skaitītājā ir summas $\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx)$ atvasinājums, kas ņemts ar pre-
tēju zīmi. Tādēļ

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-nx) &= -\frac{d}{dx} (1/(1 - \exp(-x))) = \\ &= \exp(-x)/(1 - \exp(-x))^2. \end{aligned}$$

Tagad redzams, ka $\langle \epsilon \rangle = h\nu \exp(-x) / (1 - \exp(-x)) = h\nu / (\exp x - 1)$ jeb

$$\langle \epsilon \rangle h\nu / (\exp(h\nu / (kT)) - 1). \quad (29.39)$$

Tā ir oscilatora vidējā enerģija. Tilpuma vienībā esošo oscilatoru skaitu dn_ν , kuru frekvences ir intervālā starp ν un $\nu + d\nu$, izsaka formula (29.26). Reizinot sakarību (29.26) ar (29.39), iegūst starojuma enerģijas blīvumu $d\omega^*_{\nu T} = \omega^*_{\nu T} d\nu$, kas atbilst frekvenču intervālam $d\nu$. Tātad $\omega^*_{\nu T} d\nu = (8\pi\nu^2 d\nu / c^3) h\nu / (\exp(h\nu / (kT)) - 1)$, tādēļ

$$\omega^*_{\nu T} = (8\pi h\nu^3 / c^3) / (\exp(h\nu / (kT)) - 1), \quad (29.40)$$

kur $\omega^*_{\nu T}$ — absolūti melna ķermeņa starojuma spektrālais enerģijas blīvums.

Izmantojot sakarību (29.30), iegūst

$$r^*_{\nu T} = (2\pi h\nu^3 / c^2) / (\exp(h\nu / (kT)) - 1), \quad (29.41)$$

bet, ievērojot sakarību (29.6), to var pārrakstīt šādi:

$$r^*_{\lambda T} = (2\pi hc^2 / \lambda^5) / (\exp(hc / (\lambda kT)) - 1). \quad (29.42)$$

Formula (29.41) un (29.42) ir Plancka formula. Ja apzīmē $2\pi hc^2 = C_1$ un $hc/k = C_2$, Plancka formulu var uzrakstīt vieglāk iegaušmējāmā formā:

$$r^*_{\lambda T} = (C_1 / \lambda^5) / (\exp(C_2 / (\lambda T)) - 1). \quad (29.43)$$

29.7. PLANKA FORMULAS SAKARS AR KLASISKAJĒM TERMISKĀ STAROJUMA LIKUMIEM

Vispirms apskatīsim Plancka formulas sakaru ar Stefana—Bolcmaņa likumu.

Zinot funkciju $r^*_{\lambda T} = f(\lambda, T)$ (sk. sakarību (29.42)) un ievērojot, ka $dR^*_{\lambda} = r^*_{\lambda T} d\lambda$, var noteikt absolūti melna ķermeņa integrālo emisijas spēju R^* kā temperatūras T funkciju, jo $R^* = \int_0^{\infty} r^*_{\lambda T} d\lambda$. Tātad

$$R^* = \int_0^{\infty} (2\pi hc^2 / \lambda^5) d\lambda / (\exp(hc / (\lambda kT)) - 1). \text{ Ja apzīmē}$$

$$x = hc / (\lambda kT), \quad (29.44)$$

tad $\frac{1}{\lambda} = \frac{kT}{hc} x$; $\lambda = \frac{hc}{kT} \cdot \frac{1}{x}$ un $d\lambda = -\frac{hc}{kT} \cdot \frac{dx}{x^2}$. Līdz ar to iegūst, ka

$$R^* = (2\pi k^4 T^4 / (h^3 c^2)) \int_0^{\infty} \frac{x^3}{\exp x - 1} dx. \quad (29.45)$$

Tā kā $\int_0^{\infty} \frac{x^3}{\exp x - 1} dx = \pi^4 / 15$, tad no sakarības (29.45) izriet, ka

$$R^* = \sigma T^4, \quad (29.46)$$

kur $\sigma = 2\pi^5 k^4 / (15 h^3 c^2)$.

$$(29.47)$$

Formula (29.46) tiešām ir Stefana—Bolcmaņa likums.

No sakarības (29.47) M. Planks pirmo reizi aprēķināja konstanti h , jo lielumi c , k un σ bija zināmi. Iegūtā vērtība $6,6 \cdot 10^{-34}$ J·s vēlāk apstiprinājās arī citos neatkarīgos konstantes h aprēķinos, kuras izdarīja, izmantojot ārējo fotoefektu (sk. 30.1.3. nodalījumu), rentgenstaru nepārtrauktā spektra īso viļņu robežu (formula (30.11)) un citas metodes. Sevišķi precīzus rezultātus iegūst, izmantojot rentgenstaru īso viļņu robežu.

Tagad noskaidrosim Planka formulas sakaru ar Vina pārbīdes likumu.

Lai noteiktu viļņa garumu λ_m , kuram atbilst spektrālās emisijas spējas $r_{\lambda T}^*$ maksimālā vērtība temperatūrā T , jāizmanto funkcijas $r_{\lambda T}^*$ (sk. formulu (29.42)) ekstrēma nosacījums:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_{\lambda T}^*}{\partial \lambda} &= 2\pi hc^2 \left(-\frac{5}{\lambda^6} \cdot \frac{1}{\exp x - 1} + \frac{1}{\lambda^6} \cdot \frac{x \exp x}{(\exp x - 1)^2} \right) = \\ &= \frac{2\pi hc^2}{\lambda^6 (\exp x - 1)} \left(\frac{x \exp x}{\exp x - 1} - 5 \right) = 0. \end{aligned} \quad (29.48)$$

Te izmantots apzīmējums (29.44), proti, $x = hc/(\lambda kT)$. Tā kā $\exp x - 1 \neq 0$, tad no sakarības (29.48) iegūst transcendentu vienādojumu

$$x \exp x = 5(\exp x - 1). \quad (29.49)$$

Attēlojot grafiski $x \exp x$ un $5(\exp x - 1)$, var pārliecināties, ka vienādojumam (29.49) ir tikai viens atrisinājums $x = 4,965$. Tātad viļņa garums

$$\lambda_m = hc/(4,965kT) \text{ jeb} \quad (29.50)$$

$$\lambda_m = b/T, \quad (29.51)$$

kur $b = hc/(4,965k)$. (29.52)

Formula (29.51) ir Vina pārbīdes likums. Arī no sakarības (29.52) var aprēķināt konstanti h , zinot lielumus c , k un b .

Ievietojot viļņa garuma λ_m izteiksmi (29.51) formulā (29.43), iegūst, ka absolūti melna ķermeņa spektrālās emisijas spējas maksimālā vērtība r_m temperatūrā T šādi atkarīga no temperatūras:

$$r_m^* = b'T^5, \quad (29.53)$$

kur $b' = 1,301 \cdot 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-5}$.

No Planka formulas var iegūt arī Vina starojuma likumu un Releja—Džinsa formulu.

Tiešām, ja $h\nu = hc/\lambda \gg kT$, resp., $h\nu/(kT) = hc/(\lambda kT) \gg 1$, tad arī $\exp(h\nu/(kT)) = \exp(hc/(\lambda kT)) \gg 1$, bet formulas (29.41) un (29.42) dod Vina starojuma likumu (29.23) un (29.24).

Ja turpretī $h\nu = hc/\lambda \ll kT$, resp., $h\nu/(kT) = hc/(\lambda kT) \ll 1$, tad

$$\exp(h\nu/(kT)) \approx 1 + h\nu/(kT); \quad (29.54)$$

$$\exp(hc/(\lambda kT)) \approx 1 + hc/(\lambda kT). \quad (29.55)$$

Ievietojot izteiksmi (29.54) formulā (29.41) un izteiksmi (29.55) formulā (29.42), iegūst Releja—Džīnsa formulu (29.32) un (29.33).

Sī analīze rāda Planka formulas izcilo nozīmi. No tās izriet visi pārējie absolūti melna ķermeņa termiskā starojuma likumi.

29.8. OPTISKĀ PIROMETRIJA

Termiskā starojuma likumiem ir liela praktiska nozīme. Aplūkosim vienu piemēru — šo likumu lietojumu optiskajā pirometrijā.

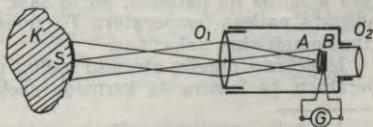
Par *optisko pirometriju* sauc temperatūras mērīšanas metodes, kas pamatojas uz termiskā starojuma likumiem. Mērierices, ar kurām veic tādus mērījumus, sauc par *optiskajiem pirometriem*. Ja izmanto redzamo starojumu, optiskās pirometrijas metodes lietojamas, kad temperatūra sasniedz aptuveni 600 °C. Šo robežu var stipri pazemināt, lietojot infrasarkano starojumu un atbilstošus tā uztvērējus. Augšējā robeža nav ierobežota, jo vajadzības gadījumā starojumu, kas nonāk pirometra uztvērējā no mērāmā objekta, var vājināt ar neitrālu filtru. (Filtrs absorbē vienu un to pašu krītošā starojuma daļu neatkarīgi no viļņa garuma.)

Sevišķa nozīme optiskās pirometrijas metodēm ir augstu temperatūru rajonā (piemēram, virs 2000 °C), kur citas metodes (pretestības termometri, termoelementi) nav vairs lietojamas. Svarīgā optiskās pirometrijas metožu īpatnība ir tā, ka tās ir *bezkontakta metodes*, tādēļ temperatūru var mērīt no attāluma.

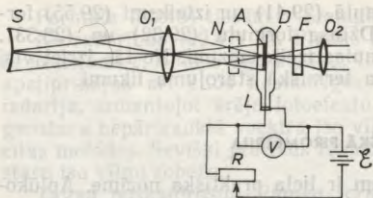
Optiskās pirometrijas metodes var dalīt trijās grupās: radiācijas, spožuma un krāsu pirometrijā.

29.8.1. Radiācijas pirometrija. Metode pamatojas uz Stefana—Bolcmaņa likumu. Radiācijas pirometra shēma parādīta 29.6. attēlā. Objektīvs O_1 projicē sakarsēta ķermeņa K kādas virsmas daļas S attēlu A uz uztvērēja B (nomelnotu termopāru bateriju vai bolometru). Attēla asumu un lielumu kontrolē ar okulāru O_2 . Attēla izmēriem jābūt lielākiem nekā uztvērēja izmēri. Tad neatkarīgi no ķermeņa attāluma enerģija, ko saņem uztvērējs, ir proporcionāla ķermeņa virsmas integrālajai emisijas spējai. Tādēļ galvanometra G rādījumi atkarīgi no ķermeņa temperatūras. Radiācijas pirometru graduē, izmantojot absolūti melnu ķermeni. Ja mērāmais ķermenis nav absolūti melns, tad emisijas spēju R , kas vienāda ar absolūti melna ķermeņa emisijas spēju R^* temperatūrā T , tas sasniedz augstākā temperatūrā. Tādēļ ar radiācijas pirometru iegūtā nemelna ķermeņa temperatūra T_r (t. s. *radiācijas temperatūra*) ir zemāka nekā ķermeņa īstā temperatūra T . Lai noteiktu īsto temperatūru T , jāzina ķermeņa integrālā absorbcijas spēja a_T («melnuma koeficients»). Tad saskaņā ar Stefana—Bolcmaņa likumu (29.17) un (29.18), iegūst

$$T = T_r / \sqrt[4]{a_T} \quad (29.56)$$



29.6. att.



29.7. att.

29.8.2. Spožuma pirometrija. Šī metode pamatojas uz starotāja virsmas spektrālā spožuma $b_{\lambda T}$ atkarību no temperatūras T kādam fikstam viļņa garumam λ (parasti $\lambda = 0,65 \mu\text{m}$). Spožuma pirometra shēma parādīta 29.7. attēlā. Pirometra objektīvs O_1 projicē starotājas virsmas S attēlu plaknē, kurā atrodas pirometra lampas L kvēldiegs D . Virsmas S attēlu A un kvēldiegu novēro vienlaikus caur okulāru O_2 monohromatiskā gaismā, ko izdala filtrs F . Visbiežāk lieto sarkanu filtru, kurš laiž cauri gaismu ar viļņa garumu $\lambda = 650 \text{ nm}$. Kvēldiegs D ieslēgts virknē ar sprieguma avotu \mathcal{E} un reostatu R . Ar reostatu mainot caur kvēldiegu plūstošo strāvu, noregulē tā spožumu vienādu ar sakarsētās virsmas attēla spožumu. Kvēldiegam pielikto spriegumu rāda voltmetrs V , kuru graduē temperatūras vienībās, izmantojot absolūti melnu ķermeņa temperatūru. Tādēļ spožuma pirometrs parēji rāda tikai absolūti melna ķermeņa temperatūru. Tā kā nemelns ķermenis tādu pašu spožumu sasniedz augstākā temperatūrā, tad ar spožuma pirometru iegūtā temperatūras vērtība T_s — t. s. *spožuma temperatūra* ir zemāka par nemelna ķermeņa isto temperatūru T . Lai noskaidrotu isto temperatūru T , jāzina ķermeņa spektrālā emisijas spēja $a_{\lambda T}$. Tad, ņemot vērā, ka $b_{\lambda T} \sim r_{\lambda T}$, no sakarības (29.43) var izteikt temperatūru T . Gadījumā, kad $\lambda T \ll C_2 = hc/k$, iegūst

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_s} + \frac{\lambda}{C_2} \ln a_{\lambda T}. \quad (29.57)$$

Vājinot uz pirometru krītošo gaismu ar neitrālu filtru N , var paplašināt pirometra mērāpjomu.

29.8.3. Krāsu pirometrija*. Absolūti melnu un optiski pelēku ķermeņu temperatūras noteikšanai var izmantot arī Vīna pārbīdes likumu (29.21). Šajā gadījumā jāizmēra ķermeņa spektrālais spožums $b_{\lambda T}$ (tas ir proporcionāls ķermeņa spektrālajai emisijas spējai $r_{\lambda T}$) dažādiem starojuma viļņa garumiem λ un jānosaka, kādam viļņa garumam λ_m atbilst maksimālā $b_{\lambda T}$ vērtība. Tad no sakarības (29.21) var aprēķināt temperatūru T . Citiem ķermeņiem ar nedaudz atšķirīgu starojuma spektrālo sastāvu šādā veidā noteiktā temperatūra atšķiras no patiesās, un to sauc par krāsu temperatūru T_k . Lai noteiktu patieso temperatūru T , izmanto katram materiālam raksturīgas empīriskas sakarības.

Iespējams noteikt absolūti melna un optiski pelēka ķermeņa temperatūru, ja izmēra šā ķermeņa spektrālos spožumus $b_{\lambda_1 T}$ un $b_{\lambda_2 T}$.

* Metodes nosaukums saistīts ar to, ka, mainoties ķermeņa temperatūrai, mainās starojuma spektrālais sastāvs, resp., izstarotās gaismas nokrāsa.

kuri atbilst viļņa garumiem λ_1 un λ_2 , piemēram, $\lambda_1 = 650$ nm un $\lambda_2 = 470$ nm. Attiecība $b_{\lambda_1 T} / b_{\lambda_2 T}$ šādiem ķermeņiem viennozīmīgi atkarīga no temperatūras. Tādēļ krāsu pirometru — mērierīci, ar kuru nosaka spožumu attiecību, var graduēt temperatūras vienībās. Citiem ķermeņiem, kuri nav absolūti melni vai optiski pelēki, ar krāsu pirometru nosaka tikai t. s. *krāsu temperatūru* T_k . Lai aprēķinātu ķermeņa patieso temperatūru T , vēl jāzina šā ķermeņa spektrālo absorbcijas spēju a_{λ_1} un a_{λ_2} attiecība. Tad var aprēķināt pēc formulas

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_k} + \frac{\ln(a_{\lambda_2 T} / a_{\lambda_1 T})}{C_2(1/\lambda_2 - 1/\lambda_1)}. \quad (29.58)$$

30. NODAĻA

FOTOEFEKTS, GAISMAS SPIEDIENS UN KOMPTONA EFEKTS

Absolūti melna ķermeņa termiskā starojuma problēmu izdevās atrisināt, tikai atsakoties no klasiskā priekšstata par elektromagnētisko viļņu emisiju kā nepārtrauktu procesu un izmantojot Planka izvirzīto hipotēzi, ka elektromagnētiskie viļņi tiek izstaroti porcijām — kvantiem. Kvantu priekšstati izrādījās noderīgi un tika tālāk attīstīti, risinot vairākas citas problēmas, piemēram, izskaidrojot fotoefektu, gaismas spiedienu, Komptona efektu. Tas pierādīja, ka gaismai ir korpuskulu daba, t. i., gaisma ir kvantu jeb fotonu plūsma.

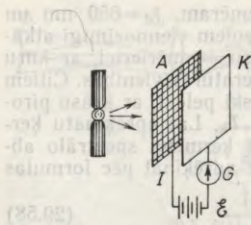
30.1. ĀRĒJAIS FOTOEFEKTS

Pastāv ārējais un iekšējais fotoefekts. Šajā paragrāfā aplūkosim *ārējo fotoefektu* — *elektronu izraušānu no vielas, kas atrodas cietā vai šķidrā agregātstāvoklī**, ja uz vielu krīt gaisma. Iekšējais fotoefekts, kad gaisma izraisa materiāla elektrovadītspējas maiņu vai arī elektrodzinējspēka rašanos, aplūkots 34.5. paragrāfā.

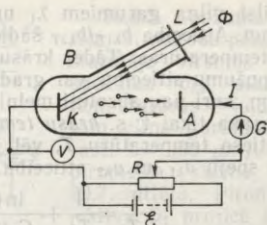
30.1.1. Ārējā fotoefekta atklāšana un tā fizikālā būtība. Ārējo fotoefektu 1887. gadā atklāja vācu fiziķis *H. Herca* (1857—1884). Viņš ievēroja, ka dzirkstele starp diviem elektrodiem pārlec, pastāvot mazākam spriegumam, ja elektrodus apgaismo ar elektrisko loku. Novēroto parādību nosauca par fotoelektrisko efektu jeb fotoefektu. Noliekot starp loku un dzirksteļspraugu stikla plāksniti, efekts izzūd. Tas liecina, ka efektu rada tieši ultravioletais starojums, ko stikls aiztur.

Vispusīgi šo parādību pētīja (1888—1890) krievu zinātnieks *A. Stoļetovs* (1839—1896). Viņš atšķirībā no *H. Herca*, *V. Galvaksas* un citiem pētniekiem pirmais izmantoja mazus spriegumus starp elektrodiem. *A. Stoļetova* eksperimenta shēma parādīta 30.1. attēlā. Pozitīvais elektrods (anods) *A* ir stieplu tīkliņš. Tas kopā ar katodu

* Elektronu izraušānu gaismas iedarbībā no atsevišķiem atomiem vai molekulām, kad viela atrodas gāzveida stāvoklī, sauc par fotojonizāciju.



30.1. att.



30.2. att.

K veido kondensatoru, ko uzlādē sprieguma avots \mathcal{E} . Kad kondensators ir uzlādēts, strāva caur galvanometru vairs neplūst. Ja caur tīklveida anodu apgaismo katodu ar elektriskā loka gaismu, ķēdē atkal visu laiku plūst strāva, ko uzrāda galvanometrs G . No saviem pētījumiem A. Stoļetovs secināja: 1) vislabāk efektu izraisa ultravioletie stari, 2) gaismas iedarbībā no vielas atbrivojas negatīvi lādiņnesēji, kuri elektriskā lauka spēku ietekmē pārvietojas no katoda uz anodu, radot ķēdē strāvu, un 3) fotostrāvas stiprums ir proporcionāls katoda apgaismojumam.

1899. gadā vācu fiziķis *F. Lenards* (1862—1947) un angļu fiziķis *Dž. Tomsons* (1856—1940) noteica fotoefektā atbrīvoto lādiņnesēju īpatnlādiņu pēc to nolieces elektriskajā un magnētiskajā laukā. Izrādījās, ka $q/m = e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ C/kg, no kurienes izriet, ka šīs daļiņas ir elektroni.

30.1.2. Ārējā fotoefekta likumi. Jau pirmie ārējā fotoefekta pētījumi parādīja, ka liela nozīme ir ne tikai katoda materiālam, bet arī tā virsmas tīrībai. Tādēļ precīzos eksperimentos izmanto virsmas, kas rūpīgi mehāniski notīrītas vai uzputinātas vakuumā. Vēl bez tam katods un anods arī eksperimenta laikā atrodas vakuumā, jo gāzu klātbūtne var mainīt virsmas īpašības, kā arī traucēt elektronu emisiju un to pārnesi. Iekārta, kas paredzēta precīziem fotoefekta pētījumiem, parādīta 30.2. attēlā. No stikla balona B , kurā atrodas katods K un anods A , ir atsūknēts gaiss. Balonam ir kvarca lodziņš L , caur kuru gaismas plūsma Φ krīt uz katodu. Kvarcs labi laiž cauri arī ultravioleto starojumu. Spriegumu U , ko pievada elektrodziem no avota \mathcal{E} , var mainīt ar potenciometru R un mērit ar voltmetru V . Fotostrāvas stiprumu I rāda galvanometrs G . Mainot pielikto spriegumu vai krītošās gaismas plūsmu, mainās arī fotostrāvas stiprums.

Sakarību starp strāvas stiprumu I un spriegumu U , kura iegūta, paturot konstantu gaismas plūsmu Φ , sauc par *voltampēru raksturlielni*. Divas tādas liknes parādītas 30.3. attēlā. Spriegumam pieaugot, arī fotostrāva pieaug, bet tikai līdz zināmai vērtībai I_s , ko sauc par *sātstrāvu*. Tas notiek tāpēc, ka mazu spriegumu gadījumā tikai daļa elektronu, kas izrauti no metāla, nokļūst līdz anodam. Pārējie elektroni atgriežas uz katoda (ap katodu izveidojas telpas lādiņš — elektronu «mākonis» līdzīgi kā termoelektronu emisijā). Jo lielāks kļūst spriegums starp elektrodziem, jo mazāk elektronu atgriežas

katodā. Ja spriegums jau tik liels, ka visi elektroni, kas izrauti no katoda, sasniedz anodu, tad tālāka sprieguma paaugstināšana fotostrāvas stiprumu neietekmē — iestājas sātstrāva. Lielākai starojuma plūsmai ($\Phi_2 > \Phi_1$) atbilst lielāka sātstrāva ($I_{s2} > I_{s1}$).

Fotostrāvas I un nemainīga spektrāla sastāva starojuma plūsmas Φ sakarību, kuru iegūst, paturot konstantu spriegumu U , sauc par *apgaismojuma raksturlielni*.

Vakuuma fotoelementiem apgaismojuma raksturlielne (30.4. att.) ir taisne, kas iet caur koordinātu sākumpunktu, t. i., $I \sim \Phi$. Šī sakarība ir spēkā, ja spriegums U atbilst sātstrāvas rajonam. Tādēļ fotostrāvas stiprums

$$I_s = k_s \Phi, \quad (30.1)$$

kur k_s — *fotokatoda sātstrāvas jutība*.

|| Fotosātstrāvas stiprums ir tieši proporcionāls kritošā starojuma plūsmai, ja plūsmas spektrālais sastāvs ir nemainīgs.

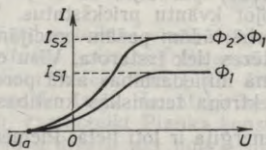
Tas ir pirmais ārējā fotoefekta (Stoletova) likums.

Tā kā sātstrāvas stiprums I_s ir proporcionāls no katoda laika vienībā izrauto elektronu skaitam, var secināt, ka no fotokatoda laika vienībā izrauto elektronu skaits ir proporcionāls kritošā starojuma plūsmai, ja plūsmas spektrālais sastāvs ir nemainīgs.

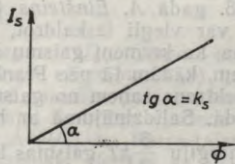
Fotostrāva nebeidzas, ja spriegums U kļūst vienāds ar nulli (30.3. att.). Pieliekot spriegumu pretējā virzienā un palielinot tā vērtību, fotostrāva samazinās un pilnīgi izbeidzas, kad sasniegta sprieguma vērtība U_a , ko sauc par *aizturētājspriegumu*. Voltampēru raksturlienes daļa, kas atbilst negatīvām sprieguma vērtībām, rāda, ka gaismas izrautajiem elektroniem ir dažādi ātrumi. Elektroni, kuriem ir mazi ātrumi, nespēj pārvarēt pat nelielu elektrisko lauku, kas bremzē to kustību, un tie nerasniedz anodu. Tādēļ fotostrāva samazinās. Kad pretlauka pārvarēšanai nepieciešamais darbs eU kļūst lielāks nekā visātrāko elektronu kinētiskā enerģija $(1/2)mv_{\max}^2$, visi elektroni atgriežas uz katoda un fotostrāvas nav. Fotostrāva izbeidzas tad, kad izpildīts nosacījums

$$eU_a = \frac{1}{2}mv_{\max}^2, \quad (30.2)$$

kur e — elektrona lādiņš un m — tā masa.



30.3. att.



30.4. att.

Kā zināms, lai termoemisijā elektrons izrautos no metāla, tam jāveic iedarbība A , kurš dažādiem materiāliem ir dažāds. Acīmredzot arī fotoefektā, kad nepieciešamo enerģiju elektrons iegūst no gaismas, tam jāveic tāds pats iedarbības. Tādēļ pilnā enerģija W , kuru no gaismas iegūst elektrons, kas izlido no katoda ar ātrumu v_{\max} , ir šāda:

$$W = A + \frac{1}{2} m v_{\max}^2. \quad (30.3)$$

F. Lenarda un citu autoru pētījumi (1902) deva iespēju formulēt svarīgu likumu.

Enerģija W , ko elektrons saņem no gaismas, nav atkarīga ne no krītošās gaismas intensitātes, ne arī no vielas dabas un tās temperatūras. Šo enerģiju nosaka tikai krītošās monohromatiskās gaismas frekvence, tā ir proporcionāla frekvencei.

Tas ir otrais ārējā fotoefekta likums.

Samazinoties gaismas frekvencei ν , samazinās arī no vielas izrauto fotoelektronu maksimālais ātrums un, gaismas frekvencei sasniedzot noteiktu vērtību ν_0 , ārējais fotoefekts izbeidzas. Tātad gaisma, kuras viļņa garums ir lielāks nekā $\lambda_0 = c/\nu_0$, nevar izraut elektronus no vielas. Viļņa garumu λ_0 sauc par ārējā fotoefekta *garo viļņu (sarkano) robežu*.

Tāpat eksperimenti rāda, ka ārējais fotoefekts ir bez inerces.

30.1.3. Gaismas viļņu teorijas grūtības un ārējā fotoefekta izskaidrojums no kvantu teorijas viedokļa. Einšteina formula. No gaismas elektromagnētisko viļņu teorijas viedokļa apmierinoši var izskaidrot tikai pirmo ārējā fotoefekta likumu, bet otro likumu un fotoefekta garo viļņu robežas pastāvēšanu nevar izskaidrot. Tiešām, palielinoties krītošās gaismas intensitātei, palielinās elektromagnētiskā lauka intensitāte un lauks ar lielāku spēku iedarbojas uz elektroniem. Tādēļ pietiekami intensīvai gaismai neatkarīgi no frekvences un tātad pretēji eksperimentu rezultātiem vajadzētu spēt izraut elektronus no vielas.

Vēl bez tam no viļņu teorijas viedokļa ārējam fotoefektam vajadzētu būt ar lielu inerci. Tā, piemēram, lai telpas daļā, kurai ir aptuveni atoma izmēri, gaisma varētu ienest tik lielu enerģiju, kāda nepieciešama elektrona izraušanai no nātrija ($A = 2,3$ eV), tas būtu jāapgaismo ar 60 cd spuldzi no 1 m attāluma vairākas stundas. Taču eksperimentā fotoefektu novēro jau pēc 10^{-9} s.

1905. gadā *A. Einšteins* (1879—1955) parādīja, ka ārējo fotoefektu var viegli izskaidrot, izmantojot kvantu priekšstatus. Viņš pieņēma, ka ķermeņi gaismu arī absorbē tādām pašām porcijām — kvantiem, kādām tā pēc Planka hipotēzes tiek izstarota. Visu enerģiju elektrons saņem no gaismas vienā mijiedarbības aktā porcijas $h\nu$ veidā. Salīdzinājumā ar brīva elektrona termiskās kustības vidējo enerģiju $\frac{3}{2}kT$ gaismas kvanta enerģija ir ļoti liela. Piemēram, ja temperatūra $T = 300$ K un frekvence $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Hz (viļņa garums

$\lambda = 600 \text{ nm}$), tad $\frac{3}{2} kT = 0,62 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ un enerģija $h\nu = 33 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Tātad $h\nu \gg \frac{3}{2} kT$. Var uzskatīt, ka pēc gaismas kvanta absorbēšanas

elektronam ir enerģija $W = h\nu$. Tas pilnīgi saskan ar otro ārējā fotoefekta likumu. Ja $h\nu > A$, tad elektrons var iziet no vielas, aiznesot sev līdzī enerģijas pārpalikumu kinētiskās enerģijas veidā. Tomēr, ja elektrons pirms izešanas no vielas vēl saduras ar atomiem, tas daļu enerģijas zaudē sadursmēs un pēc izešanas no vielas tā kinētiskā enerģija ir mazāka nekā starpība $h\nu - A$. Iespējams, ka sadursmēs elektrons zaudē daudz enerģijas un pāri palikušās enerģijas nepietiek izejdarba veikšanai. Tad elektrons neizklūst no vielas un uz gaismas enerģijas rēķina viela sasilst. (Aprēķini rāda, ka tikai 3% no absorbētās gaismas kvantiem izrauj elektronus no vielas.)

Tātad, ja elektrons pēc gaismas kvanta absorbcijas nezaudē enerģiju sadursmēs un izlido no vielas, ir spēkā vienādība

$$h\nu = A + W_{k \max}. \quad (30.4)$$

Tā ir Einšteina formula. Pēc būtības šī formula ir elektrona enerģijas bilances vienādojums.

Einšteina formula rāda, ka fotoefekta garo viļņu robežu nosaka katoda materiāla īpašības — elektrona izejdarbs no šī materiāla. Tiešām, ja, samazinoties gaismas frekvencei, gaismas kvanta enerģija kļūst mazāka nekā elektrona izejdarbs ($h\nu < A$), tad elektrons arī pēc tāda kvanta absorbcijas tomēr nespēj izrauties no vielas. Robežgadījumā gaismas kvanta enerģija ir vienāda ar izejdarbu: $h\nu_0 = A$. Tādēļ fotoefekta garo viļņu robežai atbilstošā frekvence ν_0 un viļņa garums λ_0 ir šādi:

$$\nu_0 = A/h; \quad (30.5)$$

$$\lambda_0 = hc/A. \quad (30.6)$$

Vienīgi gadījumā, kad krītošās gaismas intensitāte ir ārkārtīgi liela (spēcīgs lāzera starojums), iespējams, ka

$$\nu_0 = A/(Nh) \text{ vai} \quad (30.7)$$

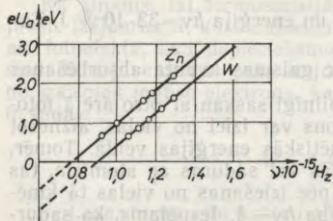
$$\lambda_0 = Nhc/A, \quad (30.8)$$

kur $N = 2, 3, 4, 5$. Tas nozīmē, ka viens elektrons vienlaikus absorbē vairākus (N) gaismas kvantus — notiek daudzfotonu fotoefekts.

No sakarības (30.2) un Einšteina formulas (30.4) izriet, ka

$$eU_a = h\nu - A. \quad (30.9)$$

Tātad noteiktai vielai aizturētājspriegums U_a ir lineāri atkarīgs no krītošās gaismas frekvences ν . Attēlojot sakarību (30.9) grafiski dažādiem materiāliem (30.5. att.), iegūst paralēlas taisnes, kuru nobīdi nosaka izejdarbu atšķirība. Izmantojot šo taisņu virziena koeficientu, var noteikt Planka konstanti $h = \Delta(eU_a)/\Delta\nu$. Katra taisne nošķel no ordinātu ass nogriezni, kas skaitliski vienāds ar elektrona izejdarbu A no katoda.



30.5. att.

Formulu (30.9) apstiprināja ļoti rūpīgi amerikāņu fiziķa R. Milikena (1868—1953) pētījumi 1914. gadā. Izmantojot R. Milikena mērījumus, kurus viņš izdarīja ar dažādiem materiāliem (Na, Mg, Al, Cu), varēja noteikt Planka konstanti h . Iegūtā konstantes vidējā vērtība $h = 6,67 \cdot 10^{-34}$ J·s labi sakrā ar termiskā starojuma mērījumu rezultātiem.

Einšteina formulu (30.9) var pārbaudīt, mainot starojuma frekvenci ļoti plašā intervālā — no redzamās gaismas līdz rentgenstariem. Visos gadījumos formula lieliski apstiprinās. Ja lieto rentgenstarus, pārbaude kļūst vienkāršāka, jo $v_0 \ll v$, t. i., $A \ll h\nu$ un sakarību (30.9) var pārveidot šādi:

$$eU_a = h\nu. \quad (30.10)$$

Līdzīga sakarība ir spēkā arī rentgenstaru izstarošanas procesā. Rentgenlampā, kurai pielikts spriegums U , elektrons, sasniedzot antikatu, iegūst maksimālo kinētisko enerģiju $(1/2)mv_{\max}^2 = eU$. Vislabvēlīgākajā gadījumā visa elektrona kinētiskā enerģija pārvēršas rentgenstarojuma kvanta enerģijā, t. i., $(1/2)mv_{\max}^2 = h\nu_{\max}$. Tādēļ

$$h\nu_{\max} = eU. \quad (30.11)$$

Tas nozīmē, ka nepārtrauktajā rentgenstaru spektrā ir *iso viļņu robeža*. To var ļoti precīzi izmērīt un aprēķināt Planka konstanti. Šādos mērījumos iegūta Planka konstantes vērtība $h = 6,624 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Apskatītie eksperimenti apliecina kvantu teorijas pareizību. Tai par labu runā arī fakts, ka ārējais fotoefekts ir bez inerces.

30.1.4. Fotoni. M. Planks varēja izskaidrot absolūti melna ķermeņa termiskā starojuma spektru, pieņemot, ka gaismas emisijai ir diskrets raksturs — tiek izstarotas atsevišķas gaismas porcijas jeb kvanti. Ārējo fotoefektu var izskaidrot, ja pieņem, ka gaisma tiek absorbēta tādām pašām porcijām. Taču A. Einšteins gāja tālāk — izvirzīja hipotēzi, ka gaisma arī izplatās diskretu daļiņu — gaismas kvantu veidā. Vēlāk (1926) šīs daļiņas nosauca par *fotoniem*.

A. Einšteina hipotēzi apstiprina daudzi eksperimenti. Apskatīsim dažus no tiem.

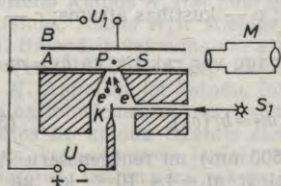
A. Jofes—Dobronravova eksperiments (1922). Mikroskopiski sīka elektriski lādēta metāla (bismuta Bi) daļiņa P nolīdzsvarota elektriskajā laukā starp kondensatora klājumiem A un B (30.6. att.). Klājus A izgatavots no ļoti plānas ($5 \mu\text{m}$) alumīnija folijas, vienlaikus tas ir mazizmēru rentgenlampas antikats. Katods K ir nosmailināta alumīnija stieplīte, kas emitē elektronus, ja avots S_1 to apgaismo ar ultravioleto gaismu. Sprieguma U paātrināti, šie elek-

troni tiecas pret antikatodu un izraisa rentgenstarojumu. Tādēļ antikatods (ļoti maza klājuma A daļa ap punktu S) kļūst par punktvēda rentgenstaru avotu. Rentgenstars, kas brīvi var iziet caur klājuma A , nonāk arī uz metāla daļiņu P . Eksperimentatori mikroskopā M novēroja rentgenstaru iedarbību uz daļiņu. Bija redzams, ka laiku pa laikam daļiņa impulsveidā izkustējās no līdzsvara stāvokļa un to varēja atkal līdzsvarot, tikai mainot spriegumu U_1 starp kondensatora klājumiem. Impulsi sekoja cits citam caurmērā ik pēc 30 minūtēm.

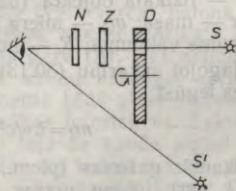
Daļiņas izturēšanos var viegli izskaidrot no fotonu teorijas viedokļa. Daļiņas rādiuss $r=0,3 \mu\text{m}$, un no punkta S tā atrodas attālumā $R=0,2 \text{ mm}$. Daļiņas šķērsgriezuma laukums $S=\pi r^2$, bet sfērai ar rādiusu R laukums $L=4\pi R^2$. Attiecība S/L izsaka varbūtību, ka rentgenstaru fotons trāpa daļiņu P . Attiecība $S/L=1:1,8 \cdot 10^6$. Tas nozīmē, ka daļiņu P trāpa viens no $1,8 \cdot 10^6$ rentgenstaru fotoniem. Tā kā katods emitē tikai 1000 elektronu vienā sekundē, tad tāds ir arī izstaroto rentgenstaru fotonu skaits vienā sekundē. Tādējādi $1,8 \cdot 10^6$ fotoni tiek izstaroti $1,8 \cdot 10^3$ sekundēs, t. i., 30 minūtēs. Sie novērojumu rezultāti pilnīgi saskan ar priekšstatu par starojuma izplatīšanos atsevišķu fotonu veidā.

Aplūkojot rentgenstarus kā sfērisku vilni, varētu secināt, ka daļiņa P saņem $1/(1,8 \cdot 10^6)$ viļņa enerģijas. Tā sadalās starp daļiņas elektroniem, kuru skaits ir vairāki miljardi ($n \cdot 10^9$). Kā rāda aprēķini, lai kāds no elektroniem šādā gadījumā iegūtu izejdarba veikšanai nepieciešamo enerģiju, būtu jāpaiet nesalīdzināmi ilgākam laikam nekā 30 minūtes.

B. Vavilova eksperimenti (1932—1941). Ja gaismas plūsmu veido fotoni, tad, nonākot acī vājai plūsmi, kas tuva apakšējam redzes sliekšnim, jāparādās gaismas intensitātes fluktuācijām. Gaismas intensitātes fluktuāciju konstatēšanai S. Vavilovs izmantoja iekārtu, kuras shēma parādīta 30.7. attēlā. Gaismā no avota S nonāk novērotāja acī, ejot cauri caurumam rotējošā diskā D , zaļas gaismas filtram Z un neitrālam maināma blīvuma filtram N . Lai gaisma no avota S kristu uz acs tīklenes perifēriju, aci fiksē, raugoties uz gaišu punktu S' . Ar filtru N var mainīt aci nonākošās gaismas intensitāti. Rotējošais disks izslēdz acs redzes sajūtas inerci. Diskam rotējot, avots S ir atsegts 0,1 s, bet aizsegts 0,9 s. Novērotājs, ieraugot avota S gaismas impulsu, nospiež signālpogu.



30.6. att.



30.7. att.

Eksperimenti parādīja, — gaismas intensitātei ievērojami pār-sniedzot apakšējo redzes sliekšni, novērotāji redz gaismu katru reizi, kad disks to laiž cauri. Ja gaismas intensitātes vērtība ir nedaudz mazāka nekā redzes sliekšnis, tad novērotājs dažus gaismas impul-sus pamana, citus — nepamana. Nosakot pamanīto un nepamanīto impulsu skaitu, pēc statistikas likumiem var aprēķināt vidējo fotonu skaitu gaismas impulsā. Sādā veidā iegūtie dati labi saskan ar ob-jektīvi izmērīto gaismas intensitāti. Tas liecina, ka gaisma tiešām ir atsevišķu nesaistītu fotonu plūsma.

C. Botes eksperiments (1924). Einšteina hipotēzi vistiešāk apstip-rina Botes eksperiments. Tā shēma parādīta 30.8. attēlā. Uz metāla foliju F , kas novietota starp diviem impulsu skaitītājiem Sk_1 un Sk_2 , krit vāja rentgenstaru plūsma un izraisa sekundāro starojumu (šo parādību sauc par rentgenstaru fluorescenci). Tā folija F pati kļūst par rentgenstarojuma avotu. Kad starojums nonāk skaitītājā, tas raida strāvas impulsu uz īpašu mehānismu M , kurš ievēl svīt-riņu uz kustīgas lentes L . Ja starojums izplatītos vienmērīgi uz vi-sām pusēm (kā viļņi), tad abi skaitītāji tiktu iedarbināti sinhroni un svītriņas lentes abās malās būtu tieši pretī viena otrai (vai ar konstantu nobīdi). Patiesībā svītriņu izvietojums abās lentes malās ir pilnīgi haotisks. No tā var secināt, ka fotoni, kuri rodas atsevišķos gaismas emisijas aktos, kustas katrs savā virzienā. Taču dažādiem fotoniem šie virzieni ir dažādi.

Šie eksperimenti pārliciecināši pierāda, ka gaisma izplatās atse-višķu fotonu veidā.

D. Fotonu masa un impulss. Līdz šim ir minēts tikai viens fotonu raksturlielums — enerģija

$$\varepsilon = h\nu. \quad (30.12)$$

Bez enerģijas fotonus vēl raksturo masa m_t un impulss K_t . Šos lie-lumus var saistīt ar fotona enerģiju, izmantojot relativitātes teorijas sakarības:

$$W = mc^2; \quad (30.13)$$

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}; \quad (30.14)$$

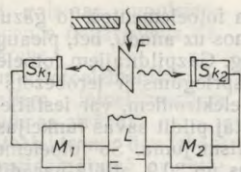
$$W = c\sqrt{K^2 + m_0^2 c^2}, \quad (30.15)$$

kur W — fizikālā objekta (daļiņas, ķermeņa, sistēmas) pilnā ener-ģija; m — masa; m_0 — miera masa; v — kustības ātrums; c — gais-mas ātrums vakuumā; K — impulss.

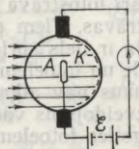
Pielāgojot sakarību (30.13) fotonam, var rakstīt, ka $h\nu = m_t c^2$, no kurienes iegūst

$$m_t = h\nu/c^2 \quad \text{vai} \quad m_t = h/(c\lambda). \quad (30.16)$$

Redzamās gaismas (piem., $\lambda_1 = 500$ nm) un rentgenstaru (piem., $\lambda_2 = 0,01$ nm) fotonu masas atbilstoši $m_1 = 4,4 \cdot 10^{-36}$ kg un $m_2 = 2,2 \cdot 10^{-31}$ kg.



30.8. att.



30.9. att.

No sakarības (30.14) izriet, ka miera masa $m_0 = m\sqrt{1-v^2/c^2}$. Tā kā fotona ātrums $v=c$, tad fotona miera masa

$$m_{t0} = 0. \quad (30.17)$$

Fotona ātrums arī vielā ir vienāds ar c . Ja gaisma cauri vielai izplatās ar ātrumu $v < c$, tad tas notiek tāpēc, ka vielas daļiņas (arī caurspīdīgā vielā) fotonus «satver», bet pēc tam atkal emitē un šim «pārizstarošanas» procesam vajadzīgs zināms laiks.

No formulas (30.15), ievērojot sakarību (30.12) un (30.17), iegūst, ka fotona impulss

$$K_t = hv/c \text{ vai } K_t = h/\lambda. \quad (30.18)$$

Fotona impulsu var izteikt arī ar tā masas un kustības ātruma reizinājumu:

$$K_t = m_t c. \quad (30.19)$$

Ievērojot formulas (30.16), no sakarības (30.19) iegūst formulas (30.18).

30.1.5. Fotoefekta izmantošanas piemēri. Fotoefekta izpētei bija ļoti liela loma jaunu fizikas priekšstatu izveidošanā un fizikas teorijas attīstībā. Fotoefektu plaši lieto praksē. Mūsdienās pastāv ļoti daudz dažādu starojuma uztvērēju, kuros, izmantojot fotoefektu, gaismas signālus pārvērš elektriskajos. Šeit apskatīsim vakuuma fotoelementus, gāzpildītos fotoelementus, fotoelektronu daudzkārsotāju, elektronoptisko pārveidotāju un ikonoskopu.

A. Vakuuma (vai gāzpildītais) fotoelements shematiski parādīts 30.9. attēlā. Katods K klāj pusi no stikla (vai kvarca) balona iekšējās virsmas. Anods A ir stieples gredzens, kas nostiprināts balona centrā. Balonā ir vakuums vai arī inerta gāze (Ar, He) nelielā spiedienā (1...10 Pa). Starp katodu un anodu pieslēgts sprieguma avots \mathcal{E} . Apgaismojot katodu, fotoelementa ķēdē plūst strāva. Gāzpildītajos fotoelementos var iegūt stiprākas fotostrāvas. Šajos fotoelementos no katoda izrautie elektroni ceļā uz anodu iegūst tādu ātrumu, ka sadursmēs jonizē molekulas un tādējādi rada papildu lādīnnesējus. Voltampēru raksturlienes sākuļposmā, kamēr nav sākusies molekulu jonizācija, gāzpildītajos fotoelementos fotostrāvas

gan var būt mazākas nekā vakuuma fotoelementos, jo gāzu molekulas tikai traucē elektronu pārvietošanos uz anodu, bet, pieaugot spriegumam, arī fotostrāva strauji pieaug. Gāzpildītajiem fotoelementiem nav sātstrāvas. Tiem pieliekamais spriegums ir ierobežots (parasti 240 V). Ja ir liels spriegums starp elektrodiem, var iestāties patstāvīgā izlāde un fotoelements tad pārstāj pildīt savas funkcijas — strāvas stiprums nav atkarīgs no apgaismojuma. So fotoelementu tehniskais izveidojums var arī atšķirties no 30.9. attēlā parādītā.

Izraugoties fotoelementus konkrētam nolūkam, jāzina to raksturlielumi: integrālā jutība, darbības spektrālais apgabals un spektrālā jutība, kvantu iznākums, inerce, tumšas strāva.

Par *fotoelementa integrālo jutību* sauc lielumu

$$k = I/\Phi, \quad (30.20)$$

kur I — fotostrāvas stiprums; Φ — uz fotoelementa katodu krītošās gaismas plūsma. Fotoelementa integrālo jutību nosaka, izmantojot gaismu, ko dod kvēlspuldze ar volframa kvēldiegu, kura temperatūra ir 2784 K. Integrālo jutību mēra mikroampēros uz lūmenu ($\mu\text{A}/\text{lm}$), tā atkarīga no fotokatoda materiāla un vakuuma fotoelementiem nepārsniedz 150 $\mu\text{A}/\text{lm}$, bet gāzpildītajiem fotoelementiem var būt aptuveni 10 reižu lielāka.

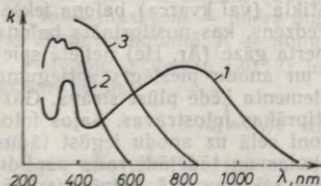
Izmantojot monohromatisku gaismu, var konstatēt, ka fotokatoda jutība dažāda viļņa garuma gaismām nav vienāda. Sakarību

$$k = f(\lambda) \quad (30.21)$$

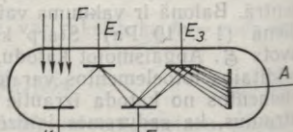
sauc par *fotokatoda spektrālās jutības raksturlielni*. Ja šī sakarība nav monotona, bet kādā spektra rajonā liknei ir maksimums, tad fotoefektu sauc par selektīvu. Dažiem materiāliem spektrālās jutības raksturlieknes parādītas 30.10. attēlā. No tā var secināt, ka skābekļa—cēzija fotokatods (likne 1) derīgs darbam spektra tuvajā infrasarkanajā daļā un redzamajā daļā, antimona—cēzija fotokatods (likne 2) — spektra redzamās daļas īso viļņu rajonā un ultravioletajā spektra daļā, multisārmu metālu fotokatods (likne 3) — spektra redzamajā daļā.

Kvantu iznākums rāda, kāda ir iegūto fotoelektronu skaita attiecība pret absorbēto fotonu skaitu.

Vakuuma fotoelementiem nav inerces. Gāzpildītajiem fotoelementiem ir zināma inerce, jo tajos notiek nepatstāvīgā izlāde, tādēļ tos



30.10. att.



30.11. att.

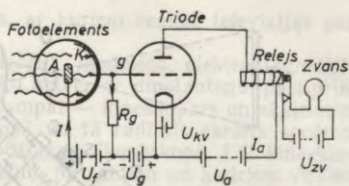
var lietot gaismas impulsus, kuru frekvence nepārsniedz dažus kilohercus.

Vakuuma fotoelementiem un gāzpildītajiem fotoelementiem nav arī tumsas strāvas.

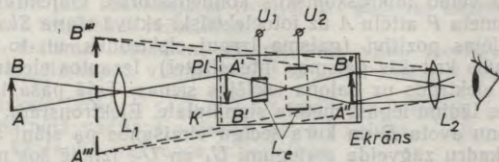
B. Fotoelektronu daudzkārsotājam salīdzinājumā ar fotoelementiem ir daudz reizi lielāka jutība. Darbības pamatā ir fotoefekts un sekundārā elektronu emisija (shēma parādīta 30.11. attēlā). Fotokatoda emitēto elektronu elektriskais lauks paātrina un triec pret starpelektrodu E_1 , izsītot no tā N elektronus (N var sasniegt pat 20). Šie elektroni tālāk tiek novirzīti uz nākamajiem elektrodiem, līdz beidzot sasniedz anodu A . Ja pavisam ir n pakāpju (n sasniedz 18), tad kopējais pastiprinājums $p=N^n$ var sasniegt ļoti lielu vērtību. Fotoelektronu daudzkārsotāja spektrālās jutības raksturliķni, tāpat kā fotoelementiem, nosaka katoda materiāls. Parādās zināma inerce. Lielās jutības dēļ iespējamas tumsas strāvas.

Fotoelementus un fotoelektronu daudzkārsotājus izmanto gaismas plūsmu registrācijai un mērīšanai: fotometrijā (luksmetri, fotoelektriskie fotometri), spektrometrijā un spektrofotometrijā, spektrālanalizē, ļoti vāju plūsmu mērīšanā. Tos izmanto relejos (vienkārsa releja principiālā shēma parādīta 30.12. attēlā*), piemēram, detaļu skaitīšanā, ražošanas procesu kontrolē un vadišanā (seko vides parametriem — temperatūrai, tilpumam, spiedienam, mitrumam, dod signālus iekārtu ieslēgšanai vai apturēšanai). Fotoelementus izmanto kino iekārtās, sakaru sistēmās, optiskajā sakaru tehnikā, kur lieto lāzerus, utt.

C. Elektronoptiskais pārveidotājs (EOP) pārvērš infrasarkanā (vai ultravioletā) starojumu redzamajā gaismā. EOP principiālā shēma parādīta 30.13. attēlā. Priekšmeta AB attēls $A'B'$, ko veido lēca L_1 , sakopojot infrasarkanos starus, tiek projicēts uz ļoti plānas

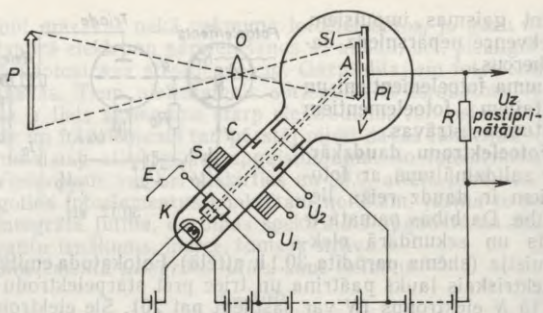


30.12. att.



30.13. att.

* Ja gaisma uz fotoelementu nekrīt, triodes tīkliņš g ir negatīvs un tās anodēdē strāva neplūst. Fotoelementu apgaismojot, fotostrāva I rezistorā R_g rada sprieguma kritumu un tīkliņš kļūst pozitīvs. Triodē sāk plūst anodstrāva. Elektromagnētiskā releja enkurs pievelkas un ieslēdz signālkēdi, piemēram, elektrisko zvānu.



30.14. att.

fotoelektriski jutīgas kārtiņas K , kura uzklāta uz caurspīdīgas plāksnītes Pl . No kārtiņas dažādām vietām nākošo fotoelektronu skaits ir proporcionāls attēla $A'B'$ atbilstošo detaļu spožumam. Šie elektroni tiek paātrināti. Izejot caur elektrostatiskajām lēcām L_e , tie rada uz fluorescējoša ekrāna optiskā attēla $A'B'$ elektronoptisko attēlu $A''B''$. Šo redzamo attēlu aplūko caur lēcu L_2 (okulāru). Ar elektronoptisko pārveidotāju iespējams novērot biežā (infrasarkanā) staru izkliede daudzkārt mazāka nekā redzamās gaismas izkliede) un arī tumsā (ķermeņi un to daļas, kam dažāda temperatūra, dažādi izstaro infrasarkanos starus).

D. Ikonoskops — ierīce, kas gaismas ainu pārvērš elektriskos signālos, — ir īpašs veida vakuuma caurule (30.14. att.). Tajā atrodas 1) metāla signālplate Pl , uz kuras ir vizlas klājums V un uz tā no daudziem miljoniem izolētu graudiņu izveidots fotoelektriski aktīvs (parasti skābekļa—cēzija) vielas slānis Sl ; 2) elektronstaru avots E ; 3) spole S un elektrodi C elektronstaru kūļa virzīšanai. Jūtīgā slāņa graudiņi, kuru caurmērs ir aptuveni $0,01$ mm, kopā ar signālplati veido mikroskopiskus kondensatorus. Objektīvs O projicē priekšmeta P attēlu A uz fotoelektriski aktīvā slāņa Sl . Graudiņi tajā uzlādējas pozitīvi (gaisma izrauj elektronus, un to skaits ir proporcionāls krītošās gaismas intensitātei). Izrautos elektronus savāc īpašs elektrods uz balona iekšējās sienas. Tajā pašā laikā pretējas zīmes lādiņu iegūst metāla signālplate. Elektronstars, kurš nāk no elektronu avota E un kura secīgu virzīšanos pa slāni Sl regulē rindu un kadru zāgveida spriegumi U_1 un U_2 , izlādē šos mikrokonkondensatorus un rada ķēdē $Pl-R-K-Sl$ mikrokonkondensatoru sākotnējam lādiņam proporcionālus strāvas impulsus. Ja visa aina sadalīta, piemēram, $625 \cdot 834$ gaismas punktos (625 rindas, 834 punkti rindā) un uzlādi—izlādi atkārti 25 reizes sekundē, tad vienas sekundes laikā no mainīgās gaismas ainas iegūst $12\,875\,000$ elektriskās strāvas impulsus. Šos impulsus pastiprinot un ar tiem modulējot raidītāja dažus metrus garo elektromagnētisko viļņu nesējfrekvenci,

iegūst elektromagnētiskos viļņus, ar kuriem realizē televīzijas pār-raidi.

Televīzijas uztvērējā (televīzorā) modulēto elektromagnētisko viļņu spriegumus ($U \approx 10^{-4}$ V), ko uztver ar dipolantenu, pastiprina un pievada īpašai elektronstaru lampai — kineskopam un skaļrunim. Elektronstara intensitāte kineskopā un tā radītais ekrāna spožums atbilst gaismas ainas punktu spožumam ikonoskopā. Lai kineskopa elektronstars, veidojot gaismas ainu, pa rindām un kadriem virzītos sinhroni ar staru ikonoskopā, tā gaitu regulē speciāli raidītāja rindu un kadru impulsi.

D. Superikonoskopos priekšmeta attēlu vispirms projicē uz puscaurspīdīgu fotokatodu. No tā emitētos elektronus, kuru skaits proporcionāls ainas apgaismojumam, paātrina ar elektrisko lauku un tad ar magnētisko lauku fokusē uz signālplates *PI* jutīgo kārtiņu *SI*. No kārtiņas elementiem notiek sekundāro elektronu emisija, tā ir vairākas reizes intensīvāka nekā ikonoskopā. Tādēļ televīzijas raidījumi iespējami parastā apgaismojumā.

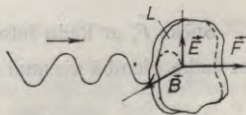
30.2. GAISMAS SPIEDIENS

Ideju, ka gaismai jārada spiediens uz apgaismojamo ķermeni, pirmais izteica vācu zinātnieks *J. Keplers* (1571—1630), pamatojoties uz gaismas mehānisko korpuskulu teoriju. Gaismas spiedienu viņš uzskatīja par cēloni tam, ka komētu astes vienmēr ir vērstas projām no Saules. Tomēr ilgu laiku neizdevās gaismas spiedienu konstatēt eksperimentāli, un daži zinātnieki (*B. Franklins*, *T. Jangs*) to izmantoja par argumentu pret gaismas korpuskulu teoriju. Tā kā neviens nevarēja novērtēt, kādam vajadzētu būt gaismas spiedienam (nebija nekādu ziņu par «gaismas daļiņu» masu), varēja domāt, ka izdarītajos eksperimentos lietotas nepietiekami jutīgas iekārtas.

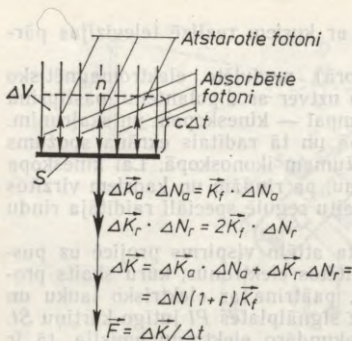
Ievērojamus panākumus šajā jautājumā guva *Dž. Maksvels*. Viņš, attīstot gaismas elektromagnētisko teoriju, 1873. gadā teorētiski aprēķināja gaismas spiedienu atkarībā no apgaismojuma. Pēc tam gaismas spiediens tika atklāts un izmērīts eksperimentāli, pie tam rezultāti labi saskanēja ar teoriju. Arī gaismas kvantu (fotonu) teorija deva identiskus rezultātus.

30.2.1. Gaismas spiediens no gaismas viļņu teorijas viedokļa. Elektromagnētiskajam viļnim krītot uz kādu virsmu *L* (30.15. att.),

tā elektriskais lauks \vec{E} rada vai nu vadītspējas strāvu (materiālos, kuriem īpatnējā vadītspēja $\gamma \neq 0$), vai arī nobīdes strāvu (dielektriķos). Tā kā lauka frekvence ir ļoti liela, tad tā radītās strāvas patiesībā ir lādētu daļiņu — vispirms elektronu — nelielas svārstības. Šī strāva atrodas elektromagnētiskā viļņa magnētiskajā laukā \vec{B} . Tādēļ uz strāvu darbojas spēks \vec{F} , kas saskaņā ar kreisās rokas likumu vērstas viļņa



30.15. att.



30.16. att.

absorbēta un daļēji atstarota. Pieņemsim, ka gaisma krīt perpendikulāri slāņa virsmai un krītošo fotonu skaits tilpuma vienībā n , bet virsmas atstarošanas koeficients r . Tad laika sprīdī Δt uz virsmas daļu ar laukumu S krītošo fotonu skaits

$$\Delta N = nSc\Delta t, \quad (30.24)$$

kur c — gaismas ātrums; $Sc\Delta t = \Delta V$ — tilpums, no kura laika sprīdī Δt fotoni nonāk uz laukumu S (30.16. att.). Absorbēto un atstaroto fotonu skaits atbilstoši

$$\Delta N_a = \Delta N(1-r); \quad (30.25)$$

$$\Delta N_r = \Delta Nr. \quad (30.26)$$

Katrs absorbētais fotons nodod slānītim impulsu $\Delta \vec{K}_a = \vec{K}_t$, kur \vec{K}_t — fotona impulss, bet atstarotais fotons — impulsu $\Delta \vec{K}_r = \vec{K}_t - (-\vec{K}'_t) = 2\vec{K}_t$, jo $-\vec{K}'_t = \vec{K}_t$. Tādēļ visi ΔN fotoni nodod slānītim impulsu $\Delta \vec{K} = \Delta \vec{K}_a \Delta N_a + \Delta \vec{K}_r \Delta N_r$. Ievērojot sakarības (30.25) un (30.26), kā arī $\Delta \vec{K}_a$ un $\Delta \vec{K}_r$ izteiksmes, iegūst $\Delta \vec{K} = \Delta N(1-r)\vec{K}_t + \Delta Nr \cdot 2\vec{K}_t$ jeb

$$\Delta \vec{K} = \Delta N(1+r)\vec{K}_t. \quad (30.27)$$

Spēks \vec{F} , ar kādu fotonu plūsma iedarbojas uz virsmu S , vienāds ar laika vienībā virsmai nodoto impulsu, t. i., $\vec{F} = \Delta \vec{K} / \Delta t$, resp.,

$$\vec{F} = \frac{\Delta N}{\Delta t} (1+r)\vec{K}_t. \quad (30.28)$$

izplatīšanās virzienā. Šis spēks ir gaismas spiediena spēks. Var pierādīt (sk. 23.5.4. nodaļumu), ka gadījumā, ja gaisma krīt perpendikulāri uz virsmu, gaismas spiediens

$$p = \omega(1+r) \quad \text{vai} \quad (30.22)$$

$$p = (E_s/c)(1+r), \quad (30.23)$$

kur ω — viļņa enerģijas blīvums; r — virsmas atstarošanas koeficients; E_s — virsmas enerģētiskais apgaismojums; c — gaismas ātrums vakuumā.

30.2.2. Gaismas spiediens no kvantu teorijas viedokļa. Ja gaisma krīt uz necaurspīdīgu vielas slānīti, tā daļēji tiek absorbēta un daļēji atstarota.

Tā kā šis spēks ir perpendikulārs virsmai, tad gaismas spiediens uz virsmu

$$p = F/S, \quad (30.29)$$

kur $F = |\vec{F}|$. Ievērojot vēl, ka $|\vec{K}_t| = h\nu/c$, no formulām (30.29) un (30.28) iegūst $p = \frac{\Delta N}{S\Delta t} (1+r) \frac{h\nu}{c}$. Ja aizvieto ΔN ar izteiksmi (30.24), tad spiediens $p = \frac{nSc\Delta t}{S\Delta t} (1+r) \frac{h\nu}{c}$, resp., $p = nh\nu(1+r)$, kur $nh\nu = \omega$ — gaismas enerģijas blīvums. Tātad

$$p = \omega(1+r). \quad (30.30)$$

Kā zināms, $\omega = E_s/c$, kur E_s — enerģētiskais apgaismojums un c — gaismas ātrums. Tādēļ spiediens

$$p = (E_s/c)(1+r). \quad (30.31)$$

Ja gaismas krišanas leņķis ir α , tad gaismas plūsma laika sprīdī Δt nodod slānītim ar virsmas laukumu S nevis impulsu $\Delta\vec{K}$ (sk. formulu (30.27)), bet gan impulsu $\Delta\vec{K} \cos \alpha$, kas vērsts virsmas normāles virzienā. Līdz ar to gaismas spiediens

$$p = (E_s/c)(1+r) \cos \alpha. \quad (30.32)$$

Šajā gadījumā uz virsmu darbojas vēl zināms spēks virsmas pieskares virzienā, t. i., rodas tangenciāls mehāniskais spriegums

$$\sigma_t = (E_s/c)(1-r) \sin \alpha. \quad (30.33)$$

Noteiksim vēl spiedienu, ko rada izotropš (visos virzienos vienmērīgi sadalīts) starojums, kas atrodas noslēgtā dobumā ar ideāli spoguļainu iekšsienu. Sprieduma vienkāršības labad sākam pieņemt, ka starojums ir monohromatisks. Tādā gadījumā fotonus dobumā var uzskatīt par viendabīgu ideālu gāzi. No gāzu kinētiskās teorijas zināms (sk. 6.3. §), ka spiediens

$$p = \frac{1}{3} nmv^2. \quad (30.34)$$

kur m — vienas gāzes molekulas masa; n — molekulu koncentrācija; v^2 — molekulu ātrumu kvadrātu vidējā vērtība. Pielāgojot šo formulu «fotonu gāzei», masas m vietā jāliek $m_t = h\nu/c^2$ un v^2 vietā c^2 . Tad spiediens

$$p = (1/3)nh\nu, \text{ resp., } p = \omega/3, \quad (30.35)$$

jo $nh\nu = \omega$ — gaismas enerģija tilpuma vienībā (enerģijas blīvums). Formula (30.35) nesatur nekādu lielumu, kas raksturo monohromatisku starojumu. Tādēļ tā derīga jebkurai starojuma frekvencei un tātad arī nemonohromatiskam starojumam.

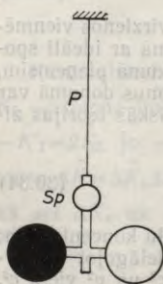
30.2.3. Ļebedeva eksperimenti. Eksperimentāli gaismas spiedienu pirmais konstatēja un izmērija (1899—1900) krievu fiziķis, izcilais eksperimentators *P. Ļebedevs* (1866—1912). Iegūtie rezultāti apstiprināja Dž. Maksvela teorētiskos aprēķinus, kam bija izcila nozīme zinātniskās domas attīstībā. Tā, piemēram, slavenais angļu fiziķis *V. Tomsons (Kelvins)* sacīja: «Es visu savu mūžu karāju ar Maksvelu, neatzinu viņa gaismas spiedienu, bet, lūk, Ļebedevs ar saviem eksperimentiem piespieda mani padoties.»

Ļebedeva eksperimentālās iekārtas svarīgākā daļa bija ļoti jutīgi vakuumā novietoti vērpes svāri (30.17. att.). Tos veidoja ārkārtīgi tievs elastīgs pavediens *P*, kurā iekārti divi ļoti plāni spārniņi (vai vairāki tādu spārniņu pāri) un viegls spogulītis *Sp*. Spārniņiem viena puse spoži pulēta, bet otra nomelnota. Ļēcu un spoguļu sistēma koncentrēja no avota (elektriskā loka) kritošo gaismu uz vienu spārniņu (vai abiem).

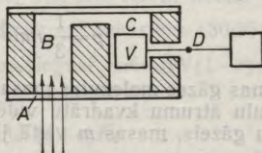
Gaismas spiedienu varēja aprēķināt, zinot spārniņu pagrieziena leņķi (šo leņķi varēja noteikt, izmērot no spoguļiša *Sp* atstarotā gaismas stara novirzi), kā arī zinot pavediena garumu, diametru, bīdes moduli, spārniņa laukumu un attālumu no rotācijas ass.

Eksperimenta laikā daļu gaismas ar puscaurlaidīgu plati novirzīja uz nomelnotu termoelementu, lai noteiktu uz spārniņiem kritošās gaismas intensitāti.

Tā kā gaismas spiediens bija ļoti mazs, vajadzēja rūpīgi novērst traucējošos faktorus: 1) konvekcijas plūsmas, kas rodas ap vērpes svāriem, tos apgaismojot, un 2) radiometrisko efektu*. Konvekcijas plūsmu ietekmi *P. Ļebedevs* novērsa, ievietojot vērpes svarus vakuumā, un radiometrisko efektu izslēdza, izgatavojot ļoti plānus spārniņus (aptuveni 0,01 mm), kuriem abās pusēs bija vienāda temperatūra. *P. Ļebedeva* mērījumi parādīja, ka gaismas spiediens eksistē un uz spoguļvirsmu tas ir 2 reizes lielāks nekā uz nomelnotu virsmu, kā to arī paredz teorija. Aprēķinātā spiediena skaitliskā vērtība 20% robežās saskanēja ar teorētiski paredzēto.



30.17. att.



30.18. att.

* Ja stipri retinātā gāzē (molekulu savstarpējās sadursmes ir ļoti retas) ievietotu plāksnīti apgaismo un tās viena virsma sasilst vairāk nekā otra, tad gāzes spiediens uz plāksnīti ir lielāks tajā pusē, kurā plāksnītes virsmas temperatūra ir augstāka. Šo parādību sauc par *radiometrisko efektu*.

Ļebedeņa eksperimenti izpelnījās pasaules zinātnieku cieņu un apbrīnu ne tikai ar iegūtā rezultāta nozīmi, bet arī ar virtuozu smalkā eksperimenta izpildījumu.

Krietni vēlāk, 1923. gadā, vācu fiziķis *V. Gerlahs* (1889—1979) eksperimentu atkārtoja, izmantojot iespēju sasniegt daudz labāku vakuumu, nekā to varēja Ļebedeņa laikā, un ieguva rezultātus, kas no teorētiski aprēķinātajiem atšķīrās tikai par 2%.

P. Ļebedeņš 1907. gadā veica vēl grūtāku uzdevumu — izmērija gaismas spiedienu uz gāzēm. Ļebedeņa iekārtas vienkāršota shēma parādīta 30.18. attēlā. Gaisma iziet caur stikla sienu *A* un iedarbojas uz gāzi, kas aizpilda cilindrisku kanālu *B*. Gaismas spiediena dēļ daļa gāzes aizplūst uz otru cilindru *C*, spiež uz tajā ievietotu tievā pavedienā *D* iekārtu virzuli *V*. Pavediens savērpjas, un savērpes leņķis proporcionāls gaismas spiedienam.

30.3. KOMPTONA EFEKTS

Gaismas korpuskulu daba izpaužas amerikāņu fiziķa *A. Komptona* (1892—1962) novērotajā (1922) parādībā, kura nosaukta par *Komptona efektu*.

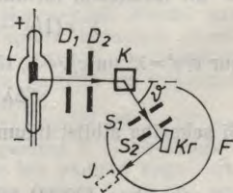
A. Komptons pētīja rentgenstaru izkliedi dažādās vielās. Viņa lietotās iekārtas shēma parādīta 30.19. attēlā. Rentgenstari no avota *L* caur svina diafragmām *D*₁ un *D*₂ krīt uz pētāmā materiāla ķermeni *K*, kurā notiek izkliede. Izklidētā starojuma spektra izpētei lieto rentgenstaru spektrogrāfu. Tas sastāv no ieejas spraugām *S*₁ un *S*₂, kristāla *Kr* un rentgenstaru registrēšanas ierīces, piemēram, fotofilmas *F* vai jonizācijas kameras *J*. A. Komptons ievēroja, — ja rentgenstarus izklidē vieglie elementi (Li, Be, B, ..., Cu), tad rentgenstaru spektrā bez linijām ar nemainītu viļņa garumu λ vēl ir linijas ar lielāku viļņa garumu λ' nekā krītošajā starojumā, pie tam viļņa garuma izmaiņa $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ atkarīga tikai no izklides leņķa θ (starp izklidēto staru un krītošo staru), bet nav atkarīga ne no starojuma viļņa garuma λ , ne arī no vielas, kurā izkliede notiek. Izklidētā starojuma intensitāte samazinās, palielinoties atomnumuram *Z*.

No daudziem mērījumiem A. Komptons secināja, ka

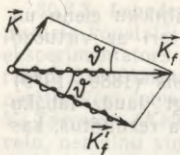
$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos \theta), \quad (30.36)$$

kur λ_C — konstante, ko sauc par *Komptona viļņa garumu*; Komptona iegūtā konstantes skaitliskā vērtība $\lambda_C = 2,41 \cdot 10^{-3}$ nm. Vēlāk tika noskaidrots, ka $\lambda_C = 2,426 \times 10^{-3}$ nm. Vislielākā izmaiņa $\Delta\lambda_{\max} = 2\lambda_C$ atbilst izklides leņķim $\theta = \pi$.

Rentgenstaru izkliedi, kas nav saistīta ar viļņa garuma izmaiņu, sauc par Tomsona izkliedi. Šo izkliedi izraisa atomi, un tā norisinās principā tāpat kā redzamās gaismas izkliede no sīkām daļiņām.



30.19. att.



30.20. att.

Visas Komptona efekta īpatnības var labi izskaidrot kvantu teorija, apskatot rentgenstaru fotonu mijiedarbību ar elektronu kā elastīgu sadursmi ar brīvu daļiņu. Vieglo elementu atomos ir relatīvi daudz «ārējo» ar kodolu vāji saistīto elektronu, un to saites enerģija salīdzinājumā ar rentgenstaru fotona enerģiju ir maza. Var uzskatīt, ka tie tiešām ir brīvi (nesaistīti). Fotona un elektrona elastīgās sadursmēs ir spēkā impulsa un enerģijas nezūdamības likumi. Pieņemot, ka pirms sadursmes elektronam impulsa nav, un apzīmējot tā impulsu pēc sadursmes ar \vec{K} , bet fotona impulsus pirms un pēc sadursmes ar \vec{K}_f un \vec{K}'_f (30.20. att.), impulsa nezūdamības likumu var uzrakstīt šādi:

$$\vec{K}_f = \vec{K}'_f + \vec{K}. \quad (30.37)$$

To pārrakstot skalārā formā, iegūst

$$K^2 = K_f^2 + K'^2_f - 2K_f K'_f \cos \theta. \quad (30.38)$$

Enerģijas nezūdamības likumu var uzrakstīt šādi:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (30.39)$$

kur $h\nu$ un $h\nu'$ — fotona enerģija pirms sadursmes un pēc tās; m_0c^2 un mc^2 — elektrona pilnā enerģija pirms un pēc sadursmes; m_0 — elektrona miera masa; c — gaismas ātrums. Jāpiebilst, ka $mc^2 - m_0c^2 = W_k$ ir elektrona iegūtā kinētiskā enerģija. Šeit lietojamas relativitātes teorijas sakarības, jo starpība $h\nu - h\nu'$ ir liela un elektrona iegūtais ātrums arī var būt liels. Saskaņā ar relativitātes teoriju elektrona pilnā enerģija pēc sadursmes saistīta ar impulsu šādi:

$$mc^2 = c\sqrt{K^2 + m_0^2c^2}. \quad (30.40)$$

No (30.39) un (30.40) iegūst

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + c\sqrt{K^2 + m_0^2c^2}. \quad (30.41)$$

Ievērosim, ka $K_f = h\nu/c$ un $K'_f = h\nu'/c$, bez tam no (30.41) izteiksim K^2 un ievietosim formulā (30.38). So sakarību vienkāršojot, iegūst

$$c(1/\nu' - 1/\nu) = (h/(m_0c)) (1 - \cos \theta), \quad (30.42)$$

kur $c/\nu' = \lambda'$ un $c/\nu = \lambda$, tādēļ viļņa garuma izmaiņa

$$\Delta\lambda = (h/(m_0c)) (1 - \cos \theta). \quad (30.43)$$

Šī sakarība atbilst likumsakarībai (30.36), ja

$$\lambda_c = h/(m_0c). \quad (30.44)$$

No sakarības (30.44) iegūtā Komptona viļņa garuma λ_c vērtība ir $2,43 \cdot 10^{-3}$ nm, un tā labi saskan ar eksperimentos iegūto lielumu.

(No sakarības (30.44), ievietojot tajā eksperimentālo λ_c vērtību, kā arī m_0 un c vērtības, var aprēķināt Planka konstanti h . Šādi iegūtā h vērtība labi saskan ar rezultātiem, ko dod citas metodes.)

Tā kā $\Delta\lambda$ nav atkarīgs no λ un λ_c — mazs lielums salīdzinājumā ar redzamās gaismas viļņa garumu (aptuveni 500 nm), kļūst skaidrs, kāpēc redzamās gaismas izkliede nav saistīta ar viļņa garuma maiņu. Ja teorētiski tādu maiņu pieļautu, praktiski to šajā spektra rajonā nav iespējams konstatēt.

Elektronu, kas Komptona efektā iegūst impulsu, sauc par *atsitiena elektronu*. Var aprēķināt tā kinētisko enerģiju, kas atkarīga no izkļiedes leņķa. No enerģijas nezūdamības likuma izriet, ka

$$W_k = h\nu - h\nu'. \quad (30.45)$$

Šajā sakarībā var ievietot viļņu garumus un apzīmēt $\lambda_c/\lambda = \delta$. Tad kinētiskā enerģija

$$W_k = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{\delta(1 - \cos\theta)}{1 + \delta(1 - \cos\theta)}. \quad (30.46)$$

Maksimālo enerģiju atsitiena elektrons iegūst, ja fotons izkļiedējas tieši atpakaļ ($\theta = \pi$). Tad

$$W_{k\max} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\delta}{1 + 2\delta}. \quad (30.47)$$

Elektrona impulsu K var noteikt, izmantojot formulu (30.38).

Faktu, ka Komptona izkļiedes intensitāte samazinās, palielinoties atomnumuram, var izskaidrot ar to, ka šādos atomos relatīvi mazāk ir vāji saistīto («brīvo») elektronu, tādēļ biežāk notiek nevis Komptona izkliede, bet Tomsona izkliede.

30.4. ELEKTROMAGNĒTISKĀ STAROJUMA KORPUSKULU UN VIĻŅU ĪPAŠĪBU DIALEKTISKĀ VIENOTĪBA

Apskatot termisko starojumu, fotoefektu un Komptona efektu, pārlicinājāmie, ka šīs parādības var labi aprakstīt, ja uzskata gaismu par fotonu plūsmu. Gaismas korpuskulu īpašības izpaužas arī citās parādībās, piemēram, luminiscencē, atsevišķu atomu un molekulu gaismas emisijā, fotoķīmiskajos procesos utt. Tā atkal ir atdzimusi gaismas korpuskulu teorija. Taču gaismas fotonu teorija ir atgriešanās pie korpuskulu teorijas jaunā, augstākā pakāpē. Fotoni nav tās pašas Ņūtona mehāniskās «gaismas» daļiņas. Fotoniem piemīt šīs korpuskulu īpašības — masa, impulss, enerģija — organiski saistītas ar gaismas viļņu īpašībām — viļņa garumu un frekvenci. Te labi saskatāma dialektiskā attīstība pa spirāli.

Gaismas interferenci, difrakciju un polarizāciju (sk. 25. . . 27. nodaļu) savukārt var aprakstīt, pieņemot, ka gaisma ir elektromagnētisks vilnis. Tādēļ angļu fiziķis Dž. Relejs ne bez pamata apgalvoja, ka interferences parādību jomā gaismas viļņu teorija ir guvusi visgrandiozāko uzvaru.

Sajā sakarībā neizbēgami rodas jautājums — kas tad isti ir gaismā? Reaģējot uz fizikā radušos situāciju, savā laikā angļu fiziķis H. Bregs jautāja: «Vai tiešām pirmdienās, otrdienās un trešdienās, kad veicam eksperimentus, pētot fotoefektu vai Komptona efektu, mums jāuzskata, ka gaisma sastāv no daļiņām, bet ceturtdienās, piektdienās un sestdienās, nodarbojoties ar difrakciju un interferenci, gaismā jāuzskata par vilni?» Tātad, vai gaismā ir diskrēti no avota haotiski emitēti fotoni plūsma vai nepārtraukti elektromagnētiski viļņi, ko izstaro avots?

Jau pašā jautājuma nostādņē izpaužas klasiskais priekšstats, ka korpuskulu un viļņu īpašības nav savienojamas un to «pierakstīšana» vienam objektam ir pretdabiska. Mūsdienu fizikā ir pārliecinājusies, ka šāds priekšstats ir maldīgs. Patīk tas mums vai ne, grūti mums to saprast vai ne, bet gaismai vienlaikus piemīt gan viļņu, gan korpuskulu īpašības, tā vienlaikus ir gan vilnis, gan daļiņu plūsma. *Gaismai piemīt viļņu—korpuskulu duālisms*. Mūsdienu kvantu elektrodinamikā apvienoti abi priekšstati. Gaismas dabas korpuskulu—viļņu traktējums veido vienu veselu, un abas tā daļas viena otru nevis izslēdz, bet papildina.

Īpašību duālismu vispirms konstatēja gaismai. Taču tas piemīt arī citiem objektiem — daļiņām, kurām vieglāk bija uztveramas un pirmās arī tika ievērotas korpuskulu īpašības, piemēram, elektroniem, atomiem, molekulām. Pēc tam noskaidrojās, ka arī elektronu un atomu plūsmā novērojama difrakcija un interference. Tādēļ var runāt par šo *daļiņu korpuskulu—viļņu duālismu*.

Sakarību starp gaismas viļņu un korpuskulu īpašībām nosaka M. Borna (1882—1970) izvirzītā (1926) statistiskā interpretācija.

|| **Gaismas viļņa amplitūdas kvadrāts kādā telpas punktā ir proporcionāls fotona atrašanās varbūtībai šajā punktā.**

VI DAĻA

KVANTU MEHĀNIKAS UN ATOMFIZIKAS ELEMENTI

Sajā un divās nākamajās fizikas kursa daļās iztirzātas mikropasaules parādības un likumi. Izrādās, ka mikropasaules parādības notiek pēc citiem, no makropasaules likumiem atšķirīgiem — kvantu fizikas likumiem. Dažas fizikālas parādības (termiskais starojums, fotoefekts, Komptona efekts), kuras var izskaidrot tikai ar kvantu fizikas likumiem, jau aplūkotas kvantu optikā (29. un 30. nod.). Šajā daļā aplūkotās 1) kvantu fizikas galvenās idejas, pamatlikumi un to eksperimentālais pamatojums, 2) daļiņas kvantu mehānikas pamatvienādojumi un tās vienkāršākie kustības gadījumi, 3) atoma uzbūves jautājumi un svarīgākās parādības, kas saistītas ar procesiem atomos un molekulās.

31. NODAĻA

KVANTU MEHĀNIKAS ELEMENTI

31.1. DE BROJĪ VIĻŅI

31.1.1. De Brojī hipotēze. Iepriekšējās nodaļās tika noskaidrots, ka elektromagnētiskajam starojumam piemīt gan viļņu, gan arī korpuskulu īpašības. Šī starojuma daļiņu — fotonu (gaismas kvantu) īpašību raksturošanai bez korpuskulu parametriem (masa, impulss) jāizmanto arī viļņu parametri (frekvence, viļņa garums). Tā kā fotona enerģija $\epsilon = h\nu$ (30.12) un impulss $K = h/\lambda$ (30.18), atbilstošos viļņu parametrus var izteikt šādi: frekvence $\nu = \epsilon/h$ un viļņa garums $\lambda = h/k$. Seit h — Planka konstante.

Franču fiziķis *L. de Brojī* izteica (1923) hipotēzi, kuru pēc tam apstiprināja eksperimenti, ka šādas divējādas īpašības piemīt ne tikai elektromagnētiskajam starojumam, bet arī vielas daļiņām, un viļņu—korpuskulu duālisms ir vispārīga matērijas īpašība. Tātad arī daļiņām ar miera masu m_0 , ātrumu v , relativistisko masu $m = m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$, enerģiju $W = mc^2$ un impulsu $\vec{K} = m\vec{v}$ piemīt viļņu īpašības un daļiņu viļņu parametrus var noteikt pēc tām pašām

sakarībām, kuras derīgas fotoniem. Tad ar daļiņu kustību ir saistīta frekvence

$$\nu = W/h = mc^2/h \quad (31.1)$$

un viļņa garums

$$\lambda = h/K = h/(mv). \quad (31.2)$$

Aizvietojot viļņa garumu λ ar viļņa vektoru \vec{k} (skaitliski $k = 2\pi/\lambda$), sakarību (31.2), kuru sauc par de Brojī formulu, var uzrakstīt vektorialā formā:

$$\vec{k} = \vec{K}/\hbar, \quad (31.3)$$

kur $\hbar = h/(2\pi)$.

Ja kustības ātrumi ir mazi ($v \ll c$), tad $m \approx m_0$, $v = \sqrt{2W_k/m_0}$ un $K = mv \approx m_0v = \sqrt{2m_0W_k}$. Tādā gadījumā elektriski lādētai daļiņai (lādiņš e), kura ieguvusi kinētisko enerģiju W_k elektriskajā laukā, izejot potenciālu starpību U (iegūtā kinētiskā enerģija $W_k = eU$ un impulss $K = \sqrt{2m_0eU}$), de Brojī viļņa garums

$$\lambda = h/\sqrt{2m_0W_k} = h/\sqrt{2m_0eU}. \quad (31.4)$$

Lielu ātrumu gadījumā jāizmanto sakarības $K = mv$; $m = m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$ un $W_k = mc^2 - m_0c^2$ (sk. 5.6. §). Izslēdzot no šīm sakarībām v un m , iegūst

$$K = \sqrt{2m_0W_k + W_k^2/c^2}. \quad (31.5)$$

Ja $W_k^2/c^2 \ll 2m_0W_k$, resp., $W_k \ll m_0c^2$, tad formulas (31.5) vietā var lietot formulu $K = \sqrt{2m_0W_k}$.

Jo lielāka daļiņas miera masa m_0 un kinētiskā enerģija W_k , jo mazāks ir tās de Brojī viļņa garums λ . Tā, piemēram, elektronam, kura kinētiskā enerģija $W_k = 1$ eV, atbilst viļņa garums $\lambda = 1,23 \times 10^{-9}$ m, bet, ja $W_k = 10^6$ eV, tad $\lambda = 8,7 \cdot 10^{-13}$ m. Ja ar elektrona kustību var saistīt viļņu procesu un ir tādas parādības, kurās izpaužas elektronu viļņu īpašības, tad šādus viļņu garumus iespējams eksperimentāli izmērīt. Turpretī, ja kustas makroskopisks ķermenis, tad atbilstošais de Brojī viļņa garums ir tik mazs, ka to nevienā ar šī ķermeņa kustību saistītā parādībā konstatēt nav iespējams. Piemēram, ja $m = 10^{-6}$ kg un $v = 1$ m/s, tad $\lambda = 6,6 \cdot 10^{-28}$ m.

Secinājums: kaut gan viļņu īpašības principā piemīt visiem ķermeņiem, tomēr novērot parādības, kurās izpaužas daļiņu viļņu īpašības, var tikai mikropasaulē.

31.1.2. De Brojī viļņu fāzes un grupas ātrums. Kā zināms, viļņa garumu λ un frekvenci ν ar viļņu fāzes ātrumu saista sakarība $v_f = \lambda\nu$. Tādēļ no formulām (31.1) un (31.2) izriet, ka de Brojī viļņu fāzes ātrums

$$v_f = c^2/v. \quad (31.6)$$

Tāpat fāzes ātrums v_t atkarīgs no daļiņas ātruma v , pie tam $v_t > c$, jo $v < c$. (Tas nav pretrunā ar speciālo relativitātes teoriju, jo fāzes ātrums nenosaka enerģijas izplatīšanās ātrumu, kurš nevar būt lielāks par c .)

Izsakot no sakarības (31.2) ātrumu v ar λ un ievietojot formulā (31.6), iegūst

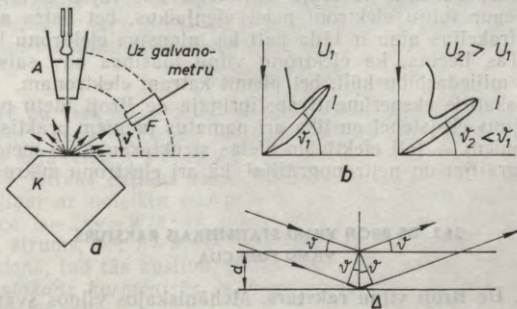
$$v_t = (c^2/h)m\lambda. \quad (31.7)$$

Formula (31.7) rāda, ka de Brojī viļņiem piemīt dispersija — to fāzes ātrums v_t ir atkarīgs no viļņa garuma λ . Tādēļ de Brojī viļņu paketes kustības raksturošanai jālieto grupas ātrums v_g (sk. 22.6.4. nodalījumu). Saskaņā ar formulu (22.30) grupas ātrums $v_g = d\omega/dk$. Tā kā $\hbar\omega = hv = W$, bet $\hbar k = h/\lambda = K$, tad $d\omega/dk = dW/dK$. No speciālās relativitātes teorijas (sk. formulu (5.49)) zināms, ka enerģija $W = \sqrt{m_0^2 c^4 + K^2 c^2}$. Tātad $dW/dK = c^2 K / \sqrt{m_0^2 c^4 + K^2 c^2} = c^2 K / W$. Ievērojot, ka $K = mv$ un $W = mc^2$, iegūst $dW/dK = v$, resp.,

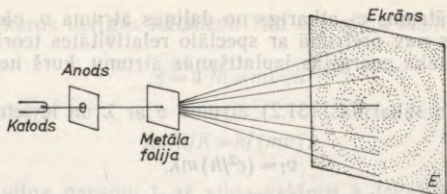
$$v_g = v, \quad (31.8)$$

t. i., de Brojī viļņu paketes grupas ātrums ir vienāds ar daļiņas ātrumu.

31.1.3. Daļiņu viļņu īpašību eksperimentālie pierādījumi. Pirmoreiz tie tika iegūti 1927. gadā. Amerikāņu fiziķi *K. Deivisons* un *L. Džērmers* pētīja lēnu elektronu (enerģija 30...400 eV) atstarošanos no niķeļa monokristāla. Šajos eksperimentos elektronu kūli, kas krīt uz niķeļa kristālu *K*, veido elektronu prožektors *A* (31.1. att. *a*) ar maināmu potenciālu starpību *U* elektronu paātrināšanai. Elektronu uztvērēju *F*, kas savienots ar galvanometru, var pārvietot pa riņķa līniju un noteikt dažādos virzienos (atkarībā no leņķa θ starp kristāla atomplakni un atstarošanas virzienu) atstaroto elektronu skaitu. Šis elektronu skaits ir proporcionāls galvanometra uzrādītajai strāvai *I*.



31.1. att.



31.2. att.

Rezultāti bija negaidīti — pastāvēt kādam konstantam spriegumam U , t. i., konstantam elektronu ātrumam v , atstaroto elektronu skaits dažos virzienos θ strauji pieauga, līdz sasniedza maksimumu (31.1. att. b). Mainot spriegumu U , maksimumi novērojami dažādos virzienos θ , kuri apmierina nosacījumu $\Delta = 2d \sin \theta = k\lambda$. Seit Δ — gājienu difference elektronu, kuri atstaroti no blakus novietotām atomplaknēm (31.1. att. c); d — attālums starp kristālu atomplaknēm; k — vesels skaitlis; λ — de Brojī viļņa garums. Šis nosacījums ir analogs Vulfa—Bregu formulai, kura iegūta rentgenstariem. Tādēļ novērotā parādība ir *elektronu difrakcija*. Tā aprakstāma līdzīgi kā rentgenstaru difrakcija, izmantojot elektronu de Brojī viļņus.

Angļu fiziķis Dž. P. Tomsons 1927. gadā novēroja difrakciju, ātru elektronu ($W_k \approx 10^4$ eV) kūlim ejot caur plānu (10^{-4} mm) polikristālisku metāla (Au, Ag, Pt, Al) foliju (31.2. att.). Uz fluorescējoša ekrāna E (vai fotoplates) iegūtā aina ir līdzīga tai, ko iegūst rentgenogrāfijā pēc Debaja—Sērera metodes, un maksimumu virzienus tajā var aprēķināt pēc Vulfa—Bregu formulas, izmantojot elektronu de Brojī viļņa garumu.

Vēlāk citi pētnieki novēroja arī *neitronu, protonu un atomu kūļu difrakciju*. Tas pierādīja, ka arī šīm daļiņām piemīt viļņu īpašības.

1949. gadā Maskavā L. Biberns, N. Suškins un V. Fabrikants ilgstoši eksperimentā novēroja difrakciju ļoti vājos elektronu kūļos, kad caur foliju elektroni neiet vienlaikus, bet katrs atsevišķi. Iegūtā difrakcijas aina ir tāda pati kā intensīva elektronu kūļa gadījumā. Tas liecina, ka elektronu viļņu īpašības nav saistītas ar elektronu mijiedarbību kūlī, bet piemīt katram elektronam.

Tā apskatītie eksperimenti apstiprināja de Brojī ideju par «matērijas viļņu» eksistenci un lika arī pamatus jauniem praktiskās fizikas virzieniem — ļoti efektīvām vielas struktūranalīzes metodēm — elektronogrāfijai un neitronogrāfijai, kā arī elektronu mikroskopijai.

31.2. DE BROJĪ VIĻŅU STATISTISKAIS RAKSTURS. VIĻŅU FUNKCIJA

31.2.1. De Brojī viļņu raksturs. Mehāniskajos viļņos svārstās vi-des daļiņas. Elektromagnētiskie viļņi ir telpā un laikā mainīgi elek-triskie un magnētiskie lauki. Kas ir de Brojī viļņi? L. de Brojī sā-

kotnēji uzskatīja, ka šie viļņi ir daļiņas masas un lādiņa (ja daļiņa ir elektriski lādēta) periodisks sadalījums viļņa aizņemtajā telpas apgabalā. Tomēr mēģinājumi identificēt daļiņu ar de Brojī viļņu paketi bija neveiksmīgi, jo šādu viļņu pakete, ja tā sākumā būtu lokalizēta nelielā telpas apgabalā, ļoti īsā laikā dispersijas dēļ izplūstu telpā, bet zinām, ka daļiņas tilpums nemainās. Vēl bez tam daļiņu mijiedarbības procesos, piemēram, difrakcijas eksperimentos viļņu paketei būtu jāsadala daudzās daļās, tomēr daļiņa paliek vesela, t. i., saglabā savu individualitāti.

Citu — statistisku de Brojī viļņu interpretāciju 1926. gadā deva vācu fiziķis teorētiķis M. Borns. Tā ir analoga gaismas viļņu īpašību izskaidrojumam gaismas kvantu teorijā, saskaņā ar kuru fotoni (gaismas kvanti) difrakcijas un interferences procesā nezaudē savu individualitāti (frekvence nemainās). Fotoni tikai sadalās telpā tā, ka maksimumu vietās nonāk vairāk fononu nekā minimuma vietās, t. i., fononu atrašanās varbūtība kādā vietā ir lielāka, ja lielāka šajā telpas punktā ir gaismas intensitāte, resp., gaismas viļņu amplitūdas kvadrāts. Saskaņā ar M. Borna interpretāciju fizikāla jēga ir tikai de Brojī viļņu amplitūdas kvadrātam — tas nosaka varbūtību atrast daļiņu noteiktā punktā, precīzāk, tilpuma vienībā šā punkta tuvumā. Daudzu daļiņu gadījumā (daļiņu kūlī) tās, piemēram, difrakcijas procesā statistiski sadalās tā, ka daļiņu blīvuma (skaita uz laukuma vienību) sadalījums ir līdzīgs gaismas intensitātes sadalījumam, ja gaismas viļņa garums vienāds ar daļiņu de Brojī viļņa garumu. Pašus par sevi de Brojī viļņus nevar novērot, tie ir tikai palīglielums daļiņu viļņu īpašību raksturošanai.

31.2.2. Viļņu funkcija. Kvantu mehānikā mikrodaļiņas aprakstam lieto viļņu funkciju. Tā ir kompleksa koordinātu un laika funkcija $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$. Šīs funkcijas kvadrāts $|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$, kur Ψ^* — kompleksā saistītā funkcija, un tas izsaka daļiņas atrašanās varbūtību tilpuma vienībā (varbūtības blīvumu), bet $|\Psi|^2 dV$ izsaka daļiņas atrašanās varbūtību tilpuma elementā dV . Pati viļņu funkcija nav tieši izmērāma, un tikai daudzu vienādu daļiņu gadījumā to statistiskais sadalījums telpā atbilst viļņu funkcijas kvadrāta sadalījumam.

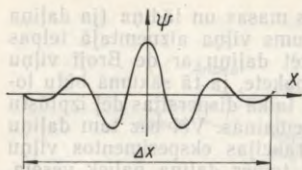
Visbiežāk kvantu mehānikā lieto normētas viļņu funkcijas. Vienai daļiņai *normēšanas nosacījums* ir šāds:

$$\int |\Psi|^2 dV = 1. \quad (31.9)$$

Jāintegrē pa visu telpu, kurā var atrasties daļiņa. Šis nosacījums ir ekvivalents apgalvojumam, ka apskatāmajā laika momentā daļiņa kaut kur šajā telpā ir atrodama.

31.2.3. Brīvas daļiņas viļņu funkcija. Saskaņā ar de Brojī hipotēzi daļiņai ar noteiktu enerģiju W un impulsu K atbilst cikliskā frekvence $\omega = 2\pi\nu = W/\hbar$ un viļņu skaitlis $k = 2\pi/\lambda = K/\hbar$, kur ν — daļiņas ātrums, bet $\hbar = h/(2\pi)$. Ja šāda daļiņa kustas pozitīvajā X ass virzienā, tad tās kustību, ņemot vērā daļiņas viļņu īpašības, apraksta *plakāns harmonisks de Brojī skrejviļnis* un tā vienādojumu var uzrakstīt šādi:

$$\Psi(x, t) = A \exp(i(kx - \omega t)) = A \exp((i/\hbar)(Kx - Wt)). \quad (31.10)$$



31.3. att.

X ass garuma vienības intervālā) $|\Psi|^2 = A^2 = \text{const}$. Tātad šādu daļiņu ar vienādu varbūtību var atrast jebkurā vietā uz X ass un tās koordināta ir pilnīgi nenoteikta.

31.2.4. Kustībā ierobežotas daļiņas viļņu funkcija. Ja zināms, ka daļiņa atrodas intervālā Δx , tad tās viļņu funkcijai jāatšķiras no nulles tikai šajā intervālā un tā nevar būt harmoniska funkcija. Tādu funkciju var iegūt, saskaitot daudzus skrejviļņus ar atšķirīgām frekvencēm ω (enerģijām W), resp., atšķirīgiem viļņu skaitļiem k (impulsiem K), un tā apraksta viļņu paketi. Matemātiski to var uzrakstīt šādas bezgalīgas summas, resp., integrāļa veidā:

$$\Psi(x, t) = \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} A(k) \exp(i(kx - \omega t)) dk, \quad (31.12)$$

kur k_0 — viļņu skaitļa vidējā vērtība; $A(k)$ — atsevišķo harmoniku amplitūdas, bet lielums Δk nosaka viļņu skaitļu intervālu un ir saistīts ar Δx , proti, jo mazāks Δx , jo lielāks Δk . Grafiski šāda viļņu funkcija parādīta 31.3. attēlā.

31.3. NENOTEIKTĪBAS PRINCIPS

31.3.1. Heizenberga nenoteiktību sakarība impulsam un koordinātai. Tā kā mikrodaļiņu kustībai piemīt viļņu īpašības, tās aprakstam jālieto īpašas (kvantu mehānikas) metodes, kuras būtiski atšķiras no klasiskās fizikas metodēm. Daudzi fizikāli jēdzieni jādefinē citādi, bet daži klasiskās fizikas jēdzieni pat zaudē savu jēgu.

Tā, piemēram, klasiskajā mehānikā uzskata, — zinot kādā laika momentā t_0 daļiņas koordinātas un impulsu, kā arī to, kādi spēki darbojas uz daļiņu, ir iespējams, izmantojot Ņūtona likumus, aprēķināt daļiņas koordinātas un impulsu jebkurā vēlākā vai agrākā laika momentā t , t. i., *katrs daļiņas stāvoklis ir likumsakarīgi saistīts ar iepriekšējo un precīzi nosakāms (Laplasa determinisms)*. Kvantu mehānikā daļiņas kustību raksturo viļņu funkcija, dodot daļiņas atrašanās varbūtības sadalījumu telpā. Tādēļ nevar runāt par pilnīgi noteiktu daļiņas atrašanās vietu (koordinātām). Lielā mērā savu nozīmi zaudē arī klasiskajā fizikā svarīgais

spēka jēdziens. Izrādās arī, ka mikrodaļiņas koordinātas un impulsu ar patvaļīgi lielu precizitāti vienlaikus noteikt nav iespējams.

Situācija, kad divus lielumus nav iespējams vienlaikus uzrādīt ar jebkuru precizitāti, pazīstama arī klasiskajā fizikā. Tāda īpašība piemīt viļņu paketei. Jo šaurākā telpas intervālā Δx ietilpināma pakete, jo lielāks ir atsevišķo tajā izejošo monohromatisko viļņu viļņa garumu intervāls $\Delta \lambda$. Monohromatiskam viļnim atbilst precīzi noteikts viļņa garums λ , t. i., $\Delta \lambda = 0$, bet tas aizņem neierobežoti lielu telpas apgabalu ($\Delta x = \infty$). Turpretī «vienā punktā» lokalizētai paketei ($\Delta x \rightarrow 0$) atbilstošais viļņu garumu intervāls kļūst neierobežoti liels ($\Delta \lambda \rightarrow \infty$).

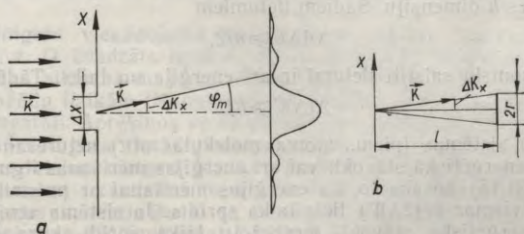
Līdzīgs stāvoklis ir arī mikropasaulē. Daļiņas atrašanās vieta (koordināta) saistīta ar viļņu funkcijas kvadrātu, bet de Brojī vieta garums — ar daļiņas impulsu. Tādēļ *nevar vienlaikus pēc patikas precīzi noteikt daļiņas koordinātas un impulsu*. Tādu apgalvojumu pirmais 1927. gadā izteica vācu fiziķis *V. Heizenbergs* nenoteiktības sakarību veidā:

$$\Delta x \Delta K_x \geq \hbar/2; \Delta y \Delta K_y \geq \hbar/2; \Delta z \Delta K_z \geq \hbar/2. \quad (31.13)$$

Tātad, jo precīzāk noteikta daļiņas koordināta (piem., Δx), jo lielāka ir daļiņas impulsa atbilstošās projekcijas nenoteiktība (ΔK_x).

Šīs sakarības principā saskan ar rezultātiem, kurus dod daļiņu difrakcija. Piemēram, iedomāsimies platu daļiņu kūli, kurā daļiņu impulsi ir \vec{K} , bet $K_x = 0$ (31.4. att. a). Novietosim kūļa ceļā tam perpendikulāri garu spraugu, lai izdalītu daļiņas ar noteiktu koordinātu x . Caur spraugu izejošām daļiņām koordinātas x nenoteiktība ir Δx (spraugas platums). Aiz spraugas difrakcijas dēļ daļiņu kustības virziens var veidot ar spraugas normāli leņķi φ . Centrālā difrakcijas maksimuma robežās $\sin \varphi$ var mainīties no nulles līdz $\lambda/\Delta x$, jo $d \sin \varphi_m = \lambda$ un $d = \Delta x$. Tas nozīmē, ka daļiņām aiz spraugas impulsa projekcija K_x var mainīties no nulles līdz $K_{x \max} = K \sin \varphi_m = K(\lambda/\Delta x)$. Ievērojot vēl, ka $\lambda = h/K$, iegūst $K_{x \max} = (K/\Delta x)(h/K) = h/\Delta x$. Tātad $\Delta x K_{x \max} = h$.

Aplūkojot vienu daļiņu, var teikt, ka aiz spraugas tās impulsa projekcijas K_x vērtība ir nenoteikta un sadalīta zināmā impulsa vērtību



31.4. att.

apgabālā. Kā redzams, mikrodaļiņas impulsa projekcijas nevar noteikt viennozīmīgi (absolūti precīzi). *Fizikāla jēga ir tikai impulsa projekcijas vidējai vērtībai un projekcijas novirzes jeb izkliedes vidējai kvadrātiskai vērtībai.* Tieši šis pēdējais lielums arī ir *impulsa projekcijas nenoteiktība* sakarībās (31.13).

Nenoteiktības sakarības rāda, kad var izmantot klasiskās mehānikas jēdzienus un lielumus daļiņu kustības aprakstam, piemēram, kādos apstākļos var runāt par daļiņas trajektoriju.

A. Pieņemsim, ka daļiņas masa ir viens miligramms ($m = 10^{-6}$ kg) un, lai konstatētu daļiņas trajektoriju, tās koordinātas jānosaka ar precizitāti līdz vienam mikrometram ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = 10^{-6}$ m). Sakarībā (31.13) aizvietojojot ΔK_x ar $m\Delta v_x$, iegūst, ka nenoteiktības principa dēļ $\Delta v_x \geq \hbar / (2m\Delta x) = 1,05 \cdot 10^{-34} / (2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6})$ m/s = $5 \cdot 10^{-23}$ m/s, t. i., ātruma nenoteiktība ir daudz mazāka par reāli sasniedzamo mērīšanas precizitāti. Tādēļ šajā gadījumā pilnīgi pamatoti var runāt par daļiņas trajektoriju.

B. Apskatīsim elektrona kustību elektronstaru lampā, kurai pielikta potenciālu diference $U = 10^4$ V. Ja uz ekrāna elektronu kūļa šķērsgriezuma rādiuss $r = 10^{-1}$ mm, bet lampas garums $l = 500$ mm (31.4. att. b), tad $\Delta K_x / K = r/l = 2 \cdot 10^{-4}$. Saskaņā ar formulu $K = \sqrt{2eUm_0}$ iegūst, ka elektrona impulss $K = 5 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s. Tādēļ $\Delta K_x = 10^{-26}$ kg·m/s, bet $\Delta x = \hbar / (2\Delta K_x) \approx 0,5 \cdot 10^{-8}$ m. Tas nozīmē, ka šādas elektrona kustības aprakstam var izmantot trajektorijas jēdzienu.

C. Ja gribētu noteikt elektrona trajektoriju atomā, kura izmēri ir aptuveni 10^{-10} m, elektrona koordinātas vajadzētu noteikt vismaz ar precizitāti $\Delta x = 10^{-11}$ m. Šajā gadījumā $\Delta v_x = \hbar / (2m\Delta x) = 1,05 \times 10^{-34} / (2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-11})$ m/s = $5,5 \cdot 10^6$ m/s. Atomā elektrona enerģija ir aptuveni 10 eV, un tam atbilst ātrums $2 \cdot 10^6$ m/s. Tātad ātruma nenoteiktība ir lielāka par pašu ātrumu. Tas rāda, ka elektrona kustību atomā nevar aplūkot kā kustību ar zināmu ātrumu pa noteiktu trajektoriju (Bora atoma modelis).

31.3.2. Heizenberga nenoteiktību sakarība enerģijai un laikam. Izrādās, ka kvantu mehānikā sakarības (31.13) ir viens šāda veida sakarību gadījums. Līdzīgas nenoteiktības sakarības ir spēkā jebkuram *kanoniski saistītu* fizikālu lielumu pārim A un B , t. i., tādu divu lielumu pārim, kuru reizinājuma dimensija ir vienāda ar Planka konstantes \hbar dimensiju. Šādiem lielumiem

$$\Delta A \Delta B \geq \hbar/2. \quad (31.14)$$

Tādi kanoniski saistīti lielumi ir arī enerģija un laiks. Tādēļ

$$\Delta t \Delta W \geq \hbar/2. \quad (31.15)$$

Seit Δt ir sistēmas (piem., atoma, molekulas utt.) uzturēšanās laiks noteiktā enerģētiskā stāvoklī vai arī enerģijas mērīšanas ilgums. Sakarība (31.15) nosaka to, ka enerģijas mērīšanai ar precizitāti ΔW jāpatērē vismaz $\hbar / (2\Delta W)$ liels laika spridis. Ja sistēma atrodas noteiktā enerģētiskā stāvoklī ierobežotu laika sprīdī, kura vidējais ilgums Δt , un pārejas momentā (tā nenoteiktība ir Δt) sistēmas ener-

ģija vidēji mainās par W , tad enerģijas izmaiņas nenoteiktība $\Delta W \geq \hbar/(2\Delta t)$. Piemēram, atomam pārejot no viena enerģētiskā stāvokļa uz citu, izstarotā gaismas kvanta enerģijas nenoteiktība ir atkarīga no tā, cik ilgi vidēji atoms atrodas ierosinātā stāvoklī. So laiku τ sauc par *atoma ierosinātā stāvokļa vidējo dzīves laiku*. Ņemot daudzu atomu tajās pašās pārejās izstaroto kvantu enerģijas, to izkliedes vidējā kvadrātiskā vērtība nevar būt mazāka par $\hbar/(2\tau)$. Šim enerģiju intervālam atbilstošo viļņa garumu vai frekvenču intervālu sauc par *spektrālliniņas dabīgo platumu*.

Nenoteiktību sakarības bieži izmanto, lai skaitliski novērtētu dažādu mikropasaules procesu sagaidāmos rezultātus.

31.4. ŠRĒDINGERA VIENĀDOJUMS

31.4.1. Nestacionārais Šrēdingera vienādojums. Klasiskajā mehānikā daļiņas kustības kinemātikas vienādojumus $x=x(t)$; $y=y(t)$; $z=z(t)$ var iegūt, atrisinot Ņūtona kustības diferenciālvienādojumus, kuri ir klasiskās mehānikas pamatvienādojumi un tiek postulēti. Mikrodaļiņu jebkurā laika momentā apraksta viļņu funkcija $\Psi(x, y, z, t)$. Lai šo viļņu funkciju iegūtu, arī nepieciešams pietiekami vispārīgs vienādojums. Šādu vienādojumu 1926. gadā deva austriešu fiziķis *E. Šrēdingers*. Daļiņai, kuras potenciālā enerģija W_p ir atkarīga no koordinātām un laika, ja daļiņas ātrums nav liels ($v \ll c$), viļņu funkciju $\Psi(x, y, z, t)$ var iegūt, atrisinot diferenciālvienādojumu t. s. nestacionāro Šrēdingera vienādojumu

$$i\hbar \partial \Psi / \partial t = -(\hbar^2 / 2m_0) \Delta \Psi + W_p \Psi. \quad (31.16)$$

Seit $i = \sqrt{-1}$ un Δ ir Laplasa operators (Dekarta koordinātu gadījumā $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$). Vienādojums (31.16) ir nerelativistiskās ($v \ll c$) kvantu mehānikas pamatvienādojums. So vienādojumu nevar iegūt, pamatojoties uz kādiem vispārīgākiem principiem. Tas ir jāpostulē. *E. Šrēdingers* šo vienādojumu uzrakstīja, izmantojot mehānikas un optikas parādību matemātiskā apraksta līdzību un ievērojot, ka brīvai daļiņai, kura kustas noteiktā virzienā, vienādojuma atrisinājums ir de Brojī skrejvilnis.

Šrēdingera vienādojuma atrisinājumā iegūtās viļņu funkcijas $\Psi(x, y, z, t)$ kvadrāts izsaka daļiņas atrašanās varbūtības sadalījumu telpā atkarībā no laika. Zinot viļņu funkciju, iespējams aprēķināt dažādu fizikālo lielumu vidējās vērtības, kuras var izmērīt arī eksperimentāli. Aprēķinos un eksperimentos iegūto rezultātu saskaņa pierāda Šrēdingera vienādojuma pareizību.

Lai no visiem matemātiski iespējamiem Šrēdingera vienādojuma atrisinājumiem izraudzītos to, kuram ir fizikāla jēga, jāraugās, lai atrisinājums apmierinātu t. s. *standartnosacījumus*, kuri izriet no viļņu funkcijas (Ψ funkcijas) fizikālās būtības. Viļņu funkcijai jābūt 1) galīgai (daļiņas atrašanās varbūtības blīvums nevar būt bez-

galīgs), 2) viennozīmīgai (daļiņas atrašanās varbūtības blīvumam nevienā telpas punktā nevar būt vairākas vērtības), 3) nepārtrauktai un ar nepārtrauktiem atvasinājumiem pēc koordinātām un laika, 4) kvadrātiski integrējamai. (Integrālis $\int |\Psi|^2 dV$ nosaka varbūtību, ka daļiņa kaut kur telpā atrodas. Ierobežotas kustības gadījumā šim integrālim jābūt galīgam, bet, ja viļņu funkcija ir normēta, — vienādam ar vienu.) Viļņu funkciju ar šādām īpašībām sauc par *fizikāli labu viļņu funkciju*.

31.4.2. Stacionārais Šrēdingera vienādojums. Stacionārā spēku laukā, kad daļiņas potenciālā enerģija W_p nav tieši atkarīga no laika, sagaidāms, ka arī daļiņas atrašanās varbūtības sadalījums telpā nav tieši atkarīgs no laika. Šim stacionārajam varbūtības sadalījumam atbilstošo viļņu funkciju var sadalīt divos reizinātajos, no kuriem viens ir atkarīgs tikai no koordinātām, bet otrs — tikai no laika, pie tam pēdējo var uzrakstīt tādā pašā formā kā de Brojī viļņiem, t. i.,

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \exp(-iWt/\hbar). \quad (31.17)$$

Seit $\psi(x, y, z)$ — *stacionārā viļņu funkcija*; W — daļiņas pilnā enerģija. Tad $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = \psi \exp(-iWt/\hbar) \psi^* \exp(iWt/\hbar) = \psi\psi^* = |\psi|^2$, t. i., daļiņas atrašanās varbūtības sadalījumu tiešām nosaka tikai stacionārā viļņu funkcija.

Ievietojot $\Psi(x, y, z, t)$ izteiksmi (31.17) vienādojumā (31.16), redzams, ka $i\hbar \psi(-iW/\hbar) \exp(-iWt/\hbar) = -(\hbar^2/2m_0) \exp(-iWt/\hbar) \Delta\psi + W_p \psi \exp(-iWt/\hbar)$. Pēc saīsināšanas ar $\exp(-iWt/\hbar)$, iegūst vienādojumu

$$-\hbar^2/2m_0 \Delta\psi + W_p \psi = W\psi \quad \text{jeb} \quad (31.18)$$

$$\Delta\psi + \left(\frac{2m_0}{\hbar^2} \right) (W - W_p) \psi = 0, \quad (31.19)$$

kuru atrisinot var noteikt stacionāro viļņu funkciju. So vienādojumu sauc par *stacionāro Šrēdingera vienādojumu*.

Daļiņas pilnā enerģija W ir stacionārā Šrēdingera vienādojuma parametrs. Tās enerģijas vērtības, kurām iespējami tādi šī vienādojuma atrisinājumi, kas apmierina standartnosacījumus, sauc par *īpašvērtībām*, bet atrisinājumus — par *īpašfunkcijām*. Enerģijas īpašvērtības var veidot gan nepārtrauktu, gan arī diskretu (kvantētu) vērtību rindu jeb spektru. Kā redzams, enerģijas kvantēšanas nosacījumi dabiski izriet no Šrēdingera vienādojuma un standartnosacījumiem.

31.4.3. Cēloņsakarība (determinisms) kvantu mehānikā. Klasiskajā mehānikā ir spēkā Laplasa determinisms (sk. 31.3.1. nodaļojumu). Mikropasaulē daļiņu viļņu īpašību dēļ cēloņsakarība izpaužas citādi. Mikrodaļiņas atrašanās varbūtības sadalījumu un ar to saistītās fizikālo lielumu vidējās vērtības apraksta viļņu funkcija. Ja tā ir zināma kādā laika momentā t , tad, izmantojot Šrēdingera vienādojumu (31.16), kas satur viļņu funkcijas atvasinājumu pēc

laika, var viennozīmīgi noteikt viļņu funkciju arī nākamajā laika momentā, t. i., var noteikt daļiņas atrašanās varbūtības sadalījumu un fizikālo lielumu vidējās vērtības, kas pilnīgi atbilst cēloņsakarības principa prasībām.

31.5. DAĻIŅA VIENDIMENSIJAS TAISNSTŪRA POTENCIĀLĀ BEDRĒ

31.5.1. Daļiņas enerģijas īpašvērtības un īpašfunkcijas. Brīvas daļiņas viļņu funkcija ir de Broji skrejviļņa vienādojums (sk. 31.4.1. nodalījumu). Attiecībā uz daļiņu, kas atrodas spēku laukā, Srēdingera vienādojuma atrisināšana parasti ir visai sarežģīts uzdevums. Seit apskatīsim visvienkāršāko gadījumu — daļiņas viendimensijas kustību (pa X asi), kas ierobežota galīgā intervālā $0 < x < l$. Ja daļiņa nonāk punktā $x=0$ vai $x=l$, uz to darbojas bezgalīgi lieli spēki, kas vērsti uz intervāla iekšieni. Tas nozīmē, ka šajos punktos daļiņas potenciālā enerģija bezgalīgi strauji un neierobežoti pieaug. Tādēļ saka, ka daļiņa atrodas bezgalīgi dziļā viendimensijas taisnstūra potenciālajā bedrē (31.5. att. a).

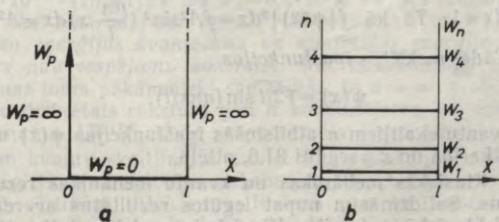
Pieņemsim, ka bedres iekšienē daļiņa ir brīva un intervālā $0 < x < l$ potenciālā enerģija $W_p=0$, bet ārpus bedres ($x \leq 0$; $x \geq l$) potenciālā enerģija $W_p=\infty$ un daļiņa nekad tur nevar nokļūt. Tādēļ ārpus bedres viļņu funkcija $\psi=0$. Lai noteiktu ψ intervālā $0 < x < l$, jāatrisina stacionārais Srēdingera vienādojums (jo potenciālā enerģija $W_p=0$ un nav atkarīga no laika). Apzīmējot $2m_0W/\hbar^2$ ar k^2 , Srēdingera vienādojums (31.19) uzrakstāms šādi:

$$d^2\psi/dx^2 + k^2\psi = 0. \quad (31.20)$$

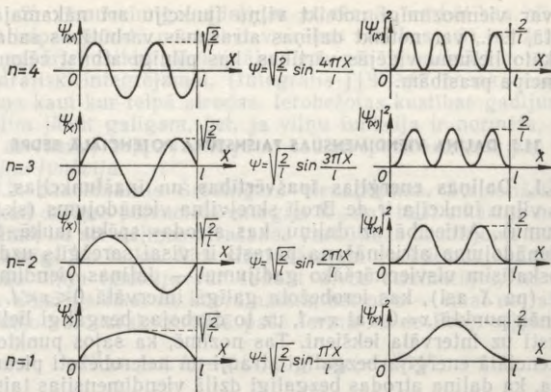
Tā atrisinājums vispārīgā veidā

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx, \quad (31.21)$$

kur A un B — patvaļīgas konstantes. Šī funkcija $\psi(x)$ ir galīga, viennozīmīga un kvadrātiski integrējama. Nepārtrauktības dēļ tai jāklūst vienādei ar nulli punktos $x=0$ un $x=l$ (ārpus bedres $\psi=0$). Pirmais nosacījums $\psi(0)=0$ dod $0=A \cdot 0 + B$ jeb $B=0$. No otrā nosacījuma $\psi(l)=0$ izriet, ka atrisinājums (31.21) ir fizikāli labs, ja



31.5. att.



31.6. att.

$k = n\pi/l$, kur $n = 1; 2; 3; \dots$ (neder $n=0$, jo tas nozīmētu, ka visur $\psi \equiv 0$, t. i., daļiņas nekur nav). Derīgajām k vērtībām atbilst diskrets enerģijas spektrs

$$W_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 l^2} n^2. \quad (31.22)$$

Šeit n ir kvantu skaitlis un atļautās enerģijas vērtības (enerģijas līmeņi) ir proporcionālas tā kvadrātam (31.5. att. b). Tā, risinot Šrēdingera vienādojumu, esam nonākuši pie enerģijas kvantēšanas.

Tā kā $n \neq 0$, tad arī *minimālā enerģijas vērtība* $W_{\min} = \pi^2 \hbar^2 / (2m_0 l^2) \neq 0$. Tas ir raksturīgi mikrodaļiņām arī citos gadījumos, jo nenoteiktības principa dēļ mikrodaļiņai, kura atrodas ierobežotā telpas apgabalā, impulss un reizē arī kinētiskā enerģija nevar būt vienāda ar nulli. Piemēram, pat absolūtās nulles temperatūrā atomi atrodas kustībā («nulles svārstības»).

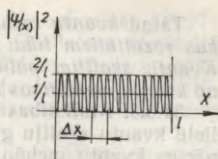
Lai noteiktu konstanti A , izmantosim normēšanas nosacījumu $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$. Tā kā $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = \int_0^l A^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi}{l} x \right) dx = A^2 l / 2$, tad $A = \sqrt{2/l}$. Tādēļ meklētās *īpašfunkcijas*

$$\psi(x) = \sqrt{2/l} \sin(n\pi x/l). \quad (31.23)$$

Dažiem kvantu skaitļiem n atbilstošās īpašfunkcijas $\psi(x)$ un lielumi $|\psi(x)|^2$ atkarībā no x parādīti 31.6. attēlā.

31.5.2. Klasiskās mehānikas un kvantu mehānikas rezultātu salīdzinājums. Salīdzināsim nupat iegūtos rezultātus ar rezultātiem, kurus dod klasiskā mehānika. Klasiskais modelis: daļiņa (materiāls punkts) kustas pa ideāli gludu horizontālu virsmu X ass virzienā

starp punktiem $x=0$ un $x=l$, kuros atrodas X asij perpendikulāras plakanas sienas, un daļiņas sadursmes ar šīm sienām ir absolūti elastīgas. Pēc katras sadursmes mainās uz pretēju tikai daļiņas ātruma virziens (pagrieziena punkts), bet nemainās ātruma modulis. Tādēļ daļiņa vienādi bieži atrodas jebkurā vietā robežās no $x=0$ līdz $x=l$, t. i., daļiņas atrašanās varbūtības blīvums pa visu nogriezni l ir vienāds ($1/l$) un grafiski to attēlo X asij paralēla taisne. Daļiņas ātrums var būt patvaļīgs, arī vienāds ar nulli. Tātad daļiņas enerģija nav kvantēta un tās minimālā vērtība $W=0$.



31.7. att.

Taču, risinot Srēdingera vienādojumu, ir noskaidrots, 1) ka daļiņai var būt tikai diskrētas enerģijas (ātruma) vērtības, kas atšķiras no nulles, un 2) ka daļiņas atrašanās varbūtības blīvums intervālā $0 < x < l$ nav konstants, bet periodiski mainās atkarībā no x starp vērtībām nulle un $2/l$.

Nav nekādu principiālu ierobežojumu Srēdingera vienādojuma lietošanai makrodaļiņas aprakstā. Analizējot iegūtos rezultātus no šī viedokļa, aplūkosim dažus lielumus kvantitatīvi. Daļiņai pārejot no līmeņa n uz līmeni $n+1$, tās enerģijas absolūto izmaiņu ΔW un relatīvo izmaiņu $\Delta W/W$, kā tas izriet no sakarības (31.22), var izteikt šādi:

$$\Delta W = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 l^2} (2n+1); \quad \frac{\Delta W}{W} = \frac{2n+1}{n^2}, \quad (31.24)$$

bet daļiņas minimālo enerģiju W_1 var izteikt no sakarības (31.22), liekot tajā $n=1$. Lielumi ΔW un W_1 ir jo mazāki, jo platāka ir potenciālā bedrē (l) un jo lielāka ir daļiņas masa (m_0), bet $\Delta W/W \rightarrow 0$, ja $n \rightarrow \infty$. Tā elektronam ($m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) mikrobedrē ($l = 2 \cdot 10^{-10}$ m) enerģijas absolūtā izmaiņa $\Delta W = 9,2(2n+1)$ eV un minimālā enerģija $W_1 = 9,2$ eV, bet makrobedrē ($l = 2 \cdot 10^{-2}$ m) enerģijas absolūtā izmaiņa $\Delta W = 9,2 \cdot 10^{-16}(2n+1)$ eV un minimālā enerģija $W_1 = 9,2 \cdot 10^{-16}$ eV, turpreti makrodaļiņai ($m_0 = 1$ mg $= 10^{-6}$ kg) tajā pašā makrobedrē ($l = 2 \cdot 10^{-2}$ m) enerģijas absolūtā izmaiņa $\Delta W = 8,4 \cdot 10^{-41} \cdot (2n+1)$ eV un $W_1 = 8,4 \cdot 10^{-41}$ eV. Kā redzams, makrobedrē ne tikai makrodaļiņai, bet arī elektronam ΔW un W_1 ir tik mazi lielumi, ka enerģijas kvantēšanu un minimālās enerģijas atšķirību no nulles nav iespējams konstatēt. Pat mikrodaļiņai mikrobedrē kvantēšanas loma pakāpeniski samazinās, ja $n \rightarrow \infty$, proti, enerģijas W vērtību diskrētais raksturs gan ir konstatējams, bet enerģijas relatīvā izmaiņa $\Delta W/W$, kura proporcionāla lielumam $1/n$, ir maza.

Lieliem kvantu skaitļiem n atbilst viļņu funkcijas kvadrāts $|\psi|^2$ ar ārkārtīgi tuvu novietotām maksimumu ($|\psi|^2 = 2/l$) un minimumu ($|\psi|^2 = 0$) vērtībām (31.7. att.). Ikvienā (pat ļoti šaurā) intervālā Δx ietilpst vairāki viļņu funkcijas kvadrāta $|\psi|^2$ periodi, un vidējā $|\psi|^2$ vērtība šajā intervālā $1/l$ atbilst makrodaļiņai.

Tātad kvantu mehānikas rezultāti atšķiras no klasiskās mehānikas rezultātiem tikai mikropasaulē, ja kvantu skaitļi nav ļoti lieli. Kvantu skaitlim palielinoties ($n \rightarrow \infty$), notiek pakāpeniska pāreja no kvantu mehānikas likumiem uz klasiskajiem likumiem.

31.5.3. Atbilstības princips. Kvantu mehānikas rezultātu saskaņā lielu kvantu skaitļu gadījumā ar klasiskās fizikas rezultātiem ir vispārīgs kvantu mehānikas princips, un to sauc par *atbilstības principu*. Dažreiz to lieto plašākā nozīmē, proti, katrai jaunai teorijai, kura tiecas fizikālās parādības apskatīt dziļāk un plašāk, jāietver sevi iepriekšējā teorija kā speciālgadījums. Tā, piemēram, speciālā relativitātes teorija ietver sevi klasisko mehāniku kā speciālgadījumu, kad $v \ll c$.

Atbilstības principu pirmais 1918. gadā formulēja daņu fiziķis *N. Bors*, norādot, kad atoma teorijā kvantu likumi pāriet klasiskajos likumos.

31.6. LINEĀRS HARMONISKS OSCILATORS

No klasiskās fizikas zināms, ka ķermenis ar masu m_0 , uz kuru darbojas kvazielastīgs spēks $F = -kx$, harmoniski svārstās ap līdzsvara stāvokli ar ciklisko frekvenci $\omega_0 = \sqrt{k/m_0}$ un tā potenciālā enerģija

$$W_p = (k/2)x^2 = (m_0\omega_0^2/2)x^2. \quad (31.25)$$

Potenciālās enerģijas maiņu grafiski attēlo parabola (31.8. att.). Šādu ķermeni sauc par *lineāru harmonisku oscilatoru*.

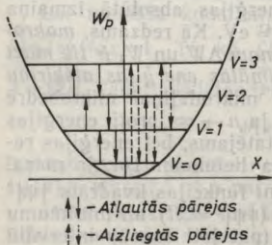
Kvantu mehānikā par lineāru harmonisku oscilatoru sauc mikrodaļiņu, kuras potenciālo enerģiju W_p nosaka funkcija (31.25). Kā redzams, $W_p = 0$, ja $x = 0$, un $W_p \rightarrow \infty$, ja $x \rightarrow \pm\infty$. Var teikt, ka šāda daļiņa atrodas bezgalīgi dziļā paraboliskā potenciālā bedrē. Piemēram, tuvināti var uzskatīt, ka šādā potenciālajā bedrē atrodas divatomu molekulas atomi. Ja novirzes no līdzsvara stāvokļa, kam atbilst minimālā potenciālā enerģija, ir nelielas, atomu svārstības ap to ir harmoniskas.

Stacionārais Šrēdingera vienādojums lineāram harmoniskam oscilatoram ir šāds:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(W - \frac{m_0\omega_0^2}{2}x^2 \right) \psi = 0. \quad (31.26)$$

Diferenciālvienādojumu teorija pierāda, ka vienādojumam (31.26) ir atrisinājumi, kuri apmierina standartnosacījumus, tikai *diskrētām enerģijas vērtībām*:

$$W_v = (v + 1/2)\hbar\omega_0, \quad (31.27)$$



31.8. att.

kur $v=0; 1; 2; \dots$ ir *svārstību kvantu skaitlis*. No sakarības (31.27) redzams, ka W_v nekad nav vienāds ar nulli. Oscilatora minimālā enerģija, t. s. *nulles enerģija* ir $\hbar\omega_0/2$. Tās eksistenci eksperimentāli pierāda gaismas izkliedes mērījumi kristālos ļoti zemās temperatūrās. Atļautie oscilatora enerģijas līmeņi atrodas vienādos attālumos $\hbar\omega_0$ cits no cita (31.8. att.).

Aprēķinot harmoniska oscilatora pārejas varbūtības no viena enerģētiskā stāvokļa citā, iegūst, ka iespējamās pārejas tikai starp blakus esošiem stāvokļiem, kad kvantu skaitļa v izmaiņa

$$\Delta v = \pm 1. \quad (31.28)$$

Sakarību (31.28) un citas analogas sakarības, kuras nosaka kvantu skaitļu izmaiņas, kvantētai sistēmai pārejot no viena stāvokļa citā, sauc par *izvēles likumiem*.

Harmoniska oscilatora viļņu funkcijas $\psi(x)$ ir speciālas funkcijas — *Ermita polinomi*. Dažiem kvantu skaitļiem ($v=0; 1; 2; 3; 10$) atbilstošās funkcijas $\psi(x)$ un to kvadrāti $|\psi(x)|^2$ parādīti 31.9. attēlā.

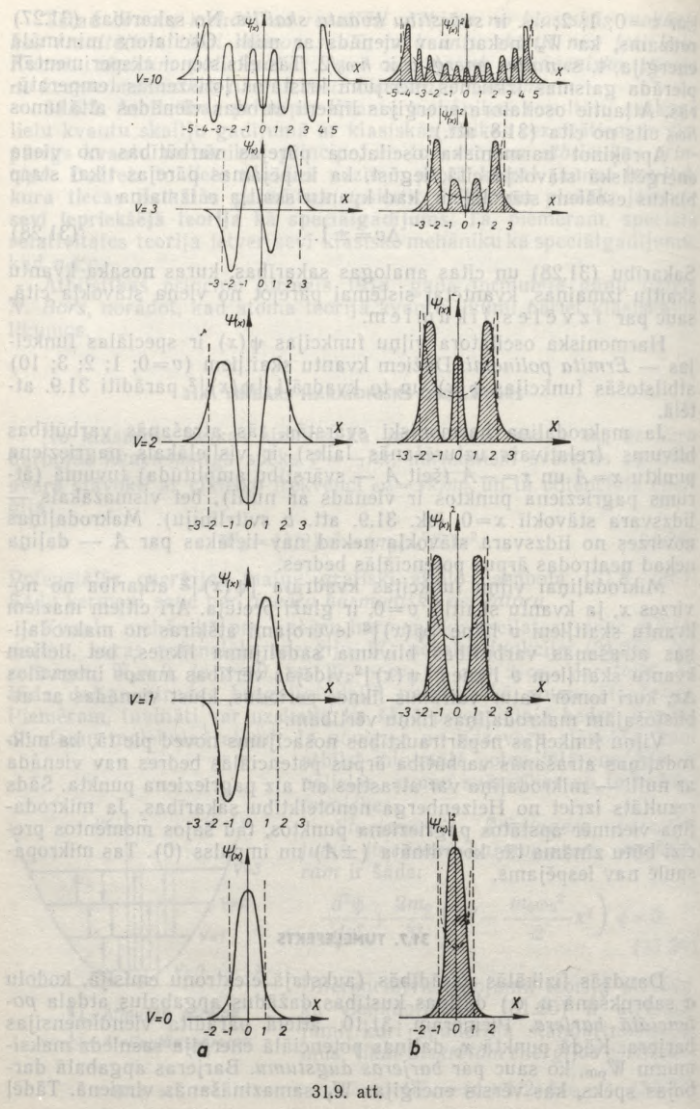
Ja makrodaļiņa harmoniski svārstās, tās atrašanās varbūtības blīvums (relatīvais uzturēšanās laiks) ir vislielākais pagrieziņa punktu $x=A$ un $x=-A$ (šeit A — svārstību amplitūda) tuvumā (ātrums pagrieziņa punktos ir vienāds ar nulli), bet vismazākais — līdzsvara stāvoklī $x=0$ (sk. 31.9. att. *b* svītrliniju). Makrodaļiņas novirzes no līdzsvara stāvokļa nekad nav lielākas par A — daļiņa nekad neatrodas ārpus potenciālās bedres.

Mikrodaļiņai viļņu funkcijas kvadrāta $|\psi(x)|^2$ atkarība no novirzes x , ja kvantu skaitlis $v=0$, ir gluži pretēja. Arī citiem maziem kvantu skaitļiem v likne $|\psi(x)|^2$ ievērojami atšķiras no makrodaļiņas atrašanās varbūtības blīvuma sadalījuma līknes, bet lieliem kvantu skaitļiem v liknes $|\psi(x)|^2$ vidējās vērtības mazos intervālos Δx , kuri tomēr satur vairākus līknes periodus, kļūst vienādas ar atbilstošajām makrodaļiņas līkņu vērtībām.

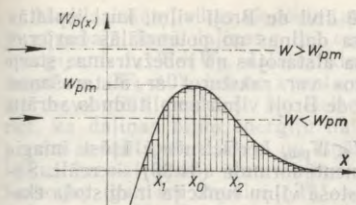
Viļņu funkcijas nepārtrauktības nosacījums noved pie tā, ka mikrodaļiņas atrašanās varbūtība ārpus potenciālās bedres nav vienāda ar nulli — mikrodaļiņa var atrasties arī aiz pagrieziņa punkta. Šāds rezultāts izriet no Heizenberga nenoteiktību sakarības. Ja mikrodaļiņa vienmēr apstātos pagrieziņa punktos, tad šajos momentos precīzi būtu zināma tās koordināta ($\pm A$) un impulss (0). Tas mikropasaulē nav iespējams.

31.7. TUNĒĻEFEKTS

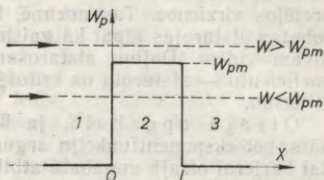
Daudzās fizikālās parādībās (aukstajā elektronu emisijā, kodolu α sabrukšanā u. c.) daļiņas kustības dažādus apgabalus atdala *potenciālā barjera*. Piemēram, 31.10. attēlā parādīta viendimensijas barjera. Kādā punktā x_0 daļiņas potenciālā enerģija sasniedz maksimumu W_{pm} , ko sauc par *barjeras augstumu*. Barjeras apgabalā darbojas spēks, kas vērsts enerģijas W_p samazināšanās virzienā. Tādēļ



31.9. att.



31.10. att.



31.11. att.

daļiņas kustība virzienā uz barjeras maksimumu tiek bremsēta, bet prom no tā — paātrināta.

Saskaņā ar klasisko mehāniku daļiņa var pārvarēt potenciālo barjeru tikai tad, ja tās pilnā enerģija $W = K^2/(2m_0) + W_p$ ir lielāka nekā barjeras augstums W_{pm} . Ja $W < W_{pm}$, tad daļiņa, kas tuvojas barjeras maksimumam, sasniedzot punktu x_1 no vienas puses vai punktu x_2 no otras puses (šajos punktos $W_p = W$ un $K = 0$), apstājas un maina kustības virzienu uz pretējo (pagrieziena punkts), t. i., daļiņa nespēj pārvarēt potenciālo barjeru.

Ja potenciālajai barjerai ir taisnstūra forma (31.11. att.) un apgabalā 1 ($x < 0$), kā arī apgabalā 3 ($x > l$) potenciālā enerģija $W_p = 0$, bet apgabalā 2 ($0 < x < l$) potenciālā enerģija $W_p = W_{pm} = \text{const} > 0$, tad *makrodaļiņa*, kas apgabalā 1 kustas X ass virzienā ar enerģiju W , punktā $x = 0$ tiek momentāni nobremzēta un maina kustības virzienu uz pretējo, t. i., nenonāk apgabalos 2 un 3 (ja $W < W_{pm}$) vai arī saglabā noteiktu ātrumu (ja $W > W_{pm}$), sasniedz barjeras otru robežu $x = l$, kur tiek momentāni paātrināta un aiziet tālāk apgabalā 3 ar sākotnējo ātrumu, kāds tai bija pirms barjeras.

Mikrodaļiņas kustība atšķiras no makrodaļiņas kustības. Parādās jauni efekti, kuri nav novērojami makrodaļiņu kustībā.

Lai noskaidrotu, kādas īpatnības piemīt mikrodaļiņas kustībai, kad mikrodaļiņa savā ceļā sastop viendimensijas taisnstūra potenciālo barjeru, aplūkosim stacionāro Srēdingera vienādojumu

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} (W - W_{pm}) \psi = 0. \quad (31.29)$$

Tā vispārīgo atrisinājumu var uzrakstīt šādi:

$$\psi(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx), \quad (31.30)$$

kur $k = \sqrt{2m_0(W - W_{pm})}/\hbar$.

Tālāk viļņu funkcija $\psi(x)$ jānosaka katrā no trim apgabaliem (konkretizējot k) un no iegūtajām funkcijām, izmantojot to nepārtrauktības un normēšanas nosacījumus, jāizveido nepārtraukta viļņu funkcija.

Pirmajā apgabalā pat tad, ja daļiņas pilnā enerģija lielāka nekā potenciālās barjeras augstums ($W > W_{pm}$), viļņu funkcija

satur abus saskaitāmos — eksistē divi de Brojī viļņi, kuri izplatās pretējos virzienos. Tas nozīmē, ka daļiņas no potenciālās barjeras robežas atstarojas tāpat kā gaisma atstarojas no robežvirsmas starp divām vidēm. Daļiņu atstarošanas var raksturot ar atstarošanas koeficientu — atstarotā un krītošā de Brojī viļņu amplitūdu kvadrātu attiecību.

Otrajā apgabalā, ja $W < W_{pm}$, koeficients k kļūst imaginārs, bet eksponentfunkciju argumenti formulā (31.30) — reāli. Šādai barjerai otrajā apgabalā atbilstošā viļņu funkcija ir dilstoša eksponentfunkcija.

Trešajā apgabalā atkal eksistē de Brojī vilnis, kurš izplatās X ass virzienā un apraksta tādas daļiņas kustību, kuras pilnā enerģija ir W un kura ir pārvarējusi potenciālo barjeru.

Daļiņas viļņu funkcijas eksponenciālā dilšana potenciālās barjeras robežās (otrajā apgabalā) ir analoga gaismas intensitātes maiņai, ja gaisma iet caur vielas slāni, kurš gaismu absorbē (arī gaismas intensitāte eksponenciāli samazinās). Tikai daļiņas kustības gadījumā «vielas slāņa» vietā ir apgabals, kurā eksistē potenciālā barjera, bet «absorbēcija» jāsaprot tādējādi, ka, daļiņai kustoties potenciālās barjeras apgabalā, pastāv varbūtība mainīt kustības virzienu un atgriezties apgabalā 1. Atbilstoši samazinās varbūtība daļiņai nonākt apgabalā 3. Tādēļ to de Brojī viļņu amplitūda, kuri eksistē apgabalā 3, atkarībā no barjeras platuma eksponenciāli samazinās.

Apgabalā 3 eksistējošā de Brojī viļņa amplitūdas kvadrāta attiecību pret tā de Brojī viļņa amplitūdas kvadrātu, kurš krīt uz barjeru, sauc par *barjeras caurlaidības (caurspidības) koeficientu*, un apzīmē ar burtu D . Precīzos aprēķinos iegūst

$$D = D_0 \exp(-2\alpha l), \quad (31.31)$$

kur $\alpha = \sqrt{2m_0(W_{pm} - W)}/\hbar$; l — barjeras platums, bet D_0 — skaitliskais koeficients, kas atkarīgs no lieluma α un lieluma $k = \sqrt{2m_0W}/\hbar$ attiecības, proti,

$$D_0 = \frac{16|\alpha/k|^2}{(1 + |\alpha/k|^2)^2}.$$

Parādību, ka daļiņa pārvar potenciālo barjeru, kaut gan tās pilnā enerģija mazāka par barjeras augstumu, sauc par *tuneļefektu*. Lai tuneļefekta varbūtība (barjeras caurlaidība D) nebūtu niecīga, pakāpes rādītājam formulā (31.31) jābūt mazam, t. i., maziem jābūt gan l , gan arī α , resp., m_0 un $(W_{pm} - W)$. Tādēļ *tuneļefekts novērojams tikai mikropasaulē*. Piemēram, elektronam, ja $W_p - W = 5$ eV un $l = 10^{-10}$ m, caurlaidības koeficients $D = 0,1$ ir vērā ņemams lielums, bet piecreiz platāka barjera ($l = 5 \cdot 10^{-10}$ m), kad $D = 5,5 \cdot 10^{-7}$, ir ne-caurlaidīga.

Patvaļīgas formas barjeras caurlaidības koeficientu var noteikt, aplūkojot šādu barjeru kā daudzu taisnstūra barjeru kopumu (sk. 31.10. att.).

No klasiskās fizikas viedokļa tuneļefekts ir paradoksāla parādība, jo apgabalā, kurā daļiņas pilnā enerģija ir mazāka nekā potenciālā enerģija, t. i., $W < W_p$, daļiņas kinētiskajai enerģijai vajadzētu būt negatīvai ($W_k < 0$), bet no kvantu mehānikas viedokļa šo efektu var izprast samērā vienkārši. No Heizenberga nenoteiktības principa izriet, ka daļiņas pilno enerģiju nav iespējams kādā laika momentā precīzi sadalīt potenciālajā un kinētiskajā enerģijā, jo tad būtu vienlaikus precīzi jāzina gan daļiņas koordinātas (W_p — koordinātu funkcija), gan arī impulss (W_k — impulsa funkcija). Ja daļiņa atrodas potenciālās barjeras apgabalā, kura platums l , tās impulss var pārsniegt vidējo vērtību vismaz par $\hbar/(2l)$. Šāds impulss zināmos apstākļos var būt pietiekami liels, lai daļiņa pārvarētu potenciālo barjeru. Tuneļefekta eksistence konstatēta eksperimentāli, un tā apstiprina kvantu mehānikas pamatlikumus pareizību mikropasaulē, kā arī norāda klasiskās mehānikas lietojamības robežas.

32. NODAĻA

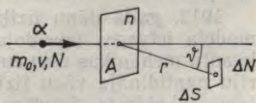
ATOMFIZIKAS ELEMENTI

32.1. ATOMU UZBŪVES MODEĻI. BORA TEORIJA

32.1.1. Tomsona atoma modelis. Devīņpadsmitā gadsimta beigās, kad bija atklāta radioaktivitāte (1896) un elektrons (1897), kļuva pilnīgi skaidrs, ka atoms ir komplicēts veidojums. Radās jautājums par atoma uzbūvi. Pirmo atoma uzbūves modeli deva 1903. gadā angļu fiziķis *Dž. Tomsons*. *Saskaņā ar Tomsona modeli atomu veido vienmērīgi pozitīvi lādēti sfērisks matērijas mākonis, kurā simetriski izvietoti punktveida elektroni* («kaut kas līdzīgs pudīņam ar rozīnēm», kā izteicies autors). Atoma pozitīvais lādiņš un elektronu negatīvie lādiņi kompensējas.

Tomsona modelis pieļāva, ka pretēju zīmju lādiņi atomā var nobīdīties (nobīdes polarizācija). Tādēļ var izraisīties lādiņu svārstības. Taču šis modelis nevarēja izskaidrot, kas veido atoma pozitīvo lādiņu un kāpēc atomiem ir dažādas masas, spektri utt.

32.1.2. Rezerforda eksperimenti un planetārais atoma modelis. 1906. gadā angļu fiziķis *E. Rezerfords* (1871—1937) sāka pētīt radioaktīvo elementu izstaroto α daļiņu izkliedi, tām ejot caur metāla folijām (32.1. att.), un atklāja, ka dažos gadījumos (aptuveni vienā no 8000) daļiņu noliece θ ir negaidīti liela — pārsniedz 90° . To nekādi nevarēja izskaidrot, izmantojot Tomsona atoma modeli, jo pat tad, kad α daļiņa lidotu cieši garām pozitīvi lādētajai sfērai un noliece būtu vislielākā, tik lielas nolieces nav iespējamas, ja sfēras izmēri ir aptuveni 10^{-10} m (atoma izmēri). Ja α daļiņa lidotu cauri sfērai, tās noliece būtu vēl mazāka, jo sfēras iekšienē elektriskā lauka intensitāte ir mazāka.



32.1. att.

Lai izskaidrotu iegūtos rezultātus, E. Rezerfords 1911. gadā izvirzīja hipotēzi, ka *atoma pozitīvais lādiņš un arī gandrīz visa masa koncentrēta apgabālā, kura izmēri daudz mazāki nekā atoma izmēri*. Tādēļ šo apgabalu nosauca par *atoma kodolu*. Sādā gadījumā α daļiņa var nonākt daudz tuvāk nekustīgajam pozitīvajam atoma lādiņam. Mazos attālumos pozitīvā lādiņa lauks un iedarbība uz α daļiņu ir tik spēcīga, ka iespējama pat α daļiņas atstarošānās ($\theta = 180^\circ$). Taču kodola mazo izmēru dēļ tikai neliels skaits α daļiņu nonāk tuvu kodolam.

Izmantojot šādu priekšstatu, E. Rezerfords teorētiski aprēķināja, ka attālumā r no izkliedes punkta A (32.1. att.) uz novērošanas virzienam perpendikulāru laukumu ΔS laika vienībā nonākošo α daļiņu skaits ΔN atkarībā no izkliedes leņķa θ izsakāms šādi:

$$\Delta N = \frac{Nn}{r^2} \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 m_0 v^2} \frac{\Delta S}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (32.1)$$

Sajā sakarībā N — laika vienībā uz folijas laukuma vienību kritošo α daļiņu skaits; n — atomu skaits folijas laukuma vienībā; e — elementārlādiņš; Q — atoma kodola lādiņš; ϵ_0 — elektriskā konstante; m_0 un v — alfa daļiņas masa un ātrums. Nemainīgos apstākļos lielumam $\Delta N \sin^4(\theta/2)$ jābūt konstantam neatkarīgi no θ . Tas arī apstiprinājās eksperimentos. No mērījumiem izrietēja, ka kodola izmēru kārtā $10^{-14} \dots 10^{-15}$ m, bet kodola lādiņš $Q = Ze$, kur Z — atomu kārtas skaitlis D. Mendeļejeva elementu periodiskās sistēmas tabulā. Tā kā atoms ir neitrāls, tad tā sastāvā ir Z elektroni, kuri, ja tie būtu nekustīgi, nokristu uz kodola. Taču tas nenotiek, tādēļ jāsecina, ka elektroni atrodas kustībā ap kodolu un veido atoma elektronu čaulu, kuras izmēri nosaka atoma izmērus. Sāds nukleārais atoma modelis atgādina miniatūru Saules sistēmu, tādēļ to sauc par *planetāro atoma modeli*.

32.1.3. Bora teorija. Rezerforda atoma modelis radīja ievērojamas grūtības. No klasiskās fizikas viedokļa nav iespējams izskaidrot šāda atoma stabilitāti un atomu linijspektus. Saskaņā ar klasiskās elektrodinamikas likumiem elektrons, ja tam ir paātrinājums, izstaro elektromagnētiskos viļņus un zaudē enerģiju. Tādēļ atomā elektronam būtu jākustas pa spirāli ar pieaugošu frekvenci, emitējot šajā laikā mainīgas frekvences starojumu (t. i., nevis linijspektru, bet nepārtrauktu spektru), un isā laika sprīdī (10^{-5} s) jānokrīt uz kodola. Līdz ar to izbeigtos atoma eksistence. Taču īstenībā atomi ir stabilas sistēmas un var pastāvēt neierobežoti ilgi, neizstarojot elektromagnētiskos viļņus. Tas mudināja domāt, ka elektroni atomos pakļaujas citiem — neklasiskiem kustības likumiem.

1913. gadā dāņu fiziķis *N. Bors* (1885—1962) planetārā atoma modeļa ietvaros izveidoja atoma teoriju, kurā pirmoreiz parādījās kvantu mehānikas elementi («pusklasiskā kvantu teorija»). Bora teoriju papildināja vācu fiziķis *A. Zommerfelds* un citi zinātnieki. Tā labi izskaidroja daudzas udeņraža un citu atomu īpašības. Bora teorijas pamatā ir divi postulāti — Bora postulāti.

1. postulāts. Atoma elektrons, neizstarojot enerģiju, var isāku vai ilgāku laiku atrasties tikai īpašos stacionāros stāvokļos, kuriem atbilst diskrētas (kvantētas) enerģijas vērtības.

Tas nozīmē, ka no bezgalīgi daudzām eliptiskām un riņķveida orbitām, pa kurām saskaņā ar klasiskās mehānikas likumiem iespējama elektrona kustība ap kodolu, realizējas atsevišķas diskrētas orbitas. N. Bora parādīja, ka tās ir orbitas, uz kurām elektrona impulsa moments L_0 ir \hbar daudzkārtnis, t. i.,

$$L_0 = n\hbar, \quad (32.2)$$

kur $n=1; 2; 3; \dots$ ir kvantu skaitlis. Šīs orbitas sauc par Bora orbitām. Sakarība (32.2) ir impulsa momenta kvantēšanas nosacījums. Riņķveida orbitām ar rādiusu r kvantēšanas nosacījumu var izteikt šādi:

$$L_0 = m_0 v r = n\hbar, \quad (32.3)$$

kur m_0, v — elektrona masa un ātrums.

2. postulāts. Atoms izstaro, tikai elektronam pārejot no viena stacionāra stāvokļa ar enerģiju W_1 uz citu stacionāru stāvokli ar mazāku enerģiju W_2 , un emitētā kvanta enerģija

$$h\nu = W_1 - W_2. \quad (32.4)$$

Izmantojot kvantēšanas nosacījumu (32.3) un ievērojot, ka kustībā pa riņķveida orbitu ap kodolu centrtieces paātrinājumu nodrošina Kulona spēks, t. i.,

$$m_0 v^2 / r = Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2), \quad (32.5)$$

var noteikt Bora riņķveida orbitu rādiusus un elektrona kustības ātrumus pa tām. Tādējādi

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_0 e^2} \cdot \frac{n^2}{Z}; \quad (32.6)$$

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{Z}{n}. \quad (32.7)$$

No sakarības (32.6) var aprēķināt, ka ūdeņraža atomā ($Z=1$) mazākās elektrona orbitas ($n=1$) rādiuss $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ m.

Tā kā atomā elektrona kinētiskā enerģija $W_k = m_0 v^2 / 2$ un kodola elektriskajā laukā tā potenciālā enerģija $W_p = -Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 r)$, tad no sakarības (32.5) izriet, ka $2W_k = -W_p$. Atoma pilnā enerģija $W = W_k + W_p$ ir šāda: $W = -W_k = W_p / 2$. Tādēļ, izmantojot sakarību (32.7) vai (32.6), iegūst, ka pilnā enerģija

$$W = -\frac{m_0 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}. \quad (32.8)$$

Šāds ir rezultāts, ja pieņem, ka atoma kodols ir nekustīgs. Apskatot atoma kodolu un elektronu kā daļiņas, kuras kustas ap kopīgo

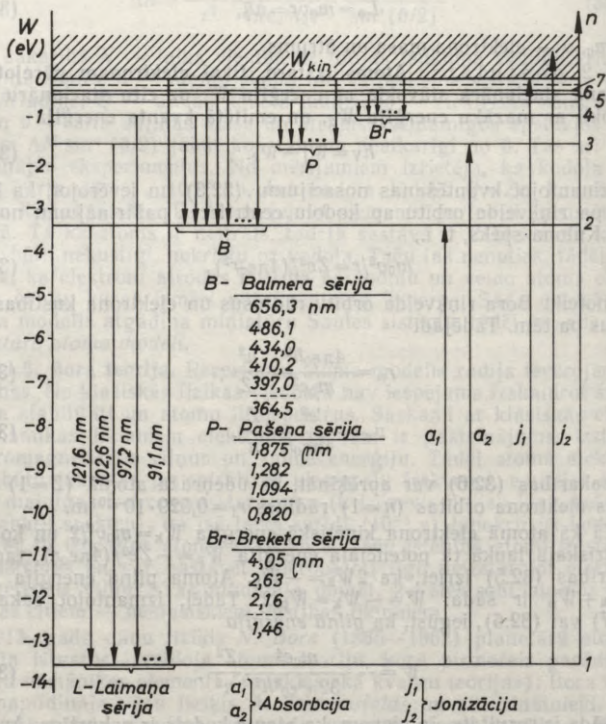
masas centru, sakarības (32.8) labajā pusē parādās reizinātājs $M_Z/(m_0+M_Z)$, kur M_Z — kodola masa.

32.1.4. Ūdeņraža atoma spektrs Bora teorijā. No enerģijas formulas (32.8) un 2. Bora postulāta var izteikt ūdeņraža atoma ($Z=1$) un ūdeņražveida jonu (He^+ , Li^{2+} , Be^{3+} , ..., kuriem $Z=2, 3, 4, \dots$) starojuma frekvences ν , ja elektrons pāriet no orbitas ar kvantu skaitli n_h uz orbitu ar mazāku kvantu skaitli n_i :

$$\nu = Z^2 R_\infty \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_h^2} \right), \quad (32.9)$$

kur $R_\infty = m_0 e^4 / (64 \pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3) = 3,28984 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ — *Ridberga konstante*.

Katram konstantam n_i un dažādiem n_h (iespējamās vērtības $n_h = n_i + 1; n_i + 2; \dots$) atbilst sava *spektrālīniju sērija*. Ūdeņraža



32.2. att.

atoma spektrālīniju sērijām ir īpaši nosaukumi: $n_i=1$ — *Laimaņa sērija*, $n_i=2$ — *Balmera sērija*, $n_i=3$ — *Pašena sērija*, $n_i=4$ — *Breketa sērija*, $n_i=5$ — *Pfunda sērija*, $n_i=6$ — *Hamfrija sērija*. Laimaņa sērija atrodas ultravioletajā, Balmera — redzamajā, bet pārējās — infrasarkanajā spektra daļā. Spektra sērijas var uzskatīti attēlot atoma enerģijas stāvokļu diagrammā (32.2. att.).

32.1.5. Bora teorijas nozīme un trūkumi. No formulas (32.9) aprēķinātās frekvences labi saskan ar eksperimentāli noteiktajām vērtībām. Tas ir ievērojams Bora teorijas sasniegums. Bora teoriju vēlāk papildināja A. Zommerfelds, kurš apskatīja arī eliptiskas orbītas un noskaidroja, ka vienai un tai pašai enerģijai var atbilst eliptiskas orbītas ar vienādām lielajām, bet dažādām mazajām pusasīm un dažādiem elektrona orbitālajiem impulsa momentiem. Bora teorija parādīja, ka *atoma (mikrosistēmas) fizikālie raksturlielumi — enerģija, impulss, impulsa moments — mainās lēcienveidā, tie ir kvantēti lielumi*. Tas ir svarīgākais Bora teorijas nopelns.

Tomēr Bora teorijas iespējas ir ierobežotas. Tā nespēj izskaidrot ūdeņraža atoma spektrālīniju intensitāšu sadalījumu starojuma polarizāciju, citu atomu (pat He) vai molekulu (pat H_2) spektrus. Bora teorija ir iekšēji pretrunīga — tā izmanto tiklab kvantu postulātus, kā arī klasiskās mehānikas priekšstatus. Tā ir pārejas posma teorija, un vēlāk to aizstāja kvantu mehānika.

32.2. ŪDEŅRAŽA ATOMS KVANTU MEHĀNIKĀ

32.2.1. Šrēdingera vienādojums ūdeņraža atomam. Apskatīsim sistēmu, kas sastāv no nekustīga kodola ar lādiņu Ze un elektrona. Tā kā attālumā r no kodola elektrona potenciālā enerģija

$$W_D = -Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r), \quad (32.10)$$

tad šis kvantu mehānikas uzdevums ir zināmā mērā līdzīgs tiem uzdevumiem, kuri apskatīti 31.5. un 31.6. paragrāfā. Elektrons tāpat atrodas potenciālajā bedrē, tikai šoreiz tā ir sfēriski simetriska. Tādēļ sagaidāms, ka elektronam būs diskrēts enerģijas spektrs, kā arī noteikta minimālā enerģija.

Lai precīzi atrisinātu uzdevumu, jāuzraksta un jāatrisina *stacionārais Šrēdingera vienādojums* (potenciālā enerģija W_D nav atkarīga no laika). Saskaņā ar sakarībām (31.19) un (32.10) tas ir šāds:

$$\Delta\psi + \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(W + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0, \quad (32.11)$$

kur ψ — elektrona stacionārā viļņu funkcija kodola spēka laukā. Tā kā W_D ir tikai attāluma r funkcija, tad uzdevumu lietderīgi risināt sfēriskajā koordinātu sistēmā, lietojot atbilstošo Laplasa operatora Δ izteiksmi. Vienādojuma (32.11) atrisinājums ψ ir koordinātu r , θ un φ funkcija, un to var uzrakstīt kā triju tikai no vienas koordinātas atkarīgu funkciju reizinājumu. Tādēļ var apskatīt elektrona

atrašanās varbūtības blīvuma radiālo un leņķisko sadalījumu. Leņķiskais sadalījums nav atkarīgs no koordinātas φ — varbūtības blīvuma sadalījumam ir cilindriska simetrija.

32.2.2. Galvenais, orbitālais un magnētiskais kvantu skaitlis. Atomā elektrona pilnā enerģija W ir negatīva. Šrēdingera vienādojumam (32.11) ir atrisinājumi, kuri apmierina standartnosacījumus, tikai diskrētām negatīvām enerģijas W vērtībām:

$$W = - \frac{m_0 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2} \quad \text{kur } n=1; 2; 3; \dots \quad (32.12)$$

Salīdzinot sakarības (32.12) un (32.8), redzams, ka kvantu mehānika dod tādas pašas atoma pilnās enerģijas vērtības kā Bora teorija.

Vienādojuma (32.11) *ipašfunkcijas*

$$\psi = \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi), \quad (32.13)$$

kuras nosaka elektrona atrašanās varbūtības blīvuma sadalījumu, satur trīs parametrus n, l, m . To vērtības var būt tikai veseli skaitļi, kurus sauc par *kvantu skaitļiem*:

n — galvenais kvantu skaitlis ($n=1; 2; 3; \dots$);

l — orbitālais jeb azimutālais kvantu skaitlis ($l=0; 1; \dots; n-1$);

m — magnētiskais kvantu skaitlis ($m=-l; -l+1; \dots; 0; \dots; l$).

Galvenais kvantu skaitlis n nosaka iespējamās ūdeņraža atoma vai ūdeņražveida jona pilnās enerģijas W vērtības saskaņā ar formulu (32.12).

Orbitālais kvantu skaitlis l nosaka elektrona orbitālā impulsa momenta \vec{L}_0 moduli:

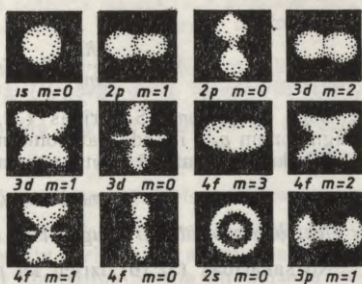
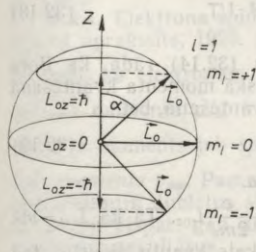
$$L_0 = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (32.14)$$

Magnētiskais kvantu skaitlis m nosaka elektrona orbitālā impulsa momenta projekciju uz magnētiskā lauka virzienu. Ja šo virzienu pieņem par Z asi (32.3. att. *a*), tad

$$L_{0z} = L_0 \cos \alpha = m \hbar, \quad (32.15)$$

kur α — leņķis starp Z asi un vektoru \vec{L}_0 . Ievērojot L_0 kvantēšanas nosacījumu (32.14), iegūst, ka $\cos \alpha = m/\sqrt{l(l+1)}$. Tā, piemēram, ja $l=1$, iespējamās m vērtības ir $+1; 0$ un -1 . Tām atbilst $\cos \alpha = 1/\sqrt{2}; 0; -1/\sqrt{2}$ un $\alpha = 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ$. Arī tad, ja telpā eksistē magnētiskais lauks, vektora \vec{L}_0 virziens telpā nav pilnīgi noteikts, jo magnētiskais kvantu skaitlis m nosaka tikai vienas impulsa momenta \vec{L}_0 projekcijas L_{0z} vērtību. Visi iespējamie \vec{L}_0 virzieni veido konisku virsmu ar virsotni atoma kodolā un virsotnes leņķi 2α (32.3. att. *a*).

Bora teorijā lieto elektrona orbitas jēdzienu. Orbitas plakne ir perpendikulāra vektoram \vec{L}_0 , un magnētiskais kvantu skaitlis m no-



32.3. att.

saka iespējamās orbītu orientācijas attiecībā pret magnētiskā lauka virzienu. Tādēļ sakarību (32.15) sauc par *telpiskās kvantēšanas nosacījumu*.

Kvantu mehānikā nevar runāt par «elektrona kustības trajektoriju atomā», tātad arī par «elektrona orbītu», bet var runāt tikai par elektrona atrašanās varbūtības telpisko blīvumu. Attēlojot telpā varbūtības blīvuma sadalījumu ar punktiem, kuru biežums proporcionāls varbūtības blīvumam, iegūst telpiskus veidojumus, kurus sauc par *elektronu mākoņiem*. Tiem ir cilindriska simetrija, un to forma ir dažāda stāvokļos ar dažādiem kvantu skaitļiem n, l, m . Arī vienai un tai pašai elektrona enerģijai (kvantu skaitlim n), bet dažādiem kvantu skaitļiem l un m atbilst dažādas elektronu mākoņu formas jeb konfigurācijas. Visos stāvokļos, kuros $l=0$, elektronu mākonis ir *sfēriski simetrisks*, bet stāvokli ar minimālo enerģiju ($n=1; l=0$) elektronu mākonis ir tāds, ka *varbūtības blīvuma radiālā sadalījuma maksimums ir attālumā r , kas vienāds ar pirmās Bora orbītas rādiusu*. Tas nozīmē, ka varbūtība elektronam atrasties šādā attālumā no kodola ir vislielākā. Daži varbūtības blīvumu sadalījumi parādīti 32.3. attēlā b.

Izmantojot Bora teorijas priekšstatus un apskatot elektrona kustību ap kodolu pa riņķveida orbītu, ir iegūta sakarība starp elektrona orbitālo impulsa momentu \vec{L}_0 un magnētisko momentu \vec{p}_{m0} (sk. formulu (17.5)). Arī kvantu mehānikā iegūstama tāda pati sakarība:

$$\vec{p}_{m0} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}_0. \quad (32.16)$$

Šeit e — elementārlādiņa skaitliskā vērtība, bet mīnusa zīme norāda, ka vektori \vec{p}_{m0} un \vec{L}_0 ir pretēji vērsti. Ņemot vēl vērā sakarību (32.14), redzams, ka šo vektoru moduļus saista sakarība

$$p_{m0} = \frac{e}{2m_e} L_0 = \frac{e}{2m_e} \hbar \sqrt{l(l+1)} = p_{mB} \sqrt{l(l+1)}, \quad (32.17)$$

kur

$$\rho_{mB} = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0,92741 \cdot 10^{-23} \text{ J/T} \quad (32.18)$$

ir *Bora magnetons*. Sakarības (32.17) un (32.14) rāda, ka Bora magnetonam ρ_{mB} ir tāda pati loma magnētiskā momenta kvantēšanā kā Planka konstantei \hbar impulsa momenta kvantēšanā, bet

$$\rho_{m0}/L_0 = e/(2m_e) \quad (32.19)$$

ir *elektrona orbitālā žiromagnētiskā attiecība*.

No sakarības (32.16) izriet, ka $\rho_{m0z} = -\frac{e}{2m_e} L_{0z}$. Tā kā $L_{0z} = m\hbar$ (sk. formulu (32.15)), kur m — magnētiskais kvantu skaitlis, tad $\rho_{m0z} = -\frac{e\hbar}{2m_e} m$, resp.,

$$\rho_{m0z} = -\rho_{mB}m. \quad (32.20)$$

Bez orbitālā impulsa momenta \vec{L}_0 elektronam piemīt vēl viens impulsa moments — *spins*, kura atklāšana saistīta ar O. Sterna un V. Gerlaha eksperimentiem.

32.2.3. Sterna un Gerlaha eksperimenti. 1922. gadā O. Sterns un V. Gerlachs izdarīja eksperimentus, lai noteiktu atomu magnētiskos momentus (17.25). Vienā no šiem eksperimentiem perpendikulāri nehomogēnam magnētiskajam laukam, kas vērsts Z ass virzienā (sk. 17.3. att.), tika laists sudraba atomu kūlis. Šāds lauks orientē atomu magnētiskos momentus noteiktos leņķos attiecībā pret magnētiskā lauka virzienu (Z asi), t. i., veic telpisko kvantēšanu. Nehomogēnā magnētiskajā laukā uz magnētisko momentu lauka virzienā darbojas spēks F_z , kas izraisa atomu kūļa nolieci. Sudraba atomam, tāpat kā citiem pirmās grupas elementu atomiem (H, Na, K, ...), ir viens valences elektrons, kurš nosaka atoma orbitālo impulsa momentu (pārējo elektronu impulsa momentu summa ir vienāda ar nulli). Atoma potenciālā enerģija magnētiskajā laukā $W_p = -\rho_{m0z}B$ (sk. formulu (16.42)), kur $\rho_{m0z} = -m\rho_{mB}$. Spēku F_z , ar kādu magnētiskais lauks iedarbojas uz magnētisko dipolu, nosaka sakarība $F_z = -\partial W_p/\partial z$. Tādēļ spēks

$$F_z = -m\rho_{mB}\partial B/\partial z. \quad (32.21)$$

Tas nozīmē, ka kritošajam atomu kūlim jāsadalās $2l+1$ komponentos, jo tāds ir iespējamo m vērtību skaits. Taču, sudraba atomam atrodoties pamatstāvoklī, tā valences elektrona orbitālais kvantu skaitlis ir vienāds ar nulli. Tādēļ var teikt, ka visa atoma orbitālais kvantu skaitlis ir vienāds ar nulli un atomstaru kūlim nevajadzētu sadalīties. Tomēr eksperimenta rezultāts bija citāds — sudraba atomu kūlis sašķēlās divos, kaut gan vienam veselam orbitālajam kvantu skaitlim nav iespējamas divas magnētiskā kvantu skaitļa vērtības.

Pēc atomu kūļu nolieces tika noteikts, ka sudraba atomiem magnētisko momentu projekcijas p_{mz} vienā kūlī ir p_{mB} , bet otrā kūlī ir $-p_{mB}$.

32.2.4. Elektronu spins. Spina kvantu skaitlis. Kā jau 17.2.2. nodaļumā aprakstīts, 1925. gadā Dž. Olenbeks un S. Gaudsmitis izteica hipotēzi, ka elektronam bez orbitālā impulsa momenta \vec{L}_o un magnētiskā momenta \vec{p}_{mo} ir vēl savs no orbitālās kustības neatkarīgs impulsa moments jeb *spins** \vec{L}_s un ar to saistītais *spina magnētiskais moments* \vec{p}_{ms} . Pamatojoties uz šo hipotēzi, varēja izskaidrot gan spektrālīniju dubletus sārnu metālu spektros un atomu spektru sistuktūru vispār, gan arī nupat apskatītos Sterna un Gerlaha eksperimentu rezultātus.

Lai izskaidrotu sudraba (arī nātrija, kālija un citu elementu) atomu kūļa sašķelšanos divos kūļos, jāpieņem, ka *spina kvantu skaitlis*** $s=1/2$, jo tad iespējamās divas *spina magnētiskā kvantu skaitļa**** m_s vērtības ($m_s=\pm 1/2$) un divas dažādas spina orientācijas ārējā magnētiskajā laukā. Tādā gadījumā

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \hbar\sqrt{3/2}; \quad (32.22)$$

$$L_{sz} = m_s\hbar = \pm\hbar/2. \quad (32.23)$$

Ja spina projekcija uz Z ass ir pozitīva, tad saka, ka «spins paralēls Z asij», ja negatīva, tad — «antiparalēls».

Spinam \vec{L}_s atbilst spina magnētiskais moments \vec{p}_{ms} , kurš ir vērsts pretēji \vec{L}_s , bet tā projekcijas p_{msz} , kā tika noteikts Sterna un Gerlaha eksperimentos, ir $\pm p_{mB}$. Tādēļ *elektrona spina žiromagnētiskā attiecība*

$$p_{ms}/L_s = p_{msz}/L_{sz} = e/m \quad (32.24)$$

ir divas reizes lielāka nekā orbitālā žiromagnētiskā attiecība (sk. formulu (32.19)). No šejienes izriet, ka

$$\vec{p}_{ms} = - (e/m_e)\vec{L}_s, \quad (32.25)$$

bet p_{ms} modulis ir šāds:

$$p_{ms} = (e/m_e)\hbar\sqrt{s(s+1)} = (e\hbar/2m_e)\sqrt{3} = \sqrt{3}p_{mB}. \quad (32.26)$$

* Nosaukums «spins» radies no angļu valodas vārda *to spin* — griezties, vērties, jo sākumā šo impulsa momentu mēģināja izskaidrot ar elektrona rotāciju. Taču tāds izskaidrojums ir pretrunā ar relativitātes teoriju (elektrona ārejo punktu ātrumam vajadzētu pārsniegt gaismas ātrumu vakuumā). Tādēļ tagad uzskata, ka spins un spina magnētiskais moments ir elektrona pamatīpašības tāpat kā masa un lādiņš.

** Lai gan par daļiņas spinu nosaukts tās impulsa momenta vektors \vec{L}_s , bieži ar terminu «daļiņas spins» apzīmē tās spina kvantu skaitli s .

*** Lielumam m_s sauc arī par spina projekcijas kvantu skaitli.

32.2.5. Elektronu stāvokļi atomā. Elektronu stāvokļi ūdeņraža atomā (kā arī citos atomos) nosaka četri kvantu skaitļi n, l, m un m_s . Ja neņem vērā spinorbitālo mijiedarbību (mijiedarbību starp magnētiskajiem momentiem \vec{p}_{m0} un \vec{p}_{ms}), elektronu enerģiju ūdeņraža atomā nosaka tikai galvenais kvantu skaitlis n . Stāvokļiem ar noteiktu galveno kvantu skaitli n , bet dažādiem kvantu skaitļiem l, m un m_s ir vienādas enerģijas. Šajā gadījumā saka, ka enerģijas līmenis ar kvantu skaitli n ir deģenerēts, un par *deģenerācijas kārtu sauc to stāvokļu skaitu, kuriem atbilst vienāda enerģija*. Tā kā noteiktam kvantu skaitlim n ir iespējamās n orbitālās kvantu skaitļa l vērtības (no 0 līdz $n-1$), bet katram l savukārt atbilst $2l+1$ magnētiskā kvantu skaitļa m vērtības (no $-l$ līdz $+l$) un, beidzot, katrā stāvoklī ar noteiktiem l un m iespējamās divas spina magnētiskā kvantu skaitļa m_s vērtības ($\pm 1/2$), tad šāda enerģijas līmeņa deģenerācijas kārtu $2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2(1+3+5+\dots+(2n-1)) = 2n^2$.

n saskaitāmie

Stāvokļus, kurus raksturo kvantu skaitlis n , apzīmē ar šī kvantu skaitļa vērtībām 1, 2, 3, ..., bet stāvokļus ar dažādiem orbitālajiem kvantu skaitļiem apzīmē ar burtiem $s(l=0)$; $p(l=1)$; $d(l=2)$; $f(l=3)$; $g(l=4)$; $h(l=5)$, Ja runā par noteiktu elektronu vai atoma stāvokli, tad ar to saprot visu šim stāvoklim atbilstošo kvantu skaitļu kopumu.

32.2.6. Elektronu pilnais impulsa moments. Elektronam ūdeņraža atomā stāvokļos, kuros orbitālais kvantu skaitlis $l \neq 0$, ir divi impulsa momenti — orbitālais impulsa moments \vec{L}_0 un spina \vec{L}_s . Katram no tiem atbilst savs magnētiskais moments \vec{p}_{m0} vai \vec{p}_{ms} , kuri rada savus magnētiskos laukus. Šiem laukiem pārklājoties, veidojas rezultējošais lauks, kam atbilst summārais jeb *pilnais magnētiskais moments* \vec{p}_m un ar to saistītais *pilnais impulsa moments* \vec{L} . Tā, summējoties orbitālajiem momentiem un spina momentiem (gan mehāniskajiem, gan magnētiskajiem), veidojas pilnie momenti \vec{L} un \vec{p}_m .

Momentiem jāsummējas tā, lai pilnajam momentam būtu spēkā kvantēšanas nosacījumi. Šādos apstākļos pilnā impulsa momenta kvantu skaitlim j iespējamās divas vērtības: $l+s$ un $l-s$, bet vektora \vec{L} modulis

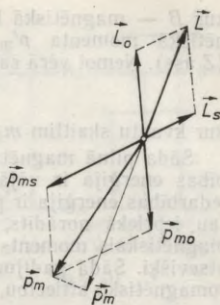
$$L = |\vec{L}_0 + \vec{L}_s| = \hbar \sqrt{j(j+1)}. \quad (32.27)$$

Elektronu orbitālā momenta un spina magnētiskā momenta mijiedarbības dēļ atomam piemīt zināma papildu enerģija, kura atkarīga no šo momentu savstarpējās orientācijas. Tā kā iespējamās divas dažādas orientācijas, tad katrs enerģijas līmenis, kuram orbitālais kvantu skaitlis $l \neq 0$, sašķējas divos līmeņos ar nedaudz atšķirīgām enerģijām. Atoma spektrā tas izraisa spektrālīniju nelielu sašķelšanos. Tā veidojas *spektra sīkstruktūra*.

Arī pilnā momenta \vec{L} projekcijas L_z vērtībām uz magnētiskā lauka virziena ir spēkā kvantēšanas nosacījums, kurš pēc formas ir līdzīgs iepriekšējiem nosacījumiem, proti,

$$L_z = m_j \hbar. \quad (32.28)$$

Seit m_j — pilnā impulsa momenta magnētiskais kvantu skaitlis, pie tam $m_j = -j; -j+1; \dots; j-1; j$. Tātad, ja $j = l+1/2$, tad $m_j = -(l+1/2); -(l-1/2); \dots; -1/2; 1/2; \dots; (l+1/2)$, bet, ja $j = l-1/2$, tad $m_j = -(l-1/2); -(l-3/2); \dots; -1/2; 1/2; \dots; (l-1/2)$. Kopējais iespējamo projekciju skaits ir $2j+1$. Grafiski orbitālā momenta un spina momenta summēšanās parādīta 32.4. attēlā.



32.4. att.

Ja stiprā magnētiskajā laukā mijiedarbības enerģija starp momentiem \vec{L}_o un \vec{L}_s ir mazāka nekā starp katru no tiem un ārējo lauku, tad spinorbitālā saite tiek pārrauta. Šajā gadījumā abi momenti tiek kvantēti neatkarīgi viens no otra (*Pašena—Baka efekts*).

Līdztekus impulsa momentiem summējas arī magnētiskie momenti: $\vec{p}_m = \vec{p}_{mo} + \vec{p}_{ms}$. Tā kā žiromagnētiskās attiecības orbitālajam momentam un spina momentam ir atšķirīgas, tad pilnais magnētiskais moments \vec{p}_m vairs nav antiparalēls pilnajam impulsa momentam \vec{L} . Eksperimentāli var izmērīt to \vec{p}_m komponenti p'_m , kura vērsta antiparalēli \vec{L} (32.4. att.) un kuras modulis

$$p'_m = g\mu_B \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad (32.29)$$

bet projekcija

$$p'_{mz} = -g\mu_B \hbar m_j. \quad (32.30)$$

Seit reininātais g , ko sauc par *Landē faktoru*, parādās minēto žiromagnētisko attiecību atšķirības dēļ un tā vērtība

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}. \quad (32.31)$$

32.2.7. Enerģijas līmeņu sašķelšanās magnētiskajā laukā. Ja ūdeņraža atoms atrodas magnētiskajā laukā, tad jāņem vērā tā magnētiskā momenta p'_m un magnētiskā lauka mijiedarbības enerģija. Saskaņā ar formulu (16.42) šī enerģija

$$W_{pm} = -p'_{mz} B, \quad (32.32)$$

kur B — magnētiskā lauka indukcija; p'_{mz} — elektrona pilnā magnētiskā momenta p'_m projekcija uz magnētiskā lauka virziena (Z ass). Ņemot vērā sakarību (32.30), iegūst

$$W_{pm} = g p_{mB} m_j B, \quad (32.33)$$

kur kvantu skaitlim m_j iespējamas $2j+1$ dažādas vērtības.

Šāda pilnā magnētiskā momenta un magnētiskā lauka mijiedarbības enerģija ir vājā magnētiskajā laukā, kad spinorbitālās mijiedarbības enerģija ir par to lielāka. Spēcīgā magnētiskajā laukā, kā jau iepriekš norādīts, orbitālais magnētiskais moments un spina magnētiskais moments kļūst neatkarīgi un to projekcijas kvantējas atsevišķi. Šādā gadījumā, ņemot vērā sakarību (32.32) un spina žīromagnētisko attiecību, iegūst

$$W'_{pm} = p_{mB} (m + 2m_s) B. \quad (32.33')$$

Tātad magnētiskajā laukā udeņraža atoma enerģijas vērtības ir atkarīgas arī no kvantu skaitļiem m un m_s . Vājā magnētiskajā laukā kopējā enerģija

$$W_{nm} = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} + W_{pm}. \quad (32.34)$$

Šādā gadījumā katras enerģijas līmenis magnētiskajā laukā sašķeļas $2j+1$ līmeņos. Ja magnētiskais lauks ir spēcīgs, tad formulā (32.34) lieluma W_{pm} vietā jāliek W'_{pm} saskaņā ar formulu (32.33').

32.2.8. Spekrālīniju sašķelšanās. Zēmaņa efekts. Enerģijas līmeņu sašķelšanās izraisa arī atoma starojuma spekrālīniju sašķelšanos. Tas nozīmē, ka brīvā atoma starojuma vienas frekvences (spekrālīnijas) vietā atoms, kas atrodas magnētiskajā laukā, emitē starojumu, kurā ir vairākas nedaudz atšķirīgas frekvences (spekrālīnijas). Šādu parādību pirmais 1896. gadā novēroja nīderlandiešu fiziķis *P. Zēmanis*. Tādēļ to sauc par *Zēmaņa efektu*.

Saskaņā ar otro Bora postulātu un sakarību (32.34) iegūst, ka frekvence

$$\nu = \frac{(W_{nm})_1 - (W_{nm})_2}{h} = \frac{W_{n1} - W_{n2}}{h} + \frac{(W_{pm})_1 - (W_{pm})_2}{h} \quad \text{jeb}$$

$$\nu = \nu_0 + \frac{(W_{pm})_1 - (W_{pm})_2}{h}.$$

Vājā magnētiskajā laukā saskaņā ar sakarību (32.33) starojuma frekvence

$$\nu = \nu_0 + \frac{p_{mB} B}{h} (g_1 m_{j1} - g_2 m_{j2}), \quad (32.35)$$

bet spēcīgā laukā (ņemot vērā sakarību (32.33')) —

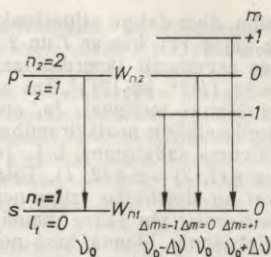
$$\nu = \nu_0 + \frac{p_{mB} B}{h} (\Delta m + 2\Delta m_s). \quad (32.35')$$

Spēcīgā magnētiskajā laukā novēroto Zēmaņa efektu sauc par normālo, bet vājā — par anomālo. Līniju skaitu, kurās sašķēlas spektrālīnijas ar frekvenci ν_0 , nosaka izvēles likumi

$$\Delta m_j = 0; \pm 1; \Delta m = 0; \pm 1; \Delta m_s = 0. \quad (32.35'')$$

Spektrālīniju sašķelšanās spēcīgā magnētiskajā laukā ir daudz lielāka par sašķelšanos līniju sīkstruktūras dēļ. Tādēļ sīkstruktūru var neņemt vērā. Tādā gadījumā var teikt, ka katras spektrālīnijas sašķelšanās dēļ rodas trīs komponentes ar frekvencēm $\nu_0 - \rho_{\text{mB}}B/h$; ν_0 ; $\nu_0 + \rho_{\text{mB}}B/h$. Tas, kā nor-

mālā Zēmaņa efektā sašķēlas divi atoma stāvokļi ($n_1 = 1$; $l_1 = 0$) un ($n_2 = 2$; $l_2 = 1$), kuriem atbilst enerģijas W_{n1} un W_{n2} , un arī pārejas starp šiem stāvokļiem (neņemot vērā sīkstruktūru) parādītas 32.5. attēlā.



32.5. att.

Anomālajā Zēmaņa efektā līniju skaits ir lielāks.

Zēmaņa efekts novērojams arī daudzelektronu atomos, tikai tad iepriekšējās sakarībās jālieto atoma kvantu skaitļi. Daudzelektronu atomos, ja stāvokļos, starp kuriem notiek pāreja, atoma spina kvantu skaitļi ir nulle, arī vājā magnētiskajā laukā novērojams normālais Zēmaņa efekts, jo sakarībā (32.35) lielumi $g_1 = g_2 = 1$ un $m_j = m$. (Eksperimentos vispirms tika novērots tieši šāds efekts, un tas nosaukts par normālo Zēmaņa efektu.)

32.3. ELEKTRONU SADALĪJUMS PA STĀVOKĻIEM DAUDZELEKTRONU ATOMOS

32.3.1. Identisku daļiņu neatšķiramības princips. Klasiskajā mehānikā pieņem, ka vairāku pilnīgi vienādu, t. i., *identisku daļiņu sistēmā daļiņas vienmēr ir atšķiramas*, jo tās nekad nezaudē savu individualitāti. Tā, piemēram, pat sadursmes momentā divas daļiņas nekad neatrodas vienā un tajā pašā telpas vietā, pirms un pēc sadursmes katra daļiņa kustas pa savu trajektoriju un vienmēr principā ir iespējams noteikt, kur atrodas pirmā daļiņa un kur otrā. Mikropasaulē daļiņas stāvokli apraksta viļņu funkcija, kura nosaka varbūtību atrast daļiņu tajā vai citā telpas punktā. Ja telpā atrodas divas identiskas daļiņas un pastāv varbūtība tām abām atrasties vienā un tajā pašā telpas punktā (viļņu funkcijas pārklājas), tad principā nav iespējams pateikt, kura no daļiņām atrodas šajā punktā. Saka, ka *daļiņas ir neatšķiramas*. Tādi fizikāli stāvokļi, kuros divas identiskas daļiņas tiek apmainītas vietām, nekādā eksperimentā nav atšķirami, un tādēļ tie jāuzskata par vienu un to pašu stāvokli.

Daļiņu neatšķiramības princips nosaka identisku daļiņu sistēmas viļņu funkcijas simetrijas īpašības. Pieņemsim, ka daļiņa 1 atrodas stāvoklī a , bet daļiņa 2 — stāvoklī b . Neievērojot daļiņu mijiedar-

bību, divu daļiņu viļņu funkciju $\psi(I, 2)$ var uzrakstīt kā reizinājumu $\psi_a(I) \psi_b(2)$, kur ar 1 un 2 jāsaprot atbilstošās daļiņas viļņu funkcijas argumenti (koordinātas un spins). Šādā gadījumā $|\psi(I, 2)|^2 = |\psi_a(I)|^2 |\psi_b(2)|^2$. Tas atbilst neatkarīgu notikumu varbūtību reizināšanas teorēmai. Ja, apmainot daļiņas vietām, nekas nemainās (mikrodaļiņu neatšķiramības princips), tad nemainās arī varbūtības blīvuma sadalījums, t. i., $|\psi(I, 2)|^2 = |\psi(2, I)|^2$, no kurienes izriet, ka $\psi(I, 2) = \pm \psi(2, I)$. Tātad šādas sistēmas viļņu funkcija var būt vai nu *simetriska* (zīme nemainās, ja daļiņas apmaina vietām), vai *antisimetriska* (zīme mainās uz pretējo). Mikropasaulē ir spēkā saglabāšanās likums, kurš nosaka, ka identisku daļiņu sistēmas viļņu funkcija dažādos procesos savas simetrijas īpašības nemaina.

Apskatītajā divu daļiņu gadījumā simetrisku $\psi_s(I, 2)$ un antisimetrisku $\psi_{as}(I, 2)$ sistēmas viļņu funkciju var uzrakstīt šādi:

$$\begin{aligned}\psi_s(I, 2) &= (1/\sqrt{2}) (\psi_a(I) \psi_b(2) + \psi_a(2) \psi_b(I)); \\ \psi_{as}(I, 2) &= (1/\sqrt{2}) (\psi_a(I) \psi_b(2) - \psi_a(2) \psi_b(I)).\end{aligned}\quad (32.36)$$

Tiešām, apmainot vietām 1 un 2, viļņu funkcijas ψ_s izteiksmē nekas nemainās (simetriska), bet viļņu funkcijas ψ_{as} izteiksmē mainās zīme uz pretējo (antisimetriska). Reizinātājs $1/\sqrt{2}$ šeit parādās tādēļ, lai būtu ievērots normēšanas nosacījums, ja ψ_a un ψ_b ir jau normētas viļņu funkcijas.

32.3.2. Fermioni un bozoni. Pauli princips. Izrādās, ka identisku daļiņu sistēmas *viļņu funkcijas simetrijas īpašības nosaka šo daļiņu spins*. Ja daļiņu spins ir $1/2$ (elektroni, protoni, neitroni); $3/2$; ... , tad tās sauc par *fermioniem*. Fermionu sistēmas viļņu funkcija ir antisimetriska. Turpretim, ja daļiņas spins ir vesels skaitlis (0; 1; 2; ... , piemēram, fotoni, mezoni), tās sauc par *bozoniem*. Bozonu sistēmas viļņu funkcija ir simetriska.

1925. gadā fizikis teorētiķis V. Pauli (1900—1958), pamatojoties vispirms uz empīriskiem datiem, formulēja svarīgu mikropasaules likumu, ko vēlāk nosauca par **Pauli principu**.

|| **Noslēgtā identisku fermionu sistēmā vienā kvantu stāvoklī nevar atrasties vairāk nekā viens fermions.**

Kvantu mehānikā Pauli princips izriet no tā, ka fermionu sistēmas viļņu funkcija ir antisimetriska. No sakarībām (32.36) redzams, ka divām daļiņām funkcija $\psi_{as}(I, 2)$ ir identiski vienāda ar nulli, ja stāvokļi a un b ir vienādi. Tādēļ varbūtība, ka abu fermionu stāvokļi vienādi, ir nulle. Tātad *atomā nevar būt divu elektronu, kuriem visi kvantu skaitļi n, l, m un m_s ir vienādi*. Tā kā spina magnētiskajam kvantu skaitlim m_s var būt tikai divas vērtības $\pm 1/2$, tad *atomā nevar būt vairāk par diviem elektroniem ar vienādiem kvantu skaitļiem n, l, m* .

Bozonu skaits vienā kvantu stāvoklī nav ierobežots.

Vēlāk redzēsīm, ka daudzas atomu, atomu kodolu, molekulu un cietvielu īpašības un uzbūves īpatnības ir izprotamas, tikai ievērojot Pauli principu.

32.3.3. Elektronu čaulas un to aizpildījums ar elektroniem. Apskatot daudzelektronu atomu (tajā elektronu skaits $Z > 1$), jārisina Šrēdingera vienādojums, kurā potenciālā enerģija sastāv 1) no atoma kodola un elektronu mijiedarbības potenciālajām enerģijām $-Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r_i)$ un 2) no elektronu—elektronu mijiedarbības potenciālajām enerģijām $e^2/(4\pi\epsilon_0 r_{ik})$. Šajās izteiksmēs r_i — attālums no kodola līdz i -tajam elektronam, bet r_{ik} — attālums starp i -to un k -to elektronu. Elektronu—elektronu mijiedarbības enerģija ir mazāka nekā kodola—elektronu mijiedarbības enerģija, tomēr tā nav tik maza, lai varētu neņemt vērā. Piemēram, hēlija atomā, kuram ir divi elektroni, abu elektronu mijiedarbības enerģija ir 35% no kopējās atoma potenciālās enerģijas.

Elektronu—elektronu mijiedarbība izpaužas tā, it kā notiktu kodola lādiņa ekranēšana — elektroni it kā kustas tāda kodola laukā, kura efektīvais lādiņš ir mazāks par Ze .

Elektronu mijiedarbības dēļ spēku lauks, kurā kustas atsevišķs elektrons, vairs nav arī centrāli simetrisks. Tādēļ *elektrona enerģija ir atkarīga ne tikai no galvenā kvantu skaitļa n , bet arī no orbitālā kvantu skaitļa l* , t. i., atbilstošie enerģijas līmeņi sašķeļas. Tāpat kā ūdeņraža atomā, arī daudzelektronu atomā katru iespējamo elektrona stāvokli kvalitatīvi var raksturot ar četriem kvantu skaitļiem n , l , m un m_s .

Tālāk aplūkosim elektronu izvietojumu pa kvantu stāvokļiem.

Katrs atoms sastāv no kodola ar lādiņu Ze un Z elektroniem, kuri izvietojas, aizņemot stāvokļus ar minimālo enerģiju. Taču saskaņā ar Pauli principu visi elektroni nevar novietoties stāvoklī ar vismazāko enerģiju — vienā kvantu stāvoklī var atrasties tikai viens elektrons. Tā kā stāvokļu enerģiju pamatā nosaka galvenais kvantu skaitlis n un kvantu skaitlis l to tikai nedaudz maina, bet kvantu skaitļi m un m_s enerģiju ietekmē vēl mazāk, tad elektronu izvietojumam pa enerģijām ir vairāk vai mazāk izteikta *grupveida struktūra*. Elektronus, ja tie atrodas stāvokļos, kuri atbilst vienam kvantu skaitlim n , apvieno vienā čaulā. Tā savukārt atkarībā no kvantu skaitļa l sadalās apakščaulās. Čaulas atbilstoši kvantu skaitļa n vērtībām $n=1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$ apzīmē ar burtiem K, L, M, N, O, P, Q .

Vienā čaulā var atrasties $2n^2$ elektroni, tātad K čaulā — 2, L čaulā — 8, M čaulā — 18, N čaulā — 32 utt. Ārējās čaulas elektronus sauc par *valences elektroniem* jeb *optiskajiem elektroniem*. Tie nosaka atomu ķīmiskās īpašības un arī optiskos spektrus.

Atomu elektronu čaulu aizpildījumu ar elektroniem pieraksta šādi: vispirms raksta galvenā kvantu skaitļa vērtību (čaulas numuru), tad burtu, kas norāda orbitālā kvantu skaitļa vērtību (apzīmē apakščaulu), bet aiz burtā tā pakāpes rādītāja vietā norāda elektronu skaitu šajā apakščaulā. Tā, piemēram, germānija Ge atoma elektronu čaulu aizpildījumu pieraksta šādi: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$, tātad germānija atoma pamatstāvoklī K, L un M čaulas ir aizpildītas, bet N čaulā atrodas četri valences elektroni. Šādu pierakstu sauc par *elektronu konfigurāciju*.

Tabulā un 32.6. attēlā parādīts, kā secīgi aizpildās kvantu stāvokļi un kā veidojas dažādu ķīmisko elementu atomi, palielinoties kodola lādiņam un elektronu skaitam.

Atomu elektronu čaulu aizpildījums

Z	Elements	Konfigurācija	Z	Elements	Konfigurācija	Z	Elements	Konfigurācija
1	H	1s	37	Rb	Kr 5s	73	Ta	4f ¹⁴ 5d ³ 6s ²
2	He	1s ²	38	Sr	5s ²	74	W	4f ¹⁴ 5d ⁴ 6s ²
3	Li	He 2s	39	Y	4d ⁵ 5s ²	75	Re	4f ¹⁴ 5d ⁵ 6s ²
4	Be	2s ²	40	Zr	4d ² 5s ²	76	Os	4f ¹⁴ 5d ⁶ 6s ²
5	B	2s ² 2p	41	Nb	4d ⁴ 5s	77	Ir	4f ¹⁴ 5d ⁷ 6s ²
6	C	2s ² 2p ²	42	Mo	4d ⁵ 5s	78	Pt	4f ¹⁴ 5d ⁹ 6s
7	N	2s ² 2p ³	43	Tc	4d ⁵ 5s ²	79	Au	4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s
8	O	2s ² 2p ⁴	44	Ru	4d ⁷ 5s	80	Hg	6s ²
9	F	2s ² 2p ⁵	45	Rh	4d ⁸ 5s	81	Tl	6s ² 6p
10	Ne	2s ² 2p ⁶	46	Pd	4d ¹⁰	82	Pb	6s ² 6p ²
11	Na	Ne 3s	47	Ag	4d ¹⁰ 5s	83	Bi	6s ² 6p ³
12	Mg	3s ²	48	Cd	4d ¹⁰ 5s ²	84	Po	6s ² 6p ⁴
13	Al	3s ² 3p	49	In	4d ¹⁰ 5s ² 5p	85	At	6s ² 6p ⁵
14	Si	3s ² 3p ²	50	Sn	4d ¹⁰ 5s ² 5p ²	86	Rn	6s ² 6p ⁶
15	P	3s ² 3p ³	51	Sb	4d ¹⁰ 5s ² 5p ³	87	Fr	Rn 7s
16	S	3s ² 3p ⁴	52	Te	4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁴	88	Ra	7s ²
17	Cl	3s ² 2p ⁵	53	I	4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁵	89	Ac	6d ⁷ 7s ²
18	Ar	3s ² 3p ⁶	54	Xe	4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁶	90	Th	6d ² 7s ²
19	K	Ar 4s	55	Cs	Xe 6s	91	Pa	5f ² 6d ⁷ 7s ²
20	Ca	4s ²	56	Ba	6s ²	92	U	5f ³ 6d ⁷ 7s ²
21	Sc	3d ⁴ 4s ²	57	La	5d ⁶ 6s ²	93	Np	5f ⁵ 7s ²
22	Ti	3d ² 4s ²	58	Ce	4f ² 6s ²	94	Pu	5f ⁶ 7s ²
23	V	3d ³ 4s ²	59	Pr	4f ³ 6s ²	95	Am	5f ⁷ 7s ²
24	Cr	3d ⁵ 4s	60	Nd	4f ⁴ 6s ²	96	Cm	5f ⁷ 6d ⁷ 7s ²
25	Mn	3d ⁵ 4s ²	61	Pm	4f ⁵ 6s ²	97	Bk	5f ⁹ 7s ²
26	Fe	3d ⁶ 4s ²	62	Sm	4f ⁶ 6s ²	98	Cf	5f ¹⁰ 7s ²
27	Co	3d ⁷ 4s ²	63	Eu	4f ⁷ 6s ²	99	Es	5f ¹¹ 7s ²
28	Ni	3d ⁸ 4s ²	64	Gd	4f ⁷ 5d ⁶ 6s ²	100	Fm	5f ¹² 7s ²
29	Cu	3d ¹⁰ 4s	65	Tb	4f ⁹ 6s ²	101	Md	5f ¹³ 7s ²
30	Zn	3d ¹⁰ 4s ²	66	Dy	4f ¹⁰ 6s ²	102	(No)	5f ¹⁴ 7s ²
31	Ga	3d ¹⁰ 4s ² 4p	67	Ho	4f ¹¹ 6s ²	103	(Lr)	5f ¹⁴ 6d ⁷ 7s ²
32	Ge	3d ¹⁰ 4s ² 4p ²	68	Er	4f ¹² 6s ²	104	(Ku)	6d ² 7s ²
33	As	3d ¹⁰ 4s ² 4p ³	69	Tm	4f ¹³ 6s ²	105	(Bo)	6d ³ 7s ²
34	Se	3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁴	70	Yb	4f ¹⁴ 6s ²	106		6d ⁴ 7s ²
35	Br	3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁵	71	Lu	4f ¹⁴ 5d ⁶ 6s ²	107		6d ⁵ 7s ²
36	Kr	3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁶	72	Hf	4f ¹⁴ 5d ² 6s ²	108		6d ⁶ 7s ²

Ķīmiskā elementa kārtas skaitlim Z augot un elektroniem pakāpeniski piepildot čaulas, dažādas atomu īpašības, piemēram, tilpums, impulsa moments un magnētiskais moments, spektrs un atomu ķīmiskās īpašības mainās periodiski. Visraksturīgākais ir atomu īpašību maiņas periods, kuram atbilst $\Delta Z=8$. Šādu periodu noslēdz atoms ar astoņu elektronu konfigurāciju s^2p^6 ārējā čaulā. Tā ir noslēgtu elektronu sistēma, kurai nav impulsa momenta un magnētiskā momenta. Šādai sistēmai ir mazs tilpums un vāja mijiedarbība ar citiem atomiem. Tādas elektronu čaulas ir cēlgāzēm. Atomu īpašību periodisko atkarību no elementa kārtas skaitļa Z arī atspoguļo krievu



32.6. att.

zinātnieka *D. Mendelejeva* 1869. gadā sastādītā *ķīmisko elementu periodiskā sistēma*.

Sākot ar *N* čaulu, čaulas zemāko kvantu stāvokļu (*s* apakščaulā) enerģijas ir mazākas nekā iepriekšējās čaulas pēdējos kvantu stāvokļos (ārējās apakščaulās). Tādēļ nākamās čaulas aizpildīšanās ar elektroniem sākas jau tad, kad iepriekšējā čaula vēl nav pilnīgi aizpildīta. Pirmais piemērs ir kālija *K* un kalcija *Ca* atomi. Iepriekšējās čaulas aizpildīšanās atsākas tikai tad, kad augstākajā čaulā ir jau zināms skaits elektronu. Tā, piemēram, *N* čaulas *f* apakščaulā elektroni nonāk (sākot ar cēriju *Ce*) tikai tad, kad elektroni jau aizņēmuši *O* čaulas *s*, *p* apakščaulas un pat *P* čaulas *s* apakščaulu. Tā rodas *ķīmiskie elementi ar vienādām ārējām čaulām un vienādām ķīmiskajām īpašībām — lantanīdi* ($Z=58 \dots 71$). Līdzīgi *O* čaulas *f* apakščaulas aizpildīšanās notiek pēc tam, kad elektroni jau aizņēmuši *P* čaulā *s* un *p* apakščaulas, bet *Q* čaulā *s* apakščaulu — izveidojas aktinīdi ($Z=90 \dots 103$).

32.3.4. Daudzelektronu atoma pilnais impulsa moments. Daudzelektronu atomiem, tāpat kā ūdeņraža atomam, piemīt noteikts pilnais impulsa moments \vec{L} . To veido savstarpēji saistītie atsevišķo elektronu orbitālie impulsa momenti \vec{L}_{oi} un spini \vec{L}_{si} , kurus nosaka kvantu

skaitļi l_i un s_i . Atsevišķo vektoru \vec{L}_{oi} un \vec{L}_{si} saskaitīšanas veids ir atkarīgs no elektronu mijiedarbības rakstura.

Ja atomā elektrostātiskā mijiedarbība starp elektroniem ir daudz lielāka par magnētisko (spinorbitālo) mijiedarbību, tad vispirms var noteikt atoma kopējo orbitālo impulsa momentu $|\vec{L}_o| = |\sum \vec{L}_{oi}| = \hbar\sqrt{L(L+1)}$ un kopējo spinu $|\vec{L}_s| = |\sum \vec{L}_{si}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}$, kur L — atoma orbitālais kvantu skaitlis un S — spina kvantu skaitlis. Tie veidojas no kvantu skaitļiem l_i un s_i . Atoma pilno impulsa momentu \vec{L} nosaka, saskaitot \vec{L}_o un \vec{L}_s . Tātad $\vec{L} = \vec{L}_o + \vec{L}_s$, pie tam

$$|\vec{L}| = \hbar\sqrt{J(J+1)}, \quad (32.37)$$

kur J — atoma pilnā impulsa momenta kvantu skaitlis, kura iespējamās vērtības ir šādas:

$$J = |L+S|; |L+S-1|; \dots; |L-S+1|; |L-S|. \quad (32.38)$$

Šajā gadījumā saka, ka starp atoma elektroniem pastāv *Rasela—Sondersona (normālā)* jeb $L-S$ saite.

Ja dominē spinorbitālā mijiedarbība (starp atsevišķa elektrona orbitālo impulsa momentu \vec{L}_{oi} un spinu \vec{L}_{si}), tad vispirms jānosaka katra elektrona pilnais impulsa moments $\vec{L}_i = \vec{L}_{oi} + \vec{L}_{si}$. Atoma pilnais impulsa moments $\vec{L} = \sum \vec{L}_i$. Šajā gadījumā saka, ka starp atoma elektroniem pastāv $j-j$ saite.

Aplūkotie gadījumi ir situācijas idealizācija. Praksē tipiska $L-S$ saite novērojama tikai vieglajos atomos, piemēram, hēlija atomā, bet $j-j$ saite tirā veidā atomos nepastāv.

Atoma atsevišķo elektronu orbitālo impulsa momentu \vec{L}_{oi} un spinu \vec{L}_{si} saskaitīšanas veidu var ietekmēt arī ārēji lauki.

32.4. ATOMU SPEKTRI

Brīvam atomam pārejot no viena kvantu stāvokļa citā, notiek gaismas kvanta emisija vai absorbcija. Visās pārejās emitēto (vai absorbēto) kvantu frekvenču kopa veido katram atomam raksturīgu emisijas (vai absorbcijas) līniju spektru. Šeit apskatīsim tikai optiskos spektrus (elektromagnētisko starojumu ultravioletajā, redzamajā un infrasarkanajā daļā) un rentgenspektrus. Viens optisko spektru piemērs — ūdeņraža atoma emisijas spektrs — jau aplūkots 32.1.4., kā arī 32.2.6., 32.2.7. un 32.2.8. nodaļos.

32.4.1. Daudzelektronu atomu optiskie spektri. Šie spektri saistīti ar valences elektronu stāvokļu maiņu un ir sarežģītāki par ūdeņraža atoma spektru. Spektra līniju frekvences var izteikt ar sēriju formulām tikai ķīmisko elementu periodiskās sistēmas pirmās un ot-

rās grupas elementu atomiem. Vieglo elementu atomu spektri liecina, ka šajos atomos pārsvarā ir $L-S$ saite. Arī tad, ja atomam ir vairāki valences elektroni, parastajā atomu ierosināšanas procesā (fotona absorbcija, elektronu triecieni), kā arī gaismas kvanta emisijas procesā savu stāvokli maina tikai viens valences elektrons. Ja atomā elektronus raksturo $L-S$ saite, tad vērā ņemama varbūtība ir tikai tādām pārejām, kuras atbilst noteiktām kvantu skaitļu izmaiņām. Šīs kvantu skaitļu izmaiņas sauc par izvēles likumiem. Tie ir šādi:

$$\Delta S=0; \Delta L=0; \pm 1; \Delta J=0; \pm 1. \quad (32.39)$$

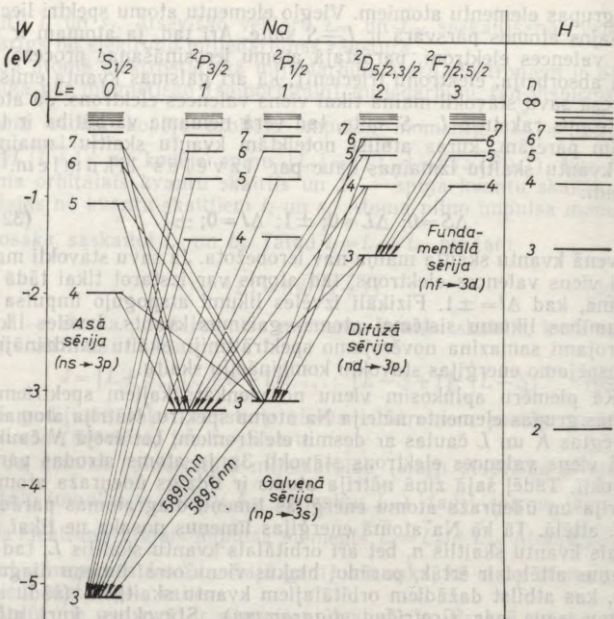
Galvenā kvantu skaitļa maiņa nav ierobežota. Ja savu stāvokli maina tikai viens valences elektrons, tad atoms var izstarot tikai tādā gadījumā, kad $\Delta l = \pm 1$. Fizikāli izvēles likumi atspoguļo impulsa nezūdamības likumu sistēmai atoms—gaismas kvants. Izvēles likumi ievērojami samazina novērojamo spektrālīniju skaitu salīdzinājumā ar iespējamo enerģijas stāvokļu kombināciju skaitu.

Kā piemēru aplūkosim vienu no vienkāršākajiem spektriem — pirmās grupas elementa nātrija Na atoma spektru. Nātrija atomam ir noslēgtas K un L čaulas ar desmit elektroniem, bet ārējā N čaulā ir tikai viens valences elektrons stāvoklī $3s$, ja atoms atrodas pamatstāvoklī. Tādēļ šajā ziņā nātrija atoms ir līdzīgs ūdeņraža atomam. Nātrija un ūdeņraža atomu enerģijas līmeņu diagrammas parādītas 32.7. attēlā. Tā kā Na atomā enerģijas līmeņus nosaka ne tikai galvenais kvantu skaitlis n , bet arī orbitālais kvantu skaitlis L , tad šos līmeņus attēlot ir ērtāk, parādot blakus vienu otram līmeņu diagrammas, kas atbilst dažādiem orbitālajiem kvantu skaitļiem (šādu attēlojumu sauc par *Grotiāna diagrammu*). Stāvokļus, kuri atbilst kvantu skaitļa L vērtībām $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$, apzīmē ar burtiem $S, P, D, F, G, H, I, \dots$. Burtam kreisajā pusē augšā pieraksta lielumumu $\kappa = 2S + 1$ (multiplicitāti), kur S — atoma elektronu čaulas spins (κ norāda, cik apakšlīmeņus var sašķelties enerģijas līmenis), bet labajā pusē apakšā — kvantu skaitļa J vērtību. Salīdzinot Na un H diagrammas, var izdarīt dažus secinājumus.

A. Elektronam nātrija atomā stāvoklī $3s$ ir mazāka enerģija nekā ūdeņraža atomā. Tas liecina, ka lauks, kurā atrodas nātrija valences elektrons un kuru rada kodols ar lādiņu $11e$ kopā ar iepriekšējo čaulu desmit elektroniem, ievērojami atšķiras no punktveida lādiņa $+e$ radītā lauka. Nātrija atomā valences elektrona saites enerģija ir lielāka nekā elektronam ūdeņraža atomā stāvoklī $3s$.

B. Nātrija valences elektronam vismazākā enerģija ir pamatstāvoklī $3s$ ($l=0$), bet jau stāvoklī $3p$ ($l=1$) tā enerģija ir ievērojami lielāka un atļautajā pārejā $3p \rightarrow 3s$ ($\Delta n=0$) emitētā gaisma ir spektra redzamajā daļā. Tā kā līmenis $3p$ ir sašķelts divos apakšlīmeņos, tad Na spektrā parādās divas līnijas ar viļņu garumiem 589,6 un 589,0 nm (Na dublēts). Šīs līnijas ir visintensīvākās Na spektra redzamajā daļā un piešķir Na gaismai raksturīgo dzeltēno nokrāsu.

C. Lielākām kvantu skaitļu n un L vērtībām atbilstošie enerģijas līmeņi Na atomā ir aptuveni tādi paši kā H atomā. Tā kā valences



32.7. att.

elektrons šajos stāvokļos atrodas tālāk no kodola, tad var secināt, ka šajos attālumos lauks, ko rada Na kodols kopā ar iekšējo čaulu elektroniem, kļūst līdzīgs H atoma kodola laukam.

D. Visi enerģijas līmeņi, atskaitot S līmeņus, divu dažādu spina orientāciju dēļ sašķelti divos apakšlīmeņos. (32.7. attēlā D un F līmeņu sašķelšanās nav parādīta.)

Nātrija spektru veido galvenokārt šādas četras intensīvākās sērijas:

- galvenā sērija (veido pārejas $np \rightarrow 3s$);
- asā sērija ($ns \rightarrow 3p$);
- difūzā sērija ($nd \rightarrow 3p$);
- fundamentālā sērija ($nf \rightarrow 3d$).

Dažas šo sēriju pārejas parādītas 32.7. attēlā.

32.4.2. Rentgenspektri. Rentgenstari ir elektromagnētiskais starojums ar viļņa garumu robežās aptuveni no 10 nm līdz 1 pm. Tie var rasties, ātrām lādētām daļiņām (piem., elektroniem) saduroties ar vielas atomiem. Ierīces, kuras lieto rentgenstaru iegūšanai, sauc par rentgenlampām. Tās parasti ir vakuuma ($p \approx 10^{-4} \dots 10^{-6}$ Pa)

diodes ar kvēlkatodu K un aptuveni 30 cm attālumā novietotu anodu jeb antikatodu A (32.8. att.). Elektrodiem pievada augstu spriegumu U (1...100 kV). Katoda emitētos elektronus elektriskais lauks paātrina un fokusējošais elektrods F novirza tos uz anodu. Elektronu mijiedarbība ar anoda vielas atomiem var būt divējāda.

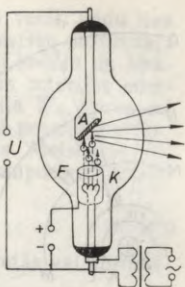
A. Ātrais elektrons strauji bremsējas anoda materiālā (spēcīgi elektriskie lauki, galvenokārt smago elementu atomu kodolu tuvumā) un emitē kvantu ar lielu enerģiju (32.9. att. *a*). Dažādi elektroni, kuru enerģijas nav kvantētas, emitē starojuma kvantus ar dažādām enerģijām rentgenstaru diapazonā — rodas *nepārtrauktais rentgenspektrs*.

B. Ātrā elektrona kinētiskā enerģija ir pietiekama, lai izsistu elektronu no anoda materiāla atoma kādas iekšējās čaulas. Brīvo vietu tad aizpilda elektrons no tālākas čaulas (32.9. att. *a*), emitējot kvantu ar šai pārejai raksturīgu frekvenci. Rodas rentgenstaru līnījspektrs ar diskrētām frekvencēm (viļņa garumiem), kas raksturīgas anoda materiālam (ķīmiskajam elementam). Tādēļ to sauc par *raksturīgo rentgenspektru*.

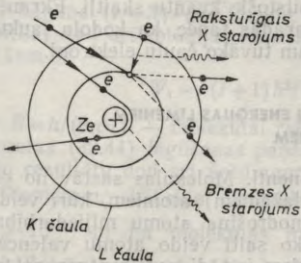
Rentgenspektru kvanta maksimālā enerģija $h\nu_r$ nevar pārsniegt elektrona kinētisko enerģiju $m_0v^2/2$ (enerģijas nezūdamības likums), tādēļ nepārtrauktajā rentgenspektā parādās išviļņu robeža λ_r . Tā kā $m_0v^2/2 = eU$, kur U — elektrona paātrināšanas spriegums un $h\nu_r = hc/\lambda_r$, tad

$$\lambda_r = hc/(eU). \quad (32.40)$$

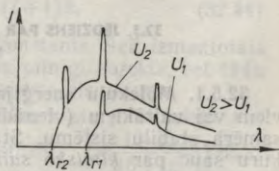
Pilnais rentgenspektrs, kas veidojas, nepārtrauktajam spektram un līnījspektram pārklājoties, atbilstoši diviem spriegumiem U_1 un U_2 shematiski parādīts 32.9. attēlā *b*.



32.8. att.

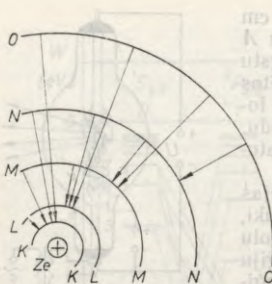


a

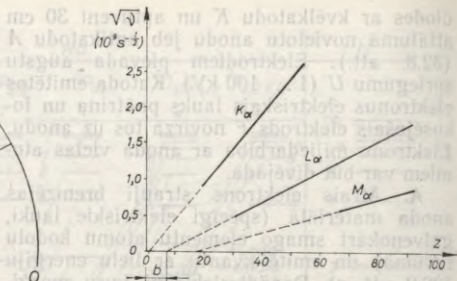


b

32.9. att.



32.10. att.



32.11. att.

Katra elementa raksturīgais rentgenspektrs sastāv no vairākām *liniju sērijām*. Elektronu pārejas no augstākām čaulām uz K čaulu veido K sēriju (32.10. att.), uz L čaulu — L sēriju utt. Sērijas robežās līnijas apzīmē, izmantojot indeksos grieķu burtus $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$, piemēram, K sērijā ir līnijas $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots$, L sērijā — līnijas $L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots$.

Angļu fiziķis *H. Mozlijs* (1887—1915), salīdzinot vienāda nosaukuma līniju frekvences (piem., $K_\alpha, L_\alpha, M_\alpha, \dots$) dažādu elementu rentgenspektros, 1913. gadā atklāja, ka katrai līnijai pastāv lineāra sakarība starp lielumu $\sqrt{\nu}$ un elementa kārtas numuru Z (32.11. att.). Tādēļ $\sqrt{\nu} = \sqrt{a}(Z - b)$ un frekvence

$$\nu = a(Z - b)^2. \quad (32.41)$$

Šī formula izsaka *Mozlija likumu*, kurā a — dotā nosaukuma līnijām raksturīga konstante, bet b — ekranēšanas konstante, kas dažādām sērijām ir atšķirīga, piemēram, K sērijai $b=1$; L sērijai $b=7,5$. Salīdzinot formulu (32.41) ar (32.9), redzams, ka $a = R_\infty(1/n_i^2 - 1/n_k^2)$, kur $R_\infty = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ — Rīdberga konstante, bet n_i un n_k — elektrona pārejai atbilstošie kvantu skaitļi. Ekranēšanas konstante b Mozlija likumā parādās tāpēc, ka kodola lauku, kurā notiek pāreja, ietekmē arī kodolam tuvāko čaulu elektroni.

32.5. JEDZIENS PAR MOLEKULU ENERĢIJAS LĪMEŅIEM UN SPEKTRIEM

32.5.1. Molekulu enerģijas komponenti. Molekulas sastāv no diviem vai vairākiem (vienādiem vai dažādiem) atomiem, kuri veido samērā stabili sistēmu. Stabilitāti nodrošina atomu mijiedarbība, kuru sauc par *ķīmisko saiti*. Ķīmisko saiti veido atomu valences elektroni. (Molekulās saistītiem atomiem ir tādi paši rentgenspektri kā molekulās nesaistītiem atomiem, bet optiskie spektri atkarīgi no valences elektronu pārejām un tie ievērojami atšķiras.) Molekulās

vēl bez elektronu kustības parādās jauni kustības veidi, kādu nav atomos, proti, molekulu rotācija un molekulas atsevišķo sastāvdaļu svārstības. Tādēļ molekulas enerģiju veido ne tikai kodolu un elektronu mijiedarbības enerģija W_e , bet arī molekulas rotācijas enerģija W_r un molekulas svārstību (vibrācijas) enerģija W_v , kuras arī ir kvantējamas. Visi šie enerģijas komponenti kopā nosaka molekulas enerģētiskos stāvokļus un tās optiskos spektrus. Molekulas pilnās enerģijas izmaiņa ΔW atkarīga no visu triju komponentu izmaiņām, t. i.,

$$\Delta W = \Delta W_e + \Delta W_v + \Delta W_r. \quad (32.42)$$

Saskaņā ar otro Bora postulātu molekulas izstarotās vai absorbētās gaismas frekvence

$$\nu = (1/h) (\Delta W_e + \Delta W_v + \Delta W_r). \quad (32.43)$$

Formulā (32.43) uzrakstīto saskaitāmo skaitliskās vērtības ievērojami atšķiras:

$$\Delta W_e \gg \Delta W_v \gg \Delta W_r.$$

Parasti $\Delta W_e \approx (2 \dots 10)$ eV. Tādēļ elektronu pārejām atbilst frekvences redzamajā vai ultravioletajā spektra daļā. Svārstību kustībā $\Delta W_v \approx (0,1 \dots 1,5)$ eV un šīm pārejām atbilstošās frekvences ir tuvajā infrasarkanajā spektra daļā, bet rotācijas kustībā $\Delta W_r \approx (10^{-5} \dots 10^{-3})$ eV un šo pāreju frekvences atrodas tālajā infrasarkanajā spektra daļā vai mikroviļņu rajonā.

Nedaudz sikāk apskatīsim vienkāršākās — divatomu molekulas enerģētiskos stāvokļus un spektrus.

32.5.2. Molekulas rotācijas spektrs. Divatomu molekula var rotēt ap brīvo rotācijas asi, kura iet caur molekulas masas centru perpendikulāri taisnei, kas savieno atomus. Ja tās atomi (materiāli punkti), kuru masa m_1 un m_2 , atrodas attālumā r viens no otra, tad molekulas inerces moments $I = m_1 m_2 r^2 / (m_1 + m_2)$, bet rotācijas kinētiskā enerģija $W_r = I \omega^2 / 2 = L^2 / (2I)$, kur $L = I \omega$ — molekulas impulsa moments attiecībā pret masas centru. Tā kā impulsa moments ir kvantēts lielums ($L = \hbar \sqrt{J(J+1)}$, kur $J = 0; 1; 2; \dots$ ir rotācijas kvantu skaitlis), tad arī rotācijas kinētiskā enerģija W_r ir kvantēts lielums, pie tam

$$W_r = J(J+1) \hbar^2 / (2I) = BJ(J+1)h, \quad (32.44)$$

kur $B = h / (8\pi^2 I)$ — molekulai raksturīga konstante. Šeit izmantotais formulas (32.44) iegūšanas paņēmieni nav pilnīgi korekti, bet tādu pašu rezultātu dod arī Šrēdingera vienādojuma risinājums.

Piemēram, skābekļa molekulā O_2 attālums starp atomiem $r = 1,2 \cdot 10^{-10}$ m un molekulas inerces moments $I = \frac{16 \cdot 16}{16 + 16} \cdot 1,66 \times 10^{-27} (1,2 \cdot 10^{-10})^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \approx 2 \cdot 10^{-46} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Konstante $B = 6,6 \times 10^{-34} / (8\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{-46}) \text{ Hz} = 4 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$, bet enerģija $W_r = J(J+1) \times 4 \cdot 10^{10} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} = J(J+1) \cdot 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ J} = J(J+1) \cdot 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$. Ja

$J=1$, tad $W_r=3,4 \cdot 10^{-4}$ eV. Stāvoklī $J=1$ molekula O_2 rotē ar leņķisko ātrumu $\omega = \sqrt{2W_r/I} = \sqrt{2 \cdot 5,6 \cdot 10^{-23} / (2 \cdot 10^{-46})}$ s $^{-1} = 7,5 \cdot 10^{11}$ s $^{-1}$.

Divatomu molekulām rotācijas pāreju izvēles likums (absorbcijai un emisijai) ir šāds: $\Delta J = \pm 1$. Tādēļ emisijas ($\Delta J = -1$) frekvenci, ņemot vērā sakarību (32.44), var izteikt šādi: $\nu_r = (W_{r1} - W_{r2})/h = (W_{r, J+1} - W_{r, J})/h = B((J+1)(J+2) - J(J+1))$, t. i.,

$$\nu_r = 2B(J+1), \quad (32.45)$$

kur J — rotācijas kvantu skaitlis līmenim, uz kura notiek pāreja. Tātad molekulas rotācijas pārejās izstarotās gaismas frekvence ν_r lineāri saistīta ar kvantu skaitli J . Divu blakus esošo līniju frekvenču starpība $\Delta\nu_r = 2B(J+1) - 2BJ = 2B = h/(4\pi^2 I)$ ir konstants lielums, un rotācijas spektrs frekvenču skalā sastāv no vienādos attālumos novietotām spektrālīnijām. (Skābekļa O_2 molekulām frekvenču starpība $\Delta\nu_r = 2 \cdot 4 \cdot 10^{10} = 8 \cdot 10^{10}$ Hz un spektrālīnijai ar mazāko frekvenci atbilst viļņa garums $\lambda = c/\Delta\nu_r = 3 \cdot 10^8 / (8 \cdot 10^{10})$ m = $3,7 \cdot 10^{-3}$ m = 3,7 mm.) Istenībā, ja ir liels rotācijas kvantu skaitlis, $\Delta\nu_r$ samazinās, jo molekula nav absolūti ciets ķermenis, tādēļ, rotējot ar lieliem ātrumiem (liela rotācijas kustības enerģija), molekula «izstiepjas» un pieaug tās inerces moments. Tādējādi *divatomu molekulas rotācijas spektrs ir gandrīz ekvidistantu spektrālīniju saime*.

Daudzatomu molekulu rotācijas spektrs ir sarežģītāks, bet līdzīgs divatomu molekulas spektram. Molekulu rotācijas spektra līniju viļņa garumi ir robežās no dažiem desmitiem mikrometru līdz dažiem milimetriem.

32.5.3. Molekulas svārstību spektrs. Divatomu molekulā atomi līdzsvara stāvoklī atrodas attālumā, kuru nosaka to mijiedarbības potenciālās enerģijas minimums. Izvirzot atomus no līdzsvara stāvokļa, tie harmoniski svārstās, jo novirzes nav lielas. Harmoniska oscilatora enerģijas kvantēšanas likums (sk. formulu (31.27)) ir šāds:

$$W_v = (v + 1/2)h\nu_0, \quad (32.46)$$

kur $v=0; 1; 2; \dots$ ir *svārstību kvantu skaitlis*.

Ja, molekulai svārstoties, mainās tās elektriskais dipolmoments, tad iespējamās emisijas pārejas (saskaņā ar izvēles likumu $\Delta v = -1$), kurās emitētās gaismas frekvences $\nu_v = (W_{v, v+1} - W_{v, v})/h = ((v+1+1/2) - (v+1/2))h\nu_0/h = \nu_0$. Tātad

$$\nu_v = \nu_0, \quad (32.47)$$

t. i., visās svārstību pārejās emitētā starojuma frekvences ir vienādas un nav atkarīgas no molekulas enerģijas. (Skābekļa O_2 molekulām frekvence $\nu_0 = 5 \cdot 10^{13}$ Hz un starp svārstību enerģijas līmeņiem attālums $\nu_0 h = 5 \cdot 10^{13} \cdot 6,6 \cdot 10^{-34}$ J = $3,3 \cdot 10^{-20}$ J = 0,2 eV.)

Reālās molekulas atomu svārstības, īpaši, ja tās nav ļoti mazas, nav stingri harmoniskas. Tādēļ notiek pārejas arī ar $\Delta v = -2; -3; \dots$, t. i., ar frekvencēm $2\nu_0, 3\nu_0, \dots$, kaut gan šādu pāreju varbūtība ir daudz mazāka. Tā kā rotācijas pārejām nepieciešama daudz

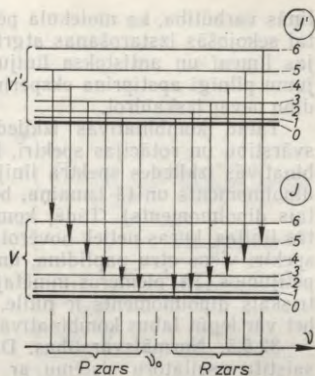
mazāka enerģija, tad, mainoties svārstību enerģijai, vienlaikus var mainīties arī rotācijas enerģija. Rezultātā blakus līnijām ar svārstību spektra frekvencēm $\nu_0, 2\nu_0, \dots$ parādās virkne tām tuvu novietotu ekvidistantu līniju, kuras atbilst enerģijas izmaiņām $\Delta W_v + \Delta W_r$. Šādi spektri sastāv no divām daļām (atbilstoši $\Delta J = +1$ un $\Delta J = -1$) un satur frekvences $\nu_0 \pm \nu_{rJ}, 2\nu_0 \pm \nu_{rJ}, \dots$, kur $J = 1; 2; 3; \dots$, un kopumā veido molekulas joslu spektru. Vienas tādas joslas rašanās, ja notiek pāreja starp stāvokļiem v' un v , shematiski parādīta 32.12. attēlā.

32.5.4. Kombinativā gaismas izkliede. Kombinatīvo gaismas izkliedi 1923. gadā teorētiski paredzēja austriešu fiziķis *Ā. Smekals*, bet 1928. gadā atklāja indiešu fiziķis *C. Ramans* un padomju fiziķi *L. Mandelštams* un *Ģ. Landsbergs*.

Ja uz vielas slāni krīt gaisma ar frekvenci ν_0 , tad parastajā (Releja) izklienē izklienētās un krītošās gaismas frekvences ir vienādas, bet kombinatīvajā izklienē izklienētās gaismas spektrā parādās t. s. kombinatīvās frekvences $\nu_0 \pm \nu_1$. Parasti kombinatīvās izklienēs spektrālīnijās novietotas tuvu ierosinātās gaismas atbilstošajām spektrālīnijām. Šādu frekvenču parādīšanos var izskaidrot gan no klasiskās, gan arī no kvantu teorijas viedokļa.

Klasiskajā teorijā uzskata, ka gaismas iedarbībā molekula tiek polarizēta un, molekulas inducētajam elektriskajam dipolmomentam mainoties ar krītošās gaismas svārstību frekvenci ν_0 , molekula izstaro tās pašas frekvences gaismu. Taču, ja šī procesa laikā molekulā notiek vēl arī svārstības ar pašai molekulai raksturīgu frekvenci ν_1 , kuras periodiski maina molekulas polarizējamību, tad molekulas izstarotā gaisma ir modulēta ar šo frekvenci un spektrā parādās kombinatīvās frekvences $\nu_0 - \nu_1$ un $\nu_0 + \nu_1$.

Kvantu teorijā uzskata, ka notiek ierosinātās (krītošās) gaismas kvanta enerģijas un molekulu svārstību—rotāciju pārejas enerģijas summēšanās jeb kombinācija. Ja molekula pēc gaismas kvanta $h\nu_0$ absorbcijas un tai sekojošās izstarošanas atgriežas stāvoklī, kura enerģija ir par $h\nu_1$ (kādam svārstību—rotācijas pārejai atbilstošā enerģija) lielāka nekā sākotnējā, tad molekulas starojuma frekvence $\nu_s = \nu_0 - \nu_1$ un spektrā parādās *Stoksa līnija* (32.13. att.). Turpretī, ja molekulas beigu stāvokļa enerģija ir par $h\nu_1$ mazāka nekā sākotnējā, tad spektrā parādās *antistoksa līnija* ar frekvenci $\nu_0 + \nu_1$. Paaugstinot vielas temperatūru, palielinās molekulu skaits augstākos svārstību—rotācijas enerģijas līmeņos. Līdz ar to palie-



32.12. att.

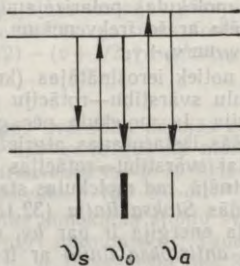
linās varbūtība, ka molekula pēc gaismas kvanta $h\nu_0$ absorbcijas un tai sekojošās izstarošanas atgrieziesies par sākotnējo zemākā enerģijas līmenī un antistoksa līniju intensitātei ir jāpieaug. Šo secinājumu pilnīgi apstiprina eksperimenti, bet klasiskā teorija šādu parādību nevar izskaidrot.

Tātad kombinatīvās izkliedes spektros atspoguļojas molekulu svārstību un rotācijas spektri, bet tie nedublē šos spektrus, jo kombinatīvās izkliedes spektra līniju intensitāti nosaka nevis molekulas dipolmoments un tā izmaiņa, bet molekulas polarizējamība (inducētais dipolmoments). Tādēļ kombinatīvās izkliedes spektros parādās tās līnijas, kuras netiek novērotas molekulu absorbcijas spektros. Abi spektri viens otru papildina, un tos plaši izmanto molekulu uzbūves pētījumos. Tā piemēros minētajai skābekļa molekulai O_2 , kurai elektriskais dipolmoments ir nulle, nevar novērot absorbcijas spektrus, bet var iegūt labus kombinatīvās izkliedes spektrus.

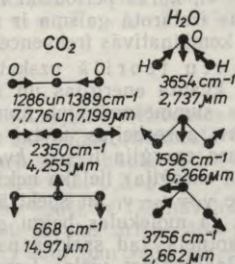
32.5.5. Normālsvārstības. Daudzatomu molekula veido sarežģītu saistītu oscilatoru sistēmu ar vairākām pašsvārstības frekvencēm. Spektrālāparāti izdala molekulas svārstību spektra harmoniskos komponentus, kurus sauc par *normālsvārstībām*. To skaits ir vienāds ar molekulas svārstību brīvības pakāpju skaitu, un vispārīgā gadījumā tas ir $3N-6$, bet lineārām molekulām $3N-5$, kur N — atomu skaits molekulā. Novērojamo normālsvārstību skaits var būt mazāks par $3N-6$ (vai $3N-5$), ja molekulai ir noteikti simetrijas elementi. Šajā gadījumā vairākas normālsvārstības var būt ar vienādu frekvenci, un pēc to skaita var spriest par molekulas simetriju. Lineāras oglekļa dioksīda CO_2 molekulas un ūdens molekulas H_2O normālsvārstību veidi un tiem atbilstošie viļņu skaitļi parādīti 32.14. attēlā.

Tā kā molekulu struktūras un ķīmisko saišu īpatnības atspoguļojas molekulu absorbcijas spektros un kombinatīvās izkliedes spektros, molekulu spektroskopijas metodi plaši lieto ķīmijā.

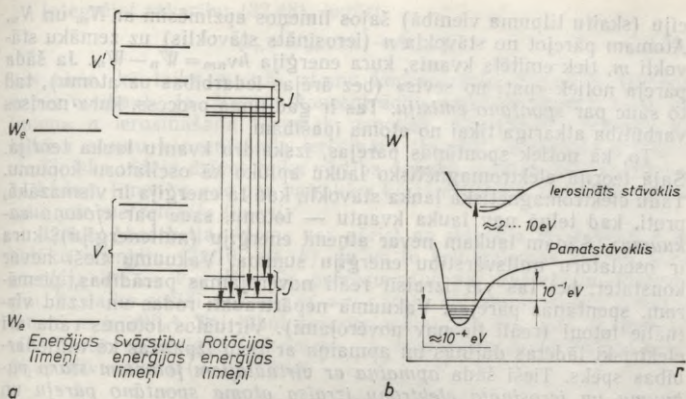
32.5.6. Molekulu elektronu spektrs. Ja ierosināšanas enerģijas ir pietiekami lielas, molekulās var mainīties elektronu stāvokļi. Šim pārejām atbilstošais starojums atrodas spektra redzamajā un ultravioletajā daļā. Elektronu pārejas laikā iespējama arī molekulu svār-



32.13. att.



32.14. att.



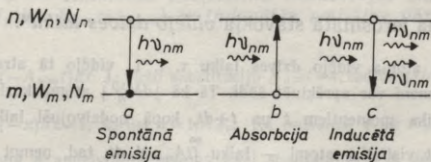
32.15. att.

stību un rotācijas enerģiju maiņa un elektronu pārejas frekvence kombinējas ar svārstību—rotācijas pāreju frekvencēm. Tā rezultātā vienai elektronu pārejas frekvencei atbilstošās spektrālīnijas vietā rodas vesela joslu sistēma. Vienas šādas sistēmas joslas dažās pārejas shematiski parādītas 32.15. attēlā a. Pilna tipiska enerģijas līmeņu shēma divatomu molekulai, kurai ir viens stabils ierosināts elektronu stāvoklis (atbilstošajai potenciālās enerģijas liknei ir minimums), parādīta 32.15. att. b.

32.6. EINŠTEINA STAROJUMA TEORIJA

Elektroni atomos var atrasties stacionāros stāvokļos, un tad atoms enerģiju neizstaro. Turpretī, elektroniem pārejot no viena stāvokļa citā, tiek emitēti vai absorbēti elektromagnētiskie viļņi. Izanalizēsim šos procesus nedaudz sīkāk no statistikas viedokļa daudzu atomu sistēmā.

Aplūkosim divus stacionārus atoma stāvokļus m un n (32.16. att.) ar enerģijām W_m un W_n , pie tam $W_n > W_m$. Atomu koncentrā-



32.16. att.

ciju (skaitu tilpuma vienībā) šajos līmeņos apzīmēsim ar N_m un N_n . Atomam pārejot no stāvokļa n (ierosināts stāvoklis) uz zemāku stāvokli m , tiek emitēts kvants, kura enerģija $h\nu_{nm} = W_n - W_m$. Ja šāda pāreja notiek «pati no sevis» (bez ārējas iedarbības uz atomu), tad to sauc par *spontāno emisiju*. Tas ir gadījuma process, kura norises varbūtība atkarīga tikai no atoma īpašībām.

To, kā notiek spontānās pārejas, izskaidro kvantu lauka teorija. Šajā teorijā elektromagnētisko lauku aplūko kā oscilatoru kopumu. Tādu elektromagnētiskā lauka stāvokli, kad tā enerģija ir vismazākā, proti, kad telpā nav lauka kvantu — fotonu, sauc par «*fotonu vakuumu*». Šādam laukam nevar atņemt enerģiju (nullenerģiju), kura ir oscilatoru nullsvārstību enerģiju summa. Vakuumu tieši nevar konstatēt, bet tas var izraisīt reāli novērojamas parādības, piemēram, spontānās pārejas. Vakuumā nepārtraukti rodas un izzūd virtuālie fotoni (reāli tie nav novērojami). Virtuālos fotonus rada arī elektriski lādētas daļiņas un apmaiņa ar tiem izpaužas kā mijiedarbības spēks. Tieši šāda *apmaiņa ar virtuālajiem fotoniem starp vakuumu un ierosināto elektronu izraisa atoma spontāno pāreju* un rezultātā rodas reāls fotons.

Pārejas, kuras izraisa reāli fotoni, sauc par inducētām pārejām. Tad mijiedarbībā ar atomu (elektronu) fotons var izzust (absorbēcija) vai arī var rasties jauns fotons (inducētā emisija), kurš ir koherents ar ierosinātajā fotonu. No klasiskās fizikas viedokļa inducētā emisija atbilst uzspiestām svārstībām, kuras notiek ar rezonanses frekvenci.

Tālāk aplūkosim spontāno emisiju, absorbēciju un inducēto emisiju Einšteina starojuma teorijas ietvaros.

32.6.1. Spontānā emisija. Pieņemsim, ka laika sprīdī dt spontāno $n \rightarrow m$ pāreju dēļ atomu skaita izmaiņa līmenī n ir dN_n^{sp} . Acīmredzot $dN_n^{sp} \sim -N_n$ un arī $dN_n^{sp} \sim dt$. Tādēļ, ievērojot to, ka $dt > 0$ un $dN_n < 0$, var rakstīt

$$dN_n^{sp} = -A_{nm}N_n dt, \quad (32.48)$$

kur $A_{nm} > 0$ — proporcionalitātes koeficients, ko sauc par *Einšteina koeficientu* spontānajai emisijai. Lielums $|dN_n^{sp}|/(N_n dt) = A_{nm}$ rāda, kāda daļa ierosināto atomu, kuri atrodas līmenī n , laika vienībā pāriet zemākā stāvokli m . Šis lielums attiecībā uz vienu atomu ir varbūtība, ka laika vienībā atoms spontāni izdarīs pāreju $n \rightarrow m$. Tādēļ A_{nm} sauc arī par *spontānās emisijas pārejas varbūtību*, bet apgriezto lielumu

$$\tau = 1/A_{nm} \quad (32.49)$$

sauc par atoma ierosinātā stāvokļa *vidējo dzīves laiku**.

* Ierosināta atoma vidējo dzīves laiku τ , t. i., vidējo tā atrašanās ilgumu ierosinātajā n līmenī var aprēķināt šādi. Tā kā $|dN_n^{sp}|$ atomi, kuri izdara $n \rightarrow m$ pāreju starp laika momentiem t un $t+dt$, kopā nodzīvojuši laiku $t|dN_n^{sp}| = -tA_{nm}N_n dt$, bet visi N_{n_0} atomi — laiku $\int_0^{\infty} tA_{nm}N_n dt$, tad, ņemot vērā sakarību (32.50) un izdalot iegūto summāro laiku ar N_{n_0} , iegūst, ka vidējais dzīves laiks

Integrējot sakarību (32.48), iegūst

$$N_n = N_{n0} \exp(-A_{nm}t), \quad (32.50)$$

kas rāda, kā laikā mainās atomu koncentrācija līmenī n (līmeņa «apdzīvotība»), ja N_{n0} ir koncentrācija laika momentā $t=0$ un līmeņa n ierosināšana turpmāk nenotiek. No (32.50) redzam, ka laikā τ atomu koncentrācija ierosinātā stāvoklī samazinās e reizes.

Tipiska vidējā dzīves laika vērtība optiskā spektra daļā $\tau \approx 10^{-8}$ s. Ja kādam līmenim τ ir par vairākām kārtām lielāks, tad šādu līmeni sauc par *metastabilu līmeni*.

32.6.2. Absorbciija. Atoms var pāriet no stāvokļa m stāvoklī n ar lielāku enerģiju (32.16. att. *b*), ja uz to krīt gaismas kvants, kura enerģija $h\nu_{nm} = W_n - W_m$. So procesu sauc par *absorbciiju*. Pieņemsim, ka laika sprīdī dt šādu $m \rightarrow n$ pāreju dēļ atomu skaita izmaiņa līmenī m ir dN_m^a . Tai jābūt proporcionālai gan N_m , gan dt , gan arī vidē esošā vajadzīgās frekvences ν_{nm} starojuma spektrālajam enerģijas blīvumam $\omega(\nu_{nm})$. Tādēļ

$$dN_m^a = -B_{mn}\omega(\nu_{nm})N_m dt, \quad (32.51)$$

kur $B_{mn} > 0$ — *Einšteina koeficients absorbciijai*. Lielums $|dN_m^a|/(N_m dt) = B_{mn}\omega(\nu_{nm})$ ir *absorbciijas pārejas varbūtība*, t. i., varbūtība, ka laika vienībā atoms, kas atrodas līmenī m , izdaris absorbciijas pāreju $m \rightarrow n$.

32.6.3. Inducētā emisija. Termiskā starojuma gadījumā, kad iespējams termodinamiskais līdzsvars starojumu un ķermeni, kurš izstaro un absorbē (sk. 29.1. §), jebkurā laikā sprīdī notiekošo emisijas pāreju $n \rightarrow m$ skaitam jābūt vienādam ar absorbciijas pāreju $m \rightarrow n$ skaitu jebkurai starojuma frekvencei (parciālā līdzsvara princips). No sakarībām (32.48) un (32.51) redzams, ka, pastāvot vienīgi spontānajai emisijai un absorbciijai, šāda vienādība būtu iespējama tikai noteiktam starojuma spektrālajam blīvumam $\omega(\nu_{nm})$. Tas ir pretrunā ar eksperimentu. *A. Einšteins* no tā 1916. gadā secināja, — *jāpastāv emisijas pārejām, kuru varbūtība atkarīga no starojuma spektrālā enerģijas blīvuma*, un nosauca šādu emisiju par *inducēto emisiju* (32.16. att. *c*).

Inducētā emisija aprakstāma līdzīgi kā absorbciija. Laika sprīdī dt inducēto pāreju $n \rightarrow m$ dēļ atomu skaita izmaiņa līmenī n ir šāda:

$$dN_n^{\text{ind}} = -B_{nm}\omega(\nu_{nm})N_n dt, \quad (32.52)$$

kur $B_{nm} > 0$ — *Einšteina koeficients inducētajai emisijai*. Lielums $|dN_n^{\text{ind}}|/N_n dt = B_{nm}\omega(\nu_{nm})$ ir *inducētās emisijas pārejas varbūtība*.

$\tau = \int_0^{\infty} A_{nm} \exp(-A_{nm}t) dt$. Ja lieto substitūciju $A_{nm}t = x$, tad $\tau = (1/A_{nm}) \int_0^{\infty} x \exp(-x) dx$.

Tā kā $\int_0^{\infty} x \exp(-x) dx = 1$, iegūst $\tau = 1/A_{nm}$. Kā redzams, τ un A_{nm} ir apgriezti lielumi, ja līmeņa n apdzīvotība mainās tikai spontāno $n \rightarrow m$ pāreju dēļ. $[A_{nm}] = s^{-1}$.

Spontānā starojuma kvantus atomi emitē neatkarīgi cits no cita. Tādēļ izstarotajiem kvantiem ir visdažādākie kustības virzieni, polarizācija, frekvence (spektrālliniju platuma robežās) un fāze, resp., dažādu atomu spontānais starojums nav koherents. Inducēto emisiju izraisa uz atomu kritošais noteiktas frekvences kvants, kurš netiek absorbēts, bet saglabājas, un emitētajam kvantam, kā to 1927. gadā teorētiski pamatoja A. Einšteins un P. Diraks, ir tāds pats kustības virziens, polarizācija, frekvence un fāze kā kritošajam. Tātad inducētajā emisijā izstarotais kvants un kritošais kvants ir koherenti.

Inducētā emisija ir kvantu pastiprinātāju un generatoru (māzeru, lāzeru) darbības pamatā.

32.6.4. Sakarības starp Einšteina koeficientiem. Lai iegūtu sakarības starp Einšteina koeficientiem A_{nm} , B_{nm} , B_{mn} , aplūkosim termisko starojumu, kas atrodas termodinamiskā līdzsvarā ar vielu. Šādā gadījumā iespējama gan spontānā un inducētā emisija, gan arī absorbcija, pie tam jebkurai starojuma frekvencei ν_{nm} ikvienā laika sprīdī dt kopējais emisijas pāreju skaits ir vienāds ar absorbcijas pāreju skaitu, t. i., $|dN_n^{sp}| + |dN_n^{ind}| = |dN_m^a|$.

No šī līdzsvara nosacījuma, ievērojot sakarības (32.48), (32.51) un (32.52), iegūst $A_{nm}N_n + B_{nm}\omega(\nu_{nm})N_n = B_{mn}\omega(\nu_{nm})N_m$, no ku-

rienes $\omega(\nu_{nm}) = \frac{A_{nm}}{B_{mn}} \cdot \frac{1}{N_m/N_n - B_{nm}/B_{mn}}$. Termodinamiskā līdzsvara stāvoklī atomu sadalījumu pa enerģijas līmeņiem (līmeņu apdzīvotību) nosaka Bolcmaņa sadalījuma funkcija $N_i = C \exp(-W_i/(kT))$, kur C — normēšanas konstante; T — vielas un starojuma temperatūra. Tādēļ nedegenerētiem vienkāršiem enerģijas līmeņiem m, n iegūst $N_m/N_n = \exp(-(W_m - W_n)/(kT)) = \exp(h\nu_{nm}/(kT))$ un

$$\omega(\nu_{nm}) = \frac{A_{nm}}{B_{mn}} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu_{nm}/(kT)) - B_{nm}/B_{mn}}. \quad (32.53)$$

Tā kā šī sakarība apraksta sistēmu, kura atrodas termodinamiskā līdzsvara stāvoklī, tad lielam $\omega(\nu_{nm})$ atbilst liela temperatūra T . Tātad robežgadījumā, kad $T \rightarrow \infty$, arī $\omega(\nu_{nm}) \rightarrow \infty$. Tādēļ izteiksmes (32.53) saucējam jātiecas uz nulli. Tas iespējams tikai tad, ja $B_{nm}/B_{mn} = 1$ jeb

$$B_{nm} = B_{mn}. \quad (32.54)$$

Mazu frekvenču rajonā ($h\nu_{nm} \ll kT$) absolūti melna ķermeņa termiskā starojuma spektrālajam enerģijas blīvumam derīga Releja—Džinsa formula (29.27):

$$\omega(\nu_{nm}) = \frac{8\pi\nu_{nm}^2}{c^3} kT. \quad (32.55)$$

Tā kā $\exp(h\nu_{nm}/(kT)) - 1 = h\nu_{nm}/(kT)$, ja $h\nu_{nm} \ll kT$, tad no formulas (32.53) šajā gadījumā izriet

$$\omega(\nu_{nm}) = \frac{A_{nm}}{B_{mn}} \cdot \frac{kT}{h\nu_{nm}}. \quad (32.56)$$

Salīdzinot formulas (32.55) un (32.56), var secināt, ka

$$\frac{A_{nm}}{B_{mn}} = \frac{8\pi h\nu_{nm}^3}{c^3}. \quad (32.57)$$

Tā ir universāla sakarība, kas saista Einšteina koeficientus (nedeģenerētiem līmeņiem). Tātad, lai aprakstītu starojuma emisijas un absorbcijas procesus, pietiek atrast vienu no trim Einšteina koeficientiem, jo tos saista sakarības (32.54) un (32.57). Parasti aprēķina spontānās emisijas varbūtību A_{nm} pēc kvantu mehānikas metodēm vai arī nosaka to eksperimentāli.

Tā kā formula (32.53) ir spēkā jebkurai starojuma frekvencei, tad, ievērojot sakarību (32.54) un (32.57), kā arī atmetot indeksu nm , absolūti melna ķermeņa starojuma spektrālais enerģijas blīvums

$$\omega(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu/(kT)) - 1}. \quad (32.58)$$

Tā ir Planka formula. (Salīdzināt ar formulu (29.40).)

32.7. KVANTU PASTIPRINĀTĀJI UN ĢENERATORI

Parastajos gaismas avotos galvenokārt notiek spontānās pārejas un starojums ir nekoherents. Ja gaismas avotos būtu iespējams radīt tādus apstākļus, kad starojuma emisijā noteicošās ir inducētās emisijas pārejas, tad iegūtais starojums būtu koherents un vidē, kurā tas iespējams, notiktu starojuma pastiprināšana. Tālāk analizēsīm šāda procesa realizēšanai nepieciešamos nosacījumus, aplūkosim dažas ierīces, t. s. kvantu pastiprinātājus un generatorus, kuros šādi procesi norisinās, un šo ierīču lietojumus.

32.7.1. Vide, kurā iespējama elektromagnētiskā starojuma pastiprināšana. Iespēju radīt tādu vidi pirmais 1940. gadā parādīja padomju fiziķis *V. Fabrikants* un nosauca to par *vidi ar negatīvu absorbciju*. (Tiešām, ja starojuma absorbcijas formulā $\Phi = \Phi_0 \exp(-\alpha x)$, kur Φ — starojuma plūsma; α — absorbcijas koeficients; x — vielas slāņa biezums, koeficients $\alpha < 0$, tad $\Phi = \Phi_0 \exp(|\alpha|x)$ un, ejot caur vielas slāni, starojums nevis pavājinās, bet pastiprinās.)

Noskaidrosim, kādiem nosacījumiem jābūt izpildītiem, lai vide varētu pastiprināt kritošā elektromagnētiskā starojuma signālu. Lai notiktu pastiprināšana, pāreju skaitam no augšējā līmeņa n (32.16. att.) uz apakšējo līmeni m jābūt lielākam par pretējo pāreju $m \rightarrow n$ skaitu, t. i.,

$$|dN_n^{sp}| + |dN_n^{ind}| > |dN_m^a|. \quad (32.59)$$

Spontāno pāreju skaitam jābūt iespējami mazākam, jo spontānais starojums ir neatkarīgs no kritošā starojuma, t. i., no ieejas signāla, un rada no tā neatkarīgu izejas signālu («trokšņus»). Tātad

$$|dN_n^{ind}| \gg |dN_n^{sp}|. \quad (32.60)$$

No sakarībām (32.60), (32.48) un (32.52) izriet, ka jābūt izpildītam nosacījumam

$$B_{nm}\omega(v_{nm}) \gg A_{nm}, \quad (32.61)$$

lai signāls tiktu pastiprināts.

Beidzamais nosacījums mikroviļņu rajonā gandrīz vienmēr ir izpildīts, jo koeficients $A_{nm} \sim \nu^3$ ir mazs. Arī optiskajā diapazonā nosacījums ir izpildāms, ja ir pietiekami liels starojuma enerģijas blīvums $\omega(v_{nm})$. Tādā gadījumā no nosacījumiem (32.59) un (32.60) var secināt, ka

$$|dN_n^{\text{ind}}| > |dN_m^a|, \quad (32.62)$$

bet, ievērojot sakarības (32.52), (32.51) un (32.54), savukārt iegūst

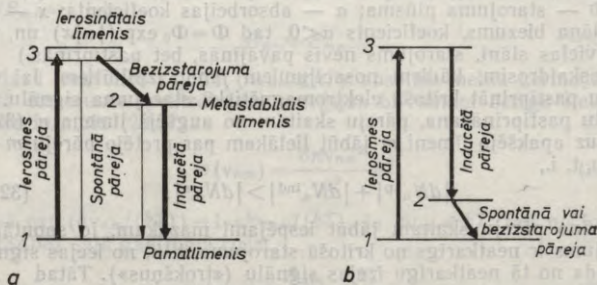
$$N_n > N_m. \quad (32.63)$$

Tā kā līmenī n enerģija ir lielāka nekā līmenī m un termodinamiskā līdzsvara stāvoklī saskaņā ar Bolcmaņa sadalījumu augšējo enerģijas līmeņu apdzīvotība vienmēr ir mazāka nekā apakšējo, tad $N_n < N_m$. Tādēļ tādu stāvokli, kad $N_n > N_m$, sauc par *inverso apdzīvotību, bet vidi, kurā tas realizēts, par aktīvo vidi*.

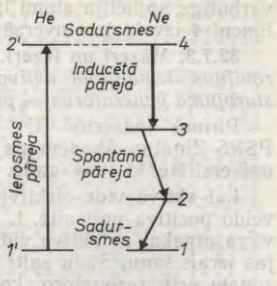
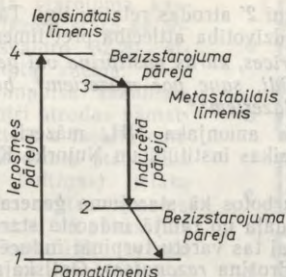
Tātad, lai izveidotu kvantu pastiprinātāju un ģeneratoru, vispirms jāiegūst aktīvā vide ar inverso enerģijas līmeņu apdzīvotību.

32.7.2. Aktīvās vides iegūšana. Tā kā inversās apdzīvotības stāvoklis krasi atšķiras no termodinamiskā līdzsvara stāvokļa, to var realizēt tikai ar ārēju iedarbību. Šāda stāvokļa iegūšanas procesu sauc par *ierosmi*. Ierosmei var izmantot starojumu (piem., optiskajā ierosmē), elektroizlādi, elektrojonizāciju, lādiņnesēju injekciju pusvadītājos elektriskā lauka iedarbībā, elektronu kūli u. c. Inversās apdzīvotības iegūšanai visbiežāk izmanto atomu, jonu un molekulu triju vai četru enerģijas līmeņu sistēmu. Par aktīvo vidi var kļūt viela cietā, šķidrā, gāzveida un plazmas stāvoklī.

Apskatīsim, piemēram, *trislīmeņu sistēmu* (32.17. att. a) rubīnā — alumīnija oksīda Al_2O_3 kristālā, kurā daļa alumīnija jonu



32.17. att.



32.18. att.

(aptuveni 0,03% sārtajā un 0,05% sarkanajā rubinā) aizstāti ar hroma joniem Cr^{3+} . Aktīvie centri rubīna kristālā ir tieši hroma joni. Tie absorbē ksenona Xe gāzizlādes lampas starojumu spektra zili zaļajā daļā ($\lambda \approx 550$ nm) un pāriet no pamatlīmeņa 1 stipri paplašinātajā ierosinātajā līmenī 3, kura vidējais dzīves laiks ir mazs ($\tau_3 \approx 10^{-7}$ s). Tā kā spontānās pārejas $3 \rightarrow 1$ varbūtība ir daudz mazāka par bezizstarojuma pārejas $3 \rightarrow 2$ varbūtību (šādā pārejā netiek izstarots fotons, jo enerģija $W_3 - W_2$ tiek atdota kristālreizģim vai citām daļiņām), tad lielākā daļa ierosināto Cr^{3+} jonu nonāk metastabilajā līmenī 2 ar lielu dzīves laiku ($\tau_2 \approx 10^{-3}$ s). Ja ierosmes impulsa jauda ir pietiekami liela, līmeņa 2 apdzīvotība kļūst lielāka par pamatlīmeņa 1 apdzīvotību, t. i., izveidojas inversā apdzīvotība. Šajā gadījumā līmenī 2 atrodas vairāk nekā puse visu kristāla aktīvo centru. Kā redzams, metastabilais līmenis 2 ir augšējais darba līmenis un pamatlīmenis 1 — apakšējais.

Cits trīslīmeņu sistēmas variants parādīts 32.17. attēlā b. Seit ierosinātais līmenis 3 reizē ir arī augšējais darba līmenis, kurā izveidojas inversā apdzīvotība attiecībā pret līmeni 2. Tā kā līmenis 2 nav pamatlīmenis un tas ir ar mazu apdzīvotību, tad līmeņu 3 un 2 inverso apdzīvotību var iegūt ātrāk.

Cetrīmeņu sistēma ir, piemēram, neodīma Nd stiklā un granāta kristālā ar Nd^{3+} jonu piejaukumu (32.18. att. a). Ierosmes starojums ar frekvenci ν_{41} nodrošina neodīma jonu pāreju $1 \rightarrow 4$. Pēc tam realizējas bezizstarojuma pāreja $4 \rightarrow 3$ uz metastabilo līmeni 3, kur daļiņas uzkrājas. Tā kā līmenis 2 nav pamatlīmenis un tajā ir relatīvi maz daļiņu, tad inversā apdzīvotība starp līmeņiem 3 un 2 iespējama, paceļot līmeni 3 jau nelielu daļu aktīvo centru.

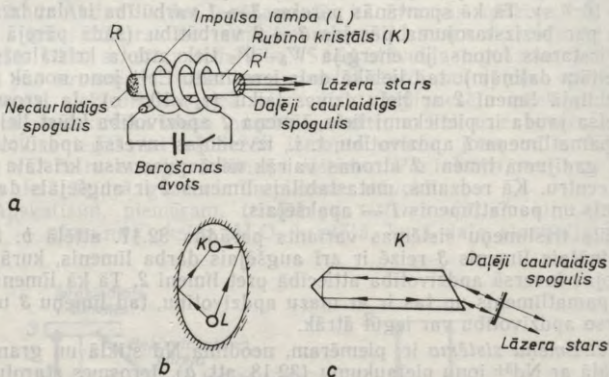
Cetrīmeņu sistēma veidojas arī hēlija He un neona Ne gāzu maisījumā (32.18. att. b). Mirdzizlādes caurulē elektronu triecienu dēļ hēlija atomi nonāk metastabilā līmenī 2' un sadursmēs ar neona atomiem nodod tiem ierosmes enerģiju. Sāds process ir visai

varbūtīgs, jo hēlija atomi līmenī $2'$ atrodas relatīvi ilgi. Tādēļ neona līmeni 4 izveidojas inversā apdzīvotībā attiecībā pret līmeni 3 .

32.7.3. Māzeri un lāzeri. *Ierices, kurās pastiprina vai ģenerē mikroviļņus, izmantojot aktīvo vidi, sauc par māzeriem*, bet optiskā starojuma ģeneratorus — par lāzeriem**.*

Pirmos māzerus (tie bija amonjaka NH_3 māzeri) izveidoja PSRS Zinātņu Akadēmijas Fizikas institūtā un Ņujorkā Kolumbijas universitātē*** 1954. gadā.

Lai aktīvā vide efektīvi darbotos kā starojuma ģenerators, jāizveido pozitīva pretsaite, t. i., daļa no radītā inducētā starojuma jāvirza atpakaļ uz aktīvo vidi, lai tas varētu turpināt inducētās emisijas izraisīšanu. Šādu saiti nodrošina rezonators. Optiskajam diapazonam ērtu rezonatoru, ko veido divi plakani paralēli spoguļi, no kuriem viens ir pilnīgi necaurlaidīgs, bet otrs — daļēji caurlaidīgs, 1958. gadā ieteica A. Prohorovs. Šo ideju izmantoja T. Meimens (ASV), kurš 1960. gadā uzbūvēja pirmo lāzeru. Tā galvenās sastāvdaļas ir aktīvais elements — rubīna kristāls K (32.19. att. a), ierosmes avots — ksenona gāzizlādes impulsu lampa L un rezonators RR' — plakanparalēli spoguļi, kuras parasti veido daudzkārtaini dielektriķu klājumi.



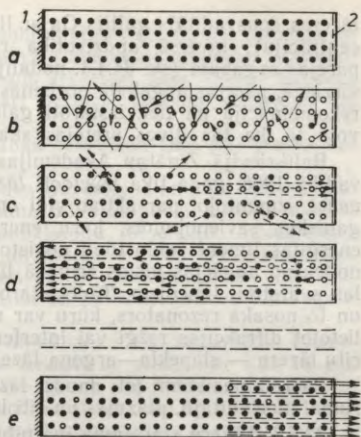
32.19. att.

* Nosaukums māzers radies no angļu valodas teikuma *microwave amplification by stimulated emission of radiation* (mikroviļņu pastiprināšana, izmantojot inducēto starojumu) galveno vārdu pirmajiem burtiem (maser).

** Nosaukums lāzers (laser) izveidojies no līdzīga teikuma, kurā vārda *microwave* vietā ir vārds *light* (gaisma).

*** Par šiem darbiem padomju zinātnieki A. Prohorovs un N. Basovs, kā arī amerikāņu zinātnieks C. Taunss 1964. gadā apbalvoti ar Nobela prēmiju.

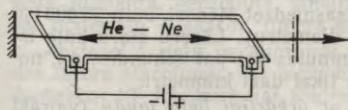
Inducētā starojuma kaskādes un lāzera stara veidošanās paskaidro 32.20. attēlā parādītā shēma. Līdz ierosmes impulsa sākumam aktīvie centri atrodas pamatlīmenī (attēlā *a* melnie punkti), bet ierosmes starojums (attēlā *b* bultiņas) lielāko daļu aktīvo centru ierosina (gaišie punkti) un sākas (attēlā *c*) spontānā kvantu (punktētās bultiņas) emisija. Kaskādes veidošanās galvenā nozīme ir kvantam, kurš izstarots precīzi rezonatora ass virzienā un izraisa inducēto emisiju (svītrlīnijas bultiņas), jo citos virzienos izstarotie kvanti iziet no rezonatora. Kvantu plūsma pastiprinās pēc to atstarošanās no rezonatora spoguļiem (attēlā *d*), jo spogulis 1 tos pilnīgi atstaro, bet spogulis 2 laiž cauri tikai mazu krītošā starojuma daļu (dažus procentus). Pēc daudzkārtējas atstarošanās kvantu plūsma rezonatorā kļūst ļoti intensīva (attēls *e*) un cauri spogulim 2 arī nāk ārā intensīvs starojums — lāzera stars. Starojums izbeidzas, izzūdot inveršajai apdzīvotībai, jo rubīna lāzers darbojas impulsu režīmā.



32.20. att.

Modernāka rubīna kristāla lāzera shēma parādīta 32.19. att. *b* un *c*. Rubīna kristāls *K* un ierosmes lampa *L* novietoti eliptiska spoguļa fokusos, jo tādējādi var pilnīgāk izmantot ierosmes starojumu. Vienā galā kristāls *K* noslipēts tā, ka notiek gaismas stara pilnīgā iekšējā atstarošana (aizstāj necaurlaidīgo spoguļi), bet uz otru kristāla galu gaisma krīt Brūstera leņķī (tā panāk noteiktu lāzera stara lineāro polarizāciju). Lāzera stars iznāk caur daļēji caurlaidīgo spoguļi.

Pirmo nepārtrauktas darbības lāzeru izveidoja amerikāņu fiziķis A. Džāvans 1960. gadā. Tas bija hēlija—neona He—Ne gāzu lāzers, kura uzbūves shēma parādīta 32.21. attēlā. Stacionārajā lāzera darbības režīmā kvantu kaskāde tajā attīstās līdz zināmai intensitātei, kad ierosmē saņemtā enerģija kompensē visus enerģijas zudumus.



32.21. att.

1962. gada beigās parādījās pirmie pusvadītāju lāzери (PSRS Zinātņu Akadēmijas Fizikas institūtā un Amerikas Savienotajās Valstīs). Pusvadītāju lāzēros, piemēram, gallija—arsēna

lāzeros (pusvadītājs gallijs Ga ar lielu arsēna As piemaisījumu koncentrāciju), inversā apdzīvotība radīta pusvadītāju diodes $p-n$ pārejas apgabalā (sk. 34.4.4. nodalījumu). Plūstot strāvai caurlaides virzienā, pārejas apgabalā norisinās intensīva elektronu un caurumu rekombinācija un tiek izstaroti gaismas kvanti. Pati diode izgatavota tā, ka tās divas pretējās skaldnes veido optisko rezonatoru.

Baltkrievijā Zinatņu Akadēmijas Fizikas institūtā B. Stepanova vadībā 1966. gadā tika izveidoti *lāzeri ar maināmu starojuma frekvenci*, izmantojot par aktīvo vidi organiskās krāsvielas un citus organiskos savienojumus, kuru enerģijas līmeņu shēmās svārstību enerģijas līmeņi veido tuvu novietotu līmeņu joslas. Parasti pāreja notiek no augšējās joslas zemākā līmeņa uz kādu no apakšējās joslas svārstību līmeņiem. Tādēļ starojuma frekvence var būt dažāda, un to nosaka rezonators, kuru var noskaņot uz vajadzīgo frekvenci, lietojot difrakcijas režģi vai interferometru. Ierosmei visbiežāk lieto citu lāzeru — slāpekļa—argona lāzeru.

Pašreiz pazīstami ļoti daudzi lāzeru tipi — cietvielu, gāzes, šķidrums, pusvadītāju, plazmas un citi lāzeri.

32.7.4. Lāzeru starojuma īpatnības un lāzeru nozīme. Lāzeru starojumam ir vairākas unikālas īpašības. Vispirms jāmin tā *augstais monohromatiskums*. Parastajos līnījspektra avotos starojuma monohromatisma robeža ir t. s. spektrālīnijas dabīgais platumš (sk. 31.3.2. nodalījumu). Piemēram, dzeltenajām nātrija līnijām šis platumš $\Delta\nu_d = 2 \cdot 10^7$ Hz (tā kā $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Hz, tad $\Delta\nu_d/\nu = 4 \cdot 10^{-8}$), bet atomu siltumkustības un atomu mijiedarbības (piem., sadursmju) dēļ patiesais līniju platumš ir vēl 100...1000 reizu lielāks, t. i., $\Delta\nu \approx 10^9 \dots 10^{10}$ Hz un $\Delta\nu/\nu \approx 4(10^{-6} \dots 10^{-5})$. Lāzeru starojums ir daudz monohromatiskāks galvenokārt tāpēc, ka tas ir inducētais starojums, bet spektrālīnijas dabīgā platumā robežās tam var būt dažādas frekvences.

Lāzera starojuma līnijas parasti sastāv no vairākām ārkārtīgi šaurām līnijām — *modām*. Tās atdalot ar īpašu rezonatoru, ir izdevies radīt unikālus kvantu ģeneratorus, kuru starojuma līnijas platumš ir daži herci.

Izcilā monohromatiskuma dēļ lāzeru starojumam piemīt *augsta koherence laikā* ($\tau_{\text{koh}} \approx 10^{-3}$ s un $l_{\text{koh}} \approx 10^5$ m). Šī koherence aptuveni 10^5 reizu lielāka nekā parastajiem gaismas avotiem. Lāzeru starojumam ir arī *augsta koherence telpā* — inducētās emisijas veidošanās mehānisms nodrošina koherenci visā lāzeru staru kūļa šķērsgrīzumā.

Vēl bez tam lāzera staram piemīt *augsta paralelītāte*. Vislabākie spoguļu prožektoru dod staru kūli ar aptuveni 5° lielu izkliedes leņķi, un šāda staru kūļa diametrs, kūlim sasniedzot Mēnesi, būtu 35 000 km (kas desmitkārt pārsniedz Mēness diametru). Lāzeru staru kūļa izkliedes leņķis ir tikai dažas loka minūtes vai pat sekundes, un, nokācot uz Mēness, tā diametrs būtu tikai daži kilometri.

Ļoti īsi lāzera impulsi var būt ar *ārkārtīgi lielu jaudu* (vairāki megavati).

Tā kā lāzera stars ir ļoti monohromatisks un stingri paralēls, to var fokusēt uz ļoti maza laukumiņa (laukumiņa diametrs aptuveni vienāds ar viļņa garumu) un iegūt ārkārtīgi lielu jaudas blīvumu (līdz 10^{16} W/cm²), kas savukārt izraisa spēcīgu iedarbību uz vielu.

Izcilās lāzeru starojuma īpašības nodrošina tam ļoti plašas lietošanas iespējas.

Lāzeru starojums ir ļoti efektīvs līdzeklis zinātniskos pētījumos. Lielais lāzeru starojuma blīvums paver iespēju novērot jaunas parādības, piemēram, daudzfotonu fotoefektu, daudzfotonu ierosināšanu, jaunas starojuma un vielas mijiedarbības īpatnības, kuras pēta nelineārā optika. Lāzeri būtiski ietekmējuši arī citas fizikas nozares — hologrāfijas attīstību un pavēruši jaunus ceļus spektroskopijā.

Lāzeri ir radījuši apvērsumu mērīšanas tehnikā. Piemēram, attālumu līdz Mēnesim var izmērīt ar precizitāti līdz 15 cm. Ar tālmēru, kurā izmantots He—Ne lāzers, var noteikt attālumus no 1 līdz 30 km ar precizitāti līdz 1 cm, bet diapazonā no 1 līdz 300 m — ar precizitāti līdz 1 mm. Ar lāzeru interferometru var noteikt priekšmeta garuma izmaiņu vai divu punktu savstarpējā attāluma izmaiņu ar precizitāti līdz 10^{-13} m (salīdzināšanai: attālumus starp atomiem H₂ molekulā ir 10^{-10} m). Izmantojot frekvenču etalonu, kura uzbūves pamatā ir amonjaka māzers, izveidoti laika etaloni, kuru relatīvā kļūda nepārsniedz 10^{-10} , t. i., 1 sekundi 300 gadu laikā. Optiskie lokatori, kuros izmantoti lāzeri, ir ievērojami precizāki un ar lielāku izšķiršanas spēju nekā radiolokatori. Tos izmanto aviācijā, raķešu tehnikā, kosmonautikā u. c.

Izmantojot lāzerus, viegli var sasniegt jaudas blīvumus, kas nepieciešami vielas izkausēšanai (aptuveni 10^7 W/cm²) un iztvaicēšanai (aptuveni $10^8 \dots 10^{12}$ W/cm²). Šā iemesla dēļ lāzerus plaši lieto dažādos tehnoloģiskos procesos: urbšanā (var izveidot «urbumus» ar diametru no 5 μm līdz 5 mm gan metālos, gan arī ļoti cietos materiālos, piemēram, dimantā, viegli var izveidot paraugā veselu sistēmu nelielos attālumos precīzi izvietotu caurumiņu, pie tam viena caurumiņa izveidošanai ar lāzeru staru nepieciešamas sekundes daļas, bet ar ultraskaņas urbi — vairākas stundas), metināšanā (sevišķi miniatūru detaļu metināšanā, piemēram, pusvadītāju un elektrovakuumu ierīcēs, ļoti mazu izmēru reļeļos), metālu termoapstrādē (piemēram, tehnoloģisko instrumentu virsmas rūdīšanai), stikla, keramikas un citu supercietu un grūti kausējamu materiālu — dimanta, germānija, silīcija un citu apstrādē (piemēram, izgatavo dimanta griežņus, vīles, gravē kristāla un stikla izstrādājumus), griešanā (dimanta, germānija, silīcija, metāla, tekstilizstrādājumu, lokšņu materiālu — skārda, finiera griešanai).

Apstarojot cietu paraugu vai saspīestu gāzi ar fokusētu lieljaudas lāzera starojumu, var iegūt blīvu plazmu ar augstu temperatūru (aptuveni 10^7 K), kurā var sākties kodoltermiskā reakcija, tādēļ tiek veikti pētījumi, lai noskaidrotu, kā šādu plazmu varētu izmantot vadāmas kodoltermiskās reakcijas realizēšanai.

VII DAĻA

KVANTU STATISTIKAS UN CIETVIELU KVANTU FIZIKAS ELEMENTI

33. NODAĻA

KVANTU STATISTIKAS ELEMENTI

Šajā grāmatas nodaļā, tāpat kā otrajā daļā, aplūkosim sistēmas, kuras sastāv no ļoti daudzām daļiņām un atrodas termodinamiskajā līdzsvara stāvoklī.

Iepriekšējā nodaļā jau noskaidrots, ka visas mikrodaļiņas (elektroni, atomi, molekulas u. c.) pakļaujas kvantu mehānikas likumiem. Tas jāņem vērā, apskatot šādu daļiņu sistēmas. Fizikas nozari, kura pēta mikrodaļiņu sistēmu fizikālās īpašības, lietojot statistikas metodes un ievērojot daļiņu kvantu mehāniskās īpašības, sauc par kvantu statistiku.

33.1. DAŽI KVANTU STATISTIKAS PAMATJĒDIENI

33.1.1. Fāžu telpas elementāršūna. Mikrodaļiņu sadalījums pa enerģijām. Klasiskajā fizikā daļiņas kustības momentāno stāvokli raksturo noteiktas koordinātu (x, y, z) un impulsa projekciju (K_x, K_y, K_z) vērtības. Sešdimensiju (koordinātu un impulsa projekciju) jeb t. s. *fāžu telpā* vienas daļiņas stāvokli attēlo punkts, bet tās kustību — līnija, kuru sauc par *fāžu trajektoriju*. **Kvantu mehānikā** daļiņas atrašanos noteiktā kustības stāvoklī raksturo zināms kvantu skaitļu kopums. Daļiņas koordinātas un impulsa projekcijas nevar vienlaikus noteikt absolūti precīzi, jo tās saista Heizenberga nenoteiktību sakarības. Tādēļ kvantu mehānikā daļiņas kustības momentāno stāvokli raksturo nevis viens punkts fāžu telpā un kustību — fāžu trajektorija, bet gan kāds minimāls fāžu telpas tilpums — *elementāršūna*. Dziļāka analīze rāda, ka šis tilpums ir vienāds ar h^3 . (Klasiskajā fizikā turpretī «elementāršūnas» — punkta — tilpums ir vienāds ar nulli.) Tādējādi fāžu telpas tilpuma elementā $d\Gamma$ ietilpstošo elementāršūnu (daļiņas kvantu stāvokļu) skaits $dZ = d\Gamma/h^3$.

Klasiskajā fizikā daļiņu sadalījumu pa enerģijām N daļiņu sistēmā apraksta Maksvela—Bolcmaņa sadalījuma funkcija (7.33) un varbūtību $d\mathcal{P}$, ka punkts, kas attēlo daļiņas stāvokli fāzu telpā, atrodas fāzu telpas tilpuma elementā $d\Gamma = dK_x dK_y dK_z dx dy dz$, var izteikt šādi:

$$d\mathcal{P} = C \exp(-W/(kT)) d\Gamma, \quad (33.1)$$

kur W — daļiņas pilnā enerģija; C — normēšanas konstante, kas atkarīga no temperatūras. Pārveidosim šo daļiņu sadalījuma izteiksmi, lietojot elementāršūnas jēdzienu. Aizvietosim fāzu telpas tilpuma elementu $d\Gamma$ ar elementāršūnu skaitu dZ tajā ($d\Gamma = h^3 dZ$), bet varbūtību $d\mathcal{P}$ saskaņā ar statistisko metodi — ar attiecību dN/N , kur dN — to daļiņu skaits, kuru stāvokli attēlo elementā $d\Gamma$ esošās elementāršūnas. Tad $dN = NCh^3 \exp(-W/(kT)) dZ$. Lielums $NCh^3 = A$ ir normēšanas konstante; to aizstāj ar izteiksmi $\exp(\mu/(kT))$, kur μ — konstante.

(Lielumus A un μ var aprēķināt no nosacījuma, ka daļiņu skaita summa pa visām elementāršūnām vienāda ar kopējo daļiņu skaitu N , tātad $A \int \exp(-W/(kT)) dZ = N$.) Tādā gadījumā

$$dN = \exp(-(W - \mu)/(kT)) dZ. \quad (33.2)$$

Sadalījuma funkciju $\exp(-(W - \mu)/(kT))$, kas vienāda ar dN/dZ , var interpretēt kā noteiktos kvantu stāvokļos esošo daļiņu skaita attiecību pret kvantu stāvokļu skaitu.

33.1.2. Kvantu stāvokļu blīvums un stāvokļu aizpildījuma skaitlis. Risinot statistiskās fizikas uzdevumus, daļiņu sistēmas kvantu stāvokļu skaitu dZ saista ar daļiņu raksturlielumu — koordinātu, ātrumu, impulsu, enerģiju — intervāliem (sadalījumi pa ātrumiem, impulsiem, enerģijām utt.). Piemēram, lai izteiktu to daļiņu skaitu dN , kuru enerģijas ir intervālā no W līdz $W + dW$, formulu (33.2) var pārveidot šādi:

$$dN = \exp(-(W - \mu)/(kT)) (dZ/dW) dW, \quad (33.3)$$

kur $dZ/dW = \rho(W)$ — kvantu stāvokļu blīvums, t. i., kvantu stāvokļu skaits enerģijas vienības intervālā.

Aplūkosim, piemēram, brīvu identisku N daļiņu sistēmas kvantu stāvokļu blīvumu atkarībā no enerģijas W . Brīvas daļiņas enerģija W ir tās kinētiskā enerģija, kuru ar daļiņas impulsu K saista sakarība $K^2 = 2mW$, ja m — daļiņas masa. Šādas daļiņas enerģija nav atkarīga no koordinātām. Tādēļ arī daļiņu sadalījuma funkcija nav atkarīga no koordinātām un sešdimensiju fāzu telpas tilpuma elementu $d\Gamma$ var izteikt kā visa daļiņu aizņemtā tilpuma V reizinājumu ar impulsu telpas (uz asīm atlikas impulsu projekcijas K_x, K_y, K_z) elementu $d\Gamma_K$; proti, $d\Gamma = V d\Gamma_K$. Impulsu telpā līdzīgi kā ātrumu telpā (sk. 7.1.4.) impulsu vērtībām robežās no K līdz $K + dK$ atbilst sfēriskas čaulas tilpums (starp sfērām, kam rādiusi K un $K + dK$). Tādēļ $d\Gamma = V \cdot 4\pi K^2 dK$. Tā kā $K^2 = 2mW$ un $dK = (2mW)^{-1/2} m dW$, tad kvantu stāvokļu skaitu dZ , kāds atbilst daļiņu enerģijām robežās no W līdz $W + dW$, nosaka šādi: vispirms $d\Gamma$ izteiksmē K^2 un dK

aizvieto ar W un dW , bet pēc tam izdala $d\Gamma$ ar vienas elementāršūnas tilpumu h^3 . Tad $dZ = 2\pi(2m)^{3/2}VW^{1/2}dW/h^3$, no kurienes kvantu stāvokļu blīvums

$$\rho(W) = 2\pi(2m)^{3/2}VW^{1/2}/h^3. \quad (33.4)$$

Funkcijas $\rho(W)$ grafiks parādīts 33.1. attēlā.

Mikrodaļiņu sistēmās daļiņu stāvokļi ir kvantēti, un tādēļ sadalījuma funkcijām jāpiešķir tāda forma, lai tās raksturotu daļiņu sadalījumu pa kvantu stāvokļiem.

Sādā sistēmā vienmēr var izraudzīties tik mazu enerģijas intervālu dW , ka tas ietver tikai vienu kvantēto enerģijas līmeni W_i . Tad formulā (33.2) dZ ir vienāds ar vienu (nedeģenerētiem stāvokļiem) un dN/dZ var aizvietot ar lielumu $\langle N_i \rangle$, kas rāda to daļiņu vidējo skaitu, kurām ir enerģija W_i . Šī iemesla dēļ kvantu statistikā sadalījuma funkciju

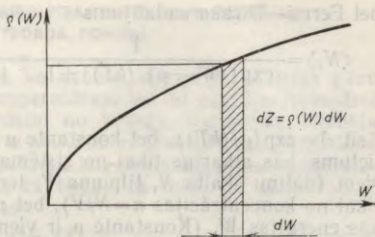
$$\langle N_i \rangle = f(W_i) \quad (33.5)$$

sauc arī par kvantu stāvokļu aizpildījuma skaitli.

33.2. BOZES—EINŠTEINA UN FERMI—DIRAKA SADALĪJUMI

Kvantu mehānikā brīvu identisku N daļiņu sistēmā, kas atrodas termodinamiskajā līdzsvarā, daļiņu sadalījumu pa diskrētām (kvantētām) enerģijām nosaka divas īpatnības. Pirmkārt, kvantmehāniskās daļiņas ir principiāli neatšķiramas (tās nevar «sanumurēt» vai «iezīmēt»). Tādēļ, apmainot divu daļiņu koordinātas un impulsus, neiegūst jaunu mikrostāvokli. Otrkārt, daļiņām ar pusveselu spinu ($\pm\hbar/2$; $\pm 3\hbar/2$, ...) — fermioniem (elektroni, protoni, neitroni, hiperoni u. c.) ir spēkā Pauli princips (proti, saistītu daļiņu sistēmā divi fermioni nevar atrasties vienā kvantu stāvoklī), bet daļiņām ar veselu spinu (0 ; $\pm\hbar$; $\pm 2\hbar$, ...) — bozoniem (fotoni, mezoni, fononi, daļiņas, kuras veido pāru skaits fermionu u. c.) šāds ierobežojums nepastāv. Sakarā ar to katrai daļiņu grupai jālieto atbilstoša statistika: bozoniem — Bozes—Einšteina statistika, bet fermioniem — Fermi—Diraka statistika. Bozes—Einšteina sadalījums

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp((W_i - \mu)/(kT)) - 1} = \frac{1}{(1/A)\exp(W_i/(kT)) - 1}, \quad (33.6)$$



33.1. att.

bet Fermi—Diraka sadalījums

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp((W_i - \mu)/(kT)) + 1} = \frac{1}{(1/A)\exp(W_i/(kT)) + 1}. \quad (33.7)$$

Seit $A = \exp(\mu/(kT))$, bet konstante μ ir t. s. *ķīmiskais potenciāls* — lielums, kas atkarīgs tikai no sistēmas makroskopiskajiem parametriem (daļiņu skaita N , tilpuma V , temperatūras T ; ideālai gāzei — tikai no koncentrācijas $n = N/V$), bet nav atkarīgs no daļiņu kinētiskās enerģijas W . (Konstante μ ir vienāda ar sistēmas iekšējās enerģijas pieaugumu, ja palielina tās daļiņu skaitu par vienu, bet sistēmas entropija un tilpums pie tam nemainās.) Fermioniem šī konstante $\mu > 0$ vai arī $\mu < 0$, bet bozoniem vienmēr $\mu \leq 0$.

Ja $(W_i - \mu)/(kT) > 1$, tad $\exp((W_i - \mu)/(kT)) \gg 1$ un sadalījuma funkcijās (33.6) un (33.7.) saucējā lielumu -1 vai $+1$ var atnest. Tādā gadījumā

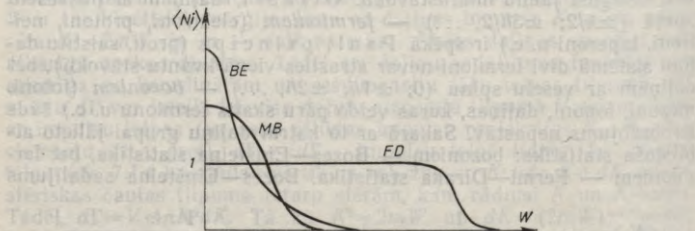
$$\langle N_i \rangle = \exp(-(W_i - \mu)/(kT)) = A \exp(-W_i/(kT)). \quad (33.8)$$

Ši izteiksme saskan ar Maksvela—Bolcmaņa sadalījuma funkcijas izteiksmi (7.33).

Noskaidrosim, ko fizikāli nozīmē sākumā formāli izvirzītais nosacījums $\exp((W_i - \mu)/(kT)) \gg 1$. Ievērosim, ka šajā gadījumā $\exp(-(W_i - \mu)/(kT)) \ll 1$, resp., arī $\langle N_i \rangle \ll 1$. Tas nozīmē, ka šajos kvantu stāvokļos ir ļoti maz daļiņu. Tātad neatkarīgi no tā, vai daļiņas ir bozoni vai fermioni, ja to vidējais skaits kvantu stāvokļos i ir mazs, tad var lietot Maksvela—Bolcmaņa sadalījumu. Tas nozīmē, ka šādos apstākļos mainās daļiņu īpašības, tikai matemātiskās izteiksmes kļūst vienādas un it kā «nedarbojas» daļiņu neatšķiramības un Pauli principi.

Funkciju (33.6), (33.7) un (33.8) grafiki parādīti 33.2. attēlā.

Daļiņu sistēmu, kurai nevar lietot Maksvela—Bolcmaņa sadalījumu, sauc par *deģenerētu sistēmu*. Pietiekami augstā temperatūrā šāda sistēma kļūst nedeģenerēta. Temperatūru T_d , kura atdala abus apgalbus, sauc par *deģenerācijas temperatūru*.



33.2. att.

33.3. KRISTĀLREŽĢA SILTUMIETĪPĪBAS UN SILTUMVADĪTSPĒJAS KVANTU TEORIJA. FONONI

Jau 6.9. paragrāfā norādīts, ka kvantu teorija izskaidroja gāzu siltumietilpības atkarību no temperatūras, bet to nespēja izskaidrot klasiskā teorija. Tagad aplūkosim no kvantu statistikas viedokļa kristālrežģa siltumietilpību, kurai saskaņā ar klasisko teoriju (Dilona un Pti likums; sk. 10.6. §) vajadzētu būt neatkarīgai no temperatūras, bet eksperimenti rāda, ka tā tiecas uz nulli, ja temperatūra $T \rightarrow 0$, proti, zemās temperatūrās

$$C \sim T^3. \quad (33.9)$$

33.3.1. Einšteina siltumietilpības teorija. Kristālrežģa siltumietilpības atkarību no temperatūras kvalitatīvi pareizi pirmais (1907) izskaidroja A. Einšteins. Viņš ideālu kristālrežģi, ko veido N atomi, aplūkoja kā $3N$ neatkarīgu harmonisku oscilatoru sistēmu ar vienādām pašsvārstību frekvencēm ν un kvantētām ierosmes (termiskā svārstību) enerģijām $W_n = nh\nu$, kur $n=0, 1, 2, 3, \dots$ (toreiz vēl nebija zināma formula $W_n = (n+1/2)h\nu$ un kvantu oscilatora nullenerģija $h\nu/2$, kas šajā gadījumā rezultātu neietekmē). Pieņemot, ka oscilatoru sadalījumu pa enerģijām apraksta formula (33.8), visu $3N$ oscilatoru ierosmes enerģiju U (kristālrežģa iekšējo enerģiju) var izteikt šādi:

$$U = 3N \langle W \rangle, \quad (33.10)$$

kur $\langle W \rangle$ — viena oscilatora vidējā enerģija. Šī enerģija tika aprēķināta, izmantojot Planka hipotēzi un Maksvela—Bolcmaņa sadalījumu (sk. 29.6. §). Tādēļ, ņemot vērā formulu $\langle W \rangle = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/(kT)) - 1}$, iegūst

$$U = \frac{3N h \nu}{\exp(h\nu/(kT)) - 1}. \quad (33.11)$$

Visa kristāla siltumietilpība $C_K = \partial U / \partial T$ ir izsakāma šādi:

$$C_K = \frac{3Nk (h\nu)^2 / (kT)^2}{(\exp(h\nu/(kT)) - 1)^2} \exp(h\nu/(kT)). \quad (33.12)$$

Augstās temperatūrās $kT \gg h\nu$ un $h\nu/(kT) \ll 1$. Tāpēc formulas (33.12) saucējā $\exp(h\nu/(kT)) - 1 \approx h\nu/(kT)$, bet skaitītājā $\exp(h\nu/(kT)) \approx 1$. Tādēļ $C_K = 3Nk$. Tā kā molārā siltumietilpība $C = C_K / (N/N_A)$ un $kN_A = R$, tad

$$C = 3R. \quad (33.13)$$

t. i., iegūst Dilona un Pti likumu.

Zemās temperatūrās $kT \ll h\nu$ un $h\nu/(kT) \gg 1$, bet $\exp(h\nu/(kT)) - 1 \approx \exp(h\nu/(kT))$. Tad no formulas (33.12) iegūst

$$C_K = 3Nk (h\nu/(kT))^2 \exp(-h\nu/(kT)) \quad \text{un} \\ C = 3R (h\nu/(kT))^2 \exp(-h\nu/(kT)). \quad (33.14)$$

Tātad, ja temperatūra $T \rightarrow 0$, arī molārā siltumietilpība $C \rightarrow 0$. Tas atbilst eksperimentu datiem, bet tikai kvalitatīvi, jo zemās temperatūrās $C \sim T^3$.

Quantitatīvu saskaņu ar eksperimentu dod Debaja teorija.

33.3.2. Debaja siltumietilpības teorija. P. Debajs savā kristālrežģa siltumietilpības teorijā aplūko (1912) vienkāršu ideālu kristālrežģi kā elastīgi saistītu N atomu sistēmu ar $3N$ brīvības pakāpēm. Sistēma siltumkustības dēļ izveidojas akustiski stāvviļņi ar $3N$ dažādām normālfrekvencēm intervālā no $\nu \approx 0$ līdz kādai maksimālai vērtībai ν_m . (Var pierādīt, ka vienkāršos kristālos, kuru elementāršūna satur vienu daļiņu, maksimālā frekvence ν_m atbilst minimālajam viļņa garumam $\lambda_{\min} \approx 2d$, kur d — režģa konstante. Vilnim ar vēl mazāku viļņa garumu kristālā nav fizikālas jēgas, jo tad uz katru pusvilni būtu mazāk nekā viena daļiņa. Maksimālā frekvence ν_m ir aptuveni 10^{13} Hz.) Jau 29.5. paragrāfā aprēķināts frekvenču intervālā no ν līdz $\nu + d\nu$ iespējamais normālsvārstību (stāvviļņu) skaits dN_ν dobumā ieslēgtam elektromagnētiskajam starojumam (sk. formulu (29.25)). Tagad var izmantot šo rezultātu, tikai jāievēro šādas atšķirības: 1) kristālā atomu svārstībām ir trīs brīvības pakāpes — vienai no tām atbilst garenviļņi un divām atbilst šķērsviļņi ar savstarpēji perpendikulāriem svārstību virzieniem (elektromagnētisko viļņu gadījumā eksistē tikai šķērsviļņi), 2) pastāv jau minētā maksimālā svārstību frekvence ν_m . Pieņemot, ka visu viļņu izplatīšanās ātrumi v ir vienādi, no formulās (29.25) iegūst, ka

$$dN_\nu = \frac{12\pi V}{v^3} \nu^2 d\nu = B\nu^2 d\nu, \quad (33.15)$$

kur V — kristāla tilpums un $B = 12\pi V/v^3$ — konstante. Izmantojot sakarību (33.15), iespējams iegūt formulu kristāla daļiņu maksimālās svārstību frekvences ν_m aprēķināšanai. Tiešām, pilno svārstību skaitu kristālā var izteikt, integrējot izteiksmi (33.15) robežās no 0 līdz ν_m , bet, tā kā šis skaits ir vienāds ar $3N$, tad no sakarības

$$\int_0^{\nu_m} B\nu^2 d\nu = 3N \text{ var noteikt } \nu_m, \text{ proti, } B\nu_m^3/3 = 3N \text{ jeb}$$

$$\nu_m = \sqrt[3]{9N/B} \text{ vai} \quad (33.16)$$

$$\nu_m = v \sqrt[3]{3N/(4\pi V)} = v \sqrt[3]{3n/(4\pi)}. \quad (33.17)$$

Šeit $n = N/V$ — atomu koncentrācija kristālā.

Ar šo rezultātu aptuveni saskan agrāk dots novērtējums. Primitīvajos (necentrētajos) kubiskajos kristālos vienas daļiņas aizņemtais tilpums $V/N = d^3$, kur d — režģa konstante. Tā ievērojot, no sakarības (33.17) iegūst $\nu_m = v \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{d^3}} \approx v/2d$, t. i., $\lambda_{\min} \approx 2d$.

Neiekļaujot kristāla iekšējā enerģijā U svārstību nullenerģiju (tā nekādos procesos nemainās!) un ņemot vērā, ka šādā gadījumā oscilatoru vidējo enerģiju $\langle W \rangle$, kas atbilst svārstību frekvencei ν ,

iespējams izteikt no formulas (29.39) šādi: $\langle W \rangle = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/(kT)) - 1}$,
kā arī izmantojot formulu (33.15), var rakstīt

$$U = \int_0^{v_m} \langle W \rangle dN_v = \int_0^{v_m} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/(kT)) - 1} Bv^2 dv.$$

Lietojot substitūciju $h\nu/(kT) = x$ un aizvietojojot B ar $9N/v_m^3$ (sk. formulu (33.16)), kā arī ievērojot to, ka $v_m = (kT/h)x_m$, pēc integrēšanas iegūst

$$U = \frac{9NkT}{x_m^3} \int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (33.18)$$

Temperatūru Θ_D , ko var noteikt, izmantojot nosacījumu $h\nu_m = k\Theta_D$, proti,

$$\Theta_D = h\nu_m/k \quad (33.19)$$

sauc par *Debaja temperatūru*. Tā kā lielumu v_m nosaka kristāla īpašības (v , n — sk. formulu (33.17)), tad Debaja temperatūra Θ_D ir katram kristālam sava. Piemēram, svinam 94 K, varam 339 K, alumīnijam 418 K, berilijam 1160 K, dimantam 1880 K utt.

Ja $T > \Theta_D$, tad kristālreizģa elementu (atomu, jonu, molekulu) vidējā siltumkustības svārstību enerģija kT (vienai brīvības pakāpei) ir lielāka nekā normālsvārstību maksimālā enerģija $h\nu_m$ un var tikt ierosinātas visas kristālā iespējamās normālsvārstību frekvences. Mainoties temperatūrai, mainās visu svārstību enerģijas. Tādēļ svārstību enerģijas kvantēšana nav manāma un ķermeņa siltumietilpība C_K nav atkarīga no temperatūras. Ja turpretī $T < \Theta_D$, tad augstāko frekvenču svārstības vairs netiek ierosinātas un samazinās to svārstību skaits, kuru enerģija var mainīties, mainoties temperatūrai. Tādēļ arī ķermeņa siltumietilpība C_K samazinās, bet, kad $T \rightarrow 0$, siltumietilpība $C_K \rightarrow 0$.

Tagad izanalizēsim formulu (33.18) divos robežgadījumos.

A. Augstās temperatūrās ($T \gg \Theta_D$) visām frekvencēm v ir spēkā sakarība $kT \gg h\nu$ un $x \rightarrow 0$, bet $e^x - 1 \rightarrow x$. Tad sakarībā (33.18) integrālis vienāds ar $x_m^3/3$. Tādēļ $U = 3NkT$; $C_K = \partial U/\partial T = 3Nk$ un molārā siltumietilpība $C = 3R$ (Dilona un Pti likums).

B. Zemās temperatūrās ($T \ll \Theta_D$) lielums $x_m \rightarrow \infty$, ja $x_m = \Theta_D/T$, un sakarībā (33.18) integrālis vienāds ar $\pi^4/15$. Tādēļ

$$U = \frac{3\pi^4 Nk}{5\Theta_D^3} T^4; \quad (33.20)$$

$$C_K = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{4\pi^4}{5} 3Nk \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3; \quad (33.21)$$

$$C = C_K/(N/N_A) = \frac{4\pi^4}{5} 3R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3. \quad (33.22)$$

Šis rezultāts ļoti labi saskan ar eksperimentu.

Debaja teorija pilnīgi saskan ar eksperimentu arī visām citām temperatūrām (33.3. att.), bet tikai vielām ar vienkāršu kristālrežģi, t. i., ķīmiskajiem elementiem un dažiem vienkāršiem savienojumiem, kuru kristāla elementāršūna satur vienu daļiņu. Debaja teorija nevar izskaidrot metālu siltumietilpību zemās temperatūrās, kuru nosaka elektronu gāze metālos.

33.3.3. Fononu gāze. Kristālrežģa siltumvadītspēja. Pamatojoties uz Debaja modeli, varēja izskaidrot kristālu siltumietilpību. Kristālrežģa svārstības un elektromagnētisko starojumu dobumā apraksta līdzīgas matemātiskās sakarības. Savukārt sakarību līdzība atspoguļo abu sistēmu modeļu līdzību. Abas sistēmas tiek uzskatītas par neatkarīgu oscilatoru (stāvvilņu) kopām, kur katra oscilatora enerģija ir kvantēta un iespējamās enerģijas $W_n = nh\nu$, kur $n=0, 1, 2, \dots$. Elektromagnētiskā starojuma gadījumā katru oscilatora enerģijas porcijas $h\nu$ — kvanta — nesēju sauc par *fotonu*. Visi vienam oscilatoram atbilstošie fotoni ir vienādi, un to skaits n var būt jebkurš skaitlis. Tādēļ elektromagnētisko starojumu dobumā var uzskatīt par fononu kopumu — *fotonu gāzi*. Līdzīgi var spriest arī, aplūkojot kristālrežģa svārstības. Kristāla svārstību enerģijas kvanta nesēju sauc par *fononu*, un tā enerģija

$$W_f = h\nu_f. \quad (33.23)$$

Tā kā ierosinātā oscilatora enerģija ir $nh\nu$, tad var teikt, ka šim stāvoklim atbilst n fononu, bet visu kristālu var uzskatīt par rezervuāru, kuru aizpilda *fononu gāze*. Zemās temperatūrās fononu skaits nav liels (sk. formulu (33.25)), bet to mijiedarbība ir vāja un *fononu gāze ir ideāla*.

Starp fotoniem un fononiem ir būtiska atšķirība. Fotons var eksistēt arī vakuumā, bet fonons — tikai kristālā. Sī iemesla dēļ *fononu sauc par kvazidaļiņu* (plašāk par kvazidaļiņām sk. 34.2.3. nodaļumā), bet tā impulsu

$$K_f = h/\lambda_f = \hbar k_f \quad (34.24)$$

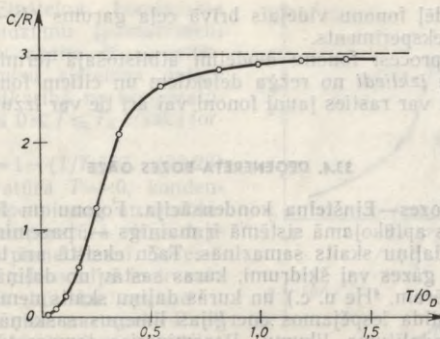
sauc par *kvaziimpulsu*.

Divu daļiņu grupu — fononu un fononu — īpašību līdzība liecina, ka šo daļiņu sistēmas aprakstāmas ar vienādām sadalījuma funkcijām. Jau noskaidrojām, ka gan fononu, gan arī fononu skaits vienā kvantu stāvoklī nav ierobežots. Vēl pārliecināsimies, ka šīm daļiņām ir spēkā Bozes—Einšteina statistika, t. i., *fotoni un fononi ir bozoni*. Termodinamiskā līdzsvara stāvoklī viena oscilatora vidējā enerģija $\langle W \rangle = \langle N_i \rangle h\nu_i$, kur $\langle N_i \rangle$ — vidējais fononu vai fononu skaits ar enerģijām $h\nu_i$. Salīdzinot šo izteiksmi ar izteiksmi (29.39), redzams, ka

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp(h\nu_i/(kT)) - 1}. \quad (33.25)$$

Tas ir Bozes—Einšteina sadalījuma funkcijas (33.6) speciālgadījums, kad konstante $\mu = 0$. Tātad fotoni un fononi ir bozoni.

Fonona enerģija ir daudz mazāka par redzamās gaismas fotona enerģiju (fononam $v \leq v_m \approx 10^{13}$ Hz, bet gaismai $v \approx 10^{15}$ Hz), tur-



33.3. att.

pretī impulss ir relatīvi liels (fononiem $\lambda_{\text{min}} \approx 4 \cdot 10^{-10}$ m, bet redzamajai gaismai $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ m).

Fononu reālu eksistenci pierāda rentgenstaru un neitronu neelasīga izkliede kristālrežģī. Šādu izkliedi izmanto fononu frekvenču spektra noteikšanai.

Fononu modeļa ietvaros *kristālrežģa siltumvaditspēju* (nemetāliskos kristālos, kuros nav brīvo elektronu, tai ir noteicošā nozīme) var izprast kā fononu gāzes siltumvaditspēju. Tādēļ *kristālrežģa siltumvaditspējas koeficients* (sk. formulu (8.19)) ir šāds:

$$\kappa = (1/3)c'\langle l \rangle v, \quad (33.26)$$

kur c' — fononu gāzes (t. i., kristālrežģa) tilpuma vienības siltumietilpība; $\langle l \rangle$ — fononu vidējais brīvā ceļa garums; v — skaņas ātrums kristālā.

Pietiekami augstās temperatūrās ($T > \Theta_D$) fononu gāzes tilpuma vienības siltumietilpība $c' = \text{const}$, bet $\langle l \rangle \sim 1/T$. Tā kā $v = \text{const}$, tad $\kappa \sim 1/T$.

Kristālos ar nelielu kristālrežģa defektu skaitu zemās temperatūrās ($T \rightarrow 0$) siltumietilpība $c' \sim T^3$, bet fononu koncentrācija ir maza un to brīvā ceļa garumu $\langle l \rangle$ nosaka parauga lineārie izmēri b (tātad $\langle l \rangle = b = \text{const}$). Tādēļ $\kappa \sim T^3$. Siltumvaditspējas koeficienta izteiksmē lielumu $\langle l \rangle$ nosaka fononu mijiedarbība («sadursmes») savā starpā un ar režģa defektiem. Zemās temperatūrās lielāka nozīme ir režģa defektiem, jo fononu ir maz un to mijiedarbība ir vāja (svārstību amplitūdas ir mazas, un svārstības ir harmoniskas). Augstās temperatūrās, kad svārstību amplitūdas ir lielas, svārstības kļūst anharmoniskas (nelineāras). Tādēļ nav spēkā svārstību superpozīcijas princips (divām svārstībām summējoties, rodas jaunas svārstības, kuru frekvence nav vienāda ar saskaitāmo svārstību frekvenci). Šajā gadījumā saka, ka kristālā ir termiskie defekti. Tieši

šo defektu dēļ fononu vidējais brīvā ceļa garums $\langle l \rangle \sim 1/T$. To apstiprina arī eksperiments.

Minētie procesi fononu modelim atbilstošajā terminoloģijā nozīmē *fononu izkliedi* no režģa defektiem un citiem fononiem. Šādā mijiedarbībā var rasties jauni fononi vai arī tie var izzust.

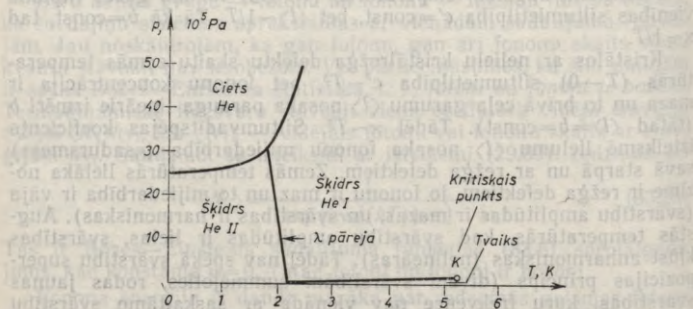
33.4. DEĢENERĒTA BOZES GĀZE

33.4.1. Bozes—Einšteina kondensācija. Fotonu un fononu gāzēs daļiņu skaits aplūkojamā sistēmā ir mainīgs —, pazeminoties temperatūrai, šo daļiņu skaits samazinās. Taču eksistē arī tādas bozonu sistēmas — gāzes vai šķidrums, kuras sastāv no daļiņām ar veselu spinu (piemēram, ^4He u. c.) un kurās daļiņu skaits nemainās. Šādas daļiņas aizpilda iespējamos enerģijas līmeņus saskaņā ar Bozes—Einšteina sadalījuma likumu. Pazeminoties temperatūrai, daļiņas aizņem aizvien zemākus enerģijas līmeņus. Kad temperatūra sasniedz tādu vērtību T_0 , kurā daļiņu skaits pamatlīmenī (tajā daļiņas enerģija un impulss ir vienādi ar nulli, t. i., $W=0$ un $K=0$) kļūst vienāds ar 1, sākas daļiņu uzkrāšanās pamatlīmenī, t. i., sākas *Bozes—Einšteina kondensācija*. Temperatūru T_0 sauc par *Bozes—Einšteina kondensācijas temperatūru*. Ideālai Bozes gāzei kondensācijas temperatūra

$$T_0 = \frac{3,3}{4\pi^2} \frac{h^2}{mk} \left(\frac{N/V}{g} \right)^{2/3}, \quad (33.27)$$

kur m un N/V — daļiņu masa un koncentrācija; h — Planka konstante; k — Bolcmaņa konstante, bet $g=2s+1$, ja s — daļiņas spins.

Jāpiebilst, ka, iestājoties Bozes—Einšteina kondensācijai, daļiņu sadalījums telpā (koncentrācija, blīvums) nemainās. Termins «kondensācija» šeit jāsaprot kā daļiņu koncentrēšanās pamatlīmenī (vienā fāžu telpas elementāršūnā).



33.4. att.

Bozes—Einšteina kondensāta relatīvo daudzumu (pamatlīmenī esošo daļiņu skaita $N_{w=0}$ attiecību pret visu sistēmas daļiņu skaitu N) atkarībā no temperatūras intervālā $0 \leq T \leq T_0$ izsaka formula

$$N_{w=0}/N = 1 - (T/T_0)^{3/2}. \quad (33.28)$$

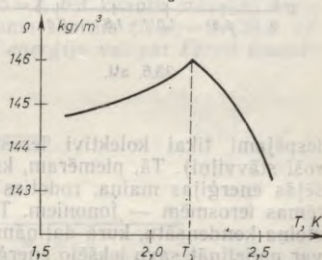
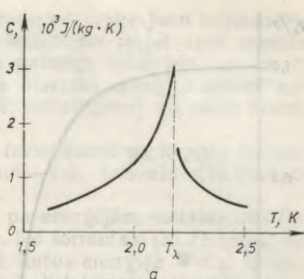
Kad temperatūra $T \rightarrow 0$, kondensācijas pakāpe pieaug un absolūtās nulles temperatūrā visas daļiņas atrodas pamatlīmenī. Bozes—Einšteina kondensācija ir kvantu efekts, kurā būtiska nozīme ir tam, ka bozoniem nav spēkā Pauli princips, un tādēļ vienā enerģijas līmenī to skaits nav ierobežots.

33.4.2. Supraplūstamība. Vairumam vielu Bozes—Einšteina kondensācijas temperatūra T_0 ir ļoti zema un viela pāriet cietā agregātstāvoklī pirms tās sasniegšanas. Izņēmums ir hēlijs ^4He , kam atomu mazās masas dēļ (sk. formulu (33.27)) kondensācijas temperatūra $T_0 \approx 3$ K. Taču hēlijs

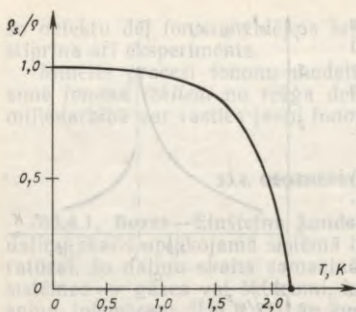
normālā spiedienā sašķidrinas, sasniedzot temperatūru 4,2 K, un palielē šķidris pat tad, ja $T \rightarrow 0$ K, jo tā atomu vājās mijiedarbības ar mazās masas dēļ atomu nullsvārstību amplitūda ir salīdzināma ar vidējo attālumu starp atomiem un tādēļ pāreja uz cieto agregātstāvokli nevar notikt. Cietā stāvoklī hēliju ^4He var iegūt, tikai paugstinot spiedienu virs $2,5 \cdot 10^6$ Pa. Šķidrā stāvoklī hēlijs ^4He eksistē divās fāzēs — He I un He II (sk. fāžu diagrammu 33.4. att.). Šīs fāžu pārejas (λ pārejas) temperatūra T_λ ir robežās no 2,19 K (ja spiediens $p = 5 \cdot 10^3$ Pa — piesātināta hēlija tvaika spiediens) līdz 1,78 K (ja $p = 3 \cdot 10^6$ Pa — sacietēšanas punkts). Pāreja notiek bez latentā siltuma (II veida fāžu pāreja), bet pārejas punktā novērojama anomālija (lēciens) siltumietilpības liknē un lūzums blīvuma liknē (33.5. att.).

Hēlijs He I ir parasts, bet He II — ļoti īpatnējs šķidrums. Tā raksturīgākās īpašības ir *supraplūstamība* (spēja plūst bez berzes pa ļoti šauriem kapilāriem un spraugām) un ar to saistītā *suprasiltumvadītspēja*, kas aptuveni 10^6 reizu lielāka nekā hēlijam He I un 200 reizu lielāka nekā varam. Tomēr He II *nav šķidrums bez viskozitātes*; to pierāda vērpes svārsta gandrīz vienāda rimšana gan hēlijā He I, gan arī hēlijā He II λ punkta tuvumā.

Hēlija He II supraplūstamību izskaidro divkomponentu teorija, kuru izstrādāja L. Tisa 1938. gadā un Ļ. Landaus 1941. gadā. Sajā teorijā pieņem, ka He II ir divu komponentu — normālā He_n



33.5. att.



33.6. att.

iespējami tikai kolektīvi ierosmes procesi (visu sistēmu aptveroši stāvviļņi). Tā, piemēram, kristālos iespējama tikai diskrēta iekšējās enerģijas maiņa, rodoties vai izzūdot elementārām visas sistēmas ierosmēm — fononiem. Tas pats attiecas arī uz Bozes—Eiņšteina kondensātu, kurā daļiņām ir minimālā enerģija. Tāda sistēma var palielināt savu iekšējo enerģiju tikai par diskrētu lielumu. Tādēļ šķidrā hēlija II mehāniskās kustības enerģija var pāriet tā iekšējā enerģijā, t. i., var notikt šķidruma bremsēšana tikai tad, ja pārnēsams enerģijas porcija nav mazāka par minimālo elementārās ierosmes enerģiju. Tas nozīmē, ka tikai tad var sākties šķidruma bremsēšana (t. i., var parādīties viskozitāte), ja šķidruma ātrums v pārsniedz kādu vērtību v_k , ko sauc par *kritisko ātrumu*. Tātad, ja hēlija II plūšanas ātrums nepārsniedz kritisko ātrumu v_k , tam piemīt *supraplūstamība*, bet, ja $v > v_k$, supraplūstamība izzūd.

Ļoti zemās temperatūrās ($T < 2,6 \cdot 10^{-3}$ K) un augstā spiedienā ($p \approx 34 \cdot 10^5$ Pa) supraplūstamība ir konstatēta (1972) arī hēlijam ^3He , lai gan tā atomi ir fermioni. Izrādās, ka šādos apstākļos pat vājie van der Vālsa spēki, kuri darbojas starp ^3He atomiem, nodrošina saistīta atomu pāra (Kūpera pāra) izveidošanos. Šāds veidojums ir bozons, un bozonu sistēmā iespējama supraplūstamība.

33.5. DEĢENERĒTA BRĪVU ELEKTRONU FERMI GĀZE METĀLOS

Metāli sastāv no pozitīvu jonu veidota kristālrežģa un kolektīvi-zētiem valences elektroniem, kuri kustas pa visu metālu un «pieder» visiem atomiem. Tā kā pozitīvo jonu un valences elektronu koncentrācija ir liela un vienāda, tad to elektrisko lauku iedarbība uz katru atsevišķu elektronu kompensējas (pārējie elektroni ekranē jonus). Tādēļ elektronu metāla iekšienē var uzskatīt par brīvu daļiņu (brīva elektrona modelis). Saskaņā ar to valences elektronus metālā uzskata par brīvu elektronu gāzi potenciālajā bedrē (sk. 14.1. §). Potenciālās

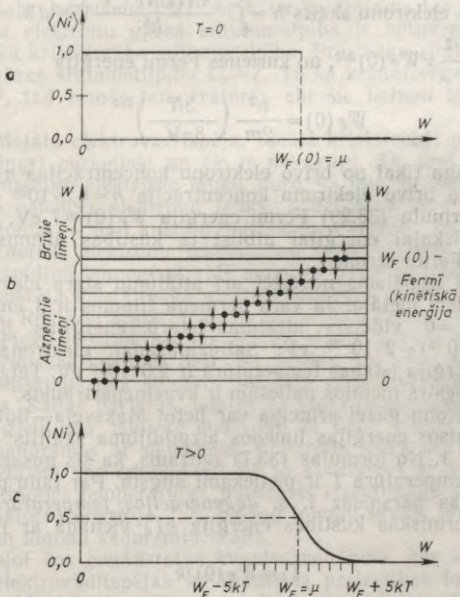
(hēlija I) un supraplūstošā He_s (Bozes—Eiņšteina kondensāta) — neatdalāms maisījums, kurā attiecība $\rho_s/(\rho_s + \rho_n)$, t. i., ρ_s/ρ atkarīga no temperatūras (33.6. att.). Viskozitātes nav tikai komponentam He_s , bet ar to pietiek, lai nodrošinātu supraplūstamību.

No mikroskopiskā viedokļa hēlijs He II nav ideāla Bozes gāze, jo starp daļiņām pastāv mijiedarbība. Tieši mijiedarbības spēki (un ne tikai Bozes—Eiņšteina kondensācija pati par sevi) nosaka supraplūstamību, jo tie izveido saistītu daļiņu makroskopisku sistēmu, kurā

bedres dziļumu nosaka valences elektronu un režģa jonu mijiedarbības potenciālās enerģijas izmaiņa, elektronam izejot caur metāla virsmu. Bedres izmēri atbilst metāla parauga izmēriem, un tie ir makroskopiski lielumi, tādēļ elektrona diskreto enerģiju līmeņi novietoti ļoti tuvu cits pie cita (sk. 31.5.2. nodalījumu) un veido kvazinepārtrauktu enerģiju spektru.

Tā kā elektroni ir fermioni, tad to izvietojumu pa kvantu stāvokļiem nosaka Fermi—Diraka sadalījums (sk. formulu (33.7)) un elektronu gāzi sauc arī par Fermi gāzi.

33.5.1. Brīvo elektronu sadalījums pa enerģijām metālos absolūtās nulles temperatūrā. Fermi līmenis. No formulas (33.7) izriet, ka temperatūrā $T=0$ visi kvantu stāvokļi, kuros enerģija $W < \mu$, ir aizpildīti — aizpildījuma skaitlis $\langle N_W \rangle = 1$, bet kvantu stāvokļi, kuros enerģija $W > \mu$, ir tukši — aizpildījuma skaitlis $\langle N_W \rangle = 0$ (33.7. att. a). Enerģiju $W_F = \mu$ sauc par Fermi enerģiju vai par Fermi līmeni*,



33.7. att.

* Vispār, ja $W = W_F$, tad no formulas (33.7) redzams, ka $\langle N_i \rangle = 1/2$. Tātad Fermi līmenis W_F ir tas enerģijas līmenis, kura aizpildījuma skaitlis (jeb aizpildījuma varbūtība) ir 1/2. Fermi līmenis W_F atkarīgs no temperatūras T , bet zemās temperatūrās šī atkarība ir niecīga.

un temperatūrā $T=0$ Fermi līmenis sakrīt ar elektronu aizņemto augstāko enerģijas līmeni $W_F(0)$. (Ikvienam līmenim atbilstošā elektrona enerģija šeit skaitīta no potenciālās bedres apakšas.)

Noskaidrosim, no kā atkarīga un kāda ir Fermi enerģija $W_F(0)$, ja temperatūra $T=0$. Sai nolūkā noteiksim kopējo elektronu skaitu N metālā, ievērojot šādus nosacījumus: 1) elektronu enerģijas spektra kvazinepārtrauktības dēļ enerģiju intervālā dW iespējamo enerģijas vērtību skaits $dZ = \rho(W)dW$, kur $\rho(W)$ izsaka formula (33.4); 2) tā kā noteiktai fermiona enerģijai W atbilstošo dažādo kvantu stāvokļu skaits $g=2s+1$, kur s — spina kvantu skaitlis, un elektroniem $s=1/2$, tad elektroniem $g=2$, t. i., katrā enerģijas līmenī var atrasties 2 elektroni (33.7. att. b); 3) visi kvantu stāvokļi, kuri atbilst enerģijām $0 \leq W \leq W_F(0)$, ir aizpildīti. Tādēļ enerģiju intervālā dW elektronu skaits $dN = 2dZ = 2\rho(W)dW$. Ievērojot formulu (33.4) un summējot dN pa visām enerģijām no 0 līdz $W_F(0)$, iegūst, ka ko-

$$\begin{aligned} \text{pējais brīvo elektronu skaits } N &= \int_0^{W_F(0)} \frac{4\pi(2m)^{3/2}V}{h^3} W^{1/2} dW = \\ &= \frac{8\pi}{3} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} V W_F(0)^{3/2}, \text{ no kurienes Fermi enerģija} \end{aligned}$$

$$W_F(0) = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}. \quad (33.29)$$

Tā ir atkarīga tikai no brīvo elektronu koncentrācijas $n=N/V$. Piemēram, varā brīvo elektronu koncentrācija $n=8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ un saskaņā ar formulu (33.29) Fermi enerģija $W_F(0) \approx 7 \text{ eV}$. Šādai elektrona kinētiskajai enerģijai atbilst tā kustības ātrums $v_F = 1,6 \times 10^6 \text{ m/s}$ (Fermi ātrums).

Aptuveni iespējams novērtēt arī attālumu starp elektronu enerģijas līmeņiem metālā. Ja vara ķermeņa tilpums ir 1 cm^3 , tad temperatūrā $T=0$ vidējais attālums starp enerģijas līmeņiem ir $2W_F(0)/(n10^{-6}) = 2 \cdot 10^{-22} \text{ eV}$. Salīdzināšanai: elektrona termiskās kustības enerģija istabas temperatūrā ir $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$. Tātad elektronu enerģijas spektrs metālos patiešām ir kvazinepārtraukts.

Arī elektronu gāzei principā var lietot Maksvela—Bolcmaņa statistiku, ja visos enerģijas līmeņos aizpildījuma skaitlis $\langle N_i \rangle$ daudz mazāks par 1. No formulas (33.7) redzams, ka šis nosacījums ir izpildīts, ja temperatūra T ir pietiekami augsta. Par tādu pieņem temperatūru, kas pārsniedz t. s. *deģenerācijas temperatūru* T_d , kurā elektrona termiskās kustības enerģija kT_d vienāda ar Fermi enerģiju, t. i.,

$$T_d = W_F(0)/k. \quad (33.30)$$

Vara deģenerācijas temperatūra $T_d \approx 6 \cdot 10^4 \text{ K}$. Arī citiem metāliem šī temperatūra T_d ir visai augsta, un metāli iztvaiko pirms tās sasniegšanas. Tādēļ elektronu gāze metālos vienmēr ir deģenerēta Fermi gāze un tai nevar lietot Maksvela—Bolcmaņa statistiku.

Pusvadītājos brīvo elektronu koncentrācija un līdz ar to arī Fermi enerģija W_F ir daudz mazāka, tādēļ deģenerācijas temperatūra T_d

tiem stipri zemāka un daudzos gadījumos jau istabas temperatūrā derīga klasiskā Maksvela—Bolcmaņa statistika.

33.5.2. Brīvo elektronu sadalījums pa enerģijām metālos, ja temperatūra $T > 0$. Elektronu gāzes siltumietilpība. Ja metāla temperatūra $T > 0$, tad mainās elektronu sadalījums pa enerģijām. Fermi līmenim atbilst aizpildījuma skaitlis $\langle N_W \rangle = 1/2$, līmeņiem $\mu > W > 0$ savukārt $1/2 < \langle N_W \rangle < 1$, bet līmeņiem $\mu < W < \infty$ ir $1/2 < \langle N_W \rangle > 0$. Tas nozīmē, ka daļa elektronu no pamatlīmeņiem pāriet uz līmeņiem, kuri atrodas virs Fermi līmeņa, — notiek *elektronu termiskā ierosināšana*, bet daļa līmeņu, kuri atrodas zem Fermi līmeņa, paliek neaizpildīti (33.7. att. c).

Tā kā elektronu termiskās kustības vidējā enerģija ir $(3/2)kT$, tad elektronu sadalījuma maiņa novērojama tikai dažus kT platā joslā uz abām pusēm no Fermi līmeņa. Šis joslas platums atkarīgs no temperatūras. Istabas temperatūrai (aptuveni 300 K) atbilst $kT \approx 2,6 \cdot 10^{-2}$ eV. Tādēļ termiskajā kustībā piedalās ļoti maza brīvo elektronu daļa (aptuveni 1%). Ar to izskaidrojams tas, kāpēc šādā temperatūrā elektronu gāzes siltumietilpība ir aptuveni 100 reīzu mazāka nekā kristālrežģa siltumietilpība. Precīzāka analīze rāda, ka elektronu gāzes siltumietilpība $C_e \sim T$. Tā kā kristālrežģa siltumietilpība $C \sim T^3$, tad zemās temperatūrās abi šie lielumi kļūst salīdzināmi.

33.5.3. Metālu elektrovadītspēja. Ideālā kristālrežģī pozitīvie joni izvietoti stingri periodiski un tie ir nekustīgi. Šie joni veido telpā periodiski mainīgu elektrisko lauku, kuru, kā jau norādīts, kompensē atbilstošais valences elektronu lauks. Tādēļ savā kustībā elektroni «nemana» jonus — joni kustību neietekmē. Var teikt, ka ideālā kristālrežģī nenotiek elektronu izkliede no režģa joniem (līdzīgi kā ideālā caurspīdīgā homogēnā vidē nenotiek gaismas fotonu izkliede) un ideāla metāla kristālrežģa elektrovadītspējai vajadzētu būt bezgalīgi lielai. Reālā kristālā ideālu periodiskumu izjauc struktūras un termiskie defekti jeb fluktuācijas (režģa atomu novirze no līdzsvara stāvokļa termiskās kustības dēļ). Šo defektu apkārtne arī elektriskā lauka periodiskums tiek izjaukts, un šajā vietā izveidojas potenciālās barjeras. Šādas barjeras, līdzīgi kā vides nehomogenitātes gaismas viļņu gadījumā, izkliedē elektronu de Brojī viļņus, t. i., notiek elektronu sadursmes ar defektiem. Elektronu sadursmes ar termiskajiem defektiem var aplūkot arī kā to sadursmes ar ioniem. Tā kā, paaugstinoties temperatūrai, palielinās kristālrežģa saistīto svārstību (oscilatoru) enerģija, t. i., pieaug fononu skaits, tad pieaug arī elektronu un fononu sadursmju skaits.

Izmantojot šos priekšstatus kvantu mehānikā, var iegūt metālu īpatnējās elektrovadītspējas un īpatnējās pretestības formulas, kuras līdzīgas klasiskajā elektronu teorijā iegūtajām formulām (13.62), t. i.,

$$\gamma = (ne^2 \langle l \rangle) / (2m^* v_F); \quad \rho = (2m^* v_F) / (ne^2 \langle l \rangle), \quad (33.31)$$

kur n — vadītspējas elektronu koncentrācija; e — elektrona lādiņš; m^* — elektrona efektīvā masa; $\langle l \rangle$ — elektrona brīvā ceļa garums;

v_F — Fermi ātrums. Aizvietojot elektrona masu m ar efektīvo masu m^* , formulās (33.31) tiek ņemta vērā kristālrežģa periodiskā lauka ietekme uz elektrona kustību ārējā elektriskajā laukā, lai šo kustību formāli varētu aprakstīt tāpat kā brīvas daļiņas kustību. Šeit jāpiebilst arī, 1) ka Fermi ātrums v_F atšķirībā no elektronu termiskās kustības ātruma klasiskajā teorijā gandrīz nav atkarīgs no temperatūras un 2) ka elektronu vidējo brīvo ceļu $\langle l \rangle$ nosaka to izkliede no defektiem.

Saskaņā ar kristālrežģa defektu iedalījumu struktūras defektos sd un termiskajos defektos Td var uzskatīt, ka metāla īpatnējā pretestība ρ ir divu komponentu ρ_{sd} un ρ_{Td} summa. Tātad

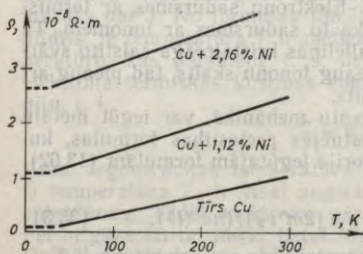
$$\rho = \rho_{sd} + \rho_{Td}. \quad (33.32)$$

Tāpat arī

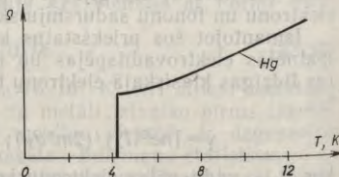
$$1/\langle l \rangle = 1/\langle l_{sd} \rangle + 1/\langle l_{Td} \rangle. \quad (33.33)$$

Lielums $1/\langle l_{sd} \rangle$ atkarīgs no struktūras defektu koncentrācijas un nemainās, mainoties temperatūrai. No sakarības (8.3) savukārt redzams, ka $1/\langle l_{Td} \rangle \sim \sigma_{Td}$, kur σ_{Td} — termisko defektu efektīvais laukums, kas proporcionāls režģa termisko svārstību amplitūdas kvadrātam, t. i., svārstību enerģijai, un arī temperatūrai. (Fononu modeļa terminos runājot, tas ir proporcionāls fononu skaitam, resp., temperatūrai.) Tātad $1/\langle l_{Td} \rangle \sim T$. Kristāliem ar mazu struktūras defektu skaitu ne pārāk zemās temperatūrās $1/\langle l_{sd} \rangle \ll 1/\langle l_{Td} \rangle$. Tādēļ arī $1/\langle l \rangle \sim T$ un $\rho \sim T$. Zemās temperatūrās $1/\langle l \rangle \approx 1/\langle l_{sd} \rangle$, t. i., struktūras defekti nosaka metālu *paliekošo pretestību*. Tas saskan ar eksperimentu datiem (33.8. att.).

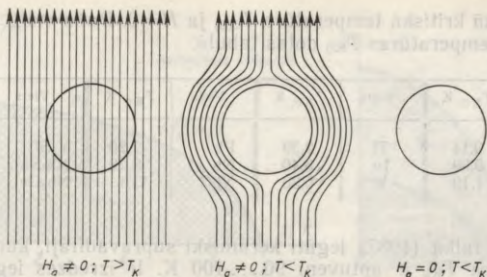
33.5.4. Supravadītspēja. Holandiešu fiziķis *H. Kamerlings-Onnes*, pētīdams dzīvsudraba elektrisko pretestību zemās temperatūrās, 1911. gadā atklāja, ka, sasniedzot temperatūru 4,15 K, pretestība lēciņveidā samazinās līdz nullei (33.9. att.). Tagad noskaidrots, ka šāda īpašība, ko sauc par *supravadītspēju*, piemīt arī citiem (aptuveni 30) elementiem, daudziem ķīmiskiem savienojumiem un sakausējumiem (to kopskaits pārsniedz tūkstoti), kā arī dažiem pusvadītājiem, polimēriem un segnetoelektriķiem.



33.8. att.



33.9. att.



33.10. att.

Novērojumos konstatēts, ka noslēgtā supravadītājā ierosināta strāva var cirkulēt neierobežoti ilgi. Tā, piemēram, S. Kolinza eksperimentā (pabeigts 1959; ASV) nevarēja konstatēt strāvas pavājināšanos supravadītāja gredzenā pat pēc divarpus gadiem. No tā var secināt, ka supravadītāju īpatnējā pretestība $\rho < 10^{-25} \Omega \cdot \text{m}$ (zemās temperatūrās — daži kelvini — vara īpatnējā pretestība $\rho \approx 10^{-12} \Omega \cdot \text{m}$). Tādēļ pieņem, ka *supravadītāja elektriskā pretestība ir vienāda ar nulli*.

A. Temperatūru T_K , kurā notiek vielas pāreja supravadītspējas stāvoklī, sauc par *kritisku temperatūru*. Tā ir otrā veida fāžu pāreja, kurā mainās arī vielas magnētiskās, termiskās un citas īpašības. Tā 1933. gadā vācu fiziķi V. Meisners un R. Oksenfelds noskaidroja, ka magnētiskais lauks, ja tā intensitāte nepārsniedz noteiktu kritisku vērtību H_K , neiespiežas supravadītāja tilpumā (33.10. att.) neatkarīgi no tā, vai ārējo magnētisko lauku ieslēdz pirms vielas pāriešanas supravadītspējas stāvoklī vai arī pēc tās. Šo parādību sauc par *Meisnera efektu*.

No fakta, ka supravadītāja tilpumā nav magnētiskā lauka, izriet, ka tā tilpumā nav arī strāvu (no pilnās strāvas likuma $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$ redzams, ka strāva $I=0$, ja visos kontūra L punktos intensitāte $H=0$). Tas nozīmē, ka ārējo magnētisko lauku supravadītājā kompensē indukcijas strāvas, kuras plūst supravadītāja virskārtā. Aprēķini rāda, ka šī slāņa biezums ir aptuveni 10^{-8} m.

Ārējais magnētiskais lauks tiek pilnīgi izspiests arī no ideāla diamagnētiķa, kuram magnētiskā uzņēmība $\kappa_m = -1$. Tiešām, no sakarības $B = \mu_0(1 + \kappa_m)H$, kur H — ārējā magnētiskā lauka intensitāte un B — magnētiskā lauka indukcija diamagnētiķī, redzams, ka šādā gadījumā $B=0$. Supravadītājs tomēr nav diamagnētiķis, jo tā tilpumā magnetizētība \vec{J} ir vienāda ar nulli.

B. Kritiskā temperatūra T_K ir atkarīga no vielas īpašībām un arī no ārējā magnētiskā lauka intensitātes H . Katrai vielai ir

visaugstākā kritiskā temperatūra T_{K0} , ja $H=0$. Dažu vielu augstākās kritiskās temperatūras T_{K0} dotas tabulā.

Vielā	T_{K0} , K	Vielā	T_{K0} , K	Vielā	T_{K0} , K	Vielā	T_{K0} , K
Ir	0,14	Tl	2,39	Pb	7,20	V ₃ Si	17,0
Ti	0,39	In	3,40	Nb	9,22	Nb ₃ Sn	18,1
Al	1,19	V	5,30	NbC	11,1	Nb ₃ Ge	22,3

Pēdējā laikā (1987) iegūti keramiski supravadītāji, kuru kritiskā temperatūra T_{K0} ir aptuveni 90...100 K. Ir izredzes iegūt supravadītājus ar vēl augstāku kritisko temperatūru.

Pastāv divi supravadītāju veidi. Pirmā veida supravadītāji konstantā temperatūrā $T (0 \leq T \leq T_{K0})$ pāriet normālā stāvoklī (zaudē supravadītspēju), ja homogēna ārējā magnētiskā lauka intensitāte sasniedz noteiktu vērtību H_K , ko sauc par *kritisko magnētiskā lauka intensitāti*. Vislielākā vērtība H_{K0} ir tad, kad $T \rightarrow 0$, bet, temperatūrai pieaugot, tā samazinās un kļūst vienāda ar nulli, kad $T = T_{K0}$ (33.11. att.).

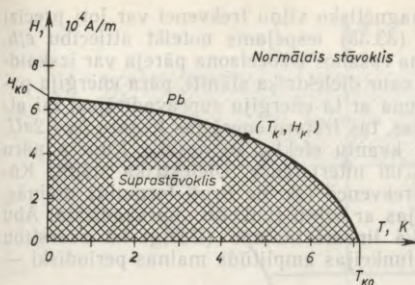
Kritiskās magnētiskā lauka intensitātes H_K atkarību no temperatūras aptuveni izsaka formula

$$H_K = H_{K0}(1 - (T/T_{K0})^2). \quad (33.34)$$

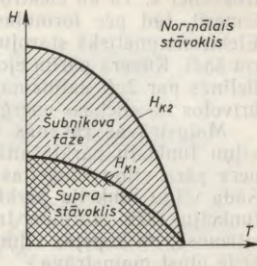
Arī strāva pašā supravadītājā, pārsniedzot noteiktu vērtību I_K (kritiskā strāva), rada magnētisko lauku, kura ietekmē viela zaudē supravadītspēju.

Otrā veida supravadītāju pāreja konstantā temperatūrā T no supravadītspējas stāvokļa normālā stāvoklī, paraugam atrodoties homogēnā ārējā magnētiskā laukā, notiek starp divām ārējā lauka intensitātes vērtībām H_{K1} un H_{K2} (33.12. att.), kad eksistē t. s. *Subņikova fāze*. Šo pārejas stāvokli raksturo supravadītājā regulāri izvietotu normālās fāzes pavedienveida apgabalu eksistence, un šādu apgabalu koncentrācija palielinās, pieaugot lauka intensitātei.

C. Supravadītspēju no kvantu teorijas viedokļa 1957. gadā izskaidroja amerikāņu fiziķi Dž. Bardins, L. Kūpers, Dž. Srifers (BKS teorija) un padomju fiziķis N. Bogoļubovs. Jau 1956. gadā L. Kūpers pierādīja, ka divi elektroni, kuru enerģijas tuvas Fermi enerģijai, var izveidot kristālrežģī saistītu sistēmu *Kūpera pāri*. Kaut gan darbojas Kulona atgrūšanās spēki, kristālrežģī rodas arī pievilksnās spēki starp elektroniem. Katrs elektrons nedaudz deformē kristālrežģi tā, ka ap to palielinās pozitīvo jonu lādiņa blīvums. Šis pozitīvi lādētais apgabals var pievilkt kādu citu elektronu. Kvantu fizikā tas nozīmē, ka elektrons, deformējot režģi, to ierosina un rada fononu (virtuālu). Starp elektroniem, kuri apmainās ar fononiem, rodas pievilksnās spēki. Tā kā Kūpera pāri veido divi elektroni (fermioni), tas ir bozons. Var pievilkties tikai tādi divi elektroni, kuriem ir pretēji spini un precīzi vienādi, bet pretēji vērsti impulsi, tādēļ Kūpera pāra spins un impulss ir vienāds ar nulli.



33.11. att.



33.12. att.

Elektronu savstarpējais attālums Kūpera pāri ir aptuveni $10^{-7} \dots 10^{-6}$ m. Šis attālums $10^3 \dots 10^4$ reizes pārsniedz kristālrežģa konstanti, tādēļ Kūpera pāri pārklājas un veido saistītu bozonu sistēmu. Zemās temperatūrās sistēmā iespējama Kūpera pāru Bozes—Eiņšteinā kondensācija un supraplūstamība. Lādētu daļiņu gadījumā (Kūpera pāra lādiņš ir $2e$) supraplūstamība izpaužas kā supravadi spēja.

Kūpera pāra saites enerģija ir maza ($10^{-3} \dots 10^{-4}$ eV), tādēļ Kūpera pāris var eksistēt tikai zemās temperatūrās. Virs kritiskās temperatūras režģa svārstību dēļ Kūpera pāri tiek sagrauti un supravadi spēja izzūd.

D. Supravadi spēja ir ne vien interesanta fizikāla parādība, kura bagātina mūsu priekšstatus par matērijas uzbūvi un īpašībām, bet to var arī izmantot. Piemēram, supravadi spēju izmanto intensīvu ($B > 20$ T) un ļoti stabilu magnētisko lauku iegūšanai (elektromagnēti ar supravadi tāja vīļumiem).

Interesanti un praksē ļoti svarīgi ir *Džoefsona efekta* lietojumi. Teorētiski efekta eksistenci paredzēja angļu fiziķis B. Džoefsons 1962. gadā, un tas tika eksperimentāli novērots jau 1963. gadā. B. Džoefsons parādīja, ka elektriskajā ķēdē, kurā ieslēgti divi supravadi tāja, kurus atdala ļoti plāns (aptuveni 10^{-9} m) dielektriķa slānis, var plūst līdzstrāva pat tad, ja ķēdē nav ieslēgts EDS avots. Šāda strāva rodas, Kūpera pāriem izejot caur dielektriķa slānīti — *Džoefsona pāreju* —, tuneļefekta dēļ. Strāvas rašanos šādos apstākļos sauc par *stacionāro Džoefsona efektu*. Līdzstrāvas stiprums ir atkarīgs no Kūpera pāru viļņu funkciju fāžu starpības starp abiem supravadi tājumiem, un to var mainīt ar ārējo magnētisko lauku. Tas tiek izmantots vāju magnētisko lauku (līdz 10^{-18} T) precīzai mērīšanai.

Pieliekot Džoefsona pārejai konstantu spriegumu U , caur to plūst augstfrekvences strāva, kuras frekvence

$$\nu = 2eU/h. \quad (33.35)$$

Šo parādību sauc par *nestacionāro Džoefsona efektu*. Plūstot šādai strāvai, Džoefsona pāreja izstaro elektromagnētiskos viļņus ar

frekvenci ν . Tā kā elektromagnētisko viļņu frekvenci var ļoti precīzi izmērīt, tad pēc formulas (33.35) iespējams noteikt attiecību e/h . Elektromagnētiskā starojuma rašanos Džozefsona pārejā var izskaidrot šādi. Kūpera pārim ejot caur dielektriķa slānīti, pāra enerģija palielinās par $2eU$ salīdzinājumā ar tā enerģiju supravadītājos; lai atbrīvotos no «liekās» enerģijas, tas izstaro enerģijas kvantu $h\nu = 2eU$.

Mainstrāvas rašanās ir kvantu efekts, ko nosaka Kūpera pāru viļņu funkciju pārklāšanās un interference. Dielektriķa slānīti Kūpera pāra viļņu funkcijas frekvence (sk. de Brojī formulu) mainās. Šāda viļņu funkcija pārklājas ar viļņu funkciju supravadītājā. Abu funkciju fāžu starpība laikā lineāri mainās (līdzīgi kā svārstību sistēmas), un kopējās viļņu funkcijas amplitūda mainās periodiski — kādē plūst mainstrāva.

34. NODAĻA

CIETVIELU KVANTU FIZIKAS ELEMENTI

Šajā nodaļā parādīts, kā var izskaidrot cietvielu — kristālu elektriskās īpašības (elektrovadītspēju, kontaktparādības) un arī dažas optiskās īpašības (fotoelektriskās parādības, luminiscenci), izmantojot kvantu mehānikas priekšstatus.

34.1. KRISTĀLA ENERĢIJAS ZONAS.

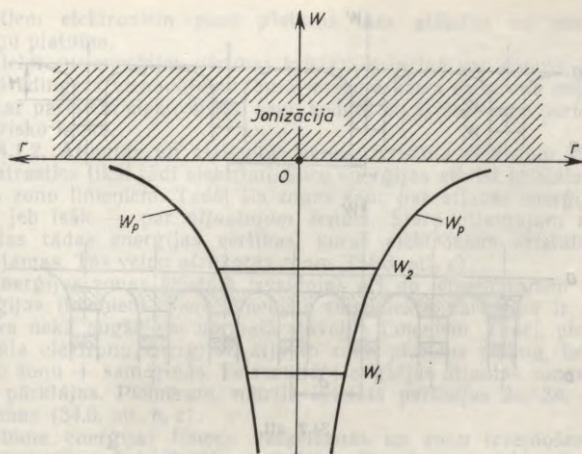
ELEKTRONU SADALĪJUMS PA ENERĢIJAS ZONĀM.

VALENTĀ ZONA UN VADĪTSPĒJAS ZONA

34.1.1. Kristāla elektronu enerģijas zonu izveidošanās. Aplūkosim kristālu, ko veido divvalenti atomi, piemēram, nātrija atomi. Nātrija atoms sastāv no jona ar lādiņu $+e$ (kodola ar lādiņu $+11e$ un ar to cieši saistītiem 10 elektroniem) un valences elektrona ar lādiņu $-e$. Pozitīvo jonu aptuveni var uzskatīt par punktveida lādiņu. Ar to saistīsim koordinātu sistēmas sākumpunktu. Valences elektrons kustas punktveida lādiņa $+e$ Kulona spēku laukā, un tā potenciālā enerģija

$$W_p = -e^2 / (4\pi\epsilon_0 r), \quad (34.1)$$

kur r — attālums starp pozitīvo jonu un valences elektronu. Sakerību (34.1) grafiski attēlo hiperbolas (34.1. att.). Likņu ierobežotais apgabals veido potenciālās enerģijas bedri. Kvantu mehānika pierāda (sk. 31.5.1. un 32.2.1. nodaļījumu), ka elektronam šādā gadījumā ir iespējamas tikai diskrētas negatīvas pilnās enerģijas W vērtības jeb *enerģijas līmeņi* (attēlā parādīti tikai divi līmeņi W_1 un W_2). Vienpadsmit nātrija atoma elektroni veido konfigurāciju $1s^2 2s^2 2p^6 3s$ (sk. 32.3.3. un 32.4.1. nodaļījumu), t. i., valences elektrons atrodas $3s$ līmenī, bet virs tā atrodas neaizņemtie (ierosināšanas) līmeņi. Pozitīvās enerģijas vērtības veido nepārtrauktu enerģijas spektru, kas atbilst ar jonu nesaistītiem elektrona stāvokļiem (jonizācija).

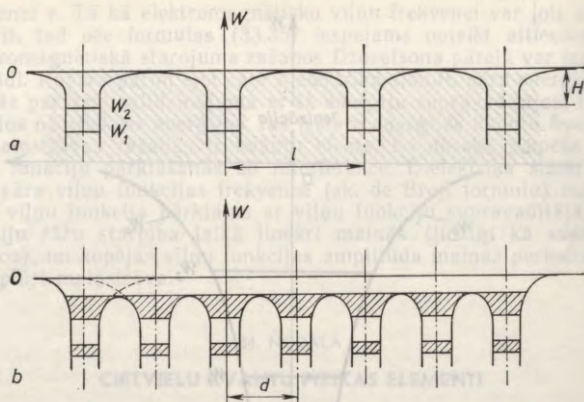


34.1. att.

Tagad apskatīsim no N nātrija atomiem izveidotu viendimensijas atomu ķēdīti. Ja atomi atrodas cits no cita attālumā l , kas daudzkārt lielāks par kristālrežģa konstanti d , to mijiedarbība ir niecīga. Tādēļ saglabājas izolēta nātrija atoma enerģijas līmeņu struktūra (34.2. att. a). Blakus esošo atomu elektroni viens no otra atdalīti ar potenciālo barjeru, kuras platums ir vienāds ar l , bet augstumu H nosaka elektrona enerģijas līmeņa attālumus no nulles līmeņa. Lielais barjeras platums un augstums neļauj elektroniem pārvietoties starp atomiem. Šī iemesla dēļ, piemēram, nejonizēts nātrija tvaiks elektriskā strāvu nevada.

Samazinoties attālumam l starp nātrija atomiem, līdz tas kļūst vienāds ar kristālrežģa konstanti ($l=d$), sākas elektronu mijiedarbība ar pārējo kristāla atomu kodoliem un elektroniem. Potenciālās enerģijas līknes daļēji pārklājas (34.2. att. b). Tādēļ pazeminās potenciālās barjeras augstums. Kā redzams 34.2. attēlā b, valento 3s elektronu līmeņus nātrija atomos tagad atdala daudz šaurāka un zemāka potenciālā barjera, ko 3s elektroni var viegli pārvarēt tuneļefekta procesā (sk. 31.7. §), resp., tie spēj pārvietoties no viena atoma pie otra. Tuneļefekta varbūtība (sk. barjeras caurlaidības koeficienta D formulu (31.31)) eksponenciāli samazinās, palielinoties barjeras augstumam un platumam. Tādēļ zemāko enerģijas līmeņu elektroniem tuneļpāreju iespējas nav un tie paliek saistītā stāvoklī nātrija jonus.

Periodiskais nātrija pozitīvo jonu novietojums arī kristālā rada periodisku elektrisko lauku, kurā valences elektroni tuneļefekta dēļ var pāriet no viena atoma pie otra, bet, lai izietu no kristāla,



34.2. att.

elektronam jāpārvar potenciālā barjera pie kristāla virsmas (34.2. att. b) — jāveic izejdarbs (sk. 14.1. §).

Viena kristāla visu atomu elektroni veido noslēgtu fermionu sistēmu. Saskaņā ar Pauli principu (sk. 32.3.2. nodaļījumu) kristālā, kas satāv no N atomiem, katrs nedeģenerēts izolēta atoma elektronu enerģijas līmenis sašķēlas N enerģijas līmeņos, kuri novietoti ļoti tuvu cits pie cita. Rodas elektronu enerģijas zonas (34.3. att. a, b, c). Enerģijas līmeņu sašķelšanās un enerģijas zonu rašanās notiek ne vien nātrija un pārējo metālu, bet arī visu citu kristālu veidošanās procesā.

Aptuveni enerģijas zonas platumu ΔW var novērtēt, izmantojot Heizenberga nenoteiktības principu (sk. 31.3.2. nodaļījumu):

$$\Delta W \Delta t \geq \hbar/2. \quad (34.2)$$

Valences elektroni, norisinoties tuneļefektam, ar lielu varbūtību pāriet no viena atoma pie cita, un to atrašanās laiks Δt pie kāda noteikta atoma ir aptuveni 10^{-15} s. Tādēļ enerģijas zonas platumam ΔW ir aptuveni 1 eV. Attālums ΔW_1 starp diviem blakus novietotiem enerģijas līmeņiem zonā ir tieši proporcionāls zonas platumam ΔW un apgriezti proporcionāls līmeņu skaitam zonā N . Tā kā $\Delta W \approx 1$ eV un $N \approx 10^{23}$, tad $\Delta W_1 \approx 10^{-23}$ eV. Elektronu termiskās kustības vidējā enerģija istabas temperatūrā ir aptuveni $2,5 \cdot 10^{-2}$ eV, resp., tā ir nesalīdzināmi lielāka par ΔW_1 . Tādēļ var uzskatīt, ka diskrētie enerģijas līmeņi zonā veido kvazinepārtrauktu joslu.

Atomu iekšējiem elektroniem tuneļefekta varbūtība samazinās, pieaugot to enerģijas līmeņu dziļumam, tādēļ enerģijas līmeņu sašķelšanās ir ievērojami mazāka — zonu platumam samazinās un dziļi no-

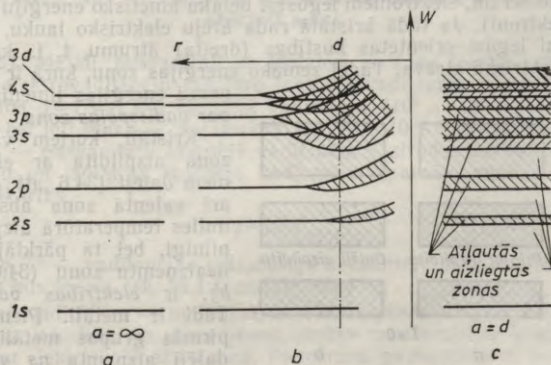
vietotiem elektroniem zonu platums maz atšķiras no enerģijas līmeņu platuma.

Elektronu enerģijas vērtības kristālā principā var noteikt, atrisīnot Srēdingera vienādojumu, kurā ievērota katra elektrona mijiedarbība ar pārējiem elektroniem, savu kodolu un kristālrežģa periodisko elektrisko lauku.

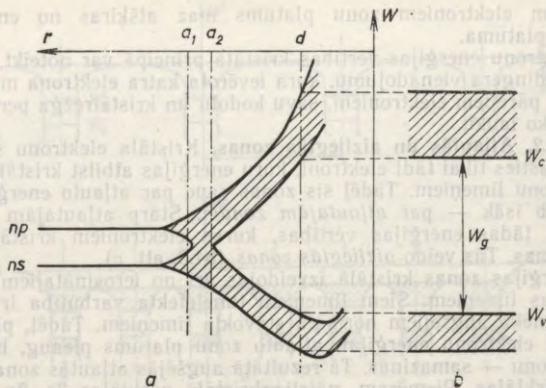
34.1.2. Atļautās un aizliegtās zonas. Kristāla elektronu sistēmā var atrasties tikai tādi elektroni, kuru enerģijas atbilst kristāla enerģijas zonu līmeņiem. Tādēļ šīs zonas sauc par atļauto enerģiju zonām jeb īsāk — par *atļautajām zonām*. Starp atļautajām zonām atrodas tādas enerģijas vērtības, kuras elektroniem kristālā nav iespējamās. Tās veido *aizliegtās zonas* (34.3. att. c).

Enerģijas zonas kristālā izveidojas arī no ierosinātajiem atoma enerģijas līmeņiem. Šiem līmeņiem tuneļefekta varbūtība ir daudz lielāka nekā augšējiem normālā stāvokļa līmeņiem. Tādēļ, pieaugot kristāla elektronu enerģijai, atļauto zonu platums pieaug, bet aizliegto zonu — samazinās. Tā rezultātā augšējās atļautās zonas bieži vien pārklājas. Piemēram, nātrija kristālā pārklājas $3s$, $3p$, $4s$ un $3d$ zonas (34.3. att. b, c).

Atoma enerģijas līmeņu sašķelšanās un zonu izveidošanās ir atkarīga arī no kristālrežģa īpatnībām. Piemēram, oglekļa C (veido dimanta kristālus), silīcija Si un germānija Ge atomiem ir četri valences elektroni — divi ns līmeņi un divi np līmeņi. Atomiem tuvojoties, vispirms no ns un np līmeņiem izveidojas divas atsevišķas zonas: N līmeņi ns zonā un $3N$ līmeņi np zonā (34.4. att. a). Zināmā attālumu intervālā $a_1 > a > a_2$ šīs zonas saplūst vienā zonā ar $4N$ līmeņiem, bet vēl mazākos attālos ($a < a_2$) un arī līdzsvara attālumā $a = d$, kur d — režģa konstante, zona no jauna sašķeļas divās zonās ar $2N$ līmeņiem katrā, pie tam visi valences elektroni novietojas apakšējā zonā un augšējā zona paliek tukša. Starp abām šim



34.3. att.

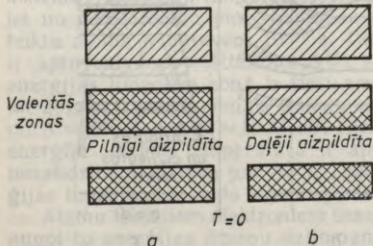


34.4. att.

zonām izveidojas aizliegtā zona (34.4. att. b), kuras platums ogleklim, silīcijam un germānijam atbilstoši ir 5,6; 1,1 un 0,7 eV.

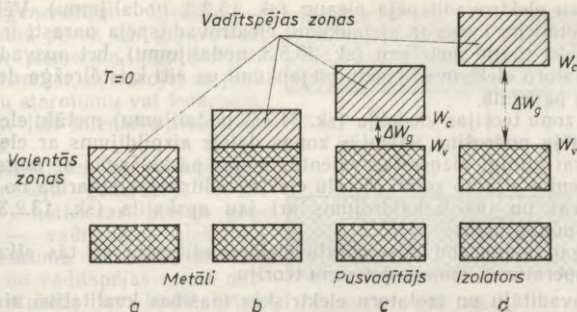
34.1.3. Valentā zona un vadītspējas zona. To aizpildījums ar elektroniem. Kristāla fizikālās īpašības nosaka elektronu procesi, kas norisinās zonās, kurās atrodas valences elektroni. Absolutās nulles temperatūrā ($T=0$) visi valences elektroni atrodas *valentajā zonā* un visas zonas zem tās ir pilnīgi aizpildītas, bet virs tās — pilnīgi neaizņemtas (tukšas). Valentā zona var būt aizpildīta pilnīgi (34.5. att. a) vai daļēji (34.5. att. b).

Daļēji aizpildītas zonas augšējie elektroni pat ļoti mazas mijiedarbības ietekmē var pāriet uz augstākiem enerģijas līmeņiem šajā zonā, piemēram, elektroniem iegūstot lielāku kinētisko enerģiju («brīvie» elektroni). Ja tādā kristālā rada ārēju elektrisko lauku, brīvie elektroni iegūst orientētas kustības (dreifa) ātrumu, t. i., kristālā plūst elektriskā strāva. Tādēļ zemāko enerģijas zonu, kurā neaizņemti enerģijas līmeņi, sauc par *vadītspējas zonu*.



34.5. att.

Kristāli, kuriem valentā zona aizpildīta ar elektroniem daļēji (34.6. att. a) vai arī valentā zona absolutās nulles temperatūrā aizpildīta pilnīgi, bet tā pārklājas ar neaizņemtu zonu (34.6. att. b), ir *elektrības vadītāji*. Tādi ir metāli. Piemēram, pirmās grupas metāliem ir daļēji aizņemta *ns* valentā zona, bet otrās grupas metā-



34.6. att.

liem pilnīgi aizņemta ns valentā zona, kura pārklājas ar neaizņemtu np zonu.

Ja temperatūrā $T=0$ visi valentās zonas līmeņi ir aizņemti un starp valento zonu un brīvo līmeņu (vadītspējas) zonu ir aizliegtā zona (34.6. att. *c, d*), tad kristāls ir *pusvadītājs* vai arī *izolators* atkarībā no aizliegtās zonas platuma $\Delta W_g = W_c - W_v$, kur W_c — vadītspējas zonas apakšējās robežas enerģija, bet W_v — valentās zonas augšējās robežas enerģija. Dažādiem kristāliem aizliegtās zonas platums ΔW_g ir robežās no elektronvolta desmitdaļām līdz aptuveni 14 eV. Nosacīti pieņem, ka pusvadītājiem $\Delta W_g < 2$ eV, izolatoriem $\Delta W_g > 2$ eV.

34.2. METĀLI, PUSVADĪTĀJI UN IZOLATORI.

KVAZIDAĻIŅAS — VADĪTSPĒJAS ELEKTRONI UN CAURIMI KRISTĀLOS. EFEKTĪVĀ MASA

34.2.1. Metāli, pusvadītāji un izolatori no zonu teorijas viedokļa. Vietas elektrovadītspēju raksturo īpatnējā vadītspēja γ vai īpatnējā pretestība $\rho = 1/\gamma$. Liela īpatnējā vadītspēja ($10^6 \dots 10^8$ S/m) ir metāliem, bet ļoti maza — izolatoriem ($10^{-16} \dots 10^{-6}$ S/m). Trešās vielu grupas — pusvadītāju īpatnējā vadītspēja γ atrodas intervālā starp vadītāju un izolatoru īpatnējo vadītspēju. Īpatnējo vadītspēju nosaka sakarība

$$\gamma = nqu^0, \quad (34.3)$$

kur n , q , u^0 — vadītspējas lādiņnesēju koncentrācija, elektriskais lādiņš un kustīgums (sk. 15.1.4. nodaļījumu).

Starp vadītājiem — metāliem, no vienas puses, un pusvadītājiem, kā arī izolatoriem, no otras puses, pastāv vesela virkne kvalitatīvu atšķirību elektrisko īpašību ziņā. Piemēram, paaugstinoties temperatūrai, metālu elektrovadītspēja samazinās, bet pusvadītāju un

izolatoru elektrovadītspēja pieaug (sk. 13.2.3. nodaļījumu). Vēl bez tam metāliem, kuros ir piejaukumi, elektrovadītspēja parasti ir mazāka nekā tīriem metāliem (sk. 33.5.3. nodaļījumu), bet pusvadītāju un izolatoru elektrovadītspēju piejaukumi un citi kristālrežģa defekti parasti palielina.

No zonu teorijas viedokļa (sk. 34.1.2. nodaļījumu) metālu elektrovadītspēju nodrošina valentās zonas daļējs aizpildījums ar elektroniem vai pilnīgi aizņemtās valentās zonas pārklāšanās ar augstāku neaizņemtā atļauto zonu. Metālu elektrovadītspējas atkarība no temperatūras un tās izskaidrojums arī jau apskatīts (sk. 13.2.3. un 33.5.3. nodaļījumu).

Tagad aplūkosim pusvadītāju elektrovadītspēju un tās atkarību no temperatūras, izmantojot zonu teoriju.

Pusvadītāju un izolatoru elektriskās īpašības kvalitatīvā ziņā ir līdzīgas. To atšķirībai ir kvantitatīvs raksturs. Absolūtās nulles temperatūrā abu tipu kristāliem ir pilnīgi aizpildīta valentā zona, bet visās zonās virs tās (arī vadītspējas zonā) elektronu nav (34.6. att. *c, d*). Valento zonu no vadītspējas zonas atdala aizliegtā zona. Valentajā zonā visi līmeņi ir aizņemti. Ja ārējā elektriskā lauka intensitāte nav pietiekama, lai notiktu caursite, tad valences elektroni ārējā elektriskajā laukā savu enerģiju palielināt nevar un elektriskā strāva kristālā nerodas. Tādēļ absolūtās nulles temperatūrā gan pusvadītājam, gan arī izolatoram īpatnējā vadītspēja $\gamma=0$. Paaugstinoties temperatūrai, kristālā rodas fononi. Ja fononi, kuru enerģija pārsniedz aizliegtās zonas platumu ΔW_g , sadursmēs ar valences elektroniem atdod tiem savu enerģiju, tad elektroni pāriet uz vadītspējas zonu — kristāls iegūst zināmu vadītspēju, kuras lielumu saskaņā ar formulu (34.3) nosaka elektronu koncentrācija vadītspējas zonā. Izolatoros lielais aizliegtās zonas platumš ļoti ierobežo šādas pārejas, jo kristālā ir mazs fononu skaits ar nepieciešamo enerģiju. Tādēļ izolators ir labs elektrības nevadītājs arī istabas temperatūrā.

34.2.2. Caurumi. Pusvadītājā vai izolatorā, elektroniem pārejot no valentās zonas augšējiem līmeņiem uz vadītspējas zonu, valentās zonas augšējā daļā rodas ar elektroniem neaizpildīti enerģijas līmeņi — vakances, kuras sauc par *caurumiem* (34.7. att.). No mikroskopiskā viedokļa tāda pāreja nozīmē, ka elektrons pāriet brīvā stāvoklī. Uz neaizņemtajiem līmeņiem valentajā zonā pāriet elektroni no tās zemākiem līmeņiem, saņemot enerģiju, piemēram, no kristāliem pieliktā ārējā elektriskā lauka. Tas nozīmē, ka tad daļa valentās zonas elektronu piedalās strāvas vadišanas procesā. Zonu shēmā tas izpaužas kā cauruma pāreja valentajā zonā uz zemāku līmeni. Tā elektronu virzīto kustību valentajā zonā var ērti attēlot ar caurumiem. Tādēļ saka, ka pusvadītājos un izolatoros ir divējāda veida elektrovadītspējas lādiņnesēji: *elektroni vadītspējas zonā un caurumi valentajā zonā*. Vadītspējas elektroni kustas pretēji pieliktajam ārējam elektriskajam laukam, bet caurumi — šī lauka virzienā.

Elektronu—caurumu pāru rašanos sauc par *vadītspējas lādiņnesēju ģenerāciju*. Ja elektronu pāreja no valentās zonas uz vadītspējas zonu notiek sadursmēs ar fononiem, tad šo procesu sauc par

termoģenerāciju. Elektronu—caurumu pārus var ģenerēt arī citādi, piemēram, pusvadītājus apgaismojot, apstarojot ar jonizējošu starojumu vai iedarbojoties ar ļoti intensīvu elektrisko lauku.

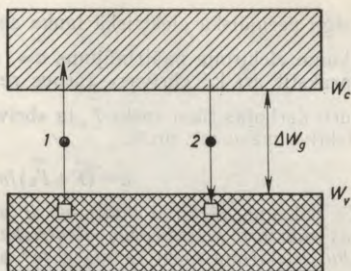
Vienlaikus ar vadītspējas lādiņnesēju ģenerāciju (34.7. att. 1) notiek arī pretējs process — vadītspējas elektronu un caurumu izzušana, elektroniem no vadītspējas zonas pārējot atpakaļ uz kādu brīvu enerģijas līmeni valentaajā zonā.

So procesu sauc par *rekombināciju* (34.7. att. 2). Laika sprīdi τ , ko elektrons pavada vadītspējas zonā starp ģenerācijas un rekombinācijas procesiem, sauc par *vadītspējas lādiņnesēja dzīves laiku*.

34.2.3. Kvazidaļiņas un to īpašības. Vadītspējas elektroni un caurumi pusvadītājos un izolatoros, tāpat kā fononi (sk. 33.3.3. nodalījumu), ir *kvazidaļiņas*. Kondensētā vidē (kristālos un šķidrumos) kvazidaļiņas rodas, ja tiek ierosinātas ar mijiedarbības saitēm saistītas vides daļiņas (atomi, molekulas, joni). Piemēram, termiski ierosinot kādu kristāla atoma valences elektronu, šī elektrona ierosme kristāla daļiņu mijiedarbības dēļ tiek pārnesta arī uz citiem valences elektroniem, kā arī joniem, izveidojas kolektīva visu valences elektronu kustība — ierosmes vilnis. Saskaņā ar korpuskulu—viļņu dualismu šiem ierosmes viļņiem atbilst daļiņas, kuras sauc par kvazidaļiņām, tāpēc ka tās atšķirībā no brīva atoma, molekulas vai elektrona eksistē tikai kondensētā vidē. Kvazidaļiņas raksturo to enerģija $W = h\nu$ un impulss $p = h/\lambda$, viļņa vektors $k = 2\pi/\lambda$, kā arī spins. Kvazidaļiņu impulsu sauc par kvaziimpulsu. Sadursmēs tas var vai nu saglabāties, vai arī mainīties par diskrētu lielumu. Kvazidaļiņas spins nosaka to piederību pie fermioniem vai bozoniem (sk. 33.2. §) un kvazidaļiņu sistēmas īpašības. Tātad elektrona stāvokli kristālā nosaka trīs lielumi — enerģijas zonas numurs j , viļņa vektors k un elektrona spina orientācija (spina projekcijas kvantu skaitlis m_s), bet brīva elektrona stāvokli raksturo tikai divi lielumi — spins (spina kvantu skaitlis s) un viļņa vektors k .

Ar kvazidaļiņu kustību ir saistītas tādas makroskopiskas fizikālas parādības kā elektrovadītspēja, siltumvadītspēja, supravadītspēja, supraplūstamība, siltumietilpība, gaismas absorbcija un izstarošana kristālos un šķidrumos u. c. Kvazidaļiņas kristālā pārnēs elektriskos lādiņus un enerģiju.

34.2.4. Efektīvā masa. Dažu kvazidaļiņu, piemēram, vadītspējas elektronu un caurumu dinamiskās īpašības kristālā raksturo ar to *efektīvo masu*. Ja kristālam pielikts ārējais lauks, kura intensitāte \vec{E} , tad uz elektronu darbojas ārējā lauka spēks $\vec{F} = -e\vec{E}$. un kristāl-



34.7. att.

režģa periodiskā elektriskā lauka spēks \vec{F}_k . Saskaņā ar otro Ņūtona likumu elektrona paātrinājums $\vec{a} = (\vec{F} + \vec{F}_k)/m$. Elektrona kustību var aprakstīt arī kā «brīvas» (ārpus režģa esošas) daļiņas kustību, uz kuru darbojas tikai spēks \vec{F} , ja «brīvā» elektrona masas m vietā lieto efektīvo masu m^* , proti,

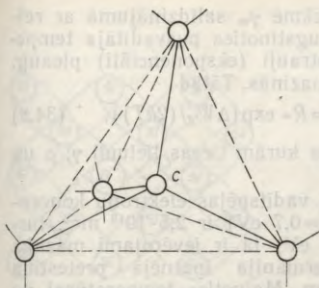
$$\vec{a} = (\vec{F} + \vec{F}_k)/m = \vec{F}/m^*. \quad (34.4)$$

Kā redzams, efektīvā masa m^* ir parametrs (ar masas dimensiju), kas raksturo kristālrežģa elektriskā lauka ietemi uz elektrona kustību. Elektrona efektīvā masa m^* atkarīga galvenokārt no tā enerģijas. Ari cauruma efektīvā masa m^* atkarīga no tā atrašanās vietas valentajā zonā. Vienkāršākajos gadījumos efektīvo masu var izteikt no sakarības $1/m^* = \partial^2 W / \partial K^2$, kur W — enerģija; K — impulss. Ja kristāla īpašības ir atkarīgas no virziena (anizotropija), tad arī efektīvā masa ir atkarīga no kustības virziena. Tā kā kristālrežģa lauks ir atkarīgs no temperatūras, spiediena un citiem faktoriem, tad arī efektīvā masa nedaudz mainās, mainoties spiedienam vai temperatūrai.

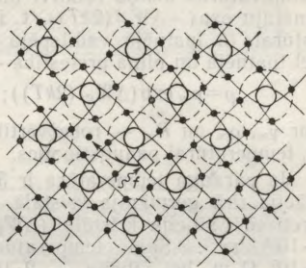
34.3. PUSVADĪTĀJU PAŠVADĪTSPĒJA UN PIEJAUKUMVADĪTSPĒJA. DONORI UN AKCEPTORI. ELEKTRONU UN CAURUMU PUSVADĪTĀJI

34.3.1. Pusvadītāju pašvadītspēja. Pie pusvadītājiem pieder gan ķīmiskie elementi, piemēram, germānijs Ge, silīcijs Si, bors B, arsēns As, pelēkā alva Sn, selēns Se, jods J. . . ., gan arī dažādi ķīmiskie savienojumi, piemēram, metālu oksīdi Cu_2O , ZnO , Al_2O_3 , . . ., metālu sulfīdi CdS , PbS , . . ., karbīdi SiC , . . ., intermetāliskie savienojumi GaAs , InSb un citi. Tagad pazīstami apmēram divi tūkstoši neorganisku pusvadītāju. Pēdējā laikā pēta dažādas organiskas vielas kā perspektīvus pusvadītāju materiālus. Praksē visplašāk izmanto germāniju un silīciju.

Germānija un silīcija (tāpat kā oglekļa) atomiem ir četri valences elektroni. Kristalizējoties tie veido dimanta tipa kristālrežģi, kurā var izdalīt regulāru tetraedru ar tā četrās virsotnēs un centrā C novietotiem atomiem (34.8. att.). Centrālais atoms atrodas vienādos attālumos no visām četrām virsotnēm un ar kovalento saiti saistīts tikai ar šiem četriem atomiem. Kovalentā saite rodas, valences elektroniem koncentrējoties gar taisnēm, kas centrālo atomu savieno ar atomiem tetraedra virsotnēs. Katru saiti veido elektronu pāris ar pretēji vēršiem spīnīem. Starp saistītajiem atomiem notiek apmaiņa ar šiem elektroniem (tas ir specifisks kvantu mehānikas efekts). Tādēļ šādu atomu mijiedarbības spēkus sauc par *apmaiņas spēkiem*. Katrs atoms tetraedra virsotnē savukārt ir cita tetraedra centrālais atoms. Tā izrādās, ka ikviens režģa atoms saistīts ar četriem (un tikai četriem) citiem atomiem. Shematiski šādu režģi un starpatomu saiti var attēlot plaknē (34.9. att.; gaišie aplī ir joni, tumšie aplīši — valences elektroni).



34.8. att.



34.9. att.

Temperatūrai paaugstinoties, daļa no kovalentajām saitēm tiek pārrautas. Tas notiek, kristālrežģa svārstību kvantam — fononam saduroties ar saites elektronu (34.9. att.), ja elektrons sadursmē iegūst enerģiju, kas ir lielāka par elektrona saites enerģiju atomā. Tā rodas «brīvais» jeb vadītspējas elektrons (tumšais aplītis starpatomu telpā) un caurums, t. i., nekompensēts pozitīvais lādiņš (gaišais kvadrātiņš starp atomiem), kas lokalizēts iepriekšējā elektrona atrašanās vietā. Pārrautā saite atjaunojas, ja notiek kāda brīvā elektrona un cauruma rekombinācija vai arī uz caurumu pāriet kāds cits elektrons no blakussaitēm. Pēdējā gadījumā pārrautā saite (caurums) pārvietojas pa kristālrežģi — notiek pozitīvo lādiņnesēju kustība. Ideālos pusvadītājos (bez režģa defektiem) dažādu ārēju faktoru ietekmē vadītspējas elektroni un caurumi vienmēr rodas pa pāriem. Tādēļ šādos pusvadītājos vadītspējas elektronu koncentrācija n_n un caurumu koncentrācija n_p ir vienāda: $n_n = n_p$.

Ideāla kristālrežģa pusvadītāju elektrovadītspēju, kuru nosaka vadītspējas elektronu—caurumu pāru eksistence, sauc par pusvadītāja pašvadītspēju. Aprēķini rāda, ka vadītspējas elektronu un caurumu koncentrāciju pašvadītspējas pusvadītājos nosaka formula

$$n_n = n_p = 2(2\pi m^* kT/h^2)^{3/2} \exp(-\Delta W_g/(2kT)), \quad (34.5)$$

kur m^* — elektrona (cauruma) efektīva masa; T — pusvadītāja temperatūra; ΔW_g — aizliegtās zonas platumš.

Pusvadītāju īpatnējā vadītspēja γ (sk. formulu (34.3)) ir elektronu un caurumu īpatnējo vadītspēju summa:

$$\gamma = \gamma_n + \gamma_p = n_n e u_n^0 + n_p e u_p^0 = n_n e (u_n^0 + u_p^0), \quad (34.6)$$

kur e — elementārlādiņš; u_n^0 un u_p^0 — elektronu un caurumu kustīgums. Ievietojot šeit n_n izteiksmi (34.5) un apzīmējot $2e(u_n^0 + u_p^0)(2\pi m^* kT/h^2)^{3/2}$ ar γ_∞ , var rakstīt

$$\gamma = \gamma_\infty \exp(-\Delta W_g/(2kT)). \quad (34.7)$$

Temperatūras maiņa relatīvi maz ietekmē γ_∞ salīdzinājumā ar reizinātāju $\exp(-\Delta W_g/(2kT))$, t. i., paaugstinoties pusvadītāja temperatūrai, tā īpatnējā vadītspēja ļoti strauji (eksponenciāli) pieaug, bet īpatnējā un pilnā pretestība — samazinās. Tātad

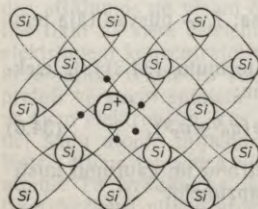
$$\rho = \rho_\infty \exp(\Delta W_g/(2kT)); \quad R = R_\infty \exp(\Delta W_g/(2kT)), \quad (34.8)$$

kur γ_∞ , ρ_∞ un R_∞ — robežvērtības, uz kurām tiecas lielumi γ , ρ un R , temperatūrai paaugstinoties.

Ja parauga temperatūra ir 300 K, vadītspējas elektronu koncentrācija tīrā germānijā kristālā ($\Delta W_g = 0,7$ eV) ir $2,5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$, turpretī tīrā silīcija kristālā ($\Delta W_g = 1,1$ eV) tā ir ievērojami mazāka $2 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$. Šajā temperatūrā germānija īpatnējā pretestība $6 \cdot 10^3 \Omega \cdot \text{m}$, bet silīcija — $2 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{m}$. Mainoties temperatūrai no 273 līdz 700 K, germānija vadītspēja palielinās vairāk nekā 1000 reizi.

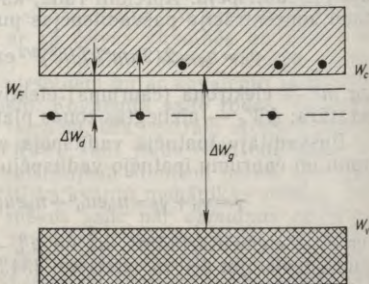
34.3.2. Pusvadītāju piejaukumvadītspēja. Brīvo lādiņnesēju koncentrācija bezdefektu pusvadītājos parasti ir ļoti maza. Tā, piemēram, izmantojot formulu (34.5), var noskaidrot, ka istabas temperatūrā brīvo lādiņnesēju skaits germānijā ir aptuveni $10^{-8}\%$ no kopējā atomu skaita (metālos tas ir aptuveni vienāds ar atomu skaitu). Tādēļ šādu pusvadītāju vadītspēja arī ir ļoti maza, bet to stipri palielina noteikti piejaukumi. Piemēram, ja $10^{-3}\%$ germānija atomu aizvieto ar arsēnu, parauga elektrovadītspēja istabas temperatūrā palielinās aptuveni 10^4 reizi. Pusvadītāja elektrovadītspēju, ko nosaka piejaukumi, sauc par *piejaukumvadītspēju*. Tieši šādus materiālus visvairāk izmanto pusvadītāju aparātu un ierīču izgatavošanai. Noskaidrosim piejaukumu ietekmi uz pusvadītāju īpašībām.

Piejemsim, ka četrvērtīga pusvadītāja (silīcija, germānija) kristālā ievada piektās grupas elementa (fosfora, arsēna) atomus. Tad piejaukuma atoma četri valences elektroni izveido kovalentās saites ar četriem tuvākajiem pamatelementa atomiem (34.10. att.), bet piektais valences elektrons izrādās «lieks» un tā atrašanās no atoma



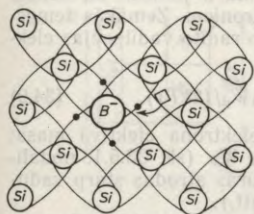
n tipa pusvadītājs

34.10. att.



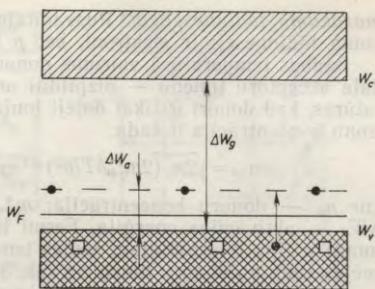
n tipa pusvadītājs

34.11. att.



p tipa pusvadītājs

34.12. att.



p tipa pusvadītājs

34.13. att.

(jonizācijai) vajadzīga tikai neliela papildu enerģija. Šo enerģiju elektrons var iegūt sadursmēs ar fononiem jau zemās temperatūrās, kļūstot par vadītspējas elektronu. Piejaukuma atoms pārvēršas par pozitīvu jonu. Sādiem piejaukumu pusvadītājiem ir *elektronvadītspēja* jeb *n tipa vadītspēja*. Piejaukumu atomus, kas ir vadītspējas elektronu avoti, sauc par *donoriem*. Donori veido *lokālus enerģijas līmeņus* (34.11. attēlā isās svītriņas donoru vietās) pusvadītāja aizliegtajā zonā attālumā ΔW_d no vadītspējas zonas viszemākā līmeņa W_c . Temperatūrā $T=0$ K visus lokālos līmeņus aizpilda elektroni, bet, paaugstinoties temperatūrai, elektroni no donoru līmeņiem pāriet vadītspējas zonā. Lielumu ΔW_d sauc par *donoru aktivācijas enerģiju*.

Ja turpretī četrvērtīga pusvadītāja kristālā pamatatora vietā ievada trešās grupas elementa (bora, gallija) atomu, tad piejaukumu valences elektronu skaits ir nepietiekams, lai izveidotu četras kovalentās saites ar tuvākajiem pamatelementa atomiem. Saitēm nepieciešamo ceturto elektronu piejaukumu atoms iegūst, atraujot to no kāda pamatelementa atoma. Pie šī atoma izveidojas caurums (pār-rauta saite), bet savukārt piejaukumu atoms pārvēršas par negatīvu jonu (34.12. att.). Piejaukumu atomus, kuri pusvadītājā rada caurumus, sauc par *akceptoriem*. Pusvadītājs, kurā ievada akceptorus, iegūst *caurumvadītspēju* jeb *p tipa vadītspēju*. Akseptori rada *lokālus enerģijas līmeņus* pusvadītāja aizliegtajā zonā attālumā ΔW_a no valentās zonas visaugstākā līmeņa W_v (34.13. att.). Absolutās nulles temperatūrā akseptoru lokālie enerģijas līmeņi ir tukši, bet, paaugstinoties temperatūrai, aizpildās ar valentās zonas elektroniem. Lielumu ΔW_a sauc par *akseptoru aktivācijas enerģiju*.

Vēl bez piejaukumu atomu radītajiem brīvajiem lādiņnesējiem pusvadītājos ir arī pamatelementa elektronu—caurumu pāri. Tomēr kopējais pozitīvo un negatīvo lādiņnesēju skaits piejaukumu pusvadītājā nav vienāds. Tos lādiņnesējus, kuri pusvadītājā ir pārsvarā, sauc par *vairākuma lādiņnesējiem*, bet tos, kuri ir mazākumā, par

mazākuma lādiņnesējiem. Pusvadītājos ar n tipa vadītspēju vairākuma lādiņnesēji ir elektroni, bet p tipa pusvadītājos — caurumi.

Istabas temperatūrā vairums donoru atomu ir jonizēti un lielākā daļa akceptoru līmeņu — aizpildīti ar elektroniem. Zemākās temperatūrās, kad donori ir tikai daļēji jonizēti, to radīto vadītspējas elektronu koncentrācija ir šāda:

$$n_{nd} = \sqrt{2n_d} (2m_n^* kT/h^2)^{3/4} \exp(-\Delta W_d / (2kT)), \quad (34.9)$$

kur n_d — donoru koncentrācija; m_n^* — elektrona efektīvā masa; ΔW_d — aktivācijas enerģija. Fermi līmenis W_F (sk. 33.5.1. nodalījumu) n tipa pusvadītājam zemās temperatūrās atrodas starp vadītspējas zonu un donoru līmeņiem (sk. 34.11. att.).

Tad, kad zemās temperatūrās akceptoru līmeņi aizpildīti tikai daļēji, līdzīgi var izteikt caurumu koncentrāciju

$$n_{pa} = \sqrt{2n_a} (2m_p^* kT/h^2)^{3/4} \exp(-\Delta W_a / (2kT)), \quad (34.10)$$

kur n_a — akceptoru koncentrācija; m_p^* — cauruma efektīvā masa; ΔW_a — aktivācijas enerģija. Fermi līmenis p tipa pusvadītājiem zemās temperatūrās atrodas starp akceptoru līmeņiem un valento zonu (34.13. att.).

Izmantojot sakarības (34.3) un (34.9), kā arī (34.10), donorpiejaukuma vai akceptorpiejaukuma izraisīto īpatnējo vadītspēju γ_d un γ_a var izteikt šādi:

$$\gamma_d = \gamma_{d\infty} \exp(-\Delta W_d / (2kT)); \quad (34.11)$$

$$\gamma_a = \gamma_{a\infty} \exp(-\Delta W_a / (2kT)). \quad (34.12)$$

Šīs formulas līdzīgas formulai (34.7). Pusvadītāja pilnā īpatnējā vadītspēja

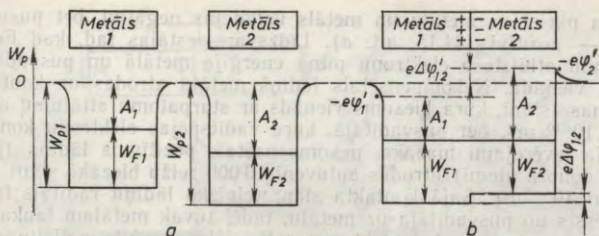
$$\gamma = \gamma_i + \gamma_e, \quad (34.13)$$

kur γ_i — īpatnējā pašvadītspēja un γ_e — īpatnējā piejaukumvadītspēja. Tā kā aktivācijas enerģijas ΔW_d un ΔW_a ir ievērojami mazākas par ΔW_g , tad, salīdzinot formulas (34.7), (34.11) un (34.12), redzams, ka zemās temperatūrās īpatnējo vadītspēju γ gandrīz pilnīgi nodrošina tikai piejaukumi, bet augstākās temperatūrās, kad donori un akceptoru pilnīgi izmantoti, pilnā īpatnējā vadītspēja γ atkarībā no temperatūras T mainās tikai uz pašvadītspējas rēķina.

34.4. CIETU ĶERMEŅU KONTAKTPARĀDĪBAS

34.4.1. Divu metālu kontakts. Jau 14.3. paragrāfā norādīts, ka, diviem dažādiem metāliem nonākot ciešā kontaktā, rodas iekšējā un ārējā kontaktpotenciālu diference. Analizēsim šo parādību no kvantu teorijas viedokļa.

Aplūkosim metālus 1 un 2 (34.14. att.), kuriem ir dažādi izejdarbi ($A_1 < A_2$) un Fermi līmeņi ($W_{F1} > W_{F2}$), t. i., dažādas vadītspējas elektronu koncentrācijas ($n_1 > n_2$) (sk. formulu (33.29)). Brīvo



34.14. att.

elektronu enerģētiskie stāvokļi šajos metālos, ja tie nav kontaktā, parādīti 34.14. attēlā *a*. Šeit W_{p1} un W_{p2} ir elektronu potenciālās enerģijas abos metālos.

Metāliem nonākot kontaktā, elektroni sāk pārvietoties no metāla 1 uz 2; metāla 1 potenciāls φ_1 palielinās, bet elektronu potenciālā enerģija tajā samazinās, turpretī metāla 2 potenciāls φ_2 samazinās, bet elektronu potenciālā enerģija tajā pieaug. Šis process izbeidzas, kad abos metālos Fermi līmeņiem atbilstošo elektronu pilnās enerģijas kļūst vienādas (34.14. att. *b*). Elektrona potenciālā enerģija ($-e\varphi_1$) metālā 1 ir par $W_{F1} - W_{F2}$ mazāka nekā enerģija ($-e\varphi_2$) metālā 2. Tas nozīmē, ka potenciāls φ_1 ir lielāks par φ_2 un *iekšējā kontaktpotenciālu diference* $\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ ir šāda:

$$\Delta\varphi_{12} = (W_{F1} - W_{F2})/e. \quad (34.14)$$

Tāds potenciāla lēcians metālu kontakta apgabalā notiek tāpēc, ka šajā apgabalā koncentrēti nekompensēti lādiņi, kuri izveido elektrisko dubultslāni (34.14. att. *b*). Dubultslānis rodas lādiņnesēju orientētas kustības rezultātā, kura notiek, pastāvot lādiņnesēju koncentrācijas gradientam. Šādu lādiņnesēju kustību sauc par *difūzijas strāvu* atšķirībā no *dreifa strāvas*, kas plūst, ja eksistē elektriskā lauka potenciāla gradients.

Iekšējās kontaktpotenciālu diferences $\Delta\varphi_{12}$ atkarība no temperatūras saistīta ar Fermi līmeņu atkarību no temperatūras. Rūpīgāka analīze rāda, ka aptuveni $\Delta\varphi_{12} \sim T$.

Kā redzams 34.14. attēlā *b*, elektrona potenciālā enerģija $-e\varphi'_1$ metāla 1 tiešā tuvumā ir par $A_2 - A_1$ mazāka nekā tā enerģija $-e\varphi'_2$ metāla 2 tiešā tuvumā, t. i., *ārējā kontaktpotenciālu diference* $\Delta\varphi'_{12} = \varphi'_1 - \varphi'_2$ ir šāda:

$$\Delta\varphi'_{12} = (A_2 - A_1)/e. \quad (34.15)$$

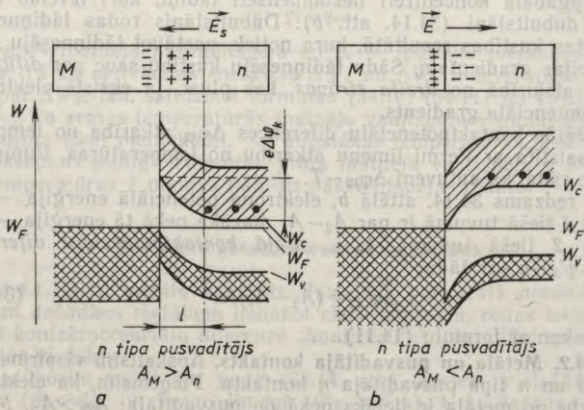
Tas saskan ar formulu (14.11).

34.4.2. Metāla un pusvadītāja kontakts. Apskatīsim vispirms metāla *M* un *n* tipa pusvadītāja *n* kontaktu. Pieņemsim, ka elektrona izejdarbs no metāla ir lielāks nekā no pusvadītāja: $A_M > A_n$. Metālam nonākot kontaktā ar šādu pusvadītāju, daļa elektronu no pusva-

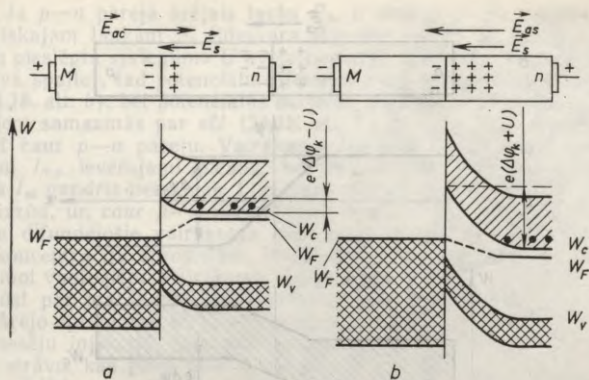
ditāja pāriet uz metālu un metāls uzlādējas negatīvi, bet pusvadītājs — pozitīvi (34.15. att. a). Līdzsvars iestājas tad, kad Fermi līmenim atbilstošo elektronu pilnā enerģija metālā un pusvadītājā kļūst vienāda. Nekompensētais lādiņš metālā atrodas uz kontakta virsmas (slānī, kura biezums vienāds ar starpatomu attālumu aptuveni 10^{-10} m), bet pusvadītājā, kurā vadītspējas elektronu koncentrācija ievērojami mazāka, nekompensētais pozitīvais lādiņš (jonizētie donora atomi) atrodas aptuveni 10 000 reīzu biezākā slānī (aptuveni 10^{-6} m). Šajā kontakta slānī telpisko lādiņu radītais lauks E_s vērstis no pusvadītāja uz metālu, tādēļ tuvāk metālam lauka potenciāls samazinās, bet elektronu potenciālā enerģija palielinās un pusvadītāja enerģijas zonas izliecas uz augšu, rodas potenciālā barjera. Tā kā pusvadītāja slāni kontakta tuvumā brīvo lādiņnesēju ir ļoti maz, tad šāda slāņa vadītspēja ir daudz mazāka nekā pārējā pusvadītāja tilpumā. Šo slāni sauc par *sprostslāni*.

Ja kontakta apgabalā rada sprostslāņa laukam E_s preti vērstu ārējo lauku E_{ac} , piemēram, pieslēdzot metālam sprieguma U avota pozitīvo spaili, bet pusvadītājam negatīvo spaili (34.16. att. a), tad elektronu enerģija pusvadītājā palielinās. Ārējais lauks pārvieto elektronus no pusvadītāja uz sprostslāni, samazinot tā biezumu un pazeminot potenciālo barjeru par eU . Tādēļ metāla—pusvadītāja kontakta vadītspēja ievērojami pieaug. Šo ārējā lauka virzienu sauc par *caurlaides virzienu*, bet šajā virzienā plūstošo strāvu — par *caurlaides strāvu*.

Pieliekot ārējo lauku E_{as} sprostslāņa lauka E_s virzienā (34.16. att. b; metālam pieslēgta negatīvā spaiļe, pusvadītājam pozitīvā spaiļe), elektronu enerģija pusvadītājā palielinās. Ārējais lauks pārvieto elektronus no sprostslāņa uz pusvadītāju. Sprostslāņa biezums palieli-



34.15. att.



34.16. att.

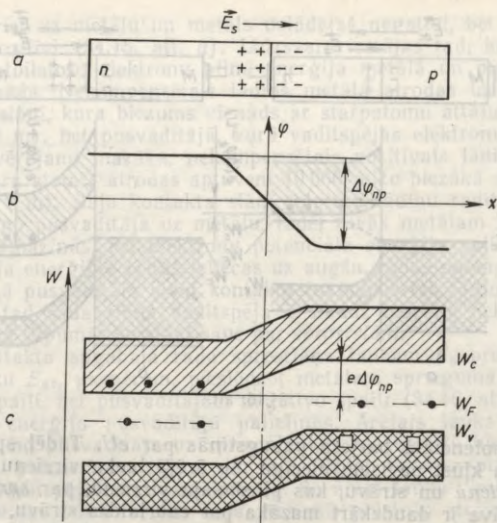
nās, un potenciālā barjera paaugstinās par eU . Tādēļ sprostslāņa vadītspēja kļūst pavisam niecīga. So ārējā lauka virzienu sauc par *sprostvirzienu* un strāvu, kas plūst šajā virzienā, par *sproststrāvu*. Sproststrāva ir daudzkārt mazāka par caurlaides strāvu, un to parasti var neņemt vērā. Tādēļ šādu metāla—pusvadītāja kontaktu var izmantot *maiņstrāvas taisngriešanai*.

Ja metāls ir kontaktā ar n tipa pusvadītāju, kuram izejdarbs $A_M < A_n$ (sk. 34.15. att. *b*), elektroni pāriet no metāla uz pusvadītāju un sprostslānis nerodas. Šādu kontaktu sauc par *omisku kontaktu*.

Līdzīgi apskatot metāla un p tipa pusvadītāja kontaktu, var noskaidrot, ka izveidojas sprostslānis, ja izejdarbs $A_M < A_p$, bet pretējā gadījumā, kad izejdarbs $A_M > A_p$, sprostslānis nerodas.

34.4.3. p tipa un n tipa pusvadītāju kontakts. Pusvadītāju ierīcēs ļoti bieži izmanto p tipa un n tipa pusvadītāju kontaktu jeb $p-n$ pārejas īpašības, tādēļ noskaidrosim tās. Mehāniski saspižot n tipa un p tipa pusvadītājus, labu kontaktu iegūt nav iespējams. Lai izveidotu $p-n$ pāreju, tira monokristāla vienā slānī ievada donorpiejaukumu (rodas n tipa pusvadītājs), bet blakusslānī — akceptorpiejaukumu (rodas p tipa pusvadītājs). Robežslānis starp tiem ir $p-n$ pāreja.

Enerģijas zonas p tipa un n tipa pusvadītājos, ja pusvadītāji nav kontaktā, ir parādītas 34.11. attēlā (n tipa pusvadītājam) un 34.13. attēlā (p tipa pusvadītājam). Kad abi pusvadītāji atrodas kontaktā, elektroni no n tipa pusvadītāja, kurā tie ir vairākumlādiņnesēji, difundē caur $p-n$ pāreju uz p tipa pusvadītāju. Tā ir difūzijas strāva I_{vp} . Abu tipu pusvadītāju pārejas apgabalā notiek elektronu un caurumu rekombinācija. Tādēļ kontaktvirsmas tuvumā n tipa pusvadītājā paliek nekompensēti nekustīgo donoru jonu pozitīvie lādiņi, bet p tipa pusvadītājā — nekustīgo akceptoru jonu negatīvie lādiņi (34.17. att. *a*), kuri izveido elektrisko dubultslāni. Šī slāņa elektriskā



34.17. att.

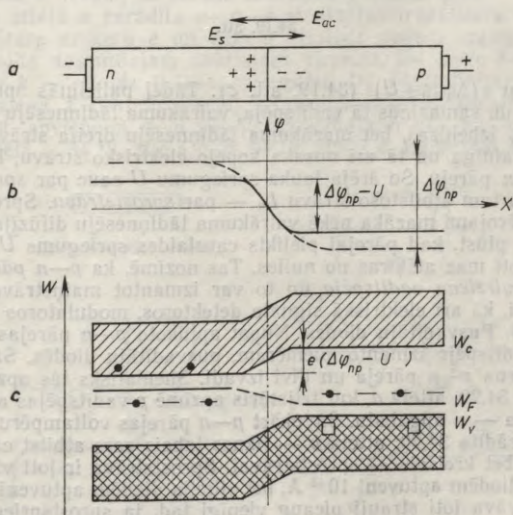
lauka intensitāte E_s vērsta no n apgabala uz p apgabalu un kavē tālāku vairākuma lādiņnesēju difūziju caur $p-n$ pāreju. Līdzsvars iestājas tad, kad Fermi līmeņi W_{Fn} un W_{Fp} abos pusvadītājos izlīdzinās, resp., kontaktslānī starp tiem izveidojas iekšējā potenciālu diference $\Delta\varphi_{np} = (W_{Fn} - W_{Fp})/e$ (34.17. att. b). Tā rada mazākuma lādiņnesēju dreifa strāvu I_m , t. i., caurumu virzītu kustību no n uz p apgabalu un elektronu — no p uz n apgabalu. Dreifa strāva I_m ir pretēji vērsta difūzijas strāvai I_v . Termodinamiskā līdzsvara gadījumā abas strāvas pēc stipruma ir vienādas un kopējā elektriskā strāva, kas plūst caur $p-n$ pāreju, ir vienāda ar nulli.

Tā kā n apgabalā potenciāls pieaug, tad elektronu enerģija tajā samazinās un elektronu enerģijas zonas nobīdās uz leju (34.17. att. c), bet p apgabalā potenciāls samazinās, elektronu enerģija pieaug un elektronu enerģijas zonas tajā izliecas uz augšu. No tā izriet, — lai vairākuma lādiņnesēji pārietu no viena apgabala uz otru (elektroni no n uz p ; caurumi no p uz n), tiem jāpārvar potenciālā barjera $e\Delta\varphi_{np}$ uz savas kinētiskās enerģijas rēķina. Taču tāda enerģija ir tikai ļoti niecīgai vairākuma lādiņnesēju daļai. Tādēļ $p-n$ pārejas apgabals ir *sprostslānis* ar mazu brīvo lādiņnesēju koncentrāciju un mazu vadītspēju.

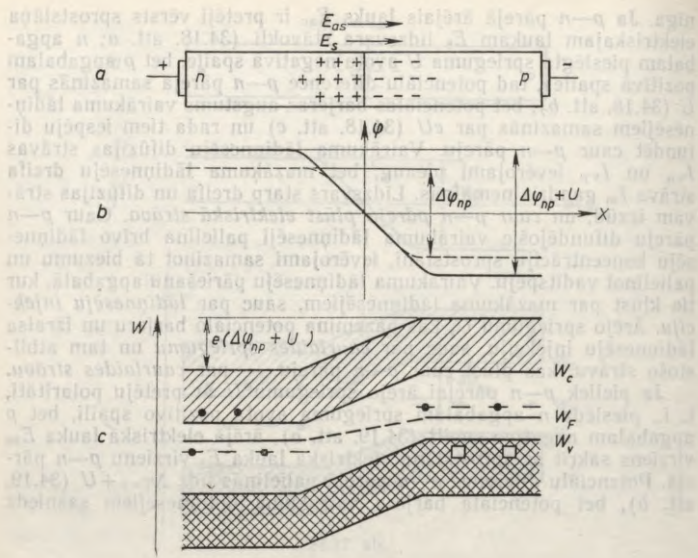
Pieliekot $p-n$ pārejai ārējo elektrisko lauku, pārejā izveidojas nelīdzsvarots stāvoklis, jo difūzijas strāva mainās, bet dreifa strāva, kas galvenokārt atkarīga no temperatūras T , paliek gandrīz nemai-

nīga. Ja $p-n$ pārejā ārējais lauks E_{ac} ir pretēji vērsts sprostslnāņa elektriskajam laukam E_s līdzsvara stāvoklī (34.18. att. a; n apgabalam pieslēgta sprieguma U avota negatīvā spaiļe, bet p apgabalam pozitīvā spaiļe), tad potenciālu diference $p-n$ pārejā samazinās par U (34.18. att. b), bet potenciālās barjeras augstums vairākuma lādiņnesējiem samazinās par eU (34.18. att. c) un rada tiem iespēju difundēt caur $p-n$ pāreju. Vairākuma lādiņnesēju difūzijas strāvas I_{vn} un I_{vp} ievērojami pieaug, bet mazākuma lādiņnesēju dreifa strāva I_m gandrīz nemainās. Līdzsvars starp dreifa un difūzijas strāvām izzūd, un caur $p-n$ pāreju plūst elektriskā strāva. Caur $p-n$ pāreju difundējošie vairākuma lādiņnesēji palielina brīvo lādiņnesēju koncentrāciju sprostslnānī, ievērojami samazinot tā biežumu un palielinot vadītspēju. Vairākuma lādiņnesēju pāriešanu apgabalā, kur tie kļūst par mazākuma lādiņnesējiem, sauc par lādiņnesēju injekciju. Ārējo spriegumu U , kas pazemina potenciālo barjeru un izraisa lādiņnesēju injekciju, sauc par caurlaides spriegumu un tam atbilstošu strāvu, kas plūst caur $p-n$ pāreju, — par caurlaides strāvu.

Ja pieliek $p-n$ pārejai ārējo spriegumu U ar pretēju polaritāti, t. i., pieslēdz n apgabalam sprieguma avota pozitīvo spaiļi, bet p apgabalam negatīvo spaiļi (34.19. att. a), ārējā elektriskā lauka E_{as} virziens sakrīt ar sprostslnāņa elektriskā lauka E_s virzienu $p-n$ pārejā. Potenciālu diference $p-n$ pārejā palielinās līdz $\Delta\varphi_{np} + U$ (34.19. att. b), bet potenciālā barjera vairākuma lādiņnesējiem sasniedz



34.18. att.



34.19. att.

augstumu $e(\Delta\varphi_{np} + U)$ (34.19. att. c). Tādēļ palielinās sprotslāņa biežums un samazinās tā vadītspēja, vairākuma lādiņnesēju difūzijas strāva I_V izbeidzas, bet mazākuma lādiņnesēju dreifa strāva I_m paliek nemainīga un tā arī nosaka kopējo elektrisko strāvu, kas plūst caur $p-n$ pāreju. So ārējā lauka spriegumu U sauc par *sprotspriegumu* un tam atbilstošo strāvu I_m — par *sproststrāvu*. Sproststrāva I_m ir ievērojami mazāka nekā vairākuma lādiņnesēju difūzijas strāva I_V , kura plūst, kad pārejai pielikts caurlaides spriegums U . Sproststrāva ļoti maz atšķiras no nulles. Tas nozīmē, ka $p-n$ pārejai piemīt *vienvirziena vadītspēja* un to var izmantot maiņstrāvas taisngriešanai, kā arī elektriskā signāla detektoros, modulatoros un citur.

34.4.4. Pusvadītāju diodes. Nupat aplūkoto $p-n$ pārejas vienvirziena vadītspēju izmanto, piemēram, pusvadītāju diodēs. Šādai diodei ir viena $p-n$ pāreja un divi izvadī. Schematisks tās apzīmējums redzams 34.20. attēlā a, kur trijstūris apzīmē p vadītspējas apgabalu, bet svītra — n apgabalu. Savukārt $p-n$ pārejas voltampēru raksturliktne parādīta 34.20. attēlā b — līknes labais zars atbilst caurlaides strāvai, bet kreisais — sprotsstrāvai. Sproststrāva ir ļoti vāja (germānija diodēm aptuveni 10^{-5} A, bet silīcija diodēm aptuveni 10^{-6} A). Sproststrāva ļoti strauji pieaug vienīgi tad, ja sprotspriegums saasniedz caursītes vērtību U_c (germānijam tā ir aptuveni 400 V, silīci-

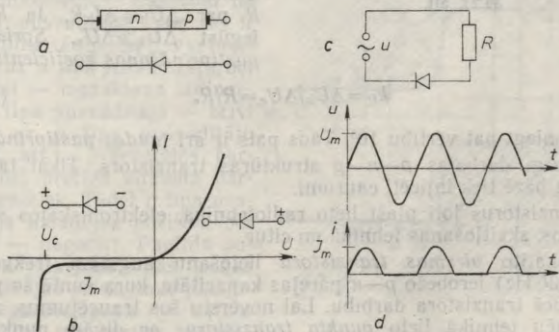
jam — aptuveni 1500 V). Ja pusvadītāju diodi pieslēdz maiņstrāvas avotam, kura sprieguma amplitūda $U_m < U_c$, virknē ar rezistoru R (34.20. att. c), tad kēdē strāva plūst tikai viena pusperioda laikā (34.20. att. d), t. i., diode darbojas kā *viena pusperioda taisngriezis*.

Caurlaides strāvas stiprums var sasniegt 10^3 A, pie tam sprieguma kritums uz diodi ir tikai daži volti. Tas nodrošina augstu taisngrieža lietderības koeficientu (aptuveni 98%). Salīdzinājumā ar vakuuma diodēm un jonu taisngriežiem pusvadītāju diodes priekšrocības ir tās mazie izmēri, mehāniskā izturība (piem., pret vibrācijām), augstais lietderības koeficients (nav jātērē enerģija katoda kvēlei), ļoti liels darbības ilgums un ar to saistītā darbības drošība.

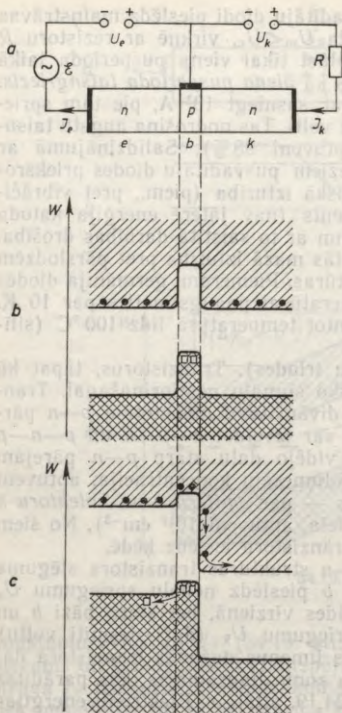
Pusvadītāju diodes trūkumi ir tās mazā izturība pret pārslodzēm un parametru atkarība no temperatūras. Piemēram, germānija diodēs sproststrāva pieaug divkārt, temperatūrai paaugstinoties par 10 K. Tādēļ germānija diodes var izmantot temperatūrā līdz 100°C (silīcija diodes — līdz 200°C).

34.4.5. Tranzistori (pusvadītāju triodes). Tranzistorus, tāpat kā vakuuma triodes, izmanto elektrisko signālu pastiprināšanai. Tranzistors ir pusvadītāja kristāls ar divām tuvu novietotām $p-n$ pārejām. Atkarībā no pāreju secības var izveidot $n-p-n$ un $p-n-p$ struktūras tranzistorus. Kristāla vidējo daļu starp $p-n$ pārejām sauc par *bāzi b* (tajā ir maza lādiņnesēju koncentrācija, aptuveni 10^{13} cm^{-3}), bet malējos apgabalus — par *emiteru e* un *kolektoru k* (tajos lādiņnesēju koncentrācija liela, aptuveni 10^{17} cm^{-3}). No šiem apgabaliem ir izvadi, ar kuriem tranzistoru ieslēdz kēdē.

34.21. attēlā a parādīta $n-p-n$ struktūras tranzistora slēguma shēma. Starp emiteru e un bāzi b pieslēdz nelielu spriegumu U_e (dažas volta desmitdaļas) caurlaides virzienā, bet starp bāzi b un kolektoru k — daudz lielāku spriegumu U_k (daži desmiti voltu) sprostvirzienā. Elektronu enerģijas līmeņus dažādās tranzistora daļās iegūst, apvienojot $p-n$ pāreju zonu diagrammas, kas parādītas 34.17. attēlā c, 34.18. attēlā c un 34.19. attēlā c. Elektronu enerģijas



34.20. att.



34.21. att.

līmeņi emiterā un kolektorā ir simetriski līdz nobīdes spriegumu U_e un U_k pieslēgšanai (34.21. att. b). Tie deformējas pēc šo spriegumu pieslēgšanas, jo emiterā elektronu enerģija pieaug, bet kolektorā — samazinās (34.21. att. c). Notiek elektronu injekcija bāzē, kur tie ir mazākuma lādiņnesēji. Tā kā bāzes platums ir ļoti mazs (daži mikrometri), tad lielākā daļa tajā injicēto elektronu difūzijas dēļ sasniedz kolektoru, nepaspējot rekombinēties ar caurumiem. Tā elektroni brīvi iziet caur kolektora pāreju, kura neveido tiem potenciālo barjeru. Tādēļ kolektora strāva I_k ir gandrīz tikpat liela kā emitera strāva I_e , parasti $I_k \approx (0,95 \dots 0,98) I_e$.

Ja emitera ķēdē ieslēdz pastiprināmā signāla avotu \mathcal{E} , kas maina spriegumu starp bāzi un emiteru ΔU_e , tad emitera pārejā strāvas izmaiņa $\Delta I_e = \Delta U_e / R_e$, kur R_e — emitera ķēdes pretestība ($R_e \approx 10 \dots 100 \Omega$). Aptuveni tāda pati ir arī strāvas izmaiņa kolektorā ($\Delta I_k \approx \Delta I_e$), un tā rada sprieguma maiņu uz izejas rezistora R par $\Delta U_k = \Delta I_k R$. Ja $R \gg R_e$, iegūst $\Delta U_k \gg \Delta U_e$. **Sprieguma pastiprināšanas koeficients**

$$k_U = \Delta U_k / \Delta U_e = R / R_e \quad (34.16)$$

var sasniegt pat vērtību 10^5 . Tāds pats ir arī **jaudas pastiprinājums**.

Līdzīgi darbojas $p-n-p$ struktūras tranzistors. Tikai tajā no emitera bāzē tiek injicēti caurumi.

Tranzistorus ļoti plaši lieto radiotehnikā, elektroniskajos sakaru līdzekļos, skaitļošanas tehnikā un citur.

Apskatīto **virsmas tranzistoru** lietošanu augstām frekvencēm (virs 10^7 Hz) ierobežo $p-n$ pārejas kapacitāte, kura šuntē šo pāreju un traucē tranzistora darbību. Lai novērstu šos traucējumus, augstfrekvenču tehnikā lieto **punkta tranzistorus** ar divām punktveida $p-n$ pārejām.

34.5.1. Iekšējais fotoefekts. Elektromagnētiskā starojuma kvanti, krītot uz pusvadītāju, var radīt papildu lādiņnesējus, ja kvantu enerģija $h\nu$ ir lielāka par pusvadītāja aktivācijas enerģiju: ΔW_g — tiros pusvadītājos, ΔW_d — n tipa un ΔW_a — p tipa pusvadītājos (sk. 34.3.1. un 34.3.2. nodaļojumu). Tiros pusvadītājos vienlaikus rodas vadītspējas elektroni un caurumi, n tipa pusvadītājos — vadītspējas elektroni, p tipa pusvadītājos — caurumi. *Papildu lādiņnesēju rašanos pusvadītājā elektromagnētiskā starojuma ietekmē sauc par iekšējo fotoefektu.*

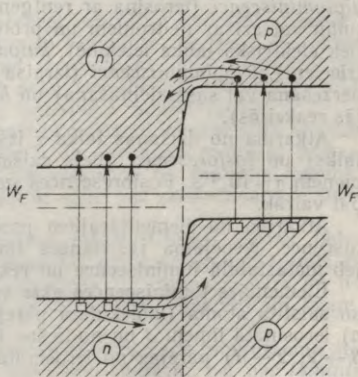
34.5.2. Fotovadītspēja. Lādiņnesēju koncentrācijas palielināšanās pusvadītājā izraisa tā elektrovadītspējas pieaugumu (sk. formulu (34.3)). Elektrovadītspēju, kuru nodrošina elektromagnētiskā starojuma radītie lādiņnesēji, sauc par *fotovadītspēju*, bet elektrovadītspēju, kāda piemīt neapstarotam pusvadītājam lādiņnesēju termogenerācijas dēļ, sauc par *tumsas vadītspēju*. Fotovadītspējai, tāpat kā ārējam fotoefektam, ir *sarkanā (garo viļņu) robeža*:

$$\lambda_0 = hc/W_{\text{akt}}, \quad (34.17)$$

kur W_{akt} — *aktivācijas enerģija* (ΔW_g , ΔW_d vai ΔW_a).

Fotovadītspēju praksē izmanto starojuma registrācijai un mērīšanai. Šim nolūkam izgatavo īpašas ierīces — *fotorezistorus* no dažādiem materiāliem (piemēram, PbS, CdS, CdSe, Bi₂S₃, GaAs, InSb, Ge, Si, Se u. c.). Pusvadītāja kristālu, kuram pievienoti divi elektrodi, ievieto plastmasas korpusā. Lai kristālu varētu apgaismot, korpusā izveidots lodziņš.

34.5.3. Fotoelektrodzinējspēks. Ja elektromagnētiskā starojuma kvantu enerģija $h\nu$ ir lielāka par pusvadītāja aizliegtās zonas platumu ΔW_g , tad, krītot uz šādā pusvadītājā izveidotu p — n pāreju, tie var radīt vadītspējas elektronu—caurumu pārus (iekšējais fotoefekts). Elektroni no p tipa pusvadītāja, kur tie ir mazākuma lādiņnesēji, var brīvi pāriet uz n tipa pusvadītāju, bet caurumi — mazākuma lādiņnesēji n tipa pusvadītājā — brīvi pāriet uz p tipa pusvadītāju (34.22. att.). Potenciālās barjeras dēļ pretēja virziena pārejas nenotiek. Tādēļ p tipa pusvadītājs uzlādējas pozitīvi, bet n tipa — negatīvi. Papildu potenciālu starpību, kas rodas p — n pārejas slānī, sauc par *fotoelektrodzinējspēku* (foto EDS). Tas var rasties arī me-



34.22. att.

tāla—pusvadītāja kontaktslānī. So parādību, t. i., *fotoelektrodzinēj-spēka rašanos p—n pārejas slānī vai metāla—pusvadītāja kontaktslānī sauc par sprostsblāņa fotoefektu*, bet ierīces, kurās šis efekts izmantots, — *par sprostsblāņa fotoelementiem*. Tie elektromagnētiskā starojuma enerģiju tieši pārvērš elektriskajā enerģijā. Foto EDS ir proporcionāls krītošā starojuma plūsmai.

Sprostsblāņa fotoelementus plaši izmanto gan fotometrijā, gan arī par elektriskās enerģijas ģeneratoriem. Jau samērā sen pazīstams ir selēna Se fotoelements (izmanto luksmetros, eksponometros u. c.). Saules baterijās (lieto par enerģijas avotiem arī mākslīgajos Zemes pavadoņos, kosmosa kuģos u. c.) parasti izmanto silīcija Si un gallija—arsēna GaAs fotoelementus, kuru lietderības koeficients ir aptuveni 20%. Foto EDS avotus izmanto arī elektronisko kalkulatoru barošanai.

34.6. CIETVIELU LUMINISCENCE

34.6.1. Jēdziens par luminiscenci. *Spontāno starojumu, kura intensitāte pārsniedz termiskā starojuma intensitāti tajā pašā temperatūrā un kura dzišanas laiks* τ ir ievērojami lielāks par gaismas svārstību periodu T , sauc par luminiscenci.*

Luminiscentais starojums parasti novērojams spektra optiskajā diapazonā, kurā svārstību periods $T \approx 10^{-14} \dots 10^{-15}$ s. Tādēļ S. Vavilovs ieteica par luminiscenci uzskatīt starojumu, kura dzišanas laiks $\tau \geq 10^{-10}$ s. Ar to luminiscence atšķiras ne tikai no termiskā starojuma, bet arī no gaismas atstarošanas, izkliedes, bremsēšanas starojuma un Vavilova—Cerenkova starojuma.

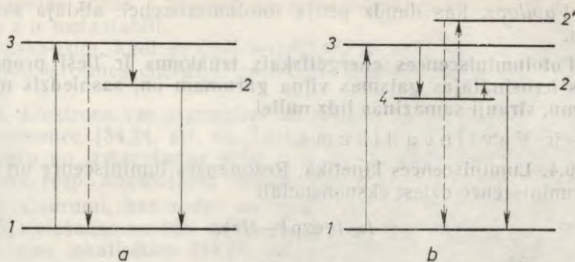
34.6.2. Luminiscences veidi. Atkarībā no luminiscences ierosināšanas paņēmiena izšķir *fololuminiscenci* (ierosina ar gaismu), *radioluminiscenci* (ierosina ar rentgenstarojumu un radioaktīvo starojumu vai arī ar neitroniem un protoniem), *elektroluminiscenci* (notiek elektriskā lauka ietekmē), *katodluminiscenci* (ierosina elektronu triecieni), *triboluminiscenci* (izraisa mehāniskā iedarbība, piemēram, berzēšana vai sasmalcināšana) un *hemiluminiscenci* (rodas ķīmiskajās reakcijās).

Atkarībā no dzišanas laika τ izšķir *fluorescenci* (mazs dzišanas laiks) un *fosforescenci* (liels dzišanas laiks). Nosacīti par robežu pieņem $\tau = 10^{-8}$ s. Fosforescences gadījumā τ var sasniegt 10^6 s un pat vairāk.

Atkarībā no elementārajiem procesiem, kuru gaitā notiek luminiscence, iespējama rezonanses luminiscence, spontānā, stimulētā jeb metastabilā luminiscence un rekombinācijas luminiscence.

Elementārs luminiscences akts sastāv no enerģijas absorbcijas, ar ko saistīta atoma (molekulas) pāreja no pamatlīmeņa I (34.23. att. a) ierosinātā līmenī 3 un no tiešas ($3 \rightarrow I$) vai pakāpeniskas (piem., $3 \rightarrow 2$; $2 \rightarrow I$) pārejas no ierosinātā stāvokļa pamatstāvoklī. Staro-

* τ ir laika sprdis, kurā starojuma intensitāte pēc ierosmes pārtraukšanas samazinās $e=2,718$ reizes.



34.23. att.

jumu, kas rodas tiešā pārejā $3 \rightarrow 1$, sauc par *rezonanses luminiscenci*. Citos gadījumos vispirms notiek bezstarojuma pāreja $3 \rightarrow 2$ un tikai pēc tam starojuma pāreja $2 \rightarrow 1$. Ja līmenis 2 pieder tam pašam luminiscences centram (atōmam, molekulai), kas absorbējis ierosināšanas enerģiju, tad šādu luminiscenci sauc par *spontāno luminiscenci*. Ja no ierosinātā līmeņa 3 vispirms notiek pāreja uz metastabilu līmeni 4 (34.23. att. b) un tikai pēc papildu enerģijas (siltumkustības, gaismas) saņemšanas notiek pāreja uz starojuma līmeni 2, tad to sauc par *stimulētu* jeb *metastabilu luminiscenci*.

Gan spontānā, gan arī stimulētā luminiscencē starojuma līmenis 2 parasti ir zemāks par ierosināto līmeni 3. No tā izriet svarīgs secinājums.

|| Fotoluminiscencē izstarotā kvanta enerģija ir mazāka, bet viļņa garums lielāks nekā absorbētajam kvantam.

Tas ir Stoksa likums.

Tomēr iespējams, ka luminiscences centrs no ierosinātā līmeņa 3 pāriet uz augstāku līmeni 2', saņemot papildu enerģiju, piemēram, termiskās kustības enerģiju. Tad izstarotā kvanta enerģija ir lielāka, bet viļņa garums mazāks nekā absorbētajam kvantam. Šādā gadījumā luminiscenci sauc par *antistoksa luminiscenci*.

Cietvielu kristālos enerģiju pārnēs elektroni, caurumi vai eksitoni (saistītu elektronu—caurumu pāri). Ja enerģijas pārnese process noslēdzas ar elektrona un jona vai elektrona un cauruma rekombināciju, tad ar to saistīto starojumu sauc par *rekombinācijas luminiscenci*.

34.6.3. Svarīgākie luminiscences raksturlielumi. Biežāk lietoti raksturlielumi ir ierosināšanas veids, fotoluminiscences gadījumā arī ierosmes starojuma spektrs, luminiscentā starojuma spektrs un polarizācija, kā arī luminiscences enerģētiskais iznākums un kvantu iznākums.

Par *luminiscences enerģētisko iznākumu* η sauc luminiscentā starojuma enerģijas attiecību pret absorbēto enerģiju, bet par *luminiscences kvantu iznākumu* — emitēto kvantu skaita attiecību pret absorbēto kvantu skaitu.

S. Vavilovs, kas daudz pētīja fotoluminiscenci, atklāja svarīgu likumu.

Fotoluminiscences enerģētiskais iznākums ir tieši proporcionāls ierosinātās gaismas viļņa garumam un, sasniedzis maksimumu, strauži samazinās līdz nullei.

Tas ir Vavilova likums.

34.6.4. Luminiscences kinētika. Rezonanses luminiscence un spontānā luminiscence dzīest eksponenciāli

$$I = I_0 \exp(-t/\tau), \quad (34.18)$$

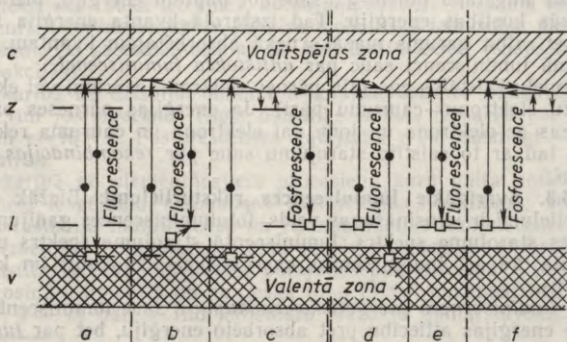
kur τ — starojuma līmeņa dzīves laiks.

Rekombinācijas luminiscence parasti dzīest hiperboliski

$$I = I_0 / (1 + pt)^\alpha, \quad (34.19)$$

kur p — konstante; α — pakāpes rādītājs, tā vērtība $1 \leq \alpha \leq 2$.

34.6.5. Kristālfosfori. Praksē visvairāk izmanto neorganisko vielu kristālu — kristālfosforu luminiscenci. To spēja luminiscēt saistīta ar kristālrežģa defektiem un vispirms ar punktveida defektiem (sk. 10.6.8. nodaļojumu), īpaši ar aizvietošanas un starpmezglu defektiem, kurus rada piejaukumi — aktivatori. Kristālfosfori ir, piemēram, cinka sulfīds ar vara piejaukumu ZnS·Cu, kadmija sulfīds ar kobalta piejaukumu CdS·Co un citi. Seit sulfīdi (ZnS un CdS) ir pamatvielas, bet piejaukumi (Cu un Co) ir aktivatori. Piejaukumi un citi režģa defekti kristālā veido luminiscences centrus un aiztures centrus. Galvenos iespējamus procesus kristālfosforos var noskaidrot, izmantojot enerģētisko zonu shēmu (34.24. att.), kur valentās zonas v tuvumā parādīti luminiscences centru enerģijas līmeņi l , bet



34.24. att.

vadītspējas zonas c tuvumā aiztures centru enerģijas līmeņi z . Līmeņi z ir metastabili.

Apskatisim, kādi procesi iespējami, ja elektrons, saņēmis nepieciešamo ierosmes enerģiju, pāriet no valentās zonas uz vadītspējas zonu.

A. Elektrons var atgriezties uz valento zonu — notiek starpzonu luminiscence (34.24. att. *a*). Laika sprdis starp enerģijas absorbcijas aktu un izstarošanas aktu, t. i., starp pārejām $v \rightarrow c$ un $c \rightarrow v$, ir mazs, resp., novērojama fluorescence.

B. Caurumi, kas rodas valentajā zonā pēc zināma skaita elektronu aiziešanas no tās, daļēji var pāriet uz luminiscences līmeņiem l un tajos lokalizēties (34.24. att. *b*). Tad iespējama elektrona pāreja no vadītspējas zonas uz luminiscences centru. Arī šajā gadījumā laika sprdis starp pārejām $v \rightarrow c$ un $c \rightarrow l$ ir mazs — novērojama fluorescence.

C. Elektrons, migrējot pa kristālu vadītspējas zonā, var pāriet no tās uz metastabilo aiztures līmeni z (34.24. att. *c*), no kurienes tas uz līmeņiem v vai l tālāk nepāriet. Elektrons var pāriet uz līmeņiem v vai l tikai tad, ja tas atgriežas zonā c . Elektrona atgriešanās zonā c parasti notiek uz termiskās kustības enerģijas rēķina. Sī iemesla dēļ starp pārejām $v \rightarrow c$ un $c \rightarrow v$ vai $c \rightarrow l$ pāriet ievērojams laika sprdis — novērojama fosforescence. Elektrona pāreju $z \rightarrow c$ var aizkavēt, pazeminot parauga temperatūru (luminiscences «iesaldēšana»), bet šo pāreju var arī paātrināt, paaugstinot temperatūru.

D. Tagad apskatisim situāciju, kāda rodas, ja elektrons, saņēmis nepieciešamo ierosmes enerģiju, nonāk zonā c no luminiscences centra (līmeņa l). Ja tajā pašā laikā arī zonā v ir caurumi, tad iespējami visi trīs nupat iztirzātie elektrona pārejas gadījumi (34.24. att. *d*, *e* un *f*), bet, ja zonā v caurumu nav, tad tikai beidzamie divi.

34.6.6. Luminiscences praktiskā nozīme. Luminiscenci izmanto daudzās zinātnes un tehnikas nozarēs. Viens no pazīstamākajiem piemēriem ir luminiscences spuldzes, kurās luminofors ($\text{Ca}_2\text{P}_3\text{O}_{12} \times (\text{F}, \text{Cl}) \cdot \text{Sb}, \text{Mn}$ vai $(\text{ZnBe})_2\text{SiO}_4 \cdot \text{Mn}$, vai arī MgWO_4) elektriskajā izlādē iegūto ultravioleto starojumu pārvērš redzamajā gaismā. Luminiscences spuldžu lietderības koeficients (aptuveni 10%) vairākkārt pārsniedz kvēlspuldžu lietderības koeficientu (2...3%).

Luminiscenci plaši izmanto arī kvalitatīvajā un kvantitatīvajā luminiscenstajā analizē. Tā ir ļoti efektīva metode vielas sastāva noteikšanai. Augstās jutības dēļ (aptuveni 10^{-10} g/cm³) to lieto bioloģijā, medicīnā un ģeoloģijā, pārtikas rūpniecībā, kriminālistikā un citur.

Televizoru, oscilogrāfu un citu elektronstaru ierīču ekrānu spīdēšana ir katodluminiscence.

Radioluminiscenci izmanto jonizējošā starojuma reģistrācijai scintilāciju skaitītājos, dozimetru un rentgenaparātu ekrānos u. c.

Lielformāta daudzkrāsainās redzamās informācijas sistēmās (gaismas tablo) izmanto pirmsizlādes elektroluminiscenci (Destrio efektu) — kristālfosforu spīdēšanu elektriskajā laukā pirms to

ATOMU KODOLU UN ELEMENTĀRDAĻIŅU FIZIKAS ELEMENTI

E. Rezerforda veiktie α daļiņu izkliedes pētījumi pierādīja (1911), ka gandrīz visa atoma masa m un viss pozitīvais lādiņš Ze koncentrēti kodolā — telpas apgabalā, kura izmēri aptuveni ir 10^{-14} ... 10^{-15} m. Tā kā atoma izmēri aptuveni 10^{-10} m, tad kodols aizņem tikai $(10^{-14}/10^{-10})^3 = 10^{-12}$ daļu no visa atoma tilpuma. Tomēr vieni ar pārvērtībām atomu kodolos varēja saistīt 1896. gadā atklāto (A. Bekerels) un pēc tam rūpīgi izpētīto (A. Bekerels, P. Kirī, M. Sklodovska-Kirī u. c.) radioaktīvo starojumu. No tā varēja secināt, ka atoma kodols ir komplicēts veidojums un kodolam ir noteikta struktūra. Tādēļ tieši Rezerforda eksperimentus var uzskatīt par kodolfizikas sākumu.

Kodolfizika ir fizikas nozare, kas pēta atomu kodolu uzbūvi, kodolspēkus, radioaktīvo pārvērtību procesus, kodolreakcijas un to nozīmes mehānismu. Tā cieši saistīta ar elementārdaļiņu, to mijiedarbības, savstarpējās pārvēršanās un matērijas uzbūves pētījumiem.

35. NODAĻA

KODOLFIZIKA

35.1. ATOMU KODOLU PAMATĪPAŠĪBAS

35.1.1. Kodolu sastāvs, lādiņš un masa. Kad pēc 1911. gada izvirzījās jautājums par atoma kodola uzbūvi, bija pazīstamas tikai divas elementārdaļiņas (sk. 36.1.1. nodaļījumu) — elektrons un protons (ūdeņraža atoma kodols), pie tam bija zināms, ka radioaktīvā starojuma viena sastāvdaļa — β stari ir elektronu plūsma. Tāpat bija zināms, ka kodola elektriskais lādiņš q_k ir elementārlādiņa e daudzkārtņš ($q_k = Ze$), bet kodola masa m_k aptuveni izsakāma kā protona masas m_p daudzkārtņš ($m_k \approx Am_p$, kur A — vesels skaitlis, $A > Z$ visiem kodoliem; izņēmums ir protons, kuram $A = Z = 1$). To ievērojot, tika izteikta doma, ka atoma kodols sastāv no A protoniem un

A—Z elektroniem. Tomēr vēlāk problēmas analīze no kvantu mehānikas viedokļa rādīja, ka šāds pieņēmums nav pareizs. Saskaņā ar Heizenberga nenoteiktības principu elektronam, kas lokalizēts kodolā (izmēri aptuveni 10^{-15} m), impulss nevar būt mazāks par impulsa nenoteiktību aptuveni $\hbar/10^{-15}$ un tam atbilstošā elektrona enerģija tad būtu aptuveni 100 MeV. Tomēr β starojumā novērotās elektronu enerģijas ir daudz mazākas (≈ 4 MeV). Vēl bez tam pieņēmums, ka kodols sastāv no protoniem un elektroniem, nedod pareizas kodolu magnētisko momentu un impulsa momentu vērtības (sk. 35.1.5. nodalījumu), kā arī rada dažādas citas pretrunas.

Angļu fiziķis Dž. Čedviks 1932. gadā atklāja *neitronu* — elektro-neitrālu daļiņu, kuras masa aptuveni vienāda ar protona masu. Pēc tam padomju fiziķis D. Ivanenko un vācu fiziķis V. Heizenbergs izteica hipotēzi, ka *kodols sastāv no Z protoniem un N=A—Z neitroniem*, t. i., kopējais šo daļiņu — *nuklonu skaits kodolā ir A*. Šī hipotēze vēlāk pilnīgi apstiprinājās. Skaitli Z, kas vienāds ar elementa atomnumuru, sauc par kodola *lādiņa skaitli*, bet A — par kodola *masas skaitli*. Tātad, lai raksturotu kodolu, jānorāda A un Z. Kodola apzīmēšanai lieto ķīmiskā elementa simbolu, pie simbola pa kreisi augšā raksta A, bet apakšā Z, tātad A_ZX , piemēram, ${}^{12}_6C$, ${}^{16}_8O$ utt.

Nuklonu masa ir gandrīz 2000 reīzu lielāka par elektrona masu m_e . Protona p masa $m_p = 1836,15 m_e = 1,67265 \cdot 10^{-27}$ kg, bet neitrona masa $m_n = 1838,68 m_e = 1,67495 \cdot 10^{-27}$ kg. Izsakot tās atommasas vienībās ($1 u = 1,66057 \cdot 10^{-27}$ kg), iegūst $m_p = 1,007276470 u$ un $m_n = 1,008665012 u$. Protons ir stabila daļiņa, bet brīvs neitrons — nestabila daļiņa (tā dzīves laiks $\tau = 925 s \approx 15,4$ min), kas pārvēršas par protonu, emitējot elektronu un antineitrīno (sk. 35.3.3. nodalījumu B).

Atsevišķu kodolu masu ļoti precīzi (līdz septiņiem zīmīgiem cipariem) var noteikt ar masspektrogrāfu (sk. 16.7.5. nodalījumu B). Izņēmums ir kodoli ar ļoti mazu dzīves laiku τ . Šo kodolu sākotnējo masu m aprēķina, saskaitot visu kodola sabrukšanas procesā radušos daļiņu ($\alpha, \beta \dots$) miera masas, to kinētiskajai enerģijai ΔW_k atbilstošu masu $\Delta W_k/c^2$ un jaunā kodola masu m' .

35.1.2. Kodolu izogrupas. Atkarībā no protonu skaita Z un neitronu skaita N kodoli veido vairākas izogrupas: *izotopus* — vienādi Z, bet dažādi N (resp. A), piemēram, ${}^{12}_6C$, ${}^{13}_6C$ un ${}^{14}_6C$ vai ${}^{14}_7N$ un ${}^{15}_7N$ utt.; *izotonus* — vienādi N, bet dažādi Z (un A), piemēram, 9_4Be un ${}^{10}_5B$ vai ${}^{11}_5B$ un ${}^{12}_6C$ utt., *izobārus* — vienādi A, bet dažādi Z un N, piemēram, ${}^{36}_{16}S$ un ${}^{36}_{18}Ar$ vai ${}^{54}_{24}Cr$ un ${}^{54}_{26}Fe$ utt., kā arī izomērus — vienādi Z un N, bet dažādas kodolu sabrukšanas enerģijas un dzīves laiki τ , piemēram, ${}^{80}_{35}Br$ — enerģija 84,4 keV un $\tau = 4,4$ h un ${}^{80}_{35}Br$ — nulles enerģija un $\tau = 18$ min.

Tā kā izotopu kodolos ir vienāds skaits protonu, bet dažāds skaits neitronu, tad tie ir viena ķīmiskā elementa kodoli ar dažādām masām. Ūdeņraža izotopiem 1_1H , 2_1H un 3_1H , kuru masas relatīvi ir ļoti dažādas, ir diezgan atšķirīgas arī fizikālās un pat ķīmiskās īpašības.

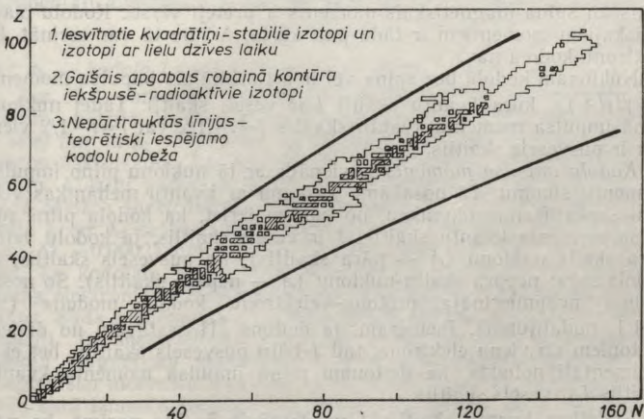
Tādēļ tiem ir doti īpaši nosaukumi: *deiterijs* un *deitons* — ${}^2_1\text{H}$ atomiem un kodoliem, *trītijs* un *tritons* — ${}^3_1\text{H}$ atomiem un kodoliem. Ikviena cita elementa izotopu ķīmiskās un daudzas fizikālās īpašības ir līdzīgas. Tādēļ izotopu atdalīšana ir visai sarežģīts tehnisks uzdevums.

Viena noteikta izotopa atomu kopumu sauc par *nuklīdu*.

35.1.3. Kodolu stabilitāte. Pašlaik pazīstami aptuveni 2300 dažādu kodolu, kuriem lādiņa skaitlis Z ir robežās no 1 līdz 109, bet masas skaitlis A — robežās no 1 līdz 266. Dabā sastopami elementi ar $Z \leq 92$ (urāns). Transurāna elementi ($Z > 92$) iegūti mākslīgi. Pēdējie visi ir nestabili. Stabili kodoli (to kopskaits 276) ir tikai elementiem, kuru lādiņa skaitlis $Z \leq 83$ (bismuts), izņemot tehnēciju ${}_{43}\text{Tc}$ un prometiju ${}_{61}\text{Pm}$, kuriem vispār nav stabilu kodolu. Tādēļ protonu—neutronu diagrammā (35.1. att.) stabili kodoli (iesvīrotie kvadrātiņi) aizņem šauru joslu. Elementiem, kuriem Z ir nepāra skaitlis, ir mazāks stabilu izotopu skaits (viens izotops 23 elementiem un divi — 17 elementiem) nekā elementiem, kuriem Z ir pāra skaitlis. No pēdējiem visvairāk (10) izotopu ir alvai ($Z = 50$).

Teorētiski apsvērumi liecina, ka šīs joslas galā eksistē t. s. «stabilitātes saliņas». Tādēļ sagaidāms, ka nākotnē tiks sintezēti kodoli, kuriem Z tuvi 114 un 126. Īpaši stabilam jābūt kodolam, ja $Z = 126$ un $N = 184$.

35.1.4. Kodolu izmēri. Kodolu izmērus var noteikt, novērojot ātru elektronu vai neutronu izkliedi no kodoliem. Abas metodes nav pilnīgi līdzvērtīgas. Elektronu izkliedes pētījumos var noteikt, kādā telpas apgabalā sadalīts kodola elektriskais lādiņš, bet neutronu izklīde rāda, kādā telpas apgabalā darbojas kodolspēki. Šādos



35.1. att.

eksperimentos noskaidrots, ka kodola rādiusa R atkarība no masas skaitļa A aptuveni ir šāda:

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (35.1)$$

kur $R_0 = (1,1 \dots 1,4) \cdot 10^{-15}$ m.

Novērtēsim kodola blīvumu ρ_k , pieņemot, ka kodols ir sfērisks. Tā kā $\rho_k = m_k/V_k$, kur $m_k \approx Am_p$ — kodola masa, ja m_p — protona masa, bet $V_k =$ — kodola tilpums ($V_k = (4/3)\pi R^3 \approx (4/3)\pi R_0^3 A$), tad $\rho_k \approx \frac{3m_p}{4\pi R_0^3} = \frac{3 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{4\pi (1,3 \cdot 10^{-15})^3 \text{ m}^3} = 1,8 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Tas ir kolosāls lielums. Ja tāds būtu, piemēram, Zemes blīvums, tad tās diametrs būtu tikai 400 m.

Eksperimenti liecina, ka kodola perifērijā tā blīvums samazinās līdz nullei pakāpeniski. Kodola relatīvā blīvuma ρ/ρ_0 (šeit ρ_0 — blīvums kodola centrā) atkarība no attāluma līdz kodola centram parādīta 35.2. attēlā.

Dažiem kodoliem ir nevis sfēriska, bet nedaudz izstiepta divasu vai arī trīsaslu elipsoīda forma.

35.1.5. Kodolu impulsa moments un magnētiskais moments. Nukloniem neatkarīgi no to kustības kodolā piemīt impulsa moments — spins $1/2$ (t. i., nukloni ir fermioni) un spina magnētiskais moments μ . Sakarā ar to, ka nukloniem spina magnētiskais moments ir vairākus simtus reizi mazāks nekā elektroniem, tad to parasti izsaka īpašās vienībās — *kodolmagnetonos*. Kodolmagneton

$$\mu_k = e\hbar/(2m_p) = 5,050824 \cdot 10^{-27} \text{ J/T}. \quad (35.2)$$

Protona magnētiskais moments $\mu_p = 2,792846 \mu_k$ un neitrona magnētiskais moments $\mu_n = -1,91315 \mu_k$. Minusa zīme norāda, ka neitrona spins un spina magnētiskais moments ir pretēji vērsti. Kodolu magnētiskajiem momentiem ir tāda pati kārtā. Arī no tā var secināt, ka elektronu kodolā nav.

Nuklonam kodolā bez spina vēl ir arī orbitālais impulsa moments $L = \sqrt{l(l+1)}$, kura kvantu skaitļi l ir veseli skaitļi. Tādēļ nuklona pilnā impulsa momenta kvantu skaitlis $j = l + 1/2$ vai $j = l - 1/2$ vienmēr ir pusvesels skaitlis.

Kodola impulsa moments ir vienāds ar tā nuklonu pilno impulsa momentu summu. Tā nosakāma saskaņā ar kvantu mehānikas vektoru saskaitīšanas likumiem, no kuriem izriet, ka kodola pilnā impulsa momenta kvantu skaitlis J ir vesels skaitlis, ja kodolu veido pāra skaits nuklonu (A — pāra skaitlis), un pusvesels skaitlis, ja kodols satur nepāra skaitu nuklonu (A — nepāra skaitlis). Šo nosacījumu neapmierināja protonu—elektronu kodola modelis (sk. 35.1.1. nodalījumu). Piemēram, ja deitons ${}^2\text{H}$ sastāvētu no diviem protoniem un viena elektrona, tad J būtu pusvesels skaitlis, bet eksperimentāli noteikts, ka deitonam pilnā impulsa momenta kvantu skaitlis J ir vesels skaitlis.

Kodoliem kvantu skaitlis J nepārsniedz 5. Tas nozīmē, ka nav tādu kodolu, kuriem visi nuklonu impulsa momenti orientēti paralēli,

jo tad kvantu skaitlis J varētu pārsniegt pat 100. Visiem kodoliem, kuriem gan protonu skaits Z , gan arī neitronu skaits N ir pāra skaitļi, kvantu skaitlis $J=0$, t. i., nuklonu pilnie impulsa momenti ir pa pāriem antiparalēli un tie pilnīgi kompensējas.

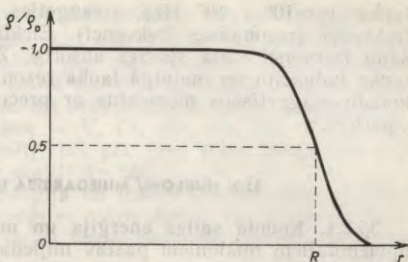
Vēsturiski izveidojusies tāda terminoloģija, ka *kodola pilno impulsa momentu*, kurš ietver arī nuklonu orbitālos impulsa momentus, tomēr sauc par *kodola spinu*. Parasti norāda maksimālo iespējamo kodola pilnā impulsa momenta projekciju uz magnētiskā lauka virzienu. Piemēram, teiciens «kodola spins ir $3/2$ » nozīmē, ka kodola pilnā impulsa momenta maksimālā iespējamā projekcija ir $(3/2)\hbar$. Tas atbilst kvantu skaitlim $J=3/2$.

Kodolam piemīt arī *magnētiskais moments*, kas ir proporcionāls kodola spinam. Tā kā kodola spinu veido gan nuklonu spini, gan arī to orbitālie impulsa momenti, kuriem atbilst dažādas žiromagnētiskās attiecības (e/m — spinam un $e/(2m)$ — orbitālajam impulsam), tad kodola magnētiskā momenta un impulsa momenta virzieni nesakrīt. Kodola magnētisko momentu raksturo ar tā vidējo projekciju μ uz kodola spina virzienu, jo tikai šādu lielumu iespējams noteikt eksperimentāli. Lielumu μ ar kvantu skaitli J saista sakarība

$$\mu = g_k \mu_k J, \quad (35.3)$$

kur g_k — *kodola Landē faktors* jeb g faktors.

Jau 32.2. paragrāfā norādīts, ka spektrālliniju sīkstruktūru, piemēram, nātrija dzeltenās linijas sašķelšanos divās linijās ($\lambda_1 = 5890$ nm un $\lambda_2 = 5896$ nm) varēja izskaidrot ar elektronu enerģijas līmeņu sašķelšanos, kas saistīta ar elektronu spina magnētisko momentu. Līdzīgi padomju fiziķu *A. Tereņina* un *L. Dobrecova* 1928. gadā atklāto *spektrālliniju hipersīkstruktūru*, piemēram, abu nātrija liniju λ_1 un λ_2 sašķelšanos vēl divās linijās ar viļņa garumu starpībām $\Delta\lambda_1 = 0,00021$ nm un $\Delta\lambda_2 = 0,00023$ nm varēja izskaidrot, pieņemot, ka kodolam ir magnētiskais moments, kura mijiedarbība ar atoma elektroniem izraisa elektronu enerģijas līmeņu nelielu sašķelšanos. Šāda pieņēmuma pareizību vēlāk apstiprināja arī citi eksperimenti. Tā spektrālliniju hipersīkstruktūras atklāšana noveda pie kodolu magnētiskā momenta un spina atklāšanas. Tagad kodolu magnētisko momentu noteikšanai visbiežāk lieto citu, precīzāku metodi, kurā izmanto *kodolu magnētisko rezonansi* — parādību, ka, kodoliem atrodoties spēcīgā konstantā magnētiskajā laukā, to spina orientāciju var mainīt ar vāju augstfrekvences elektromagnētisko



35.2. att.

lauku ($\nu \approx 10^6 \dots 10^7$ Hz), izraugoties kodoliem piemērotu lauka frekvenci (rezonanses frekvenci). Elektromagnētisko starojumu ar šādu frekvenci viela spēcīgi absorbē. Zinot konstantā magnētiskā lauka indukciju un mainīgā lauka rezonanses frekvenci, var noteikt kodolu magnētiskos momentus ar precizitāti līdz sešiem zīmīgiem cipariem.

35.2. NUKLONU MIJIEDARBĪBA UN KODOLSPĒKI

35.2.1. Kodola saites enerģija un masas defekts. Starp kodolā apvienotajiem nukliem pastāv mijiedarbība. Vissvarīgākā nozīme nuklonu mijiedarbībā ir t. s. stiprajai mijiedarbībai (sk. 36.2. §), zīnāma loma ir arī elektromagnētiskajai mijiedarbībai, bet relatīvi maza ir vājās mijiedarbības nozīme un nekādas nozīmes nav gravitācijas mijiedarbībai. Kodolā apvienotie nukloni veido saistītu daļiņu stabilu sistēmu. Tādēļ kodola enerģija ir mazāka par to enerģiju summu, kādas piemīt tiem pašiem nesaistītiem nukliem. Enerģiju ΔW_s , kas vienāda ar darbu, kāds jāpadara, lai kodolā esošos nuklonus atdalītu citu no cita un pārvietotu tādos attālumos, kuros nuklonu mijiedarbību var neievērot, sauc par kodola saites enerģiju. Nukliem apvienojoties kodolā, izdalās enerģija, kas vienāda ar saites enerģiju ΔW_s . Jo lielāka ir saites enerģija, jo stabilāks ir kodols.

Tā kā jebkuras daļiņu sistēmas masas un enerģijas izmaiņa ir proporcionāli lielumi, tad saistīto nuklonu, t. i., kodola masa m_k ir mazāka par brīvo šī kodola nuklonu masu summu $Zm_p + Nm_n$, kur m_p un m_n — protona un neitrona masas. Starpību

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_k \quad (35.4)$$

sauc par *masas defektu*. Pietiekami precīzi to var aprēķināt arī, aizvietojot protona masu m_p ar ūdeņraža atoma masu m_H un kodola masu m_k ar atoma masu m_a , tātad masas defekts

$$\Delta m = Zm_H + Nm_n - m_a \quad (35.5)$$

Kodolu saites enerģijas ΔW_s ir tik lielas, ka var precīzi noteikt masas defektu Δm un aprēķināt ΔW_s . Tādējādi $\Delta W_s = c^2 \Delta m$.

Dažādu kodolu stabilitātes salīdzināšanai lieto *īpatnējo kodolu saites enerģiju* $\epsilon_s = \Delta W_s / A$, t. i., *saites enerģiju, kas attiecas uz vienu nuklonu*. Šis lielums ir daži megaelektronvolti (salīdzināšanai: valences elektrona saites enerģija atomā ir daži elektronvolti). Īpatnējās saites enerģijas ϵ_s atkarība no masas skaitļa A parādīta 35.3. attēlā*. Vismazākā īpatnējā saites enerģija ϵ_s ir deiterija ${}^2_1\text{H}$ un

* Patiesībā īpatnējā saites enerģija ϵ_s ir atkarīga ne vien no masas skaitļa A , bet arī no lādīņa skaitļa Z . Kodola saites enerģiju ΔW_s aptuveni izsaka pusempīriskā Veiczekera formula

$$\Delta W_s = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \eta \frac{(A/2 - Z)^2}{A} - \delta \frac{\Delta}{A^{3/4}}$$

tritija ${}^3_1\text{H}$ kodoliem — 1,1 un 2,8 MeV/nuklonu, bet jau hēlija ${}^4_2\text{He}$ kodolam tā ir 7,1 MeV/nuklonu. Lai gan litijam ${}^6_3\text{Li}$ īpatnējā saites enerģija ϵ_s ir nedaudz mazāka (5,3 MeV/nuklonu), tālāk pieaugot masas skaitlim A , īpatnējā saites enerģija ϵ_s palielinās un sasniedz lielākās vērtības — aptuveni 8,8 MeV/nuklonu masas skaitļu intervālā $A=50 \dots 70$ (elementiem — V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga — ir visstabilākie kodoli), bet pēc tam atkal samazinās līdz 7,5 MeV kodoliem ar masas skaitli $A \approx 240$.

Šāda īpatnējās saites enerģija un masas skaitļa sakarība rāda, ka ir divas iespējas kodolenerģijas atbrīvošanai: 1) smago elementu kodoliem daloties (35.5. §) un 2) vieglo elementu kodoliem apvienojoties (35.6. §).

35.2.2. Kodolspēki. *Spēkus, kuri darbojas starp nukloniem, nodrošinot kodolu stabilitāti, sauc par kodolspēkiem.*

Elektrostatiskās mijiedarbības spēki, kuri darbojas starp protoniem, ir atgrūšanās spēki, un tādēļ tie nevar nodrošināt kodolu stabilitāti. Kodolspēkus rada cita tipa mijiedarbība — stiprā mijiedarbība (sk. 36.2.1. nodaļījumu).

Par kodolspēku īpašībām var spriest, 1) pētot daļiņu (protonu, neitronu, elektronu) izkliedi no kodoliem un 2) pētot ar šiem spēkiem saistīto nuklonu sistēmu (kodolu) īpašības. Kodolspēku raksturīgākās īpašības ir to lielā intensitāte, tuvdarbība, izotopiskā invariance (neatkarība no nuklonu elektriskā lādiņa), piesātinātība, apmaiņas spēku raksturs, necentralitāte un atkarība no nuklonu relatīvā kustības ātruma.

A. Kodolspēki, būdami stiprās mijiedarbības spēki, savā darbības zonā ir *visintensīvākie mijiedarbības spēki dabā.*

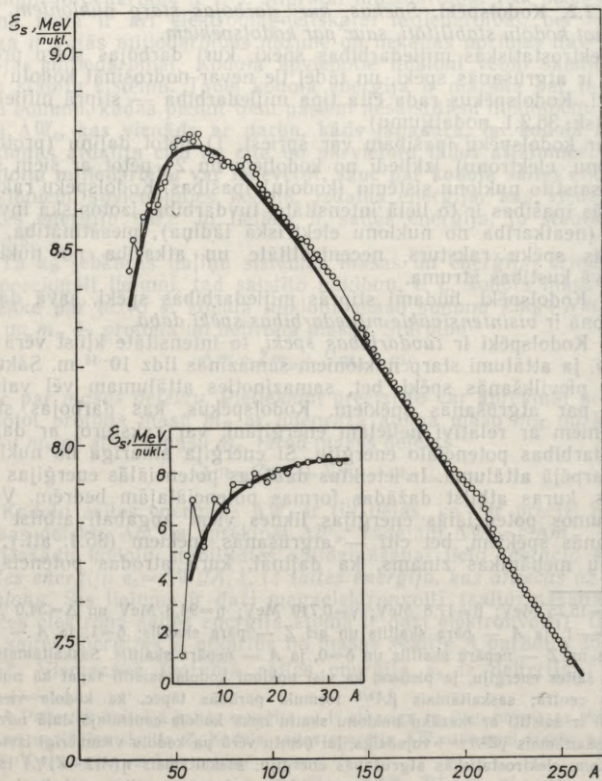
B. Kodolspēki ir *tuvdarbības spēki*, to intensitāte kļūst vērā ņemama, ja attālumi starp nukloniem samazinās līdz 10^{-15} m. Sākumā tie ir pievilksnās spēki, bet, samazinoties attālumam vēl vairāk, kļūst par atgrūšanās spēkiem. Kodolspēkus, kas darbojas starp nukloniem ar relatīvi nelielām enerģijām, var raksturot ar daļiņu mijiedarbības potenciālo enerģiju. Šī enerģija atkarīga no nuklonu savstarpējā attāluma. Ir ieteiktas dažādas potenciālās enerģijas formulas, kuras atbilst dažādās formas potenciālajām bedrēm. Visos gadījumos potenciālās enerģijas liknes vieni apgabali atbilst pievilksnās spēkiem, bet citi — atgrūšanās spēkiem (35.4. att.). No kvantu mehānikas zināms, ka daļiņai, kura atrodas potenciālajā

kur $\alpha=15,75$ MeV; $\beta=17,8$ MeV; $\gamma=0,710$ MeV; $\eta=94,8$ MeV un $\Delta=34,0$ MeV, bet $\delta=-1$, ja A — pāra skaitlis un arī Z — pāra skaitlis; $\delta=1$, ja A — pāra skaitlis un Z — nepāra skaitlis un $\delta=0$, ja A — nepāra skaitlis. Saskaitāmais αA izsaka saites enerģiju, ja pieņem, ka visi nukloni kodolā saistīti tāpat kā nukloni kodola centrā; saskaitāmais $\beta A^{2/3}$ formulā parādās tāpēc, ka kodola virsmas nukloni ir saistīti ar mazāku nuklonu skaitu nekā kodola centrālajā daļā novietotie; saskaitāmais $\gamma Z^2 A^{-1/3}$ vajadzīgs, lai ņemtu vērā pa kodolu vienmērīgi izvietoto Z protonu elektrostatiskās atgrūšanās enerģiju; saskaitāmais $\eta(A/2-Z)^2/A$ izsaka saites enerģijas izmaiņu, ko rada nevienādaiss protonu un neitronu skaits kodolā; saskaitāmais $\delta(\Delta/A^{3/4})$ ir ar lielumu A un Z pāribu saistīta enerģijas korekcija.

bedrē, ir diskrēts enerģijas spektrs. No tā izriet, ka kodoli var atrasties dažādos (arī ierosinātos) enerģētiskos stāvokļos.

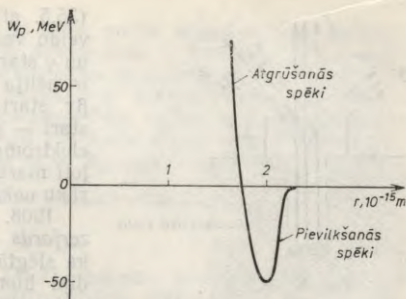
C. Kodolspēki, kas darbojas starp nukloniem, nav atkarīgi no nuklonu elektriskā lādiņa, tie ir vienādi gan $n-n$, gan $p-p$, gan arī $n-p$ mijiedarbībā. Šo kodolspēku īpašību sauc par *izotopisko invarianci*.

D. Ipatnējā kodolu saites enerģija ϵ_s vairumam kodolu (izņēmums ir paši vieglākie) maz atšķiras no vidējās vērtības 8 MeV/nuklonu (sk. 35.3. att.), resp., kodolu saites enerģija ir aptuveni proporcionāla masas skaitlim A (nuklonu skaitam kodolā). Tas liecina, ka katrs nuklons kodolā ir saistīts nevis ar visiem $A-1$



35.3. att.

nukloniem, bet tikai ar tuvākajiem. Ja katrs nuklons būtu saistīts ar viēiem $A-1$ nukloniem, tad saišu skaits būtu $A(A-1)/2$ (kombināciju skaits pa 2 no A) un arī kodola saites enerģija būtu proporcionāla lielumam $A(A-1)$, t. i., lieliem A kodola saites enerģija būtu aptuveni proporcionāla A^2 . Tādēļ saka, ka *kodolspēki ir piesātināti*. Vienīgi visvieglākajiem kodoliem ar mazu nuklonu skaitu kodolspēku piesātinājums nav sasniegts un to īpatnējā saites enerģija ir mazāka.



35.4. att.

Elektriskie atgrūšanās spēki, kas darbojas starp protoniem, nav piesātināti. Tādēļ atgrūšanās potenciālā enerģija ir proporcionāla Z^2 un apgriezti proporcionāla kodola izmēriem, t. i., apgriezti proporcionāla arī lielumam $A^{1/3}$. Ar to izskaidrojama smago kodolu īpatnējās saites enerģijas zināma samazināšanās.

E. Kodolspēki ir *apmaiņas spēki*. Tie rodas, nukloniem apmaiņoties galvenokārt ar virtuāliem π mezoniem, līdzīgi kā elektromagnētiskā mijiedarbība realizējas šī lauka kvantu — fotonu apmaiņas procesā. Jāpiebilst, ka arī vājā mijiedarbība un gravitācijas mijiedarbība (sk. 36.3.5. nodaļjumu) notiek īpašu tām raksturīgu daļiņu apmaiņas dēļ.

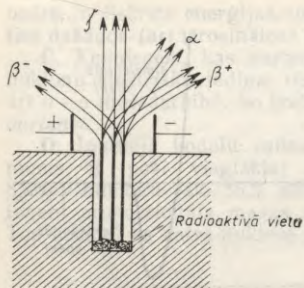
F. Kodolspēki ir *necentrāli spēki*. Tas nozīmē, ka divu nuklonu mijiedarbības spēki nav vērsti gluži precīzi pa taisni, kura savieno šīs daļiņas. Te izpaužas nuklonu mijiedarbības enerģijas un kodolspēku atkarība no nuklonu spinu savstarpējās orientācijas.

G. Kodolspēki ir atkarīgi arī no nuklonu savstarpējās kustības *relatīvā ātruma*.

Mūsdienās kodolspēku dziļāku izpratni dod jaunā stiprās mijiedarbības teorija — *kvantu hromodinamika* (tā gan vēl nav pilnīgi pabeigta teorija). Saskaņā ar šo teoriju nukloni sastāv no kvarkiem un to mijiedarbību izraisa īpašas daļiņas — gluoni (sk. 36.3. §).

35.3. RADIOAKTIVITĀTE

35.3.1. Parādības atklāšana un tās būtība. Franču zinātnieks A. Bekerels, pētot urāna sāļu luminiscenci, 1896. gadā atklāja jaunu starojumu, kas iedarbojas uz fotoplati, un nosauca to par *radioaktīvo starojumu*. Drīz pēc tam tika novērota torija Th radioaktivitāte, bet 1898. gadā franču fiziķi P. Kiri un M. Sklodovska-Kiri atklāja jaunus radioaktīvus elementus: poloniju Po un rādiiju Ra. Pētot radioaktīvā starojuma nolieci elektriskajā un magnētiskajā laukā



35.5. att.

Taču nedaudz vēlāk, kad bija atklāta atoma nukleārā uzbūve (1911), kļuva skaidrs, ka radioaktivitāte būtībā ir atomu kodolu pārvēršanās. Tātad radioaktivitāte ir kodolu pārvēršanās citos kodolos, emitējot vienu vai vairākas daļiņas.

Šo procesu sauc arī par *radioaktīvo sabrukšanu*.

Lai notiktu šāda spontāna kodolpārvērtība, tai jābūt enerģētiski izdevīgai, t. i., sākotnējā kodola miera masai jābūt lielākai par sabrukšanas produktu miera masu summu. Tas ir nepieciešamais nosacījums, bet vēl nav pietiekamais nosacījums.

Galvenie dabā eksistējošie radioaktīvie elementi ir smagie elementi ar kārtas numuru Z robežās no 84 (polonijs) līdz 92 (urāns).

35.3.2. Radioaktivitātes vispārīgās likumsakarības un raksturlielumi.

Radioaktīvā sabrukšana ir varbūtīgs process. Tādēļ nevar precīzi paredzēt, kad notiks kāda noteikta kodola pārvēršanās. Var tikai norādīt šāda notikuma varbūtību, piemēram, *varbūtību λ , ka kodola sabrukšana notiks laika vienībā*. Tad reizinājums λdt ir varbūtība, ka kodols sabruks laika sprīdī dt . Ja radioaktīvo kodolu skaits N ir ļoti liels, tad ar šo varbūtību ir vienāda arī to kodolu skaita daļa ($-dN/N$), kuri sabruk laika sprīdī dt (minusa zīme ir tāpēc, ka kodolu skaits samazinās, t. i., $dN < 0$). Tādējādi

$$dN/N = -\lambda dt. \quad (35.6)$$

Integrējot sakarību (35.6), iegūst, ka radioaktīvo kodolu skaits N jebkurā laika momentā t ir šāds:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (35.7)$$

kur N_0 — kodolu skaits laika momentā $t=0$; λ — *radioaktīvās sabrukšanas konstante*.

Tā kā radioaktīvā elementa masa m ir proporcionāla kodolu skaitam N , tad

$$m = m_0 e^{-\lambda t}. \quad (35.8)$$

Šo sakarību eksperimentāli noskaidroja jau E. Rezerfords.

(35.5. att.), tika noskaidrots, ka to veido vairāki komponenti: α , β^- , β^+ un γ stari. (Tagad zināms, ka α stari ir hēlija He atomu kodolu plūsma, β^- stari — elektronu plūsma, β^+ stari — pozitronu plūsma, γ stari — elektromagnētiskais starojums ar ļoti mazu viļņa garumu, parasti mazāku nekā rentgenstariem.)

1908. gadā angļu fiziķis E. Rezerfords spektroskopiski konstatēja, ka slēgtā ampulā, kurā novietots rādija hlorīds $RaCl_2$, pēc kāda laika rodas divas gāzes: hēlijs He un radons Rn. Tas pierādīja, ka radioaktivitāte ir spontāna viena ķīmiskā elementa pārvēršanās citos elementos.

Taču nedaudz vēlāk, kad bija atklāta atoma nukleārā uzbūve (1911), kļuva skaidrs, ka radioaktivitāte būtībā ir atomu kodolu pārvēršanās citos kodolos, emitējot vienu vai vairākas daļiņas.

Šo procesu sauc arī par *radioaktīvo sabrukšanu*.

Lai notiktu šāda spontāna kodolpārvērtība, tai jābūt enerģētiski izdevīgai, t. i., sākotnējā kodola miera masai jābūt lielākai par sabrukšanas produktu miera masu summu. Tas ir nepieciešamais nosacījums, bet vēl nav pietiekamais nosacījums.

Galvenie dabā eksistējošie radioaktīvie elementi ir smagie elementi ar kārtas numuru Z robežās no 84 (polonijs) līdz 92 (urāns).

35.3.2. Radioaktivitātes vispārīgās likumsakarības un raksturlielumi.

Radioaktīvā sabrukšana ir varbūtīgs process. Tādēļ nevar precīzi paredzēt, kad notiks kāda noteikta kodola pārvēršanās. Var tikai norādīt šāda notikuma varbūtību, piemēram, *varbūtību λ , ka kodola sabrukšana notiks laika vienībā*. Tad reizinājums λdt ir varbūtība, ka kodols sabruks laika sprīdī dt . Ja radioaktīvo kodolu skaits N ir ļoti liels, tad ar šo varbūtību ir vienāda arī to kodolu skaita daļa ($-dN/N$), kuri sabruk laika sprīdī dt (minusa zīme ir tāpēc, ka kodolu skaits samazinās, t. i., $dN < 0$). Tādējādi

$$dN/N = -\lambda dt. \quad (35.6)$$

Integrējot sakarību (35.6), iegūst, ka radioaktīvo kodolu skaits N jebkurā laika momentā t ir šāds:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (35.7)$$

kur N_0 — kodolu skaits laika momentā $t=0$; λ — *radioaktīvās sabrukšanas konstante*.

Tā kā radioaktīvā elementa masa m ir proporcionāla kodolu skaitam N , tad

$$m = m_0 e^{-\lambda t}. \quad (35.8)$$

Šo sakarību eksperimentāli noskaidroja jau E. Rezerfords.

Jo lielāka ir konstante λ , jo ātrāk notiek sabrukšana un mazāks ir radioaktīvo kodolu vidējais dzīves laiks τ . Tiešām, $|dN|$ kodoli, kuri sabrūk laika sprīdī dt starp laika momentiem t un $t+dt$, kopā ir nodzīvojuši laiku $t|dN|$. Saskaņā ar sakarību (35.6) un (35.7) var rakstīt, ka $t|dN| = t\lambda N dt = \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt$. Sādu lielumus saskaitot, resp., integrējot robežās no $t=0$ līdz $t=\infty$, iegūst visu N_0 atomu kopējo nodzīvoto laiku un, dalot to ar N_0 , iegūst vidējo dzīves laiku τ .

Tātad $\tau = \int_0^{\infty} \lambda t e^{-\lambda t} dt = (1/\lambda) \int_0^{\infty} (\lambda t) e^{-\lambda t} d(\lambda t) = 1/\lambda$ jeb

$$\tau = 1/\lambda, \quad (35.9)$$

Ievietojot $t=\tau=1/\lambda$ formulā (35.7), redzams, ka $N_\tau/N_0=1/e$. Tas nozīmē, ka laika sprīdī τ radioaktīvo kodolu skaits samazinās e reizes.

Radioaktīvo kodolu vidējais dzīves laiks τ ir robežās no 10^{-9} līdz 10^{22} s.

Līdztekus vidējam dzīves laikam τ radioaktīvās sabrukšanas raksturošanai jau kopš P. Kirī laikiem lieto arī t. s. pussabrukšanas periodu $T_{1/2}$ — laika sprīdī, kurā radioaktīvo kodolu skaits samazinās 2 reizes. No formulas (35.7), liekot tajā $t=T_{1/2}$ un $N=N_0/2$, iegūst

$$T_{1/2} = \ln 2/\lambda = \tau \ln 2 \approx 0,693\tau. \quad (35.10)$$

Radioaktīvā starojuma avota sabrukšanas intensitātes raksturošanai lieto fizikālu lielumu aktivitāti A_k — radioaktīvās sabrukšanas aktu skaitu laika vienībā:

$$A_k = |dN/dt|. \quad (35.11)$$

No šīs definīcijas, ņemot vērā formulu (35.6) un (35.7), iegūst

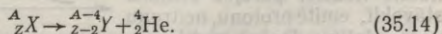
$$A_k = \lambda N; \quad (35.12)$$

$$A_k = A_{k0} e^{-\lambda t}, \quad (35.13)$$

kur $A_{k0} = \lambda N_0$ — avota aktivitāte laika momentā $t=0$. Aktivitātes SI vienība ir bekerels (1 Bq) — aktivitāte, kurai atbilst viens sabrukšanas akts sekundē.

35.3.3. Radioaktivitātes veidi. Nezūdamības likumi kodolu radioaktīvās pārvēršanās procesos. Atkarībā no emitēto daļiņu dabas pastāv vairāki radioaktivitātes veidi: α , β , γ radioaktivitāte, smago kodolu spontānā dalīšanās, protonu radioaktivitāte u. c. Ikvienā kodola radioaktīvās pārvēršanās procesā ir spēkā kodola lādiņa skaitļa, masas skaitļa, enerģijas, impulsa un impulsa momenta nezūdamības likumi.

A. Alfa radioaktivitāte. Alfa radioaktīvās pārvērtības aktā kodols emitē alfa daļiņu ${}^4_2\text{He}$. Ja sākotnējais kodols ir ${}^A_Z X$, tad notiekošo pārvērtību simboliski var pierakstīt šādi:



Šeit ${}^{A-4}_{Z-2} Y$ ir jaunais kodols. Tam atbilstošais elements ķīmisko elementu periodiskajā sistēmā atrodas par divām vietām tuvāk sistēmas sākumam nekā primārais kodols.

Alfa radioaktivitāte novērojama tikai retzemju elementu un smago elementu kodoliem ($Z \geq 60$; $A \geq 144$). Izņēmums ir hlors $^{32}_{17}\text{Cl}$ un telūrs $^{108}_{52}\text{Te}$. Šādos kodolos nuklonu īpatnējā saites enerģija e_s palielinās (sk. 35.3. att.), ja masas skaitlis A samazinās. Tomēr masas skaitļa A samazināšanās par vienu (protona vai neitrona emisija) gandrīz nav iespējama, jo enerģijas ieguvums, kas tad rastos, atlikušo $A-1$ nuklonu saites enerģijai palielinoties, būtu mazāks nekā viena nuklona saites enerģija kodolā, t. i., brīvam nuklonam un kodolam ${}_{Z-1}^{A-1}Y$ vai ${}_{Z-1}^{A-1}X$ ir lielāka enerģija nekā kodolam ${}_{Z}^{A}X$. Alfa daļiņā nukloniem ir visai liela saites enerģija. Tādēļ jaunā kodola ${}_{Z-2}^{A-4}Y$ un α daļiņas kopējā saites enerģija ir lielāka nekā primārā kodola ${}_{Z}^{A}X$ saites enerģija, resp., α daļiņai un jaunajam kodolam ir mazāka miera enerģija nekā agrākajam kodolam. So enerģiju starpību ΔW iegūst sabrukšanas produkti kinētiskās enerģijas veidā. Tā kā α daļiņas masa ir daudz mazāka par jaunā kodola masu, tad gandrīz visu enerģijas pārpalikumu ΔW saņem α daļiņa. Tādēļ α daļiņas kinētiskā enerģija

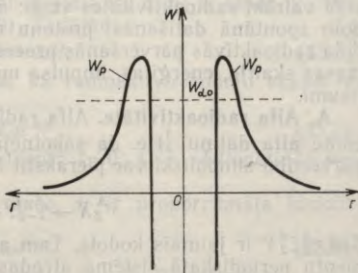
$$W_{\alpha 0} \approx (m_X - m_Y - m_{\alpha})c^2, \quad (35.15)$$

kur m_{α} , m_X un m_Y — alfa daļiņas un kodolu masas. Aptuveni $W_{\alpha 0} = (2 \dots 4,5)$ MeV retzemju elementiem un $(4 \dots 9)$ MeV smagajiem elementiem.

Lai gan α daļiņas emisija šādiem kodoliem ir enerģētiski izdevīga, to kavē potenciālā barjera, kuras augstums pārsniedz $W_{\alpha 0}$ (35.6. att.). Tādēļ α daļiņas emisija ir *tunelēfekts* (sk. 31.7. §).

Visām no vienādiem kodoliem ${}_{Z}^{A}X$ emitētajām α daļiņām enerģijas nav vienādas. Ir zināms skaits daļiņu ar diskrētām enerģijām $W_{\alpha 1}, W_{\alpha 2}, \dots$. Šīs enerģijas ir mazākas nekā $W_{\alpha 0}$. Tas liecina, ka iespējami vairāki jaunā kodola *enerģētiskie stāvokļi* — pamatstāvoklis un ierosinātie stāvokļi, kuriem atbilst *diskrēts enerģijas spektrs*. Ierosinātā kodola vidējais dzīves laiks τ dažādiem kodoliem ir aptuveni 10^{-8} līdz 10^{-15} s. Taču ir arī izņēmumi — metastabili ierosinātie stāvokļi, kad $\tau > 10^{-8}$ s un sasniedz pat vairākus gadus (izomēri).

Parasti ierosinātais kodols pāriet pamatstāvoklī vai zemākā ierosinātā stāvoklī, izstarojot γ kvantu. Katram kodolam atbilst tam raksturīgs diskrēts γ spektrs. Ļoti reti ierosinātais kodols, pārejot zemākā stāvoklī, emitē protonu, neitronu vai α daļiņu. Dažos gadījumos ierosmes enerģiju kodols atdod tieši sava atoma elektronam (K, L vai M čaulā), kurš tiek

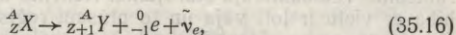


35.6. att.

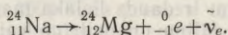
izmests no atoma (iekšējā konversija). Šo procesu pavada elementam raksturīgais rentgenstarojums.

B. Beta radioaktivitāte. Kodolam ar noteiktu nuklonu skaitu A saites enerģija, tātad arī masa, ir atkarīga no protonu skaita Z un neitronu skaita $N=A-Z$ attiecības Z/N . Tikai noteiktai attiecībai $(Z/N)_{\text{opt}}$ (optimālais sastāvs) atbilst vislielākā saites enerģija, t. i., vismazākā kodola masa. Ja attiecība Z/N nav optimāla, tad kodolam ir enerģētiski izdevīgi pārvērsties kodolā ar optimālo nuklonu sastāvu. Šādi procesi saistīti ar nuklonu pārvērtībām pašos kodolos: neitrons pārvēršas par protonu vai otrādi. Procesa veidu nosaka attiecības Z/N novirze no optimālās. Šādus kodolpārvērtību procesus sauc par β radioaktivitāti.

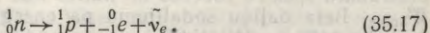
Ja primārajā kodolā neitronu skaits N ir lielāks par optimālo (neitronu pārpalikums), tad iespējama β^- radioaktīvā pārvērtība



kad no kodola tiek emitēts elektrons ${}^0_{-1} e$ (β^- daļiņa) un elektronu antineitrīno* $\tilde{\nu}_e$, piemēram,

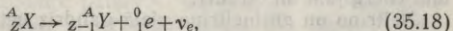


Tas nozīmē, ka kodolā neitrons pārvēršas par protonu:

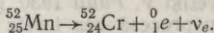


Tā kā masa $m_n > m_p$, tad tieši šādā veidā notiek arī brīva neitrona radioaktīvā pārvērtība, t. i., brīvs neitrons ir β^- radioaktīvs.

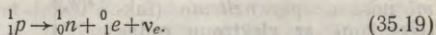
Ja primārajā kodolā protonu skaits Z ir lielāks par optimālo (neitronu deficīts), tad iespējama β^+ radioaktīvā pārvērtība:



kad no kodola tiek emitēts pozitrons ${}^0_1 e$ (β^+ daļiņa) un elektronu neutrīno ν_e , piemēram,



Tas nozīmē, ka kodolā protons pārvēršas par neitronu:

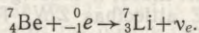


Tā kā masa $m_p < m_n$, tad brīvs protons nevar pārvērsties par neitronu (brīvs protons ir stabila daļiņa**), bet kodolā šāda pārvērtība ir iespējama nuklonu saites enerģijas maiņas dēļ.

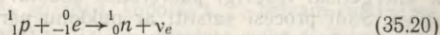
* Neitrīno un antineitrīno ir neitrālas daļiņas, fermioni ($s=1/2$) bez miera masas vai ar ļoti mazu miera masu, tādēļ $Z=A=0$.

** Pašreizējā teorijā paredz, ka protona vidējais dzīves laiks $\tau_p = 10^{30 \pm 3}$ gadi. Eksperimenti liecina, ka τ_p nav mazāks par 10^{31} gadiem.

Kodols ar neitronu deficītu var pārvērsties stabilākā kodolā arī citādi — kodols absorbē atoma K čaulas elektronu (K satveršana). Tā notiek, piemēram, berilija ${}^7_4\text{Be}$ radioaktīvā pārvērtība:



Arī šajā gadījumā kodolā viens protons pārvēršas par neitronu:



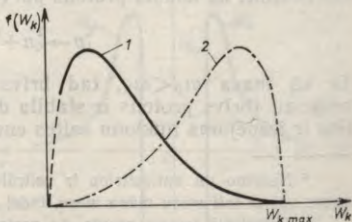
K satveršanu pavada elementam raksturīgā rentgenstarojuma emisija.

Beta radioaktivitāti var konstatēt pēc elektronu vai pozitronu parādīšanās radioaktīvajā starojumā. Neitrino un antineitrino mijiedarbība ar vielu ir ļoti vāja un to plūsmu reģistrēt ir ļoti grūti. Tādēļ K satveršanu var identificēt tikai pēc raksturīgā rentgenstarojuma.

Kodolenerģija, kas atbrīvojas β radioaktīvās pārvērtības aktā, pārvēršas daļiņu — procesa dalībnieku kinētiskajā enerģijā, kura sadalās starp tām saskaņā ar enerģijas un impulsa nezūdamības likumiem. Tā kā kodolam ir daudz lielāka masa, gandrīz visu atbrīvoto enerģiju aiznes β daļiņa un neitrino vai antineitrino. Eksperimentāli var izmērīt tikai β daļiņu enerģiju. Izrādās, ka tā veido nepārtrauktu spektru robežās no nulles līdz kādai maksimālai vērtībai $W_{k\max}$. Beta daļiņu sadalījumu pa enerģijām raksturo sadalījuma funkcija $f(W_k) = dN/(NdW_k)$, kas parādīta 35.7. attēlā (likne 1). Tā kā β daļiņas un neitrino (vai antineitrino) kopējā enerģija katrā pārvērtību aktā ir vienāda ar $W_{k\max}$, tad neitrino vai antineitrino sadalījumu pa enerģijām attēlo likne 2. Šī likne ir simetriska liknei 1 (neitrino ar mazam enerģijām ir tikpat daudz, cik β daļiņu ar lielām enerģijām un otrādi).

Neitrino un antineitrino vielā gandrīz netiek absorbēti, un tie neatdod vielai savu enerģiju, kā to dara citas daļiņas. Tieši tādēļ β radioaktīvajās pārvērtībās šo daļiņu aiznesto enerģiju sākumā neizdevās konstatēt un radās nesaskaņas procesa enerģētiskajā bilancē. Tas ierosināja fiziķi teorētiski V. Pauli 1930. gadā izteikt hipotēzi, ka β radioaktīvo pārvērtību procesā bez toreiz pazīstamajām β^- daļiņām (elektroniem) tiek emitēta vēl kāda neitrāla daļiņa ar ļoti mazu miera masu. Šo daļiņu E. Fermi nosauca par *neitrino* (faktiski kopā ar elektronu rodas antineitrino). Vēlāk arī citi eksperimenti apstiprināja šādas daļiņas eksistenci, bet tās īpašības vēl tagad nav pilnīgi izpētītas, piemēram, nav droši zināma tās masa.

Jaunais kodols, kas rodas β radioaktivitātes procesā, dažos gadījumos paliek ierosinātā



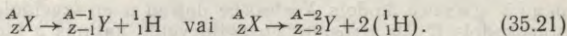
35.7. att.

stāvokli. Tad β daļiņu enerģijas spektrs kļūst sarežģītāks, bet pašu pārvērtību aktu pavada γ starojums.

C. Gamma radioaktivitāte. Ja kodola ierosmes enerģija nepārsniedz nuklona saites enerģiju, tad kodols parasti to atdod, emitējot γ kvantu. Kad γ kvantu emitē kodols, kas nonācis ierosinātā stāvoklī α vai β radioaktīvo pārvērtību rezultātā, un kodola dzīves laiks ierosinātajā stāvoklī ir mazs ($\tau < 10^{-8}$ s), tad gandrīz vienlaikus tiek emitētas α daļiņas vai β daļiņas un γ kvanti. Tādu γ kvantu emisiju neuzskata par patstāvīgu radioaktivitātes veidu. Tomēr gadījumā, kad kodola dzīves laiks τ ierosinātajā stāvoklī ievērojami pārsniedz 10^{-8} s (metastabils stāvoklis, piemēram, indijam ${}_{49}^{113}\text{In}$ ierosinātajā stāvoklī ar enerģiju 392 keV dzīves laiks $\tau = 2,4$ stundas), šādu kodolu atgriešanās pamatstāvoklī ārēji neatšķiras no α vai β radioaktivitātes — kodolā notiek zināma pārvērtība un no tā tiek emitēta daļiņa — γ kvants. Tādēļ šādu procesu sauc par γ radioaktivitāti.

D. Kodolu spontānā dalīšanās. Padomju fiziķi *G. Fļorovs* un *K. Petržaks* atklāja 1940. gadā urāna ${}_{92}^{238}\text{U}$ kodolu spontāno dalīšanos. Tas ir mazvarbūtīgs process urāna kodoliem (pusabrukšanas periods aptuveni 10^{16} gadi), bet transurāna elementiem (īpaši tiem, kuru kārtas skaitlis $Z > 100$) šāda procesa varbūtība ir daudz lielāka un tas jāņem vērā, nosakot šo elementu kodolu stabilitāti. Tā, piemēram, kodoliem ar kārtas skaitli $Z = 107$, spontānās dalīšanās pusabrukšanas periods ir 10^{-3} s.

E. Protonu radioaktivitāte. Visai rets radioaktivitātes veids ir protonu radioaktivitāte. Šādā pārvērtībā no kodola tiek emitēts viens vai divi protoni, t. i.,



Pēdējo gadījumu sauc par divprotonu radioaktivitāti. To teorētiski paredzēja 1960. gadā padomju fiziķis *V. Goldanskis*. Protonu radioaktivitāti pirmoreiz novēroja amerikāņu fiziķis *Dž. Cernijs* (vienprotonu radioaktivitāti 1970. gadā, divprotonu — 1983. gadā).

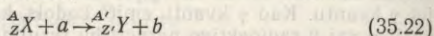
Eksistē arī divneutronu radioaktivitāte un vēl daži citi ļoti reti radioaktivitātes veidi.

35.4. KODOLREAKCIJAS

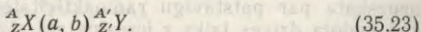
35.4.1. Vispārīgs raksturojums. Par kodolreakciju sauc kodola pārvēršanos, tam savstarpēji iedarbojoties ar kādu daļiņu vai citu kodolu. Tieši kodolreakcijas dod visplašāko informāciju par elementārdaļiņu un kodolu īpašībām, kuru izpēte ir kodolfizikas pamatuzdevums.

Lai kodolreakcija kļūtu iespējama, mijiedarbības partneri jāsatūrina aptuveni līdz 10^{-13} m attālumam. Ja kodolam tuvojas pozitīvi lādēta daļiņa, tai jāpārvar Kulona spēku potenciālā barjera (35.8. att. a). Šajā nolūkā vajadzīga aptuveni 10 MeV enerģija uz katru pozitīvo elementārdaļiņu. Negatīvi lādētām un neitrālām daļiņām šāda potenciālā barjera nepastāv (35.8. att. b) un kodolreakcija iespējama pat tad, ja daļiņām ir tikai siltumkustības enerģija.

Visbiežāk kodolreakcijas izraisa vieglāku daļiņu — neutronu, protonu, α daļiņu, deitonu, γ kvantu un elektronu iedarbība uz kodolu. Kodolreakcijas simboliskais pieraksts ir līdzīgs radioaktīvo pārvērtību pierakstam, piemēram,

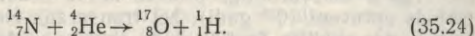


nozīmē, ka daļiņas a un kodola X mijiedarbībā rodas kodols Y un daļiņa b . Tā vietā lieto arī pierakstu



Kodolreakcijas tipu norāda pieraksts (a, b) , piemēram, (α, n) , (p, n) , (α, p) , (n, γ) utt. Līdzīgi var pierakstīt arī daļiņu izkliedi. Piemēram, pieraksts (n, n) nozīmē neutronu izkliedi. Iespējamās kodolreakcijas, kurās rodas vairākas daļiņas b, c, d, \dots . To atzīmē šādi (a, bcd) .

Pirmo kodolreakciju laboratorijas apstākļos realizēja *E. Rutherford* 1919. gadā. Apšaudot slāpekļa atomu kodolus ar α daļiņām, viņš ieguva skābekļa atomu kodolus:



Tā bija (α, p) kodolreakcija.

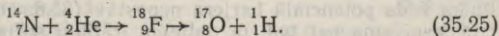
Sevišķi svarīgas ir kodolu dalīšanās un sintēzes reakcijas.

35.4.2. Kodolreakciju mehānismi.

A. Ja kodolreakciju izraisa daļiņa, kuras kinētiskā enerģija nav pārāk liela (nepārsniedz 10 MeV), tad kodolreakcija norisinās divos posmos. Saskaņā ar *N. Bora* 1936. gadā izstrādāto teoriju pirmajā posmā kodols X absorbē daļiņu a un izveidojas ierosināts starpkodols C . Tā ierosmes enerģiju veido daļiņas a kinētiskā enerģija un šīs daļiņas nuklonu saites enerģiju starpība starpkodolā un brīvā daļiņā a . Tā kā nuklonam ir diskrēts enerģijas spektrs, tas var absorbēt daļiņu a tikai tad, ja tai ir noteiktas enerģijas un spina vērtības. Pretējā gadījumā notiek daļiņas izkliede. Otrajā posmā ierosinātais kodols C emitē daļiņu b (vai vairākas daļiņas) un rodas jauns kodols Y . Iespējami dažādi starpkodola pārvēršanās varianti, kurus sauc par kodolreakcijas izejas kanāliem.

Daļiņas b emisijas process kodolreakcijā nav tieši atkarīgs no daļiņas a absorbcijas procesa, jo tos šķir laika sprīdis, kas ir daudz lielāks par raksturīgo kodollaiku τ_k , t. i., laiku, kāds nepieciešams nuklonam ar 1 MeV enerģiju (ātrums aptuveni 10^7 m/s), lai noietu attālumu, kurš vienāds ar kodola diametru (aptuveni 10^{-14} m). Tiesām, kodollaiks $\tau_k \approx 10^{-21}$ s, bet starpkodola vidējais dzīves laiks τ ir aptuveni $10^{-16} \dots 10^{-12}$ s. Pa šo laiku starpkodols ir «aizmirsis», kā tas veidojies. Par starpkodola veidošanos un emisijas akta neatkarību no absorbcijas liecina arī tas, ka kodolreakcijas gala produkti ar vienādu varbūtību izlido jebkurā virzienā.

Lai pievērstu uzmanību starpkodola eksistencei, kodolreakciju (35.24) var pierakstīt šādi:



Dažreiz starpkodols nonāk pamatstāvoklī, izstarojot γ kvantu. Šo parādību sauc par *radioaktīvo satveršanu*.

B. Ja kodolreakciju izraisa daļiņa ar lielāku enerģiju (daži desmiti megaelektronvoltage), iespējama t. s. *tiešā kodolreakcija*, kad kāds kodola nuklons vai nuklonu grupa (piem., α daļiņa, deitons, tritons) pēc sadursmes ar ielidojušo daļiņu tiek atrauts no kodola. Šādas reakcijas laiks ir aptuveni vienāds ar kodollaiku τ_k . Tiešās kodolreakcijas gala produkti izlido galvenokārt kritošās daļiņas kustības virzienā.

35.4.3. Nezūdamības likumi kodolreakcijās. Kodolreakcijās vairāki fizikāli lielumi saglabājas. Galvenie no tiem ir enerģija, impulsa moments, elektriskais lādiņš, masas skaitlis, barionlādiņš (sk. 36.3.2. nodaļījumu) un leptonlādiņš (sk. 36.3.4. nodaļījumu).

Izmantojot elektriskā lādiņa un masas skaitļa nezūdamības likumu, var kontrolēt kodolreakciju pieraksta pareizību (piemēram, formulas (35.24) un (35.25)).

No impulsa nezūdamības likuma izriet, ka daļiņas a sadursmē ar nekustīgu kodolu X visa tās kinētiskā enerģija nevar pārvērsties starpkodola ierosmes enerģijā un zināma šīs enerģijas daļa pārvēršas starpkodola kinētiskajā enerģijā. Visa daļiņas a un kodola X kinētiskā enerģija var pārvērsties starpkodola ierosmes enerģijā tikai tad, ja tiem ir pretēji vērsti impulsi, kuru moduļi vienādi.

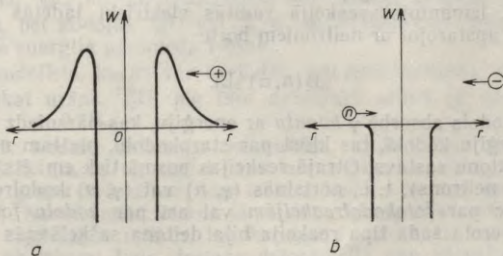
Kodolreakcijās var ievērojami mainīties daļiņu miera masas un miera enerģijas. Tādēļ enerģijas nezūdamības likums jāformulē pilnīgai enerģijai, t. i., miera enerģijas un kinētiskās enerģijas summai. Tādējādi

$$m_X c^2 + m_a c^2 + W_{kX} + W_{ka} = m_Y c^2 + m_b c^2 + W_{kY} + W_{kb}. \quad (35.26)$$

Ja kodolreakcijā rodas nevis divas, bet vairākas daļiņas, tad saskaitāmo skaits enerģijas formulā palielinās.

Kinētisko enerģiju starpību

$$Q = (W_{kY} + W_{kb}) - (W_{kX} + W_{ka}) \quad (35.27)$$



35.8. att.

sauc par *kodolreakcijas enerģiju*. Ja kodols X pirms reakcijas ir nekustīgs, tad

$$Q = (W_{kY} + W_{kb}) - W_{ka}. \quad (35.28)$$

Kodolreakciju, kurā $Q > 0$, sauc par *eksotermisku*. Tajā enerģija izdalās — reakcijas galaproduktu kinētiskā enerģija ir lielāka nekā mijiedarbības partneru kinētiskā enerģija pirms reakcijas.

Kodolreakciju, kurā $Q < 0$, sauc par *endotermisku*. Lai šāda reakcija norisinātos, daļiņu kinētiskā enerģija pirms reakcijas nedrīkst būt mazāka par Q . Minimālo kinētisko enerģiju, kas nepieciešama endotermiskas kodolreakcijas ierosināšanai, sauc par *kodolreakcijas sliekšņa enerģiju (aktīvācijas enerģiju)*.

No sakarības (35.26), ņemot vērā sakarību (35.27), iegūst, ka

$$m_X + m_a = m_Y + m_b + Q/c^2. \quad (35.29)$$

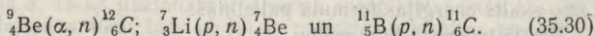
So sakarību izmanto kodolu un daļiņu masu noteikšanai. Tādējādi noteikta, piemēram, neitrona masa.

35.4.4. Dažu kodolreakciju īpatnības.

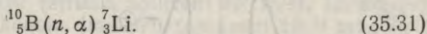
A. Kodolreakcijās, kuras izraisa *protoni* vai α daļiņas, visbiežāk tiek emitēti neitroni (norisinās (p, n) un (α, n) reakcijas). Reakciju (p, α) un (α, p) varbūtība ir ievērojami mazāka, jo lādētu daļiņu izlidošanu no kodola kavē potenciālā barjera (sk. 35.8. att. a).

Ja starpkodola ierosmes enerģija nav pietiekami liela, lai emitētu neitronu, notiek vai nu kritošās daļiņas izkliede $((p, p), (\alpha, \alpha)$ reakcijas) vai arī radioaktīvā satveršana $((p, \gamma), (\alpha, \gamma)$ reakcijas).

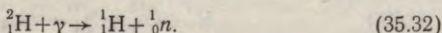
Neitronu iegūšanai laboratorijas apstākļos visbiežāk izmanto šādas kodolreakcijas:



B. *Neitroni* parasti izraisa (n, γ) reakcijas, t. i., radioaktīvās satveršanas kodolreakcijas, kuru varbūtība ir jo lielāka, jo mazāka ir neitrona enerģija. Lai gan (n, p) un (n, α) reakciju varbūtības ir mazas, tās tomēr ir iespējamās. Šādas reakcijas noder neitronu reģistrācijai, izmantojot reakcijā radītās elektriski lādētās daļiņas, piemēram, apstarojot ar neitroniem boru:



C. Ja kodols absorbē γ kvantu ar enerģiju, kas pārsniedz nuklona saites enerģiju kodolā, tas kļūst par starpkodolu, pie tam nemainās kodola nuklonu sastāvs. Otrajā reakcijas posmā tiek emitēts nuklons (visbiežāk neitrons), t. i., norisinās (γ, n) vai (γ, p) kodolreakcijas, kuras sauc par *foto kodolreakcijām* vai arī par *kodolu fotoefektu*. Pirmā novērotā šāda tipa reakcija bija deitona sašķelšanās



35.5. KODOLU DALĪŠANĀS REAKCIJAS

Mākslīgi izraisītu kodolu dalīšanās reakciju pirmie 1938. gadā novēroja vācu zinātnieki *O. Hāns* un *F. Strāsmānis*, apstarvojot ar neitroniem urānu. Kodolu dalīšanos var izraisīt arī γ kvanti, protoni un citas daļiņas. Šeit aplūkosim tikai neitronu ierosinātās dalīšanās reakcijas.

Neitroni ar kinētisko enerģiju $W_k > 100$ MeV var sašķelt jebkuru kodolu; neitroni, kuru kinētiskā enerģija ir daži desmiti megaelektronvolti, spēj sašķelt kodolus ar masas skaitli $A > 210$, bet urāna ${}^{233}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$ un dažu citu elementu atomu kodolu dalīšanos izraisa neitroni ar jebkuru enerģiju, pie tam jo mazāka ir neitronu enerģija, jo efektīvāka to iedarbība.

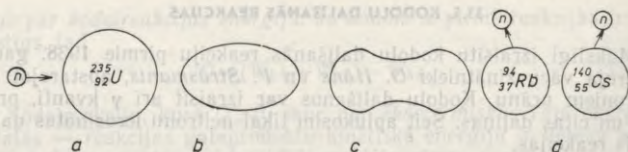
35.5.1. Kodolu dalīšanās nosacījumi. Pašiem smagākajiem kodoliem nuklonu īpatnējā saites enerģija ir aptuveni par 1 MeV mazāka nekā stabilākajiem (vidēji smagiem) kodoliem. Tādēļ tiem ir enerģētiski izdevīgi sadalīties divos kodolos. Taču to tāpat kā α daļiņas vai protona emisiju kavē potenciālā barjera. Spēki, kas darbojas uz nuklonu kodolā tā virsmas tuvumā, ir analogi virsmas spraiguma spēkiem šķidrums pilienā. Ar šiem kodolspēkiem saistītā potenciālā enerģija ir minimāla, ja kodolam ir sfēriska forma. Kodola formas maiņa, kurai seko tā dalīšanās, ir iespējama tikai tad, ja kodolam ar kādu daļiņu pievada papildu enerģiju, kas vajadzīga, lai veiktu kodola formas mainīšanai nepieciešamo darbu.

Minimālā ierosmes enerģija, ko saņem kodols, absorbējot neitronu, ir vienāda ar nuklona saites enerģiju kodolā. Ja tā ir lielāka par starpkodola dalīšanās potenciālās barjeras augstumu, tad dalīšanos var izraisīt neitroni ar jebkuru enerģiju. Pretējā gadījumā neitrons var ierosināt kodola dalīšanos tikai tad, ja tam ir pietiekami liela kinētiskā enerģija.

Neitronu īpatnējās saites enerģijas svarīgāko smago elementu starpkodolos ar pāra skaitu neitronu ir lielākas nekā starpkodolos ar nepāra skaitu neitronu: ${}^{234}_{92}\text{U}$ — 6,84 MeV; ${}^{236}_{92}\text{U}$ — 6,55 MeV; ${}^{240}_{94}\text{Pu}$ — 6,53 MeV, bet ${}^{239}_{92}\text{U}$ — 4,80 MeV; ${}^{233}_{90}\text{Th}$ — 4,79 MeV. Tā kā šo kodolu dalīšanās potenciālā barjera ir 5,5...6,0 MeV, tad kodolu ${}^{233}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$ un ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ dalīšanos var izraisīt neitroni ar jebkuru enerģiju, bet kodolus ${}^{238}_{92}\text{U}$ vai ${}^{232}_{90}\text{Th}$ var sašķelt tikai neitroni, kuru kinētiskā enerģija pārsniedz 1 MeV.

No kodoliem, kurus var saskaldīt arī lēnie neitroni, dabā sastopams tikai urāns ${}^{235}_{92}\text{U}$, pie tam dabiskajā urānā tā daudzums ir mazs — tikai 0,7%.

35.5.2. Kodolu dalīšanās mehānisms. Kodolā, kas absorbē neitronu (35.9. att. *a*) un iegūst papildu enerģiju, var sākties atsevišķu nuklonu grupu svārstības, kas izraisa kodola formas maiņu (35.9. att. *b*, *c*). Nedeformētā kodolā tā virsmas spraiguma spēki kompensē Kulona atgrūšanās spēkus, bet ierosinātā kodolā, ja ierosmes enerģija ir pietiekami liela, formas deformācija var pārsniegt kritisko robežu, kad Kulona spēki vairs netiek kompensēti. Tad kodola daļas



35.9. att.

attālinās un izveidojas divi jauni kodoli (35.9. att. *c, d*). Katrā jaunajā kodolā atsevišķi Kulona spēku loma ir daudz mazāka, tādēļ to saites enerģija ir ievērojami lielāka, t. i., kodoli kļūst stabilāki. Attālumā, kādā atrodas jaunie *dališanās kodoli* tūlī pēc to rašanās, pievilksnās kodolspēki starp tiem vairs nedarbojas ($r > 2,2 \cdot 10^{-15}$ m), bet darbojas ļoti lieli Kulona atgrūšanās spēki. Tādēļ abi dališanās kodoli aizlido pretējos virzienos un tiem ir ļoti liela kinētiskā enerģija.

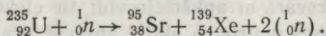
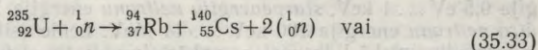
35.5.3. Kodolu dališanās enerģija un produkti. Lielāko daļu no enerģijas Q , kas atbrivojas kodolu dališanās reakcijā, dališanās kodoli saņem kinētiskās enerģijas veidā, kuru pēc tam zaudē sadursmēs ar vielas atomiem, bet pārējo daļu saņem ierosmes enerģijas veidā. Šī ierosmes enerģija ir krietni lielāka nekā neitrona saites enerģija kodolos, un ierosinātie dališanās kodoli atgriežas pamatstāvoklī, emitējot vienu vai divus neitronus, bet pēc tam vēl arī γ kvantus. Tie ir t. s. momentānie neitroni un momentānie γ kvanti. Vidēji vienā dališanās aktā emitēto neitronu skaits ir 2,5, bet to enerģija ir robežās no nulles līdz 10 MeV, pie tam neitrona vidējā enerģija ir 2 MeV. Vairākumam neitronu ir aptuveni 0,7 MeV enerģija, bet tādu neitronu, kuriem enerģija mazāka par 0,05 MeV, ir nepilni 0,5%.

Smagajos kodolos neitronu un protonu skaita attiecība N/Z ir lielāka nekā vidēji smagos kodolos. Tādēļ dališanās kodoli ir pārsātināti ar neitroniem un ir β^- radioaktīvi. Tie iegūst optimālo neitronu—protonu sastāvu vidēji pēc trim β^- pārvērtībām. Enerģiju, kas izdalās šajos procesos, aiznes elektroni, antineitroni un γ kvanti. Dažos gadījumos β^- radioaktivitāti pavada t. s. *aizkavējušos neitronu emisija*.

Viena urāna $^{235}_{92}\text{U}$ kodola dališanās aktā atbrivojas aptuveni 210 MeV liela enerģija, no kuras 11 MeV aiznes antineitroni, bet pārējo enerģiju (dališanās kodolu kinētisko enerģiju, neitronu, elektronu un γ kvantu enerģiju) var saņemt apkārtējā vide siltuma enerģijas veidā. Tādēļ saka, ka vienam urāna $^{235}_{92}\text{U}$ kodolam daloties, iegūst aptuveni 200 MeV lielu enerģiju. Tas ir par veselu kārtu vairāk nekā citās kodolreakcijās. Vienīgi vieglo elementu kodolu sintēzes reakcijās uz vienu nuklonu (jeb masas vienību) izdalītā enerģija ir vēl lielāka.

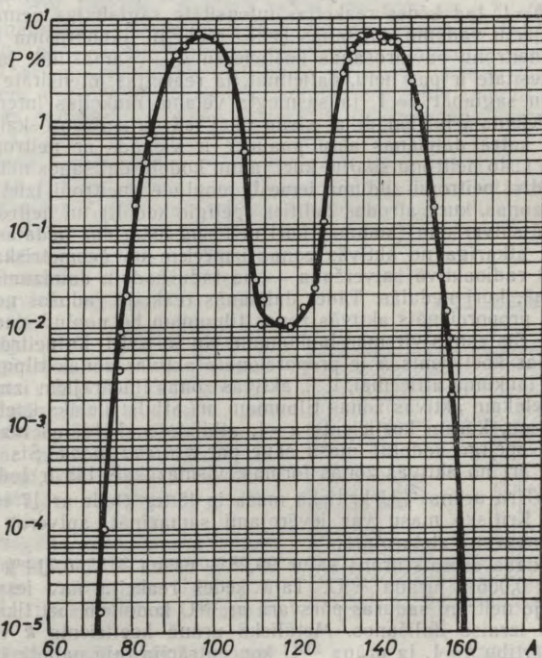
Urāna $^{235}_{92}\text{U}$ kodolam daloties, var rasties ap 40 dažādu dališanās kodolu pāru (35.10. att.). Vislielākā ir varbūtība P , ka rodas kodolu

pāris, kurā viena kodola masas skaitlis A_1 ir 92...100, bet otra — A_2 ir 142...134, piemēram,



Varbūtība, ka kodols sadalās divās vienādās daļās ($A_1=A_2=117$), ir simtiem reižu mazāka.

35.5.4. Kodolu dalīšanās ķēdes reakcija un tās realizēšanas iespējas. Smagā kodola dalīšanos (tā iespējama urāna, plutonija un dažiem citiem kodoliem) izraisa viens neitrons, bet dalīšanās procesā atbrīvojas vairāki neitroni. Tādēļ principā ir iespējama *ķēdes reakcija*, jo pašā dalīšanās aktā rodas jauni šādas reakcijas ierosinātāji. Reakcijas norise ievērojami atkarīga no absorbējamā neitrona enerģijas.



35.10. att.

Neitronus atkarībā no to enerģijas iedala vairākās grupās. *Siltuma neitronu* enerģija 0,025...0,5 eV, *rezonanses neitronu* enerģija 0,5 eV...1 keV, *starpenerģiju neitronu* enerģija 1...100 keV un *ātro neitronu* enerģija 100 keV...14 MeV. Lēnie (siltuma) neitroni ir termodinamiskā līdzsvarā ar apkārtējo vidi, tie efektīvi daļa urāna $^{235}_{92}\text{U}$ kodolus. Rezonanses neitronus aktīvi absorbē urāna $^{238}_{92}\text{U}$ kodoli, bet pēc tam neseko kodolu dalīšanās. Arī starpenerģiju neitroni neizraisa urāna $^{238}_{92}\text{U}$ kodolu dalīšanos un mazefektīvi daļa $^{235}_{92}\text{U}$ kodolus. Ātrie neitroni (tieši tie rodas dalīšanās procesā) var izraisīt jaunu kodolu dalīšanos.

Katrs emitētais neitrons zināmu laiku eksistē ārpus kodoliem un vai nu izraisa jaunu kodolu dalīšanos vai arī izstājas no reakcijas. Reakcijas attīstību laikā nosaka t. s. *neitronu pavairošanas koeficients* k , kas rāda, cik neitronu vidēji rada katrs iepriekšējais neitrons. Ja $k < 1$, tad ķēdes reakcijas intensitāte ar laiku samazinās un reakcija izbeidzas, ja $k > 1$, ķēdes reakcijas intensitāte palielinās, un tas var notikt ļoti strauji, sprādzienveidā (piem., atombumbā), bet, ja $k = 1$, tad ķēdes reakcijas intensitāte saglabājas nemainīga. Lai realizētu vadāmu dalīšanās ķēdes reakciju, jānodrošina iespēja regulēt neitronu pavairošanas koeficientu k — samazināt, ja reakcijas intensitāte ir par lielu, palielināt, ja reakcijas intensitāte ir par mazu, un saglabāt $k = 1$, ja sasniegta vēlamā reakcijas intensitāte.

Koeficients k ir vienāds ar vienu tikai tad, ja neitronu skaita pieaugums katrā dalīšanās aktu paaudzē ir vienāds ar neitronu zudumu, t. i., to neitronu skaitu, kuri jaunu kodolu dalīšanos neizraisa. Pastāv divi neitronu zuduma iemesli: noplūde (neitroni iziet ārpus aktīvās zonas, kurā atrodas dalīties spējīgie kodoli) un neitronu radioaktīvā satveršana (kodolos, kuri neitronu iedarbībā nedalās). Noplūde ir atkarīga no aktīvās zonas izmēriem un ģeometriskās formas, bet radioaktīvā satveršana — no tādu kodolu daudzuma aktīvajā zonā, kuri nedalās. Tādēļ dalīšanās reakcijā radušos neitronu skaits ir proporcionāls aktīvās zonas tilpumam, bet noplūdes neitronu skaits — šīs zonas virsmas laukumam. No tā izriet, ka neitronu pavairošanas koeficients k ir proporcionāls aktīvās zonas tilpuma un virsmas laukuma attiecībai, t. i., aktīvās zonas lineārajiem izmēriem. Tātad lielākam aktīvās zonas tilpumam arī atbilst lielāks koeficients k . Izmēram, kuram koeficients $k = 1$, atbilstošo skaldāmā materiāla (dalīties spējīgo kodolu) masu sauc par *kritisko masu*. Šis izmērs atkarīgs arī no aktīvās zonas formas; vismazākais tas ir lodes gadījumā. Tira urāna $^{235}_{92}\text{U}$ kritiskā masa ir 48 kg (lode ar 17 cm diametru). Kritisko masu var ievērojami samazināt, aptverot aktīvo zonu ar neitronu atstarotāju.

Tirs dabā esošais urāns satur 99,28% urāna ^{238}U , 0,714% urāna ^{235}U un 0,006% urāna ^{234}U . Tajā ķēdes reakcija nav iespējama ($k < 1$), jo neitroni saduras pārsvarā ar ^{238}U kodoliem, bet tikai 10% neitronu izraisa dalīšanos. Metāliskā urānā koeficients k var sasniegt vērtību $k = 1$, ja urāna ^{235}U koncentrācija tajā palielināta līdz 5% (bagātināts urāns). Siltuma neitroniem ir 250 reišu lielāka varbūtība izraisīt $^{235}_{92}\text{U}$ kodolu dalīšanos nekā ātrajiem neitroniem.

Tādēļ arī dabā esošajā vai nedaudz bagātinātā urānā var izraisīt ķēdes reakciju, ievadot aktīvajā zonā palēninātāju (ūdeni, smago ūdeni, beriliju, grafitu) — vielu, kuras kodoliem ir maza neitronu satveršanas varbūtība un kuri efektīvi samazina neitronu enerģiju līdz siltumkustības enerģijai (aptuveni 0,025 eV). Kodolu dalīšanās ķēdes reakciju ar ātrajiem neitroniem var realizēt līdz 20...25% bagātinātā urānā.

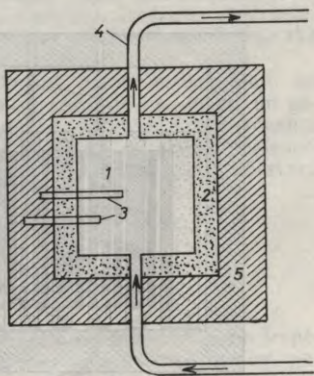
35.5.5. Kodolreaktori. Iekārtu, kurā norisinās vadāma kodolu dalīšanās ķēdes reakcija, sauc par *kodolreaktoru*. Pirmais urāna—grafīta kodolreaktors Amerikas Savienotajās Valstīs tika izveidots 1942. gadā itāliešu fiziķa *E. Fermi* vadībā, bet Padomju Savienībā — 1946. gadā *I. Kurčatova* vadībā. Tagad pazīstami dažādi kodolreaktoru tipi. Atkarībā no ķēdes reakcijas realizēšanas veida pastāv lēno neitronu kodolreaktori un ātro neitronu kodolreaktori, bet atkarībā no reaktoru izmantošanas veida — eksperimentālie ar dažu kilovatu jaudu (izmanto tādu fizikālo lielumu pētīšanā, kuri nepieciešami kodolreaktoru projektēšanai un ekspluatācijai), pētnieciskie ar jaudu līdz 100 MW (izmanto reaktorā radītās neitronu un γ kvantu plūsmas zinātniskos pētījumos, iegūst dažādus izotopus, bet izdalīto enerģiju parasti neizmanto), izotopiskie (izmanto radioaktīvo nuklīdu, arī plutonija ^{239}Pu iegūšanai) un enerģētiskie ar jaudu līdz vairākiem gigavatiem (reaktorā izdalīto enerģiju izmanto elektroenerģijas ražošanai atomelektrostacijās, siltumapgādē, kuģu dzinējos u. c.).

Ikvienu kodolreaktora galvenās sastāvdaļas (35.11. att.) ir aktīvā zona 1, kuru parasti aptver atstarotājs 2, darba režīma regulēšanas sistēma 3, siltumaizvadišanas sistēma 4 un radiācijas aizsardzības sistēma 5.

A. Lēno neitronu kodolreaktors. Reaktora aktīvajā zonā ir kodoldegviela (parasti nedaudz bagātināts urāns) un neitronu palēninātājs (H_2O , D_2O , Be, grafiti). *Heterogēnajos reaktoros* (kādu ir vairākums) kodoldegviela un neitronu palēninātājs ir atdalīti. Kodoldegvielas elementus parasti veido ar metālisku cirkoniju Zr klāti stieņi, kuri regulāri izvietoti palēninātājā, piemēram, grafitā (35.12. att.).

Homogēnajos reaktoros kodoldegviela sajaukta ar palēninātāju, piemēram, urāna sāls U_2SO_4 izšķīdināta parastajā vai smagajā ūdenī.

Neitronu atstarotājs lēno neitronu reaktorā ir no tāda paša materiāla kā neitronu palēninātājs.



35.11. att.

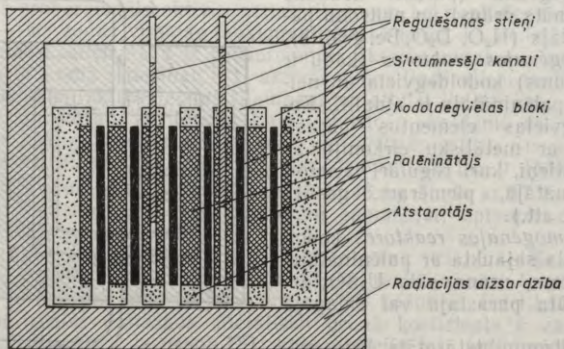
Kodolreaktora darba režīmu regulē, ievadot tā aktīvajā zonā bora B vai kadmija Cd stieņus, kuri stipri absorbē neitronus. Ja stieņi pilnīgi ievadīti, neitronu pavairošanas koeficients $k < 1$ un ķēdes reakcija nav iespējama. Samazinot stieņu ievadīšanas dziļumu, var panākt, ka koeficients $k = 1$, un iedarbināt reaktoru. Mainot stieņu ievadīšanas dziļumu, reakcijas intensitāti var palielināt vai samazināt, vai arī pilnīgi pārtraukt reakciju. Reaktora darba vadīšanā būtiska ir aizkavējušos neitronu loma. So neitronu dēļ koeficients k savu stacionāro vērtību iegūst aptuveni 1 min pēc stieņa pārvietošanas.

Kodolreaktora vadīšanai var lietot arī materiālus, kuri palielina neitronu skaitu, piemēram, kodoldegvielas stieņus. Ja šādi stieņi ir izvadīti no aktīvās zonas, tad koeficients $k < 1$. Lai reaktoru palaistu, šādi regulēšanas stieņi jāievada aktīvajā zonā.

Caur aktīvo zonu cirkulē siltumnesējs: parastais ūdens, smagais ūdens, šķidrš metāls (visbiežāk nātrijs) vai kāda gāze (gaiss, slāpekklis N_2 , oglekļa dioksīds CO_2 , hēlijs He), kas aizvada zonā izdalīto siltumenerģiju.

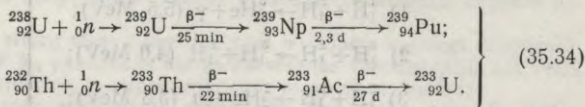
Aizsardzībai pret neitronu starojumu un γ starojumu, kas izplātās no kodolreaktora aktīvās zonas, izmanto biezu dzelzsbetona aizsargslāni.

B. Ātro neitronu kodolreaktors. Kodoldegviela ir bagātināts (līdz 30%) urāns. Reaktora aktīvajā zonā neitronu palēninātāja nav, tādēļ zonas izmēri ir ievērojami mazāki. Tas rada zināmas grūtības siltumenerģijas aizvadīšanā. Piemērotākais siltumnesējs ir šķidrš nātrijs. Tomēr šādiem reaktoriem ir arī svarīgas priekšrocības — tajos pilnīgāk tiek izmantota un vairāk atražota kodoldegviela, tiek



35.12. att.

iegūti jauni skaldmateriāli plutonijš $^{239}_{94}\text{Pu}$ un urāns $^{233}_{92}\text{U}$, kuri rodas pēc tam, kad urāna $^{238}_{92}\text{U}$ vai torija $^{232}_{90}\text{Th}$ kodoli satver neitronus. Tātad



Arī lēno neitronu kodolreaktoros urāns ^{238}U pārvēršas plutonijā ^{239}Pu , bet daudz mazāk. Vēl jāpiebilst, ka ātro neitronu reaktorā process norisinās ne tikai aktivajā zonā, bet arī atstarotāja slānī, kurā izmanto ^{238}U un ^{232}Th , t. s. atražošanas zonā. Šādā veidā var iegūt vairāk kodoldegvielas nekā patērēts. Tas ir sevišķi svarīgi, jo urāna krājumi dabā nav lieli, bet tā ieguve un bagātināšana ir sarežģīts un dārgs process.

35.5.6. Kodolenerģētika. Pirmā atomelektrostacija (AES) tika nodota ekspluatācijā 1954. gadā Obņinskā, tās jauda 5 MW. Tagad enerģētiskie kodolreaktori ieņem nozīmīgu vietu mūsdienu enerģētikā. Dažādās valstīs 1985. gadā darbojās aptuveni 400 atomelektrostācijas, kuras deva 17% no visā pasaulē ražotās elektroenerģijas. Padomju Savienībā 1987. gadā darbojās 42 kodolenerģebloki ar kopējo jaudu 31 GW. Lieljaudas AES darbojas Zaporožjē (4 GW), Ignalinā (Lietuvas Republikā, 3 GW), Sanktpēterburgā (2 GW), Novovoronežskā (1,5 GW), Černobiļā (3 GW) un citur. Pēc avārijas (1988. gadā) Černobiļas AES jauda stipri samazinājusies.

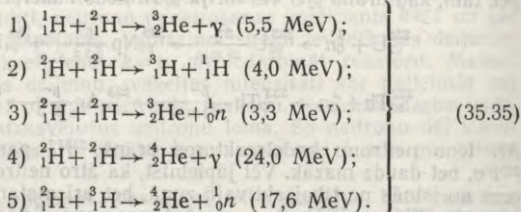
Pirmie kodolreaktori bija lēno neitronu reaktori. Arī tagad vairums enerģētisko kodolreaktoru darbojas ar lēnajiem neitroniem. Tomēr arvien noteiktāk iezīmējas pāreja uz ātro neitronu kodolreaktoriem, jo tie ir perspektīvāki. Pirmais eksperimentālais ātro neitronu kodolreaktors (Obņinskā) sāka darboties 1956. gadā. Kopš 1972. gada šāda tipa enerģētiskie reaktori darbojas Ševčenko elektrostacijā ar 120 MW jaudu. Tagad tie darbojas arī Melekesā, Belojarskā un citur.

Raksturojot kodolreaktoru, norāda arī lietoto siltumnesēju un palēninātāju. Visizplatītākie ir ūdens—grafīta, ūdens—ūdens un gāzes—grafīta reaktori. Padomju Savienībā darbojas ūdens—grafīta un ūdens—ūdens reaktori. Amerikas Savienotajās Valstīs kodolenerģētikas pamatā ir ūdens—ūdens reaktori, bet Lielbritānijā pārsvarā ir gāzes—grafīta reaktori.

35.6. KODOLSINTĒZES REAKCIJAS

35.6.1. Kodolsintēzes reakcijas realizēšanas nosacījumi un iespējas. Nuklonu īpatnējā saites enerģija vieglajos kodolos pieaug, palielinoties kodola masas skaitlim A (sk. 35.3. att.). Tādēļ iespējama kodolenerģijas atbrīvošanās kodolsintēzes reakcijās, kad no vieglo

atomu kodoliem veidojas smagāki. Pazīstama vesela virkne iespējamo kodolsintēzes reakciju, piemēram:



Sevišķi liela enerģija izdalās sintēzes reakcijās, kurās izveidojas hēlija ${}^4_2\text{He}$ kodoli, jo tiem ir liela īpatnējā saites enerģija. Šādās reakcijās atbrīvotā enerģija, pārrēķināta uz vienu nuklonu, var vairākas reizes pārsniegt kodolu dalīšanās reakcijās atbrīvoto enerģiju.

Lai norisinātos sintēzes reakcija, kodoli jāsatuvina, pārvarot Kulona spēku potenciālo barjeru, līdz attālumiem, kas mazāki par kodolspēku darbības rādiusu. Kodolu termiskās kustības kinētiskā enerģija ir pietiekama to satuvināšanai tikai tad, ja vides temperatūra ir ļoti augsta ($T \approx 10^8$ K). Tādēļ kodolsintēzes reakcijas sauc par *kodoltermiskajām reakcijām*. Šādā temperatūrā viela atrodas pilnīgi jonizētā stāvoklī un to sauc par *augstas temperatūras plazmu*. Viszemākā Kulona spēku potenciālā barjera ir deiterija un tritija kodolēm. To sintēze var sākties temperatūrā $T \approx 0,25 \cdot 10^8$ K. Reakcijas norisi nosaka arī plazmas blīvums n un tās eksistence («degšanas») ilgums τ . No teorētiskiem apsvērumiem var secināt, — lai kodoltermiskā reakcija būtu stacionāra, *noturēšanas parametram*, t. i., plazmas koncentrācijas un degšanas ilguma reizinājumam $n\tau$ jābūt pietiekami lielam. Parametra vērtība atkarīga no reakcijas veida un plazmas temperatūras, un to var noteikt, izmantojot *Lousona kritēriju*

$$n\tau > \frac{12kT}{\alpha(T)Q\eta}. \quad (35.36)$$

Šeit k — Bolcmaņa konstante; T — plazmas temperatūra; $\alpha(T)$ — parametrs, kas saistīts ar sintēzes reakcijas varbūtību; Q — vienā sintēzes aktā izdalītā enerģija; η — lietderības koeficients, ar kādu reakcijā izdalītā enerģija tiek pārvērsta elektriskajā enerģijā. Vismazākā noturēšanas parametra vērtība ir deiterija—tritija maisījumam: $n\tau \approx 10^{20}$ s/m³, ja $T = 2 \cdot 10^8$ K. Citā temperatūrā (gan zemākā, gan arī augstākā) parametram $n\tau$ jābūt lielākam. Parametram $n\tau$ jābūt lielākam arī deiterija—deiterija sintēzes reakcijā.

Kodoltermiskās reakcijas ir realizētas sprādziena veidā (ūdeņraža bumba), kad nepieciešamo temperatūru nodrošina kodolu dalīšanās ķēdes reakcija (atombumba). Miera laika vajadzībām daudz derīgāka būtu *vadāma kodoltermiskā reakcija*. Realizējot vadāmu reakciju, varētu kardināli uzlabot cilvēces energoapgādi. Tādēļ tas

ir ļoti svarīgs, bet tajā pašā laikā ļoti grūts uzdevums, kuru risina daudzu valstu zinātnieki.

Plazmas temperatūras paaugstināšanai var izmantot dažādus paņēmienus:

1) ļoti stipru strāvu plazmā; šādi iespējams sasniegt temperatūras līdz 10^7 K; paņēmieni derīgs karsēšanas sākumstadijā, bet vēlāk tas ir mazefektīvs, jo stipri samazinās plazmas pretestība;

2) plazmas adiabatisku saspiešanu, kas notiek paralelo strāvu pievilkšanās dēļ (pinčefekts);

3) augstfrekvences elektromagnētisko lauku;

4) intensīvu lāzera starojumu;

5) intensīvu ļoti ātru elektronu kūli.

Ar šiem paņēmieniem principā var sasniegt kodolsintēzei nepieciešamo temperatūru. Galvenās grūtības ir saistītas ar blīvas, augstas temperatūras plazmas noturēšanu darba tilpumā, neļaujot tai saskarties ar trauka sienām. Principā tas iespējams, izmantojot magnētisko lauku (magnētiskos slazdus), tikai diemžēl lielas problēmas izraisa plazmas nestabilitāte. Nestabilitātes novēršanai ir ieteikti dažādi tehniskie risinājumi. Piemēram, Padomju Savienībā jau 1951. gadā tika izveidota iekārta «TOKAMAK», kurā var iegūt plazmu tādā stāvoklī, kas ir tuvs kodolsintēzei nepieciešamajam stāvoklim. Līdzīgas kodoltermiskās iekārtas tiek būvētas Amerikas Savienotajās Valstīs, Francijā, Japānā un citās valstīs. 1988. gadā Padomju Savienībā pabeigta kodoltermiskā iekārta TOKAMAK-15 ar supravadītāju tinumu elektromagnētiem. Sagaidāms, ka šī iekārta nodemonstrēs iespēju realizēt vadāmu kodoltermisko reakciju. Tiek gatavots arī projekts starptautiska TOKAMAK tipa reaktora būvei, kurā piedalās vairāku valstu zinātnieki. Paredzams, ka galvenie reaktora parametri būs šādi: plazmas koncentrācija $n \approx 1,4 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$, plazmas degšanas laiks $\tau > 100 \text{ s}$, temperatūra $T \approx 1,2 \cdot 10^8 \text{ K}$, reaktora toroidālās kameras ārējais rādiuss 5,2 m, plazmas vijuma rādiuss 1,3 m, magnētiskā lauka indukcija (supravadītāju tinumu elektromagnēti) 5,5 T, plazmas strāva 6 MA, kodoltermiskās reakcijas jauda 620 MW.

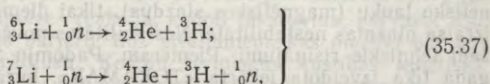
Uz īsu laiku sprīdi augstas temperatūras plazmu var iegūt arī bez magnētiskajiem slazdiem, ja vielai ārkārtīgi strauji pievada lielu enerģiju. To var izdarīt, izmantojot vairāku lieljaudas lāzera starojumu vai intensīvus ļoti ātru elektronu kūlus, ar kuriem sinhroni no visām pusēm apstaro mazus īpašā lodveida apvalkā ieslēgtus deiteirija un tritija maisījuma «pilienu». Saņemot milzīgu enerģijas impulsu ($10^6 \dots 10^7 \text{ J}$), apvalks momentāni iztvaiko, arī darba maisījums sakarst, paša maisījuma starojums to saspiež un tajā norisinās kodoltermiskā reakcija mikrosprādziena veidā. Taču, lai šāds process būtu tehnoloģiski drošs un ekonomiski izdevīgs kodolenerģijas iegūšanai, vēl jāatrisina daudzas problēmas.

35.6.2. Kodolenerģētika un tās perspektīvas. Enerģija, ko iegūst atomelektrostacijās, izmantojot kodolu dalīšanās ķēdes reakciju, izmaksā aptuveni tikpat, cik termoelektrostacijās ražotā. Speciālisti paredz, ka drīzumā tā kļūs vēl lētāka. Tādēļ atomenerģijas loma tautsaimniecībā pastāvīgi palielinās. Tas sevišķi svarīgi tāpēc, ka

degvielas krājumi termoelektrostacijām (akmeņogles, naftas produkti) dabā ir visai ierobežoti. Lai gan arī urāna $^{235}_{92}\text{U}$ krājumi nav pārāk lieli, tomēr, ņemot vērā kodoldegvielas atražošanas iespējas, kodoldegvielas krājumu pietiks ļoti ilgam laikam.

Ja izdosies atrisināt *kodoltermisko atomelektrostaciju* izveides problēmas (speciālisti prognozē, ka tas notiks nākamā gadsimta sākumā), tad kodoldegvielas krājumi kļūs neizmējami, jo pasaules okeānos ir milzīgi deiterija krājumi, un deiterija ieguve ir daudz vienkāršāka un lētāka nekā urāna ieguve. Vēl bez tam svarīgi, ka kodoltermiskās reakcijas galaprodukti nav radioaktīvi, tādēļ kodoltermiskajā atomelektrostacijā radioaktīvo atkritumu būtu daudzkārt (par vairākām kārtām) mazāk nekā kodolu dalīšanās atomelektrostacijā.

Ja neizdosies realizēt kodoltermisko reakciju, izmantojot tikai deiteriju, iespējams cits, proti, deiterija—tritija variants. Tritija iegūšanai varētu izmantot šādas reakcijas:



jo litija krājumi dabā ir lieli, bet neitronus var dot kodoltermiskā reakcija, kuras uzturēšanai tie nav vajadzīgi. Sos neitronus varētu izmantot arī citas kodoldegvielas — plutonija $^{239}_{94}\text{Pu}$ atražošanai.

35.6.3. Kodolsintēzes reakcijas dabā. Kodolsintēzes reakcijām ir izcili svarīga nozīme pasaules attīstībā. Tās norisinās zvaigžņu (arī Saules) dzīlēs un ir to enerģijas, kā arī jaunu kodolu veidošanās avots. Vācu fiziķis H. Bēte (1938/39) pēc dažādu iespējamo kodoltermisko procesu analīzes atklāja, ka Saules un citu parastu homogēnu zvaigžņu iekšienē kodolsintēzes pamatprocesus veido protonu—

Ūdeņraža p-p cikls

Reakcija	Izdalītā enerģija, MeV	Vidējais reakcijas laiks*
${}^1_1\text{H} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^2_1\text{H} + {}^0_1e + \nu_e$	2·0,164 + (2·0,257)	1,4·10 ¹⁰ gadi
${}^0_1e + {}^0_{-1}e \rightarrow 2\gamma$	2·1,02	—
${}^1_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma$	2·5,49	5,7 s
${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2{}^1_1\text{H}$	12,85	10 ⁶ gadi
Rezultāts $4 {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2{}^0_1e + 2\nu_e$	26,21 + (0,514)	

* Vidējais reakcijas laiks (reakcijas varbūtībai apgriezts lielums) ir laiks, kuru daļiņa vidēji pavadā reakcijas partneru tuvumā, līdz īstenojas šāda reakcija.

Oglekļa—slāpekļa C—N cikls

Reakcija	Izdalītā enerģija, MeV	Vidējais reakcijas laiks
${}^1_1\text{H} + {}^{12}_6\text{C} \rightarrow {}^{13}_7\text{N} + \nu$	1,95	$1,3 \cdot 10^7$ gadi
${}^{13}_7\text{N} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^0_1e + \nu_e$	1,50 + (0,72)	7,0 min
${}^1_1\text{H} + {}^{13}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + \nu$	7,54	$2,7 \cdot 10^6$ gadi
${}^1_1\text{H} + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{15}_8\text{O} + \nu$	7,35	$3,3 \cdot 10^8$ gadi
${}^{15}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + {}^0_1e + \nu_e$	1,73 + (0,98)	82 s
${}^1_1\text{H} + {}^{15}_7\text{N} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^4_2\text{He}$	4,96	$1,1 \cdot 10^5$ gadi
Rezultāts $4 {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2 {}^0_1e + 2\nu_e$	25,03 + (1,70)	

protonu un oglekļa—slāpekļa cikli (sk. tabulu), kuros no četriem protoniem ${}^1_1\text{H}$ rodas hēlija kodols ${}^4_2\text{He}$, divi pozitroni 0_1e un divi neitrīno ν_e , kā arī izdalās 26,7 MeV enerģijas, kuras zināmu daļu (norādīta iekavās) aiznes neitrīno. Reakcijas vidējais laiks aprēķināts, pieņemot, ka Saules centrā temperatūra $T = 13 \cdot 10^6$ K un blīvums $\rho = 10^5$ kg/m³.

Zvaigžņu kolosālo izmēru un masas dēļ tajās ideāli atrisināta plazmas noturēšanas problēma (milzīgi gravitācijas spēki) un termoizolācijas problēma — kodoltermiskās reakcijas norisinās karstajā zvaigznes kodolā, bet siltumu atdod daudz aukstākie perifērijas slāņi. Tikai tādēļ zvaigznes var efektīvi ģenerēt enerģiju tik lēnos procesos kā $p-p$ un C—N cikli. Saulē no zvaigznēs ar mazāku spožumu svarīgākā nozīme ir $p-p$ ciklam, bet spožākās zvaigznēs — C—N ciklam.

Citās zvaigznēs — sarkanajos milžos, kuru blivajos kodolos protoni jau pārvērtušies citu elementu kodolos, bet temperatūra sasniedz 10^8 K, norisinās citi (He un Ne) kodolreakciju cikli, kuros atbrīvojas enerģija.

36. NODAĻA

ELEMENTĀRDAĻIŅAS

36.1. VISPĀRĪGAS ZIŅAS PAR ELEMENTĀRDAĻIŅĀM

36.1.1. Elementārdaļiņas jēdziens. Priekšstats par elementārdaļiņām kā matērijas vissīkākajām tālāk vairs nesadalāmām daļiņām ir ļoti sens, tomēr tā patiesais saturs (daļiņu veidi un īpašības) ir noskaidrots samērā nesen atomu un atomu kodolu pētījumos.

Trīsdesmito gadu sākumā bija pazīstamas 5 elementārdaļiņas: protons, neitrons, elektrons, pozitrons un fotons, ar kurām varēja labi izskaidrot tobrīd zināmo fizikālo parādību lielāko daļu. Taču pēc tam tika atklātas daudzas nestabilas elementārdaļiņas ar ļoti īsu dzīves laiku; to kopskaits pašreiz ir aptuveni četri simti. Vēl bez tam tika noskaidrots, ka daudzām elementārdaļiņām (arī protonam un neitronam) ir sarežģīta iekšējā struktūra, t. i., tās sastāv no citām «vēl elementārākām» daļiņām. To visu ievērojot, par **elementārdaļiņām tagad sauc daļiņas, kuras nav atomi vai atomu kodoli un nesastāv no tiem** (izņēmums ir protons — ūdeņraža atoma kodols). Tās elementārdaļiņas, kurām nav atklāta iekšējās struktūras esamība, sauc par **fundamentālām daļiņām** (sk. 36.3.1. nodaļiņu).

36.1.2. Elementārdaļiņu novērošana un ģenerēšana. Apkārtējo pasauli veido atomi, kuru sastāvā ietilpst elementārdaļiņas: protoni, neitroni un elektroni. No Saules uz Zemi plūst arī ļoti lielas neitrīno plūsmas, bet reģistrēt tās nav iespējams, jo neitrīno mijiedarbība ar vielu ir ļoti vāja. Kosmiskais starojums Zemes atmosfērā rada visdažādākās elementārdaļiņas, bet to koncentrācija ir samērā maza, bez tam šo daļiņu pētīšanu sarežģī nepieciešamība novietot lielā augstumā virs Zemes vajadzīgo aparāturu. Vairumu elementārdaļiņu iegūst paātrinātājos. Paātrinātājus izmanto arī zināmo daļiņu iekšējās struktūras, enerģētisko stāvokļu un mijiedarbības pētīšanai. Jaunas elementārdaļiņas parasti iegūst, zināmās daļiņas paātrinot līdz ļoti lielām enerģijām un izraisot to sadursmes ar citām daļiņām. Šajās sadursmēs saskaņā ar nezūdamības likumiem parasti rodas vesela virkne gan zināmu, gan arī nepazīstamu elementārdaļiņu. Minimālo enerģiju, kas nepieciešama, lai ģenerētu elementārdaļiņu ar masu m_0 , nosaka tās miera enerģija $W_0 = m_0 c^2$. Lai varētu izpildīt nezūdamības likumu prasības, ievērojami jāpalielina elementārdaļiņu ģenerēšanai nepieciešamā enerģija.

Vairumu eksperimentu elementārdaļiņu fizikā sākumā veica, apšaudot nekustīgu mērķi (piem., metāla plāksnīti) ar dažāda tipa paātrinātājos (sinhrotronos, sinhrofazotronos u. c.; sk. 16.7. §) paātrinātiem protoniem, elektroniem vai joniem. Jaunu daļiņu ģenerēšanai šajā gadījumā tiek izmantota tikai neliela daļa no tās enerģijas, kura piemīt mērķi bombardējošai daļiņai. Tādēļ jau sešdesmitajos gados radās ideja par pretkūļu paātrinātāju sistēmām. Šo ideju realizēja septiņdesmitajos gados, uzbūvējot *kolaiderus*, kuros notiek divu pretējos virzienos vērstu paātrinātu daļiņu kūļu sadursmes. Ir izveidoti elektronu—elektronu, elektronu—pozitronu, protonu—protonu un protonu—antiprotonu kolaideri. Kolaideru veido viens vai vairāki sinhrotroni un paātrināto daļiņu uzkrājējs — akumulators. Saskaņā ar impulsa un enerģijas nezūdamības likumiem, ja sadursmes partneriem ir vienāda moduļa, bet pretēji vērsti impulsi, to enerģija ir pilnīgi izmantojama elementārdaļiņu ģenerēšanai. Lielos kolaideros paātrināto daļiņu enerģija sasniedz vairākus simtus giga-elektronvoltage ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$). Visi ievērojamākie elementārdaļiņu fizikas sasniegumi pēdējos desmit gados gūti, izmantojot kolaiderus.

36.1.3. Elementārdaļiņu raksturīgākās īpašības. Elementārdaļiņas

raksturo masa, ko parasti izsaka enerģijas vienībās megaelektronvoltos un gigelektronvoltos, elektriskais lādiņš, ko izsaka elementārlādiņa e vienībās, spins, ko izsaka $\hbar/(2\pi)$ vienībās, magnētiskais moments, dzīves laiks un vēl vesela virkne atsevišķām elementārdaļiņu grupām specifisku iekšējo kvantu skaitļu, piemēram, izospina, divainība (sk. 36.3.2. nodaļījumu).

Viena no visbūtiskākajām elementārdaļiņu īpašībām ir to spēja pārvērsties citai citā. Piemēram, apskatot β radioaktivitāti (sk. 35.3.3. nodaļījumu B), redzējām, ka brīvs neitrons pārvēršas protonā, elektronā un antineutrīno, ka β radioaktīvajos kodolos iespējama ne vien neitrona pārvēršanās protonā, bet arī pretējs process — protona pārvēršanās neitronā, pozitronā un neutrīno. Abos šajos gadījumos jaunās daļiņas rodas tieši β radioaktīvās pārvērtības procesā, jo tās neietilpst sākotnējo daļiņu sastāvā.

36.1.4. Antidaļiņas. Katrai elementārdaļiņai ar retiemi izņēmumiem (sk. tālāk) eksistē attiecīga *antidaļiņa*. Masa, spins un dzīves laiks vakuumā daļiņai un tās antidaļiņai ir vienāds, turpretī elektriskais lādiņš, magnētiskais moments un daļa specifisko raksturlielumu daļiņai un antidaļiņai ir ar vienādu absolūto vērtību (moduli), bet ar pretējām zīmēm.

Elektrona e^- antidaļiņas — pozitrona e^+ eksistenci paredzēja relativistiskā kvantu mehānika, kuru 1928. gadā izveidoja angļu fiziķis *P. Diraks*. Pozitronu eksperimentāli atklāja 1932. gadā kosmiskajos staros. Pozitronam visas īpašības ir tādas pašas kā elektronam, tikai elektriskais lādiņš ir pozitīvs un atbilstoši arī pretēji vērsti magnētiskais moments.

Liela enerģijas γ kvanti, ejot caur vielu, rada elektronu—pozitronu e^-e^+ pārus. Lai e^-e^+ pāra rašanās procesā būtu spēkā impulsa nezūdamības likums, ir vajadzīga vēl kādas elektriski lādētas daļiņas līdzdalība. Elektrona—pozitrona pāra radīšanai nepieciešamā minimālā enerģija — *robeženerģija* $2m_e c^2 = 1,02$ MeV, kur m_e — elektrona miera masa, ja šo pāri γ kvants rada mijiedarbībā ar atoma kodola elektrisko lauku. Vēl bez tam e^-e^+ pāri rodas γ kvantu mijiedarbībā ar atoma elektroniem, kā arī divu ātru elektronu sadursmē.

Elektrona un pozitrona sadursmē notiek e^-e^+ pāra *anihilācija* («izzušana»). Ja elektrona un pozitrona enerģija ir maza, to vietā rodas divi γ kvanti ar enerģiju $m_e c^2 = 0,51$ MeV un saskaņā ar impulsa nezūdamības likumu tie kustas pretējos virzienos. Ja turpretī elektrona un pozitrona enerģija ir liela, tad, tiem anihilējot, rodas arī citas elementārdaļiņas, piemēram, protonu—antiprotonu pāri u. c. Tā kā e^-e^+ pāra anihilācijas varbūtība ir liela, tad pozitrona dzīves laiks vielā ir ļoti mazs ($\tau = 10^{-10} \dots 10^{-7}$ s).

Jāpiebilst, ka daļiņas un tai atbilstošās antidaļiņas anihilācija nav matērijas izzušana, bet gan vienu elementārdaļiņu pārvērtības process citās elementārdaļiņās.

Antinuklonus, t. i., antiprotonu un antineitronu atklāja piecdesmito gadu vidū, kad radās iespēja iegūt protonus ar vairāku gigelektronvoltage lielu enerģiju. Nukloniem un antinukloniem anihilējot, parasti rodas dažādas elementārdaļiņas.

Eksistē dažas daļiņas, piemēram, fotons, kā arī π^0 un η mezoni (sk. 36.3.2. nodalījumu un hadronu tabulu), kurām nav antidaļiņu. Pati daļiņa ir arī sev antidaļiņa. Sāda daļiņai elektriskais lādiņš un daži citi raksturlielumi ir vienādi ar nulli.

36.2. ČETRI FUNDAMENTĀLI MIJIEDARBĪBAS VEIDI

Ar elementārdaļiņām saistītās parādībās un daļiņu pārvērtībās izpaužas šo daļiņu mijiedarbība, kurā mainās to enerģija, impulss un pašas daļiņas. Visdažādākās parādības un procesus, kuri norisinās ar elementārdaļiņām, nosaka četri fundamentāli mijiedarbības veidi. Tie ir pamatā visām parādībām, kuras notiek Visumā.

36.2.1. Stiprā mijiedarbība jeb hadronu mijiedarbība rada visciešāko saiti starp elementārdaļiņām. Tā saista protonus un neitronus atoma kodolā un *nosaka kodolspēkus*. Stiprā mijiedarbība nav atkarīga no elementārdaļiņu elektriskā lādiņa. Tai ir *tuvdarbības raksturs*, jo, pieaugot attālumam starp mijiedarbības partneriem, stiprā mijiedarbība samazinās eksponenciāli. Vislielākais attālums, kurā šī mijiedarbība vēl ir novērojama — mijiedarbības rādiuss, ir ar kārtu 10^{-15} m.

Dažādu mijiedarbību intensitātes kvantitatīvai raksturošanai un salīdzināšanai izmanto bezdimensionālu lielumu — *mijiedarbības konstanti*. Tā ir atkarīga no mijiedarbības enerģijas vai attāluma starp elementārdaļiņām — mijiedarbības partneriem. Stiprās mijiedarbības konstantes vērtība ir aptuveni vienāda ar vienu (ja daļiņas atrodas aptuveni 10^{-15} m attālumā). Stiprās mijiedarbības rādiusu 10^{-15} m daļot ar maksimālo iespējamo fizikālā procesa ātrumu — gaismas ātrumu, iegūst *stiprās mijiedarbības raksturīgo laiku* $\tau \approx 10^{-23} \dots 10^{-24}$ s, kurā vidēji norisinās šī mijiedarbība. Stiprajai mijiedarbībai ir galvenā loma kodolreakcijās: arī kodolu dalīšanās un kodolsintēzes reakcijās.

36.2.2. Elektromagnētiskā mijiedarbība saista atomu kodolus un elektronus atomos, atomus molekulās, atomus un molekulas kristālos un šķidrumos utt. Visdažādākie spēki dabā, piemēram, elastības, berzes un citi spēki izskaidrojami ar šo mijiedarbību. Elektromagnētiskā mijiedarbība piemīt visām elektriski lādētām daļiņām. No Kulona likuma izriet, ka *elektromagnētiskās mijiedarbības spēki ir tāldarbības spēki* ($F \sim 1/R^2$) un *mijiedarbības rādiuss R ir bezgalīgs*. Elektromagnētiskā mijiedarbība (mijiedarbības konstante aptuveni 10^{-2}) ir aptuveni 100 reižu vājāka par stipro mijiedarbību un tās *raksturīgais laiks* $\tau \approx 10^{-20}$ s.

Elektrisko lādiņu mijiedarbība norisinās ar makroskopiskā elektriskā lauka starpniecību, ja mijiedarbības enerģija ir maza salīdzinājumā ar lādētās daļiņas miera enerģiju mc^2 un elektromagnētiskā lauka frekvence ir zema. Tas nav spēkā atoma kodola un elementārdaļiņu parādībās, kuras aplūko kvantu teorija. Saskaņā ar šo teoriju elektromagnētiskais lauks ir kvantēts, to veido fotoni. *Divu elektriski lādētu daļiņu mijiedarbība notiek, vienai daļiņai izstarojot virtuālus (ar lādiņa lauku saistītus) fotonus un otrai tos absorbējot.*

Fotona galvenās īpašības jau aplūkotas (sk. 30.1.4. nodaļumu). Papildus tam vienīgi jāpiebilst, ka fotonam ir vesels spins ($s=1$), t. i., fotons ir bozons, bet tā elektriskais lādiņš ir vienāds ar nulli.

Virtuālo daļiņu (arī virtuālo fotonu) rašanos nosaka Heizenberga nenoteiktības princips (sk. 31.3. §). Saskaņā ar to jebkurai daļiņai ļoti īsos laika sprīžos Δt enerģija ir nenoteikta. Tās nenoteiktība $\Delta W \geq \hbar/\Delta t$. Šajos laika sprīžos enerģijas un impulsa nezūdamības likumi nav piemērojami, jo daļiņas enerģija un impulss nepātraukti fluktuē (neregulāri mainās) ap šo lielumu vidējām vērtībām, kuras nosaka nezūdamības likumi. Šo fluktuāciju dēļ elektriski lādēta daļiņa izstaro un absorbē virtuālos fotonus, kuri pārnes tās elektromagnētisko mijiedarbību ar citu daļiņu. Kvantu teorijā virtuālās daļiņas ir elementārdaļiņu dažādu mijiedarbību pārneseļas. Ap jebkuru elementārdaļiņu eksistē virtuālo daļiņu — attiecīgās mijiedarbības pārneseļi — mākonis, kas arī rada šīs mijiedarbības spēku lauku.

36.2.3. Vājā mijiedarbība. Atšķirībā no citiem mijiedarbības veidiem nerada saistītus daļiņu stāvokļus. Tā izpaužas lēnos elementārdaļiņu sabrukšanas procesos, kuros tās pārvēršas daļiņās ar mazāku masu, piemēram, brīvs neitrons pārvēršas protonā (sk. formulu (35.17)). Par to, ka vājā mijiedarbība noris lēni, liecina lielais brīva neitrona vidējais dzīves laiks — 15,4 min. Vispār β radioaktivitāte ir ar vājo mijiedarbību saistīts process. Vājajai mijiedarbībai ir universāls raksturs, jo tā piemīt visām elementārdaļiņām, izņēmums ir tikai fotons. Visas elementārdaļiņu pārvērtības, kas saistītas ar neitrīno vai antineitrīno līdzdalību, ir vājās mijiedarbības parādības.

Vājās mijiedarbības darbības rādiuss R ir ļoti mazs un nav precīzi noteikts. Sagaidāms, ka $R \approx 10^{-18}$ m. Elementārdaļiņu procesos, kuros enerģija ir aptuveni 1 GeV, *vājās mijiedarbības konstante* ir aptuveni 10^{-10} , bet, pieaugot elementārdaļiņu procesa enerģijai, tā ievērojami palielinās. *Vājās mijiedarbības raksturīgais laiks $\tau \geq 10^{-10}$ s.* Neraugoties uz mazo intensitāti un ļoti mazo mijiedarbības rādiusu, vājajai mijiedarbībai dabā ir svarīga nozīme. Piemēram, ja «izslēgtu» vājo mijiedarbību, nodzistu Saule un zvaigznes, jo nebūtu iespējams nedz ūdeņraža cikls, nedz arī oglekļa-slāpekļa cikls, kuros (kādā no cikla posmiem) protoni pārvēršas neitronā, pozitronā un neitrīno.

36.2.4. Gravitācijas mijiedarbībai pakļaujas visas elementārdaļiņas. No formulas (2.33) redzams, ka *gravitācijas mijiedarbības rādiuss ir bezgalīgs. Gravitācijas mijiedarbības konstante ir ļoti maza*, piemēram, protoniem tā ir 10^{-38} , t. i., gravitācijas mijiedarbība ir 10^{26} reizi vājāka nekā elektromagnētiskā un 10^{26} reizi vājāka nekā vājā mijiedarbība. Tādēļ mikropasaulē gravitācijas mijiedarbībai nav praktiskas nozīmes.

36.3. ELEMENTĀRDAĻIŅU KLASIFIKĀCIJA

36.3.1. Elementārdaļiņu pamatgrupas. Elementārdaļiņas, starp kurām iespējami visi četri fundamentālie mijiedarbības veidi, sauc par *hadroniem*, bet daļiņas, starp kurām notiek tikai elektromagnētiskā,

vājā mijiedarbība un gravitācijas mijiedarbība, sauc par *leptoniem*. Tātad stiprā mijiedarbība raksturīga tikai hadroniem. Teorētiskos un eksperimentālos pētījumos noskaidrots, ka visiem hadroniem ir gaudaina iekšējā struktūra (partonu struktūra) ar noteiktu elektriskā lādiņa un magnētiskā momenta sadalījumu. Šos hadronu struktūras elementus, t. i., daļiņas, no kurām sastāv hadroni, sauc par *kvarkiem*. Leptoniem iekšējā struktūra nav konstatēta. Vēl bez tam eksistē īpašas daļiņas, kuras nodrošina mijiedarbību starp elementārdaļiņām. Tās sauc par *mijiedarbības pārnēsējiem*. Katram fundamentālajam mijiedarbības veidam atbilst savi mijiedarbības pārnēsēji.

Leptonus, kvarkus un mijiedarbības pārnēsējus sauc par fundamentālām daļiņām.

36.3.2. Hadroni. Šī elementārdaļiņu grupa skaitliski ir vislielākā — pašreiz aptver vairāk nekā trīs simtus elementārdaļiņu. Hadronus ar dzīves laiku $\tau < 10^{-22}$ s sauc par *rezonansiem*. Tie spontāni pārvēršas stabilākos hadronos. Vairums pazīstamo hadronu ir rezonansi. Atklāto rezonansu skaits arvien palielinās.

Atkarībā no spina hadronus iedala divās apakšgrupās. *Mezoni* — ar veselu spinu (tie ir bozoni) un *barioni* — ar pusveselu spinu (tie ir fermioni).

Mezoni (sk. tabulu «Hadroni») var būt gan pozitīvi, gan negatīvi lādēti, gan arī elektroneitrāli, bet to masa mainās visai plašās robežās: visvieglākā — π mezona (piona) masa ir aptuveni 7 reizes mazāka, bet Y mezona (ipsilondaļiņas) — aptuveni 11 reizes lielāka nekā protona masa. Visi mezoni ir nestabili.

Barionu specifisko īpašību raksturošanai lieto *barionskaitli* B , ko sauc arī par *barionlādiņu* (tam nav nekā kopīga ar elektrisko lādiņu). Visiem barioniem $B=1$ un antibarioniem $B=-1$, bet pārējām daļiņām $B=0$. Pie barioniem pieder *nukloni* (protons, neitrons), *hiperoni* (barioni, kuriem masas lielākas par nuklonu masām) un *barionu rezonansi* (sk. tabulu «Hadroni»). Protons ir vienīgais stabils barions. Pārējie barioni ir nestabili, un to pārvērtību galarezultāts vienmēr ir protoni. Visās pārvērtībās ir spēkā barionlādiņa B nezūdamības likums. Tādēļ antibarioni vienmēr rodas pāros ar barioniem, piemēram, antiprotons rodas pāri ar protonu.

Ir pazīstamas vairākas *hiperonu saimes*: piemēram, Λ^0 , Σ^- , Σ^0 , Σ^+ , Ξ^- , Ξ^0 un Ω^- hiperoni. Plusa un minusa zīmes pie hiperonu apzīmējumiem norāda to elektriskā lādiņa zīmi.

Protons un neitrons stiprās mijiedarbības procesos ir ekvivalenti. To elektriskā lādiņa, masas un dzīves laika atšķirībām ir nozīme tikai elektromagnētiskajā un vājajā mijiedarbībā. Protons un neitrons veido *nuklonu izomultipletu* — pēc stiprās mijiedarbības neatšķiramu hadronu grupu. Citu līdzīgu π *mezonu izomultipletu* izveido π^- , π^0 un π^+ mezoni. Hadroniem, kuri pieder vienam izomultipletam, ir mazatšķirīgas masas, vienādi spini un barionskaitļi, bet dažādi elektriskie lādiņi. Katru izomultipletu raksturo ar iekšējo kvantu skaitli T , ko sauc par *izotopisko spinu* jeb *izospinu*. Tas nosaka locekļu skaitu N izomultipletā: $N=2T+1$. Izomultipleta locekļi atšķiras

cits no cita ar izospina projekcijas T_z vērtībām, kuras mainās no $-T$ līdz T , pieaugot par vienu. Izospins T raksturo daļiņas «pašas par sevi» un nav saistīts ar to enerģiju vai impulsu. Izospins saglabājas stiprajā mijiedarbībā, bet elektromagnētiskajā un vājajā — nesaglabājas.

Dažu daļiņu, piemēram, K mezonu (kaonu) un hiperonu īpašību raksturošanai lieto vēl vienu kvantu skaitli S , ko sauc par *dīvainību*. Daļiņu dīvainība S saglabājas stiprajā un elektromagnētiskajā mijiedarbībā (dīvainās daļiņas pārvēršas citās dīvainajās daļiņās), bet vājajā mijiedarbībā dīvainība S nesaglabājas (dīvainās daļiņas pārvēršas daļiņās ar nulles dīvainību — protonos, π mezonos, neitrīno u. c.).

Septiņdesmitajos gados atklāja jaunas hadronu grupas, kuru specifiskās īpašības raksturo ar iekšējiem kvantu skaitļiem *šarmu* C un *daļiņu* b , bet pašas daļiņas sauc par *šarmantajiem* un *daļiņajiem hadroniem*.

Stabilāko hadronu galvenās īpašības norādītas hadronu tabulā.

36.3.3. Kvarki. Kā jau norādīts, kvarki — hadronu struktūrelementi ir fundamentālas daļiņas. Tiem ir stipri atšķirīga masa (tā novērtēta teorētiski), elektriskais lādiņš ir elementārlādiņa daļa $+ (2/3)e$ vai $-(1/3)e$, spins $s=1/2$ un barionskaitlis $B=1/3$ (sk. tabulu «Kvarki»). Pašreiz pazīstami seši kvarku veidi jeb *aromāti*: u (*up* — augšējais), d (*down* — apakšējais), s (*strange* — dīvainais), c (*charm* — šarmantais), b (*beauty* — daiļais) un t (*truth* — patiesais). Elektriskais lādiņš u , c un t kvarkiem ir $+ (2/3)e$, bet d , s un b kvarkiem tas ir $-(1/3)e$. Katra aromāta kvarks eksistē trijos paveidos jeb *krāsās*: sarkanā, dzeltenā un zilā. Šiem nosaukumiem nav nekā kopīga ar optiskajām krāsām, bet tie raksturo specifisku «lādiņu» — stiprās mijiedarbības avotu. Kvarkiem hadronā ir tādas krāsas, lai hadrons būtu bezkrāsains (balts), t. i., kvarku krāsu kombinācijas hadronā atbilst tādām krāsainu gaismu kombinācijām, kurās rodas balta gaisma.

Katram kvarkam eksistē arī atbilstoša antidaļiņa — *antikvarks*. Antikvarkiem ir tāda pati masa un spins kā kvarkiem, bet to lādiņiem un visiem citiem kvantu skaitļiem ir pretējas zīmes, tāpat arī krāsas aizstājamas ar papildkrāsām (antikrāsām): sarkana ar zaļu, dzeltena ar violetu un zila ar oranžu.

Visi barioni sastāv no trim kvarkiem, mezoni — no kvarka un antikvarka (sk. tabulu «Hadroni»). Viegļie hadroni sastāv no u un d kvarkiem, bet smago hadronu sastāvā ietilpst arī s , c , b un t kvarki.

36.3.4. Leptoni. Leptonu grupu veido sešas elementārdaļiņas (sk. tabulu «Leptoni»): e^- — *elektrons*, μ^- — *mions*, τ^- — *tauons* un šīm daļiņām atbilstošie *neitrīno* — ν_e , ν_μ , ν_τ . Visiem šiem leptoniem eksistē antidaļiņas. Elektronam, mionam un tauonam lādiņš ir $-e$, bet to antidaļiņām $+e$. Visi neitrīno un antineitrīno ir elektroneitrāli. Leptoni ir fermioni ($s=1/2$). Neitrīno miera masa ir ļoti maza, var būt vienāda ar nulli, jo tā nav precīzi noteikta, miona masa ir ap tuveni $207m_e$, vēl lielāka ir tauona masa — tā gandrīz divas reizes pārsniedz protona masu. Neitrīno un elektronu pašreiz uzskata par

absolūti stabilām elementārdaļiņām. Visnestabilākais no leptoniem ir tauons ($\tau=5 \cdot 10^{-13}$ s). Miona dzīves laiks $\tau=2,2 \cdot 10^{-6}$ s. Mions pārvešas pēc šādas shēmas: $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$.

Leptona raksturīga īpašība ir tā rašanās pāri ar savu antineitrino vai savu antidaļiņu. Šīs īpašības atspoguļošanai lieto īpašus *lepton-skaitļus* jeb *leptonlādiņus*: L_e — elektroniem, L_μ — mioniem un L_τ — tauoniem. Minētajām daļiņām un to neitrino leptonskaitļi ir vienādi ar +1, antidaļiņām un antineitrino — ar -1, bet visām pārējām daļiņām tie vienādi ar nulli, piemēram, elektronam un elektronu neitrino $L_e=1$, pozitronam un elektronu antineitrino $L_e=-1$, bet visām citām daļiņām $L_e=0$. Pēc pašreizējiem eksperimentu datiem, leptonskaitļi visās mijiedarbībās saglabājas.

36.3.5. Mijiedarbības pārneseji. Jau 36.2.2. nodaļījumā norādīts, ka *elektromagnētiskā mijiedarbība notiek ar fotonu starpniecību* — fotoni (arī γ fotoni jeb γ kvanti) ir šīs mijiedarbības pārneseji.

Līdzīgi arī kvarku mijiedarbība jeb *stiprā mijiedarbība notiek ar īpašu daļiņu gluonu starpniecību*. Gluoni, tāpat kā fotoni, ir bozoni (sk. tabulu «Mijiedarbības pārneseji»), ir bez miera masas un elektriskā lādiņa, bet ar krāsu un antikrāsu. Stiprā mijiedarbība realizējas, kvarkiem izstarojot un absorbējot gluonus. Šajā procesā mainās kvarku krāsa, bet nemainās aromāts. Kvarku aromāts mainās vāajā mijiedarbībā.

Vājās mijiedarbības pārneseji ir vektoriālie W^+ , W^- un Z^0 starpbozoni, kuriem ir ļoti liela masa un ļoti īss dzīves laiks. Sī iemesla dēļ ļoti mazs ir arī vājās mijiedarbības rādiuss.

Elementārdaļiņu teorija pierāda, ka arī *gravitācijas mijiedarbība norisinās ar īpašu šīs mijiedarbības pārneseju — gravitonu starpniecību*. Gravitoni līdz šim eksperimentāli vēl nav konstatēti.

Rezumējot šajā nodaļā aplūkoto, var secināt, ka no mūsdienu zināšanu viedokļa visu materiālo pasauli veido šādas «patiesi elementāras», t. i., fundamentālas daļiņas, kurām nav iekšējās struktūras: 36 kvarki, 12 leptoni, 8 gluoni, fotons, 3 starpbozoni un gravitons (pavisam 61 daļiņa).

Hadroni

Apzīmējumi: *m* — miera masa; *s* — spins; *q* — elektriskais lādiņš; *T* — izospins; *B* — barionskaitlis; *S* — divainība; *C* — šarms;
b — daļiņums; *τ* — vidējais dzīves laiks.

Nosaukums	Apzīmējums	<i>m</i> , MeV	<i>s</i>	<i>q</i> <i>e</i> vien.	<i>T</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>C</i>	<i>b</i>	<i>τ</i> , s	Kvarku sastāvs	
Mezoni												
Pioni	π^+ , π^- π^0	139,6 135,0	0 0 0	± 1 0 0	1 1/2 1/2	0 0 0	0 0 ± 1	0 0 ± 1	0 0 0	$2,6 \cdot 10^{-8}$ $0,8 \cdot 10^{-16}$ $1,24 \cdot 10^{-8}$	$u\bar{d}$, $d\bar{u}$ — $u\bar{s}$, $s\bar{u}$ $d\bar{s}$, $s\bar{d}$	
Kaoni	K^+ , K^- K^0 , \bar{K}^0	493,7 497,7	0 0	± 1 0	1/2 1/2	0 0	± 1 ± 1	0 0	0 0	$0,9 \cdot 10^{-10}$ (K^0_S) $5,2 \cdot 10^{-8}$ (K^0_L)	— — $c\bar{d}$, $d\bar{c}$ $c\bar{u}$, $u\bar{c}$ $c\bar{s}$, $s\bar{c}$ —	
η mezoni	η	548,8	0	0	0	0	0	0	0	$0,7 \cdot 10^{-18}$	—	
<i>D</i> mezoni	D^+ , D^- D^0 , \bar{D}^0	1869,4 1864,7	0 0	± 1 0	1/2 1/2	0 0	0 0	± 1 ± 1	0 0	$9,0 \cdot 10^{-13}$ $4,0 \cdot 10^{-13}$	—	
<i>F</i> mezoni	F^+ , F^-	2020,0	0	± 1	0	0	± 1	± 1	0	$2,2 \cdot 10^{-13}$	—	
<i>B</i> mezoni	B^+ , B^-	5271,0	0	± 1	0	0	0	0	± 1	$\approx 10^{-12}$	—	
Barioni												
Nukloni	p , \bar{p} n , \bar{n}	938,3 939,6	1/2 1/2	± 1 0	1/2 1/2	± 1 ± 1	0 0	0 0	0 0	$> 10^{31}$ gadi 925 ± 11	uud udd	
Hiperoni	Λ^0 , $\bar{\Lambda}^0$ Σ^+ , $\bar{\Sigma}^+$ Σ^- , $\bar{\Sigma}^-$ Σ^0 , $\bar{\Sigma}^0$ Ξ^- , $\bar{\Xi}^-$ Ξ^0 , $\bar{\Xi}^0$ Ω^- , $\bar{\Omega}^-$	1115,6 1189,4 1197,3 1192,5 1321,3 1314,9 1672,5	1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 3/2	0 ± 1 ∓ 1 0 ∓ 1 0 ∓ 1	0 1 1 1 1/2 1/2 0	± 1 ± 1 ± 1 ± 1 ± 1 ± 1 ± 1	∓ 1 ∓ 1 ∓ 1 ∓ 1 ∓ 2 ∓ 2 ∓ 3	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	$2,6 \cdot 10^{-10}$ $0,8 \cdot 10^{-10}$ $1,5 \cdot 10^{-10}$ $5,8 \cdot 10^{-20}$ $1,6 \cdot 10^{-10}$ $2,9 \cdot 10^{-10}$ $0,8 \cdot 10^{-10}$	$[uud]s$ uus $d\bar{d}s$ $\{u\bar{d}\}s$ $d\bar{s}s$ $u\bar{s}s$ $s\bar{s}s$	
	Λ^+c , $\bar{\Lambda}^+c$	2282	1/2	± 1	0	± 1	0	± 1	0	$(1 \dots 2) \cdot 10^{-13}$	$u\bar{d}c$	

Kvarki

Apzīmējumi: m — miera masa; s — spins; q — elektriskais lādiņš; B — barionskaitlis; S — divainība; C — šarms; b — daiļums; t — patiesība.

Nosaukums (aromāts)	Apzīmējums	m , MeV	s	q , e vien.	B	S	C	b	t	Krāsa
Augšējais	u, \bar{u}	350	1/2	$\pm 2/3$	$\pm 1/3$	0	0	0	0	Jebkura aromāta kvarkam iespējama sarkana, dzeltena, zila krāsa, bet antikvarkam — zila, violela, oranža krāsa.
Apakšējais	d, \bar{d}	310	1/2	$\mp 1/3$	$\pm 1/3$	0	0	0	0	
Divainais	s, \bar{s}	505	1/2	$\mp 1/3$	$\pm 1/3$	∓ 1	0	0	0	
Sarmanātais	c, \bar{c}	1500	1/2	$\pm 2/3$	$\pm 1/3$	0	± 1	0	0	
Daiļais	b, \bar{b}	5000	1/2	$\mp 1/3$	$\pm 1/3$	0	0	± 1	0	
Patiesais	t, \bar{t}	30 000	1/2	$\pm 2/3$	$\pm 1/3$	0	0	0	± 1	

Leptoni

Apzīmējumi: m — miera masa; s — spins; q — elektriskais lādiņš; L_e, L_μ, L_τ — leptonskaitļi; τ — vidējais dzīves laiks.

Nosaukums	Apzīmējums	m , MeV	s	q , e vien.	L_e	L_μ	L_τ	τ , s
Elektrons, pozitrons	e^-, e^+	0,511	1/2	∓ 1	± 1	0	0	$> 5 \cdot 10^{21}$ gadi
Elektronu neitrīno	$\bar{\nu}_e, \nu_e$	< 46 eV	1/2	0	± 1	0	0	∞
Mioni	μ^-, μ^+	105,7	1/2	∓ 1	0	± 1	0	$2,2 \cdot 10^{-6}$
Mionu neitrīno	$\bar{\nu}_\mu, \nu_\mu$	< 52 eV	1/2	0	0	± 1	0	∞
Tauoni	τ^-, τ^+	1785	1/2	∓ 1	0	0	± 1	$5,0 \cdot 10^{-13}$
Tauonu neitrīno	$\bar{\nu}_\tau, \nu_\tau$	< 250 eV	1/2	0	0	0	± 1	∞

Mijiedarbības pārnēsēji

Apzīmējumi: m — miera masa; s — spins; q — elektriskais lādiņš.

Mijiedarbības veids	Daļiņas nosaukums	m , GeV	s	q , e vien.	Krāsa
Stiprā	Gluons g (8 veidi)	0	1	0	+
Elektromagnētiskā Vājā	Fotons γ	0	1	0	-
	Starpbozons W^+	≈ 80	1	+1	-
	W^-	≈ 80	1	-1	-
Gravitācijas	Z^0	≈ 90	1	0	-
	Gravitons G	0	2	0	-

SATURS

Priekšvārds	3
Ievads	5
I daļa. Mehānikas fizikālie pamati	15
Ievads	15
1. nodaļa. Materiāla punkta un cieta ķermeņa kinemātika	17
A. Materiāla punkta kinemātika	18
1.1. Daži punkta kinemātikas pamatjēdzieni (18). 1.2. Ātrums (19).	
1.3. Paātrinājums (22). 1.4. Punkta kustības veidi (25).	
B. Absolūti cieta ķermeņa kinemātika	26
1.5. Absolūti cieta ķermeņa kustības veidi (26). 1.6. Cieta ķermeņa translācijas kinemātika (27). 1.7. Cieta ķermeņa rotācijas kinemātika (27).	
2. nodaļa. Materiāla punkta un materiālu punktu sistēmas dinamika	31
2.1. Ņūtona likumi (31). 2.2. Mehāniska sistēma (37). 2.3. Spēki dabā (41). 2.4. Darbs (50). 2.5. Enerģija (52). 2.6. Sadursmes (63).	
3. nodaļa. Absolūti cieta ķermeņa dinamika	65
3.1. Rotācijas dinamikas pamatlīdzieni (65). 3.2. Ķermeņa rotācijas dinamikas pamatvienādojums (72). 3.3. Impulsa momenta nezūdamības likums (74). 3.4. Rotējoša ķermeņa kinētiskā enerģija. Spēka momenta darbs (75). 3.5. Cieta ķermeņa brīvās rotācijas ass (77). 3.6. Ziroskops (79). 3.7. Translācijas un rotācijas analogija (81).	
4. nodaļa. Šķidrumu mehānikas elementi	82
4.1. Pamatjēdzieni (82). 4.2. Šķidruma plūsmas nepārtrauktības vienādojums (83). 4.3. Bernulli vienādojums ideālam šķidrumam. Toričelli formula (85). 4.4. Šķidruma viskozitāte (iekšējā berze). Viskoza šķidruma plūsma (89). 4.5. Ķermeņu kustība šķidrumos un gāzēs (93).	

5. nodaļa. Galileja relativitātes princips. Speciālās relativitātes teorijas elementi. Neinerciālas atskaites sistēmas un inerces spēki 97

5.1. Galileja transformācijas (97). 5.2. Galileja ātrumu saskaitīšanas likums (98). 5.3. Ņūtona likumu invariance attiecībā pret Galileja transformācijām. Galileja relativitātes princips (99). 5.4. Speciālās relativitātes teorijas postulāti (100). 5.5. Lorenca transformācijas un svarīgākie secinājumi, kas izriet no tām (102). 5.6. Jēdziens par relativistisko dinamiku (109). 5.7. Neinerciālas atskaites sistēmas. Inerces spēki (114). 5.8. Daži īpaši kustības gadījumi neinerciālās atskaites sistēmās (116). 5.9. Ekvivalences princips. Jēdziens par vispārīgo relativitātes teoriju (119).

II. daļa. Molekulārfizikas un termodinamikas pamati 121

Ievads 121

6. nodaļa. Statistiskā un termodinamiskā metode. Ideāla gāze 122

6.1. Statistiskā un termodinamiskā pētīšanas metode (122). 6.2. Termodinamiskie parametri. Līdzsvara stāvokļi un procesi, to attēlošana termodinamiskajās diagrammās (124). 6.3. Ideālas gāzes molekulāri kinētiskās teorijas pamatvienādojums spiedienam (126). 6.4. Molekulu vidējā kinētiskā enerģija. Absolūtās temperatūras molekulāri kinētiskais izskaidrojums. Klapeirona—Mendeļejeva vienādojums (128). 6.5. Molekulas brīvības pakāpju skaits. Ekvipartīcijas likums. Ideālas gāzes molekulas vidējā enerģija (132). 6.6. Iekšējā enerģija. Gāzes veiktais darbs, mainoties tās tilpumam. Siltuma daudzums. Pirmais termodinamikas likums (135). 6.7. Pirmā termodinamikas likuma lietojums ideālas gāzes izoparametriskiem un adiabatiskiem procesiem (139). 6.8. Siltumietilpība. Ideālas gāzes klasiskā siltumietilpības teorija. Siltumietilpības atkarība no procesa veida. Adiabatiskā procesa vienādojums (142). 6.9. Ideālas gāzes klasiskās siltumietilpības teorijas ierobežotība. Ekvipartīcijas likuma lietojamības robežas un jēdziens par molekulas rotācijas un svārstību kustības enerģijas kvantēšanu (143).

7. nodaļa. Gāzes molekulu statistiskie sadalījumi 145

7.1. Maksvela likums ideālas gāzes molekulu sadalījumam pa ātrumiem un siltumkustības enerģijām (145). 7.2. Barometriskā formula (153). 7.3. Bolemaņa likums daļiņu sadalījumam ārējā potenciālu spēku laukā (155).

8. nodaļa. Molekulu sadursmes. Masas, impulsa un enerģijas pārneses procesi 158

8.1. Molekulu vidējais sadursmju skaits un vidējais brīvā ceļa garums (158). 8.2. Masas, impulsa un enerģijas pārneses procesi termodinamiski nelīdzsvarotās sistēmās. Difūzijas, iekšējās berzes un siltuma vadīšanas eksperimentālie likumi (159). 8.3. Pārneses procesu molekulāri kinētiskā teorija (161).

9. nodaļa. Otrais termodinamikas likums un siltuma dzinēji	167
9.1. Procesu veidi (167). 9.2. Siltuma dzinēji un saldēšanas mašīnas (169). 9.3. Ķarno cikls un tā lietderības koeficients ideālai gāzei (172). 9.4. Entropija. Ideālas gāzes entropija (173). 9.5. Otrais termodinamikas likums (177). 9.6. Otrā termodinamikas likuma statistiskais raksturs (180).	
10. nodaļa. Vietas agregātstāvokļi un fāžu pārejas	185
10.1. Klapeirona—Mendeļejeva vienādojuma ierobežotība un tās cēloņi (186). 10.2. Van der Vālsa vienādojums (189). 10.3. Van der Vālsa izotermu salīdzinājums ar eksperimentālajām izotermām (191). 10.4. Reālas gāzes iekšējā enerģija. Džoula—Tomsona efekts (194). 10.5. Vietas fāzes, fāžu pārejas un fāžu līdzsvars (197). 10.6. Vietas šķidrā un cietā agregātstāvokļa īpatnības (201).	
III daļa. Elektriība un magnētisms	211
Ievads	211
A. Elektrostatika	212
11. nodaļa. Elektriskais lauks vakuumā	212
11.1. Elektriskie lādiņi. Lādiņa nezūdamības likums (212). 11.2. Elektrisko lādiņu mijiedarbība. Kulona likums (215). 11.3. Elektriskā lauka intensitāte (217). 11.4. Gausa teorēma (223). 11.5. Gausa teorēmas izmantošana elektriskā lauka intensitātes aprēķināšanai (227). 11.6. Darbs, kuru veic elektrostatiskā lauka spēki, pārnēsot lādiņu (233). 11.7. Elektrostatiskā lauka potenciāls (235). 11.8. Elektrostatiskā lauka potenciāla gradients un tā sakars ar lauka intensitāti (240). 11.9. Lauka intensitātes un potenciāla gradienta sakarības lietojumi (241).	
12. nodaļa. Vietas elektrostatiskajā laukā	245
12.1. Vadītāji un izolatori, brīvie un saistītie lādiņi. Dielektriķi (245). 12.2. Dielektriķu elektriskā polarizācija ārējā elektriskajā laukā (247). 12.3. Elektriskais lauks dielektriķi (252). 12.4. Pjezoelektriķi. Elektrostrikcija (258). 12.5. Piroelektriķi (260). 12.6. Segnetoelektriķi (261). 12.7. Vadītāji elektriskajā laukā (264). 12.8. Elektriskā lauka enerģija (269).	
B. Elektriskā strāva	272
13. nodaļa. Līdzstrāvas pamatlikumi. Metālu elektrovadītspējas klasiskā teorija	272
13.1. Elektriskā strāva, tās eksistences nosacījumi un raksturlielumi (272). 13.2. Oma likums (276). 13.3. Džoula—Lenca likums (283). 13.4. Metālu elektrovadītspējas klasiskās elektronu teorijas priekšstati (285). 13.5. Oma likuma un Džoula—Lenca likuma izskaidrojums no klasiskās elektronu teorijas viedokļa (288). 13.6. Videmaņa—Franca likums. Klasiskās elektronu teorijas grūtības (290).	

14. nodaļa. Kontaktparādības metālos	292
14.1. Elektronu izejdarbs. Elektronu emisija (292). 14.2. Termoelktronu emisija (293). 14.3. Metālu kontaktpotenciālu diference (295). 14.4. Termoelktriskās parādības (298).	
15. nodaļa. Elektriskā strāva gāzēs	301
15.1. Gāzu jonizācija un jonu rekombinācija. Gāzu elektrovadītspēja (301). 15.2. Nematstāvīgā izlāde gāzēs (304). 15.3. Patstāvīgā izlāde gāzēs (306). 5.4. Jēdziens par plazmu (311).	
C. Elektromagnētisms	312
16. nodaļa. Magnētiskais lauks	312
16.1. Magnētiskā mijiedarbība. Magnētiskā lauka jēdziens (312). 16.2. Magnētiskā lauka indukcija un intensitāte (314). 16.3. Bio—Savāra—Laplasa likums un tā lietošana magnētiskā lauka aprēķinos (316). 16.4. Pilnās strāvas likums (321). 16.5. Magnētiskā lauka indukcijas vektora plūsma. Gausa teorēma (325). 16.6. Magnētiskā lauka iedarbība uz strāvu (326). 16.7. Magnētiskā lauka iedarbība uz kustībā esošu lādiņu (330).	
17. nodaļa. Vietas magnētiskās īpašības	341
17.1. Magnētiku tipi (341). 17.2. Elektronu un atomu magnētiskie momenti (341). 17.3. Vietas magnetizācija (346). 17.4. Magnētiskais lauks vielā (347). 17.5. Diamagnētisms (352). 17.6. Paramagnētisms (354). 17.7. Feromagnētisms (357).	
18. nodaļa. Elektromagnētiskā indukcija. Magnētiskā lauka enerģija	363
18.1. Elektromagnētiskās indukcijas parādība un likumi (363). 18.2. Pašindukcija (370). 18.3. Mijindukcija (372). 18.4. Strāvas magnētiskā lauka enerģija un enerģijas blīvums (374).	
19. nodaļa. Elektromagnētiskā lauka Maksvela teorija	375
19.1. Vispārīgs Maksvela teorijas raksturojums (375). 19.2. Nobides strāva (375). 19.3. Maksvela vienādojumi elektromagnētiskajam laukam (377). 19.4. Elektromagnētiskā lauka elektriskās un magnētiskās komponentes relatīvais raksturs (379).	
IV daļa. Svārstības un viļņi	380
20. nodaļa. Mehāniskās svārstības	380
20.1. Svārstības un to veidi (380). 20.2. Harmonisku svārstību pamatlīlumi (381). 20.3. Harmonisku svārstību piemēri (384). 20.4. Harmonisku svārstību enerģija (387). 20.5. Harmonisku svārstību saskaitīšana (389). 20.6. Periodisku svārstību sadalīšana harmoniskās komponentēs (Furjē analīze) (396). 20.7. Rimstošas svārstības (396). 20.8. Uzspiestas svārstības (399).	
21. nodaļa. Elektromagnētiskās svārstības	402
21.1. Jēdziens par elektromagnētiskām svārstībām. Kvazistacionāras strāvas (402). 21.2. Harmoniskas elektromagnētiskās svārstības	

(404). 21.3. Rimstošas elektromagnētiskās svārstības (407). 21.4. Uzspiestas elektromagnētiskās svārstības (410).

22. nodaļa. Viļņi elastīgā vidē 419

22.1. Viļņi un to veidi (419). 22.2. Viļņu veidošanās elastīgā vidē (420). 22.3. Viļņu izplatīšanās ātrums elastīgā vidē (422). 22.4. Skrejviļņa kinemātiskais vienādojums (425). 22.5. Viļņu diferenciālvienādojums (427). 22.6. Viļņu dispersija. Grupas ātrums (428). 22.7. Viļņu enerģija (430). 22.8. Viļņu interferēnce (433).

23. nodaļa. Elektromagnētiskie viļņi 438

23.1. Maksvela vienādojumi brīvam elektromagnētiskajam laukam (438). 23.2. Elektromagnētisko viļņu diferenciālvienādojums (439). 23.3. Elektromagnētisko viļņu atklāšana (440). 23.4. Plakans monohromatisks elektromagnētiskais vilnis (441). 23.5. Elektromagnētisko viļņu svarīgākās īpašības (444). 23.6. Elektriskā dipola starojums (447). 23.7. Elektromagnētisko viļņu skala (450).

V daļa. Optika 452

Ievads 452

24. nodaļa. Fotometrijas elementi 454

24.1. Svarīgākie starojuma fotometriskie lielumi un to vienības (455). 24.2. Svarīgākie gaismas fotometriskie lielumi (458). 24.3. Gaismas fotometrisko lielumu vienības (460).

A. Viļņu optika 461

25. nodaļa. Gaismas interferēnce 461

25.1. Jēdziens par gaismas viļņu interferenci un koherenci (461). 25.2. Koherentu gaismas viļņu iegūšanas paņēmieni (464). 25.3. Interferēnces maksimumu un minimumu nosacījumi (466). 25.4. Ceļu garumu diferēnce un interferēnces ainas raksturs divu koherentu punkteveida gaismas avotu vai lineāru avotu gadījumā (468). 25.5. Koherēnce laikā un koherēnce telpā (470). 25.6. No plānām kārtiņām atstarotās gaismas interferēnce (473). 25.7. Interferometri (478). 25.8. Daži interferēnces lietojuma piemēri (482).

26. nodaļa. Gaismas difrakcija 484

26.1. Jēdziens par gaismas viļņu difrakciju. Gaismas difrakcijas veidi (484). 26.2. Heigensa—Frenela princips (485). 26.3. Difrakcētās gaismas intensitātes aprēķināšanas metodes (487). 26.4. Gaismas difrakcija apaļā caurumā un ap apaļu disku (491). 26.5. Optisko ierīču izšķiršanas spēja (494). 26.6. Gaismas difrakcija šaurā spraugā (496). 26.7. Difrakcijas režģi (500). 26.8. Rentgenstaru difrakcija (503). 26.9. Jēdziens par hologrāfiju (505).

27. nodaļa. Gaismas polarizācija 507

27.1. Gaismas viļņi — šķērsviļņi (507). 27.2. Dabiska un polarizēta gaisma. Malīsa likums (509). 27.3. Gaismas polarizācija, gaismai atstarojoties un lūzot uz divu dielektriķu robežvirsmas (512). 27.4.

	Gaismas dubultlaušana (516). 27.5. Polarizācijas ierīces (520). 27.6. Polarizētas gaismas interference (523). 27.7. Mākslīgā gaismas dubultlaušana (mākslīgā anizotropija) (526). 27.8. Gaismas svārstību plaknes griešana (528).	
28. nodaļa.	Gaismas absorbcija un dispersija	530
	28.1. Gaismas absorbcija (530). 28.2. Gaismas dispersija (534). 28.3. Vavilova—Cerenkova starojums (546).	
B.	Kvantu optika	550
29. nodaļa.	Termiskais starojums	550
	29.1. Jēdziens par termisko starojumu. Tā galvenā īpatnība (550). 29.2. Svarīgākie termiskā starojuma raksturlielumi un jēdzieni (551). 29.3. Kirhofoa likums (553). 29.4. Absolūti melna ķermeņa starojuma spektrs (555). 29.5. Absolūti melna ķermeņa starojuma klasiskie likumi (556). 29.6. Kvantu hipotēze un Planka formula (559). 29.7. Planka formulas sakars ar klasiskajiem termiskā starojuma likumiem (561). 29.8. Optiskā pirometrija (563).	
30. nodaļa.	Fotoefekts, gaismas spiediens un Komptona efekts	565
	30.1. Ārējais fotoefekts (565). 30.2. Gaismas spiediens (577). 30.3. Komptona efekts (581). 30.4. Elektromagnētiskā starojuma korpuskulu un viļņu īpašību dialektiskā vienotība (584).	
VI daļa.	Kvantu mehānikas un atomfizikas elementi	585
31. nodaļa.	Kvantu mehānikas elementi	585
	31.1. De Brojī viļņi (585). 31.2. De Brojī viļņu statistiskais raksturs. Viļņu funkcija (588). 31.3. Nenoteiktības princips (590). 31.4. Šrēdingera vienādojums (593). 31.5. Daļiņa viendimensijas taisnstūra potenciālā bedrē (595). 31.6. Lineārs harmonisks oscilators (598). 31.7. Tuneļefekts (599).	
32. nodaļa.	Atomfizikas elementi	603
	32.1. Atoma uzbūves modeļi. Bora teorija (603). 32.2. Udeņraža atoms kvantu mehānikā (607). 32.3. Elektronu sadalījums pa stāvokļiem daudzelektronu atomos (615). 32.4. Atomu spektri (620). 32.5. Jēdziens par molekulu enerģijas līmeņiem un spektriem (624). 32.6. Einšteina starojuma teorija (629). 32.7. Kvantu pastiprinātāji un ģeneratori (633).	
VII daļa.	Kvantu statistikas un cietvielu kvantu fizikas elementi	641
33. nodaļa.	Kvantu statistikas elementi	641
	33.1. Daži kvantu statistikas pamatjēdzieni (641). 33.2. Bozes—Einšteina un Fermi—Diraka sadalījumi (643). 33.3. Kristālrežģa siltumietilpības un siltumvadītspējas kvantu teorija. Fononi (645). 33.4. Degenerēta Bozes gāze (650). 33.5. Degenerēta brīvu elektronu Fermi gāze metālos (652).	

34. nodaļa. Cietvielu kvantu fizikas elementi	660
34.1. Kristāla enerģijas zonas. Elektronu sadalījums pa enerģijas zonām. Valentā zona un vadītspējas zona (660). 34.2. Metāli, pusvadītāji un izolatori. Kvazidaļiņas — vadītspējas elektroni un caurumi kristālos. Efektīvā masa (665). 34.3. Pusvadītāju pašvadītspēja un piejaukumvadītspēja. Donori un akceptori. Elektronu un caurumu pusvadītāji (668). 34.4. Cietu ķermeņu kontaktparādības (672). 34.5. Fotoelektriskās parādības pusvadītājos (681). 34.6. Cietvielu luminiscence (682).	

VIII daļa. Atomu kodolu un elementārdaļiņu fizikas elementi 687

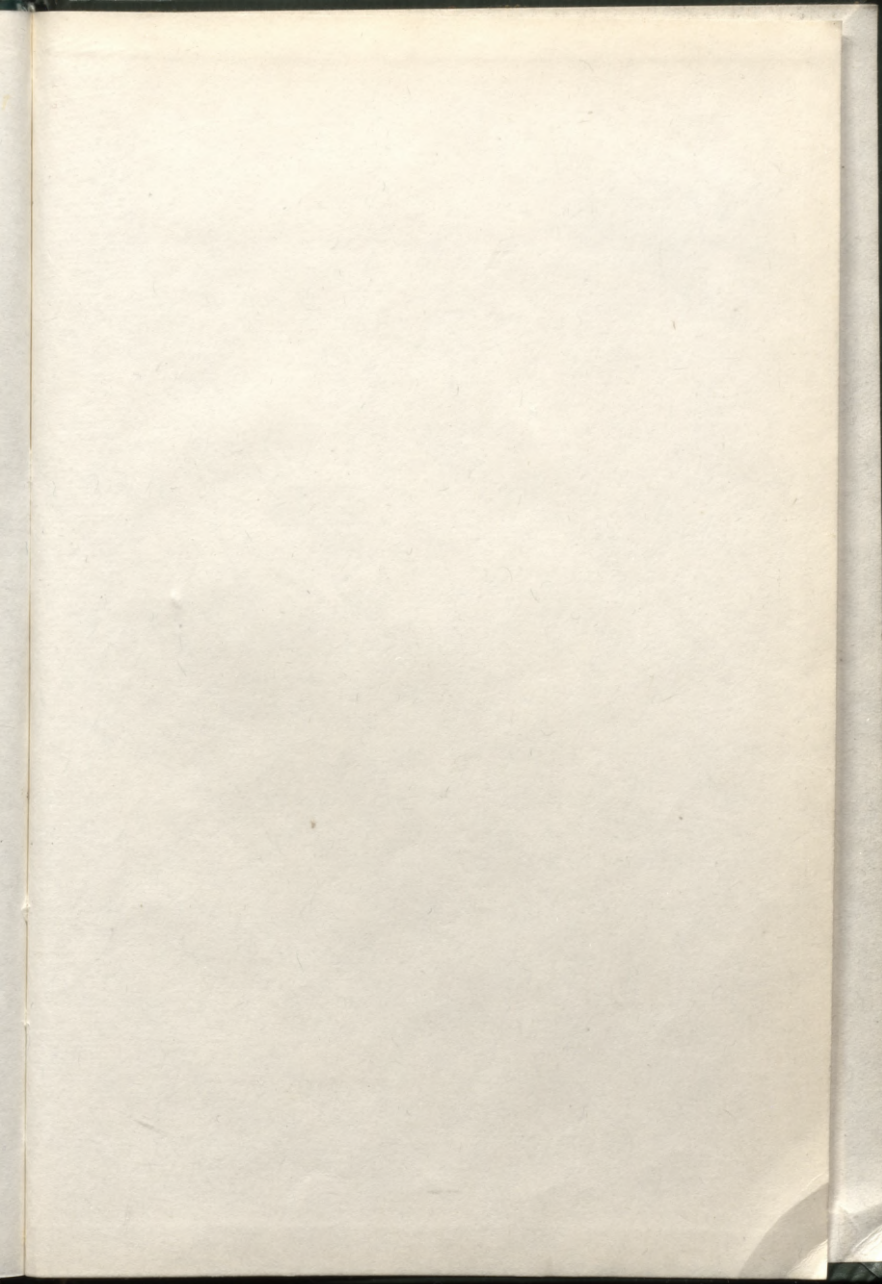
35. nodaļa. Kodolfizika	687
35.1. Atomu kodolu pamatīpašības (687). 35.2. Nuklonu mijiedarbība un kodolspēki (692). 35.3. Radioaktivitāte (695). 35.4. Kodolreakcijas (701). 35.5. Kodolu dalīšanās reakcijas (705). 35.6. Kodol-sintēzes reakcijas (711).	

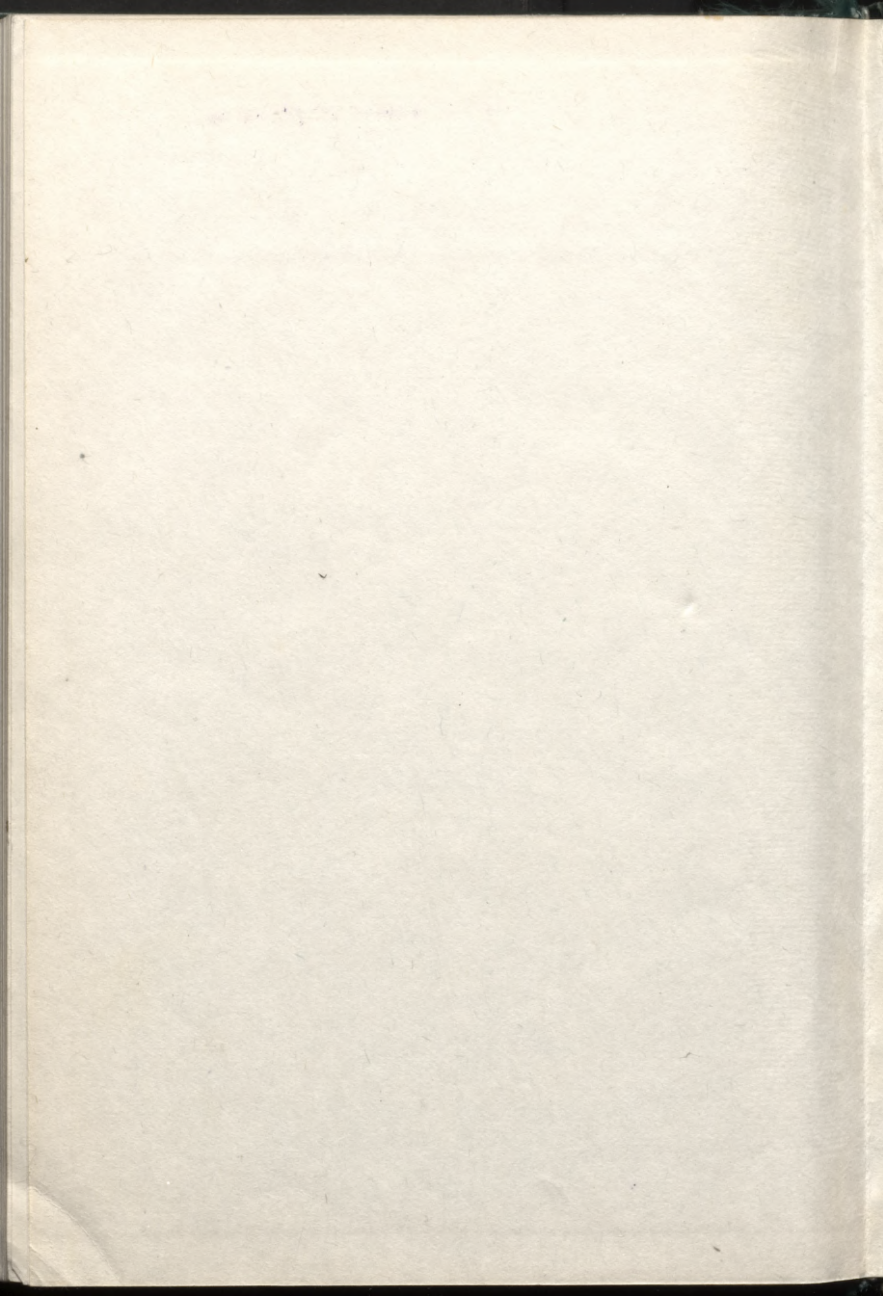
36. nodaļa. Elementārdaļiņas	715
36.1. Vispārīgas ziņas par elementārdaļiņām (715). 36.2. Cetri fundamentāli mijiedarbības veidi (718). 36.3. Elementārdaļiņu klasifikācija (719).	

Pamanītās kļūdas

Lpp.	Rinda	Iespiests	Jābūt
54.	1. no apakšas	m_i	m
140.	3. no augšas	$T_1 T_2$	T_1 / T_2
147.	8. no augšas	$v_x \pm dv_x$	$v_x + dv_x$
174.	7. no augšas	$\Sigma \Delta Q_{i1}$	$\Sigma \Delta Q_{i1} = Q_1$
182.	3. un 4. rinda no augšas jāmaina vietām		

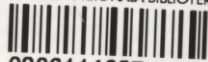
Autoru kolektīvs A. Valtera redakcijā. Fizika.





Kontroleksemplārs

LATVIJAS NACIONĀLA BIBLIOTEKA



0306114637

1060