

## A. LIELTURKS

# Teorētiskā elektrotehnika "" r a d i otehnika







#### A. LIELTURKS

Dules 62

-4

## TEORĒTISKĀ ELEKTROTEHNIKA UN RADIOTEHNIKA

Otrais, pārstrādātais izdevums

Latvijas PSR Augstākās un vidējās speciālās izglitības ministrijas Vidējo speciālo mācibu iestāžu pārvalde atļāvusi lietot par mācību grāmatu vidējām speciālajām mācību iestādēm

> IZDEVNIECIBA «ZVAIGZNE» RIGĀ 1970

Vila Läča Latv. PSR Valete bibliotēka 10-63.923 0309105494

6R2.1 Li 247

А. М. Лнелтуркс ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И РАДИОТЕХНИКА

> Издательство «Звайгзне» На латышском языке

В первом разделе книги рассмотрены основные свойства электростатических и магнитных полей и методы расчета линейных, нединейных и несинусоидальных электрических цепей. Рассмотрены также цепи с распределенными параметрами и переходные процессы.

Во втором разделе книги приводятся принципы действия электроизмерительных приборов и способы измерения электрических величин.

В третьем разделе книги рассмотрены принципы устройства и действия электронных приборов и сочетания этих элементов в выпрямителях, усилителях, генераторах, модуляторах и детекторах электрических сигналов.

Книга является учебником по курсу «Теоретические основы электротехники» для учащихся техникумов электротехнических специальностей. Она может быть также полезна для студентов втузов неэлектротехнических специальностей. Иллостраций 377.

Grāmatā izdrzāti elektrotehnikas teorētiskie un radiotehnikas fizikālie pamati. Tā paredzēta kā mācību grāmata tehnikumu elektrotehnisko specialitāšu audzēkņiem, un to var izmantot arī augstskolu studenti elektrotehnikas kursa teorētisko pamatu apgūšanai. Teorētiskās elektrotehnikas nodaļās aplūkotie jautājumi ilustrēti ar piemēriem un uzdevumiem, kas var būt noderīgi neklātienes studentiem, risinot kontroldarbu uzdevumus.

Grāmatas otrajā izdevumā daļēji pārstrādāti un papildināti šādi jautājumi: kondensatoru slēgumi un elektriskā lauka enerģija, lineāro un nelineāro elektrisko ķežu aprēķina metodes, pastāvīgo magnētu aprēķins, pārejas procesi nelineārās ķēdēs un garajās linijās.

#### A. Lielturks

#### TEORETISKA ELEKTROTEHNIKA UN RADIOTEHNIKA

Redaktors U. Bīrītis. Māksl. redaktore A. Ozoliņa. Tehn. redaktore K. Kazačenko. Korektore S. Gehtmane,

Nodota salikšanai 1969. g. 14. jūlijā. Parakstīta iespiešanai 1970. g. 6. aprilī, Papīra formāts 60×90/16. Tipogr. pap. Nr. 3. 23 fiz. iespiedi.; 23 uzsk. iespiedi.; 18,10 izdevn. 1. Metiens 10 000 eks. JT 04113. Maksā 56 kap. Izdevniecība «Zvaigzne» Rīgā, Gorkija ielā 105. Izdevn. Nr. 1189-A-409. Iespiesta Latvijas PSR Ministru Padomes Preses komitejas 3. tipogrāfijā Rīgā, Ļeņina ielā 137/139. Pasūt. Nr. 399. 3-3-8

## SATURS

#### Ievads . . . .

## Pirmā nodaļa

#### Elektriskais lauks

| 1-1. | Kulona likums   |      |     | 1.    | 9  |
|------|---|------|-----|-------|----|
| 1-2. | Elektriskā lauka intensitāte, potenciāls un spriegums |      |     |       | 11 |
| 1-3. | Elektriskā lauka grafiskais attēls                    |      |     |       | 15 |
| 1-4. | Dielektrika polarizācija un elektriskā stiprība       | <br> |     |       | 17 |
| 1-5. | Elektriskā kapacitāte                                 |      | 1.  |       | 19 |
| 1-6. | Kondensatoru slēgumi                                  |      |     |       | 21 |
| 1-7. | Elektriskā lauka enerģija                             | <br> |     |       | 26 |
| 1-8. | Uzdevumi  |      | · · | · · · | 27 |

## Otrā nodaļa

## Līdzstrāva

| 2-1. | Elektriskā kēde un tās pamatlielumi               |    | 60  |     |      |     |    |       | 31   |
|------|---|----|-----|-----|------|-----|----|-------|------|
| 2.2  | Oma un Kirbhofa likumi                            | 1  |     | 1   | -    | ÷., |    | 1     | 34   |
| 2.3  | Flektroenerdija un elektriskā jauda               | 0  |     | 5   |      |     |    |       | 27   |
| 24   | Flaktroonardijas pārvāršanās siltumā              |    | •   | *   |      | •   |    |       | 30   |
| 0 E  | Lineänn lidesteines hitunia                       | 1  |     | •   | •    |     |    | •     | - 39 |
| 2-0. | Linearu nozstravas kezu apreķins                  | •  |     |     |      |     |    |       | 40   |
|      | Pretestibu virknes slegums                        |    |     |     |      |     |    |       | 40   |
|      | Pretestibu paralelais slegums                     |    |     |     |      |     |    |       | 41   |
|      | Pretestību jauktais slēgums                       |    |     |     |      |     |    |       | 44   |
|      | Ekvivalentie zvaigznes un trīsstūra slēgumi       |    |     |     |      |     |    | 1.    | 46   |
|      | Sazarotu elektrisko kēžu aprēkins pēc Kirhhofa li | ku | mie | em  |      |     | 12 | - (1- | 47   |
|      | Kontūru strāvu metodes                            | 1  |     |     | 3.37 |     |    |       | 50   |
|      | Mezgla nunktu potenciālu (spriegumu) metode       |    |     | S.S |      |     | -  | 1     | 51   |
|      | Ekvivalentie sprieguma un stravas avoti           |    |     |     |      | 1   |    |       | 53   |
|      | Superpozicijas metodo                             | 1  | :   | 13  |      |     | •  | 1.3   | EC   |
|      | Diversion and Astrophysical Structure Statements  | *  |     | •   |      |     |    | •     | 50   |
| 0.0  | Divpois un cerrois                                |    |     | •   |      |     |    |       | 57   |
| 2-0. | Nelinearu elektrisko kezu aprekins                | •  |     | •   |      | •   |    |       | 63   |
|      | Voltamperu raksturliknes                          | •  | • . |     |      |     |    |       | 63   |
|      | Nelineāru elektrisko ķēžu grafiskais aprēķins .   |    |     |     |      |     |    |       | 66   |
|      | Nelineāru elektrisko ķēžu analītiskais aprēķins   | -  | 2.1 |     | -    |     | -  | 140   | 70   |
| 2-7. | Uzdevumi  |    |     |     |      |     |    |       | 71   |

#### Trešā nodaļa

#### Elektromagnētisms

| 3-1. | Magnētiskā lauka raksturojošie lielumi       |      |      |           | 84  |
|------|--|------|------|-----------|-----|
| 3-2. | Magnētisko ķēžu aprēķins                     |      |      |           | 88  |
|      | Nesazarota un sazarota simetriska magnētiskā | ķēde |      | ÷ .       | 89  |
|      | Sazarota nesimetriska magnētiskā ķēde        |      |      | • •       | 90  |
|      | Pastāvīgais magnēts                          |      |      |           | 91  |
|      | Vadu un spoles magnētiskie lauki             |      |      |           | 94  |
| 3-3. | Elektromagnētiskā indukcija                  |      | <br> |           | 96  |
| 3-4. | Magnētiskā lauka enerģija un elektromagnēts  |      |      |           | 102 |
| 3-5. | Strāvas dinamiskā darbība                    |      |      |           | 105 |
| 3-6. | Uzdevumi                                     | 1    |      | <br>1. 1. | 108 |

#### Ceturtā nodaļa

#### Sinusoidāla maiņstrāva

| 4-1. | Sinusoidāli lielumi un to vērtības ,             |     |       |      |     |   |   | 114 |
|------|--|-----|-------|------|-----|---|---|-----|
| 4-2. | Sinusoidālu lielumu attēlošana ar vektoriem      | un  | izte  | eikš | ana | 2 | г |     |
|      | kompleksiem skaitliem                            |     | 21.   |      |     |   |   | 120 |
| 4-3. | Sinusoidāla strāva pretestībā, induktivitātē un  | kap | pacit | tātē |     |   |   | 126 |
| 4-4. | Sinusoidālas maiņstrāvas jauda                   | 0.  |       | 2.   | 1.  |   |   | 133 |
| 4-5. | Maiņstrāvas ķēžu aprēķina metodes                |     |       | 2.   |     |   |   | 137 |
|      | Simboliskā metode                                |     |       |      |     |   |   | 137 |
|      | Potenciālu (topogrāfiskā) diagramma              |     |       |      |     |   | ~ | 141 |
|      | Riņķa diagrammas                                 |     |       |      |     |   |   | 142 |
| 4-6. | Elektriskā rezonanse                             | 1.  |       |      | •.  |   |   | 145 |
|      | Spriegumu rezonanse                              |     |       |      |     |   |   | 145 |
|      | Strāvu rezonanse                                 | 2   |       |      |     |   |   | 148 |
|      | Ferorezonanse                                    |     |       |      |     | * |   | 151 |
|      | Maiņstrāvas ķēdes maksimālā jauda                |     |       |      |     |   |   | 152 |
| 4-7. | Induktīvi saistītas spoles                       |     |       |      |     |   |   | 152 |
| 4-8. | Garās līnijas (ķēdes ar izkliedētiem parametrien | m)  |       |      | 21  |   |   | 158 |
| 4-9. | Uzdevumi   |     | · .   |      | 2   |   | 1 | 167 |

## Piektā nodaļa

#### Trīsfāžu maiņstrāva

| 5-1.  | Simetriska trīsfāžu EDS sistēma            |   |   | - |   |   |   | 1 | 178  |
|-------|--|---|---|---|---|---|---|---|------|
| 5-2.  | Trīsfāžu ķēdes uzbūve                      |   |   |   |   |   |   |   | 179  |
| 5-3.  | Trīsfāžu kēdes darbība simetriskā režīmā . |   | - |   | - | 1 |   |   | 182  |
| 5-4.  | Trīsfāžu kēdes darbība nesimetriskā režīmā | 1 | 1 |   | - |   |   |   | 186  |
| 5-5.  | Simetrisko komponenšu metode               |   |   |   |   |   | - |   | 190  |
| 5-6.  | Roteioša magnetiska plūsma                 |   | - | 1 |   | - |   | 2 | 108  |
| 5-7.  | Uzdevumi                                   | 1 | 3 |   |   |   |   | - | 203  |
| ~ ~ ~ |  |   |   |   |   |   |   |   | 2000 |

#### Sestā nodaļa

#### Nesinusoidāla strāva

| 6-1. | Nesinusoidālu lielumu  | harmoniskā | is kompo | onentes | 5 . |    | 32 | 10 | 15 |    | 210 |
|------|------------------------|------------|----------|---------|-----|----|----|----|----|----|-----|
| 6-2. | Modulētas svārstības   |            | 1        |         |     |    |    |    |    |    | 216 |
| 6-3. | Nesinusoidālas strāvas | kēdes aprē | ēkins .  |         |     | Č, |    | 91 |    | 22 | 217 |

| 6-4. | Trīsfāžu ķēdes augstākās | ha | Irm | Ion | isl | kās | 1 | . 1 |  |  |  |  | 221 |
|------|--------------------------|----|-----|-----|-----|-----|---|-----|--|--|--|--|-----|
| 6-5. | Elektriskie filtri       |    |     |     |     |     |   |     |  |  |  |  | 224 |
| 6-6. | Spole ar tērauda serdi   |    |     |     |     |     |   |     |  |  |  |  | 227 |

## Septītā nodaļa

## Pārejas procesi elektriskajās ķēdēs

| 7-1. | Komutācijas likums  | 233 |
|------|---|-----|
| 7-2. | Pārejas procesu aprēķina metodes                                | 233 |
| 7-3. | Pārejas procesi ķēdē ar pretestību un induktivitāti             | 234 |
| 7-4. | Pārejas procesi ķēdē ar pretestību un kapacitāti                | 238 |
| 7-5. | Pārejas procesi nesazarotā ķēdē ar pretestību, induktivitāti un |     |
|      | kapacitāti  | 239 |
| 7-6. | Pārejas procesi nelineārās ķēdēs                                | 243 |
| 7-7. | Pārejas procesi garajās līnijās                                 | 246 |

## Astotā nodaļa

## Elektriskie mērījumi

| 8-1.  | Elektrisko mēraparātu klasifikācija                |     |      | 1.  |    | 250     |
|-------|--|-----|------|-----|----|---------|
| 8-2.  | Elektrisko mēraparātu darbības princips un konstru | kci | ja . |     |    | 253     |
| 8-3.  | Magnetoelektriskās un termoelektriskās sistēmas mē | rap | arāt | ti. | 1  | 256     |
| 8-4.  | Elektromagnētiskās sistēmas mēraparāti             |     |      |     | 1  | 259     |
| 8-5.  | Elektrodinamiskās sistēmas mēraparāti              |     |      |     |    | 260     |
| 8-6.  | Indukcijas sistēmas mēraparāti                     |     |      | 1.  |    | 261     |
| 8-7.  | Elektrostatiskās sistēmas mēraparāti               |     |      |     | 22 | 265     |
| 8-8.  | Strāvas mērīšana                                   |     |      |     |    | 266     |
| 8-9.  | Sprieguma mērīšana                                 |     |      |     |    | 269     |
| 8-10. | Pretestības mērīšana                               |     |      |     |    | 270     |
| 8-11. | Aktīvās jaudas un enerģijas mērīšana               |     |      | -   |    | <br>275 |
| 8-12. | Reaktīvās jaudas un enerģijas mērīšana             |     |      | a.  |    | 279     |
| 8-13. | Jaudas koeficienta un frekvences mērīšana          |     |      |     | -  | 282     |
| 8-14. | Magnētiskās plūsmas un tērauda zudumu mērīšana     | 200 |      | 1   | 2  | 284     |
| 8-15. | Katodstaru oscilogrāfs                             | 13  | -    | -   | 1  | 287     |

## Devītā nodaļa

## Taisngrieži

| 9-1. | Pusvadītāju v | ventila  | darbības  | princi | ps .  |           |     |      | 1. |   | <br>291 |
|------|---------------|----------|-----------|--------|-------|-----------|-----|------|----|---|---------|
| 9-2. | Pusvadītāju v | rentila  | uzbūve :  |        | Ac -  |           |     |      |    |   | 293     |
| 9-3. | Pusvadītāju t | aisngri  | ežu shēn  | ias un | apř   | ēkins     |     | Xi.  |    |   | <br>295 |
| 9-4. | Elektronu lan | ipu tais | ngrieži . |        |       | 4.1       | 1.1 | 2013 | 1  |   | 303     |
| 9-5. | Jonu lampu    | taisngri | eži       | 6. C.  | 25 30 | · · · · · |     | 1    |    | 1 | 304     |

## Desmitā nodaļa

#### Lampu pastiprinātāji

| 10-1. | Pastiprinātāj | u elektronu   | lampas  | 1     |     |    |      | 1.50  | 1      | 10  | 309 |
|-------|---------------|---------------|---------|-------|-----|----|------|-------|--------|-----|-----|
| 10-2. | Pastiprinātāj | u shēmas .    |         |       |     | 1  |      |       |        |     | 315 |
| 10-3. | Kopkatoda p   | astiprinātāja | darbība | stati | skā | un | dina | miskā | režīmā | i . | 316 |

| 10-4. | Kroplojumu veidi pastiprinātājos . |  |  |  | 14 | <br>3 |   | 1. | 319 |
|-------|------------------------------------|--|--|--|----|-------|---|----|-----|
| 10-5. | Sprieguma un jaudas pastiprinātāji |  |  |  |    | <br>  |   |    | 321 |
| 10-6. | Atgriezeniska saite                |  |  |  |    |       | • |    | 327 |
| 10-7. | Pusvaditaju pastiprinataji         |  |  |  |    | <br>  |   |    | 331 |

## Vienpadsmitä nodaļa

## Sinusoidālu svārstību un impulsu ģeneratori

| 11-1. Lampu | Lampu   | generatori |  | <br>12 |  | - |  |  |  |  |  | 337 |
|-------------|---------|------------|--|--------|--|---|--|--|--|--|--|-----|
| 11-2.       | Impulsu | generatori |  |        |  |   |  |  |  |  |  | 342 |

## Divpadsmitā nodaļa

## Radiosakari

| 12-1. Radiolīnija                   |   | - |    | -  | -   | 5.9  |     |     |      |      |   |   |     |   | 345 |
|-------------------------------------|---|---|----|----|-----|------|-----|-----|------|------|---|---|-----|---|-----|
| 12-2. Radiovilņu izstarošana .      |   |   |    |    | 24  | 1.00 |     |     | 100  | 2    |   |   | 130 | 1 | 346 |
| 12-3. Radiovilnu izplatīšanās       |   |   | 12 |    |     | 200  | 100 | 1.5 | 260  |      |   |   |     | 1 | 351 |
| 12-4. Radiovilnu uztveršana         |   | 1 |    |    | -33 | -    | .A. |     |      | - je |   |   |     |   | 352 |
| 12-5. Modulācija un detektēšana     |   |   | 12 | 12 |     |      |     | -   |      |      | • | 2 | 6   | • | 360 |
| Alfabētiskais rādītāis              | 1 |   | 73 |    | 1   | -    |     | 1   |      | 1    | - |   | •   |   | 300 |
| · · · · · · · · · · · · · · · · · · |   |   |    |    |     |      |     |     | 14.1 |      |   |   | 1.0 |   | 000 |

#### IEVADS

Elektroenerģiju var viegli pārvadīt lielā attālumā, un to var ērti pārveidot mehāniskajā enerģijā, siltumā, gaismā un citos enerģijas veidos, tāpēc to plaši izmanto rūpniecībā, lauksaimniecībā, transportā, sakaru tehnikā un citās nozarēs.

Marksisma-leņinisma klasiķi elektroenerģijas priekšrocības un nākotnes perspektīvas saskatīja jau pagājušā gadsimta vidū, kad zinātne par elektrību bija vēl attīstības sākuma stadijā. 1850. gadā K. Markss rakstīja, ka tvaika valdīšana, kas pārvērta pasauli pagājušajā gadsimtā, ir beigusies; tā vietā stāsies nesalīdzināmi lielāks revolucionārs spēks — elektriskā dzirkstele.

1920. gadā V. I. Ļeņins pavisam noteikti formulēja elektrifikācijas nozīmi: «Komunisms — tā ir padomju vara plus visas zemes elektrifikācija.» Pēc V. I. Ļeņina iniciatīvas tika izstrādāts GOELRO plāns — mūsu Dzimtenes elektrifikācijas plāns. Tājā bija paredzēts uzcelt desmit — piecpadsmit gados 30 elektrostacijas ar 1,75 milj. kW lielu kopjaudu. Komunistiskās partijas un padomju valdības vadībā šis plāns tika izpildīts vēsturiski visīsākajā laikā — 10 gados. Tagad elektroenerģijas ražošanā mūsu zeme izvirzījusies pirmajā vietā Eiropā un otrajā vietā pasaulē.

PSKP Programmā paredzēti vēl straujāki elektroenerģijas ražošanas pieauguma tempi. Saražotās elektroenerģijas daudzums 1970. gadā sasniegs 900—1000 miljardu kWh un 1980. gadā 2700—3000 miljardu kWh. Lai saražotu šādu elektroenerģijas daudzumu, uzcels jaunas lielas hidroelektrostacijas, termoelektrostacijas un termoelektrocentrāles. Elektrostaciju kopjauda 1980. g. sasniegs 540—600 miljonu kW un tā būs apmēram 9 reizes lielāka nekā 1960. gadā.

Aplūkojot elektrotehnikas attīstību, redzam, ka zinātnieku darbs ir cieši saistīts ar elektroenerģijas izmantošanu dažādās tehnikas nozarēs. Tā, piemēram, līdzstrāvas izmantošana elek trolīzē, elekriskajā transportā un dažādās elektromagnētiskajās ierīcēs veicināja līdzstrāvas teorijas attīstību, bet feromagnētisko materiālu izmantošana elektriskajās mašīnās un aparātos, elektronu lampu un pusvadītāju ierīču izmantošana radiosakaros un automātikā veicināja nelineāro elektrisko ķēžu teorijas attīstību.

No otras puses, praktiskās elektrotehnikas attīstība nav iedomājama bez zinātnes līdzdalības. Pirmos sistemātiskos pētījumus par elektrības parādībām 18. gs. beigās un 19. gs. sākumā izdarīja M. Lomonosovs, B. Franklins, L. Galvani, A. Volta un citi zinātnieki. Šo pētījumu rezultātā tika izgudrots-zibennovedējs, kondensators un galvaniskais elements. 1802. gadā Pēterburgas profesors V. Petrovs ar galvanisko elementu strāvu ieguva un izpētīja elektrisko loku, kas izveidojās gaisā starp diviem ogles elektrodiem. 1819. gadā dāņu fizikis Ersteds atklāja elektriskās strāvas mehānisko iedarbību uz magnētadatu, bet gadu vēlāk A. Ampērs noskaidroja solenoīda magnētiskās īpašības. 1831. gadā anglu zinātnieks M. Faradejs atklāja elektromagnētiskās indukcijas parādību, bet pēc diviem gadiem Pēterburgas profesors H. Lencs formulēja inducētās strāvas noteikšanas principu. Likumu, pēc kura nosaka elektriskās strāvas radīto siltuma daudzumu, 1844. gadā vienlaicīgi formulēja H. Lencs un J. Džouls. Pagājušā gadsimta sešdesmitajos gados anglu zinātnieks D. Maksvels izstrādāja elektromagnētiskā lauka teorijas matemātiskos pamatus, bet elektromagnētiskā lauka eksistenci 1888. gadā eksperimentāli pierādīja vācu zinātnieks H. Hercs.

Mūsdienu enerģētikas pamats ir trīsfāžu maiņstrāvas sistēma. Tās pamatelementus — trīsfāžu ģeneratoru, transformatoru un asinhrono dzinēju izgudroja krievu inženieris Doļivo-Dobrovoļskis, kas savas studiju gaitas sācis Rīgas Politehniskajā institūtā. 1891. gadā Doļivo-Dobrovoļskis uzbūvēja pirmo trīsfāžu elektropārvades līniju, kuras garums bija 175 km, spriegums 15 000 V un jauda 150 kVA.

Pirmo radioiekārtu izgudroja un 1895. gada 7. maijā demonstrēja krievu zinātnieks A. Popovs, tāpēc šo dienu uzskata par radio izgudrošanas dienu. Radiotehnikas tālākajā attīstībā lieli nopelni ir padomju zinātniekiem N. Papaleksi, M. Bonč-Brujēvičam u. c.

#### Pirmā nodaļa

#### ELEKTRISKAIS LAUKS

#### 1-1. KULONA LIKUMS

Vielas atomi sastāv no neitrālām un elektriski uzlādētām elementārdaļiņām, piemēram, no neitroniem, kuriem nav elektriskā lādiņa, no protoniem, kuriem ir pozitīvs lādiņš, un no elektroniem, kuriem ir negatīvs lādiņš. Sādas daļiņas var atrasties arī brīvā, no atomiem atrautā stāvoklī.

Uzlādētās elementārdaļiņas atrodas nepārtrauktā kustībā, un telpā ap tām izveidojas elektromagnētiskais lauks. Šāds lauks var pastāvēt arī brīvā, no uzlādētajām elementārdaļiņām atrautā stāvoklī kā elektromagnētiskie viļņi, kurus izstaro antena, vai kā fotoni. Brīvā stāvoklī elektromagnētiskais lauks

vakuumā izplatās ar ātrumu  $c=2,998\cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\approx 3\cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Lielu masu tuvumā, kur telpā darbojas spēcīgs gravitācijas lauks, elektromagnētiskā lauka izplatīšanās ātrums ir mazāks.

Noteiktos apstākļos var novērot tikai vienu no abām 'elektromagnētiskā lauka komponentēm. Tā, piemēram, telpā ap elektriski uzlādētu un nekustīgi novietotu ķermeni darbojas tikai elektriskais lauks, jo šādā ķermenī pārsvarā ir elementārdaļiņas ar vienas zīmes elektriskajiem lādiņiem, bet elementārdaļiņu kustība ir haotiska. Telpā ap nekustīgi novietotu pastāvīgo magnētu darbojas tikai magnētiskais lauks, jo šādā ķermenī elementārdaļiņu kustība ir koordinēta, bet pozitīvo un negatīvo elementārdaļiņu summas ir vienādas, un to radītais elektriskais lauks ķermeņa ārpusē nav novērojams.

Elektrisko lauku, kas izveidojas telpā ap elektriski uzlādētu un nekustīgi novietotu ķermeni, sauc par elektrostatisku elektrisko lauku. Šādu lauku var noteikt pēc spēka, ar kādu tas iedarbojas uz «mēģinājuma» elektrisko lādiņu. Absolūtajā praktiskajā racionalizētajā mērvienību sistēmā MKSA, kuras pamatmērvienība ir metrs (m), masas kilograms (kg), sekunde (s) un ampērs (A), par spēka mērvienību pieņemts ņūtons (N) un par elektriskā lādiņa mērvienību kulons (C).  $N\bar{u}tons$  ir spēks, kas, iedarbojoties uz 1 kilogramu masas, piešķir tai paātrinājumu 1 m/s<sup>2</sup> un 1 metru garā ceļā veic 1 džoulu (J) lielu darbu:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ m}}.$$

Spēku mēra arī kilogramos (kG). Tas ir spēks, kas, iedarbojoties uz 1 kilogramu masas, piešķir tai paātrinājumu 9,81 m/s<sup>2</sup> un 1 metru garā ceļā veic 1 kilogrammetru (kGm) lielu darbu:

$$1 \text{ kG} = 1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{1 \text{ kGm}}{1 \text{ m}}$$

No teiktā izriet, ka

#### 1 kG = 9,81 N vai 1 N = 0,102 kG

un

#### 1 kGm=9,81 J vai 1 J=0,102 kGm.

Kulons ir elektriskais lādiņš, kas izplūst caur vadītāja šķērsgriezumu, ja pa to 1 ampēru stipra strāva plūst 1 sekundi:

$$1C = 1A \cdot 1s.$$

Ja lādiņš atrodas otra lādiņa elektriskajā laukā, tad uz abiem lādiņiem darbojas spēki. Šos mijiedarbības spēkus nosaka pēc *Kulona likuma*;

$$F = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}, \qquad (1-1)$$

kur Q un q — elektriskie lādiņi (C), ε — relatīvā dielektriskā caurlaidība,

 $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$  — vakuuma dielektriskā caurlai-

 $d\bar{i}ba\left(\frac{F}{m}\right)$ ,

R — lādiņu savstarpējais attālums (m),

F — lādiņu mijiedarbības spēks (N).

Relatīvā dielektriskā caurlaidība ir nenosaukts skaitlis; tas ir atkarīgs no materiāla, kurā izveidojas elektriskais lauks. Tā aptuvenās vērtības dotas 1-1. tabulā.

Vakuuma dielektriskā caurlaidība ir atkarīga no elektromagnētiskā lauka izplatīšanās ātruma:

$$\varepsilon_{0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} c^{2}} \approx \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3^{2} \cdot 10^{16}} = \frac{1}{36\pi \cdot 10^{9}} \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$$
  
kur [ $\varepsilon_{0}$ ] =  $\left[\frac{Qq}{FR^{2}}\right] = \frac{C^{2}}{N \cdot m^{2}} = \frac{C^{2}}{J \cdot m} = \frac{C}{\frac{J}{C} \cdot m} = \frac{C}{V \cdot m} = \frac{F}{m}$ .

|  | -1. tabula   |
|--|--|
| Materiāls  | E  |
| Gaiss<br>Minerāleļļa<br>Prešpans<br>Kondensatoru papīrs<br>Gumija<br>Kabeļu papīrs<br>Koks (bērzs)<br>Ebonīts<br>Porcelāns<br>Stikls<br>Vizla<br>Tekstolīts<br>Udens | $\begin{array}{c} 1,00\\ 2,2\\ 2,7\\ 2,7\\ 2,8\\ 3\\ 3\\ 3,5\\ 6\\ 6,2\\ 7\\ 7,5\\ 80 \end{array}$ |

Seit volts  $(V = \frac{J}{C})$  ir potenciāla un sprieguma mērvienība, bet farads  $(F = \frac{C}{V})$  ir kapacitātes mērvienība (sk. 1-2. un 1-5. §).

Elektrisko lādiņu mijiedarbības spēku virzieni ir atkarīgi no lādiņu zīmēm. Lādiņi elektriskajā laukā cenšas ieņemt stāvokli, kurā to sablīvējums ir vismazākais, vai arī stāvokli, kurā tie neitralizējas, jo tad elektriskā lauka enerģija ir minimāla (sk 1-7. §). Šādu stāvokli var sasniegt, ja vienādas zīmes lādiņi atgrūžas un dažādas zīmes lādiņi pievelkas.

**Piemērs.** Pēc Kulona likuma, divi vienādi lādiņi  $Q=q=3\cdot 10^{-7}$  C attālumā R=10 cm atgrūžas ar šādu spēku: gaisā

 $F_{\rm g} = \frac{Qq}{4\pi e \epsilon_0 R^2} = \frac{(3 \cdot 10^{-7})^2}{4\pi \cdot 1 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 0.1^2} = 0,081 \text{ N} \approx 8,3 \text{ G},$ 

mineralella

$$F_{\rm m} = \frac{F_{\rm g}}{\varepsilon} = \frac{8.3}{2.2} = 3.8 \,\,{\rm G}.$$

#### 1-2. ELEKTRISKĀ LAUKA INTENSITĀTE, POTENCIĀLS UN SPRIEGUMS

Jebkuru elektriskā lauka punktu raksturo intensitātes vektors un potenciāls.

Par elektriskā lauka punkta intensitātes vektoru  $\overline{\boldsymbol{\xi}}$  sauc spēku, ar kādu lauks iedarbojas uz šajā punktā novietotu pozitīvu elektriskā lādiņa vienību (1-1. att.). Tā skaitlisko vērtību var noteikt, dalot pēc Kulona likuma aprēķināto mijiedarbības spēku F ar lādiņu q:



 att. Elektriskā lauka intensitātes vektors punktā A.

$$\mathcal{E} = \frac{F}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} , \qquad (1-2)$$

kur  $[\mathcal{E}] = \left[\frac{F}{q}\right] = \frac{N}{C} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{V}{m}.$ 

Telpā ap pozitīvu lādiņu elektriskā lauka intensitātes vektors vērsts virzienā no lādiņa, bet telpā ap negatīvu lādiņu tas vērsts virzienā uz lādiņu. Ja elektrisko lauku rada vairāki lādiņi, tad tā intensitātes vektoru nosaka pēc superpozīcijas principa, saskaitot katra lādiņa atsevišķi radītos intensitātes vektorus (1-2. att.).



1-2. att. Elektriskā lauka intensitātes vektors telpā ap diviem lādiņiem.

Elektriskā lauka intensitāte ir atkarīga no dielektriskās caurlaidības, resp., no materiāla, kurā izveidojas elektriskais lauks. Aprēķiniem ērtāks ir lielums, kas nav atkarīgs no materiāla īpašībām. Sādu lielumu, ko sauc par *elektrisko nobidi* D, var iegūt, pareizinot vienādojumu (1-2) ar  $\epsilon_0$ :

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 \, \mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi R^2} \,, \tag{1-3}$$

kur  $[D] = \left[\frac{Q}{R^2}\right] = \frac{C}{m^2}$ .

No iegūtās formulas redzams, ka elekriskajai nobīdei ir lādiņa blīvuma mērvienība.

Par elektriskā lauka punkta potenciālu  $\varphi$  sauc potenciālo enerģiju, kas piemīt šajā punktā novietotai pozitīvai elektriskā lādiņa vienībai. Šī enerģija vienāda ar darbu, ko pastrādā pozitīvā lādiņa vienība, ja tā pozitīva lādiņa elektriskajā laukā pārvietojas no punkta līdz bezgalībai (1-3. att.). Ja



1-3. att. Elektriskā lauka potenciāls punktā A.

punkts atrodas attālumā  $R_A$  no lādiņa Q, tad šāda punkta potenciālu  $\varphi$  var noteikt, integrējot vienības lādiņa q=+1 pastrādātos elementāros darbus  $\mathcal{E}dR$  robežās no šī punkta līdz bezgalībai:

$$\varphi = \int_{R-R_A}^{R=\infty} \delta dR = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \int_{R-R_A}^{R=\infty} \frac{dR}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_A}$$

un pēc formulas (1-2)

$$\varphi = \mathcal{E}R_A, \tag{1-4}$$

 $\operatorname{kur} [\varphi] = [\mathcal{E} R_A] = \frac{V}{m} \cdot m = V.$ 

Negatīva lādiņa elektriskā lauka punktam ir negatīvs potenciāls, jo pozitīva lādiņa vienība pastrādā darbu, ja tā pārvietojas no bezgalības līdz punktam.

Par elektriskā lauka potenciāla mērvienības — volta fizikālo nozīmi var spriest, attiecinot lādiņa q pastrādāto darbu Auz lādiņa vienību:

$$\varphi = \frac{A}{q}$$

kur  $[\varphi] = \left[\frac{A}{q}\right] = \frac{J}{C} = V.$ 

No iegūtās sakarības redzam, ka elektriskā lauka punkta potenciāls ir 1 volts, ja 1 kulonu liels lādiņš, pārvietodamies no punkta līdz bezgalībai, pastrādā 1 džoulu lielu darbu.

Ja elektrisko lauku rada vairāki lādiņi, tad tā punkta potenciālu nosaka, algebriski saskaitot katra lādiņa atsevišķi radītos potenciālus.

**Piemērs.** Elektriskie lādiņi  $Q_1 = 4 \cdot 10^{-10} \text{ C}$  un  $Q_2 = -4 \cdot 10^{-10} \text{ C}$  (1-4. att.) gaisā punktā A rada šādu elektriskā lauka intensitāti un potenciālu:

$$\mathcal{E}_{1} = \frac{Q_{1}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_{0}R_{1}^{2}} = \frac{4\cdot10^{-10}}{4\pi\cdot1\cdot8.85\cdot10^{-12}\cdot0.03^{2}} = 4000 \frac{V}{m},$$
  
$$\mathcal{E}_{2} = \frac{Q_{2}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_{0}R_{2}^{2}} = \frac{-4\cdot10^{-10}}{4\pi\cdot1\cdot8.85\cdot10^{-12}\cdot0.04^{2}} = -2250 \frac{V}{m},$$

$$\begin{split} \mathbf{\mathcal{E}} = & \sqrt{\mathbf{\mathcal{E}}_{1}^{2} + \mathbf{\mathcal{E}}_{2}^{2}} = 10^{3} \sqrt{4^{2} + 2.25} = 4530 \quad \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{m}} ,\\ & \mathbf{\varphi}_{1} = \mathbf{\mathcal{E}}_{1} R_{1} = 4000 \cdot 0.03 = 120 \text{ V},\\ & \mathbf{\varphi}_{2} = -\mathbf{\mathcal{E}}_{2} R_{2} = -2250 \cdot 0.04 = -90 \text{ V},\\ & \mathbf{\varphi} = \mathbf{\varphi}_{1} + \mathbf{\varphi}_{2} = 120 - 90 = 30 \text{ V}. \end{split}$$





Lādiņš  $q = \pm 1$  elektriskajā laukā pārvietojas lauka intensitātes vektora  $\vec{\delta}$  virzienā (sk. 1-3. att.). Šajā virzienā lauka potenciāls  $\varphi$  samazinās, tāpēc lādiņa pastrādāto elementāro darbu un lauka intensitāti var izteikt šādi:

$$\mathcal{E} dR = -d\varphi$$
 un  $\mathcal{E} = -\frac{d\varphi}{dR}$ 

vai vektoriālā formā

$$\mathcal{E} = -\operatorname{grad} \varphi.$$

No iegūtās sakarības redzam, ka pilnīgu priekšstatu par elektrisko lauku varam iegūt, ja ir zināms tā katra punkta potenciāls, jo tādā gadījumā zināms arī katra punkta elektriskās intensitātes vektors.

Par spriegumu starp diviem elektriskā lauka punktiem sauc darbu, ko pastrādā pozitīva elektriskā lādiņa vienība, ja tā pārvietojas no punkta ar augstāku potenciālu uz punktu ar zemāku potenciālu. Spriegums starp šiem lauka punktiem vienāds ar abu punktu potenciālu starpību:

$$U = \varphi_A - \varphi_B. \tag{1-5}$$

Spriegumu, tāpat kā potenciālu, mēra voltos. Starp diviem elektriskā lauka punktiem spriegums vienāds ar 1 voltu, ja 1 kulons elektriskā lādiņa starp šiem punktiem pastrādā 1 džoulu lielu darbu. Mazus spriegumus mēra mikrovoltos µV  $(10^{-6} \text{ V})$  un milivoltos mV  $(10^{-3} \text{ V})$ , bet lielus spriegumus mēra kilovoltos kV  $(10^{3} \text{ V})$  un megavoltos MV  $(10^{6} \text{ V})$ .

Divu punktu potenciālu starpība un līdz ar to arī spriegums neizmainās, ja no abu punktu potenciāliem atskaita vienādus lielumus. Tāpēc, nosakot spriegumu, nulles potenciālu var pieņemt ne vien bezgalīgi tālā, bet arī jebkurā elektriskā lauka punktā. Tehniskos aprēķinos pieņem, ka nulles potenciāls ir zemes virsmai, aparāta korpusam vai arī kādam elektriskās shēmas punktam.

#### **1-3. ELEKTRISKĀ LAUKA GRAFISKAIS ATTĒLS**

Elektrisko lauku grafiski attēlo ar elektriskajām līnijām un ekvipotenciālajām virsmām.

*Élektriskās linijas* zīmē tā, lai ikvienā to punktā elektriskā lauka intensitātes un elektriskās nobīdes vektori būtu vērsti līnijas pieskares virzienā un caur vektoram perpendikulāru laukuma vienību izejošais līniju skaits būtu proporcionāls vektora skaitliskajai vērtībai. Atkarībā no elektrisko līniju ģeometriskā veida izšķir homogēnu un nehomogēnu elektrisko lauku. Homogēnā laukā līnijas ir paralēlas un atrodas vienādos attālumos cita no citas, bet nehomogēnā laukā tās nav paralēlas. Homogēns elektriskais lauks izveidojas starp divām paralēlās. Homogēns elektriskais lauks izveidojas starp divām paralēlām plaknēm ar vienmērīgu lādiņu sadalījumu uz to virsmām (1-5. att. a), bet nehomogēns lauks rodas, piemēram, starp divām lodēm vai paralēliem vadiem ar nevienmērīgu lādiņu sadalījumu uz to virsmām (1-5. att. b).



Izšķir divu veidu elektriskās līnijas: intensitātes un nobīdes līnijas. Pēc formulām (1-2) un (1-3) elektriskā lauka intensitāte ir apgriezti proporcionāls lielums dielektriskajai konstantei, bet elektriskā nobīde no tās nav atkarīga, tāpēc intensitātes līniju skaitam dielektriķī jābūt  $\varepsilon$  reizes mazākam nekā gaisā (1-6. att. a), bet nobīdes līniju skaitam dielektriķī un gaisā jābūt vienādiem (1-6. att. b).

Par ekvipotenciālu virsmu sauc tādu virsmu elektriskajā laukā, kuras visos punktos ir vienāds potenciāls. Šādai virsmai jābūt perpendikulārai pret elektriskajām līnijām, jo pretējā gadījumā elektriskā lauka intensitātes vektora tangenciālā komponente nebūtu vienāda ar nulli un virsmas punktiem būtu dažādi potenciāli. Uzlādēta ķermeņa virsma arī ir ekvipotenciāla, un elektriskās līnijas ir tai perpendikulāras.



1-6. att. Elektriskā lauka intensitātes līnijas (a) un nobīdes līnijas (b).

Ekvipotenciālās virsmas zīmē tādos attālumos citu no citas, lai spriegumi starp jebkurām blakus virsmām būtu vienādi (1-7. att.). Attālumus, kādos jāzīmē ekvipotenciālās virsmas, var noteikt pēc *Gausa teorēmas*.



 1-7. att. Homogēna (a) un nehomogēna elektriskā lauka (b) intensitātes līnijas un ekvipotenciālās virsmas.

Ja lodes centrā, kuras rādiuss ir R, novieto elektrisko lādiņu Q, tad elektriskā lauka intensitāte

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}$$

visos lodes virsmas  $S = 4\pi R^2$  punktos ir vienāda. Tādā gadījumā caur lodes virsmu vērsto elektriskā lauka *intensitātes vektoru* plūsmu N var noteikt pēc sakarības

$$N = \mathcal{E}S = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0} , \qquad (1-6)$$

kur  $[N] = [\mathcal{E}S] = \frac{V}{m} \cdot m^2 = V \cdot m.$ 

So sakarību var attiecināt arī uz jebkuras formas noslēgtu virsmu neatkarīgi no tā, kurā vietā virsmas iekšpusē novietoti elektriskie lādiņi. Tādā gadījumā ir jāņem lādiņu algebriskā summa un elektriskā lauka intensitātes vektoru plūsmu var noteikt pēc šādas sakarības:

$$N = \int_{0}^{3} \mathcal{E} \cos \beta \, dS = \frac{Q}{\varepsilon \varepsilon_0} \, ,$$

kur β ir leņķis starp intensitātes vektora un virsmas punktā novilktās normāles virzieniem.

Piemērs. Noslēgtas virsmas iekšpusē gaisā novietotais lādiņš  $Q = 3.5 \cdot 10^{-7} \,\mathrm{C}$  rada caur virsmu vērstu elektriskā lauka intensitātes vektoru plūsmu

$$N = \frac{Q}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{3.5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}} = 3.95 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}.$$

Pēc formulas (1-6) aprēķinātā elektriskā lauka intensitātes vektoru plūsma visām virsmām, tātad arī ekvipotenciālajām virsmām ir vienāda. Dalot šo plūsmu ar  $4\pi$ , iegūstam konstantu lielumu c, kuru izmanto ekvipotenciālo virsmu attālumu noteikšanai:

$$c = \frac{N}{4\pi} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = \mathcal{E}R^2$$

un pēc formulas (1-4)

 $c = \varphi R$ .

No iegūtās sakarības redzam, ka ekvipotenciālās virsmas attālums R un virsmas potenciāls  $\varphi$  ir apgriezti proporcionāli lielumi.

**Piemērs.** Ja vada rādiuss  $R_1=1$  cm un elektriskā lauka intensitāte uz vada virsmas  $\mathcal{E}_1=27\,000$  V, tad vada virsmas potenciāls  $\varphi_1=\mathcal{E}_1R_0=27\,000\,0,01=270$  V un konstante  $c=\varphi_1R_1=270\cdot0,01=2,7$  V·m. Pieņemot, ka spriegums starp divām blakus esošajām ekvipotenciālajām virsmām ir 30 V, to rādiusiem jābūt šādiem:

> $R_2 = \frac{c}{c_2} = \frac{2.7}{240} = 0.0112 \text{ m} = 1.12 \text{ cm},$  $R_3 = \frac{c}{\varphi_3} = \frac{2.7}{210} = 0.0128 \text{ m} = 1.28 \text{ cm utt.}$

#### 1-4. DIELEKTRIKA POLARIZĀCIJA UN ELEKTRISKĀ STIPRĪBA

Visas vielas atkarībā no to elektriskajām īpašībām iedala vadītājos, dielektriķos (izolatoros) un pusvadītājos. Vadītājos elektriski lādētas daļiņas var brīvi pārvietoties elektriskā lauka spēku iedarbībā, un tāpēc tiem piemīt liela elektrovadītspēja.

2 - A. Lielturks

Vila Lāča Latv. PSR Valsts bibliotēka

(1-7)

70-63.923

Atkarībā no lādiņu nesēja tipa vadītājus iedala pirmā veida un otrā veida vadītājos. Pirmā veida vadītājos — metālos un oglē lādiņu nesēji ir no atomu kodoliem atrautie brīvie elektroni ar negatīviem lādiņiem. Otrā veida vadītājos — sāļu, sārmu un skābju šķīdumos ūdenī lādiņu nesēji ir pozitīvie un negatīvie joni.







1-9. att. Dielektrika polarizācija.

Dielektriķos brīvo elektronu vai jonu ir maz, tādēļ to elektrovadītspēja ir neievērojama. Sādas vielas ir gāzes, dažādi šķidrumi, piemēram, minerāleļļa un gandrīz visas cietās vielas (izņemot metālus un ogli). Pusvadītaji, piemēram, selēns, vara oksiduls, germānijs, silīcijs u. c. vielas, ieņem vidēju stāvokli starp vadītājiem un dielektriķiem.

Ievietojot elektriskajā laukā vadītāju, novērojama tā sauktā elektrostatiskā indukcija (1-8. att.). Arējā elektriskā lauka radīto spēku iedarbībā lādiņi novietojas uz vadītāja virsmas, tajā rodas ārējam laukam pretī vērsts iekšējais lauks, un rezultējošais lauks vadītāja iekšienē ir nulle ( $\varepsilon = \infty$ ).

Novietojot elektriskajā laukā dielektriķi, novērojama tā polarizācija (1-9. att.). Ārējā elektriskā lauka spēki nobīda ap pozitīvajiem kodoliem riņķojošo elektronu orbītas, kā rezultātā

|  | 1-2. tabuta  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Materiāls  | Caursišanas<br>intensitāte<br>(MV/m=kV/mm)   |  |  |  |  |  |  |
| Gaiss<br>Minerāleļļa<br>Prešpans<br>Kondensatoru papīrs<br>Gumija<br>Koks (bērzs)<br>Ebonīts<br>Porcelāns<br>Stikls<br>Vizla<br>Tekstolīts | $\begin{array}{c} 3\\ 5-15\\ 10\\ 20\\ 20\\ 25\\ 25\\ 20\\ 50\\ 50\\ 6\end{array}$ |  |  |  |  |  |  |

-2. tabula

dielektriķī rodas ārējam laukam pretēji vērsts iekšējais lauks un rezultējošais lauks dielektriķa iekšienē samazinās ε reizes.

Ja elektriskā lauka intensitāte pārsniedz noteiktu robežu, tad dielektriķa molekulas sadalās jonos un dielektriķis pārvēršas par vadītāju. Elektriskā lauka intensitāti, kuras gadījumā' dielektriķis jonizējas, sauc par *caursišanas intensitāti* jeb dielektrisko stiprību (1-2. tabula).

Caursišanas intensitāti ievērojami ietekmē dielektriķa biezums, temperatūra, mitruma pakāpe, vadītāja ģeometriskā forma, elektriskā lauka iedarbības laiks un gāzēm arī to spiediens. Tā, piemēram, gaisā pie normāla spiediena un +20°C temperatūrā caursišanas intensitāte atkarībā no gaisa slāņa biezuma izmainās šādi:

Lai nodrošinātu vajadzīgo rezervi, pieļaujamo elektriskā lauka intensitāti izvēlas vairākas reizes mazāku par caursišanas intensitāti. Tā, piemēram, izolētiem stieņiem un knaiblēm ir droši jāiztur ietaises spriegums, tāpēc saskaņā ar drošības tehnikas noteikumiem tos pārbauda ar spriegumu, kas vismaz trīskārt pārsniedz tīkla spriegumu.

Pēc caursišanas cietie dielektriķi zaudē izolējošās īpašības, bet gāzēs un šķidrumos tās atjaunojas, ja elektriskā lauka intensitāte kļūst mazāka par caursišanas intensitāti.

#### **1-5. ELEKTRISKĀ KAPACITĀTE**

Starp diviem vadītājiem, kuru lādiņš ir Q, izveidojas elektriskais lauks un starp tiem darbojas spriegums U. Elektriskā lādiņa attiecība pret spriegumu ir konstants lielums, un to sauc par kapacitāti:

$$C = \frac{Q}{U} , \qquad (1-8)$$

kur 
$$[C] = \left[\frac{Q}{U}\right] = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = \frac{s}{\Omega} = F.$$

2.

Farads F ir loti liela mērvienība, tāpēc praktiskām vajadzībām lieto mazākas mērvienības: mikrofaradu  $\mu$ F (10<sup>-6</sup> F), nanofaradu nF (10<sup>-9</sup> F) un pikofaradu pF (10<sup>-12</sup> F).

Nelielā telpā lielas kapacitātes iegūst ar kondensatoriem. Tos izveido no diviem metāla klājumiem, kurus atdala ar dielektriķi — papīru, vizlu u. c. materiāliem. Pēc klājumu formas izšķir plakanus, cilindriskus u. c. veida kondensatorus.

Plakanajā kondensatorā starp paralēlajiem klājumiem izveidojas homogēns elektriskais lauks, kurā elektriskā lauka intensitāte visos punktos ir vienāda. Spriegumu, kas darbojas starp kondensatora klājumiem, var noteikt pēc formulām (1-5) un (1-4) šādi:

$$U = \varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E} \left( R_A - R_B \right) = \mathcal{E} d,$$

kur  $R_A - R_B = d$  ir attālums starp kondensatora klājumiem. Ja kondensatora viena klājuma laukums ir *S*, tad pēc formulas (1-3) kondensatora lādiņš

$$Q = DS = \varepsilon \varepsilon_0 \mathcal{E}S$$

un kondensatora kapacitāte

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\varepsilon S}{d}$$

kur  $[S]=m^2$ , [d]=m un [C]=F. Aprēķiniem ērtāka ir šāda formula:

$$C = 0,885 \cdot \frac{\varepsilon S}{d} , \qquad (1-9)$$

kur S - klājuma laukums (cm<sup>2</sup>),

d — attālums starp klājumiem (mm),

C — kapacitāte (pF).

Piemērs. Plakanajam kondensatoram, kuram  $S=84~{\rm cm}^2,~d=0,02~{\rm mm}$  un kura dielektriķis ir papīrs ( $\varepsilon=2,7$ ), kapacitāte

$$C = 0,885 \frac{2,7 \cdot 84}{0,02} = 10\ 000\ \text{pF} = 0,01\ \mu\text{F}.$$

Aprēķinā nav ievērots elektriskā lauka izkropļojums telpā starp plakanā kondensatora klājumu malām.

Cilindriskajā kondensatorā starp koaksiāliem klājumiem izveidojas radiāls elektriskais lauks, kurā elektriskā lauka intensitāte visos punktos nav vienāda.

Aplūkosim 1 metru garu kondensatoru, kura lādiņš ir Q, iekšējā cilindra rādiuss  $R_1$  un ārējā cilindra rādiuss  $R_2$ . Tādā kondensatorā starp abiem cilindriem attālumā R no to ass elektriskā lauka intensitāte

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} \, .$$

starp abiem cilindriem darbojas spriegums

$$U = \int_{R=R_1}^{R=R_2} \mathcal{E} dR = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{R=R_1}^{R=R_2} \frac{dR}{R} = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

un kondensatora kapacitāte

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}},$$

kur  $[C] = \frac{F}{m}$ . 1 metru gara cilindra kapacitāti mikrofarados var aprēķināt pēc formulas

$$C = 2,42 \cdot 10^{-5} \frac{\varepsilon}{\lg \frac{R_2}{R_1}}.$$
 (1.10)

Piemērs. 2 km garam kabelim ar savītas vara dzīslas diametru 16 mm un 2,5 mm biezu papīra izolāciju ( $\epsilon$ =3), kapacitāte starp dzīslu un svina apvalku ir

$$C = 2000 \cdot 2,42 \cdot 10^{-5} \frac{3}{\lg \frac{10,5}{8}} = 1,21 \text{ } \mu\text{F}.$$

Kapacitātes aprēķināšanai citas formas kondensatoriem un dažādām elektriskām ietaisēm lieto līdzīgas formulas. Tā, piemēram, kapacitāte starp diviem paralēliem vadiem (cilindriem) ir

$$C = 1,21 \cdot 10^{-5} \frac{\varepsilon}{\lg \frac{a}{R}};$$
 (1-11)

kapacitāte starp vadu un zemi (cilindru un plakni) ir

$$C = 2,42 \cdot 10^{-5} \frac{\varepsilon}{\lg \frac{2h}{R}}, \qquad (1-12)$$

kur R — vada rādiuss,

(

a — attālums starp paralēlajiem vadiem,

h — vada augstums virs zemes,

$$C - kapacitāte\left(\frac{\mu F}{m}\right)$$

#### **1-6. KONDENSATORU SLEGUMI**

Lielāku kapacitāti vai lielāku pieļaujamo darba spriegumu panāk, saslēdzot vairākus kondensatorus paralēli, virknē vai jauktajā slēgumā. Paralēlajā slēgumā visiem kondensatoriem ir vienādi spriegumi, bet to lādiņi var būt dažādi (1-10. att.). Pēc shēmas

 $Q = Q_1 + Q_2,$  $CU = C_1 U + C_2 U$ 

 $C = C_1 + C_2.$ 

un







1-11. att. Kondensatoru virknes slēgums.

Paralēlā slēguma ekvivalentās kapacitātes aprēķina formula vispārīgā veidā ir šāda:

$$C = \Sigma C_i. \tag{1-13}$$

Virknes slēgumā visiem kondensatoriem ir vienādi lādiņi, bet to spriegumi var būt dažādi (1-11. att.). Pēc shēmas



un

 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \, .$ 

Virknes slēguma ekvivalentās kapacitātes aprēķina formula vispārīgā veidā ir šāda:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

un

$$C = \frac{1}{\sum \frac{1}{C_i}}.$$
 (1-14)

Divu virknē slēgtu kondensatoru gadījumā var lietot arī formulu

 $C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}.$ 

Sādas formulas vietā dažkārt lieto apzīmējumu

$$C = C_1 \| C_2.$$

Lielāka virknē saslēgtu kondensatoru skaita gadījumā šāda veida formulas ir neērtas, un tās tāpēc lieto reti. Tā, piemēram, trim virknē saslēgtiem kondensatoriem kapacitāti var aprēķināt pēc sakarības

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

un

$$C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} \,.$$

Zinot kondensatoru kapacitātes un kopējo spriegumu, var aprēķināt katra kondensatora spriegumu pēc šādām sakarībām:

$$Q = U_1 C_1 = U_2 C_2 = UC$$

un

$$U_1 = \frac{C}{C_1}U; \quad U_2 = \frac{C}{C_2}U.$$

Kondensatoru spriegumu aprēķina formula vispārīgā veidā ir šāda:

$$U_i = \frac{C}{C_i} U. \tag{1-15}$$

No iegūtās formulas redzam, ka virknes slēgumā kondensatoru spriegumi ir apgriezti proporcionāli to kapacitātēm, tāpēc mazākās kapacitātes kondensatoram, ir lielāks spriegums.

Piemērs. Pieslēdzot spriegumam U=220 V virknē kondensatorus ar kapacitātēm  $C_1=6\,\mu\text{F}$  un  $C_2=2\,\mu\text{F}$ , kopējā kapacitāte ir

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{6 \cdot 2}{6 + 2} = 1,5 \ \mu \text{F}$$

un kondensatori darbojas ar spriegumiem

$$U_1 = \frac{C}{C_1} U = \frac{1.5}{6} \cdot 220 = 55 \text{ V},$$
$$U_2 = \frac{C}{C_2} U = \frac{1.5}{2} \cdot 220 = 165 \text{ V}.$$

Elektriskās ietaises dažkārt darbojas kā kondensators, kuram dielektriķis izveidots no dažādiem materiāliem.

Plakano kondensatoru ar dažādu materiālu dielektriķiem var aplūkot kā virknē saslēgtus kondensatorus ar vienādiem klājumu laukumiem, ja to dielektriķu saskares virsmas ir



1-12. att. Plakanais kondensators ar dažādu materiālu dielektriķiem.

ekvipotenciālas (1-12. att.). Ja kondensatoram ir divi dielektriķi, tad tā kopējo kapacitāti var aprēķināt šādi:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}$$

un

Kopējās kapacitātes aprēķina formula vispārīgā veidā tad ir šāda:

 $C = \frac{\frac{1}{\varepsilon_0 S}}{\frac{d_1}{d_1} + \frac{d_2}{d_2}}.$ 

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\sum \frac{d_i}{\varepsilon_i}} \,. \tag{1-16}$$

Plakanais kondensators ar diviem dielektriķiem rodas, piemēram, ja starp klājumu un cieto dielektriķi izveidojas gaisa slānis. Ja šādu kondensatoru, kuram gaisa slāņa biezums ir  $d_1$  un cietā dielektriķa biezums  $d_2$ , pieslēdz spriegumam U, tad pēc formulas (1-15) gaisa slānī darbojas šāds spriegums un elektriskā lauka intensitāte:

$$U_1 = \frac{C}{C_1} U$$
 un  $\mathcal{E}_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{CU}{C_1 d_1}$ ,

kur  $C_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_1}$  un  $C = \frac{\varepsilon_0 S}{\underline{d_1} + \underline{d_2}}$ .

Ievietojot  $C_1$  un C nozīmes iepriekšējā vienādojumā, pēc pārveidošanas iegūstam, ka

$$\mathcal{E}_1 = \frac{U}{d_1 + d_2 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

Analoģiski var pierādīt, ka cietajā dielektriķī elektriskā lauka intensitāte

$$\mathcal{E}_2 = \frac{U}{d_1 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + d_2}$$

No formulām redzams, ka  $\mathcal{E}_1$  var ievērojami pārsniegt  $\mathcal{E}_2$ , jo  $d_2 \gg d_1$  un  $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} < 1$ , tāpēc ir iespējama gaisa slāņa caursišana.

Cilindriskajā kondensatorā ar dažādu materiālu dielektriķiem (1-13. att.) attālumā R no cilindra ass, ja  $R_2 \ge R \ge R_1$ , ir šādas elektriskā lauka intensitātes:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_1\epsilon_0R_1}$$
 un  $\mathcal{E}_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_2\epsilon_0R_2}$ .

Ja  $\varepsilon_1 R_1 = \varepsilon_2 R_2$ , tad arī  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ . Pēc šāda principa izlīdzina elektriskā lauka intensitāti, piemēram, augstsprieguma kabeļos. Izolāciju tiem izveido no 2 vai 3 slāņiem, novietojot tālāk no ass materiālus ar mazāku relatīvo dielektrisko caurlaidību.

Jauktajā slēgumā apvienots kondensatoru paralēlais un virknes slēgums, tāpēc tā aprēķinam var lietot formulas (1-13) un (1-14). Sādu slēgumu izveido, piemēram, divu vadu un zemes sistēmas daļējās kapacitātes (1-14. att.). Vadi I un 2 uzlādēti ar pretējas zīmes lādiņiem  $Q_1$  un  $Q_2$ . Katru no šiem lādiņiem var sadalīt divās daļās:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{11}$$
 un  $Q_2 = Q_{21} + Q_{22}$ .



1-13. att. Cilindriskais kondensators ar dažādu materiālu dielektriķiem.





Vada 1 daļējais lādiņš  $Q_{12}$  saistīts ar vada 2 daļējo lādiņu  $Q_{21}$ , bet abu vadu daļējie lādiņi  $Q_{11}$  un  $Q_{22}$  saistīti ar zemē inducētajiem pretējās zīmes lādiņiem. Ja vadu potenciāls ir  $\varphi_1$  un  $\varphi_2$ , bet zemes potenciāls  $\varphi_0 = 0$ , tad vadu lādiņi ir

$$Q_1 = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + C_{11}\varphi_1$$

un

$$Q_2 = C_{21}(\varphi_2 - \varphi_1) + C_{22}\varphi_2.$$

Daļējās kapacitātes  $C_{12}=C_{21}$ ,  $C_{11}$  un  $C_{22}$  var aprēķināt pēc formulām (1-11) un (1-12), vai arī tās var noteikt eksperimentāli, izmērot vadu potenciālus un daļējos lādiņus. Zinot šīs kapacitātes, vadu ekvivalento kapacitāti var noteikt pēc sakarības

$$C = C_{12} + \frac{C_{11}C_{22}}{C_{11} + C_{22}}$$

#### 1-7. ELEKTRISKĀ LAUKA ENERĢIJA

Uzlādētā kondensatorā izveidojas elektriskais lauks, kuram piemīt noteikta potenciālā enerģija, jo šādā laukā elektriskais lādiņš spēj pastrādāt sprieguma un lādiņa reizinājumam proporcionālu darbu. Kondensatoru uzlādējot, šāds darbs jāveic ārējam spēkam.

Ja uzlādēšanas gaitā kondensatora lādiņš pieaug par elementāru lielumu dq, tad tā enerģija pieaug par lielumu udq = Cudu. Integrējot elementāros enerģijas pieaugumus sprieguma izmaiņas robežās no nulles līdz U, iegūstam kondensatora elektriskajā laukā uzkrāto enerģiju:

$$W_e = \int_{0}^{U} Cudu = \frac{CU^2}{2} , \qquad (1-17)$$

kur  $[W_e] = [CU^2] = F \cdot V^2 = \frac{C}{V} \cdot V^2 = C \cdot V = J.$ 

Plakanajā kondensatorā izveidojas homogēns elektriskais lauks, kurā enerģijas  $W_e$  sadalījums ir vienmērīgs. Šāda kondensatora dielektriķa tilpums V=Sd, kapacitāte  $C=\frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$  un elektriskā lauka *enerģijas blīvums* 

$$w_{\rm e} = \frac{W_{\rm e}}{V} = \frac{CU^2}{2Sd} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2}.$$

Ievietojot vienādojumā  $\frac{U}{d} = \mathcal{E}$  un  $\varepsilon \varepsilon_0 \mathcal{E} = D$ , iegūstam, ka

$$w_{\rm e} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \, \mathcal{E}^2}{2} = \frac{\mathcal{E}D}{2} \,, \qquad (1-18)$$

kur  $[w_e] = [\mathcal{E}D] = \frac{V}{m} \cdot \frac{C}{m^2} = \frac{J}{m^3}$ .

Formula (1-18) ir spēkā arī nehomogēnam elektriskajam laukam.

Piemērs. Plakanajam kondensatoram, kura kapacitāte  $C=2\mu F$  un elektriskais lādiņš  $Q=10^{-3}$  C, spriegums un elektriskā lauka enerģija ir

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = 500 \text{ V}$$

un

$$W_{\rm e} = \frac{CU^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 500^2}{2} = 0.25$$
 J.

Ja attālums starp kondensatora klājumiem d=0.02 mm un klājuma laukums S=0.84 m<sup>2</sup>, tad elektriskā lauka intensitāte, elektriskā nobīde un elektriskā lauka enerģijas blīvums ir šāds:

$$\mathcal{E} = \frac{U}{d} = \frac{500}{0.02 \cdot 10^{-3}} = 25 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 25 \frac{\text{MV}}{\text{m}},$$
$$D = \frac{Q}{S} = \frac{10^{-3}}{0.84} = 1.19 \cdot 10^{-3} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

un

vai

$$w_{e} = \frac{CD}{2} = \frac{25 \cdot 10^{6} \cdot 1.19 \cdot 10^{-3}}{2} = 14.9 \cdot 10^{3} \frac{J}{m^{5}}$$

 $w_{\rm e} = \frac{W_{\rm e}}{Sd} = \frac{0.25}{0.84 \cdot 0.02 \cdot 10^{-3}} = 14.9 \cdot 10^3 \frac{\rm J}{\rm m^3} \,.$ 

#### 1-8. UZDEVUMI

1. Ūdeņraža atomā ap kodolu, kura lādiņš  $q_+=1,59\cdot 10^{-19}$  C, riņķo elektrons, kura lādiņš  $q_-=1,59\cdot 10^{-19}$  C. Aprēķināt abu lādiņu pievilkšanās spēku *F*, ja elektrona orbītas vidējais rādiuss  $R=5,3\cdot 10^{-11}$  m.

Atrisinājums. Pēc Kulona likuma

$$F = \frac{q_+ q_-}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} = \frac{(1.59 \cdot 10^{-19})^2}{4\pi\cdot 1 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} (5.3 \cdot 10^{-11})^2} = 0.81 \cdot 10^{-7} \,\mathrm{N}.$$

 Aprēķināt brīvā elektrona kustības maksimālo ātrumu v<sub>m</sub> homogēnā elektriskajā laukā, ko veido divi attālumā l=3 cm

· 27

vakuumā novietotie elektrodi, ja elektriskā lauka intensitāte  $\mathcal{E} = 1 \frac{MV}{m}$  un elektrona masa  $m_0 = 0.9 \cdot 10^{-30}$  kg.

A trisinājums. Homogēnā elektriskajā laukā ar konstantu intensitāti  $\mathcal{B} = 1 \frac{MV}{m} = 10^6 \frac{V}{m}$  uz elektronu, kura lādiņš  $q_{-}=1.59 \cdot 10^{-19}$  C, darbojas spēks  $F = \mathcal{B} q_{-} = 10^6 \cdot 1.59 \cdot 10^{-19} = 1.59 \cdot 10^{-13}$  N un elektrons, kura masa  $m_0 = 0.9 \cdot 10^{-30}$  kg, iegūst paātrinājumu  $a = \frac{F}{m_0} = \frac{1.59 \cdot 10^{-13}}{0.9 \cdot 10^{-30}} = 1.77 \cdot 10^{17} \frac{m}{s^2}$ . Vakuumā elektrona brīvā ceļa garumu ierobežo vienīgi attālums starp elektrodiem l=3 cm=0.03 m, un pirms saduršanās ar elektrodu elektrons kustas ar maksimālo ātrumu  $v_m = \gamma 2al = \gamma 2 \cdot 1.77 \cdot 10^{17} \cdot 0.03 = 1.03 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 100 000 \frac{\text{km}}{s}$ .

3. Aprēķināt elektriskā lauka intensitāti un elektrisko nobīdi gaisā attālumā R = 15 cm no lādiņa  $Q = 2 \cdot 10^{-4}$  C.

Atrisinājums. Elektriskā lauka intensitāte $\mathbf{\mathcal{E}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} = \frac{2\cdot 10^{-4}}{4\pi\cdot 1\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 0.15^2} = 0.8\cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 80 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$ un elektriskā nobīde

$$D = \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 0.15^2} = 0.71 \cdot 10^{-3} \frac{C}{m^2}.$$

4. Homogēnā elektriskajā laukā starp punktiem A un B pārvietojas elektriskais lādiņš q=2 C. Aprēķināt spriegumu U starp šiem punktiem un lauka intensitāti  $\mathcal{E}$ , ja attālums starp punktiem l=1,5 m un lādiņa pastrādātais darbs A=1,5 J.

Atrisinājums.  $U = \frac{A}{q} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ V}.$  Homogēnā elektriskajā laukā  $\mathcal{E} = \text{const}, \ U = \mathcal{E} (R_A - R_B) = \mathcal{E} l$  un  $\mathcal{E} = \frac{U}{l} = \frac{7,5}{1,5} = -5 \frac{V}{m}.$ 

5. Elektriskajā laukā starp punktiem A un B pārvietojas elektriskais lādiņš q=0,1 C. Punkta A potenciāls  $\varphi_A=3000$  V, bet punktā B lādiņam piemīt potenciālā enerģija  $W_B=200$  J. Aprēķināt spriegumu U starp šiem punktiem un elektriskā lādiņa pastrādāto darbu A.

Atrisinājums. Punkta *B* potenciāls  $\varphi_B = \frac{W_B}{q} = \frac{200}{0,1} =$ =2000 V, spriegums  $U = \varphi_A - \varphi_B = 3000 - 2000 = 1000$  V un A == $Uq = 1000 \cdot 0, 1 = 100$  J.

6. Aprēķināt plakanā kondensatora izmērus, ja tā darba spriegums  $U_{\rm N}$ =10 000 V, rezerves koeficients 2, kapacitāte C= =0.02 µF un dielektriķis izgatavots no vizlas ( $\epsilon$ =7).

Atrisinājums. Attālums d starp kondensatora klājumiem jāizvēlas tāds, lai elektriskā lauka intensitāte nepārsniegtu 1-2. tabulā uzrādīto vizlas caursišanas intensitātes vērtību  $\mathcal{E}_{c} = 50 \frac{MV}{m}$ . Tādā gadījumā

 $d = \frac{2U_{\rm N}}{\mathcal{E}_{\rm c}} = \frac{2 \cdot 10\,000}{50 \cdot 10^6} = 0.4 \cdot 10^{-3} {\rm m} = 0.4 {\rm mm}$ 

un kondensatora klājuma laukums

$$S = \frac{Cd}{0.885\varepsilon} = \frac{20\,000\cdot0.4}{0.885\cdot7} = 1290\,\,\mathrm{cm}^2.$$

7. Spriegumam U=220 V paralēli pieslēgti kondensatori, kuru kapacitātes ir  $C_1=1$  µF,  $C_2=2$  µF un  $C_3=3$  µF. Aprēķināt kondensatoru lādiņus.

Atrisinājums. Paralēlajā slēgumā kondensatoriem ir vienāds spriegums U=220 V un dažādi lādiņi  $Q_1=C_1U=$ = $10^{-6} \cdot 220 = 2,2 \cdot 10^{-8} C$ ,  $Q_2=C_2U=2 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 4,4 \cdot 10^{-8} C$  un  $Q_3=C_3U=3 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 6,6 \cdot 10^{-8} C$ . Kopējais kondensatoru lādiņš  $Q=Q_1+Q_2+Q_3=(2,2+4,4+6,6)$   $10^{-8}=13,2 \cdot 10^{-8} C$  vai  $C=C_1+C_2+C_3=1+2+3=6 \,\mu\text{F}$  un  $Q=CU=6 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 13,2 \cdot 10^{-8} C$ .

8. Virknē saslēgto kondensatoru  $C_1=10 \ \mu\text{F}$  un  $C_2=40 \ \mu\text{F}$ lādiņš  $Q=0,0016 \ \text{C}$ . Aprēķināt abu kondensatoru spriegumus  $U_1$  un  $U_2$ .

A trisinājums. Virknē saslēgto kondensatoru ekvivalentā kapacitāte  $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8 \,\mu\text{F}$ , kopējais spriegums  $U = \frac{Q}{C} = \frac{0,0016}{8 \cdot 10^{-6}} = 200 \text{ V}$  un kondensatoru spriegums  $U_1 = \frac{C}{C_1} U = \frac{8}{10} \cdot 200 = 160 \text{ V}, U_2 = \frac{C}{C_2} U \stackrel{\text{def}}{=} \frac{8}{40} \cdot 200 = 40 \text{ V}.$ 

9. Spriegumam U = 6000 V jāpieslēdz kondensatoru baterija tā, lai tās uzkrātais lādiņš būtu Q = 0,0015 C. Noskaidrot nepieciešamo kondensatoru skaitu un to slēguma veidu, ja katra kondensatora kapacitāte  $C_N = 2 \,\mu\text{F}$  un darba spriegums  $U_N =$ = 250 V.

Atrisinājums. Spriegumam U=6000 V jāpieslēdz virknē  $m = \frac{U}{U_N} = \frac{6000}{250} = 24$  kondensatori, kuru kapacitāte  $C' = \frac{C_N}{m} =$  $= \frac{2}{24} = \frac{1}{12} \mu \text{F}$  un lādiņš  $Q' = C'U = \frac{1}{12} \cdot 10^{-6} \cdot 6000 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ . Lādiņu  $Q = 15 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  var iegūt, saslēdzot paralēli  $n = \frac{Q}{Q'} = \frac{15}{5} = 3$ , virknē saslēgto kondensatoru ķēdes. Tādā gadījumā nepieciešamais kondensatoru skaits  $mn = 24 \cdot 3 = 72$ .

10. Aprēķināt kondensatoros uzkrāto enerģiju  $W_e$ , ja to kapacitāte  $C = 1 \,\mu\text{F}$  un spriegums  $U = 1000 \,\text{V}$ . Noskaidrot, kā izmainās uzkrātā enerģija, ja kapacitāti palielina 2 reizes, pie tam 1) kondensatori pieslēgti spriegumam un 2) kondensatori atslēgti no sprieguma.

Atrisinājums. Kondensatoros uzkrātā enerģija  $W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 1000^2}{2} = 0,5 \text{ J.} 1$ ) No sprieguma neatslēgtiem kondensatoriem spriegums U neizmainās, ja kapacitāti C palielina 2 reizes. Tādā gadījumā enerģija  $W_e$  arī palielinās 2 reizes. 2) No sprieguma atslēgtiem kondensatoriem neizmainās lādiņš  $Q = CU = 10^{-6} \cdot 1000 = 10^{-3} \text{ C. Kapacitāti } C$  palielinot 2 reizes, spriegums U un enerģija  $W_e$  samazinās 2 reizes.

#### Otrā nodaļa

#### LĪDZSTRĀVA

#### 2-1. ELEKTRISKĀ ĶĒDE UN TĀS PAMATLIELUMI

Elektriskā strāva plūst noslēgtā elektriskajā ķēdē, kas sa stāv no elektroenerģijas avota un patērētāja (2-1. att.). Avotam pievadītā neelektriskā enerģija pārveidojas elektroenerģijā, bet patērētājā enerģijas pārveidošanās process ir pretējs. Elektroenerģijas pārvadīšanai no avota līdz patērētājam lieto elektrisko tīklu.

Noslēgtā elektriskajā ķēdē darbojas šādi četri pamatlielumi: elektrodzinējspēks E, spriegums U, strāvas stiprums I un pretestība r.

Par elektrodzinējspēku (saīsināti EDS) sauc darbu, ko veic ārējie (neelektrostatiskie) spēki, pārvietodami pozitīvu elektriskā lādiņa vienību no punkta ar zemāku potenciālu uz punktu ar augstāku potenciālu. Iepriekšējā nodaļā noskaidrojām, ka par spriegumu sauc darbu, kuru iegūst, ja pozitīva elektriskā lādiņa vienība elektriskā lauka spēku iedarbībā pārvietojas no punkta ar augstāku potenciālu uz punktu ar zemāku potenciālu.



2-1. att. Noslēgta elektriskā kēde.

Tā kā EDS un spriegums izsaka darbu, tad tos mērī vienādās mērvienībās — voltos (V). Saskaņā ar definīcijām EDS darbojas virzienā no negatīvās spailes uz pozitīvo avota vai patērētāja spaili, bet spriegums — no pozitīvās spailes uz negatīvo spaili (2-1. att.).

Par elektrisko strāvu sauc elektrisko lādinu kustību noteiktā virzienā. Tās skaitlisko vērtību var noteikt pēc lādina, kas izplūst caur vadītāja šķērsgriezumu laika vienībā. Līdzstrāva laikā nemainās, un to var aprēkināt pēc sakarības

$$I = \frac{Q}{t}, \qquad (2-1)$$

kur Q — elektriskais lādiņš (C),

t - laiks (s).

I — strāvas stiprums (A).

Absolūtajā praktiskajā racionalizētajā mērvienību sistēmā MKSA ampēru kā pamatmērvienību definē kā tādu nemainīgu elektrisko strāvu, kas, plūzdama pa katru no diviem bezgalīgi gariem, taisniem, 2 metru attālumā bezgaisa telpā novietotiem paralēliem vadiem ar neievērojami maziem riņķveida šķērsgriezuma laukumiem, rada starp šiem vadiem uz katru to garuma metru savstarpējas iedarbības spēku, kas vienai desmitmiljonai (0,0000001) masas kilograma dalai pieškir paātrinājumu  $1 \frac{m}{s^2}$ .

Lielas strāvas mērī kiloampēros kA (103 A), bet mazas strāvas — miliampēros mA (10<sup>-3</sup> Å) un mikroampēros µA (10<sup>-6</sup> Å).

Vadītājos var pārvietoties dažādas zīmes lādiņi dažādos virzienos. Tā, piemēram, metālos pārvietojas brīvie elektroni ar negatīviem lādiņiem, elektrolītos pārvietojas pozitīvie un negatīvie joni pretējos virzienos, bet pusvadītājos izšķir pozitīvo (caurumu) un negatīvo (elektronu) vadītspēju. Lai panāktu šajā jautājumā vienveidību un noteiktību, par strāvas virzienu nosacīti pieņem virzienu, kurā pārvietojas reāli vai fiktīvi pozitīvie elektriskie lādini (2-2. att.).

1 2-2. att. Elektriskās strāvas nosacīti pieņemtais virziens.

Vadītājā ar garumu *l*, škērsgriezuma laukumu S un brīvo lādinu tilpuma vienībā q brīvo lādiņu kopsumma ir

$$Q = qSl.$$

Ja lādiņi laikā t noiet ceļu l, tad to vidējais kustības ātrums ir

$$v_{vid} = \frac{l}{t}$$

un pēc formulas (2-1) strāvas stiprums

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{qSl}{t} = qSv_{vid}$$

Elektriskajā laukā ar intensitāti & uz brīvajiem lādiniem q darbojas
spēks  $F = \mathcal{E}q$ , kas lādiņu nesējiem ar masu m piešķir paātrinājumu a = $=\frac{F}{m}=\frac{\mathcal{E}q}{m}$ . Ja vidējais laiks starp divām lādiņu nesēju sadursmēm ir  $\tau$ , tad to vidējais ātrums

$$v_{\rm vid} = \frac{u\tau}{2} = \frac{\mathcal{E}\,q\tau}{2m} \,.$$

Homogēnā elektriskajā laukā ar spriegumu U starp vadītāja galiem elektriskā lauka intensităte ir  $\mathcal{E} = \frac{U}{I}$  un lâdiņu nesēju vidējais kustības ātrums

$$v_{\rm vid} = \frac{q\tau}{2m} \cdot \frac{U}{l} \, .$$

Ievietojot atrasto ātruma nozīmi strāvas izteiksmē, iegūstam vienādojumu  $I = \frac{q^2 \tau}{2m} \cdot \frac{S}{J} \cdot U.$ 

Atrasto sakarību var uzrakstīt arī šādi:

$$I = \sigma U$$

 $I = \frac{U}{I}$ 

Lielumu  $g = \frac{q^2\tau}{2m} \cdot \frac{S}{l} = \gamma \frac{S}{l}$  sauc par vadītspēju un apgriezto lielumu  $r = \frac{1}{R}$ par pretestibu.

No iegūtās formulas, kas izsaka Oma likumu, redzam, ka strāva ir proporcionāla spriegumam un apgriezti proporcionāla pretestībai.

Elektriskā pretestība ir atkarīga no vadītāja garuma, šķērsgriezuma laukuma, materiāla un temperatūras. Pretestību atkarībā no pirmiem trim faktoriem var aprēķināt pēc formulas

$$r = \frac{l}{\gamma S}, \qquad (2-2)$$

kur l — vadītāja garums (m vai cm), S — vadītāja šķērsgriezuma laukums (mm² vai cm²),

 $\gamma$  — īpatnējā vadītspēja  $\left(\frac{m}{\Omega \cdot mm^2} = 10^{-4} \frac{l}{\Omega \cdot cm}\right)$ ,

r — pretestība ( $\Omega$ ).

Lielas pretestības mērī kiloomos kΩ (103 Ω) vai megomos MΩ (106 Ω). Elektrotehnikā visbiežāk lietoto metālu īpatnējā vadītspēja  $\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$  ir šāda: varam  $\gamma$ =53, alumīnijam  $\gamma$ =32, nihromam v = 0.9.

Elektrolītos pie noteiktas koncentrācijas īpatnējā vadītspēja sasniedz maksimālo vērtību. Tā, piemēram, sērskābes šķīdumam vadītspēja ir vislielākā, ja tā blīvums ir 1,225.

3 - A. Lielturks

Pretestību atkarībā no temperatūras robežās no 0 līdz 100 °C metāliem un elektrolītiem var izteikt ar lineāru vienādojumu

 $r_2 = r_1 [1 + \alpha (\Theta_2 - \Theta_1)], \qquad (2-3)$ 

kur  $r_2$  — pretestība pie temperatūras  $\Theta_2$ °C,

 $r_1$  — pretestība pie temperatūras  $\Theta_1$  °C,

α — temperatūras koeficients.

Ķīmiski tīriem metāliem var pieņemt, ka  $\alpha \approx 0,004$ , bet dažādu metālu sakausējumiem tas ir ievērojami mazāks, piemēram, nihromam  $\alpha \approx 0,00015$ . Elektrolītiem temperatūras koeficients ir negatīvs lielums, jo, temperatūrai pieaugot, to pretestība samazinās. Lielākajai daļai elektrolītu var pieņemt, ka  $\alpha \approx -0,02$ .

Pusvadītājos pretestība atkarībā no temperatūras mainās pēc šādas sakarības:

 $r = Ae^{B/T}$ ,

kur A un B — materiāla konstantes,

T − absolūtā temperatūra (°K),

e=2,72 — naturālo logaritmu bāze.

Pēc formulas (2-3) aprēķinātais temperatūras koeficients

$$\alpha = \frac{r_2 - r_1}{r_1(\Theta_2 - \Theta_1)} = \frac{\Delta r}{r_1 \cdot \Delta \Theta} \approx \frac{dr}{r_1 \cdot d\Theta} = -\frac{B}{T^2}$$

pusvadītājiem, tāpat kā elektrolītiem, ir negatīvs lielums.

Drošības tehnikas ietaisēs liela nozīme ir iezemējuma pretestībai, kas nedrīkst pārsniegt noteikumos uzrādīto vērtību. Tā ir atkarīga no zemes īpatnējās pretestības  $\varrho = \frac{1}{\gamma}$ , kuru attiecina uz kubu ar šķautnēm 1 cm, un to mērī  $\Omega$ cm. Zemes īpatnējā pretestība ir atkarīga no augsnes tipa, mitruma un temperatūras. Aptuveniem aprēķiniem var pieņemt, ka kūdrai  $\varrho = 2000 \,\Omega$ cm, aramzemei  $\varrho = 10\,000\,\Omega$ cm, mitrai smiltij  $\varrho =$ =40 000  $\Omega$ cm.

# 2-2. OMA UN KIRHHOFA LIKUMI

Lai aprēķinātu elektrisko ķēdi, jāzina sakarības starp tās pamatlielumiem — EDS, spriegumu, strāvas stiprumu un pretestību. Nesazarotā elektriskajā ķēdē šīs sakarības izteic Oma likums, bet sazarotās elektriskajās ķēdēs tās izteic divi Kirhhofa likumi.

Oma likumu var attiecināt uz visu ķēdi, kā arī uz tās daļām (2-1. att.). Elektroenerģijas avotā EDS ir lielāks par spriegumu iekšējā sprieguma krituma  $Ir_0$  dēļ, tāpēc strāva plūst EDS virzienā un

$$U = E - Ir_0. \tag{2-4}$$

Elektroenerģijas patērētājā EDS ir mazāks par spriegumu iekšējā sprieguma krituma *Ir* dēļ, tāpēc strāva plūst sprieguma virzienā un

$$U = E + Ir. \tag{2-5}$$

Tā kā strāvas un EDS virzieni šeit ir pretēji, tad EDS patērētājā sauc par pretvirziena EDS. Šāds patērētājs ir, piemēram, elektrodzinējs vai akumulators (uzpildot).

Dažos patērētājos, piemēram, elektriskajās kvēlspuldzēs vai sildaparātos, nerodas pretvirziena EDS, un Oma likumam tad ir šāds veids:

 $U = Ir. \tag{2-6}$ 

Oma likumu var attiecināt arī uz noslēgtu elektrisko ķēdi. Ja šādā ķēdē ieslēgts patērētājs bez pretvirziena EDS, tad, neievērojot sprieguma zudumus tīklā, pēc formulām (2-4) un (2-6) Oma likumam ir šāds veids:

$$U = E - Ir_0 = Ir$$
  
 $E = I(r_0 + r).$  (2.7)

vai

3\*

Sazarotas elektriskās ķēdes ģeometriskie elementi ir zari, mezgla punkti un kontūri. Zars sastāv no viena vai vairākiem virknē saslēgtiem elementiem ar EDS vai bez tā (2-3. att. a). Mezgla punktā ir savienoti trīs vai vairāki zari. Starp diviem mezgla punktiem ieslēgtus zarus sauc par paralēliem (2-3. att. b). Par kontūru sauc no vairākiem zariem sastādītu elektriskās ķēdes daļu. 2-3. attēlā c dotajai elektriskajai ķēdei ir 3 zari, divi mezgla punkti un 3 noslēgti kontūri.



2-3. att. Sazarotas elektriskās kēdes ģeometriskie elementi: zari (a), mezgla punkti (b) un kontūri (c).

Pirmais Kirhhofa likums attiecas uz mezgla punktiem, un tā matemātiskais pieraksts ir šāds:

$$\Sigma I_i = 0, \tag{2-8}$$

t. i., strāvu algebriskā summa mezgla punktā ir vienāda ar nulli. Sastādot strāvu algebrisko summu, jāievēro strāvu virzieni mezgla punktā. Parasti mezgla punktam pieplūstošās strāvas pieņem par pozitīvām, bet no tā aizplūstošās — par negatīvām. No 2-4. attēlā dotā piemēra redzam, ka pirmo Kirhhofa likumu var attiecināt ne vien uz mezgla punktiem, bet arī uz noslēgtam kontūram pievadītām un no tā aizvadītām strāvām.



2-4. att. Pirmā Kirhhofa likuma pielietošanas piemēri.

Otrais Kirhhoja likums attiecas uz noslēgtiem kontūriem, un tā matemātiskais pieraksts ir šāds:

$$\Sigma E_i = \Sigma I_i r_i, \tag{2-9}$$

t. i., noslēgtā kontūrā EDS algebriskā summa ir vienāda ar spriegumu kritumu algebrisko summu.



2-5. att. Otrā Kirhhofa likuma pielietošanas piemēri.

Sastādot EDS un spriegumu kritumu algebrisko summu, jāievēro EDS un strāvu virzieni. Pieņemot vienu kontūra apiešanas virzienu par pozitīvu, pretējais virziens ir jāuzskata par negatīvu (2-5. att. a). No 2-5. attēlā b dotā piemēra redzam, ka otrais Kirhhofa likums vienkāršai noslēgtai ķēdei ir arī Oma likums.

# 2-3. ELEKTROENERĢIJA UN ELEKTRISKĀ JAUDA

Par elektroenerģiju sauc elektriskā lādiņa Q = It pastrādāto darbu:

$$A = UQ = UIt, \tag{2-10}$$

kur U — spriegums (V),

I — strāvas stiprums (A),

t - laiks(s),

A — elektroenerģija (J vai Ws).

Džouls ir ļoti maza vienība, tāpēc praktiskām vajadzībām lieto lielāku mērvienību — kilovatstundu:

 $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}.$ 

Laika vienībā ražoto vai patērēto elektroenerģiju sauc par elektrisko jaudu P un

$$P = \frac{A}{t} = UI.$$

Izmantojot formulu (2-6), iegūstam šādas jaudas aprēķina izteiksmes:

$$P = UI = I^2 r = \frac{U^2}{r} , \qquad (2-11)$$

kur U — spriegums (V),

I — strāvas stiprums (A),

r — pretestība ( $\Omega$ ),

P - jauda (W).

Lielas jaudas mērī megavatos MW ( $10^6$  W) un kilovatos kW ( $10^3$  W), bet mazas jaudas — milivatos mW ( $10^{-3}$  W).

Elektrisko jaudu nosaka elektriskās ķēdes ārējā (patērētāja) pretestība r. Šo atkarību var atrast pēc formulas (2-4). Reizinot vienādojumu ar strāvas stiprumu I, iegūstam elektroenerģijas avota jaudas bilances vienādojumu:

$$UI = EI - I^2 r_0$$

vai

$$P = EI - I^2 r_0,$$

kur EI — avotam pievadītā neelektriskā jauda,

P = UI — no avota iegūtā elektriskā jauda,

I<sup>2</sup>r<sub>0</sub> — jaudas zudumi avotā.

Elektriskās ķēdes darbības robežgadījumos — tukšgaitā un īsslēguma gadījumā ārējā pretestība, strāvas stiprums, spriegums un jauda ir šādi: tukšgaitā

 $r = \infty$  (ķēde pārtraukta),

$$I = \frac{E}{r_0 + r} = 0,$$
  

$$U = E - Ir_0 = E,$$
  

$$P = UI = E \cdot 0 = 0;$$

īsslēguma gadījumā

$$r=0,$$

$$I=\frac{E}{r_0+r}=\frac{E}{r_0},$$

$$U=E-Ir_0=0,$$

$$P=UI=0\cdot\frac{E}{r_0}=0.$$

Abos robežgadījumos elektriskā jauda *P* ir vienāda ar nulli, bet starpstāvokļos tai jābūt lielākai par nulli, tāpēc noteiktas ārējās ķēdes pretestības gadījumā jauda sasniedz maksimālo vērtību.

Lai noskaidrotu maksimālās jaudas rašanās apstākļus, pielīdzināsim nullei elektriskās jaudas izteiksmes pirmo atvasinājumu pēc strāvas:

$$P = EI - I^2 r_0;$$

$$\frac{dF}{dI} = E - 2Ir_0 = 0;$$

$$I = \frac{E}{2r_0}; \quad U = E - Ir_0 = \frac{E}{2}; \quad r = \frac{U}{I} = r_0; \quad P = UI = \frac{E^2}{4r_0}.$$

No iegūtajām sakarībām redzam, ka elektriskā jauda sasniedz maksimālo vērtību, ja ārējās kēdes pretestība ir vienāda ar elektroenerģijas avota iekšējo pretestību. Sādos apstākļos strāvas stiprums ir vienāds ar pusi no īsslēguma strāvas stipruma un spriegums ir vienāds ar pusi no tukšgaitas sprieguma, bet elektroenerģijas avota lietderības koeficients

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = 0,5.$$

Lai sasniegtu lielāku lietderības koeficientu, stipro strāvu iekārtu darbināšanai izvēlas  $r > r_0$ . Vājstrāvas iekārtās, ja lietderības koeficients nav noteicošais faktors, lai panāktu maksimālo jaudu, iekārtu darbināšanai izvēlas  $r=r_0$ .

# 2-4. ELEKTROENERĢIJAS PĀRVĒRŠANĀS SILTUMĀ

Elektrisko lādiņu nesēji, virzīdamies pa vadītāju, saduras cits ar citu un ar vielas molekulām. Šo sadursmju rezultātā lādiņu nesēju un molekulu haotiskās kustības kinētiskā enerģija pieaug un elektroenerģija pārvēršas siltumā.

Eksperimentāli noskaidrots, ka viens džouls elektroenerģijas var radīt 0,24 cal un viena kilovatstunda  $\frac{0,24 \cdot 3,6 \cdot 10^6}{1000} = 860$  kcal siltuma. Ievērojot šo faktu, elektroenerģijas radīto siltumu var aprēķināt pēc šādas formulas:

$$Q = 0.24A = 0.24UIt = 0.24I^2rt, \qquad (2-12)$$

kur A — elektroenerģija (J),

I — strāvas stiprums (A),

r — pretestība ( $\Omega$ ),

t - laiks (s),

Q — siltuma daudzums (cal).

No iegūtās formulas redzam, ka vadītājā izdalītais siltums ir proporcionāls strāvas stipruma kvadrātam, vadītāja pretestībai un strāvas plūšanas laikam. Šo sakarību 1844. gadā eksperimentāli atklāja krievu zinātnieks Lencs un angļu zinātnieks Džouls, tāpēc to sauc par *Lenca-Džoula likumu*.

Elektriskās strāvas izdalīto siltumu izmanto praktiskām vajadzībām dažādās elektriskās sildierīcēs, bet elektriskajās mašinās un aparātos izdalītais siltums var radīt nepieļaujamu temperatūras pieaugumu, kas var sabojāt izolāciju. Vados pieļaujamā maksimālā strāva, ar kuru ilgstoši strādājot temperatūra nepārsniedz pieļaujamo robežu, ir atkarīga no vada materiāla, izolācijas, dzesēšanas apstākļiem un vada šķērsgriezuma laukuma. Tā, piemēram, vara vadiem ar gumijas izolāciju, novietojot tos atklāti gaisā, kura temperatūra ir +25 °C, maksimāli pieļaujamais strāvas stiprums atkarībā no vada šķērsgriezuma laukuma dots 2-1. tabulā.

| 0 |       |      |   |
|---|-------|------|---|
|   | 0     | D 11 | 0 |
| 1 | <br>1 |      |   |
|   |       | D 24 |   |

| Vada šķērsgrie-<br>zuma laukums<br>(mm²) | Maksimāli pieļau-<br>jamais strāvas<br>stiprums (A) | Vada šķērsgrie-<br>zuma laukums<br>(mm²) | Maksimāli pieļau<br>jamais strāvas<br>stiprums (A) |
|--|---|--|--|
| _0,5                                     | 11  | 35                                       | 170  |
| 0.75                                     | 15  | 50                                       | 215  |
| 1  | 17  | 70                                       | 270  |
| 1.5                                      | 23  | 95                                       | 330  |
| 2,5                                      | 30  | 120                                      | 385  |
| 4  | 41  | 150                                      | 440  |
| 6  | 50  | 185                                      | 510  |
| 10                                       | 80  | 240                                      | 605  |
| 16                                       | 100   | 300                                      | 695  |
| 25                                       | 140   | 400                                      | 830  |

Lai pasargātu vadus no pārkaršanas īsslēguma un pārslodžu gadījumā, ķēdē ieslēdz kūstošus drošinātājus. Tos izveido no stieples ar mazāku šķērsgriezuma laukumu. Ja strāva pārsniedz noteiktu vērtību, tad drošinātāja stieple izkūst un pārtrauc ķēdi.

#### 2-5. LINEĀRU LĪDZSTRĀVAS ĶĒZU APRĒĶINS

Lineārā elektriskajā ķēdē strāvas stiprums vai virziens neietekmē ķēdes pretestību, tāpēc sakarības starp ķēdes EDS, spriegumiem, strāvas stiprumiem un pretestībām var izteikt ar lineāriem vienādojumiem — Oma un Kirhhofa likumiem. Aplūkosim nesazarotas lineāras līdzstrāvas ķēdes un sazarotu lineāru līdzstrāvas ķēžu aprēķina metodes.

Pretestību virknes slēgums. Virknes slēgumā visos kēdes elementos plūst vienāda stipruma strāva, bet to spriegumi var būt dažādi. Pēc shēmas (2-6. att.) un Oma likuma var rakstīt, ka

$$U = U_1 + U_2$$
,  $Ir = Ir_1 + Ir_2$  un  $r = r_1 + r_2$ .

Virknes slēguma *ekvivalentās pretestības* aprēķina formulas vispārīgais veids ir šāds:

$$r = \Sigma r_i. \tag{2-13}$$

Dažkārt virknes slēgumam, kura kopējais spriegums un kēdes



2-6. att. Pretestību virknes slēgums.

pretestības ir zināmas, jānosaka *daļējie spriegumi*. To var izdarīt pēc formulas (2-14), kas iegūta šādi:

$$I = \frac{U_1}{r_1} = \frac{U}{r_1 + r_2}$$
 un  $U_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2}U$ 

vai vispārīgā veidā

$$U_i = \frac{r_i}{\Sigma r_i} U. \tag{2-14}$$

Ieslēdzot virknē ar konstantu pretestību reostatu, var regulēt ķēdes strāvu (2-7. att. a). Strāvas izmaiņas robežas un raksturs šādā ķēdē ir atkarīgs no reostata maksimālās un ķēdes

konstanto pretestību attiecības. Ja elektroenerģijas avota iekšējā pretestība ir  $r_0$ , konstantā pretestība R un reostata ieregulētā pretestība r, tad ķēdē plūst strāva  $I = \frac{E}{r_0 + R + r}$ . Ieregulējot r=0, strāva ķēdē sasniedz maksimālo vērtību  $I_{maks} = \frac{E}{r_0 + R}$ .



Izdalot abu strāvu izteiksmes, iegūstam proporciju

$$\frac{I}{I_{\text{maks}}} = \frac{r_0 + R}{r_0 + R + r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{r_0 + R}}.$$

Apzīmējot reostata maksimālo pretestību ar  $r_{maks}$ , proporciju var izteikt šādā veidā:

$$\frac{I}{I_{\text{maks}}} = \frac{1}{1 + \frac{r}{r_{\text{maks}}} \cdot \frac{r_{\text{maks}}}{r_0 + R}}$$

Vienādojumam atbilst 2-7. attēlā *b* parādītās strāvas regulēšanas līknes  $\frac{I}{I_{maks}} = f\left(\frac{r}{r_{maks}}\right)$ , ja  $\frac{r_{maks}}{r_0 + R} = \text{const.}$  No līknēm redzam, ka relatīvi lielas virknes reostata pretestības gadījumā  $\left(\frac{r_{maks}}{r_0 + R} = 40\right)$  var panākt plašākas regulēšanas robežas, bet tad strāva sākumā strauji samazinās. Vienmērīgāku regulēšanu panāk, lietojot reostatu ar  $r_{maks} \leqslant 5(r_0 + R)$ .

Pretestību paralēlais slēgums. Paralēlajā slēgumā visiem zariem ir vienādi spriegumi, bet pa to plūstošo strāvu stiprumi var būt dažādi (2-8. att.). Pēc pirmā Kirhhofa un Oma likuma varam rakstīt, ka

$$I = I_1 + I_2$$
,  $\frac{I}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U}$  un  $g = g_1 + g_2$ .

Paralēlā slēguma ekvivalentās vadītspējas aprēķina formulas vispārīgais veids ir šāds:

$$g = \Sigma g_i. \tag{2-15}$$

Salīdzinot formulas (2-15) un (2-13), redzam, ka paralēlā slēguma ekvivalentās vadītspējas un virknes slēguma ekvivalentās pretestības var aprēķināt pēc analoģiskām sakarībām.



2-8. att. Pretestību paralēlais slēgums.

Divu paralēlu zaru gadījumā var lietot arī ekvivalentās pretestības aprēķina formulu:

 $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ 

vai

$$=\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}:$$
 (2-16)

Formulas (2-16) vietā lieto arī simbolisku apzīmējumu

 $r = r_1 || r_2.$ 

Lielāka paralēlo zaru skaita gadījumā pretestību formulas ir neērtas, tāpēc tās lieto reti. Tā, piemēram, paralēlajam slēgumam ar trīs zariem ekvivalentās pretestības aprēķina formula ir šāda:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \text{ vai } r = \frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}$$

Dažkārt paralēlajam slēgumam, kura kopējais strāvas stiprums un zaru vadītspējas ir zināmas, jānosaka strāvas stiprums zaros. To var izdarīt pēc formulas (2-17), kas iegūta šādi:

$$U = \frac{I_1}{g_1} = \frac{I}{g_1 + g_2}$$
 un  $I_1 = \frac{g_1}{g_1 + g_2} I$ 

vai vispārīgā veidā

$$I_i = \frac{g_i}{\Sigma g_i} I. \tag{2-17}$$

Divu paralēlu zaru gadījumā strāvas stiprumu zaros var noteikt arī pēc formulas (2-18), kas iegūta no sakarības

$$U = I_1 r_1 = I_2 r_2 = I \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$
,

no kurienes

$$I_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} I$$
 un  $I_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} I.$  (2-18)

Ieslēdzot paralēli konstantai pretestībai reostatu, var regulēt tās strāvu (2-9. att. a). Strāvas izmaiņas robežas un raksturs šādā pretestībā ir atkarīgs no reostata maksimālās pretestības attiecības pret ķēdes konstantajām pretestībām. Ja elektroenerģijas avota iekšējā pretestība ir  $r_0$ , konstantā pretestība R un reostata ieregulētā pretestība r, tad pēc pirmā Kirhhofa un Oma likumiem sakarību starp ķēdes strāvām var izteikt šādi:

$$I_1 - I - I_2 = \frac{E - U}{r_0} - \frac{U}{R} - \frac{U}{r} = \frac{E}{r_0} - U\left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right) = 0.$$

Starp kēdes mezgla punktiem a un b tad darbojas spriegums

$$U = \frac{E}{r_0 \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)}$$

un konstantajā pretestībā plūst strāva

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E}{r_0 R \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)} = \frac{E}{R + r_0 + \frac{r_0 R}{r}}$$

Ieregulējot  $r = \infty$ , strāva konstantajā pretestībā sasniedz maksimālo vērtību $I_{\text{maks}} = \frac{E}{R + r_0}$ .

2-9. att. Strāvas regulēšanas ķēde ar paralēlo reostatu (a) un tās regulēšanas līknes (b). Izdalot abu strāvu izteiksmes, iegūstam šādu proporciju:

$$\frac{I}{I_{\text{maks}}} = \frac{R + r_0}{R + r_0 + \frac{r_0 R}{r}} = \frac{1}{1 + \frac{r_0 R}{r(R + r_0)}} = \frac{1}{1 + \frac{r_0 R}{r}}$$

Apzīmējot reostata maksimālo pretestību ar r<sub>maks</sub>, proporciju var izteikt šādi:

$$\frac{I}{I_{\text{maks}}} = \frac{1}{1 + \frac{r_{\text{maks}}}{r} \cdot \frac{r_0 \|R}{r_{\text{maks}}}}$$

No vienādojuma redzam, ka strāvas regulēšana nav iespējama, ja sprieguma avota iekšējā pretestība  $r_0 \text{ ir maza, jo tad}$  paralēlā slēguma ekvivalentā pretestība  $r_0 \|R = \frac{r_0 R}{R + r_0} \approx 0$  un  $\frac{I}{I_{\text{maks}}} \approx 1$ . Vienādojumam atbilst 2-9. attēlā *b* parādītās strāvas regulēšanas līknes  $\frac{I}{I_{\text{maks}}} = f\left(\frac{r}{r_{\text{maks}}}\right)$ , ja  $\frac{r_{\text{maks}}}{r_0 \|R} = \text{const.}$  No līknēm redzam, ka relatīvi lielas paralēlā reostata, pretestības gadījumā  $\left(\frac{r_{\text{maks}}}{r_0 \|R} = 40\right)$  var panākt plašākas regulēšanas robežas, bet tad strāva sākumā straujī pieaug. Vienmērīgāku regulēšanu panāk, lietojot reostatu ar  $r \ll 5(r_0 \|R)$ . Ja  $r_{\text{maks}} < r_0 \|R$ , regulēšana patēriņš.

Pretestību jauktais slēgums. Jauktajā slēgumā apvienots virknes un paralēlais slēgums, tāpēc tā aprēķinam var izmantot formulas (2-13) un (2-15) (2-10. att.).

Ieslēdzot jauktajā slēgumā ar konstantu pretestību potenciomeiru, var regulēt ķēdes strāvu (2-11. att. a). Seit potenciometra ieregulētā pretestība r un ķēdes konstantā pretestība R izveido paralēlo slēgumu, bet potenciometra otrā pretestība daļa  $r_{maks} - r$  un elektroenerģijas avota iekšējā pretestība izveido virknes slēgumu. Neievērojot avota iekšējo pretestību, ķēdes spriegumu starp tās mezgla punktiem a un b var noteikt pēc

$$\overbrace{}^{5}$$

2-10. att. Pretestību jauktā slēguma aprēķina piemērs.

sakarības, kas ir analoģiska sprieguma vienādojumam strāvas regulēšanas ķēdē ar paralēlo reostatu:

$$U = \frac{E}{(r_{\text{maks}} - r)\left(\frac{1}{r_{\text{maks}} - r} + \frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)} = \frac{E}{1 + \frac{r_{\text{maks}} - r}{R} + \frac{r_{\text{maks}} - r}{r}} = \frac{E}{\frac{E}{\frac{r_{\text{maks}}}{R} - \frac{r_{\text{maks}}}{r_{\text{maks}}} \cdot \frac{r}{R} + \frac{r_{\text{maks}}}{r}}} = \frac{E}{\frac{r_{\text{maks}}}{r} + \frac{r_{\text{maks}}}{R}\left(1 - \frac{r}{r_{\text{maks}}}\right)}$$

un konstantā pretestībā plūst strāva

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E}{R\left[\frac{r_{\text{maks}}}{r} + \frac{r_{\text{maks}}}{R}\left(1 - \frac{r}{r_{\text{maks}}}\right)\right]}$$

Ieregulējo<br/>t $r\!=\!r_{\rm maks},$ strāva konstantajā pretestībā sasniedz maksimālo vērtību

 $I_{\text{maks}} = \frac{E}{R}$ .

Izdalot abu strāvu izteiksmes, iegūstam šādu proporciju:

$$\frac{I}{I_{\text{maks}}} = \frac{1}{\frac{r_{\text{maks}}}{r} + \frac{r_{\text{maks}}}{R} \left(1 - \frac{r}{r_{\text{maks}}}\right)}$$

Ja  $r_{\text{maks}} \ll R$ , tad  $\frac{r_{\text{maks}}}{R} \approx 0$  un proporcija vienkāršojas:

$$\frac{1}{I_{\rm maks}} = \frac{r}{r_{\rm maks}}$$

Vienādojumiem atbilst 2-11. attēlā *b* parādītās strāvas regulēšanas līknes  $\frac{I}{I_{maks}} = f\left(\frac{r}{r_{maks}}\right)$ , ja  $\frac{r_{maks}}{R} = \text{const. No līknēm redzam,}$ 



ka ar potenciometru strāvu var regulēt vienmērīgi un plašās robežās, ja  $r_{maks} \leqslant 5R$ . Ja  $r_{maks} \ll 0.5$ , tad regulēšanas līkne maz atšķiras no taisnes, bet ievērojami pieaug potenciometra pašpatēriņš.

Ekvivalentie zvaigznes un trīsstūra slēgumi. Pretestību sarežģītas konfigurācijas slēgumu dažkārt var reducēt uz jaukto



2-12. att. Trīsstūra slēguma atvietošana ar ekvivalentu zvaigznes slēgumu.

slēgumu, aizvietojot trīsstūrī saslēgtās pretestības ar zvaigznē saslēgtajām pretestībām (2-12. att.) vai otrādi. Pretestībām starp punktiem 1-2, 2-3 un 3-1 abos slēgumos ir jābūt vienādām. Izmantojot formulas (2-13) un (2-16), iegūstam šādus vienādojumus:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = \frac{r_{12}(r_{23} + r_{31})}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} , \\ r_2 + r_3 = \frac{r_{23}(r_{31} + r_{12})}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} , \\ r_3 + r_1 = \frac{r_{31}(r_{12} + r_{23})}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} ; \end{cases}$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu attiecībā uz  $r_1$ ,  $r_2$  un  $r_3$ , iegūstam ekvivalentā zvaigznes slēguma pretestību aprēķina formulas:

$$r_1 = \frac{r_{12}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}, \ r_2 = \frac{r_{12}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} \ \text{un} \ r_3 = \frac{r_{23}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}.$$
 (2-19)

Atrisinot vienādojumu sistēmu attiecībā uz  $r_{12}$ ,  $r_{23}$  un  $r_{31}$ , iegūstam ekvivalentā trīsstūra slēguma pretestību aprēķina formulas:

$$r_{12} = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}, r_{23} = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1} \text{ un } r_{31} = r_3 + r_1 + \frac{r_3 r_1}{r_2}.$$
 (2-20)

No formulām (2-19) un (2-20) redzam, ka 1) zvaigznes stara pretestība ir vienāda ar trīsstūra pieguļošo malu pretes-

tību reizinājumu, kas dalīts ar trīsstūra visu malu pretestību summu; 2) trīsstūra malas pretestība ir vienāda ar pieguļošo zvaigznes staru pretestību summu, kam pieskaitīts šo pretestību reizinājuma dalījums ar trešā zvaigznes stara pretestību.

Ievietojot formulā (2-20) pretestību vietā vadītspējas, iegūstam ekvivalentā trīsstūra slēguma vadītspēju aprēķina formulas:

$$\frac{1}{g_{12}} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \frac{g_3}{g_1g_2} = \frac{g_2 + g_1 + g_3}{g_1g_2},$$
  
$$\frac{1}{g_{23}} = \frac{1}{g_2} + \frac{1}{g_3} + \frac{g_1}{g_2g_3} = \frac{g_3 + g_2 + g_1}{g_2g_3},$$
  
$$\frac{1}{g_{31}} = \frac{1}{g_3} + \frac{1}{g_1} + \frac{g_2}{g_3g_1} = \frac{g_1 + g_3 + g_2}{g_3g_1}$$

vai

$$g_{12} = \frac{g_1 g_2}{g_1 + g_2 + g_3}, \quad g_{23} = \frac{g_2 g_3}{g_1 + g_2 + g_3} \text{ un } g_{31} = \frac{g_3 g_1}{g_1 + g_2 + g_3}.$$
 (2-21)

Salīdzinot formulas (2-21) un (2-19), redzam, ka ekvivalentā trīsstūra vadītspējas un ekvivalentās zvaigznes pretestības var aprēķināt pēc analoģiskām sakarībām.

Sazarotu elektrisko kēžu aprēķins pēc Kirhhofa likumiem. Ja sazarotā elektriskajā kēdē ieslēgti elementi ar EDS un bez tā, tad pēc Kirhhofa likumiem aprēķini jāizdara šādi.

1. Patvalīgi jāpieņem nezināmo (pozitīvo) strāvu virzieni.

2. Pēc pirmā un otrā Kirhhofa likuma jāsastāda tik neatkarīgi vienādojumi, cik nezināmo ir uzdevumā. Ja shēmā ir p nezināmu zaru un strāvu un q mezgla punktu, tad pēc pirmā Kirhhofa likuma var sastādīt q-1 neatkarīgus vienādojumus, bet pēc otrā Kirhhofa likuma var sastādīt p-q+1 neatkarīgus vienādojumus. Kopējais neatkarīgo vienādojumu, resp., zaru skaits tad ir p.

 Atrisinot vienādojumu sistēmu, jāatrod nezināmās strāvas. Ja iegūtais rezultāts ir negatīvs, tad faktiskais strāvas virziens ir pretējs pieņemtajam.

Piemērs. 2-13. attēlā dotajā shēmā p=6 un q=4. Pēc pirmā Kirhhofa likuma var sastādīt q-1=3 un pēc otrā Kirhhofa likuma p-q+1=3 neatkarīgus vienādojumus. Kopējais neatkarīgo vienādojumu un nezināmo strāvu skaits p=6.

Mezgla punktam A

mezgla punktam B mezgla punktam C  $I_1-I_2-I_3=0;$   $I_3+I_6-I_4=0;$  $I_4+I_5-I_1=0.$ 



2-13. att. Aprēķina piemērs pēc Kirhhofa likumiem.

Lielākas vienādojumu sistēmas atrisināšana ir saistīta ar lielu skaitļošanas darbu. To var samazināt, aprēķinot sistēmas nezināmos lielumus ar determinantiem un lietojot speciālas elektrisko ķēžu aprēķina metodes: kontūru strāvu, mezgla punktu potenciālu (spriegumu), ekvivalentā sprieguma un strāvas avota kā arī superpozīcijas metodi vai izmantojot divpola un četrpola teoriju.

Determinanti. Determinantus lieto vienādojumu sistēmas atrisināšanai. Lai noskaidrotu aprēķina metodi, aplūkosim triju vienādojumu sistēmu ar trim nezināmiem:

 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = h_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = h_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = h_3. \end{cases}$ 

Sistēmas nezināmos lielumus x, y un z var noteikt, sastādot un aprēķinot šādus determinantus:

|            | -a1                   | <i>b</i> <sub>1</sub> | <i>c</i> <sub>1</sub> | and and               | $h_1$ | <i>b</i> <sub>1</sub> | <i>C</i> <sub>1</sub> | The second     | a  | $h_1$ | <i>C</i> <sub>1</sub> | a day          | $a_1$                 | <b>b</b> <sub>1</sub> | $h_1$ |  |
|------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|-----------------------|-----------------------|----------------|----|-------|-----------------------|----------------|-----------------------|-----------------------|-------|--|
| $\Delta =$ | <i>a</i> <sub>2</sub> | $b_2$                 | C2                    | , $\Delta_{\alpha} =$ | $h_2$ | $b_2$                 | C2                    | , $\Delta_y =$ | a2 | $h_2$ | C2                    | , $\Delta_z =$ | <i>a</i> <sub>2</sub> | $b_2$                 | h2    |  |
|            | <i>a</i> <sub>3</sub> | b3                    | C3                    | C. State of State     | h3    | b3                    | C31                   | 11.26          | a3 | $h_3$ | C3                    | No. Top 2      | <i>a</i> <sub>3</sub> | b.3                   | ha    |  |

Determinantu  $\Delta_x$  iegūst, atvietojot determinantā  $\Delta$  pirmās kolonnas elementus  $a_1$ ,  $a_2$  un  $a_3$  ar vienādojumu sistēmas brīvajiem locekļiem  $h_1$ ,  $h_2$  un  $h_3$ . Analoģiski iegūst determinantus  $\Delta_y$  un  $\Delta_z$ .

Determinantu var aprēķināt pēc jebkuras rindas vai jebkuras kolonnas elementu un to algebrisko papildinājumu reizinājumu summas. Tā, piemēram, determinantu var aprēķināt pēc viena no šādiem vienādojumiem:

| $\Delta = a_1 A_1 + b_1 B_1 + c_1 C_1,$ | $\Delta = a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3,$ |
|---|---|
| $\Delta = a_2 A_2 + b_2 B_2 + c_2 C_2,$ | $\Delta = b_1 B_1 + b_2 B_2 + b_3 B_3,$ |
| $\Delta = a_3 A_3 + b_3 B_3 + c_3 C_3,$ | $\Delta = c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3.$ |

Pēc analoģiskiem vienādojumiem aprēķina arī determinantus  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  un  $\Delta_r$ . Lai samazinātu skaitļošanas darbu, izvēlas vienādojumu, kurā viens vai vairāki determinanta elementi vienādi ar nulli.

Determinanta elementa algebriskais papildinājums ir šī elementa minors ar neizmainītu vai izmainītu zīmi. Elementa minors ir determinanta pārpalikums, kas rodas, ja determinantā izsvītro rindu un kolonnu, kurā atrodas elements. Ja rindas un kolonnas kārtas numuru summa ir pāra kaitlis, tad minora zīme neizmainās, bet, ja šī summa ir nepāra skaitlis, tad minora zīme izmainās uz pretējo. Tā, piemēram, aprēķinot determinantu pēc otrās rindas elementu un to algebrisko papildinājumu reizinājumu summas, iegūstam šādu vienādojumu:

$$\Delta = a_2 A_2 + b_2 B_2 + c_2 C_2 = -a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} - c_2 \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix},$$

kur, piemēram, elementa a2 minoram

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 1 \\ a_2 - b_2 - c_2 \\ 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

zīme izmainās (-), jo elements atrodas otrajā rindā un pirmajā kolonnā, kuru kārtas numuru summa 2+1=3 ir nepāra skaitlis.

Vienādojumā uzrādītie minori ir otrās kārtas determinanti, kuru aprēķins ir analoģisks. Tā, piemēram, aprēķinot minorus pēc to pirmo rindu elementiem, iegūstam, ka

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = b_1 c_3 - c_1 b_3, \quad \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 c_3 - c_1 a_3, \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} = a_1 b_3 - b_1 a_3.$$

Ievietojot šīs minoru izteiksmes determinanta ∆ vienādojumā, iegūstam šādu determinanta izteiksmi:

$$\Delta = -a_2(b_1c_3 - c_1b_3) + b_2(a_1c_3 - c_1a_3) - c_2(a_1b_3 - b_1a_3).$$

Analogiski var aprēķināt arī determinantus  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  un  $\Delta_z$ .

Atrisinot vienādojumu sistēmu, iespējami šādi gadījumi:

 ja Δ≠0, tad sistēmas nezināmos lielumus var noteikt pēc šādām sakarībām:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \quad \text{un} \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta};$$

2. ja  $\Delta = 0$  un  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z \neq 0$ , tad vienādojumu sistēmu nevar atrisināt; 3. ja  $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$ , tad viens sistēmas vienādojums ir pārējo divu vienādojumu atkārtojums un sistēmai ir bezgalīgi daudz atrisinājumu. Piemērs. Vienādojumu sistēmai

$$\begin{cases} 3x+4y+2z=5, \\ 5x-6y-4z=-3, \\ -4x+5y+3z=1 \end{cases}$$

ir šādi determinanti:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 5 & -6 & -4 \\ -4 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -6 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 3(-18+20) - 4(15-16) + 2(25-24) = 6+4+2=12,$$

4 - A. Lielturks

$$\Delta_{x} = \begin{vmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -3 & -6 & -4 \\ 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 12,$$
$$\Delta_{y} = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 5 & -3 & -4 \\ -4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -24,$$
$$\Delta_{z} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & -6 & -3 \\ -4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 60.$$

 $\Delta \neq 0$ , tāpēc vienādojumu var atrisināt:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{12}{12} = 1, \ y = \frac{\Delta y}{\Delta} = -\frac{24}{12} = -2 \ \text{un } z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{60}{12} = 5.$$

Pārbaude:  $3x+4y+2z=3\cdot 1+4\cdot (-2)+2\cdot 5=5$ .

Kontūru strāvu metode. Pēc šīs metodes pieņem, ka strāvas plūst nevis zaros, bet gan noslēgtos kontūros, un pēc otrā Kirhhofa likuma sastāda tikai p-q+1 neatkarīgus vienādojumus. Atrisinot vienādojumu sistēmu, atrod kontūru strāvas. Zaru strāvas, kas ietilpst divos kontūros, nosaka kā šo kontūru strāvu algebrisku summu.

Piemērs. 2-14. attēlā dotajai shēmai pēc otrā Kirhhofa likuma var sastādīt p-q+1=6-4+1=3 neatkarīgus vienādojumus. Pieņemot iekšējo kontūru strāvām un ārējā kontūra strāvai pretējus pozitīvos virzienus, iegūstam šādus vienādojumus:

$$\begin{cases} (r_1+r_3+r_4)I_1-r_3I_2-r_4I_3=-E; \\ -r_3I_1+(r_2+r_3+r_6)I_2-r_6I_3=0; \\ -r_4I_1-r_6I_2+(r_4+r_5+r_6)I_3=0. \end{cases}$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, atrodam nezināmās kontūru strāvas  $I_1$ ,  $I_2$ 



2-14. att. Aprēķina piemērs pēc kontūru strāvu metodes.

un  $I_3$ . Negatīva rezultāta gadījumā faktiskais strāvas virziens ir pretējs pieņemtajam. Pēc kontūru strāvām nosakām zaru strāvas:

pretestībās  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$ plūst strāvas  $I_1, I_2, I_1-I_2, I_1-I_3, I_3, I_2-I_3.$ 

Pēc kontūru strāvu metodes sastādīto k=p-q+1 vienādojumu sistēmas vispārējais veids ir šāds:

kur katra pretestība ar diviem vienādiem indeksiem  $r_{11}$ ,  $r_{22}$ , ...,  $r_{kk}$  ir attiecīgā kontūra pretestību summa (pašpretestība), bet katra pretestība ar diviem dažādiem indeksiem  $r_{12}$ ,  $r_{13}$ , ...,  $r_{1k}$ ,  $r_{21}$ ,  $r_{23}$ , ...,  $r_{2k}$ ... ir dīvu attiecīgo kontūru kopējā (savstarpējā) pretestība. Ja kontūru strāvu virzieni kopējā pretestībā ir pretēji, tad šīs pretestības reizinājums ar strāvu vienādojumā ir negatīvs lielums. Vienādojumu labās puses lielumi  $E_1$ ,  $E_2$ , ...,  $E_k$  ir attiecīgā kontūra EDS algebriskā summa.

Iepriekšējā piemērā  $r_{11}=r_1+r_3+r_4$ ,  $r_{22}=r_2+r_3+r_6$ ,  $r_{33}=r_4+r_5+r_6$ ,  $r_{12}=r_{21}=r_3$ ,  $r_{13}=r_{31}=r_4$ ,  $r_{23}=r_{32}=r_6$ ,  $E_1=-E$  un  $E_2=E_3=0$ .

Vienādojumu sistēmas (2-22) nezināmās strāvas  $I_1, I_2, \ldots$  var noteikt, sastādot un aprēķinot šādus determinantus:

| $\Delta =$ | $r_{11} r_{12} \dots r_{1k}$<br>$r_{21} r_{22} \dots r_{2k}$ | , $\Delta_1 =$ | $E_1 r_{12} \dots r_{1k}$ $E_2 r_{22} \dots r_{2k}$ | , $\Delta_2 =$ | $r_{11}E_1r_{1k}$<br>$r_{21}E_2r_{2k}$ |    |
|------------|--|----------------|---|----------------|--|----|
|            | r_k1 r_k2 r_kk   |                | $E_k r_{h2} \dots r_{hh}$                           |                | $r_{k1}E_k\ldots r_{kk}$               | E. |

Tādā gadījumā 
$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \dots$$

49

Mezgla punktu potenciālu (spriegumu) metode. Lietojot šo metodi, pēc pirmā Kirhhofa likuma sastāda tikai q-1 neatkarīgus vienādojumus, kuros pēc Oma likuma strāvas izsaka at karībā no mezgla punktu potenciāliem, dotajiem ķēdes EDS un pretestībām vai vadītspējām (2-15. att.). Atrisinot vienādojumu sistēmu, atrod mezgla punktu potenciālus un pēc Oma likuma aprēķina nezināmās strāvas. Sādai metodei salīdzinājumā ar kontūru strāvu metodi ir priekšrocības gadījumā, kad q-1<math>-q+1, jo tad pēc pirmā Kirhhofa likuma var sastādīt mazāk neatkarīgos vienādojumus nekā pēc otrā Kirhhofa likuma.

**Piemērs.** 2-16. attēlā dotajai shēmai pēc pirmā Kirhhofa likuma var sastādīt q-1=3-1=2 neatkarīgus vienādojumus:

mezgla punktam 1

$$-I_1 - I_2 + I_4 = 0,$$

mezgla punktam 2

$$I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0.$$

Ja mezgla punkta 3 potenciāls  $\varphi_3=0$ , tad pēc Oma likuma mezgla punktu 1 un 2 potenciāls ir  $\varphi_1=-E_1-I_1r_1$ ,

$$\omega_2 = -I_2 r_3 = -E_5 + I_5 r_5 = \omega_1 + I_2 r_2 = \omega_1 + E_4 - I_4 r_4$$



2-15. att. Oma likums vienvirziena .un pretvirziena strāvas gadījumā.



2-16. att. Aprēķina piemērs pēc mezgla punktu potenciālu metodes.

un zaru strāvas var noteikt pēc šādām sakarībām:

 $I_1 = -(E_1 + \varphi_1) g_1, I_2 = (\varphi_2 - \varphi_1) g_2, I_3 = -\varphi_2 g_3,$  $I_4 = (\varphi_1 - \varphi_2 + E_4) g_4, I_5 = (\varphi_2 + E_5) g_5.$ 

Ievietojot strāvu izteiksmes pēc pirmā Kirhhofa likuma sastādītajos vienādojumos, iegūstam

$$(E_1 + \varphi_1)g_1 - (\varphi_2 - \varphi_1)g_2 + (\varphi_1 - \varphi_2 + E_4)g_4 = 0,$$
  

$$(\varphi_2 - \varphi_1)g_2 + \varphi_2g_2 - (\varphi_1 - \varphi_2 + E_4)g_4 + (\varphi_2 + E_5)g_5 = 0.$$

Pārgrupējot un apvienojot locekļus, vienādojumus var uzrakstīt šādi:

$$(g_1+g_2+g_4)\varphi_1 - (g_2+g_4)\varphi_2 = -E_1g_1 - E_4g_4,-(g_2+g_4)\varphi_1 + (g_2+g_3+g_4+g_5)\varphi_2 = E_4g_4 - E_5g_5.$$

Pēc mezgla punktu potenciālu metodes sastādīto n=q-1 vienādojumu sistēmu vispārīgā veidā var izteikt šādi:

$$g_{11}\varphi_{1} - g_{12}\varphi_{2} - \dots - g_{1n}\varphi_{n} = \sum E_{i}g_{i}, -g_{21}\varphi_{1} + g_{22}\varphi_{2} - \dots - g_{2n}\varphi_{n} = \sum_{2}^{1} E_{i}g_{i}, \dots - g_{n1}\varphi_{1} - g_{n2}\varphi_{2} - \dots + g_{nn}\varphi_{n} = \sum_{n}^{2} E_{i}g_{i},$$
(2-23)

kur katra vadītspēja ar diviem vienādiem indeksiem  $g_{11}, g_{22}, \ldots$ ,  $g_{nn}$  ir attiecīgajam mezgla punktam pievienoto zaru vadītspēju summa (pašvadītspēja), bet katra vadītspēja ar diviem dažādiem indeksiem  $g_{12}, g_{13}, \ldots, g_{1n}, g_{21}, g_{23}, \ldots$  ir starp diviem attiecīgiem mezgla punktiem pieslēgto zaru vadītspēju summa (savstarpējā vadītspēja). Vienādojumu labās puses lielumi  $\Sigma E_{igi}, \Sigma E_{igi}, \ldots, \Sigma E_{igi}$  ir attiecīgajam mezgla punktam pievienoto zaru EDS un vadītspēju raizinājumu summa. Sastādot

noto zaru EDS un vadītspēju reizinājumu summa. Sastādot



2-17. att. Paralēlā slēguma aprēkina piemērs.

šādu summu, reizinājums ir pozitīvs, ja EDS darbojas virzienā uz mezgla punktu.

Atrisinot vienādojumu sistēmu, var noteikt mezgla punktu potenciālus  $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$  un pēc tiem arī zaru strāvas. Tā, piemēram, 2-16. attēla shēmā strāvu  $I_5$  var aprēķināt pēc sakarības  $I_5 = (\varphi_2 + E_5) g_5$ , kur  $E_5$  un  $g_5$  ir dotie lielumi, bet  $\varphi_2$  aprēķinātais lielumis. Ja, aprēķinot strāvu, iegūst negatīvu rezultātu, tad faktiskais strāvas virziens ir pretējs pieņemtajam strāvas virzienam.

Paralālajam slēgumam ir divi mezgla punkti, tāpēc spriegumu starp tiem var noteikt, sastādot vienādojumu tikai vienam mezgla punktam. Tā, piemēram, 2-17. attēlā dotajai elektriskajai ķēdei vienādojums ir

 $\varphi_1(g_1+g_2+g_3+g_4) - \varphi_2(g_1+g_2+g_3+g_4) = E_1g_1 + E_2g_2 - E_3g_3$ 

un

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{E_1g_1 + E_2g_2 - E_3g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}$$

Paralēlā slēguma sprieguma aprēķina formula vispārīgā veidā ir šāda:

$$U = \frac{\Sigma E_i g_i}{\Sigma g_i}.$$
 (2-24)

Ekvivalentie sprieguma un strāvas avoti. Elektriskās ķēdes aprēķinu var vienkāršot, atvietojot reālos elektroenerģijas avotus ar sprieguma vai strāvas avotiem.

Par sprieguma avotu sauc EDS avotu, kas saslēgts virknē ar pretestību, kura vienāda ar reālā elektroenerģijas avota iekšējo pretestību r<sub>0</sub> (2-18. att. a). EDS avots ir idealizēts elektriskās ķēdes elements, kurā darbojas konstants spriegums U, kas vienāds ar reālā elektroenerģijas avota EDS E. Samazinot ārējās ķēdes pretestību līdz nullei, strāva un jauda EDS avotā pieaug līdz bezgalībai. Sprieguma avotā, tāpat kā reālā elektroenerģijas avotā, jauda nevar būt bezgalīgi liela, jo, strāvai



2-18. att. Sprieguma (a) un strāvas avota (b) shēmas un voltampēru raksturlīknes.

*I* pieaugot, spriegums  $U=E-Ir_0$  samazinās. Reālu elektroenerģijas avotu ar mazu iekšējo pretestību, piemēram, sviņa akumulatoru, bieži aplūko kā EDS avotu.

Par strāvas avotu sauc ideālu strāvas avotu, kas saslēgts paralēli ar pretestību, kura vienāda ar reālā elektroenerģijas avota iekšējo pretestību  $r_0$  (2-18. att. b). Ideāls strāvas avots ir iedomāts elektriskās ķēdes elements, kurā plūst konstanta strāva, kas vienāda ar reālā elektroenerģijas avota īsslēguma strāvu  $I_{\mathbf{k}} = \frac{E}{r_0}$ . Palielinot ārējās ķēdes pretestību līdz bezgalībai, spriegums un jauda ideālā strāvas avotā arī pieaug līdz bezgalībai. Strāvas avotā, tāpat kā reālā elektroenerģijas avotā, jauda nevar būt bezgalīgi liela, jo, spriegumam U pieaugot, strāva  $I = I_{\mathbf{k}} - \frac{U}{r_0}$  samazinās. Reālu elektroenerģijas avotu ar lielu iekšējo pretestību, piemēram, piecelektrodu elektronu lampu (pentodi, sk. 10-6. att.), bieži aplūko kā strāvas avotu.

Aprēķinot elektriskās ķēdes, sprieguma avotu atvieto ar *ekvivalentu* strāvas avotu un otrādi. Šo avotu voltampēru raksturliknes U=f(I) izsaka šādi vienādojumi:

sprieguma avotā

$$U=E-Ir_0,$$

strāvas avotā

$$U = (I_k - I) r_0.$$

Abi avoti ir ekvivalenti, ja strāvas avotā plūst sprieguma avota

īsslēguma strāva  $I_{\rm k} = \frac{E}{r_0}$ , jo tādā gadījumā voltampēru raksturlīknes abiem avotiem ir vienādas:

$$U = (I_{\rm k} - I) r_0 = \left(\frac{E}{r_0} - I\right) r_0 = E - Ir_0.$$

Aprēķinot *virknē* saslēgtus elektroenerģijas avotus, tos aplūko kā sprieguma avotus, jo tad ekvivalentā avota EDS un pretestību var noteikt pēc vienkāršām sakarībām

 $E = \Sigma E_i \text{ un } r_0 = \Sigma r_{0i}. \tag{2-25}$ 

Paralēli saslēgtus elektroenerģijas avotus aplūko kā strāvas avotus, nosakot ekvivalentā strāvas avota strāvu un pretestību (vadītspēju) pēc sakarībām

$$I_{\mathbf{k}} = \Sigma I_{\mathbf{k}i} \quad \text{un } g_0 = \Sigma g_{0i}. \tag{2-26}$$

**Piemērs.** Diviem paralēli saslēgtiem sprieguma avotiem pieslēgta pretestība  $r_3=5$   $\Omega$ . Ja avotu EDS un pretestības ir  $E_1=100$  V,  $E_2=120$  V,  $r_{01}=1,25$   $\Omega$  un  $r_{02}=1$   $\Omega$ , tad pēc formulas (2-24) ķēdē darbojas spriegums

$$U = \frac{\Sigma E_i g_i}{\Sigma g_i} = \frac{\frac{E_1}{r_{01}} + \frac{E_2}{r_{02}}}{\frac{1}{r_{01}} + \frac{1}{r_{02}} + \frac{1}{r_3}} = \frac{\frac{100}{1,25} + \frac{120}{1}}{\frac{1}{1,25} + \frac{1}{1} + \frac{1}{5}} = 100 \text{ V}$$

un pretestībā  $r_3$  plūst strāva  $I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{100}{5} = 20$  A.

Atrisinot uzdevumu pēc ekvivalentā sprieguma un strāvas avota metodes (2-19. att.), iegūstam tādu pašu rezultātu:

$$I_{k_1} = \frac{E_1}{r_{01}} = \frac{100}{1.25} = 80 \text{ A}, \quad I_{k_2} = \frac{E_2}{r_{02}} = \frac{120}{1} = 120 \text{ A},$$
$$= I_{k_1} + I_{k_2} = 800 + 120 = 200 \text{ A}, \quad r_{0} = \frac{r_{01}r_{02}}{r_{02}} = \frac{1.25 \cdot 1}{1} = 0.555$$

ro1+102

un pēc formulas (2-18)

$$r_3 = \frac{r_0}{r_3 + r_0} I_k = \frac{0,555}{5 + 0,555} \cdot 200 = 20 \text{ A}.$$



2-19. att. Aprēķina piemērs pēc ekvivalentā sprieguma un strāvas avota metodes.

Superpozīcijas metode. Šo metodi lieto lineārām elektriskajām ķēdēm, kurās ir vairāki sprieguma vai strāvas avoti. Ķēdēs ar sprieguma avotiem strāvas nosaka kā šo avotu daļējo strāvu algebrisku summu, jo pēc superpozīcijas likuma lineārā ķēdē dažādas strāvas pārklājas, savstarpēji neiespaidojoties. Aprēķinot viena avota daļējās strāvas, nav jālevēro pārējo avotu



2-20. att. Aprēķina piemērs pēc superpozīcijas metodes: ķēdē darbojas  $E_1$  (a), ķēdē darbojas  $E_2$  (b), ķēdē darbojas  $E_1$  un  $E_2$  (c).

EDS, bet ir jāievēro to pretestības. Superpozīcijas principu var attiecināt arī uz ķēdes spriegumiem, bet to nevar attiecināt uz jaudām, jo tās ir proporcionālas strāvas kvadrātam.

Piemērs. Aprēķināsim pēc superpozīcijas metodes 2-19. attēlā dotās elektriskās ķēdes strāvas.

Ja ķēdē darbojas tikai  $E_1$  (2-20. att. a), tad

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{r_{01} + \frac{r_{02}r_3}{r_{02} + r_3}}, \quad I_2^{(1)} = \frac{r_3}{r_{02} + r_3} \quad I_1^{(1)} \text{ un } I_3^{(1)} = \frac{r_{02}}{r_{02} + r_3} I_1^{(1)}.$$

Ja kēdē darbojas tikai  $E_2$  (2-20. att. b), tad

$$I_2^{(2)} = \frac{E_2}{r_{02} + \frac{r_{01}r_3}{r_{01} + r_3}}, \quad I_1^{(2)} = \frac{r_3}{r_{01} + r_3} I_2^{(2)} \text{ un } I_3^{(2)} = \frac{r_{01}}{r_{01} + r_3} I_2^{(2)}.$$

Ja vienlaikus darbojas  $E_1$  un  $E_2$  (2-20. att. c), tad kēdē plūst strāvas

 $I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)}, I_2 = I_2^{(1)} - I_2^{(2)}$  un  $I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)}$ .

Ievietojot vienādojumos iepriekšējā uzdevumā dotās skaitliskās vērtības  $E_1=100$  V,  $E_2=120$  V,  $r_{01}=1,25$   $\Omega$ ,  $r_{02}=1$   $\Omega$  un  $r_3=5$   $\Omega$ , iegūstam šādas strāvas:

$$I_{1}^{(1)} = \frac{100}{1,25 + \frac{1 \cdot 5}{1+5}} = 48 \text{ A}, I_{2}^{(1)} = \frac{5}{1+5} \cdot 48 = 40 \text{ A}, I_{3}^{(1)} = \frac{1}{1+5} \cdot 48 = 8 \text{ A},$$
$$I_{2}^{(2)} = \frac{120}{1 + \frac{1,25 \cdot 5}{1,25+5}} = 60 \text{ A}, I_{1}^{(2)} = \frac{5}{1,25+5} \cdot 60 = 48 \text{ A}, I_{8}^{(2)} = \frac{1,25}{1,25+5} \cdot 60 = 12 \text{ A}$$

# $I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)} = 48 - 48 = 0, I_2 = I_2^{(1)} - I_2^{(2)} = 40 - 60 = -20 \text{ A}$

un  $I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)} = 8 + 12 = 20$  A.

No rezultātiem redzam, ka pirmais sprieguma avots darbojas tukšgaitā, bet otrajā sprieguma avotā strāvas l<sub>2</sub> virziens ir pretējs 2-20. attēlā c parādītajam virzienam.

Pēc superpozīcijas metodes aprēķināto sprieguma avotu dalējo strāvu algebrisko summu kādā ķēdes zarā var noteikt pēc šādas vispārīgas formulas:

$$I_m = \sum_{k=1}^{R} I_m^{(k)}, \qquad (2-27)$$

kur apakšējais indekss m norāda tā zara numuru, kurā plūst daļējā strāva, bet augšējais indekss k norāda tā zara numuru, kurā ieslēgts sprieguma avots, kas šo strāvu rada.

Divpols un četrpols. Pētot elektrisko ķēdi, bieži jāinteresējas par tās viena zara darbību, tad pārējo ķēdes daļu ar divām spailēm aplūko kā divpolu (2-21. att.). Ja, pētot elektrisko ķēdi, jāinteresējas par tās divu zaru darbību, tad pārējo ķēdes daļu ar četrām spailēm aplūko kā četrpolu (2-22. att.). Divpols un četrpols var būt aktīvs vai pasīvs. Aktīvā divpolā un četrpolā darbojas elektroenerģijas avoti un patērētāji, bet pasīvā divpolā un četrpolā ieslēgti tikai elektroenerģijas patērētāji, piemēram,



2-21. att. Aktīvs un pasīvs divpols.



2-22. att. Aktīvs (a) un pasīvs (b) četrpols.

kā aktīvs četrpols darbojas pastiprinātājs, bet kā pasīvs četrpols darbojas elektropārvades līnija. Aplūkosim aktīva divpola un pasīva četrpola teorijas pamatprincipus.

Aktīvu divpolu var aizvietot ar ekvivalentu sprieguma vai strāvas avotu. Ekvivalentā sprieguma avota EDS E un pretestību  $r_0$  var noteikt eksperimentāli vai ar aprēķiniem.

Eksperimentāli E un  $r_0$  nosaka ar tukšgaitas un īsslēguma mēģinājumiem. Tukšgaitas mēģinājumā atvieno patērētāju r(sk. 2-21. att.) un izmēra spriegumu  $U_0$  starp divpola spailēm a un b. Isslēguma mēģinājumā spailes a un b savieno un izmēra strāvu  $I_k$ . Tādā gadījumā

$$E = U_0$$
 un  $r_0 = \frac{U_0}{I_k}$ .

*E* un  $r_0$  var *aprēķināt*, ja ir zināma divpola shēma un tās parametri. *E* ir vienāds ar divpola tukšgaitas spriegumu (pieņemot, ka  $r=\infty$ ), bet, nosakot  $r_0$ , pieņem, ka visi divpola EDS ir vienādi ar nulli; pēc tam aprēķina pretestību starp divpola spailēm *a* un *b*.

Piemērs. Strāvu I (2-23. att. a), kas plūst nelīdzsvarota tilta zarā, kura pretestība ir r, var noteikt, aplūkojot pārējo tilta slēguma daļu kā aktīvu divpolu. Ar to ekvivalentā sprieguma avota EDS vienāds ar spriegumu starp spailēm a un b, ja  $r = \infty$  (2-23. att. b):

$$E = U_{cb} - U_{ca} = E_1 \left( \frac{r_2}{r_2 + r_3} - \frac{r_1}{r_1 + r_4} \right) =$$

Sprieguma avota pretestība  $r_0$  vienāda ar tilta slēguma pretestību starp spailēm a un b, ja  $E_1=0$  (2-23. att. c):

$$r_0 = \frac{r_1 r_4}{r_1 + r_4} + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} \,.$$



2-23. att. Aktīva divpola aprēķina piemērs: dotā shēma (a), EDS aprēķina shēma (b) un  $r_0$  aprēķina shēmas (c).



2-24. att. Četrpola ieejas un izejas spriegumi un strāvas.

.58

Pretestībā r plūst strāva

$$I = \frac{E}{r+r_0} :$$

Ja, piemēram,  $E_1=20$  V,  $r_1=200$  Ω,  $r_4=600$  Ω,  $r_2=r_3=100$  Ω un r=300 Ω, tad E=20  $\left(\frac{100}{200}-\frac{200}{800}\right)=5$  V,  $r_0=\frac{200\cdot600}{800}+\frac{100\cdot100}{200}=200$  Ω un  $I=\frac{5}{200+300}=0,01$  A.

Pasīva četrpola (2-24. att.) ieejas spailēm 1-1' pieslēgts sprieguma avots, bet izejas spailēm 2-2' pieslēgta slodze r. Shēmā ar bultām parādīti ieejas un izejas sprieguma un strāvas pozitīvie virzieni. Sakarību starp šiem lielumiem izsaka ar četrpola vienādojumiem:

$$U_1 = AU_2 + BI_2, (2.28)$$
  

$$I_1 = CU_2 + DI_2.$$

Seit ieejas spriegums  $U_1$  un ieejas strāva  $I_1$  ir sadalīti divās komponentēs, no kurām viena ir proporcionāla izejas spriegumam  $U_2$  un otra izejas strāvai  $I_2$ . Koeficientus A, B, C un D sauc par četrpola konstantēm. Tās var noteikt eksperimentāli vai ar aprēķinu.

*Eksperimentāli* četrpola konstantes nosaka ar tukšgaitas un īsslēguma mēģinājumiem. Tukšgaitas mēģinājumā četrpola izejas spailēm slodze nav pieslēgta un izejas strāva  $I_2=0$ . Tādā gadījumā pēc formulas (2-28)

$$U_{10} = AU_2$$
 un  $I_{10} = CU_2$ .

Īsslēguma mēģinājumā četrpola izejas spailes ir īsslēgtas un izejas spriegums  $U_2$ =0. Tādā gadījumā

$$U_{1k} = BI_2$$
 un  $I_{1k} = DI_2$ .

Izmērot lielumus  $U_{10}$ ,  $I_{10}$ ,  $U_2$  un  $U_{1k}$ ,  $I_{1k}$ ,  $I_2$ , var aprēķināt četrpola konstantes:

$$A = \frac{U_{10}}{U_2}, \quad C = \frac{I_{10}}{U_2}, \quad B = \frac{U_{1k}}{I_2} \text{ un } D = \frac{I_{1k}}{I_2}$$

No formulām redzam, ka A un D ir nenosaukti skaitļi, konstantei B ir pretestības dimensija un konstantei C ir vadītspējas dimensija.

Lai aprēķinātu četrpola konstantes, jāzina tā shēma un pretestības. Sarežģītas četrpolu shēmas vienkāršo, aizvietojot tās ar II veida (trīsstūra), T veida (zvaigznes), L veida un cita veida ekvivalentām shēmām. Zinot šo shēmu pretestības, var aprēķināt četrpola konstantes.

2-25. attēlā a dotajai II veida shēmai atbilst šādas sakarības:

$$U_{1} = U_{2} + r_{0} \left( \frac{U_{2}}{r_{2}} + I_{2} \right) = \left( 1 + \frac{r_{0}}{r_{2}} \right) U_{2} + r_{0} I_{2},$$
  

$$I_{1} = I_{2} + \frac{U_{2}}{r_{2}} + \frac{U_{1}}{r_{1}} = I_{2} + \frac{U_{2}}{r_{2}} + \left( 1 + \frac{r_{0}}{r_{2}} \right) \frac{U_{2}}{r_{1}} + \frac{r_{0}}{r_{1}} I_{2} =$$
  

$$= \left( \frac{1}{r_{1}} + \frac{1}{r_{2}} + \frac{r_{0}}{r_{1}r_{2}} \right) U_{2} + \left( 1 + \frac{r_{0}}{r_{1}} \right) I_{2}.$$



2-25. att. II veida (a) un T veida (b) ekvivalentās shēmas.

No vienādojumiem redzam, ka

$$A = 1 + \frac{r_0}{r_2}; \quad B = r_0; \quad C = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{r_0}{r_1 r_2}; \quad D = 1 + \frac{r_0}{r_1}. \quad (2.29)$$

2-25. attēlā b dotajai T veida shēmai var uzrakstīt šādas sakarības:

$$U_{1} = U_{2} + r_{2}I_{2} + r_{1}\left(I_{2} + \frac{U_{2} + r_{2}I_{2}}{r_{0}}\right) = \left(1 + \frac{r_{1}}{r_{0}}\right)U_{2} + \left(r_{1} + r_{2} + \frac{r_{1}r_{2}}{r_{0}}\right)I_{2},$$

$$I_{1} = I_{2} + \frac{U_{2} + r_{2}I_{2}}{r_{0}} = \frac{1}{r_{0}}U_{2} + \left(1 + \frac{r_{2}}{r_{0}}\right)I_{2},$$

$$I_{1} = I_{2} + \frac{U_{2} + r_{2}I_{2}}{r_{0}} = \frac{1}{r_{0}}U_{2} + \left(1 + \frac{r_{2}}{r_{0}}\right)I_{2},$$

$$A = 1 + \frac{r_1}{r_0}; \quad B = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_0}; \quad C = \frac{1}{r_0}; \quad D = 1 + \frac{r_2}{r_0}.$$
 (2-30)

L veida shēmas iegūst, atvienojot  $\Pi$  veida shēmā pretestību  $r_1$  vai  $r_2$ . Šādām shēmām atbilstošās konstantes var noteikt pēc formulām (2-29), pielīdzinot tajās attiecīgo pretestību bezgalībai.

$$r_1 = \infty$$
:  $A = 1 + \frac{r_0}{r_2}$ ;  $B = r_0$ ;  $C = \frac{1}{r_2}$ ;  $D = 1$ ;  
 $r_2 = \infty$ :  $A = 1$ ;  $B = r_0$ ;  $C = \frac{1}{r_1}$ ;  $D = 1 + \frac{r_0}{r_1}$ ;

Aplūkojot iegūtās formulas, var konstatēt, ka ir spēkā šāda sakarība:

$$AD - BC = 1.$$
 (2-31)

Zinot trīs konstantes, pēc šīs formulas var aprēķināt ceturto konstanti.

Ja ir dotas četrpola konstantes, tad pēc pārveidotām formulām (2-29) un (2-30) var aprēķināt četrpola ekvivalentās pretestības:

Π veida shēmai

$$r_0 = B; \quad r_1 = \frac{B}{D-1}; \quad r_2 = \frac{B}{A-1};$$
 (2-32)

T veida shēmai

$$r_0 = \frac{1}{C}; \quad r_1 = \frac{A-1}{C}; \quad r_2 = \frac{D-1}{C};$$
 (2-33)

L veida shēmai, ja  $r_1 = \infty$ ,

$$r_0 = B; \quad r_2 = \frac{1}{C};$$

L veida shēmai, ja  $r_2 = \infty$ ,

$$r_0 = B; \quad r_1 = \frac{1}{C}:$$

Apmainot vietām četrpola ieejas un izejas spailes, izmainās strāvu virzieni 2-24. attēlā dotajā shēmā un to zīmes vienādojumos (2-28):

$$U_1 = AU_2 - BI_2$$
 un  $-I_1 = CU_2 - DI_2$ .

Ievērojot, ka AD-BC=1, iegūstam šādus vienādojumus:

$$U_2 = DU_1 + BI_1, (2-34)$$

$$I_2 = CU_1 + AI_1.$$

Salīdzinot vienādojumus (2-34) un (2-28), redzam, ka, apmainot vietām četrpola ieejas un izejas spailes, vietām apmainās arī četrpola konstantes A un D.

Izdarot ar apgrieztu četrpolu tukšgaitas un īsslēguma mēģinājumus, četrpola konstantes var noteikt pēc šādām sakarībām: tukšgaitas mēģinājumā  $(I_1=0)$ 

$$U_{20} = DU_1$$
 un  $I_{20} = CU_1$ ;

īsslēguma mēģinājumā  $(U_1=0)$ 

$$U_{2k} = BI_1$$
 un  $I_{2k} = AI_1$ .

Izmērot lielumus  $U_{20}$ ,  $I_{20}$ ,  $U_1$  un  $U_{2k}$ ,  $I_{2k}$ ,  $I_1$ , var aprēķināt četrpola konstantes:

$$D = \frac{U_{20}}{U_1}; \quad C = \frac{I_{20}}{U_1}; \quad B = \frac{U_{2k}}{I_1} \quad \text{un} \quad A = \frac{I_{2k}}{I_1}.$$

Attiecības  $\frac{D}{C} = \frac{U_{20}}{I_{20}} = r_{20}$  un  $\frac{B}{A} = \frac{U_{2k}}{I_{2k}} = r_{2k}$  ir apgrieztas četrpola iecjas pretestības tukšgaitas un īsslēguma mēģinājumos.

II un T veida četrpola ekvivalentās shēmas ir simetriskas, ja  $r_1=r_2$ . Tādā gadījumā pēc formulām (2-29) un (2-30) konstantes A un D ir vienādas, tāpēc, apmainot vietām četrpola ieejas un izejas spailes, tā darbība nemainās. Četrpolu, kas ne-

atbilst šādam nosacījumam, sauc par nesimetrisku četrpolu.

Četrpola darbību raksturo lietderības koeficients

$$\eta = \frac{P_2}{P_1},$$

kur  $P_2$  un  $P_1$  ir četrpola izejas un ieejas jaudas. Lietderības koeficients ir atkarīgs no četrpola konstantēm un izejas spailēm pieslēgtās slodzes pretestības  $r_2$ , tāpēc to var noteikt, ievietojot vienādojumos (2-28)  $U_2=I_2r_2$ :

$$U_1 = AU_2 + BI_2 = AI_2r_2 + BI_2 = (Ar_2 + B)I_2,$$

$$I_1 = CU_2 + DI_2 = CI_2r_2 + DI_2 = (Cr_2 + D)I_2 = \frac{Cr_2 + D}{Ar_2 + B}U_1$$

Izejas un ieejas jauda tad ir šāda:

$$P_2 = I_2^2 r_2 = \frac{r_2}{(Ar_2 + B)^2} U_1^2,$$
  
$$P_1 = U_1 I_1 = \frac{Cr_2 + D}{Ar_2 + B} U_1^2,$$

un četrpola lietderības koeficientu var aprēķināt pēc sakarības

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{r_2}{(Ar_2 + B)(Cr_2 + D)} .$$
 (2-35)

Pielīdzinot  $\eta$  izteiksmes pirmo atvasinājumu pēc  $r_2$  nullei, var noteikt maksimālajam četrpola lietderības koeficientam atbilstošo slodzes pretestību. Atrisinot vienādojumu

$$\frac{d\eta}{dr_2}=0,$$

iegūstam

$$r_2 = \sqrt{\frac{BD}{AC}} = \sqrt{r_{2k}r_{20}}.$$
(2-36)

**Piemērs.** T veida ekvivalentajai shēmai, kuras pretestības  $r_1=10 \Omega$ ,  $r_2=20 \Omega$  un  $r_0=100 \Omega$ , ir šādas četrpola konstantes un vienādojumi:

$$A = 1 + \frac{r_1}{r_0} = 1 + \frac{10}{100} = 1, 1, \quad B = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_0} = 10 + 20 + \frac{10 \cdot 20}{100} = 32 \ \Omega,$$
$$C = \frac{1}{r_0} = \frac{1}{100} = 0, 01 \ \frac{1}{\Omega}, \quad D = 1 + \frac{r_2}{r_0} = 1 + \frac{20}{100} = 1, 2$$

un

$$U_1 = 1, 1U_2 + 32I_2,$$
  
$$I_1 = 0,01U_2 + 1,2I_2.$$

Ja slodzes pretestība

$$r_2 = \sqrt{\frac{BD}{AC}} = \sqrt{\frac{32 \cdot 1, 2}{1, 1 \cdot 0, 01}} = 59, 2 \ \Omega,$$

tad četrpola lietderības koeficients sasniedz maksimālo vērtību

$$\eta_{\text{maks}} = \frac{r_2}{(Ar_2 + B)(Cr_2 + D)} = \frac{59,2}{(1,1 \cdot 59,2+32)(0,01 \cdot 59,2+1,2)} = 0,342.$$

# 2-6. NELINEĀRU LĪDZSTRĀVAS ĶĒŽU APRĒĶINS

Nelineārā elektriskajā ķēdē strāvas stiprums un virziens ietékmē pretestību, tāpēc sakarību starp EDS, spriegumiem, strāvas stiprumiem un pretestībām nevar izteikt ar lineāriem vienādojumiem — Oma un Kirhhofa likumiem. Samērā vienkārši nelineāras elektriskās ķēdes var aprēķināt pēc eksperimentāli iegūtām voltampēru raksturlīknēm.

Voltampēru raksturliknes. Par voltampēru raksturliknēm sauc sakarību U=f(I). Tā parāda, kā mainās elektriskās ķēdes elementa spriegums, ja mainās tā strāva. Bieži par voltampēru raksturlikni sauc apgriezto sakarību  $I=\varphi(U)$ . Jebkurā voltampēru raksturliknes punktā izšķir statisko un dinamisko (diferenciālo) pretestību (2-26. att.).

Par statisko pretestību kādā voltampēru raksturlīknes punktā A sauc šim punktam atbilstošā sprieguma un strāvas attiecību:

$$r = \frac{U}{I} = m_r \operatorname{tg} \alpha, \qquad (2-37)$$

kur proporcionalitātes koeficients  $m_r = \frac{m_U}{m_I}$ ,  $m_U$  ir pieņemtais sprieguma mērogs un  $m_I$  ir pieņemtais strāvas mērogs.

**Piemērs.** Ja  $m_U = 10 \frac{V}{mm}$ ,  $m_I = 2 \frac{A}{mm}$  un  $\alpha = 60^\circ$ , tad  $m_r = \frac{10}{2} = 5 \Omega$  un  $r = m_r \text{ tg } \alpha = 5 \cdot \text{tg } 60^\circ = 8.65 \Omega$ .

Par dinamisko pretestību kādā voltampēru raksturlīknes punktā A sauc sprieguma un strāvas elementāro pieaugumu attiecību šajā punktā. Sāda pretestība ir proporcionāla līknes punktā A novilktās pieskares slīpuma leņķim B:





(2-38)

2-27. att. S veida (a) un N veida (b) negatīvās pretestības.

2-26. att. Statiskās un dinamiskās pretestības grafiskā noteikšana.

Voltampēru raksturlīknes taisnajā daļā ra=const, liektajā līknes daļā  $r_d \neq \text{const}$ , kāpjošajā līknes daļā  $r_d$  ir pozitīvs lielums, bet krītošajā līknes daļā ra ir negatīvs lielums.

Negatīva pretestība piemīt tādam elektriskās kēdes elementam, kas nevis patērē, bet gan ģenerē elektrisko enerģiju. So enerģiju negatīvā pretestība iegūst no ķēdē ieslēgtā elektroenerģijas avota. Pretestība ir negatīva tikai ierobežotā voltampēru raksturlīknes rajonā, un tās īpašības ir atkarīgas no raksturliknes veida ārpus šī rajona, pientēram, 2-27. attēlā parādītajām voltampēru raksturlīknēm punktos A dinamiskās pretestības  $r_d = m_r \operatorname{tg} \beta$  ir vienādas un negatīvas ( $\beta > 90^\circ$ ), bet to īpašības ir dažādas. 2-27. attēlā a pretestību sauc par N veida negatīvo pretestību (pēc voltampēru raksturlīknes veida punktā A). Sādai pretestībai funkcija U(I) ir vienvērtīga, bet apgrieztā funkcija I(U) nav vienvērtīga, jo katrai strāvas vērtībai atbilst viena sprieguma vērtība, bet katrai sprieguma vērtībai atbilst vairākas strāvas vērtības. Ja, piemēram, šādā pretestībā spriegums sasniedz vērtību U', tad strāvas vērtība lēcienveidīgi pieaug no I' līdz I". 2-27. attēla b pretestību sauc par S veida pretestību. Sādai pretestībai apgrieztā funkcija I(U) ir vienvērtīga, bet funkcija U(I) nav vienvērtīga. Ja voltampēru raksturlīknes diagrammā spriegumu atliek abscisu ass virzienā un strāvu ordinātu ass virzienā, tad iepriekš minētie negatīvo pretestību nosaukumi ir pretēji.

Dažādiem nelineāriem elektriskās ķēdes elementiem, piemēram, elektronu lampām, voltampēru raksturlīknes uzrāda katalogos. Raksturīgākie elektroenerģijas avotu un patērētāju voltampēru raksturlīkņu veidi parādīti 2-28. attēlā.

2-28. attēla *a* diagrammā dotas dažādu avotu voltampēru raksturlīknes. Avotam ar lineāru iekšējo pretestību  $r_0 = m_r \operatorname{tg} \beta_0 =$ = const un konstantu EDS raksturlikne ir taisne, kuras vienādojums ir  $U = E - Ir_0$ . Šo taisni var novilkt caur tukšgaitas



2.28. att. Avotu (a) un patērētāju (b, c) voltampēru raksturlīknes.

un īsslēguma punktiem, kuru koordinātes ir I=0, U=E un U=0,  $I=\frac{E}{r_0}$ . Avotiem ar nelineārām iekšējām pretestībām vai mainīgu EDS raksturlīknes atšķiras no aplūkotās taisnes. Tā, piemēram, jauktās ierosmes ģeneratori darbojas pēc raksturlīknes I vai 2, bet ģenerators ar virknes ierosmi — pēc raksturlīknes 3.

2-28. attēla b diagrammā dotas tādu patērētāju voltampēru raksturlīknes, kuriem strāvas stiprums ietekmē pretestību. Patērētājam ar lineāru pretestību r=m, tg  $\beta$ =const voltampēru raksturlīkne ir taisne, kuras vienādojums ir U=Ir. Patērētājiem ar nelineārām pretestībām r=m, tg  $\beta \neq$ const voltampēru raksturlīknes atšķiras no aplūkotās taisnes, un tās var būt kā kāpjošas, tā krītošas. Kāpjoša voltampēru raksturlīkne piemīt metāliem ar pozitīvu temperatūras koeficientu a un elektrolītiem vai pusvadītājiem ar negatīvu temperatūras koeficientu  $-\alpha$ . Krītoša voltampēru raksturlīkne ir ierīcēm, kurās strāva plūst gāzēs vai dzīvsudraba tvaikos, un pusvadītāju pretestībām ar lielu negatīvo temperatūras koeficientu, piemēram, elektriskajam lokam, dažādām gāzpilnām spuldzēm un termistoriem (pusvadītāju termopretestībām).

2-28. attēla c diagrammā dota tāda patērētāja voltampēru raksturlīkne, kuram strāvas virziens ietekmē pretestību. Tādā gadījumā, strāvai plūstot vienā virzienā, pretestība  $r_1 = m_r \operatorname{tg} \beta_1$ ir ievērojami mazāka par pretestību  $r_2 = m_r \operatorname{tg} \beta_2$ , kas rodas, strāvai plūstot pretējā virzienā. Sādas īpašības piemīt, piemēram, elektronu un pusvadītāju diodēm (9-3. att.).

5 - A. Lielturks

Nelineāru elektrisko ķēžu grafiskais aprēķins. Nelineāru elektrisko ķēdi aprēķina grafiski, iezīmējot kopējā diagrammā avota un patērētāja voltampēru raksturlīknes.

Pieslēdzot avotam patērētāju ar  $k\bar{a}pjošu$  voltampēru raksturlikni, abu raksturlīkņu krustpunkta O koordinātes ir ķēdes darba spriegums  $U_0$  un darba strāva  $I_0$  (2-29. att.).



2-29. att. Darba punkts avotam un patērētājam ar kāpjošu voltampēru raksturlīkni.



2-30. att. Darba punkts avotam un patērētājam ar krītošu voltampēru raksturlīkni.

Pieslēdzot avotam patērētāju ar krītošu voltampēru raksturlikni, iegūst divus krustpunktus O un O' (2-30. att.). Ķēde darbojas stabili vienīgi punktā O. Punktā O' stabila darbība nav iespējama, jo šeit, strāvai kaut kādu iemeslu dēļ pieaugot, avota spriegums  $U_a$  kļūst lielāks par patērētāja spriegumu  $U_p$ un strāva turpina pieaugt līdz punktam O. Tālāk strāva nepalielinās, jo tad avota spriegums kļūtu mazāks par patērētāja spriegumu. Par darbības stabilitāti avota un patērētāja raksturlīkņu krustpunktos var spriest, salīdzinot šajos punktos avota un patērētāja dinamisko pretestību absolūtās vērtības. Stabilas darbības krustpunktā O avota dinamiskā pretestība ir lielāka par patērētāja dinamisko pretestību:

$$|r_{\rm da}| > |r_{\rm dp}|.$$
 (2-39)

V.C C

Piemērs. Ja avota un patērētāja voltampēru raksturlīkņu krustpunktā avota raksturlīknei novilktā pieskare izveido ar ordinātu asi 120° leņķi, bet patērētāja līknes pieskarei šis leņķis ir 100°, tad darbība šādā punktā ir stabila, jo

$$r_{\rm a} = m_r |\text{tg } 120^\circ| > r_{\rm p} = m_r |\text{tg } 100^\circ|.$$

Ja avotam ir maza pretestība, tad stabilas darbības punktam O atbilst ļoti liela strāva (2-31. att. a). Šādā gadījumā strāvu ierobežo ar virknē ieslēgtu *balasta pretestību* (2-31. att. b). Neievērojot avota mazo pretestību, nepieciešamo balasta pretestību var aprēķināt pēc sakarības

$$r_{\rm b} = \frac{E - U_0}{I_0}$$

**Piemērs.** Ja E=220 V un darba punkta koordinātes ir  $U_0=110$  V,  $I_0=0.4$  A, tad  $r_b=\frac{220-110}{0.4}=275$   $\Omega$ .

Pieslēdzot avotam vairākas nelineāras pretestības vai nelineāras un lineāras pretestības, ķēde darbojas punktā, kurā avota voltampēru raksturlīkne krustojas ar pieslēgto pretestību



2-31. att. Darba punkts avotam un patērētājam ar krītošu voltampēru raksturlīkni, strādājot bez balasta pretestības (a) un ar to (b).

ekvivalento raksturlīkni (2-29. un 2-30. att.). Noskaidrosim ekvivalentās raksturlīknes grafiskā aprēķina metodes dažādiem pretestību slēgumiem.

Virknes slēgumā (2-32. att.) ekvivalentās voltampēru raksturlīknes U(I) jebkura punkta spriegumu U nosaka, saskaitot pieņemtajai strāvas vērtībai I atbilstošos nelineāro pretestību raksturlīkņu  $U_1(I)$  un  $U_2(I)$  spriegumus  $U_1$  un  $U_2$ .

Ja virknē ar nelineāru pretestību ieslēgts EDS avots (2-33. att. a), tad atkarībā no ķēdei pievadītā sprieguma U un avota EDS virzieniem pēc pirmā Kirhhofa likuma ir spēkā sakarības

$$U+E=U_1$$
 vai  $U-E=U_1$ .

Vienādojumus var uzrakstīt arī šādi:

 $U=-E+U_1$  vai  $U=E+U_1$ ,

kur pirmais vienādojums attiecas uz U un E vienvirziena slēgumu, bet otrais vienādojums uz šo lielumu pretvirziena slēgumu. Iezīmējot kopējā diagrammā nelineārās pretestības voltampēru raksturlīkni  $U_1(I)$  un EDS taisni -E=const vai E=const (2-33. att. b), var konstruēt zara ekvivalento



a

5\*

2-32. att. Nelineāru pretestību virknes slēgums (a) un tā ekvivalentā voltampēru raksturlīkne (b).

voltampēru raksturlīkni U(I). No diagrammām redzams, ka vienvirziena U un E slēgumā zara ekvivalento voltampēru raksturlīkni U(I) var iegūt, nobīdot nelineārās pretestības voltampēru raksturlīkni  $U_1(I)$  ordinātu ass virzienā par lielumu -E, bet pretvirziena slēgumā — par lielumu E.



E-const 2-23. att. Nelineāras pretestības un EDS avota virknes slēgumi (a) un to ekvivalentās voltampēru raksturlīknes (b).

Paralēlajā slēgumā (2-34. att.) ekvivalentās voltampēru raksturlīknes. U(I) jebkura punkta strāvu I nosaka, saskaitot pieņemtai sprieguma vērtībai U atbilstošās nelineāro pretestību raksturlīkņu  $U(I_1)$  un  $U(I_2)$  strāvas  $I_1$  un  $I_2$ .

Ja paralēlā slēguma zaros virknē ar nelineārām pretestībām ir ieslēgti EDS avotī  $E_1$  un  $E_2$  (2-35. att. a), tad zaru ekvivalentās voltampēru raksturlīknes  $U(I_1)$  un  $U(I_2)$  var iegūt, nobīdot nelineāro pretestību voltampēru raksturlīknes  $U_1(I_1)$ un  $U_2(I_2)$  ordinātu ass virzienā par lielumiem  $-E_1$  un  $-E_2$ (2-35. att. b). Saskaitot pieņemtajai sprieguma vērtībai atbilstošās zaru strāvas, iegūstam paralēlā slēguma ekvivalento voltampēru raksturlīkni  $U(I_1+I_2)$ . Sādai līknei ir divas komponentes: caur koordinātu sistēmas nullpunktu novilktā līkne  $U_{\rm ne}(I_1+I_2)$  un taisne -E=const (2-35. att.c), tāpēc paralēlo slēgumu var aizvietot ar ekvivalentu ķēdi, kas sastāv no virknē saslēgtas nelineāras pretestības ar voltampēru raksturlīkni  $U_{\rm ne}(I_1+I_2)$  un EDS avota E. Sādā ķēdē strāva neplūst, jo punktā b  $I_1+I_2=0$ . Tādā gadījumā paralēlo zaru un ekvivalentās ķēdes spriegums vienāds ar EDS:

 $U_{ba}=E.$ 



2-34. att. Nelineāru pretestību paralēlais slēgums (a) un tā ekvivalentā voltampēru raksturlīkne (b).
Zinot šo spriegumu, var noteikt nelineāro pretestību spriegumus  $U_1 = U_{ba} - E_1$ ,  $U_2 = U_{ba} - E_2$  un pēc 2-35. attēlā b dotajām voltampēru raksturlīknēm  $U_1(I_1)$  un  $U_2(I_2)$  var nolasīt spriegumiem  $U_1$  un  $U_2$  atbilstošās zaru strāvas  $I_1$  un  $I_2$ .

Analoģiski var aprēķināt slēgumu ar lielāku paralēlo zaru skaitu, pie tam dažos zaros var būt ieslēgtas arī lineāras vai nelineāras pretestības bez EDS avotiem.



2-35. att. Paralēlais slēgums ar zaros ieslēgtām nelineārām pretestībām (a, b) un tā ekvivalentā ķēde (c).

Jauktajā slēgumā (2-36. att.) vispirms nosaka paralēlā slēguma ekvivalento raksturlīkni  $U_2(I_1)$ , saskaitot pieņemtajai sprieguma vērtībai  $U_2$  atbilstošās raksturlīkņu  $U_2(I_2)$  un  $U_3(I_3)$ strāvas  $I_2$  un  $I_3$ . Pēc tam nosaka jauktā slēguma ekvivalento raksturlīkni  $U(I_1)$ , saskaitot pieņemtajai strāvas vērtībai  $I_1$ atbilstošos raksturlīkņu  $U_2(I_1)$  un  $U_1(I_1)$  spriegumus  $U_2$  un  $U_1$ .

Sarežģītas konfigurācijas sazarotu ķēdi ar zaros ieslēgtiem EDS avotiem un vienu nelineāru pretestību dažkārt var aprēķināt grafoanalītiski, aplūkojot lineāro ķēdes daļu kā aktīvu divpolu un atvietojot to ar ekvivalentu sprieguma avotu.

Pēc šādas metodes var aprēķināt, piemēram, 2-37. attēlā a parādīto elektrisko ķēdi. Aplūkosim shēmas daļu ar pretestībām



2-36. att. Nelineāru un lineāras pretestības jauktais slēgums (a) un tā ekvivalentā voltampēru raksturlīkne (b).

 $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $r_4$ ,  $r_5$  un EDS avotiem  $E_1$ ,  $E_2$  kā aktīvu divpolu. To var aizvietot ar ekvivalentu sprieguma avotu (2-37. att. b), kura EDS E vienāds ar divpola tukšgaitas spriegumu starp spailēm a un b, bet pretestība  $r_0$  vienāda ar divpola pretestību starp šīm spailēm, ja  $E_1 = E_2 = 0$ . Strāvu  $I_3$  nelineārā pretestībā var noteikt grafiski, iezīmējot kopējā diagrammā avota un



2-37. att. Sarežģītas konfigurācijas nelineāras ķēdes aprēķina piemērs (*a*) un tās ekvivalentā shēma (*b*).

patērētāja voltampēru raksturlīknes  $U_3 = E - I_3 r_0$  un  $U_3(I_3)$  (sk. 2-29. vai 2-30. attēlu). Pārējās ķēdes strāvas var noteikt pēc lineāro kēžu aprēkina metodēm.

Nelineāru elektrisko ķēžu analītiskais aprēķins. Precīzāka un ērtāka par grafisko aprēķina metodi ir nelineāro ķēžu analītiskā aprēķina metode. Šādu metodi var lietot, ja nelineārās pretestības darbojas raksturlīknes taisnās daļas robežās. Tādā gadījumā nelineārās pretestības var atvietot ar virknē saslēgtu EDS avotu un dinamisko pretestību (2-38. att. a). Šādiem slēgumiem atbilst vienādojumi (2-38. att. b)

$$U = -E_1 + Ir_{1d} \text{ un } U = E_2 + Ir_{2d}, \qquad (2-40)$$

kur  $r_{1d} = m_r \operatorname{tg} \beta_1$  un  $r_{2d} = m_r \operatorname{tg} \beta_2$ .

Piemērs. 2-36. attēlā a parādītais slēgums darbojas kā sprieguma stabilizators, jo, ieejas spriegumam U izmainoties par lielumu  $\Delta U$ , izejas spriegums  $U_2$  izmainās par mazāku lielumu  $\Delta U_2$ . Relatīvo ieejas un izejas spriegumu izmaiņu attiecību sauc par stabilizācijas koēficientu:



2-38. att. Nelineāru pretestību ekvivalentās shēmas (a) un voltampēru raksturlīkņu taisno daļu vienādojumi (b). vai robežgadījumā

$$k_{\rm st} = \frac{U_2}{U} \frac{dU}{dU_2}$$

No formulas redzams, ka lielam stabilizācijas koeficientam  $k_{\rm st}$  atbilst mazas izejas sprieguma svārstības  $\Delta U_2$ .

Sprieguma stabilizāciju panāk, ja darbība notiek nelineāro pretestību



#### 2-39. att. Ekevivalentā shēma 2-36. attēla a slēgumam.

voltampēru raksturlīkņu taisnajās daļās, tāpēc stabilizācijas koeficientu var noteikt analītiski, aizvietojot 2-36. attēla a slēgumu ar 2-39. attēla ekvivalento shēmu. Shēmā uzrādītos EDS  $E_1$  un  $-E_2$  var noteikt, turpinot raksturlīkņu  $U_1(I_1)$  un  $U_2(I_2)$  pieskares līdz krustpunktam ar ordinātu asi (2-38. att.), bet dinamiskās pretestības var aprēķināt pēc sakarībām  $r_{1d} = m_r tg \beta_1$  un  $r_{2d} = m_r tg \beta_2$ . Ekvivalentai shēmai atbilst šādi vienādojumi:

$$U_{2} = E_{2} + I_{2}r_{2d} = I_{3}r_{3},$$
  

$$U = -E_{1} + I_{1}r_{1d} + U_{2},$$
  

$$I_{1} = I_{2} + I_{3}.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, iegūstam šādas sakarības:

$$\begin{split} U &= U_2 \frac{r_{1d}r_{2d} + r_{1d}r_3 + r_{2d}r_3}{r_{2d}r_3} - \frac{E_1r_{2d} + E_2r_{1d}}{r_{2d}} \\ \frac{dU}{dU_2} &= \frac{r_{1d}r_{2d} + r_{1d}r_3 + r_{2d}r_3}{r_{2d}r_3} = 1 + \frac{r_{1d}}{r_3} + \frac{r_{1d}}{r_{2d}} \end{split}$$

un

$$k_{\rm st} = \frac{U_2}{U_1} \left( 1 + \frac{r_{\rm 1d}}{r_3} + \frac{r_{\rm 1d}}{r_{\rm 2d}} \right).$$

No formulas redzams, ka lielu stabilizācijas koeficientu var panākt, ja  $r_{1a} \gg r_{2d}$ , tāpēc pēc 2-36. attēlā dotās shēmas sprieguma stabilizatoru izveido no tādām nelineārām pretestībām, kurām  $\beta_1 \gg \beta_2$ .

#### 2-7. UZDEVUMI

1. Dota nesazarota līdzstrāvas ķēde (2-40. att.). Aprēķināt strāvas stiprumu *I*, spriegumu *U*, avotam pievadīto neelektrisko jaudu *P*<sub>1</sub>, no avota iegūto un patērētājam pievadīto elektrisko jaudu *P*<sub>2</sub> un avota lietderības koeficientu  $\eta$ , ja patērētāja pretestība  $r = \infty$ ; 5; 1; 0,5 un 0  $\Omega$ .

Atrisinājums. (2-2. tab.)

2-2. tabula

| r<br>(Ω) | $\begin{vmatrix} I = \frac{E}{r_0 + r} \\ (A) \end{vmatrix}$ | $\begin{vmatrix} U = E - Ir_0 = \\ = Ir \\ (V) \end{vmatrix}$ | $P_1 = EI$ (kW) | $\begin{vmatrix} P_2 = UI \\ (kW) \end{vmatrix}$ | $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U}{E}$ | Piezīmes         |
|----------|--|---|-----------------|--|--|------------------|
| ∞<br>5   | 0  | 120   | 0 24            | 0  | 1                                      | Ideāla tukšgaita |
| 1<br>0,5 | 60<br>80   | 60<br>40  | 7,2<br>9,6      | 3,6<br>3,2                                       | 0,5                                    | $r = r_0$        |
| 0        | .120   | 0   | 14,4            | 0  | 0                                      | Isslēgums        |



2-40. att. 1. uzdevumam.

Reālos apstākļos tukšgaitā  $P_1 > 0$ , tāpēc  $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{0}{P_1} = 0$ .

2. Aprēķināt elektriskā ūdens sildītāja sildelementam nepieciešamā vada šķērsgriezumu un garumu, ja 15 minūtēs jāuzsilda 10 litri ūdens no 15 līdz 80 °C; tīkla spriegums 220 V, sildītāja lietderības koeficients 0,9, sildelementa vads izgata-

vots no nihroma, pieļaujamais strāvas blīvums 24 Amra.

Atrisinājums. Ūdens sasildīšanai nepieciešamais siltuma daudzums

$$Q_2 = cG(\Theta_1 - \Theta_2) = 1 \cdot 10(80 - 15) = 650$$
 kcal.

Nepieciešamais siltuma daudzums, kas jārada sildelementam, ir

$$Q_1 = \frac{Q_2}{\eta} = \frac{650}{0,9} = 723$$
 kcal.

Ūdens sasildīšanai nepieciešamā elektroenerģija

$$A = \frac{Q_1}{860} = 0.84$$
 kWh.

Sildaparāta jauda

$$P = \frac{A}{t} = \frac{0,84}{0,25} = 3,36$$
 kW.

Sildelementā plūstošās strāvas stiprums

$$I = \frac{P}{U} = \frac{3360}{220} = 15,2$$
 A.

Sildelementam nepieciešamā vada šķērsgriezuma laukums

$$S = \frac{I}{\delta} = \frac{15,2}{24} = 0,63 \text{ mm}^2.$$

Sildelementa vada pretestība

$$r = \frac{U}{I} = \frac{220}{15,2} = 14,5 \ \Omega.$$

Izvēloties nihroma vadu ar īpatnējo vadītspēju 0,9 $\frac{m}{\Omega\cdot mm^2}$ un šķērsgriezuma laukumu 0,7088 mm², nepieciešamais vada garums ir

 $l = r_{y}S = 14,5 \cdot 0,9 \cdot 0,71 = 9,2$  m.

3. Dota sazarota līdzstrāvas ķēde (2-41. att.). Aprēķināt ķēdes strāvas  $I_1$ ,  $I_2$  un  $I_3$  pēc Kirhhofa likumiem un pēc speciālajām metodēm.

Atrisinājums. Atvietojot tilta slēgumā saslēgtās pretestības ar ekvivalentu pretestību, iegūstam 2-42. attēlā parādīto shēmu.

a) Atrisinājums, izmantojot Kirhhofa likumus.

Pēc pirmā Kirhhofa likuma var sastādīt q-1=2-1=1 un pēc otrā Kirhhofa likuma p-q+1=3-2+1=2 neatkarīgus viet nādojumus.

Mezgla punktam A:  $I_1-I_2-I_3=0$ ; kontūram ABCA:  $E_1-E_2=I_1r_{01}+I_2r_{02}$ ; kontūram ADBA:  $E_2=-I_2r_{02}+I_3r$ .



2-41. att. 3. uzdevumam.

Ievietosim skaitliskās vērtības:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$
  
 $I_3 = I_1 + 0, 6I_2;$   
 $I_17 = -0.6I_2 + 24I_3.$ 



Ievietojot  $I_1 = I_2 + I_3$  otrajā vienādojumā, varam rakstīt, ka

$$+\begin{cases} 13=1,6I_2+I_3\\ 117=-0,6I_2+24I_3 \end{cases} \times (-24) \\ +\begin{cases} -312=-38,4I_2-24I_3\\ 117=-0,6I_2+24I_3 \end{cases} \\ -195=-39I_2; \\ I_2=5 \text{ A.} \\ I_1=13-0,6I_2=13-0,6\cdot 5=10 \text{ A.} \\ I_3=I_1-I_2=10-5=5 \text{ A.} \end{cases}$$

Rezultāti ir pozitīvi, tātad pieņemtie strāvas virzieni ir pareizi.

b) Atrisinājums pēc kontūru strāvu metodes.

Pēc otrā Kirhhofa likuma var sastādīt p-q+1=2 neatkarīgus vienādojumus, tāpēc pieņemam divas kontūru strāvas (2-43. att.).

Kontūrā ABCA:  $E_1 - E_2 = I_1(r_{01} + r_{02}) - I_2r_{02}$ ; kontūrā ADBA:  $E_2 = I_2(r_{02} + r) - I_1r_{02}$ .



2-43. att. 3. uzdevuma kontūru strāvas. Ievietosim skaitliskās vērtības, tad

$$+ \begin{cases} 13 = 1.6I_1 - 0.6I_2 \\ 117 = 24.6I_2 - 0.6I_1 \\ + \begin{cases} 533 = 65.6I_1 - 24.6I_2 \\ 117 = 24.6I_2 - 0.6I_1 \\ \hline 650 = 65I_1; \\ I_1 = 10 \text{ A.} \\ I_2 = \frac{1.6I_1 - 13}{0.6} = \frac{1.6 \cdot 10 - 13}{0.6} = 5 \text{ A} \end{cases}$$

Pretestībā  $r_{01}$  plūst strāva  $I_1 = 10$  A; pretestībā  $r_{02}$  plūst strāva

I<sub>1</sub>-I<sub>2</sub>=10-5=5 A; pretestībā r plūst strāva I<sub>2</sub>=5 A.
c) Atrisinājums pēc superpozīcijas metodes.
2-44. attēla shēmās parādītas katra EDS radītās daļējās strāvas un abu EDS radītās rezultējošās strāvas. Pēc 2-44. attēla a shēmas varam rakstīt, ka

$$I_{1}^{(1)} = \frac{E_{1}}{r_{01} + \frac{r_{02} \cdot r}{r_{02} + r}} = \frac{130}{1 + \frac{0.6 \cdot 24}{24.6}} = \frac{130}{1,585} = 82,0 \text{ A};$$

$$I_{2}^{(1)} = I_{1}^{(1)} \frac{r}{r_{02} + r} = 82,0 \frac{24}{24.6} = 80,0 \text{ A};$$

$$I_{3}^{(1)} = I_{1}^{(1)} \frac{r_{02}}{r_{02} + r} = 82,0 \frac{0.6}{24.6} = 2,0 \text{ A}.$$

Pēc 2-44. attēla b shēmas varam rakstīt, ka

E,

$$I_{2}^{(2)} = \frac{E_{2}}{r_{02} + \frac{r_{01} + r}{r_{01} + r}} = \frac{117}{0,6 + \frac{1 \cdot 24}{25}} = \frac{117}{1,560} = 75,0 \text{ A};$$

$$I_{1}^{(2)} = I_{2}^{(2)} \frac{r}{r_{01} + r} = 75,0 \frac{24}{25} = 72,0 \text{ A};$$

$$I_{3}^{(2)} = I_{2}^{(2)} \frac{r_{01}}{r_{01} + r} = 75,0 \frac{1}{25} = 3,0 \text{ A}.$$

$$I_{3}^{(2)} = I_{2}^{(2)} \frac{I_{1}^{(0)}}{r_{01} + r} = 75,0 \frac{1}{25} = 3,0 \text{ A}.$$

$$I_{3}^{(2)} = I_{2}^{(2)} \frac{I_{1}^{(0)}}{r_{01} + r} = 75,0 \frac{1}{25} = 3,0 \text{ A}.$$

$$I_{3}^{(2)} = I_{2}^{(2)} \frac{I_{2}^{(0)}}{r_{01} + r} = 75,0 \frac{1}{25} = 3,0 \text{ A}.$$

2-44. att. 3. uzdevuma daļējās strāvas (a, b) un rezultējošās strāvas (c).

Ja vienlaicīgi darbojas abi EDS, tad pēc 2-44. attēla c shēmas

$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)} = 82 - 72 = 10 \text{ A};$$
  

$$I_2 = I_2^{(1)} - I_2^{(2)} = 80 - 75 = 5 \text{ A};$$
  

$$I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)} = 2 + 3 = 5 \text{ A}.$$

d) Atrisinājums pēc mezglu punktu sprieguma metodes.

Ķēdes spriegums

$$U = \frac{\sum \frac{E_1}{r_{01}}}{\sum \frac{1}{r_{01}}} = \frac{\frac{E_1}{r_{01}} + \frac{E_2}{r_{02}} + \frac{0}{r}}{\frac{1}{r_{01}} + \frac{1}{r_{02}} + \frac{1}{r}} = \frac{\frac{120}{1} + \frac{117}{0.6}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{0.6} + \frac{1}{24}} = 120,00 \text{ V}.$$

Pirmajā zarā darbojas  $E_1=130>U=120$  V, tāpēc pēc formulas (2-4) varam rakstīt, ka

$$I_1 = \frac{E_1 - U}{r_{01}} = \frac{130 - 120}{1} = 10$$
 A.

Otrajā zarā darbojas  $E_2=117 < U=120$  V, tāpēc pēc formulas (2-5) varam rakstīt, ka

$$I_2 = \frac{U - E_2}{r_{02}} = \frac{120 - 117}{0.6} = 5$$
 A.

Trešajā zarā pēc Oma likuma varam rakstīt, ka

$$I_3 = \frac{U}{r} = \frac{120}{24} = 5$$
 A.

4. Aprēķināt 2-45. attēlā a parādītās elektriskās ķēdes strāvas I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub>, I<sub>4</sub>, I<sub>5</sub> un I<sub>6</sub>.

Atrisinäjums. Kēdei ir p=6 zari un q=3 mezgla punkti. Nosakot nezināmās strāvas pēc kontūru strāvu metodes, jāatrisina p-q+1=4 vienādojumu sistēma, bet, lietojot mezgla punktu potenciālu metodi, jāatrisina tikai q-1=2 vienādojumu sistēma. Lai samazinātu skaitļošanas darbu, atrisināsim uzdevumu pēc otrās metodes. Ievērojot 2-45. attēla a shēmā pieņemtos pozitīvos strāvu virzienus pēc formulas (2-23), iegūstam šādu vienādojumu sistēmu:

$$g_{11}\varphi_1 - g_{12}\varphi_2 = (g_1 + g_2 + g_5 + g_6)\varphi_1 - (g_5 + g_6)\varphi_2 =$$
  
=  $E_1g_1 - E_2g_2 - E_5g_5,$   
 $-g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 = -(g_5 + g_6)\varphi_1 + (g_3 + g_4 + g_5 + g_6)\varphi_2 =$   
=  $E_4g_4 + E_5g_5.$ 



2-45. att. 4. uzdevums (a) un tā atrisinājums (b).

Ievietojot vienādojumos 2-45. attēlā a parādītās EDS un vadītspēju vērtības, iegūstam šādu vienādojumu sistēmu:

 $\begin{cases} (0,1+0,05+0,02+0,01) \, \phi_1 - (0,02+0,01) \, \phi_2 = \\ = 100 \cdot 0,1 - 200 \cdot 0,05 - 300 \cdot 0,02, \\ - (0,02+0,01) \, \phi_1 + (0,04+0,02+0,02+0,01) \, \phi_1 = \\ = 200 \cdot 0,02 + 300 \cdot 0,02 \end{cases}$ 

vai

$$\begin{cases} 0,18\varphi_1 - 0,03\varphi_2 = -6, \\ -0,03\varphi_1 + 0,09\varphi_2 = 10. \end{cases}$$

Vienādojumu sistēmai atbilst šādi determinanti:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0.18 & -0.03 \\ -0.03 & 0.09 \end{vmatrix} = 0.18 \cdot 0.09 - 0.03 \cdot 0.03 = 0.0162 - 0.0009 = 0.0153,$$
  
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -6 & -0.03 \\ 10 & 0.09 \end{vmatrix} = -6 \cdot 0.09 + 0.03 \cdot 10 = -0.54 + 0.3 = -0.24,$$
  
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0.18 & -6 \\ -0.03 & 10 \end{vmatrix} = 0.18 \cdot 10 - 6 \cdot 0.03 = 1.8 - 0.18 = 1.62$$

un ķēdes punktiem 1 un 2 ir šādi potenciāli:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{0.24}{0,0153} = -15,69 \text{ V},$$
$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1,62}{0,0153} = 105,88 \text{ V}.$$

Pieņemot, ka punkta 3 potenciāls  $\varphi_3=0$ , pēc Oma likuma sastādīsim vienādojumus, pēc kuriem var noteikt zaru strāvas:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = E_1 - \frac{I_1}{g_1} &= -E_2 - \frac{I_2}{g_2} ,\\ \varphi_2 = -\frac{I_3}{g_3} &= E_4 + \frac{I_4}{g_4} = \varphi_1 + E_5 - \frac{I_5}{g_5} = \varphi_1 - \frac{I_6}{g_6} \end{aligned}$$

Ievietojot vienādojumos dotos un aprēķinātos lielumus, iegūstam šādas strāvas:

$$\begin{split} I_1 &= (E_1 - \varphi_1) g_1 = (100 + 15,69) 0, 1 = 11,57 \text{ A}, \\ I_2 &= -(E_2 + \varphi_1) g_2 = -(200 - 15,69) 0,05 = -9,22 \text{ A}, \\ I_3 &= -\varphi_2 g_3 = -105,88 \cdot 0,04 = -4,23 \text{ A}, \\ I_4 &= (\varphi_2 - E_4) g_4 = (105,88 - 200) 0,02 = -1,88 \text{ A}, \\ I_5 &= (\varphi_1 - \varphi_2 + E_5) g_5 = (-15,69 - 105,88 + 300) 0,02 = 3,57 \text{ A}, \\ I_6 &= (\varphi_1 - \varphi_2) g_6 = (-15,69 - 105,88) 0,01 = -1,22 \text{ A}. \end{split}$$

Strāvas  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  un  $I_6$  ir negatīvas, tāpēc šo strāvu faktiskie virzieni (2-45. att. b) ir pretēji iepriekš pieņemtajiem strāvu virzieniem (2-45. att. a).

Pēc pirmā Kirhhofa likuma mezgla punktā 1

$$I_1 - I_2 - I_5 + I_6 = 11,57 - 9,22 - 3,57 + 1,22 = 0,$$

mezgla punktā 2

$$-I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = -4,23 + 1,88 + 3,57 - 1,22 = 0,$$

tāpēc uzdevums ir atrisināts pareizi.

5. Aprēķināt 2-46. attēlā a dotās elektriskās ķēdes zaru strāvas.

Atrisinājums. Ķēdei ir p=6 zari un q=4 mezgla



2-46. att. 5. uzdevums (a) un tā atrisinājums (b).

punkti. Nosakot nezināmās strāvas pēc kontūru strāvu metodes, jāatrisina p-q+1=3 vienādojumu sistēma, bet, lietojot mezgla punktu metodi, arī jāatrisina q-1=3 vienādojumu sistēma, tāpēc no skaitļošanas darba viedokļa abas metodes ir lidzvērtīgas. Noteiksim nezināmās strāvas pēc kontūru strāvu metodes.

Ievērojot 2-46. attēlā a uzrādītos pieņemtos pozitīvos kontūru strāvu  $I_1$ ,  $I_2$  un  $I_3$  virzienus, pēc formulas (2-22) iegūstam šādus vienādojumus:

$$\begin{bmatrix} r_{11}I_1 - r_{12}I_2 - r_{13}I_3 = (r_1 + r_5 + r_4)I_1 - r_5I_2 - r_4I_3 = E_1 - E_4, \\ -r_{21}I_1 + r_{22}I_2 - r_{23}I_3 = -r_5I_1 + (r_2 + r_6 + r_5)I_2 - r_6I_3 = -E_2, \\ -r_{31}I_1 - r_{32}I_2 + r_{33}I_3 = -r_4I_1 - r_6I_2 + (r_3 + r_4 + r_6)I_3 = E_4. \end{bmatrix}$$

Ievietojot vienādojumos 2-46. attēlā a parādītās EDS un pretestības vērtības, iegūstam šādu vienādojumu sistēmu:

$$\begin{array}{l} (1+5+4)I_1-5I_2-4I_3=10-30, \\ -5I_1+(2+6+5)I_2-6I_3=-15, \\ -4I_1-6I_2+(3+4+6)I_3=30 \end{array}$$

vai

$$\begin{cases} 10I_1 - 5I_2 - 4I_3 = -20, \\ -5I_1 + 13I_2 - 6I_3 = -15, \\ -4I_1 - 6I_2 + 13I_3 = 30. \end{cases}$$

Vienādojumu sistēmai atbilst šādi determinanti:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -4 \\ -5 & 13 & -6 \\ -4 & -6 & 13 \end{vmatrix} = 557,$$
  
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -20 & -5 & -4 \\ -15 & 13 & -6 \\ 30 & -6 & 13 \end{vmatrix} = -1535, \ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & -20 & -4 \\ -5 & -15 & -6 \\ -4 & 30 & 13 \end{vmatrix} = -1090,$$
  
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -20 \\ -5 & 13 & -15 \\ -4 & -6 & 30 \end{vmatrix} = 310,$$

un kontūru strāvām ir šādas vērtības:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -2,756 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -1,96 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,56 \text{ A}.$$

79

Ievietojot atrastās strāvas, piemēram, sistēmas pirmajā vienādojumā, iegūstam, ka

 $10I_1 - 5I_2 - 4I_3 = -10 \cdot 2,756 + 5 \cdot 1,96 - 4 \cdot 0,56 = -20,00,$ 

tāpēc vienādojumu sistēma atrisināta pareizi.



2-47. att. 6. uzdevuma ekvivalentā sprieguma avota tukšgaitas shēma (a) un tukšgaitas sprieguma aprēķina shēma (b).

Kontūru strāvas  $I_1$  un  $I_2$  ir negatīvas, un šo strāvu faktiskie virzieni ir pretēji iepriekš pieņemtajiem virzieniem. Tādā gadījumā zaru strāvām ir 2-46. attēlā *b* parādītie virzieni un vērtības.

6. 2-46. attēlā a dotās elektriskās ķēdes zarā starp mezgla punktiem a un b lineārās pretestības  $r_4$  vietā ieslēgta nelineāra pretestība. Aprēķināt spriegumu un strāvu šajā pretestībā, ja tā darbojas pēc 2-49. attēlā b dotās voltampēru raksturlīknes  $U_4(I_4)$ .

Atrisinājums. Starp mezgla punktiem a un b ieslēgtā zara darbību var noskaidrot, aplūkojot pārējo elektriskās ķēdes daļu kā aktīvu divpolu. Atvietosim divpolu ar ekvivalentu sprieguma avotu un aprēķināsim šāda avota EDS un pretestību.

Ekvivalentā sprieguma avota EDS  $E_{ba}$  skaitliski vienāds ar divpola tukšgaitas spriegumu starp spailēm a un b (2-47. att. a). So EDS var noteikt, aplūkojot divpola tukšgaitas shēmu kā paralēlo slēgumu, kas izveidojas starp mezgla punktiem c un d(2-47. att. b). Spriegums starp mezgla punktiem c un d ir

$$U_{cd} = \frac{\frac{E_1}{r_1 + r_3} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1 + r_3} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_5 + r_6}} = \frac{\frac{10}{1 + 3} + \frac{15}{2}}{\frac{1}{1 + 3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5 + 6}} = 11,89 \text{ V}$$

un paralēlā slēguma zaros plūst strāvas

$$I_1 = \frac{U_{cd} - E_1}{r_1 + r_3} = \frac{11,89 - 10}{1 + 3} = 0,47 \text{ A}, \quad I_5 = \frac{U_{cd}}{r_5 + r_6} = \frac{11,89}{5 + 6} = 1,08 \text{ A},$$
$$I_2 = \frac{E_2 - U_{cd}}{1 + 3} = \frac{15 - 11,89}{1 + 3} = 1.55 \text{ A}$$



2-48. att. 6. uzdevuma ekvivalentā sprieguma avota pretestība  $r_0$  (a) un tās aprēķins (b).

Pēc pirmā Kirhhofa likuma  $I_2-I_1-I_5=1,55-0,47-1,08=0$ , tātad aprēķins ir pareizs.

Pēc 2-47. attēlā b dotās shēmas divpola EDS

12

$$E_{ba} = \varphi_a - \varphi_b = \varphi_b + I_1 r_1 + E_1 - I_5 r_5 - \varphi_b = I_1 r_1 + E_1 - I_5 r_5 = 0.47 \cdot 1 + 10 - 1.08 \cdot 5 = 5.07 \text{ V}.$$

Ekvivalentä sprieguma avota pretestība  $r_0$  ir vienāda ar divpola pretestību starp spailēm a un b, ja  $E_1=E_2=0$  (2-48. att. a). So pretestību var noteikt, atvietojot trīsstūra slēguma pretestības  $r_2$ ,  $r_5$  un  $r_6$  ar ekvivalentām zvaigznes slēguma pretestībām. Pēc 2-48. attēlā b parādītā aprēķina iegūstam, ka

 $r_0 = 3,54\Omega$ .

2-49. attēlā b parādītā līkne ir simetriska pret koordinātu sākumpunktu O. Tādā gadījumā divpola EDS avotu  $E_{ba}$  un zarā ieslēgto EDS avotu  $E_4$  var apmainīt vietām (2-49. att. a).



2-49. att. 6. uzdevuma ekvivalentā sprieguma avota shēmas (a), nelineārās pretestības voltampēru raksturlīkne (b) un tās darba punkta grafiskais aprēķins (c).

6 - A. Lielturks

Ja zarā būtu ieslēgta lineāra pretestība  $r_4$ =const, tad tajā plūstu strāva

$$I_4 = \frac{E_4 - E_{ba}}{r_0 + r_4} = \frac{30 - 5,07}{3,54 + 4} = 3,31$$
 A.

Salīdzinot iegūto rezultātu ar 5. uzdevumā aprēķināto strāvu  $I_4=3,32$  A (sk. 2-46. att. b), redzam, ka aprēķins ir pareizs.

Ja zarā ieslēgta nelineāra pretestība, tad strāvu tajā var noteikt grafiski, iezīmējot kopējā diagrammā ekvivalentā sprieguma avota un nelineārās pretestības voltampēru raksturliknes (2-49. att. c). Ekvivalentā sprieguma avota voltampēru raksturlīkne  $U_{ab} = E_4 - I_4 r_0$  ir taisne, kas novilkta caur tukšgaitas un īsslēguma punktiem, kuru koordinātes ir I=0,  $U=E_4$  un U=0,  $I=\frac{E_4}{r_0}=\frac{30}{3,54}=8,47$  A. Nelineārās pretestības voltampēru raksturlīkne  $U_4(I_4)$  ir nobīdīta diagrammas ordinātu ass pozitīvajā virzienā par lielumu  $E_{ba}=5,07$  V, jo  $E_4$  un  $E_{ba}$  2-49. attēlā *a* dotajā ķēdē darbojas pretējos virzienos (2-33. att.). Abu līkņu krustpunkta O koordinātes ir zara darba spriegums un strāva. No diagrammas nolasīts, ka

$$U_{04} = 20$$
 V un  $I_{04} = 2,8$  A.

7. Četrpola tukšgaitas un īsslēguma mēģinājumos iegūti šādi dati:  $U_{10}$ =104 V,  $I_{10}$ =2 A,  $U_2$ =100 V un  $U_{1k}$ =30,8 V,  $I_{1k}$ =5,4 A,  $I_2$ =5 A. Aprēķināt četrpola T veida ekvivalentās shēmas pretestības un maksimālo lietderības koeficientu.

Atrisinājums, Aprēķināsim pēc abu mēģinājumu datiem četrpola konstantes:

$$A = \frac{U_{10}}{U_2} = \frac{104}{100} = 1,04, \quad C = \frac{I_{10}}{U_2} = \frac{2}{100} = 0,02 \frac{1}{\Omega},$$
$$B = \frac{U_{1k}}{I_2} = \frac{30.8}{5} = 6,16 \ \Omega, \quad D = \frac{I_{1k}}{I_2} = \frac{5.4}{5} = 1,08.$$

Pārbaude: *AD*−*BC*=1,04 · 1,08−6,16 · 0,02=1,1232−0,1232= =1. Cetrpola T veida ekvivalentās shēmas pretestības ir

$$r_0 = \frac{1}{C} = \frac{1}{0,02} = 50 \ \Omega, \ r_1 = \frac{A-1}{C} = \frac{1,04-1}{0,02} = 2 \ \Omega \ un$$
  
 $r_2 = \frac{D-1}{C} = \frac{1,08-1}{0,02} = 4 \ \Omega.$ 

Ja četrpols darbojas ar slodzes pretestību

$$r_2 = \sqrt{\frac{BD}{AC}} = \sqrt{\frac{6,16\cdot1,08}{1,04\cdot0,02}} = 17,6 \ \Omega,$$

tad tā lietderības koeficients sasniedz maksimālo vērtību

$$\eta_{\text{maks}} = \frac{r_2}{(Ar_2 + B) (Cr_2 + D)} = \frac{17,6}{(1,04 \cdot 17,6 + 6,16) (0,02 \cdot 17,6 + 1,08)} = 0,53.$$

### Trešā nodaļa '

### **ELEKTROMAGNĒTISMS**

#### 3-1. MAGNETISKO LAUKU RAKSTUROJOŠIE LIELUMI

Magnētiskais lauks rodas telpā ap elektrisko strāvu, un tas iedarbojas uz magnētadatu vai vadu, pa kuru plūst strāva.

Jebkuru magnētiškā lauka punktu raksturo magnētiskās indukcijas vektors  $\vec{B}$ . Tā virzienu pieņem magnētadatas ziemeļpola pagriešanās virzienā, bet skaitlisko vērtību nosaka pēc spēka, ar kādu lauks iedarbojas uz vienu metru garu vadu, pa kuru plūst vienu ampēru stīpra strāva, ja vads ir novietots perpendikulāri magnētiskajām līnijām (3-1. att. a). Ja uz šādu vadu darbojas spēks F=1 N=0,102 kG, tad magnētiskā indukcija B=1 T (tesla)= $1\frac{Wb}{m^2}$  (vēbers uz kvadrātmetru)= $1\frac{Vs}{m^2}$ (voltsekunde uz kvadrātmetru).

Virzienu spēkam, ar kādu magnētiskais lauks iedarbojas uz vadu, pa kuru plūst strāva, var noteikt pēc kreisās rokas likuma



3-1. att. Magnētiskās indukcijas vektors (a) un kreisās rokas likuma ilustrācija (b).

šādi (3-1. att. b): novietojot kreiso roku magnētiskajā laukā tā, lai magnētiskās līnijas ieietu plaukstā un četri izstieptie pirksti rādītu strāvas virzienu vadā, atliektais īkšķis norādīs spēka virzienu.

Magnētiskās indukcijas vektora reizinājumu ar tam perpendikulāru laukumu sauc par magnētiskās plūsmas vektoru  $\overline{\Phi}$  caur šo laukumu. Tā virziens sakrīt ar magnētiskās indukcijas vektora virzienu, bet skaitlisko vērtību homogēnā laukā var aprēķināt pēc formulas

$$\Phi = BS, \tag{3-1}$$

kur B — magnētiskā indukcija (T),

 $S - laukums (m^2)$ ,

Φ — magnētiskā plūsma (Wb).

Wb un T ir lielas mērvienības, tāpēc aprēķiniem bieži izmanto arī mazākas mērvienības: maksvelu ( $Mx = 10^{-8}$  Wb) un gausu  $\begin{pmatrix} C_{C} & Mx \\ Mx & 10^{-8}$  Wb  $10^{-4}$  T $\end{pmatrix}$ 

$$GS = \frac{10^{-4}}{10^{-4}} = \frac{10^{-4}}{10^{-4}} = 10^{-4}$$

Nehomogēnā laukā dažādos lauka punktos magnētiskā indukcija nav vienāda, tāpēc magnētiskā plūsma jāaprēķina pēc sakarības

$$\Phi = \int_{0}^{S} BdS.$$

Magnētiskā indukcija ir atkarīga no strāvas stipruma, vada ģeometriskās formas un izmēriem, kā arī no vides īpašībām, kurā izveidojas magnētiskais lauks.

Aprēķiniem ērtāks ir lielums, kas nav atkarīgs no vides ipašībām. Sāds lielums ir magnētiskā lauka intensitātes vektors  $\overline{H}$ . Izotropā vidē, kur magnētiskās īpašības visos virzienos ir vienādas, lauka intensitātes vektors ir vērsts magnētiskās indukcijas vektora virzienā. Abu vektoru virzieni ir atkarīgi no strāvas virziena vadā, un tos nosaka pēc labās skrūves likuma



3-2. att. Labās skrūves likums: magnētisko līniju virziens atkarībā no strāvas virziens (a) un strāvas virziens atkarībā no magnētisko līniju virziena (b).

(3-2. att.). Ja labās skrūves virzes kustība sakrīt ar strāvas virzienu vadā, tad tās griezes kustība norāda magnētisko līniju virzienu. Tādu pašu rezultātu iegūst, apmainot vietām strāvu un magnētiskās līnijas. Zīmējumos no skatītāja vērstus strāvas vai magnētisko līniju virzienus apzīmē ar krustu, bet uz skatītāju vērstus virzienus ar punktu. Magnētiskā lauka intensitātes vektora skaitlisko vērtību var aprēķināt pēc formulas

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0}, \qquad (3-2)$$

kur B — magnētiskā indukcija (T),

H - magnētiskā lauka intensitāte  $\left(\frac{A}{m}\right)$ ,

 $\begin{array}{ll} \mu & - \mbox{ relatīvā magnētiskā caurlaidība,'} \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} & - \mbox{ vakuuma absolūtā magnētiskā caurlaidība} \\ \mbox{ jeb magnētiskā konstante} \left( \frac{\Omega s}{m} \right), \end{array}$ 

 $\mu\mu_0$  — vielas absolūtā magnētiskā caurlaidība  $\left(\frac{\Omega s}{m}\right)$  = Aprēķiniem bieži lieto lielākas lauka intensitātes mērvienības: ampēru uz centimetru  $\left(\frac{A}{cm}=100\frac{A}{m}\right)$  un erstedu  $\left(Oe=80\frac{A}{m}=100\frac{A}{m}\right)$ 

 $=0.8 \frac{A}{cm}$ .

Relativā magnētiskā caurlaidība  $\mu$  ir nenosaukts skaitlis, un tā ir atkarīga no vielas īpašībām, kurā izveidojas magnētiskais lauks.

Dažādām diamagnētiskām vielām, piemēram, varam,  $\mu$  ir nedaudz mazāks par vienu, bet paramagnētiskām vielām, piemēram, gaisam,  $\mu$  ir nedaudz lielāks par vienu. Tehniskos aprēķinos pieņem, ka šādām vielām  $\mu=1$ . Ievietojot formulā (3-2)  $\mu=1$ , iegūstam šādas magnētisko ķēžu gaisa posmu un nemagnētiska materiāla posmu aprēķina formulas:

$$H_{g}\left(\frac{A}{m}\right) = \frac{B_{g}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0.8 \cdot 10^{6} B_{g} \text{ (T)},$$

$$H_{g}\left(\frac{A}{cm}\right) = 8000 B_{g} \text{ (T)}, \qquad (3-3)$$

$$H_{g}\left(\frac{A}{cm}\right) = 0.8 B_{g} \text{ (Gs)}.$$

Feromagnētiskām vielām, piemēram, tēraudam, čugunam, kobaltam, niķelim un to sakausējumiem ar citiem metāliem, magnētiskā caurlaidība ievērojami pārsniedz vienu un ir atkarīga no lauka intensitātes. Sādām vielām sakarība H=f(B) ir nelineāra, tāpēc feromagnētiska materiāla magnētiskās ķēdes posmu aprēķinam lieto eksperimentāli iegūtas magnetizēšanas liknes (3-3. att.). Sādas līknes dažādiem feromagnētiskiem materiāliem uzrāda rokasgrāmatās.

Magnētiskā lauka intensitāte ir atkarīga no strāvas stipruma, vada ģeometriskās formas un izmēriem. Šo atkarību izsaka pilnās strāvas likums:

 $F = \oint H_l dl = \Sigma I.$ 

Magnetizējošais spēks  $F = \oint H_l dl$  ir vienāds ar pilno strāvu  $\Sigma I$ (3-4. att.). Šeit ceļa dl reizinājums ar lauka intensitātes vektora projekciju  $H_l$  ceļa virzienā ir magnētiskais spriegums, un šo spriegumu integrālis pa noslēgtu ceļu ir magnetizējošais spēks F.

Par pilno strāvu  $\Sigma I$  sauc strāvu algebrisko summu, kas ir saistīta ar noslēgtā ceļa ierobežoto virsmu. Nosakot strāvu algebrisko summu, par pozitīvām skaita strāvas, kas ar ceļa apiešanas virzienu ir saistītas pēc labās skrūves likuma. 3-4. attēlā parādītajā gadījumā  $\Sigma I = I_1 - I_2$ .

Homogēnā laukā intensitāte visos lauka punktos ir vienāda, tāpēc magnētisko spriegumu var aprēķināt kā lauka intensitātes un vidējās magnētiskās līnijas garuma reizinājumu *Hl.* 

Ja magnētiskā ķēde sastāv no vairākiem dažāda materiāla vai dažāda šķērsgriezuma posmiem un magnētisko lauku rada



3-3. att. Magnetizēšanas līknes.

spole ar strāvu I un vijumu skaitu w, tad pilnās strāvas likumu var izteikt šādi:

$$\Sigma(Iw) = \Sigma(H_1 l_1). \tag{3-4}$$

3-5. attēlā parādītajai magnētiskajai ķēdei pilnās strāvas likums ir  $I_1w_1 - I_2w_2 = H_1l_1 + H_2l_2.$ 



3-4. att. Pilnās strāvas likuma ilustrācija.



3-5. att. Pilnās strāvas likuma piemērs.

### 3-2. MAGNĒTISKO ĶĒŽU APRĒĶINS

Iepriekšējā paragrāfā aplūkotajam piemēram pilnās strāvas likumu var izteikt arī šādi:

$$I_1 w_1 - I_2 w_2 = H_1 l_1 + H_2 l_2 = \frac{B_1}{\mu_1 \mu_0} \cdot l_1 + \frac{B_2}{\mu_2 \mu_0} l_2 =$$
  
=  $\Phi \frac{l_1}{\mu_1 \mu_0 S_1} + \Phi \frac{l_2}{\mu_2 \mu_0 S_2} = \Phi R_{M1} + \Phi R_{M2}.$ 

Iegūtais vienādojums pēc uzbūves ir līdzīgs otrajam Kirhhofa likumam elektriskajām ķēdēm:

$$E_1 - E_2 = Ir_1 + Ir_2$$
.

Salīdzinot abus vienādojumus, redzam, ka magnetizējošais spēks ir analoģisks EDS, magnētiskā plūsma — elektriskajai strāvai, magnētiskā pretestība  $R_{\rm M} = \frac{l}{\mu\mu_0 S}$  — elektriskajai pretestībai  $r = \frac{l}{\gamma S}$ . Šeit jāpiezīmē, ka uzrādītās analoģijas ir formāla rakstura, jo magnētiskie lielumi būtiski atšķiras no elektriskajiem lielumiem.

Lineārā elektriskajā ķēdē  $\gamma$ =const, bet feromagnētiska materiāla ķēdē  $\mu$ =f(B), tāpēc šādas magnētiskās ķēdes aprēķina kā nelineāras ķēdes, lietojot dažādas grafoanalītiskas metodes.

Pēc uzbūves izšķir nesazarotas un sazarotas magnētiskās ķēdes. Sazarotas magnētiskās ķēdes var būt kā simetriskas, tā nesimetriskas (3-6. att.).

Nesazarota un sazarota simetriska magnētiskā ķēde. Neievērojot izkliedes plūsmu  $\Phi_s$ , var pieņemt, ka visos nesazarotas magnētiskās ķēdes šķērsgriezumos ir vienāda magnētiskā plūsma.



3-6. att. Nesazarotas (a), sazarotas simetriskas (b) un sazarotas nesimetriskas (c) magnētiskās ķēdes piemēri.

Pastāv divi uzdevumu varianti (3-7. att.). Pēc pirmā varianta dots  $\Phi$ , S,  $S_g \approx S$ , l,  $l_g$  un serdes materiāls; jāaprēķina  $I\omega$ . Uzdevumu atrisina šādā secībā: 1) zinot  $\Phi$ , S un  $S_g$ , aprēķina magnētiskās indukcijas  $B = \frac{\Phi}{kS}$  un  $B_g = \frac{\Phi}{S_g}$ , kur koeficients  $k = 0,9 \div 0,95$  ievēro serdes skārda plāksnīšu papīra vai lakas izolācijas aizņemto vietu; 2) pēc dotā materiāla magnetizēšanas līknes nolasa indukcijai B atbilstošo H; zinot  $B_g$ , pēc formulas (3-3) aprēķina  $H_g = 8000 B_g$ ; 3) zinot H un  $H_g$ , pēc pilnās strāvas likuma aprēķina nezināmo magnetizējošo spēku

# $Iw = Hl + H_g l_g.$

Pēc otrā varianta dots Iw, S,  $S_g \approx S$ , l,  $l_g$  un serdes materiāls; jāaprēķina  $\Phi$ . Tā kā uzdevums ir pretējs, tad to vajadzētu atrisināt apgrieztā secībā. Aplūkojamā gadījumā magnētiskā ķēde sastāv no diviem dažāda materiāla posmiem, un uzdevumu apgrieztā secībā atrisināt nevar, jo vienādojumā  $Iw = Hl + H_g l_g$  ir divi nezināmi lielumi — H un  $H_g$ .

Sādu uzdevumu var atrisināt pēc grafoanalītiskās metodes, pieņemot vismaz trīs magnētiskās plūsmas vērtības  $\Phi', \Phi''$  un  $\Phi'''$  un aprēķinot tām atbilstošos (Iw)', (Iw)''' un (Iw)''''. Pēc iegūtajiem rezultātiem var uzzīmēt likni  $\Phi = f(Iw)'(3.8. \text{ att.})$ . Lai pirmā pieņemtā plūsmas vērtība  $\Phi'$  pārāk daudz neatšķirtos no aprēķinātās plūsmas vērtības, to ieteicams noteikt pēc sakarības

$$\Phi' = \frac{Iw \cdot \mu_0 S_g}{l_g} = \frac{Iw \cdot S_g}{0.8 \cdot 10^6 l_g}$$

kur [Iw] = A,  $[S_g] = m^2$ ,  $[l_g] = m$  un  $[\Phi'] = Wb$ . Otro plūsmas vērtību tādā gadījumā var pieņemt nedaudz mazāku par  $\Phi'$ .

Ja nesazarota magnētiskā ķēde ir izveidota no viena un tā paša materiāla ar vienādiem šķērsgriezuma laukumiem, tad otrā varianta uzdevumu var atrisināt apgrieztā secībā.







3-8. att. Otrā uzdevuma varianta atrisinājums.

Sazarotu simetrisku magnētisko ķēdi var sadalīt pa simetrijas asi divās vienādās nesazarotās daļās; tad pietiek aprēķināt tikai vienu no tām iepriekš aplūkotajā veidā.

Sazarota nesimetriska magnētiskā ķēde. Sādu ķēžu aprēķinam bez iepriekšējā paragrāfā minētajām formulām izmanto arī pirmajam un otrajam Kirhhofa likumam analoģiskas sakarības

 $\Sigma \Phi = 0$ 

un

#### $I w = \Sigma (H_i l_i) = \Sigma U_{\mathrm{Mi}},$

kur  $U_{M1} = H_1 l_1$  ir posma magnētiskais spriegums.

Tiešā ceļā var atrisināt 3-9. attēlā parādīto pirmā varianta uzdevumu. Šeit dota no vairākiem posmiem izveidotā labā zara magnētiskā plūsma  $\Phi_2$ , zaru materiāls un  $S_1$ ,  $S_2 \approx S_g$ ,  $S_3$ ,  $l_1$ ,  $l_2 = -l_2' + l_2''$ ,  $l_g$  un  $l_3$  izmēri; jāaprēķina Iw (sk. 3-6. § 3. uzdevumu). Atrisinājuma gaita:

$$\begin{split} \Phi_{2} \rightarrow B_{2} = \frac{\Phi_{2}}{kS_{2}}; \quad B_{g} = \frac{\Phi_{2}}{S_{g}} \rightarrow H_{2}; \quad H_{g} \rightarrow U_{M2} = H_{2}l_{2} + H_{g}l_{g} \rightarrow H_{3} = \\ = \frac{U_{M2}}{l_{3}} \rightarrow B_{3} \rightarrow \Phi_{3} = kB_{3}S_{3} \rightarrow \Phi_{1} = \Phi_{2} + \Phi_{3} \rightarrow B_{1} = \frac{\Phi_{1}}{kS_{1}} \rightarrow H_{1} \rightarrow U_{M1} = \\ = H_{1}l_{1} \rightarrow Iw = U_{M1} + U_{M2} = H_{1}l_{1} + H_{2}l_{2} + H_{g}l_{g} = H_{1}l_{1} + H_{3}l_{3}. \end{split}$$

Otrā varianta uzdevumus, kur pēc dotā magnetizējošā spēka, serdes ģeometriskajiem izmēriem un materiāla jānosaka magnētiskās plūsmas, var aprēķināt grafiski analoģiski nelineāro elektrisko ķēžu aprēķinam.

Pastāvīgais magnēts. Ja feromagnētiska materiāla serdei uztītajā spolē strāva izmainās robežās no  $I_{maks}$  līdz  $-I_{maks}$ , tad magnētiskā indukcija *B* atkarībā no lauka intensitātes *H* mainās pēc histerēzes cilpas (3-10. att.). Histerēzes cilpas un ordinātu ass krustpunktu koordinātes  $\pm B_r$  sauc par paliekošo





3-9. att. Sazarotas nesimetriskas magnētiskās ķēdes aprēķina piemērs.



*indukciju*, bet histerēzes cilpas un abscisu ass krustpunktu koordinātes  $\pm H_{c}$  sauc par *koercitīvo spēku*.

Nomagnetizējot noslēgtu feromagnētiska materiāla serdi līdz piesātinājumam (B > 2T) un pēc tam pārtraucot strāvu, iegūst pastāvīgo magnētu. Sāda magnēta darbībai atbilst histerēzes cilpas otrā kvadranta līkne starp punktiem  $B_r$  un  $-H_c$ , kuru sauc par atmagnetizēšanas līkni (3-11. att. a). Tā parāda, kā mainās magnētiskā indukcija  $B_m$  magnēta serdē atkarībā no atmagnetizējošā lauka intensitātes  $H_m$ . Sādu lauka intensitāti var radīt, piemēram, pretēja virziena strāva uz serdes uztītajā spolē vai gaisa sprauga pastāvīgajā magnētā.



3-11. att. Pastāvīgā magnēta atmagnetizēšanas (a) un enerģijas blīvuma (b) līknes. Pastāvīgā magnēta īpašības var noskaidrot pēc pilnās strāvas likuma, ievērojot, ka magnetizējošais spēks pēc strāvas pārtraukšanas vienāds ar nulli (3-12. att.):

$$H_{\rm m}l_{\rm m} + H_{\rm g}l_{\rm g} = Iw = 0$$

vai

$$H_{\rm m}l_{\rm m} = -H_{\rm g}l_{\rm g}.$$





(3-5)

Seit nav ievērots enkura magnētiskais spriegums  $H_e l_e$ , jo enkuru izgatavo no magnētiski mīksta materiāla ar mazu  $B_r$  un  $-H_c$ , tāpēc lauka intensitāte enkurā  $H_e$  ir neievērojama. Mīnusa zīme formulā (3-5) norāda, ka gaisa spraugas lauka intensitāte  $H_g$  darbojas pretī serdes lauka intensitātei  $H_m$  un atmagnetizē magnētu.

Pēc serdes nomagnetizēšanas gaisa spraugas platums  $I_g=0$ , lauka intensitāte  $H_m=0$  un magnētiskā indukcija  $B_m=B_r$ (3-11. attēls a). Attālinot pēc tam enkuru, gaisa spraugas platums  $I_g>0$ , lauka, intensitāte  $H_m$  kļūst negatīva, magnētiskā indukcija  $B_m$  samazinās pēc atmagnetizēšanas līknes un magnēta darbībai atbilst punkts A. Sī punkta koordinātes  $H_m$  un  $B_m$  var noteikt pēc formulām (3-5) un (3-2):

$$H_{\rm m} = -\frac{H_{\rm g}l_{\rm g}}{l_{\rm m}} = -\frac{B_{\rm g}l_{\rm g}}{\mu_0 l_{\rm m}}.$$

Ja gaisa spraugai un serdei ir dažādi šķērs<br/>griezuma laukumi  $S_{\rm g}$  un  $S_{\rm m}$ , tad nesazarotajā ķēdē magnētiskā plūsma

$$\Phi = B_{\rm g}S_{\rm g} = B_{\rm m}S_{\rm m},$$

no kurienes

$$B_{\rm g} = \frac{B_{\rm m}S_{\rm m}}{S_{\rm g}}$$

Ievietojot atrasto Bg nozīmi iepriekšējā vienādojumā,

$$H_{\rm m} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{S_{\rm m} l_g}{S_g l_{\rm m}} B_{\rm m} = -N B_{\rm m}.$$
 (3-6)

Attēlojot šo sakarību grafiski, iegūstam caur koordinātu sistēmas nullpunktu novilktu taisni, kuras virziena leņķis a ir proporcionāls t. s. atmagnetizēšanas koeficientam  $N = \frac{1}{N} \frac{S_m l_g}{S_m l_g}$ Ho Sglm. Šīs taisnes un atmagnetizēšanas līknes krustpunktā A pastāvīgais magnēts darbojas pēc gaisa spraugas platuma palielināšanas no nulles līdz vērtībai lg. Samazinot pēc tam gaisa spraugas platumu un taisnes virziena leņķi līdz vērtībām l'g un a', magnēta darba punkts pārvietojas atpakaļvirzienā nevis pa atmagnetizēšanas līkni AC, bet apmēram pa t. s. atgriešanās taisni AB. Sīs taisnes punktam B atbilst mazāka magnētiskā indukcija nekā atmagnetizēšanas līknes punktam C. Tāpēc, piemēram, izņemot un ievietojot pastāvīgajam magnētam armatūru, magnētiskā indukcija samazinās. Atgriešanās taisnes stāvumam proporcionālo lielumu

$$\varrho = \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

sauc par atgriešanās koeficientu. Šis koeficients ir nedaudz lielāks un atgriešanās taisne ir nedaudz stāvāka darba punktos, kas uz atmagnetizēšanas līknes ir tuvāki punktam  $-H_c$ .

Piemērs. Pastāvīgajam magnētam ar  $l_m=4$  cm,  $l_g=0.5$  cm,  $S_m=1$  cm<sup>2</sup>,  $S_g=1.2$  cm<sup>2</sup> un 3-11. attēlā a parādīto atmagnetizēšanas līkni ir šāds atmagnetizēšanas koeficients un taisnes vienādojums:

 $N = \frac{1}{u_0} \frac{S_m I_g}{S_r I_m} = \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{1 \cdot 0.5}{1.2 \cdot 4} = 8.28 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\Omega_S} \text{ un } H_m = -NB_m = -8.28 \cdot 10^4 B_m.$ 

Pieņemot, piemēram,  $B_m = 0.7$  T, atrodam, ka  $H_m = -8.28 \cdot 10^4 \cdot 0.7 =$  $=-5,80\cdot 10^4 \frac{A}{m}$ . Novelkot diagrammā taisni caur koordinātu sistēmas nullpunktu un punktu ar koordinātēm  $B_m = 0,7$  T un  $H_m = -5,80 \cdot 10^4 \frac{A}{m}$ , iegūstam krustpunktu A, kura ordināte  $B_m = 0.43$  T. Magnētiskā indukcija gaisa spraugā tad ir  $B_g = \frac{B_m S_m}{S_g} = \frac{0.43 \cdot 1}{1.2} = 0.36$  T.

Samazinot gaisa spraugu līdz vērtībai l'g=0,2 cm, atmagnetizēšanas koeficients un taisnes vienādojums ir  $N=8,28\cdot\frac{0,2}{0.5}\cdot10^4=3,31\cdot10^4\frac{m}{\Omega_S}$  un  $H_{\rm m} = -3.31 \cdot 10^4 B_{\rm m}$ . Pieņemot, piemēram,  $B_{\rm m} = 0.7$  T, atrodam, ka  $H_{\rm m} =$  $=-2,32\cdot 10^4 \frac{A}{m}$ . Novelkot taisni caur koordinātu sistēmas nullpunktu un punktu ar koordinātēm  $B_m = 0,7$  T un  $H_m = -2,32 \cdot 10^4 \frac{A}{m}$ , iegūstam krustpunktu B, kura ordināte ir 0,52 T. Ja pēc pastāvīgā magnēta nomagnetizē-šanas gaisa spraugas platumu izmainītu no nulles līdz vērtībai  $l'_g=0,2$  cm, tad iegūtu lielāku punktam C atbilstošo magnētisko indukciju, t. i., 0,58 T. Ja pēc nomagnetīzēšanas izveidojas liela gaisa sprauga  $(l_g=\infty)$  un

pēc tam to samazina līdz nullei, tad magnēta darba punkts pārvietojas pa

atmagnetizēšanas līkni no punkta  $B_r$  līdz punktam  $-H_c$  un pēc tam pa atgriešanās taisni līdz punktam D, kam atbilst daudz mazāka magnētiskā indukcija, t. i., 0,33 T.

Pastāvīgā magnēta izmēri un svars ir atkarīgi no tā tilpuma, kuru magnētam ar vienādiem šķērsgriezuma laukumiem var aprēķināt pēc formulas (3-5) šādā veidā:

$$V_{\rm m} = S_{\rm m} l_{\rm m} = \frac{\Phi H_{\rm g} l_{\rm g}}{B_{\rm m} H_{\rm m}},$$

No iegūtās sakarības redzam, ka magnēta tilpums ir apgriezti proporcionāls reizinājumam  $B_m H_m$  un līdz ar to arī magnētiskā lauka enerģijas blīvumam  $W_0 = \frac{B_m H_m}{2}$  [sk. formulu (3-12)]. Magnetizēšanas līknes punktos  $H_m = 0$ ,  $B_m = B_r$  un  $H_m = -H_c$ ,  $B_m = 0$  magnētiskā lauka enerģija vienāda ar nulli, bet vidu starp šiem punktiem tā sasniedz maksimālo vērtību (3-11. att. b). Racionāli konstruēts pastāvīgais magnēts darbojas ar tādu magnētisko indukciju  $B_m$ , kurai atbilst maksimālā magnētiskā lauka enerģija  $W_0$ .

Pastāvīgos magnētus lieto elektriskajos mēraparātos, relejos, skaļruņos, magneto un mazas jaudas elektriskajās mašīnās. Magnetoelektriskajāi ierosmei ar pastāvīgajiem magnētiem salīdzinājumā ar elektromagnētisko ierosmi mazas jaudas elektriskajās mašīnās ir šādas priekšrocības: vienkāršāka uzbūve, mazāki izmēri un augstāks lietderības koeficients, jo nav vajadzīgs ierosmes tinums un tā barošanas avots; stabilāka darbība, jo magnētisko plūsmu mazāk iespaido dažādi ārēji faktori, piemēram, temperatūras svārstības. Mazākus izmērus un stabilu darbību panāk, izgatavojot pastāvīgos magnētus no magnētiski cietiem materiāliem ar lielu paliekošo indukciju  $B_{\rm r}$ , lielu koercitīvo spēku  $-H_c$  un tādu atmagnetizēšanas līkni, kas pēc formas ir tuvāka taisnstūrim. Sādi materiāli ir volframa, hroma un kobalta tērauds, kā arī dzelzs sakausējumi ar alumīniju, niķeli, kobaltu u. c. metāliem (sk. 3-1. tabulu).

|   | 3-1. Labuta               |   |  |  |
|---|---------------------------|---|--|--|
| Sakausējuma nosaukums<br>(marka)                                | В <sub>г</sub><br>(Т)     | $\begin{pmatrix} -Hc \\ \left(\frac{A}{m}\right) \end{pmatrix}$ |  |  |
| Alni (AHI)<br>Alnisi (AHK)<br>Alniko (AHK01)<br>Magniko (AHK04) | 0,7<br>0,4<br>0,7<br>1,25 | 20 000<br>60 000<br>40 000<br>40 000                            |  |  |

Vadu un spoles magnētiskie lauki. Magnētiskās līnijas ap taisnu vadu ir koncentriskas riņķa līnijas (3-13, att. a).

Attālumā a no vada centra lauka intensitāti var noteikt, dalot pilno strāvu  $\Sigma I$  ar riņķa līnijas garumu  $2\pi a$ .

Ja a > r, tad  $\Sigma I = I$  un  $H = \frac{I}{2\pi a}$ . Ja turpretī a < r, tad  $\Sigma I = I \frac{a^2}{r^2}$  un  $H = \frac{Ia}{2\pi r^2}$ . No iegūtajām formulām redzam, ka vada

3-13. att. Taisna vada magnētiskā lauka intensitāte (a) un tās atkarība no attāluma līdz vada centram (b).



ārpusē lauka intensitāte ir apgriezti proporcionāla, bet iekšpusē — tieši proporcionāla attālumam a no vada centra (3-13. att. b).

Gaisā un vara, alumīnija vai cita diamagnētiska materiāla vadā magnētiskā indukcija ir  $B = \mu_0 H$ .

Piemērs. Ap vadu, pa kuru plūst strāva I=100 A un kura rādiuss ir r=0.5 cm, attālumā a=5 cm no vada centra lauka intensitāte ir

$$H = \frac{I}{2\pi a} = \frac{100}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = \frac{1000}{\pi} \frac{A}{m}$$

un magnētiskā indukcija gaisā

$$B_{g} = \mu_{0}H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1000}{\pi} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 4 \text{ Gs.}$$

Ja strāva plūst pa vairākiem paralēliem vadiem, tad lauka intensitāti kādā punktā var noteikt pēc superpozīcijas principa, ģeometriski saskaitot katra vada atsevišķi radītās lauka intensitātes vektorus (3-14. att.).



3-14. att. Divu paralēlu vadu magnētiskā lauka intensitātes, ja strāvu virzieni vados ir vienādi (a) un pretēji (b). Uztinot uz gredzenveidīgas feromagnētiska materiāla serdes spoli, iegūstam toroīdu (3-15. att. a). Ja spolei ir w vijumu un tajā plūst strāva I, tad pilnā strāva ir Iw un lauka intensitāte attālumā R no toroīda serdes centra ir

$$H = \frac{I\omega}{2\pi R} \, .$$

No iegūtās formulas redzam, ka lauka intensitāte uz serdes iekšējās virsmas ir maksimāla, bet uz ārējās virsmas tā ir minimāla.



3-15. att. Toroïds (a) un solenoïds (b).

Taisnu cilindrisku spoli sauc par *solenoīdu*. To var aplūkot kā toroīdu ar bezgalīgi lielu rādiusu. Pēc iepriekšējās formulas toroīda magnētiskā lauka intensitāte ir izteikta kā pilnās strāvas attiecība pret spoles garumu. Ja strāva cilindriskā spolē ir I, vijumu skaits w un garums l, tad tās radītā lauka intensitāte

$$H = \frac{Iw}{l}$$
.

Nosakot pēc šīs formulas lauka intensitāti spoles galos, var rasties ievērojama kļūda. Isām spolēm lauka intensitāti precīzāk var aprēķināt pēc šādas sakarības:

$$H = \frac{I\omega}{2l} (\cos \beta_1 + \cos \beta_2),$$

kur lenki β1 un β2 parādīti 3-15. attēlā b.

### **3-3. ELEKTROMAGNÉTISKÁ INDUKCIJA**

Ja caur vijuma laukumu vērsta mainīga magnētiskā plūsma, tad neatkarīgi no tās rašanās iemesla vijumā inducējas plūsmas izmaiņas ātrumam proporcionāls EDS

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}:$$

Mīnusa zīme norāda, ka inducētā EDS radītās strāvas magnētiskā plūsma  $\Phi_1$  darbojas pretī inducējošās magnētiskās plūsmas  $\Phi$  izmaiņām (3-16, att.).

Spolē, kuras vijumu skaits ir w, mainīga magnētiskā plūsma inducē EDS

$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} :$$

Reizinājumu  $w d\Phi = d\Psi$  sauc par *plūsmas saķēdējumu*. Ievietojot to iepriekšējā formulā, iegūstam, ka

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} \,. \tag{3-7}$$

Ja spoles vijumi ir saķēdēti ar dažāda lieluma plūsmām, tad plūsmas saķēdējums ir šo plūsmu un caurtverto vijumu skaita reizinājumu summa:

$$\Psi = w_1 \Phi_1 + w_2 \Phi_2 + \dots$$

Elektriskajās mašinās magnētiskās plūsmas izmaiņas spolē panāk, a) griežot spoli nekustīgā magnētiskajā laukā, b) griežot magnētisko lauku nekustīgā spolē, c) griežot spoli un magnētisko lauku ar dažādiem ātrumiem. Pirmo paņēmienu parasti izmanto līdzstrāvas mašīnās, otro sinhronajās mašīnās un trešo asinhronajās mašīnās.

Visos gadījumos magnētiskās līnijās šķeļ spoles malas un inducē vijumos EDS. Tā virzienu ērti var noteikt pēc labās rokas likuma (3-17. att.). Novietojot labo roku magnētiskajā laukā tā, lai magnētiskās līnijas ieietu plaukstā un atliektais īkšķis



3-16. att. Elektromagnētiskā indukcija.

3-17. att. Labās rokas likums.

7 - A. Lielturks

rādītu vada relatīvo kustības virzienu attiecībā pret lauku, četri izstieptie pirksti norādīs vadā inducētā EDS virzienu. Elektrogeneratorā strāvas virziens sakrīt ar inducētā EDS virzienu, bet elektrodzinējā strāvas virziens ir pretējs.

Inducētā EDS skaitlisko vērtību var aprēķināt pēc formulas, kas iegūta, aplūkojot 3-18. attēlā parādītās ierīces darbību. Šeit





3-18. att. Elektriskās mašīnas vadā inducētais EDS.

3-19. att. Pašindukcijas un savstarpējās indukcijas EDS.

(3-8)

perpendikulāri magnētiskajām līnijām pārvietojas vads. Ja magnētiskā indukcija ir B, vada garums l un laikā dt vada noietais ceļš ir ds, tad vadā inducējas EDS

$$E = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{Blds}{dt} = \frac{Blds}{dt}$$

Attiecība  $\frac{ds}{dt} = v$  ir vada kustības ātrums, tāpēc

$$E = Blv$$
,

kur  $\mathcal{B}$  — magnētiskā indukcija (T), l — vada aktīvās daļas garums (m),

- v vada kustības ātrums
- E vadā inducētais EDS (V).

**Piemērs.** Magnētiskajā laukā ar indukciju B=1,2 T griežas enkurs, kura garums l'=20 cm, spoles vijumu skaits w=15, spoles diametrs D=15 cm un rotācijas ātrums  $n=2000 \frac{\text{apgr}}{\text{min}}$ . Tādā gadījumā spoles aktīvo malu kopgarums  $l=2l'w=2\cdot 0, 2\cdot 15=6$  m, enkura aploces ātrums v= $\frac{\pi \cdot 0.15 \cdot 2000}{60} = 15.7 \frac{m}{s}$  un enkura tinumā inducētais EDS

 $E = Blv = 1, 2 \cdot 6 \cdot 15, 7 = 113$  V.

Elektriskajos aparātos, piemēram, transformatoros, magnētiskās plūsmas izmaiņas spolēs panāk, tās novietojot mainīgā

magnētiskajā laukā (3-19. att.). Pirmās spoles strāva i rada mainīgu magnētisko plūsmu  $\Phi$ , kas šajā spolē inducē pašindukcijas EDS

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d\Psi}{di} \cdot \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt} \cdot$$

Otrā spole ir saķēdēta ar magnētiskās plūsmas daļu  $\Phi_{12}$ , kas tajā inducē savstarpējās indukcijas EDS

$$e_M = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} \cdot \frac{di}{dt} = -M\frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} +$$

Lielumu  $L = \frac{d\Psi}{di} = \omega \frac{d\Phi}{di}$  sauc par induktivitāti jeb pašinduk-

cijas koeficientu, bet lielumu  $M = \frac{d\Psi_{12}}{di} = \omega \frac{d\Phi_{12}}{di}$  sauc par savstarpējo induktivitāti jeb savstarpējās indukcijas koeficientu. Abu koeficientu dimensija ir

$$[L] = [M] = \left\lfloor \frac{\Psi}{i} \right\rfloor = \frac{Vs}{A} = \Omega s = H \text{ (henrijs)}.$$

Minētajās sakarībās mīnusa zīme norāda, ka pašindukcijas un savstarpējās indukcijas EDS darbojas pretī inducējošās strāvas izmaiņām. Tāpēc, piemēram, strāvai samazinoties, pašindukcijas EDS darbojas tās virzienā, bet, strāvai palielinoties, EDS darbojas pretējā virzienā (3-20. att.).

Spolē bez feromagnētiska materiāla serdes magnētiskās plūsmas atkarība no strāvas ir lineāra, un induktivitāti tāpēc var noteikt pēc sakarības

Ψ

Φ.

$$\frac{i-di}{dt} = \frac{e_L - L - C}{dt}$$

3-20. att. Pašindukcijas EDS darbība.

7\*

$$i+di$$
  $e_L=-L\frac{di}{dt}$ 

Pēc analoģijas ar Oma likumu magnētiskā plūsma

$$\Phi = \frac{Iw}{R_{\rm m}} = \frac{Iw \cdot \mu_0 S}{l};$$

Ievietojot šo plūsmas vērtību iepriekšējā vienādojumā, iegūstam

99

 $\frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}$ 

šādu spoles induktivitātes aprēķina formulu:

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 S}{l} , \qquad (3-9)$$

kur  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{\text{H}}{\text{m}}\right)$ ,

w - spoles vijumu skaits,

S — spoles šķērsgriezuma laukums (m<sup>2</sup>),

l — spoles garums (m),

L — spoles induktivitāte (H).

**Piemērs.** Spolei bez feromagnētiska materiāla serdes ar w = 1000,  $S = 5 \text{ cm}^2$  un l = 10 cm induktivitāte ir

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-2}} = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 6,28 \text{ mH}.$$

Lielāku induktivitāti iegūst ar droseli (spole ar tērauda serdi). Tad induktivitāte  $L = \frac{\mu\mu_0 \omega^2 S}{l}$  ir atkarīga no magnētiskās caurlaidības  $\mu$ ; lielas strāvas gadījumā induktivitāte samazinās.

Piemērs. Ievietojot iepriekšējā piemērā aplūkotajā spolē noslēgtu elektrotehniskā tērauda serdi ar vidējo garumu *l*=30 cm, induktivitāte atkarībā no strāvas izmainās šādi.

Ja i=0.06 A, tad  $H=\frac{i\omega}{l}=\frac{0.06 \cdot 1000}{30}=2\frac{A}{cm}=2.5$  Oe; pēc 3-3. attēla magnetizēšanas liknes B=8000 Gs; tad

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{8000}{2.5} = 3200 \text{ un } L = 3200 \cdot 6.28 \cdot 10^{-3} = 20.1 \text{ H.}$$

Ja i=0.6 A, tad  $H=\frac{0.6\cdot1000}{30}=20$   $\frac{A}{cm}=25$  Oe;  $B=14\ 200$  Gs;  $\mu=\frac{14\ 200}{25}=568$  un  $L=568\cdot 6,28\cdot 10^{-3}=3.6$  H.

Liela induktivitāte daudzos gadījumos var būt par iemeslu nevēlamām parādībām. Tā, piemēram, pārtraucot strāvu lielā spolē, pašindukcijas EDS rada izolācijai bīstamu pārspriegumu; pārslēdzoties līdzstrāvas mašīnas enkura tinuma sekcijām no viena paralēlā zara uz otru, pašindukcijas EDS zem sukām var radīt spēcīgu dzirksteļošanu.

Gaisa vadu tiklos induktivitāte nosaka sprieguma kritumu vados. Divvadu līnijas induktivitāti var aprēķināt pēc magnētiskās plūsmas, kas izveidojas starp abiem vadiem. Vados plūst pretēja virziena strāvas, un to radītās lauka intensitātes darbo-

jas vienā virzienā (3-21. att.). Punktā A lauka intensitāte

$$H = H_1 + H_2 = \frac{I}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{a - x} \right)$$

un magnētiskā indukcija

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{a - x} \right),$$

3-21. att. Divvadu līnijas magnētiskā lauka intensitāte.



Līnijai ar garumu *l* caur elementāru laukumu *ldx* ir vērsta magnētiskā plūsma

$$d\Phi = Bldx = \frac{\mu_0 ll}{2\pi} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{a - x} \right) dx.$$

Ja vadu rādiusi ir r, tad starp vadiem darbojas magnētiskā plūsma

$$\Phi = \frac{\mu_0 l l}{2\pi} \int_{r} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{a - x} \right) dx = \frac{\mu_0 l l}{\pi} \ln \frac{a - r}{r} =$$

Divvadu līnijai  $\omega = 1$  un induktivitāte

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{a - r}{r} \, .$$

Vadu savstarpējais attālums *a* ir daudz lielāks par to rādiusu *r*, tāpēc skaitītājā *r* var neievērot. Ievietojot formulā  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  un *l*=1000 m, iegūstam, ka 1 km garas divvadu gaisa līnijas induktivitāte

$$L_0 = 4 \cdot 10^{-4} \ln \frac{a}{r} \left( \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{km}} \right).$$
 (3-10)

Ievērojot vadu iekšējo magnētisko lauku, 1 km garas līnijas induktivitāti var aprēķināt pēc formulas

$$L_0 = \left(4 \ln \frac{a}{r} + \mu\right) \cdot 10^{-4}.$$

Vara un alumīnija vadiem, kuriem  $\mu = 1$ , iekšējā lauka induktivitāte ir samērā maza, bet tērauda vadiem, kuriem  $\mu \gg 1$ , induktivitāte ir ievērojami liela, un to stipri iespaido strāva.

Mainīga magnētiskā plūsma inducē strāvu ne vien noslēgtā vadā, bet arī jebkuras formas vadītājā. Strāvas, kas inducējas elektrisko aparātu vai mašīnu serdēs, kā arī konstrukcijas metāla daļās, sauc par Fuko strāvām jeb *virpuļstrāvām*. To virzienus var noteikt pēc 3-16. attēla vai labās rokas likuma (3-22. att.).



3-22. att. Virpulstrāvas transformatora (a) un elektromašīnas (b) serdēs.

Masīvā tērauda serdē rodas lielas virpuļstrāvas, kā rezultātā serde stipri sasilst. Elektriskajās mašīnās un aparātos, kuru uzdevums nav radīt siltumu, virpuļstrāvām elektroenerģija tiek patērēta nelietderīgi. Šos zudumus var samazināt, izgatavojot serdi no silīcijtērauda un saliekot serdi no savstarpēji izolētām skārda plāksnītēm. Silīcijs samazina tērauda īpatnējo vaditspēju, bet plāksnītes palielina virpuļstrāvu ceļa garumu un pretestību.

## 3-4. MAGNĒTISKĀ LAUKA ENERĢIJA UN ELEKTROMAGNĒTS

Spoles magnētiskajā laukā ir uzkrāta zināma enerģija, kas ir atkarīga no strāvas stipruma spolē. Ja laikā dt spoles strāva izmainās par lielumu di, tad spolē inducējas  $e_L = -L\frac{di}{dt}$ . Pēc otrā Kirhhofa likuma elektroenerģijas avota un spoles pašindukcijas EDS summa ir vienāda ar sprieguma kritumu uz elektriskās ķēdes pretestības:

$$E + e_{\tau} = ir$$

vai

$$E = ir + L \frac{di}{dt}$$

Pareizinot abas vienādojuma puses ar lielumu *idt*, iegūstam ķēdes enerģijas bilances vienādojumu

$$Ei\,dt = i^2 r\,dt + Li\,di.$$

Reizinājums Eidt izsaka ķēdei pievadīto elektroenerģiju, kuras viena daļa i<sup>2</sup>r dt pārvēršas siltumā, bet otra daļa Lidi uzkrājas spoles magnētiskajā laukā.

Strāvai pieaugot no nulles līdz I, magnētiskajā laukā uzkrātā enerģija ir

$$W = \int_{0}^{1} Li \, di = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Psi}{2}$$
, (3-11)

kur  $[I]=A, [L]=H, [\Psi]=Wb$  un [W]=J. Ievietojot formulā  $I=\frac{Hl}{w}$  un  $\Psi=\omega BS$ , iegūstam, ka

$$W = \frac{HB}{2} \cdot Sl.$$

Reizinājums SI ir spoles serdes tilpums, un lielums  $\frac{HB}{2}$  ir tilpuma vienībā uzkrātā enerģija jeb magnētiskā lauka enerģijas blīvums. Ievērojot, ka  $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$ , iegūstam šādu enerģijas blīvuma aprēkina formulu:

$$W_0 = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$
, (3-12)

kur  $[H] = \frac{A}{m}; \quad [B] = T; \quad [\mu_0] = \frac{\Omega s}{m} \text{ un } [W_0] = \frac{J}{m^3};$ 

No formulas redzam, ka vienādas magnētiskās indukcijas gadījumā tērauda serdē enerģijas blīvums ir  $\mu$  reizes mazāks nekā gaisa spraugā.

Piemērs. Ja serdē un gaisa spraugā magnētiskā indukcija ir  $B=B_g=1$  T, tad pēc elektrotehniskā tērauda 34 magnetizēšanas līknes lauka intensitāte serdē  $H=2 \frac{A}{cm}=200 \frac{A}{m}$  (3-3. att.) un pēc formulas (3-3) lauka intensitāte gaisa spraugā

$$H_g = 0.8 \cdot 10^6 B_g = 800\ 000\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Tādā gadījumā magnētiskā lauka enerģijas blīvums serdē

$$W_0 = \frac{HB}{2} = \frac{200 \cdot 1}{2} = 100 \frac{J}{m^3} = 0.1 \cdot 10^{-3} \frac{J}{cm^3}$$

bet enerģijas blīvums gaisa spraugā

$$W_{\text{og}} = \frac{800\ 000 \cdot 1}{2} = 400\ 000\ \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = 0.4\ \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$$

ir 4000 reizes lielāks nekā serdē.

Elektromagnēta enkurs, kas, pievelkoties ar spēku F, noiet ceļu  $dl_g$ , pastrādā darbu  $dA = F \cdot dl_g$ . Tādā gadījumā starp paralēlām virsmām S gaisa spraugas tilpums samazinās par lielumu  $S \cdot dl_g$  un magnētiskā lauka enerģija — par lielumu  $dW = \frac{Bg^2}{2\mu_0}S \cdot dl_g$ . Pielīdzinot enkura pastrādātā darba un magnētiskā lauka enerģijas samazinājuma izteiksmes, iegūstam šādu enkura pievilkšanas spēka aprēķina formulu:

$$dA = dW$$

$$F = \frac{B_{\rm g}^2}{2\mu_0} S = \frac{10^7}{8\pi} B_{\rm g}^2 S,$$

kur  $[B_g]=T$ ,  $[S]=m^2$  un [F]=N. Izsakot pola laukumu S kvadrātcentimetros, spēku F kilogramos var aprēkināt pēc formulas

$$F = 4B_g^2 S.$$
 (3-13)

1. piemērs. Cilindriskam elektromagnētam ar ārēju diskveida enkuru (3-23. att.) iekšējā pola laukums  $S_1 = 60$  cm<sup>2</sup> un ārējā pola laukums  $S_2 = -80$  cm<sup>2</sup>. Ja iekšējā polā magnētiskā indukcija  $B_1 = 1$  T, tad ārējā polā tā ir  $B_2 = \frac{S_1}{S_2} B_1 = \frac{60}{80} \cdot 1 = 0.75$  T. Sāds magnēts pievelk enkuru ar spēku

 $F = F_1 + F_2 = 4B_1^2 S_1 + 4B_1^2 S_2 = 4 \cdot 1^2 \cdot 60 + 4 \cdot 0.75^2 \cdot 80 = 240 + 180 = 420 \text{ kG}.$ 

Enkuram pievelkoties, gaisa sprauga  $l_g$  samazinās, bet magnētiskā indukcija un spēks F pieaug. Sakarību  $F=f(l_g)$  sauc par elektromehānisko raksturlikni. Tās veids ir atkarīgs no elektromagnēta konstruktīvā izveidojuma.

Visvienkāršākais ir solenoida tipa elektromagnēts (3-24. att.








a). To izveido no spoles, kurā ievietota cilindriska serde enkurs. Spēks F, ar kādu enkurs tiek ievilkts spolē, sasniedz maksimālo vērtību apmēram gājiena vidū ( $x \approx 0,5 l$ ). Aptuveni šo spēku var noteikt pēc idealizētajai elektromehāniskajai raksturliknei F = f(x) atbilstošās sakarības:

$$F_{\rm maks} \approx c S \frac{I \omega}{l}$$
, (3-14)

kur Iw — spoles magnetizējošais spēks (A),

$$\begin{split} S &= \frac{\pi d^2}{4} - \text{ enkura šķērsgriezuma laukums (cm<sup>2</sup>),} \\ l &= \text{ enkura garums (cm),} \\ c &= 1.57 \div 1.76 - \text{ konstante } \left(\frac{\text{G}}{\text{cm} \cdot \text{A}}\right), \\ F &= \text{ spēks (G).} \end{split}$$

2. piemērs. Solenoīda tipa elektromagnētā, kuram lw=4000 A, enkura diametrs d=10 mm un garums l=90 mm, uz enkuru darbojas spēks

$$F = c \frac{\pi d^2}{4} \frac{I\omega}{l} = 1,67 \frac{\pi 1^2}{4} \cdot \frac{4000}{9} = 583 \text{ G}.$$

Faktiskais spēks var ievērojami atšķirties no aprēķinātā, jo solenoīda tipa elektromagnētiskās raksturlīknes veidu ietekmē enkura un spoles diametru un garumu attiecības, kā arī serdes materiāla īpašības.

Cilindriskā magnētā ar ievelkamu enkuru (3-24. att. b) magnētiskās plūsmas  $\Phi$  ceļš ir noteiktāks, tāpēc enkura pievilkšanās spēku var aprēķināt pēc formulas (3-13). Elektromehāniskās raksturliknes  $F=f(l_g)$  veids šādam magnētam ir atkarīgs no serdes un enkura galu formas. Magnētam ar plakanu serdes un enkura galu spēks gājiena laikā mainās pēc hiperboliska rakstura līknes, un gājiena beigās tas sasniedz lielāku vērtību nekā, piemēram, magnētam ar konisku serdes un enkura galu.

#### 3-5. STRĀVAS DINAMISKĀ DARBĪBA

Ja homogēnā magnētiskajā laukā novietotā vadā plūst strāva, tad šim laukam pārklājas strāvas radītais magnētiskais lauks un rezultējošais magnētiskais lauks kļūst nehomogēns (3-25. att.).

Nehomogēnā laukā magnētiskā indukcija un enerģijas blīvums nav vienādi, tāpēc uz vadu darbojas spēks, kas to cenšas pārbīdīt stāvoklī, kurā magnētiskā lauka deformācija ir minimāla (sk. kreisās rokas likumu 3-1. paragrāfā). Ja magnētiskajā laukā novieto strāvas vijumu, tad tas cenšas novietoties tādā stāvoklī, kurā magnētiskā plūsma caur vijuma laukumu ir maksimāla un kurā magnētiskā plūsma  $\Phi$  ar vijuma strāvu saistīta pēc labās skrūves likuma. Tas var notikt, vijumam pagriežoties, pavirzoties vai izplešoties (3-26. att.).



3-25. att. Magnētiskais lauks ap 3-26. att. Strāvas vijums magnētiskajā strāvas vadu. laukā.

Spēku, kas darbojas uz perpendikulāri magnētiskajām līnijām novietotu strāvas vadu, var aprēķināt pēc sakarības

$$F = BIl$$

(3-15)

kur B — magnētiskā indukcija (T),

I — strāvas stiprums (A),

l — vada garums (m),

F - speks (N).

Jāatzīmē, ka strāvas elektrodinamiskā darbība ir saistīta ar elektromagnētisko indukciju un atsevišķi šīs parādības nepastāv. Pēc elektrisko mašīnu apgriežamības principa, kuru 1833. gadā atklāja Lencs, elektrisko mašīnu var darbināt kā ģeneratora, tā dzinēja režīmā. Abos režīmos ir novērojama strāvas dinamiskā darbība un elektromagnētiskā indukcija.

Generatorā (3-27. att. a), vadam pārvietojoties magnētiskajā laukā, inducējas par spriegumu lielāks EDS. Strāva plūst EDS virzienā, un uz vadu darbojas kustībai pretī vērsts bremzējošs spēks, kas ir mazāks par griezes spēku.



3-27. att. Ģeneratora (a) un dzinēja (b) darbības režīms.

Dzinējā (3-27. att. b), strāvai plūstot pa magnētiskajā laukā novietotu vadu, rodas par bremzējošo spēku lielāks griezes spēks. Vads pārvietojas griezes spēka virzienā, un tajā darbojas strāvai pretī vērsts EDS, kas ir mazāks par spriegumu.

Generatora un dzinēja mehānisko jaudu  $F \cdot v$  var izteikt arī ar mašīnas elektriskajiem lielumiem:

$$P_{\rm meh} = Fv = BIlv = EI$$
,

kur [F]=N,  $[v]=\frac{m}{s}$ , [E]=V, [I]=A un  $[P_{meh}]=W$ .

**Piemērs.** Magnētiskajā laukā ar B=1,2 T griežas enkura tinums ar aktīvo malu kopgarumu l=6 m un diametru D=15 cm. Ja tinumā plūst strāva l=10 A un enkurs griežas ar ātrumu n=2000 apgr/min, tad enkura aploces spēks

 $F = BIl = 1,2 \cdot 10 \cdot 6 = 72 \text{ N} = 7,34 \text{ kG},$ 

enkura aploces ātrums

$$v = \frac{\pi Dn}{60} = \frac{\pi \cdot 0.15 \cdot 2000}{60} = 15.7 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

enkura tinumā inducētais elektrodzinējspēks

 $E = Blv = 1, 2 \cdot 6 \cdot 15, 7 = 113$  V

un mašīnas mehāniskā jauda

 $P_{\text{meh}} = Fv = 72 \cdot 15, 7 = EI = 113 \cdot 10 = 1130$  W.

Pārklājoties vairāku vadu magnētiskajiem laukiem, starp tiem darbojas mijiedarbības spēki. Šo spēku virzienus diviem paralēliem vadiem var noteikt pēc kreisās rokas likuma (3-28. att.).

Gaisā starp diviem paralēliem vadiem, kuru garums ir *l*, darbojas vienādi mijiedarbības spēki

$$F_1 = B_2 I_1 l = \mu_0 H_2 I_1 l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}$$

un

$$F_2 = B_1 I_2 l = \mu_0 H_1 I_2 l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}$$



3-28. att. Paralēlu strāvas vadu mijiedarbība.

Ja abos vados plūst vienādas strāvas  $I_1 = I_2 = I$ , tad

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I^2 l}{a} , \qquad (3-16)$$

kur [I]=A, [F]=N, l un a — vienādās vienībās.



3-29. att. Strāvmaiņa spole ar īsslēgumā pārrautu izolāciju.

Piemērs. Ja pa 25 cm attālumā gaisā novietotiem vadiem plūst īsslēguma strāva 20 000 A, tad uz katru vada metru darbojas spēks

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \frac{T^2}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{20\ 000^2}{0.25} = 320 \text{ N} \approx 32,6 \text{ kG}.$$

Spolē strāvas radītie mijiedarbības spēki cenšas palielināt spoles diametru, un lielu strāvu gadījumā tie var pārraut izolāciju (3-29. att.).

#### **3-6. UZDEVUMI**

1. Dota nesazarota magnētiskā ķēde (3-30. att.). Aprēķināt spoles strāvu *I*, ja spoles vijumu skaits w = 1500 un magnētiskā plūsma  $\Phi = 0.5 \cdot 10^{-3}$  Wb. Serde salikta no elektrotehniskā tērauda 34 plāksnītēm.

Atrisinājums. 3-30. attēlā dotajiem magnētiskās ķēdes izmēriem atbilst šādi šķērsgriezumu laukumi un magnētisko līniju vidējie garumi:  $S_1 \approx S_g = 4 \text{ cm}^2$ ;  $S_2 = 3,6 \text{ cm}^2$ ;  $l_{\nu} = 13 \text{ cm}$ ;  $l_2 = 9 \text{ cm}$ ;  $l_{g} = 1 \text{ cm}$ . Dalot magnētisko plūsmu ar posmu šķērs-



3-30. att. 1. uzdevumam.

griezumu laukumiem, aprēķinām posmu magnētiskās indukcijas un nosakām tām atbilstošās magnētiskā lauka intensitātes:

$$B_{1} = \frac{\Phi}{kS_{1}} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{0.95 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1.32 \text{ T},$$
  

$$B_{2} = \frac{\Phi}{kS_{2}} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{0.95 \cdot 3.6 \cdot 10^{-4}} = 1.46 \text{ T},$$
  

$$B_{g} = \frac{\Phi}{S_{g}} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1.25 \text{ T}.$$

Pēc elektrotehniskā tērauda  $\Im 4$  magnetizēšanas līknes redzam, ka magnētiskajām indukcijām  $B_1$  un  $B_2$  atbilstošās magnētiskā lauka intensitātes ir

$$H_1 = 11 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$
 un  $H_2 = 26 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$ 

Pēc formulas (3-3) magnētiskā lauka intensitāte gaisa spraugā

$$H_{\rm g} = 8000 B_{\rm g} = 8000 \cdot 1,25 = 10\ 000\ \frac{\rm A}{\rm cm}$$

Pēc pilnās strāvas likuma magnetizējošais spēks

$$F = Iw = H_1 l_1 + H_2 l_2 + 2H_g l_g = 11 \cdot 13 + 26 \cdot 9 + 2 \cdot 10\ 000 \cdot 1 = 143 + 234 + 20\ 000 = 20\ 377\ A$$

un spoles strāva

$$I = \frac{F}{w} = \frac{20\,377}{1500} = 13,58 \,\mathrm{A}.$$

Ja, enkuram pievelkoties, magnētiskā plūsma neizmainās, tad magnetizējošais spēks

$$F = Iw = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 143 + 234 = 377 \text{ A}$$

un spoles strāva

$$I = \frac{F}{w} = \frac{377}{1500} = 0,25 \text{ A}$$

ir 54 reizes mazāka par spoles strāvu, kad magnētiskajā ķēdē ir gaisa sprauga.

2. Dota sazarota simetriska magnētiskā ķēde (3-31. att.). Aprēķināt magnētisko plūsmu  $\Phi$ , ja spoles strāva I=1,5 A un vijumu skaits w=700. Serde salikta no elektrotehniskā tērauda 94 plāksnītēm. Atrisinājums. Sadalām serdi pa simetrijas asi divās vienādās nesazarotās daļās ar magnētiskajām plūsmām  $\Phi/2$  un šādiem izmēriem:  $S=S'=S''=S_g=8$  cm<sup>2</sup>; l=l'+l''=18+6==24 cm;  $l_g=0,5$  mm. Magnētiskā ķēde sastāv no diviem posmiem: tērauda serdes un gaisa spraugām, tāpēc tiešā ceļā magnētisko plūsmú aprēķināt nevar.



3-31. att. 2. uzdevumam.

Lai atrisinātu uzdevumu, pieņemam trīs magnētiskās plūsmas vērtības un aprēķinām tām atbilstošos magnetizējošos spēkus (3-2. tabula).

3-2. tabula

| $\frac{\Phi}{2}$ (Wb)  | $B_{g} = \frac{\Phi}{2S_{g}}$ (T) |                           | $B = \frac{\Phi}{2kS}$ (T) | $\left(\frac{H}{A}\right)$ | $Iw = 2H_g l_g + Hl$ (A)                                     |
|--|-----------------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|--|
| $1,05 \cdot 10^{-3} \\ 1,00 \cdot 10^{-3} \\ 0,90 \cdot 10^{-3}$ | 1,312<br>1,250<br>1,125           | 10 500<br>10 000<br>9 000 | 1,380<br>1,315<br>1,185    | 16,0<br>7,0<br>5,0         | $1050 + 384 = 1434 \\ 1000 + 168 = 1168 \\ 900 + 120 = 1020$ |

Tabulā uzrādītā magnētiskās plūsmas pirmā vērtība pieņemta pēc aptuvena aprēķina, kurā nav ievērota serdes magnētiskā pretestība:

$$\frac{\Phi'}{2} = \frac{\mu_0 I w S_g}{2 l_g} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.5 \cdot 700 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 0.05 \cdot 10^{-2}} = 1.05 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

Pēc tabulas datiem uzzīmēta magnetizēšanas līkne $\frac{\Phi}{2} = f(Iw)$ (3-32. att.). Pēc līknes dotajam magnetizējošam spēkam Iw ==1,5 · 700 = 1050 A atbilst magnētiskā plūsma  $\frac{\Phi}{2} = 0.92 \cdot 10^{-3}$  Wb, tāpēc  $\Phi = 1.84 \cdot 10^{-3}$  Wb. Novelkot punktā  $\theta$  pieskari, var aprē-

kināt spoles induktivitāti:

$$L = w^2 \frac{\Delta \Phi}{w \Delta i} = 700^2 \frac{0.26 \cdot 10^{-3}}{150} = 0.85 \text{ H}.$$

Aprēķinot induktivitāti pēc lineāras sakarības, iegūstam, ka

$$L = \omega \frac{\Phi}{I} = 700 \frac{1.84 \cdot 10^{-3}}{1.5} = 0.86 \text{ H}.$$



3-32. att. 2. uzdevuma magnetizēšanas līkne.

Rezultāti atšķiras maz, jo punkts  $\theta$  atrodas līknes taisnajā daļā.

3. Dota sazarota nesimetriska magnētiskā ķēde (3-9. att.) ar šādiem parametriem:  $S_1=16 \text{ cm}^2$ ;  $S_2=S_g=S_3=8 \text{ cm}^2$ ;  $l_1=$ =8 cm;  $l_2'+l_2''=l_3=18 \text{ cm}$ ;  $l_g=2 \text{ mm}$ . Aprēķināt magnetizējošo spēku Iw, ja zarā ar gaisa spraugu magnētiskā plūsma  $\Phi_2=$  $=1,0\cdot10^{-3}$  Wb un serde ir izgatavota no elektrotehniskā tērauda  $\Im 4$  plāksnītēm.

Atrisinājums (sk. 90. lpp.).

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{kS_2} = \frac{10^{-3}}{0.95 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 1,32 \text{ T};$$
  

$$B_g = \frac{\Phi_2}{S_g} = \frac{10^{-3}}{8 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ T};$$
  

$$H_2 = 11 \frac{\text{A}}{\text{cm}}; \quad H_g = 8000 B_g = 8000 \cdot 1,25 = 10 \ 000 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

Otrā un trešā zara magnētiskais spriegums

 $U_{M2} = H_2 l_2 + H_g l_g = 11 \cdot 18 + 10\,000 \cdot 0, 2 = 2198 \text{ A};$ 

$$H_3 = \frac{U_{M2}}{l_3} = \frac{2198}{18} = 122 \frac{A}{cm};$$

 $B_3 = 1,74 \text{ T}; \ \Phi_3 = kB_3S_3 = 0.95 \cdot 1.74 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 1.32 \cdot 10^{-3} \text{ Wb};$ 

$$\begin{split} \Phi_1 &= \Phi_2 + \Phi_3 = (1, 0 + 1, 32) \cdot 10^{-3} = 2, 32 \cdot 10^{-3} \text{ W} \\ B_1 &= \frac{\Phi_1}{kS_1} = \frac{2, 32 \cdot 10^{-3}}{0,95 \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = 1,53 \text{ T}; \\ H_1 &= 45 \frac{\text{A}}{\text{cm}}; \quad U_{\text{M}1} = H_1 l_1 = 45 \cdot 8 = 360 \text{ A}; \\ I &= U_{\text{M}1} + U_{\text{M}2} = 360 + 2198 = 2558 \text{ A}. \end{split}$$



3-33. att. 4. uzdevumam.

No piemēra redzam, ka, ierīkojot vienā magnētiskās ķēdes paralēlajā zarā gaisa spraugu, otrs paralēlais zars piesātinās. 4. Doti 3-33. attēlā parādītie pastāvīgā magnēta magnētis kās ķēdes izmēri: a=0,8 cm, c=1 cm,  $l_g=0,3$  cm un serdes materiāla atmagnetizēšanas līkne (3-11. att. a). Kādam jābūt serdes platumam b un garumam  $l_m$ , lai magnētiskā plūsma  $\Phi=0,5\cdot10^{-4}$  Wb un magnēta serdes tilpums būtu minimāls? Enkura un polu uzgaļu magnētiskās pretestības kā relatīvi mazas aprēkinā neievērot.

Atrisinājums. Pēc 3-11. attēla a un b diagrammām redzam, ka maksimālajam magnētiskā lauka enerģijas blīvumam  $W_0 = 8 \frac{J}{m^3}$  atbilst magnētiskā indukcija  $B_m = 0,43$  T, jo tad magnēta serdes tilpumam jābūt minimālam. Tādā gadījumā magnēta serdes šķērsgriezuma laukums

$$S_{\rm m} = \frac{\Phi}{B_{\rm m}} = \frac{0.5 \cdot 10^{-4}}{0.43} = 1.16 \cdot 10^{-4} \,{\rm m}^2 = 1.16 \,{\rm cm}^2$$

un serdes platums

$$b = \frac{S_{\rm m}}{a} = \frac{1,16}{0,8} = 1,4 \,{\rm cm}.$$

Pēc formulas (3-6) magnēta serdes garums

$$l_{\rm m} = \frac{1}{\mu_0} \frac{S_{\rm m} l_{\rm g}}{S_{\rm g} H_{\rm m}} B_{\rm m},$$

kur gaisa spraugas šķērsgriezuma laukums  $S_g=bc=1,4\cdot 1=$ =1,4 cm<sup>2</sup>; pēc atmagnetizēšanas līknes  $H_m=3,6\cdot 10^4 \frac{A}{m}$ . Tad

$$l_{\rm m} = \frac{10^7}{4\pi} \cdot \frac{1,16 \cdot 0,3}{1,4 \cdot 3,6 \cdot 10^4} \cdot 0,43 = 2,4 \, {\rm cm}$$

un magnēta serdes tilpums

 $V_{\rm m} = S_{\rm m} l_{\rm m} = 1,16 \cdot 2,4 \approx 2,8 \ {\rm cm}^3$ .

Izvēloties maksimālajam jaudas blīvumam neatbilstošu magnētisko indukciju, piemēram,  $B_{\rm m}=0.6$  T, iegūstam šādus datus:  $S_{\rm m}=0.84$  cm<sup>2</sup>, b=1.04 cm,  $S_{\rm g}=1.04$  cm<sup>2</sup>,  $H_{\rm m}=1.75\cdot10^4$   $\frac{\rm A}{\rm m}$ ,  $l_{\rm m}=-6.6$  cm un  $V_{\rm m}=5.5>2.8$  cm<sup>3</sup>. 5. Magnētiskajā laukā ar indukciju B=0.6 T pārvietojas vads, kura garums l=80 m, kustības ātrums v=5  $\frac{\rm m}{\rm c}$  un pretes-

tība  $r_0=1\,\Omega$ . Aprēķināt vada elektrisko un mehānisko jaudu ģeneratora un dzinēja darbības režīmos, ja ģeneratora režīmā vadam pieslēgta slodzes pretestība  $r=23\,\Omega$ , bet dzinēja režīmā vads darbojas ar ģeneratora režīma spriegumu un strāvu.

Atrisinājums. Ģeneratora režīmā

 $E = Blv = 0,6 \cdot 80 \cdot 5 = 240 \text{ V},$  $I = \frac{E}{r_0 + r} = \frac{240}{1 + 23} = 10 \text{ A},$ 

 $U = E - Ir_0 = 240 - 10 \cdot 1 = 230 \text{ V},$  $F = BIl = 0.6 \cdot 10 \cdot 80 = 480 \text{ N}.$ 

 $P_{\rm el} = UI = 230 \cdot 10 = 2300 \, {\rm W},$ 

 $P_{\rm meh} = Fv = EI = 480 \cdot 5 = 240 \cdot 10 = 2400 \text{ W}.$ 

Dzinēja režīmā

$$U = 230 \text{ V}, \quad I = 10 \text{ A}, \quad P_{e1} = UI = 230 \cdot 10 = 2300 \text{ W},$$
$$E = U - Ir_0 = 230 - 10 \cdot 1 = 220 \text{ V},$$
$$v = \frac{E}{Bl} = \frac{220}{0,6 \cdot 80} = 4,58 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

 $P_{\rm meh} = Fv = EI = 480 \cdot 4,58 = 220 \cdot 10 = 2200 \text{ W}.$ 

8 - A. Lielturks

## Ceturtā nodaļa

# SINUSOIDALA MAIŅSTRĀVA

## 4-1. SINUSOIDĂLI LIELUMI UN TO VĒRTĪBAS

Maiņstrāvas ķēdē darbojas mainīga virziena periodiski elektriskie un magnētiskie lielumi, kas izpilda šādu nosacījumu:

$$a(t) = a(t+T) = \ldots = a(t+kT).$$

Ja laika momentā t lielumam ir vērtība a, tad laika momentos t+T, t+2T, ..., t+kT lielumam ir tā pati vērtība a.



4-1. att. Sinusoida.

No matemātikas ir zināms, ka jebkuru periodisku funkciju var sadalīt bezgalīgā sinusoidālu funkciju rindā, tāpēc, pētot periodiskus procesus, labi jāpazīst sinusoidālā funkcija.

Analītiski vispārīgā veidā sinusoidālu funkciju var izteikt ar vienādojumu

 $a = A_{\rm m} \sin \alpha = A_{\rm m} \sin (\omega t + \psi).$ 

Attēlojot grafiski šo vienādojumu, iegūst sinusoīdu (4-1. att.).

Sinusoidālu lielumu raksturo 4-1. tabulā uzrādītās vērtības. Momentānās vērtības ir mainīgā lieluma vērtības dažādos laika momentos. Maksimālās momentānās vērtības sauc par amplitūdām. Momentānās vērtības apzīmē ar alfabēta attiecīgo mazo burtu, bet amplitūdas ar lielo burtu un indeksu m.

4-1. tabula

|  | Apzīmējums  |   |  |
|--|---|---|--|
| Vērtības nosaukums   | vispārīgs   | elektris-<br>kajiem<br>lielumiem  |  |
| Momentānā vērtība<br>Amplitūda<br>Fāze<br>Sākuma fāze<br>Fāžu nobīde<br>Periods<br>Frekvence<br>Leņķiskā frekvence | $a \\ A_m \\ \omega t + \psi \\ \psi \\ \psi_{12} \\ T \\ f \\ \omega \\ A$ | $\begin{array}{c} e, u, i\\ E_{m}, U_{m}, I_{m}\\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ $ |  |
| Efektīvā vērtība   | A   | E, U, I   |  |

 $Faze \alpha = \omega t + \psi$  ir leņķis, kas nosaka momentānās vērtības vietu laika momentā t. Diagrammā to mērī no sinusoīdas pozitīvā pusperioda sākuma punkta līdz aplūkojamai momentānās vērtībai. Sākuma fāze  $\psi$  ir leņķis, kas nosaka momentānās vērtības vietu sākuma momentā t=0. Diagrammā to mērī no sinusoīdas pozitīvā pusperioda sākuma punkta līdz koordinātu sistēmas nullpunktam, un tas ir algebrisks lielums ar  $4\cdot 2$ . attēlā parādīto zīmi. Ievērojot trigonometrisko sakarību  $A_{\rm m} \cos \omega t = A_{\rm m} \sin (\omega t + 90^\circ)$ , kosinusoīdu var aplūkot kā sinusoīdu ar sākuma fāzi  $\psi = 90^\circ$ .

Par *fāžu nobīdi* sauc divu sinusoīdu sākuma fāžu starpību. Sprieguma un strāvas gadījumā fāžu nobīdi apzīmē ar burtu φ un to izsaka ar sprieguma un strāvas sākuma fāžu starpību

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \tag{4-1}$$

Diagrammā fāžu nobīdi  $\varphi$  mērī no sprieguma sinusoīdas pozitīvā pusperioda sākuma punkta līdz strāvas sinusoīdas pozitīvā pusperioda sākuma punktam, un tas ir algebrisks lielums ar 4-3. attēlā parādīto zīmi.



4-2. att. Sinusoīda, ja tās sākuma fāze ψ ir pozitīva (a), negatīva (b) un vienāda ar nulli (c).

8\*

4.3. attēlā a strāva nokavējas fāzē pret spriegumu;  $\psi_u$  ir lielāks par  $\psi_i$  un tāpēc  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  ir pozitīvs lielums. 4.3. attēlā b strāva apsteidz fāzē spriegumu;  $\psi_u$  ir mazāks par  $\psi_i$ , un  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  ir negatīvs lielums. 4.3. attēlā c strāva sakrīt fāzē ar spriegumu;  $\psi_u$  un  $\psi_i$  ir vienādi, un  $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$ . Tādā pašā veidā var aplūkot jebkuru divu sinusoidālu lielumu izmaiņas.



4-3. att. Sprieguma un strāvas sinusoīdas, ja fāžu nobīde (φ) ir pozitīva (a), negatīva (b) un vienāda ar nulli (c).

Fāžu nobīdei ir liela praktiska nozīme, jo tā nosaka divu sinusoidālu lielumu kopējas darbības rezultātu. Tā, piemēram, maiņstrāvas jaudas raksturu nosaka sprieguma un strāvas fāžu nobīde  $\varphi$ ; daudzfāžu sistēmas īpašības nosaka EDS fāžu nobīdes.

*Periods T* ir laiks, kurā notiek viens pilns momentāno vērtību izmaiņu cikls. Tā apgriezto lielumu — periodu skaitu sekundē sauc par frekvenci

$$r = \frac{1}{T}$$
.

(4-2)

Frekvences mērvienību - sauc par hercu (Hz). Rūpnieciskajām

un komunālajām vajadzībām Padomju Savienībā lieto standartizēto (tehnisko) frekvenci f=50 Hz. Speciālām vajadzībām izmanto arī citas frekvences. Tā, piemēram, lai samazinātu elektrisko rokas instrumentu (elektrozāģu, urbjmašīnu) svaru, tos darbina ar 200 Hz frekvences maiņstrāvu, bet elektronikā izmanto frekvences līdz 10<sup>10</sup> Hz. Sādu frekvenču mērīšanai lieto lielākas mērvienības: kilohercu kHz (10<sup>3</sup> Hz) un megahercu MHz (10<sup>6</sup> Hz).

Maiņstrāvas frekvence ir atkarīga no ģeneratora polu pāru skaita un rotora griešanas ātruma (4-4. att.). Divpolu ģeneratorā ar polu pāru skaitu p=1 rotora viena apgrieziena laikā tinumā inducējas viens EDS periods, bet četrpolu ģeneratorā ar p=2 viena apgrieziena laikā inducējas divi EDS periodi, kam diagrammās atbilst 360 un 2.360 elektrisko grādu. No teiktä redzam, ka katram enkura pagriešanas geometriskajam grādam atbilst *p* elektrisko' grādu diagrammā un

 $\alpha^{\circ}_{el} = p \alpha^{\circ}_{geom}. \tag{4-3}$ 

Ja enkura apgriezienu skaits minūtē ir n vai sekundē  $\frac{n}{60}$  un polu



4-4. att. Divpolu (a) un četrpolu (b) ģeneratora enkura tinumā inducētais EDS.

pāru skaits ir p, tad periodu skaits sekundē jeb frekvence ir

$$f = \frac{pn}{60}.$$
 (4-4)

Piemērs. Griežot četrpolu ģeneratora enkuru ar ātrumu 1500 apgr/min, iegūst maiņstrāvu ar frekvenci

 $f = \frac{2 \cdot 1500}{60} = 50$  Hz.

Fāzi, sākuma fāzi un fāžu nobīdi var izteikt ne vien ar leņķi, bet arī ar laiku. Lai to izdarītu, ir jāzina elektrisko lielumu leņķiskā frekvence

$$\omega = \frac{\alpha^{\circ}_{\text{el}}}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \tag{4-5}$$

Frekvencei f=50 Hz atbilst leņķiskā frekvence  $\omega=2\pi\cdot 50=100\pi$  radiānu sekundē.

**Piemērs.** Maiņstrāvai ar frekvenci f=50 Hz periods  $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0.02$  s= = 20 ms (milisekunde).

Tādā gadījumā diagrammas leņķim, piemēram, 45° atbilst  $\alpha = 45^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{4}$  radiānu vai  $t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi T}{4 \cdot 2\pi} = \frac{\pi}{8} = \frac{20}{8} = 2,5$  ms.

Par vidējo vērtību sauc mainīgā lieluma vidējo aritmētisko vērtību

$$A_{\mathbf{v}} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} a dt.$$

Sinusoidāli mainīga lieluma vidējā vērtība ir

$$A_{\mathbf{v}} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} A_{\mathbf{m}} \sin \omega t \, dt = -\frac{A_{\mathbf{m}}}{\omega T} \left[ \cos \omega t \right]_{0}^{T} = -\frac{A_{\mathbf{m}}}{\omega T} (1-1) = 0.$$



4-5. att. Divpusīgi (a) un vienpusīgi (b) taisngriezta sinusoidāli pulsējoša lieluma vidējā vērtība.

Taisngriežot sinusoidāli mainīgu lielumu, iegūst sinusoidāli pulsējošu lielumu ar vidējo vērtību, kas ir lielāka par nulli (4-5. att.). Lai noteiktu divpusīgi taisngriezta lieluma vidējo vērtību, integrēt var pusperioda robežās:

$$A_{\rm v} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T/2} A_{\rm m} \sin \omega t \, dt = -\frac{2A_{\rm m}}{\omega T} \left[ \cos \omega t \right]_{0}^{T/2} =$$
$$= -\frac{2A_{\rm m}}{2\pi} (\cos \pi - \cos 0) = -\frac{A_{\rm m}}{\pi} (-1 - 1) = \frac{2}{\pi} A_{\rm m}.$$

Tātad divpusīgi taisngriezta sinusoidāli pulsējoša lieluma vidējā vērtība ir 63,7% no amplitūdas vērtības:

$$A_{\rm v} = \frac{2}{\pi} A_{\rm m} = 0,637 \, A_{\rm m}.\tag{4-6a}$$

Vienpusīgas taisngriešanas gadījumā vidējā vērtība ir divas reizes mazāka:

$$A_{\rm v} = \frac{A_{\rm m}}{\pi} \approx 0,32 A_{\rm m}. \tag{4-6b}$$

Vidējo vērtību uzrāda līdzstrāvas mēraparāti. Mērījot ar šādiem mēraparātiem maiņstrāvu, to nepieciešams taisngriezt,

jo pretējā gadījumā vidējā vērtība būs vienāda ar nulli un mēraparāti strāvu neuzrādīs.

Par ejektīvo vērtību sauc mainīgā lieluma vidējo kvadrātisko vērtību

$$A = \left| \left/ \frac{1}{T} \int_{0}^{T} a^{2} dt \right. \right|$$

Sinusoidāli mainīga lieluma efektīvā vērtība

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} A_{\mathrm{m}^{2}} \sin^{2} \omega t \, dt} = \sqrt{\frac{A_{\mathrm{m}^{2}}}{T} \int_{0}^{T} \sin^{2} \omega t \, dt}.$$

Izmantojot trigonometrisko sakarību

$$\sin^2\omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} ,$$

iegūstam šādu integrāļa izteiksmi:

$$\int_{0}^{T} \sin^2 \omega t \, dt = \frac{1}{2} \int_{0}^{T} (1 - \cos 2\omega t) \, dt = \frac{1}{2} \left[ t - \frac{\sin 2\omega t}{\omega} \right]_{0}^{T} = \frac{T}{2} \, .$$

Ievietojot šo izteiksmi kvadrātiskās vērtības vienādojumā, iegūstam, ka

$$A = \frac{A_{\rm m}}{\sqrt{2}} = 0,707 A_{\rm m}.$$
 (4-7)

Tātad sinusoidāli mainīga lieluma efektīvā vērtība ir 70,7% no amplitūdas vērtības. Šo vērtību uzrāda maiņstrāvas mēraparāti.

Formulās (4-6) un (4-7) lietoti vispārējie vidējās un efektīvās vērtības apzīmējumi (sk. 4-1. tabulu). Attiecinot šīs formulas uz EDS, spriegumu vai strāvu, burts A jāatvieto ar burtiem E, U vai I.

Mainīgā lieluma efektīvās vērtības attiecību pret vidējo vērtību sauc par *formas koeficientu*. Sinusoīdai formas koeficients ir

$$k_{\mathrm{f}} = \frac{A}{A_{\mathrm{v}}} = \frac{A_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2A_{\mathrm{m}}} = 1,11.$$

Asākas formas līknēm  $k_t > 1,11$ , bet lēzenākas formas līknēm  $k_t < 1,11$ . Tā, piemēram, trīsstūra formas līknei  $k_t = 1,15$ , bet četrstūra formas līknei  $k_t = 1$ .

Jāatzīmē arī strāvas vidējās un efektīvās vērtības fizikālā nozīme. Pulsējošas strāvas vidējā vērtība skaitliski vienāda ar tādu nemainīgu līdzstrāvu, kurai plūstot caur vada šķērsgriezumu viena pusperioda laikā iziet tāds pats elektrības daudzums kā mainīgās strāvas gadījumā. Maiņstrāvas efektīvā vērtība skaitliski vienāda ar tādu nemainīgu līdzstrāvu, kas viena perioda laikā izdala tādu pašu siltuma daudzumu kā maiņstrāva.

Elektrotehnikā ļoti svarīgs lielums ir sinusoidālas magnētiskās plūsmas  $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$  spolē inducētais EDS:

$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = -\omega \frac{d\left(\Phi_{\rm m}\sin\omega t\right)}{dt} = -\omega \omega \Phi_{\rm m}\cos\omega t =$$
$$= \omega \omega \Phi_{\rm m}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Apzīmējot  $\omega w \Phi_m = E_m$ , iegūstam, ka

$$e = E_{\rm m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Salīdzinot magnētiskās plūsmas un EDS izteiksmes, redzam, ka EDS nokavējas fāzē attiecībā pret magnētisko plūsmu par leņķi  $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$ .

Dalot EDS amplitūdas vērtību ar  $\sqrt{2}$ , iegūst tā efektīvo

$$E = \frac{E_{\rm m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \omega \Phi_{\rm m}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f \omega \Phi_{\rm m}}{\sqrt{2}}$$

$$E = 4,44 \, f \omega \Phi_{\rm m}, \tag{4-}$$

kur f — frekvence (Hz),

w - spoles vijumu skaits,

Φ<sub>m</sub> — magnētiskās plūsmas amplitūda (Wb),
 *E* — spolē inducētais EDS (V).

Piemērs. Magnētiskā plūsma, kuras amplitūda Φm=10-3 Wb un frekvence f = 50 Hz, inducē spolē ar vijumu skaitu w = 1000 šādu EDS:

 $E = 4.44 \cdot 50 \cdot 1000 \cdot 10^{-3} = 222 \text{ V}.$ 

#### 4-2. SINUSOIDĂLU LIELUMU ATTĒLOŠANA AR VEKTORIEM **UN IZTEIKSANA AR KOMPLEKSIEM SKAITLIEM**

Mainstrāvas kēdes grafiskam aprēķinam var izmantot līnijas vai vektoru diagrammu. Par linijas diagrammu sauc mainīgā lieluma grafisko attēlu taisnleņķu koordinātu sistēmā. Šeit leņkus vai laikus atliek abscisu ass virzienā, bet momentānās vērtības ordinātu ass virzienā (4-1. att.). Šādu diagrammu var iegūt ar oscilogrāfu; tā uzskatāmi parāda mainīgā lieluma dažādas vērtības, bet matemātiskiem aprēķiniem tā nav piemērota. Tā, piemēram, lai līnijas diagrammā saskaitītu divus lielumus, dažādos laika momentos ir jāsaskaita to ordinātes (4-6. att.).



4-6. att. Divu lielumu saskaitīšana līnijas diagrammā.

Maiņstrāvas ķēdes grafiskam aprēķinam izdevīgāka ir vektoru diagramma. Seit sinusoidālus lielumus attēlo ar vektoriem, kas rotē ap koordinātu sistēmas nullpunktu pretēji pulksteņa rādītāju kustības virzienam ar nemainīgu leņķisko ātrumu  $\omega = 2\pi t$  (4-7. att.). Vektora garums ir proporcionāls sinusoidālā lieluma amplitūdai  $A_m$ , un sākuma momentā t=0 leņķis starp vektoru un abscisu asi vienāds ar sākuma fāzes leņķi  $\phi$ . Laikā tvektors pagriežas par leņķi  $\omega t$ ; ar abscisu asi tas izveido leņķi  $\omega t + \psi$ , un vektora projekcija uz ordinātu ass ir lieluma momentānā vērtība  $a = A_m \sin(\omega t + \psi)$ .

Aprēķinot maiņstrāvas ķēdes, par momentānām vērtībām parasti neinteresējas, tāpēc koordinātu asis vektoru diagrammā neuzrāda un vektoru garumus izvēlas proporcionālus efektīvajām vērtībām.

Vektoru diagrammā ar vektoriem attēlo vairākus vienādas frekvences sinusoidālus lielumus. Šādi vektori griežas ar vienādiem ātrumiem, un to savstarpējais stāvoklis nemainās. Laika skaitīšanas sākuma momentu un līdz ar to arī sākuma fāzes leņķi ψ un viena vektora virzienu var izvēlēties patvaļīgi. Pārējo vektoru virzienus nosaka fāžu nobīdes leņķi. Lieluma



4-7. att. Sinusoidāla lieluma attēlošana ar rotējošu vektoru.

nosebošanās gadījumā tā vektors jāpagriež pulksteņa rādītāju kustības virzienā, bet apsteigšanas gadījumā tas jāpagriež pretējā virzienā (4-8. att.).

No līnijas diagrammas redzams, ka fāžu nobīdes leņķis nokavēšanās virzienā ir pozitīvs, bet pretējā virzienā tas ir negatīvs lielums.



4-8. att. Nokavēšanās un apsteigšanas virzieni vektoru diagrammā.

Piemērs. Strāva  $I_1$ =100 A nokavējas fāzē attiecībā pret spriegumu U=220 V par leņķi  $\varphi_1$ =60°, strāva  $I_2$ =60 A sakrīt fāzē, bet strāva  $I_3$ =40 A apsteidz fāzē šo spriegumu par  $\varphi_3$ = -90°. Lai uzzīmētu doto lielumu vektoru diagrammu, pieņemam strāvu un

Lai užzimetu doto helumu vektoru diagrammu, pieņemam stravu un sprieguma mērogus  $m_I = 2 \frac{A}{mm}$  un  $m_U = 4 \frac{V}{mm}$ . Tādā gadījumā vektoru garumi ir šādi:  $\widetilde{I}_1 = \frac{I_1}{m_I} = \frac{100}{2} = 50$  mm,  $\widetilde{I}_2 = \frac{I_2}{m_I} = \frac{60}{2} = 30$  mm,

$$\widetilde{I}_3 = \frac{I_3}{m_I} = \frac{40}{2} = 20 \text{ mm un } \widetilde{U} = \frac{U}{m_U} = \frac{220}{4} = 55 \text{ mm.}$$

Orientējot sprieguma vektoru horizontālā virzienā, iegūstam 4-9. attēlā parādīto vektoru diagrammu.

Vektorus diagrammā var saskaitīt vai atskaitīt tāpat kā neelektrisko lielumu vektorus, jo summas vai starpības vektoraprojekcija ordinātu ass virzienā vienāda ar komponentu momentāno vērtību summu vai starpību (4-10. att.). Saskaitot







vairākus vektorus, ieteicams tos novietot tā, lai viena vektora beigu punkts sakristu ar nākamā vektora sākuma punktu. Tādā gadījumā summas vektors ir vērsts no pirmās komponentes sākuma punkta uz pēdējās komponentes beigu punktu (sk. 4-9. attēlā  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ ). Divu vektoru starpība  $\dot{A}_{12} = \dot{A}_1 - \dot{A}_2$ vērsta no mazinātāja vektora  $\dot{A}_2$  beigu punkta uz mazināmā vektora  $\dot{A}_1$  beigām.







4-12. att. Kompleksā amplitūda.

Divu vektoru summu vai starpību var aprēķināt arī analītiski. Pēc kosinusu teorēmas divu vektoru summa

$$A = \gamma A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \psi, \tag{4-9}$$

kur ψ ir iāžu nobīdes leņķis starp vektoriem Å<sub>1</sub> un Å<sub>2</sub>. Divu vektoru starpību var izteikt arī kā summu šādi:

$$\dot{A}_{12} = \dot{A}_1 - \dot{A}_2 = \dot{A}_1 + (-\dot{A}_2);$$

tad pēc kosinusu teorēmas

$$A_{12} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(180^\circ - \psi)}.$$
 (4-10)

Piemērs. Ja fāžu nobīdes leņķis starp diviem skaitliski vienādiem spriegumiem  $U_1=U_2=220$  V ir  $\psi=120^\circ$ , tad to summa

$$U = \sqrt{220^2 + 220^2 + 2 \cdot 220^2} \cos 120^\circ = 220$$
 V, bet starpība  
 $U_{12} = \sqrt{220^2 + 220^2 + 2 \cdot 220^2} \cos 60^\circ = \sqrt{3} \cdot 220 = 380$  V (4-11. att.).

Maiņstrāvas ķēžu analītiskiem aprēķiniem izdevīgāka ir simboliskā metode, pēc kuras sinusoidālus lielumus izsaka ar komplekso skaitļu simboliem (4-12. att.). Komplekso skaitļu plaknē iezīmētu, laika skaitīšanas sākuma momentam t=0 atbilstošo vektoru  $\dot{A}_m$  sauc par komplekso amplitūdu. To simboliski var izteikt šādos veidos:

$$\dot{A}_{m} \models a + jb$$
 — algebriskā forma,  
 $\dot{A}_{m} = A_{m}(\cos \psi + i \sin \psi)$  — trigonometriskā forma,

 $A_{\rm m} = A_{\rm m} e^{j\psi}$  — eksponenciālā forma,

 $A_{\rm m} = A_{\rm m} \angle \psi$  — polārā forma,

# kur $A_m$ — modulis,

V

- arguments,

ejt - moduļa pagriezējs pret reālo skaitļu asi par lenki ψ.

 $i=\sqrt{-1}$  — imaginārā vienība,

e=2.72 — naturālo logaritmu bāze.

Pareizinot komplekso amplitūdu  $A_m = A_m e^{j\psi}$  ar griešanās operatoru ejwt, iegūstam vektoru, kas rotē ar leņķisko ātrumu w:

 $\dot{A}_{m}e^{j\omega t} = A_{m}e^{j\psi}e^{j\omega t} = A_{m}e^{j(\omega t+\psi)}$ 

Šāda vektora projekcija imagināro skaitļu ass virzienā ir sinusoidāla lieluma momentānā vērtība (4-7. att.).

Ar kompleksajiem skaitliem loti vienkārši var izdarīt dažādas matemātiskas darbības. Saskaitīšanai un atņemšanai jālieto algebriskā forma, bet reizināšanai, dalīšanai un kāpināšanai ērtāka ir polārā forma.

Saskaitot vai atskaitot kompleksos skaitļus, atsevišķi jāsaskaita vai jāatņem to reālās un imaginārās daļas.

# Piemērs. Ja $\dot{A}_1 = a_1 + jb_1$ un $\dot{A}_2 = a_2 + jb_2$ , tad

 $\dot{A}_1 + \dot{A}_2 = a_1 + a_2 + i(b_1 + b_2)$ 

un

 $\dot{A}_1 - \dot{A}_2 = a_1 - a_2 + i(b_1 - b_2)$ 

Reizinot vai dalot kompleksos skaitļus, atsevišķi jāsareizina vai jadala moduli un jasaskaita vai jaatskaita argumenti.

Piemērs. Ja 
$$\dot{A}_1 = A_1 \angle \psi_1$$
 un  $\dot{A}_2 = A_2 \angle \psi_2$ , tad  
 $\dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2 = A_1 A_2 \angle (\psi_1 + \psi_2)$  u $\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1}{A_2} \angle (\psi_1 - \psi_2)$ .

Kāpinot komplekso skaitli, jākāpina tā modulis un arguments jāreizina ar pakāpes rādītāju.

Piemērs. Ja 
$$A = A \angle \psi$$
, tad

 $A^n = A^n / mb$ 

$$\sqrt[n]{V\dot{A}} = \dot{A}^{\frac{1}{n}} = A^{\frac{1}{n}} \angle \frac{1}{n} \cdot \psi = \sqrt[n]{A} \angle \frac{\psi}{n} :$$

Izpildot ar kompleksajiem skaitļiem dažādas matemātiskas darbības, bieži jāpāriet no kompleksā skaitļa algebriskās formas uz kompleksā skaitļa polāro formu un otrādi. Šim nolūkam var izmantot šādas sakarības:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \psi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$
 (4-11a)



## 4-13. att. Pāreja no algebriskās formas uz polāro formu.

un

 $a = A \cos \psi; \quad b = A \sin \psi.$  (4-11b)

Sāda pāreja no vienas formas otrā ir saistīta ar lielāku izskaitļošanas darbu. Ātrāk to var izdarīt ar *logaritmīsko lineālu*, izmantojot bīdņa mugurpuses skalas. Pēc dotās algebriskās formas a+jb polāro formu  $A \angle \psi$  nosaka zemāk norādītā veidā (4-13. att.).

 Uz otrās skalas ar bīdņa kreisā vai labā gala svītriņu iestāda skaitli a vai b (lielāko no abiem), bet ar rāmīša svītru iestāda skaitli b vai a (mazāko no abiem).

2. Uz tangensu skalas pret rāmīša svītru nolasa leņķi un, neizkustinot rāmīti, bīdni pārbīda tā, lai nolasītais leņķis uz sinusu skalas būtu pret rāmīša svītru. Tādā gadījumā bīdņa gala svītriņa uz otrās skalas parāda moduli A.

3. Ja b < a, tad nolasītais leņķis ir arguments  $\psi$ ; ja b > a, tad nolasītais leņķis ir  $\psi$  papildinājums līdz 90°. Ja  $\frac{b}{a} \leq 0,1$ , tad jālieto sinusu un tangensu (vidējā) skala un bīdnis nav jāpārbīda.

Piemērs.

$$7+j3=7,6\angle 23,2^{\circ};$$
  
 $3+j7=7,6\angle 66,8^{\circ}.$ 

Pēc dotā kompleksā skaitļa polārās formas  $A \angle \psi$  algebrisko formu a+ib var atrast pretējā kārtībā.

1. Uz otrās skalas ar bīdņa kreisā vai labā gala svītriņu iestāda moduli A, bet ar rāmīša svītru uz sinusu skalas iestāda argumentu  $\psi$  vai tā papildinājumu līdz 90° (ja  $\psi > 45^{\circ}$ ).

 Neizkustinot rămiti, bidni părvieto tă, lai rămiša svitra uz tangensu skalas răditu to pašu leņķi. 3. Uz otrās skalas pret bīdņa gala svītriņu un rāmīša svītru nolasa a un b. Ja  $\psi < 45^\circ$ , tad mazākais nolasītais skaitlis ir b, ja  $\psi > 45^\circ$ , tad lielākais nolasītais skaitlis ir b.

# Piemēri.

 $A = 10 \angle 30^{\circ} + 5 \angle 60^{\circ} = 8,65 + j5 + 2,5 + j4,33 = 11,15 + j9,33 = 14,5 \angle 40^{\circ}.$ 

 $\dot{A} = \frac{7+j3}{6+j8} = \frac{7,6\angle 23^{\circ}10'}{10\angle 53^{\circ}10'} = 0,76\angle -30^{\circ}.$  $\dot{A} = (5+j5)^{\circ} = 7,08^{\circ}\angle 3 \cdot 45^{\circ} = 349\angle 135^{\circ}.$ 



4-14. att. Saistīti kompleksie lielumi.

Komplekso skaitļu plaknē pulksteņa rādītāju griešanās virzienā leņķi ir negatīvi, bet pretējā virzienā tie ir pozitīvi (4-14. att.). Divus kompleksus lielumus ar vienādiem moduļiem un vienādiem pretējas zīmes argumentiem sauc par *saistītiem kompleksiem lielumiem*. Simboliski tos izsaka šādi:

$$\dot{A}_{m} = A_{m} \angle \psi = a + jb,$$
  
$$\dot{A}_{m} = A_{m} \angle -\psi = a - jb.$$

## 4-3. SINUSOIDĀLA STRĀVA PRETESTĪBĀ, INDUKTIVITĀTĒ UN KAPACITĀTĒ

Maiņstrāvas ķēdi var iedomāties saliktu no idealizētiem elementiem: pretestības, induktivitātes un kapacitātes.

Pretestība ir idealizēts elektriskās ķēdes elements, kurā pievadītā elektroenerģija pārvēršas siltumā vai cita veida neelektriskā enerģijā. Ja pretestības r spriegums mainās pēc sinusa likuma

$$u = U_{\rm m} \sin \omega t$$
,

tad pēc Oma likuma pretestībā plūst strāva

 $i=\frac{u}{r}=\frac{U_{\rm m}\sin\omega t}{r}$ .

Apzīmējot  $\frac{U_{\rm m}}{r} = I_{\rm m}$ , iegūstam, ka

 $i = I_{\rm m} \sin \omega t$ .

Salīdzinot sprieguma un strāvas izteiksmes, redzam, ka pretestībā strāva sakrīt fāzē ar spriegumu (4-15. att.).

Dalot sprieguma un strāvas amplitūdas ar  $\sqrt{2}$ , iegūstam sakarību starp to efektīvajām vērtībām:

$$I = \frac{U}{r} \,. \tag{4-12}$$

Maiņstrāvas ķēdes pretestību r sauc par aktīvo pretestību. Tā, tāpat kā līdzstrāvas ķēdes pretestība, ir atkarīga no vadītāja



4-15. att. Spriegums un strāva pretestībā. -u -i

garuma, šķērsgriezuma laukuma, vadītāja materiāla un temperatūras [sk. formulas (2-2.) un (2-3.)].

Induktivitāte ir idealizēts elektriskās ķēdes elements, kurā elektroenerģija pārvēršas magnētiskā lauka enerģijā. Ja induktivitātē strāva mainās pēc sinusa likuma

$$i = I_{\rm m} \sin \omega t$$
,

tad tajā rodas pašindukcijas EDS:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(I_{\rm m} \sin \omega t)}{dt} = -\omega L I_{\rm m} \cos \omega t =$$
$$= \omega L I_{\rm m} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right);$$

Pašindukcijas EDS darbojas pretī strāvas izmaiņām (sk. 3-3. §), tāpēc spriegumam tas ir jākompensē:

$$u = -e_L = \omega L I_{\rm m} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Apzīmējot  $\omega LI_m = U_m$ , iegūstam, ka

$$u = U_{\rm m} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

Salīdzinot strāvas un sprieguma izteiksmes, redzam, ka induk-

tivitātē strāva nokavējas fāzē pret spriegumu par leņķi  $\frac{\pi}{2}$  =90°

# (4-16. att.).

Dalot sprieguma un strāvas amplitūdas ar  $\sqrt{2}$ , iegūstam sakarību starp to efektīvajām vērtībām:

$$U = \omega LI.$$
 (4-1

3)



Lielumam  $\omega L$  ir pretestības dimensija:

$$[\omega L] = \frac{1}{s} \Omega s = \Omega,$$

tāpēc to sauc par induktīvo pretestību un apzīmē ar  $x_L$ . Ievērojot, ka  $\omega = 2\pi f$ , varam rakstīt, ka

$$x_L = \omega L = 2\pi f L, \qquad (4-14)$$

kur f — frekvence (Hz),

L — pašindukcijas koeficients (H),

 $x_L$  — induktīvā pretestība ( $\Omega$ ).

**Piemērs.** Spolei ar L=1 H standartírekvences gadījumā induktīvā pretestība  $x_L=2\pi \cdot 50 \cdot 1=314 \Omega$ , bet līdzstrāvas gadījumā f=0 un  $x_L=0$ .

Vados ar lielu šķērsgriezuma laukumu un augstas frekvences gadījumā novērojams t. s. virsmas efekts (4-17. att.). Cilindrisku vadu var iedomāties sadalītu koncentriskos elementārvados. Elementārvads, kas atrodas tuvāk centram, ir saķēdēts



4-17. att. Strāvas vada magnētiskais lauks.

ar lielāku magnētisko plūsmu nekā elementārvads, kas atrodas tuvāk vada ārmalai. Sādos apstākļos vada centrā ir lielāka induktīvā pretestība un mazāks strāvas blīvums; vada centrālā daļa ir vāji izmantota, un aktīvā pretestība pieaug. Vada aktīvās pretestības r attiecību pret tā pretestību līdzstrāvai r<sub>0</sub> sauc par virsmas efekta koeficientu

$$\xi = \frac{r}{r_0}.$$

To var aprēķināt pēc formulas

$$\xi=1+\frac{\varepsilon^4}{3},$$

kur  $\varepsilon = \frac{d}{4} \sqrt{\pi \bar{f} \mu \mu_0 \gamma}$ ,  $d \qquad - \text{ vada diametrs (cm),}$   $f \qquad - \text{ frekvence (Hz),}$   $\mu \qquad - \text{ relatīvā magnētiskā caurlaidība,}$   $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9} - \text{ magnētiskā konstante } \left(\frac{\text{H}}{\text{cm}}\right)$ ,  $\gamma \qquad - \text{ īpatnējā vadītspēja } \left(\frac{1}{\Omega \text{cm}}\right)$ .

Minētā formula ir derīga, ja  $\varepsilon < 1$ .

Piemērs. Vara vadam ar šķērs<br/>griezuma laukumu 100 mm² un diametru  $d\!=\!11,\!3\,{\rm mm}$  standart<br/>frekvences gadījumā

$$= \frac{1,13}{4} \, \gamma \pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-9} \cdot 53 \cdot 10^{4} \approx 0,3 < 1$$

un

$$\xi = 1 + \frac{0,3^4}{3} = 1,003.$$

Ja frekvence f=200 Hz, tad  $\varepsilon=2.0,3=0,6$  un

$$\xi = 1 + \frac{0.6^4}{3} = 1.04.$$

No piemēra redzam, ka vara vadiem ar diametru, kas ir mazāks par 1 cm, standartīrekvences gadījumā virsmas efekta raditais pretestības pieaugums ir niecīgs un to praktiski var neievērot.

Kapacitāte ir idealizēts elektriskās ķēdes elements, kurā elektroenerģija pārvēršas elektriskā lauka enerģijā. Pēc formulas (1-8) kapacitātē starp elektrisko lādiņu un spriegumu pastāv šāda sakarība:

$$q = Cu$$
.

Ja kapacitātes spriegums mainās pēc sinusa likuma

$$u = U_{\rm m} \sin \omega t$$
,

9 - A. Lielturks

tad, kondensatoram periodiski uzlādējoties un izlādējoties, ķēdē plūst strāva

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{Cdu}{dt} = \frac{Cd(U_{\rm m}\sin\omega t)}{dt} = \omega CU_{\rm m}\cos\omega t =$$
$$= \omega CU_{\rm m}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$



4-18. att. Spriegums un strāva kapacitātē.

Apzīmējot  $\omega CU_{\rm m} = I_{\rm m}$ , iegūstam, ka

$$i = I_{\rm m} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Salīdzinot strāvas un sprieguma izteiksmes, redzam, ka kapacitātē strāva apsteidz fāzē spriegumu par leņķi  $\frac{\pi}{2} = 90^{\circ}$ (4-18. att.).

Dalot sprieguma un strāvas amplitūdas ar  $\sqrt{2}$ , iegūstam sakarību starp to efektīvajām vērtībām:

$$I = \omega C U. \tag{4-15}$$

Lielumam  $\frac{1}{\omega C}$  ir pretestības dimeņsija:

$$\left[\frac{1}{\omega C}\right] = \frac{1}{1/s \cdot s/\Omega} = \Omega,$$

tāpēc to sauc par kapacitatīvo pretestību un apzīmē ar  $x_c$ . Ievērojot, ka  $\omega = 2\pi i$  un izsakot C mikrofarados, varam rakstīt, ka

$$x_C = \frac{10^6}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi f C} \,, \tag{4.16}$$

kur f — frekvence (Hz),

C - kapacitāte (µF),

 $x_c$  — kapacitatīvā pretestība ( $\Omega$ ).

Piemērs. Kondensatoram ar  $C = 10 \,\mu\text{F}$  standartfrekvences gadījumā kapacitatīvā pretestība

$$x_c = \frac{10^\circ}{2\pi \cdot 50 \cdot 10} = 318 \ \Omega;$$

līdzstrāvas gadījumā f=0 un  $x_c=\infty$ .

Induktivitātes un kapacitātes vienībās ietilpst pretestības un laika dimensijas, tāpēc no pretestības, induktivitātes un kapacitātes var izveidot elementus ar laika dimensijām:

$$[rC] = \Omega \cdot \frac{s}{\Omega} = s; \quad \left\lfloor \frac{L}{r} \right\rfloor = \frac{\Omega s}{\Omega} = s; \quad [\gamma \overline{LC}] = \sqrt{\Omega s \cdot \frac{s}{\Omega}} = s.$$

Fizikāli tas nozīmē, ka ķēdēs ar r, L un C magnētiskais un elektriskais lauks rodas un izzūd noteiktā laikā.

Saslēdzot virknē r, L un C, ķēdes pilno pretestību z var noteikt pēc sakarībām, kas iegūtas no 4-19. attēla vektoru diagrammas. Pēc spriegumu trīsstūra, kas iegūts no ķēdes vektoru diagrammas, varam rakstīt, ka

$$U_{\rm a} = U \cos \varphi; \quad U_{\rm r} = U_L - U_C = U \sin \varphi$$

un

$$U = \sqrt{U_{a}^{2} + U_{r}^{2}} = \sqrt{U_{a}^{2} + (U_{L} - U_{C})^{2}}.$$

Dalot spriegumu trīsstūra malas ar ķēdes strāvu, iegūstam pretestību trīsstūri. No šī trīsstūra

$$r = z \cos \varphi; \quad x = x_L - x_C = z \sin \varphi$$

un

9\*

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}.$$



4-19. att. Maiņstrāvas ķēdes virknes slēguma shēma (a), vektoru diagramma (b), spriegumu (c) un pretestību (d) trīsstūri.

Ja virknē saslēgti vairāki r, L un C, tad ķēdes pilno pretestību var aprēkināt pēc formulas

$$z = \sqrt{(\Sigma r_{\rm i})^2 + (\Sigma x_{L_{\rm i}} - \Sigma x_{C_{\rm i}})^2}.$$
 (4-17)

**Piemērs.** Maiņstrāvas ķēdes virknes slēgumā U=220 V,  $r=8 \Omega$ ,  $x_L=11 \Omega$  un  $x_C=5 \Omega$ .

Tad

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{8^2 + (11 - 5)^2} = 10 \Omega;$$
  

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}; \quad U_a = Ir = 22 \cdot 8 = 176 \text{ V};$$
  

$$U_L = Ix_L = 22 \cdot 11 = 242 \text{ V}; \quad U_C = Ix_C = 22 \cdot 5 = 110 \text{ V};$$
  

$$U_L = U_L = U_L = 242 \text{ V}; \quad U_C = 132 \text{ V};$$

Vai arī  $\cos \varphi = \frac{r}{z} = 0.8; \ \sin \varphi = \frac{x}{z} = \frac{x_L - x_C}{z} = 0.6,$ 

$$U_a = U \cos \varphi = 220 \cdot 0.8 = 176 \text{ V}$$
 un  $U_r = U \sin \varphi = 220 \cdot 0.6 = 132 \text{ V}.$ 

Maiņstrāvas ķēdes paralēlā slēguma aprēķinam lieto vadītspējas, kuras apzīmē šādi:

$$g = \frac{1}{r}$$
 — aktīvā vadītspēja,  
 $b_L = \frac{1}{x_L}$  — induktīvā reaktīvā vadītspēja,  
 $b_C = \frac{1}{x_C}$  — kapacitatīvā reaktīvā vadītspēja.

Kēdes *pilno vadītspēju y* var noteikt pēc sakarībām, kas iegūtas no 4-20. attēlā parādītās vektoru diagrammas.

Pēc strāvu trīsstūra, kas iegūts no ķēdes vektoru diagrammas,

$$I_a = I \cos \varphi; \quad I_r = I_L - I_C = I \sin \varphi;$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} = \sqrt{I_a^2 + (I_L - I_C)^2}.$$



4-20. att. Maiņstrāvas ķēdes paralēlā slēguma shēma (a), vektoru diagramma (b), strāvu (c) un vadītspēju (d) trīsstūri.

Dalot strāvu trīsstūra malas ar ķēdes spriegumu, iegūst vadītspēju trīsstūri. No šī trīsstūra

$$g = y \cos \varphi; \quad b = b_L - b_C = y \sin \varphi \text{ un}$$
$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}.$$

Ja paralēli saslēgti vairāki g, L un C, tad ķēdes pilno vadītspēju var aprēķināt pēc formulas

$$y = \sqrt{(\Sigma g_i)^2 + (\Sigma b_{L_i} - \Sigma b_{C_i})^2}.$$
 (4-18)

#### 4-4. SINUSOIDĀLAS MAIŅSTRĀVAS JAUDA

Pareizinot paralēlā slēguma vektoru diagrammas strāvu trīsstūra malas ar ķēdes spriegumu, iegūst jaudu trīsstūri (4-21. att.). No jaudu trīsstūra varam rakstīt, ka

$$P = UI \cos \varphi,$$
  

$$Q = UI \sin \varphi,$$
  

$$S = \gamma \overline{P^2 + Q^2} = UI,$$
  
(4-19)

kur P - aktīvā jauda vatos (W),

Q - reaktīvā jauda reaktīvos voltampēros (VAr),

Š — pilnā jauda voltampēros (VA).

Aktīvo un reaktīvo jaudu var aprēķināt pēc sakarībām, kas ir analoģiskas līdzstrāvas jaudas aprēķina formulām. Ievietojot formulās (4-19) U=Iz vai I=Uy, iegūstam, ka

$$P = I^2 z \cos \varphi = U^2 y \cos \varphi = I^2 r = U^2 g,$$

 $Q = I^2 z \sin \varphi = U^2 y \sin \varphi = I^2 (x_L - x_C) = U^2 (b_L - b_C)$ 

vai

$$Q_L = I^2 x_L = \omega L I^2,$$
$$Q_C = U^2 b_C = \omega C U^2.$$



4-21. att. Jaudu trīsstūris.

Leņķiskās frekvences  $\omega$  dimensija ir  $\frac{1}{2}$ , tāpēc lielumi

$$W_L = LI^2 = \frac{LI_m^2}{2}$$

un

$$W_c = CU^2 = \frac{CU_m^2}{2}$$

ir magnētiskajā un elektriskajā laukā uzkrātā enerģija (sk. 4-23. attēlu *b* un *c*).

Piemērs. Spolē ar pašindukcijas koeficientu L=1 H un strāvas amplitūdu  $I_m=10$  A strāvas pieaugšanas laikā magnētiskajā laukā uzkrājas enerģija

$$W_L = \frac{1 \cdot 10^2}{2} = 50$$
 J.

Kondensatorā ar kapacitāti  $C=10~\mu$ F un sprieguma amplitūdu  $U_m=100$ <sup>°</sup> V sprieguma pieaugšanas laikā elektriskajā laukā uzkrājas enerģija

$$W_c = \frac{10^{-6} \cdot 100^2}{2} = 0,05$$
 J.



4-22. att. Mainstrāvas jauda ķēdē ar aktīvu un induktīvu pretestību.

Fizikāla nozīme ir vienīgi aktīvajai jaudai, bet reaktīvā un pilnā jauda ir fiktīvi aprēķina lielumi. Aktīvās jaudas fizikālās nozīmes noskaidrošanai aplūķosim ķēdi ar aktīvu un induktīvu pretestību, kurā darbojas sinusoidāls spriegums un strāva

$$u = U_{\rm m} \sin \omega t,$$
  
=  $I_{\rm m} \sin (\omega t - \varphi).$ 

Sādā gadījumā jaudas momentānā vērtība

$$p = ui = U_{\rm m}I_{\rm m}\sin\omega t\sin(\omega t - \varphi)$$

Izmantojot trigonometrijas formulu

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)}{2}$$

iegūstam šādu vienādojumu:

$$p = UI \left[ \cos \varphi - \cos \left( 2\omega t - \varphi \right) \right].$$

Vienādojumam atbilst 4-22. attēlā parādītā līkne.

No vienādojuma un diagrammas redzam, ka maiņstrāvas jauda p mainās ar divkāršu frekvenci  $2\omega$  ap vidējo vērtību  $P=UI\cos\varphi$ . Šo mainīgās jaudas vidējo vērtību sauc par aktīvo jaudu.

Attēlā dažādi svītrotie laukumi izsaka enerģiju. Laika posmos, kuros strāvas un sprieguma virzieni ir vienādi (ar vienā-



4-23. att. Maiņstrāvas jauda ķēdē ar aktīvu (a), induktīvu (b) un kapacitatīvu (c) pretestību.

dām zīmēm), jauda ir pozitīva un ķēde saņem no avota enerģiju. Pārējā laikā, kad strāvas un sprieguma virzieni ir pretēji, jauda ir negatīva un ķēde atdod enerģiju atpakaļ avotam. Saņemtās un atdotās elektroenerģijas starpība ķēdē pārvēršas neelektriskā enerģijā (siltumā, gaismā vai mehāniskā enerģijā).

Ķēdes aktīvā jauda un līdz ar to arī elektroenerģijas daļa, kas pārvēršas neelektriskā enerģijā, ir atkarīga no fāžu nobīdes leņķa  $\varphi$  (4-23. att.).

Ķēdē ar aktīvo pretestību  $\varphi=0$ , cos  $\varphi=1$ , aktīvā jauda P=UIir maksimāla un enerģija pozitīva. Šādos apstākļos visa saņemtā elektroenerģija ķēdē pārvēršas neelektriskā enerģijā.

Kēdē ar induktīvo pretestību  $\varphi=90^\circ$ ,  $\cos\varphi=0$ , aktīvā jauda P=0 un enerģija viena ceturtdaļperioda laikā ir pozitīva, nākamā ceturtdaļperioda laikā negatīva utt. Šādā ķēdē, strāvai pieaugot, saņemtā enerģija uzkrājas magnētiskajā laukā, bet, strāvai samazinoties, tā tiek atdota atpakaļ avotam. Kapacitatīvā pretestībā, kur  $\varphi=-90^\circ$  un  $\cos\varphi=0$ , tas pats notiek ar spriegumu un elektrisko lauku. Kā induktīvajā, tā arī kapacitatīvajā pretestībā saņemtā un atdotā enerģija ir vienādas, tāpēc tur neelektriskā enerģija nerodas.

Rūpnīcām, kas izgatavo maiņstrāvas avotus (ģeneratorus un transformatorus), ir zināms to spoļu vijumu skaits un vada šķērsgriezuma laukums. Tāpēc šādu ierīču pasēs uzrāda nominālo spriegumu, strāvu un pēc tiem aprēķināto pilno jaudu S. Sī jauda nosaka ierīces gabarītus, svaru un cenu. Neelektrisko enerģiju nosaka aktīvā jauda *P*. Tās attiecību pret pilno jaudu sauc par *jaudas koeficientu*:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{UI \cos \varphi}{UI}.$$

Lai ar doto spriegumu un strāvu, resp., pilno jaudu, iegūtu lielāku aktīvo jaudu (efektīvāk izmantotu iekārtu), ir jāstrādā ar lielu jaudas koeficientu. Tādā gadījumā samazinās arī elektroenerģijas zudumi tīklā, jo strāva  $I = \frac{P}{U\cos\varphi}$  tīkla vados ar pretestību  $r_{\rm v}$  rada zudumus

$$\Delta P = I^2 r_{\mathbf{v}} = \frac{P^2 r_{\mathbf{v}}}{U^2 \cos^2 \varphi}.$$

Strādājot ar zemu jaudas koeficientu, palielinās elektroenerģijas pašizmaksa, tāpēc lieto diferencētus tarifus, pēc kuriem zema jaudas koeficienta gadījumā ir noteikta augstāka elektroenerģijas vienības cena.

Jaudas koeficientu nosaka avotam pieslēgtās slodzes veids un raksturs. Tā, piemēram, elektriskajām kvēlspuldzēm  $\cos \varphi =$ =1, elektrodzinējiem, strādājot tukšgaitā,  $\cos \varphi = 0,1-0,3$ , elektrodzinējiem, strādājot ar pilnu jaudu,  $\cos \varphi = 0,7-0,9$ .

Lielu jaudas koeficientu var sasniegt, izvēloties darba mehānismiem pēc jaudas piemērotus elektrodzinējus un organizējot tehnoloģisko procesu tā, lai būtu novērsta dzinēju darbība



4-24. att. Vektoru diagramma ķēdei ar paralēli saslēgtiem r, L un C.

tukšgaitā. Ja šādā t. s. dabiskā ceļā jaudas koeficientu nevar palielināt, tad to var panākt mākslīgi ar slodzei paralēli pieslēgtiem kondensatoriem. To kapacitāti var noteikt pēc paralēlā slēguma vektoru diagrammas (4-24. att.).

Pēc vektoru diagrammas kondensatoru strāva

 $I_c = I_a (tg \varphi_1 - tg \varphi_2).$ 

Ievietojot vienādojumā

$$I_{a} = \frac{P}{U}$$
 un  $I_{c} = \frac{U}{x_{c}} = \frac{2\pi f C U}{10^{6}}$ ,

jaudas koeficienta uzlabošanai nepieciešamā kondensatoru kapacitāte ir

$$C = \frac{10^6 P}{2\pi f U^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2), \qquad (4-20)$$

kur P — slodzes aktīvā jauda (W),

- f frekvence (Hz),
   U kondensatoru spriegums (V),
- φ1 fāžu nobīdes leņķis bez slodzei paralēli pieslēgtiem kondensatoriem,
- φ<sub>2</sub> fāžu nobīdes leņķis ar slodzei paralēli pieslēgtiem kondensatoriem.
- C kondensatoru kapacitāte (µF).

No formulas redzam, ka nepieciešamā kondensatoru kapacitāte ir apgriezti proporcionāla sprieguma kvadrātam, tāpēc izdevīgi darbināt kondensatorus ar augstāku spriegumu.

## 4-5. MAINSTRĀVAS KĒZU APRĒĶINA METODES

Mainstrāvas ķēžu aprēķiniem var izmantot 4-3. § aplūkotās formulas. Komplicētu ķēžu aprēķins ar šīm formulām ir nepārskatāms un saistīts ar lielāku izskaitlošanas darbu. Šajā zinā izdevīgāka ir simboliskā (komplekso amplitūdu) metode, kā arī maiņstrāvas ķēdes grafiskās aprēķina metodes, izmantojot potenciālu (topogrāfisko) vai riņķa diagrammu.

Simboliskā metode. Pēc simboliskās metodes spriegumus un strāvas izsaka kompleksā veidā, un līdz ar to par kompleksiem lielumiem kļūst arī pretestības, vadītspējas un jaudas.

Spriegums un strāva ir vektoriāli lielumi, tāpēc to kompleksās vērtības apzīmē ar lielumam atbilstošo lielo burtu, liekot virs burta punktu:

Pretestība, vadītspēja un jauda nav vektoriāli lielumi, tāpēc tos apzīmē citādi. Pretestību un vadītspēju kompleksās vērtības apzīmē ar lielumam atbilstošo lielo burtu bez punkta, bet modulus ar attiecīgiem mazajiem burtiem:

Komplekso jaudu apzīmē ar vilnīti virs burta S, bet tās moduli

ar burtu S bez vilnīša:

S, S.

Zinot sprieguma un strāvas kompleksās vērtības, pēc Oma likuma var noteikt komplekso pretestību un komplekso vadītspēju:

$$Z = \frac{U}{\dot{I}} = \frac{U \angle \psi_U}{I \angle \psi_I} = z \angle (\psi_U - \psi_I),$$
$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I \angle \psi_I}{U \angle \psi_U} = y \angle (\psi_I - \psi_U).$$

Komplekso jaudu izsaka ar sprieguma un saistītā strāvas vektora reizinājumu:

$$\widetilde{S} = U\widetilde{I} = U \angle \psi_U \cdot I \angle -\psi_I = UI \angle (\psi_U - \psi_I) = S \angle (\psi_U - \psi_I).$$

Iegūtajās formulās komplekso lielumu argumenti ir sprieguma un strāvas sākuma fāžu leņķu starpība jeb fāžu nobīdes leņķis, kas ir atkarīgs no maiņstrāvas ķēdes pretestību veida.

Ķēdē ar aktīvo un induktīvo pretestību ψv>ψr, tāpēc

$$Z = z \angle \varphi = z (\cos \varphi + j \sin \varphi) = r + jx;$$
  

$$Y = y \angle -\varphi = y (\cos \varphi - j \sin \varphi) = g - jb;$$
  

$$\widetilde{S} = S \angle \varphi = S (\cos \varphi + j \sin \varphi) = P + jQ.$$
(4-21)

Kēdē ar aktīvo un kapacitatīvo pretestību  $\psi_I > \psi_U$ , tāpēc

$$Z = z \angle -\varphi = z (\cos \varphi - j \sin \varphi) = r - jx;$$
  

$$Y = y \angle \varphi = y (\cos \varphi + j \sin \varphi) = g + jb;$$
  

$$\widetilde{S} = S \angle -\varphi = S (\cos \varphi - j \sin \varphi) = P - jQ.$$
(4-22)



4-25. att. Kompleksā pretestība, vadītspēja un jauda maiņstrāvas ķēdēm ar aktīvu-induktīvu (a) un aktīvu-kapacitatīvu pretestību (b).

Uzskatāmības dēļ iegūtās formulas iezīmētas 4-25. attēlā parādītajās komplekso skaitļu plaknēs.

Lietojot simbolisko metodi, maiņstrāvas ķēdes aprēķinam var izmantot otrajā nodaļā aplūkotās līdzstrāvas ķēžu aprēķina formulas, izsakot to lielumus kompleksā formā.

**Piemērs.** (4-26. att.) A trisinājums pēc simboliskās metodes:  $Z_1=4+j3=5\angle 36,9^\circ, \ Z_2=6-j8=10\angle -53,1^\circ;$  $Z=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{5\angle 36,9^\circ\cdot 10\angle -53,1^\circ}{10-j5}=\frac{50\angle -16,2^\circ}{11,2\angle -26,4^\circ}=4,46\angle 10,2^\circ.$ 

Orientējot sprieguma vektoru reālo skaitļu ass virzienā, varam rakstīt, ka

$$\dot{U} = 100 \angle 0^\circ; \quad \dot{I} = \frac{U}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{4,46 \angle 10,2^\circ} = 22,4 \angle -10,2^\circ;$$

$$S = UI = 100 \angle 0^{\circ} \cdot 22, 4 \angle 10, 2^{\circ} = 2240 \angle 10, 2^{\circ} = 2200 + i405$$

Atrisinājums pēc analītiskās metodes:

$$\begin{aligned} z_1 = V r_1^2 + x_1^2 = V 4^2 + 3^2 = 5 \ \Omega. \quad I_1 = \frac{C}{z_1} = \frac{100}{5} = 20 \ \text{A}; \\ \cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{4}{5} = 0.8; \quad \sin \varphi_1 = \frac{x_1}{z_1} = \frac{3}{5} = 0.6; \\ I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 20 \cdot 0.8 = 16 \ \text{A}; \quad I_{r_1} = I_1 \sin \varphi_1 = 20 \cdot 0.6 = 12 \ \text{A}. \\ z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \ \Omega; \quad I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{100}{10} = 10 \ \text{A}; \\ \cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{6}{10} = 0.6; \quad \sin \varphi_2 = \frac{x_2}{z_2} = \frac{8}{10} = 0.8; \\ I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 10 \cdot 0.6 = 6 \ \text{A}; \quad I_{r_2} = I_2 \sin \varphi_2 = 10 \cdot 0.8 = 8 \ \text{A}; \\ I_a = I_{a1} + I_{a2} = 16 + 6 = 22 \ \text{A}; \quad I_r = I_r - I_{r_2} = 12 - 8 = 4 \ \text{A}; \\ I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} = \sqrt{22^2 + 4^2} = 22.4 \ \text{A}; \\ \cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{22}{22.4} = 0.985; \\ \sin \varphi = \frac{I_r}{I} = \frac{4}{22.4} = 0.178; \\ P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 22.4 \cdot 0.985 = 2200 \ \text{W}; \\ Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 22.4 \cdot 0.178 = 405 \ \text{VAr}; \end{aligned}$$

 $S = UI = 100 \cdot 22.4 = 2240$  VA.

Maiņstrāvas ķēdes aprēķinu pēc analītiskās metodes var vienkāršot, atvietojot pretestību virknes slēgumu ar ekvivalentu paralēlo slēgumu vai otrādi.

Virknes un paralēlā slēguma strāvas nosaka pēc sakarībām  $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}$  un  $\dot{I} = \dot{U}Y$ . Abi slēgumi ir ekvivalenti, ja vienādiem to

spriegumiem  $\vec{U}$  atbilst vienādas strāvas  $\vec{I}$ . Sāds noteikums ir izpildīts, ja

$$\frac{1}{Z} = Y$$
 vai  $ZY = 1$ .

Tādā gadījumā, piemēram, ķēdei ar aktīvo un induktīvo pretestību ir spēkā sakarības

$$Y = g - jb = \frac{1}{Z} = \frac{1}{r + jx} = \frac{r - jx}{(r + jx)(r - jx)} = \frac{r - jx}{r^2 + x^2} = \frac{r}{z^2} - j\frac{x}{z^2}$$

un

$$Z = r + jx = \frac{1}{Y} = \frac{1}{g - jb} = \frac{g + jb}{(g - jb)(g + jb)} = \frac{g + jb}{g^2 + b^2} = \frac{g}{y^2} + j\frac{b}{y^2}.$$

Kēdei ar aktīvo un kapacitatīvo pretestību j zīmes ir pretējas. No iegūtajām sakarībām redzam, ka ekvivalentā paralēlā slēguma vadītspējas vai ekvivalentā virknes slēguma pretestības var aprēķināt pēc šādām formulām:

$$g = \frac{r}{z^2}; \quad b = \frac{x}{z^2}$$
 (4-23a)

vai

$$r = \frac{g}{y^2}, \quad x = \frac{b}{y^2}$$
 (4-23b)

**Piemērs.** 4-26. attēlā dotās shēmas vienā zarā saslēgtas virknē pretestibas  $r_1$  un  $x_1$ , bet otrā zarā — pretestības  $r_2$  un  $x_2$ . Atvietojot šo pretestību virknes slēgumus ar ekvivalentiem paralētiem slēgumiem, iegūstam, ka

$$g_1 = \frac{r_1}{z_1^2} = \frac{4}{4^2 + 3^2} = 0.16 \frac{1}{\Omega}, \quad b_1 = \frac{x_1}{z_1^2} = \frac{3}{4^2 + 3^2} = 0.12 \frac{1}{\Omega},$$



4-26. att. Maiņstrāvas ķēdes aprēķina piemērs.

$$\begin{split} g_2 &= \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0.06 \frac{1}{\Omega}, \quad b_2 = \frac{x_2}{z_2^2} = \frac{8}{6^2 + 8^2} = 0.08 \frac{1}{\Omega}, \\ g &= g_1 + g_2 = 0.16 + 0.06 = 0.22 \frac{1}{\Omega}, \quad b = b_1 - b_2 = 0.12 - 0.08 = 0.04 \frac{1}{\Omega}, \\ y &= \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{0.22^2 + 0.04^2} = 0.224 \frac{1}{\Omega}, \end{split}$$
$I = Uy = 100 \cdot 0,224 = 22,4 \text{ A},$   $\cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{0,22}{0,224} = 0,985,$  $\sin \varphi = \frac{b}{y} = \frac{0,04}{0,224} = 0,178.$ 

Potenciālu (topogrāfiskā) diagramma. Spriegumus, kas darbojas starp dažādiem maiņstrāvas ķēdes punktiem, var aprēķināt analītiski, tomēr vienkāršāk tos var noteikt pēc potenciālu diagrammas. Sāda diagramma atšķiras no vektoru diagrammas ar spriegumu vektoru sakārtojumu. Potenciālu diagrammā spriegumu vektoru sakārtojums atbilst elementu sakārtojumam shēmā (4-27. att. *a* un *b*), bet vektoru diagrammā spriegumu vektoru sakārtojums var būt dažāds (4-27. attēls *a* un *c*).

Zimējot potenciālu diagrammu, jāievēro, ka shēmā spriegumu vektori vērsti pieņemtajā strāvas poziţīvajā virzienā, piemēram,  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ , bet potenciālu diagrammā spriegumu vektorus zīmē pretējā virzienā  $5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Potenciālu diagrammu zīmē šādi tāpēc, ka spriegums starp diviem shēmas punktiem vienāds ar šo punktu potenciālu starpību, bet starpības vektors diagrammā vērsts no mazinātāja vektora beigu punkta uz mazināmā vektora beigu punktu (4-11. att.). EDS vektori shēmā un potenciālu diagrammā vērsti vienā vir zienā. Piemēram, sprieguma vektoru  $U_{34}$  shēmā zīmē virzienā no punkta 3 uz punktu 4, bet potenciālu diagrammā no pun



4-27. att. Maiņstrāvas ķēdes shēma (a), tās potenciālu diagramma (b) un vektoru diagrammas variants (c).

kta 4 uz punktu 3; EDS vektors  $\vec{E}_{51}$  shēmā un potenciālu diagrammā vērsts no punkta 5 uz punktu 1.

Spriegumu, kas darbojas starp diviem shēmas punktiem, var noteikt, savienojot attiecīgos punktus potenciālu diagrammā ar taisni, piemēram, starp shēmas punktiem 2 un 4 darbojas potenciālu diagrammā uzrādītais spriegums  $U_{24}$ . Dažkārt ar potenciālu diagrammas palīdzību var samērā vienkārši aprēķināt arī sazarotu maiņstrāvas ķēdi. Pieņemot, ka vienā zarā kompleksās strāvas vērtība I=1, aprēķina ķēdes spriegumus un pārējās strāvas, iezīmējot tos potenciālu diagrammā. Ja pēc potenciālu diagrammas noteiktais ķēdes barošanas spriegums U' atšķiras no dotā barošanas sprieguma U, tad faktiskos ķēdes spriegumus un strāvas var noteikt, pareizinot pieņemtos diagrammas mērogus ar  $\frac{U}{TU}$  (sk. 4. uzdevumu 4-9. paragrāfā).



# 4-28. att. Hodogrāfs.

**Riņķa diagrammas.** Lai spriestu par maiņstrāvas ķēdes darbību, ir jāzina, kā mainās tās lielumi, ja izmainās kāds ķēdes parametrs. Noskaidrosim, piemēram, kā mainās ķēdes strāvas un jaudas, ja konstanta sprieguma gadījumā izmainās *r*, *L* vai *C*. Sādu uzdevumu var atrisināt, izdarot virkni analītisku aprēķinu, bet vienkāršāk un uzskatāmāk to var panākt, uzzīmējot ķēdes mainīgo lielumu hodogrāfus.

Par hodogrāfu sauc līkni, pa kuru pārvietojas vektora gala punkts, ja mainās tā lielums un virziens (4-28. att.), resp., ja mainās kompleksā lieluma modulis un arguments. Tā, piemēram, ja virknes slēgumā izmainās ķēdes aktīvā vai reaktīvā pretestība, tad pēc 4-25. attēla diagrammām Z hodogrāfs ir reālo vai imagināro skaitļu asīm paralēlas taisnes. Zinot kompleksās pretestības Z hodogrāfu, var uzzīmēt kompleksās vadītspējas Y hodogrāfu, jo šie lielumi ir inverši (apgriezti) vektori:

 $Y = \frac{1}{Z}$  vai YZ = 1.

Attiecībā uz inversajiem vektoriem pastāv šāda teorēma: ja vektora hodogrāfs ir taisne, tad inversā vektora hodogrāfs ir riņķa līnija, kas iet caur inversijas centru (vektoru sākuma punktu O), un riņķa līnijas centrs O' atrodas uz perpendikula, kas novilkts no inversijas centra pret taisni.

4-29. attēla diagrammās parādīti Z un Y hodogrāfi maiņstrāvas ķēdes virknes slēgumam ar aktīvu un induktīvu pretestību. Sādā ķēdē  $Z=z \angle \varphi$  un  $Y=y \angle -\varphi$ , tāpēc Z hodogrāfs ir iezīmēts pirmajā, bet Y hodogrāfs ceturtajā kvadrantā. Ķēdē ar aktīvu un kapacitatīvu pretestību Z hodogrāfs jāzīmē ceturtajā un Y hodogrāfs pirmajā kvadrantā.

Kompleksā strāva I = UY un jauda  $\tilde{S} = UI = U^2 \tilde{Y}$  konstanta sprieguma gadījumā ir proporcionāla kompleksajai vadītspējai, tāpēc citā mērogā riņķa līnija ir strāvas un pilnās jaudas hodografi.



4-29. att. Z un Y hodogrāfi mainstrāvas ķēdes virknes slēgumam ar mainīgu aktīvo pretestību (a) un mainīgu induktīvo pretestību (b).

Loti bieži Z un Y hodogrāfus zīmē vienā kvadrantā, apmainot ar vietām reālo un imagināro skaitļu asis. Šādas rinka diagrammas maiņstrāvas ķēdes virknes slēgumam ar aktīvu un induktīvu pretestību parādītas 4-30. attēlā.

Piemērs. Maiņstrāvas avotam ar konstantu spriegumu U = 100 V virknē pieslēgta konstanta induktīvā pretestība  $x_L=20 \Omega$  un mainīga aktīvā pretestība r. Tādā gadījumā ķēdes spriegumus, strāvu un jaudas var noteikt pēc 4-31. attēlā dotās riņķa diagrammas.

Zīmējot diagrammu, pieņemts sprieguma mērogs  $m_U = 4 \frac{V}{mm}$  un pretestības mērogs  $m_Z = 1 \frac{\Omega}{\text{mm}}$ . Atbilstoši šiem mērogiem atlikts vertikālās ass virzienā sprieguma vektors ar garumu 25 mm un horizontālās ass virzienā induktīvās pretestības nogrieznis ar garumu 20 mm. Caur šī nogriežņa gala punktu novilkta vertikāla taisne — Z hodogrāfs. Isslēguma režīmā r=0,  $I_k=\frac{U}{x_L}=\frac{100}{20}=5 \text{ A}$  un  $S_k=UI_k=100\cdot 5=500 \text{ VA}$ .



4-30. att. Riņķa diagrammas maiņstrāvas ķēdes virknes slēgumam ar mainīgu aktīvo pretestību (a) un mainīgu induktīvo pretestību (b).

Isslēguma strāvu  $I_{\rm k}$ un jaudu $S_{\rm k}$  diagrammā attēlo riņķa līnijas diametrs. Pieņemot, ka diametrs  $D\!=\!50\,{\rm mm},$ iegūstam šādus strāvas un jaudas mērogus:

$$m_I = \frac{I_k}{D} = \frac{5}{50} = 0.1 \frac{A}{mm}$$
 un  $m_S = \frac{S_k}{D} = \frac{500}{50} = 10 \frac{VA}{mm}$ .

Ja tādā veidā iegūtie mērogi nebūtu izdevīgi, tad strāvai un jaudai varētu uzzīmēt riņķa līnijas ar dažādiem diametriem.



No diagrammas var nolasīt, ka, piemēram, aktīvai pretestībai  $r=20 \Omega$  atbilst strāva I=3,54 A un pilnā jauda S=354 VA.

Sprieguma vektora projekcija strāvas vektora virzienā un jaudas vektora projekcija sprieguma vektora virzienā ir šo lielumu aktīvās komponentes  $U_a=U$  cos  $\phi$  un P=S cos  $\phi$ , bet šo vektoru projekcijas iepriekš minētajiem virzieniem perpendikulāros virzienos ir lielumu reaktīvās komponentes  $U_r=U$  sin  $\phi$  un Q=S sin  $\phi$ . No diagrammas nolasīts, ka  $U_a=70,7$  V,  $U_r=$ =70,7 V un P=250 VAr.

Mainot aktīvo pretestību robežās no r=0 līdz  $r=\infty$ , strāva, pilnā jauda un tās reaktīvā komponente samazinās no maksimālās vērtības līdz nullei, bet jaudas aktīvā komponente sākumā pieaug un tad samazinās, aplūkotajā gadījumā sasniedzot maksimālo vērtību, kad r=x un  $\varphi=45^\circ$ .

Tādā pašā veidā var uzzīmēt riņķa diagrammu virknes slēgumam, kurā darbojas mainīga aktīvā pretestība un spole ar konstantu induktīvo un aktīvo pretestību (4-32. att.). Seit īsslēguma režīmā  $r_2=0$ , ķēdes pilnā pretestība  $z_k=7/r_1^2+x_1^2$  un īsslēguma strāva  $I_k=\frac{U}{z_k}$  ir riņķa diagrammas horda. Riņķa līnijas centru O', kam jāatrodas uz horizontālās ass, var noteikt, no velkot hordas viduspunktā perpendikulu. Aktīvā jauda šajā gadījumā sastāva od divām daļām: jaudas  $P_1$  spolē un jaudas  $P_2$  mainīgajā pretestībā  $r_2$ . 4-33. attēlā parādīta riņķa diagramma sazarotai ķēdei, kuras vienā zarā

4-33. attēlā parādīta riņķa diagramma sazarotai kēdei, kuras vienā zarā ir ieslēgtas konstantas pretestības r<sub>0</sub> un x<sub>0</sub>, bet otrā zarā darbojas mainīga aktīvā pretestība r<sub>2</sub> un reāla spole ar konstantām pretestībām r<sub>1</sub> un x<sub>1</sub>.



4-32. att. Riņķa diagramma virknes slēgumam ar mainīgu aktīvo pretestību un reālu spoli ar konstantiem parametriem.

Strāvas  $I_2$  riņķa diagramma šeit uzzīmēta tāpat kā 4-32. attēla diagrammā. Pēc shēmas  $\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2$ , tāpēc strāvu  $\dot{I}_1$  var noteikt, pieskaitot pēc riņķa diagrammas noteiktajai strāvai  $\dot{I}_2$  konstanto strāvu  $\dot{I}_0$ .

Sādu sazarotas ķēdes riņķa diagrammu var uzzīmēt pēc eksperimentāli iegūtiem datiem, izmērījot tukšgaitā un īsslēguma režīmā ķēdes spriegumu, strāvu un aktīvo jaudu: U, I<sub>0</sub>, P<sub>0</sub> un U, I<sub>1k</sub>, P<sub>k</sub>. Aprēķinot pēc šiem datiem



4-33. att. Riņķa diagramma sazarotai ķēdei.

 $\cos q_0 = \frac{P_0}{UI_0}$ un  $\cos q_k = \frac{P_k}{UI_{1k}}$ , var uzzīmēt vektorus  $I_0$  un  $I_{1k}$ . Savienojot abu vektoru galus ar taisni un novelkot tās viduspunktā perpendikulu, var atrast riņķa līnijas centru O'.

# 4-6. ELEKTRISKĀ REZONANSE

Elektrotehnikā par rezonansi sauc elektriskās ķēdes tādu darbības režīmu, kad ķēdē ar induktivitāti un kapacitāti ķēdes reaktīvā pretestība ir vienāda ar nulli. Izšķir divus elektriskās rezonanses veidus: spriegumu rezonansi virknes slēgumā un strāvu rezonansi paralēlajā slēgumā.

Spriegumu rezonanse. Spriegumu rezonanse iestājas tad, ja virknes slēgumā

$$x=x_L-x_C=0$$
 vai  $x_L=x_C$  un  $\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}$ .

No pēdējās sakarības redzam, ka spriegumu rezonansi var panākt, majnot frekvenci, induktivitāti vai kapacitāti.

Pirmajā gadījumā rezonanse iestājas tad, ja avota frekvence vienāda ar kēdes rezonanses frekvenci

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad (4-24)$$

kur [L]=H, [C]=F un  $[\omega_0] = \frac{1}{s}$ .

10 - A. Lielturks

Tādā gadījumā ķēdes pilnā pretestība

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = r$$

un ķēdes reaktīvā jeb viļņu pretestība ir

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{C}.$$

No iegūtajām sakarībām redzam, ka spriegumu rezonanses gadījumā pilnā pretestība vienāda ar aktīvo pretestību un ir minimāla, tāpēc ķēdē plūst maksimālā strāva  $I_0 = \frac{U}{r}$ , bet reaktīvie spriegumu kritumi  $U_L = U_C = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}}$  zināmos apstākļos var pārsniegt kēdei pielikto spriegumu.

Piemērs. 4-34. attēlā parādītajai maiņstrāvas ķēdei rezonanses frekvence

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,64 \cdot 16 \cdot 10^{-6}}} = 50 \text{ Hz}$$

ir vienāda ar avota frekvenci f. Šādos rezonanses apstākļos

$$I_0 = \frac{U}{r} = \frac{200}{40} = 5 \text{ A}, \quad x_L = x_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0.64}{16 \cdot 10^{-6}}} = 200 \Omega$$

un reaktīvie sprieguma kritumi

$$U_L = U_C = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = 5 \cdot 200 = 1000 \text{ V}$$

ir piecas reizes lielāki par ķēdei pielikto spriegumu U=200 V.

Jāatzīmē, ka induktivitātes un kapacitātes spriegumu maksimālajām vērtībām atbilstošās frekvences  $\omega'$  un  $\omega''$  nedaudz atšķiras no rezonanses frekvences  $\omega_0$  (4-35. att.). Induktivitātes



4-34. att. Spriegumu rezonanses piemērs.

spriegums  $U_L = \omega LI$  sasniedz maksimālo vērtību, kad barošanas avota frekvence  $\omega' > \omega_0$ , jo joslā  $\omega_0 - \omega'$  frekvence pieaug strau-

jāk, nekā samazinās strāva. Kapacitātes spriegums  $U_c = \frac{I}{\omega C}$ 

turpretī sasniedz maksimālo vērtību, kad barošanas avota frekvence  $\omega''{<}\omega_0,$  jo joslā  $\omega''{-}\omega_0$  frekvence pieaug straujāk nekā strāva.



4-35. att. Virknes slēguma reaktīvo spriegumu un strāvas atkarība no frekvences.

Lieli reaktīvie spriegumi ir bīstami cilvēkiem un iekārtas izolācijai, tāpēc stiprstrāvas iekārtās spriegumu rezonanse ir nevēlama parādība. To plaši izmanto dažādās vājstrāvas iekārtās radiotehnikā.

Ķēdes reaktīvos spriegumus rezonanses gadījumā var aprēķināt pēc attiecības

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{x_L}{z} = \frac{x_C}{z}.$$

Ievērojot, ka  $x_L = x_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$  un z = r, iegūstam šādu sakarību:

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q.$$
(4.25)

Lielumu  $Q = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}$  sauc par *kontūra labumu*. Tas norāda, cik reizes rezonanses gadījumā reaktīvie spriegumi ir lielāki par ķēdei pielikto spriegumu.

Piemērs. 4-34. attēla maiņstrāvas ķēdei

$$Q = \frac{1}{40} \sqrt{\frac{0,64}{16 \cdot 10^{-6}}} = \frac{200}{40} = 5$$

un

$$U_L = U_C = QU = 5 \cdot 200 = 1000 \text{ V}.$$

Izveidojot ķēdi ar mazu r, var panākt lielu Q un līdz ar to lielus reaktīvos spriegumus un asu rezonanses līkni  $I = \hat{f}(\omega)$ .

10\*

Stāvu rezonanses līkni ar platu virsotni iegūst ar divām vienādām induktīvi saistītām rezonanses ķēdēm (4-36. att.). Palielinot abu ķēžu induktīvo saiti, rezonanses līknei izveidojas iekritums.

Strāvu rezonanse. Strāvu rezonanse novērojama maiņstrāvas ķēdes paralēlā slēgumā, kad ķēdes reaktīvā vadītspēja  $b=b_L-b_c=0$  un  $b_L=b_c$ .



4-36. att. Induktīvi saistītas spriegumu rezonanses ķēdes (a) un to rezonanses līknes (b).

Ja ķēdē ieslēgta ideāla spole un kondensators ar vadītspējām  $b_L = \frac{1}{\omega L}$  un  $b_C = \omega C$ , tad ķēdes rezonanses vienādojums ir  $\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C$  un rezonanses frekvence  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  neatšķiras no iepriekš aplūkotās virknes slēguma rezonanses frekvences. Sādā ķēdē strāvas atkarība no frekvences mainās pēc 4.37. attēlā parādītās diagrammas. Palielinot avota frekvenci  $\omega$ , induktīvā strāva  $I_L = \frac{U}{\omega L}$  samazinās, kapacitatīvā strāva  $I_C = \omega CU$  pieaug un kopējā strāva  $I = I_L - I_C = U(b_L - b_C)$  samazinās, pie frekvences  $\omega = \omega_0$  ir vienāda ar nulli un pēc tam pieaug. Ja  $\omega < \omega_0$ , tad kopējā strāva ir induktīva, jo šajā frekvenču joslā  $I_L > I_C$ . Lielāku frekvenču gadījumā  $I_C > I_L$  un kopējā strāva ir kapacitatīva.



4-37. att. Strāvu rezonanse ideālā ķēdē.

Reālai spolei un kondensatoram bez reaktīvās pretestības piemīt arī zināma aktīvā pretestība, un to paralēlajam slēgumam atbilst 4-38. attēlā parādītā shēma.

Izsakot pēc formulas (4-23a) vadītspējas  $b_L$  un  $b_c$  atkarībā no shēmas pretestībām, iegūstam šādu rezonanses vienādojumu:



Rezonanses apstākļi šeit ir sarežģītāki nekā spriegumu rezonanses gadījumā, jo rezonansi var panākt, mainot  $\omega$ , L, C,  $r_1$ 





vai  $r_2$ . Mainot avota frekvenci  $\omega$ , rezonanse iestājas tad, ja  $\omega$  ir vienāda ar ķēdes rezonanses frekvenci

$$\omega_{0} = \frac{1}{\sqrt{LC_{1}}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - r_{1}^{2}}{\frac{L}{C} - r_{2}^{2}}}.$$
(4-26)

Formula (4-26) iegūta, izsakot iepriekšējā vienādojumā  $\omega_0$  atkarībā no pārējiem lielumiem.

Tātad reālie rezonanses apstākļi atšķiras no iepriekš aplūkotā ideālā gadījuma, kad  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  un y=0. Atkarībā no aktīvo pretestību  $r_1$ ,  $r_2$  un viļņu pretestības  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  vērtībām šeit iespē-

jami dažādi gadījumi.

1. Ja  $r_1$  ir lielāks un  $r_2$  ir mazāks par  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  (vai arī otrādi), tad zemsaknes izteiksme ir negatīva un rezonanse nav iespējama.

2. Ja  $r_1$  un  $r_2$  ir lielāki vai mazāki par  $\sqrt{\frac{L}{C}}$ , tad zemsaknes izteiksme ir pozitīva un rezonanse ir iespējama. Rezonanses gadījumā kēdes pilnā vadītspēja ir vienāda ar aktīvo vadītspēju,

kuru var aprēķināt pēc formulas (4-23a):

$$y = g = g_1 + g_2 = \frac{r_1}{r_1^2 + (\omega_0 L)^2} + \frac{r_2}{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}$$

No rezonanses vienādojuma varam rakstīt, ka

$$r_{2}^{2} + \frac{1}{(\omega_{0}C)^{2}} = \frac{r_{1}^{2} + (\omega_{0}L)^{2}}{\omega_{0}^{2}LC}$$

tapec

$$y = \frac{r_1 + r_2 \omega_0^2 LC}{r_1^2 + (\omega_0 L)^2}.$$

3. Ja  $r_1$  un  $r_2$  ir mazi lielumi, tad, neievērojot iepriekšējās formulas saucējā lielumu  $r_1^2$  un pieņemot, ka  $\omega_0^2 LC \approx 1$ , iegūstam šādu radiotehniskos aprēķinos bieži lietotu formulu:

$$y = (r_1 + r_2) \frac{C}{L}.$$
 (4-27)

No dotajām formulām redzam, ka reālos apstākļos rezonanses frekvences atšķiras no ideāla gadījuma rezonanses frekvences un ķēdes vadītspēja y ir lielāka par nulli. Šīs atšķirības ir lielākas ķēdē ar lieliem  $r_1$  un  $r_2$ .

Bez aplūkotajiem pamatgadījumiem pastāv vēl dažādi speciāli strāvu rezonanses gadījumi. Tā, piemēram, ja  $r_1=r_2=r$ , tad rezonanses frekvence  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  vai  $\omega_0^2 LC = 1$  un ķēdes pilnā vadītspēja

$$y = \frac{2r}{r^2 + \frac{L}{C}} = \frac{1}{r} = g$$

Ja šādā gadījumā  $r = \sqrt{\frac{L}{C}}$ , tad  $\omega_0 = \frac{0}{0}$ , t. i., ķēde rezonē ar jebkuru frekvenci. Analizējot ķēdes darbību gadījumā, kad  $r_1 > \sqrt{\frac{L}{C}}$ un  $r_2 > \sqrt{\frac{L}{C}}$ , ir noskaidrots, ka strāvai pie zināmas frekvences ir maksimums.

Strāvu rezonansei ir liela praktiska nozīme kā vājstrāvas, tā arī stiprstrāvas elektrotehnikā. To kopā ar spriegumu rezonansi izmanto filtros, kas dažu frekvenču strāvas laiž cauri ar mazu vājinājumu, bet citu frekvenču strāvas aiztur. Stipr-

strāvas iekārtās rezonanses ķēdes kopējā mazā strāva ir izdevīga tīklam un elektroenerģijas avotam.

Ferorezonanse. Ferorezonanse novērojama maiņstrāvas ķēdē, kurā ir ieslēgts kondensators un drosele (spole ar feromagnētiska materiāla serdi). Kondensatoram praktiski ir lineāra, bet droselei nelineāra voltampēru raksturlīkne, kas atgādina serdes



4-39. att. Spriegumu ferorezonanse.

materiāla magnetizēšanas līkni, tāpēc ferorezonanses ķēdi var aprēķināt grafiski. Šeit, tāpat kā lineārā rezonanses ķēdē, izšķir spriegumu rezonansi virknes slēgumā un strāvu rezonansi paralēla slēgumā.

Spriegumu ferorezonanses kēdes grafiskais aprēķins parādīts 4-39. attēla diagrammā. Neievērojot zudumus droselē, kēdes pilno spriegumu var izteikt ar droseles un kondensatora spriegumu starpību  $U=U_{dr}-U_c$ . Pēc šādas sakarības konstruēta diagrammā parādītā ķēdes pilnā sprieguma voltampēru raksturlīkne U=f(I).

No diagrammas redzams, ka, kēdes pilnajam spriegumam sasniedzot vērtību  $U_1$ , strāva lēcienveidīgi pieaug no  $I_1$  līdz  $I_2$ . Izmainot pēc tam pilno spriegumu par lielumu  $\Delta U$ , droseles spriegums izmainās par lielumu  $\Delta U_{dr} \ll \Delta U$ . Sādu spriegumu ferorezonanses kēdes īpašību var izmantot sprieguma stabilizēšanai, pieslēdzot visai kēdei maiņstrāvas avotu ar stabilizējamo spriegumu un paralēli droselei slodzi ar stabilizēto spriegumu. Tukšgaitas gadījumā sprieguma stabilizācijas koeficients ir

$$k = \frac{\Delta U \cdot U_{\rm dr}}{U_1 \cdot \Delta U_{\rm dr}}$$

Slogojot kēdi, k samazinās.

Jāatzīmē, ka, pievadot ķēdei sinusoidālu spriegumu U, ķēdes strāva I un droseles spriegums  $U_{dr}$  nav sinusoidāli (sk. 6-6. §).

Saslēdzot kondensatoru un droseli paralēli, iegūst strāvu ferorezonanses kēdi. Palielinot šādā kēdē pilno strāvu līdz zināmai vērtībai, lēcienveidīgi pieaug paralēlā slēguma spriegums.

Maiņstrāvas ķēdes maksimālā jauda. Vismazākā pretestība un vislielākā strāva ķēdē ir spriegumu rezonanses gadījumā. Sādos apstākļos strāvu nosaka vienīgi aktīvā pretestība, un maksimālā jauda ir gadījumā, kad ārējās ķēdes un avota aktīvās pretestības ir vienādas.

No teiktā izriet, ka, lai maiņstrāvas ārējā ķēdē iegūtu maksimālo aktīvo jaudu, jābūt spēkā šādam noteikumam:

$$jx = -jx_0$$
 un  $r = r_0$ 

vai

## $z=z_0$ un $\varphi=-\varphi_0$ .

Izsakot šo noteikumu kompleksā formā, iegūstam

$$Z = Z_0.$$
 (4-28)

Maiņstrāvas ārējā ķēdē aktīvā jauda ir maksimāla, ja ārējās ķēdes pilnā kompleksā pretestība ir vienāda ar avota iekšējo saistīto komplekso pretestību.

Tā kā lietderības koeficients šādā ķēdē ir 0,5, tad šo ķēdi var izmantot tikai vājstrāvas iekārtās.

#### **4-7. INDUKTIVI SAISTITAS SPOLES**

Uz kopējas feromagnētiska materiāla serdes uztītajās vai nelielā attālumā gaisā novietotajās spolēs darbojas pašindukcijas un savstarpējās indukcijas magnētiskās plūsmas (3-19. att.). Sādas induktīvi saistītas spoles var saslēgt kā līdzslēgumā, tā pretslēgumā (4-40. att.). Līdzslēgumā strāvu virzieni attie-



4-40. att. Induktīvi saistīti spoļu līdzslēgums (a) un pretslēgums (b).

cībā pret vienādi apzīmētajiem spoļu galiem ir vienādi, bet pretslēgumā tie ir dažādi, tāpēc līdzslēgumā pašindukcijas un savstarpējās indukcijas EDS virzieni spolēs ir vienādi, bet pretslēgumā tie ir pretēji. Vienādas zīmes spoļu galus var noteikt eksperimentāli, pieslēdzot vienai spolei līdzstrāvas avotu, bet otrai spolei voltmetru (4-41. att.). Ja strāvas ieslēgšanas momentā voltmetra rādītājs novirzās pa labi, tad avota un voltmetra pozitīvajām spailēm pieslēgtie spoļu gali ir ar vienādiem apzīmējumiem.



4-41. att. Spolu galu apzīmējumu noteikšana.

4-42. att. Induktīvi saistītu spoļu virknes slēguma aprēķina shēma.

Saslēdzot virknē vai paralēli induktīvi saistītas spoles, ķēdes pilnā pretestība līdzslēgumā un pretslēgumā ir dažāda. *Virknes slēguma* pilno pretestību var noteikt, izmantojot 4-42. attēlā dotās shēmas parametrus. Ķēdes pilno spriegumu līdzslēgumā un pretslēgumā var izteikt šādi:

$$U_{1\bar{i}dz} = (r_1 + r_2) I + j\omega (L_1 + L_2 + 2M) I,$$
  
$$\dot{U}_{pret} = (r_1 + r_2) \dot{I} + j\omega (L_1 + L_2 - 2M) \dot{I}.$$

Dalot vienādojumu abas-puses ar ķēdes strāvu, iegūstam pilnās pretestības:

$$Z_{\text{lidz}} = \frac{U_{\text{lidz}}}{j} = r_1 + r_2 + j\omega (L_1 + L_2 + 2M),$$

$$Z_{\text{pret}} = \frac{U_{\text{pret}}}{j} = r_1 + r_2 + j\omega (L_1 + L_2 - 2M).$$
(4-29)

Ķēdei ar induktīvi nesaistītām spolēm M=0 un

$$Z = r_1 + r_2 + j\omega (L_1 + L_2).$$

Ja savstarpējā induktivitāte un pašinduktivitātes ir vienādas, tad  $M = L_1 = L_2 = L$  un

$$Z_{1\bar{1}dz} = r_1 + r_2 + j\omega 4L,$$
  
$$Z_{pret} = r_1 + r_2.$$

Zinot līdzslēguma un pretslēguma pilnās pretestības, pēc to starpības var aprēķināt savstarpējo induktivitāti:

$$M = \frac{Z_{\rm lidz} - Z_{\rm pret}}{j4\omega} \,. \tag{4-30}$$

Piemērs. Ja  $Z_{1\bar{1}dz} = 50 + j728$ ,  $Z_{pret} = 50 + j100$  un  $\omega = 314 \frac{1}{s}$ , tad

$$M = \frac{50 + j728 - 50 - j100}{j4 \cdot 314} = \frac{j628}{j4 \cdot 314} = 0,5 \text{ H}.$$

Paratēlā slēguma pilno pretestību var noteikt pēc 4-43. attēlā dotās shēmas parametriem. Šeit ķēdes spriegumu līdzslēgumā var izteikt šādi:

$$U = (r_1 + j\omega L_1)I_1 + jMI_2$$
 un  $U = (r_2 + j\omega L_2)I_2 + jMI_1$ .



4-43. att. Induktīvi saistītu spoļu paralēlā slēguma aprēķina shēma.

Apzīmējot  $r_1+j\omega L_1=Z_1$ ,  $r_2+j\omega L_2=Z_2$  un  $jM=Z_M$ , iegūstam šādus vienādojumus:

$$\dot{U} = Z_1 I_1 + Z_M I_2$$
 un  $\dot{U} = Z_2 I_2 + Z_M I_1$ .

Atrisinot abus vienādojumus pēc  $I_1$  un  $I_2$ , iegūstam ķēdes pilnās strāvas izteiksmi:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U} \frac{Z_1 + Z_2 - 2Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}$$

Pēc pēdējā vienādojuma līdzslēguma pilnā pretestība

$$Z_{\rm IIdz} = \frac{U}{I} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 - 2Z_M}.$$
 (4-31)

Pretslēgumā lielumam  $2Z_M$  formulas saucējā ir pluša zīme. Induktīvi nesaistītām spolēm  $Z_M=0$ , tāpēc

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Sarežģītas konfigurācijas maiņstrāvas ķēdes ar induktīvi saistītām spolēm var aprēķināt pēc Kirhhofa likumiem vai speciālām aprēķina metodēm, piemēram, pēc kontūru strāvu me todes. Sastādot vienādojumus, jāievēro, ka savstarpējā induktivitāte starp diviem kontūriem ir pozitīva, ja abos kontūros

strāvu virzieni attiecībā pret vienādi apzīmētajiem spoļu galiem ir vienādi.

**Piemērs.** 4-44. attēlā parādītās shēmas strāvas  $\dot{I}_a$ ,  $\dot{I}_b$ ,  $\dot{I}_c$  un  $\dot{I}_d$  var aprēķināt, atrisinot šādu pēc pirmā un otrā Kirhhofa likuma sastādītu vienādojumu sistēmu:

$$\begin{split} \dot{I}_{a}-\dot{I}_{b}+\dot{I}_{c}=0, \\ \dot{E}_{a}-\dot{E}_{b}=r_{a}\dot{I}_{a}+j\omega L_{a}\dot{I}_{a}+j\omega M_{ac}\dot{I}_{c}-j\omega M_{ad}\dot{I}_{d}+r_{b}\dot{I}_{b}+j\omega L_{b}\dot{I}_{b}-j\frac{1}{\omega C_{b}}\dot{I}_{b}, \\ \dot{E}_{b}+\dot{E}_{c}=j\frac{1}{\omega C_{b}}\dot{I}_{b}-j\omega L_{b}\dot{I}_{b}-r_{b}\dot{I}_{b}-j\omega L_{c}\dot{I}_{c}+j\omega M_{ac}\dot{I}_{a}-j\omega M_{cd}\dot{I}_{d}-r_{c}\dot{I}_{c}, \\ \dot{E}_{d}=r_{d}\dot{I}_{d}+j\omega L_{d}\dot{I}_{d}-j\omega M_{ad}\dot{I}_{a}-j\omega M_{cd}\dot{I}_{c}. \end{split}$$

Aprēķinot ķēdi pēc kontūru strāvu metodes, jāatrisina šāda vienādojumu sistēma:

$$\begin{cases} Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + Z_{13}\dot{I}_3 = \dot{E}_1, \\ Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + Z_{23}\dot{I}_3 = \dot{E}_2, \\ Z_{31}\dot{I}_1 + Z_{32}\dot{I}_2 + Z_{33}\dot{I}_3 = \dot{E}_3, \end{cases}$$

kur

$$Z_{11} = r_a + r_b + j \left( \omega L_a + \omega L_b - \frac{1}{\omega C_b} \right),$$
  

$$Z_{22} = r_b + r_c + j \left( -\frac{1}{\omega C_b} + \omega L_b + \omega L_c \right),$$
  

$$Z_{33} = r_d + j \omega L_d,$$



4-44. att. Induktīvi saistītu ķēžu aprēķina piemērs.

$$Z_{12} = Z_{21} = -r_b + j \left( -\omega L_b + \frac{1}{\omega C_b} + \omega M_{ac} \right),$$

$$Z_{23} = Z_{32} = -j \omega M_{cd},$$

$$Z_{13} = Z_{31} = -j \omega M_{ad},$$

$$\dot{E}_1 = \dot{E}_a - \dot{E}_b,$$

$$\dot{E}_2 = \dot{E}_b + \dot{E}_c,$$

$$\dot{E}_3 = \dot{E}_d,$$

Induktīvo saiti starp divām spolēm raksturo saites koeficients k, kuru izsaka ar šo spoļu savstarpējās un pašplūsmas attiecību vidējo kvadrātisko vērtību:

$$k = \sqrt{\frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} \cdot \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2}}.$$

levietojot vienādojumā plūsmām  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  un  $\Phi_{12}=\Phi_{21}$  proporcionālos pašinduktivitātes un savstarpējās induktivitātes koeficientus  $L_1$ ,  $L_2$  un M, iegūstam šādu formulu:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}.$$
 (4-32)

Lielu saites koeficientu iegūst, uztinot spoles bifilāri (4-45. att. a) vai uztinot tās uz feromagnētiska materiāla serdes. Ja abu spoļu asis ir perpendikulāras, tad saites koeficients vienāds ar nulli (4-45. att. b). Mainot divu spoļu savstarpējo stāvokli, var regulēt saites koeficientu. Sādas spoles ar regulējamu saites koeficientu sauc par variometru.

Lai efektīvi izmantotu elektroenerģijas avotu, tā slodzes pretestībai jābūt vienādai ar avota iekšējo pretestību. Vājstrāvas iekārtās šo pretestību saskaņošanai lieto *transformatorus*.



Tos izveido no divām magnētiski saistītām un elektriski nesavienotām spolēm. Ar avotu savienoto spoli sauc par primāro tinumu, bet ar patērētāju savienoto spoli par sekundāro tinumu. Lielumus, kas attiecas uz primāro tinumu, apzīmē ar indeksu 1, bet lielumus, kas attiecas uz sekundāro tinumu, ar indeksu 2.

Pieslēdzot transformatora sekundārajam tinumam patērētāju

ar pretestību  $Z_{\rm sl} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$ , avota slodzes pretestība ir transformatora ieejas pretestība

 $Z_{1, ie} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$ .

Ideālā transformatorā spriegumi ir apgriezti proporcionāli strāvām un tā transformācijas koeficients

$$n = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$
.

Ievietojot transformatora ieejas pretestības izteiksmē  $U_1 = nU_2$ un  $I_1 = \frac{1}{n}I_2$ , iegūstam, ka

$$z_{1, ie} = n^2 z_{sl}.$$
 (4-33)

Ja ir dota slodzes pretestība  $z_{\rm sl}$ , tad vēlamo transformatora ieejas pretestību  $z_{\rm 1,le}$  var panākt, izvēloties transformatoru ar attiecīgu transformācijas koeficientu.

Ideālam transformatoram pēc īpašībām līdzīgs ir gaisa transformators, kurā lieto spoles bez feromagnētiska materiāla serdes. Šāda transformatora ieejas pretestību var noteikt, izmantojot 4-46. attēlā dotās shēmas parametrus.

Pēc shēmas transformatora primārais spriegums

$$U_1 = (r_1 + j\omega L_1)I_1 + j\omega MI_2.$$

Sekundārajam tinumam spriegumu no avota nepievada, tāpēc šeit pastāv šāda sakarība:

$$0 = (r_2 + j\omega L_2 + Z_{\rm sl})I_2 + j\omega MI_1$$

vai

$$-j\omega MI_1 = (r_2 + j\omega L_2 + Z_{\rm sl})I_2.$$



4-46. att. Gaisa transformatora ieejas pretestības aprēķina shēma.

Attēlojot abus vienādojumus grafiski, iegūta 4-45. attēlā a parādītā transformatora vektoru diagramma.

Zīmējot diagrammu, jāievēro, ka, ja vektora reizinātājs ir reāls skaitlis, tad vektora virziens neizmainās; reizinot vektoru ar -j, tas pagriežas pulksteņa rādītāju kustības virzienā par 90°, bet, reizinot vektoru ar j, tas pagriežas pretējā virzienā par 90°.

Pēc sekundārā tinuma vienādojuma strāva





4-47. att. Gaisa transformatora vektoru diagramma (a) un ieejas pretestības ekvivalentā shēma (b).

Ievietojot šo strāvas izteiksmi primārā tinuma vienādojumā, iegūstam, ka

$$\dot{U}_1 = (r_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + \frac{\omega^2 M^2 I_1}{r_2 + j\omega L_2 + Z_s}$$

un transformatora ieejas pretestība

$$Z_{1, ie} = \frac{U_1}{\dot{I}_1} = r_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{r_2 + j\omega L_2 + Z_{s1}}$$

Formulai atbilst 4-47. attēlā b parādītā ekvivalentā shēma.

# 4-8. GARĀS LĪNIJAS (ĶĒDES AR IZKLIEDĒTIEM PARAMETRIEM)

Aprēķinot elektriskās ķēdes, pieņēmām, ka to parametri r, L un C vai g', L' un C' ir koncentrēti ķēdes punktos (4-48. att.). Sādās ķēdēs spriegumi un strāvas ir laika funkcijas u(t) un i(t), kuras var noteikt, atrisinot šādus pēc Kirhhofa likumiem sastādītus diferenciālvienādojumus:

$$e(t) = ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt,$$
  
$$i(t) = g'u + C'\frac{du}{dt} + \frac{1}{L'}\int udt.$$

Sāds atrisinājums ne vienmēr dod pilnīgu priekšstatu par elektriskās ķēdes darbību. Aplūkojot, piemēram, nesazarotas līnijas darbību, dažkārt jāņem vērā, ka strāva visos līnijas punktos nav vienāda, jo līnijā darbojas aktīvās un kapacitatīvās noplūdes strāvas. Sādā gadījumā līnijas punkta spriegums un strāva ir laika un vietas funkcija u(t, x) un i(t, x), kur x ir

4-48. att. Elektriskās ķēdes virknes (a) un paralēlais
(b) slēgums ar koncentrētiem parametriem.



punkta attālums no līnijas sākuma. Šādas funkcijas var noteikt, ievērojot parametru izkliedi līnijas virzienā.

Aplūkosim, piemēram, divvadu līniju ar vienmērīgi izkliedētiem parametriem. Sādu līniju raksturo uz garuma vienību attiecināti parametri: aktīvā pretestība r, vadu induktivitāte L, izolācijas vadītspēja g un kapacitāte starp vadiem C [sk. formulas (1-11) un (3-10)].

Lai noskaidrotu līnijas darbību, sadalīsim to elementāros posmos ar garumu  $\Delta x$ , pretestību  $r\Delta x$ , vadītspēju  $g\Delta x$ , induktivitāti  $L\Delta x$  un kapacitāti  $C\Delta x$ . Šādu posmu ekvivalentās shēmas parādītas 4-49. attelā. Pēc Kirhhofa likumiem posmam ir spēkā šādas sakarības:

$$-\Delta u = \left(ri + L\frac{\partial i}{\partial t}\right)\Delta x,$$
  
$$-\Delta i = \left[g\left(u + \Delta u\right) + C\frac{\partial\left(u + \Delta u\right)}{\partial t}\right]\Delta x.$$

Abos vienādojumos ir strāvas un sprieguma parciālie atvasinājumi pēc laika tāpēc, ka šie lielumi ir arī attāluma x funkcija.



4-49. att. Divvadu līnijas elementāro posmu ekvivalentās shēmas.

Ja elementārā posma garums  $\Delta x \rightarrow 0$ , tad arī posma strāvas daļa  $[g\Delta u + C\frac{\partial(\Delta u)}{\partial t}]\Delta x \rightarrow 0$ . Tādā gadījumā iegūstam šādu t. s. *telegrāfa vienādojumu* sistēmu

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = ri + L \frac{\partial i}{\partial t}, \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = gu + C \frac{\partial u}{\partial t}, \end{cases}$$
(4-34)

kuras atrisinājums ir funkcijas u(t, x) un i(t, x).

Ja līnija pieslēgta sinusoidāla sprieguma avotam, tad vienādojumus (4-34) var izteikt kompleksā formā:

$$-\frac{d\dot{U}}{dx} = (r+j\omega L)\dot{I}, \qquad -\frac{d\dot{U}}{dx} = Z\dot{I},$$
  
vai  
$$-\frac{d\dot{I}}{dx} = (g+j\omega C)\dot{U} \qquad -\frac{d\dot{I}}{dx} = Y\dot{U},$$
  
(4-35)

kur  $r+j\omega L=Z$  un  $g+j\omega C=Y$ . Abos vienādojumos parciālie atvasinājumi atvietoti ar vispārējiem atvasinājumiem, jo kompleksie lielumi  $\dot{U}$  un  $\dot{I}$  nav laika funkcijas.

Izslēdzot no pirmā vienādojuma strāvu un no otrā vienādojuma spriegumu, iegūstam šādas sakarības:

$$\frac{d^{2}\dot{U}}{dx^{2}} = -Z\frac{d\dot{I}}{dx} = ZY\dot{U}, \qquad \frac{d^{2}\dot{U}}{dx^{2}} = \gamma^{2}\dot{U},$$
vai
$$\frac{d^{2}\dot{I}}{dx^{2}} = -Y\frac{d\dot{U}}{dx} = ZY\dot{I} \qquad \frac{d^{2}\dot{I}}{dx^{2}} = \gamma^{2}\dot{I},$$
(4-36)

kur  $\gamma = \sqrt{ZY} = \beta + j\alpha$  ir komplekss lielums, ko sauc par izplatīšanās koeficientu.

Abi vienādojumi ir otrās kārtas lineārie diferenciālvienādojumi ar konstantiem koeficientiem bez labās daļas. Tādā gadījumā sprieguma diferenciālvienādojuma vispārīgais integrālis ir

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x}, \qquad (4-37a)$$

bet strāvu I var noteikt pēc pirmā vienādojuma (4-35):

$$\dot{I} = -\frac{1}{Z}\frac{dU}{dx} = -\frac{1}{Z}\left(-\dot{A}_{1}\gamma e^{-\gamma x} + \dot{A}_{2}\gamma e^{\gamma x}\right) = \frac{\gamma}{Z}(\dot{A}_{1}e^{-\gamma x} - \dot{A}_{2}e^{\gamma x})$$

vai

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_{v}} (\dot{A}_{1} e^{-\gamma x} - \dot{A}_{2} e^{\gamma x}), \qquad (4-37b)$$

kur  $Z_v = \frac{Z}{\gamma} = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$  ir komplekss lielums, ko sauc par viļņa pretestību.

Izdalot vienādojumus (4-37a) un (4-37b), iegūstam, ka

$$Z_{\rm v} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}.\tag{4-38}$$

No formulas redzam, ka spriegums līnijā ir tieši proporcionāls viļņa pretestībai un strāva līnijā apgriezti proporcionāla viļņa pretestībai.

Lielumu  $Z_v$  sauc par viļņa pretestību tādēļ, ka sprieguma  $\hat{U}$ un strāvas  $\hat{I}$  izplatīšanās process līnijā ir viļņveida. To var redzēt pēc sprieguma un strāvas momentāno vērtību izteiksmēm. Šādas izteiksmes var iegūt, pareizinot vienādojumus (4-37) ar  $\sqrt{2}e^{j\omega t}$  un ievietojot vienādojumos  $\hat{A}_1 = A_1 e^{j\psi_1}$ ,  $\hat{A}_2 = = A_2 e^{j\psi_2}$ ,  $\gamma = \beta + j\alpha$ :

Sādi spriegums un strāva ir izteikti ar rotējošiem vektoriem, kuru garums ir proporcionāls sinusoidālā lieluma amplitūdai. Tādā gadījumā vektoru projekcijas *j* ass virzienā ir lielumu momentānās vērtības (4-7. att.), kuru izteiksmes ir šādas:

 $u = \sqrt{2}A_1 e^{-\beta x} \sin(\omega t - \alpha x + \psi_1) + \sqrt{2}A_2 e^{\beta x} \sin(\omega t + \alpha x + \psi_2)$  $i = \frac{u}{\omega},$ 

un

No iegūtajiem vienādojumiem redzam, ka sprieguma un strā-  
vas izmaiņas līnijā nosaka trigonometriskās funkcijas sin 
$$(\omega t - -\alpha x + \psi_1)$$
 un sin  $(\omega t + \alpha x + \psi_2)$ , kas izsaka sinusoidālas viļņ-  
veida svārstības. Pirmās funkcijas fāze  $\omega t - \alpha x + \psi_1 = \text{const}$ , ja  
laiks  $t$  un attālums  $x$  no līnijas sākuma pieaug. Sāda funkcija  
izsaka krītošo (liešo) vilni, kas līnijā pārvietojas no sākuma  
uz beigām (4-50. att. a). Otrās funkcijas fāze  $\omega t + \alpha x + \psi_2 =$   
 $= \text{const}$ , ja, laikam  $t$  pieaugot, attālums  $x$  samazinās. Sāda fun-  
kcija izsaka atstaroto (pretējo) vilni, kas līnijā pārvietojas no  
beigām uz sākumu (4-50. att. b). Reizinātāji  $e^{-\beta x}$  un  $e^{\beta x}$  no  
rāda, ka sinusoidāla krītošā un atstarotā viļņa amplitūda kus-  
tības virzienā samazinās eksponenciāli un viļņveida svārstības

11 - A. Lielturks

ir rimstošas.

Lielumu a, kas izsaka uz attāluma vienību attiecinātu fāzes leņķi  $(\frac{rad}{m})$ , sauc par *fāzes koeficientu*, bet lielumu  $\beta$ , kas nosaka amplitūdas samazināšanos viļņa kustības virzienā, sauc par *rimšanas koeficientu*. Lielums  $\gamma = \beta + j \alpha$  nosaka abus viļņa parametrus, tāpēc to sauc par *izplatīšanās koeficientu*.





Krītošā un atstarotā viļņa fāzes (punktu pārvietošanās) ātrumu var aprēķināt, ievērojot, ka laikam t atbilstošo punkta noieto ceļu nosaka sakarības  $\omega t - \alpha x + \psi_1 = \text{const}$  un  $\omega t + \alpha x + \psi_2 = \text{const}$ . Tādā gadījumā krītošā viļņa fāzes ātrums ir

$$v_{\rm kr} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\alpha} \tag{4-39a}$$

un atstarotā viļņa fāzes ātrums ir

$$v_{\rm at} = \frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{\alpha}$$
, (4-39b)

kur mīnusa zīme norāda atstarotā viļņa pretējo kustības virzienu.

4-50. attēlā parādīto attālumu  $\lambda$  starp viļņa punktiem, kuru fāžu starpība ir  $2\pi$ , sauc par *viļņa garumu*. To var noteikt pēc sakarības, kas iegūta šādi:

$$=\frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi v}{2\pi f},$$
  
$$\lambda = \frac{v}{\omega} = vT, \qquad (4-40)$$

kur  $v = \frac{c}{\sqrt{eu}}$  — fāzes ātrums,

162

no kurienes

 $c \approx 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} - \text{gaismas izplatīšanās ātrums,}$ 

f - viļņa (avota) frekvence (Hz),

T — periods (s).

**Piemērs.** Gaisā, kur  $\varepsilon = 1$ ,  $\mu \approx 1$  un v = c, frekvencēm  $f_1 = 50$  Hz un  $f_2 = 80$  MHz =  $80 \cdot 10^6$  Hz atbilst viļņa garumi  $\lambda_1 = \frac{v}{f} = \frac{3 \cdot 10^5}{50} = 6000$  km un  $\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{30 \cdot 10^6} = 3,75$  m. Kabelī ( $\varepsilon = 4$ ) fāzes ātrums un viļņa garums ir divas reizes mazāks.

Līnijas, kuru garums *l* ir samērojams ar viļņa garumu  $\lambda$ , sauc par garajām linijām. No piemēra redzam, ka pietiekami augstas frekvences gadījumā jebkuru līniju var uzskatīt par «garu».

Krītošā un atstarotā viļņa spriegumu summu un strāvu starpibu var aprēķināt pēc formulām (4-37)

$$\dot{U} = \dot{U}_{kp} + \dot{U}_{at} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x},$$
  
$$\dot{I} = \dot{I}_{kr} - \dot{I}_{at} = \frac{1}{Z_r} (\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{\gamma x}),$$

ja ir zināmas integrēšanas konstantes  $A_1$  un  $A_2$ . Sīs konstantes var noteikt pēc robežnosacījumiem, piemēram, pēc dotā sprieguma un strāvas līnijas sākumā vai līnijas beigās.

Pēc līnijas sākuma nosacījumiem  $U = U_1$ ,  $I = I_1$  un x = 0iegūstam šādas integrēšanas konstantes un tām atbilstošos sprieguma un strāvas vienādojumus:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2, \quad Z_v \dot{I}_1 = \dot{A}_1 - \dot{A}_2,$$

no kurienes

$$\dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_1 + Z_v \dot{I}_1}{2}, \quad \dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_1 - Z_v \dot{I}_1}{2}$$

un

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_1 + Z_v \dot{I}_1}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\dot{U}_1 - Z_v \dot{I}_1}{2} e^{\gamma x} = \frac{\dot{U}_1 + Z_v \dot{I}_1}{2} \left( e^{-\gamma x} + \frac{\dot{U}_1 - Z_v \dot{I}_1}{\dot{U}_1 + Z_v \dot{I}_1} e^{\gamma x} \right)$$

$$\dot{i} = \frac{1}{Z_{v}} \left( \frac{\dot{U}_{1} + Z_{v}\dot{I}_{1}}{2} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}_{1} - Z_{v}\dot{I}_{1}}{2} e^{\gamma x} \right) = \frac{\dot{U}_{1} + Z_{v}\dot{I}_{1}}{2Z_{v}} \left( e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}_{1} - Z_{v}\dot{I}_{1}}{\dot{U}_{1} + Z_{v}\dot{I}_{1}} e^{\gamma x} \right)$$

vai

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_1 + Z_{\rm v} \dot{I}_1}{2} (e^{-\gamma x} + n_1 e^{\gamma x}), \qquad (4-41)$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_1 + Z_{\rm v} \dot{I}_1}{2Z} (e^{-\gamma x} - n_1 e^{\gamma x}),$$

 $\ker n_1 = \frac{\dot{U}_{at}(0)}{\dot{U}_{kr}(0)} = \frac{\dot{A}_2}{\dot{A}_1} = \frac{\dot{U}_1 - \ddot{Z}_v \dot{I}_1}{\dot{U}_1 + Z_v \dot{I}_1} = \frac{Z_1 - Z_v}{Z_1 + Z_v} - \text{ atstarošanas koefi-}$ cients līnijas sākumā,

 $Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} - līnijas ieejas pretestība.$ 

Pēc līnijas beigu nosacījumiem  $\dot{U}=\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}=\dot{I}_2$  un x'=0, kur x' = l - x ir punkta attālums no līnijas beigām, līnijas spriegumu un strāvu var aprēķināt pēc analoģiskām formulām:

$$\dot{U} = \frac{U_2 + Z_{\nu} I_2}{2} (e^{\eta x'} + n_2 e^{-\eta x'}), \qquad (4-42)$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_2 + Z_{\nu} \dot{I}_2}{2Z_{\nu}} (e^{\eta x'} - n_2 e^{-\eta x'}),$$

kur  $n_2 = \frac{\dot{U}_{at}(l)}{\dot{U}_{kr}(l)} = \frac{Z_2 - Z_v}{Z_2 + Z_v}$  — atstarošanas koeficients līnijas beigās,  $Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$  — līnijas izejas (slodzes) pretestība.

Atstarošanas koeficienti un līdz ar to arī līnijas darbība ir atkarīga no līnijas pretestībām. Ja izejas (slodzes) pretestība  $Z_2$  ir vienāda ar līnijas viļņa pretestību  $Z_v$ , tad līnija darbojas pielāgotā režimā. Tādā gadījumā  $n_2 = \frac{Z_2 - Z_v}{Z_2 + Z_v} = 0$  un līnijā nav atstarotā viļņa, kas nepielāgotā režīmā var būt par iemeslu dažādām nevēlamām parādībām (atbalss efekts, papildu enerģijas zudumi, paaugstināts spriegums). Ievietojot formulās (4-42)  $n_2=0$  un  $Z_y \dot{I}_2 = Z_2 \dot{I}_2 = \dot{U}_2$ , iegūstam šādas pielāgotā režīma sprieguma un strāvas aprēķina formulas:

$$\dot{U} = \dot{U}_2 e^{\gamma x'}$$
 un  $\dot{I} = \frac{U_2}{Z_y} e^{\gamma x'}$ . (4-43)

Ievērojot sakarību  $\gamma = \beta + i\alpha$ , varam secināt, ka pielāgotā režīmā sprieguma hodogrāfs ir logaritmiskā spirāle (4-51. att.), jo virzienā no līnijas beigām uz tās sākumu vektora  $\dot{U}_2$  modulis pieaug  $e^{\beta x'}$  reizes, arguments palielinās par  $\alpha x'$  radiāniem

un vektora galapunkts apraksta minēto līkni. *Ideālā līnijā*, kurā nav zudumu ( $r=0, g=0, \beta=0, e^{\beta x'}=1$ ), pielāgotā režīma sprieguma hodogrāfs ir riņķa līnija. Isas līnijas ar augstu frekvenci (>1 MHz) darbojas līdzīgi ideālajai līnijai, jo tad  $r \ll \omega L$  un  $g \ll \omega C$ . Sādas līnijas lieto radiotehnikā.



4-51. att. Sprieguma hodogrāfs pielāgotā režīmā.

Pielāgotā režīmā bezzudumu līnijā visu krītošā viļņa enerģiju saņem slodze. Nepielāgotā režīmā slodze saņem daļu no enerģijas, bet enerģijas pārpalikums atgriežas līnijā ar atstaroto vilni. Ja līnijas galā slodze nav pieslēgta vai arī ja slodze nepatērē aktīvo enerģiju, tad krītošā un atstarotā viļņa enerģijas ir vienādas. Sādā gadījumā līnija enerģiju nepārvada un tajā izveidojas stāvviļņi, kuros periodiski apmainās elektriskā un magnētiskā lauka enerģija. Stāvviļņi rodas bezzudumu līnijā, ja tā darbojas tukšgaitā  $(Z_2 = \infty, n_2 = 1)$ , ja līnijas beigās ir īsslēgums  $(Z_2 = 0, n_2 = -1)$  vai arī ja līnijas galā ir pieslēgta reaktīva slodze (Z = jx), kas nepatērē aktīvo enerģiju. Noskaidrosim stāvviļņu īpašības, aplūkojot bezzudumu līnijas darbību tukšgaitā.

Ievietojot formulās (4-42)  $I_2=0$ ,  $\gamma=j\alpha$ ,  $n_2=1$  un izsakot tās trigonometriskajā formā, iegūstam šādas sakarības:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \frac{\dot{U}_2}{2} \left( e^{jax'} + e^{-jax'} \right) = \frac{\dot{U}_2}{2} (\cos ax' + j\sin ax' + \\ &+ \cos ax' - j\sin ax') = \dot{U}_2 \cos ax', \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_2}{2Z_v} \left( e^{jax'} - e^{-jax'} \right) = \frac{\dot{U}_2}{2Z_v} (\cos ax' + j\sin ax' - \\ &- \cos ax' + j\sin ax') = j \frac{\dot{U}_2}{Z} \sin ax' \end{aligned}$$

vai

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x',$$

$$\dot{I} = j \frac{\dot{U}_2}{Z_x} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x'.$$
(4-44)

No formulām redzam, ka attālumos  $x'=0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda \dots$  spriegumam ir maksimālās vērtības (blīzumi), bet attālumos  $x'=\frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda \dots$  spriegums vienāds ar nulli (mezgli). Strāvas stāvviļņa blīzumi un mezgli nobīdīti telpā pret sprieguma stāvviļņa blīzumiem un mezgliem par ceturtdaļu viļņa garuma (4-52. att.).





Katrā līnijas punktā spriegums un strāva pēc laika mainās ar avota frekvenci, pie tam strāva apsteidz fāzē spriegumu par 90°.

Ievietojot formulās (4-42) bezzudumu līnijas īsslēgumam atbilstošos datus  $\dot{U}_2=0$ ,  $\gamma=ja$  un  $n_2=-1$ , var iegūt šādus stāvviļņa sprieguma un strāvas vienādojumus:

$$\dot{U} = j Z_{\nu} \dot{I}_{2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x',$$

$$\dot{I} = \dot{I}_{2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} x'.$$
(4-45)

No formulām (4-44) un (4-45) redzam, ka līnijas beigās (x'=0) tukšgaitā izveidojas sprieguma blīzums un strāvas mezgls, bet īsslēguma gadījumā tur izveidojas strāvas blīzums un sprieguma mezgls.

Stāvviļņa mezgla punktos jauda vienāda ar nulli. Pārējos punktos darbojas tikai reaktīvā jauda, jo strāva pret spriegumu ir nobīdīta fāzē par 90°. Sajās vietās notiek enerģijas apmaiņa starp elektrisko un magnētisko lauku, tāpēc stāvviļņi enerģiju no avota uz slodzi nepārvada.

### 4-9. UZDEVUMI

1. Dota 4-53. attēlā parādītā maiņstrāvas ķēdes virknes slēguma shēma. Aprēķināt ķēdes pretestības, strāvu, sprieguma kritumus, jaudas koeficientu un jaudas, ja 1)  $C = 16 \ \mu\text{F}$ , 2) mainot C, ieregulēta rezonanse. Uzzīmēt pieņemtajā mērogā ķēdes vektoru diagrammas.



4-53. att. 1. uzdevumam ..

Atrisinājums.

1) 
$$\omega = 2\pi j = 2\pi \cdot 50 = 314 \frac{1}{s};$$
$$x_{L} = \omega L = 314 \cdot 0,382 = 120 \ \Omega;$$
$$x_{C} = \frac{10^{6}}{\omega C} = \frac{10^{6}}{314 \cdot 16} = 200 \ \Omega;$$
$$z = \sqrt{r^{2} + (x_{L} - x_{C})^{2}} = \sqrt{60^{2} + (120 - 200)^{2}} = 100 \ \Omega;$$
$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{100} = 2,2 \ \Lambda; \quad U_{L} = Ix_{L} = 2,2 \cdot 120 = 264 \ V;$$
$$U_{a} = Ir = 2,2 \cdot 60 = 132 \ V; \quad U_{C} = Ix_{C} = 2,2 \cdot 200 = 440 \ V;$$
$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{60}{100} = 0,6; \quad \sin \varphi = \frac{x_{L} - x_{C}}{z} = \frac{120 - 200}{100} = -0,8;$$
$$S = UI = 220 \cdot 2,2 = 484 \ V\Lambda;$$
$$P = UI \cos \varphi = 484 \cdot 0,6 = 290 \ W;$$
$$P = UI \sin \varphi = -484 \cdot 0,8 = -387 \ VAr \ (reaktīvā kapacitatīvā jauda).$$
2) Spriegumu rezonanses gadījumā  $x_{C} = x_{L} = 120 \ \Omega;$ 
$$C = \frac{10^{6}}{\omega x_{C}} = \frac{10^{6}}{314 \cdot 120} = 26,6 \ \mu\text{F};$$

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{60^2 + (120 - 120)^2} = 60 \ \Omega = r;$$

 $I = \frac{U}{r} = \frac{220}{60} = 3,67 \text{ A}; \quad U_L = Ix_L = U_C = Ix_C = 3,67 \cdot 120 = 440 \text{ V};$  $U_a = Ir = 3,67 \cdot 60 = 220 \text{ V}.$  $r = 60 \quad a = 100 \text{ V}.$ 

 $x_L - x_C = 0;$ 

 $\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{60}{60} = 1; \quad \sin \varphi = \frac{x_L - x_C}{z} = \frac{0}{60} = 0;$  $S = P = UI = 220 \cdot 3,67 = 807 \text{ W}; \quad Q = UI \sin \varphi = 0.$ 



Pēc aprēķina datiem mērogā  $m_v=8 \frac{V}{mm}$  uzzīmētas ķēdes vektoru diagrammas (4-54. att.).

2. Dota 4-55. attēlā parādītā maiņstrāvas ķēdes paralēlā slēguma shēma. Aprēķināt 1) ķēdes strāvas un jaudas koeficientus, ja  $C=64 \ \mu\text{F}$ ; 2) ķēdes kapacitāti un strāvas, ja tās  $\cos \varphi = 0.9$ ; 3) ķēdes rezonanses frekvenci un strāvas, ja  $C==64 \ \mu\text{F}$ . Uzzīmēt pieņemtajā mērogā ķēdes vektoru diagrammas.

Atrisinājums.

) 
$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + x_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$



4-55. att. 2. uzdevumam.

$$\cos\varphi_{1} = \frac{r_{1}}{z_{1}} = \frac{6}{10} = 0.6; \quad \varphi_{1} = 53^{\circ}10'.$$
$$x_{C} = \frac{10^{6}}{\omega C} = \frac{10^{6}}{314 \cdot 64} = 50 \ \Omega;$$
$$I_{2} = \frac{U_{2}}{z_{2}} = \frac{U_{2}}{\sqrt{r_{2}^{2} + x_{C}^{2}}} = \frac{220}{\sqrt{5^{2} + 50^{2}}} = \frac{220}{50.2} = 4.38 \ \text{A};$$
$$\cos\varphi_{2} = \frac{r_{2}}{z_{2}} = \frac{5}{50.2} = 0.1; \quad \varphi_{2} = 84^{\circ}20'.$$

Lai noteiktu ķēdes kopējo strāvu, pēc formulas (4-23a) aprēķināsim ķēdes ekvivalentās vadītspējas (4-56. att.).

$$g_{1} = \frac{6}{6^{2} + 8^{2}} = 0,06 \frac{1}{\Omega}; \quad b_{L} = \frac{8}{6^{2} + 8^{2}} = 0,08 \frac{1}{\Omega};$$

$$g_{2} = \frac{5}{5^{2} + 50^{2}} = 0,002 \frac{1}{\Omega}; \quad b_{C} = \frac{50}{5^{2} + 50^{2}} = 0,02 \frac{1}{\Omega};$$

$$g = g_{1} + g_{2} = 0,06 + 0,002 = 0,062 \frac{1}{\Omega};$$

$$b = b_{L} - b_{C} = 0,08 - 0,02 = 0,06 \frac{1}{\Omega};$$

$$y = \sqrt{g^{2} + b^{2}} = \sqrt{0,062^{2} + 0,06^{2}} = 0,0865 \frac{1}{\Omega};$$

$$I = Uy = 220 \cdot 0,0865 = 19 \text{ A};$$

$$\cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{0,062}{0,0865} = 0,72; \quad \varphi = 44^{\circ}.$$



4-56. att. Paralēlā slēguma ekvivalentās vadītspējas.

2) Pēc uzdevuma nosacījumiem, mainot C, ir jāsasniedz

$$\cos \varphi = \frac{g}{\sqrt{g^2 + b^2}} = 0.9$$

Ievietojot vienādojumā  $g=0,062\frac{1}{\Omega}$ , iegūstam, ka

$$b = g \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1} = 0,062 \sqrt{\frac{1}{0,9^2} - 1} = 0,03 \frac{1}{\Omega}$$

un

$$b_C = b_L - b = 0,08 - 0,03 = 0,05 \frac{1}{\Omega}.$$

Sādai kapacitatīvajai vadītspējai atbilst pretestība

$$x_c = \frac{1}{b_c} = \frac{1}{0,05} = 20 \ \Omega$$

un kapacitāte

$$C = \frac{10^6}{\omega x_C} = \frac{10^6}{314 \cdot 20} = 160 \ \mu \text{F}.$$

Tāpat kā iepriekšējā gadījumā,

$$I_1 = 22 \text{ A un } \cos \varphi_1 = 0.6.$$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + x_c^2}} = \frac{220}{\sqrt{5^2 + 20^2}} = \frac{220}{20.6} = 10.7 \text{ A};$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{5}{20.6} = 0.24; \quad \varphi_2 = 76^{\circ}.$$

$$g_1 = 0.06 \frac{1}{\Omega}; \quad b_L = 0.08 \frac{1}{\Omega}; \quad g_2 = \frac{5}{5^2 + 20^2} = 0.012 \frac{1}{\Omega};$$

$$b_c = \frac{20}{5^2 + 20^2} = 0.047 \frac{1}{\Omega};$$

$$g = g_1 + g_2 = 0.06 + 0.012 = 0.072 \frac{1}{\Omega};$$

$$b = b_L - b_c = 0.08 - 0.047 = 0.033 \frac{1}{\Omega};$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{0.072^2 + 0.033^2} = 0.08 \frac{1}{\Omega};$$

$$I = Uy = 220 \cdot 0.08 = 17.6 \text{ A un } \cos \varphi = \frac{g}{y} = \frac{0.072}{0.08} = 0.9.$$

3) Dotajai induktīvajai pretestībai  $x_L = 8 \Omega$  atbilst induktivitāte  $L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{8}{314} = 0,0255$  H. Ķēdē ir iespējama rezonanse, jo viļņu pretestība

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0,0255}{64 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{400} = 20 \ \Omega$$

ir lielāka par aktīvajām pretestībām  $r_1=6~\Omega$  un  $r_2=5~\Omega$ . Rezonanses leņķiskā frekvence

$$\omega_{0} = \frac{1}{\gamma LC} \left| \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - r_{1}^{2}}{\frac{L}{C} - r_{2}^{2}}} = \frac{1}{\gamma 0,0255 \cdot 64 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{400 - 36}{400 - 25}} \right| = 780 \cdot 0,985 = 770 \frac{1}{s} ,$$

kam atbilst rezonanses frekvence

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{770}{2\pi} = 122$$
 Hz.

Ideālā ķēdē, kurā  $r_1 = r_2 = 0$ , rezonanses frekvence

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{780}{2\pi} = 125$$
 Hz

maz atšķiras no aprēķinātās frekvences. Rezonanses gadījumā ķēdes pilnā vadītspēja

$$y = \frac{r_1 + r_2 \omega_0^2 LC}{r_1^2 + (\omega_0 L)^2} = \frac{6 + 5 \cdot 770^2 \cdot 0.0255 \cdot 64 \cdot 10^{-6}}{6^2 + 770^2 \cdot 0.0255^2} = 0.0257 \frac{1}{\Omega}$$

un strāva

$$I = Uy = 220 \cdot 0.0257 = 5.65$$
 A.

Pēc aptuvenās formulas (4-27) noteiktā ķēdes vadītspēja

$$y = (r_1 + r_2) \frac{C}{L} = (6+5) \frac{64 \cdot 10^{-6}}{0,0255} = 0,0277 \frac{1}{\Omega}$$

ir nedaudz lielāka.

Rezonanses gadījumā ķēdes zaru reaktīvās pretestības un strāvas ir šādas:

$$x_L = \omega_0 L = 770 \cdot 0,0255 = 19,6 \ \Omega;$$

$$x_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{10^6}{770 \cdot 64} = 20,3 \ \Omega.$$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + x_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{6^2 + 19.6^2}} = \frac{220}{20.5} = 10.7 \text{ A};$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{6}{20,5} = 0,293; \quad \varphi_1 = 73^\circ.$$





4-57. att. 2. uzdevuma vektoru diagrammas.



4-58, att. 3, uzdevumam.

Pēc aprēķina datiem mērogā  $m_I = 0.4 \frac{A}{mm}$  uzzīmētas ķēdes

vektoru diagrammas (4-57. att.).

3. Dota 4-58. attēlā parādītā maiņstrāvas ķēdes jauktā slēguma shēma. Aprēķināt pēc simboliskās metodes ķēdes sprie-gumus, strāvas, jaudu un uzzīmēt pieņemtajā mērogā tās vektoru diagrammu.

Atrisinājums.

$$Z = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} + Z_1; \quad \dot{l}_1 = \frac{U}{Z}; \quad \dot{U}_2 = \dot{U} - \dot{l}_1 Z_1;$$
$$\dot{l}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}; \quad \dot{l}_3 = \frac{\dot{U}_2}{Z_3} \text{ un } \widetilde{S} = \dot{U} \dot{l}_1.$$

$$Z_{1} = 1, 4 + j1, 1 = 1, 78 \angle 38, 2^{\circ};$$

$$Z_{2} = 4 + j8 = 8,95 \angle 63,5^{\circ};$$

$$Z_{3} = 3 - j12 = 12, 4 \angle -76^{\circ}.$$

$$\frac{Z_{2}Z_{3}}{Z_{2} + Z_{3}} = \frac{8,95 \angle 63,5^{\circ} \cdot 12, 4 \angle -76^{\circ}}{7 - j4} = \frac{111 \angle -12,5^{\circ}}{8,1 \angle -29,7^{\circ}} = 13,7 \angle 17,2^{\circ} = 13,1 + j4,05.$$

$$Z = \frac{Z_{2}Z_{3}}{Z_{2} + Z_{3}} + Z_{1} = 13,1 + j4,05 + 1,4 + j1,1 = 14,5 + j5,15 = 15,4 \angle 19,5^{\circ}.$$

Pieņemam, ka  $\dot{U}=220 \angle 0^\circ$  (vektors orientēts reālo skaitļu ass pozitīvajā virzienā).

$$\begin{split} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 0^{\circ}}{15,4\angle 19,5^{\circ}} = 14,3\angle -19,5^{\circ}.\\ \dot{I}_1 Z_1 &= 14,3\angle -19,5^{\circ}\cdot 1,78\angle 38,2^{\circ} = \\ &= 25,4\angle 18,7^{\circ} = 24,2+j8,2.\\ \dot{U}_2 &= \dot{U} - \dot{I}_1 Z_1 = 220 - 24,2-j8,2 = \\ &= 195,8-j8,2 = 196\angle -2,4^{\circ}.\\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_{\circ}} = \frac{196\angle -2,4^{\circ}}{8.95\angle 63,5^{\circ}} = 21,9\angle -65,9^{\circ}. \end{split}$$



4-59. att. 3. uzdevuma vektoru diagramma.

$$\dot{I}_{3} = \frac{U_{2}}{Z_{3}} = \frac{196 \angle -2.4^{\circ}}{12.4 \angle -76^{\circ}} = 15.8 \angle 73.6^{\circ}.$$
  
$$\widetilde{S} = \dot{U}\tilde{I}_{1} = 220 \angle 0^{\circ} \cdot 14.3 \angle 19.5^{\circ} = 3150 \angle 19.5^{\circ} = 2970 + i1025$$





4-60. att. 4. uzdevuma shēma (a) un potenciālu diagramma (b).

Pēc aprēķina datiem mērogā  $m_U=4 \frac{V}{mm}$  un  $m_I=0.4 \frac{A}{mm}$  uzzīmēta ķēdes vektoru diagramma (4-59. att.).

 Aprēķināt 4-58. un 4-60. attēlā a parādīto maiņstrāvas ķēdi pēc potenciālu diagrammas metodes.

Atrisinājums. Uzzīmēsim mērogā  $m_I = 0.02 \frac{A}{mm}$  un  $m_U = 0.1 \frac{V}{mm}$  dotās ķēdes potenciālu diagrammu, pieņemot, ka strāva ķēdes zarā ar pretestībām  $r_3$  un  $x_3$  ir  $\dot{I'}_3 = 1$  A (4-60. att. b). Tādā gadījumā zarā darbojas spriegumi

 $\dot{U}'_{56} = -jx_3\dot{I}'_3 = -j12 \cdot 1 = -j12, \ \dot{U}'_{35} = r_3\dot{I}'_3 = 3 \cdot 1 = 3$  un

$$\dot{U}'_{36} = \dot{U}'_{56} + \dot{U}'_{35},$$

kur pēc diagrammas  $U'_{36} = 12,4$  V.

Zarā ar pretestībām  $r_2$  un  $x_2$  plūst strāva

$$I'_2 = \frac{U'_{36}}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2}} = \frac{12.4}{\sqrt{4^2 + 8^2}} = 1,38 \text{ A},$$

kas sakrīt fāzē ar spriegumu  $\dot{U}'_{34} = r_2 \dot{I}'_2$  un nosebojas fāzē pret  $\dot{U}'_{46} = jx_2 \dot{I}'_2$  par 90°, kur  $U'_{34} = 4 \cdot 1,38 = 5,52$  V un  $U'_{46} = 8 \cdot 1,38 =$ =11,04 V. Saskaitot zaru strāvas, iegūstam kopējo strāvu  $\dot{I}'_1 =$ = $\dot{I}'_2 + \dot{I}'_3$ , kur pēc diagrammas  $I'_1 = 0,91$  A.

Pieskaitot zara spriegumam  $\dot{U}'_{36}$  spriegumu kritumus pretestībās  $x_1$  un  $r_1$ , iegūstam ķēdes barošanas spriegumu

$$U'_{16} = U'_{36} + U'_{23} + U'_{12} = U'_{36} + jx_1I'_1 + r_1I'_1,$$

kur  $U'_{23} = x_1 I'_1 = 1, 1 \cdot 0, 91 = 1,00$  V,  $U'_{12} = r_1 I'_1 = 1, 4 \cdot 0, 91 = 1,27$  V un pêc diagrammas  $U'_{16} = 14,0$  V.

Faktiskajam ķēdes barošanas spriegumam  $U_{16}=E_{16}=220$  V atbilstošās strāvas un spriegumi ir  $\frac{U_{16}}{U'_{16}}=\frac{220}{14}=15,7$  reizes lielāki par aprēķinātajiem:

$$I_3 = 15,7I'_3 = 15,7 \cdot 1 = 15,7 \text{ A}, I_2 = 15,7I'_2 = 15,7 \cdot 1,38 = 21,7 \text{ A},$$
  
 $I_1 = 15,7I'_1 = 15,7 \cdot 0,91 = 14,3 \text{ A} \text{ un } U_{36} = 15,7U'_{36} =$   
 $= 15,7 \cdot 12,4 = 195 \text{ V}.$ 

Salīdzinot iegūtos rezultātus ar 3. piemērā aprēķinātajiem lielumiem  $I_3=15.8$  A,  $I_2=21.9$  A,  $I_1=14.3$  A un  $U_2=U_{36}=196$  V, redzam, ka atšķirība ir maza.

 Aprēķināt 4-60. attēlā a parādīto maiņstrāvas ķēdi pēc mezgla punktu sprieguma metodes.

Atrisinājums. Kēdei ir divi mezgla punkti, starp kuriem darbojas spriegums

$$\dot{U}_2 = \frac{\Sigma \dot{E}_i Y_i}{\Sigma Y_i} = \frac{\dot{U} Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3},$$

kur  $Y_1 = g_1 - jb_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + x_1^2} - j \frac{x_1}{r_1^2 + x_1^2} = \frac{1,4}{1,4^2 + 1,1^2} - j \frac{1,1}{1,4^2 + 1,1^2} = 0,442 - j0,347 = 0,561 \angle -38,2^\circ,$ 

$$Y_2 = g_2 - jb_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2} - j\frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{4}{4^2 + 8^2} - j\frac{8}{4^2 + 8^2} = 0.05 - j0.1 = 0.112 \angle -63.5^\circ,$$

$$Y_3 = g_3 + jb_3 = \frac{r_3}{r_3^2 + x_3^2} + j\frac{x_3}{r_3^2 + x_3^2} = \frac{3}{3^2 + 12^2} + j\frac{12}{3^2 + 12^2} = 0,020 + j0,078 = 0,081 \angle 76,0^\circ,$$

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 = 0,512 - j0,369 = 0,630 \angle -35,8^\circ$$
.

Orientēsim vektoru  $\dot{U}$ reālo skaitļu ass pozitīvajā virzienā. Tādā gadījumā  $\dot{U}\!=\!U\!\!\perp\!0^\circ\!=\!220\!\!\perp\!0^\circ$  un

$$\begin{split} \dot{U}_2 &= \frac{220 \angle 0^\circ \cdot 0.561 \angle -38.2^\circ}{0.630 \angle -35.8^\circ} = 196 \angle -2.4^\circ = 196 - i8.2, \\ \dot{U} - \dot{U}_2 &= 220 - 196 + i8.2 = 26 \angle 18.7^\circ, \\ \dot{I}_1 &= (\dot{U} - \dot{U}_2) Y_1 = 26 \angle 18.7^\circ \cdot 0.561 \angle -38.2^\circ = 14.3 \angle -19.5^\circ, \\ \dot{I}_2 &= \dot{U}_2 Y_2 = 196 \angle -2.4^\circ \cdot 0.112 \angle -63.5^\circ = 21.9 \angle -65.9^\circ, \\ \dot{I}_3 &= \dot{U}_3 Y_3 = 196 \angle -2.4^\circ \cdot 0.081 \angle 76.0^\circ = 15.8 \angle 73.6^\circ. \end{split}$$

6. Dota maiņstrāvas ķēdes shēma ar mainīgu aktīvo pretestību (4-61. att.). Aprēķināt strāvas  $\dot{I}_0$ ,  $\dot{I}_{2k}$  (strāva  $\dot{I}_2$  īsslēguma režīmā, kad r=0) un uzzīmēt pieņemtajā mērogā shēmas riņķa diagrammu.

Atrisinājums.

$$z_0 = \gamma r_0^2 + x_0^2 = \gamma (1.5^2 + 10^2 = 10.2 \ \Omega;$$
  
 $I_0 = \frac{U}{z_0} = \frac{220}{10.2} = 21.6 \ \text{A};$ 

 $\cos \varphi_0 = \frac{r_0}{z_0} = \frac{1.5}{10.2} = 0.148; \quad \varphi_0 = 81^{\circ}30'.$ 

$$z_{2k} = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} = \sqrt{0, 4^2 + 1, 2^2} = 1,26 \ \Omega;$$

$$I_{2k} = \frac{U}{z_{2k}} = \frac{220}{1,26} = 175 \text{ A};$$

$$\cos \varphi_{2k} = \frac{r_2}{z_{2k}} = \frac{0.4}{1.26} = 0.317; \quad \varphi_{2k} = 71^{\circ}30'.$$



4-61. att. 6. uzdevumam.
Uzzīmējot mērogā  $m_1=2 \frac{A}{mm}$  strāvu vektoru summu  $\dot{I}_{1k}=$  $=\dot{I}_0+\dot{I}_{2k}$  un novelkot vektora  $\dot{I}_{2k}$  viduspunktā perpendikulu, iegūts strāvu aploces (riņķa diagrammas) centrs O' (4-62. att.). Pieņemot pretestību mērogu  $m_z=0.02 \frac{\Omega}{mm}$ , attālumā  $\frac{x_2}{m_z}=\frac{1.2}{0.02}=$ =60 mm no vektora  $\dot{I}_0$  galapunkta novilkta vertikāla taisne r

z hodogrāfs).

No diagrammas var nolasīt, ka, piemēram, iestādot pretestību  $r=0.78~\Omega$ , ķēdes strāva

 $I_1 = \widetilde{OA} \cdot m_I = 74, 5 \cdot 2 = 149 \text{ A}, \cos \varphi_1 = 0,67$ 

un ķēdei pievadītā aktīvā jauda

$$P_1 = AC \cdot m_I U = 48 \cdot 2 \cdot 220 = 21\ 120\ W$$

ir maksimāla. Šādos apstākļos pretestībās  $r, r_2$  un  $r_0$  patērētas šādas jaudas:

$$P = AB \cdot m_I U = 31 \cdot 2 \cdot 220 = 13640 \text{ W},$$

 $P_2 = BO' \cdot m_I U = 15,5 \cdot 2 \cdot 220 = 6820 \text{ W}$ 

un

 $P_0 = O^{\tilde{i}}C \cdot m_I U = 1,5 \cdot 2 \cdot 220 = 660 \text{ W}.$ 





12 - A. Lielturks

## Piektā nodaļa

## TRISFĀŽU MAIŅSTRĀVA

## 5-1. SIMETRISKA TRĪSFĀŽU EDS SISTĒMA

Trīsfāžu ķēdi izveido no fāzēm, kurās darbojas vienāda lieluma un vienādas frekvences, savstarpēji par trešdaļu perioda fāzē nobīdīti EDS:

$$e_A = E_{\rm m} \sin \omega t,$$
  

$$e_B = E_{\rm m} \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right),$$
  

$$e_C = E_{\rm m} \sin \left( \omega t + \frac{2}{3} \pi \right).$$

Kompleksā formā šādus EDS izsaka ar vienādojumiem

$$\begin{split} \dot{E}_A &= E_A e^{j^0} = E_A \angle 0^\circ = E_A, \\ \dot{E}_B &= E_A e^{-j\frac{9}{3}\pi} = E_A \angle -120^\circ = E_A \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right), \\ \dot{E}_C &= E_A e^{-j\frac{9}{3}\pi} = E_A \angle 120^\circ = E_A \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{split}$$

bet grafiski tos attēlo ar .5-1. attēlā dotajām līnijas un vektoru diagrammām.



5-1. att. Simetriskas trīsfāžu sistēmas EDS līnijas (a) un vektoru (b) diagrammas.

Simetriskas trīsfāžu vektoru sistēmas aprēķinam lieto fāžu operatoru a, kuru kompleksā formā izsaka šādi:

$$a = e^{j\frac{2}{3}\pi} = 1 \angle 120^{\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2},$$
  

$$a^{2} = e^{-j\frac{2}{3}\pi} = 1 \angle -120^{\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$
 (5-1)  

$$a^{3} = e^{j^{\circ}} = 1 \angle 0^{\circ} = 1$$



5-2. att. Divpolu (a) un četrpolu (b) trīsfāžu ģeneratoru tinumi.

Vektora reizinājums ar *a* nozīmē tā pagriezienu par 120° uz priekšu (vektora griešanās virzienā), reizinājums ar  $a^2 = aa$ nozīmē pagriezienu par  $2 \cdot 120^\circ = 240^\circ$  uz priekšu jeb par 120° atpakaļ, bet reizinājums ar  $a^3 = aaa$  nozīmē pagriezienu par  $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$  uz priekšu un atgriešanos izejas stāvoklī.

Lietojot fāžu operatoru, simetriskus trīsfāžu EDS var izteikt šādi:

$$\vec{E}_A, \ \vec{E}_B = a^2 \vec{E}_A \text{ un } \vec{E}_C = a \vec{E}_A,$$
 (5-2)

kam atbilst 5-1. attēlā b dotā vektoru diagramma.

Simetriskus EDS iegūst trīsfāžu maiņstrāvas ģeneratorā, kur rotējošā magnētiskā plūsmā ar p polu pāriem ir novietoti trīs vienādi, telpā par  $\frac{120}{p}$  ģeometriskajiem grādiem nobīdīti fāžu tinumi A - X, B - Y un C - Z (5-2. att.).

#### 5-2. TRISFAZU KEDES UZBŪVE

Izšķir nesaistītu un saistītu trīsfāžu ķēdi. Nesaistītā ķēdē fāzes savā starpā nav savienotas (5-3. att.). Šādu ķēdi nelieto, jo tai ir seši tīkla vadi. Tīkla vadu skaitu, izmaksu un elektroenerģijas zudumus var samazināt, izveidojot saistītu trīsfāžu ķēdi. Tādu ķēdi, trīsfāžu ģeneratoru, transformatoru un asinhrono dzinēju izgudroja 1889. gadā krievu inženieris Dolivo-Dobrovoļskis.

Saistītajā trīsfāžu ķēdē ģeneratora un patērētāja fāzes saslēdz zvaigznē vai trīsstūrī. Zvaigznes slēgumā fāžu beigas X, Y un Z savieno kopējā punktā, kuru sauc par neitrālo punktu



5-3. att. Nesaistīta trīsfāžu ķēdē.



5-4. att. Zvaigznes (a) un trīsstūra (b) slēgums.

jeb nullpunktu, bet fāžu sākumiem A, B un C pieslēdz tīkla fāzes vadus (5-4. att. a). Trīsstūra slēgumā pirmās fāzes beigas X savieno ar otrās fāzes sākumu B, otrās fāzes beigas Y ar trešās fāzes sākumu C un trešās fāzes beigas Z — ar pirmās fāzes sākumu A. Šādā veidā iegūtajiem fāžu galu savienojumiem pievieno trīs tīkla vadus (5-4. att. b).

Savienojot avota un patērētāja fāzes zvaigznē (Y) vai trīsstūrī ( $\Delta$ ), ir iespējamas šādas slēgumu kombinācijas:

| avota slēgums  | 1    | • | • |   |   | Y | Y |   | Δ. |
|----------------|------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| patērētāja slē | oums |   |   | 1 | 1 | Y |   | V |    |

Ja avota un patērētāja fāzes ir saslēgtas *zvaigznē*, tad trīs nesaistītā tīkla vadus var aizvietot ar vienu kopēju vadu, kuru sauc par neitrālo vadu jeb nullvadu (5-5. att. *a*). Strāva nullvadā  $I_0$  ir atkarīga no fāzes vadu strāvu  $I_A$ ,  $I_B$  un  $I_C$  simetrijas.

Ja fāzes vadu strāvas ir simetriskas (vienādas pēc lieluma un savstarpēji nobīdītas fāzē par 120°), tad pēc 5-5. attēla b

$$I_0 = I_A + I_B + I_C = (1 + a^2 + a)I_A = \\ = \left(1 - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\dot{I}_A = 0$$

un tīklu var izveidot no trijiem fāzes vadiem bez nullvada. Praktiski par simetrisku slodzi uzskata trīsfāžu elektrodzinējus.

Ja fāzes vadu strāvas nav simetriskas, tad  $I_0 = I_A + I_B + I_C > 0$ (5-5. att. c) un nullvads ir nepieciešams. Nesimetriska slodze ir elektriskās spuldzes u. c. vienfāzes patērētāji.

Saslēdzot avota vai patērētāja fāzes trīsstūrī, nullvads nav iespējams un neatkarīgi no slodzes simetrijas tīklam ir trīs



5-5. att. Trīsfāžu ķēdes zvaigznes slēgums (a) un tās strāvu vektoru diagrammas, ja slodze ir simetriska (b) un nesimetriska (c).

fāzes vadi (5-6. att.). Šeit jāatzīmē, ka trīsstūrī drīkst saslēgt maiņstrāvas avota tinuma fāzes ar simetriskiem EDS, jo tādā gadījumā to summa  $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = (1 + a^2 + a)\dot{E}_A = 0$ . Pārslēdzot, piemēram, vienu trīsstūra fāzi otrādi, EDS kļūst nesimetriski un to summa nav vienāda ar nulli. Pēc 5-7. attēla fāžu EDS summa

$$\dot{E} = \dot{E}_A + \dot{E}_B - \dot{E}_C = (1 + a^2 - a) \dot{E}_A =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \dot{E}_A = (1 - j\sqrt{3}) \dot{E}_A = 2E_A \angle -60^\circ$$

ir divas reizes lielāka par fāzes EDS, tāpēc noslēgtā trīsstūra tinumā plūst īsslēguma strāva.



5-6. att. Trīsfāžu ķēdes trīsstūra slēgums.

5-7. att. Trīsstūra slēgums ar pārslēgtu C-Z fāzi (a) un tā EDS vektoru diagramma (b).

## 5-3. TRĪSFĀŽU ĶĒDES DARBĪBA SIMETRISKĀ REŽĪMĀ

Trīsfāžu ķēdē izšķir līnijas un fāžu spriegumus, kā arī līnijas un fāžu strāvas (5-8. att.). Līnijas spriegumi  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  un  $U_{CA}$  darbojas starp fāžu sākumiem A un B, B un C, C un A vai arī starp tīkla fāzes vadiem. Fāžu spriegumi  $U_A$ ,  $U_B$  un  $U_C$ 



5-8. att. Trīsfāžu ķēdes EDS, spriegumu un strāvu pozitīvie virzieni.

darbojas starp fāžu sākumiem un beigām A un X, B un Y, C un Z vai starp četrvadu tīkla fāzes vadiem un nullvadu.

Līnijas strāvas I<sub>A</sub>, I<sub>B</sub> un I<sub>C</sub> plūst tīkla fāzes vados, bet fāžu strāvas plūst avota un patērētāja fāzēs.

Pēc 5-8. attēla zvaigznes slēgumā līnijas strāvas ir vienādas ar fāzes strāvām, bet līnijas spriegumi vienādi ar fāžu spriegumu starpību:

> $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B,$  $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C,$  $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$

Simetriskā režīmā fāžu spriegumi ir vienādi pēc lieluma un savstarpēji nobīdīti fāzē par 120°. Sādi fāžu spriegumi un tiem atbilstošie līnijas spriegumi parādīti 5-9. attēlā dotajās vektoru diagrammās.

No vektoru diagrammas svītrotā trīsstūra

$$\frac{U_{BC}}{2} = U_B \cos 30^\circ = U_B \frac{\sqrt{3}}{2}$$
 un  $U_{BC} = \sqrt{3}U_B$ .

Apzīmējot līnijas spriegumus ar  $U_l$  un fāžu spriegumus ar  $U_l$ , iegūstam šādu formulu:

$$U_l = \sqrt{3}U_l. \tag{5-3}$$

Tādu rezultātu var iegūt arī ar fāžu operatoru:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = (1 - a^2) \dot{U}_A = \left(1, 5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \dot{U}_A = \sqrt{3} U_A \angle 30^\circ$$

No vektoru diagrammas un formulas redzam, ka zvaigznes slē-



5-9. att. Zvaigznes slēguma spriegumu un strāvu vektoru diagramma simetriskam režīmam.

gumā simetriskā režīmā līnijas spriegumi apsteidz fāzes spriegumus par 30° un ir par tiem  $\gamma \overline{3} = 1,73$  reizes lielāki.

Ļoti izplatīti ir trīsfāžu tīkli ar 380 V līnijas un  $\frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$ fāžu spriegumiem. Šādus līnijas spriegumus lieto elektrodzinējiem, bet fāžu spriegumus elektriskajām spuldzēm u. c. vienfāzes patērētājiem.

Pēc 5-8. attēlā dotās shēmas redzams, ka *trīsstūra slēgumā* līnijas spriegumi ir vienādi ar fāzes spriegumiem, bet līnijas strāvas vienādas ar fāžu strāvu starpību:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA},$$
  
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB},$$
  
$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}.$$

Simetriskā režimā fāžu strāvas ir vienādas pēc lieluma un savstarpēji nobīdītas fāzē par 120°. Sādas fāžu strāvas un tām atbilstošās līnijas strāvas parādītas 5-10. attēlā dotajās vektoru diagrammās.

No vektoru diagrammas svītrotā trīsstūra

$$\frac{I_c}{2} = I_{BC} \cos 30^\circ = I_{BC} \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ un } I_c = \sqrt{3}I_{BC}.$$

Apzīmējot līnijas strāvas ar  $I_l$  un fāžu strāvas ar  $I_t$ , iegūstam šādu formulu:

$$I_l = \sqrt{3}I_f.$$
 (5-4)

Tādu rezultātu var iegūt arī ar fāžu operatoru:

$$\dot{I}_{A} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = (1-a)\dot{I}_{AB} = \left(1, 5-j\frac{1/3}{2}\right)\dot{I}_{AB} = \sqrt{3}I_{AB} \angle -30^{\circ}$$



5-10. att. Trīsstūra slēguma strāvu un spriegumu vektoru diagramma simetriskam režīmam.

No vektoru diagrammas un formulas redzam, ka trīsstūra slēgumā simetriskā režīmā līnijas strāvas nokavējas pret fāzes strāvām par  $30^{\circ}$  un ir par tām  $\sqrt{3}=1,73$  reizes lielākas.

Simetriskā režīmā fāžu jaudu momentānās vērtības var izteikt ar šādiem vienādojumiem (sk. 4-4. §):

$$p_A = U_t I_t \left[ \cos \varphi - \cos \left( 2\omega t - \varphi \right) \right],$$
  

$$p_B = U_t I_t \left[ \cos \varphi - \cos \left( 2\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi \right) \right],$$
  

$$p_c = U_t I_t \left[ \cos \varphi - \cos \left( 2\omega t - \varphi + \frac{2}{3}\pi \right) \right].$$

Jaudu mainīgās komponentes ir savstarpēji nobīdītas fāzē par trešdaļu perioda, un to summa vienāda ar nulli, tāpēc momentāno jaudu summa ir konstants lielums, kas vienāds ar trīskārtēju vienas fāzes aktīvo jaudu:

$$p_A + p_B + p_C = 3U_f I_f \cos \varphi = P$$
.

Trīsfāžu ķēdes aprēķinam lieto arī fiktīvus lielumus — reaktīvo un pilno jaudu:

$$Q = 3U_t I_t \sin \varphi,$$
  
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_t I_t$$

Zvaigznes slēgumā

$$U_t = \frac{U_l}{\gamma 3}$$
 un  $I_t = I_l$ ,

trīsstūra slēgumā

$$U_t = U_l$$
 un  $I_t = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$ 

un abos slēgumos

$$U_{\mathbf{f}}I_{\mathbf{f}} = \frac{U_{l}I_{l}}{\sqrt{3}} \, .$$

levietojot pēdējo sakarību jaudu formulās, iegūstam, ka

$$P = \sqrt{3}U_{l}I_{l}\cos\varphi,$$

$$Q = \sqrt{3}U_{l}I_{l}\sin\varphi,$$

$$S = \sqrt{3}U_{l}I_{l},$$
(5-5)

kur  $\varphi$  ir fāžu nobīdes leņķis starp fāzes spriegumu  $U_t$  un fāzes strāvu  $I_t$  (sk. 5-9, un 5-10, att.).

Simetriskā režīmā fāzēs darbojas pēc lieluma vienādi spriegumi, strāvas un jaudas, tāpēc pietiek aprēķināt tikai vienu ķēdes fāzi. Aprēķināsim, piemēram, 5-11. attēlā *a* parādīto ķēdi. Atvietojot pēc formulas (2-19) trīsstūrī saslēgtās pretestibas  $Z_{\Delta}$  ar ekvivalentajām zvaigznes slēguma pretestībām

 $Z_3 = \frac{Z_{\triangle}^2}{3Z_{\triangle}} = \frac{Z_{\triangle}}{3}$ 



5-11. att. Simetriskas trīsfāžu ķēdes (a) aprēķina shēma (b).

un savienojot zvaigžņu nullpunktus, iegūta 5-11. attēlā b parādītā shēma. To drīkst darīt tāpēc, ka simetriskā režīmā nullvadā strāva neplūst un tā iezīmēšana shēmā nekādas izmaiņas nerada.

Shēmā uzrādītās strāvas var aprēķināt pēc šādām sakarībām:

 $Z = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} + Z_1; \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_A}{Z};$  $\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}; \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}.$ 

## 5-4. TRISFĀZU ĶĒDES DARBĪBA NESIMETRISKĀ REŽĪMĀ

Nesimetriska režīma iemesli var būt šādi: nevienādas fāžu pretestības, nesimetrisks īsslēgums starp divām fāzēm vai fāzi un neitrālo punktu, fāzes pārtraukums, nevienādi EDS u. c. Ja trīsfāžu ķēde ir saslēgta zvaigznē, tad to var aprēķināt

Ja trīsfāžu ķēde ir saslēgta zvaigznē, tad to var aprēķināt kā paralēlu slēgumu, kurā viens mezgla punkts ir avota neitrālais punkts  $\theta$ , bet otrs mezgla punkts ir patērētāja neitrālais punkts  $\theta'$  (5-12. att.). Spriegumu  $\dot{U}_N$ , kas darbojas starp avota un patērētāja neitrālajiem punktiem, sauc par neitrāļu nobīdes spriegumu. Pēc mezgla punktu sprieguma metodes formulas (2-24) varam rakstīt, ka

$$\dot{U}_{\rm N} = \frac{\Sigma \left( \dot{E}_1 Y_1 \right)}{\Sigma Y_1} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0}.$$
(5-6)

Zinot nobīdes spriegumu, pārējos ķēdes spriegumus un strāvas var noteikt pēc šādām sakarībām:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N; \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_N; \dot{U}_c = \dot{E}_c - \dot{U}_N;$$



 $\dot{I}_A = \dot{U}_A Y_A;$  $\dot{I}_B = \dot{U}_B Y_B;$  $\dot{I}_C = \dot{U}_C Y_C.$  (5-7)

5-12.att. Nesimetriska zvaigznes slēguma aprēķina shēma. No formulām (5-6) un (5-7) redzam, ka simetriskā režīmā, kad  $\vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = 0$  un  $Y_A = Y_B = Y_C$ , neitrāļu nobīdes spriegums  $\vec{U}_N = 0$ , fāžu spriegumu summa  $\vec{U}_A + \vec{U}_B + \vec{U}_C = \vec{E}_A + \vec{E}_B +$  $+ \vec{E}_C = 0$  un fāžu spriegumi ir simetriski. Nesimetriskā režīmā viens vai abi simetriskās darbības nosacījumi nav izpildīti,  $\vec{U}_N > 0$ ,  $\vec{U}_A + \vec{U}_B + \vec{U}_C \neq 0$  un fāžu spriegumi ir nesimetriski. Neitrāļu nobīdes spriegums un fāžu spriegumu nesimetrija ir sevišķi lieli, ja nullvads ir pārtraukts, jo tādā gadījumā formulas (5-6) saucējā  $Y_0 = 0$ .

Noskaidrosim, piemēram, zvaigznes slēguma darbību nesimetriskā režīmā, kad  $Y_A \neq \text{const}, Y_B = Y_C = g$  un  $Y_0 = 0$ .

Ja fāze A ir pārtraukta (darbojas tukšgaitā), tad  $Y_A = 0$  un

$$\dot{U}_{\rm N} = \frac{(\dot{E}_B + \dot{E}_C)g}{2g} = -\frac{\dot{E}_A}{2},$$
$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{\rm N} = \frac{3}{2}\dot{E}_A, \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_{\rm N} = \dot{E}_B + \frac{\dot{E}_A}{2},$$
$$\dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_{\rm N} = \dot{E}_C + \frac{\dot{E}_A}{2}.$$

Sādam gadījumam atbilst 5-13. attēlā *a* dotā vektoru diagramma. No diagrammas redzam, ka, piemēram, tīklā, kurā līnijas spriegumi  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380$  V, pārtrauktajā fāzē spriegums  $U_A = U_{AB} \sin 60^\circ = 380 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 330$  V, bet pārējās divās fāzēs spriegums  $U_B = U_C = \frac{U_{BC}}{2} = \frac{380}{2} = 190$  V.

Ja fāze A ir īsslēgta, tad, pareizinot formulas (5-6) skaitītāju un saucēju ar  $Z_A$  un ievietojot formulā  $Y_A Z_A = 1, Z_A = 0$ , iegūstam, ka

$$\dot{U}_{\rm N} = \frac{\dot{E}_A + \dot{E}_B Y_B Z_A + \dot{E}_C Y_C Z_A}{1 + Y_B Z_A + Y_C Z_A} = \dot{E}_A,$$



5-13. att. Spriegumi zvaigznes slēgumā ar pārtrauktu nullvadu, ja fāze A ir pārtraukta (a) un īsslēgta (b).

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N = 0, \quad U_B = \dot{E}_B - \dot{U}_N = \dot{E}_B - \dot{E}_A = -\dot{U}_{AB},$$
  
 $\dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_N = \dot{E}_C - \dot{E}_A = \dot{U}_{CA}.$ 

Sādam gadījumam atbilst 5-13. attēlā b dotā vektoru diagramma. No diagrammas redzam, ka, piemēram, tīklā, kura



5-14. att. Zvaigznes slēguma potenciālu diagramma.

līnijas spriegumi  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380$  V, īsslēgtajā fāzē spriegums  $U_A = 0$ , bet pārējās divās fāzēs  $U_B = U_C = U_{AB} = U_{CA} = -380$  V.

Tādējādi redzējām, ka, pārejot no fāzes A tukšgaitas uz tās īsslēgumu, fāžu spriegumu vektoru sākumpunkts O' potenciālu diagrammā pārvietojas no punkta D uz punktu A (5-14. att.). Trajektorija, pa kuru šādā gadījumā pārvietojas punkts O', ir atkarīga no fāzē A ieslēgtās mainīgās pretestības  $Z_A$  veida. Lai noskaidrotu šo trajektoriju, aplūkosim zvaigznes slēgumu kā aktīvu divpolu, kura spailēm A un O' pieslēgta pretestība  $Z_A$ , un atvietosim zvaigznes slēgumu ar ekvivalentu sprieguma avotu (5-15. att.). Šāda avota EDS vienāds ar divpola tukšgaitas spriegumu  $\dot{U}_{AD}$  (5-14. att.), bet iekšējā pretestība  $r_0 = -\frac{r}{\Omega}$  darbojas starp spailēm A un O', ja spailes A, B un C ir



5-15, att. Zvaigznes slēgums ar mainīgu fāzes A pretestību (a) un tā ekvivalentā shēma (b). īsslēgtas. Ekvivalentā sprieguma avota shēmā EDS avots ir saslēgts virknē ar pretestībām  $r_0$  un  $Z_A$ .

Ja mainīgā pretestība  $Z_A$  ir aktīva, spriegums  $\dot{U}_{O'D}$  sakrīt fāzē ar spriegumu  $\dot{U}_{AO'}$  un punkts O' potenciālu diagrammā pārvietojas pa taisni DA.

Ja mainīgā pretestība  $Z_A$  ir induktīva vai kapacitatīva, spriegums  $\dot{U}_{O'D}$  nokavējas fāzē pret spriegumu  $\dot{U}_{AO'}$  vai to ap-



steidz fāzē par 90° un punkts O' potenciālu diagrammā pārvietojas pa pusaploci DLA vai DCA (sk. riņķa diagrammu 4-30. attēlā). Šādos gadījumos fāžu spriegumi  $U_{BO'}$  un  $U_{CO'}$  pēc lieluma ir dažādi. Ieslēdzot fāzēs B un C kvēlspuldzes, tās kvēlo nevienādi, un pēc to gaismas intensitātes var spriest par fāžu secību (sprieguma maksimālo vērtību secību fāzēs). Fāžu secība ir virzienā no fāzes ar spoli uz fāzi ar tumšāko kvēlspuldzi (5-16. att. a) vai no fāzes ar kondensatoru uz fāzi ar gai-

šāko kvēlspuldzi (5-16. att. b). Trīsstūra slēguma vektoru diagramma ar nesimetriskām strāvām parādīta 5-17. attēlā. Ja ir doti trīsstūra slēguma fāžu spriegumi un pretestības, tad fāžu strāvas var noteikt pēc Oma

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}; \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} \text{ un } \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}.$$

Zinot fāžu strāvas, pēc 183. lpp. dotajām sakarībām nosaka līnijas strāvas  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  un  $\dot{I}_C$ .

5-17. att. Trīsstūra slēguma strāvu un spriegumu vektoru diagramma nesimetriskam režīmam.

likuma:



Nesimetriskā režīmā fāžu jaudas nav vienādas, un kopējo jaudu tāpēc aprēķina kā fāžu jaudu summu:

$$P = P_A + P_B + P_C,$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C,$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$
(5-8)

## 5-5. SIMETRISKO KOMPONENŠU METODE

Simetrisko komponenšu metodi lieto trīsfāžu ķēžu aprēķinam nesimetriskā darbības režīmā. Pēc šīs metodes nesimetriskus ķēdes elektriskos vai magnētiskos lielumus, piemēram, EDS, spriegumus, strāvas vai magnētiskās plūsmas, atvieto ar simetriskām tiešās apgrieztās vai nulles secības komponentēm šādā veidā:

$$\dot{A}_{A} = \dot{A}_{1A} + \dot{A}_{2A} + \dot{A}_{0A},$$
  
 $\dot{A}_{B} = \dot{A}_{1B} + \dot{A}_{2B} + \dot{A}_{0B},$  (5-9a)  
 $\dot{A}_{C} = \dot{A}_{1C} + \dot{A}_{2C} + \dot{A}_{0C}.$ 

Simetriskās komponentes apzīmē ar lieluma burtu, piemēram, E, U, I vai  $\Phi$  un diviem indeksiem, kur pirmais indekss 1, 2 vai 0 norāda secību, bet otrais indekss A, B vai C norāda fāzi, kurā komponente darbojas. Par secību šeit sauc kārtību, kādā komponenšu vektoru projekcijas j ass virzienā sasniedz maksimālās vērtības (5-18. att.). Visi vektori griežas pozitīvā vir-



5-18. att. Tiešās (a), apgrieztās (b) un nulles secības (c) simetriskās komponentes.

zienā ar leņķisko ātrumu  $\omega$ , tāpēc ar indeksiem 1 apzīmētiem tiešās secības vektoriem fāžu sekošanas kārtība ir *ABCA*, ar indeksiem 2 apzīmētiem apgrieztās secības vektoriem tā ir *ACBA*, bet ar indeksiem 0 apzīmētiem nulles secības vektoriem fāžu maksimumi iestājas vienlaicīgi. Simetrisko komponenšu

vektoru lielums un to savstarpējais stāvoklis ir atkarīgs no nesimetrisko vektoru sistēmas veida. Nesimetriskos vektorus sadala komponentēs, un šīs komponentes apvieno saskaņā ar superpozīcijas principu. Šāds princips attiecas tikai uz lineārām elektriskajām ķēdēm.

Nesimetriskos vektorus var izteikt atkarībā no vienas, piemēram, fāzes A simetriskajām komponentēm, pareizinot fāžu B un C vektorus ar fāžu operatoriem a vai  $a^2$  [sk. 5-1. att. b un formulas (5-2)]. Lai vienkāršotu rakstību, fāzes A vektoriem indeksā burtu A neuzrāda. Tādā gadījumā iegūstam šādas formulas:

$$\dot{A}_{A} = \dot{A}_{1} + \dot{A}_{2} + \dot{A}_{0},$$
  

$$\dot{A}_{B} = a^{2}\dot{A}_{1} + a\dot{A}_{2} + \dot{A}_{0},$$
  

$$\dot{A}_{C} = a\dot{A}_{1} + a^{2}\dot{A}_{2} + \dot{A}_{0}.$$
  
(5-9b)

Nesimetriskiem lielumiem atbilstošās simetriskās komponentes nosaka analītiski, grafiski vai eksperimentāli.

Analitiski simetriskās komponentes aprēķina pēc sakarībām, kas iegūtas no pārveidotām formulām (5-9b):

$$\dot{A}_{A} + a\dot{A}_{B} + a^{2}\dot{A}_{C} = (1 + 2a^{3})\dot{A}_{1} + (1 + a^{2} + a^{4})\dot{A}_{2} + (1 + a + a^{2})\dot{A}_{0},$$
  
$$\dot{A}_{A} + a^{2}\dot{A}_{B} + a\dot{A}_{C} = (1 + a^{4} + a^{2})\dot{A}_{1} + (1 + 2a^{3})\dot{A}_{2} + (1 + a^{2} + a)\dot{A}_{0},$$
  
$$\dot{A}_{A} + \dot{A}_{B} + \dot{A}_{C} = (1 + a^{2} + a)\dot{A}_{1} + (1 + a + a^{2})\dot{A}_{2} + 3\dot{A}_{0}.$$

Ievietojot vienādojumos  $1+a+a^2=1+a^2+a^4=0$  un  $1+2a^3=3$ , iegūstam šādas formulas:

$$\dot{A}_{1} = \frac{1}{3} (\dot{A}_{A} + a\dot{A}_{B} + a^{2}\dot{A}_{c}),$$
  
$$\dot{A}_{2} = \frac{1}{3} (\dot{A}_{A} + a^{2}\dot{A}_{B} + a\dot{A}_{c}),$$
  
$$\dot{A}_{0} = \frac{1}{3} (\dot{A}_{A} + \dot{A}_{B} + \dot{A}_{c}).$$
  
(5-10)

No pēdējās formulas redzam, ka nulles secības komponente  $A_0$ nav lielumiem, kuru summa  $\dot{A}_A + \dot{A}_B + \dot{A}_C = 0$ . Tādi lielumi ir, piemēram, nesimetriskas strāvas zvaigznes slēgumā bez nullvada un līnijas spriegumi jebkuros apstākļos. Nesimetriskām strāvām zvaigznes slēgumā ar nullvadu ir nulles secības komponentes un nullvadā plūst to summa  $3\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ . Nesimetriskiem līnijas spriegumiem ir apgrieztās secības komponente. Procentos izteiktu tās attiecību pret tiešās secības komponenti

$$\varepsilon = \frac{U_{2l}}{U_{1l}} \cdot 100$$

sauc par nesimetrijas koeficientu. Sistēmu praktiski uzskata par simetrisku, ja  $\varepsilon < 5\%$ .

**Piemērs.** Nesimetriskām strāvām  $I_A=10$ ,  $I_B=15 \angle -120^\circ = -7,5-j13$  un  $I_c=20 \angle 120^\circ = -10+j17,3$  pēc formulām (5-10) ir šādas simetriskās komponentes:

$$\begin{split} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C}{3} = \frac{10 + 1 \angle 120^\circ \cdot 15 \angle -120^\circ + 1 \angle -120^\circ \cdot 20 \angle 120^\circ}{3} = \\ &= \frac{10 + 15 + 20}{3} = 15, \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C}{3} = \frac{10 + 1 \angle -120^\circ \cdot 15 \angle -120^\circ + 1 \angle 120^\circ \cdot 20 \angle 120^\circ}{3} = \\ \frac{10 + 15 \angle -240^\circ + 20 \angle 240^\circ}{3} = \frac{10 + a15 + a^220}{3} = \frac{10 - 7, 5 + j13 - 10 - j17, 3}{3} = \\ \frac{10 - 15 \angle -240^\circ + 20 \angle 240^\circ}{3} = \frac{10 - 7, 5 - j13 - 10 + j17, 3}{3} = -2, 5 + j1, 43. \end{split}$$

Dotās strāvas un aprēķinātās simetriskās komponentes parādītas 5-19. attēlā dotajā diagrammā.



5-19. att. Simetrisko komponenšu aprēķina piemēra diagramma.

Grafiskais simetrisko komponenšu aprēķins, kas izpildīts saskaņā ar formulām (5-10), parādīts 5-20. attēlā.

*Eksperimentāli* simetriskās komponentes nosaka ar simetrisko komponenšu filtriem. Sādu filtru ieejas spailēm pievada trīsfāžu ķēdes nesimetriskās strāvas vai spriegumus, bet no izejas spailēm iegūst noteiktas secības strāvas vai spriegumus. Pieslēdzot filtru izejas spailēm relejus vai signalizācijas ierīces, trīsfāžu ķēdes var pasargāt no nesimetriskas darbības.

Vienkāršākie ir nulles secības komponentes filtri. Nulles secības strāvu filtru izveido no trijiem strāvmaiņiem (sk. 8-8. §), kuru primāros tinumus ieslēdz tīkla fāzes vados, bet



5-20. att. Nesimetriskas vektoru sistēmas (a), slmetrisko komponenšu (c) grafiskais aprēķins (b) un tā pārbaude (d).

sekundāros linumus saslēdz paralēli un savieno ar slodzes pretestību (5-21. att. a). Tādā gadījumā slodzes pretestībā plūst strāva  $3\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ . Nulles secības strāvu filtru var izveidot arī no viena strāvmaiņa, izverot fāžu A, B un C vadus caur strāvmaiņa serdes gredzenu (5-21. att. b). Tādā gadījumā serdē izveidojas strāvu  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  un  $\dot{I}_C$  radīto magnētisko plūsmu summa  $\dot{\Phi}_A + \dot{\Phi}_B + \dot{\Phi}_C$ , uz serdes uztītajā tinumā inducējas šādai plūsmai proporcionāls EDS un tinumam pieslēgtajā slodzes pretestībā plūst strāva  $3\dot{I}_0$ .

Nulles secības spriegumu filtru izveido no trijiem vienfāzes spriegummaiņiem (sk. 8-9. §), kuru primāros tinumus saslēdz

13 - A. Lielturks

zvaigznē ar nullvadu, bet sekundāros tinumus saslēdz atklātā trīsstūrī un savieno ar slodzes pretestību (5·22. att. a). Tādā gadījumā sekundārajā tinumā inducēto EDS summa  $\dot{E}_A + \dot{E}_B +$  $+ \dot{E}_C$  rada starp izejas spailēm spriegumu  $3\dot{U}_0$ .

Nulles secības spriegumu filtru var izveidot arī no trijām vienādām, zvaigznē saslēgtām pretestībām Z (5-22. att. b).



5-21. att. Triju (a) un viena (b) strāvmaiņa nulles secības strāvu filtri.

Slodzes pretestībā, kas pieslēgta starp zvaigznes nullpunktu O'un tīkla nullvadu O, nesimetriskajā režīmā darbojas spriegums  $3\dot{U}_0$ . Sāds spriegums ir skaitliski vienāds un darbojas pretējā fāzē ar neitrāļu nobīdes spriegumu  $\dot{U}_N$  (sk. 5-7. paragrāfa 3. uzdevumu).

Tiešās secības komponentes filtru var pārveidot par apgrieztās secības komponentes filtru, pārslēdzot jebkurus divus fāzes vadus, jo tādā gadījumā izmainās fāžu secība. Šī iemesla dēļ var aplūkot tikai vienu no abiem filtru veidiem. Noskaidrosim, piemēram, apgrieztās secības spriegumu filtra darbību, ja tas izveidots no pretestībām un kondensatoriem pēc 5-23. attēlā dotās shēmas.







5-23. att. Aktīvās un kapacitatīvās pretestības apgrieztās secības spriegumu filtrs. Ja shēmas elementi izraudzīti pēc sakarības  $r_1r_2=x_1x_2=\sqrt{3}$ , tad starp filtra izejas spailēm tukšgaitā darbojas šādu divu spriegumu summa:

$$r_{1}\dot{I}_{AB} = r_{1}\frac{\dot{U}_{AB}}{r_{1} - jx_{1}} = \frac{r_{1}}{x_{1}}\frac{\dot{U}_{AB}}{\frac{r_{1}}{x_{1}} - j \cdot 1} = \sqrt{3}\frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3} - j \cdot 1} = \sqrt{3}\frac{\dot{U}_{AB}}{2\angle -30^{\circ}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\dot{U}_{AB}\angle 30^{\circ},$$

$$-jx_{2}\dot{I}_{BC} = -jx_{2}\frac{\dot{U}_{BC}}{r_{2} - jx_{2}} = \frac{x_{2}}{r_{2}}\frac{\dot{U}_{BC}}{\frac{x_{2}}{r_{2}} + j \cdot 1} = \sqrt{3}\frac{\dot{U}_{BC}}{\sqrt{3} + j \cdot 1} = \sqrt{3}\frac{\dot{U}_{BC}}{2\angle 30^{\circ}} =$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\dot{U}_{BC} \angle -30^{\circ}.$$

Izsakot spriegumus  $\dot{U}_{AB}$  un  $\dot{U}_{BC}$  atkarībā no simetriskajām komponentēm, iegūstam apgrieztās secības spriegumam proporcionālu filtra izejas spriegumu

$$U = 1,5U_{2AC}.$$

Trīsfāžu ķēdes nesimetriskas darbības iemesli var būt ķēdei pievadītie nesimetriskie spriegumi vai nesimetriskie ķēdes parametri. Noskaidrosim, kā šādos gadījumos aprēķina trīsfāžu ķēdes.

 Ja simetriskai trīsfāžu ķēdei pievadīti nesimetriski spriegumi, tad ķēdi aprēķina šādā secībā:

a) pēc formulām (5-10) aprēķina dotajiem nesimetriskajiem spriegumiem  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  un  $\dot{U}_C$  atbilstošās fāzes A spriegumu simetriskās komponentes  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$  un  $\dot{U}_0$ ;

b) pēc Oma likuma aprēķīna spriegumu simetriskajām komponentēm atbilstošās strāvu simetriskās komponentes:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1}$$
,  $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}$  un  $\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_0}{Z_0}$ ,

kur  $Z_1$ ,  $Z_2$  un  $Z_0$  ir tiešās, apgrieztās un nulles secības kompleksās fāzes pretestības;

c) pēc formulām (5-9b) aprēķina strāvu simetriskajām komponentēm atbilstošās nesimetriskās strāvas  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  un  $\dot{I}_C$ .

Kompleksās pretestības ir atkarīgas no trīslāžu ķēdes darbības veida. Stacionārās trīslāžu ķēdēs (līnijās un transformatoros)  $Z_1 = Z_2$ , bet  $Z_0$  var noteikt pēc sakarības

$$U_0 = ZI_0 + Z_N \cdot 3I_0 = (Z + 3Z_N)I_0 = Z_0I_0$$

195

13\*

kur Z ir fāzes un  $Z_N$  nullvada pretestība. Ķēdē bez nullvada  $Z_0 = \infty$ .

Dinamiskās trīsfāžu ķēdēs (elektriskajās mašīnās) strāvas tiešās un apgrieztās secības simetriskās komponentes rada pretējos virzienos rotējošas magnētiskās plūsmas (sk. 5-6. §), bet nulles secības komponente rotējošu magnētisko plūsmu nerada. Sādā magnētiskajā laukā novietots rotors griežas magnētiskās plūsmas tiešās secības komponentes rotācijas virzienā, un rotora tinumā inducējas mazāka strāva nekā no pretējā virzienā rotējošas magnētiskās plūsmas, tāpēc elektriskajās mašīnās  $Z_1 > Z_2$ . Elektrisko mašīnu un transformatoru kompleksās pretestības uzrāda katalogos, bet tīklu kompleksās pretestības aprēķina.

2. Trīsfāžu ķēdē ar nesimetriskiem parametriem izšķir šķērsnesimetriju un garennesimetriju. Šķērsnesimetrija rodas, ja kādā trīsfāžu ķēdes punktā darbojas nevienādas pretestības, piemēram, nesimetriska slodze vai nesimetrisks īsslēgums. Isslēguma gadījumā izveidojas elektriskais loks vai arī darbojas iezemējums, kuriem piemīt aktīvā pretestība (5-24. att. a, b un c). Garennesimetrija rodas, ja tīkla fāzēs ieslēgtas nevienādas pretestības vai arī ja viena tīkla fāze ir pārtraukta (5-24. att. d, e un f).



5-24. att. Trīsfāžu ķēdes šķērsnesimetrija (a, b, c) un garennesimetrija (d, e, f).

Lai noskaidrotu nesimetriskas trīsfāžu ķēdes aprēķinu, aplūkosim, piemēram, 5-25. attēlā parādīto trīsfāžu ķēdi, kurā elektroenerģijas avotam ar simetriskiem EDS pieslēgta simetriska un nesimetriska slodze. Nesimetriskās slodzes pieslēgšanas vietā darbojas nesimetriski spriegumi  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  un  $\dot{U}_C$ . Atvietojot šos spriegumus ar simetriskajām komponentēm, doto ķēdi var aplūkot kā simetrisku ķēdi. Šādas ķēdes fāzēs darbojas avota EDS tiešās secības komponentes, jo simetriskai EDS sistēmai apgrieztās un nulles secības komponentes vienādas ar

un

nulli. Tādā gadījumā pēc otrā Kirhhofa likuma fāzei A iegūstam šādus pamatvienādojumus:

$$\dot{E}_{1e} = Z_{1e}\dot{I}_1 + \dot{U}_1, 0 = Z_{2e}\dot{I}_2 + \dot{U}_2, 0 = Z_{0e}\dot{I}_0 + \dot{U}_0,$$

kur ķēdes ekvivalento EDS un ekvivalentās kompleksās pretestības var noteikt pēc 5-26. attēlā parādītām fāzes *A* ekvivalentajām shēmām:

$$\dot{E}_{1e} = \frac{\frac{\dot{E}_{1}}{Z_{1a} + Z_{1l}}}{\frac{1}{Z_{1a} + Z_{1l}} + \frac{1}{Z_{1'}}}, \quad Z_{1e} = \frac{(Z_{1a} + Z_{1l})Z_{1'}}{Z_{1a} + Z_{1l} + Z_{1'}},$$
$$Z_{2e} = \frac{(Z_{2a} + Z_{2l})Z_{2'}}{Z_{2a} + Z_{2l} + Z_{2'}}, \quad Z_{0e} = Z_{0a} + Z_{0l} + 3Z_{N}.$$

Pamatvienādojumos ir 6 nezināmi lielumi:  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_0$ ,  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  un  $\dot{I}_0$ . Tos var aprēķināt, sastādot vēl 3 papildvienādojumus. Ja nesimetrisko slodzi rada vienas fāzes īsslēgums



5-25. att. Nesimetriskas trīsfāžu ķēdes aprēķina piemēra shēma.





(5-24. att. c), tad pēc formulām (5-9b) iegūstam šādus papildvienādojumus:

$$\dot{U}_A = 0, \qquad \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0, \dot{I}_B = 0, \quad \text{vai} \qquad a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0, \dot{I}_C = 0 \qquad a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0.$$

Atrisinot pamatvienādojumu un papildvienādojumu sistēmu, nosakām īsslēguma strāvas  $I_A$  un īsslēguma sprieguma  $U_A$  simetriskās komponentes:

$$(a^{2}-a)\dot{I}_{1} + (a-a^{2})\dot{I}_{2} = 0, \qquad \dot{I}_{1} = \dot{I}_{2};$$

$$(a^{2}+a)\dot{I}^{2} + \dot{I}_{0} = -\dot{I}_{2} + \dot{I}_{0} = 0, \qquad \dot{I}_{0} = \dot{I}_{2} = \dot{I}_{1},$$

$$\dot{I}_{1} = \dot{I}_{2} = \dot{I}_{0} = \frac{\dot{E}_{1e}}{Z_{1e} + Z_{2e} + Z_{0e}},$$

$$\dot{U}_{1} = \dot{E}_{1e} - Z_{1e}\dot{I}_{1}, \qquad \dot{U}_{2} = -Z_{2e}\dot{I}_{2} \quad \text{un} \quad \dot{U}_{0} = -Z_{0e}\dot{I}_{0}.$$

Pēc pirmās formulas (5-9b) īsslēguma strāva

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = \frac{3E_{1e}}{Z_{1e} + Z_{2e} + Z_{0e}}$$

Simetriskās slodzes un avota strāvu un avota spriegumu simetriskās komponentes var aprēķināt pēc sakarībām, kas atbilst 5-26. attēla shēmām:

$$\dot{I}_{1}' = \frac{U_{1}}{Z_{1}'}, \quad \dot{I}_{2}' = \frac{U_{2}}{Z_{2}'}, \quad \dot{I}_{0}' = 0,$$

$$\dot{I}_{1a} = \dot{I}_{1} + \dot{I}_{1}', \quad \dot{I}_{2a} = \dot{I}_{2} + \dot{I}_{2}', \quad \dot{I}_{0a} = \dot{I}_{0},$$

$$\dot{U}_{1a} = \dot{U}_{1} + Z_{1l}\dot{I}_{1a}, \quad \dot{U}_{2a} = \dot{U}_{2} + Z_{2l}\dot{I}_{2a} \quad \text{un } \dot{U}_{0a} = \dot{U}_{0} + Z_{0l}\dot{I}_{0a}.$$

#### 5-6. ROTEJOŠA MAGNĒTISKĀ PLŪSMA

Ja spolē plūst sinusoidāla strāva

$$i = I_{\rm m} \sin \omega t$$
,

tad izveidojas *pulsējoša magnētiskā plūsma*, kuras magnētiskā indukcija mainās pēc šāda vienādojuma:

$$B = B_{\rm m} \sin \omega t$$
.

Lielumu sin wt var izteikt ar diviem griešanās operatoriem:

 $e^{j\omega t} - e^{-j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t - \cos \omega t + j \sin \omega t =$ = 2j \sin \omega t

vai

$$\sin \omega t = \frac{1}{2i} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$



5-27. att. Pulsējošas magnētiskās plūsmas komponentes.

Ievietojot atrasto sin  $\omega t$  nozīmi magnētiskās indukcijas vienādojumā, iegūstam, ka

$$B = \frac{B_{\mathrm{m}}}{2i} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) = j \frac{B_{\mathrm{m}}}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}).$$

Sakarība parādīta 5-27. attēlā.

No magnētiskās indukcijas vienādojuma un attēla redzam, ka pulsējošu magnētisko plūsmu var sadalīt divās vienādās komponentēs, kuras rotē pretējos virzienos ar leņķisko ātrumu  $\omega$ un kuru lielums vienāds ar pusi no pulsējošās magnētiskās plūsmas amplitūdas.

Novietojot pulsējošā magnētiskā plūsmā rotora tinumu, uz to iedarbojas divi vienādi, pretēji vērsti griezes momenti, kā rezultātā rotors negriežas. Iegriežot rotoru vienā vai otrā virzienā, griezes momenti kļūst nevienādi un rotors turpina patstāvīgi griezties. Sādu pulsējošas magnētiskās plūsmas īpašību izmanto vienfāzes asinhrono dzinēju darbināšanai.

Ja divās vienādās, savstarpēji perpendikulāri novietotās spolēs plūst vienādas, par ceturtdaļperiodu fāzē nobīdītas strāvas

$$i_1 = I_m \sin \omega t$$

un

$$i_2 = I_{\rm m} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_{\rm m} \cos \omega t,$$

tad izveidojas magnētiskā plūsma, kuras magnētiskā indukcija mainās pēc vienādojuma

 $\mathbf{B} = B_1 + jB_2 = B_{\mathrm{m}}(\sin\omega t + j\cos\omega t) = jB_{\mathrm{m}}(\cos\omega t - j\sin\omega t)$ vai

$$\mathbf{B} = iB_{\mathrm{m}}e^{-j\omega t}.$$

Iegūtajam vienādojumam atbilst 5-28. attēls.



5-28. att. Divfāžu strāvu radītā rotējošā magnētiskā plūsma.

No vienādojuma un attēla redzam, ka abu strāvu radītā magnētiskā plūsma rotē ar leņķisko ātrumu ω un magnētiskās indukcijas vektora modulis vienāds ar vienas spoles magnētiskās indukcijas amplitūdu.

Izmainot vienā, piemēram, pirmajā, spolē strāvas virzienu, magnētiskās indukcijas vienādojums ir

$$\mathbf{B} = -B_1 + iB_2 = B_m(-\sin\omega t + i\cos\omega t) = iB_m(\cos\omega t + i\sin\omega t)$$

vai

$$B = i B_{\rm m} e^{j\omega t}$$
.

Leņķiskajam ātrumam ω šeit ir pretēja zīme, tas norāda, ka magnētiskā plūsma rotē pretējā virzienā.

Aplūkoto divfāžu strāvas radīto rotējošo magnētisko plūsmu izmanto elektriskos mēraparātos, vienfāzes asinhrono dzinēju palaišanai u. c.

Trīsfāžu maiņstrāvas mašīnās rotējošu magnētisko plūsmu iegāst ar trijiem telpā par 120° elektriskajiem grādiem nobīdītiem fāžu tinumiem (5-2. att.), kuros plūst simetriskas strāvas

$$i_{A} = I_{m} \sin \omega t,$$
  

$$i_{B} = I_{m} \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$
  

$$i_{C} = I_{m} \sin \left( \omega t + \frac{2}{3} \pi \right).$$

So strāvu līnijas diagramma un spolēs pieņemtie pozitīvie strāvu virzieni parādīti 5-29. attēlā. Līnijas diagrammā uzrādītajos laika momentos  $t_1$ ,  $t_2$  un  $t_3$  fāžu tinumos plūst strāvas un izveidojas magnētiskās plūsmas, kuru virzieni un lielumi parādīti 5-30. attēlā. Attēlos redzam, ka konstantā rezultējošā



5-29. att. Simetrisku strāvu līnijas diagramma (a) un to pozitīvie virzieni fāžu tinumos (b).

magnētiskā plūsma  $\frac{3}{2} \Phi_m$  griežas ar nemainīgu ātrumu fāžu maksimumu secības virzienā.

Magnētiskās plūsmas rotāciju var arī pierādīt, izsakot fāžu tinumu magnētisko indukciju momentāno vērtību virzienus telpā ar fāžu operatoru. Ja fāžu tinumu magnētiskās indukcijas mainās pēc vienādojumiem



5-30. att. Strāvu un magnētisko plūsmu virzieni laika momentos  $t_1$ ,  $t_2$  un  $t_3$  (pēc 5-29. att.).

$$B_A = B_m \sin \omega t,$$
  

$$B_B = B_m \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right),$$
  

$$B_C = B_m \sin \left( \omega t + \frac{2}{3} \pi \right),$$

tad, izsakot fāžu tinumu savstarpējo nobīdi telpā (5-2. att.) ar fāžu operatoru *a*, rezultējošo magnētisko indukciju var noteikt pēc sakarības

$$B = B_A + a^2 B_B + a B_C = B_m \left[ \sin \omega t + a^2 \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right) + a \sin \left( \omega t + \frac{2}{3} \pi \right) \right] = B_m (\sin \omega t + a^2 \sin \omega t \cos 120^\circ -$$

 $-a^{2}\cos\omega t\sin 120^{\circ} + a\sin\omega t\cos 120^{\circ} + a\cos\omega t\sin 120^{\circ}) =$ = 1.5B<sub>m</sub>(sin  $\omega t + i\cos\omega t$ ) = i1.5B<sub>m</sub>(cos  $\omega t - i\sin\omega t$ )

vai

$$\boldsymbol{B} = i1.5B_{\rm m}e^{-j\omega t}.\tag{5-12}$$

No iegūtās sakarības redzam, ka magnētiskās plūsmas griešanās leņķiskais ātrums

$$\Omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$$

un plūsmas griešanās jeb t. s. sinhronais ātrums

$$n = \frac{60f}{p} , \qquad (5-13)$$

kur f — frekvence (Hz),

p — magnētiskās plūsmas polu pāru skaits,

n — sinhronais ātrums (apgr/min).

Polu pāru skaits var būt tikai vesels skaitlis, tāpēc standartfrekvences f=50 Hz gadījumā ir iespējami 5-1. tabulā uzrādītie ātrumi.

5-1. tabula

| p  | - 1  | 2    | 3    | 4   | 5   | *** |
|--|------|------|------|-----|-----|-----|
| $n = \frac{3000}{p} \left(\frac{\text{apgr}}{\min}\right)$ | 3000 | 1500 | 1000 | 750 | 600 |     |

#### 5-7. UZDEVUMI

1. Doti trīsfāžu tīkla līnijas spriegumi  $U_l=220$  V un elektrodzinēja fāžu pretestības r=8  $\Omega$  un  $x_L=6$   $\Omega$ . Aprēķināt elektrodzinēja pilno, aktīvo un reaktīvo jaudu, ja tā fāzes ir saslēgtas trīsstūrī un zvaigznē. Uzzīmēt pieņemtajā mērogā abu slēgumu spriegumu un strāvu vektoru diagrammas.

Atrisinājums. Fāzes pilnā pretestība

$$z = \frac{\gamma r^2 + x_L^2}{2} = \frac{\gamma 8^2 + 6^2}{10} = 10 \ \Omega;$$
  
$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{8}{10} = 0.8; \quad \sin \varphi = \frac{x_L}{z} = \frac{6}{10} = 0.6; \quad \varphi = 36^{\circ}50'.$$

Trīsstūra slēgumā

$$U_{t} = U_{t} = 220 \text{ V}; \quad I_{t} = \frac{U_{t}}{z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$
$$I_{t} = \sqrt{3}I_{t} = 1,73 \cdot 22 = 38,1 \text{ A}.$$
$$S = U_{t}I_{t} = 220 \cdot 38,1 = 8382 \text{ VA};$$
$$P = U_{t}I_{t}\cos\varphi = 220 \cdot 38,1 \cdot 0,8 = 6705 \text{ W};$$
$$Q = U_{t}I_{t}\sin\varphi = 220 \cdot 38,1 \cdot 0,6 = 5028 \text{ VAr}.$$

Zvaigznes slēgumā

$$U_{t} = \frac{U_{l}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{1,73} = 127 \text{ V};$$

$$I_{t} = \frac{U_{t}}{z} = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ A};$$

$$I_{l} = I_{t} = 12,7 \text{ A},$$

$$S = U_{l}I_{l} = 220 \cdot 12,7 = 2794 \text{ VA};$$

$$P = U_{l}I_{l} \cos \varphi = 220 \cdot 12,7 \cdot 0,8 = 2235 \text{ W};$$

$$Q = U_{l}I_{l} \sin \varphi = 220 \cdot 12,7 \cdot 0,6 = 1676 \text{ VAr}.$$

Pēc aprēķina redzam, ka vienādu līnijas spriegumu un fāžu pretestību gadījumā zvaigznes slēgumā fāžu strāvas ir  $\sqrt{3}$  reizes, bet līnijas strāvas un jaudas 3 reizes mazākas nekā trīsstūra slēgumā.

5-31. attēlā parādītas trīsstūra un zvaigznes slēguma spriegumu un strāvu vektoru diagrammas mērogā  $m_{U}=8\frac{V}{mm}$  un  $m_{I}=16\frac{A}{mm}$ . 2. Dots trīsfāžu tīkla līnijas spriegums  $U_l=380$  V un trīsstūra pretestības:  $Z_{AB}=12+j8$ ,  $Z_{BC}=14-j5$  un  $Z_{CA}=20$ . Aprēķināt trīsstūra slēguma strāvas un jaudas un uzzīmēt pieņemtajā mērogā spriegumu un strāvu vektoru diagrammu.



5-31. att. Trīsstūra (a) un zvaigznes (b) slēguma vektoru diagrammas, ja līnijas spriegumi un fāžu pretestības abos slēgumos ir vienādas.

Atrisinājums.

 $Z_{AB} = 12 + j8 = 14, 4 \angle 33, 7^{\circ}; \quad Z_{BC} = 14^{t} - j5 = 14, 8 \angle -19, 6^{\circ};$  $Z_{CA} = 20 = 20 \angle 0^{\circ}.$ 

$$U_{AB} = 380 \angle 0^\circ; \quad U_{BC} = 380 \angle -120^\circ; \quad U_{CA} = 380 \angle 120^\circ.$$

Fāžu strāvas

$$\begin{split} \dot{I}_{AB} &= \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{380 \angle 0^{\circ}}{14.4 \angle 33.7^{\circ}} = 26.3 \angle -33.7^{\circ} = 21.4 - j14.5; \\ \dot{I}_{BC} &= \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{380 \angle -120^{\circ}}{14.8 \angle -19.6^{\circ}} = 25.7 \angle -100.4^{\circ} = -4.7 - j25.2; \\ \dot{I}_{CA} &= \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{380 \angle 120^{\circ}}{20 \angle 0^{\circ}} = 19 \angle 120^{\circ} = -9.5 + j16.5. \end{split}$$

Līnijas strāvas

 $\dot{I}_{A} = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 21, 4 - j14, 5 + 9, 5 - j16, 5 = 30, 9 - j31 = 43, 6 \angle -45, 1^{\circ};$  $\dot{I}_{B} = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -4, 7 - j25, 2 - 21, 4 + j14, 5 = -26, 1 - j10, 7 = 28, 2 \angle -157, 7^{\circ};$  $\dot{I}_{C} = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -9, 5 + j16, 5 + 4, 7 + j25, 2 = -4, 8 + j41, 7 = 41, 8 \angle 96.6^{\circ}.$ 

Kompleksā jauda

$$\widetilde{S} = \dot{U}_{AB}\dot{I}_{AB} + \dot{U}_{BC}\dot{I}_{BC} + \dot{U}_{CA}\dot{I}_{CA} =$$

$$= 380 \angle 0^{\circ} \cdot 26, 3 \angle 33, 7^{\circ} + 380 \angle -120^{\circ} \cdot 25, 7 \angle 100, 4^{\circ} +$$

$$+ 380 \angle 120^{\circ} \cdot 19 \angle -120^{\circ} = 10\ 000 \angle 33, 7^{\circ} +$$

$$+ 9800 \angle -19, 6^{\circ} + 7220 \angle 0^{\circ} = 8320 + j5540 +$$

$$+ 9220 - j3300 + 7220 = 24\ 760 + j2240.$$

$$P = 24, 76\ \text{kW}; \quad Q = 2, 24\ \text{kVAr}$$

un

# $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{24,76^2 + 2,24^2} = 25,1$ kVA.

5-32. attēlā parādīta trīsstūra slēguma spriegumu un strāvu vektoru diagramma mērogā  $m_U = 16 \frac{V}{mm}$  un  $m_I = 16 \frac{A}{mm}$ .

3. Dota 5-33. attēlā parādītā zvaigznes slēguma shēma. Aprēķināt spriegumus un strāvas shēmai ar nullvadu un bez tā. Uzzīmēt pieņemtajā mērogā otrajam gadījumam atbilstošo spriegumu vektoru diagrammu un aprēķināt šo spriegumu simetriskās komponentes.

Atrisinājums.

$$\dot{E}_{A} = 220 \angle 0^{\circ} = 220;$$
  
$$\dot{E}_{B} = 220 \angle -120^{\circ} = 220 \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 - j190;$$
  
$$\dot{E}_{c} = 220 \angle 120^{\circ} = 220 \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 + j190.$$



5-32. att. Trīsstūra slēguma nesimetriskās darbības režīma aprēķina piemēra vektoru diagramma. Shēmai ar nullvadu neitrāļu nobīdes spriegums

$$\dot{U}_{\rm N} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0} = \\ = \frac{220 \cdot \frac{1}{5} + (-110 - j190) \frac{1}{10} + (-110 + j190) \frac{1}{20}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{0,5}} = \\ = \frac{44 - 11 - j19 - 5.5 + j9.5}{2.35} = \frac{27.5 - j9.5}{2.25} = 12 - j4 = 12.6 \angle -18.4^{\circ}.$$



5-33. att. Zvaigznes slēguma nesimetriskās darbības režīma aprēķina piemēra shēma.

Patērētāju zvaigznes fāžu spriegumi un strāvas ir

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N = 220 - 12 + j4 = 208 + j4 = 208 \angle 1^\circ;$$
  
$$\dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_N = -110 - i190 - 12 + i4 = -122 - i186 = -122 - i$$

 $U_B = E_B - U_N = -110 - j190 - 12 + j4 = -122 - j186 =$ = 221 \angle - 123°;

$$\dot{U}_{C} = \dot{E}_{C} - \dot{U}_{N} = -110 + j190 - 12 + j4 = -122 + j194 = 228 \angle 122^{\circ};$$
  

$$\dot{I}_{A} = \dot{U}_{A}Y_{A} = \frac{208 + j4}{5} = 41,6 + j0,8 = 41,6 \angle 1^{\circ};$$
  

$$\dot{I}_{B} = \dot{U}_{B}Y_{B} = \frac{-122 - j186}{10} = -12,2 - j18,6 = 22,1 \angle -123^{\circ};$$
  

$$\dot{I}_{C} = \dot{U}_{C}Y_{C} = \frac{-122 + j194}{20} = -6,1 + j9,7 = 11,4 \angle 122^{\circ};$$
  

$$\dot{I}_{0} = \dot{U}_{N}Y_{0} = \frac{12 - j4}{0,5} = 24 - j8 = 25,2 \angle -18,4^{\circ}$$

vai

$$I_0 = I_A + I_B + I_c = 23,3 - i8,1$$

(nelielā starpība radusies sakarā ar j4 noapaļošanu).

Shēmai bez nullvada spriegumus un strāvas var aprēķināt, pieņemot, ka nullvada vadītspēja  $Y_0=0$ , tad

$$\begin{split} \dot{U}_{\rm N} &= \frac{E_A Y_A + E_B Y_B + E_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{27,5 - j9,5}{0,35} = 78,5 - j27,2 = \\ &= 83 \angle -19,2^\circ; \\ \dot{U}_A &= 220 - 78,5 + j27,2 = 141,5 + j27,2 = 144 \angle 10,8^\circ; \\ \dot{U}_B &= -110 - j190 - 78,5 + j27,2 = -188,5 - j162,8 = \\ &= 250 \angle -149,6^\circ; \\ \dot{U}_C &= -110 + j190 - 78,5 + j27,2 = -188,5 + j217,2 = \\ &= 287 \angle .131^\circ; \\ \dot{I}_A &= \frac{141,5 + j27,2}{5} = 28,3 + j5,4; \\ \dot{I}_B &= \frac{-188,5 - j162,8}{10} = -18,9 - j16,3; \\ \dot{I}_C &= \frac{-188,5 + j217,2}{20} = -9,4 + j10,9; \\ \dot{I}_0 &= \dot{U}Y_0 = 0. \end{split}$$

Pēc aprēķina rezultātiem konstruēta 5-34. attēlā parādītā vektoru diagramma.



5-34. att. Zvaigznes slēguma nesimetriskās darbības režīma aprēķina piemēra vektoru diagramma.

Shēmai bez nullvada fāzes spriegumu nulles secības komponentes ir

$$\dot{U}_{AO} = \dot{U}_{BO} = \dot{U}_{CO} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3} = \frac{141,5 + j27,2 - 188,5 - j162,8 - 188,5 + j217,2}{3} = \frac{-235,5 + j81,6}{3} = -78,5 + j27,2.$$

Fāzes A tiešās secības komponente

$$\begin{split} \dot{U}_{1A} &= \frac{\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C}{3}; \\ a\dot{U}_B &= \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-188,5 - j162,8) = \\ &= 94,3 + j81,4 - j164 + 141 = 235,3 - j82,6; \\ a^2\dot{U}_C &= \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-188,5 + j217,2) = \\ &= 94,3 - j108,6 + j164 + 188 = 282,3 + j55,4; \\ J_{1A} &= \frac{141,5 + j27,2 + 235,3 - j82,6 + 282,3 + j55,4}{3} \approx 220 \end{split}$$

Fāzes A apgrieztās secības komponente

$$\begin{split} \dot{U}_{2A} &= \frac{\dot{U}_A + a^2 \dot{U}_B + a \dot{U}_C}{3}; \\ a^2 \dot{U}_B &= \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (-188, 5 - j162, 8) = \\ &= 94, 3 + j81, 4 + j163 - 141 = -46, 7 + j244, 4; \\ a \dot{U}_C &= \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (-188, 5 + j217, 2) = \\ &= 94, 3 - j108, 6 - j164 - 188 = -93, 7 - j272, 6; \\ \dot{U}_{2A} &= \frac{141, 5 + j27, 2 - 46, 7 + j244, 4 - 93, 7 - j272, 6}{3} \approx 0. \end{split}$$

No aprēķina redzam, ka fāžu spriegumu asimetriju rada vienīgi nulles secības komponente, jo tā ir skaitliski vienāda un darbojas pretējā fāzē ar neitrālu nobīdes spriegumu U<sub>N</sub>.

bojas pretējā fāzē ar neitrāļu nobīdes spriegumu  $U_N$ . 4. Noteikt 5-15. attēlā a parādītā zvaigznes slēguma fāžu spriegumu attiecību  $\frac{U_{BO'}}{U_{CO'}}$ , ja fāzē A ieslēgtā kapacitatīvā pretestība  $Z_A = x_C$  ir vienāda ar fāzēs B un C ieslēgtajām aktīvajām pretestībām r.

A trisinājums. Iezīmējam 5-14. attēlā dotā zvaigznes slēguma potenciālu diagrammā taisnleņķa trīsstūri *DEF*, kura katešu attiecība ir  $\frac{DE}{EF} = \frac{r/2}{x_c} = \frac{1}{2}$ . Savienojot trīsstūra hipotenū-

zas un strāvu pusaploces *DCA* krustpunktu *O'* ar punktiem *B* un *C*, iegūstam zvaigznes slēguma fāžu spriegumu vektorus  $\dot{U}_{BO'}$  un  $\dot{U}_{CO'}$ . Pēc diagrammas šo vektoru garumu attiecība ir  $\frac{BO'}{CO'} = \frac{52}{14} = 3,7$  un līnijas spriegumu vektoru garums ir  $\widetilde{CB} =$ =60 mm. Ja, piemēram, līnijas spriegumi  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} =$ =380 V, tad spriegumu mērogs  $m_U = \frac{380}{60} = 6,33 \frac{\text{V}}{\text{mm}}, U_{BO'} =$  $= m_U \widetilde{BO'} = 6,33 \cdot 52 = 330 \text{ V}$  un  $U_{CO'} = m_U \widetilde{CO'} = 6,33 \cdot 14 = 89 \text{ V}.$ 

## Sestā nodaļa

## NESINUSOIDĀLA STRĀVA

## 6-1. NESINUSOIDĂLU LIELUMU HARMONISKĂS KOMPONENTES

Dažādās vājstrāvas un stiprstrāvas iekārtās darbojas nesinusoidāli elektriskie un magnētiskie lielumi, kurus rada nesinusoidāli EDS vai nelineāras elektriskās kēdes pretestības.

No matemātikas kursa zināms, ka jebkuru nesinusoidālu periodisku funkciju var izteikt ar bezgalīgu sinusoidālu funkciju rindu šādi:

$$f(\omega t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots$$
(6-1)

Rindas pirmo locekli  $A_0$  sauc par nemainīgo komponenti, otro locekli  $A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$  — par pamatsinusoīdu jeb pirmo harmonisko un pārējos rindas locekļus — par augstākajām harmoniskajām jeb par otro, trešo utt. harmoniskajām.

Atverot iekavas, katru harmonisko rindas locekli var sadalīt divās daļās:

> $A_1 \sin(\omega t + \psi_1) = A_1 \sin \omega t \cos \psi_1 + A_1 \cos \omega t \sin \psi_1 =$ =  $B_1 \sin \omega t + C_1 \cos \omega t$ ,

kur  $B_1=A_1\cos\psi_1$  un  $C_1=A_1\sin\psi_1$ . Pārveidojot līdzīgi arī augstākās harmoniskās, iegūstam šādu divlocekļu rindu:

$$f(\omega t) = A_0 + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots + C_1 \cos \omega t + + C_2 \cos 2\omega t + \dots$$
(6-2)

Ja nesinusoidāla lieluma līkne ir simetriska pret koordinātu asīm vai koordinātu sākuma punktu (6-1. att.), tad daži rindas locekļi ir vienādi ar nulli. *Pret abscisu asi simetrisku līkni* (6-1. att. a) raksturo nosacījums

 $f(\omega t) + f(\omega t + \pi) = 0.$ 

Izsakot abas funkcijas ar vienlocekļa rindām un ievērojot, ka otrās funkcijas harmoniskā ar kārtas skaitli k ir  $A_k \sin(k\omega t + \psi_k + k\pi)$ , varam rakstīt, ka

> $A_0 + A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots$ ... + A\_0 - A\_1 \sin(\omega t + \psi\_1) + A\_2 \sin(2\omega t + \psi\_2) - \dots = 0

vai

$$2A_0 + 2A_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots = 0$$

no kurienes

$$A_0 = A_2 = A_4 = \ldots = 0.$$



6-1. att. Pret abscisu asi (a), koordinātu sākuma punktu (b) un ordinātu asi (c) simetriskas līknes.

Tātad pret abscisu asi simetriskas līknes analītiskās izteiksmes rindā ir tikai nepāra kārtas harmoniskās, t. i.,

$$f(\omega t) = A_1 \sin(\omega t + \psi_1) + A_3 \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots = = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots \dots + C_1 \cos \omega t + C_3 \cos 3\omega t + \dots$$
(6-3)

Pret koordinātu sākuma punktu simetrisku līkni (6-1. att. b) raksturo nosacījums

$$f(\omega t) + f(-\omega t) = 0.$$

Izsakot abas funkcijas ar divlocekļu rindām un ievērojot, ka  $\sin -\omega t = -\sin \omega t$ , bet  $\cos -\omega t = \cos \omega t$ , varam rakstīt, ka

 $A_0+B_1\sin\omega t+B_2\sin 2\omega t+\ldots+C_1\cos\omega t+C_2\cos 2\omega t+\ldots$ 

$$\dots + A_0 - B_1 \sin \omega t - B_2 \sin 2\omega t + \dots$$

$$\ldots + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t + \ldots = 0$$

vai

$$2A_0+2C_1\cos\omega t+2C_2\cos 2\omega t+\ldots=0,$$

no kurienes

$$A_0 = C_1 = C_2 = \ldots = 0.$$

Tātad pret koordinātu sākuma punktu simetriskas līknes

14\*

analītiskās izteiksmes rindā ir tikai tie harmoniskie locekļi, kas satur sinusa funkciju:

$$f(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \dots$$
(6-4)

Elektrotehnikā visbiežāk sastopami lielumi, kurus grafiski attēlo liknes, kas simetriskas pret abscisu asi un koordinātu sākuma punktu. Pēc formulām (6-3) un (6-4) šādas līknes analītiskās izteiksmes rindā ir tikai nepāra kārtas harmoniskie locekļi, kas satur sinusa funkciju, t. i.,

$$f(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t + B_5 \sin 5\omega t + \dots$$
(6-5)

Ieslēdzot ķēdē elektrisko ventili, iegūst strāvu un spriegumu, kurus grafiski attēlo *liknes, kas ir simetriskas pret ordinātu asi* (6-1. att. c). Šādas līknes raksturo nosacījums

 $f(\omega t) - f(-\omega t) = 0.$ 

Izsakot abas funkcijas ar divlocekļu rindām, varam rakstīt, ka

$$_0+B_1\sin\omega t+B_2\sin 2\omega t+\ldots+C_1\cos\omega t+C_2\cos 2\omega t+\ldots$$

$$\dots -A_0 + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots$$

 $\ldots - C_1 \cos \omega t - C_2 \cos 2\omega t - \ldots = 0$ 

vai

 $2B_1 \sin \omega t + 2B_2 \sin 2\omega t + \ldots = 0,$ 

no kurienes

A

 $B_1 = B_2 = \ldots = 0.$ 

Tātad pret ordinātu asi simetriskas līknes rindā ir nemainīgā komponente un tie harmoniskie locekļi, kas satur kosinusa funkciju, t. i.,

$$f(\omega t) = A_0 + C_1 \cos \omega t + C_2 \cos 2\omega t + \dots$$
(6-6)

Dažādas trigonometrisko rindu analītiskās un grafiskās aprēķina metodes aplūko matemātikas kursā, kur ir noskaidrots, ka rindas sinusa un kosinusa funkcijas saturošo locekļu koeficientus var aprēķināt pēc šādām sakarībām:

$$B_{k} = \frac{2}{T} \int_{0}^{\infty} f(\omega t) \sin(k\omega t) dt$$

un

$$C_{k} = \frac{2}{T} \int_{0}^{t} f(\omega t) \cos(k\omega t) dt.$$

Ar oscilogrāfu eksperimentāli iegūtas līknes parasti nevar izteikt ar analītiskiem vienādojumiem, un tāpēc tās nevar ana-
lizēt ar integrēšanu. Tādos gadījumos var lietot aritmētisko analizi, sadalot līknes periodu n vienādās daļās un atvietojot integrāli ar summu. Trigonometriskās rindas sinusa un kosinusa funkcijas saturošo locekļu koeficientus tad nosaka pēc formulām, kas iegūtas no dotajām integrāļu izteiksmēm:

$$B_{k} = \frac{2}{T} \Sigma f(\omega t) \cdot \sin(k\omega t) \cdot \frac{T}{n},$$
$$C_{k} = \frac{2}{T} \Sigma f(\omega t) \cdot \cos(k\omega t) \cdot \frac{T}{n}$$

vai

$$B_{k} = \frac{2}{n} \Sigma f(\omega t) \cdot \sin(k\omega t),$$

$$C_{k} = \frac{2}{n} \Sigma f(\omega t) \cdot \cos(k\omega t).$$
(6-7)

Ja līkne ir simetriska pret abscisu asi, tad summu var ņemt pusperioda robežās. Ja bez tam līkne ir simetriska arī pret koordinātu sākuma punktu, tad summu pietiek ņemt tikai ceturtda]perioda robežās.

**Piemērs.** Noteikt harmoniskās komponentes 6-2. attēlā parādītajai liknei. Dotā likne ir simetriska pret abscisu asi, tāpēc pietiek aplukot tikai vienu tās pusperiodu, sadalot to n=10 vienādās daļās. Punktiem 0, 1, 2...10 aprēķinātie reizinājumi  $f(\omega t) \cdot \sin(k\omega t)$  un  $f(\omega t) \cdot \cos(k\omega t)$  pamatsinusoīdai un trešai harmoniskai doti 6-1. tabulā.

6-1. tabula

| -21  |   | k=1   |   |  |   |  |   | k=3  |  |   |   |  |  |
|--|---|---|---|--|---|--|---|--|--|---|---|--|--|
| Nr. p. k.  | -f (mt)   | œŕ  | sin of  | cos wt   | f (wt)×<br>×sin wt  | f (mt)×<br>×cos mt   | 3œf   | sin 3 <i>mt</i>  | cos 3at  | f (wl)×<br>×sin 3wf   | f (mt)×<br>×cos 3mt   |  |  |
| 0<br>1<br>2<br>3<br>4<br>5<br>6<br>7<br>8<br>9<br>10 | 0<br>30<br>44<br>55<br>87<br>100<br>90<br>60<br>35<br>0 | 0°<br>18°<br>36°<br>54°<br>72°<br>90°<br>108°<br>126°<br>144°<br>162°<br>180° | 0<br>0,309<br>0,588<br>0,809<br>0,951<br>1,000<br>0,951<br>0,809<br>0,588<br>0,309<br>0 | $\begin{array}{c} 1,000\\ 0,951\\ 0,809\\ 0,588\\ 0,309\\ 0\\ -0,309\\ -0,588\\ -0,809\\ -0,951\\ -1,000\end{array}$ | 0<br>9,3<br>25,9<br>43,7<br>61,8<br>87,0<br>95,1<br>72,9<br>35,3<br>10,8<br>0 | $\begin{array}{r} 0\\ 28,5\\ 35,6\\ 31,7\\ 20,2\\ 0\\ -30,9\\ -53,0\\ -48,5\\ -33,4\\ 0\\ \end{array}$ | 0°<br>54°<br>108°<br>162°<br>216°<br>270°<br>324°<br>378°<br>432°<br>486°<br>540° | 0<br>0,809<br>0,951<br>0,309<br>-0,588<br>-1,000<br>-0,809<br>0,309<br>0,951<br>0,809<br>0 | $\begin{array}{c} 1,000\\ 0,588\\ -0,309\\ -0,951\\ -0,809\\ 0\\ 0,588\\ 0,951\\ 0,309\\ -0,588\\ -1,000\end{array}$ | $\begin{array}{r} 0\\ 24,2\\ 41,8\\ 16,7\\ -38,2\\ -87,0\\ -80,9\\ 27,7\\ 57,1\\ 28,2\\ 0\end{array}$ | $\begin{array}{r} 0\\ 17,6\\ -13,6\\ -51,3\\ -52,4\\ 0\\ 58,8\\ 85,8\\ 18,6\\ -21,6\\ 0\end{array}$ |  |  |
| Σ  |   | 1.6   |   |  | 441,8   | -49,8  |   | Real and   | 135  | -4,4  | 41,9  |  |  |

Pēc formulām (6-7) tad varam rakstīt, ka

$$B_{1} = \frac{2}{n} \sum_{i} f(\omega t) \cdot \sin \omega t = \frac{2}{10} \cdot 441.8 = 88.36,$$

$$C_{1} = \frac{2}{n} \sum_{i} f(\omega t) \cdot \cos \omega t = -\frac{2}{10} \cdot 49.8 = -9.96,$$

$$B_{3} = \frac{2}{n} \sum_{i} f(\omega t) \cdot \sin 3\omega t = -\frac{2}{10} \cdot 4.4 = -0.88$$

un

$$C_3 = \frac{2}{n} \Sigma f(\omega t) \cdot \cos 3\omega t = \frac{2}{10} \cdot 41,9 = 8,38.$$

Tātad 6-2. attēlā parādītajai līknei atbilst šāda rinda:

 $f(\omega t) = 88,36 \sin \omega t - 0,88 \sin 3\omega t + \dots - 9,96 \cos \omega t + 8,38 \cos 3\omega t - \dots$ 



6-2. att. Harmonisko komponenšu aprēķina piemērs.

Dažu vienkāršāku līkņu trigonometriskās rindas dotas 6-2. tabulā.

Šeit jāatzīmē, ka trapeces veida līknei ir dažādi speciālgadījumi. Tā, piemēram, ja  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , tad iegūst trīsstūra formas līkni; ja  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ , tad rinda nesatur trešo harmonisko un tās daudzkārtņus, t. i., 9., 15., 21.... harmonisko.

6-2. tabula



## 6-2. MODULĒTAS SVĀRSTĪBAS

Sinusoidālu lielumu  $f(t) = A_m \sin(\omega t + \psi)$  nosaka trīs parametri: amplitūda Am, leņķiskā frekvence ω un sākuma fāze ψ. Ja viens no šiem parametriem mainās, tad iegūst modulētas svārstības ar amplitūdu, frekvences vai fāzes modulāciju.





Amplitūdas modulācijas gadījumā amplitūda mainās pēc sakarības  $A_m = A_{1m}(1 + m \cos \Omega t)$  un modulētas svārstības izsaka ar šādu vienādojumu:

$$f(t) = A_{1m}(1 + m\cos\Omega t)\sin(\omega t + \psi), \qquad (6-8)$$

kur A<sub>1m</sub> — nemodulēto svārstību amplitūda,

m — modulācijas koeficients,

 $\Omega$  — modulācijas frekvence,

- nesējfrekvence. 0)

Modulācijas frekvence ir daudz mazāka par nesējfrekvenci, tāpēc modulēto svārstību līknei ir 6-3. attēlā parādītais veids. Pārveidojot formulu (6-8), iegūstam šādu sakarību:

$$f(t) = A_{1m} \sin(\omega t + \psi) - A_{2m} (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t),$$

kur  $A_{2m} = \frac{mA_{1m}}{2}$ ,  $\omega_1 = \omega + \Omega$  un  $\omega_2 = \omega - \Omega$ . Sādā veidā izteiktas

modulētās svārstības var aplūkot kā triju sinusoidālu svārstību summu, kurām ir konstantas amplitūdas un frekvences attiecīgi  $\omega$ ,  $\omega_1$  un  $\omega_2$ . Frekvences  $\omega_1$  un  $\omega_2$  sauc par sänfrekvencem. Minētās modulēto svārstību komponentes grafiski attēlo ar 6-4. attēlā parādītajiem rotējošiem vektoriem vai frekvenču spektru.



6-4. att. Amplitūdas modulācijas svārstību attēlošana ar rotējošiem vektoriem un frekvenču spektru.

Amplitūdas modulāciju izmanto radiopārraidēs, modulējot lampu ģeneratorā radīto nesējfrekvenci  $\omega$  ar skaņas radītajām modulācijas frekvencēm  $\Omega$ . Pēdējās aizņem veselu joslu, tāpēc divu sānfrekvenču vietā iegūst divas sānjoslas. Tā, piemēram, radiofonijā modulācijas frekvence

aizņem joslu no 50 līdz 5000 Hz (6-5. att.).





6-5. att. Frekvenću spektrs radiofonijā.



Modulētajām svārstībām pēc rakstura līdzīgas ir *interjeren*ces svārstības. Tās iegūst, saskaitot divas sinusoidālas svārstības ar vienādām amplitūdām un maz atšķirīgām frekvencēm:

$$f(t) = A_{\rm m} (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t) =$$
$$= 2A_{\rm m} \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) = 2A_{\rm m} \cos \Omega t \sin \omega t$$

kur  $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$  un  $\Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ .

So svārstību līkne ir sinusoīda ar frekvenci  $\omega$ , un tās amplitūda mainās ar frekvenci  $\Omega$  (6-6. att.).

Interferences svārstības izmanto, piemēram, saslēdzot paralēlai darbībai (sinhronizējot) divus maiņstrāvas ģeneratorus. Ja abu ģeneratoru frekvences nedaudz atšķiras, tad atslēgtam slēdzim paralēli pievienotas kvēlspuldzes periodiski kvēlo un nodziest ar interferences frekvenci.

## 6-3. NESINUSOIDĀLAS STRĀVAS ĶĒDES APREĶĪNS

Aplūkosim gadījumu, kad nesinusoidālu strāvu rada nesinusoidāls EDS. Sādu EDS var izteikt kā sinusoidālu EDS summu, tāpēc nesinusoidālu EDS avotu var aizvietot ar sinusoidālu EDS avotu virknes slēgumu (6-7. att.).

Sinusoidāls EDS ar kārtas skaitli k ķēdē rada sinusoidālu strāvu

$$I_{k} = \frac{E_{k}}{\sqrt{r^{2} + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^{2}}}.$$

No vienādojuma redzam, ka, pieaugot harmoniskās komponentes kārtas skaitlim k, ķēdes induktīvā pretestība  $k_{\omega}L$  palielinās,

bet kapacitatīvā pretestība  $\frac{1}{k\omega C}$  samazinās. Ķēdē ar induktīvu pretestību strāvas līknei augstākās harmoniskās tāpēc ir mazāk izteiktas, bet ķēdē ar kapacitatīvu pretestību — vairāk izteiktas nekā EDS līknei.



6-7. att. Nesinusoidāla EDS avota ekvivalentie EDS avoti.

Virsmas efekta dēļ aktīvā pretestība r augstākajām harmoniskajām ir lielāka, bet ķēdē ar zemu frekvenci un maziem vadu šķērsgriezuma laukumiem virsmas efekts ir neievērojams un aktīvo pretestību var pienemt par konstantu (sk. 4-3, §).

Nesinusoidālas strāvas efektīvo vērtību var noteikt pēc sakarības

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} i^2 dt},$$

kur momentānās vērtības kvadrāts *i*<sup>2</sup> ir vienāds ar harmonisko komponenšu momentāno vērtību summas kvadrātu:

$$i^2 = (I_0 + i_1 + i_2 + \ldots)^2$$

Atverot iekavas, iegūstam polinomu, kas satur visu locekļu kvadrātu summu un katra locekļa divkāršotu reizinājumu ar pārējiem locekļiem, t. i.,

$$i^2 = I_0^2 + i_1^2 + i_2^2 + \ldots + 2I_0i_1 + 2I_0i_2 + \ldots + 2i_1i_2 + \ldots$$

Divu dažādas frekvences sinusoidālu lielumu reizinājuma vidējās vērtības integrālis vienāds ar nulli, piemēram,

$$\int_{0}^{T} \sin \omega t \sin 2\omega t = \int_{0}^{T} \frac{\cos \omega t - \cos 3\omega t}{2} = 0,$$

tāpēc

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} (I_0^2 + i_1^2 + i_2^2 + \ldots)}$$

 $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$ 

(6-9)

vai

Pēc analoģiskas formulas var aprēķināt arī nesinusoidāla sprieguma eļektīvo vērtību:

$$U = \gamma U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots$$

Nesinusoidālas strāvas aktīvā jauda ir vienāda ar mainīgās jaudas p=ui vidējo vērtību, t. i.,

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u i dt,$$

kur  $ui = (U_0 + u_1 + u_2 + ...) (I_0 + i_1 + i_2 + ...)$ . Atverot iekavas, iegūstam šādu polinomu:

$$ui = U_0 I_0 + u_1 i_1 + u_2 i_2 + \ldots + U_0 i_1 + U_0 i_2 + \ldots$$
$$\ldots + u_1 I_0 + u_1 i_2 + \ldots + u_2 I_0 + u_2 i_1 + \ldots$$

levērojot, ka divu dažādas frekvences sinusoidālu lielumu reizinājuma vidējā vērtība ir vienāda ar nulli, iegūstam, ka

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{t} (U_0 I_0 + u_1 i_1 + u_2 i_2 + \dots) dt =$$
  
=  $U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots$ 

vai

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots \tag{6-10}$$

Tāpat kā sinusoidālas strāvas gadījumā, arī šeit lieto fiktīvus aprēķina lielumus — reaktīvo jaudu un pilno jaudu:

$$Q = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots$$
 (6-11)

vai

 $Q = Q_1 + Q_2 \dots$ 

un

$$S = \sqrt{(U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots) (I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots)} = UI. \quad (6-12)$$

Sakarība  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$  ir spēkā tikai tad, ja sprieguma un strāvas līknēm ir vienāds veids.

Nesinusoidālas strāvas aktīvās jaudas attiecību pret pilno jaudu sauc par *jaudas koeficientu*:

$$\frac{P}{S} = \cos \varphi, \qquad (6-13)$$

kur  $\varphi$  ir fiktīvs aprēķina leņķis, jo nesinusoidālus lielumus nevar attēlot ar rotējošiem vektoriem, un tāpēc šeit nepastāv fāžu nobīdes leņķa jēdziens. Nesinusoidāla sprieguma un strāvas līknes var aizstāt ar sinusoīdām, kuru efektīvās vērtības vienādas ar U un I, bet fažu nobīdes leņķis ir  $\varphi$ .

**Piemērs.** Virknē saslēgtā ķēde ar  $r=8 \Omega$  un L=6,4 mH pievienota avotam ar nesinusoidālu spriegumu  $u=100 \sin \omega t+40 \sin 3\omega t$ , kur  $\omega=314 \frac{1}{2}$ . Tad

$$\begin{split} U_1 &= \frac{U_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 71 \text{ V}; \\ z_1 &= \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{8^2 + (314 \cdot 6, 4 \cdot 10^{-3})^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 8,3 \Omega; \\ I_1 &= \frac{U_1}{z_1} = \frac{71}{8,3} = 8,6 \text{ A}; \\ \cos \varphi_1 &= \frac{r}{z_1} = \frac{8}{8,3} = 0,965; \quad \sin \varphi_1 = \frac{\omega L}{z_1} = \frac{2}{8,3} = 0,242; \\ P_1 &= U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 71 \cdot 8,6 \cdot 0,965 = 590 \text{ W}; \\ Q_1 &= U_1 I_1 \sin \varphi_1 = 71 \cdot 8,6 \cdot 0,242 = 147 \text{ VAr}; \\ U_3 &= \frac{U_{m3}}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = 28 \text{ V}; \\ z_3 &= \sqrt{r_3^2 + (3\omega L)^2} = \sqrt{8^2 + (3 \cdot 314 \cdot 6, 4 \cdot 10^{-3})^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Omega; \\ I_3 &= \frac{U_3}{z_3} = \frac{28}{10} = 2,8 \text{ A}; \\ \cos \varphi_3 &= \frac{r}{z_3} = \frac{8}{10} = 0,8; \quad \sin \varphi_3 = \frac{3\omega L}{z_3} = \frac{6}{10} = 0,6; \\ P_3 &= U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 28 \cdot 2,8 \cdot 0,8 = 63 \text{ W}; \\ Q_3 &= U_3 I_3 \sin \varphi_3 = 28 \cdot 2,8 \cdot 0,6 = 47 \text{ VAr}; \\ U &= \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = \sqrt{71^2 + 28^2} = 76 \text{ V}; \\ I &= \sqrt{U_1^2 + I_3^2} = \sqrt{8,6^2 + 2,8^2} = 9,1 \text{ A}; \\ P &= P_1 + P_3 = 590 + 63 = 653 \text{ W}; \quad Q = Q_1 + Q_3 = 147 + 47 = 194 \text{ VAr}; \\ S &= UI = 76 \cdot 9,1 = 692 \text{ VA}; \quad \cos \varphi = \frac{r}{S} = \frac{653}{692} = 0,945. \end{split}$$



6-8. att. Spriegumu rezonanse nesinusoidālas strāvas ķēdē.

Nesinusoidālas strāvas ķēdē *spriegumu rezonanse* iestājas, ja  $k\omega_0 L = \frac{1}{k\omega_0 C}$ ; šādas ķēdes rezonanses frekvence

 $\omega_0 = \frac{1}{k\sqrt{LC}}.$ 

No formulas redzam, ka augstākajām harmoniskajām ar lielāku kārtas skaitli k rezonanse iestājas zemākas frekvences gadījumā. Saskaitot harmonisko rezonanses līkņu ordinātes, iegūst rezultējošo rezonanses līkni  $I(\omega)$  ar vairākiem maksimumiem (6-8. att.).

## 6-4. TRÍSFÄZU KEDES AUGSTÄKÄS HARMONISKÄS

Ja trīsfāžu sistēmas EDS līknes ir simetriskas pret abscisu asi un koordinātu sākumu, tad to analītiskās izteiksmes rindās ir tikai nepāra kārtas harmoniskie locekļi, kas satur sinusa funkcijas, un harmoniskās ar kārtas skaitli k var noteikt pēc šādiem vienādojumiem:

> $e_{Ah} = E_{mh} \sin k \omega t,$   $e_{Bh} = E_{mh} \sin k (\omega t - 120^{\circ}),$  $e_{Ch} = E_{mh} \sin k (\omega t + 120^{\circ}).$

Ievietojot vienādojumos k=1, 3, 5, 7, 9... un ievērojot, ka

 $3 \cdot 120^{\circ} = 360^{\circ} = 0^{\circ},$   $5 \cdot 120^{\circ} = 600^{\circ} - 360^{\circ} = 240^{\circ},$   $7 \cdot 120^{\circ} = 840^{\circ} - 2 \cdot 360^{\circ} = 120^{\circ},$  $9 \cdot 120^{\circ} = 1080^{\circ} - 3 \cdot 360^{\circ} = 0^{\circ},$ 

iegūstam šādas sakarības:

$$\begin{split} e_{A1} = & E_{m1} \sin \omega t, \quad e_{B1} = E_{m1} \sin (\omega t - 120^\circ), \\ & e_{C1} = E_{m1} \sin (\omega t + 120^\circ), \\ & e_{A3} = E_{m3} \sin 3\omega t, \quad e_{B3} = E_{m3} \sin 3\omega t, \\ & e_{C3} = E_{m3} \sin 3\omega t, \quad e_{C3} = E_{m3} \sin 3\omega t, \\ & e_{A5} = E_{m5} \sin 5\omega t, \quad e_{B5} = E_{m5} \sin (5\omega t - 240^\circ), \\ & e_{C5} = E_{m5} \sin (5\omega t + 240^\circ), \\ & e_{A7} = E_{m7} \sin 7\omega t, \quad e_{B7} = E_{m7} \sin (7\omega t - 120^\circ), \end{split}$$

 $e_{C7} = E_{m7} \sin (7\omega t + 120^\circ),$   $e_{A9} = E_{m9} \sin 9\omega t, \quad e_{B9} = E_{m9} \sin 9\omega t,$  $e_{C9} = E_{m9} \sin 9\omega t.$ 

Vienādojumiem atbilst 6-3. tabulā parādītā fāžu secība.

6-3. tabula

| k              | 1     | 3     | 5 | 7   | 9'  |  |
|----------------|-------|-------|---|-----|-----|--|
| Fāžu<br>secība | c A B | A B C | B | C B | ABC |  |

No vienādojumiem un tabulas redzam, ka fāžu EDS trešajām harmoniskajām un to daudzkārtņiem — 9., 15., 21., ... harmoniskajai ir nulles secība; 1., 7., 13., ... harmoniskajai ir tiešā secība; 5., 11., ... harmoniskajai ir apgrieztā secība.

Aplūkosim trīsfāžu ķēdi, kurā avota fāzes EDS satur nepāra kārtas harmoniskās:

$$E_{f} = \sqrt{E_{1}^{2} + E_{3}^{2} + E_{5}^{2} + \dots}$$

Saslēdzot avota fāzes zvaigznē, līnijas spriegumi kā fāžu EDS geometriskā starpība nesatur nulles secības harmoniskās:

 $U_l = \sqrt{3}\sqrt{E_1^2 + E_5^2 + \ldots} < \sqrt{3}E_f.$ 

Tā, piemēram, ja  $E_1 = 100$  V,  $E_3 = 30$  V un  $E_5 = 10$  V, tad

 $E_{\rm f} = \sqrt{100^2 + 30^2 + 10^2} = 112 \text{ V}$ 

un

$$U_l = \sqrt{3}\sqrt{100^2 + 10^2} = 177 < \sqrt{3} \cdot 112 = 194$$
 V.

Simetrisku fāžu strāvu gadījumā strāvai nullvadā ir tikai nulles secības harmoniskās:

$$I_0 = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + \dots}$$
,

jo pārējo harmonisko summa ir vienāda ar nulli. Pārtraucot nullvadu, tā strāva

 $I_0 = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + \ldots} = 0$ 

un

$$I_3 = I_9 = \ldots = 0,$$

tāpēc fāžu un līnijas strāvas, kā arī patērētāja fāžu spriegumi nesatur nulles secības harmoniskās:

$$I_l = I_f = \gamma I_1^2 + I_5^2 + \dots$$
 un  $U_f = \gamma U_1^2 + U_5^2 + \dots$ .

Sādos apstākļos starp avota un patērētāja neitrālajiem punktiem rodas nobīdes spriegums

$$U_{\rm N} = \gamma U_3^2 + U_9^2 + \dots ,$$

kur pēc formulas (5-6), piemēram,

$$\dot{U}_3 = \frac{(\dot{U}_{A3} + \ddot{U}_{B3} + \ddot{U}_{C3})Y_3}{3Y_3} = \dot{U}_{A3},$$

jo simetriskā darbības režīmā  $\dot{U}_{A3} = \dot{U}_{B3} = \dot{U}_{C3}$ .

Analoģiski var aprēķināt arī trešās harmoniskās daudzkārtņus.

Saslēdzot *avota fāzes trīsstūrī*, pēc 6-9. attēla shēmas ieslēgtais voltmetrs uzrāda fāžu EDS nulles secības harmonisko trīskāršu vērtību:

$$U = 3\sqrt{E_3^2 + E_9^2 + \dots}$$

Noslēdzot trīsstūra tinumu, tajā plūst strāva

$$I = \gamma I_3^2 + I_9^2 + \dots$$

 $I_3 = \frac{3E_3}{3z_3} = \frac{E_3}{z_3}, \quad I_9 = \frac{E_9}{z_9}...$ 

kur

t

Nulles secības strāvu radītie sprieguma kritumi noslēgtā trīsstūra tinumā līdzsvarojas ar fāžu EDS:

$$I_3 z_3 = E_3, \quad I_9 z_9 = E_9 \dots,$$

6-9. att. Avota fāžu EDS nulles secības harmonisko komponenšu noteikšana ar voltmetru.



tāpēc avota trīsstūra slēgumā fāžu un līnijas spriegumi nesatur nulles secības harmoniskās, t. i.,

$$U_1 = U_1 = \sqrt{E_1^2 + E_5^2 + \dots}$$

Pieslēdzot trīsstūrī saslēgtajam avota tinumam simetrisku slodzi, līnijas strāvām nav nulles secības harmoniskās un tās ir mazākas nekā sinusoidālu strāvu gadījumā:

$$I_1 = \sqrt{3}\sqrt{I_1^2 + I_5^2 + \ldots < \sqrt{3}I_f}.$$

#### 6-5. ELEKTRISKIE FILTRI

Par elektrisko filtru sauc pasīvu četrpolu, kas dažu frekvenču svārstības laiž cauri ar mazu vājinājumu, bet citu frekvenču svārstības gandrīz pilnīgi aiztur. Pieslēdzot filtra ieejas spailēm nesinusoidāla sprieguma avotu, izejas spailēm pieslēgtajā slodzes pretestībā var iegūt strāvu, kuras līkne atšķiras no avota sprieguma līknes.

Pēc uzbūves izšķir reaktīvos, bezindukcijas un pjezoelektriskos filtrus. Aplūkosim reaktīvos filtrus, kurus izveido no spolēm un kondensatoriem.

Pēc nozīmes izšķir zemo un augsto frekvenču, kā arī joslas caurlaides un sprostfiltrus. 6-10. attēlā parādītas zemo un augsto frekvenču filtru L, T un II veida shēmas. Aplūkojot šo filtru darbību, jāņem vērā, ka induktivitāte izrāda mazu pretestību zemām frekvencēm, bet kapacitāte — augstām frekvencēm. Tāpēc, ieslēdzot virknē ar slodzes pretestību induktivitāti un paralēli kapacitāti, iegūst zemo frekvenču filtru ar caurlaides joslu (mazu vājinājumu) frekvencēm no 0 līdz  $\omega_1$ , bet, ieslēdzot virknē ar slodzes pretestību kapacitāti un paralēli induktivitāti, iegūst augsto frekvenču filtru ar caurlaides joslu frekvencēm no  $\omega_1$  līdz bezgalībai.

Lai noskaidrotu šo filtru darbību, aplūkosim, piemēram, gadījumu, kad L veida shēmas zemo frekvenču filtra ieejas spai-



6-10. att. Zemo (a) un augsto (b) frekvenču filtri.

lēm no taisngrieža pievadīts divpusīgi taisngriezts pulsējošs līdzspriegums (6-11. att.). Pēc 6-2. tabulas 6. ailes datiem šādam spriegumam ir nemainīgā komponente un pāra kārtas harmoniskie locekļi, kas satur kosinusa funkciju:

$$u = \frac{2}{\pi} U_{\rm m} + \frac{4}{3\pi} U_{\rm m} \cos 2\omega t - \frac{4}{15\pi} U_{\rm m} \cos 4\omega t + \frac{4}{35\pi} U_{\rm m} \cos 6\omega t - \dots$$

Praktiska nozīme ir pirmajiem diviem rindas locekļiem, jo pārējo locekļu amplitūdas ir neievērojamas.



6-11. att. Zemo frekvenču filtra darbības piemērs.

Sprieguma nemainīgā komponente  $U_0 = \frac{2}{\pi} U_m$  rada strāvu  $I_0$ tikai spolē un slodzes pretestībā, jo kondensatoram līdzstrāvas gadījumā piemīt bezgalīgi liela pretestība. Maiņspriegums ar efektīvo vērtību  $U_2 = \frac{4}{3\sqrt{2\pi}} U_m$  un frekvenci  $2\omega$  rada strāvu  $I_2$ spolē un kondensatorā, jo pie šādas frekvences slodzes pretestība ir daudz lielāka par kondensatora kapacitatīvo pretestību. Neievērojot nelielo maiņstrāvu slodzes pretestībā un līdzsprieguma zudumus spolē, var pieņemt, ka strāvu slodzes pretestībā nosaka divi spriegumi — līdzspriegums  $U_0$  un kondensatora spriegums

$$U_{C} = I_{2}x_{C} = \frac{U_{2}}{x_{L} - x_{C}} \cdot x_{C} = \frac{U_{2}}{2\omega L - \frac{1}{2\omega C}} \cdot \frac{1}{2\omega C} = \frac{U_{2}}{4\omega^{2}LC - 1}$$

vai

$$U_c = \frac{4U_{\rm m}}{3\sqrt{2}\pi (4\omega^2 L C - 1)}.$$

Strāvas kvalitāti slodzes pretestībā raksturo pulsāciju koeficients

$$\beta = \frac{\text{mainīgā sprieguma komponente}}{\text{nemainīgā sprieguma komponente}} = \frac{U_c}{U_0}$$

15 - A. Lielturks

Ievietojot atrastās  $U_c$  un  $U_0$  nozīmes formulā, iegūstam, ka

$$\beta = \frac{\sqrt{2}}{3(4\omega^2 L C - 1)} = \frac{0,47}{4\omega^2 L C - 1} \,.$$

No formulas redzam, ka 1) bez filtra (L=C=0) pulsāciju koeficients  $\beta=0,47$ ; 2) izfiltrējot otro harmonisko, pulsāciju koeficients samazinās  $4\omega^2 L C - 1$  reizes; 3) ja  $4\omega^2 L C = 1$ , tad otrās harmoniskās frekvence ir vienāda ar ķēdes rezonanses frekvenci,  $\beta = \infty$  un filtrs pulsācijas nevis samazina, bet gan pastiprina.

Izveidojot filtru no *n* vienādām L veida shēmas pakāpēm, pulsāciju koeficientu var aprēķināt pēc šādas formulas:

$$\beta_2 = \frac{\beta_1}{(k^2 \omega^2 L C - 1)^n}, \qquad (6-14)$$

· kur β<sub>1</sub> — filtram pievadīto pulsāciju koeficients,

β<sub>2</sub> — pulsāciju koeficients slodzes pretestībā,

 $\omega$  — maiņstrāvas leņķiskā frekvence  $\left(\frac{1}{\omega}\right)$ ,

L — filtra induktivitāte (H),

C — filtra kapacitāte (F),

 k — izfiltrējamās harmoniskās komponentes kārtas numurs.

Divpusīgi taisngrieztam līdzspriegumam  $\beta_1$ =0,47, vienpusīgi taisngrieztam līdzspriegumam  $\beta_1$ =1,21.

**Piemērs.** Vienpakāpes zemo frekvenču L veida shēmas filtram ar L=4 Hun  $C=30 \,\mu\text{F}$  no taisngrieža pievadīts divpusīgi taisngriezts līdzspriegums, kura leņķiskā frekvence  $\omega=314 \frac{1}{2}$ .

Tādā gadījumā pēc formulas (6-14) pulsāciju koeficients slodzes pretestībā ir 0.47 0.47

$$\beta_2 = \frac{1}{4 \cdot 314^2 \cdot 4 \cdot 30 \cdot 10^{-6} - 1} = \frac{1}{47,5-1} = 0.01.$$



6-12. att. Joslas caurlaides filtrs (a) un sprostfiltrs (b).

Joslas caurlaides un sprostfiltru L, T un  $\Pi$  veida shēmas parādītas 6-12. attēlā. Aplūkojot šo filtru darbību, jāņem vērā, ka rezonanses gadījumā spoles un kondensatora virknes slēgumam ir minimāla, bet paralēlajam slēgumam maksimāla pretestība. Tāpēc, ieslēdzot virknē ar slodzes pretestību L un C virknes slēgumu un paralēli tai paralēlo slēgumu, iegūst joslas filtru ar caurlaides joslas frekvencēm no  $\omega_{01}$  līdz  $\omega_{02}$ . Ieslēdzot turpretī virknē ar slodzes pretestību L un C paralēlo slēgumu un paralēli tai virknes slēgumu, iegūst sprostfiltrus ar sprostjoslas frekvencēm no  $\omega_{01}$  līdz  $\omega_{02}$ .

Elektriskos filtrus plaši izmanto dažādās vājstrāvas un stiprstrāvas iekārtās. Pirmo reizi filtrus izmantoja Krievijā 1880. gadā kara inženieris Ignatjevs, pārraidot vienlaicīgi pa vienu vadu telegrāfa un telefona signālus.

## 6-6. SPOLE AR TERAUDA SERDI

Nesinusoidālu strāvu un spriegumu var radīt ne vien nesinusoidāls EDS, bet arī nelineāri elektriskās ķēdes elementi, piemēram, spoles ar tērauda serdēm un elektriskie ventiļi (sk. 9. nodaļu).

Praksē bieži sastopamas ķēdes, kurās darbojas spoles ar tērauda serdēm (elektrisko mašīnu un transformatoru tinumi, droseles u. c.). Noskaidrojot šādas spoles darbību, sākumā neievērosim tās tinuma aktīvo pretestību, izkliedes plūsmu un zudumus serdē. Spoles darbību tad var attēlot ar 6-13. attēlā parādīto vektoru diagrammu. No diagrammas redzam, ka strāva I un tās radītā magnētiskā plūsma ar amplitūdu  $\Phi_m$ nosebojas fāzē pret spriegumu U par 90°, bet plūsmas inducētais E ir skaitliski vienāds ar spriegumu un darbojas tam pretejā fāzē.

Ja ir doti attēlā uzrādītie konstruktīvie lielumi un serdes magnetizēšanas līkne, tad magnētiskās plūsmas amplitūdu un



6-13. att. Spole ar tērauda serdi (a) un tās vienkāršota vektoru diagramma (b).

15\*

strāvu var noteikt pēc šādām sakarībām:

$$\Phi_{\rm m} = \frac{U}{4,44 f \omega}, \quad B_{\rm m} = \frac{\Phi_{\rm m}}{S} \quad {\rm un} \quad I_{\rm m} = \frac{H_{\rm m} l}{\omega}.$$

Ja magnētiskās indukcijas amplitūda  $B_m$  pārsniedz magnētizēšanas līknes taisnās daļas robežas, tad sinusoidālajai magnētiskajai plūsmai un spriegumam atbilst nesinusoidāla strāva ar smailu līkni un izteiktu trešo harmonisko (6-14. att.).



6-14. att. Sinusoidālai magnētiskajai plūsmai atbilstošā nesinusoidālā strāva.

Nesinusoidālas strāvas gadījumā vektora I garums 6-13. attēla diagrammā ir proporcionāls strāvas līknes  $i(\omega t)$  ekvivalentās sinusoīdas efektīvajai vērtībai I. Pēdējo nosaka, dalot strāvas līknes amplitūdu  $I_m$  ar *amplitūdas koeficientu*  $\sqrt{2\xi}$ , t. i.,

$$I = \frac{I_{\rm m}}{\sqrt{2\xi}}.$$

Korekcijas koeficients  $\xi$  ir atkarīgs no strāvas amplitūdai atbilstošās maksimālās indukcijas  $B_{\rm m}$ , un to var noteikt pēc 6-15. attēlā parādītās līknes.

Zināmos gadījumos spolē ar piesātinātu serdi strāva var būt sinusoidāla. Tā, piemēram, pārtraucot zvaigznes slēgumā nullvadu, strāvas trešā harmoniskā nav iespējama. Ja šādos apstākļos augstākās harmoniskās ir neievērojamas, tad strāva ir gandrīz sinusoidāla, bet magnētiskā plūsma kļūst nesinusoidāla ar lēzenu līkni un izteiktu trešo harmonisko (6-16. att.).

Nesinusoidāla magnētiskā plūsma inducē spoles tinumā nesinusoidālu EDS, tāpēc sprieguma un EDS vektoru garumi ir vienādi ar EDS līknes ekvivalentās sinusoīdas efektīvo vērtību.

Aplūkoto gadījumu var izmantot frekvences trīskāršošanai, saslēdzot triju vienfāzes transformatoru primāros tinumus zvaigznē bez nullvada, bet sekundāros tinumus nenoslēgtā trīsstūrī (6-17. att.). Nesinusoidālā magnētiskā plūsma inducē transformatoru sekundārajos tinumos EDS, kuru pamatsinusoīdas ir savstarpēji nobīdītas fāzē par 120°, bet trešās harmoniskās sakrīt fāzē. Tāpēc pamatsinusoīdu summa vienāda ar nulli un starp trīsstūra vaļējiem galiem darbojas spriegums ar trīskāršu frekvenci un šādu vērtību:

$$U_2 = 3E_3$$
.





6-15. att. Korekcijas koeficienta atkarība no maksimālās magnētiskās indukcijas.



6-14. un 6-16. attēla diagrammās sakarību starp strāvas un magnētiskās plūsmas momentānajām vērtībām noteicām pēc magnetizēšanas līknei līdzīgās  $\Phi(i)$  līknes. Patiesībā serdes magnetizēšanas un atmagnetizēšanas process notiek pēc histerēzes cilpas. Pēc tās konstruētā strāvas likne parādīta 6-18. attēlā.

Magnētiskās plūsmas pirmajam ceturtdaļperiodam atbilstošās strāvas šeit noteiktas pēc histerēzes cilpas augšupejošā posma *a-2*, bet plūsmas otrā ceturtdaļperioda strāvas — pēc lejupejošā posma 2-b. Tādā veidā iegūtā strāvas līkne  $i(\omega t)$ ir simetriska pret abscisu asi, tāpēc tai ir tikai nepāra





harmoniskās. Strāvas līknes ekvivalentā sinusoīda apsteidz fāzē magnētisko plūsmu par leņķi, kuru nosaka serdes pārmagnetizēšanas zudumi. Ievērojot arī zudumus, kas saistīti ar serdes virpuļstrāvām, strāva apsteidz fāzē magnētisko plūsmu par leņķi a, kas parādīts 6-19. attēlā dotajā vektoru diagrammā.



6-18. att. Sinusoidālai magnētiskai plūsmai atbilstošā nesinusoidālā strāva, ievērojot histerēzi.

Spoles magnētisko plūsmu var sadalīt divās daļās — galvenajā plūsmā un izkliedes plūsmā. Galvenā magnētiskā plūsma  $\Phi$  noslēdzas pa serdi un inducē spolē  $\vec{E}$ , bet izkliedes plūsma noslēdzas gaisā, sakrīt fāzē ar strāvu  $\vec{I}$  un inducē spolē  $\vec{E}_s = -j \vec{I} x_{s_s}$ , kuru nosaka tinuma induktīvā pretestība  $x_s$ . Ievērojot arī spoles aktīvo pretestību r, pēc otrā Kirhhofa likuma var uzrakstīt šādu sakarību:

$$\dot{U} + \dot{E} + \dot{E}_{s} = \dot{I}r$$

 $\dot{U} = -\dot{E} + (r + ix_{\rm s})\dot{I}.$ 



6-19. att. Spole ar tērauda serdi (a) un tās vektoru diagramma, ievērojot tinumu aktīvo pretestību, izkliedes plūsmu un zudumus tēraudā (b).

vai

Pēc 6-19. attēlā dotās vektoru diagrammas sprieguma aktīvā komponente

$$U\cos\varphi = Ir + E\cos(90^\circ - \alpha)$$
.

Pareizinot vienādojuma abas puses ar *I*, iegūstam spoles aktīvo jaudu:

$$P = UI \cos \varphi = I^2 r + EI_a$$

kur I<sup>2</sup>r — jaudas zudumi spoles aktīvajā pretestībā,

EI<sub>a</sub> — zudumi, ko nosaka histerēze un virpuļstrāvas tērauda serdē.

Zudumus tēraudā aprēķina pēc formulas

$$P_{\rm t} = p_{\rm t} G, \tag{6-15}$$

kur  $p_t$  — īpatnējie zudumi  $\left(\frac{W}{kG}\right)$ ,

G — serdes svars (kG).

Ipatnējos zudumus tēraudā nosaka pēc empīriskas formulas (ГОСТ 802-58):

$$p_{\rm t} = k_{10/50} \cdot B_{\rm m}^2 \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^{1,3}$$
, (6-16)

kur  $k_{10/50}$  ir īpatnējie zudumi, kas attiecināti uz 1 T lielu magnētisko indukciju un 50 Hz frekvenci. Tos atkarībā no plāksnīšu biezuma  $\delta$  un serdes materiāla var noteikt pēc 6-4. tabulas datiem.

| ~ |            |    |   |   |    |   |
|---|------------|----|---|---|----|---|
|   | 4          |    | 2 | h | 11 | 2 |
| 0 | <b>T</b> . | -υ | a | 0 | u  | a |
|   |            |    |   |   |    |   |

| Tērauda<br>marka<br>ð (mm) | <b>Э</b> 41 | Э42  | Э310 | Э320 | Э340 | Э11 |
|----------------------------|-------------|------|------|------|------|-----|
| 0,5                        | 1,6         | 1,40 | 1,25 | 1,15 | 21,0 | 3,3 |
| 0,35                       | 1,35        | 1,20 | 1,00 | 0,90 | 12,6 |     |

**Piemērs.** Spoles serde izgatavota no elektrotehniskā tērauda Ə41 plāksnītēm, kuru biezums  $\delta = 0.5$  mm. Maksimālā magnētiskā indukcija serdē  $B_m = 1.2$  T, frekvence j = 50 Hz un serdes svars G = 1.24 kG.

Tādā gadījumā zudumi tēraudā

$$P_t = p_t G = 1.6 \cdot 1.2^2 \cdot \left(\frac{50}{50}\right)^{1.3} \cdot 1.24 = 2.3 \cdot 1.24 = 2.85 \text{ W}.$$

Ja spoles spriegums  $U \approx E = 127$  V un magnetizēšanas strāva  $I_{\mu} = 0.31$  A, tad strāvas aktīvā komponente  $I_a = \frac{P_t}{E} = \frac{2.85}{127} = 0.0023$  A un

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{I_{a}}{I_{\mu}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0.071 = 4^{\circ}15'.$$

6-19. attēlā parādītajai spoles vektoru diagrammai atbilst 6-20. attēla ekvivalentās shēmas. Pirmās shēmas vadītspējas var aprēķināt pēc Oma likuma:



6-20. att. Ekvivalentās shēmas spolei ar tērauda serdi.

Aizvietojot pēc formulām (4-23b) pirmās shēmas sazarotā posma vadītspējas ar virknē saslēgtajām pretestībām, iegūstam otro shēmu, kur

$$r_0 = \frac{g_0}{g_0^2 + b_0^2}$$
 un  $x_0 = \frac{b_0}{g_0^2 + b_0^2}$ .

# Septītā nodaļa

# PĀREJAS PROCESI ELEKTRISKAJĀS ĶĒDĒS

### 7-1. KOMUTĀCIJAS LIKUMS

Iepriekšējās nodaļās aplūkojām stacionārus elektrisko ķēžu darbības režīmus, kuros darbojas nemainīgi vai periodiski mainīgi lielumi ar konstantu efektīvo vērtību.

Izmainot ķēdes EDS, pretestības vai shēmu, notiek pāreja no viena stacionārā režīma otrā. Ja ķēde satur induktivitāti, tad pārejas procesa laikā līdz ar strāvu mainās magnētiskā lauka enerģija  $\frac{Li^2}{2}$ , bet ķēdē ar kapacitāti līdz ar spriegumu mainās elektriskā lauka enerģija  $\frac{Cu^2}{2}$ . Šo lauku enerģijas nevar izmainīties momentāni, jo tādā gadījumā jauda būtu bezgalīgi liela. Pārejas procesā tāpēc ir spēkā t. s. komutācijas likums: ķēdē ar induktivitāti nav iespējama lēcienveidīga strāvas izmaiņa, un ķēdē ar kapacitāti nav iespējama lēcienveidīga sprieguma izmaiņā. Šo lielumu vērtībām pārejas procesa sākuma momentā un momentā pirms pārejas procesa jābūt vienādām; matemātiski to izsaka ar šādiem vienādojumiem:

$$i_L(0) = i_L(0-),$$
  
 $u_C(0) = u_C(0-).$ 
(7-1)

#### 7-2. PĀREJAS PROCESU APRĒĶINA METODES

Lai noskaidrotu kāda lieluma y izmaiņas pārejas procesa laikā, to sadala divās daļās: stacionārajā un brīvajā komponentē:

$$y = y_{\rm st} + y_{\rm br} = y_{\rm st} + Ae^{pt}.$$
 (7-1a)

Stacionāro komponenti y<sub>st</sub> var noteikt pēc iepriekšējās nodaļās aplūkotajām stacionāro režīmu aprēķina formulām.

233-

Brīvā komponente  $y_{br} = Ae^{pt}$  ir ķēdes diferenciālvienādojuma

$$a_0 \frac{dy_{\rm br}}{dt} + a_1 y_{\rm br} = 0$$

vispārīgais integrālis. Šādu vienādojumu iegūst, pielīdzinot nullei pēc otrā Kirhhofa likuma sastādīto ķēdes vienādojumu. Brīvās komponentes pakāpes rādītāja koeficients *p* ir raksturīgā vienādojuma sakne:

$$a_0 p + a_1 = 0,$$
$$p = -\frac{a_1}{a_0},$$

bet integrēšanas konstanti A nosaka pēc komutācijas sākuma nosacījuma, ievietojot formulā (7-1a) t=0 un y=y(0).

Komplicētās elektriskajās ķēdēs pārejas procesus izsaka augstāku kārtu diferenciālvienādojumi. Seit zināmas grūtības sagādā daudzo integrēšanas konstanšu noteikšana, tāpēc tādos gadījumos lieto operatoru metodi, aizvietojot diferenciālvienādojumus ar algebriskiem vienādojumiem ar t. s. Laplasa pārveidojumu palīdzību.

# 7-3. PĀREJAS PROCESI ĶĒDĒ AR PRETESTĪBU UN INDUKTIVITĀTI

Noskaidrosim, kā pārejas procesa laikā mainās r, L ķēdes strāva

$$i = i_{st} + i_{hr} = i_{st} + Ae^{pt}$$
.

Strāvas brīvās komponentes  $i_{br} = Ae^{pt}$  pakāpes rādītājs p ir ķēdes spriegumu diferenciālvienādojuma raksturīgā vienādojuma sakne:

$$e = L \frac{di_{\rm br}}{dt} + ri_{\rm br} = 0,$$
  

$$Lp + r = 0,$$
  

$$p = -\frac{r}{L} = -\frac{1}{\tau}.$$

Ievietojot p nozīmi pārejas procesa strāvas izteiksmē, iegūstam, ka

$$i=i_{\rm st}+Ae^{-\frac{i}{\tau}},$$

kur lielumu  $\tau = \frac{L}{r}$  sauc par laika konstanti, jo  $\left[\frac{L}{r}\right] = \frac{\Omega s}{\Omega} = s$ . Tā,

234,

piemēram, ja L=1 H un r=1  $\Omega$ , tad  $\tau=\frac{L}{r}=1$  s. Stacionārā

strāva  $i_{st}$  un integrēšanas konstante A ir atkarīga no ķēdes komutācijas un strāvas veida. Aplūkosim ķēdes pieslēgšanu avotam ar nemainīgu un sinusoidālu EDS, kā arī ķēdes īsslēgumu un atslēgšanu.

Pieslēdzot r, L ķēdi avotam ar nemainīgu EDS (7-1. att. a), strāvas stacionārā komponente



7-1. att. r, L kēdes pieslēgšanas (a), īsslēguma (b) un pārtraukšanas (c) shēmas.

un strāva pārejas procesā mainās pēc sakarības

$$i = I + Ae^{-\overline{\tau}}$$

Pārejas procesa sākuma momentā t=0 un i=0, tāpēc

$$A = -I$$

un

$$i = I\left(1 - e^{\frac{1}{\tau}}\right). \tag{7-2}$$

Pieņemot dažādas  $\frac{t}{\tau}$  vērtības un aprēķinot tām atbilstošās  $\frac{i}{T} \cdot 100$  vērtības, iegūstam šādus datus:

| $\frac{t}{\tau}$        | 0 | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 00  |
|-------------------------|---|------|------|------|------|------|-----|
| $\frac{i}{I} \cdot 100$ | 0 | 63,2 | 86,5 | 95,0 | 98,2 | 99,3 | 100 |

Pēc šiem datiem uzzīmēta 7-2. attēlā parādītā līkne. No tās redzam, ka teorētiski pārejas process turpinās līdz bezgalībai, bet praktiski strāva sasniedz stacionāru vērtību un pārejas process izbeidzas laikā, kas vienāds ar 4 līdz 5 laika konstantēm.

Pieslēdzot r, L ķēdi avotam ar sinusoidālu EDS  $e=E_{\rm m}\sin(\omega t+\psi),$ 

strāvas stacionārā komponente

$$i_{st} = \frac{E_m}{\gamma/r^2 + \omega L^2} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$



7-2. att. Pārejas procesa strāvas r, L ķēdē, ja tā pieslēgta avotam ar nemainīgu EDS.

un strāva pārejas procesā mainās pēc sakarības

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \omega) + Ae^{-\tau}$$
.

Pārejas procesa sākuma momentā t=0 un i=0, tāpēc

 $A = -I_{\rm m}\sin(\psi - \varphi)$ 

un

$$i = I_{\rm m} \sin(\omega t + \psi - \varphi) - I_{\rm m} \sin(\psi - \varphi) e^{-\tau}.$$
(7-3)

Vienādojumam atbilst 7-3. attēlā a parādītā līkne. Ja pieslēgšanas momentā strāvas stacionārajai komponentei sākuma fāze  $\psi - \varphi = \frac{\pi}{2}$  un momentānā vērtība ir vienāda ar amplitūdu (7-3. att. b), tad ķēdē ar mazu pretestību un lēzenu brīvās komponentes līkni strāvas maksimālā vērtība  $i_{maks}$  gandrīz divas reizes pārsniedz stacionārās komponentes amplitūdas vērtību. Pieslēdzot r, L ķēdi momentā, kad stacionārās strāvas sākuma fāze  $\psi - \varphi$  un momentānā vērtība ir vienāda ar nulli, brīvā strāva nerodas un ķēdē uzreiz (bez pārejas procesa) iestājas stacionārais režīms.

Ja r, L kēdē ar nemainīgu vai sinusoidālu EDS rodas *īsslē*gums (7-1. att. b), tad strāvas stacionārā komponente

$$i_{st}=0$$

un strāva pārejas procesā mainās pēc sakarības

$$i = Ae^{-\frac{T}{\tau}}$$

Pārejas procesa sākuma momentā t=0 un i=i(0), tāpēc

A = i(0)



7-3. att. Pārejas procesa strāvas r, L ķēdē, ja tā pieslēgta avotam ar sinusoidālu EDS gadījumos, kad

$$\psi - \varphi < \frac{\pi}{2}$$
 (a) un  $\psi - \varphi = \frac{\pi}{2}$  (b).

un

$$i = i(0) e^{-\frac{i}{\tau}}$$
. (7-4)

Pieņemot dažādas  $\frac{t}{\tau}$  vērtības un aprēķinot tām atbilstošās  $\frac{i}{t(0)} \cdot 100$  vērtības, iegūstam šādus datus:

| $\frac{t}{\tau}$           | 0 - | 1    | 2    | 3   | 4   | 5   | 8 |
|----------------------------|-----|------|------|-----|-----|-----|---|
| $\frac{i}{i(0)} \cdot 100$ | 100 | 36,8 | 13,5 | 5,0 | 1,8 | 0,7 | 0 |

Pēc šiem datiem uzzīmēta 7-4. attēlā parādītā līkne. No tās redzam, ka teorētiski pārejas process turpinās līdz bezgalibai, bet praktiski strāva samazinās līdz nullei un pārejas process izbeidzas laikā, kas vienāds ar 4 līdz 5 laika konstantēm.

Pēc formulas (7-4) strāva izmainās arī gadījumā, kad r, L ķēdi pārtrauc (7-1. att. c). Pieslēdzot starp spailēm a un b paralēli ķēdei izlādēšanās pretestību r<sub>121</sub>, šīs pretestības spriegums, tāpat kā pārejas procesa strāva, samazinās pēc eksponenciālas sakarības

$$u_{ab} = r_{izl} i = r_{izl} i(0) e^{-\frac{1}{\tau}}, \qquad (7-5)$$

kur  $\tau = \frac{L}{r+r_{izl}}$ .

Ja atslēgšanas momentā r, L ķēde ir pārtraukta vai izlādēšanās pretestība ir liela, tad sprieguma  $u_{ab}$  sākuma vērtība ievērojami



pārsniedz ķēdes barošanas avota spriegumu. Šāds pārspriegums ir bīstams iekārtas izolācijai un atslēgšanas laikā var izveidoties elektriskais loks, kas apdedzina kontaktus.

## 7-4. PĀREJAS PROCESI ĶĒDĒ AR PRETESTĪBU UN KAPACITĀTI

Noskaidrosim, kā pārejas laikā mainās kapacitātes spriegums

$$u_c = u_{cst} + u_{cbr} = u_{cst} + Ae^{pt}$$
.

Sprieguma brīvās komponentes  $u_{Cbr} = Ae^{pt}$  pakāpes rādītājs p ir ķēdes spriegumu diferenciālvienādojuma raksturīgā vienādojuma sakne:

$$e = ri_{\rm br} + u_{\rm Cbr} = r\frac{dq_{\rm Cbr}}{dt} + u_{\rm Cbr} = rC\frac{du_{\rm Cbr}}{dt} + u_{\rm Cbr} = 0,$$
$$rCp + 1 = 0,$$
$$p = -\frac{1}{rC} = -\frac{1}{r}.$$

Ievietojot p nozīmi pārejas procesa sprieguma izteiksmē, iegūstam, ka

$$u_c = u_{cst} + Ae^{-\frac{i}{\tau}},$$

kur lielumu  $\tau = rC$  sauc par laika konstanti, jo  $[rC] = \Omega \frac{s}{\Omega} = s$ . Tā, piemēram, ja  $r = 1 M\Omega$  un  $C = 1 \mu$ F, tad  $\tau = rC = 1 s$ .

Pieslēdzot vai atslēdzot r, C ķēdei barošanas avotu, kapacitātes spriegums pārejas procesa laikā mainās analoģiski strāvai r, L ķēdē [sk.' formulas (7-2), (7-3) un (7-4)]:

$$u_c = E\left(1 - e^{\frac{1}{\tau}}\right),\tag{7-6}$$

$$u_{c} = U_{cm} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) - U_{cm} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (7-7)$$

$$u_{C} = u_{C}(0) e^{-\frac{1}{\tau}},$$
 (7-8)

kur  $U_{Cm} = \frac{E_m}{z_{\omega}C}$  un  $z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ .

Pieslēdzot r, C ķēdi avotam ar sinusoidālu EDS, kapacitātes spriegums, tāpat kā strāva r, L ķēdē analoģiskos apstākļos, sasniedz divkāršu stacionārā režīma sprieguma amplitūdas vērtību.

No enerģētiskā viedokļa interesants ir r, C ķēdes pieslēgšanas gadījums avotam ar nemainīgu spriegumu. Pārejas procesa laikā no avota ķēdei pievadītā enerģija sadalās šādi:

$$\int_{0}^{\infty} Uidt = \int_{0}^{\infty} (ri + u_{c})idt = \int_{0}^{\infty} ri^{2}dt + \int_{0}^{\infty} u_{c}idt.$$

Ievietojot vienādojumā  $idt = dq_c = Cdu_c$ , iegūstam, ka

$$\int_{0}^{\infty} UCdu_{c} = \int_{0}^{\infty} ri^{2}dt + \int_{0}^{\infty} Cu_{c}du_{c}$$

vai

$$CU^2 = \int_0^\infty ri^2 dt + \frac{CU^2}{2}.$$

No pēdējās sakarības redzam, ka neatkarīgi no r un C vērtībām puse no ķēdei pievadītās enerģijas uzkrājas kondensatora elektriskajā laukā, bet otra puse no šīs enerģijas pretestībā pārvēršas siltumā.

# 7-5. PĀREJAS PROCESI NESAZAROTĀ ĶĒDĒ AR PRETESTĪBU, INDUKTIVITĀTI UN KAPACITĀTI

Pārejas procesus r, L, C ķēdē var noskaidrot pēc diferenciālvienādojuma

$$e = L \frac{di}{dt} + ri + u_c.$$

Aplūkosim, kā pārejas procesa laikā mainās ķēdes strāva.

Pārveidojot un atrisinot ķēdes diferenciālvienādojumu, iegūstam, ka

$$e = L \frac{dt_{\rm br}}{dt} + rt_{\rm br} + \frac{q_{C} {\rm br}}{C} = 0,$$
  
$$\frac{de}{dt} = L \frac{d^{2}t_{\rm br}}{dt} + r \frac{dt_{\rm br}}{dt} + \frac{t_{\rm br}}{C} = 0,$$
  
$$Lp^{2} + rp + \frac{1}{C} = 0,$$
  
$$p^{2} + \frac{r}{L}p + \frac{1}{LC} = 0,$$
  
$$r_{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2L}\right)^{2} - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^{2} - \omega_{0}}$$

kur  $\delta = \frac{r}{2I}$  — rimšanas koeficients,

p

 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  — rezonanses leņķiskā frekvence.

Diferencialvienādojumam ir divas saknes, tāpēc pārejas procesa laikā strāvai ir divas brīvās komponentes, t. i.,

$$i = i_{st} + i_{1br} + i_{2br} = i_{st} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$
.

Aplūkosim divus r, L, C kēdes komutācijas gadījumus — pieslēgšanu avotam ar nemainīgu EDS un sinusoidālu EDS.

Pieslēdzot r, L, C ķēdi avotam ar nemainīgu EDS, stacionārā strāvas komponente

 $i_{\rm st}=0$ 

un strāva pārejas procesā mainās pēc sakarības

 $i = i_{1br} + i_{2br} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$ .

Lai noteiktu integrēšanas konstantes  $A_1$  un  $A_2$ , izmantosim vēl šādu sakarību:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - u_C - ri}{L} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}.$$

Pārejas procesa sākuma momentā t=0, i=0 un  $u_C=U$ , tāpēc  $0=A_1+A_2$ 

un

$$\frac{E-U}{L} = A_1 p_1 + A_2 p_2.$$

Atrisinot abus vienādojumus, iegūstam, ka

$$A_{1} = -A_{2} = \frac{E - U}{L(p_{1} - p_{2})} = \frac{E - U}{2L\gamma\delta^{2} - \omega_{0}^{2}}$$

un

$$E = \frac{E - U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}).$$
(7-9)

Atkarībā no lielumu  $\delta$  un  $\omega_0$  skaitliskajām vērtībām pārejas procesam r, L, C ķēdē var būt aperiodisks vai periodisks raksturs.

Ja  $\delta > \omega_0$  vai  $r > 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$ , kur  $2 \sqrt{\frac{L}{C}} = r_{kr}$  ir kritiskā pretestība, tad raksturīgā vienādojuma saknes ir reāli skaitļi un pārejas process ir aperiodisks. Sādā gadījumā pārejas procesa strāvas līkni i(i) var noteikt, saskaitot līkņu  $i_{1br} = \frac{E-U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} e^{p_i t}$  un

 $i_{2br} = -\frac{E-U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}e^{p_0 t}$  ordinātes dažādos laika momentos (7-5. att. a). Tā kā  $p_1 > p_2$ , tad strāva  $i_{1br}$  samazinās lēnāk nekā strāva  $i_{2br}$ ; strāva i sākumā pieaug un pēc tam monotoni samazinās. Palielinot ķēdes pašindukciju L, strāva i maksimālo vērtību sasniedz vēlāk nekā mazas pašindukcijas gadījumā.

Ja  $\delta < \omega_0$  vai  $r < 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$ , tad raksturīgā vienādojuma saknes

$$p_{1,2} = -\delta \pm j \omega_{\rm br}$$

ir saistīti kompleksie skaitļi un pārejas process ir periodisks. Lielumu  $\omega_{br}\!=\!\gamma\!\delta^2\!-\!\omega_0{}^2$  sauc par kontūra pašsvārstību leņķisko frekvenci.



7-5. att. Aperiodiskas (a) un periodiskas (b, c, d) pārejas procesa strāvas nesazarotā r, L, C ķēdē, ja tā pieslēgta avotam ar nemainīgu EDS.

16 - A. Lielturks

Integrējot diferenciālvienādojumu, kura raksturīgā vienādojuma saknes ir kompleksi skaitļi, iegūstam šādu rezultātu:

$$i = \frac{E - U}{\omega_{\rm br}L} e^{-\delta t} \sin \omega_{\rm br} t.$$
(7-10)

No formulas redzam, ka pārejas procesa laikā ķēdē plūst sinusoidāla strāva, kurai amplitūdas samazinās pēc eksponenciālām līknēm  $\pm \frac{E-U}{\omega_{br}L} e^{-\delta t}$  (7-5. att. *b* un *c*). Šādas rimstošas svārstības ķēdē rodas sakarā ar magnētiskā lauka enerģijas pārvēršanos elektriskā lauka enerģijā un otrādi, pie tam daļa no šīs enerģijas ķēdes pretestībā pārvēršas siltumā. Patiesībā rimstošo svārstību līkne nedaudz atšķiras no sinusoīdas, jo maksimumi neatrodas vidū starp līknes un abscisu ass krustpunktiem.

Svārstību rimšanas ātrumu raksturo rimšanas dekraments  $e^{\delta T_{br}}$  vai logaritmiskais rimšanas dekraments  $\ln e^{\delta T_{br}} = \delta T_{br}$ , kur  $T_{br} = \frac{2\pi}{\omega_{br}}$  ir pašsvārstību periods. Šie lielumi ir atkarīgi vienīgi no kēdes parametriem.

r,  $\overline{L}$ , C ķēžu pārejas procesos izšķir divus robežgadījumus kritisko un ideālo darbības režīmu. Kritiskajā režīmā, kad  $\delta = \omega_0$  un  $r=2 \sqrt{\frac{L}{C}}$ , pašsvārstību leņķiskā frekvence  $\omega_{br}=0$  un svārstības ir aperiodiskas. Ideālā režīmā, kad  $\delta=0$  un r=0,  $\omega_{br}=\omega_0$  un svārstības ir nedziestošas (7-5. att. d). *Pieskēdzot r, L, C kēdi avotam ar sinusoidālu EDS* 

 $e = E_{\rm m} \sin(\omega t + \psi),$ 

stacionārā strāvas komponente

 $i_{\rm st} = I_{\rm m} \sin(\omega t + \psi - \varphi)$ 



7-6. att. Pārejas procesa strāvas nesazarotā r, L, C kēdē, ja tā pieslēgta avotam ar sinusoidālu EDS un strāvas brīvā komponente ir aperiodiska (a) vai periodiska (b).

un strāva pārejas procesā mainās pēc sakarības

$$i = I_{\rm m} \sin(\omega t + \psi - \varphi) + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$
(7-11)

Vienādojumam atbilst 7-6. attēlā parādītās līknes. Strāvas stacionārajai komponentei ir avota leņķiskā frekvence  $\omega$ , bet brīvā komponente var būt aperiodiska (7-6. att. a) vai periodiska (7-6. att. b). Atkarībā no ķēdes parametriem r, L un C pašsvārstību leņķiskā frekvence  $\omega_{\rm br}$  var būt lielāka, mazāka vai vienāda ar avota leņķisko frekvenci  $\omega$ . Ja  $\omega_{\rm br}$  un  $\omega$  atšķiras maz, tad ķēdē novērojama interferences parādība.

# 7-6. PĀREJAS PROCESI NELINEĀRĀS ĶĒDĒS

Pētot nelineāru ķēžu pārejas procesus, jāatrisina nelineāri diferenciālvienādojumi. Sādam nolūkam lieto dažādas aptuvenas analītiskās un grafoanalītiskās metodes. Noskaidrosim pēc šīm metodēm dažus *r*, *L* un *r*, *C* ķēdes pārejas procesus.

Aplūkosim, piemēram, gadījumu, kad avotam ar nemainīgu spriegumu U pieslēdz spoli, kurai ir tērauda serde. Sādas spoles induktivitāte  $L = \frac{\Psi}{i}$  nav konstants lielums, un spoles strāvu var noteikt pēc 7-7. attēlā parādītās līknes  $\psi(i)$ . Atvietojot šo līkni ar taisni, var pieņemt, ka  $L = \frac{\Psi}{i} = \text{const.}$  Tādā gadījumā iegūstam šādu lineāru diferenciālvienādojumu un tā atrisinājumu [sk. formulu (7-2)]:

$$E = \frac{d\Psi_{\rm br}}{dt} + ri_{\rm br} = \frac{d\Psi_{\rm br}}{dt} + \frac{r}{L} \Psi_{\rm br} = 0$$

un

$$\Psi = \Psi_{\rm st} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Lineārā r, L ķēdē pārejas procesa strāva mainās pēc analoģiskas sakarības

$$i=I(1-e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

7-7. att. Pārejas procesa magnētiskās plūsmas saķēdējums un strāva spolē ar tērauda serdi, ja to pieslēdz avotam ar nemainīgu spriegumu.



16\*

Nosakot pēc līknēm  $\Psi = \Psi_{st}(1 - e^{-\tau})$  un  $\Psi(i)$  dažādiem laika momentiem atbilstošās  $\Psi$  un *i* vērtības, uzzīmēta nelineārās ķēdes pārejas procesa strāvas līkne i(t). Spolē ar tērauda serdi, strāvai pieaugot, induktivitāte ievērojami samazinās (sk. piemēru 100. lpp.), tāpēc līknes i(t) beigu daļa ir stāvāka.

Pieslēdzot spolei ar tērauda serdi sinusoidālu spriegumu, pārejas procesu var noskaidrot, atrisinot diferenciālvienādojumu

 $E_{\rm m}\sin\left(\omega t + \psi\right) = \frac{d\Psi_{\rm br}}{dt} + ri_{\rm br}.$ 

Sāda vienādojuma atrisinājums ir analoģisks formulai (7-3):

$$\begin{array}{l} \Psi = \Psi_{\rm m} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi\right) - \Psi_{\rm m} \sin\left(\psi - \varphi\right) e^{-\overline{\tau}},\\ \text{kur } \Psi_{\rm m} = \frac{U_{\rm m}L}{\sqrt{r^2 + \omega L^2}} \text{ un } L = \text{const.} \end{array}$$

Pieņemot, ka sākuma fāze  $\psi=0$  un fāžu nobīde  $\varphi=\frac{\pi}{2}$ , iegūstam, ka

$$\Psi = -\Psi_{\rm m}\cos\omega t + \Psi_{\rm m}e^{-\tau}.$$

Vienādojumam atbilst 7-8. attēlā a parādītā līkne  $\psi(t)$ . Nosakot pēc tās un 7-7. attēlā dotās līknes  $\psi(i)$  dažādiem laika momentiem atbilstošās  $\psi$  un *i* vērtības, uzzīmēta pārejas procesa strāvas līkne i(t) (7-8. att. b). Ja spolē bez tērauda serdes strāvas maksimālā vērtība nepārsniedz divkārtēju stacionārā režīma strāvas amplitūdas vērtību (sk. 7-3. att.), tad spolē ar tērauda serdi maksimālā strāva var būt desmitiem reižu lielāka. Sāda strāva rada iekārtā bīstamas mehāniskās piepūles.



7-8. att. Pārejas procesa magnētiskās plūsmas saķēdējums (a) un strāva (b) spolē ar tērauda serdī, ja to pieslēdz avotam ar sinusoidālu EDS.

Kā otru nelineāras ķēdes pārejas procesa piemēru aplūkosim gadījumu, kad pretestībai r ar paralēli pieslēgtu kondensatoru C pievada sinusoidālu maiņspriegumu  $u=U_m \sin \omega t$  un virknē ar avotu ieslēgts elektriskais ventilis (7-9. att. a). Pēc ķēdes ieslēgšanas laikā no t=0 līdz  $t=t_1$  kondensators C uzlādējas, jo avota spriegums u ir lielāks par kondensatora spriegumu  $u_C$  (7-9. att. b). Šajā laikā pretestībā, kondensatorā un ventilī plūst $\operatorname{strāvas}$ 

$$i_r = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t$$
,

$$i_c = \frac{dq_c}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_{\rm m} \cos \omega t$$



7-9. att. Paralēla r, C ķēde ar ventili (a), tās spriegumu (b) un strāvas (c) diagramma.



un

$$i = i_r + i_c = U_m \left( \frac{1}{r} \sin \omega t + \omega C \cos \omega t \right)$$

Laika momentā  $t_1$  avota un kondensatora spriegumi kļūst vienādi un ventilī strāva neplūst. Šo laika momentu var noteikt pēc sakarības

$$i = U_{\rm m} \left( \frac{1}{r} \sin \omega t_1 + \omega C \cos \omega t_1 \right) = 0,$$

no kurienes

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \operatorname{arc} \operatorname{tg} - \omega r C.$$

Laikā no  $t=t_1$  līdz  $t=t_2$ , kad  $u < u_c$ , kondensators izlādējas caur pretestību un tā spriegums samazinās pēc sakarības

$$u_c = U_m \sin \omega t_1 e^{-\tau}$$
.

Laika momentā  $t_2$  avota un kondensatora spriegumi kļūst vienādi, un laikā no  $t=t_2$  līdz  $t=t_3$  kondensators uzlādējas. Laika momentam  $t_2$  atbilst sakarība

$$U_{\rm m}\sin\omega t_2 - U_{\rm m}\sin\omega t_1 e^{-\tau} = 0.$$

Sādu vienādojumu nevar atrisināt, tāpēc laiku  $t_2-t_1$  nosaka grafiski, atrodot laika momentam  $t_2$  atbilstošo avota sprieguma

sinusoīdas un kondensatora izlādes sprieguma līknes krustpunktu.

Kondensatoram paralēli pieslēgtajā pretestībā strāva *i*, mainās pēc 7-9. attēlā *c* parādītās liknes, jo laikā  $t_1$  un  $t_3-t_2$ strāva *i*, ir atkarīga no avota sprieguma *u*, bet laikā  $t_2-t_1$  to nosaka kondensatora izlādes spriegums  $u_c$ . Ja pretestība ir atslēgta, tad  $r=\infty$ ,  $\tau=rC=\infty$  un  $e^{\frac{t_2-t_1}{\tau}}=1$ . Šādā gadījumā kondensators uzlādējas līdz spriegumam, kas vienāds ar avota sprieguma amplitūdu un pēc tam neizlādējas. Laika momentā, kad avota sprieguma amplitūda ir negatīva, uz ventili sprostvirzienā darbojas spriegums  $u_{spr}=u_c-(-U_m)=u_c+U_m$ . Ķēdē ar atslēgtu pretestību  $u_c=U_m$  un  $u_{spr}=2U_m$ . Ja šāds sprostspriegums pārsniedz caursites sprieguma vērtību, ventilis zaudē vienpusīgo vadītspēju (sk. 9-1. §).

### 7-7. PĀREJAS PROCESI GARAJĀS LĪNIJĀS

Pieslēdzot garo līniju EDS avotam, virzienā no avota uz līnijas galu pārvietojas pirmais krītošais (uzlādes) vilnis. Ja linijas galā pieslēgta pielāgota slodze, tad stacionārais režīms ķēdē iestājas bez pārejas procesa. Nepielāgotas slodzes gadījumā krītošais vilnis sadalās lauztajā un atstarotajā vilnī. Lauztais vilnis pārvietojas tālāk krītošā viļņa virzienā (ja slodze ir garā līnija ar citu viļņa pretestību), bet atstarotais vilnis pārvietojas virzienā uz avotu. Šādā gadījumā stacionārais process iestājas pēc pārejas procesa, kurā vilnis var vairākas reizes atstaroties no avota un līnijas gala. Garajai līnijai pieslēgtajā slodzes pretestībā ar koncentrētiem parametriem pārejas process noris pēc iepriekšējos paragrāfos aprakstītajiem likumiem. Šādus pārejas procesus ievada pieslēgšanas vietā pienākošais pirmais krītošais vilnis.

Aplūkojot pārejas procesus garajā līnijā, pieņemsim, ka rimšanas koeficients vienāds ar nulli. Tādā gadījumā lauztā un atstarotā viļņa spriegumu un strāvu var noteikt pēc sakarībām (4-37):

$$u_{2} = u_{1kr} + u_{1at} = (1+n)u_{1kr},$$

$$= i_{1kr} - i_{1at} = (1-n)\frac{u_{1kr}}{z_{1}} = \frac{2u_{1kr}}{z_{1}+z_{2}},$$
(7-12)

kur u<sub>2</sub> un i<sub>2</sub> — lauztā viļņa spriegums un strāva, u<sub>1kr</sub> un i<sub>1kr</sub> — krītošā viļņa spriegums un strāva, u<sub>1at</sub> un i<sub>1at</sub> — atstarotā viļņa spriegums un strāva,

in=

 $n = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} = \frac{1 - \frac{z_1}{z_2}}{1 + \frac{z_1}{z_2}} - \text{atstarošanas koeficients,}$ 

z<sub>1</sub> — krītošā un atstarotā viļņa pretestība,

 $z_2$  — lauztā viļņa (slodzes) pretestība.

Atkarībā no pretestību z<sub>1</sub> un z<sub>2</sub> vērtībām iespējami šādi gadījumi:

| $z_2 = \infty$ , | n=1,    | $u_2 = 2u_1 kr$ ,         | $i_2 = 0$                 |   | tukšgaita;        |
|------------------|---------|---------------------------|---------------------------|---|-------------------|
| $z_2 > z_1$ ,    | n < 1,  | $u_2 < 2u_1  kr$ ,        | $i_2 > 0;$                |   |                   |
| $z_2 = z_1,$     | n=0,    | $u_2 = u_1 kr,$           | $i_2 = i_{1 \text{ kr}}$  | - | pielāgots režīms; |
| $z_2 < z_1,$     | n < 0,  | $u_2 < u_1  \mathrm{kr},$ | $i_2 > i_1  \mathrm{kr};$ |   |                   |
| $z_2 = 0,$       | n = -1, | $u_2 = 0,$                | $i_2 = 2i_1  \mathrm{kr}$ | - | īsslēgums.        |

Aplūkotie gadījumi parādīti 7-10. attēlā dotajās viļņu diagrammās. No diagrammām redzam, ka momentā, kad pirmais krītošais vilnis sasniedz vietu (punktu 2 diagrammā), kurā izmainās viļņa pretestība, notiek šādi procesi:

a) ja līnija ir pārtraukta ( $z_2 = \infty$ ), tad strāva samazinās līdz nullei, magnētiskā lauka enerģija pārvēršas elektriskā lauka enerģijā un spriegums sasniedz divkāršu krītošā viļņa sprieguma vērtību;



7-10. att. Garās līnijas viļņu diagrammas.

b) pielāgotajā režīmā  $(z_2=z_1)$  spriegums un strāva neizmainās, tāpēc visa vilņa enerģija pāriet no vienas līnijas otrā;

c) ja līnija ir īsslēgta ( $z_2=0$ ), tad spriegums samazinās līdz nullei, elektriskā lauka enerģija pārvēršas magnētiskā lauka enerģijā un strāva sasniedz divkāršu krītošā viļņa strāvas vērtību.

Otrajā un ceturtajā diagrammā parādīti starpstāvokļi starp tukšgaitu vai īsslēgumu un pielāgotu režīmu.

**Piemērs.** Pārejot no gaisa vadu līnijas, kuras viļņa pretestība  $z_1 = 600 \Omega$ , uz kabeli, kura viļņa pretestība  $z_2 = 50 \Omega$ , atstarošanas koeficients  $n = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} = \frac{50 - 600}{50 + 600} = -0.85$  un lauztā viļņa spriegums  $u_2 = (1 + \hat{n}) u_{1kr} = (1 - 0.85) u_{1kr} = 0.15 u_{1kr}$ . Pārejot no kabeļa uz gaisa vadu līniju,  $n = \frac{600 - 50}{600 + 50} = 0.85$  un  $u_2 = (1 + 0.85) = 1.85 u_{1kr}$ . No piemēra redzam, ka, pieslēdzot elektroenerģijas patērētāju kabelim ar gaisa vadu līniju, pārejas procesa laikā var rasties ievērojams pārspriegums, tāpēc šāds pieslēgšanas veids nav vēlams.

Pirmais atstarotais vilnis pirmās līnijas sākumā atstarojas no EDS avota kā no īsslēgta līnijas gala, bet lauztā viļņa atstarošanās no otrās līnijas gala ir atkarīga no tur pieslēgtās slodzes rakstura. Ideālos apstākļos, kad rimšanas koeficients



7-11. att. Garā līnija ar galā pieslēgtu spoli (a), tās ekvivalentā shēma (b), spriegumi un strāvas kā laika funkcijas (c) un viļņu diagrammas (d).

vienāds ar nulli, atstarošanās abās līnijās turpinātos līdz bezgalībai. Reālos apstākļos viļņa amplitūdas samazinās un atstarošanās izbeidzas.

Aplūkosim, piemēram, pārejas procesu garajā līnijā, ja to pieslēdz avotam un tās galā pieslēgta spole, kuras pretestība ir r un induktivitāte L (7-11. att. a). Tādā gadījumā garās līnijas darbību var noskaidrot pēc 7-11. attēlā b parādītās ekviva-
lentās shēmas [sk. otro formulu (7-12)]. Shēmai atbilst diferenciālvienādojums

$$2u_{1\,\mathrm{kr}} = (z_1 + r)\,i_2 + L\,\frac{di_2}{dt}$$

un šāds tā atrisinājums:

$$i_2 = \frac{2u_{1 \text{ kr}}}{z_1 + r} (1 - e^{-\frac{r}{\tau}}).$$

Pēc ekvivalentās shēmas

$$u_2 = 2u_{1 \text{ kr}} - z_1 i_2 = \frac{2u_{1 \text{ kr}}}{z_1 + r} (r + z_1 e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

kur laika konstante  $\tau = \frac{L}{z_1 + r}$  un laiks *t* jāsāk skaitīt momentā,

kad pirmais krītošais vilnis nonāk līdz spolei.

Zinot krītošā un lauztā viļņa spriegumus un strāvas, pēc formulām (7-12) var noteikt pirmā atstarotā viļņa spriegumu un strāvu:

> $u_{1 \text{ at}} = u_2 - u_{1 \text{ kr}},$  $i_{1 \text{ at}} = i_{1 \text{ kr}} - i_2.$

Sakarības  $u_2(t)$ ,  $u_{1 \text{ at}}(t)$ ,  $i_2(t)$  un  $i_{1 \text{ at}}(t)$  gadījumam, kad  $u_{1 \text{ kr}} =$ =const un i1 kr=const, parādītas 7-11. attēla c diagrammās. Krītošā un atstarotā viļņa spriegumu summa un strāvu starpība [sk. formulu (7-12)], kas darbojas līnijā, kad atstarotais vilnis ir nogājis ceļu l1, parādīta 7-11. attēla d viļņu diagrammās. Analoģiski aplūkojot gadījumu ar līnijai pieslēgtu kondensatoru un salīdzinot spoles un kondensatora viļņu diagrammas, varam konstatēt, ka spole līnijas galā darbojas tāpat kā pārtraukums  $(z_2 = \infty)$ , bet kondensators darbojas tāpat kā īsslēgums  $(z_2=0)$ . Momentā, kad krītošais vilnis sasniedz līnijas. galu, spolē spriegums divkāršojas un strāva samazinās līdz nullei, bet kondensatorā divkāršojas strāva un spriegums samazinās līdz nullei. Pēc tam spriegums spolē un strāva kondensatorā asimptotiski samazinās, bet strāva spolē un spriegums kondensatorā asimptotiski pieaug. Pārspriegums spolē var caursist izolāciju, tāpēc, piemēram, transformatora tinuma pirmos vijumus izgatavo ar pastiprinātu izolāciju.

#### Astotā nodaļa

# ELEKTRISKIE MĒRĪJUMI

#### 8-1. ELEKTRISKO MĒRAPARĀTU KLASIFIKĀCIJA

Elektriskajiem mērījumiem ir liela nozīme zinātnē un tehnikā, jo ar mērījumiem noskaidro dažādas elektriskās parādības un kontrolē elektroierīču darbību.

Lai iepazītos ar elektriskajiem mēraparātiem, vispirms aplūkosim to klasifikāciju. Elektriskos mēraparātus iedala divās lielās grupās: tiešās nolasīšanas un salīdzināšanas mēraparātos. Pirmie uzrāda tieši mērījamā lieluma vērtību, bet otrie to salīdzina ar etalonu. Praksē visbiežāk lieto ērtākos un vienkāršākos tiešās nolasīšanas mēraparātus. Tos var klasificēt pēc mērījamā lieluma, strāvas veida, precizitātes pakāpes vai darbības principa.

Elektrisko mēraparātu klasifikācija pēc mērījamā lieluma dota 8-1. tabulā.

8-1. tabula

| Mēraparāta nosaukums   | Mērījamais<br>lielums                           | Apzīmējums uz<br>skalas  |
|--|---|--|
| Ampērmetrs<br>Voltmetrs<br>Ommetrs<br>Aktīvās jaudas vatmetrs<br>Reaktīvās jaudas vatmetrs<br>Aktīvās enerģijas skaitītājs<br>Reaktīvās enerģijas skaitītājs<br>Fazometrs<br>Hercmetrs | I<br>U<br>Γ<br>P<br>Q<br>Pt<br>Qi<br>Cos φ<br>f | A<br>V<br>W<br>VAR<br>Wh<br>VAR<br>Wh<br>VARh<br>cos $\varphi$<br>Hz |

Lielāku un mazāku lielumu mērīšanai lieto kiloampērmetru (uz skalas atzīmē kA), miliampērmetru (mA), mikroampērmetru ( $\mu$ A), kilovoltmetru (kV), milivoltmetru (mV), megometru (M $\Omega$ ).

Pēc strāvas veida izšķir līdzstrāvas, līdzstrāvas un maiņstrāvas, kā arī maiņstrāvas mēraparātus. Strāvas veidu, kādam mēraparāts ir derīgs, var noteikt pēc zīmes uz aparāta skalas (8-2. tab.).

| 8.2  | 4 | 9 | h | 11 | 1 9 |  |
|------|---|---|---|----|-----|--|
| 0-2. | ٤ | a | U | u  | 1 0 |  |

| Strāvas veids                               | Apzīmējums<br>uz skalas |
|---|-------------------------|
| Līdzstrāva                                  | Sala -                  |
| Līdzstrāva un maiņstrāva                    | $\overline{\sim}$       |
| Vienfāzes maiņstrāva                        | , ~                     |
| Trīsfāžu maiņstrāva                         | 3~                      |
| Trīsfāžu maiņstrāva (četrvadu sis-<br>tēma) | 3N~                     |

Berzes un dažādu ārēju faktoru ietekmē mēraparāta rādījums atšķiras no mērījamā lieluma patiesās vērtības, kā rezultātā rodas kļūda. Izšķir absolūto, relatīvo un relatīvo nominālo kļūdu.

Par absolūto kļūdu  $\Delta A$  sauc starpību starp izmērīto vērtību  $A_{mer}$  un patieso vērtību A:

$$\Delta A = A_{\rm mer} - A, \tag{8-1}$$

kur patieso vērtību nosaka ar augstas precizitātes mēraparātu.

Relatīvā kļūda  $\gamma_0$  ir procentos izteikta absolūtās kļūdas  $\Delta A$ attiecība pret patieso vērtību A, bet relatīvā nominālā kļūda  $\gamma_N$ ir procentos izteikta  $\Delta A$  attiecība pret aparāta mērapjomu  $A_N$ , t. i.,

$$\gamma_0 = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100 \text{ un } \gamma_N = \frac{\Delta A}{A_N} \cdot 100. \tag{8-2}$$

Tā, piemēram, ja  $U_{mer} = 40 \text{ V}$ , U = 41,2 V un  $U_N = 150 \text{ V}$ , tad

$$\Delta U = 40 - 41, 2 = -1, 2 \text{ V}, \quad \gamma_0 = -\frac{1, 2}{41, 2} \cdot 100 = -2, 8\%$$

un

$$\gamma_{\rm N} = -\frac{1,2}{150} \cdot 100 = -0,8\%.$$

Ja, pārbaudot šādu voltmetru ar dažādiem spriegumiem, ir konstatēts, ka  $\gamma_N = -0.8\%$  pēc absolūtās vērtības ir lielākā relatīvā nominālā kļūda, tad voltmetra precizitātes klase ir 1,0 (sk. 8-3. tabulas pirmo pozīciju).

Uz mēraparāta skalas atzīmē precizitātes klasi. Relatīvā nominālā kļūda nepārsniedz precizitātes klasi normālos apstākļos. Par normālu gaisa temperatūru pieņem pārvietojamiem mēraparātiem  $+20\pm2$  °C, slēgdēļa mēraparātiem  $+20\pm5$  °C.

8-3. tabula

| Elektrisko mēraparātu veids   | Precizitātes klase  |  |  |
|---|---|--|--|
| Mēraparāti ar rādītājiem  | 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5;   |  |  |
| Aktīvās enerģijas skaitītāji<br>Reaktīvās enerģijas skaitītāji<br>Strāvmaiņi<br>Spriegummaiņi<br>Laboratorijas strāvmaiņi un spriegum | 4,0<br>1,0; 2,0; 2,5<br>2,0; 3,0<br>0,2; 0,5; 1,0; 3,0; 10<br>0,5; 1,0; 3,0 |  |  |
| maini   | 0,05; 0,1; 0,2; 0,5<br>0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0                       |  |  |

Pēc darbības principa elektriskos mēraparātus iedala 8-4. tabulā uzrādītajās sistēmās.

8-4. tabula

| Apzīmējums uz skalas |                                |  |
|----------------------|--------------------------------|--|
| ar pretmomentu       | bez pretmomenta<br>(logometri) |  |
| ۵                    | Ŵ                              |  |
| ŧ                    | <b>我</b>                       |  |
| ¢                    | 荣                              |  |
|                      |                                |  |
| •                    | Ð                              |  |
| ₽                    |                                |  |
| Ð                    | and the second                 |  |
| <u>D</u>             | 1.35                           |  |
| ÷                    |                                |  |
|                      |                                |  |

Lietojot elektrisko mēraparātu, jāzina arī tā stāvotne mērīšanas laikā, izolācijas pārbaudes spriegums un aizsardzības veids pret ārējās vides iedarbību. To norāda šādas zīmes uz mēraparāta skalas:

| horizontāla skalas stāvotne                    | -           |
|--|-------------|
| vertikāla " "                                  | T           |
| slīpa skalas stāvotne, piemēram, 60° leņķī     | <u>/60°</u> |
| B ekspluatācijas grupas mēraparāts             | Б           |
| izolācijas pārbaudes spriegums, piemēram, 2 kV | 佥           |

aizsardzība pret ārējā magnētiskā lauka iedarbību, piemēram, ekranizēts magnetoelektriskās sistēmas mēraparāts

Atkarībā no aizsardzības veida pret ārējās vides ietekmi izšķir A, B un B ekspluatācijas grupas mēraparātus, kas lietojami sausās, apkurināmās telpās (A), sausās, neapkurināmās telpās (B) vai ārpus telpām un uz ūdeņiem (B).

Bez aplūkotajiem apzīmējumiem uz skalas norāda arī mēraparāta tipu un numuru, valsts standarta numuru u. c. datus.

#### 8-2. ELEKTRISKO MĒRAPARĀTU DARBĪBAS PRINCIPS UN KONSTRUKCIJA

Elektriskajā mēraparātā elektroenerģija pārveidojas mehāniskajā enerģijā. Ja šādā pārveidošanās procesā kustīgā sistēma pagriežas par leņķi  $d\alpha$ , tad mēraparāta magnētiskā (vai elektriskā) lauka enerģija izmainās par lielumu dW un uz kustīgo sistēmu darbojas mērījamam lielumam proporcionāls griezes moments

$$M_{\rm gr} = c_1 \frac{dW}{d\alpha}$$
.

Uz kustīgo sistēmu bez tam darbojas no pagriešanās' leņķa α atkarīgs pretmoments

$$M_{\rm pr} = c_2 \alpha$$
.

Līdzsvara stāvoklī abi momenti ir vienādi un kustīgās sistēmas pagriešanās leņķis ir proporcionāls mērījamam lielumam:

$$c_2 \alpha = c_1 \frac{dW}{d\alpha}$$

$$=c\frac{dW}{da}.$$
 (8-3)

Griezes momenta rašanās dažādas sistēmas mēraparātos aplūkota nākamajos paragrāfos.

α

Pretmomentu elektriskajos mēraparātos visbiežāk iegūst ar spirālatsperēm (8-1. att.). Atsperes 1 iekšējais gals pielodēts



8-1. att. Pretmomenta iegūšana elektriskajos mēraparātos.



8-2. att. Elektromagnētiskais un gaisa slāpētājs.

asij, bet ārējais gals piestiprināts sviras 2 augšējam galam. Ja, mainoties temperatūrai, atspere deformējas un rādītājs novirzās no nulles iedaļas, tad rādītāju iestāda uz nulles iedaļu ar mēraparāta vākā ierīkotu korekcijas skrūvi 3. Griežot skrūvi, ekscentrs pagriež sviras 2 apakšējo galu, tā panākot rādītāja pagriešanos noteiktā virzienā. Mēraparātos ar kustīgu spoli lieto divas spirālatsperes, izmantojot tās pretmomenta iegūšanai un strāvas pievadīšanai.

Kustīgās sistēmas pašsvara radīto kļūdu novērš, līdzsvarojot sistēmu ar asij pierīkotiem atsvariem 4. Kustīgo sistēmu nostiprina uz ass, kuras konusveidīgie gali balstās krāterveida korunda, ahāta, metāla vai stikla gultņos. Laboratorijas mēraparātos asi novieto vertikālā stāvoklī, jo tad gultņos ir mazāka berze. Jutīgos mēraparātos griezes moments ir mazs un berzes spēki var radīt ievērojamu kļūdu. Sādos aparātos kustīgo daļu tāpēc iekar metāla vai kvarca pavedienā un pretmomentu iegūst ar pavediena vērpes spēkiem.

Pārejot no viena stāvokļa otrā, kustīgā sistēma var zināmu laiku svārstīties ap jauno līdzsvara stāvokli. Sādas svārstības apgrūtina nolasīšanu, tāpēc tās novērš ar elektromagnētiskajiem vai gaisa slāpētājiem (8-2. att.).

Elektromagnētisko slāpētāju izveido no asij piestiprināta alumīnija diska 1, kas pārvietojas starp pastāvīgā magnēta 2

un

poliem. Diskā inducētās virpuļstrāvas, mijiedarbojoties ar polu magnētisko plūsmu, rada bremzējošu spēku, kas slāpē rādītāja svārstības.

Gaisa slāpētāju izveido no virzuļa 3, kas pārvietojas pa izliektu un vienā galā noslēgtu cauruli 4. Gaisa plūsma bremzē virzuļa kustību un apslāpē rādītāja svārstības. Slāpētājs neiespaido rādītāja novirzi, jo līdzsvara stāvoklī alumīnija disks vai virzulis nepārvietojas un bremzējošais spēks nedarbojas.

Rāditājam jābūt vieglam un izturīgam, tāpēc to izgatavo no alumīnija vai dūralumīnija. Tehniskajos mēraparātos lieto bultas veida rādītājus. Skalu uzzīmē ar tušu uz balta papīra, kas uzlīmēts uz metāla pamatnes. Ļoti bieži skalu izgatavo, uznesot apzīmējumus fotoķīmiskā ceļā uz balti nokrāsotas me tāla pamatnes. Pārvietojamās iekārtās lieto tumšas aparāta skalas ar tumsā spīdošiem gaišas krāsas uzrakstiem un rādītāju.

Laboratorijas mēraparātos bieži lieto nažveida rādītājus un spoguļskalas. Paralakses kļūdu šeit novērš, skatoties uz rādītāju tā, lai smaile sakristu ar tās attēlu spogulī.

Slēgdēļa mēraparātiem uz skalas atzīmētas mērījamā lieluma vērtības, bet precīzākos laboratorijas mēraparātos uz skalas atzīmētas iedaļas. Lai pēc rādītāja novirzes noteiktu izmērīto lielumu, šādiem aparātiem ir jāzina konstante jeb iedaļas vērtība, ko nosaka šādi:

Pareizinot konstanti c ar rādītāja novirzi a, iegūst izmērītā lieluma vērtību

$$A_{\rm mer} = c\alpha. \tag{8-5}$$

Tā, piemēram, voltmetram ar mērapjomu 75 V un 30 iedaļām vienas iedaļas vērtība  $c = \frac{75}{30} = 2.5 \frac{\text{V}}{\text{ied}}$ . Ja rādītāja novirze  $\alpha = 12$  iedaļas, tad izmērītais spriegums  $U_{\text{mer}} = c\alpha = 2.5 \cdot 12 = 30 \text{ V}.$ 

Elektriskos mēraparātus aizsargā no mehāniskiem bojājumiem un nevēlamām ārējās vides iedarbībām ar lokšņu tērauda vai plastmasas *apvalku*. Tērauda apvalks zināmā mērā samazina ārējā magnētiskā lauka iedarbību.

Pēc apvalka formas izšķir apaļus un četrstūrainus, bet pēc apvalka izveidojuma izšķir virsbūves un iegremdētus mēraparātus. No slēgdēļa laukuma izmantošanas un dekoratīvā viedokļa labāki ir četrstūra formas iegremdētie mēraparāti, bet to montāža ir dārgāka.

Padomju Savienībā ir standartizēti šādi elektrisko mēraparātu cokoļu diametri: lielie — 225 mm, normālie — 185 mm,

(8-4)

samazinātie — 135 mm un mazgabarīta — 110; 90; 80; 75; 60; 55; 40 mm. Mazgabarīta mēraparātus lieto galvenokārt dažādās pārvietojamās iekārtās, piemēram, automašīnās, lidmašīnās, radioaparātos u. c.

Precīziem mērījumiem dažādās pārbaudēs izmanto pārnēsājamus laboratorijas mēraparātus, kas pēc izveidojuma ir ļoti dažādi.

# 8-3. MAGNETOELEKTRISKĀS UN TERMOELEKTRISKĀS SISTĒMAS MĒRAPARĀTI

Magnetoelektriskās sistēmas mēraparāta darbības princips parādīts 8-3. attēlā.

Gaisa spraugā, kas izveidojas starp nekustīgi novietotu tērauda cilindru un pastāvīgā magnēta poliem, atrodas uz ass novietots alumīnija rāmītis ar tinumu. Ja magnētiskā indukcija gaisa spraugā ir *B*, tinumā plūst strāva *I*, tinuma vienas malas garums ir *I*, vijumu skaits w un platums *b*, tad uz tinuma katru malu darbojas spēks

$$F = BIl\omega$$

un rodas griezes moments:

$$M_{gr} = Fb = BIl_{\omega}b = c_1I.$$

Strāvu tinumam pievada caur divām spirālatsperēm, kas rada arī pretmomentu

$$M_{\rm pr} = c_2 \alpha$$
.

Līdzsvara stāvoklī abi momenti ir vienādi un rādītāja novirze  $\alpha$  ir proporcionāla strāvai I pirmajā pakāpē:

 $c_2 \alpha = c_1 I$ 

 $\alpha = cI$ ,

(8-6)



8-3. att. Magnetoelektriskās sistēmas mēraparāts.

92

un

$$c = \frac{c_1}{c_2} = \frac{Blwb}{c_2}$$

No formulas redzam, ka, mainoties strāvas virzienam (zīmei), mainās arī griezes momenta virziens. Tā kā rādītājs kustīgās sistēmas inerces dēļ nespēj izsekot maiņstrāvas radītajām griezes momenta svārstībām, tad elektromagnētiskās sistēmas mēraparātus var lietot vienīgi līdzstrāvas un līdzsprieguma mērīšanai.

Gaisa spraugā izveidojas homogēns magnētiskais lauks, tāpēc mēraparāta skala ir vienmērīga. Izgatavojot rāmīša tinumu ar daudziem vijumiem, var izveidot jutīgu mēraparātu ar lielu pretestību (mazu elektroenerģijas patēriņu). Magnetoelektriskās sistēmas tehniskos voltmetrus izgatavo ar pretestībām  $100-300 \Omega$  uz voltu, bet speciālas konstrukcijas voltmetriem pretestība ir līdz 30 000  $\Omega$  uz voltu.

Magnētiskā indukcija gaisa spraugā ir 500—2000 Gs, tāpēc ārējais magnētiskais lauks gandrīz neiespaido rādītāja novirzi un mēraparātu var izgatavot ar precizitātes klasēm 0,2—2,5, bet speciālas konstrukcijas mēraparātu relatīvā nominālā kļūda nepārsniedz ±0,1%. Jāatzīmē, ka magnetoelektriskās sistēmas mēraparāti ir jutīgi pret pārslodzēm, jo lielas strāvas gadījumā atsperes zaudē elastību un var pat pārdegt.

Pieslēdzot magnetoelektriskās sistēmas mēraparātam taisngriezi, iegust maiņstrāvas un maiņsprieguma mērījumiem piemērotu detektora sistēmas mēraparātu (8-4. att.). Taisngriezi izveido no kuproksa vai germānija ventiļiem, saslēdzot tos pēc divtaktu (a) vai vientakta (b) shēmas. Divtaktu shēmas mēraparātā strāva plūst abu pusperiodu laikā un tās vidējā vērtība ir divas reizes lielāka nekā vientakta shēmas mēraparātā, katrs ventilis divtaktu shēmā darbojas ar pusi no ķēdei pieliktā sprieguma, tāpēc zema sprieguma gadījumā šeit ir zems taisngriešanas koelicients.

Pusvadītāju ventiļiem ir negatīvs temperatūras koeficients, tāpēc to pretestības izmaiņu var kompensēt, lietojot pretestību rk



8-4. att. Detektora sistēmas mēraparātu divtaktu (a) un vientakta (b) shēmas.

17 - A. Lielturks

ar pozitīvu temperatūras koeficientu  $\alpha$ . Vientakta shēmā virknē ar voltmetru ieslēdz vienu ventili, bet paralēli tiem pretējā virzienā ieslēdz otru ventili. Tādā gadījumā maiņsprieguma abu pusperiodu laikā papildpretestībā  $r_p$  plūst strāva un ventili darbojas ar mazāku sprostspriegumu. Izvēloties pretestību  $r_1$ vienādu ar voltmetra pretestību, var panākt vienādu strāvu abu' pusperiodu laikā.



8-5. att. Termoelektriskās sistēmas mēraparātu shēmas ar vienu (a) un vairākiem termopāriem (b).

Jāatzīmē, ka detektoru sistēmas mēraparāts mērī līdzstrāvas vai līdzsprieguma vidējo vērtību, bet uz skalas uzrāda maiņstrāvas vai maiņsprieguma efektīvās vērtības. Parasti, skalu graduējot, pieņem, ka strāva ir sinusoidāla un efektīvā vērtība ir 1,11 reizes lielāka par vidējo vērtību. Mērījot nesinusoidālus lielumus, efektīvās un vidējās vērtības attiecība nav 1,11, tādēļ rodas noteikta kļūda.

Detektoru sistēmas mēraparāti ir samērā jutīgi, bet to precizitāte nav augsta. Ampērmetru un voltmetru mazākais mērapjoms ir 0,2 mA, 0,3 V un mazākā precizitātes klase 1,5. Iebūvējot mēraparātā šuntus un papildpretestības, izveido universālus maiņstrāvas-līdzstrāvas mēraparātus, kas lietojami mērīšanai līdz pat 10 000 Hz frekvencei.

Augstākas frekvences gadījumā sprieguma un strāvas mērīšanai lieto *termoelektriskās sistēmas* mēraparātus. Tos izveido no viena vai vairākiem termopāriem un magnetoelektriskās sistēmas mēraparāta (8-5. att.).

Sajos mēraparātos mērījamā strāva I sakarsē no konstantāna stieples izveidotu sildelementu un vienu termopāra kontaktu līdz temperatūrai  $t_1$ . Ja mēraparātam pievienoto termopāra kontaktu temperatūra ir  $t_2$ , tad mēraparātā plūst temperatūru starpībai  $t_1-t_2$  proporcionāla strāva  $I_1$ . Sakarība starp I un  $I_1$ ir kvadrātiska, tāpēc ar mēraparātu var mērīt maiņstrāvu un tā skala ir nevienmērīga. Mērījot mazas strāvas (līdz 1 A), no termoelementiem izveidoto termobateriju ievieto vakuumā, jo tādā gadījumā samazinās siltuma izstarojums un mēraparāts ir jutīgāks.

Termoelektriskās sistēmas mēraparāti ir samērā neprecīzi, ar relatīvo nominālo kļūdu no  $\pm 1,5$  līdz  $\pm 2,5\%$ . Tos lieto mērīšanai radioiekārtās frekvencēm no 0,3 līdz 75 MHz, pie tam diapazonā no 6 līdz 75 MHz mēraparātus var izmantot vienīgi kā strāvas indikatorus.

### 8-4. ELEKTROMAGNETISKĀS SISTEMAS MERAPARĀTI

Elektromagnētiskās sistēmas mēraparāta darbības princips parādīts 8-6. attēlā.

Mēraparāts izveidots no nekustīgas spoles un ekscentriski nostiprinātas tērauda plāksnītes. Ja spolē plūst strāva *I*, tad plāksnīte pievelkas un uz kustīgo sistēmu darbojas spoles



8-6. att. Elektromagnētiskās sistēmas mēraparāts.

8-7. att. Astatisks mērmehānisms.

magnētiskā lauka enerģijas  $W = \frac{Ll^2}{2}$  izmaiņai proporcionāls griezes moments

$$M_{\rm gr} = c_1 \frac{dW}{d\alpha} = \frac{c_1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha} \,.$$

Bez tam uz kustīgo sistēmu darbojas spirālatsperes radīts un pagriešanās leņķim a proporcionāls pretmoments

$$M_{\rm pr} = c_2 \alpha$$
.

Līdzsvara stāvoklī abi momenti ir vienādi un rādītāja novirze ir proporcionāla strāvas kvadrātam:

 $c_2 \alpha = \frac{c_1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}$  $\alpha = c I^2 \frac{dL}{d\alpha} . \tag{8-7}$ 

No formulas redzam, ka, mainoties strāvas virzienam (zīmei), griezes momenta virziens nemainās, tāpēc elektromagnētiskās sistēmas mēraparātus var lietot maiņstrāvas un maiņsprieguma mērīšanai. Mainot plāksnītes formu un vietu spolē, var panākt tādu reizinātāju  $\frac{dL}{da}$ , kuram atbilstošā skala ir nevienmērīga tikai sākuma daļā.

un

17\*

Strāvu spolei pievada tieši bez atsperu starpniecības, bet spoles magnētiskais lauks izveidojas gaisā, un uz to jūtami var iedarboties ārējais magnētiskais lauks. Minēto iemeslu dēļ elektromagnētiskās sistēmas mēraparāti ir vienkāršāki un izturīgāki, bet nejutīgāki un neprecīzāki par magnetoelektriskās sistēmas mēraparātiem. Elektromagnētiskās sistēmas mēraparātus visvairāk lieto maiņstrāvas un maiņsprieguma mērīšanai, bet līdzstrāvu un līdzspriegumu mērī ar jutīgākajiem un precīzākajiem magnetoelektriskās sistēmas mēraparātiem.

Precīzajos laboratorijas elektromagnētiskās sistēmas mēraparātos histerēzes zudumu radīto kļūdu samazina, izgatavojot plāksnīti no permaloja, bet ārējā magnētiskā lauka iedarbību novērš, izveidojot astatisku mērmehānismu (8-7. att.). Sādā mehānismā ir divas spoles ar pretēja virziena magnētiskajām plūsmām un divas uz ass nostiprinātas ekscentriskas permaloja plāksnītes, kas rada vienāda virziena griezes momentus. Ārējais magnētiskais lauks vienas spoles magnētisko plūsmu samazina, bet otras spoles plūsmu palielina, tāpēc rezultējošais griezes moments neizmainās. Tādā veidā var izveidot mēraparātus ar precizitātes klasi 0,5.

### 8-5. ELEKTRODINAMISKĀS SISTEMAS MĒRAPARĀTI

Elektrodinamiskās sistēmas mēraparāta darbības princips parādīts 8-8. attēlā. Seit nekustīgi nostiprinātajā spolē plūst strāva  $I_1$  un ar kustīgo sistēmu savienotajā spolē plūst strāva  $I_2$ . Magnētisko lauku mijiedarbības spēki cenšas nostādīt abas spoles tādā stāvoklī, lai to magnētiskās, plūsmas  $\Phi_1$  un  $\Phi_2$ būtu vērstas vienā virzienā; uz kustīgo sistēmu darbojas magnētiskā lauka enerģijas  $W = M_{12}I_1I_2$  izmaiņai proporcionāls griezes moments

$$M_{\rm gr} = c_1 \frac{dW}{d\alpha} = c_1 I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{d\alpha}$$

Kustīgajai spolei strāvu pievada pa divām spirālatsperēm, kas rada arī pretmomentu

$$M_{\rm pr} = c_2 \alpha$$
.

Līdzsvara stāvoklī abi momenti ir vienādi un rādītāja novirze proporcionāla abu spoļu strāvu reizinājumam:

$$c_2 \alpha = c_1 I_1 I_2 \frac{dM_{12}}{d\alpha}$$

un\_

$$\alpha = c I_1 I_2 \frac{d M_{12}}{d \alpha}$$

Reizinātājs  $\frac{dM_{12}}{da}$  ir atkarīgs no spoļu formas un savstarpējā

stāvokļa. Visbiežāk lieto apaļas spoles, kur kustīgā spole novietota nekustīgās spoles vienmērīgā magnētiskajā laukā. Tādā gadījumā



8-8. att. Elektrodinamiskās sistēmas mēraparāts.



8-9. att. Feromagnētiskās sistēmas mēraparāts.

Ja spolēs plūst maiņstrāva, tad kustīgās sistēmas novirze ir proporcionāla griezes momenta vidējai vērtībai:

$$\alpha = cI_1 I_2 \sin \gamma \cos(I_1 I_2). \tag{8-8}$$

kur  $I_1I_2$  ir spolu strāvu fāžu nobīdes leņķis.

Elektrodinamiskās sistēmas mēraparātus izgatavo ar precizitātes klasēm no 0,1 līdz 0,5, un tos izmanto precīziem strāvas, sprieguma, jaudas koeficienta un frekvences mērījumiem. To trūkumi ir jutība pret pārslodzēm, rādījumu atkarība no ārējā magnētiskā lauka un mazs griezes moments. Pēdējie divi trūkumi novērsti feromagnētiskās sistēmas mēraparātos, kur spoles uztin uz feromagnētiska materiāla serdēm (8-9. att.).

Pēc darbības principa feromagnētiskās sistēmas mēraparāti neatšķiras no elektrodinamiskās sistēmas mēraparātiem, bet histerēzes un virpuļstrāvu zudumi spoļu serdēs samazina to precizitāti. Parasti tos izgatavo ar precizitātes klasēm 1,5-2,5. Izgatavojot serdes no permaloja, panāk lielāku precizitāti. Sīs sistēmas mēraparātus izgatavo arī kā pašrakstošus voltmetrus, ampērmetrus un vatmetrus.

### 8-6. INDUKCIJAS SISTĒMAS MĒRAPARĀTI

Indukcijas sistēmas mēraparāta darbības princips parādīts 8-10. attēlā. Mainīga magnētiskā plūsma  $\Phi_1$  inducē metāla diskā strāvu  $I'_1$ , un plūsma  $\Phi_2$  inducē strāvu  $I'_2$ . Ja plūsmas  $\Phi_1$  un  $\Phi_2$  nobīdītas fāzē par leņķi  $\psi$ , tad plūsma  $\Phi_1$ , mijiedarbojoties ar strāvu  $I'_2$ , rada griezes momentu

$$M_1 = c'_1 \Phi_1 I'_2 \cos(90^\circ + \psi) = -c'_1 \Phi_1 I'_2 \sin\psi$$

un plūsma  $\Phi_2$ , mijiedarbojoties ar strāvu  $I'_1$ , rada griezes momentu

$$M_2 = c'_2 \Phi_2 I'_1 \cos(90^\circ - \psi) = c'_2 \Phi_2 I'_1 \sin \psi.$$

Abu momentu dažādās zīmes norāda, ka viens diskā inducētās strāvas kontūrs tiek ievilkts magnētiskajā laukā, bet otrs strāvas kontūrs tiek izstumts no magnētiskā lauka. Rezultējošais



8-10. att. Indukcijas sistēmas mēraparāta darbības princips (a) un vektoru diagramma (b).

griezes moments tādā gadījumā darbojas virzienā no  $\Phi_1$  uz  $\Phi_2$ , un to var noteikt pēc šādas sakarības:

$$M_{\rm gr} = M_2 - M_1 = (c'_2 \Phi_2 I'_1 + c'_1 \Phi_1 I'_2) \sin \psi.$$

Diskā inducētās strāvas ir proporcionālas frekvencei un magnētiskajai plūsmai:

$$I'_1 = c_3 f \Phi_1$$
 un  $I'_2 = c_4 f \Phi_2$ .

Ievietojot šīs strāvu vērtības momenta vienādojumā, iegūstam, ka

$$M_{\rm gr} = c' f \Phi_1 \Phi_2 \sin \psi.$$

Ieslēdzot vienu spoli virknē un otru paralēli maiņstrāvas ķēdei, viena plūsma ir proporcionāla ķēdes strāvai  $I_1$ , otra plūsma ir proporcionāla tās spriegumam U un griezes moments ir proporcionāls ķēdes sprieguma un strāvas reizinājumam, t. i.,

$$\Phi_1 = c_5 I_1, \quad \Phi_2 = c_6 \frac{U}{z_2} \approx c_6 \frac{U}{2\pi f L_2} = c'_6 \frac{U}{f}$$

un

 $M_{\rm gr} = c'' U I_1 \sin \psi.$ 

Ja magnētisko plūsmu fāžu nobīdes leņķis  $\psi$  ir sprieguma un strāvas fāžu nobīdes leņķa  $\varphi$  papildinājums līdz 90°, tad griezes moments ir proporcionāls ķēdes aktīvajai jaudai *P*:

 $\psi = 90^{\circ} - \varphi$ ,  $\sin \psi = \sin (90^{\circ} - \varphi) = \cos \varphi$ 

un

 $M_{\rm gr} = c'' U I_1 \cos \varphi = c'' P.$ 

Sakarībai  $\psi = 90^{\circ} - \varphi$  vai  $\psi + \varphi = 90^{\circ}$  atbilst 8-11. attēlā dotā vektoru diagramma. No vektoru diagrammas redzam, ka sprieguma



8-11. att. Indukcijas sistēmas mēraparāta vektoru diagramma, ja  $M_{gr} = c''P$ .



8-12. att. Indukcijas sistēmas mēraparāta uzbūve.

spolē strāvai  $I_2$  ir jābūt nobīdītai fāzē pret spriegumu U par 90°. To panāk, pierīkojot sprieguma spoles serdei magnētisko šuntu (8-12. att.). Mainot ar plāksnīti S magnētiskā šunta plūsmu  $\Phi_L$ , panāk, ka ķēdē ar  $\cos \varphi = 1$  un  $\varphi = 0$  leņķis  $\psi =$  $=90°-\varphi = 90°$ . Griezes moments tad ir proporcionāls aktīvajai jaudai arī gadījumos, kad  $\varphi > 0$  un  $\cos \varphi < 1$ . Absolūti precīzi  $\psi = 90°$  ieregulēt nevar, tāpēc rodas zināma kļūda, kas maksimālo vērtību sasniedz ķēdē ar  $\varphi = 90°$  un  $\cos \varphi = 0$ .

Pierīkojot diska asij atsperi, uz disku darbojas diska pagriešanās leņķim α proporcionāls pretmoments

$$M_{\rm pr} = c_2 \alpha$$
.

Līdzsvara stāvoklī pretmoments vienāds ar griezes momentu un asij pierīkotā rādītāja novirze a ir proporcionāla aktīvajai jaudai, t. i.,

$$c_{\alpha\alpha} = c''P$$

un

$$\alpha = cP. \tag{8-9}$$

Novietojot diska malā pastāvīgo magnētu, diskā inducējas

virpuļstrāvas un rodas diska griešanās ātrumam n proporcionāls bremzējošs moments

 $M_{\rm br} = c_2 n.$ 

Līdzsvara stāvoklī griezes un bremzējošais moments ir vienādi un aktīvā jauda ir proporcionāla diska griešanās ātrumam, t. i.,

 $c_2 n = c'' P$ P = c n

un

Pareizinot vienādojumu ar laiku t, iegūstam, ka

Pt = cnt A = cN.(8-10)

un

No formulas redzam, ka noteiktā laikā ķēdei pievadītā elektro-  
enerģija 
$$A$$
 ir proporcionāla diska apgriezienu skaitam  $N$  šajā  
laikā. Apgriezienu skaitu nosaka ar diska asij pierīkotā skaitī-  
tāimehānisma palīdzību.

Koeficientu  $c = \frac{A}{N}$ , izsakot to  $\frac{J}{apgr}$ , sauc par skaitītāja konstanti. Tā, piemēram, ja uz skaitītāja plāksnītes atzīmētais pārnesuma skaitlis ir 1 kWh=2500 diska apgriezienu, tad

 $c = \frac{1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s}}{2500 \text{ apgr}} = 1440 \frac{\text{J}}{\text{apgr}}.$ 

Mazas slodzes gadījumā berze skaitītājmehānismā un gultņos rada ievērojamu kļūdu. To samazina ar berzes momenta kompensācijas ierīci (8-13. att.). Tajā metāla plāksnīte (ekrāns) 1 vai arī īsi slēgts vijums sadala sprieguma spoles magnētisko plūsmu  $\Phi_2$  divās telpā un fāzē par leņķi  $\psi_k$  nobīdītās daļās  $\Phi'_2$  un  $\Phi_k$ . So plūsmu radītais griezes moments

 $M_{\rm k} = c f \Phi'_2 \Phi_{\rm k} \cos \psi_{\rm k}$ 

kompensē berzes spēku pretmomentu.



8-13. att. Berzes momenta kompensācijas un pašgaitas novēršanas ierīces.

Ja kompensācijas moments ir lielāks par berzes pretmomentu, tad disks griežas arī tad, ja skaitītājam nav pieslēgta slodze. Sādu pašgaitu novērš serdei pierīkotais tērauda karodziņš 2 un diska ass kāsītis 3, jo sprieguma spoles izkliedes plusmas  $\Phi_s$  magnetizētais karodzīņš pievelk kāsīti.

Trīsfāžu ķēdēs elektroenerģijas mērīšanai lieto divelementu vai trīselementu skaitītājus, kuros uz kopējās ass nostiprināti divi vai trīs alumīnija diski, uz kuriem iedarbojas 8-12. attēlā parādītās ierīces. Skaitītāja griezes moments vienāds ar šo ierīču griezes momentu algebrisko summu. Šādu skaitītāju slēguma shēmas aplūkotas 8-11. §.

### 8-7. ELEKTROSTATISKĀS SISTĒMAS MĒRAPARĀTI

Elektrostatiskās sistēmas mēraparāta darbības princips parādīts 8-14. attēlā. Mēraparātam ir kustīgu ar rādītāju savienotu plāksnīšu sistēma 1 un nekustīgu plāksnīšu sistēma 2. Pieslēdzot tās spriegumam, elektrostatiskie pievilkšanās un at grūšanās spēki pārvieto kustīgo plāksnīšu sistēmu virzienā, kurā mēraparāta kapacitāte C pieaug. Uz kustīgo sistēmu tādā gadījumā darbojas elektriskā lauka enerģijas  $W = \frac{CU^2}{2}$ izmaiņai proporcionāls griezes moments

$$M_{\rm gr} = c_1 \frac{dW}{da} = \frac{c_1}{2} U^2 \frac{dC}{da}$$

Bez tam uz kustīgo sistēmu darbojas spirālatsperes radīts un pagriešanās leņķim a proporcionāls pretmoments

 $M_{\rm pr} = c_2 \alpha$ .

Jutīgākos mēraparātos pretmomentu rada pavediena vērpes spēki.

Līdzsvara stāvoklī abi momenti ir vienādi un rādītāja novirze ir proporcionāla sprieguma U kvadrātam:

$$c_2 \alpha = \frac{c_1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}$$

 $\alpha = c U^2 \frac{dC}{d\alpha} \,. \tag{8-11}$ 



un

8-14. att. Elektrostatiskās sistēmas mēraparāts.

No formulas redzam, ka ar elektrostatiskās sistēmas mēraparātiem var mērīt līdzspriegumu un maiņspriegumu.

Līdzstrāvas ķēdē mēraparāts enerģiju nepatērē, bet maiņstrāvas ķēdē enerģijas patēriņš ir neievērojams. Tāpēc elektrostatiskās sistēmas voltmetri ir piemēroti mērīšanai augstsprieguma un vājstrāvas ķēdēs ar frekvencēm līdz 20 MHz. Mērījot mazākus spriegumus, attālumam starp plāksnēm ir jābūt mazam. Lai ierobežotu īsslēguma strāvu, virknē ar mēraparātu ieslēdz pretestību  $r \approx 80$  k $\Omega$ .

Elektrostatiskās sistēmas voltmetrus izgatavo ar precizitātes klasēm 1,0—2,5. To darbību stipri iespaido ārējais elektriskais lauks. Tā iedarbību novērš ar iezemētu ekrānu. Lai palielinātu jutību, elektrostatiskās sistēmas voltmetrus lieto kopā ar elektronu lampu pastiprinātājiem. Tā, piemēram, izveidojot voltmetru no C-95 tipa elektrostatiskās sistēmas voltmetra ar mērapjomu 60 V un divpakāpju lampu pastiprinātāja, mazākais mērapjoms šādam voltmetram ir 0,75 V un ieejas pretestība — 1 MΩ.

### 8-8. STRĀVAS MĒRĪŠANA

Mērījot elektriskajā ķēdē strāvu, virknē ar ķēdi ieslēdz ampērmetru (8-15. att.).

Ja mērījamā strāva ir lielāka par ampērmetra mērapjomu, tad virknē ar elektrisko ķēdi ieslēdz *šuntu* un paralēli šuntam pieslēdz ampērmetru (8-16. att.). Mērījamā strāva *I* sadalās šunta un ampērmetra pretestībām apgriezti proporcionālās daļās:

$$I = I_{z} + I_{A},$$

kur

$$\frac{I_{\underline{s}}}{I_{A}} = \frac{r_{A}}{r_{\underline{s}}}$$

Aprēķinot pēc abiem vienādojumiem šunta pretestību, iegūstam, ka

$$r_{\tilde{s}} = \frac{I_{A}r_{A}}{I_{\tilde{s}}} = \frac{I_{A}r_{A}}{I - I_{A}} = \frac{r_{A}}{\frac{I}{I_{A}} - 1}$$

vai

$$r_{\rm g} = \frac{r_{\rm A}}{n-1} \,. \tag{8-12}$$

Tā, piemēram, ja mērījamā strāva  $I_A=15$  A, bet miliampēr-266 metra mērapjoms  $I_{\rm A}$ =15 mA un pretestība  $r_{\rm A}$ =5  $\Omega$ , tad koeficients

$$n = \frac{I}{I_{\rm A}} = \frac{15}{0,015} = 1000$$

un jālieto šunts ar pretestību





8-15. att. Ampērmetra ieslēgšanas shēma.



8-16. att. Šunta un ampērmetra ieslēgšanas shēma.

Suntus izgatavo no materiāla, kam ir mazs temperatūras koeficients, piemēram, no manganīna. Ampērmetriem, kas paredzēti strāvām līdz 100 A, parasti lieto iekšējus šuntus. Ampērmetriem, kas paredzēti lielākām strāvām, lieto ārējus šuntus, jo, novietojot šuntus mēraparātos, palielinās to izmēri un šunta magnētiskais lauks ietekmē mēraparāta darbību. Ārējie šunti var būt individuāli vai kalibrēti. Individuālo šuntu lieto noteiktam ampērmetram, bet kalibrēto šuntu var pieslēgt ampērmetriem, kuriem uz skalas uzrādītais spriegums vienāds ar šunta nominālo sprieguma kritumu. Kalibrētos šuntus izgatavo ar šādiem nomināliem sprieguma kritumiem: 60, 75, 100, 150 vai 300 mV.

**Piemērs.** Uz ampērmetra skalas ar 150 iedaļām atzīmēts spriegums 75 mV. Izvēloties šuntu ar nominālo sprieguma kritumu 75 mV un nominālo strāvu 3000 A, ampērmetra iedaļas vērtība  $c = \frac{3000}{150} = 20 \frac{A}{\text{ied}}$ .

Kalibrēts šunts jāpieslēdz ar kalibrētiem vadiem. Lietojot garākus vai īsākus vadus, attiecīgi jāizmaina vadu šķērsgriezuma laukums.

Maiņstrāvas ķēdēs šunta induktīvā pretestība var iespaidot mērījumu precizitāti, tāpēc šādās ķēdēs ampērmetra mērapjomu palielina ar *strāvmaini* (8-17. att.). Strāvmainim ir divi uz elektrotērauda serdes uztīti tinumi. Primāro tinumu  $\mathcal{J}_1 - \mathcal{J}_2$ izveido no nedaudziem vijumiem, un to ieslēdz virknē ar elektrisko ķēdi. Sekundārajam tinumam  $\mathcal{H}_1 - \mathcal{H}_2$  ir lielāks vijumu skaits, un tam pieslēdz ampērmetru. Abu tinumu strāvas ir apgriezti proporcionālas vijumu skaitam:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = k_i. \tag{8-13}$$

Strāvmaiņus izgatavo ar tādu transformācijas koeficientu  $k_i$ , lai nominālā režīmā sekundārā strāva būtu vienāda ar 5 A (retāk 1 A).



8-17. att. Strāvmaiņa un ampērmetra ieslēgšanas shēma.

Lielāku strāvu mērīšanai primāro tinumu izveido no vada, kas izvērts vienu vai vairākas reizes caur serdes gredzenu (8-18. att. a), bet zemsprieguma iekārtās strāvas mērīšanai bez vada pārtraukšanas lieto mērknaibles, kuru serde sastāv no divām atveramām U veida pusēm (8-18. att. b).

Strāvmaiņus lieto arī mēraparātu izolēšanai no augstsprieguma. Lai izolācijas bojājuma gadījumā mēraparāti neiegūtu augstu spriegumu, strāvmaiņa sekundārā tinuma vienu spailī un tērauda apvalku iezemē. Rīkojoties ar strāvmaini, jāatceras, ka nedrīkst pārtraukt neatslēgta strāvmaiņa sekundāro ķēdi; to darot, starp sekundārā tinuma spailēm var rasties augsts spriegums (lielos strāvmaiņos līdz 1,5 kV). Liela primārā strāva tādā gadījumā pārmagnetizē serdi, tā sakarst un bojājas tinuma izolācija. Tāpēc pirms ampērmetra atslēgšanas strāvmaiņa sekundārā tinuma spailes ir jānoslēdz īsi.

Strāvmaiņa precizitāti raksturo strāvas un fāzes kļūda. Ampērmetra rādījumus iespaido vienīgi strāvas kļūda. To nosaka pēc strāvmaiņa nominālā un patiesā transformācijas koeficienta starpības, izsakot to procentos no patiesā transformācijas koeficienta:

$$\gamma_{\rm IN} = \frac{k_{\rm IN} - k_{\rm I}}{k_{\rm I}} \cdot 100.$$

8-18. att. Strāvmainis ar izvērtu primāro tinumu (a) un mērknaibles (b).

Mērījot strāvu un jaudu, elektroenerģiju vai  $\cos \varphi$ , strāvmaiņa sekundārā tinuma spailēm virknē pieslēdz ampērmetru un vatmetra, skaitītāja vai fazometra strāvas spoli. Pēdējo rādījumus ietekmē arī fāzes kļūda. To nosaka leņķis, kas izveidojas starp primārās strāvas vektoru un par 180° pagriezto sekundārās strāvas vektoru.

Strāvmaiņa kļūdas ir atkarīgas no primārās strāvas un sekundārās slodzes pretestības lieluma. Tā, piemēram, ja primārā strāva ir 100—120% un sekundārā tinuma slodzes pretestība ir 25—100% no nominālās vērtības, tad strāvmainim ar precizitātes klasi 1,0 pieļaujamā strāvas kļūda ir  $\pm 1\%$  un fāzes kļūda  $\pm 80'$ .

#### 8-9. SPRIEGUMA MERIŠANA

Mērījot spriegumu, elektriskajai ķēdei paralēli pieslēdz voltmetru (8-19. att.). Ja mērījamais spriegums ir lielāks par voltmetra mērapjomu, tad virknē ar voltmetru ieslēdz papildpretestību (8-20. att.). Mērījamais spriegums U tad sadalās proporcionāli voltmetra pretestībai un papildpretestībai:

$$U = U_{\rm V} + U_{\rm p}$$
$$\frac{U_{\rm V}}{U_{\rm p}} = \frac{r_{\rm V}}{r_{\rm p}} \,.$$

Aprēķinot pēc abiem vienādojumiem papildpretestību, iegūstam, ka

$$r_{\rm p} = \frac{U_{\rm p} \cdot r_{\rm V}}{U_{\rm V}} = \frac{U - U_{\rm V}}{U_{\rm V}} \cdot r_{\rm V} = \left(\frac{U}{U_{\rm V}} - 1\right) r_{\rm V}$$

vai

$$\dot{r}_{\rm p} = (m-1)r_{\rm V}.$$
 (8-14)

Tā, piemēram, ja mērījamais spriegums U=600 V, bet voltmetra mērapioms  $U_{\rm X}=150$  V un pretestība  $r_{\rm X}=5000$  Ω, tad



8-19. att. Voltmetra ieslēgšanas shēma.





8-20. att. Voltmetra un papildpretestības ieslēgšanas shēma.

8-21. att. Spriegummaiņa un voltmetra ieslēgšanas shēma.

koeficients  $m = \frac{U}{U_V} = \frac{600}{150} = 4$  un ir jālieto papildpretestība  $r_p = (m-1)r_V = 3 \cdot 5000 = 15\ 000\ \Omega.$ 

Tāpat kā šuntus, arī papildpretestības izgatavo no manganīna vai konstantāna. Parasti tās iebūvē voltmetrā, tomēr bieži lieto arī ārējās papildpretestības.

Augstsprieguma kēdēs papildpretestībās ir lieli enerģijas zudumi. Tā, piemēram, ja kēdes spriegums ir 100 kV un voltmetra nominālā strāva 30 mA, tad jaudas zudumi papildpretestībā ir gandrīz 3 kW.

Lai izolētu mēraparātus no augsta sprieguma un samazinātu enerģijas zudumus, maiņstrāvas ķēdēs ar spriegumu virs apmēram 600 V voltmetra mērapjomu palielina ar spriegummaini (8-21. att.). Spriegummainim, tāpat kā strāvmainim, ir divi uz elektrotērauda serdes uztīti tinumi. Primāro tinumu A-X izgatavo ar lielāku vijumu skaitu, un to pieslēdz paralēli elektriskajai ķēdei. Sekundāro tinumu a-x izgatavo ar mazāku vijumu skaitu, un tam pieslēdz voltmetru. Abu tinumu spriegumi ir proporcionāli vijumu skaitam:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = k_u. \tag{8-15}$$

Spriegummaiņus izgatavo ar tādu transformācijas koeficientu  $k_{u}$ , lai nominālā režīmā sekundārais spriegums būtu vienāds ar 100 vai 110 V.

Lai izolācijas bojājuma gadījumā mēraparāti neiegūtu augstu spriegumu, vienu sekundārā tinuma spaili un tērauda apvalku iezemē. Spriegummaini aizsargā ar drošinātājiem; tos ieslēdz primārās ķēdes vados, ja spriegummainis ir iezemēts, un sekundārās ķēdes vados, ja spriegummainis nav iezemēts. Rīkojoties ar spriegummaini, jāatceras, ka bīstama ir apgrieztā sprieguma transformācija. Ja sekundārajam tinumam pieslēdz zemu spriegumu, tad primārajā pusē var būt augsts spriegums.

Spriegummaiņa precizitāti raksturo sprieguma un fāzes kļūda, kas ir analoģiska iepriekš aplūkotajām strāvmaiņa kļūdām.

#### 8-10. PRETESTĪBAS MĒRĪŠANA

Pretestibu var noteikt pēc ampērmetra-voltmetra, ommetra vai tilta metodēm.

Lietojot ampērmetra-voltmetra metodi, pēc izmērītās strāvas un sprieguma aprēķina nezināmo pretestību. Ampērmetru un voltmetru var ieslēgt pēc 8-22. attēlā parādītajām shēmām. Pirms voltmetra ieslēgtais ampērmetrs (8-22. att. a) uzrāda nezināmās pretestības un voltmetra strāvu summu. Tādā gadījumā pretestību var noteikt pēc šādas sakarības:



**Piemērs.** Voltmetrs uzrāda spriegumu U=300 V un ampērmetrs strāvu  $I_A=0,21$  A. Ja voltmetra pretestība  $r_V=5000$   $\Omega$ , tad pretestība

$$r_{\rm x} = \frac{300}{0.21 - \frac{300}{5000}} = \frac{300}{0.21 - 0.06} = 2000 \ \Omega.$$

Neievērojot šādā gadījumā strāvas korekciju  $\frac{U}{r_{xy}}$ , aprēķinātā pretestība

$$r_{\rm x} = \frac{U}{T_{\rm A}} = \frac{300}{0.21} = 1430 \ \Omega$$

ir ievērojami mazāka.

Strāvas korekciju  $U/r_V$  var neizdarīt, ja mērījamā pretestība  $r_x$  ir daudz mazāka par voltmetra pretestību  $r_V$ .

Pirms ampērmetra ieslēgtais voltmetrs (8-22. att. b) uzrāda nezināmās pretestības un ampērmetra sprieguma kritumu summu. Tādā gadījumā pretestību var noteikt pēc šādas sakarības:

$$r_{\rm x} = \frac{U_{\rm V} - Ir_{\rm A}}{I} \,. \tag{8-17}$$

Sprieguma korekciju  $Ir_A$  var neievērot gadījumā, ja mērījamā pretestība  $r_x$  ir daudz lielāka par ampērmetra pretestību  $r_A$ .



8-22. att. Ampērmetra un voltmetra ieslēgšanas shēmas ar strāvas (a) un sprieguma (b) korekciju.



8-23. att. Ommetra shēma (a) un skala (b).

Ampērmetra-voltmetra metodes precizitāti nosaka abu mēraparātu kļūdu summa. Tā, piemēram, ja katra mēraparāta precizitātes klase ir 0,5, tad metodes relatīvā nominālā kļūda ir  $\pm 1\%$ . Tāpēc, lietojot šo metodi, jāizvēlas augstākas precizitātes klases mēraparāti.

Loti vienkārši pretestību var izmērīt ar ommetru (8-23. att.). Mēraparātā ir ievietots barošanas avots ar noteiktu spriegumu, tāpēc pretestību var noteikt, mērījot tikai strāvu. Miliampērmetra skalu tādā gadījumā var graduēt omos.

Lai, pieslēdzot mazu pretestību  $r_x$ , nesabojātu mēraparātu, ar to virknē ieslēdz pretestību  $r_1$ . Par barošanas avotu ommetros izmanto sausos elementus. To spriegums ar laiku samazinās, tāpēc pirms lietošanas ommetri ir jāpārbauda. Vispirms ar korektoru rādītāju nostāda pret skalas iedaļu ar atzīmi  $\infty$ , un pēc tam spailes ar slēdzi S saslēdz īsi. Ja tādā gadījumā rādītājs nenostājas pret nulles iedaļu, tad to panāk, mainot pretestību  $r_2$  vai regulējot magnetoelektriskās sistēmas miliampērmetra polu kurpēm pierīkoto magnētisko šuntu.

Ja barošanas avota spriegums ir U un miliampērmetra mērapjoms ir  $I_N$ , tad ommetra pretestības var aprēķināt pēc šādas sakarības:

$$r_1 + r_2 = \frac{U}{I_N} \,. \tag{8-18}$$

Maināmai pretestībai  $r_2$  jābūt 5—10 reizes mazākai par  $r_1+r_2$ . Tādā gadījumā precīzāk var izmērīt pretestības  $r_x$  robežās no 0,1  $(r_1+r_2)$  līdz 10  $(r_1+r_2)$ . Tā, piemēram, ja U=4.5 V un  $I_N=1$  mA, tad  $r_1+r_2=\frac{4.5}{1}=4.5$  k $\Omega$ . Izvēloties  $r_1=3.9$  k $\Omega$  un  $r_2=1$  k $\Omega$ , precīzāk var izmērīt pretestības robežās no 500  $\Omega$ līdz 50 k $\Omega$ .

Pēc formulas (8-18) redzam, ka ommetra pretestības un līdz ar to mērīšanas apjomu var palielināt, lietojot barošanas avotu ar lielāku spriegumu un mēraparātu ar mazāku mērapjomu (mikroampērmetru).

Elektroiekārtu izolācijas pretestības pārbaudei lieto megommetrus, kuros par barošanas avotiem izmanto ar roku darbināmus induktorus ar spriegumu no 120 līdz 2000 V. Zināmu mēraparāta rādījumu neatkarību no induktora griešanas ātruma panāk, lietojot magnetoelektriskās sistēmas mēraparātu, ķas darbojas pēc *logometra* principa.

Starp poliem N un S (8-24. att.) ir novietota eliptiska šķērsgriezuma serde, tāpēc gaisa sprauga polu malās ir platāka nekā vidū. Gaisa spraugā pārvietojas divas ar rādītāju savienotas spoles. Ja spolēs strāva neplūst, tad rādītāja stāvoklis ir nenoteikts, jo mēraparātam nav atsperes.

Spoli 1 saslēdz virknē ar zināmu pretestību  $r_0$ , bet spoli 2 virknē ar nezināmo pretestību  $r_x$ , un abām ķēdēm pieslēdz induktoru. Griežot induktora rokturi, spolēs plūst strāvas

$$I_1 = \frac{U}{r_0 + r_1}$$
 un  $I_2 = \frac{U}{r_x + r_2} \approx \frac{U}{r_x}$ ,

kas, mijiedarbojoties ar magnētisko plūsmu, rada divus pretēji vērstus griezes momentus. Gaisa spraugā magnētiskā induk-



8-24. att. Megommetra shēma.



8-25. att. Tilta slēguma shēma.

cija visās vietās nav vienāda, tāpēc griezes momenti ir atkarīgi arī no kustīgās sistēmas pagriešanās leņķa α:

$$M_1 = c_1 U F'(\alpha)$$
 un  $M_2 = c_2 \frac{U}{r_x} F''(\alpha)$ .

Ja, piemēram,  $M_1 > M_2$ , tad spole 1 nonāk vājākā un spole 2 spēcīgākā magnētiskajā laukā. Abiem momentiem kļūstot vienādiem, iestājas līdzsvara stāvoklis un ir spēkā šāda sakarība:

$$c_1 UF'(\alpha) = c_2 \frac{U}{r_x} F''(\alpha)$$

vai

 $\alpha = f(r_x)$ .

No iegūtā rezultāta redzam, ka rādītāja novirze ir atkarīga no mērījamās pretestības un to noteiktās robežās neiespaido induktora spriegums. Tā, piemēram, M-1101 tipa megommetram ar precizitātes klasi 1,0 normālais roktura griešanas ātrums ir 120 <u>apgr</u>. Ja griešanas ātrums mainās robežās no 90 līdz apgr

 $150 \frac{\text{apgr}}{\text{min}}$ , tad papildk]ūda nepārsniedz  $\pm 1\%$ .

18 - A. Lielturks

Precīzos laboratorijas un tehniskajos mērījumos pretestību nosaka pēc *tilta metodes* (8-25. att.), Tilta slēgumu izveido no četrstūrī saslēgtām pretestībām. Divām četrstūra virsotnēm pieslēdz līdzstrāvas vai maiņstrāvas avotu ar frekvenci līdz 1000 Hz, bet pārējām divām virsotnēm pieslēdz indikatoru. Līdzstrāvai kā indikatoru lieto jutīgu galvanometru, bet maiņstrāvai — galvas telefonu.

Ja tilts ir līdzsvarots, tad indikators strāvu neuzrāda un ir spēkā sakarība $r_{\rm x}r_2 = r_0r_1$ 

vai

$$r_{\rm x} = \frac{r_1}{r_2} \cdot r_0. \tag{8-19}$$

Lai palielinātu tilta mērapjomu un vienkāršotu mērīšanu, lieto pārslēdzamu pretestību  $r_1$  un maināmu pretestību  $r_0$  ar atzīmēm uz tās skalas. Nezināmo pretestību  $r_x$  nosaka, pareizinot uz skalas nolasīto pretestību  $r_0$  ar iestādīto attiecību  $\frac{r_1}{r_2}$ . Tā, piemē-

ram, ja uz skalas nolasīts  $r_0=45~\Omega$  un  $\frac{r_1}{r_2}=1000$ , tad  $r_x=$ =1000 · 45=45 000  $\Omega$ .

Dažkārt tiltu līdzsvaro, mainot ar reohordu attiecību  $\frac{r_1}{r_2}$ . Par

reohordu izmanto kalibrētu stiepli ar slīdkontaktu vai potenciometru. Mērapjomu tādā gadījumā palielina, mainot pretestību  $r_0$ . Reohorda skala ir nevienmērīga, tāpēc samazinās mērījumu precizitāte.

Darbinot tiltu ar maiņstrāvu un ieslēdzot pretestību  $r_x$  un  $r_0$  vietā kondensatorus vai spoles, var izmērīt kapacitāti vai induktivitāti.

Ar tilta metodi var precīzi izmērīt pretestības, kas ir lielākas par 0,1  $\Omega$ . Mazas, piemēram, mašīnu tinumu, pretestības mērījot, lielu kļūdu rada ar nezināmo pretestību virknē ieslēgtās pievadu un kontaktu pārejas pretestības.

Precīzi mazas pretestības var izmērīt ar Tomsona dubulttiltu, kurā pievadu un kontaktu pretestības ieslēdz virknē ar samērā lielām tilta zināmajām pretestībām  $r_3$  un  $r_4$  (8-26. att.). Ja starp pretestībām pastāv sakarība  $r_1r_4 = r_2r_3$ , tad nezināmo pretestību var aprēķināt pēc formulas (8-19). Lai pievadu un kontaktu pārejas pretestību ietekme būtu neievērojama, pretestībām  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  un  $r_4$  ir jābūt vismaz 10  $\Omega$ . Neizpildot precīzi nosacījumu  $r_1r_4 = r_2r_3$ , rodas zināma kļūda. To samazina, izvēloties pēc iespējas mazu r.

Reģistrējošos mēraparātos un automātikā lieto automātisko tiltu, kurā līdzsvarošanas process ir automatizēts (8-27. att.).

Tiltu līdzsvaro ar divos plecos ieslēgtajām pretestībām r' un r'', kuru slīdkontakts caur pārvadu ir saistīts ar reversējamu elektrodzinēju. Līdzsvara stāvoklī dzinējs nedarbojas un slīdkontakts nepārvietojas. Izmainoties pretestībai  $r_x$ , starp punktiem a un b rodas spriegums, kura lielums un fāze ir atkarīga no  $r_x$ . Sis spriegums caur pastiprinātāju iedarbojas uz dzinēju, kas





8-26. att. Dubulttilta slēguma

8-27. att. Automātiskā tilta principiālā shēma.

slīdkontaktu pārbīda līdz jaunajam līdzsvara stāvoklim. Dzinējs pagriež arī rādītāju ar spalvu, kas uz lentes reģistrē pretestības  $r_x$  izmaiņas.

### 8-11. AKTĪVĀS JAUDAS UN ENERĢIJAS MĒRĪŠANA

Jaudas mērīšanai lieto ampērmetra-voltmetra vai vatmetra metodi.

Pēc ampērmetra-voltmetra metodes var noteikt līdzstrāvas un vienfāzes maiņstrāvas ķēdes jaudu P=UI, ieslēdzot mēr-' aparātus pēc 8-22. attēlā parādītajām shēmām un nepieciešamības gadījumā izdarot strāvas vai sprieguma korekciju.

Līdzstrāvas un vienfāzes maiņstrāvas ķēdes aktīvās jaudas  $P = UI \cos \varphi$  tiešai mērīšanai lieto elektrodinamiskās sistēmas vatmetru, bet maiņstrāvas jaudas mērīšanai arī indukcijas sistēmas vatmetru. Mērījot elektriskās ķēdes jaudu, virknē ar to ieslēdz vatmetra strāvas spoli un ķēdei paralēli pieslēdz sprieguma spoli (8-28. att.). Lai vatmetra rādītājs novirzītos pa labi no nulles iedaļas, ar pildītiem riņķīšiem apzīmētās strāvas un sprieguma spoles sākuma jeb t. s. ģeneratora spailes jāpieslēdz tīkla ģeneratora vadam. Ieslēdzot vienu spoli otrādi, rādītāja novirzē ir negatīva.

Pieslēdzot strāvas spoli ar strāvmaini, vatmetra un strāvmaiņa spailes saslēdz pēc 8-29. attēlā dotās shēmas. Strāvas spoles ģeneratora spaili pieslēdz strāvmaiņa spailei  $H_1$ , bet

18\*

sprieguma spoles ģeneratora spaili un strāvmaiņa spaili  $\mathcal{J}_1$ pievieno tīkla ģeneratora vadam. Strāvmaiņa spailu apzīmējumus var pārbaudīt, pieslēdzot primārajam tinumam kabatas bateriju vai kādu citu līdzstrāvas avotu ar spriegumu līdz 10 V, bet sekundārajam tinumam jutīgu voltmetru (8-30. att.).



8-28. att. Vatmetra ieslēgšanas shēma.



8-29. att. Strāvmaiņa un vatmetra ieslēgšanas shēma.

Ja, ieslēdzot līdzstrāvas avotu, voltmetra rādītājs novirzās pa labi no nulles iedaļas, tad avota plusa spaile ir pieslēgta strāvmaiņa spailei  $\mathcal{J}_1$  un voltmetra plusa spaile ir savienota ar strāvmaiņa spaili  $\mathcal{H}_1$ .

8-31. attēlā parādīta vatmetra, ampērmetra un voltmetra ieslēgšanas shēma ar strāvmaini un spriegummaini.

Trīsfāžu maiņstrāvas ķēdes aktīvās jaudas mērīšanai lieto viena, divu vai triju vatmetru metodes.

Viena vatmetra metodi var izmantot aktīvās jaudas mērīšanai simetriskā trīsfāžu ķēdē (8-32. att.). Sādā ķēdē ar vatmetru izmērī zvaigznes slēguma (a) vai trīsstūra slēguma (b) vienas fāzes jaudu  $P_1$  un fāžu kopjaudu nosaka, pareizinot izmērīto jaudu ar 3, t. i.,

$$P = 3P_1.$$
 (8-20)

Ja zvaigznes slēguma nullpunkts nav pieejams (8-32. att. c), tad to izveido no vatmetra sprieguma spoles un divām ar to vienādām pretestībām r.



8-30. att. Strāvmaiņa spaiļu apzīmējumu pārbaudes shēma.



8-31. att. Vatmetra, ampērmetra un voltmetra ieslēgšanas shēma ar strāvmaini un spriegummaini.

Divu valmetru metodi (Ārona shēmu) var lietot aktīvās jaudas mērīšanai simetriskā un arī nesimetriskā trīsfāžu ķēdē bez nullvada (8-33. att.). Šādā ķēdē vatmetru strāvas spoles ieslēdz divos tikla fāzes vados, bet sprieguma spoles pieslēdz starp tiem un trešo tīkla fāzes vadu.



8-32. att. Viena vatmetra metodes shēmas zvaigznes slēgumam (a), trīsstūra slēgumam (b) un ar mākslīgu nullpunktu (c).

Pēc dotās shēmas vatmetros darbojas šādas momentānās jaudas:

$$p_1 = u_{AB}i_A = (u_A - u_B)i_A$$
 un  $p_2 = u_{CB}i_C = (u_C - u_B)i_C$ .

Saskaitot abu vatmetru momentānās jaudas, iegūstam, ka

$$p_2 + p_1 = u_A i_A + u_B (-i_A - i_C) + u_C i_C.$$

Trīsfāžu ķēdē bez nullvada  $-i_A - i_C = i_B$  un

$$p_2 + p_1 = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

Tātad pēc 8-33. attēlā dotās shēmas saslēgtu vatmetru rādijumu summa vienāda ar fažu kopjaudu, t. i.,

$$P = P_2 \pm P_1.$$
 (8-21)

Mīnusa zīme norāda, ka zināmos apstākļos viens vatmetrs mērī negatīvu jaudu. Tādā gadījumā šī vatmetra viena spole ir



8-33. att. Divu vatmetru metodes shēma (a) un vektoru diagramma (b).

jāpārslēdz otrādi un kopjauda jānosaka pēc abu vatmetru rādījumu starpības.

Apstākļos, kādos viens vatmetrs mērī negatīvu jaudu, var noskaidrot pēc 8-33. attēlā dotās shēmas un vektoru diagrammas, kur pirmā vatmetra sprieguma spole pieslēgta spriegumam



8-34. att. Pēc Ārona shēmas saslēgto vatmetru rādījumi simetriskā trīsfāžu ķēdē.

 $U_{AB}$ , strāvas spolē plúst strāva  $I_A$  un vatmetrs uzrāda jaudu  $P_1 = U_{AB}I_A \cos(30^\circ + \varphi);$ 

otrā vatmetra sprieguma spole ir pieslēgta spriegumam  $U_{CB}$ , strāvas spolē plūst strāva  $I_C$  un vatmetrs uzrāda jaudu

 $P_2 = U_{CB}I_C \cos\left(30^\circ - \varphi\right).$ 

Pieņemot dažādas φ vērtības un aprēķinot tām atbilstošās jaudas, iegūta 8-34. attēlā parādītā diagramma.

No diagrammas redzam, ka ķēdē ar  $\varphi > 60^{\circ}$  un cos $\varphi < 0.5$ fāzē A ieslēgtais vatmetrs mērī negatīvu jaudu. Jāatzīmē, ka pēc divu vatmetru metodes var samērā precīzi izmērīt aktīvo jaudu maza cos $\varphi$  gadījumā, jo ķēdē ar  $\varphi = 90^{\circ}$  katra vatmetra uzrādītā jauda vienāda ar pusi no maksimālās uzrādītās jaudas vērtības.



8-35. att. Triju vatmetru metodes shēma. Nesimetriskā trīsfāžu ķēdē ar nullvadu aktīvā jauda jāmērī pēc *triju vatmetru metodes* (8-35. att.). Ar trijiem vatmetriem izmērī katras fāzes jaudu un fāžu kopjaudu nosaka, saskaitot izmērītās jaudas:

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \tag{8-22}$$

Vienfāzes un trīsfāžu aktīvās enerģijas skaitītāju slēgumu shēmas ir analoģiskas aplūkotajām vatmetru slēgumu shēmām. Skaitītāja spailes apzīmē ar burtiem  $\Gamma$  un H. Spailēm  $\Gamma$  pieslēdz ģeneratoru, bet spailēm H slodzi (8-36. att.).



8-36. att. Vienfāzes (a) un trīsīāžu (b, c) aktīvās enerģijas skaitītāju slēguma shēmas.

Vienfāzes skaitītāja strāvas spole jāieslēdz tīkla fāzes vadā. Pēc pastāvošajiem noteikumiem trīsfāžu tīklā elektroenerģijas mērīšanai jālieto trīsfāžu skaitītāji, bet nedrīkst izmantot divus vai trīs vienfāzes skaitītājus.

# 8-12. REAKTĪVĀS JAUDAS UN ENERĢIJAS MĒRĪŠANA

Vienfāzes maiņstrāvas ķēdes reaktīvo jaudu aprēķina pēc formulas

$$Q = UI \sin \varphi = UI \cos (90^\circ - \varphi),$$

kam atbilst 8-37. attēlā dotā vektoru diagramma. No vektoru diagrammas redzam, ka vatmetrs uzrāda elektriskās ķēdes reaktīvo jaudu, ja strāvas spolē plūst ķēdes strāva un sprieguma spolei pievada spriegumu U', kas pret ķēdes spriegumu U ir nobīdits fāzē par 90°.

Vienfāzes ķēdēs reaktīvo jaudu mērī ar t. s. sinusa vatmetriem, kuros sprieguma nobīdi fāzē par 90° panāk, lietojot speciālu shēmu. Šādu vatmetru darbību ietekmē frekvence, tāpēc tos lieto reti.

Trīsfāžu ķēdēs reaktīvo jaudu mērī pēc viena, divu vai triju vatmetru metodēm, ieslēdzot strāvas spoli vienā tīkla fāzes vadā un pieslēdzot sprieguma spoli starp pārējiem diviem fāzes vadiem. Pēc viena vatmetra metodes var izmērīt reaktīvo jaudu simetriskā trīsfāžu ķēdē (8-38. att.). Vatmetra strāvas spolē plūst strāva  $I_A$ , sprieguma spolei pievadīts līnijas spriegums  $U_{BC}$ , un vatmetrs uzrāda jaudu

# $Q_1 = U_{BC}I_A\cos(90^\circ - \varphi) = U_lI_l\sin\varphi.$

Tādā gadījumā simetriskas trīsfāžu ķēdes kopjaudu

 $Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$ 

var aprēķināt pēc sakarības

$$Q = \sqrt{3}Q_1.$$
 (8-23)

Piemēram, ja pēc 8-38. attēlā dotās shēmas ieslēgtais vatmetrs uzrāda  $Q_1$ =1000 VAr, tad ķēdes kopjauda  $Q=\gamma\overline{3}\cdot1000$ = =1730 VAr.

Simetriskas trīsfāžu ķēdes reaktīvo jaudu var noteikt arī ar diviem vatmetriem, kas saslēgti pēc Ārona shēmas (8-33. att.). Tādā gadījumā

$$P_2 - P_1 = U_l I_l [\cos (30^\circ - \varphi) - \cos (30^\circ + \varphi)] =$$
  
= 2U\_l I\_l sin 30° sin  $\varphi = U_l I_l$  sin  $\varphi$ 

un kēdes reaktīvā kopjauda

$$Q = \sqrt{3} (P_2 \mp P_1). \tag{8-24}$$

Pēdējā formulā starpība attiecas uz gadījumu, kad abu vatmetru rādītājiem ir pozitīvas novirzes. Ja viena vatmetra rādītājam ir negatīva novirze, tad pārslēdz tā sprieguma spoli un reaktīvo kopjaudu nosaka pēc rādījumu summas.

Nesimetriskā trīsfāžu ķēdē bez nullvada reaktīvo kopjaudu var izmērīt pēc *divu vatmetru metodes*, lietojot shēmu ar mākslīgu nullpunktu (8-39. att.). Tad viena vatmetra strāvas spolē





8-37. att. Vektoru diagramma, kas ilustrē reaktīvās jaudas mērīšanas principu.

plūst strāva  $I_A$ , sprieguma spolei ir pieslēgts spriegums  $U_{oc}$  un vatmetrs uzrāda jaudu

 $Q_1 = U_{oc}I_A \cos(60^\circ - \varphi) = U_fI_A \sin(30^\circ + \varphi).$ 

Otra vatmetra strāvas spolē plūst strāva Ic, sprieguma spolei



8-39. att. Reaktīvās jaudas mērišana pēc divu vatmetru metodes; slēguma shēmas ar mākslīgu nullpunktu (a) un tās vektoru diagramma (b).

ir pieslēgts spriegums  $U_{AO}$  un vatmetrs uzrāda jaudu

$$Q_2 = U_{AO}I_C \cos(120^\circ - \varphi) = -U_fI_C \sin(30^\circ - \varphi).$$

Analizējot 8-11. § Ārona shēmas darbību, ieguvām analoģiskus vienādojumus ar līnijas spriegumiem un kosinusa funkcijām, tāpēc aplūkojamā gadījumā abu vatmetru rādījumu summa, kas pareizināta ar  $\sqrt{3}$ , izsaka ķēdes reaktīvo kopjaudu, t. i.,

 $Q = \sqrt{3}(Q_1 \pm Q_2).$  (8-25)

Formulā mīnusa zīme norāda, ka noteiktos apstākļos viens vatmetrs mērī negatīvu jaudu. Tādā gadījumā šī vatmetra vienu spoli pārslēdz un kopjaudu nosaka pēc abu vatmetru rādījumu starpības.

Nesimetriskā trīsfāžu ķēdē ar nullvadu reaktīvā kopjauda jāmērī pēc *triju vatmetru metodes* (8-40. att.). Vatmetru strāvas spolēs tad plūst strāvas  $I_A$ ,  $I_B$  un  $I_C$ , bet sprieguma spolēm ir pievadīti līnijas spriegumi  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  un  $U_{AB}$ , tāpēc katra vatmetra uzrādītā jauda ir  $\sqrt{3}$  reizes lielāka par fāzes reaktīvo jaudu. Trīsfāžu ķēdes reaktīvo kopjaudu var noteikt, dalot vatmetru rādījumu summu ar  $\sqrt{3}$ :

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\sqrt{3}} \,. \tag{8-26}$$

Trīsfāžu ķēdē ar nesimetriskām strāvām un spriegumiem

reaktīvo kopjaudu var izmērīt ar trijiem sinusa vatmetriem, ieslēdzot tos pēc 8-35. attēlā dotās shēmas.

Reaktīvās enerģijas mērīšanai simetriskās un nesimetriskās trīsfāžu ķēdēs ar nullvadu vai bez tā lieto viendiska divelementu skaitītājus, kas saslēgti pēc Bergtolda shēmas (8-41. att.). Pēc konstrukcijas šādi skaitītāji ir līdzīgi Ārona shēmas divelementu skaitītājiem, tikai katrai strāvas spolei šeit ir divi tinumi



8-40. att. Reaktīvās jaudas mērīšana pēc triju vatmetru metodes.



8-41. att. Reaktīvās enerģijas skaitītāja shēma.

ar pretēji vērstām magnētiskajām plūsmām. Katra elementa radītais griezes moments ir proporcionāls divu līnijas strāvu starpībai, tāpēc skaitītājs mērī  $\sqrt{3}$  reizes lielāku reaktīvo enerģiju. To ievēro, konstruējot diska apgriezienu skaitīšanas mehānismu.

# 8-13. JAUDAS KOEFICIENTA UN FREKVENCES MĒRĪŠANA

Jaudas koeficientu var noteikt, izmērījot ķēdes aktīvo jaudu, spriegumu, strāvu un pēc mērījumu rezultātiem aprēķinot jaudas koeficientu:

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} \; .$$

Simetriskas trīsfāžu ķēdes jaudas koeficientu var arī noteikt, izmērījot ķēdes aktīvo un reaktīvo jaudu ar vatmetriem, kas ieslēgti pēc Ārona shēmas. Tādā gadījumā

$$tg \,\varphi = \frac{Q}{P} = \sqrt{3} \frac{P_2 \mp P_1}{P_2 \pm P_1} \,. \tag{8-27}$$

Jaudas koeficienta tiešai noteikšanai lieto fazometru (8-42. att.). Mēraparātam ir divas ar rāditāju savienotas sprieguma spoles 1 un 2, kas novietotas nekustīgi nostiprinātā strāvas spolē 3. Ja spolēs plūst strāva, tad uz kustīgo sistēmu darbojas divi pretēji vērsti, no rādītāja novirzes  $\alpha$  atkarīgi griezes momenti  $M_1$  un  $M_2$ . Ieslēdzot vienu sprieguma spoli

virknē ar aktīvo pretestību r, bet otru sprieguma spoli virknē ar induktivitāti L, griezes momenti ir atkarīgi no mērījamās ķēdes aktīvās un reaktīvās jaudas:

 $M_1 = c_1 F_1 (UI \cos \varphi) F'(\alpha)$ 

$$M_2 = c_2 F_2 (UI \sin \varphi) F''(\varphi)$$



8-42. att. Elektrodinamiskās sistēmas fazometrs (a), tā vienfāzes (b) un trīsfāžu (c) shēma.

Līdzsvara stāvoklī abi momenti ir vienādi un rādītāja novirzi nosaka mērījamās ķēdes fāžu nobīdes leņķis, t. i.,

$$\alpha = f(\varphi), \qquad (8-28)$$

tāpēc mēraparāta skalu var graduēt fāžu nobīdes leņķa grādos vai  $\cos \phi$  vienībās. Trīsfāžu fazometrā fāžu nobīdi sprieguma spolēs panāk, pieslēdzot tās dažādiem fāzes vadiem.

Frekvences mērīšanai lieto ferodinamiskās vai mazgabarīta elektromagnētiskās sistēmas *hercmetrus*. Agrāk lietotos vibrācijas sistēmas hercmetrus tagad neražo.

8-43. attēlā parādīta ferodinamiskās sistēmas hercmetra shēma. Mēraparātam ir divas ar rādītāju savienotas sprieguma spoles 1 un 2, kas saslēgtas virknē ar nekustīgi nostiprinātām strāvas spolēm 3 un 4.



8-43. att. Ferodinamiskās sistēmas hercmetra shēma.

Tāpat kā fazometrā, arī šeit uz sprieguma spolēm darbojas pretēji vērsti, no rādītāja novirzes a atkarīgi griezes momenti. Ieslēdzot vienu spoļu pāri virknē ar. aktīvo pretestību r, bet otru spoļu pāri virknē ar kapacitāti C un induktivitāti L,

un

pirmās spoles griezes moments nav atkarīgs no frekvences, bet otrās spoles griezes moments no tās ir atkarīgs:

 $M_1 = c_1 U^2 F'(\alpha)$ 

un

$$M_2 = c_2 U^2 F(f) F''(\alpha)$$
.

Līdzsvara stāvoklī abi griezes momenti ir vienādi un rādītāja novirze ir atkarīga no frekvences, t. i.,

$$\alpha = \xi(f), \qquad (8-29)$$

tāpēc mēraparāta skalu var graduēt frekvences vienībās.

# 8-14. MAGNĒTISKĀS PLŪSMAS UN TĒRAUDA ZUDUMU MĒRĪŠANA

Pastāvīgā vai līdzstrāvas elektromagnēta magnētisko plūsmu var izmērīt ar *vēbermetru* (8-44. att.). Vēbermetrā lieto magnetoelektriskās sistēmas mēraparātu bez atsperēm un ar neievērojamu berzes spēku radīto pretmomentu.

Pirms mērīšanas mēraparāta spoli 1 savieno ar korektora spoli 2 un, griežot korektora rokturi, rādītāju nostāda pret sākuma iedaļu. Pēc tam spoli 1 savieno ar magnētiskajā laukā novietoto mērspoli 3.

Pagriežot merspoli par 90°, attälinot to no magnetiska lauka vai izsledzot stravu elektromagneta spole, caur merspoles laukumu versta magnetiska plūsma Φ samazinas līdz nullei,



8-44. att. Vēbermetra shēma.

mēraparāta rādītājs novirzās no sākuma stāvokļa; tad plūsmu var aprēķināt pēc šādas formulas:

$$\Phi = \frac{c_{\nabla} \cdot \Delta \alpha}{w} \,. \tag{8-30}$$

Pagriežot mērspoli par 180° vai izmainot strāvas virzienu elektromagnēta spolē, caur mērspoles laukumu vērstā magnē-
tiskā plūsma izmainās no  $+\Phi$  līdz  $-\Phi$ , un to var noteikt pēc formulas

$$\Phi = \frac{c_{\rm V} \cdot \Delta \alpha}{2\omega} , \qquad (8-31)$$

kur  $c_V$  — vēbermetra konstante vēbervijumos uz vienu iedaļu,  $\Delta \alpha$  — rādītāja novirze no sākuma stāvokļa,

w — mērspoles vijumu skaits.

Mērspole jāizvēlas ar tādu vijumu skaitu, lai rādītāja novirze nepārsniegtu skalas robežas un nebūtu mazāka par pusi no skalas iedaļu skaita.

Spolē 1, kas pagriežas polu N-S magnētiskajā laukā (8-44. att.), inducējas strāva. Tā, mijiedarbojoties ar polu magnētisko plūsmu, rada spoles 1 kustībai pretēji vērstu pretmomentu. Inducēto strāvu un pretmomentu nosaka mērspoles 3 pretestība. Ja tā ir liela, tad pretmoments ir mazs un berzes spēki var radīt ievērojamu kļūdu. Lai samazinātu šo kļūdu, mērīšanai jālieto mērspole ar mazu pretestību, kas nepārsniedz 20  $\Omega$ .

Histerēzes un virpuļstrāvas radītos zudumus tēraudā var noteikt pēc vatmetra metodes ar vientinuma vai divtinumu *Epšteina aparātu*. Precīzākai zudumu noteikšanai lieto divtinumu aparātu (8-45. att.).

Cetrās no primārā un sekundārā tinuma izveidotajās spolēs ievieto serdi, kas izgatavota no pārbaudāmā tērauda. Serdes izveido noslēgtu kvadrāta formas magnētisko ķēdi. Primāro tinumu  $w_1$  pieslēdz maiņstrāvas tīklam virknē ar vatmetra strāvas spoli, bet sekundārā tinuma  $w_2$  spailēm pieslēdz voltmetru un vatmetra sprieguma spoli. Strāvas un frekvences kontrolei ķēdē ieslēdz ampērmetru un hercmetru.

Reducējot vatmetra uzrādīto jaudu uz primāro spriegumu



8-45. att. Epšteina aparāta shēma.

un ievērojot voltmetra un vatmetra sprieguma spoles jaudu, histerēzes un virpuļstrāvas radītos zudumus var noteikt pēc formulas

$$P_{\rm h, v} = P \frac{w_1}{w_2} - U_2^2 \frac{r_{\rm V} - r_{\rm W}}{r_{\rm V} r_{\rm W}} \, \tilde{\ast} \tag{8-32}$$

bet maksimālo magnētisko indukciju serdē var aprēķināt pēc formulas

$$B_{\rm m} = \frac{U_2}{4k_{\rm f} f w_2 S} \, ,$$

kur P — vatmetra uzrādītā jauda (W),

 $w_1$  un  $w_2$  — primārā un sekundārā tinuma vijumu skaits,  $U_2$  — sekundārais spriegums (V),

 $r_{\rm W}$  un  $r_{\rm W}$  — voltmetra un vatmetra sprieguma spoles pretestiba ( $\Omega$ ),

Ph.v — histerēzes un virpuļstrāvu radītie zudumi (W),

- frekvence (Hz),

 $k_{\rm f}$  — sprieguma  $U_2$  līknes formas koeficients,

S — serdes šķērsgriezuma laukums (m<sup>2</sup>),

B<sub>m</sub> — maksimālā magnētiskā indukcija (T).

Magnētisko materiālu masveida pārbaudēm lieto diferenciālā vatmetra metodi (8-46. att.). Mēriekārta sastāv no diviem vienādiem divtinumu aparātiem. Vienā aparātā lieto no pārbaudāmā materiāla izgatavotu serdi, bet otrā aparātā lieto etalona serdi. Par mēraparātu izmanto diferenciālo vatmetru ar nulles iedaļu skalas vidū. Šādā vatmetrā uz kustīgo sistēmu darbojas divi pretēji vērsti griezes momenti. Ja zudumi materiālos nav vienādi, tad rādītājs novirzās uz vienu vai otru pusi no nulles iedaļas. Mainot pretestību r', rādītāju nostāda pret nulles iedaļu un zudumus pārbaudāmajā materiālā nosaka pēc sakarības

$$P'_{\mathbf{h},\mathbf{v}} = P''_{\mathbf{h},\mathbf{v}} \cdot \frac{r' + r_{\mathbf{W}}}{r'' + r_{\mathbf{W}}} \cdot$$



8-46. att. Slēguma shēma diferenciālā vatmetra metodei.

Parasti pretestības r' un r'' izvēlas daudz lielākas par vatmetru sprieguma spoļu pretestībām  $r_w$ , tad zudumus nosaka pēc vienkāršotas sakarības

$$P'_{\rm h, v} = P''_{\rm h, v} \frac{r'}{r''}$$
 (8-33)

# 8-15. KATODSTARU OSCILOGRĀFS

Ja kādas elektriskas vai neelektriskas parādības lielumu izmaiņas var pārveidot proporcionālās sprieguma izmaiņās, tad šādu parādību var novērot pēc oscilogrammas, kas iegūta uz katodstaru oscilogrāfa ekrāna. Tādā veidā var pētīt periodiskas izmaiņas ar frekvencēm līdz simtiem megahercu un īslaicīgus neperiodiska rakstura impulsus, kuru ilgums ir mikrosekundes simtdaļas vai pat tūkstošdaļas.

Katodstaru oscilogrāfa blokshēma parādīta 8-47. attēlā. Katodstaru oscilogrāfa galvenā sastāvdaļa ir katodstaru (elektronstaru) lampa. To izveido no stikla balona, kura cilindriskajā daļā ievietots t. s. elektronu lielgabals. Balona paplašinātā gala iekšējā virsma ir noklāta ar luminofora kārtiņu, kas darbojas kā ekrāns:

Elektronu lielgabals sastāv no kvēldiega, katoda, stūrējošā elektroda (tīkliņa) un diviem anodiem. Kvēldiegu izgatavo no bifilāri satītas metāla spirāles, kas ievietota no niķeļa cilindra izveidotā katodā. Katoda cilindra gala virsmu noklāj ar elektronus labi emitējošas vielas kārtiņu. Balonā garenass virzienā novieto cilindriskas formas stūrējošo elektrodu un anodus ar caurumiem to gala virsmu centros.



8-47. att. Katodstaru oscilogrāfa blokshēma.

Elektronu lielgabala elektrodus pieslēdz taisngrieža I sprieguma dalītāja pretestībām  $r_1$ ,  $r_2$  un  $r_3$  tā, lai attiecībā pret katodu stūrējošais elektrods iegūtu negatīvu, bet anodi — pozlītvus potenciālus. Stūrējošā elektroda potenciāls ir daži desmiti voltu, pirmā anoda jeb t. s. fokusēšanas elektroda potenciāls ir ap 200 un vairāk voltu, bet otrā anoda jeb t. s. paātrināšanas elektroda potenciāls pārsniedz 800 voltus (augstsprieguma lampās līdz 100 kV).

År kvēldiegu sakarsētais katods emitē elektronus, kas, izveidojot šauru elektronu staru, uz ekrāna dod spīdošu punktu. Mainot ar pretestību  $r_1$  stūrējošā elektroda potenciālu, var regulēt elektronu blīvumu starā un punkta spilgtumu, bet, mainot ar pretestību  $r_2$  pirmā anoda potenciālu, var fokusēt elektronu staru, iegūstot uz ekrāna mazu punktu.

Starp otro anodu un ekrānu novietoti divi elektronu staru vertikālās un divi horizontālās novirzes elektrodi. Pieslēdzot vertikālās novirzes elektrodiem Y tieši vai caur pastiprinātāju 2 pētijamā signāla spriegumu, elektronu stars noliecas pozitīvi lādētā novirzes elektroda virzienā. Milimetros izteiktu un uz novirzes sprieguma 1 V attiecināto punkta novirzi uz ekrāna sauc par lampas sprieguma jutību. Oscilogrāfu katodstaru lampas izgatavo ar jutību  $0,1-0,5 \frac{\text{mm}}{\text{V}}$  un ekrāna diametriem 44—120 mm. Lietojot pastiprinātāju, var sasniegt jutību līdz dažiem desmitiem  $\frac{\text{cm}}{\text{V}}$ . Ja novirzes spriegums mainās, tad punkts pārvietojas un uz ekrāna ir redzama vertikāla taisne, kuras garums ir proporcionāls signāla pozitīvās un negatīvās amplitūdas summai.

Lai uz ekrāna iegūtu līkni, kas attēlo signāla izmaiņas atkarībā no laika, elektronu stars ir jānovirza horizontālā plaknē tā, lai novirze būtu proporcionāla laikam. Šādu elektronu stara novirzi jeb t. s. izvēršanu panāk, pievadot horizontālās novirzes elektrodiem X caur pastiprinātāju 3 spriegumu, kas mainās pēc zāģveida līknes (8-48. att.).



8-48. att. Zāģveida sprieguma impulsi.

8-49. att. Oscilogramma bez apakalgājiena dzēšanas un ar atpakalgājiena dzēšanu.

Tādu spriegumu iegūst, piemēram, uzlādējot lēni kondensatoru caur pretestību un pēc tam to strauji izlādējot caur tiratronu. Frekvence šādos tiratrona ģeneratoros nepārsniedz 30— 50 kHz, jo to ierobežo tiratrona jonu rekombinācijas laiks.

Oscilogrāfos, kas paredzēti augstākas frekvences signālu

un īslaicīgu impulsu novērošanai, par ģeneratoru lieto multivibratoru.

Ja izvēršanas sprieguma periods T vienāds ar pētījamā signāla periodu un elektronu stara atpakaļgājiena laiks ir relatīvi mazs, tad uz ekrāna parādās līkne, kas attēlo signāla izmaiņas viena perioda laikā. Gadījumā, ja izvēršanas periods ir n reizes lielāks par signāla periodu, līkne uz ekrāna attēlo n signālu periodus.

Lai atpakaļgājiena laikā elektronu stars uz ekrāna neattēlotu līkni, lieto atpakaļgājiena dzēšanu (8-49. att.). Atpakaļgājiena dzēšanu panāk, pievadot tā sākuma momentā stūrējošajam elektrodam tādu negatīvu potenciālu, kas lampu aizver. Darba gājiena sākuma momentā tīkliņa negatīvais potenciāls samazinās un lampa tiek atvērta.

Lai iegūtu nekustīgu attēlu, izvēršanas un signāla frekvencēm jāattiecas kā veseliem skaitļiem. Nekustīgu attēlu ar veselu periodu skaitu panāk, sinhronizējot izvēršanas un signāla sprie gumus. Visbiežāk oscilogrāfos lieto iekšējo sinhronizāciju, kad izvēršanas ģeneratora 4 darbību sinhronizē pētījamais signāls.

Attēla spilgtums ir apgriezti proporcionāls elektronu stara pārvietošanās ātrumam pa ekrānu, un augstas signāla frekvences gadījumā attēla spilgtums var būt nepietiekošs. Palielinot otrā anoda spriegumu, elektronu kustības ātrums un attēla spilgtums gan pieaug, bet samazinās lampas jutība. Tāpēc oscilogrāfos, kas paredzēti īslaicīgu impulsu novērošanai, lieto trešo anodu.



8-50. att. Lisažū figūras.

To izveido no plānas vadītāja kārtiņas uz balona iekšējās virsmas rajonā starp novirzes elektrodiem un ekrānu. Pievadot trešajam anodam spriegumu, kas vairākas reizes pārsniedz otrā anoda spriegumu, spilgtums ievērojami pieaug, bet jutība tikai nedaudz samazinās. Tā, piemēram, parastajās lampās bez

19 - A. Lielturks

trešā anoda un ar otrā anoda spriegumu 1—2 kV lielākais pieļaujamais elektronu stara kustības ātrums ir daži kilometri sekundē un vismazākais pieļaujamais impulsa ilgums ir dažas mikrosekundes. Lietojot trešo anodu ar spriegumu 6—10 kV, elektronu stara pārvietošanās ātrumu var palielināt līdz simtiem kilometru sekundē, un ir iespējams novērot impulsus, kuru ilgums nepārsniedz mikrosekundes desmitdaļas.

Pievadot vienam novirzes elektrodu pārim sinusoidālu spriegumu ar zināmu frekvenci, bet otram pārim signāla spriegumu, uz ekrāna iegūst t. s. Lisažū figūras. Pēc šīm figūrām var noteikt signāla frekvenci vai fāžu nobīdi (8-50. att.).

#### Devītā nodaļa

## TAISNGRIEŽI

### 9-1. PUSVADĪTĀJU VENTIĻA DARBĪBAS PRINCIPS

Līdzstrāva rodas akumulatoros, galvaniskajos elementos un līdzstrāvas ģeneratoros, tomēr ekonomiskāk un ērtāk to var iegūt, taisngriežot maiņstrāvu.

Taisngrieža iekārtā ietilpst transformators, ventiļi un filtrs. Nepieciešama sastāvdaļa visās taisngriežu iekārtās ir ventiļi, bet transformatori un filtri zināmos apstākļos var arī nebūt. Visbiežāk taisngriežos lieto pusvadītāju, elektronu un jonu ventiļus.

Pie pusvadītājiem pieskaitāms vara oksiduls (Cu<sub>2</sub>O), selēns, germānijs, silīcijs u. c. kristāliskas vielas, kas tīrā veidā izturas kā dielektriķi. Kristālu vadītspēja ievērojami pieaug, ja tiem piejauc kādas vielas atomus. Salīdzinājumam var atzīmēt, ka īpatnējā vadītspēja porcelānam (labam izolatoram) ir  $10^{-14} \frac{1}{\Omega \text{ cm}}$ , varam (labam vadītājam) —  $53 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega \text{ cm}}$ , bet tīram

germānijam —  $2 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\Omega \text{ cm}}$ .

Pēc iedarbības veida izšķir divējādus pusvadītāju piejaukumus: donorus (devējus) un akceptorus (pieņēmējus). Piejaucot



#### 9-1. att. p-n pāreja.

pusvadītājam donoru, piemēram, antimonu, pusvadītājā rodas brīvie elektroni un tas iegūst elektronu jeb *n* tipa vadītspēju. Piejaucot pusvadītājam akceptoru, piemēram, indiju, pusvadītāja kristālos rodas no elektroniem brīvas vielas ar pozitīvu lādiņu jeb t. s. caurumi. Elektroniem nokļūstot šādās vietās, citur izveidojas caurumi, rodas pozitīvo lādiņu pārvietošanās efekts un pusvadītājs iegūst caurumu jeb *p* tipa vadītspēju.

Savienojot p pusvadītāju ar n pusvadītāju, to kontakta vietā izveidojas p-n pāreja (9-1. att.). Brīvie elektroni no n pusvadītāja, difundējot caur kontakta vietu, nokļūst p pusvadītājā, tāpēc n pusvadītājs uzlādējas pozitīvi, bet p pusvadītājs iegūst negatīvu lādiņu. Tādā veidā rodas apmēram 10<sup>-5</sup> cm biezs sprostslānis, kurā ir mazāk brīvo lādiņnesēju un lielāka pretestība nekā pusvadītāju pārējā daļā.

Pieslēdzot abiem pusvadītājiem elektroenerģijas avotu, izmainās p-n pārejas biezums un pretestība (9-2. att.). Savienojot p pusvadītāju ar avota negatīvo polu un n pusvadītāju ar avota pozitīvo polu, ārējā elektriskā lauka iedarbībā p-npārejā samazinās brīvo lādiņnesēju koncentrācija, un tāpēc tās biezums un pretestība palielinās. Pieslēdzot avotu otrādi, notiek pretējs process un p-n pārejas pretestība samazinās.

Ja abiem pusvadītājiem pieslēdz maiņspriegumu, tad p-npārejas pretestība periodiski mainās un pusvadītāji darbojas kā elektrisks ventilis, vadot strāvu no p pusvadītāja uz n pusvadītāju labāk nekā pretējā virzienā.

Pusvadītāju ventiļa shematisks apzīmējums un voltampēru raksturlīkne parādīta 9-3. attēlā. Spriegumu  $U_{crl}$  un strāvu  $I_{crl}$ ventiļa caurlaides virzienā sauc par caurlaides spriegumu un



9-2. att. p-n pāreja, ja spriegums darbojas sprostvirzienā (a) un caurlaides virzienā (b).





caurlaides strāvu, bet pretēja virziena spriegumu  $U_{\rm spr}$  un strāvu  $I_{\rm spr}$  sauc par sprostspriegumu un sproststrāvu. Ja caurlaides spriegums pārsniedz sliekšņa sprieguma  $U_{\rm sl}$  vērtību, tad p-n pāreja izzūd, pretestību nosaka vienīgi abi pusvadītāji un voltampēru raksturlīkne kļūst lineāra. Ja sprostspriegums pārsniedz caursites sprieguma  $U_{\rm c}$  vērtību, tad ventilis zaudē vienpusīgo vadītspēju.

#### 9-2. PUSVADITĀJU VENTIĻA UZBŪVE

Pusvadītāju taisngriežu iekārtās bieži lieto kuproksa, selēna, germānija un silīcija ventiļus.

Kuproksa ventili iegūst, termiski apstrādājot vara plati. Uz tās virsmas rodas vara oksidula slānis, kura apakšējai kārtai ir vara piejaukums (donors), bet augšējai kārtai ir skābekļa piejaukums (akceptors), un starp abām kārtām izveidojas p-npāreja. Lai nodrošinātu labu kontaktu, augšējai kārtai piespiež svina ripu. Caurlaides virziens iet no svina uz varu.

Selēna ventili izgatavo no alumīnija vai tērauda ripas, noklājot tās vienu pusi ar selēnu. Pēc apdūmošanas ar sēru uz selēna noklāj kadmija, alvas un bismuta sakausējuma kārtiņu. Caurlaides virziens iet no selēna uz metālu sakausējuma kārtiņu. Lai iegūtu labu voltampēru raksturlīkni, ventili formē ar sprostvirziena strāvu.

Germānija ventiļus izveido kā punktkontakta vai plaknes diodes (9.4. att.). Punktkontakta diodi izgatavo no germānija kristāla, kurā iemetina volframa stiepli. Metinājuma vietā izveidojas p—n pāreja ar caurlaides virzienu no volframa uz germāniju.

Izveidojot plaknes diodi, uz germānija kristāla ar n tipa vadītspēju novieto indija pilienu. Sakarsējot abus līdz 600 °C



9-4. att. Germānija punktkontakta (a) un plaknes diodes (b).

un pēc tam atdzesējot, indija atomi germānija kristāla augšējā slānī rada *p* tipa vadītspēju. Lai panāktu labu kontaktu, germānija kristālam pielodē ar diodes korpusu savienotu vara plāksnīti, bet indijam pievieno izvadu ar stikla izolatoru.

Aplūkoto ventiļu salīdzinājumam 9-1. tabulā uzrādīti to aptuvenie dati. Kuproksa ventiļiem ir zems pieļaujamais sprostspriegums, un taisngriezim tāpēc ir lieli izmēri. Stabilo īpašību dēļ to lieto elektriskajos mēraparātos.

9-1. tabula

| Rent Carlos and And             | Pieļaujamais                    |  |                     |                                   |  |
|---------------------------------|---------------------------------|--|---------------------|-----------------------------------|--|
| Ventilis                        | sprostsprie-<br>gums            | strāvas blī-<br>vums $\left(\frac{A}{cm^2}\right)$                         | temperatūra<br>(°C) | Lietderibas<br>koeficients<br>(%) |  |
| Kuproksa<br>Selēna<br>Germānija | ÷12 Vet<br>18÷26 Vet<br>÷400 Vm | $\begin{array}{c} \approx 0,05 \\ \approx 0,05 \\ \approx 100 \end{array}$ | 50<br>70<br>70      | ÷70<br>÷85<br>÷98                 |  |

Selēna taisngriežu izmēri ir ievērojami mazāki, bet darbības laikā mainās to īpašības (pieaug pretestība caurlaides virzienā un samazinās sprostvirzienā). Tos lieto maiņstrāvas taisngriešanai, kad īpašību izmaiņa nav noteicošais faktors, piemēram, akumulatoru uzpildei.

Germānija punktkontakta diodes var lietot augstfrekvences strāvas taisngriešanai, jo tām ir maza kapacitāte (1-2 pF). Ja strāva pārsniedz dažus desmitus miliampēru, tad metinājuma vietā rodas nepieļaujams strāvas blīvums, tāpēc lielāku strāvu taisngriešanai ar frekvencēm līdz 50 kHz lieto plaknes diodes.

Pieaugot temperatūrai, palielinās pusvadītāju diodes sproststrāva un samazinās tās sprostspriegums, tāpēc germānija diodes temperatūra nedrīkst pārsniegt 70 °C. Sajā ziņā labākas ir *silicija diodes*, kurās pieļaujamā temperatūra ir 125 °C un vairāk.

Ja ventiļa sprostsprieguma amplitūda ir lielāka par katalogā uzrādīto pieļaujamo vērtību, tad jāsaslēdz virknē vairāki ventiļi. Ja taisngriežamā strāva pārsniedz katalogā uzrādīto strāvas vērtību, tad vairāki ventiļi jāsaslēdz paralēli. Nevienādo pretestību dēļ pusvadītāju diodes virknes slēgumā darbojas ar



9-5. att. Sprostsprieguma izlīdzināšana virknes slēgumā (a) un strāvu izlīdzināšana paralēlajā slēgumā (b).

nevienādiem sprostspriegumiem un paralēlā slēgumā ar nevienādām strāvām. Nevienādos sprostspriegumus izlīdzina ar diodēm paralēli pieslēgtām 50—150 k $\Omega$  pretestībām (9-5. att. a), bet nevienādās strāvas izlīdzina ar virknē ieslēgtām pretestībām (9-5. att. b), kuras izvēlas pēc kataloga norādījumiem.

Kuproksa vai selēna ventiļus novieto uz izolētas bultas un saslēdz pēc dažādām shēmām (sk. 9-3. §). Maza caurmēra ventiļus uz bultas novietot nevar, tāpēc tos ievieto plastmasas vai keramiska materiāla apvalkā.

### 9-3. PUSVADĪTĀJU TAISNGRIEŽU SHĒMAS UN APRĒĶINS

Pusvadītāju taisngriežus lieto vienfāzes un trīsfāžu maiņstrāvas taisngriešanai. Pēc maiņstrāvas taisngriezto pusperiodu skaita izšķir vientakts shēmas un prettakta (divtaktu) shēmas.

Vientakts shēma vienjāzes maiņstrāvai un tās darbība parādīta 9-6. attēlā. Viena pusperioda laikā maiņspriegums  $u_2$  darbojas ventiļa caurlaides virzienā un slodzes pretestībā r plūst strāva i, bet otra pusperioda laikā maiņspriegums  $u_2$  darbojas ventiļa sprostvirzienā un strāva slodzes pretestībā ir neievērojama. Transformatora sekundārajā tinumā, ventilī un slodzes pretestībā plūst vienpusīgi taisngriezta pulsējoša līdzstrāva. Otra pusperioda laikā sprieguma kritums slodzes pretestībā ir mazs un ventiļa sprostspriegums ir gandrīz vienāds ar transformatora sekundārā tinuma spriegumu. Lai nesabojātu ventili, sekundārā sprieguma amplitūdai ir jābūt mazākai par ventiļa caursites spriegumu.

Prettakta shēmu darbība vienļāzes maiņstrāvas gadījumā parādīta 9-7. attēlā. Shēmā ar transformatora viduspunkta



9-6. att. Vienfāzes vientakts taisngrieža shēma (a) un tās darbības diagramma (b).



9-7. att. Vienfāzes prettakta taisngrieža shēma ar transformatora viduspunkta nozarojumu (a) un tilta slēgums (b). nozarojumu (9-7. att. a) maiņsprieguma  $u_2$  viena pusperioda laikā darbojas viens, bet otra pusperioda laikā otrs ventilis. Transformatora sekundārajos pustinumos un ventiļos plūst vienpusīgi taisngriezta, bet slodzes pretestībā r plūst divpusīgi taisngriezta pulsējoša līdzstrāva. Strāvu šeit nosaka sekundāro pustinumu spriegums, bet ventiļa sprostspriegumu visa sekundārā tinuma sprieguma amplitūda.

Tilta slēgumā (9-7. att. b) maiņsprieguma  $u_2$  viena pusperioda laikā darbojas divi tilta pretējos plecos ieslēgtie ventiļi, bet otra pusperioda laikā pārējie divi ventiļi. Transformatora sekundārajā tinumā šeit plūst maiņstrāva, ventiļos — vien pusīgi taisngriezta un slodzes pretestībā r divpusīgi taisngriezta pulsējoša līdzstrāva. Ventiļa sprostspriegumu nosaka transformatora sekundārā tinuma sprieguma amplitūda.

Vientakts un prettakta shēmu darbība trīsfāžu maiņstrāvas gadijumā parādīta 9-8. attēlā. Vientakts shēmā (9-8. att. a) katra fāze darbojas kā vientakts taisngriezis, tāpēc transformatora sekundārā tinuma fāzēs un ventiļos plūst vienpusīgi taisngrieztas, savstarpēji par trešdaļu perioda fāzē nobīdītas strāvas  $i_1$ ,  $i_2$  un  $i_3$ , bet slodzes pretestībā r plūst to virsotņu strāva i. Ventiļa sprostspriegumu šeit nosaka sekundārā tinuma līnijas sprieguma amplitūda.

Prettakta shēmā (9-8. att. b) maiņspriegumi starp spailēm 1-2, 2-3 un 3-1 darbojas tāpat kā vienlāzes tilta slēgumā,





9-8. att. Trīsfāžu vientakts (a) un prettakta (b) taisngriežu shēmas un to darbības diagrammas.

un tie ir savstarpēji nobīdīti fāzē par trešdaļu perioda, tāpēc transformatora sekundārā tinuma fāzēs plūst maiņstrāvas, ventiļos — vienpusīgi taisngrieztas pulsējošas līdzstrāvas, bet slodzes pretestībā r plūst savstarpēji par trešdaļu perioda fāzē nobīdītu divpusīgi taisngrieztu līdzstrāvu virsotņu strāva.



9-9. att. Pulsējošas strāvas vidējā vērtība.

Aplūkotajās vienfāzes prettakta un trīsfāžu shēmās pulsējošās slodzes strāvas un sprieguma vidējo vērtību  $I_0$  un  $U_0$  var noteikt šādi. Ja maiņstrāvas fāžu skaits ir m un taisngrieža shēmas taktu skaits ir p, tad neatkarīgo ventiļu skaits n=mpun laiks starp divu blakuspulsāciju virsotnēm ir  $\frac{T}{n}$  (9-9. att.). Lai noteiktu vidējo vērtību, integrēt var robežās no  $-\frac{T}{2n}$ līdz  $\frac{T}{2n}$ :

$$I_0 = \frac{n}{T} \int_{\frac{T}{2n}}^{\frac{T}{2n}} I_{\rm m} \cos \omega t \, dt = \frac{n}{\omega T} I_{\rm m} \left| \sin \omega t \right|_{\frac{T}{2n}}^{\frac{T}{2n}} = \frac{n}{2\pi} I_{\rm m} 2 \sin \frac{\pi}{n} = \frac{n}{\pi} I_{\rm m} \sin \frac{\pi}{n},$$

Pēc analoģiskas sakarības var noteikt arī pulsējošā slodzes sprieguma vidējo vērtību, t. i.,

$$U_0 = \frac{n}{\pi} U_{\rm m} \sin \frac{\pi}{n} \,. \tag{9-1}$$

Pēc iegūtajām formulām aprēķinātās slodzes strāvas un sprieguma vidējo vērtību attiecības pret amplitūdām vienfāzes prettakta un trīsfāžu taisngriežiem dotas 9-2. tabulā.

Slodzes strāvas vidējo vērtību vienfāzes vientakts taisngrie-

zim un ventiļu strāvas vidējo vērtību visiem taisngriežiem var noteikt pēc sakarības

$$I_0 = I_v = \frac{I_m}{\pi} = 0,32 I_m,$$

bet *transformatora sekundārā maiņsprieguma efektīvo* vērtību var aprēķināt pēc sakarības

$$U_2 = \frac{U_{\rm m}}{\sqrt{2}} = 0,71 \ U_{\rm m}.$$

9-2. tabula

| т  | 1                      | 3                               | 3                    |
|--|------------------------|---------------------------------|----------------------|
| р  | 2                      | 1                               | 2                    |
| n=mp   | 2                      | 3                               | 6                    |
| $\frac{I_0}{I_{\rm m}}; \frac{U_0}{U_{\rm m}}$ | $\frac{2}{\pi} = 0,64$ | $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 0,83$ | $\frac{3}{\pi}=0,96$ |

9-3. tabula

| Nr.<br>p. k. | Shēma  | $\frac{I_0}{I_m}; \frac{U_0}{U_m}$ | $\frac{I_v}{I_m}$ | U <sub>spr</sub><br>Um |        | <u>I2</u><br>Im |
|--------------|--|------------------------------------|-------------------|------------------------|--------|-----------------|
| 1            | $\left[\begin{array}{c} I_{V} \cup Spr\\ \vdots\\ \vdots\\ \vdots\\ I_{2} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} I_{V} \cup Spr\\ U_{2} \\ I_{2} \\ \vdots\\ I_{2} \\ \end{array}\right] U_{0}$ | 0,32                               | 0,32              | 1                      | 0,71   | 0,5             |
| 2            |  | 0,64                               | 0,32              | 2                      | 2.0,71 | Q.5             |
| 3            |  | 0,64                               | 0,32              | 1                      | 0,71   | 0,71            |
| 4            |  | 0,83                               | 0,32              | V3                     | 0,71   | Q,5             |
| 5            |  | <i>Q</i> ,96                       | 0,32              | 1                      | 0,71   | 0,71            |

Tilta shēmas taisngriežos transformatora sekundārajā tinumā plūst maiņstrāva ar efektīvo vērtību

$$I_2 = \frac{I_{\rm m}}{\sqrt{2}} = 0,71 \ I_{\rm m},$$

bet vienfāzes vientakts un prettakta taisngriezī ar transformatora viduspunkta nozarojumu, kā arī trīsfāžu vientakts taisngriezī transformatora sekundārajā tinumā plūst vienpusīgi taisngriezta strāva ar efektīvo vērtību

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{T}} \int_{0}^{T/2} I_{\rm m}^2 \sin^2 \omega t \, dt = \frac{I_{\rm m}}{2} \,. \tag{9-2}$$

Aplūkotās sakarību vērtības taisngriežiem dotas 9-3. tabulā.

Pusvadītāju taisngriežiem visbiežāk lieto tilta slēguma (sk. 9-3. tabulā 3. un 5.) shēmas, jo šeit transformators tiek izmantots vislabāk.

Piemērs. Pēc 9-3. tabulas datiem vienfāzes tilta slēguma shēmas (3) taisngriezim ar slodzes strāvu  $I_0$ =200 mA un spriegumu  $U_0$ =250 V maigstrāvas un maiņsprieguma amplitūdas (neievērojot sprieguma zudumus ventiļos)

$$I_{\rm m} = \frac{I_0}{0.64} = \frac{200}{0.64} = 312 \,\mathrm{mA}, \quad U_{\rm m} = \frac{U_0}{0.64} = \frac{250}{0.64} = 391 \,\mathrm{V},$$

ventila strāva un sprostspriegums

$$I_{\rm v} = 0.32 I_{\rm m} = 0.32 \cdot 312 = 100 \text{ mA}, \quad U_{\rm spr} = U_{\rm m} = 391 \text{ V},$$

transformatora sekundārā tinuma strāva un spriegums

$$I_2 = 0.71I_m = 0.71 \cdot 312 = 222 \text{ mA}$$
 un  $U_2 = 0.71U_m = 0.71 \cdot 391 = 278 \text{ V}.$ 

Sādos apstākļos var lietot Д7Ж tipa germānija diodes ar pieļaujamo strāvu 300 mA un pieļaujamo sprostsprieguma amplitūdu 400  $V_{\rm m}$ . Transformatora sekundārā tinuma pilnā jauda

$$S_2 = U_2 I_2 = 278 \cdot 0.222 = 62 \text{ VA},$$

slodzes jauda

$$P_0 = U_2 I_2 = 250 \cdot 0.2 = 50 \text{ W}$$

un sekundārā tinuma izmantošanas koeficients

$$c_2 = \frac{P_0}{S_2} = \frac{50}{62} = 0,81.$$

Saslēdzot taisngriezi pēc shēmas (2) ar transformatora viduspunkta nozarojumu, ventiļi un transformators jāizvēlas pēc šādiem datiem:

$$I_v = 0.32I_m = 100 \text{ mA}, \quad U_{spr} = 2U_m = 782 \text{ V},$$
  
 $I_2 = 0.51_m = 156 \text{ mA}, \quad U_2 = 2 \cdot 0.71U_m = 556 \text{ V},$   
 $S_2 = U_2I_2 = 556 \cdot 0.156 = 87 \text{ VA};$ 

sekundārā tinuma izmantošanas koeficients

$$c_2 = \frac{P_0}{S_2} = \frac{50}{87} = 0,58$$

ir zemāks nekā tilta slēguma shēmas taisngriezim.

Taisngrieztās strāvas veidu var izmainīt, ieslēdzot taisngriežu shēmās virknē vai paralēli ar slodzes pretestību līdzsprieguma avotu.



9-10. att. Taisngrieža shēma ar virknē ieslēgtu līdzsprieguma avotu (a) un tās darbības diagramma (b).

Ja līdzsprieguma avotu ieslēdz *virknē* ar slodzes pretestību r un tā EDS  $E_0$  darbojas ventīļa sprostvirzienā (9-10. att. a), tad ķēdē darbojas sinusoidāla un konstanta EDS starpība  $E_m \sin \omega t - E_0$ , kas ķēdē rada sinusoidālus strāvas impulsus i(t) (9-10. att. b), kuru matemātiskais pieraksts ir šāds:

$$i = \begin{cases} \left| \frac{E_{\mathrm{m}} \sin \omega t - E_0}{r} \right|, \text{ ja } |E_{\mathrm{m}} \sin \omega t| > E_0, \\ 0, \text{ ja } |E_{\mathrm{m}} \sin \omega t| < E_0. \end{cases}$$

Katra strāvas impulsa ilgumu  $t_1$  var noteikt pēc sakarības

$$E_0 = E_{\rm m} \cos \frac{\omega t_1}{2} \,,$$

no kurienes

$$\cos\frac{\omega t_1}{2} = \frac{E_0}{E_{\rm m}} \, .$$

No formulas redzam, ka attiecībai  $\frac{E_0}{E_m} = 1$  atbilst  $t_1 = 0$  un attiecībai  $\frac{E_0}{E_m} = 0$  atbilst  $t_1 = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2}$ .

Ja līdzsprieguma avotu, piemēram, akumulatoru, ieslēdz paralēli slodzes pretestībai r un tā EDS  $E_0$  darbojas ventiļu sprostvirzienā (9-11. att. a), tad ķēdes strāvas un spriegumu var noteikt, atvietojot līdzsprieguma avotu un slodzes pretestību





ar ekvivalentu sprieguma avotu (9-11. att. b), kuram ir šāds EDS un pretestība:

$$E_{\rm ekv} = \frac{\frac{E_0}{r_0}}{\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r}} = E_0 \frac{r}{r_0 + r} \text{ un } r_{\rm ekv} = \frac{r_0 r}{r_0 + r}.$$

Tādā gadījumā ķēdes strāvas un spriegumus var noteikt pēc šādām sakarībām:

$$\mathbf{E} = \left\{ \begin{vmatrix} \frac{E_{\rm m} \sin \omega t - E_{\rm ekv}}{r_{\rm ekv}} \end{vmatrix}, \text{ ja } |E_{\rm m} \sin \omega t| > E_{\rm ekv}, \\ 0, \text{ ja } |E_{\rm m} \sin \omega t| < E_{\rm ekv}, \\ u = E_{\rm ekv} + ir_{\rm ekv}, i_r = \frac{u}{r} \text{ un } i_0 = \frac{u - E_0}{r_0}. \end{aligned} \right.$$

Sakarības i(t) un u(t) parādītas 9-11. attēlā c. Katra strāvas impulsa un sprieguma virsotnes ilgumu  $t_1$  var aprēķināt pēc sakarības

$$\cos\frac{\omega t_1}{2} = \frac{E_{\rm ekv}}{E_{\rm m}}$$

No formulām un diagrammas redzam sekojošo: laikā  $t_1$ , kad  $u > E_0$  un ventiļi ir atvērti, akumulators uzlādējas un pretestībā r plūst virsotnes spriegumam u(t) proporcionāla strāva  $i_r$ ; laikā  $\frac{T}{2} - t_1$ , kad  $u < E_0$  un ventiļi ir aizvērti, akumulators izlādējas caur pretestību r un tajā plūst spriegumam u = const



9-12. att. Trapeces formas sprieguma impulsu iegūšanas shēma (a) un tās darbības diagramma (b).

proporcionāla strāva i<sub>r</sub>. Tādā veidā slodzes pretestībai r paralēli pieslēgts akumulators izlīdzina taisngrieztā sprieguma un strāvas pulsācijas.

Elektronikā dažkārt izmanto trapeces un taisnstūra formas sprieguma impulsus. Sādus impulsus var iegūt no sinusoidāla sprieguma avota, pieslēdzot tam ventiļus un līdzsprieguma avotus pēc 9-12. attēla a shēmas. Šādas shēmas pretestībā r un vienā zarā strāva i plūst laikā, kad  $|E_m \sin \omega t| > |-E_0|$ , jo tad viens no abiem ventiļiem ir atvērts. Šajā laikā izejas spriegums u ir konstants un vienāds ar līdzsprieguma avota EDS  $E_0$ . Laikā, kad  $|E_m \sin \omega t| < E_0$ , ventiļi ir aizvērti, pretestībā r strāva neplūst un spriegums u mainās proporcionāli sinusoidālā sprieguma avota EDS  $E_m \sin \omega t$ . Ja  $E_m \gg E_0$ , tad izejas sprieguma līkne u(t) pēc formas maz atšķiras no taisnstūra.

### 9-4. ELEKTRONU LAMPU TAISNGRIEZI

Elektronu lampu taisngriežos lieto divelektrodu lampu diodi. To izveido no stikla vai metāla balona, kurā ievieto divus elektrodus — katodu un anodu. Balonā ir vakuums apmēram 10<sup>-7</sup> mm Hg.

Karsējot katodu ar elektrisko strāvu, ap to izveidojas no katoda emitēto elektronu mākonis ar negatīvu telpas lādiņu. Pievadot anodam pozitīvu potenciālu, elektroni pārvietojas uz anodu un rodas anodstrāva. Pievadot turpretim anodam negatīvu potenciālu, elektroni no anoda atgrūžas un strāva neplūst (9-13. att.). Tādā veidā diodei piemīt elektriska ventiļa īpašības ar caurlaides virzienu no anoda a uz katodu k.

Diodes voltampēru raksturlīknei  $i_a = f(u_a)$  pie nemainīgas katoda temperatūras ir 9-14. attēlā parādītais veids. Pietiekami augsta anodsprieguma gadījumā visi no katoda emitētie elektroni nokļūst uz anoda, anodstrāvas pieaugums bez katoda





9-13. att. Diodes taisngrieža shēma (a) un tā darbības diagramma (b).



temperatūras paaugstināšanas nav iespējams, un iestājas t. s. sātstrāva  $I_{\rm s}.$ 

Jebkuram raksturlīknes punktam atbilst divējādas diodes iekšējās pretestības: maiņstrāvas jeb dinamiskā pretestība

$$R_i = \frac{du_a}{di_a} = \operatorname{ctg} \alpha$$

un līdzstrāvas jeb statiskā pretestība

$$R_0 = \frac{u_a}{i_a} = \operatorname{ctg} \alpha_0.$$

Negatīvā telpas lādiņa dēļ iekšējā pretestība ir liela, tāpēc diodi var lietot tikai nelielu strāvu taisngriešanai ar samērā augstu anodspriegumu.

Pēc konstruktīvā izveidojuma izšķir elektronu lampas ar tiešās un netiešās kvēles katodiem (9-15. att.). Tiešās kvēles katodu izveido no volframa kvēldiega. Lai palielinātu elektronu emisiju, katoda virsmu noklāj ar aktivējošas vielas kārtiņu. Netiešās kvēles katods sastāv no niķeļa cilindra ar aktivējošas vielas kārtiņu uz tā ārējās virsmas; cilindrā ievietots no katoda izolēts volframa kvēldiegs. Lielās termiskās inerces dēļ netiešās kvēles katoda karsēšanai var izmantot tehniskās frekvences maiņstrāvu.

Elektroniem atsitoties pret anodu, izdalās siltums. Lai novērstu anoda pārkaršanu, anodstrāvas jauda  $P_a = U_a I_a$  nedrīkst pārsniegt lampu katalogā doto anodzudumu jaudu.

Ja diodi izmanto tehniskās frekvences maiņstrāvas taisngriešanai, tad to sauc par kenotronu. Visbiežāk kenotrona taisngriežos lieto shēmu ar transformatora viduspunkta nozarojumu (9-16. att.). Kenotrona lampā ir divi anodi un katods, bet transformatoram ir divi sekundārie tinumi: anodtinums ar viduspunkta nozarojumu un kvēles tinums. Anodtinums rada uz



9-15. att. Diode ar tiešo (a) un netiešo kvēli (b).

9-16. att. Kenotrona taisngrieža shēma.

anodiem mainīgas zīmes potenciālus, bet kvēles tinuma strāva karsē kvēldiegu un katodu. Pēc darbības principa kenotrona taisngrieža shēma neatšķiras no pusvadītāju taisngriežu shēmas ar transformatora viduspunkta nozarojumu (9-7. att. a).

#### 9-5. JONU LAMPU TAISNGRIEZI

Sajā taisngriežu grupā ietilpst gazotrona, tiratrona, dzīvsudraba un ignitrona taisngrieži.

*Gazotrons* ir divelektrodu lampą ar cēlgāzes vai dzīvsudraba tvaiku pildījumu, un tā voltampēru raksturlīknei  $i_a = f(u_a)$  ir 9-17. attēlā parādītais veids.

Ja anodspriegums ir zems, tad gazotronā, tāpat kā kenotronā, ir maza strāva. Kad anodspriegums sasniedz jonizācijas sprieguma (10—15 V) vērtību, lampā sākas triecienijonizācija un no neitrālajām gāzes molekulām rodas pozitīvi un negatīvi joni. Pozitīvie joni neitralizē katoda negatīvo telpas lādiņu, lampas iekšējā pretestība samazinās, un strāva strauji pieaug.

Ja anodspriegums pārsniedz 22 V, tad pozitīvie joni spēcīgi bombardē katodu un var to sabojāt. Tas var notikt, ja pirms anodsprieguma ieslēgšanas katods nav sakarsēts.

Pēc shēmas gazotrona taisngriezis neatšķiras no kenotrona taisngrieža. Shēmās gāzes pildījumu uzrāda ar balonā iezīmētu punktu (9-18. att.).

Mazās iekšējās pretestības dēļ gazotronam ir augsts lietderības koeficients (līdz 80%), bet darbs ar to prasa zināmu uzmanību: pirms anodsprieguma ieslēgšanas katods jāsakarsē un tas jāsarga no pārslodzēm. Gazotronus lieto akumulatoru uzpildei, kā arī augstsprieguma iekārtās līdz 12 kV spriegumam. Radiouztvērējos gazotronus nelieto, jo tie izstaro radiofrekvences elektromagnētiskos viļņus.

*Tiratrons* atšķiras no gazotrona ar to, ka tam starp anodu un katodu ievietots trešais elektrods — stūrējošais tīkliņš g, kuru izveido kā caurumotu diaīragmu vai cilindru (9-19. att. a).



9-17. att. Gazotrona voltampēru raksturlīkne.





Tiratrona darbību attēlo ar t. s. «palaišanas raksturlīkni» (9-19. att. b). Palielinot tīkliņa negatīvo spriegumu  $-U_g$ , pieaug arī anodspriegums  $U_a$ , pie kura tiratrons aizdegas. Pēc aizdegšanās pozitīvie joni «aplīp» ap negatīvi lādēto tīkliņu un neļauj tam ietekmēt anodstrāvu. Sādos apstākļos tiratronā, tāpat kā gazotronā, anodstrāvu nosaka vienīgi anodspriegums. Ja anodspriegums kļūst mazāks par jonizācijas spriegumu, tad notiek gāzes jonu rekombinācija un tīkliņš atgūst spēju ietekmēt aizdedzi.

Mainot tīkliņa negatīvo spriegumu, var regulēt ar tiratronu taisngriezto strāvu (9-20. att.).



9-19. att. Tiratrons (a) un tā «palaišanas raksturlīkne» (b).

Taisngrieztās strāvas līkni  $i_a(t)$  var uzzīmēt, atrodot pēc tiratrona «palaišanas raksturliknes» anodsprieguma  $u_a$  momentānajām vērtībām atbilstošās tīkliņa sprieguma vērtības  $-u_g$ un uzzīmējot aizdedzes līkni  $-u_g(t)$ . Sīs līknes un ieregulētajam negatīvajam tīkliņa spriegumam  $-U_g$  atbilstošās taisnes

20 - A. Lielturks

krustpunktā A tiratrons aizdegas, un sāk plūst anodstrāva i<sub>a</sub>. Tas pats atkārtojas arī nākošajos taisngrieztās strāvas pusperiodos.

Palielinot negatīvo tīkliņa spriegumu  $-U_g$ , punkts A pārvietojas pa labi un samazinās taisngrieztās strāvas plūšanas laiks. Tādā veidā šo laiku var samazināt līdz ceturtdaļperiodam.



9-20. att. Tiratrona regulēšanas shēma (a) un tā darbības diagramma (b)-

Ja temperatūras iedarbībā mainās aizdedzes līkne, tad izmainās arī punkta A vieta un taisngrieztās strāvas vidējā vērtība.

Stabilāku tiratrona darbību ar plašākām taisngrieztās līdzstrāvas regulēšanas iespējām panāk, pievadot tikliņam pret anodspriegumu fāzē nobīdītu maiņspriegumu ar pietiekami lielu amplitūdu. Sādai regulēšanai lieto fāžu nobīdes tiltu (9-21. att.). Praktiski aizdedzes momentu nosaka fāžu nobīdes leņķis ψ starp anoda un tīkliņa spriegumiem. Šo leņķi maina ar tilta plecā ieslēgto reostatu r'.



9-21. att. Tiratrons ar fāzes nobīdes tiltu (a) un tā darbības diagramma (b).

Tiratronus izmanto dažādās rūpnieciskās iekārtās, kur ar niecīgām jaudām jāregulē liela līdzstrāva. Tos lieto arī radioelektronikas un automātikas iekārtās ar frekvencēm līdz apmēram 10 kHz, bet speciālā izveidojumā arī augstākām frekvencēm.

Dzīvsudraba taisngriežu balonus izgatavo no stikla vai metāla; balonā ievieto galvenos anodus A, ierosmes anodus a, aizdedzes anodu a' un katodu K (9-22. att.). Anodus izga-

tavo no grafīta, bet katodu no dzīvsudraba. Galveno anodu skaitu nosaka maiņstrāvas fāžu skaits: vienfāzes maiņstrāvas taisngriezī lieto divus anodus, trīsfāžu maiņstrāvas — trīs anodus un sešfāžu maiņstrāvas taisngriezī — sešus anodus. Neatkarīgi no fāžu skaita lieto divus ierosmes un vienu aizdedzes anodu. Mazas jaudas vienfāzes taisngriežus izgatavo arī bez ierosmes anodiem.



9-22. att. Vienfāzes dzīvsudraba taisngriezis.

20\*

Vienfāzes dzīvsudraba taisngriezis darbojas pēc shēmas ar transformatora viduspunkta nozarojumu (9-22. att.).

Uzsākot darbu, dzīvsudraba taisngriezis ir jāaizdedzina. Šim nolūkam kolbu nostāda slīpi tā, lai starp a' un K izveidotos dzīvsudraba tilts. Nospiežot pogu, no palīgtransformatora Tr' sekundārā apakšējā pustinuma caur strāvu ierobežojošo pretestību r' tiltā plūst strāva. Pagriežot pēc tam kolbu vertikāli, dzīvsudraba tilts pārtrūkst, rodas elektriskā dzirkstele, dzīvsudraba iztvaiko, starp A un K izveidojas elektriskais loks ar vienpusīgu vadītspēju no A uz K un slodzes pretestībā r plūst pulsējoša līdzstrāva.

Ja slodzes strāva ir mazāka par apmēram 5 A, tad elektriskais loks pāriet no A uz a. Taisngriežos bez ierosmes anodiem šādas strāvas gadījumā elektriskais loks nodziest un aizdedze ir jāatkārto. So trūkumu var novērst, pieslēdzot paralēli slodzes pretestībai tādu balasta pretestību, kas nodrošina minimālo darba strāvu.

Galveno un ierosmes anodu ķēdēs ieslēdz droseles Dr un Dr', jo bez tām elektriskais loks pusperioda beigās nodziest un taisngriezis pārstāj darboties.

Ar dzīvsudraba taisngriežiem var taisngriezt ļoti lielas strāvas, tie darbojas ar augstu lietderības koeficientu un lielu kalpošanas ilgumu, tāpēc tos plaši izmanto rūpnieciskās iekārtās, elektrotransporta vajadzībām, kā arī lielāku akumulatoru bateriju uzpildei. Ignitrons ir dzīvsudraba taisngriezis ar speciāli izveidotu aizdedzes elektrodu taisngrieztās līdzstrāvas regulēšanai (9-23. att.).

Aizdedzes elektrodu a' izgatavo no materiāla, kam ir augsta kušanas temperatūra un kam nepielīp dzīvsudrabs, piemēram, no bora vai silīcija karbīda. Iegremdējot elektroda aso galu dzīvsudrabā, starp to un dzīvsudrabu izveidojas plāna kārtiņa



# 9-23. att. Ignitrons (a) un tā aizdedzes elektrods (b).



ar lielu pretestību. Elektrodam un dzīvsudrabam pieslēgtajam spriegumam pārsitot kārtiņu, rodas dzirkstele un starp anodu un katodu izveidojas elektriskais loks. Pēc tam elektrodam un dzīvsudrabam pieslēgtais spriegums samazinās, kārtiņas pretestība atjaunojas, un aizdedzi var atkārtot. Izmainot aizdedzes momentu, var regulēt taisngriezto līdzstrāvu.

Ieejas pretestība ignitronam ir daudz mazāka nekā tiratronam, tāpēc aizdedzei vajadzīga liela strāva. Vidējā stūrēšanas jauda perioda laikā tomēr ir niecīga, jo aizdedzes laiks nepārsniedz 100 μs.

Ignitrona aizdedzei var lietot tiratronu (9-24. att.). Ieslēdzot slēdzi, vispirms aizdegas tiratrons un pēc tam ignitrons. Aizdedzes momentu un taisngriezto līdzstrāvu regulē ar fažu nobīdes tiltu F, bet drosele Dr ierobežo tiratrona strāvu.

#### Desmitā nodaļa

# LAMPU PASTIPRINĀTĀJI

## **10-1. PASTIPRINĀTĀJU ELEKTRONU LAMPAS**

Pēc darbības veida izšķir elektronu lampu, pusvadītāju, magnētiskos un elektromašīnu pastiprinātājus. Aplūkosim elektronu lampu un pusvadītāju pastiprinātājus, kurus plaši izmanto dažādās radioeletronikas iekārtās vāju elektrisko signālu pastiprināšanai.

Elektronu lampu pastiprinātājos lieto triodes, tetrodes un pentodes.

Triodē starp anodu un katodu novietots trešais elektrods stūrējošais tīkliņš (10-1. att.). Tāpat kā diodē, arī tajā ap sakarsēto katodu izveidojas elektronu mākonis ar negatīvu telpas lādiņu. Ja anodu pieslēdz līdzstrāvas avota pozitīvajam polam un katodu negatīvajam polam, tad elektroni virzās no katoda uz anodu un pretējā virzienā plūst anodstrāva  $I_a$ . Nemainīgas katoda temperatūras gadijumā strāva  $I_a$  ir atkarīga no anodsprieguma  $U_a$  un tīkliņsprieguma  $U_a$ .

Attēlojot grafiski sakarību starp anodstrāvu I<sub>a</sub> un vienu no minētajiem spriegumiem, iegūst triodes statiskās raksturlīknes:



anoda raksturlīkni  $I_a = f(U_a)$ , ja  $U_g = \text{const}$ , un tīkliņa raksturlīkni  $I_a = f(U_g)$ , ja  $U_a = \text{const}$ .

Raksturlīknēm ir 10-2. attēlā parādītais veids. Turpinot raksturlīknes pa labi, anodstrāva tāpat kā diodē sasniedz sātstrāvas vērtību. Anoda raksturlīkņu diagrammā var iezīmēt arī lampu katalogā uzrādīto anodzudumu jaudas  $P_a = U_a I_a = \text{const}$ 



10-2. att. Anoda (a) un tikliņa (b) raksturliknes.

hiperbolu. Ja darba punkts atrodas virs šīs hiperbolas, tad anods pārkarst.

Par lampas īpašībām spriež pēc tās parametriem. Tos nosaka pēc raksturlīkņu diagrammā iezīmētā  $\triangle ABC$  šādi: stāvums

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}$$
, ja  $U_a = \text{const}$ ,

iekšējā pretestība

$$R_1 = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$$
, ja  $U_g = \text{const}$ ,

pastiprināšanas koeficients

$$\mu = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g}$$
, ja  $I_a = \text{const.}$ 

Starp lampas parametriem pastāv šāda sakarība:

$$SR_{1} = \frac{\Delta I_{a}}{\Delta U_{g}} \cdot \frac{\Delta U_{a}}{\Delta I_{a}} = \frac{\Delta U_{a}}{\Delta U_{g}}$$
$$SR_{1} = \mu. \tag{10-1}$$

vai

Zinot divus parametrus, pēc dotās sakarības var aprēķināt trešo parametru. Piemēram, ja

$$S=2\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{V}}$$
 un  $R_{\mathrm{i}}=10 \mathrm{k}\Omega$ ,

tad

$$\mu = SR_i = 2 \cdot 10 = 20.$$

Pastiprinātāju triodes izgatavo ar  $S = (0,5 \div 40) \frac{m\bar{A}}{V}$ ,  $R_1 = (1 \div 80) k\Omega$  un  $\mu = 2 \div 100$ .

Dažkārt pastiprinātājos lieto dubulttriodes, kurās vienā balonā ievietoti divi anodi, divi stūrējošie tīkliņi un divi katod, vai viens kopējs katods (10-3. att.).

Triodes trūkums ir tās mazais pastiprināšanas koeficients  $\mu$ Ar lielāku  $\mu$  darbojas *tetrode*, kurā starp stūrējošo tīkliņu  $g_1$ un anodu ievietots ekrāntīkliņš  $g_2$  (10-4. att. *a*). Ja ekrāntīkliņam pieslēdz pozitīvu spriegumu  $U_{g_2}$ , tad samazinās anoda



ietekme uz katoda negatīvo telpas lādiņu un emisijas strāvu. Sāds samazinājums ir līdzvērtīgs lampas iekšējās pretestības  $R_1$  un līdz ar to arī pastiprināšanas koeficienta  $\mu = SR_1$  pieaugumam.

Svarīgs tetrodes trūkums ir dinatronefekts (10-4. att. b un c). Kad elektroni caur ekrāntīkliņu nokļūst uz anoda un anodspriegums ir mazs, tad līdz ar anodspriegumu pieaug arī anodstrāva. Anodspriegumam sasniedzot vērtību  $U'_{a}$ , elektronu ātrums ir pietiekams, lai no anoda izsistu sekundāros elektronus. Ja anodspriegums ir mazāks par ekrāntīkliņa spriegumu, tad sekundārie elektroni nokļūst uz ekrāntīkliņa. Rodas pretēja virziena elektronu plūsma, un anodstrāvas līknē izveidojas iekritums. Tas izbeidzas, kad anodspriegums pārsniedz ekrāntīkliņa spriegumu.

Robežās no  $U'_a$  līdz  $U''_a$  anodstrāvas līkne ir krītoša un lampas iekšējā pretestība  $R_1 = -\frac{du_a}{di_a}$  negatīva. Šajā spriegumu joslā tetrodi var darbināt kā svārstību ģeneratoru (sk. 11-1. §).

Pastiprinātājos dinatronefekta radītie anodstrāvas kropļojumi ir nevēlami; tos novērš, ievietojot starp ekrāntīkliņu un anodu bremztīkliņu. Sādu piecelektrodu lampu ar katodu, anodu,



10-4. att. Tetrode (a), tās anoda raksturlīkne (b) un dinatronefekts (c).

stūrējošo tīkliņu  $g_1$ , ekrāntīkliņu  $g_2$  un bremztīkliņu  $g_3$  sauc par *pentodi* (10-5. att. *a*).

Savienojot bremztīkliņu ar katodu, tas iegūst katoda negatīvo potenciālu un neļauj sekundārajiem elektroniem nokļūt uz ekrāntīkliņa. Bez tam bremztīkliņš ekranizē anodu no katoda



10-5. att. Pentode (a) un staru tetrode (b).

un vēl vairāk palielina lampas iekšējo pretestību un pastiprināšanas koeficientu. Tā, piemēram, pentodei 6 $\times$ 8 pēc kataloga datiem  $R_i \approx 1 M\Omega$  un  $\mu = 1500$ .

Līdzīgi pentodei darbojas staru tetrode (10-5. att. b). Tajā stūrējošā tīkliņa un ekrāntīkliņa spirālēm ir vienāds vijumu skaits un to vijumi novietoti viens pret otru, tāpēc starp katodu un anodu izveidojas elektronu kūļi. Lai novērstu elektronu kūļa izkliedi un palielinātu elektronu blīvumu, lieto plakanu katodu un divas ar to savienotas plāksnītes. Tādējādi starp ekrāntīkliņu un anodu izveidojas potenciāla minimumi, kas neļauj sekundārajiem elektroniem nokļūt uz ekrāntīkliņa.

Staru tetrodes raksturlīknes maz atšķiras no pentodes anoda raksturlīkņēm (10-6. att.). Anodspriegumam sasniedzot dažus desmitus voltu, anodstrāva kļūst maz atkarīga no anodsprieguma.



10-6. att. Pentodes anoda raksturlīknes.

Nepieciešamības gadījumā pentodi var darbināt arī kā triodi, saslēdzot tās elektrodus pēc 10-7. attēlā dotajām shēmām. Lietojot shēmu *b* un *c*, var sasniegt lielāku pastiprināšanas koeficientu, jo triodi stūrē divi tīkliņi.

Atkarībā no stūrējošā tīkliņa izveidojuma izšķir pentodes ar normālu un pagarinātu tīkliņa raksturlīkni (10-8. att.). Pagarinātu tīkliņa raksturlīkni iegūst, izgatavojot stūrējošo tīk-

liņu ar nevienādām vijumu kāpēm. Ja negatīvais tikliņspriegums ir liels, tad tīkliņa daļa ar mazākām vijumu kāpēm aiztur elektronus, darbojas tikai daļa no tīkliņa un lampas stāvums ir mazs. Mazāka negatīvā tīkliņsprieguma gadījumā darbojas viss tīkliņš un stāvums ir lielāks. Šādas lampas sauc par





10-7. att. Pentodes izmantošana par triodi, ja to stūrē viens (a) vai divi (b, c) tīkliņi.



«varimī», jo, mainot tīkliņa priekšspriegumu, plašās robežās var regulēt stāvumu.

Padomju Savienībā izgatavo dažādas nozīmes un izveidojuma elektronu lampas. Uztvērēju un pastiprinātāju lampu tipus apzīmē ar skaitļiem un burtiem pēc šādas sistēmas:

| skaitlis | burts | skaitlis | burts |
|----------|-------|----------|-------|
|----------|-------|----------|-------|

Pirmais skaitlis norāda kvēles spriegumu, kas noapaļots līdz veselam voltam. Lampas izgatavo ar šādiem kvēlspriegumiem: 0,6; 1,2; 2,4; 4; 6,3; 12; 24 un 30 V. Visbiežāk lieto lampas ar 6,3 un 2,4 V kvēlspriegumiem.

Pirmais burts norāda lampas elektrodu skaitu un tās nozīmi (sk. 10-1. tabulu).

10-1. tabula

| Pirmais<br>burts | Nozīme                                 |
|------------------|--|
| C                | Triode                                 |
| П                | Tetrode                                |
| Ж                | Pentode sprieguma pastiprināšanai      |
| K                | Pentode ar pagarinātu raksturlīkni     |
| П                | Gala pentode vai staru tetrode         |
| X                | Dubultdiode                            |
| û                | Kenotrons                              |
| Г                | Diode-triode                           |
| Б                | Diode-pentode                          |
| Φ                | Triode-pentode                         |
| й                | Triode ar pentodi, heksodi vai heptodi |
| E                | Indikatorlampa                         |

Otrais cipars ir lampas tipa kārtas numurs. Otrais burts norāda lampas sēriju (ārējo noformējumu) (sk. 10-2. tabulu).

10-2. tabula

| Otrais<br>burts              | Lampas ārējais noformējums   |
|------------------------------|--|
| Nav<br>C<br>M<br>M<br>P<br>A | Lampa ar metāla balonu<br>Lampa ar stikla balonu<br>Pirkstveida lampa<br>Zilītes tipa lampa<br>Mazgabarīta lampa<br>Miniatūrās lampas ar Ø 4, 6 un 10 mm |
| л,                           | Lampa ar fiksatoru   |

Lampām ar metāla vai stikla balonu lieto oktālo cokolu ar 10-9. attēlā a parādīto kontakttapiņu sakārtojumu. Pirkstveida un miniatūrās lampas (10-9. att. b) izgatavo ar stikla balonu bez cokola. Balonam var būt līdz deviņiem izvadiem. Zīlītes tipa lampām izvadi nostiprināti stikla gredzenā (10-9. att. c).



10-9. att. Lampa ar oktālo cokolu (a), pirkstveida lampa (b) un zīlītes tipa lampa (c).

Piemērs. Lampas tipa apzīmējums 6П6C nozīmē, ka lampas kvēlspriegums ir 6.3 V, tā ir gala staru tetrode, tās kārtas numurs ir 6 un tā izveidota ar stikla balonu.

Katalogā dotā lampas 6II6C cokola slēguma shēma parādīta 10-10. attēlā.



10-10. att. Lampas 6Π6C cokola slēgums.

Lampās ar oktālo cokolu visbiežāk sastopams šāds elektrodu pievienojums: 8 — katods, 2 un 7 — kvēldiegs, 3 anods, 1 — metāla balons. Tīkliņus izvada dažādi. Nevajadzīgās tapiņas cokolā neievieto.

### **10-2. PASTIPRINĀTĀJU SHĒMAS**

Savienojot triodes elektrodus, iegūst anoda, katoda un tīkliņa ķēdi (10-11. att.). Ieslēdzot šajās ķēdēs pastiprināmo signālu avotu un slodzes pretestību, iespējami seši varianti, no kuriem derīgi ir tikai trīs (10-12. att.).



10-11. att. Triodes kēdes.

Iezemējot ķēžu kopējo punktu, iegūst iezemēta katoda, anoda un tīkliņa slēgumus. Pareizāki nosaukumi tomēr ir kopkatoda, kopanoda un koptīkliņa slēgums, jo iezemējums var arī nebūt. Bez minētajiem elementiem shēmās vēl jāieslēdz kvēlstrāvas, anodbarošanas un tīkliņa priekšspriegumu avoti.

Kvēlstrāvu iegūst no kvēles tinuma, kas uztīts uz taisngrieža transformatora serdes, vai arī no kvēles baterijas.

Anoda barošanai izmanto kenotrona un pusvadītāju taisngriežus, vibropārveidotājus vai sausos elementus.

Negatīvu tīkliņa priekšspriegumu var iegūt no šim nolūkam paredzētas sauso elementu baterijas, bet kopkatoda pastiprinātājā parasti izmanto automātisko priekšspriegumu (10-13. att.).

Pastiprināmā signāla radītai pulsējošai anodstrāvai  $i_a$  ir divas komponentes: nemainīgā komponente  $I_{a0}$ , kas plūst katoda pretestībā  $R_k$ , un mainīgā komponente  $i_{\sim}$ , kas plūst caur kondensatoru  $C_k$ . Ja kondensatora kapacitāte ir pietiekami liela,



10-12. att. Kopkatoda (a), kopanoda (b) un koptikliņa (c) slēgumi.

tad mainīgās komponentes radītais sprieguma kritums kondensatorā ir neievērojams un darbojas vienīgi nemainīgās komponentes radītais sprieguma kritums katoda pretestībā, t. i.,  $U_g = I_{a0} R_k$ . Pieslēdzot katoda pretestības negatīvo galu stūrējošajam tīkliņam caur tīkliņa pretestību  $R_{\rm g}$ , tīkliņš attiecībā pret katodu iegūst negatīvu potenciālu  $-U_{\rm g}$ .

Praktiski pietiek, ja minimālās signāla frekvences gadījumā kondensatora Ck kapacitatīvā pretestība ir apmēram desmit reizes mazāka par katoda pretestību Rk vai

 $C_{\rm k} = \frac{(1 \div 2) \cdot 10^3}{f_{\rm max} R_{\rm h}}$ 



mātisko priekšspriegumu.



10-13. att. Pastiprinātājs ar auto- 10-14. att. Pastiprinātāja shēma ar pentodi.

kur  $R_k$  — katoda pretestība (k $\Omega$ ), fmin - signāla minimālā frekvence (Hz),  $C_{\mathbf{k}}$  — blokējošā kondensatora kapacitāte ( $\mu F$ ). Tā, piemēram, ja  $R_k=1$  k $\Omega$ ,  $I_{a0}=10$  mA un  $f_{min}=40$  Hz, tad

$$U_{g} = I_{a0}R_{k} = 1 \cdot 10 = 10 \text{ V}$$

un

$$C_{\rm k} = \frac{(1 \div 2) \cdot 10^3}{40 \cdot 1} = (25 \div 50) \ \mu {\rm F}.$$

Pentodēs ekrāntīkliņa nemainīgo pozitīvo spriegumu iegūst no anoda barošanas avota ar pretestību R<sub>g2</sub> un kondensatoru  $C_{g2}$ , kas darbojas līdzīgi  $R_k$  un  $C_k$  (10-14. att.).

#### **10-3. KOPKATODA PASTIPRINĀTĀJA DARBĪBA STATISKĀ UN DINAMISKĀ REZĪMĀ**

Statiskā režīmā triodei ir nemainīgs tīkliņa spriegums Ug un līdz ar to nemainīga anodstrāva  $I_{a0}$  un anodspriegums  $U_{a0}$ . Zinot vienu no šīm triodes darba punkta koordinātēm, piemēram,  $U_{g}$ , kā arī anodbarošanas avota spriegumu  $E_{a}$  un anodpretestību Ra, pārējās divas koordinātes var noteikt grafiski (10-15. att.).

Dotās lampas anoda raksturlīkņu diagrammā iezīmējam

slodzes taisni  $U_a = E_a - I_a R_a$ , novelkot to caur tukšgaitas punktu ar koordinātēm  $I_a = 0$ ,  $U_a = E_a$  un īsslēguma punktu ar koordinātēm  $I_a = \frac{E_a}{R_a}$ ,  $U_a = 0$ . Slodzes taisnes krustpunkts ar dotajam  $U_g$  atbilstošo anoda raksturlīkni ir meklējamais darba punkts 0ar koordinātēm  $I_{a0}$  un  $U_{a0}$ . Lai anods nepārkarstu, slodzes taisne nedrīkst krustot pieļaujamo anodzudumu jaudas hiperbolu  $P_a =$ = const.



10-15. att. Triodes darba punkta koordinātes.

Pieslēdzot pastiprinātāja ieejai (tīkliņam un katodam) signālu avotu, mainās lampas tīkliņa spriegums, anodstrāva un anodspriegums, un pastiprinātājs darbojas *dinamiskā režīmā*. Pulsējošā anodsprieguma mainīgā komponente  $u_2$  ir pastiprinātāja izejas spriegums, un tā attiecību pret mainīgo lampas ieejas (signāla) spriegumu  $u_1$  sauc par pastiprinājumu

$$K = \frac{u_2}{u_1}.$$

Pastiprinājumu un citus dinamiskā režīma lielumus var noteikt pēc anoda raksturlīkņu diagrammā iezīmētās slodzes taisnes.

**Piemērs** (sk. 10-16. att.). Triodei 6C1II, strādājot ar tikliņa priekšspriegumu  $U_{g} = -2$  V, anodbarošanas avota spriegumu  $E_{a} = 200$  V un anodpretestību  $R_{a} = 13 \text{ k}\Omega$ , darba punkta  $\theta$  koordinātes  $I_{a0} = 6 \text{ mA}$  un  $U_{a0} = 120$  V.

Ja dinamiskā režīmā tīkliņa spriegums mainās robežās no  $U_{g maks}=0$  līdz  $U_{g min}=-4$  V, tad pastiprinājums

$$K = \frac{u_2}{u_1} = \frac{U_{a \text{ maks}} - U_{a \text{ min}}}{U_{g \text{ maks}} - U_{g \text{ min}}} = \frac{150 - 84}{0 - (-4)} = 19$$

un stävums

$$S_{\rm d} = \frac{I_{\rm a\ maks} - I_{\rm a\ min}}{U_{\rm g\ maks} - U_{\rm g\ min}} = \frac{9 - 3.8}{0 - (-4)} = 1.3 \,\frac{\rm mA}{\rm V} \, ;$$

Triodei 6C1II lampu katalogā uzrādītie parametri  $\mu$ =26 un S=2,25  $\frac{\text{mA}}{\text{V}}$ attiecas uz statisko darbības režīmu ar darba punkta koordinātēm  $U_{g}$ =-7 V,  $I_{a0}$ =6,1 mA un  $U_{a0}$ =250 V. Anodsprieguma mainīgās komponentes amplitūda

$$U_{\rm ma} = \frac{U_{\rm a\ maks} - U_{\rm a\ min}}{2} = \frac{150 - 84}{2} = 33 \, \rm V,$$

anodstrāvas mainīgās komponentes amplitūda

$$I_{\rm ma} = \frac{I_{\rm a \ maks} - I_{\rm a \ min}}{2} = \frac{9 - 3.8}{2} = 2.6 \, {\rm mA}$$



10-16. att. Pastiprinātāja dinamiskā režīma aprēķina piemērs.

un mainīgā anodjauda

$$P_{\sim} = \frac{U_{\text{ma}} I_{\text{ma}}}{2} = \frac{33 \cdot 2.6 \cdot 10^{-3}}{2} = 42.8 \cdot 10^{-3} \text{ W}.$$

No anoda barošanas avota anodķēdei pievadītā līdzstrāvas jauda

 $P_{a0} = E_a I_{a0} = 200 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 1200 \cdot 10^{-3} W$ 

un pastiprinātāja lietderības koeficients

$$\eta = \frac{P_{\sim}}{P_{a0}} \cdot 100 = \frac{42.8}{1200} \cdot 100 = 3.6\%.$$

No diagrammas redzam, ka, tīkliņa spriegumam pieaugot, anodspriegums samazinās, t. i., šie lielumi darbojas pretējā fāzē.

Daudz ērtāks par grafisko ir analītiskais dinamiskā režīma aprēķins. To var lietot, ja darba punkts atrodas lampas raksturlīknes taisnajā daļā, vai arī tad, ja pastiprinātājs darbojas ar maziem spriegumiem. Šādos apstākļos lampas parametri ir gandrīz nemainīgi, tāpēc lampu var aplūkot kā sprieguma avotu ar EDS  $\mu u_1$  un iekšējo pretestību  $R_{\rm h}$ , kam pieslēgta slodzes pretestība  $R_{\rm a}$ .

Pēc Oma likuma anodstrāvas mainīgā komponente

$$i_{\sim} = \frac{\mu u_1}{R_1 + R_a} = \frac{u_2}{R_a}$$

un

$$K = \frac{u_2}{u_1} = \mu \frac{R_a}{R_1 + R_a} = S \frac{R_1 R_a}{R_1 + R_a}$$
 (10-2)

No formulas redzam, ka pastiprinājums K ir mazāks par lampas pastiprināšanas koeficientu  $\mu$ , jo  $R_a < R_1 + R_a$ . Parasti triodēm izvēlas  $R_a \leq 5R_1$ , bet pentodēm  $R_a = (0,1 \div 0,2)R_1$ , jo lielāka  $R_a$  gadījumā anodstrāva ir pārāk maza un lampas darba punkts atrodas raksturlīknes apakšējā nelineārajā daļā.

Pentodēm ir liela iekšējā pretestība R<sub>1</sub>, tāpēc, neievērojot formulas (10-2) saucējā anodpretestību R<sub>a</sub>, pastiprinājumu var aprēķināt pēc sakarības

$$K \approx SR_{\rm a}$$
. (10-3)

## **10-4. KROPLOJUMU VEIDI PASTIPRINĀTĀJOS**

Ideālā pastiprinātājā izejas spriegums atšķiras no ieejas sprieguma tikai skaitliski, bet pēc formas tie ir vienādi. Reālā pastiprinātājā novērojamas zināmas ieejas un izejas sprieguma formas atšķirības, ko sauc par kropļojumiem.

Izšķir trīs kropļojumu veidus: frekvenču, amplitūdas un fāzes kropļojumus.

Frekvenču (lineāros) kropļojumus rada pastiprinātāja reaktīvās pretestības, jo tās ir atkarīgas no frekvences. Šos kropļojumus attēlo grafiski ar frekvenču raksturlīkni (10-17. att.).

Ļoti bieži pastiprinātāja darbību pārbauda pēc dzirdes. Cilvēka dzirdes sajūta ir proporcionāla logaritmam no skaņas jaudas pastiprinājuma, tāpēc pastiprinājumu un kropļojumus



10-17. att. Pastiprinātāja frekvenču raksturlīkne.

mērī decibelos (db), kas ir  $\frac{1}{10}$  daļa no bela (b). Starp pastiprinājumu decibelos un pastiprinājumu kā spriegumu attiecību pastāv šāda sakarība:

$$K_{\text{(db)}} = 10 \, \lg \frac{P_2}{P_1} = 10 \, \lg \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 = 20 \, \lg \frac{u_2}{u_1}$$
$$K_{\text{(db)}} = 20 \, \lg K.$$

vai

Tā, piemēram, pastiprinājumam K=10 atbilst  $K_{(db)}=20$ , K==100 atbilst  $K_{(db)}=40$  un K=1000 atbilst  $K_{(db)}=60$ .

Amplitūdas (nelineārie) kropļojumi rodas, ja signāla spriegums pārsniedz lampas raksturlīknes taisnās daļas robežas un lampa darbojas kā nelineāra pretestība. Nelineāros kropļojumus nosaka lampas darba punkta vieta uz raksturlīknes



10-18. att. Darba punkta vieta A, B un C klases pastiprinātājam.

(10-18. att.). Atkarībā no darba punkta vietas izšķir A, B, AB un C klases pastiprinātājus.

A klases pastiprinātājā darba punkts atrodas tikliņa raksturliknes kreisās taisnās daļas viduspunktā. Ja tikliņam pievadītā maiņsprieguma amplitūda ir raksturlīknes taisnās daļas robežās, tad pastiprinātājs darbojas bez amplitūdas kropļojumiem. A klases pastiprinātājus darbina ar nelielām izejas jaudām (līdz 10 W), jo lietderības koeficients tiem ir zems (nepārsniedz 10%).

B klases pastiprinātājā darba punkts atrodas raksturlīknes apakšējā liekuma punktā. Anodstrāva plūst apmēram viena pusperioda laikā, tāpēc amplitūdas kropļojumi ir lieli, bet pastiprinātāja lietderības koeficients ir līdz 65%. Kropļojumus var novērst, darbinot pastiprinātāju prettakta slēgumā (10-26. att.). B klases režīmā darbojas lielākas jaudas pastiprinātāju gala pakāpes.

AB klases pastiprinātājā darba punkts atrodas uz raksturlīknes starp A un B klases pastiprinātāju darba punktiem. Lineārie kropļojumi un lietderības koeficients šādam pastiprinātājam ir lielāki nekā A klases un mazāki nekā B klases pastiprinātājā.

C klases pastiprinātājā darba punkts atrodas pa kreisi no tīkliņa raksturlīknes apakšējā liekuma punkta. Anodstrāva plūst nepilna pusperioda laikā, un nelineārie kropļojumi ir ļoti lieli, bet lietderības koeficients var sasniegt 85%. C klases darbības režimu izmanto lielākas jaudas lampu ģeneratoros.

Aplūkotos pastiprinātāju darbības režīmus iedala A1, A2, B1, B2, AB1, AB2, C1 un C2 klases režīmos. Indekss 1 norāda,
ka pozitīvas signāla amplitūdas darbības momentā tīkliņa spriegums vienāds ar nulli, bet indekss 2 norāda, ka šajā momentā tīkliņa spriegums ir pozitīvs un šāds pastiprinātājs darbojas ar tīkliņstrāvām. Lai samazinātu šo strāvu radītos nelineāros kropļojumus, ieejas signāla avots jāizvēlas ar mazu iekšējo pretestību.

Fāžu kropļojumus, tāpat kā frekvenču kropļojumus, rada reaktīvās pretestības (spoles un kondensatori). Šeit starp pastiprinātāja izejas un ieejas spriegumiem pastāv no frekvences atkarīga fāžu nobīde. Nosakot fāžu kropļojumus, nav jāņem vērā 180° fāžu nobīde kopkatoda pastiprinātājā.

Cilvēka auss fāžu kropļojumus neuztver, tāpēc akustiskos pastiprinātājos tie ir pieļaujami. Fāžu kropļojumi nav pieļaujami impulsu pastiprinātājos, kuros tie izmaina impulsu formu.

#### 10-5. SPRIEGUMA UN JAUDAS PASTIPRINĀTĀJI

Vairākpakāpju pastiprinātāja pirmās pakāpes darbojas kā sprieguma pastiprinātāji A klases režīmā. To pamatuzdevums ir pastiprināt spriegumu, jo nākamās lampas tīkliņa stūrēšanai jauda nav vajadzīga.

Atkarībā no slodzes pretestības un saites veida, kas pastiprināto signālu pārnes uz nākamo pakāpi, izšķir pretestību (R-C) pastiprinātājus, tiešās saites pastiprinātājus, transformatora pastiprinātājus, rezonanses pastiprinātājus.

Pretestību pastiprinātājos pakāpes slodze ir aktīvā pretestība. Sādi pastiprinātāji ir vienkārši, un tie darbojas ar maziemfrekvenču un fāžu kropļojumiem, tāpēc tos bieži lieto sprieguma pastiprināšanai radioelektronikā un automātikā. Vislielāko



10-19. att. Pretestību pastiprinātāja shēmas ar triodi (a) un pentodi (b).

ieejas pretestību un pastiprinājumu iegūst, darbinot pretestību pastiprinātājus pēc kopkatoda shēmas (10-19. att.).

Shēmā paralēli anodpretestībai  $R_a$  un anodbarošanas avotam ar spriegumu  $E_a$  pieslēgta saite, kas sastāv no saites

21 - A. Lielturks

kondensatora  $C_g$  un tīkliņpretestības  $R_g$ . Pretestību  $R_g$  pieslēdz nākamās pakāpes lampas stūrējošajam tīkliņam un katodam, bet kondensators  $C_g$  neļauj lampas augstajam anodspriegumam nokļūt uz nākamās lampas tīkliņa un katoda.

Ja ar vienu pakāpi iegūtais pastiprinājums nav pietiekams, tad lieto divpakāpju sprieguma pastiprinātāju (10-20. att.).



10-20. att. Divpakāpju sprieguma pastiprinātāja shēma.

Ar abām pakāpēm iegūtais pastiprinājums  $K = K_1 K_2$  vai  $K_{(db)} = K_{1(db)} + K_{2(db)}$ . Lai novērstu caur kopējo anodbarošanas avotu iespējamo līdzsaiti (sk. 10-6. §), anodķēdēs ieslēdz filtrus, kas sastāv no pretestības  $R_t \approx (0,1 \div 0,2) R_a$  un kapacitātes

$$C_{\mathbf{f}} \ge \frac{20 \div 50}{f_{\min} R_{\mathbf{f}}}$$

kur fmin - signāla minimālā frekvence (Hz),

 $R_{\rm f}$  — filtra pretestība (M $\Omega$ ),

Cf - filtra kapacitāte (µF).

Tiešās saites (līdzstrāvas) pastiprinātājus lieto termopāru, fotoelementu u. c. ierīču radīto lēni mainīgo līdzstrāvas signālu pastiprināšanai. Pretestību pastiprinātājus šādam nolūkam nevar izmantot, jo saites kondensators  $C_g$  lēni mainīgiem signāliem izrāda ļoti lielu pretestību. Tiešās saites pastiprinātājs darbojas bez kondensatora. Lai nākamās lampas stūrējošais tīkliņš neiegūtu augstu potenciālu, iepriekšējo lampu darbina mikrorežīmā ar zemu anodspriegumu (10—40 V).

Shēmā (10-21. att.) otrās lampas tīkliņa priekšspriegumu nosaka pirmās lampas anoda potenciāla un otrās lampas katoda potenciāla starpība  $U_g = 40 - 50 = -10$  V. Shēma ir jutīga pret dreifu, t. i., barošanas sprieguma svārstību izsauktām izejas sprieguma izmaiņām. Tāpēc arī līdzstrāvas pastiprinātājos nav ieteicams lietot pentodes, jo ekrāntīkliņa sprieguma svārstības pastiprina dreifu.

Sajā ziņā labāka un arī jutīgāka ir līdzstrāvas pastiprinātāja balansa shēma, kas darbojas pēc pretestību tilta principa (10-22. att.). Tilta divos plecos ieslēgtas triodes, bet otros divos plecos anodpretestības  $R_a$ . Vienai tilta diagonālei pie-



10-21. att. Tiešās saites pastiprinātāja shēma.

slēgts anodbarošanas avots, bet otrai diagonālei — slodzes pretestība  $R_{\rm sl}$ . Pārbīdot ar anoda barošanas avota pozitīvo polu savienoto slīdkontaktu, var panākt, ka slodzes pretestībā strāva neplūst. Ja ieejas signāls izmaina pirmās lampas tīkliņa spriegumu, tad tilta līdzsvars izjūk un slodzes pretestībā plūst strāva. Aplūkotā pastiprinātāja ieejai un izejai nav kopēja punkta, kas rada zināmas neērtības, ja signāls jāpastiprina vairākkārt.

Vislielāko stabilitāti attiecībā pret dreifu var panākt, pārveidojot līdzstrāvas signālus maiņstrāvas signālos, pastiprinot tos ar zemírekvences pastiprinātāju un pēc tam pārveidojot atpakaļ līdzstrāvas signālos.

*Transformatora pastiprinātājus*, tāpat kā pretestību pastiprinātājus, var lietot zemírekvences signālu pastiprināšanai (10-23. att.).

Pastiprinātāja pirmās lampas anodķēdē ieslēgts transformatora primārais tinums, bet sekundārajam tinumam pieslēgts



10-22. att. Balansa shēmas pastiprinātājs.

nākamās lampas stūrējošais tīkliņš un katods. Anodstrāvas nemainīgajai komponentei primārais tinums izrāda mazu pretestību, tāpēc transformatora pastiprinātājā var lietot zemāku anodbarošanas avota spriegumu. Transformējot spriegumu «uz augšu», pakāpes pastiprinājums šeit ir lielāks nekā citās pastiprinātāju shēmās.



10-23. att. Transformatora pastiprinātāja shēma (a) un frekvenču raksturlīkne (b).

Transformators sadārdzina pastiprinātāju un rada samērā lielus frekvenču un nelineāros kropļojumus. Zemu frekvenču gadījumā pastiprinājums samazinās tāpēc, ka transformatora primārā tinuma reaktīvā pretestība kļūst mazāka, bet augstākām frekvencēm noteiktā joslā ir iespējams rezonanses radīts pastiprinājuma pieaugums. Minēto trūkumu dēļ transformatora pastiprinātājus izmanto retāk nekā pretestību pastiprinātājus.

Rezonanses pastiprinātājus lieto augstīrekvences signālu pastiprināšanai šaurā frekvenču joslā, izmantojot šim nolūkam svārstību kontūrus. Lietojot šādā pastiprinātājā triodi, daļai no pastiprinātās enerģijas caur anoda-tīkliņa kapacitāti nokļūstot uz tīkliņa, var sākties svārstību ģenerācija (sk. 11-1. §) un pastiprinātāja darbība kļūst nestabila. To var novērst, neitralizējot caur anoda-tīkliņa kapacitāti tīkliņam pievadīto spriegumu. Šim nolūkam, piemēram, tīkliņu pieslēdz caur neitralizācijas kondensatoru anodķēdē ieslēgtā svārstību kontūra spoles nozarojumam.

Rezonanses pastiprinātājos parasti lieto tetrodes un pentodes, jo tām ir maza anoda-tīkliņa kapacitāte un neitralizācija tāpēc nav vajadzīga. Triodes izmanto tikai ļoti lielas jaudas C klases pastiprinātājos, jo pastāv zināmas konstruktīvas grūtības lieljaudas tetrodu izgatavošanā.

Izšķir trīs rezonanses pastiprinātāju veidus: vienkāršu pastiprinātāju (10-24. att. a), pastiprinātāju ar transformatora saiti (10-24. att. b) un joslas pastiprinātāju (10-24. att. c).

Vienkāršajā rezonanses pastiprinātājā svārstību kontūrs *CL* ir ieslēgts lampas anodkēdē, bet saiti izveido no kapacitātes *C<sub>o</sub>* 



10-24. att. Rezonanses pastiprinātāju shēmas: vienkārša (a), ar transformatora saiti (b) un joslas pastiprinātāja (c).

un pretestības  $R_g$ . Rezonanses pastiprinātājā ar transformatora saiti anodķēdē ieslēdz transformatora primāro tinumu  $L_1$ , bet sekundārais tinums  $L_2$  ar kapacitāti  $C_2$  izveido nākamās lampas stūrējošajam tīkliņam un katodam pieslēgto svārstību kontūru. Rezonanses joslas pastiprinātājā anodpretestība un saite ir joslas filtrs  $C_1L_1L_2C_2$ , tāpēc frekvenču raksturlīknes forma ir tuva taisnstūrim.

Jaudas pastiprinātājus lieto vairākpakāpju pastiprinātāju pēdējās pakāpēs.

Nelielas jaudas pastiprinātājus darbina A klases režīmā pēc. 10-25. attēlā dotās shēmas. Lai iegūtu maksimālo izejas jaudu, anodpretestībai jābūt vienādai ar lampas iekšējo pretestību, t. i.,

# $R_a = R_i$ .

So noteikumu bieži nevar izpildīt, jo pastiprinātājam uzstāda zināmas prasības attiecībā uz kropļojumiem.

Gala pentodēm optimālā anodpretestība ir daži kiloomi vai daži desmiti kiloomu, bet slodzes pretestība ir ievērojami mazāka. Tā, piemēram, dinamiskā skaļruņa skaņas spolites pretestība ir tikai daži omi, tāpēc, to ieslēdzot tieši anodķēdē, izejas jauda ir niecīga. Sādos gadījumos slodzes pretestību  $R_{\rm sl}$  ieslēdz anodķēdē caur izejas transformatoru. Tā primārajā tinumā tad darbojas reducēta slodzes pretestība

$$R'_{\rm sl} = \frac{n^2 R_{\rm sl}}{\eta} \,, \tag{10-5}$$

transformācijas koeficients,

 $n=0.7\div0.8$  — transformatora lietderības koeficients. Piemēram, ja  $R_{\rm sl}$ =6,5  $\Omega$  un optimālā  $R'_{\rm sl}$ =5400  $\Omega$ , tad jālieto transformators ar transformācijas koeficientu

$$n = \sqrt{\frac{\eta \cdot R'_{\rm sl}}{R_{\rm sl}}} = \sqrt{\frac{0.75 \cdot 5400}{6.5}} = 25.$$

Loti bieži izejas transformatoru neaprēkina, bet to iegādājas kopā ar tā radiouztvērēja skalruni, kurā ir pastiprinātājā



kur n



rinātāja shēma.

10-25, att. A klases jaudas pastip- 10-26. att. Prettakta jaudas pastiprinātāja shēma.

paredzētā gala lampa. Lai kompensētu skaļruņa spolītes pretestības pieaugumu augstu frekvenču gadījumā, paralēli izejas transformatora primārajam tinumam pieslēdz pretestību R= $= (8 \div 30) \ k\Omega \ un \ kapacitati \ C = (0.01 \div 0.05) \ \mu F.$ 

Lielākas jaudas pastiprinātājus darbina B vai AB klases režīmā pēc prettakta shēmas (10-26. att.). Ja pastiprinātāja ieejā signāls nedarbojas, tad izejas transformatora primārajos pustinumos plūst vienāda lieluma un pretēja virziena anodstrāvas Iao un transformatora serdē nav magnētiskās plūsmas.

Ja ieejä pienäk signäls, tad lampu stürējošie tīkliņi iegūst pretējas zīmes potenciālus, vienas lampas anodstrāva pieaug un otras lampas anodstrāva samazinās. Šādos apstākļos serdē darbojas magnētiskā plūsma un sekundārajā tinumā inducējas strāva, kuras jauda vienāda ar abu lampu izejas jaudu summu.

Svarīga prettakta shēmas priekšrocība ir augstais lietderības koeficients un mazie nelineārie kropļojumi. Otrā harmoniskā vientakta shēmā rada vislielākos kropļojumus, bet prettakta shēmā tā kompensējas.

Prettakta shēmas stūrēšanai nepieciešami divi vienādi pretējas fāzes spriegumi u1. Tos var iegūt no ieejas transformatora ar sekundārā tinuma viduspunkta nozarojumu. Sādi transformatori sadārdzina pastiprinātāju, tāpēc parasti tos lieto tikai bateriju pastiprinātājos, jo tajos svarīgi samazināt anodbarošanas avota spriegumu.

Visbiežāk pretfakta pastiprinātājus izveido bez ieejas transformatora, iegūstot pretējas fāzes ieejas spriegumus no fāzes apvērsēja.

Ir dažādas fāzes apvērsēju shēmas. Ļoti izplatīta ir autobalansa fāzes apvērsēja shēma (10-27. att.). Shēmā kreisās



10-27. att. Autobalansa fāzes apvēr- o sēja shēma.

triodes saite sastāv no  $C_g$ ,  $R_g$  un  $R_0$ . Pretestības  $R_0$  spriegums pievadīts labās triodes tīkliņam un katodam. Šīs triodes saite sastāv no  $C'_g$  un  $R'_g$ . Pēc otrreizējas pastiprināšanas pretestības  $R'_g$  spriegums darbojas pretējā fāzē ar pretestības  $R_g$ spriegumu, tāpēc tos var izmantot prettakta shēmas stūrēšanai.

Lai abi spriegumi būtu vienādi, jāizvēlas  $R'_g > R_g$ . Prettakta pastiprinātāja stūrējošie tīkliņi jāpieslēdz izejas spailēm a un b, bet katodi jāsavieno ar zemi.

### **10-6. ATGRIEZENISKĀ SAITE**

Par atgriezenisko saiti sauc ceļu, pa kuru daļa no pastiprinātāja izejas enerģijas atgriežas uz tā ieeju (10-28. att.). Pastiprinātājā ar atgriezenisko saiti ieejai tiek pievadīts signāla spriegums  $U_1$  un izejas sprieguma daļa  $\beta U_2$ . Šo spriegumu summu vai starpību pastiprinātājs palielina K reizes, un izejā darbojas spriegums

$$U_2 = (U_1 \pm \beta U_2) K.$$



10-28. att. Atgriezeniskās saites blokshēma. Pārveidojot šo vienādojumu, iegūst formulu, pēc kuras var aprēķināt pastiprinājumu shēmai ar atgriezenisko saiti:

# $U_2(1\mp\beta K)=U_1K$

un

$$K_{a,s} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{K}{1 \mp \beta K} , \qquad (10-6)$$

kur Ka.s - pastiprinājums shēmai ar atgriezenisko saiti,

K — pastiprinājums shēmai bez atgriezeniskās saites,

β — atgriezeniskās saites koeficients,

 $\beta K$  — atgriezeniskās saites faktors.

Formulas saucējā mīnusa zīme attiecas uz pozitīvu atgriezenisko saiti jeb *līdzsaiti*, bet plusa zīme attiecas uz negatīvu atgriezenisko saiti jeb *pretsaiti*. No formulas redzam, ka līdzsaite pastiprinājumu palielina, bet pretsaite to samazina.

Izveidojot līdzsaiti ar  $\beta K=1$ , pastiprinājums  $K_{a,s}=\infty$ , ieejas signāls tiek bezgalīgi pastiprināts un shēma darbojas kā svārstību ģenerators (sk. 11-1. §).

Ja shēmā ar pretšaiti  $\beta K \gg 1$ , tad saucēja pirmo locekli 1 var neievērot un  $K_{a,s} \approx \frac{1}{\beta}$ . Tādā gadījumā pastiprinājumu nosaka atgriezeniskās saites parametri un to mazāk ietekmē lampas parametru, barošanas sprieguma, signāla frekvences u. c. faktoru izmaiņas. Līdz ar to samazinās no shēmas reaktīvajām pretestībām atkarīgie frekvenču un fāžu kropļojumi. Saites spriegumts  $\beta U_2$  darbojas pretējā fāzē ar signāla spriegumu  $U_1$ un tādā veidā samazina arī amplitūdas kropļojumus.

Pastiprinātāja ar pretsaiti darbības stabilitāti var noskaidrot, aprēķinot pēc formulas (10-6) K izmaiņām atbilstošās  $K_{a,s}$ izmaiņas. Tā, piemēram, ja K=3000 un  $\beta K=30$ , tad

$$K_{a.s} = \frac{K}{1 + \beta K} = \frac{3000}{31} = 97;$$

ja K = 1500 un  $\beta K = 15$ , tad

$$K_{a.s} = \frac{1500}{16} = 94.$$

No piemēra redzams, ka K samazinājumam par 50% atbilst  $K_{a,s}$  samazinājums tikai par apmēram 3%.

Izšķir sprieguma un strāvas atgriezenisko saiti. Pirmajā gadījumā saites spriegumu  $\beta U_2$  iegūst no slodzes pretestībai paralēli pieslēgtās pretestības (10-28. att.), bet otrajā gadījumā to iegūst no virknē ieslēgtās pretestības.

Izveidojot atgriezenisko saiti, jäievēro, ka 1) anoda spriegums darbojas pretējā fāzē ar lampas tīkliņa spriegumu; 2) ar

kondensatoru  $C_k$  nešuntētas katoda ķēdes pretestības  $R_k$  spriegums sakrīt fāzē ar lampas tīkliņa spriegumu un iepriekšējās lampas anodspriegumu. Tādā veidā var iegūt šādas atgriezeniskās saites: sprieguma pretsaiti — pievadot spriegumu no lampas anodķēdes tās tīkliņķēdei; sprieguma līdzsaiti — pievadot spriegumu no vienas lampas anodķēdes iepriekšējās lampas



10-29. att. Pastiprinātājs ar sprieguma pretsaiti.

tīkliņķēdei; strāvas pretsaiti — pievadot spriegumu no lampas katodķēdes (bez kondensatora  $C_k$ ) tās tīkliņķēdei; strāvas līdzsaiti — pievadot spriegumu no vienas lampas tīkliņķēdes (bez kondensatora  $C_k$ ) iepriekšējās lampas tīkliņķēdei.

Līdzsaiti pastiprinātājos izmanto reti. Biežāk tā rodas patvaļīgi sakarā ar parazītiskajām saitēm starp shēmas elementiem un vadiem. To novērš ar racionālu montāžu un kompensē ar pretsaiti. Aplūkosim dažus pretsaites piemērus.

10-29. attēlā parādīta pastiprinātāja shēma ar sprieguma pretsaiti. Pēc formulas (10-2) pastiprinājums shēmai bez atgriezeniskas saites ir

$$K = \frac{\mu R_{\rm a}}{R_{\rm i} + R_{\rm a}} \, \cdot \,$$

Ievietojot K izteiksmi formulā (10-6), pēc pārveidošanas iegūstam, ka

$$\dot{K}_{a.s} = \frac{K}{1+\beta K} = \frac{\mu R_a}{R_1 + (1+\beta \mu) R_a},$$
 (10-7)

kur pēc 10-29. attēla shēmas  $\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ . Salīdzinot formulu (10-2) ar formulas (10-7) pārveidojumu

$$K_{\mathrm{a.s}} = \frac{\frac{\mu}{1+\beta\mu} \cdot R_{\mathrm{a}}}{\frac{R_{\mathrm{i}}}{1+\beta\mu} + R_{\mathrm{a}}},$$

redzam, ka aplūkojamā gadījumā pretsaites darbības efekts ir

ekvivalents lampas pastiprināšanas koeficienta un iekšējās pretestības samazinājumam  $1 + \beta \mu$  reizes.

Līdzīgi var noteikt pastiprinājumu 10-30. attēlā dotajai shēmai ar strāvas pretsaiti. Šajā shēmā nav kondensatora  $C_k$ (10-19. att.), tāpēc

 $K = \frac{\mu R_a}{R_1 + R_2 + R_3}$ 





Pēc shēmas atgriezeniskās saites koeficients

$$\beta = \frac{R_{\rm k}}{R_{\rm a}} \, \cdot \,$$

Ievietojot K un  $\beta$  izteiksmes formulā (10-6), pēc pārveidošanas iegūstam, ka

$$K_{a,s} = \frac{K}{1+\beta K} = \frac{\mu R_a}{R_1 + R_a + (1+\mu)R_k} .$$
(10-8)

Salīdzinot formulas (10-2) un (10-8), redzam, ka aplūkojamā gadījumā pretsaites darbības efekts ir ekvivalents lampas iekšējās pretestības pieaugumam par lielumu  $(1+\mu)R_k$ .

Ieslēdzot katoda pretestības  $R_k$  vietā slodzes pretestību, iegūst kopanoda pastiprinātāju (10-12. att.) jeb t. s. katodatkārtotāju (10-31. att.). Šeit

$$K = \frac{\mu R_k}{R_1 + R_k} \text{ un } \beta = 1.$$

Ievietojot K un  $\beta$  izteiksmes formulā (10-6), pēc pārveidošanas iegūstam, ka

$$K_{a,s} = \frac{K}{1+K} = \frac{\mu R_k}{R_1 + (1+\mu)R_k} .$$
(10-9)

No formulas redzam, ka katodatkārt<br/>otājam pastiprinājums  $K_{a.s} < 1.$ 

Formulu (10-9) var uzrakstīt arī šādi:





10-32. att. Pastiprinātājs ar strāvas pretsaiti un līdzsaiti.

Tātad izejas ķēdē katodatkārtotājs ir ekvivalents kopkatoda pastiprinātājam ar lampu, kuras iekšējā pretestība

$$R'_{i} = \frac{R_{i}}{1+\mu} \approx \frac{R_{i}}{\mu} = \frac{1}{S}$$

Izvēloties lampu ar lielu stāvumu, var panākt mazu pastiprinātāja iekšējo pretestību. Tā, piemēram, ja  $S=10 \frac{mA}{V}$ , tad

 $R'_1 = \frac{1}{S} = 0,1 \text{ k}\Omega = 100 \Omega.$ 

Katodatkārtotāju, tāpat kā izejas transformatoru, var izmantot slodzes un avota iekšējās pretestības saskaņošanai.

Pretsaites radīto pastiprinājuma samazinājumu dažkārt kompensē ar līdzsaiti, kas aptver divas pastiprinātāja pakāpes (10-32. att.). Shēmā līdzsaiti izveido vads ar pretestību *R*, kas savieno abu lampu katodus.

# **10-7. PUSVADĪTĀJU PASTIPRINĀTĀJI**

Pusvadītāju pastiprinātājos lieto tranzistorus, kas izveidoti no germānija vai silīcija plāksnītes ar trim vadītspēju apgabaliem. Atkarībā no to sakārtojuma izšķir p-n-p un n-p-ntipa tranzistorus.

p - n - p tipa tranzistorus izgatavo no plānas germānija plāksnītes ar n tipa vadītspēju. Novietojot abās pusēs indija pilienus, plāksnītes ārējos slāņos rodas apgabali ar p tipa

vadītspējām (10-33. att.). Ar mazāko indija pilienu savienoto elektrodu e sauc par emiteru un tam pieguļošo p-n pāreju par emitera pāreju, bet ar lielāko indija pilienu savienoto elektrodu k sauc par kolektoru un tam pieguļošo n-p pāreju par kolektora pāreju. Vidējo apgabalu starp abām pārejām b sauc par bāzi. Tās biezums nepārsniedz 20  $\mu$ .







10-34. att. p-n-p (a) un n-p-ntipa (b) tranzistora shematisks apzīmējums.

Shematiski tranzistorus apzīmē ar 10-34. attēlā parādītajiem pieņemtajiem apzīmējumiem.

Starp tranzistoru un elektronu lampu triodi pastāv šāda formāla rakstura analoģija: emiters izpilda katoda, kolektors anoda un bāze — tīkliņa funkcijas, tāpēc arī šeit ir trīs elektrodu triodes shēmām analoģiskas shēmas (10-35. att.).

Līdzstrāvas avoti visās shēmās jāieslēdz tā, lai tie darbotos emitera caurlaides un kolektora sprostvirzienā. p-n-p tranzistorā to panāk, savienojot pozitīvo polu ar emiteru un negatīvo polu ar kolektoru, bet n-p-n tranzistora shēmā līdzstrāvas barošanas avotus ieslēdz otrādi. Neievērojot šos noteikumus, var sabojāt tranzistoru.

Parasti lieto vienu kopēju barošanas avotu, iegūstot attiecībā pret emiteru negatīvu bāzes potenciālu pēc. 10-36. attēlā dotajām shēmām. So shēmu īpašības ir dažādas, bet darbības principi ir vienādi. Lai noskaidrotu to darbības principu, aplūkosim kopbāzes pastiprinātāja shēmu.



10-35. att. Kopemitera (a), kopkolektora (b) un kopbāzes (c) pastiprinātāju shēmas.

Tranzistorā uz kopējas bāzes darbojas divas pretēji slēgtas diodes (10-37. att.). Pārtraucot kolektora ķēdi (10-37. att. a), emiters darbojas līdzīgi pusvadītāju diodei caurlaides virzienā. Pārtraucot emitera ķēdi (10-37. att. b), kolektors darbojas līdzīgi pusvadītāju diodei sprostvirzienā.



10-36. att. Negatīva bāzes sprieguma iegūšana kopemitera (a) un kopbāzes (b) pastiprinātājā.

Noslēdzot vienlaicīgi abas ķēdes, mazā attāluma dēļ starp emitera un kolektora pārejām rodas jauna parādība. No emitera bāzē nokļuvušo caurumu lielākā daļa nonāk kolektora pārejā un samazina tās pretestību. Tāpēc kolektora strāva  $I_{k0}$  pieaug par emitera strāvas daļu  $\alpha I_e$ , un kopējā kolektora strāva

$$I_{\rm k} = \alpha I_{\rm e} + I_{\rm k0},$$

kur  $\alpha = 0.9 \div 0.995$  sauc par kopbāzes shēmas strāvas pastiprinājumu.

Mazākā emitera strāvas daļa  $(1-\alpha)I_e$  kopā ar pretēja virziena kolektora strāvu  $I_{k0}$  rada bāzes strāvu

$$I_{\rm b} = (1 - \alpha) I_{\rm e} - I_{\rm k0}. \tag{10-10}$$

Kopbāzes shēmā ieejas signāls izmaina emitera strāvu, un līdz ar to mainās arī kolektora strāva. Lai gan strāvas pastiprinājuma koeficients  $\alpha$  ir mazāks par vienu, tomēr var panākt



10-37. att. Tranzistors ar pārtrauktu kolektora ķēdi (a), ar pārtrauktu emitera ķēdi (b) un ieslēgtu kolektora un emitera ķēdi (c). zināmu jaudas pastiprinājumu, jo kolektora ķēdē ieslēgtā pretestība  $R_2$  ir lielāka par emitera ķēdes pretestību  $R_1$ . Tā, piemēram, ja  $R_1$ =100  $\Omega$ ,  $R_2$ =2 k $\Omega$  un  $\alpha$ =0,96, tad, neievērojot pie normālas temperatūras niecīgo  $I_{k0}$ , var pieņemt, ka  $I_k \approx \alpha I_e$  un jaudas pastiprinājums

$$K_P = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_k^2 R_2}{I_e^2 R_1} = \alpha^2 \frac{R_2}{R_1} = 0,96^2 \cdot \frac{2000}{100} = 19,2$$

vai

$$K_{P(db)} = 10 \log K_P = 10 \log 19, 2 = 12, 8 \text{ db}.$$

Kopemitera shēmā ieejas signāls izmaina bāzes strāvu, un līdz ar to mainās arī kolektora strāva. Izsakot kolektora strāvu atkarībā no bāzes strāvas, iegūstam, ka

$$I_{k} = \alpha I_{e} + I_{k0} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (I_{b} + I_{k0}) + I_{k0} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_{b} + \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} + 1\right) I_{k0}$$

$$I_{k} = \alpha I_{e} + (\alpha + 1) I_{k0}$$
(10.11)

vai

$$T_{\rm K} = \rho T_{\rm D} + (\rho + 1) T_{\rm K0},$$
 (10-11)

kur  $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = 10 \div 100$  sauc par kopemitera shēmas strāvas pastiprinājumu.

Neievērojot mazo  $I_{k0}$ , var pieņemt, ka  $I_k \approx \beta I_b$ .

Aprēķinot pēc iepriekšējā piemēra datiem jaudas pastiprinājumu kopemitera shēmai, iegūstam, ka

$$K_{P} = \frac{P_{2}}{P_{1}} = \frac{I_{k}^{2}R_{2}}{I_{b}^{2}R_{1}} = \beta^{2}\frac{R_{2}}{R_{1}} = \left(\frac{a}{1-a}\right)^{2}\frac{R_{2}}{R_{1}} = \left(\frac{0.96}{1-0.96}\right)^{2} \cdot \frac{2000}{100} = 11\ 520$$
vai

$$K_{P(db)} = 10 \, \lg 11 \, 520 = 40,2 \, db.$$

No piemēriem redzam, ka kopemitera shēmai strāvas un jaudas pastiprinājums ir lielāks nekā kopbāzes shēmai.

Analogi aplūkojot jautājumu kopkolektora shēmai, iegūstam šādu sakarību:

$$I_{\rm e} \approx (\beta + 1) I_{\rm b}. \tag{10-12}$$



10-38. att. Kopemitera pastiprinātāja spriegumi un strāvas (a), tā ieejas (b) un izejas (c) raksturlīknes.

Neraugoties uz lielo strāvas pastiprinājumu β, kopkolektora shēmas pastiprinātājs jaudu nepalielina, jo izejas pretestība tam ir maza. Šādu pastiprinātāju izmanto tāpat kā katodatkārtotāju.

Tranzistoram ir vairāk raksturlikņu un parametru nekā elektronu lampai. Ja triode darbojas bez tīkliņstrāvas, tad tās



10-39. att. Trīspakāpju zemfrekvences pastiprinātājs ar tranzistoriem.

darbību raksturo sakarība starp trīs lielumiem:  $I_a = f(U_g, U_a)$ . So sakarību var izteikt ar vienu raksturlīkņu saimi, piemēram, ar anodraksturlīknēm  $I_a = f(U_a)$ , ja  $U_g = \text{const.}$ 

Tranzistora darbību nosaka četri lielumi: ieejas spriegums un strāva, kā arī izejas spriegums un strāva. Sakarību starp šiem lielumiem var izteikt ar divām raksturlīkņu saimēm. Tā, piemēram, kopemitera pastiprinātājam ieejas lielumi ir bāzes spriegums un strāva, bet izejas lielumi ir kolektora spriegums un strāva. Sādam pastiprinātājam ieejas raksturlīkne ir  $J_b=f(U_b)$ , ja  $I_k=$ const un  $U_b=$ const, bet izejas raksturlīkne ir  $I_k=f(U_b)$ , ja  $I_b=$ const un  $U_b=$ const (10-38. att.).

Ieejas raksturlīkne, kad  $U_k=0$ , atgādina pusvadītāju diodes raksturlīkni caurlaides virzienā (9-3. att. b). Negatīva kolektora sprieguma gadījumā bāzes strāva samazinās, jo bāzē pretējā virzienā plūst kolektora strāva  $I_{k0}$ . Izejas raksturlīkne,



10-40. att. Prettakta jaudas pastiprinātājs ar tranzistoriem. kad  $U_b=0$ , atgādina pusvadītāju diodes raksturlīkni sprostvirzienā. Ja  $U_b>0$ , tad tā ir līdzīga pentodes anodraksturlīknei (10-6. att.). Raksturlīkņu stāvuma dēļ tranzistorus var darbināt ar zemiem spriegumiem (1 V un pat mazāku).

Ir izstrādātas daudzas pusvadītāju pastiprinātāju shēmas. Zemfrekvences pastiprinātājos ar kopemiteru bieži lieto pretestību saiti, dažkārt transformatora saiti, bet gala pakāpē izejas transformatoru. 10-39. attēlā dotās shēmas pirmās pakāpes slodze sastāv no pretestībām  $R_1$ ,  $R_2$  un otrā tranzistora ieejas pretestības. Otrs tranzistors caur transformatoru savienots ar trešo tranzistoru, kura kolektora ķēdē caur izejas transformatoru ieslēgts skaļrunis. Otrā un trešā tranzistora darba režīmu ieregulē ar pretestībām  $R_3$  un  $R_4$ .

Lielāku izejas jaudu iegūst, darbinot pēdējo pakāpi prettakta slēgumā (10-40. att.).

# Vienpadsmitā nodaļa

# SINUSOIDĀLU SVĀRSTĪBU UN IMPULSU GENERATORI

## **11-1. LAMPU GENERATORI**

Elektronikā lieto dažādus sinusoidālu svārstību ģeneratorus, kas darbojas ar elektronu lampām vai tranzistoriem. Elektronu lampu ģeneratorus izmanto raidstacijās, radiouztvērējos, dažādu materiālu karsēšanai ar augstfrekvences strāvām u. c. vajadzībām. Tos izgatavo ar jaudām no milivata līdz simtiem kilovatu un ar frekvencēm līdz simtiem megahercu.

Pēc darbības principa izšķir lampu ģeneratorus ar pozitīvu atgriezenisko saiti un lampu ģeneratorus ar negatīvu pretestību.



11-1. att. Lampu generatoru pamatshēmas ar svārstību kontūru anodķēdē (a), tīkliņķēdē (b), anoda un tīkliņķēdē (c), ar nozarojumu anodķēdes induktivitātes zarā (d) un nozarojumu kapacitātes zarā (e).

22 - A. Lielturks

Ja rezonanses pastiprinātājā darbojas *pozitīva atgriezeniskā* saite un saites faktors  $\beta K$ =1 [sk. formulu (10-6)], tad pastiprinātājs ģenerē svārstības ar frekvenci, kas ir tuva svārstību kontūra pašſrekvencei





11-2. att. Lampu generatora shēmas ar virknē (a) un paralēli (b) ieslēgtu anodbarošanas avotu.

Atkarībā no svārstību kontūra ieslēgšanas un atgriezeniskās saites veida izšķir piecas lampu ģeneratoru pamatshēmas (11-1. att.): shēmu ar svārstību kontūru anodķēdē (a), ar kontūru tīkliņķēdē (b), ar kontūru anoda un tīkliņķēdē (c) un trīspunktu shēmas ar nozarojumu induktivitātes zarā (d) vai ar nozarojumu kapacitātes zarā (e). Dotajās shēmās nav iezīmēti anodbarošanas un priekšsprieguma avoti.

Anodbarošanas avotu ieslēdz virknē vai paralēli ar svārstību kontūru un lampu (11-2, at.). Ieslēdzot barošanas avotu paralēli, kapacitāte  $C_a$  novērš anodbarošanas avota īsslēgumu caur svārstību kontūra spoli L, bet induktivitāte  $L_a$  novērš svārstību kontūra īsslēgumu caur anodbarošanas avotu.

Lai panāktu augstu lietderības koeficientu, lampu ģeneratoru darbina C vai B klases režīmā. Šiem režimiem nepieciešamo negatīvo tīkliņa priekšspriegumu iegūst ar tīklinkēdē



11-3. att. Negatīva tīkliņa priekšsprieguma iegūšana lampu ģeneratorā ar tīkliņķēdē ieslēgtu pretestību (a) un ar pretestību un induktivitāti (b).

ieslēgtu pretestību un kapacitāti (11-3. att.). Laikā, kad atgriezeniskā saite uz tīkliņa rada pozitīvu potenciālu, no tīkliņa uz katodu plūst tīkliņstrāva  $i_g$ . Šīs strāvas nemainīgā komponente rada pretestībā  $R_g$  sprieguma kritumu, un tīkliņš iegūst negatīvu priekš<br/>spriegumu. Otrajā shēmā induktivitāte $L_{\rm g}$  samazina svārstību kontūru <br/>enerģijas zudumus pretestībā $R_{\rm g}.$ 

Precīzāk lampu ģeneratora svārstību frekvenci var aprēķināt pēc formulas

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{R}{R_1} \right)} \,. \tag{11-1}$$

Ja lampu ģenerators darbojas bez slodzes, tad svārstību kontūra pretestība *R* ir daudz mazāka par lampas iekšējo



11-4. att. Lampu generatora shēma ar elektronu saiti.

pretestību  $R_1$  un svārstību frekvence ir gandrīz vienāda ar kontūra pašfrekvenci

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
.

Pieslēdzot lampu ģeneratoram slodzi, pretestība R pieaug un svārstību frekvence kļūst atkarīga no slodzes. No slodzes maz atkarīgu frekvenci panāk, izveidojot vāju saiti starp slodzes ķēdi un svārstību kontūru, jo tādā gadījumā attiecība  $\frac{R}{R_{\rm f}}$ 

ir neievērojama. Šim nolūkam starp lampu ģeneratoru un slodzī ieslēdz buferpastiprinātāju.

Kompaktu shēmu, kas sastāv no ģeneratora un vienas pastiprinātāja pakāpes, iegūst ar pentodi (11-4. att.). Lampas katods, pirmais un otrais tīkliņš darbojas kā triode, kas ieslēgta pēc 11-1. attēlā dotajām shēmām (aplūkojamā gadījumā pēc trīspunktu shēmas), bet starp anodu un tīkliņiem darbojas elektronu saite. Izvēloties pareizu ekrāntīkliņa spriegumu, barošanas sprieguma svārstības maz ietekmē ģeneratora frekvenci.

Loti augstu frekvences stabilitāti panāk, lietojot svārstību kontūra vietā slīpētu kvarca plāksnīti, kas izgriezta no kvarca kristāla perpendikulāri tā optiskajai asij. 11-5. attēla shēmā kvarca plāksnīte ir ieslēgta 11-1. attēlā c dotās shēmas tīkliņķēdē svārstību kontūra LC vietā. Sādā plāksnītē novērojams pjezoelektriskais efekts. Plāksnītes metalizētajām virsmām pievadot elektriskos lādiņus, tā mehāniski deformējas, un, otrādi, ja plāksnīte deformējas, tad uz tās virsmas rodas elektriskie lādiņi. Pievadot plāksnītei caur atgriezenisko saiti maiņspriegumu, deformācijas sasniedz maksimumu, ja sprieguma frekvence sakrīt ar plāksnītes mehāniskās rezonanses frekvenci; plāksnīte tādā gadījumā izturas kā svārstību kontūrs.

No kvarca ģeneratora iegūst svārstības ar frekvencēm 4 kHz—10 MHz, bet, izmantojot kristāla mehānisko svārstību augstākās harmoniskās, var ražot arī svārstības ar augstākām frekvencēm. Parastajās temperatūrās frekvences stabilitāte sasniedz  $\pm 0,005\%$ . Ievietojot kvarca plāksnīti vakuumā, nodrošinot nemainīgu tās temperatūru un lietojot komplicētas shēmas



11-5. att. Kvarca generatora shēma.

ar amplitūdas stabilizāciju, sasniegta frekvences stabilitāte līdz  $\pm 10^{-7}$ % (kværca pulksteņi).

Kvarca generatoru jauda ir daži vati. Zemu frekvenču gadījumā jaudu ierobežo plāksnītes mehāniskā izturība (tā var sadrupt), bet augstāku frekvenču gadījumā jaudu ierobežo plāksnītes sasilšana. Lielākas jaudas iegūst, lietojot kvarca generatoru ar buferpastiprinātāju. Kā trūkums jāatzīmē, ka kvarca generators darbojas ar vienu noteiktu frekvenci, kuru var mainīt tikai šaurās robežās.

Vienkāršu zemas frekvences sinusoidālu svārstību ģeneratoru izveido no pretestību pastiprinātāja ar līdzsaiti. To panāk ar C-R kāpņu ķēdi, kas vienai noteiktai frekvencei izmaina anodsprieguma fāzi par 180° (11-6. att.). Neievērojot strāvas, kas nozarojas uz nākamajām C-R ķēdes kāpnēm, kāpņu darbību var parādīt ar 10-6. attēlā b doto vektoru diagrammu.



11-6. att. Fāzes apvērsēja R-C generatora shēma (a) un aptuvena vektoru diagramma (b).

No diagrammas redzam, ka katras kāpnes izejas spriegumsapsteidz fāzē ieejas spriegumu par noteiktu leņķi  $(U_{R1} apsteidz$ fāzē  $U_{a}, U_{R2}$  apsteidz fāzē  $U_{R1}$  un  $U_{R3}$  apsteidz fāzē  $U_{R2}$ ). Ķēdes reaktīvie spriegumi  $U_C$  ir atkarīgi no frekvences, tāpēc tikliņam pievadītais spriegums  $U_{R3}$  darbojas pretējā fāzē ar anodspriegumu  $U_a$  tikai pie vienas noteiktas frekvences.

Ievērojot strāvas, kas nozarojas uz nākamajām C--R kēdes pakāpēm, iegūta šāda ģeneratora írekvences aprēķina formula:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{6}CR} \,. \tag{11-2}$$

Tā, piemēram, ja C = 680 pF un  $R = 0.24 \text{ M}\Omega$ , tad

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6} \cdot 680 \cdot 10^{-6} \cdot 0.24} = 400 \text{ Hz.}$$

Var arī pierādīt, ka shēma ģenerē, ja pastiprinājums

$$K = S \frac{R_{\rm i}R_{\rm a}}{R_{\rm i} + R_{\rm a}} \ge 29.$$

Mazas jaudas sinusoidālas svārstības var iegūt arī no lampu ģeneratora, kas darbojas ar *negatīvu pretestību* (11-7. att.). Negatīva pretestība piemīt tetrodei vai pentodei ar kopā saslēgtu ekrāntīkliņu un bremztīkliņu. Ja ekrāntīkliņa spriegums ir lielāks par anodspriegumu, tad lampā ir novērojams dinatronefekts, anodraksturlīkne ir krītoša (10-4. att. b), anodsprieguma pieaugumam atbilst anodstrāvas samazīnājums un lampas iekšējā pretestība ir negatīva, t. i.,

$$R_1 = -\frac{du_a}{di_a} \, .$$

Negatīva pretestība ir pozitīvas pretestības pretstats; tā darbojas nevis kā strāvas ierobežotāja, bet gan kā tās veicinātāja. Tāpēc, pieslēdzot anodbarošanas avotam svārstību kontūru virknē ar tetrodi (negatīvu pretestību), kontūrā rodas nerimstošas svārstības ar amplitūdām, kuru lielumu ierobežo ķēdes pozitīvās pretestības.



11-7. att. Negatīvās pretestības lampu ģeneratora shēma.

### 11-2. IMPULSU GENERATORI

Ar impulsu ģeneratoriem iegūst zāģveida, taisnstūra u. c. formas nesinusoidālas svārstības vai impulsus.

Vienkāršāko zāģveida svārstību ģeneratoru var izveidot no C-R ķēdes, pieslēdzot kondensatoram paralēli neona lampu (11-8. att.). Ieslēdzot barošanas avotu, kondensators C uzlādējas caur pretestību R. Kad tā spriegums  $u_c$  sasniedz neona



11-8. att. Neona lampas generatora shēma (a) un zāģveida sprieguma līkne (b).

lampas aizdedzes sprieguma vērtību  $U_{\text{maks}}$ , kondensators strauji izlādējas caur neona lampu un spriegums samazinās līdz neona lampas dzišanas sprieguma vērtībai  $U_{\min}$ . Pēc tam iesākas jauns kondensatora uzlādēšanās un izlādēšanās cikls.

Uzlādēšanās un izlādēšanās laikā kondensatora spriegums mainās pēc šādiem vienādojumiem [sk. formulu (7-6) un (7-8)]:

$$u_c = E\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right)$$
 un  $u_c = U_{\text{maks}}e^{-\frac{t}{CR_i}}$ .

Ievietojot vienādojumos laikus  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  un tiem atbilstošās kondensatora sprieguma vērtības  $U_{\min}$  un  $U_{\max ks}$ , var aprēķināt laiku, kādā spriegums pieaug un samazinās:

$$t_2 - t_1 = CR \ln \frac{E - U_{\min}}{E - U_{\max}}, \quad t_3 - t_2 = CR_1 \ln \frac{U_{\max}}{U_{\min}}$$

un pilns svārstību periods

$$T = t_3 - t_1 = CR \ln \frac{E - U_{\min}}{E - U_{\max}} + CR_1 \ln \frac{U_{\max}}{U_{\min}} .$$
(11-3)

Neona lampas aizdedzes un dzišanas spriegums mainās, tāpēc ģeneratora frekvence nav stabila. Augstāko frekvences robežu, t. i., apmēram 10 kHz, nosaka neona lampas jonu rekombinācijas laiks.

Stabilāku frekvenci iegūst ar tiratrona ģeneratoru, kurā kondensatoram paralēli pieslēdz tiratronu (11-9. att.). Pievadot

tiratrona tīkliņam sinhronizējošo spriegumu ar frekvenci, kas ir harmoniskā attiecībā ar ģeneratora frekvenci, tiratrons aizdegas noteiktos laika momentos. Izmantojot tiratronu signāla izvēršanai oscilogrāfā, iekšējai sinhronizācijai lieto signāla spriegumu (sk. 8-15. §).

Lai iegūtu neizkropļotu oscilogrammu (ar vienmērīgu laika mērogu), zāģveida sprieguma līknei jābūt lineārai. Uzlādējot



11-9. att. Tiratrona generatora shēma.

kondensatoru caur pretestību, šādu līkni nevar iegūt, jo uzlādēšanas strāva sākumā ir liela un beigās maza.

Labākus rezultātus var sasniegt, uzlādējot kondensatoru caur pentodi (11-10. att.). Zināmās robežās pentodes anodstrāva nav atkarīga no anodsprieguma (10-6. att.), tāpēc kondensatora *C* spriegums pieaug vienmērīgi un zāģveida sprieguma likne ir gandrīz lineāra.

Tiratrona ģenerators var ražot svārstības ar frekvencēm līdz apmēram 50 kHz. Augstākas frekvences zāģveida svārstības iegūst ar ģeneratoriem, kas darbojas ar elektronu lampām.



#### 11-10. att. Pentodes generators.





Tajos izmanto dažādus principus. Tā, piemēram, zāģveida svārstības iegūst no taisnstūra formas svārstībām, pievadot tās C-R ķēdei (11-11. att.). Lai palielinātu izejas spriegumu  $u_2$ , C-R ķēdei pieslēdz pastiprinātāju.

Taisnstūra formas sprieguma impulsus var iegūt, piemēram, ar multivibratoru. Vienkāršākais multivibrators ir divpakāpju pretestību pastiprinātājs ar līdzsaiti (11-12. att.).



11-12. att. Multivibratora shēma un diagrammas.

Lai noskaidrotu multivibratora darbību, aplūkosim stāvokli, kad pirmās lampas anodstrāva samazinās un anodspriegums pieaug. Tādā gadījumā kondensators  $C_2$  uzlādējas caur pretestībām  $R_{a1}$  un  $R_2$ , otrās lampas tīkliņa spriegums un anodstrāva pieaug, bet anodspriegums samazinās. Samazinoties otrās lampas anodspriegumam, kondensators  $C_1$  izlādējas caur otro lampu un pretestību  $R_1$ , pirmās lampas tīkliņspriegums un anodstrāva samazinās, bet anodspriegums pieaug. Sāds process noris lavīnveidīgi, un gala rezultātā pirmā lampa aizveras, bet otrā lampa atveras.

Pēc tam kondensators  $C_1$  turpina izlādēties, un laikā  $T_1$  pirmās lampas tīkliņspriegums  $u_{g1}$  samazinās līdz nogriešanas sprieguma  $U_{g0}$  vērtībai. Šajā momentā pirmā lampa atveras, otrā lampa aizveras, un laikā  $T_2$  noris pretējs process.

Tādējādi, abām lampām pamīšus aizveroties un atveroties, rodas taisnstūra formas anodsprieguma svārstības. Impulsu ilgumi  $T_1$  un  $T_2$  ir proporcionāli laika konstantēm

 $\tau_1 = C_1 R_1$  un  $\tau_2 = C_2 R_2$ .

## Divpadsmitā nodaļa

## RADIOSAKARI

#### 12-1. RADIOLĪNIJA

Par radiosakariem sauc elektrisko signālu bezvadu pārraidīšanu ar elektromagnētiskā lauka palīdzību.

Elektromagnētiskā lauka teorijas pamatus izstrādāja Maksvels, bet tā eksistenci 1888. gadā eksperimentāli pierādīja Hercs, tomēr abi zinātnieki nesaskatīja elektromagnētiskā lauka praktiskās izmantošanas iespējas radiosakaru vajadzībām. Radio kā sakaru līdzekli 1895. gadā atklāja krievu zinātnieks A. Popovs.

Radiosakarus realizē ar raidītāja, uztvērēja un tos savienojošās vides palīdzību. Šādas radiolīnijas darbību var attēlot ar 12-1. attēlā parādīto blokshēmu.



12-1. att. Radiolīnijas blokshēma.

Raidītājā elektriskajos signālos pārvērsto informāciju modulators M uzklāj lampu ģeneratora G radītajām un pastiprinātajām augstfrekvences svārstībām, kas antenā  $A_1$  ierosina radioviļņus. Uztvērēja antenā  $A_2$  radioviļņi inducē modulētu augstfrekvences strāvu, no kuras ar detektoru D izdala zemfrekvences signālus un pēc tam tos pārvērš informācijā.

## 12-2. RADIOVIĻŅU IZSTAROŠANA

Noslēgts svārstību kontūrs ļoti vāji izstaro enerģiju, jo tā magnētiskais un elektriskais lauks koncentrēti nelielā telpā. Enerģijas izstarošanai lieto atklātu svārstību kontūru — antenu, izveidojot to no diviem elektrisko svārstību avotam pievienotiem vadiem.



12-2. att. Sprieguma un strāvas sadalījums simetriskā vibratorā.

Antenā, tāpat kā divvadu līnijā, izveidojas telpā par ceturtdaļu no viļņa garuma un laikā par ceturtdaļu perioda nobīdīti sprieguma un strāvas stāvviļņi. Visintensīvāk antena izstaro enerģiju rezonanses gadījumā, kad tās garums vienāds ar pusi no viļņa garuma. Šādu antenu sauc par simetrisku vibratoru jeb pusviļņa dipolu (12-2. att.).

Vibratora viduspunktam ir nulles potenciāls, tāpēc, savienojot šo punktu ar zemi un atmetot vibratora apakšējo daļu, sprieguma un strāvas sadalījums augšējā daļā nemainās (12-3. att. a).

Iezemētā vibratorā rezonanse iestājas tad, ja tā garums vienāds ar ceturtdaļu no viļņu garuma. Ieslēdzot antenā augstfrekvences svārstību avota un antenas saites spoli *L*, sprieguma un strāvas sadalījums antenā izmainās, bet blīzuma un



12-3. att. Sprieguma un strāvas sadalījums iezemētā vibratorā bez saites spoles (a), ar saites spoli (b) un ar saites spoli un kondensatoru (c).

mezgla punkti paliek iepriekšējās vietās (12-3. att. b). Spole samazina antenas pašsvārstību frekvenci un palielina viļņa garumu. Viļņa garumu var samazināt, ieslēdzot virknē ar spoli kondensatoru C (12-3. att. c). Iezemētam vibratoram iezemē-

juma pretestībai jābūt mazai, jo pretējā gadījumā pieaug antenas zudumi. Pārvietojamās radiostacijās, kur labu iezemējumu ne vienmēr var panākt, zemes vietā lieto radiostacijas metāla korpusu vai no zemes izolētu vadu sistēmu.

Lai noskaidrotu no antenas izstarotā elektromagnētiskā lauka īpašības, aplūkosim 12-4. attēlā parādīto gadījumu, kur



12-4. att. Elektromagnētiskā lauka intensitātes vektori.

sfērisko koordinātu sistēmas sākuma punktā novietota elementārā antena ar vienmērīgu sprieguma un strāvas sadalījumu visā tās garumā.

Kādā telpas punktā P elektromagnētisko lauku raksturo trīs intensitātes vektori: meridiāna plaknē novietotie elektriskā lauka intensitātes vektori  $\dot{\mathfrak{E}}_{R}$  un  $\dot{\mathfrak{E}}_{\Theta}$  un antenas asij perpendikulārajā plaknē novietotais magnētiskā lauka intensitātes vektors  $\dot{H}_{\alpha}$ .

Ja strāva antenā mainās pēc sinusa likuma, tad intensitātes vektorus var aprēķināt pēc šādām no Maksvela vienādojumiem iegūtām izteiksmēm:

$$\begin{split} \dot{\boldsymbol{\delta}}_{R} &= \frac{2\dot{C}k^{3}}{j\omega\epsilon\epsilon_{0}}\cos\Theta e^{-jkR} \left( \frac{1}{k^{3}R^{3}} + j\frac{1}{k^{2}R^{2}} \right), \\ \dot{\boldsymbol{\delta}}_{\Theta} &= \frac{\dot{C}k^{3}}{j\omega\epsilon\epsilon_{0}}\sin\Theta e^{-jkR} \left( \frac{1}{k^{3}R^{3}} + j\frac{1}{k^{2}R^{2}} - \frac{1}{kR} \right), \\ \dot{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{\alpha}} &= \dot{C}k^{2}\sin\Theta e^{-jkR} \left( \frac{1}{k^{2}R^{2}} + j\frac{1}{kR} \right), \end{split}$$
(12-1)

kur  $\dot{C} = \frac{ll}{4\pi} e^{j\omega t}$  — elementārās antenas moments,  $\omega$  — leņķiskā frekvence,  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  — telpiskā frekvence (sk. 7-6. §).

No vienādojumiem redzam, ka elektromagnētiskā laukā intensitāti nosaka attālums R starp aplūkojamo punktu un antenu. Atkarībā no šī attāluma izšķir tuvo jeb kvazistacionāro un tālo jeb viļņu zonu.

Tuvajā zonā attālums  $R \ll \lambda$ , lielums  $kR \ll 1$  un lauka intensitāti nosaka tikai loceklis, kura saucējā kR ir augstākajā pakāpē. Elektromagnētiskā lauka tuvajā zonā tāpēc

$$\dot{\delta}_{R} = \frac{2\dot{C}}{j\omega\varepsilon\varepsilon_{0}R^{3}}\cos\Theta,$$
$$\dot{\delta}_{\Theta} = \frac{\dot{C}}{j\omega\varepsilon\varepsilon_{0}R^{3}}\sin\Theta,$$
$$\dot{H}_{\alpha} = \frac{\dot{C}}{R^{2}}\sin\Theta.$$

Reizinātājs i norāda, ka  $\delta_R$  un  $\delta_{\Theta}$  ir nobīdīti fāzē pret  $H_{\alpha}$  par ceturtdaļperiodu. Sādos apstākļos enerģija apmainās starp elektrisko un magnētisko lauku, jaudas vidējā vērtība vienāda ar nulli, un tāpēc tuvajā zonā antena enerģiju neizstaro.

 $T\bar{a}laj\bar{a}$  zonā attālums  $R \gg \lambda$ , lielums  $kR \gg 1$  un lauka intensitāti nosaka loceklis, kura saucējā kR ir pirmajā pakāpē. Tāpēc elektromagnētiskā lauka tālajā zonā

 $\mathcal{E}_{R}=0,$ 

$$\dot{\mathfrak{E}}_{\Theta} = j \frac{\dot{C}k^2}{\omega \varepsilon \varepsilon_0 R} \sin \Theta e^{-jkR},$$
$$\dot{H}_{\alpha} = j \frac{\dot{C}k}{R} \sin \Theta e^{-jkR}.$$

12-5. att. Elektromagnētisko viļņu grafiskais attēls rādiusvektora *R* virzienā.

Seit elektromagnētisko lauku nosaka tikai vektori  $\dot{\mathfrak{E}}_{\Theta}$  un  $\dot{H}_{\alpha}$ . Reizinātājs  $j\dot{C}e^{-j\hbar R} = Ce^{\omega t + \frac{\pi}{2} - kR}$  norāda, ka elektriskā un magnētiskā lauka intensitāte pēc laika sakrīt fāzē un izplatās telpā kā viļņi (12-5. att.).

Telpā elektromagnētiskā lauka viļņi izveido sfēriskas vir-

1E

smas ar vislielāko intensitāti antenas asij perpendikulārajā virzienā ( $\Theta=90^{\circ}$ ), pie tam intensitāte samazinās apgriezti proporcionāli attāluma R pirmajai pakāpei. Antenas ass virzienā ( $\Theta=0^{\circ}$ ) elektromagnētiskā lauka intensitāte vienāda ar nulli. Jāatzīmē, ka izstarošanas intensitāti noteiktā virzienā var iespaidot dažādi apkārtnes priekšmeti, piemēram, ēkas, koki u. c. Speciālām, piemēram, militārām, vajadzībām lieto no vairākiem vibratoriem izveidotas antenas ar izteiktu virziendarbību.

Elektromagnētiskā viļņa izplatīšanās virzienā vērsto elektriskā un magnētiskā lauka intensitātes vektoru reizinājumu  $\dot{S}_{R} = [\dot{\mathcal{E}}_{\Theta} \times \dot{H}_{\alpha}]$  sauc par *Umova-Pointinga vektoru*. Šī vektora dimensija ir  $\frac{V}{m} \cdot \frac{A}{m} = \frac{W}{m^{2}}$ , un tā skaitliskā vērtība mainās ar divkāršu frekvenci (līdzīgi tam, kā mainās maiņstrāvas jaudas momentānā vērtība aktīvās slodzes gadījumā, sk. 4-23. att.).

Umova-Pointinga vektoru var aprēķināt tāpat kā maiņstrāvas komplekso jaudu (sk. 4-5. §):

$$\widetilde{S}_{R} = \frac{1}{2} \dot{\mathcal{E}}_{\Theta} \overset{*}{H}_{\alpha} = \frac{C^{2}k^{2} \sin^{2} \Theta}{2\omega \varepsilon \varepsilon_{0} R^{2}}$$

Integrējot Umova-Pointinga vektoru pa noslēgtu un caur punktu P zīmētu lodes virsmu, var aprēķināt no antenas izstarotā elektromagnētiskā lauka jaudu  $P_{iz}$  (12-6. att.).

Pēc attēla

$$P_{1z} = \oint \widetilde{S}_R dS = \int_{\Theta=0}^{\Theta=\frac{\pi}{2}} \frac{C^2 k^2 \sin^2 \Theta}{2\omega \varepsilon \varepsilon_0 R^2} \cdot 2\pi R \sin \Theta R d\Theta =$$
$$= \frac{C^2 k^2 \pi}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \int_0^{\pi} \sin^3 \Theta d\Theta = \frac{4\pi C^2 k^3}{3\omega \varepsilon \varepsilon_0} \cdot$$

Ievietojot





12-6. att. Elektromagnētiskā lauka jaudas aprēķins.



12-7. att. Antenas efektivais augstums.

iegūstam, ka

$$P_{\rm iz} = 40\pi^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 I_{\rm m}^2,$$

kur Im - strāvas amplitūda,

*l* — elementārās antenas garums.

No formulas redzam, ka izstarošanas jauda ir apgriezti proporcionāla viļņa garuma kvadrātam, un tāpēc intensīvu elektromagnētiskā lauka izstarojumu var panākt ar augstām frekvencēm.

Izsakot izstarošanas jaudu ar strāvas efektīvās vērtības  $I_{\frac{m}{2}}$  kvadrāta un pretestības reizinājumu, iegūstam, ka

$$P_{\rm iz} = \frac{I_{\rm m}^2}{2} R_{\rm iz},$$

kur lielumu

$$R_{\rm iz} = 80\pi^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$$

sauc par izstarošanas pretestību.

Iegūtās izstarošanas jaudas un pretestības formulas var lietot «īsām» antenām ar garumu  $l \ll \lambda$ . Ja antenas garums ir samērojams ar viļņa garumu, tad strāvas sadalījums antenā ir nevienmērīgs, bet izstarošanas jauda un pretestība ir mazāka. To ievēro, izdarot aprēķinu pēc t. s. antenas efektīvā augstuma (12-7. att.).

Par antenas efektīvo augstumu he sauc tāda taisnstūra augstumu, kur taisnstūra pamats vienāds ar strāvas blīzuma amplitūdas vērtību un taisnstūra laukums vienāds ar faktiskās strāvas sadalījuma līknes laukumu:

$$h_{\rm e} = \frac{1}{I_{\rm m}} \int_0^h i dh.$$

Dažāda tipa antenām efektīvos augstumus uzrāda rokasgrāmatās.

Ievērojot, ka gaisam  $\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 1$ , izstarošanas jaudu un pretestību var noteikt pēc šādām formulām:

$$P_{\rm iz} = 80\pi^2 \left(\frac{h_{\rm e}}{\lambda}\right)^2 I_{\rm m}^2$$

$$R_{\rm iz} = 160\pi^2 \left(\frac{h_{\rm e}}{\lambda}\right)^2.$$
(12-2)

un

**Piemērs.** Iezemētam vibratoram ar h=6 m, blīzuma strāvas efektīvo vērtību l=0,5 A un ģeneratora frekvenci l=5 MHz antenas efektīvais augstums

$$h_{\rm e} = 0.5 h = 3 \,{\rm m},$$

vilņa garums

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^6} = 60 \text{ m},$$

izstarošanas pretestība

$$R_{1z} = 160 \ \pi^2 \left(\frac{h_e}{\lambda}\right)^2 \approx 1600 \left(\frac{3}{60}\right)^2 = 4 \ \Omega$$
$$P_{1z} = I^2 R_{1z} = 0.5^2 \cdot 4 = 1 \ W_z$$

un izstarošanas jauda



Lielāku efektīvo augstumu un izstarošanas jaudu panāk, palielinot antenas augšējās daļas kapacitāti attiecībā pret zemi (12-8. att.). Tad strāva antenas vertikālās daļas augšdaļā nelīdzinās nullei, jo uzlādējas arī antenas horizontālā daļa.

### 12-3. RADIOVIĻŅU IZPLATĪŠANĀS

Vakuumā ar  $\varepsilon = \mu = 1$  radioviļņi izplatās taisnā virzienā ar gaismas ātrumu  $c \approx 300\ 000\ \frac{\mathrm{km}}{2}$ .

Zemes atmosfēra nav homogēna vide, jo apmēram 60—400 km augstumā Zemi aptver jonosfēras slānis ar palielinātu vadītspēju un dielektrisko caurlaidību, kas izmaina radioviļņu izplatīšanās ātrumu un virzienu. Sakarā ar to radioviļņi var uztveršanas vietu sasniegt kā no jonosfēras atstarotie telpas viļņi vai arī kā virsmas viļņi, kas izplatās paralēli Zemes virsmai (12-9. att.). Sādos apstākļos radioviļņu izplatīšanās veids ir atkarīgs no viļņa garuma.

Radioviļņus nosacīti iedala 12-1. tabulā uzrādītajos diapazonos.



12-9. att. Telpas un virsmas vilni.

12-1. tabula

| Diapazona   | nosau | kum | s | THE S | Viļņa garums   | Frekvence   |
|---|-------|-----|---|-------|--|---|
| Loti garie viļņi<br>Garie viļņi<br>Vidējie viļņi<br>Isie viļņi<br>Metru viļņi<br>Decimetru viļņi<br>Milimetru viļņi<br>Submilimetru viļņi |       |     |   |       | <br>10 100 km<br>1 10 km<br>100 100 m<br>10 100 m<br>1 10 dm<br>1 10 dm<br>1 10 mm<br>0,1 1 mm | 30— 3 kHz<br>30— 30 kHz<br>3— 0,3 MHz<br>30— 3 MHz<br>300— 30 MHz<br>3— 0,3 GHz<br>30— 3 GHz<br>30— 30 GHz<br>300— 30 GHz |

Radioviļņus, kuru garums ir mazāks par 10 m, sauc arī par ultraīsiem viļņiem. Šādu viļņu frekvenci mērī megahercos vai gigahercos (10<sup>9</sup> Hz).

Radiofonijā izšķir šādus viļņu diapazonus:

| garie vilni     | - | 2000—722 m,     |
|-----------------|---|-----------------|
| vidējie viļņi   | - | 578—187 m,      |
| īsie viļņi      | - | 75— 10 m,       |
| ultraīsie vilni | - | mazāk par 10 m. |

Garos viļņus jonosfēra absorbē, tāpēc tie izplatās kā virsmas viļņi samērā nelielā attālumā. Atkarībā no viļņa garuma un raidītāja jaudas šis attālums ir no 200 līdz 2000 km.

Vidējie viļņi dienā izplatās tāpat kā garie viļņi, bet vakarā un naktī jonosfēra tos atstaro, un uztveršanas apstākļi uzlabojas.

Isos viļņus zeme stipri absorbē, bet jonosfēra atstaro, tāpēc tie izplatās kā telpas viļņi ievērojamā attālumā no raidītāja.



12-10. att. Telpas viļņu izplatīšanās dienā un naktī

Ap raidītāju izveidojas klusā zona, kurā nepienāk ne virsmas, ne arī telpas viļņi. Šīs zonas platums mainās kā diennakts, tā arī gada laikā (12-10. att.). Dienā Saule intensīvi jonizē Zemes atmosfēru un tajā izveidojas vairāki slāņi ar pastiprinātu jonizāciju. Telpas vilnis atstarojas no apakšējā jonosfēras slāņa *E* 100—120 km augstumā, un klusā zona ir šaurāka. Naktī apakšējais jonosfēras slānis izzūd, telpas viļņi

atstarojas no augšējā slāņa F 300—400 km augstumā un klusā zona kļūst platāka. Līdzīgas telpas viļņa atstarošanās izmaiņas var novērot arī vasarā un ziemā. Kluso zonu ziemā sašaurina, lietojot garāku vilni, jo šāda viļņa atstarošanas leņķis no jonoslēras ir mazāks.

Ultraisos viļņus jonosfēra parastos apstākļos vāji atstaro, tāpēc tie izplatās kā virsmas viļņi nelielā attālumā, kas parasti nepārsniedz 100 līdz 120 km. Sādus viļņus izmanto televīzijas un radiolokācijas vajadzībām. Noteiktos apstākļos, kad atmosfēra ir pastiprināti jonizēta, ultraisie viļņi var izplatīties kā telpas viļņi ļoti lielos attālumos (no 1500 līdz 10000 km). Pastiprināta atmosfēras jonizācija novērojama, pieaugot Saules aktivitātei, nokļūstot meteorītiem atmosfēras apakšējos slāņos u. c. gadījumos. Pēdējā laikā regulārām televīzijas pārraidēm sāk izmantot mākslīgos Zemes pavadoņus. Ar Padomju Savienībā palaisto sakaru pavadoni «Molņija-l» realizē televīzijas pārraides no Vladivostokas līdz Maskavai. Pavadonis lido virs Zemes gandrīz 40 000 km augstumā.

# 12-4. RADIOVIĻŅU UZTVERŠANA

Uztveršanas vietā elektromagnētisko lauku raksturo elektriskā lauka intensitātes amplitūda. Ideālos apstākļos, ja zeme un atmosfēra neabsorbētu radioviļņu enerģiju, elektriskā lauka intensitāti  $\mathcal{E}_m$  noteiktu vienīgi raidītāja antenas izstarošanas jauda  $P_{\rm iz}$  un tās attālums R no uztveršanas vietas pēc šādas sakarības:

$$\mathcal{E}_{\rm m} = \frac{9500\sqrt{P_{\rm iz}}}{R}$$

Tā, piemēram, ja  $P_{1z}=9$  W un R=300 km, tad

$$\mathcal{E}_{\rm m} = \frac{9500\gamma 9}{300} = 95 \frac{\mu V}{\rm m}.$$

Reālos apstākļos elektriskā lauka intensitāti uztveršanas vietā nosaka dažāda garuma radioviļņu izplatīšanās īpatnības.

Pareizinot elektriskā lauka intensitāti ar uztvērēja antenas eiektīvo augstumu  $h_{e}$ , var aprēķināt antenā inducētā EDS amplitūdu:

$$E_{\rm m} = \mathcal{E}_{\rm m} h_{\rm e}.$$

Tā, piemēram, ja  $\mathcal{E}_m=30 \frac{\mu V}{m}$  un  $h_e=3$  m, tad

$$E_{\rm m} = 30 \cdot 3 = 90 \ \mu V.$$

23 - A. Lielturks

Salīdzinot šo lielumu ar radiouztvērēja jutību, var spriest par raidītāja signāla uztveršanas iespējām.

Labākiem radiouztvērējiem ir pietiekama jutības rezerve, tāpēc tos var darbināt ar *istabas* vai *magnētisko antenu* (12-11. att.). Magnētisko antenu parasti izveido no ferīta stieņa (diametrs 6—8 mm, garums 100—150 mm), kuram uztin ieejas





12-11. att. Uztvērēja ieejas kontūrs ar magnētisko antenu.

12-12. att. Γ, T veida (a) un slotas veida (b) āra antenas.

kontūra spoli L<sub>k</sub>. Šādai antenai piemīt virziendarbība, tāpēc ar to var samazināt traucējumus, ja raidstacijas un traucējošais signāls pienāk no dažādiem virzieniem.

Mazāk jutīgus radiouztvērējus var pilnīgāk izmantot, lietojot āra antenu. Tās dažādie veidi parādīti 12-12. attelā. Izšķir Γ, T vai slotas veida āra antenas. Pirmie divi antenu veidi pēc īpašībām ir līdzvērtīgi, un, tos izvēloties, jārēķinās ar antenas nostiprināšanas iespējām. Lauku apstākļos visbiežāk lieto Γ veida antenas. Sādas antenas izgatavo no viena vai savīta vara vada ar diametru 1—3 mm un garumu 20—30 m, nostiprinot to starp izolatoriem vismaz 10 m augstumā virs zemes un 5 m augstumā virs jumta.

Ertāk izveidojama un mazāk pakļauta atmosfēras traucējumiem slotas veida antena. To izgatavo no 30—40 kaila vara vada gabalīem ar diametru 1—1,5 mm un garumu 300—350 mm. Vadus vienā galā sasien un ievieto porcelāna izolatorā, kuru pēc tam aizlej ar sveķiem. Izolatoru nostiprina 4—6 m garas koka kārts galā.

Lietojot āra antenu, jāierīko pārslēdzējs aizsardzībai pret zibeni, ar kuru negaisa un uztvērēja nelietošanas laikā antenu savieno ar zemi (12-13. att.). Iezemējumam var izmantot, piemēram, ūdensvadu, bet šim nolūkam nedrīkst lietot gāzes vadus.

Radiouztvērēja antenas izveidojuma kvalitāte nosaka uztverto staciju skaitu un signālu skaļumu, bet mazāk tā iespaido atskaņojuma kvalitāti. Daudz lielāka vērība pievēršama *televizijas antenām*, jo nepareizi izveidota un nepareizi novietota antena kropļo attēlu.

Televizoriem lieto tikai noskaņotas antenas. Tās izveido kā pusviļņa dipolus (vibratorus) no diviem vienādiem stieņiem vai caurulēm ar kopgarumu  $l \approx \frac{\lambda}{2}$ . Televizoru antenai var pieslēgt





12-13. att. Pārslēdzējs aizsardzībai pret zibeni.



ar strāvas vai sprieguma saiti. Visbiežāk lieto strāvas saiti, pieslēdzot televizoru antenas vidum, kur strāvai ir blīzuma punkts un spriegumam mezgla punkts (12-14. att.).

Reālā antenā viļņa izplatīšanās ātrums ir mazāks par gaismas ātrumu, tāpēc rezonansi var panākt, ja  $l < \frac{\lambda}{2}$ . Antenas garumu aprēķina pēc formulas

 $l = k \lambda_{\rm vid},$ 

kur saīsināšanas koeficientu k nosaka pēc 12-15. attēlā dotās diagrammas. Tā, piemēram, Rīgas telecentra trešajam kanālam  $\lambda_{\rm vid}$ =3,75 m. Lietojot antenu ar stieņa diametru d=20 mm, attiecība

$$\frac{\lambda_{\rm vid}}{2d} = \frac{3,75}{2 \cdot 0.02} = 94,$$

pēc diagrammas saīsināšanas koeficients k=0,48 un antenas garums

$$l = k\lambda_{\rm vid} = 0,48 \cdot 3,75 = 1,8$$
 m.

Pēc novietojuma izšķir istabas un āra antenas. Ar istabas antenām labvēlīgos apstākļos (augšējos stāvos, koka ēkās, telecentra pusē) normālu uztveršanu var panākt līdz 25 km attālumā no raidītāja. To var izgatavot no divdzīslu vada (12-16. att. a).

355

23\*

Labāko istabas antenas vietu un stāvokli atrod ar mēģinājumiem, novērojot attēla kvalitāti uz ekrāna. Šajā ziņā ērtākas ir teleskopiskās antenas (12-16. att. *b*), kurām var mainīt arī plecu garumus, leņķi un plaknes stāvokli.

Ja attālums līdz telecentram ir lielāks par 25 km (nelabvēlīgos apstākļos arī mazākā attālumā), lieto āra antenas.



12-15. att. Saīsināšanas koeficients atkarībā no pusviļņa garuma attiecības pret stieņa diametru.



12-16. att. Divdzīslu vada (a) un teleskopiskā (b) istabas televīzijas antena.



12-17. att. Parastā (a) un cilpveida (b) televīzijas antena.

Attālumā līdz apmēram 40 km no telecentra var izmantot parasto vai cilpveida dipola antenu (12-17. att.).

Parasto dipola antenu izgatavo no divām vienāda garuma metāla caurulēm (diametrs 10—20 mm), kuras nostiprina uz
koka vai metāla pamatnes ar keramikas vai plastmasas izolatoriem. Attālumu p starp antenas iekšējiem galiem izvēlas no 50—80 mm.

Plašāku frekvenču joslu un līdz ar to arī skaidrāku attēlu panāk ar cilpveida dipola antenu, kas izgatavota no saliektas metāla caurules ar šādiem izmēriem:  $d=10\div 20$  mm, s= $=70\div 90$  mm un  $p=100\div 120$  mm. Antenas augšējās daļas



viduspunktam ir nulles potenciāls, tāpēc to piestiprina koka vai metāla pamatnei bez izolācijas, bet apakšējos antenas galus nostiprina uz tekstolīta vai getinaksa pamatnes. Izgatavojot antenu no taisnām caurulēm vai stieņiem, to galus savieno ar diviem tiltiem.

Apmēram 40—80 km attālumā no telecentra lieto daudzelementu antenas, kuras izveido no aktīvajiem un pasīvajiem elementiem. Aktīvais elements ir pusviļņa dipols, bet pasīvie elementi ir dipola abās vai vienā pusē novietoti taisni stieņi (12-18. att.).

Telecentra pusē novietotos pasīvos elementus sauc par direktoriem, bet pretējā pusē novietotos elementus par reflektoriem. Direktora garums ir mazāks, bet reflektora garums ir



12-19. Sinfāzā televīzijas antena.

lielāks par dipola garumu. Trešajam televīzijas kanālam lieto antenas ar šādiem izmēriem (mm):

trīselementu antenai l=1790;  $l_1=2200$ ;  $l_2=1550$ ;  $d_1=590$ ;  $d_2=395$ ;

divelementu antenai  $l = 1700; l_1 = 2060; d = 590.$ 

Pasīvie elementi samazina enerģijas izstarojumus no antenas un palielina tās lietderības koeficientu. Vairāk par pieciem elementiem (reflektors, dipols un trīs direktori) parasti nelieto, jo pasīvie elementi sašaurina antenas caurlaides joslu un attēls kļūst neskaidrs. Sī iemesla dēļ daudzelementu antenas nav ieteicams lietot arī telecentra tuvumā.



12-20. att. KATB tipa kabela pieslēgšana cilpveida (a) un parastajai (b) dipola antenai.

Ja attālums līdz telecentram ir lielāks par 80 km, tad lieto daudzstāvu jeb t. s. sinfāzās antenas (12-19. att.). Šeit antenai pieslēgtajā kabelī telecentra signāli summējas.

Kabelim, kas savieno antenu ar televizoru, jādarbojas salāgotā režīmā. To var panākt, ja kabeļa viļņa pretestība vienāda ar televizora un antenas ieejas pretestībām. Sādos apstākļos kabelī izveidojas skrejviļņi virzienā no antenas uz televizoru. Nesalāgotā režīmā turpretī daļa viļņu no televizora atstarojas un virzās uz antenu, no antenas atstarojoties nokļūst otrreiz televizorā, un uz ekrāna var parādīties vairākkārtējs attēls.

Cilpveida dipola antenas ieejas pretestība ir apmēram  $300 \Omega$ , bet parastajai dipola antenai apmēram 75  $\Omega$ , tāpēc arī televizorus un kabeļus izgatavo ar šādām ieejas un viļņa pretestībām.

KATB tipa kabeļus ar viļņa pretestību 300  $\Omega$  izveido no izolācijas materiāla lentas ar malās iepresētiem vara vadiem. PK tipa koaksiālajam kabelim ar viļņa pretestību 75  $\Omega$  ir centrālais vads un vara stiepļu apvijums, kas savstarpēji ir izolēti ar augstvērtīgu izolācijas materiālu. No atmosfēras iedarbības kabeli aizsargā polihlorvinila apvalks. Šāds kabelis ir dārgāks, bet tas pārvada tikai antenas signālus, jo vara stiepļu apvijumam ir nulles potenciāls, un tas darbojas kā ekrāns.

Simetrisko lentveida kabeli var pieslēgt cilpveida dipola antenai bez salāgošanas (12-20. att. a), bet parastajai dipola antenai to pieslēdz ar salāgošanas cilpu (12-20. att. b). Salāgošanas cilpu izveido no diviem kabeļa gabaliem ar garumu  $l_{\rm s} = (0.92 \div 0.94) \frac{\lambda_{\rm vid}}{4}$ . Dipola antenas ir simetriskas, ar vienādu strāvas sadalījumu abās pusēs (12-14. att.). Izjaucot šo simetriju, rodas antenas virziendiagrammas kropļojumi, pasliktinās uztveršanas apstākļi, un televizorā var iekļūt traucējumi. Tāpēc, pieslēdzot antenai nesimetrisku koaksiālo kabeli, nepieciešama simetrizācija (12-21. att.).



12-21. att. PK tipa kabeļa pieslēgšana cilpveida (a) un parastajai (b) dipola antenai.

Cilpveida dipola antenas simetrizācijai lieto no kabeļa izgatavotu cilpu ar garumu  $l_c = \frac{\lambda_{vid}}{2\gamma \tilde{\epsilon}}$ . Cilpas centrālo vadu pievieno dipola iekšējiem galiem, un vienam no tiem pievieno arī uztvērēja kabeļa centrālo vadu. Bez tam savieno cilpas un uztvērēja kabeļa ekrānpinuma galus.

Vienkāršo dipola antenu simetrizē ar cilpu, kuras kopgarums  $l_1+l_2=\frac{\lambda_{\rm vid}}{\sqrt{e}}$ . Cilpas centrālo vadu pievieno dipola iekšējiem galiem, un attālumā  $l_2 = \frac{l_1+l_2}{4}$  cilpai ierīko nozarojumu uz televizoru. Ekrānpinumus savstarpēji savieno cilpas galos un nozarojuma vietā. Aprēķinot cilpu garumus, var pieņemt, ka  $\sqrt{e}=1,5$ .

Televīzijas āra antenas jāaizsargā pret zibeni. Cilpveida dipola antenai to panāk, pievienojot augšējā stieņa viduspunktam zemesvadu. Sāds iezemējums netraucē uziveršanu, tomēr pirms pērkona negaisa televizoru ieteicams atvienot. Parastajai dipola antenai jāierīko zemesvads, kam pievienota īsi slēgta koaksiālā kabeļa ligzda. Pirms pērkona negaisa kabeli atvieno no televizora un pieslēdz zemesvada ligzdai.

Pilsētās uz daudzstāvu namu jumtiem novietotās antenas bojā ēkas izskatu un rada savstarpējus traucējumus. To var novērst, ierīkojot kolektīvas antenas. Pēc uzbūves kolektīvā antena neatšķiras no labas individuālās antenas. Lai novērstu televizoru savstarpējo ietekmi, abonentus pieslēdz antenai caur sadales mezgliem, kas darbojas kā sprieguma dalītāji.

## 12-5. MODULĀCIJA UN DETEKTEŠANA

Antenas izstarošanas jauda ir proporcionāla frekvences kvadrātam, tāpēc antenai jāpievada lampu ģeneratorā iegūtās un ar signāla frekvenci modulētās augstfrekvences svārstības.

Ar modulācijas pamatprincipiem iepazināmies 6-2. §, tāpēc šeit aplūkosim tās realizācijas metodes. Visbiežāk lieto amplitūdas modulāciju, jo tā ir vienkāršāka un raidstacija aiznem



šaurāku frekvenču joslu. Amplitūdas modulāciju var realizēt pēc divām metodēm — tīkliņa modulācijas vai anoda modulācijas.

Tikliņa modulācijas shēma parādīta 12-22. attēlā. Shēmā augstfrekvences pastiprinātāja lampas tīkliņķēdē darbojas trīs spriegumi: no lampu generatora G iegūtais augstfrekvences spriegums U, no zemfrekvences pastiprinātāja pievadītais spriegums  $U_{\Omega}$  ar signāla frekvenci  $\Omega$  un nemainīgais negatīvais tikliņa priekšspriegums Eg, ar kuru panāk, lai lampa darbotos B (vai C) klases režīmā. Anodķēdes svārstību kontūrs LC ieregulēts rezonansē ar lampu ģeneratora frekvenci ω. Sādos apstākļos pulsējošās anodstrāvas Ia un svārstību kontūra maiņstrāvas  $i_a$  amplitūdas mainās ar signāla frekvenci  $\Omega$ . Darbinot lampu A klases režīmā, tīkliņa modulācija nebūtu iespējama, jo tādā gadījumā anodķēdē ar signāla frekvenci mainītos līdzstrāvas komponente, bet maiņstrāvas komponentes amplitūda būtu konstanta. Tīkliņa modulāciju nevar izdarīt arī lampu ģeneratora tīkliņķēdē, jo tur spriegums  $U_{\Omega}$  ietekmētu ģeneratora pašierosmi un padarītu to nestabilu.

Mazākas jaudas raidītājos bieži lieto anoda modulāciju. Augstfrekvences pastiprinātāja lampas tīkliņķēdē (12-23. att.) darbojas tikai divi spriegumi: no lampu ģeneratora G iegūtais augstrekvences spriegums  $U_{\omega}$  un nemainīgais negatīvais tīk-



liņa priekšspriegums  $E_{g}$ , bet no zemírekvences pastiprinātāja pievadītais spriegums  $U_{\Omega}$  ar signāla frekvenci darbojas lampas anodķēdē. Tādā gadījumā anodspriegums mainās robežās no  $E_{a} + U_{\Omega}$  līdz  $E_{a} - U_{\Omega}$ , bet pulsējošā anodstrāva  $I_{a}$  un svārstību kontūra maiņstrāva  $i_{a}$  mainās tāpat kā tīkliņa modulācijas gadījumā.

Labas kvalitātes radiopārraides panāk ar frekvences modulāciju, kuras princips parādīts 12-24. attēlā. Pieslēdzot paralēli lampu ģeneratora svārstību kontūram kondensatora mikrofonu, skaņas spiediens p izmaina mikrofona kapacitāti  $C_1$  un svārstību kontūra frekvenci, bet svārstību amplitūdas paliek konstantas. Frekvences modulācijas gadījumā raidstacija aizņem plašāku frekvenču joslu, tāpēc to lieto ultraīso viļņu diapazonā.

Uztvērējā no modulētajām augstfrekvences svārstībām jāizdala zemfrekvences svārstības ar signāla frekvenci. Šim nolūkam lieto detektoru.

Amplitūdas modulācijas gadījumā detektēšanai izmanto nelineārus elektriskās ķēdes elementus — elektronu lampas vai pusvadītājus. Visbīežāk izmanto trīs detektēšanas veidus: diodes, tīkliņa vai anoda detektēšanu.



12-24. att. Frekvences modulācijas shēma (a) un tās darbības diagrammas (b).



12-25. att. Diodes detektēšanas shēma (a) un tās darbības diagrammas (b).

Diodes detektēšanā lieto diodi. Modulētais augstfrekvences spriegums  $U_{\omega}$  rada diodes ķēdē pulsējošu strāvu  $I_{\alpha}$  (12-25. att.), kuras amplitūda mainās ar signāla irekvenci  $\Omega$ . Šīs strāvas zemīrekvences komponente plūst slodzes pretestībā R, bet augstirekvences komponente kondensatorā C, tāpēc no pretestības var iegūt spriegumu  $U_{\Omega}$  ar signāla irekvenci. Lai kondensators nešuntētu slodzes pretestību un neradītu kropļojumus, skaņas

frekvenču diapazonā kondensatora pretestībai \_\_\_\_\_jā

daudz lielākai par R. Parasti izvēlas  $R = (0,2\div0,5)$  M $\Omega$  un  $C = (50\div200)$  pF. Diodes voltampēru raksturlīknes apakšējā daļa ir nelineāra, tāpēc detektēšanu bez kropļojumiem var panākt, ja diodei pievadītais spriegums  $U_{\omega}$  ir pietiekami liels  $(1\div5 \text{ V})$ .

Tikliņa detektēšanas gadījumā taisngrieža funkcijas izpilda triodes tikliņš un katods (12-26. att.). Ja laika konstante  $\tau = C_g R_g = (10^{-4} \div 10^{-5})$  s, tad pulsējošā tīkliņa strāva ig rada. pretestībā  $R_g$  priekšspriegumu, kura amplitūda mainās ar signāla frekvenci  $\Omega$ . Ar šādu frekvenci mainās arī pulsējošās anodstrāvas amplitūdas, tāpēc no anodķēdē ieslēgtās slodzes pretestības  $R_a$  var iegūt spriegumu  $U_{\Omega}$ . Kondensators C novada anodstrāvas augstfrekvences komponenti. Tikliņa detektors ir julīgāks par diodes detektoru, jo triode detektē un pastiprina signālu.



12-26. att. Tīkliņa detektēšanas shēma.

362

Anoda detektēšanas gadījumā taisngrieža funkcijas izpilda triodes anods un katods (12-27. att.). Lai panāktu taisngriešanas efektu, triodes darba punktam jāatrodas tīkliņa raksturlīknes apakšējā liekumā. Lineāros kropļojumus novērš, darbinot detektoru ar pietiekami lielām sprieguma  $U_{\omega}$  amplitūdām. Shēma darbojas bez tīkliņstrāvām, un tā neiespaido ieejas kontūra labumu.



12-27. att. Anoda detektēšanas shēma.

Frekvences modulācijas gadījumā mainās signāla frekvence, bet amplitūda ir konstanta; detektējot šādu signālu, var iegūt vienīgi līdzstrāvu. Tāpēc pirms detektēšanas irekvences modulācijas signāls jāpārvērš amplitūdas modulācijas signālā, kuru pēc tam var detektēt pēc iepriekš aplūkotajām metodēm. Kā modulācijas pārveidotājs darbojas rezonanses pastiprinātājs ar izskaņotu svārstību kontūru. Modulācijas pārveidotāju un detektoru dažkārt sauc par diskriminatoru (12-28. att.).



12-28. att. Diskriminatora shēma (a) un tās darbības diagrammas (b).

Ja nesošā viļņa frekvence  $\omega$  atšķiras no svārstību kontūra *LC* rezonanses frekvences  $\omega_0$ , tad nemodulēta signāla gadījumā kontūra sprieguma amplitūdu attēlo nogrieznis *ab*. Modulētā signāla frekvence mainās robežās no  $\omega_{min}$  līdz  $\omega_{maks}$ , un tām atbilstošās sprieguma amplitūdas izsaka nogriežņi *c*đ un *ef*. Tādā veidā frekvences izmaiņas pārvēršas amplitūdas izmaiņās, kuras detektējot iegūst zemfrekvences signāla spriegumu  $U_0$ .

## ALFABĒTISKAIS RĀDĪTĀJS

Akceptors 291 Ampers 32 Ampērmetrs 266 Amplitüda 114 - kompleksā 123 Antena, magnētiskā, 354 Antenas aizsardzība pret zibeni 354 - radiouztvērēju 354 - televizoru 355 Aparāts, Epšteina, 285 Apvalki, elektrisko mēraparātu, 255 Apvērsējs, fāzes, 327 Arguments 124, 125 Atgriezeniskā saite 327 Atrums, fazes, 162 - elektromagnētiskā lauka izplatīšanās 9 - sinhronais 202 Augstums, antenas efektīvais, 350 Avoti, sprieguma un strāvas, 54

Bāze, tranzištora 332 Blīvums, enerģijas, elektriskā lauka, 26 — — magnētiskā lauka 103 Bremztiklinš 311

Caurlaidība, dielektriskā, 10 — magnētiskā 86 Cilpa, histerēzes, 91, 229 — salāgošanas 358 Cokols, oktālais, 314 Cetrpols, apgriezts, 61 — pasīvs 59

Darbības stabilitāte patērētājiem ar krītošu voltampēru raksturlikni 66 Decibels 319 Dekraments, rimšanas, 242 Detektēšana, anoda, 363 — diodes 362 — tīklipa 362 Diagramma, linijas, 120 — potenciālu (topogrāfiskā) 141, 188 — riņķa 142 — vektoru 121 Diagrammās, viļņu, 247 Diapazoni, radioviļņu, 352 Dielektriķi 18 Dinatronefekts 311 Diode, elektronu lampas, 303 — pusvadītāju 293 Diskriminators 363 Divpols, aktīvs, 58 Donors 291 Dreifs 322 Drosele 100 Dubulttilts, Tomsona, 274 Dubulttriode 311 Džouls 10, 37

Efekts, pjezoelektriskais, 339 — virsmas 128 Ekräntiklinš 311 Ekspluatācijas grupa, elektrisko mēraparātu, 253 Elektrodzinējspēks 31 — inducētais 96, 120 — pašindukcijas 99, 127 — pretvirziena 35 — savstarpējās indukcijas 99 Elektroenerģija 37 Elektroenagits 104 Emiters, tranzistora 332 Enerģija, elektriskā lauka, 26 — magnētiskā lauka 103 Ersteds 86

Faktors, atgriezeniskās saites, 328 Farads 19 Fazometrs 282 Fāze 115 — sākuma 115 Ferorezonanse 151 Figūras, Lisažū, 290 Filtri, joslas, 227 - simetrisko komponenšu 192 - zemo un augsto frekvenču 224 Frekvence 116 - lampu ģeneratora 339 - lenkiskā 117 - - kontūra pašsvārstību 241 - modulācijas 216 - sprieguma rezonanses 145, 221 - strāvu rezonanses 149 Frekvences trīskāršotājs 228 Garums, viļņa, 162 Gauss 85 Grādi, elektriskie un ģeometriskie, 117 Generators, fazes apvērsēja, 340 - kvarca 339 - lampu, ar negatīvo pretestību, — ar pozitīvo atgriezenisko saiti 337 - tiratrona 342 - zāģveida svārstību 342 Harmoniskās, augstākās, 210 - - trīsfāžu ķēdē 221 Henrijs 99 Hercmetrs 283 Hodogrāfs 142, 164 Indukcija, elektromagnētiskā, 96, 106 - elektrostatiskā 18 - magnētiskā 84 — — paliekošā 91 Induktivitāte 127 - divvadu līnijas 100 - savstarpējā 99

 spoles 99
 Intensitäte, atmagnetizējošā lauka, 91
 dielektriķa caursišanas 19
 elektriskā lauka 11
 magnētiskā lauka 85
 — — ap taisnu vadu 94
 Intensitātes, elektromagnētiskā lauka, 347
 Interference 217
 Izplatišanās, radioviļņu, 351
 Isslēgums 38, 65
 — garās līnijas 247

Jauda, aktīvā, 134 — anodzudumu 309, 317 — izstarošanas 349 Jauda, kompleksā, 138 — līdzstrāvas 37 — maksimālā 38, 152 — pilnā 135 — reaktīvā 135 Jaudas, nesinusoidālas strāvas, 219 — trīsfāžu sistēmas, 184, 190

Kabeli, televīzijas, 358 Kapacitāte 19, 129 Katodatkārtotājs 330 Katods 303 Kēde, elektriskā, lineāra, 40 — — nelineāra 63 - magnētiskā, nesazarota, 89 - - sazarota, nesimetriska, 90 - - - simetriska 89 - trīsfāžu 179 Klases, pastiprinātāju, 320 Klasifikācija, elektrisko mēraparātu, 250 Klūda, megommetra, 273 Kļūdas, spriegummaiņa, 270 - strāvmaiņa 268 - elektrisko mēraparātu 251 Koeficients, amplitūdas, 228 - atgriešanās 93 atgriezeniskās saites 328 - atmagnetizēšanas 93 - atstarošanas 164 — fāzes 162 - formas 119 — izplatīšanās 160, 162 — jaudas 136, 219, 282 — lietderības, četrpola, 62 - modulācijas 216 — nesimetrijas 192 - pastiprināšanas, triodes, 310 - pulsāciju 225 - rimšanas 162, 240 - saites 156 - saīsināšanas, televīzijas antenas, 355 - sekundārā tinuma izmantošanas 300 sprieguma stabilizācijas 151
stabilizācijas 70, 151
transformācijas 157
virsmas efekta 129 Koercitīvais spēks 91 Kolektors, tranzistora, 332 Kompleksie lielumi 123 — — saistītie 126 Komponente, brīvā, 234 - stacionārā 233 Komponentes, simetriskās, 190

365

Kondensators 19 - cilindriskais 20 — ar dažādu materiālu dielektrikiem 25 - plakanais 20 - ar dažādu materiālu dielektrikiem 24 Konstante, ekvipotenciālo virsmu attāluma noeikšanai, 17 - elektrisko mēraparātu 255 — laika, pārejas procesu, 234, 238 — magnētiskā 86 Konstantes, četrpola, 59 Kontūra labums 147 Korekcija, strāvas un sprieguma, Kroplojumi, amplitūdas, 320 - fāžu 321 - frekvenču 319 Kulons 10 Lauks, elektriskais, 9 - - homogēns un nehomogēns 15 - magnētiskais 84 - - ap vadiem 100 — — pulsējošs 198 — — rotējošs 200 Likumi, Kirhhofa, elektriskajā ķēdē, 35, 47 — — magnētiskajā ķēdē 90 Likums, komutācijas, 233 - kreisās rokas 84, 106 - Kulona 10 - labās rokas 97 - - skrūves 85 — Lenca—Džoula 39 — Oma 33, 34, 52 - pilnās strāvas 87 Lineāls, logaritmiskais, 125 Līkne, atmagnetizēšanas, 91 - magnetizēšanas 86 Līnijas, garās, 158 Maksvels 85 Megommetrs 272 Metode, diferenciālā vatmetra, 286 - divu vatmetru (Arona shēma)

Metode, nelineāro ķēžu analītiskā aprēķina, 70 — simboliskā 123, 137 — simetrisko komponenšu 190 - superpozīcijas 56 - triju vatmetru 279, 281 - viena vatmetra 276, 280 - voltmetra-ampērmetra 270, 275 Mērknaibles 268 Mērmehānisms, astatiskais, 260 Mērtilts 274 Modulācija, amplitūdas, 216, 360 - anoda 360 - frekvences 361 — tīkliņa 360 Modulis 124, 125 Modula pagriezējs 124 Nesējfrekvence 216 Nobīde, elektriskā, 12, 15 — fāžu 115, 121, 127, 128, 130, 135 Nūtons 10 Ommetrs 272 Operators, fāžu, 179 — griešanās 124, 199 Oscilogrāfs, katodstaru, 287 Papildpretestība 269 Pastiprinājums 317, 319 328 Pastiprinātāji, jaudas, 325 — pretestību 321 - prettakta 326 - rezonanses 324 - tiešās saites (līdzstrāvas) 322 - transformatora 323 Pastiprinātājs, kopbāzes, 332 - kopemitera 334 - kopkolektora 334 Pārejas procesi garajās līnijās 246 — nesazarotā r, L, C ķēdē 239 — r, C ķēdē 238 - - r, L ķēdē 234 - process paralēlā r, C kēdē ar ventili 244 — — spolē ar tērauda serdi 243 Pentode 312 Periods 116 Plūsma, elektriskā lauka intensitātes vektoru, 16 - magnētiskā 84 Plūsmas saķēdējums 97 Polarizācija, dielektriķa, 18 Potenciāls 12

Potenciometrs 44

277, 280

vas avota 55

rēķina 139

- kontūru strāvu 50

- ekvivalentā sprieguma un strā-

- maiņstrāvas ķēdes analītiskā ap-

mezgla punktu potenciālu (sprie-gumu) 51

Precizitātes klase, elektrisko mēraparātu, 251 Pretestība, aktīvā, 127 - balasta 308 - dinamiskā 303 - ekvivalentā, paralēlā slēguma, 42 - - virknes slēguma 40 - garās līnijas ieejas un izejas 164 iezemējuma 34 - induktīvā 128 — izlādēšanas 237 izstarošanas 350
 kapacitatīvā 130 - kompleksā 138 - kritiskā 241 — līdzstrāvai 33 — magnētiskā 88 - negatīvā 64, 341 — pilnā 131, 153, 154 — statiskā 63, 303 - vilnu 146, 161 Pretestības, četrpola ekvivalentās shēmas, 61 — diodes iekšējās 303, 310 Pretsaite, sprieguma, 329 - strāvas 330 Princips, elektrisko mašīnu apgriežamības, 106 - superpozīcijas 12, 95 Pusvadītāji 18, 291 Radiolīnija 345 Raksturlikne, elektromagneta elektromehāniskā, 104 - elektronu diodes 303 - frekvenču 319 - pusvadītāju ventiļa 292 - tiratrona «palaišanas» 305 Raksturliknes, ekvivalentas, nelineāru pretestību, 67 tranzistora 335 triodes statiskās 309 - voltampēru 63 Rādītāji, elektrisko mēraparātu, 255 Reostats, paralēlais, 43 - virknes 40 Rezonanse, spriegumu, 145, 221 - - induktīvi saistītajās ķēdēs 148 - strāvu 148 Režīms, nepielāgots, 165 — pielāgots 164, 247 — triodes, statiskais, 316 - - dinamiskais 317

Sātstrāva 303 Secība, fāžu, 189, 222 Shēmas, ekvivalentās, četrpola, 60 — — spolei ar tērauda serdi 232 Simetrizācija, televīzijas antenas, 359 Sinusoīda 114 Sistēma, mēraparātu, detektora, 257 — — elektrodinamiskā 260 — — elektromagnētiskā 259 - - elektrostatiskā 265 - - feromagnētiskā 261 - - indukcijas 261 — magnetoelektriskā 256
 — MKSA 9 - trīsfāžu, simetriska, 178 Skaitītājs, aktīvās enerģijas, 279 — reaktīvās enerģijas (Bergtolda shēma) 282 Skalas, elektrisko mēraparātu, 255 Skrūve, korekcijas, 254 Slāpētāji, elektrisko mēraparātu, 254 Slēgumi, ekvivalentie, zvaigznes un trīsstūra, 46 induktīvi saistītu spoļu 153 Slēgums, elektroenerģijas avotu, virknes un paralēlais, 55 Virknes un paratetais, 55 – kondensatoru, jauktais, 25 – – virknes un paralēlais 22 – lineāro pretestību, jauktais, 44 – – – paralēlais 41, 132 – – – virknes 40, 131 – – – virknes tibu, jauktais, 66 - nelineāro pretestību, jauktais, 69 - - - paralēlais 68 \_ \_ \_ virknes 67 - zvaigznes un trīsstūra 180 Solenoids 96 Spektrs, frekvenču, 216 Spēki, mijiedarbības starp paralē-liem vadiem, 107 Spēks, lādiņu mijiedarbības, 10 magnetizējošais 87 Spole ar tērauda serdi 227 Spoles, induktīvi saistītas, 152 Spriegumi, līnijas un fāžu, 182 Spriegummainis 270 Spriegums 14 - caurlaides 292 - magnētiskais 87, 90 - neitrālu nobīdes 186, 223 Sprostslānis 292 Sprostspriegums 293 Sproststrāva 293 Stāvums, triodes, 310 Stāvviļņi 165

Strāva 32 — caurlaides 292 — neitrālajā vadā 180 Strāvas dinamiskā darbība 105 — līnijas un fāžu 182 Strāvmainis 267 Svārstības, modulētas, 216 Šunts 266

Taisne, atgriešanās, 93 — slodzes 317 Taisngriezis, dzīvsudraba, 307 — gazotrona 304 — ignitrona 308 — kenotrona 304 — kuproksa 293 - selēna 293 - tiratrona 305 Taisngrieži ar pieslēgtiem līdzstrā-vas avotiem 300 Telegrāfa vienādojumi 160 Teorēma, Gausa, 16 Tesla 84 Tetrode 311 - staru 312 Tilts, automātiskais, 274 — fāžu nobīdes 306 Toroids 96 Transformators 156 — izejas 325 Tranzistors 331 Triode 309 Tukšgaita 37, 65 - garās līnijas 247

Vadītāji 17 Vadītspēja 33 - aktīvā 132 - elektronu un caurumu 291 - īpatnējā 33 - kompleksā 138 — pilnā 132 — reaktīvā 132 «Varimī» 313 Variometrs 156 Vatmetrs 275 - sinusa 279, 282 Vats 37 Vektori, inversie, 142 Vektors, rotējošs, 121, 124 — Umova—Pointinga 349 Ventili, pusvadītāju, 292 Vēbermetrs 284 Vēbers 85 Vērtība, efektīvā, 119, 218 — momentānā 114 — vidējā 118, 297 Vibrators (pusviļņa dipols) 346 Vielas, diamagnētiskās un feromagnētiskās, 86 Vilnis, krītošais un atstarotais, 161 Virpulstrāvas 102 Virsma, ekvipotenciālā, 16 Volts 13

Zonas, elektromagnētiskā lauka, 348 Zudumi tērauda serdē 231, 285







