K. A. PUTILOVS

FIZIKAS KURSS

I

SĒJUMS

LATVIJAS VALSTS IZDEVNIECĪBA
RĪGĀ 1948

K. A. PUTILOVS

FIZIKAS KURSS

I SĒJUMS

LATVIJAS VALSTS IZDEVNIECĪBA
RĪGĀ 1948

1953

К. А. Путилов
КУРС ФИЗИКИ
ТОМ I

На латышском языке

PRIEKŠVĀRDS

Šis fizikas kursa ceturtais izdevums stipri atšķiras no iepriekšējiem izdevumiem: kurss ir radikali pārstrādāts saskaņā ar jaunāko programu prasībām. Grāmata sarakstīta pēc pedagoģisko institutu fizikas un matematikas fakultatu vispārīgā fizikas kursa programas; tai pašā laikā ievērotas arī universitates programas prasības.

Diemžēl abas minētās programas ne visai skaidri nosaka obligato zināšanu apjomu. Tas stipri apgrūtināja grāmatas pārstrādāšanu, un, tā kā bija nolūks, lai grāmata apmierinātu maksimalās prasības, tad iespējams, ka grāmata dažās nodaļās ir iznākusi pārslogota.

Petitā iespiesto tekstu var izlaist, pirmoreiz lasot grāmatu vai gatavojoties vispārīgā fizikas kursa eksamenam. Petits domāts lasītājiem (viņu skaits, kā to rādījuši iepriekšējie izdevumi, ir liels), kas lieto šo grāmatu vispārīgā fizikas kursa atkārtošanai pirms specialo disciplinu studēšanas vai pirms valsts eksamenu kārtošanas.

Grāmatas iepriekšējie izdevumi bija kolektivs darbs, proti (pirmā sējuma apjomā): cietu ķermeņu mechaniku uzrakstīja *P. V. Matorins*, aerodinamiku un elastības teoriju — *S. M. Iļjašenko*, mācību par svārstībām un viļņiem — *V. V. Furdujevs* un daļu no molekularās fizikas — *A. Bačinskis*. Puse no grāmatas ir manis sarakstīta.

Kritiķi atzīmēja zināmu nevienveidību iepriekšējo izdevumu vielas iztirzājumā. Lai iztirzājums būtu viengabalains, tad šai izdevumā vielu, kas piederēja maniem līdzautoriem, ar viņu piekrišanu pamatīgi pārstrādāju un pa daļai atvietoju ar jaunu.

Visus aizrādījumus, kas veicinātu grāmatas uzlabošanu, autors pieņem ar dziļu pateicību[1].

1939. g. 21. maijā. *K. Putilovs*

---

[1] Lūgums aizrādījumus sūtīt pēc adreses : Москва, 2, Трубниковский п. 12, кв. 1, К. А. Путилову.

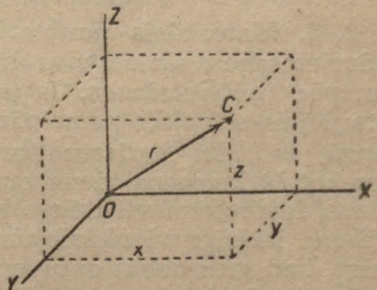
I DAĻA

MECHANIKAS FIZIKALIE PAMATI UN AKUSTIKA

I NODAĻA

Mechaniskā kustība

1. §. Orientēšanās sistema mechaniskās kustības aprakstā. Ar mechanisku kustību saprot ķermeņa vai daļiņu pārvietošanos ar zināmu ātrumu telpā. Lai varētu spriest par kāda ķermeņa pārvietošanos, mūsu rīcībā jābūt *orientēšanās sistemai* jeb *koordinatu sistemai* vai, kā citādi vēl saka, «atskaitīšanas sistemai», t. i., zināmam nekustīgam ķermenim, attiecībā pret kuru vēlamies aplūkot kustīgā ķermeņa pārvietošanos. Trīs savstarpēji perpendikularas taisnes, kas nekustīgi saistītas ar ķermeni, pēc kura orientējas, sauc par *Dekarta koordinatu asīm;* kustīgā ķermeņa kāda punkta C acumirklīgo stāvokli raksturo uz šīm asīm konstruēta taisnstūra paralelepipeda šķautņu garumi; mūs interesējošais punkts C atrodas dotajā momentā paralelepipeda virsotnē. Dekarta koordinatu asis parasti apzīmē ar simboliem OX, OY, OZ, kur O ir koordinatu sākuma punkts, bet minētā paralelepipeda šķautņu garumus vai, kā saīsināti saka, punkta C koordinatas apzīmē ar x, y, z (1. zīm.). Katra koordinata ir punkta C atstatums līdz vienai no trim koordinatu plaknēm, piemēram, x ir punkta C atstatums līdz plaknei YOZ.



1. zīm. Dekarta koordinatu sistema.

Aplūkojamā punkta C stāvokli var arī noteikt, parādot no koordinatu sākuma punkta līdz punktam C novilktā taisnes nogriežņa garumu un virzienu; tas ir tā sauktais *radiuss-vektors* $\mathbf{r}$, ko 1. zīmējumā attēlo taisnstūra paralelepipeda diagonale; paralelepipeda šķautņu garumi ir x, y un z, tādēļ

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1)$$

Ar vārdu *vektors* vispār apzīmē lielumus, kurus raksturo ne tikai noteikta skaitliska vērtība, bet arī virziens, atšķirībā no *skalariem* lielumiem (tādi, piemēram, ir blīvums, temperatura utt.), kurus raksturo vienīgi skaitliskā vērtība. Vektorus attēlo ar bultām, kuru garums, ņemts noteiktā mērogā, norāda vektora lieluma s k a i t l i s k o v ē r t ī b u, bet virziens norāda vektora v i r z i e n u. Šai grāmatā vektori, atšķirībā no skalariem lielumiem, iespiesti trekniem burtiem, vektoru skaitliskās vērtības (jeb *moduļi*) iespiestas parastiem burtiem; tā **r** nozīmē radiusu-vektoru, bet r šā vektora moduli (t. i., skaitlisko vērtību, šai gadījumā — garumu).

Viegli saprast, ka Dekarta koordinatas x, y, z ir radiusa-vektora **r** projekcijas uz koordinatu asīm; parasti vektora projekcijas uz vienu vai otru asi apzīmē ar to pašu burtu, ar kuru apzīmē vektora skaitlisko vērtību, pievienojot indeksu (labajā pusē apakšā), kas norāda asi, uz kuru vektoru projecē; sakarā ar teikto,

$$\left.\begin{aligned} r_x &= r \cdot \cos(COX) = x, \\ r_y &= r \cdot \cos(COY) = y, \\ r_z &= r \cdot \cos(COZ) = z. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Radiusu-vektoru tāpat kā jebkuru vektoru var uzlūkot par triju lielumu — vektora *komponentu* (vektora projekcijas uz koordinatu asīm) — kopojumu. Ja ir zināmas radiusa-vektora komponentes, tad ar formulu (1) var viegli aprēķināt vektora garumu un pēc tam ar formulu (2) — to leņķu kosinusus, kuri nosaka radiusa-vektora virzienu.

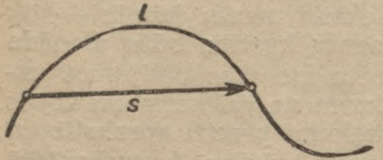
2. §. Materialais punkts. Lai noteikti aprakstītu ķermeņa pārvietošanos, jāzina visu ķermeņa daļiņu koordinatas pirms un pēc pārvietošanas. Ja pārvietojoties ķermeņa daļiņu savstarpējais stāvoklis nemainās un daļiņas kustas paraleli viena otrai, tad, lai spriestu par ķermeņa pārvietošanos, pietiek izsekot šā ķermeņa viena punkta koordinatu maiņai. Tas, protams, ievērojami vienkāršo ķermeņa kustības aprakstu un pētīšanu. Līdzīgs vienkāršojums ir iespējams visos tais gadījumos, kad grib dabūt aptuvenu ainu par ķermeņa kustību visumā (t. i., pārvietošanos telpā, bet ne griešanos ap kaut kādu asi, kas iet caur ķermeni); kas attiecas uz ķermeņa daļiņu savstarpējām kustībām, tad var izrādīties, ka tās mūs vispār neinteresē vai ir ērti (un pēc uzdevuma rakstura pieļaujams) tās aplūkot atsevišķi. Tāda pieeja kustības pētīšanai noder sevišķi tad, kad ķermeņa izmēri ir ļoti mazi, salīdzinot ar mūs interesējošiem ķermeņa pārvietojumiem.

Minētā nozīmē un minētos gadījumos var novērsties no ķermeņa formas un no tā daļiņu vai daļu savstarpējās kustības un uzlūkot ķermeni par kādu *materialu punktu.* No teiktā ir skaidrs, ka dažos gadījumos materialais punkts var būt elementari maza vielas daļiņa, citos gadījumos — liels, pat kosmisks ķermenis. Spēļu vilciņa kustības galvenās īpatnības nevarētu noskaidrot, ja vilciņa kustību iedomātos uzlūkot par materialā punkta kustību; no otras puses, dažos debesu mechanikas uzdevumos pilnīgi pieļaujams Zemes un citu planetu kustību ap Sauli traktēt kā materialu punktu kustību.

Ja ķermeņa kustības tuvināta aina visumā mūs neapmierina, varam domās ķermeni sadalīt pietiekami mazās daļiņās — tik mazās, lai katras daļiņas visu elementu kustība būtu vienāda un katru tādu ķermeņa daļiņu varētu kustības pētījumos uzlūkot par materialu punktu. Tātad ķermeņa vai ķermeņu kopas kustību daudzos gadījumos var pietiekami precizi aprakstīt un izpētīt kā *materialo punktu sistemas* kustību («mechaniskā sistema»).

Nereti, analizējot kāda mechanisma kustību, atkarībā no locekļu vai citu lielāku vai mazāku mechanisma daļu skaita izdodas mechanisma pamatkustību iedomāties kā dažu (nedaudzu) materialu punktu kustību. Bet, ja gribam tā paša mechanisma kustību izpētīt pamatīgāk, aptverot visas blakuskustības, kas pavada galveno kustību, piemēram, mechanisma daļu vibraciju, zobratu dilšanu utt., tad to pašu mechanismu vajadzēs uzlūkot par saliktu sistemu, kurā ir milzīgi daudz materialo punktu. Šai gadījumā saskaņā ar paša uzdevuma raksturu var pieņemt, ka blakusdaļiņu kustība vielas sīkdaļās ir vienāda tikai ļoti mazām vielas daļiņām, no kurām veidoti mechanisma locekļi; katra tāda vielas daļiņa ir jāuzlūko par materialu punktu. Bet arī šī mechanisma iedomātā aizstāšana ar komplicētu un no ļoti daudziem materialiem punktiem sastāvošu sistemu izrādīsies pavisam nederīga, ja turpināsim iedziļināties procesu fizikalā būtībā un vēlēsimies izpētīt, kāpēc pie berzes un mechanisma daļu triecienos rodas sasilšana, skaņa un novērojama elektrizacija (piemēram, sausos virves un siksnas pārvados). Lai labāk izprastu parādības, kurās mechaniska kustība pārveidojas molekularā siltumkustībā un citās kustības formās, ar materialiem punktiem jāsaprot molekulas, atomi un daļiņas, no kurām veidoti visi atomi: atomu kodoli un elektroni. Šai gadījumā priekšstats par ķermeni kā materialo punktu sistemu tuvojas ķermeņa uzbūves patiesai ainai (ķermeni veido vielas elementarās daļiņas), bet tieši šeit arī izbeidzas parasto mechaniskās kustības likumu pielietošanas iespēja un sāk parādīties citu komplicētāku kustības formu īpatnības.

3. §. Materialā punkta kustība. Pētījot mechanisku kustību, sevišķi svarīgi ir noskaidrot cēloņus, kas izsauc kustību un nosaka vienu vai otru kustības veidu. Tas ir mechanikas galvenais uzdevums; mechanikas nodaļu, kas veltīta šā pamatuzdevuma atrisināšanai, sauc par *dinamiku.* Zinot kustības cēloņus, var paredzēt, kādos apstākļos pētījamie ķermeņi būs miera stāvoklī. Tādēļ mechanikas daļa, kas pētī ķermeņa līdzsvara noteikumus — *statika* — loģiski seko dinamikai un, kā redzēsim, visus statikas likumus var patiešām iegūt no dinamikas likumiem. Ciktāl ķermeņa līdzsvara pētīšana ir vienkāršāka par kustības pētīšanu, nav brīnums, ka, vēsturiski ņemot, daudzus statikas jautājumus atrisināja agrāk, nekā izveidojās dinamika.



2. zīm. Līkumainas kustības pārvietojuma vektors kādā laika intervalā; ceļa garumu l mērī pa trajektoriju.

Sākot ar pagājušā gadsimta otro pusi, nodibinājās tradicija pirms dinamikas iztirzāšanas aplūkot mācību par kustību neatkarīgi no cēloņiem, kas šo kustību izsauc; šo mechanikas formalo daļu sauc par *kinematiku.*

No šā formalā viedokļa materialā punkta kustība ir raksturojama ar trim vektoriem (pārvietojuma vektoru, ātruma vektoru un paātrinājuma vektoru), trajektorijas formu un ceļa garumu.

Trajektorija ir līnija, kuru veido materialais punkts savā kustībā. *Ceļa garumu* mērī pa trajektoriju. Ceļa garumu mēs apzīmēsim ar l.

Pārvietojuma vektors ir taisnes nogrieznis, kas vilkts no pārvietojamā punkta sākuma stāvokļa līdz gala stāvoklim. Materialā punkta taisnvirziena kustībā pārvietojuma vektors ir trajektorijas nogrieznis; līkumainā kustībā tas savieno aplūkojamās trajektorijas gala punktus (2. zīm.). Saprotams, ka dažādos laika intervalos pārvietojuma vektoriem vispārējā gadījumā ir dažādi lielumi un dažādi virzieni. Bezgalīgi mazā laika intervalā līkumainās kustības pārvietojuma vektora virziens robežgadījumā sakrīt ar kustības trajektorijas pieskares virzienu (protams, šeit domāta pieskare tai vietā, kur dotajā momentā atrodas kustīgais materialais punkts).

Punkta acumirklīgo stāvokli nosaka tā koordinatas x, y, z;

punkta pārvietošanās nozīmē tā koordinatu maiņu; tātad visu kustības ainu var precizi noteikt, ja mums ir vienādojumi, kas atļauj jebkuram laika momentam t aprēķināt punkta koordinatas:

$$x = f_1(t), \qquad y = f_2(t) \qquad \text{un} \qquad z = f_3(t). \qquad (3)$$

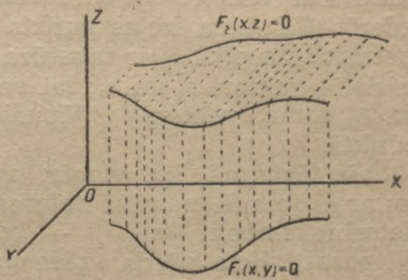
Tādus vienādojumus sauc par *kustības kinematiskiem vienādojumiem.*

Materialam punktam jebkurā momentā (dotajā kustībā) ir pilnīgi noteikts stāvoklis telpā, kas ar laiku nepārtraukti mainās. Tādēļ materialā punkta jebkuras kustības kinematiskiem vienādojumiem vienvērtīgi jānosaka punkta koordinatas, veidojot t. s. *nepārtrauktās funkcijas.* Šis apgalvojums, kurš klasiskā mechanikā ir pieņemts kā pats par sevi saprotams, dažreiz tiek saukts par *precizās lokalizacijas principu* (citiem vārdiem — «mechanikas vienādojumu pilnīgas determinacijas princips»).

Funkciju f_1, f_2 un f_3 veids atkarīgs no trajektorijas veida un ātruma, ar kādu materialais punkts noiet dažādus trajektorijas posmus. Ja kustības ārējā forma pilnīgi noskaidrota un tātad funkciju f_1, f_2, f_3 veids noteikts, tad, izslēdzot laiku t no trim vienādojumiem (3), kas šai nolūkā grupējami pa pāriem, dabūsim divus vienādojumus (kuros nav laika):

$$F_1(x, y) = 0;$$
$$F_2(x, z) = 0.$$

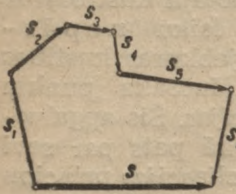
Pirmais vienādojums nosaka kustības trajektorijas projekciju uz plakni XOY, otrais — trajektorijas projekciju uz plakni XOZ. Citiem vārdiem — katrs no šiem vienādojumiem nosaka virsmu, ko dabū, pārvietojot taisni, kas perpendikulara pret doto koordinatu plakni un vienmēr krusto trajektoriju; abi vienādojumi kopā nosaka trajektorijas — kā minēto virsmu krustošanās līnijas — formu un stāvokli (3. zīm.).



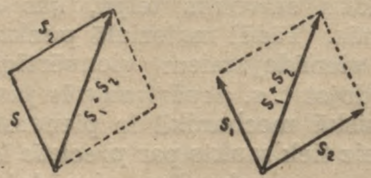
3. zīm. Trajektorijas projekcijas uz koordinatu plaknēm.

4. §. Pārvietojuma un citu vektoru ģeometriskā saskaitīšana. Visus vektorus var saskaitīt pēc tā paša likuma, pēc kura saskaita pamatvektorus (pārvietojuma vektorus). Ja materialais punkts pārvietojas par gabalu s_1 un pēc tam no sava jaunā sākuma stāvokļa par $\mathbf{s}_2$, pēc tam par gabalu $\mathbf{s}_3$ utt. (4. zīm.), tad sumarais (rezultējošais) pārvietojums **s** ir taisnes nogrieznis, kas noslēdz daudzstūri, ko konstruē no saskaitāmiem pārvietojumiem kā malām; rezultējošā pārvietojuma vektors ir vērsts no punkta izejas stāvokļa uz gala stāvokli.

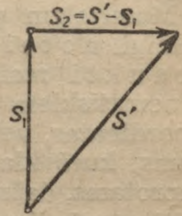
Šo saskaitīšanas paņēmienu sauc par *ģeometrisko saskaitīšanu* vai *daudzstūra likumu.*



4. zīm. Ģeometriskā saskaitīšana.



5. zīm. Paralelograma likums.



6. zīm. Ģeometriskā atņemšana.

Jāiegaumē, ka, saskaitot divus vektorus, rezultējošais vektors ir tāda p a r a l e l o g r a m a   d i a g o n a l e, kura malas ir saskaitāmie vektori (5. zīm.).

Atņemšana ir saskaitīšanai pretēja darbība. Pieņemsim, ka ir doti divi vektori $\mathbf{s}_1$ un $\mathbf{s}'$ un jānosaka to ģeometriskā starpība. Citiem vārdiem — jānosaka tāds vektors $\mathbf{s}_2 = \mathbf{s}' - \mathbf{s}_1$, kas, saskaitīts ar vektoru $\mathbf{s}_1$, dotu vektoru $\mathbf{s}'$. 6. zīmējums rāda, kā to izdarīt. No viena izejas punkta zīmē abus dotos vektorus; ģeometriskā starpība $\mathbf{s}_2$ ir trīsstūra trešā mala, pārējās divas malas ir dotie vektori $\mathbf{s}'$ un $\mathbf{s}_1$; lai vektors $\mathbf{s}'$ būtu tiešām vektoru **s** un $\mathbf{s}_2$ suma, vektors $\mathbf{s}_2$ jāpieliek atskaitāmā vektora $\mathbf{s}_1$ gala punktā.

Šeit jāatzīmē, ka, vispār, apzīmējot ar s mainīgu lielumu un ar s' un s šā mainīgā lieluma divas vērtības, s' un s starpībai lietosim simbolu Δs (Δ — grieķu burts «delta»). Simbolu Δ parasti lieto vārda «pieaugums» saīsinātam apzīmējumam; Δ var apzīmēt lielu vai mazu pieaugumu.

«Pavisam mazu» (bezgala mazu) pieaugumu gadījumā lieto simbolu d, pie kam lielums ds, ko sauc par s diferencialu, praktiski pilnīgi precizi izteic lieluma s «pavisam mazu» pieaugumu.

5. §. Elementarais pārvietojums. Viegli saprast, ka pārvietojuma vektors **s** ir radiusa-vektora **r** ģeometriskais pieaugums. Aplūkosim 7. zīmējumu; šeit divos laika momentos t un t'

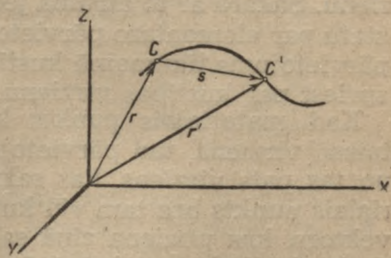
materialā punkta stāvokļi uz trajektorijas apzīmēti ar C un C', bet radiusi-vektori šais momentos — ar $\mathbf{r}$ un $\mathbf{r}'$; ģeometriski saskaitot radiusu-vektoru $\mathbf{r}$ laika sākuma momentā t ar pārvietojuma vektoru $\mathbf{s}$ laika sprīdī $(t' - t)$, dabū radiusu-vektoru $\mathbf{r}'$ laika beigu momentā t'. Tātad

$$\mathbf{s} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}.$$

Elementaro pārvietojumu, t. i., pārvietojumu bezgalīgi mazā laika sprīdī dt, apzīmē ar $d\mathbf{s}$. Elementarā pārvietojuma skaitliskais lielums ir vienlīdzīgs ar bezgalīgi mazu ceļa gabalu: $ds = dl$; tad

$$d\mathbf{s} = d\mathbf{r}. \tag{4}$$

Kad punkts savā kustībā pārvietojas par gabalu $d\mathbf{s}$, tad koordinatas, kas nosaka punkta stāvokli, mainīsies par lielumiem, kurus apzīmēsim ar dx, dy, dz. Ja laika sākuma momentā punkts ieņēma stāvokli, kuru noteica koordinatas x, y, z, tad laika sprīža dt beigās punkts ieņems stāvokli, kuru nosaka koordinatas $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$. Starp pārvietojumu un koordinatu pieaugumu ir sakarība, ko var viegli noteikt ar Pitagora teoremu. Šādā nolūkā no jauna aplūkosim 7. zīmējumu un iedomāsimies, ka caur punktu C novilktas taisnes paraleli koordinatu asīm; atliksim no punkta C nogriežņus, kas vienlīdzīgi ar koordinatu pieaugumiem, kad punkts nonāk stāvoklī C'; ja tagad uz šiem nogriežņiem kā šķautnēm konstruēsim taisnstūra paralelepipedu, tad viegli var saprast, ka pārvietojums $\mathbf{s}$ ir šā paralelepipeda diagonale. Acīm redzot tas pats būs arī bezgalīgi maza pārvietojuma $d\mathbf{s}$ gadījumā; šai gadījumā bezgalīgi mazā paralelepipeda šķautņu garumi ir dx, dy un dz un diagonale ir $d\mathbf{s}$. Tātad



7. zīm. Pārvietojuma vektors kā radiusa-vektora ģeometriskais pieaugums.

$$dl = ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}. \tag{5}$$

Šis vienādojums nosaka ceļa garuma elementu dl jeb elementarā pārvietojuma skaitlisko vērtību. Kas attiecas uz elementarā pārvietojuma virzienu, tad robežgadījumā (kad dt tiecas uz nulli) tas sakrīt, kā jau minēts 3. §, ar punktā C trajektorijai vilktās pieskares virzienu; $d\mathbf{s}$ virzienu raksturo leņķi, kuru kosinusi ir vienlīdzīgi ar minētā bezgalīgi mazā paralelepipeda šķautņu attiecībām pret tā diagonali:

$$\cos(ds,x) = \frac{dx}{ds}, \quad \cos(ds,y) = \frac{dy}{ds}, \quad \cos(ds,z) = \frac{dz}{ds}. \tag{6}$$

6. §. Kustības ātrums. Ja vienādos laika sprīžos materialais punkts noiet vienādus ceļa gabalus, lai arī kāda būtu kustības trajektorija (taisnvirziena vai līkumaina), tad šo kustību sauc par *vienmērīgu*. Pretējā gadījumā (t. i., kad ceļa gabali, kas noieti vienlīdzīgos laika sprīžos, nav vienādi) kustību sauc par *nevienmērīgu*.

Ikdienišķā dzīvē ar ātrumu visbiežāk saprot lielumu, kas raksturo kustības «straujumu», bet nevis tās virzienu. Mechanikā ātrumu izteic kā vektoru, kas rāda kustības ātrumu un virzienu. Sakarā ar to ātruma jēdziens mechanikā saistīts ar priekšstatu par elementaro pārvietojumu, jo galīgs (ne bezgalīgi mazs) pārvietojums līkumainā kustībā, kā iepriekš noskaidrots, neļauj spriest par kustības virzienu.

Kad materialais punkts kustas no sava sākuma stāvokļa taisnā virzienā, tad pārvietojuma vektoram visu laiku ir viens un tas pats virziens, kas sakrīt ar kustības virzienu. Ja materialais punkts bez tam vēl kustas vienmērīgi, tad tā *ātrums* $\mathbf{v}$ ir vektors, kas virziena ziņā sakrīt ar pārvietojuma vektoru, bet skaitliskā lieluma ziņā (pēc tā nogriežņa garuma, kas attēlo vektoru $\mathbf{v}$) vienlīdzīgs ar materialā punkta pārvietojuma garumu vienā sekundē. Tātad šai gadījumā (un tikai šai gadījumā) ātrums ne ar ko neatšķiras no ķermeņa vienas sekundes pārvietojuma vektora.

Uzskatāmu pārskatu par dažādu kustību ātrumu attiecībām dod šāda tabula.

Vienmērīgas kustības piemēri	Ātrums $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$
Kājnieks normalā gaitā	1,5
„ ātrā gaitā	2,2
„ skrējienā	līdz 7
Riteņbraucējs normalā braucienā	3—5
„ sacīkšu „	līdz 17
Slidskrējējs	līdz 11
Zirgs smagā aizjūgā	1,2
„ rikšos	2,3
„ ar jātnieku auļos	5—8
„ auļotājs	līdz 25

Vienmērīgas kustības piemēri	Ātrums $\frac{m}{sec}$
Preču vilciens	5—10
Pasažieru vilciens	22
Ātrvilciens	30—40
Automobilis	10—50
Lidmašina	50—170
Burenieks	līdz 9
Tvaikonis	līdz 12
Lauku lielgabala šāviņš	400—500
Jūras " "	500—1000
Tālšāvēja " "	1700
Šautenes lode	800
Mērens vējš (4 balles)	10
Vētra (9 balles)	25
Viesuļvētra	40
Skaņa (gaisā)	332
Mēness kustība ap Zemi	1000
Zemes kustība ap Sauli	29600
Saules kustība zvaigžņu sistemā	20000

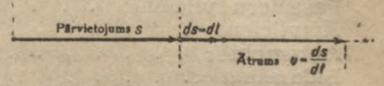
Nevienmērīgas taisnvirziena kustības gadījumā (8. zīm.) ar ātrumu saprot vektoru, kas vērsts kustības virzienā un kā skaitliskā vērtība vienlīdzīga bezgalīgi mazā laika sprīdī dt noietā ceļa garuma elementa dl attiecībai pret šo laika sprīdi dt:

$$v = \frac{dl}{dt}.$$

Vēlreiz atzīmēsim, ka apzīmējumos dl, dt u. tml. burts d nenozīmē kaut kādu lielumu, bet apzīmē pavisam mazu tā lieluma vērtību, kura apzīmējums seko burtam d. (Tas, ko šeit saprotam ar jēdzienu «pavisam mazs» lielums, analizē atbilst diferenciala jēdzienam; vārdu «pavisam mazs» vietā dažreiz lietosim vārdus «elementari mazs» vai «diferencials».) Ja l apzīmē ceļa garumu, tad dl ir ceļa garuma diferencials vai arī elementari maza pārvietojuma skaitliskā vērtība; t apzīmē laiku, bet dt — elementari mazu laika sprīdi.

Ar elementari mazu laika sprīdi dt var saprast $\frac{1}{n}$ no sekundes, kur n — «pavisam liels» (bezgala liels) skaitlis; pareizinot ar šo skaitli augšminētās formulas skaitītāju un saucēju (no kā, protams, attiecība nemainās), saucējā dabūsim 1 sek, bet skaitītājā pārvietojumu ds, reizinātu ar n, t. i., tā ceļa garumu, ko ķermenis noietu 1 sekundē, ja, sākot ar mūs interesējošo laika momentu, tas kustētos vienmērīgi.

Kustībā pa līkumainu trajektoriju ātruma vektors vispār nesakrīt ar rezultējošā pārvietojuma vektora virzienu, bet pēc definicijas arvien sakrīt ar elementarā pārvietojuma vektora virzienu. Aplūkosim 9. zīmējumu. Tur **s** apzīmē pārvietojuma vektoru, ko materialais punkts veicis laikā t (rezultējošais pārvietojums). Elementari mazā laika sprīdī dt materialais punkts pārvietojas par ds, kas veido ar vektoru **s** zināmu leņķi. Materialā punkta ātruma vektora virziens sakrīt ar kustības virzienu, t. i., tam ir tāds pat virziens kā vektoram ds:



8. zīm. Ātruma vektors taisnvirziena kustībā.

$$\mathbf{v} = \frac{ds}{dt}. \qquad (7)$$

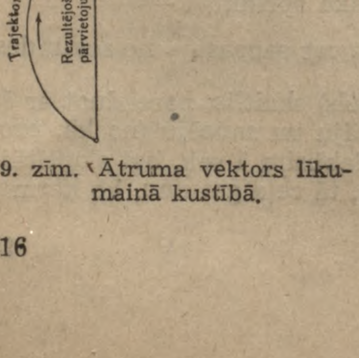
Šis vienādojums norāda, ka ātruma vektors **v**, kuram ir vektora ds virziens, skaitliski (garuma ziņā) pārsniedz to tik reizes, cik reizes dt ir mazāks par 1 sekundi (pieņemsim, ka dt ir $\frac{1}{n}$ sec, kur n ir «sevišķi liels» skaitlis, tad lieluma ds dalījums ar dt ir tas pats, kas lieluma ds reizinājums ar n). Piezīmēsim, ka vektora reizinājums ar skalaru lielumu (šai gadījumā vektoru ds reizinot ar skalaru lielumu $\frac{1}{dt} = n$) jāsaprot kā vektora garuma maiņa, nemainoties vektora virzienam.

Ātruma vektora skaitliskā vērtība arī šai vispārīgajā gadījumā ir vienlīdzīga ceļa garuma elementa dl ($=ds$) attiecībai pret laika elementu dt:

$$v = \frac{dl}{dt}.$$

Par ātruma vienību pieņem $1\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ vai $1\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, vai arī $1\frac{\text{km}}{\text{sec}}$.

Apzīmēsim *ātruma vektora komponentes*, t. i., tā projekcijas uz koordinatu asīm, ar v_x, v_y un v_z. Acīm redzot ātruma vektora skaitlisko vērtību, tāpat kā jebkuram vektoram, var izteikt ar tā komponentēm formulā, kas analoga formulai (1):



9. zīm. Ātruma vektors līkumainā kustībā.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \tag{8}$$

Tā kā $v_x = v \cos (v, x)$, tad, zinot ātruma un tā komponentu skaitliskās vērtības, var aprēķināt leņķus, kas nosaka ātruma vektora virzienu, pēc formulām:

$$\cos (\mathbf{v}, \mathbf{x}) = \frac{v_x}{v}, \quad \cos (\mathbf{v}, \mathbf{y}) = \frac{v_y}{v}, \quad \cos (\mathbf{v}, \mathbf{z}) = \frac{v_z}{v} \tag{9}$$

(tiem pašiem leņķiem dotās formulas (6) pārvēršas formulās (9), ja formulu (6) labajās pusēs skaitītāju un saucēju dala ar dt).

Ja punkts veic elementaru pārvietojumu ds, tad punkta koordinatas mainās par dx, dy, dz; šie lielumi ir elementarā pārvietojuma ds projekcijas uz koordinatu asīm; acīm redzams, ka attiecība $\frac{dx}{dt}$ ir *pārvietojuma ātrums OX ass virzienā.* Reizināsim vektoru vienādojuma (7) abas puses ar tā leņķa kosinusu, ko pieskare veido ar OX asi, t. i., ar $\cos (\mathbf{v}, \mathbf{x})$ vai arī ar $\cos (ds, \mathbf{x})$; kreisajā pusē dabūsim v_x, labajā — saskaņā ar 6. formulu, $\frac{dx}{dt}$. Redzam, ka *ātruma projekcija uz izvēlētās ass (ātruma komponente) ir pārvietojuma ātrums dotās ass virzienā.*

Tātad

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{10}$$

Tāda veida lielumus analizē sauc par *pirmās kārtas atvasinātām* (funkcijām); tās apzīmē tā: ja $x = f(t)$, tad $\frac{dx}{dt} = f'(t)$, kur svītriņa simbolizē atvasināto.

Tātad *ātruma komponentes ir koordinatu pirmās kārtas atvasinātās pēc laika.* Zinot kustības kinematiskos vienādojumus (3):

$$x = f_1(t), \; y = f_2(t), \; z = f_3(t),$$

kustības ātruma komponentes var noteikt pēc formulas (10), lietojot atvasināto aprēķināšanas noteikumus (šos noteikumus nosaka diferencialrēķinu kursos):

$$v_x = f_1'(t), \quad v_y = f_2'(t), \quad v_z = f_3'(t).$$

Saskaņā ar augšminēto *ātruma vektora skaitliskā vērtība vienlīdzīga ar ceļa pirmās kārtas atvasināto pēc laika.* Ja ir zināms ceļa garums kā laika funkcija

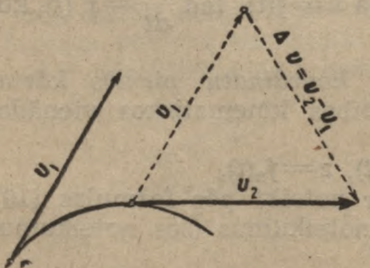
$$l = f(t), \text{ tad } v = f'(t).$$

7. §. Kustības paātrinājums. Ja taisnvirziena kustības ātrums pieaug vienmērīgi, tad par *paātrinājumu* **j** sauc v e k t o r u, kas šai gadījumā vērsts kustības virzienā un kā skaitliskā vērtība ir vienlīdzīga ātruma pieaugumam vienā sekundē. *Vienmērīgi paātrinātas kustības* piemērs (t. i., tādas kustības piemērs, kur paātrinājums lieluma un virziena ziņā nemainās) ir ķermeņa brīva krišana tukšumā smaguma spēka ietekmē. Ja ātrums vienmērīgi samazinās, tad paātrinājumu **j**, kas skaitliski vienlīdzīgs ātruma samazinājumam 1 sek, uzskata par negativu lielumu ($\mathbf{j} < 0$), jo šai gadījumā paātrinājuma vektors vērsts pret kustības virzienu. Šāda *vienmērīgi palēnināta kustība* ir, piemēram, akmenim, kas sviests vertikali uz augšu.

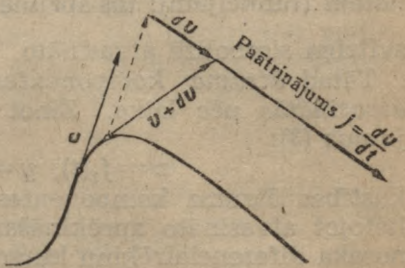
Vispārējā gadījumā ar paātrinājumu **j** saprot v e k t o r u, kam ir ātruma bezgalīgi maza *ģeometriska* pieauguma $d\mathbf{v}$ virziens un kas vienlīdzīgs šā ātruma pieauguma $d\mathbf{v}$ attiecībai pret bezgalīgi mazu laika sprīdi dt, kurā ātrums iegūst minēto pieaugumu:

$$\mathbf{j} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \tag{11}$$

Pieņemsim, ka materialā punkta ātrums kādā laika momentā ir $\mathbf{v}_1$, bet pēc 1 sek tas, mainot kā lielumu, tā arī virzienu, ir $\mathbf{v}_2$. Tad ģeometriskā starpība $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ ir ātruma pieaugums 1 sek (10. zīm.). Ja $\mathbf{v}_3$ ir materialā punkta ātrums pēc ļoti maza laika sprīža dt (un nevis vienu veselu sekundi pēc tā momenta, kad punkta ātrums bija $\mathbf{v}_1$), tad attiecīgais ātruma ģeometriskais pieaugums $d\mathbf{v}$ arī ir tas lielums, kas atrodas paātrinājuma vektora formulas (11) skaitītājā.



10. zīm. Mainīgā vektora **v** (ātruma vektora) ģeometriskais pieaugums $\Delta\mathbf{v}$.



11. zīm. Vienmērīgā kustībā paātrinājuma vektors līkumainos posmos ir jo lielāks, jo lielāks ir liekums.

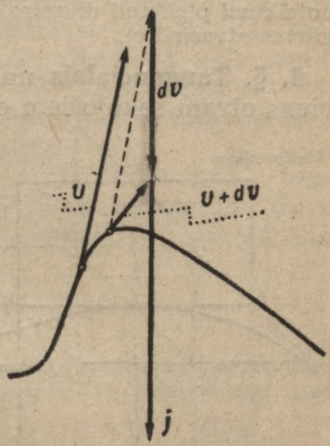
Ja ķermenis vienmērīgi kustas pa līkumainu ceļu, tad tā ātruma skaitliskā vērtība nemainās, bet mainās ātruma vektora virziens; maiņa ir jo straujāka, jo lielāks ir liekums. Vienmērīgā kustībā paātrinājums ir nulle tikai taisnos ceļa posmos, līkumainos posmos tas nav nulle un pie liela liekuma var būt pat ļoti liels. Aplūkojot 11. zīmējumu, redzam, ka vienmērīgā kustībā pa loku paātrinājuma vektors **j** vērsts uz trajektorijas ieliekuma pusi; viegli saprast, ka, kustībai pa līkni notiekot ar skaitliski pieaugošu ātrumu (bulta, kas attēlo vektoru **v**+d**v**, ir garāka par vektora **v** bultu), paātrinājuma vektors **j** būtu virzīts zem šaura leņķa pret kustības virzienu; viegli arī saprast, ka, kustībai palēninoties (bulta **v**+d**v** īsāka par bultu **v**), paātrinājuma vektors **j** nosvērsies pretēji kustības virzienam (12. zīm.).

Atkarībā no pieņemtās garuma vienības paātrinājuma vienība ir

$$1\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \text{ vai } 1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \text{ vai arī } 1\frac{\text{km}}{\text{sec}^2}.$$

Paātrinājuma vektora **j** lielumu un virzienu var noteikt, zinot tā komponentes j_x, j_y, j_z. Analoģiski pēc formulām (1), (5) un (8) paātrinājuma skaitliskā vērtība ir:

$$j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2}. \tag{12}$$



12. zīm. Paātrinājuma vektors palēninātā kustībā uz tās pašas 11. zīmējuma trajektorijas.

Lai aprēķinātu leņķus, kurus paātrinājuma vektors veido ar koordinatu asīm, noder formulas, kas analoģiskas formulām (2), (6) un (9), proti:

$$\cos(\mathbf{j}, \mathbf{x}) = \frac{j_x}{j}, \quad \cos(\mathbf{j}, \mathbf{y}) = \frac{j_y}{j}, \quad \cos(j, \mathbf{z}) = \frac{j_z}{j}. \tag{13}$$

Paātrinājuma projekcija uz izvēlētas ass ir tas pats, kas *paātrinājums dotās ass virzienā.*

Tātad

$$j_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad j_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad j_z = \frac{dv_z}{dt}. \tag{14}$$

Ņemot vērā formulu (10):

$$j_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right), \quad j_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right), \quad j_z = \frac{d}{dt}\left(\frac{dz}{dt}\right).$$

Šādus lielumus analizē sauc par *otrās kārtas atvasinātām.* Lai nebūtu skaitītājā un saucējā jāraksta divas reizes diferenciala zīmes *d*, tad otrās kārtas atvasinātās īsāk apzīmē tā:

$$j_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad j_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad j_z = \frac{d^2z}{dt^2}. \tag{15}$$

Tātad *paātrinājuma komponentes ir koordinatu otrās kārtas atvasinātās pēc laika.* Pēc kustības kinematiskā vienādojuma (3)

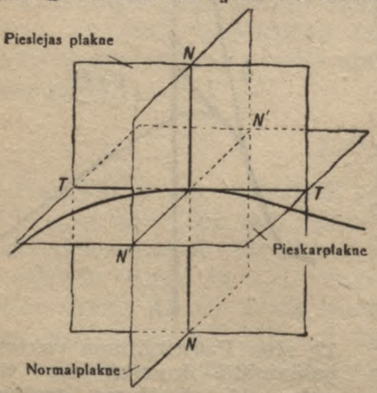
$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t)$$

paātrinājuma komponentes var noteikt, lietojot atvasināto aprēķināšanas noteikumus; saskaņā ar analizē pieņemtiem apzīmējumiem formulu (15) var pārrakstīt tā:

$$j_x = f_1''(t), \quad j_y = f_2''(t), \quad j_z = f_3''(t)$$

(divas svītriņas pie funkcijas zīmes norāda, ka atvasināto aprēķināšanas noteikumi pielietoti divreiz; citiem vārdiem, divas svītriņas apzīmē otrās kārtas atvasināto).

8. §. Tangencialais un centripetalais paātrinājums. Diviem viens otram sekojošiem elementariem pārvietojumiem $(ds)_1$ un $(ds)_2$ ir kopējs punkts, kas ir pirmā pārvietojuma gala punkts, bet otrā pārvietojuma sākuma punkts. Iedomāsimies, ka caur šo kopējo punktu un vektora $(ds)_1$ sākuma un vektora $(ds)_2$ gala punktu novilkta plakne. Tādu plakni sauc par *pieslejplakni.* Šo plakni var definēt arī kā tādu plakni, kas iet caur divām trajektorijas bezgalīgi tuvos punktos novilktām pieskarēm. Tā kā ātruma vektoram arvien ir trajektorijas pieskares virziens, tad abi ātruma vektori **v** un **v'** laika momentos t un $t + dt$ atrodas vienā plaknē, kas ir minētā pieslējplakne; tātad arī ātruma ģeometriskais pieaugums **dv**, kas nosaka paātrinājuma vektora **j** virzienu, ir taí pašā plaknē.



13. zīm. *TT* — pieskare; *NN* — galvenā normale; *N'N'* — binormale.

Plakni, kas novilkta perpendikulari pieskarei un iet caur pieskaršanās punktu, sauc par *normalplakni.*

No bezgalīgi daudzām normalēm, t. i., taisnēm, kas perpendikularas pieskarei pieskaršanās punktā (tās visas gul normalplaknē), izvēlēsimies divas: vienu, kas atrodas pieslejplaknē un ko sauc par *galveno normali,* otru — tai perpendikularu, ko sauc par *binormali* (13. zīm.). Tā kā paātrinājuma vektors atrodas pieslejplaknē, bet binormale krusto šo plakni zem taisna leņķa, tad ir skaidrs, ka paātrinājuma vektora projekcija uz binormali vienmēr ir nulle. Tādēļ paātrinājuma vektoru vienmēr var izteikt kā divu komponentu ģeometrisko sumu: paātrinājuma pieskares virzienā un paātrinājuma galvenās normales virzienā.

Pieņemsim, ka M un M' (14. zīm.) ir materialā punkta stāvokļi, bet $\mathbf{v}$ un $\mathbf{v}'$ — punkta ātrumi divos viens otram bezgalīgi tuvos laika momentos. Noteiksim ātruma maiņu šajā bezgalīgi mazā laika sprīdī dt. Pārvietosim vektoru $\mathbf{v}'$ paralelā stāvoklī līdz punktam M (attēlā nogrieznis MA) un savienosim vektoru $\mathbf{v}$ un $\mathbf{v}'$ gala punktus. Vektors $d\mathbf{v}$ tad arī būs ātruma ģeometriskais pieaugums laikā dt.

Sadalīsim vektoru $d\mathbf{v}$ divās komponentēs, atliekot no punkta M virzienā $\mathbf{v}$ nogriezni MB, kas vienlīdzīgs ar MA ($=\mathbf{v}'$), savienojot punktus A un B un novelkot no vektora $\mathbf{v}$ gala punkta nogriezni, kas paralels un vienlīdzīgs BA. Tā iegūsim paralelogramu, kura diagonale ir ātruma pieaugums $d\mathbf{v}$; šā paralelograma malas apzīmēsim ar $(d\mathbf{v})_\tau$ un $(d\mathbf{v})_r$.

Vektors $(d\mathbf{v})_\tau$ raksturo ātruma l i e l u m a maiņu; tas ir skaitliski vienlīdzīgs ar skaitliskās vērtības pieaugumu dv un vērsts trajektorijas pieskares virzienā. Dalot $(d\mathbf{v})_\tau$ ar dt, dabū tangencialo paātrinājumu j_τ:

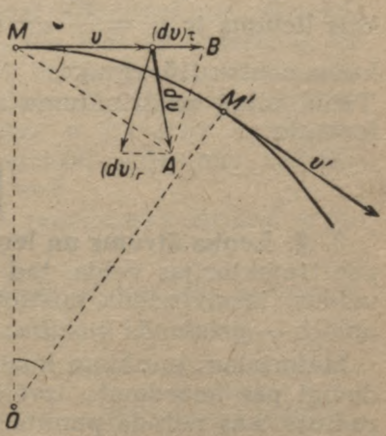
$$j_\tau = \frac{dv}{dt}. \tag{16}$$

Tā kā ātruma skaitliskā vērtība ir ceļa garuma l pirmās kārtas atvasinātā pēc laika, tad no formulas (16) izriet, ka *tangencialais paātrinājums ir ceļa garuma otrās kārtas atvasinātā pēc laika:*

$$j_\tau = \frac{d^2l}{dt^2}. \tag{17}$$

Aplūkosim vektoru $(d\mathbf{v})_r$ (t. i., vektoru, ko attēlo nogrieznis BA). Tas raksturo ātruma v i r z i e n a maiņu.

Novilksim caur punktiem M un M' (14. zīm.) stateņus pret ātrumu $\mathbf{v}$ un $\mathbf{v}'$ virzieniem. Stateņi krustojas punktā O. Līknes MM' bezgalīgi mazu daļu var uzlūkot par riņķa loku, kura radiuss $OM = r$. Riņķi, kura loks sakrīt ar līknes elementu dotā punktā (riņķi, kas novilkts caur trim bezgalīgi tuviem līknes punktiem) sauc par *liekuma riņķi;* riņķa radiusu sauc par *liekuma radiusu,* bet riņķa centru — par *liekuma centru.* Divu dažādu līknes posmu liekuma radiusi vispār nav vienādi. (Iegaumēsim, ka taisnes liekuma radiuss ir bezgalīgi liels un riņķa



14. zīm.

līnijas liekuma radiuss vienlīdzīgs riņķa radiusam; kā taisnei, tā arī riņķa līnijai liekums visās vietās ir viens un tas pats.)

Salīdzināsim trīsstūrus MOM' un AMB. Tie ir līdzīgi, jo abi ir vienādsānu trīsstūri un tiem ir vienlīdzīgi leņķi pie virsotnēm.

Tāpēc

$$\frac{AB}{MM'}=\frac{MA}{OM} \text{ jeb } \left|\frac{(d\mathbf{v})_r}{\mathbf{v}dt}\right|=\frac{v'}{r}; \left|\frac{(d\mathbf{v})_r}{dt}\right|=\frac{v'v}{r}.$$

Robežgadījumā $v'=v$, tāpēc

$$j_r=\frac{v^2}{r}, \tag{18}$$

kur j_r ir $\frac{(d\mathbf{v})_r}{dt}$ robežlielums, t. i., paātrinājums, ko nosaka tikai ātruma virziena maiņa. Noskaidrosim lieluma BA, tātad arī paātrinājuma $\mathbf{j}_r$, robežvirzienu. Trīsstūrī AMB leņķis pie virsotnes M tiecas uz nulli, un tātad virziens BA robežgadījumā ir perpendikulars pret $\mathbf{v}$, t. i., sakritīs ar liekuma radiusa virzienu. Tātad paātrinājuma komponente vērsta pa galveno normali uz liekuma centru; šo paātrinājuma komponenti sauc par *centripetalo paātrinājumu.*

Materialam punktam pārvietojoties pa līkumainu trajektoriju, paātrinājuma vektoru dabūsim, ģeometriski sumējot **tangencialo** *paātrinājumu, kura skaitliskais lielums ir* $j_\tau=\frac{dv}{dt}$ *un kurš iet tangentes virzienā, ar* **centripetalo** *paātrinājumu, kura skaitliskais lielums ir* $j_r=\frac{v^2}{r}$ *un kurš iet pa galveno normali uz liekuma centru* (15. zīm.).

Tātad pilnā paātrinājuma skaitlisko lielumu var izteikt ar formulu:

$$j=\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}. \tag{19}$$

9. §. Leņķa ātrums un leņķa paātrinājums. Ja kustības iedala pēc trajektorijas veida, tad izšķir šādus vienkāršākos kustības veidus: taisnvirziena kustību un materialā punkta kustību pa aploci — *griešanās kustību.*

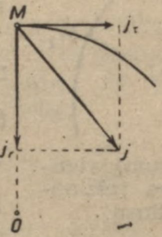
Materialam punktam kustoties pa aploci (riņķa līniju), ir izdevīgi par koordinatu izvēlēties leņķi φ, par kādu pagriežas radiuss, kas norāda punkta acumirklīgo stāvokli; *pagrieziena leņķi* φ sauc arī par *griešanās fazi* (16. zīm.). Kinematiskais griešanās vienādojums izteic pagrieziena leņķi φ kā laika t funkciju:

$$\varphi = f(t).$$

Kad pie griešanās pagrieziena leņķis mainās proporcionali laikam (kas notiek, ja punkts kustas pa aploci ar nemainīga lieluma ātrumu), tad griešanos sauc par vienmērīgu. Šai gadījumā pagrieziena leņķa un laika attiecību vai, citiem vārdiem, pagrieziena leņķi 1 sekundē sauc par *leņķa ātrumu;* parasti leņķa ātrumu apzīmē ar grieķu burtu ω (omega):

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Ja griešanās ir nevienmērīga, tad ar leņķa ātrumu saprot bezgalīgi maza pagrieziena leņķa $d\varphi$ attiecību pret to bezgalīgi mazo laika sprīdi dt, kurā punkts pagriežas uz aploces par leņķi $d\varphi$:



15. zīm.

16. zīm. Pagrieziena leņķis jeb griešanās faze.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{20}$$

Leņķa ātruma mēra vienība ir tādas vienmērīgas griešanās ātrums, pie kuras ķermenis 1 sekundē pagriežas par 1 radiana[1] leņķi. Leņķa ātruma vienību apzīmē tā: $\frac{1}{\sec} = \sec^{-1}$.

Pilnīgai ķermeņa griešanās kustības raksturošanai jāuzrāda ne tikai leņķa ātruma skaitliskā vērtība, bet arī griešanās ass un griešanās virziens ap šo asi. Tādēļ leņķa ātrumu bieži attēlo kā vektoru, kas vērsts griešanās ass virzienā, t. i., perpendikulari plaknei, kurā notiek griešanās; vektors ω ir vērsts uz to pusi, no kurienes lūkojoties, griešanās notiek pulksteņa rādītāja kustības virzienā.

Noteiksim attiecību starp linearo («aploces») ātrumu **v** un ķermeņa leņķa ātrumu ω.

[1] Atgādināsim, ka radianos leņķi izteic kā aploces loka garuma un radiusa attiecību, proti: $\varphi = \frac{l}{r}$. Pieņemot, ka $l = r$, dabū: $\varphi = 1$, t. i., 1 radians ir leņķis, kura loka garums ir vienlīdzīgs ar radiusu. Pieņemot, ka $l = 2\pi r$ (aploces garums), dabū $\varphi = 2\pi$, t. i., viens apgrieziens ir 2π radianu liels. No otras puses, viens apgrieziens ir 360^0, tātad 1 radians $= \frac{360^0}{2\pi} = 57^0 14' 47'',806$.

Pieņemsim, ka M_1 ir punkta stāvoklis sākuma momentā, bet M_2 — tā stāvoklis pēc t sec (17. zīm.). Apzīmējot loku M_1M_2 ar l, aploces radiusu ar r un pagrieziena leņķi M_1OM_2 ar φ, izmantojot sakarību starp radianos izteikto leņķi, radiusu un loka garumu, varam rakstīt:

17. zīm. Aploces ātrums vienlīdzīgs leņķa ātruma reizinājumam ar radiusu.

$$l = r \cdot \varphi.$$

Dalot šā vienādojuma abas puses ar laiku t un zinot, ka $\frac{l}{t}$ ir ātrums v, bet $\frac{\varphi}{t}$ — leņķa ātrums ω (pie vienmērīgas griešanās), dabū:

$$v = r \cdot \omega. \qquad (21)$$

Tātad aploces ātrums vienlīdzīgs leņķa ātruma reizinājumam ar radiusu.

Ja griešanās ir nevienmērīga, tad elementari mazam laika sprīdim dt var rakstīt:

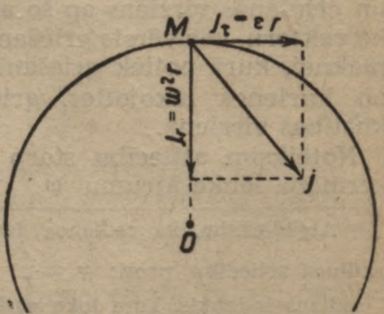
$$dl = r \cdot d\varphi.$$

Dalot abas vienādojuma puses ar dt un zinot, ka $\frac{dl}{dt}$ ir ātrums v, bet $\frac{d\varphi}{dt}$ — leņķa ātrums ω, atkal iegūstam to pašu vienādojumu (21).

Ja griešanās notiek nevienmērīgi, tad leņķa ātrums mainās ar laiku un leņķa ātruma maiņas straujumu var raksturot ar īpašu lielumu, ko sauc par *leņķa paātrinājumu*. Ja bezgalīgi mazā laika sprīdī dt leņķa ātrums mainās par $d\omega$, tad leņķa paātrinājums ir attiecība:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \qquad (22)$$

Leņķa paātrinājuma mēra vienība ir $\frac{1}{\sec^2} = \sec^{-2}$, t. i., tāds paātrinājums, kur katrā sekundē leņķa ātrums pieaug par leņķa ātruma vienību.



18. zīm. Aploces paātrinājums vienlīdzīgs leņķa paātrinājuma reizinājumam ar radiusu.

Leņķa paātrinājumu var attēlot kā vektoru. Ja aploce, pa kuru notiek griešanās, ar laiku nemaina savu stāvokli un radiusu, tad leņķa paātrinājuma ε

vektors paātrinātas griešanās gadījumā ir vērsts pa griešanās asi uz to pašu pusi kā leņķa ātruma vektors, un uz pretējo pusi, kad griešanās ir palēnināta. Griešanās paātrinājumu, tāpat kā jebkuras līkumainas kustības paātrinājumu, var sadalīt divās komponentēs — tangenciālā paātrinājumā $j_\tau = \frac{dv}{dt}$ un centripetalā paātrinājumā $j_r = \frac{v^2}{r}$ (18. zīm.).

Izteiksim šos divus paātrinājumus ar leņķa ātrumu un leņķa paātrinājumu. Tā kā $v = \omega \cdot r$ un r ir nemainīgs lielums, tad bezgalīgi mazā aploces ātruma maiņa dv rodas no bezgalīgi mazas leņķa ātruma maiņas $d\omega$. Tādēļ

$$dv = r \cdot d\omega \text{ un } j_\tau = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt},$$

jeb, tā kā $\frac{d\omega}{dt}$ ir leņķa paātrinājums ε, tad

$$j_\tau = \varepsilon \cdot r. \tag{23}$$

Ievietojot centripetalā paātrinājuma $\frac{v^2}{r}$ izteiksmē v vietā reizinājumu $\omega \cdot r$ un saīsinot ar r, dabū

$$j_r = \omega^2 \cdot r. \tag{24}$$

10. §. Absolutā, pārneses un relativā kustība. Atkarībā no aplūkošanas veida viena un tā pati kustība var izlikties dažāda. Kad dzelzceļa stacijā viens no diviem blakus stāvošiem vilcieniem sāk kustēties, tad otra, mierā stāvošā vilciena pasažieriem liekas, ka viņu vilciens sācis kustēties. Protams, pietiek tikai paskatīties uz stacijas peronu, lai šī iluzija pazustu. Stacijas ēkas šai gadījumā ir orientēšanās pamatsistema. Ja vilcienu gaita būtu pavisam mierīga un stacijas ēkas, piemēram, miglas dēļ nebūtu redzamas, tad, novērojot vilciena apgaismoto logu kustību, abu vilcienu pasažieri varētu gan spriest par vilcienu savstarpējo kustību, bet nevarētu izšķirt, kurš no vilcieniem kustas un kurš stāv.

Ja mēs iedomātos divus novērotājus, kuriem liekas, ka viņi attālinās viens no otra, atrazdamies kaut kur kosmiskā telpā, kur kaut kādu apstākļu dēļ nav saredzamas zvaigznes vai kādi priekšmeti, kas novērotājiem ļautu orientēties par viņu kustības raksturu, tad jautājums, kurš no novērotājiem ir miera stāvoklī un kurš kustas, viņiem būtu bez nozīmes. Katrs novērotājs varētu uzskatīt, ka viņš atrodas miera stāvoklī, bet otrs — kustībā.

Ir skaidrs, ka no kinematiskā viedokļa, t. i., ja neievēro cēloņus, kas rada kustību, jebkuru kustību var uzlūkot par relativu. No šā kinematiskā viedokļa visas orientēšanās sistemas ir līdzvērtīgas; jebkuru no tām varam, pētījot mūs interesējošās kustības, *nosacīti uzskatīt par nekustīgu*; tādu nosacīti nekustīgu orientēšanās sistemu sauc par *orientēšanās pamatsistemu*. Kustību attiecībā pret orientēšanās pamatsistemu sauc par *absolutu kustību*.

Aplūkotā piemērā par diviem vilcieniem no kinematiskā viedokļa nav obligati, lai stacijas ēkas katrā ziņā tiktu izraudzītas par pamatsistemu. Ejošā vilciena pasažieris var izvēlēties sev orientēšanās sistemu, kas saistīta ar vilcienu; uzlūkojot to par pamatsistemu, viņš «šķietamo» stacijas ēku kustību nosauks par absoluto kustību.

Jebkuru orientēšanās sistemu, kas izdara kādu kustību attiecībā pret pamatsistemu, sauksim par *kustīgo orientēšanās sistemu*. Kustību attiecībā pret kustīgo orientēšanās sistemu sauc par *relativu kustību*, bet pašas kustīgās orientēšanās sistemas kustību par *pārneses kustību*. Tā, piemēram, ja minētā piemērā par diviem vilcieniem orientēšanās pamatsistema ir stacijas ēkas, tad orientēšanās sistema, kas saistīta ar ejošo vilcienu, ir kustīgā orientēšanās sistema; vilciena un tanī sēdošo pasažieru kustība ir pārneses kustība; kāda pasažiera pastaiga vagona gaitenī, ko novēro citi pasažieri, kas sēž vagonā, ir relativā kustība, bet tā paša pasažiera pastaiga ejošā vilciena gaitenī, ko novēro no stacijas perona, ir absolutā kustība.

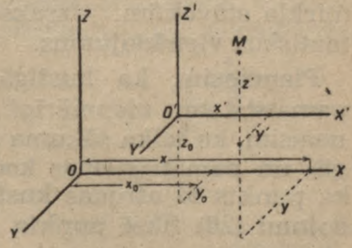
Pieņemsim, ka materialais punkts pārvietojas kustīgā sistemā. Apzīmēsim ar ds_{abs} šā materialā punkta elementaro pārvietojumu attiecībā pret orientēšanās pamatsistemu; ar $ds_{pārn}$ apzīmēsim to materialā punkta pārvietojumu pamatsistemā, kas notiek kustīgās sistemas pārvietošanās dēļ (t. i., kustīgās sistemas tās vietas pārvietošanos, kurā dotā momentā atrodas materialais punkts); beidzot ar ds_{rel} apzīmēsim tā paša punkta elementaro pārvietojumu, kā tas izliekas kustīgās sistemas novērotājam.

Ar *absoluto ātrumu* **v**, *pārneses ātrumu* **u** un *relativo ātrumu* **w** apzīmē vektorus:

$$\mathbf{v} = \frac{ds_{abs}}{dt}, \quad \mathbf{u} = \frac{ds_{pārn}}{dt}, \quad \mathbf{w} = \frac{ds_{rel}}{dt}. \tag{25}$$

Absolutā ātruma izteiksmē elementarā pārvietojuma vietā var ņemt radiusa-vektora bezgalīgi mazu ģeometrisku maiņu (4. formula); kā turpmāk redzēsim, pārneses un relativam ātrumam tas ne vienmēr ir iespējams.

Analoģiski sacītam *absolutais paātrinājums* $\mathbf{j}_{abs}$ ir materialā punkta paātrinājums attiecībā pret pamatsistemu; *pārneses paātrinājums* $\mathbf{j}_{pārn}$ ir kustīgās sistemas tās vietas paātrinājums, kur dotā momentā atrodas materialais punkts, un *relativais paātrinājums* $\mathbf{j}_{rel}$ ir paātrinājums, kas piemīt materialam punktam attiecībā pret kustīgās sistemas novērotāju. Absoluto paātrinājumu pilnīgi nosaka absolutā ātruma ģeometriskā pieauguma attiecība pret laika elementu; bet, kā turpmākos paragrafos redzēsim, pārneses un relativais paātrinājums ne vienmēr ir tik vienkārši saistīti ar pārneses un relativo ātrumu.



19. zīm. Koordinatu pārveidošana, pārejot no O'X'Y'Z' sistemas uz paralelo OXYZ sistemu.

Aplūkosim jautājumu par koordinatu pārveidošanu, ātrumu saskaitīšanas likumu, paātrinājumu saskaitīšanas likumu un tai pašā reizē noskaidrosim visu, kas nepieciešams, lai konstatētu, kā paātrinājumi $\mathbf{j}_{pārn}$ un $\mathbf{j}_{rel}$ saistīti ar elementariem pārvietojumiem $ds_{pārn}$ un ds_{rel}.

11. §. Galileja vienādojumi koordinatu pārveidošanai (Galileja transformacija). Apzīmēsim ar x, y, z materialā punkta koordinatas laika momentā t orientēšanas pamatsistemā, x', y', z' — tā paša materialā punkta koordinatas tai pašā laika momentā $t'=t$ orientēšanas kustīgā sistemā, kurā koordinatu asis iet p a r a l e l i pamatsistemas koordinatu asīm, x_0, y_0, z_0 — kustīgās koordinatu sistemas sākuma punkta koordinatas pamatsistemā (tai pašā laika momentā). Viegli saprast. ka, ja abām sistemām ir tās pašas laika un garuma mēru vienības, tad var rakstīt šādus vienādojumus (19. zīm.):

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + x', \\ y &= y_0 + y', \\ z &= z_0 + z'. \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Šos trīs vienādojumus var apvienot vienā vektoru vienādojumā, kurš izteic, ka radiuss-vektors orientēšanas pamatsistemā ir kustīgā sistemā ņemtā radiusa-vektora un no pamatsistemas koordinatu sākuma līdz kustīgās sistemas koordinatu sākumam novilktā radiusa-vektora ģeometriskā suma (20. zīm.):

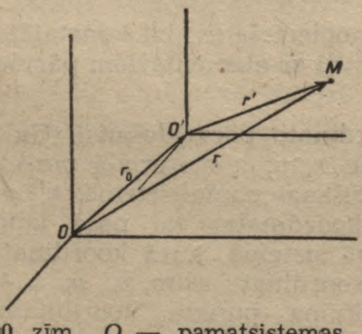
$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}', \tag{26'}$$

Šis vektoru vienādojums paliek spēkā neatkarīgi no tā, kā orientētas kustīgās sistemas koordinatu asis attiecībā pret pamatsistemas asīm; tāpēc šis vienādojums ir vispārīgāks par vienādojumu (26).

Vienādojumi (26) un (26') ir tīri ģeometriski, bet ne kinematiski, jo tie atbilst divu orientēšanas sistemu kaut kādam acumirkļa stāvoklim. Uzrakstīsim koordinatu pārveidošanas kinematiskos vienādojumus.

Pieņemsim, ka kustīgā sistema pārvietojas attiecībā pret pamatsistemu *vienmērīgi* un *taisnā virzienā* ar ātrumu **u**; pieņemsim, ka laika sākuma momentā punkti O un O' (t. i., kustīgās un pamatsistemas koordinatu sākumi) *sakrīt*; pieņemsim, ka punkts M atrodas kustīgā sistemā un uzskatīsim, ka vienādojumi (26) fiksē punkta M koordinatas laika momentā t. Tad acīm redzot $x_0 = u_x \cdot t$; $y_0 = u_y \cdot t$; $z_0 = u_z \cdot t$, kur u_x, u_y, u_z ir pastāvīgā pārneses ātruma u komponentes. Tā dabūjam tā sauktos *Galileja kinematiskos vienādojumus koordinatu pārveidošanai:*

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - u_x \cdot t; \\ y' &= y - u_y \cdot t; \\ z' &= z - u_z \cdot t; \\ t' &= t. \end{aligned}\right\} \tag{27}$$



20. zīm. O — pamatsistemas koordinatu sākums; O' — kustīgās sistemas koordinatu sākums.

Šie vienādojumi ir saprotami; tie izteic faktu, ka jebkuram punktam, kurš atrodas miera stāvoklī sistemā, kas kustas vienmērīgi un taisnā virzienā, attiecībā uz pamatsistemu ir koordinatas x, y, z; tās ar laiku lineari pieaug, un tādēļ laikā nemainīgās koordinatas x', y', z' iegūst, no x, y, z atņemot kustīgās sistemas pārvietojuma projekcijas. Vienādojums $t' = t$ norāda, ka *laiks ir absoluts,* t. i., laiks rit vienādi kā kustīgam, tā arī nekustīgam novērotājam.

Ja kustīgajā orientēšanas sistemā, kas pārvietojas taisnā virzienā un vienmērīgi, materialā punkta M kustība pakļauta likumam:

$$f(x', y', z', t') = 0,$$

tad saskaņā ar Galileja koordinatu pārveidošanas likumu tā pati materialā punkta M kustība attiecībā uz orientēšanas pamatsistemu notiks pēc likuma:

$$f(x-u_x t, y-u_y t, z-u_z t, t) = 0.$$

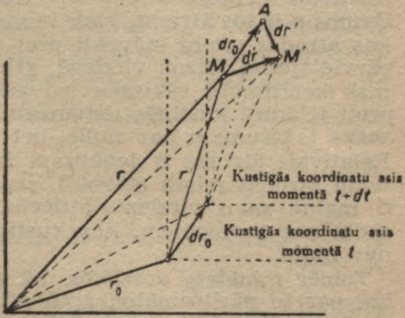
12. §. Galileja ātrumu saskaitīšanas likums. Aplūkosim jautājumu par pārneses un relativās kustības ātrumu saskaitīšanu vispārīgā gadījumā, neierobežojot šo kustību raksturu.

Pieņemsim, ka vienādojums (26′)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'$$

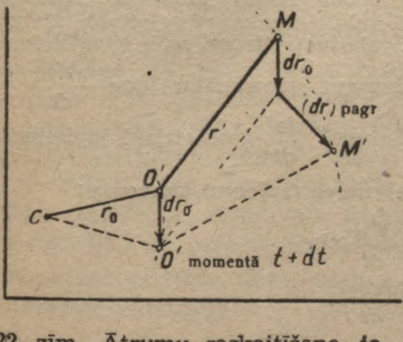
attiecas uz laika momentu t. Uzrakstīsim analoģisku vienādojumu laika momentam $t + dt$ un atņemsim no otrā vienādojuma pirmo; dabūsim, ka

$$d\mathbf{r} = d\mathbf{r}_0 + d\mathbf{r}'.$$



21. zīm. Ātrumu saskaitīšana, ja kustīgā sistema kustas taisnā virzienā.

21. zīmējums attēlo gadījumu, kad kustīgā sistema pārvietojas taisnā virzienā (negriežoties). Punkti M un M' attēlo kustīgā materialā punkta stāvokli laika momentos t un $t + dt$. Vektori $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}'$ un $\mathbf{r}_0$ momentā t attēloti nepārtrauktām līnijām, to pašu vektoru stāvokļi momentā $t+dt$ parādīti ar raustītām līnijām. Pamatsistemas novērotājs redz, ka materialais punkts pārvietojies vektora $d\mathbf{r}$ virzienā no M līdz M'. Kustīgās sistemas novērotājam laika momentā $t + dt$ liekas, ka materialā punkta izejas stāvoklis ir punkts A (punkts M, pateicoties pārneses kustībai, ieņem stāvokli A), un viņam liekas, ka kustība notiek vektora $d\mathbf{r}'$ virzienā. Vektors $d\mathbf{r}_0$ norāda, kā, pateicoties taisnvirziena pārneses kustībai, laikā dt pārvietojas kustīgās sistemas koordinatu sākums un punkts M. 21. zīmējumā redzams, ka $d\mathbf{r}$ ir lielumu $d\mathbf{r}_0$ un $d\mathbf{r}'$ ģeometriskā suma.



22. zīm. Ātrumu saskaitīšana, ja kustīgā sistema griežas.

Vienādojuma

$$d\mathbf{r} = d\mathbf{r}_0 + d\mathbf{r}'$$

kreisajā pusē atrodas materialā punkta elementarais pārvietojums absolutā kustībā $d\mathbf{r} = ds_{abs}$ (4. formula); labajā pusē — pārneses kustības elementarais pārvietojums (ja tas notiek bez kustīgās sistemas griešanās) $d\mathbf{r}_0 = ds_{pārn}$ un relativās kustības elementarais pārvietojums $d\mathbf{r}' = ds'_{rel}$; dalot visus trīs lielumus ar bezgalīgi mazu laika sprīdi dt, dabūjam vienādojuma kreisajā pusē absoluto ātrumu $\mathbf{v}$, bet labajā pusē — pārnešanas ātruma $\mathbf{u}$ un relativā ātruma $\mathbf{w}$ ģeometrisko sumu:

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{w}. \qquad (28)$$

Ja pārneses kustība notiek, kustīgai sistemai griežoties, tad lielums $\frac{d\mathbf{r}_0}{dt}$ vairs nav pārneses ātrums ($d\mathbf{r}_0 \neq ds_{pārn}$); tāpat arī lielums $\frac{d\mathbf{r}'}{dt}$ nav relativais ātrums ($d\mathbf{r}' \neq ds_{rel}$). Tiešām, saskaņā ar definiciju pārneses ātrums $\mathbf{u}$ ir tas ātrums, kāds ir kustīgai sistemai vai jebkuram ķermenim, kas atrodas miera stāvoklī pret to. Pieņemsim, ka kustīgā sistema, nepārvietojoties taisnā virzienā, griežas ap asi, kas iet caur kustīgās sistemas koordinatu sākumu; šai gadījumā acīm redzot $d\mathbf{r}_0$ ir nulle, turpretī jebkurā kustīgās sistemas vietā (izņemot koordinatu sākumu) pārneses ātrums $\mathbf{u}$ nav nulle, bet vienlīdzīgs griešanās aploces ātrumam. Relativais ātrums $\mathbf{w}$ jebkuram ķermenim, kas attiecībā uz kustīgo sistemu atrodas miera stāvoklī, saprotams, ir nulle; pie griešanās vektors $\mathbf{r}'$ maina savu virzienu attiecībā pret orientēšanās pamatsistemu, un tādēļ pat ķermeņiem, kas kustīgā sistemā atrodas miera stāvoklī, $d\mathbf{r}'$ nav nulle.

Tomēr minētais apstāklis, kā redzēsim, neietekmē vienādojumu (28). Lai par to pārliecinātos, aplūkosim 22. zīmējumu. Šeit, lai nepieblīvētu zīmējumu, parādīta nevis telpas, bet plaknes koordinatu sistema. O' ir kustīgās sistemas koordinatu sākuma punkts. Kustīgās sistemas griešanās ass vērsta perpendikulari zīmējuma plaknei; griešanās notiek ap punktu C kā centru. Ar nepārtrauktām līnijām attēloti vektori $\mathbf{r}_0$ un $\mathbf{r}'$ laika sākuma momentā, ar treknām raustītām līnijām parādīti tie paši vektori pēc laika momenta dt; tā kā kustīgā sistema nepārvietojas taisnā virzienā, bet tikai griežas, tad leņķis starp vektoriem $\mathbf{r}_0$ un $\mathbf{r}'$ paliek konstants. Ar tievām raustītām līnijām parādīti aploču loki, ko noiet punkti O' un M' un parādīts vektors $\mathbf{r}'$, kas pārvietots sev paraleli uz kustīgās sistemas koordinatu sākuma jauno stāvokli, lai noteiktu šā vektora ģeometrisko pieaugumu $(d\mathbf{r}')_{gr}$, ko izsauc griešanās. Kustīgās sistemas novērotājam šai pašā sistemā guloša punkta M relativais ātrums liekas vienlīdzīgs nullei. Tas rāda, ka relativais ātrums $\mathbf{w}$ ir tikai lieluma $\frac{d\mathbf{r}'}{dt}$ daļa, un, proti, vienlīdzīga šim lielumam, samazinātam par $\frac{(d\mathbf{r}')_{gr}}{dt}$. No otras puses, 22. zīmējums rāda, ka lielums $\frac{d\mathbf{r}'}{dt}$ ģeometriski jāpieskaita lielumam $\frac{d\mathbf{r}_0}{dt}$, lai iegūtu punkta M pārneses (aploces) ātrumu $\mathbf{u}$:

$$u = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt} + \frac{(d\mathbf{r}')_{gr}}{dt};$$

$$w = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} - \frac{(d\mathbf{r}')_{gr}}{dt}.$$

Redzam, ka arī tad, kad kustīgā sistema griežas, vienādojums (28) paliek spēkā, jo viens un tas pats korekcijas loceklis ieiet $\mathbf{u}$ un $\mathbf{w}$ izteiksmēs ar pretējām zīmēm.

Tātad *absolutās kustības ātrums vienlīdzīgs pārneses un relativās kustības ātrumu ģeometriskai sumai.* Šo apgalvojumu, ko savā laikā jau skaidri izteica Galilejs, sauc par *Galileja ātrumu saskaitīšanas likumu.*

Vienkāršākos gadījumos, it īpaši, kad visi trīs ātrumi iet vienas taisnes virzienā un laikā nemainās, Galileja ātrumu saskaitīšanas likums ir it kā pats par sevi saprotams un to apzināti vai neapzināti visi lieto, novērtējot kustības, kas sastopamas ikdienišķā dzīvē. Piemēram, katrs zina, ka, braucot pa upi laivā straumes virzienā, laivas ātrums ir lielāks nekā stāvošā ūdenī, un proti, par ūdens tecēšanas ātrumu.

13. §. Paātrinājumu saskaitīšanas likums. Uzrakstīsim vektoru vienādojumu (28), kas izteic Galileja ātrumu saskaitīšanas likumu, diviem bezgalīgi tuviem laika momentiem t un $t + dt$; ģeometriski atņemsim no otrā vienādojuma pirmo, tad dabūsim:

$$d\mathbf{v} = d\mathbf{u} + d\mathbf{w}. \tag{29}$$

Dalīsim katru vienādojuma locekli ar dt. Lielums $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ ir absolutās kustības paātrinājums $\mathbf{j}_{abs}$. Lielums $\frac{d\mathbf{w}}{dt}$ ne vienmēr izteic relativās kustības paātrinājumu $\mathbf{j}_{rel}$. Ja kustīgās sistemas novērotājam liekas, ka relativās kustības ātrums $\mathbf{w}$ nemainās kā virziena, tā arī skaitliskās vērtības ziņā, tad skaidrs, ka relativās kustības paātrinājums ir nulle, turpretim lielums $d\mathbf{w}$, ko nosaka pamatsistemas novērotājs, var arī nelīdzināties nullei; tas būs tad, kad kustīgā orientēšanās sistema g r i e z ī s i e s attiecībā pret pamatsistemu. Ja relativā kustība ir vienmērīga taisnvirziena kustība, tad lielums $d\mathbf{w}$ izteic relativās kustības ģeometrisko maiņu, kas notiek, kustīgai sistemai griežoties. Piemēram, kad cilvēks iet pa kuģa klāju taisnā virzienā no pakaļgala uz priekšgalu, bet tai pašā laikā kuģis griežas, tad novērotājam uz krasta gājēja kustība neizliksies taisnvirziena kustība; ātruma vektors, palikdams nemainīgs attiecībā pret kuģi, pagriežas reizē ar kuģi; citiem vārdiem, relativais ātrums iegūst zināmu ģeometrisku pieaugumu, ko izsauc kuģa pagriešanās.

Relativā ātruma pilno maiņu uzlūkosim kā divu komponentu ģeometrisku sumu:

$$d\mathbf{w} = (d\mathbf{w})_{rel} + (d\mathbf{w})_{pagr}\,. \tag{30}$$

Šeit pirmais vektors vienādojuma labajā pusē, dalot to ar dt, dod relativo paātrinājumu:

$$\dot{\mathbf{j}}_{rel} = \frac{(d\mathbf{w})_{rel}}{dt};$$

otrā komponente $(d\mathbf{w})_{pagr}$ ir relativā ātruma maiņa, ko izsauc kustīgās sistemas griešanās.

Lielums $\frac{d\mathbf{u}}{dt}$ ne vienmēr izteic pārneses kustības paātrinājumu. Protams, ka jebkuram punktam, kas kustīgā sistemā atrodas miera stāvoklī, norādītais lielums ir pārneses kustības paātrinājums. Bet vienādojumu (29) mēs dabūjām, analizējot materialā punkta pārvietojumu kustīgā sistemā; ja kustīgā sistema griežas attiecībā pret pamatsistemu, tad pārneses ātrums kustīgās sistemas dažādās vietās nav vienāds (piemēram, pārneses ātrums, ko izsauc griešanās, skaitliski ir jo lielāks, jo tālāk atrodas dotā vieta no griešanās ass). Iedomāsimies, ka esam kustīgā sistemā materialo punktu vienā mirklī pārvietojuši blakus stāvoklī pa relativās kustības trajektoriju; pārneses ātruma maiņa, ko izsauc pārneses kustības paātrinājums, vēl neparādīsies, bet lielums $d\mathbf{u}$ nebūs nulle un rādīs, kā dotajā momentā pārneses kustības ātrumi blakus punktos uz relativās kustības trajektorijas ģeometriski atšķiras viens no otra.

Šo lieluma $d\mathbf{u}$ komponenti, kas atkarīga no vietas maiņas kustīgā sistemā, apzīmēsim ar $(d\mathbf{u})_{pagr}$; tad lieluma $d\mathbf{u}$ otra ģeometriskā daļa ir pārneses ātruma maiņa, ko izsauc pārneses kustības paātrinājums; šo daļu apzīmēsim ar $(d\mathbf{u})_{pārn}$. Tātad:

$$d\mathbf{u} = (d\mathbf{u})_{pārn} + (d\mathbf{u})_{pagr} \tag{31}$$

un

$$\dot{\mathbf{j}}_{pārn} = \frac{(d\mathbf{u})_{pārn}}{dt}.$$

No sacītā ir skaidrs, ka kustīgās sistemas *taisnvirziena* kustības gadījumā, kad pārneses kustībā katra kustīgās sistemas koordinatu ass pārvietojas sev paraleli (bez griešanās), $(d\mathbf{w})_{pagr} = 0$ un $(d\mathbf{u})_{pagr} = 0$. Tātad, *kustīgai sistemai pārvietojoties taisnā virzienā, absolutās kustības paātrinājums ir vienlīdzīgs pārneses kustības un relativās kustības paātrinājumu ģeometriskai sumai:*

$$\mathbf{j}_{abs} = \mathbf{j}_{pārn} + \mathbf{j}_{rel}. \tag{32}$$

Vēl specialākā gadījumā, kad kustīgā sistema pārvietojas taisnā virzienā ar pastāvīgu ātrumu (t. i., $\mathbf{j}_{pārn} = 0$), absolutās un relativās kustības paātrinājumi sakrīt pēc lieluma un virziena. Citiem vārdiem, *kustības paātrinājums ir vienāds novērotājiem, kuru relativā kustība ir taisnvirziena kustība ar pastāvīgu ātrumu.* Šai nozīmē saka, ka orientēšanas sistemas, kuru relativā kustība ir taisnvirziena kustība ar pastāvīgu ātrumu, ir «līdzvērtīgas paātrinājuma ziņā».

Vispārīgā gadījumā, kad pārneses kustība ir saistīta ar kustīgās sistemas griešanos attiecībā pret pamatsistemu, *absolutās kustības paātrinājums ir vienlīdzīgs triju saskaitāmo — pārneses kustības paātrinājuma, relativās kustības paātrinājuma un* tā saucamā *pagrieziena paātrinājuma — ģeometriskai sumai:*

$$\dot{\mathbf{j}}_{abs} = \dot{\mathbf{j}}_{pārn} + \dot{\mathbf{j}}_{rel} + \dot{\mathbf{j}}_{pagr}. \qquad (33)$$

Saskaņā ar augšminētiem apzīmējumiem:

$$\dot{\mathbf{j}}_{pagr} = \frac{(d\mathbf{w})_{pagr} + (d\mathbf{u})_{pagr}}{dt}. \qquad (34)$$

Zīmīgi, ka pagriezienā paātrinājuma abas daļas (daļa, kas atkarīga no griešanās ietekmes uz relativā ātruma virzienu, un daļa, kas atkarīga no pārneses ātrumu nevienlīdzības relativās kustības ceļā) vienmēr skaitliski vienlīdzīgas un vienādi vērstas:

$$\frac{(d\mathbf{w})_{pagr}}{dt} = \frac{(d\mathbf{u})_{pagr}}{dt}.$$

Kā paskaidrots nākamā paragrafā, *pagrieziena paātrinājums vienlīdzīgs relativā ātruma divkāršotam reizinājumam ar griešanās leņķa ātrumu un ar tā leņķa sinusu, ko griešanās ass veido ar relativās kustības virzienu:*

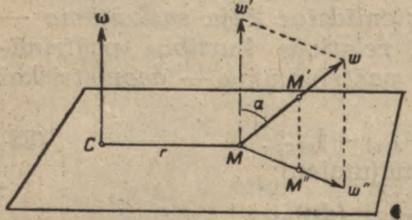
$$\dot{\mathbf{j}}_{pagr} = 2\,\mathbf{w}\,\omega \sin(\omega, \mathbf{w}).$$

Pagrieziena paātrinājuma vektors atrodas plaknē, kas perpendikulara griešanās asij; tas perpendikulars relativam ātrumam un vērsts griešanās virzienā.

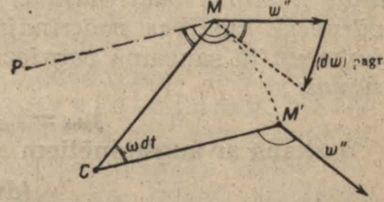
14. §. Pagrieziena (Koriolisa) paātrinājums. Aplūkosim sīkāk pagrieziena paātrinājuma rašanos. Šai nolūkā vispirms analizēsim lielumu $(d\mathbf{w})_{pagr}$, t. i., relativās kustības ātruma ģeometrisko maiņu, ko izsauc kustīgās sistemas griešanās, kad kustīgās sistemas novērotājam vektors $\mathbf{w}$ izliekas nemainīgs (relativā kustība ir taisnvirziena un vienmērīga).

Pieņemsim, ka kustīgās sistemas griešanās leņķa ātrums attiecībā pret pamatsistemu laika momentā t ir ω. Bezgalīgi mazā laika sprīdī dt materialais punkts M pagriežas ap griešanās asi par leņķi ωdt. Ja pastāvīgā relativā ātruma w

vektors būtu virzīts paraleli griešanās asij, tad kustīgās sistemas pagrieziens nemainītu tā virzienu un lielums $(d\mathbf{w})_{pagr}$ būtu nulle. Sakarā ar to vispārīgā gadījumā, kad vektors $\mathbf{w}$ veido leņķi α ar griešanās asi, vektoru $\mathbf{w}$ varam sadalīt divās komponentēs, proti, projecējam to uz griešanās asi un uz plakni, kas perpendikulara griešanās asij un iet caur punktu M (23. zīm.):



23. zīm. Relativā ātruma projekcija uz plakni, kurā notiek griešanās; $w'' = w \sin \alpha$.



24. zīm. Puse no pagrieziena paātrinājuma rodas, mainoties tā relativā ātruma w virzienam, ko izsauc kustīgās sistemas griešanās.

$$w' = w \cos \alpha \ ;$$
$$w'' = w \sin \alpha \ .$$

Kad kustīgā sistema, pateicoties rotacijai, pagriežas par leņķi $\omega\, dt$, relativā ātruma pirmā komponente w' nemainās, un tādēļ visu relativā ātruma ģeometrisko maiņu, ko redz pamatsistemas novērotājs, nosaka otrās komponentes w'' pagrieziens:

$$(d\mathbf{w})_{pagr} = (d\mathbf{w}'')_{pagr}.$$

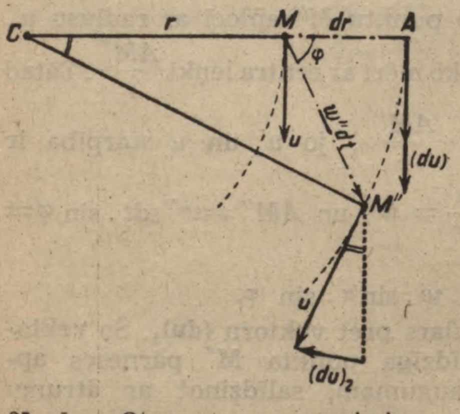
24. zīmējumā attēloti vektora $\mathbf{w}''$ divi stāvokļi blakus momentos t un $t + dt$ (24. zīm. plakne ir tā pati, kas 23. zīm. parādīta perspektivā; griešanās notiek ap punktu C). Lai dabūtu vektora $\mathbf{w}''$ ģeometrisko maiņu, pārvietojam to no punkta M' paraleli sev līdz izejas punktam M. Radiuss CM' pēc paralelās pārvietošanas ieņem stāvokli PM. No 24. zīmējumā parādītās konstrukcijas ir skaidrs, ka leņķi, kas tur atzīmēti ar vienkāršu loku, ir vienlīdzīgi (pagriezienā leņķis starp vektoru $\mathbf{w}''$ un radiusu-vektoru nemainās, jo aplūkojam gadījumu, kad kustīgās sistemas novērotājam relativā ātruma vektors izliekas nemainīgs kā pēc lieluma, tā arī virziena). Tālāk no konstrukcijas redzams, ka leņķi pie virsotnes M, kas apzīmēti ar diviem lokiem, ir vienlīdzīgi. Taisne PM paralela taisnei CM', tāpēc leņķis PMC vienlīdzīgs ar leņķi MCM'. Redzam, ka, ja ap

punktu M novelk aploci ar radiusu w'', tad mūs interesējošais vektors $(d\mathbf{w})_{pagr}$ ir bezgalīgi maza loka chorda, ko mērī ar centra leņķi $\omega\, dt$. Tā kā $w'' = w \sin\alpha$, tad

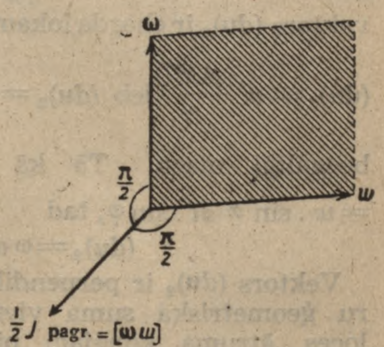
$$(d\mathbf{w})_{pagr} = \omega\, dt \,.\, w \sin\alpha.$$

Vektors $(d\mathbf{w})_{pagr}$ atrodas plaknē, kas perpendikulara griešanās asij, un virzīts perpendikulari $\mathbf{w}$, griešanās virzienā.

Aplūkosim tagad pagrieziena paātrinājuma otru daļu, kas rodas no pārneses ātrumu nevienlīdzības relativās kustības ceļā. Šai nolūkā aplūkosim 25. zīmējumu. Šā zīmējuma plakne, tāpat kā iepriekšējā zīmējuma plakne, ir perpendikulara grie-



25. zīm. Otra puse no pagrieziena paātrinājuma rodas pateicoties tam, ka pārneses ātrumi relativās kustības ceļā nav vienādi.



26. zīm. Pagrieziena paātrinājums vienlīdzīgs divkāršotam leņķa ātruma un relativā ātruma vektorialam reizinājumam.

šanās asij; griešanās notiek ap punktu C. Materialais punkts laikā dt, pateicoties relativai kustībai, pārvietojas no stāvokļa M jaunā stāvoklī M' (23. zīm.), kura projekcija aplūkojamā plaknē 23. un 25. zīmējumā apzīmēta ar M''. Acīm redzot punkts M'' atrodas no M' atstatumā $w''\, dt = w \sin\alpha\, dt$. Nogriežņa MM'' virziens sakrīt ar vektora $\mathbf{w}''$ virzienu. Apzīmēsim leņķi starp šo virzienu un radiusu-vektoru ar φ. Pārvietojums MM'' dabūjams, ģeometriski saskaitot pārvietojumu $MA = w''\, dt \,.\cos\varphi$, kas mērīts radiusa-vektora virzienā, ar pārvietojumu $AM'' = w''\, dt \,.\sin\varphi$, kas mērīts uz aploces. Punktā A pārneses kustības aploces ātrums ir lielāks nekā punktā M par lielumu $(du)_1 = \omega\,(r + dr) - \omega\, r = \omega dr$, kur $dr = MA = w''\, dt \,.\cos\varphi$. Tātad

$$(du)_1 = \omega\, dt \,.\, w \sin\alpha \,.\, \cos\varphi.$$

Vektora $(d\mathbf{u})_1$ virziens sakrīt ar $\mathbf{u}$ virzienu.

Punktā M'' pārneses kustības aploces ātruma skaitliskā vērtība ir tāda pati kā punktā A, bet ātruma virziens ir cits. Pārvietosim aploces ātruma vektoru paraleli sev no punkta A uz punktu M'' un aprēķināsim pārneses ātruma ģeometrisko pieaugumu $(d\mathbf{u})_2$, kas virzīts radiusa-vektora virzienā, t. i., perpendikulari $\mathbf{u}$. Leņķi, kas 25. zīmējumā apzīmēti ar diviem lokiem, ir vienlīdzīgi kā leņķi ar perpendikularām malām. Leņķis ACM'', ko mērī ar loka garuma attiecību pret radiusu, vienlīdzīgs $\frac{AM''}{r+dr}$ vai $\frac{AM''}{r}$, jo lielums dr ir bezgalīgi mazs, salīdzinot ar r. Novilksim ap punktu M'' aploci ar radiusu u', vektors $(d\mathbf{u})_2$ ir chorda lokam, ko mērī ar centra leņķi $\frac{AM''}{r}$. Tātad $(du)_2 = u' \frac{AM''}{r}$ jeb $(du)_2 = u \frac{AM''}{r}$, jo u' un u starpība ir bezgalīgi maza. Tā kā $\frac{u}{r} = \omega$ un $AM'' = w''\, dt \,.\, \sin\varphi = w \,.\, \sin\alpha\; dt \,.\, \sin\varphi$, tad

$$(du)_2 = \omega\, dt \,.\, w \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin\varphi .$$

Vektors $(d\mathbf{u})_2$ ir perpendikulars pret vektoru $(d\mathbf{u})_1$. Šo vektoru ģeometriskā suma vienlīdzīga punkta M'' pārneses aploces ātruma kopējam pieaugumam, salīdzinot ar ātrumu punktā M:

$$(d\mathbf{u})_{\text{pagr}} = (d\mathbf{u})_1 + (d\mathbf{u})_2 .$$

Mūs interesējošā vektora $(d\mathbf{u})_{\text{pagr}}$ garumu (uzskatot šo vektoru par hipotenuzu, bet tā komponentes par katetēm) iegūsim, ja pacelsim kvadratā augstāk atrastās $(du)_1$ un $(du)_2$ izteiksmes, saskaitīsim tās un no sumas vilksim kvadratsakni. Tā kā $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$, tad

$$(du)_{\text{pagr}} = \omega\, dt \,.\, w \sin\alpha .$$

Nav grūti saprast, ka vektora $(d\mathbf{u})_{\text{pagr}}$ virziens ir tāds pats kā vektora $(d\mathbf{w})_{\text{pagr}}$ virziens.

Tātad redzam, ka pagrieziena paātrinājums saskaņā ar iepriekšējā paragrafa beigās sacīto tiešām ir divu vienlīdzīgu daļu suma, kur katra daļa vienlīdzīga leņķa ātruma reizinājumam ar relativo ātrumu un ar tā leņķa sinusu, ko veido vektori ω un $\mathbf{w}$:

$$\tfrac{1}{2}\, \mathbf{j}_{\text{pagr}} = \frac{(dw)_{\text{pagr}}}{dt} = \frac{(du)_{\text{pagr}}}{dt} = \omega\, w \sin(\omega, \mathbf{w}). \qquad (35)$$

Vektoru, kas skaitliski vienlīdzīgs divu vektoru **A** un **B** skaitlisko lielumu reizinājumam ar vektoru veidotā leņķa sinusu un kas virzīts perpendikulari pret abiem vektoriem, sauc par *vektorialo reizinājumu* un apzīmē ar [**AB**]. Tātad vektorialais reizinājums skaitliski vienlīdzīgs ar paralelograma laukumu, kas konstruēts uz vektoriem-reizinātājiem kā tā malām. Par vektora [**AB**] pozitivo virzienu uzskata to virzienu, no kurienes pagrieziens no **A** uz **B** redzams pulksteņa rādītāja kustības virzienā. Acīm redzot [**AB**] = — [**BA**].

No teiktā var secināt, ka pagrieziena paātrinājums $\mathbf{j}_{\text{pagr}}$ vienlīdzīgs divkāršotam leņķa ātruma un relativā ātruma vektorialam reizinājumam (26. zīm.):

$$\mathbf{j}_{\text{pagr}} = 2\,[\omega \mathbf{w}]. \qquad (36)$$

II NODAĻA

Ņutona likumi, dinamikas un statikas elementi

15. §. Masa un svars. Ņutons izveidoja mechaniku par matemātiski pamatotu zinātni. Līdz Ņutonam visi darbi par mechaniku — dažreiz pat ļoti plaši — saturēja tikai vairāk vai mazāk izdevīgus atsevišķu uzdevumu atrisināšanas paņēmienus, apskatot uzdevumus, kas bija saistīti galvenokārt ar mechanismu aprēķiniem. Vienveidīgas un fizikali pamatotas metodes mechanikā nebija, tādēļ jaunu uzdevumu atrisināšana prasīja lielas spējas un attapību. Daudzus svarīgus uzdevumus nemaz nevarēja atrisināt. Mechanikas darbos pirms Ņutona varēja gan sastapt sīkus tādu jautājumu iztirzājumus, kas ietilpst *statikā* — mācībā par ķermeņu līdzsvaru — un *kinematikā* — tīri ģeometriskā kustības mācībā bez cēloņu (spēku) analizes, kuri kustību ierosina, bet visiem šiem darbiem nebija iekšējas vienības. *Dinamika* — mācība par ķermeņu kustību un to spēku analizi, kuri iedarbojas uz ķermeņiem, atradās vēl veidošanās stadijā, lai gan pēc Galileja darbiem varēja paredzēt, ka dinamika kļūs par mechanikas pamatu un pakļaus sev statiku.

Ņutons 1687. g. izdeva savu klasisko darbu «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica» («Naturalās filozofijas matematiskie pamatlikumi», kas mūsdienu terminoloģijā nozīmē: fizikas matematiskie pamati). Šā darba visas trīs daļas ir veltītas Ņutona izveidotās dinamikas izklāstam.

Galveno Ņutona izstrādāto likumu būtība visumā ir jau zināma no elementarā fizikas kursa. Sīkāk šo likumu saturs paskaidrots turpmākajos paragrafos. Bet pirms šo likumu iztirzāšanas jānoskaidro tā nostādne, kas Ņutonam deva sekmes dinamikas izveidošanā.

Ņutons varēja dinamiku izveidot tādēļ, ka viņam bija pareiza «masas» jēdziena izpratne, jo viņš masu uzlūkoja par inerces mēru un reizē arī par gravitacijas objektu un avotu.

Līdz Ņutonam masas jēdzienu nelietoja, bet aplūkoja tikai ķermeņa s v a r u. Jēdziens par ķermeņu svaru ir katram cilvēkam labi saprotams no ikdienas pieredzes. Vēsturiski tieši šis jēdziens par svaru noderēja kā pamats, uz kura varēja izveidoties vispārējāks un svarīgāks jēdziens «masa».

Zināms, ka ir divi ķermeņu «svēršanas» paņēmieni: ar atsperu svariem un sviru svariem. Šiem paņēmieniem ir būtiska atšķirība. Ja lieto *atsperu* svarus un salīdzina rezultatus, ko iegūst, precizi sverot vienu un to pašu ķermeni dažādos augstumos virs Zemes virsmas, tad var ievērot, ka katra ķermeņa svars samazinās, ja ķermeni attālina no Zemes virsmas. Šī svara samazināšanās nav liela, bet ievērojama ar to, ka tā visiem ķermeņiem ir vienāda, un, proti, paceļot par vienu kilometru, atsperes izstiepums kļūst mazāks par apm. 0,0003 daļu no sava lieluma; par tik pat, protams, samazinās arī ķermeņa svars. Tālāk, lietojot atsperu svarus, var konstatēt, ka ķermeņa svars mainās arī atkarībā no vietas ģeografiskā platuma: tuvojoties ekvatoram, ķermeņa svars samazinās. Katrs ķermenis, ko no pola pārnes uz ekvatoru, zaudē aptuveni 0,005 daļu no sava svara. Saprotams, ka, lietojot s v i r u svarus, nevar konstatēt minētās svara pārmaiņas: kaut kādi divi ķermeņi, kuri nolikti uz sviru svaru kausiem un, precizi[1] (kādā vietā) sverot, atrodas līdzsvarā — arvien līdzsvaros viens otru jebkurā citā vietā un jebkurā augstumā virs jūras līmeņa. Ķermeņu līdzsvars nemainīsies tādēļ, ka šie divi ķermeņi, kuru svars ir vienāds, vienmēr arī vienādi zaudē svarā, ja tos pārvieto citā vietā vai citā augstumā virs jūras līmeņa.

Tātad atsperu svari ir ierīce, kas principā labāk noder ķermeņu īstā svara noteikšanai nekā sviru svari. Bet galvenā nozīme fizikas vēsturē tomēr piederēja tieši sviru un ne atsperu svariem. Sviru svaru izgudrošana un uzlabošana norādīja ceļu, pa kuru, sākot ar Ņutonu, gāja teoretiskās mechanikas attīstība. Sviru svaru lietošana atklāja visu ķermeņu ievērojamāko un neatņemamo īpašību — *masu*.

Ar jēdzienu «masa» saista sevišķas šķiras lielumu, kas atšķiras no svara; masu mērī ar sviru svariem, līdzsvarojot salīdzināmo ķermeņu svarus. Ja ķermeņi viens otru līdzsvaro uz sviru svariem, tad saka, ka tiem ir vienāda masa. Jāievēro, ka ar masu šeit saprot lielumu, kas atšķirībā no svara nemainās, ja ķermeni pārvieto citā vietā, kurai ir cits ģeografiskais platums vai cits augstums virs jūras līmeņa.

Svars ir *spēks*, ar kuru ķermenis spiež uz atbalstu, pateicoties Zemes gravitacijai (pievilkšanai). Svara atkarība no vietas ģeo-

---

[1] Lai izvairītos no vides (gaisa) ietekmes uz svēršanas rezultatiem, varam iedomāties, ka svari atrodas stikla kastē, kurā nav gaisa.

grafiskā platuma pa daļai izskaidrojama ar Zemes saspiesto formu, bet galvenokārt ar Zemes diennakts griešanos. Ķermenis griežas reizē ar Zemi un izdara mazāku spiedienu uz atbalstu, nekā tas būtu, ja Zeme atrastos miera stāvoklī (68. §). Svara samazināšanās atkarībā no tā, cik augstu ķermenis atrodas virs Zemes virsmas, notiek saskaņā ar Ņutona atrasto *gravitacijas likumu*. Gravitacijas likums nosaka, ka katra ķermeņa daļiņa tiecas uz Zemes centru ar spēku, kas ir apgriezti proporcionals šīs daļiņas attāluma kvadratam no Zemes centra. Saskaitot visus šos spēkus, kas pielikti dažādām ķermeņa daļiņām, dabū rezultējošo spēku, kas nosaka ķermeņa svaru. Punktu, kurā šis spēks pielikts, sauc par *smaguma centru*. Tā kā Zemes radiuss ir liels ($R = 6400$ km), tad ķermeņu svars, ja tos nedaudz paceļ, mainās ļoti maz. Bet, ja mēs varētu kādu ķermeni attālināt no Zemes virsmas tik tālu, cik vēlamies, tad, bezgalīgi attālinoties no Zemes, ķermeņa svars pakāpeniski samazinātos un beidzot būtu nulle. Ķermeņa masa tomēr nemainītos.

Ja varētu kādu ķermeni no Zemes virsmas pārvietot uz Mēness virsmu, tad šā ķermeņa svars mainītos ne tikai kvantitativi, bet arī kvalitativi, proti: tagad ķermenis tiektos galvenokārt uz Mēness centru, tāpat kā tas agrāk tiecās uz Zemes centru. Izmantojot gravitacijas likumu, var aprēķināt, ka pieauguša cilvēka «svars» uz Mēness (Mēness centra pievilkšanas spēks) būtu apmēram 12 kG. Masas daudzums tomēr pretstatā svara mainīgumam visās pasaules telpas vietās paliktu nemainīgs.

16. §. Ņutona mechanikas pirmais likums (inerces likums). Inerces likuma ideju izteica jau Galilejs XVII gadsimta sākumā. Viņš pirmais sāka lietot fizikā jēdzienu par «idealo kustību», t. i., par kustību, kurai nav nekādu šķēršļu — ne berzes, ne gaisa pretestības. Galilejs pareizi secināja, ka idealā gadījumā ķermenis, ja to atbrīvotu no smaguma ietekmes, kustētos *mūžīgi* ar nemainīgu ātrumu. Dekarts filozofiski attīstīja šo slēdzienu un norādīja, ka brīvs ķermenis cenšas turpināt savu kustību taisnas līnijas virzienā. Ņutons nosauca inerces likumu par pirmo mechanikas likumu un izteica to tā:

Katrs ķermenis turpina uzturēt vai nu miera, vai arī vienmērīgas taisnvirziena kustības stāvokli, kamēr pielikti spēki nepiespiež viņu mainīt šo stāvokli.

Pats par sevi saprotams, ka ķermenis, kas atrodas miera stāvoklī, paliks šai stāvoklī tik ilgi, kamēr kaut kādu spēku iedarbība to neizkustinās no šā stāvokļa. Tāpat arī saprotams, ka ķermenis, kas kustas taisnā virzienā un uz kuru neiedarbojas nekādi spēki, turpinās šo kustību, un nav iemesla, kas liktu šim ķermenim mainīt taisnvirziena ceļu (te varētu pamatoties uz simetriju: ķermeņa novirzīšanās no taisnvirziena ceļa uz jebkuru pusi bez spēka pielikšanas ir ne vairāk iespējama kā tā kustības novirzīšanās pretējā virzienā; tādēļ nav pamata, lai novirzīšanās notiktu). Mazāk saprotams pirmajā brīdī ir noteikums, ka ķermeņa kustības ātrums paliek nemainīgs, ja nekādi spēki neiedarbojas; ikdienišķā praksē novērojam pretējo. Katra ķermeņa kustība, ja to neatbalsta kāda spēka iedarbība, agrāk vai vēlāk izbeidzas; bet no otras puses ikdienišķie piedzīvojumi rāda, ka kustība izbeidzas ātrāk, jo lielāka ir kustības pretestība. Mēs esam pareizi paraduši aplūkot pretestības spēkus par kustības palēnināšanas cēloni; tādēļ, ja iedomāsimies, ka ķermeņa kustība notiek pavisam bez pretestības, tad dabiski sagaidāms, ka šādos apstākļos ķermeņa ātrums paliek nemainīgs.

Ievērojot teikto, dažreiz inerces likumu uzlūko par *aprioru* patiesību (t. i., patiesību, ko iegūstam prātojot un kurai nav vajadzīgs pierādījums, kas pamatojas uz faktiem). Tas tomēr nav pareizi. Visi trīs Ņutona likumi mechanikā (inerces likums un divi citi likumi, kurus aplūkosim turpmākajos paragrafos), izteic patiesības, kas iegūtas mēģinājumos. Tā ir šo likumu vērtība. Ka inerces likums tiešām iegūts mēģinājumos, bet ne tīri spekulativi, par to viegli pārliecināties, ja vairāk iedziļinās inerces likuma jēgā un salīdzina to (par ko būs runa turpmāk) ar tiem priekšstatiem, kādi agrāk bija par elektrisko masu kustības likumiem.

Sekojot Ņutonam, ar jēdzienu «inerce» nav jāsaprot tikai f a k t a konstatējums par miera vai vienmērīgas kustības stāvokli, ja spēki neiedarbojas, bet gan katrai masai piemītošā n e a t l a i d ī g ā t i e k s m e uzturēt miera stāvokli un tāda pati neatlaidīga tieksme uzturēt vienmērīgu taisnvirziena kustību. Kamēr ķermenis atstāts savā vaļā, kamēr uz to neiedarbojas kādi spēki, inerces neatlaidība, saprotams, nevar nekā citādāk izpausties kā tikai tā, ka ķermenis turpina palikt miera stāvoklī vai arī turpina kustēties vienmērīgi taisnā virzienā. Bet, ja ķermeni izkustinām no miera stāvokļa vai liekam tam kustēties ātrāk, vai bremzējam tā kustību vai arī novirzām to no taisnvirziena ceļa, tad inerces neatlaidība izpaužas pretestībā, kas vērsta pret ķermenim pieliktiem spēkiem.

Lai labāk izceltu domu, kuru attiecīgu vārdu trūkuma dēļ centāmies izteikt ar «inerces neatlaidīgumu», Ņutons saka, ka katram ķermenim proporcionali tā masai piemīt «iedzimts pretestības spēks» jeb *inerces spēks*. Ņutons turpat vēl piemetina: «Šis ķermeņa inerces spēks izpaužas vienīgi tad, kad cits ķermenim pieliktais spēks izraisa ķermeņa kustības stāvokļa maiņu. Šā inerces spēka izpausmi var aplūkot divējādi: vai nu kā tiešu pretestību, vai arī kā spiedienu. Par tiešu pretestību to uzlūko, ja ķermenis pretojas spēkam, kas uz to iedarbojas, lai nezaudētu savu kustības stāvokli, un par spiedienu — ja ķermenis, ar grūtībām padodamies šķēršļa pretestības spēkam, cenšas izmainīt šā šķēršļa stāvokli.»

Ja ķermenis kādu iemeslu dēļ sāk ātrāk vai lēnāk kustēties, tad šis ķermenis a t t ī s t a (izraisa) inerces spēku, bet šis inerces spēks ir p i e l i k t s citiem ķermeņiem, proti, tiem, kas maina pirmā ķermeņa kustības stāvokli. Piemēram, ja mēs sviežam akmeni, tad inerces spēks, ko attīsta akmens, ir pielikts mūsu rokai: akmens spiež uz roku. Ja mēs stāvam uz lokana dēļa un palecamies, tad inerces spēks, ko mēs attīstām, saliec dēli. Ja velosipedists lielā ātrumā iedrāžas cilvēku pūlī, tad viņš, neizdarot spiedienu uz pedaļiem, turpina kādu laiku kustēties ar inerci un nogāž cilvēkus; bet inerces spēks, ko velosipedists attīsta, zaudējot ātrumu, saprotams, nav pielikts velosipedistam, bet gan tiem cilvēkiem, kurus viņš nogāž.

Vai varam teikt, ka šāds priekšstats par inerci, kas arī ir pirmā mechanikas likuma būtība, ir tīra prātojuma darbības rezultats, bet ne novēroto faktu vispārinājums? Protams, ka ne! Mēs varētu iedomāties arī, ka ķermenim nav inerces, ka tikai pieliktais spēks izraisa un uztur tā kustību, bet, ja pieliktā spēka iedarbība izbeidzas, tad ķermenis acumirklī apstājas. Šādu uzskatu attiecībā pret elektriskiem lādiņiem izteica A m p e r s savos klasiskajos darbos par elektrodinamiku. Ampers uzskatīja, ka elektrībai nav inerces. Vēlāk noskaidrojās, ka šāds uzskats ir maldīgs. Elementariem elektriskiem lādiņiem — elektroniem — ir masa, un tātad tiem ir arī inerce. Arī gaismai ir inerta masa. Fizika mūsdienu attīstības pakāpē nevar uzrādīt nevienas tādas materijas izpausmes, kurā nebūtu inerces.

17. §. «Miera stāvoklis» un «vienmērīgums» Ņutona definējumā. Pirmā mechanikas likumā ir runa par «miera stāvokli» un «vienmērīgu» kustību. Kāda jēga ir šiem vārdiem? Attiecībā pret ko šeit runā par mieru? Ne Zeme, ne Saule, ne arī tā saucamās «stāvzvaigznes» neatrodas miera stāvoklī; visi debesu ķermeņi kustas.

Vai ir kaut viens ķermenis, kas atrastos pilnīga (absoluta) miera stāvoklī? Tāda ķermeņa mēs nezinām. Pieņemsim, ka tomēr kāds apgalvotu par kādu ķermeni, ka tas atrodas absolutā mierā. Kā noskaidrot šāda apgalvojuma pareizību vai nepareizību? Piemēram, ja kāds cilvēks apgalvotu, ka kāda zvaigzne atrodas absolutā mierā, bet visas pārējās zvaigznes kustas, bet otrs savukārt apgalvotu, ka miera stāvoklī atrodas kāda cita zvaigzne, bet pirmā kustas. Kā noteikt, kuram no abiem novērotājiem taisnība?

Lai varētu spriest, vai ķermenis kustas vienmērīgi (ar absoluti nemainīgu ātrumu), jānovēro šā ķermeņa kustība, lietojot pulksteni, par kuru būtu noteikti zināms, ka tas iet pareizi. Bet kas tas ir: «noteikti zināms»? Mēs nekā «noteikti» nevaram zināt. Ja kāds mums teiktu, ka tāds un tāds pulkstenis rāda absoluti pareizu laiku, tad kā pārliecināties par šā apgalvojuma pareizību vai nepareizību?

Pirms mechanikas pamatlikumu formulēšanas Ņutons dod šādas definicijas:

«*Absolutā telpa* jau pēc savas būtības neatkarīgi no kaut kā ārēja paliek arvien vienāda un nekustīga. *Relativā telpa* ir kāda ierobežota kustīga absolutās telpas daļa, ko ikdienišķā dzīvē uztver kā nekustīgu telpu... Piemēram, ja Zemi uzlūko par kustīgu, tad atmosferas gaisa telpa, kas attiecībā pret Zemi paliek viena un tā pati, attiecībā pret absoluto telpu būs vienreiz viena, bet citreiz — cita tās daļa...

Vieta ir telpas daļa, ko ieņem ķermenis. *Absolutā kustība* ir ķermeņa pārvietošanās no vienas absolutās vietas otrā. *Relativā kustība* ir ķermeņa pārvietošanās no viena relativā stāvokļa otrā, arī relativā.

Piemēram, uz burenieka kāda ķermeņa relativā vieta ir kuģa tā daļa, kur ķermenis atrodas, piemēram, bunkura daļa, ko ķermenis aizņem un kas tātad kustas kopā ar kuģi. Relativais miera stāvoklis ir ķermeņa atrašanās tai pašā kuģa daļā vai tai pašā bunkura daļā. Īstais miera stāvoklis ir ķermeņa atrašanās tai pašā nekustīgās telpas daļā, kurā kuģis kustas ar visu, kas uz tā atrodas. Tātad, ja Zeme tiešām atrastos mierā, tad ķermenis, kas attiecībā pret kuģi atrodas mierā, kustētos īstenībā ar to absoluto ātrumu, ar kādu kuģis kustas attiecībā pret Zemi. Bet, ja nu Zeme pati arī kustas, tad ķermeņa īsto absoluto kustību varēs uzzināt, ņemot vērā Zemes īsto kustību nekustīgajā telpā, kuģa kustību attiecībā pret Zemi un ķermeņa kustību attiecībā pret kuģi...

Absolutais īstais laiks pats par sevi un pēc savas būtības, bez kādas attiecības pret kaut ko ārēju, noris vienmērīgi; to citādi sauc par ilgumu... Absolutais laiks astronomijā atšķiras no parastā saules laika ar laika vienādojumu; dabiskās saules diennaktis. ko ikdienišķā dzīvē pieņem par vienādiem lielumiem laika mērīšanā, īstenībā nav vienlīdzīgas. Šo nevienlīdzību izlabo astronomi, lai debesu spīdekļu kustības aprēķināšanai varētu lietot pareizāku laiku.»

Redzam, ka šās Ņutona definicijas pēc būtības nenovērš minētās grūtības.

No minētajiem Ņutona paskaidrojumiem var secināt, ka: 1) telpai un laikam piemīt objektiva realitate; tas arī ir pareizi; 2) telpa un laiks nav organiski saistīti ar materiju; tas ir nepareizi. Šāda pieeja telpas un laika jēdzienam ir metafiziska.

Lai pareizi izprastu Ņutona mechaniku, jāņem vērā, ka Ņutona *absolutās kustības* termina definicijai ir cita jēga nekā tai definicijai, kas mūsdienās pieņemta kinematikā un kas izskaidrota 10. paragrafā. Kinematikā jebkuru orientēšanas sistemu var nosacīti uzskatīt par nekustīgu; kustību attiecībā pret tādu nosacīti nekustīgu orientēšanas sistemu pieņemts saukt par absolutu kustību. Bet pēc Ņutona uzskata šāda kustība *nav* uzskatāma par absolutu kustību, jo orientēšanas sistema, ko nosacīti uzskatām par nekustīgu, īstenībā kustas. Ja iztirzājuma gaitā nav skaidri redzams, kādā izpratnē lietots termins «absolutā kustība», tad šā termina lietošanu Ņutona izpratnē izteiksim vārdiem: *īsti absolutā kustība*.

Iepazinušies ar Ņutona definicijām, kurām bija vēsturiska nozīme, mēs tomēr neieguvām izsmeļošas atbildes uz jautājumu: kāda fizikalā jēga ir vārdiem «miera stāvoklis» un «kustības vienmērīgums» pirmajā mechanikas likumā? Protams, ir tiesība prasīt, lai uz šo šķietami «vienkāršo» jautājumu pilnīgi skaidri atbildētu. Bet izrādās, ka tieši «vienkāršo» jautājumu atrisināšana bieži vien ir visgrūtākā.

Neviens jautājums, kas skar fizikas pamatlikumu būtību, īstenībā nav «vienkāršs». Šai ziņā fizika ir daudz sarežģītāka nekā matemātika. Fizikalie jēdzieni atspoguļo objektivo realitati. Ar tiem nevar rīkoties kā ar matemātiskiem jēdzieniem un nevar prasīt, lai visu dziļumu, visu īsto fizikalā jēdziena jēgu varētu izsmelt ar tā definiciju. Daudzi jautājumi, kas rodas tūlīt pēc jauna fizikalā jēdziena rašanās, noskaidrojas pakāpeniski, reizē ar fizikas attīstību.

Pilna fizikalā jēga par «mieru» un «vienmērīgumu» izpaužas nevis definicijās, kuras ir Ņutona darba ievadā, bet gan Ņutona mechanikas slēdzienos.

18. §. «Miers» un «vienmērīgums» Ņutona mechanikas kosmogonisko slēdzienu apgaismojumā. Kinematikā, kur mēs abstrahējamies no cēloņiem, kas izsauc kustību, un nerēķināmies ar kustīgā objekta masu, ir vienalga, kuru orientēšanas sistemu mēs pieņemti uzlūkojam par nekustīgu. Un tādēļ nav jābrīnās, ka, pārejot no kinematikas uz dinamiku, mums uzreiz rodas lielas grūtības kinematisko jēdzienu — «miers» un «vienmērīgums» — lietošanā. Šīs grūtības pilnā mērā apzinājās arī Ņutons. Viņš tūlīt pēc minētām definicijām raksta: «Atsevišķo ķermeņu īstās kustībās izpratne un to preciza norobežošana no šķietamām kustībām ir ļoti grūta, jo nekustīgās telpas daļu, par kuru minēts un kurā noris īstā ķermeņa kustība, mūsu jutekļi nevar uztvert.» Tomēr tas apstāklis, ka absoluto telpu mūsu jutekļi neuztver, nesatricināja Ņutona pārliecību, ka jēdziens par absoluto telpu (kā arī par absoluto laiku) jāliek mechanikas pamatā. Absolutās telpas un absolutā laika objektivā realitate neradīja Ņutonam nekādu šaubu, un tādēļ Ņutons uzlūko jēdzienus «miers» un «vienmērīgums» par tādiem, kas izsaka objektivu realitati neatkarīgi no tā, cik viegli vai cik grūti nākas izprast šo realitati. Ņutons saka: «Var izrādīties, ka dabā nav tāda ķermeņa, kurš atrodas mierā un pret kuru varētu attiecināt citu ķermeņu kustības un vietas... Iespējams, ka dabā nav tādas vienmērīgas kustības, ar kuru varētu izmērīt laiku pilnīgi precizi.» Ņutons pieņem, ka šos jautājumus vajag pētīt un studēt. Neapstājoties nekādu grūtību priekšā, Ņutons saskata, ka mechanikas un fizikas uzdevums ir «... noteikt ķermeņu īsto kustību atkarībā no cēloņiem, kas to izsauc, no to izpausmes un atkarībā no šķietamo kustību starpībām...»

No «Naturalās filozofijas matemātisko pamatlikumu» triju grāmatu kopējā satura, sevišķi no pēdējās grāmatas, kas veltīta Saules sistemai, skaidri redzams, ka Ņutons kā ģenials fiziķis-materialists ir neatlaidīgi centies pārvarēt savu iepriekš minēto telpas un laika definicijas metafiziskumu. Ņutons redz, ka šā metafiziskā uzskata pārvarēšanai telpas un laika jēdzieni organiski jāsaista ar materiju. Trešajā grāmatā («Pasaules sistema») Ņutons uzstāda organisko sakarību starp absoluto telpu un materiju; bet, tā kā tā laika kosmogonisko zināšanu līmenis nebija augsts, tad Ņutona slēdzieniem, kaut gan būtībā pareiziem, nav vēl vajadzīgā plašuma: to, kas atiecībā pret pasauli visumā ir pareizs, Ņutons attiecina arī uz Saules sistemu. Paplašinot Ņutona slēdzienus, var apgalvot sekojošo: debesu ķermeņu kustība pasaulē noris tā, ka ir kāds punkts, kas atrodas absolutā mierā un kura stāvokli v i e n n o z ī -

mīgi nosaka visu debesu ķermeņu momentanais stāvoklis; tas ir tā saucamais *pasaules masu centrs*[1] (jēdzienu par masu centru sīki aplūkosim turpmāk, 32. paragrafā). Tālāk: debesu ķermeņu kustība noris tā, ka plakne, ko sauc par *pasaules nemainīgo plakni,* un taisne, kas ir perpendikulara pret šo plakni un iet caur masu centru, — tā saucamā *pasaules nemainīgā ass,* kuras stāvokli viennozīmīgi nosaka debesu ķermeņu stāvoklis un ātrumi, arī atrodas absolutā mierā. Orientēšanas sistema, kas ir nekustīga attiecībā pret pasaules masu centru, nemainīgo plakni un nemainīgo pasaules asi — ir vienīgā orientēšanas sistema, attiecībā pret kuru katra kustība ir īsti absoluta kustība.

Tātad redzam, ka pareiza Ņutona mechanikas uzbūve palīdzējusi pārvarēt iepriekšējo metafizisko Ņutona absolutās telpas definiciju un parādījusi, ka absolutā telpa ir organiski saistīta ar materiju. Šī absolutās telpas sakarība ar materiju ir dota pasaules uzbūvē, dota kosmogoniski.

Absolutās telpas organiskā sakarība ar materiju top, kā redzējām, izmanāma, kad dažādo orientēšanas sistemu objektivās nozīmes novērtēšanā ejam pa ceļu, ko vēsturiski iezīmē pāreja no Ptolemaja uzskatiem līdz Kopernika - Galileja - Keplera - Ņutona mācībai un tālāk līdz dabiskai un neizbēgamai Kopernika - Ņutona ideju attiecināšanai uz visām zvaigžņu kopām un uz pasauli visumā.

19. §. Inercialā sistema. Koordinatu sistemu, kas saistīta ar tādu savstarpīgi nekustīgu ķermeņu kopu, attiecībā pret kuru pilnīgi izpaužas inerces likums, sauc par *inercialo* (vai par *Galileja*) sistemu. Paskaidrosim inercialās sistemas jēdzienu ar piemēru.

Pieņemsim, ka mūs interesē gumijas bumbas kustība, ko dzelzceļa vagona pasažieris uzsviedis līdz griestiem. Lai sekotu gumijas bumbas kustībai, varam izvēlēties par koordinatu sistemas plaknēm, piemēram, grīdu, vagonu sānu un gala sienu. Reizē ar šo koordinatu sistemu izvēlēsimies vēl otru koordinatu sistemu, kas savienota ar Zemi. Kad vagons stāv nekustīgi, tad uzsviestās gumijas bumbas kustība ir vienāda attiecībā pret abām mūsu izraudzītām koordinatu sistemām.

Aplūkosim gadījumu, kad vagons kustas vienmērīgi taisnā virzienā; viena koordinatu sistema kustas attiecībā pret otru. Novērotājam, kas stāv pie dzelzceļa līnijas, gumijas bumbas lidojums izliksies citādāks nekā tam novērotājam, kas atrodas vagonā. Novērotājs vagonā teiks, ka visi priekšmeti viņa vagonā, pateicoties inercei, atrodas mierā; bet novērotājs, kas atrodas pie dzelzceļa līnijas, teiks, ka priekšmeti

[1] Formali mechanika pieļauj tādu iespēju, ka pasaules masu centrs atrodas vienmērīgā taisnvirziena kustībā. Ja kopā ar Ņutonu pieņem, ka pāreja no miera uz kustību ir iedarbības rezultats, tad attiecībā uz pasauli visumā tāda iespēja ir izslēgta. Tiešām, atšķirībā no katras citas izolētās sistemas, pasaule ir tāda izolēta sistema, attiecībā uz kuru nekādas ārējās iedarbības — ne tāpēc, ka mēs tā būtu vienojušies, bet principā, ievērojot pašu jēdzienu par pasauli — nav iespējamas un nekad arī nav bijušas iespējamas.

vagonā, pateicoties inercei, kustas ar vienādu ātrumu. Novērotājs vagonā redzēs, ka smags priekšmets, ko viņš izmet pa logu, krīt pa vertikalu taisni; otrs novērotājs redzēs, ka tas pats priekšmets krīt pa līku līniju (parabolu), kas noliecas uz to pusi, uz kuru vagons kustas; un, ja viņš šā priekšmeta krišanu izpētīs, tad pārliecināsies, ka lidojums pa parabolu ir divu kustību rezultats: krišanas kustības, ko izraisa svars, un vienmērīgas horizontalas kustības, ko izraisa inerce. Cik pareizs bija inerces likums nekustīgā vagonā (ar zināmu tuvinājumu), tikpat pareizs tas ir arī vagonā, kas vienmērīgi kustas taisnā virzienā (ar tādu pašu tuvinājuma pakāpi).

Ja vagons kustas paātrināti vai palēnināti, vai arī vienmērīgi pa līkas līnijas ceļu, tad vagonā uzsviestās gumijas bumbas kustībai ir pavisam cits raksturs: ja vagons kustas paātrināti, tad vertikali uzsviestā gumijas bumba nokrīt sviedēja aizmugurē, bet, ja vagons kustas pa līku ceļu, tad gumijas bumba nokritīs sānis utt. Ja vagonu spēji nobremzē, tad uz galdiņa mierā stāvošie priekšmeti slīd tai virzienā, kurā kustējās vagons, un nokrīt uz grīdas. Kājās stāvošie pasažieri ar pūlēm turas, lai nepakristu. Tie pasažieri, kas sēž ar muguru kustības virzienā, jūt, ka bez savas gribas izdara spiedienu uz sēdekļu atzveltnēm. Šeit (lietojot mūs interesējošo koordinatu sistemu) Ņutona izpratnē domātais inerces likums nav vairs pareizs. Un tiešām: priekšmeti, kas vagonā ir nekustīgi attiecībā pret sienām un grīdu, gūst straujā vagona bremzēšanā paātrinājumu uz priekšu attiecībā pret vagonu, lai gan šiem priekšmetiem no ārpuses nebija pielikti nekādi spēki, kas tiem būtu varējuši dot šo paātrinājumu. Katrs ķermenis, kas vienmērīgi kustas vagona iekšpusē, izjūt vagona bremzēšanas brīdī pēkšņu savas kustības ātruma maiņu attiecībā pret koordinatu sistemu, kas saistīta ar vagonu. Ja vagons ieiet ceļa līkumā, tad gumijas bumba, ko pasažieris sviež paraleli vagona sienai, vai nu tuvinās šai sienai, vai attālinās no tās.

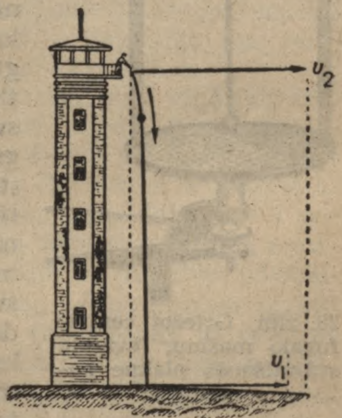
Saprotams, ka katrs pasažieris, kas būs skaidrībā par vagona kustību, pratīs viegli orientēties visās šais parādībās, kuras šķietami nesaskan ar inerces likumu, ja to attiecinām uz sistemu, kas saistīta ar vagonu.

Sacītais liek taisīt sekojošu slēdzienu, kura pareizību tūlīt pierādīsim.

Ja kāda koordinatu sistema kustas vienmērīgi taisnā virzienā attiecībā pret kādu inercialo sistemu, tad pirmā koordinatu sistema arī ir inerciala sistema. Turpretim, ja pirmā sistema kustas attiecībā pret otru inercialo sistemu ne taisnā virzienā un ja arī taisnā virzienā, bet nevienmērīgi, tad tā nebūs inerciala sistema.

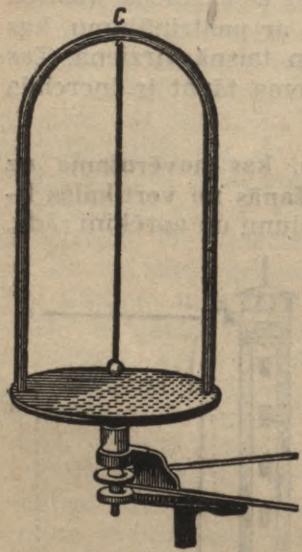
Atcerēsimies 13. paragrafā apskatīto paātrinājumu saskaitīšanas likumu. Tur tika konstatēts, ka divas orientēšanās sistemas, kuras kustas viena attiecībā pret otru vienmērīgi un taisnā virzienā, ir *līdzvērtīgas attiecībā pret paātrinājumu*, t. i., šai gadījumā (un tikai šai gadījumā) relativās kustības paātrinājums ir vienlīdzīgs absolutās kustības paātrinājumam. Tātad, ja viena no minētām sistemām ir inerciala sistema un kaut kāds ķermenis, kas brīvs no spēku iedarbības, kustas attiecībā pret šo sistemu vienmērīgi un taisnā virzienā vai, citādi sakot, kustas ar paātrinājumu, kas ir nulle, tad šī ķermeņa kustība attiecībā pret otro minēto sistemu notiks ar paātrinājumu, kas arī vienlīdzīgs nullei, t. i., vienmērīgi un taisnā virzienā. Tas tad arī nozīmē, ka otra aplūkojamā sistema tāpat ir inerciala sistema.

20. §. Atkāpšanās no inerces likuma, kas novērojama uz Zemes virsmas. Krītoša ķermeņa novirzīšanās no vertikalās līnijas. Fuko svārsts. Astronomiskie novērojumi un aprēķini rāda, ka Saules sistemu iespējams kaut kādā noteiktā veidā saistīt ar tādu koordinatu sistemu, kas ar pietiekamu precizitati var būt inerciala sistema (Ņutona izpratnē). Šīs sistemas koordinatu asis jāiedomājas tā, it kā tās krustotos kādā Saules punktā (Saules sistemas *masas centrā*). Zeme griežas ap Sauli. Tātad neviena koordinatu sistema, kas saistīta ar Zemi, nav inerciala sistema. Bet, ja ievēro, ka Zeme 30 minušu ilgā kustībā ap Sauli noiet loku, kas nedaudz lielāks par 1′ (tas rāda, cik mazs ir Zemes orbitas liekums), tad sapratīsim visai niecīgo Zemes līklīnijas kustības ietekmi uz tādas koordinatu sistemas inerces īpašībām, kas saistīta ar Zemi.



27. zīm. Akmenim, kas mests no augsta torņa, attiecībā pret Zemi ir horizontals ātrums v_2—v_1 (tādēļ, ka Zeme griežas ap savu asi).

Daudz lielāka, bet praktiski arī neievērojama ir Zemes diennakts griešanās ietekme. Ja šīs griešanās nebūtu, tad akmens, ko mestu no torņa, kristu precizi pa vertikalu līniju. Ievērojot Zemes diennakts griešanos, katram Zemes virsmas punktam ir kaut kāds horizontalas pārvietošanās ātrums no rietumiem uz austrumiem. Torņa virsotnei šis ātrums ir lielāks nekā pamatnei; tādēļ no augsta torņa mestais akmens aizsteidzas priekšā torņa pamatnes kustībai uz austrumiem un nokrīt nevis tai punktā, kas ir vertikalās līnijas pamats, uz kuras sākumā atradās akmens, bet nedaudz uz austrumiem no šā punkta (27. zīm.). Šis novirziens no vertikalās līnijas, ja krišanas augstums 20 m, ir tikai daži milimetri (vidējos platuma grados). Tātad redzams, ka koordinatu sistemu, kas savienota ar Zemes virsmu, var ar precizitati, kas pietiekama praktiskām vajadzībām, uzlūkot par inercialo sistemu.



28. zīm. Griežot centrifugalo mašinu, svārsta svārstīšanās plakne nemainās.

Atkāpšanās no inerces likuma, kuru izsauc Zemes diennakts griešanās, visvieglāk novērojama, ja izseko svārsta kustības plaknei (F u k o svārsts). Lai pārskatāmāk iedomātos parādības būtību, piestiprināsim centrifugalās mašinas griešanās asij metalisku loku un tai loka punktā, kas precizi sakrīt ar griešanās asi, piekārsim svārstu (28. zīm.) ar locīklu *C*, kurai maza berze un kas spēj griezties lokā ietaisītā caurumā. Iekustinātais svārsts patur savu sākuma svārstīšanās plakni arī tad, ja loks ātri griežas. Tas arī saprotams, jo uz svārstu neiedarbojas nekādi spēki, kas varētu mainīt (pagriezt) svārsta svārstīšanās plakni (tā ir vertikala plakne, kas iet caur svārsta sākuma izvirzījumu; svārsta smaguma spēks pastāvīgi atrodas šai plaknē, neveidojot ar to nekādu leņķi; ja neievēro saskaņā ar noteikumu mazo berzes spēku pieskaršanās punktā, tad nav nekādu citu spēku, kas iedarbotos uz svārstu). Mainīsim tagad mēģinājuma mērogu: centrifugalo mašinu aizvietosim ar zemes lodi, kas izdara diennakts griešanos; loku aizvietosim ar kādas istabas griestiem un sienām. Pēc dažām minutēm novērosim, ka svārsta svārstīšanās plakne it kā pagriežas «pa saulei», t. i., no austrumiem uz dienvidiem. Iedomāsimies, ka minētais mēģinājums notiek uz kāda Zemes pola. Tad svārstīšanās plakne, kas novērotājam uz Zemes liekas pagriežamies, īstenībā būtu nekustīga attiecībā pret inercialo astronomisko koordinatu sistemu. Ja mēģinājumu ar Fuko svārstu izdara kādā citā Zemes punktā, tad šī plakne pagriezīsies ne tikai attiecībā pret novērotāju uz zemes, bet zināmā mērā arī attiecībā pret inercialo astronomisko koordinatu sistemu, jo svārstīšanās plakne pastāvīgi iet caur vertikalu taisni.

Aprakstītos mēģinājumus var uzlūkot par Zemes griešanās eksperimentaliem pierādījumiem. Precizus novērojumus par krītošu ķermeņu novirzīšanos no vertikalās līnijas izdarīja Bencenbergs 1802. un 1804. gadā; vēlāk tos vairākkārt atkārtoja dažādi pētnieki. Mēģinājumu ar svārstu pirmoreiz izdarīja Viviani 1661. g. Florencē un tad Bartolini 1833. gadā un Fuko 1850.—1851. g. (par savu priekšgājēju mēģinājumiem Fuko nekā nezināja). Fuko savu mēģinājumu izdarīja ar 67 m garu svārstu; šā svārsta vara lode svēra 28 kg.

21. §. Galileja relativitates princips. No 19. paragrafā teiktā var secināt šādu slēdzienu.

Nekādi mechaniski mēģinājumi un novērojumi, kurus izdara inercialas sistemas iekšpusē, nedod iespējas atrisināt jautājumu, vai visai šai sistemai kopā ir vienmērīga taisnvirziena kustība, vai arī tā atrodas mierā. Jeb, citiem vārdiem: ar mechaniskiem mēģinājumiem un novērojumiem nevar noteikt absolutās kustības esamību; katra kustība jāuzlūko par relativu. Tas ir tā saucamais *Galileja relativitates princips*[1].

Galilejs norādīja uz relativitates principu, kad viņš iztirzāja jautājumu par to, kādā veidā Zemes ātrā kopējā griešanās neizjauc atsevišķās kustības, kas noris uz Zemes virsmas. Galilejs paskaidro šo principu ar šādu piemēru[2]: «Ieslēdziet sevi kopā ar kādu draugu liela kuģa zālē, kas atrodas zem klāja . . . un pavēliet iekustināt kuģi ar vienalga kādu ātrumu. Un jūs nepamanīsiet (ja tikai kustība būs vienmērīga) ne mazākās pārmaiņas visās parādībās, un neviena parādība nedos iespēju spriest par to, vai kuģis iet vai stāv uz vietas: jūs lēkdami noiesiet pa grīdu to pašu gabalu kā kuģim atrodoties mierā, t. i., jūs nevarat izdarīt lielākus lēcienus uz kuģa pakaļgalu — kaut gan kuģis kustas ļoti ātri — nekā uz priekšgalu, lai gan tai laikā, kad jūs atrodaties gaisā, grīda zem jūsu kājām traucas uz to pusi, kas ir pretēja jūsu lēcienam; un, sviežot kādu lietu savam biedram, jums nevajadzēs to sviest ar lielāku spēku, ja viņš atradīsies kuģa priekšgalā, bet jūs otrā galā, vai arī ja

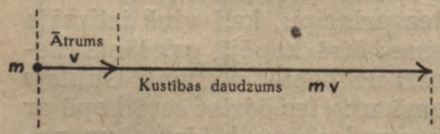
---

[1] Saskaņā ar Ņutonu Galileja relativitates princips neattiecas uz pasauli visumā (sk. piezīmi 45. lpp.).

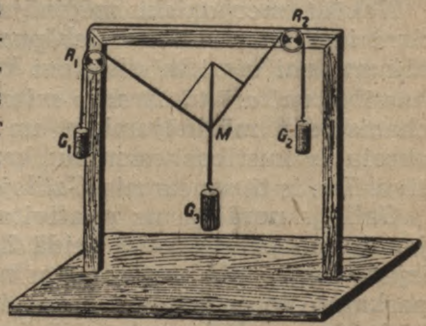
[2] «Dialogo . . . sopra i due massimi sistemi del mondo Tolemaico e Copernicano». Šis darbs, par ko pāvesta inkvizicija notiesāja Galileju, iznāca 1632. gadā.

jūs atrastos otrādi. Pilieni no ūdens krūzītes, kas atrodas pie griestiem, kritīs uz grīdu vertikali, un neviens nenokritīs kuģa pakaļgala virzienā, lai gan pa to laiku, kamēr piliens atrodas gaisā, kuģis aiziet uz priekšu . . . mušas turpinās savus lidojumus visos virzienos, un nenotiks tā, ka viņas salasīsies tai pusē, kura tuvāk pakaļgalam (it kā viņas būtu nogurušas sekot ātrajam kuģa skrējienam).» Galileja relativitates princips nosaka, ka ar mechaniskiem novērojumiem un mēģinājumiem, kurus izdara sistemas iekšienē, nevar konstatēt visas sistemas vienmērīgo taisnvirziena kustību. Bet šis princips nekā nesaka par šīs kustības konstatēšanas iespēju ar kaut kādiem citiem, ne mechaniskiem novērojumiem un mēģinājumiem, piemēram, ar optiskiem mēģinājumiem.

22. §. Ņutona mechanikas otrais likums. Otrā likumā Ņutons runā par kustības daudzuma maiņu un par spēku. Mechanikā un fizikā par *kustības daudzumu* sauc ķermeņa masas m reizinājumu ar ātrumu v. Kad ikdienišķā dzīvē runā par «kustības daudzumu», tad visbiežāk ar šiem vārdiem izsaka jēdzienu,



29. zīm. Kustības daudzuma vektors pie $m = 5$ g.



30. zīm. Eksperimentals pierādījums, ka spēks ir vektors; spēku statiskā izpausme.

kas ir analoģisks lielumam mv. Ja pa kādu tukšu (bez cilvēkiem) ielu skrien cilvēks lielā ātrumā, tad neviens neteiks, ka šai ielā ir liela kustība; ja ielā atrodas mierā stāvošs cilvēku pūlis, kas kaut ko gaida, arī tad neviens neteiks, ka šai ielā ir liela kustība. Ielas kustību mērījam (dažreiz pat pašiem to neievērojot) ar reizinājumu, ko dabū, ja cilvēku skaitu, kas kustas pa ielu, reizina ar kustības vidējo ātrumu.

Kustības daudzums ir vektors, kam ir ātruma virziens, bet kura skaitliskā vērtība tik reizes pārsniedz ātrumu, cik reizes ķermeņa masa m lielāka par masas vienību (29. zīm.). Precizi izsakoties, minētā kustības daudzuma definicija ir pareiza tikai attiecībā uz materialo punktu; vispārīgā gadījumā kustīgā ķermeņa dažādām daļām var būt nevienādi ātrumi. Tad ķermeni uzlūko par materialo punktu kopu un ar ķermeņa kustības daudzumu saprot visu ķermeņa materialo punktu kustības daudzumu ģeometrisko sumu.

Bieži termina «kustības daudzums» vietā, ko apzīmē ar mv, lieto terminu *impulss* (šā termina izcelšanās tiks paskaidrota 36. §).

Spēks arī ir vektors. Par spēkiem mēs spriežam: pirmkārt, pēc spēku statiskās izpausmes (piemēram, pēc spiediena, ko ķermenis izdara uz atbalstu; spiediens var ieliekt virsmu, var saspiest atsperi utt.); otrkārt, pēc spēku dinamiskās izpausmes, t. i., pēc paātrinājumiem, ko iegūst ķermeņi spēka iedarbībā. Pirmajā gadījumā, kad spēks izpaužas statiski, tā vektora īpašības viegli var konstatēt mēģinājumā: piemēram, ar vienkāršu ierīci, kas redzama 30. zīmējumā, var pierādīt, ka spēkus, kas statiski izpaužas, var ģeometriski saskaitīt (pēc paralelograma likuma; ja ir vairāk nekā divi spēki, tad pēc daudzstūra[1] likuma). Otrā gadījumā, ja spēks izpaužas dinamiski, «dzinējspēka» vektora īpašības uzrāda otrais mechanikas likums.

Otrais mechanikas likums izteic šādu atzinumu (Ņutona formulējumā):

Kustības daudzuma maiņa ir proporcionala pieliktajam dzinējspēkam un noris tās taisnes virzienā, pa kuru šis spēks iedarbojas.

Šeit runa ir par kustības daudzuma *ģeometrisku* maiņu kādā *laika vienībā*; par laika vienību šeit jāņem pietiekami mazs laika sprīdis, un proti, tik mazs, lai šai laika sprīdī notiekošo kustības daudzuma maiņu varētu skaitīt par vienmērīgu. Lai atbrīvotos no šā apgrūtinošā noteikuma laika vienības izvēlē, vajag iepriekš minētajā otrā likuma formulējumā aizvietot vārdus «kustības daudzuma maiņa...» ar vārdiem «kustības daudzuma maiņa, kas notiek elementari īsā laika sprīdī un kas ir dalīta ar šo laika sprīdi...». Tālāk vienosimies mērīt otrā likumā minētos lielumus ar tādām vienībām, lai varētu vārdu «proporcionala» aizvietot ar vārdu «vienlīdzīga». Tad, saglabājot pilnīgi iepriekš minētā Ņutona otrā likuma formulējuma saturu, varētu izteikt šo likumu tā:

Kustības daudzuma ģeometriskā maiņa, kas notiek elementari īsā laika sprīdī un kas dalīta ar šo laika sprīdi, ir vienlīdzīga pieliktajam dzinējspēkam un noris tās taisnes virzienā, pa kuru šis spēks iedarbojas.

---

[1] Spēka attēlošanu vektora veidā pirmais sāka lietot Stevins (ap 1600. g.), kas ir viens no statikas pamatlicējiem.

Tātad, ja **F** ir «dzinējspēks», kas pielikts ķermenim (pareizāk, pielikts «materialam punktam»), kura masa ir m un ātrums $\mathbf{v}$, tad

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}. \tag{1}$$

Ja masa ir pastāvīga, tad kustības daudzuma maiņa noris tikai atkarībā no ātruma maiņas: $\Delta\ (m\mathbf{v}) = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1 = m(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = m\Delta\ \mathbf{v}$; tādēļ, ja $m = \text{const}$, tad

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt}, \tag{1a}$$

un, ja ar $\mathbf{j}$ apzīmē paātrinājuma vektoru, bet $m = \text{const}$, tad

$$\mathbf{F} = m\mathbf{j}. \tag{2}$$

Ņemot vērā šo vienādojumu, otro mechanikas likumu bieži formulē tā: *spēks ir vienlīdzīgs masas un paātrinājuma reizinājumam.*

Iegaumēsim, ka «dzinējspēka» vektors atrodas tādā pašā attiecībā pret paātrinājumu kā kustības daudzuma vektors pret ātrumu; kustības daudzums virzienā sakrīt ar ātrumu un skaitliski vienlīdzīgs masas reizinājumam ar ātrumu. Analoģiski arī spēks virzienā sakrīt ar paātrinājumu un skaitliski vienlīdzīgs masas reizinājumam ar paātrinājumu.

Atcerēsimies, ka paātrinājuma vektora $\mathbf{j}$ projekcijas uz koordinatu asīm vienlīdzīgas koordinatu otrās kārtas parcialām atvasinātām pēc laika (7. §, 15. vienādojums). Spēka **F** projekcijas uz koordinatu asīm (spēka vektora komponentes) apzīmēsim ar X, Y, Z. Vektoru vienādojums (2) līdzvērtīgs spēka komponentu trim skalariem vienādojumiem:

$$\left.\begin{aligned} X &= m\frac{d^2x}{dt^2}; \\ Y &= m\frac{d^2y}{dt^2}; \\ Z &= m\frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Tie ir *Ņutona kustības vienādojumi.*

Jau Galilejs bija konstatējis, ka Zemes virsū visi ķermeņi krīt (bezgaisa telpā) ar vienādu paātrinājumu g, kas vidējā ģeografiskā platumā ir apmēram $9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ (IV nodaļā būs norādīts, ka Galileja likums par ķermeņu brīvu krišanu ir Ņutona pasaules gravitacijas likuma secinājums). Tātad *smaguma spēks*

P, kas statiski izpaužas ķermeņa svarā, *dinamiski izpaužas visu ķermeņu vienādā paātrinājumā* g. Tādēļ saskaņā ar otro mechanikas likumu

$$P = mg; \tag{4}$$

ķermeņa svars proporcionals ķermeņa masai; proporcionalitates koeficients ir brīvās krišanas paātrinājums.

23. §. Otrā mechanikas likuma dažādie tulkojumi. Ja otrā likuma vienādojumu neattiecina uz atsevišķu materialu daļiņu, bet uz ķermeni visumā, tad bieži vien pat gluži vienkāršos mechanikas uzdevumos sastopamies ar gadījumiem, kad ķermeņa masa kustības laikā nepaliek konstanta. Iedomāsimies, ka uz gluži līdzena un gluma kuģa klāja atrodas virve, kuras viens gals ielaists ūdenī. Atrodoties spēka nemitīgā iedarbībā (tās virves daļas smaguma spēka, kas nokārusies pār kuģa malu), virve šļūks lejā no klāja; tā būs paātrināta kustība. Lai paātrinājumu pareizi aprēķinātu, jāievēro, ka masa, kura gūst paātrinājumu, kustības laikā samazinās. Tādas kustības labs piemērs, kurā masa nepaliek pastāvīga, ir raķetes lidojums.

Jāsaka, ka daudzi fiziķi arī gadījumā ar mainīgu masu atrod par vajadzīgu lietot vienādojumu (2), bet ne (1). No tā izriet cits masas un spēka tulkojums nekā tas, ko izteica Ņutons. Mēs šim jautājumam pieskarsimies vēlāk, kad būs runa par sīkāko daļiņu — elektronu — masas elektromagnetisko rašanos[1].

Izņemot norādīto domstarpību par to, kā formulējams otrais likums — vai lietot «Ņutona» formulējumu (1), vai arī «skolas» formulējumu (2), citu domstarpību šā likuma praktiskā izmantošanā acīm redzot nav (mēs domājam tos šā likuma izmantošanas gadījumus, kur Ņutona mechanikas precizitate nav apstrīdama). Bet ir daudz domstarpību šā likuma izpratnē un tā nozīmes novērtēšanā.

Vispirms jāatzīmē, ka daudzi fiziķi otro likumu uzlūko par vienkāršu *spēka jēdziena definiciju*. Viņi otro likumu lasa tā: «par spēku sauc masas un paātrinājuma reizinājumu». Tādā izpratnē otrais likums — ja to ņem atsevišķi, zaudē jebkuru fizikalu saturu, jo nosaukumus varam dot pēc sava ieskata. Masas un paātrinājuma reizinājumu nosaucot par spēku, mēs ar to neizteicam nekādu jaunu fizikalu patiesību un, protams, nevaram pretendēt, lai šo vienošanos par terminu «spēks»

---

[1] Šai kursā mēs arvien gribētu lietot otrā likuma Ņutona formulējumu (1. vienādojums), bet dažreiz (lietojot pie sarežģītu jautājumu noskaidrošanas lasītājam pierastos priekšstatus) izmantosim «skolas» formulējumu: $F=mj$. Šo «skolas» formulējumu lietosim visos biežāk sastopamos gadījumos, kad masa domāta pastāvīga.

uzlūkotu par kādu dabas likumu. No šāda viedokļa otrais likums nav nekāds likums, bet ir it kā vienkāršs trešā likuma ievads.

Trešajā likumā ir noteikts, ka eksistē arvien tikai ķermeņu savstarpēja darbība: spēki, kas pielikti ķermeņiem, kuri savstarpēji iedarbojas, ir pa pāriem vienlīdzīgi un pretēji vērsti. Šie spēki dod ķermeņiem, kas savstarpēji iedarbojas, tādus kustības daudzumus, kas lielumā ir vienlīdzīgi, bet kuru zīmes pretējas. Tādēļ savstarpējā iedarbība nevar mainīt šo ķermeņu kopējo kustības daudzumu: par cik pieaug kāda viena ķermeņa kustības daudzums, par tik atkal samazinās citu ķermeņu kustības daudzums, kuri atrodas mijiedarbībā ar pirmo (kustības daudzuma nezūdamības likums). Par visu to sīkāk runāsim turpmāk. Šeit to pieminējām tikai otrā un trešā likuma salīdzināšanas labad.

Tie fiziķi, kas otro likumu uzlūko par spēka definiciju, pieņem, ka īstais mechanikas princips (ņemts no prakses) ir trešais likums. Šo trešo likumu varētu formulēt arī bez spēka jēdziena (kā kustības daudzuma nezūdamības likumu) un nākt pie slēdziena, ka spēka jēdziens nemaz *nav* vajadzīgs, lai uzbūvētu mechaniku. Tādēļ daudzi tiešām arī uzlūko «spēku» par palīgjēdzienu, izsakot domu, ka spēka jēdzienu, ja to vēlas, var bez kāda zaudējuma fizikas saturam izslēgt no fizikas.

Ņutona likumu vietā, kā to daudzi zinātnieki norādījuši, varētu mechanikas pamatā likt citus pamatlikumus. Tādus vispārīgus mechanikas pamatlikumus, kas pilnīgi aizstāj Ņutona likumus un kas ir daudz plašāki, izteikuši Hamiltons, Lagranžs, Jakobi, Gauss u. c.

Šie pamatlikumi (šai kursā tos nevar iztirzāt), vispār runājot, nedomā izmest no mechanikas spēka jēdzienu, bet tie katrā ziņā ierāda šim jēdzienam mazāku lomu, nekā tas ir Ņutona mechanikā. Hercs izveidoja mechaniku (ņemot vērā Gausa izteikto principu), kurā viņš kustību analizēja bez spēka jēdziena lietošanas. Bet nevajag aizmirst, ka fizikas uzdevumi ir plaši. Jau statikā un sevišķi materialu pretestības mācībā spēka jēdzienam ir neatsverami nopelni. Tas dod iespēju noskaidrot dinamiku ar vislielāko vienkāršību matematiskā ziņā; tas dod arī lielāku uzskatāmību elektrisko parādību aprakstam un analizei utt.

Daudzi citi fiziķi, tāpat kā to dara pirmās grupas fiziķi, aplūko otro likumu kā definiciju, bet ne kā spēka definiciju, bet gan kā *masas jēdziena definiciju.* Viņi lasa otro likumu tā: «par inerto masu sauc spēka attiecību pret paātrinājumu, ko šis spēks izsauc». Lai atšķirtu «inerto masu» no tās masas, kuru nosaka, salīdzinot ķermeņus uz sviru svariem, pēdējo sauc par «gravitacijas masu».

Beidzot trešā fiziķu grupa atzīst Ņutona uzskatu, kas nepavisam nesakrīt ar iepriekšējo divu grupu uzskatiem.

Neapšaubāmi, ka mechaniku var uzbūvēt, dodot jēdzieniem dažādas definicijas un izejot no tiem vai citiem pamatlikumiem. Bet ja mēs, pētījot mechaniku, liekam pamatā Ņutona likumus, tad — neatkarīgi no mūsu personīgām tieksmēm un uzskatiem — mums katrā ziņā vajag gluži skaidri izprast to jēgu, kādu Ņutons ir ielicis savos likumos. Nav nekādu šaubu, ka Ņutons ir izteicis savu otro likumu kā aksiomu, kas vispārina novēroto, bet ne kā jēdzienu «spēks» un «masa» definiciju.

Ņutona rakstu tulkotājs krievu valodā akademiķis A. N. Krilovs kādā savā piezīmē pirmajā grāmatā «Naturalās filozofijas matematiskie pamatlikumi» pareizi saka: «Definējot jēdzienu *dzinējspēks*, t. i., to, ko tagad vienkārši sauc par spēku, Ņutons pievērš uzmanību tā mērīšanas paņēmienam, proti, *statiskam* paņēmienam, kur šo spēku līdzsvaro ar otru spēku, kas kavē kustību... Spēks, kas statiski divreiz lielāks, dod arī divreiz lielāku kustības daudzumu... Ņutons nekur nesaka, ka spēku mērītu ar masas un paātrinājuma reizinājumu...»

Saskaņā ar Ņutonu spēku un masu mērī statiski: «Masu mērī ar svaru, lietojot sviru svarus... dzinējspēku nosaka ar spēku, kas tam ir vienlīdzīgs un pretējs un kas varētu kavēt ķermeņa kustības paātrinājumu...» (no Ņutona «Definicijām», kas ievietotas pirms «Kustības aksiomas» formulējuma).

Ja katrs no trim lielumiem, kas ietilpst otrā likumā, ir noteikts un izmērīts neatkarīgi no pārējiem diviem, tad otrais likums iegūst mēģinājumos konstatēta fakta nozīmi. Pēc iepriekš norādītās terminoloģijas var teikt:

otrā likuma fizikalais saturs ir patiesība, kas iegūta pieredzē, ka ķermeņa «inertā masa» (t. i., spēka attiecība pret paātrinājumu) arvien ir vienlīdzīga tā paša ķermeņa «smagajai masai».

Bet tad ir skaidrs, ka nav vajadzības šķirot inerto masu no gravitacijas masas un tādēļ nav vajadzības lietot šos divus terminus. Ņutons to arī nedarīja un arvien lietoja vienu terminu — «quantitas materiae» (materijas daudzums), kas līdzvērtīgs vārdam «masa».

Pirmais iepriekš izteiktā apgalvojuma pareizības pierādījums par inertās un smagās masas vienlīdzību ir dots Galileja krišanas likumos, no kuriem izriet brīvās krišanas paātrinājuma neatkarība no krītošā ķermeņa specialās izvēles. Bet, protams, šie mēģinājumi varēja izrādīties nepietiekoši precizi. Tādēļ augstāk izteiktā apgalvojuma pareizību vēlāk pārbaudīja Ņutons, tad Besels un nesen ungaru fiziķis Etvešs. Saskaņā ar Besela novērojumiem diference starp inerto un smago masu katrā ziņā nepārsniedz $\frac{1}{20\,000}$; Etvešs saka, ka tā nevar būt lielāka par $\frac{1}{10\,000\,000}$. Tātad apgalvojumu par inertās un smagās masas vienlīdzību vajag uzlūkot par precizu dabas likumu. Ņutona mechanikā šo abu masu vienlīdzību pieņem kā eksperimentalu faktu.

Pieņemot Ņutona-fiziķa uzskatu, mēs atmetam Ņutona-filozofa idejas; vienojoties par saprātīgajām spēka un masas definicijām, kur par pamatu ņemta šo lielumu statiskā mērīšana, un atzīstot otro likumu par eksperimentalu faktu, bet ne par definiciju, mēs tomēr neesam spiesti uzlūkot spēku par kaut kādu noslēpumainu kustības pirmcēloni, kā to Ņutons izteica savos filozofiskos prātojumos. Kustību pirmcēlonis ir pati kustība; viena kustības forma pārveidojas un pāriet citās kustības formās. Spēki noder mums par līdzekli šo kustību pārejas un pārveidošanas procesu izzināšanā un izpētīšanā. Spēki reali eksistē savās izpausmēs kā šīs pārejas starploceklis, bet, ja tos uzlūko par kustību pirmcēloni, tad tie pārvēršas fantazijā.

«Spēka priekšstats ir patapināts, kā to visi atzīst... no cilvēka organisma izpausmes attiecībā pret viņa apkārtējo vidi. Mēs runājam par muskuļu spēku,... par nervu jušanas spēku, dziedzeru sekrecijas spēku utt... Mēs sadomājam tik spēku, cik ir dažādu parādību...» (Engelss, «Dabas dialektika»). Līdz ar mūsu zināšanu pieaugumu par pētījamo parādību būtību priekšstats par spēkiem pāriet otrā plānā, salīdzinot ar daudziem citiem pakāpeniski atklājamiem lielumiem, kuri pilnīgāk raksturo kādu mūs interesējošu parādību.

Novērtējot ceļu, ko fizika nogājusi no Ņutona līdz mūsu dienām, var redzēt, ka galvenais fizikas attīstības saturs ir «dabas spēku vienības» fakta atklāšana. Spēki, kuru izcelšanās, kā varētu likties, ir gluži dažāda, piemēram, «molekularās kohezijas» spēki, ķimiskie, elektrolitiskie[1], absorbcijas[2], osmotiskie[3], virs-

[1] Spēki, kas dažas vielas, kuras izšķīdušas ūdenī, sašķeļ, sadalot molekulas elektriski lādētās daļās.

[2] Absorbcija — saistīšana; piemēram, ogles saista gāzes.

[3] Osmoze — šķīdinātāja, piemēram, ūdens, plūšana caur «puscaurlaidīgu» starpsienu, kas laiž cauri šķīdinātāju, bet aiztur izšķīdušo vielu.

mas spraiguma spēki un daudzi citi — izrādījās viens otram rada. Kopsumā *visi* spēki, ko pētī fizika, ir reducējami, kā izrādās, vai nu uz gravitacijas, vai elektrības, vai arī molekularās kustības spēkiem. Sakarā ar to priekšstatam par spēkiem mūsdienu fizikā nav vairs tādas nozīmes kā Ņutona laikos: tagad «spēks» fizikā ir atdevis savu galveno vietu jēdzienam «enerģija».

24. §. Spēku darbības neatkarība. Otrais mechanikas likums izteic šādu domu:

Ja ķermenim vienā laikā pieliek vairākus spēkus, tad katrs pieliktais spēks dod paātrinājumu, kas noteikts saskaņā ar otro likumu tā, it kā citu spēku tur nebūtu.

Šo apgalvojumu dažreiz sauc par *spēku darbības neatkarības principu.* Ja atrisina mechanikas uzdevumus pēc Ņutona metodēm, tad šis princips bieži jālieto. Šā principa prasmīga izmantošana var izrādīties ļoti noderīga, atrisinot grūtus uzdevumus. Ja ķermenim pielikts tikai viens spēks, tad bieži vien ir izdevīgi sadalīt šo spēku divās vai trijās komponentēs, kuru ģeometriskā suma būtu dotais spēks. Piemēram, ja ķermenim kustoties jāatrodas uz kādas cietas virsmas, tad gandrīz arvien ir izdevīgi sadalīt ķermenim pielikto spēku divās komponentēs: viena vērsta šīs virsmas pieskares virzienā un otra — virsmas normales virzienā. Saprotams, ka šī otrā komponente nepalielinās (skaitliski) ķermeņa ātrumu, bet izpaudīsies spiedienā, ko ķermenis izdarīs uz virsmu savā kustībā.

Spēka iedarbība izpaužas ne tikai neatkarīgi no citu ķermenim pielikto spēku darbības, bet arī neatkarīgi no tā, vai ķermenis agrāk atradās miera stāvoklī, vai kustējās ar kaut kādu ātrumu.

Ātrumu, ko izsauc ķermenim pieliktais spēks, ģeometriski saskaita ar ķermeņa inerces kustības ātrumu. Par piemēru varētu noderēt mestā ķermeņa kustība (tukšumā): mestā ķermeņa ātruma vektors jebkurā laika momentā ģeometriski sastādās no sākuma ātruma vektora (to ķermenis iegūst metienā), ko ķermenis patur, pateicoties inercei, un no vertikali lejup vērstā ķermeņa krišanas ātruma vektora (mestā ķermeņa kustība sīki aplūkota 26. paragrafā).

25. §. Kustība pastāvīga spēka iedarbībā. Svarīgs un bieži sastopams gadījums ir kustība, kurā spēks un tātad arī paātrinājums patur *pastāvīgu* lielumu — kā skaitliskā nozīmē, tā arī virzienā — visu kustības laiku. Ja spēks pie tam ir vērsts kustības virzienā, tad ātrums aug (paātrinājums j ir pozitivs) un kustību sauc par *vienmērīgi paātrinātu;* ja spēks ir vērsts pret kustības virzienu, tad ātrums samazinās (paātrinājums j ir negativs) un to sauc par *vienmērīgi palēninātu.*

Akmens, kam ļauj krist bez grūdiena, kustas pastāvīga smaguma spēka iedarbībā vienmērīgi paātrināti vertikali uz leju. Akmens, kas sviests vertikali uz augšu, kustas sākumā vienmērīgi palēnināti; pēc tam kad akmens ir sasniedzis visaugstāko punktu, tas kustas lejup vienmērīgi paātrināti.

Technikā bieži sastopam gadījumus, kad pirmajā tuvinājumā, veicot orientēšanās aprēķinus, kustību var uzlūkot par vienmērīgi paātrinātu vai vienmērīgi palēninātu. Piemēram, var runāt par vilciena vienmērīgi paātrinātu kustību, vilcienam atejot no stacijas, un vienmērīgi palēninātu kustību, kad vilciens tiek bremzēts pirms apstāšanās.

Aplūkosim taisnvirziena vienmērīgi paātrinātu vai vienmērīgi palēninātu kustību un uzzināsim, kā mainās ātrums un noietais ceļš tādā kustībā.

Pieņemsim, ka kaut kādā sākuma momentā punkta ātrums ir v_0. Tā kā paātrinājums j ir ātruma maiņa laika vienībā, tad pēc t sekundēm ātrums pieaug par lielumu $j \,.\, t$, un tādēļ ātrums momentā t ir

$$v = v_0 + jt. \tag{5}$$

Lai aprēķinātu laikā t noieto ceļa gabalu, ievērosim: lai gan ātrums kustības laikā pieaug vai samazinās, tomēr, tā kā tas mainās vienmērīgi, tad noietā atstatuma aprēķinā varam kustībai, kas notiek laikā starp 0 un t, dot kādu *vidēju* šā laika sprīža ātrumu v_{vid}. To nosakām kā vidējo aritmetisko lielumu starp sākuma ātrumu v_0 un beigu ātrumu $v_0 + jt$, un proti:

$$v_{vid} = \frac{v_0 + (v_0 + jt)}{2} = v_0 + \frac{jt}{2}.$$

Tad laikā t noieto ceļa gabalu var izteikt ar reizinājumu $v_{vid} \,.\, t$, t. i.,

$$s = v_0 t + \frac{jt^2}{2}. \tag{6}$$

Tas ir *kustības vienādojums,* ja $j = \text{const}$.

Ja sākuma ātrums $v_0 = 0$, tad formulas vienkāršojas:

$$v = jt \text{ un } s = \frac{jt^2}{2}.$$

Sevišķi interesants ir ķermeņu kustības gadījums, kas notiek smaguma spēka iedarbībā.

1. Ja ķermenis krīt (palaists bez grūdiena), tad tas vien-

mērīgi paātrināti kustas vertikali uz leju. Šo kustību izteic formulas:

$$v = gt; \quad s = \frac{gt^2}{2},$$

kur g ir brīvas krišanas paātrinājums, kas ir vienlīdzīgs $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Pēc šīm formulām, ja ķermenis nokrīt no augstuma h, izslēdzot laiku t, var noteikt ķermeņa kustības beigu ātrumu:

$$v = \sqrt{2gh}. \tag{7}$$

2. Ja ķermenis m e s t s vertikali l e j u p ar sākuma ātrumu v_0, tad

$$v = v_0 + gt; \quad s = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

3. Ja ķermenis m e s t s vertikali a u g š u p ar tā sākuma ātrumu v_0, tad — skaitot virzienu augšup par pozitivu, bet lejup par negativu (tādā gadījumā $j = -g$), iegūst:

$$v = v_0 - gt; \quad s = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Pēc šīm formulām viegli uzzināt pacelšanās laiku t' un pacelšanās augstumu s_{max}. Proti, ja $v = 0$, tad dabū $t' = \frac{v_0}{g}$; ievietojot šo izteiksmi otrā formulā, dabū: $s_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$.

26. §. Mestā ķermeņa kustība kā ķermeņa inerces kustības piemērs, kad šis ķermenis tai pašā laikā atrodas pastāvīga spēka iedarbībā. Aplūkosim šāviņa lidojumu, kad sākuma ātruma v_0 virziens veido ar horizontalu plakni leņķi α. Novilksim x asi horizontali, bet y asi vertikali un sadalīsim sākuma ātrumu v_0 horizontalā komponentē $v_0 \cos \alpha$ un vertikalā komponentē $v_0 \sin \alpha$.

Tā kā smaguma spēkam P nav horizontalās komponentes, tad horizontalais ātrums v_x paliek pastāvīgs:

$$v_x = v_0 \cos \alpha.$$

Abscisa x ir ceļa gabals, ko ķermenis vienmērīgā kustībā nogājis ar ātrumu $v_0 \cos \alpha$:

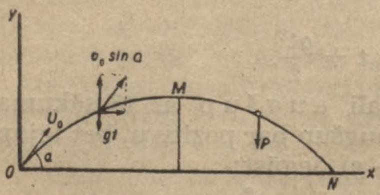
$$x = v_0 \cos \alpha \,.\, t. \tag{8}$$

Ātruma vertikalā komponente v_y mainās ar laiku: to var izteikt kā diferenci starp sākuma ātruma vertikalo komponenti $v_0 \sin \alpha$, kas vērsta augšup, un ātrumu, ko iegūst šāviņš smaguma spēka ietekmē, kas vērsts lejup un kura lielums ir gt (31. zīm.), t. i.,

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Ordinatu y dabūsim kā diferenci starp pārvietojumu vienmērīgā kustībā vertikali augšup ar ātrumu $v_0 \sin \alpha$ (pārvietojuma lielums tātad ir $v_0 \sin \alpha \, . \, t$) un pārvietojumu vertikali lejup vienmērīgi paātrinātā kustībā, pateicoties smaguma spēka iedarbībai (pārvietojuma lielums ir $\frac{gt^2}{2}$), tā ka

$$y = v_0 \sin \alpha \, . \, t - \frac{gt^2}{2}. \tag{9}$$



31. zīm.

Noteiksim laiku t' visaugstākā punkta sasniegšanai, maksimalo augstumu y_{max} un lidojuma tālumu x_{max}.

Tā kā visaugstākā pacelšanās punktā M vertikalā ātruma komponente ir nulle, tad no v_y vienādojuma dabū, ka

$$t' = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

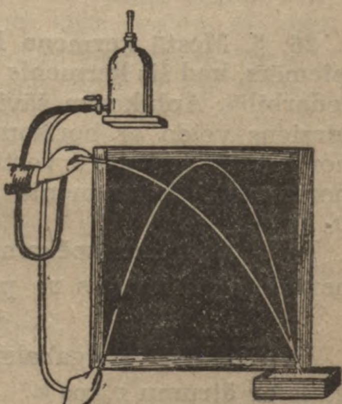
Ievietojot 9. vienādojumā $t = t'$ un vienādojumā (8) $t = 2t'$, dabū lidojuma augstumu un tālumu:

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \tag{10}$$

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}. \tag{11}$$

Ja sākuma ātrums ir v_0, tad izteiksmei (11) ir vislielākā vērtība tad, kad $\sin 2\alpha = 1$, t. i., ja $\alpha = 45^0$. Tātad vislielākais šāviņa lidojuma tālums ir tai gadījumā, kad pacēluma leņķis ir 45^0.

Tā kā $\sin 2\alpha = \sin (180^0 - 2\alpha) = \sin 2 (90^0 - \alpha)$, tad tālums, ja sākuma ātrums ir v_0, ir tāds pats arī tad, kad mešanas leņķis α ir $90^0 - \alpha$; tātad ir divas trajektorijas, pa kurām kustoties, mestais ķermenis trāpa vienā un tai pašā punktā.


32. zīm. Mestā ķermeņa trajektorijas vienkāršs demonstrējums.

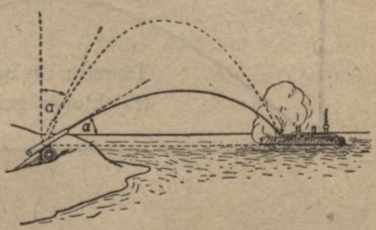
Vienu (lēzenāko) sauc par *klāja trajektoriju*, bet otru (stāvo) — par *nokares trajektoriju* (33. zīm.).

Ja no vienādojumiem (8) un (9) izslēdz laiku, tad dabū šāviņa trajektorijas vienādojumu — *parabolu*:

$$y = x\,tg\,\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}. \qquad (12)$$

Šie vienādojumi izvesti, pieņemot, ka gaiss neizrāda pretestību mestā ķermeņa kustībai. Lieliem sākuma ātrumiem tāds pieņēmums neder, un minētajos vienādojumos jāizdara ievērojami labojumi. Trajektorija vairs nav parabola; tā trajektorijas daļa, kas noliecas lejup, ir stāvāka nekā kāpjošā (balistiskā līkne). Lidojuma tālums un augstums ievērojami samazinās.

27. §. Tangencialais un centripetalais spēks. Kā jau 8. paragrafā parādīts, paātrinājumu **j** arvien var sadalīt divās komponentēs: tangencialā paātrinājumā j_τ (pa trajektorijas pieskari) un centripetalā paātrinājumā j_r (pa liekuma radiusu). Attiecīgi var sadalīt arī dzinējspēku $\mathbf{F} = m\mathbf{j}$ divās komponentēs: *tangencialā spēkā* F_τ, kas vērsts pa trajektorijas pieskari un izpaužas ātruma skaitliskās vērtības maiņā — un *centripetalā spēkā* F_r, kas vērsts pa galveno normali uz liekuma centru un kas izpaužas kustības virziena maiņā, ķermenim novirzoties no taisnvirziena trajektorijas, pa kuru tas inerces ietekmē cenšas kustēties:



33. zīm. Stāvā un lēzenā šaušana.

$$F_\tau = mj_\tau;$$
$$F_r = mj_r.$$

Atceroties 8. paragrafā aprēķināto tangencialo un centripetalo paātrinājumu, dabū šādas tangencialā spēka F_τ un centripetalā spēka F_r formulas:

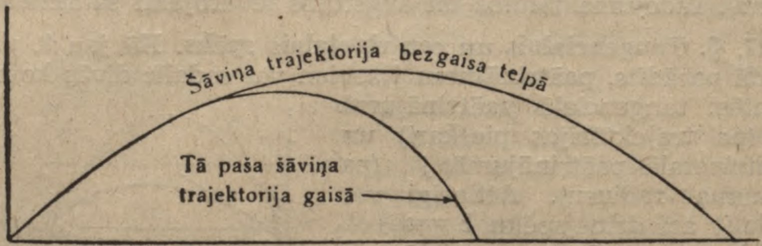
$$F_\tau = m\frac{dv}{dt}; \qquad (13)$$

$$F_r = \frac{mv^2}{R}. \qquad (14)$$

Izmantojot jēdzienu par leņķa ātrumu ω (9. §) un ievērojot, ka $v = \omega R$, centripetalā spēka formulu var uzrakstīt tā:

$$F_r = m\omega^2 R. \qquad (15)$$

Iepriekš aplūkotajā mestā ķermeņa kustības piemērā (šāviņa lidojums bezgaisa telpā) kā tangencialais spēks darbojas šāviņa smaguma spēka projekcija uz trajektorijas pieskari (protams, ka še runa ir par pieskari tai punktā, kur dotajā momentā atrodas šāviņš). Viegli izprotams, ka, šāviņam paceļoties (t. i., līdz punktam M 31. zīmējumā), minētais tangencialais spēks iedarbojas virzienā, kas pretējs kustībai. Šai laikā lode kustas pa trajektoriju palēnināti; sākumā palēninājums ir liels, bet, tuvojoties trajektorijas virsotnei, kļūst mazāks (jo punktā M trajektorijas pieskarei ir horizontals virziens un smaguma spēka projekcija uz pieskares ir nulle). Šāviņam sākot pazemināties, smaguma spēka tangencialā komponente paātrina šāviņa kus-



34. zīm.

tību pa trajektoriju; pie tam visvairāk — nokrišanas momentā. Ja šāviņš kustētos bezgaisa telpā, tad vienādos augstumos pie pacelšanās un nolaišanās šāviņa kustības ātrumi pa trajektoriju būtu vienādi. Šāviņam kustoties atmosferā, gaisa pretestība arī ir tangencials spēks un visu laiku ietekmē šāviņa kustību, to palēninot. Tādēļ šāviņam krītot ir mazāks ātrums, nekā tam bija tai pašā augstumā — paceļoties.

Projecējot šāviņa smaguma spēku galvenās normales virzienā (dotajā trajektorijas punktā), iegūstam centripetalo spēku. No formulas (14) izriet, ka trajektorijas liekums $\frac{1}{R}$ ir proporcionals centripetalam spēkam un apgriezti proporcionals ātruma kvadratam. Tā kā nolaižoties šāviņa ātrums, kustoties atmosferā, ir mazāks nekā paceļoties, tad trajektorijas liekums nolaižoties ir lielāks nekā paceļoties (34. zīm.).

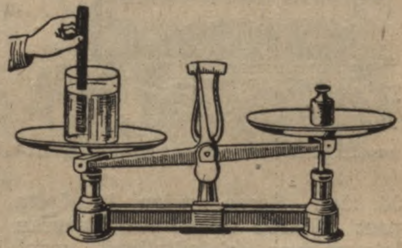
28. §. Ņutona mechanikas trešais likums. Ņutons trešo likumu formulē tā:

Darbībai arvien ir vienlīdzīga un pretēji vērsta pretdarbība, citiem vārdiem — divu ķermeņu savstarpējās iedarbības arvien ir vienlīdzīgas un vērstas pretējos virzienos.

Šā likuma saturu Ņutons paskaidro tā: «Ja kāds spiež ar pirkstu uz akmeni, tad akmens arī spiež uz viņa pirkstu. Ja zirgs velk akmeni, kas piesiets virvei, tad zirgu ar tādu pašu spēku savukārt atkal velk pie sevis akmens, jo izstieptā virve ar savu elastību velk zirgu akmens virzienā un akmeni zirga virzienā... Ja kaut kāds ķermenis, atsizdamies pret otru ķermeni, maina kaut cik tā kustības daudzumu, tad tas izjutīs tādu pašu savas kustības daudzuma maiņu, tikai pretēji vērstu, jo šo ķermeņu spiedieni vienam pret otru pastāvīgi ir vienādi.»

Ķermeņi iedarbojas viens uz otru arvien savstarpīgi; piemēram, Zeme pievelk akmeni ar tā smaguma spēku, bet akmens ar tādu pašu spēku pievelk Zemi. Mēs sakām: «akmens krīt uz Zemi»; īstenībā te notiek divas viena otrai pretējas kustības, bet — saskaņā ar otro likumu — Zemes paātrinājums ir neizmērojami mazs: tas ir tik reizes mazāks par akmens paātrinājumu, cik reizes akmens masa ir mazāka par Zemes masu.

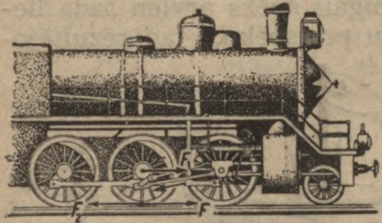
Dažreiz aplami sprież tā: ja darbīgais spēks arvien rada lielumā vienlīdzīgu, bet pretēji vērstu pretspēku, tad rezultējošam spēkam arvien it kā vajadzētu būt nullei; kā tādā gadījumā spēkus var uzlūkot par kustību cēloni? Kas jāievēro, lai nenokļūtu pretrunā? Tikai *tas*, ka darbība ir spēks, kas pielikts v i e n a m no savstarpīgi iedarbīgiem ķermeņiem, bet pretdarbība ir spēks, kas pielikts o t r a m ķermenim, un tādēļ katrs ķermenis atrodas viena spēka ietekmē, kas tad arī izsauc tā kustību.



35. zīm. Ķermeni, kas iegremdēts šķidrumā, šķidrums ceļ uz augšu; pretdarbība izpaužas tā, it kā šķidruma svars palielinātos.

Darbība un pretdarbība arvien ir vērstas pretējos virzienos; saprotams, ka divi ķermeņi, atrodoties tikai savstarpējā iedarbībā viens ar otru, nevar abi sākt kustību vienā un tai pašā virzienā. Ja divi ķermeņi, kas viens uz otru iedarbojas (piemēram, zirgs un rati), kustas paātrināti, tad spēks, kas dod šiem ķermeņiem paātrinājumu, ir arvien kāds ārējs abiem ķermeņiem vienā laikā pielikts spēks, kuru rada viena vai divu ķermeņu savstarpējā iedarbība ar kaut kādu trešo ķermeni, attiecībā pret kuru aplūkojamie ķermeņi iegūst paātrinājumu. Piemēram, ja zirgs velk vezumu vai lokomotive vagonus, ja kāds cilvēks, pārvarot otra cilvēka pretestību, velk to sev līdz, tad dzinējspēks ir zirga vai cilvēka savstarpējā iedarbība ar zemi, lokomotives riteņu savstarpēja iedarbība ar sliedēm, vispār — atbalsta pretspiediens (svarīga ir pretspiediena horizontalā komponente).

Visos šais gadījumos ir divu veidu savstarpējā iedarbība ar atbalstu: pirmkārt, atbalsta pretspiediens un, otrkārt, berze. Lai atbalsta pretspiediens, kaut vai nelielā daļā, būtu dzinējs vai bremzējošais spēks, tam jābūt vērstam zem šaura, bet ne zem taisna leņķa attiecībā pret atbalsta virsmu. Minētajos kustības gadījumos — zirgs un rati, vilciens u. c. — vertikalo pretspiediena komponenti līdzsvaro svars; kas attiecas uz pretspiediena horizontalo komponenti, tad tā eksistē tikai berzes[1] gadījumā. Ja berzes nav, tad pretspiediens arvien ir vērsts normali pret atbalsta virsmu, un tādēļ berze nevar ķermeņa kustību ne izsaukt, ne arī nobremzēt virzienā, kas šai virsmai ir paralels. Uz ideali līdzenas virsmas cilvēks nevarētu paspert ne soli; noledojuma laikā, kad berze ir maza, zirgs nevar vezumu pavilkt. Ja nebūtu berzes starp lokomotives dzinējriteņiem un sliedēm, lokomotive nevarētu pakustināt vilcienu no vietas.



36. zīm. Berze arvien ir vērsta pret relativo slīdēšanas ātrumu; lokomotives dzinējriteni griež spēku pāris F_1 un F_2, kas cenšas ierosināt riteņa slīdēšanu pa sliedi; slīdes berzes spēks F, kas pielikts riteņa riepai, vērsts kustības virzienā; šis spēks līdzsvaro vienu spēku pāra spēku (F_2), otrs spēku pāra spēks ($F_1 = F$) dzen asi. Rites berze bremzē kustību.

Lai varētu sevi iekustināt, ir vajadzīgs atbalsts, no kura atgrūsties. Stāvot uz plosta, iekustinām plostu, atgrūžoties ar kārti no krasta vai upes dibena. Jebkura veida kustības pretestību var izmantot kā vairāk vai mazāk drošu atbalstu tādas atgrūšanās vajadzībai. Ūdens izrāda diezgan ievērojamu pretestību ūdenī iegremdēto ķermeņu kustībai; tādēļ mums ir iespēja iekustināt laivu, ieliekot ūdenī aires un kustinot tās virzienā, kas ir pretējs tam, kurā gribam virzīt laivu. Gaiss arī izrāda zināmu pretestību kustībai; tikai tādēļ ir iespējama putnu un aeroplanu lidošana.

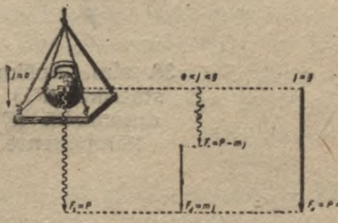
Pēc Ņutona trešā likuma darbība nevar eksistēt bez pretdarbības; tādēļ neviena mašina nevar pati no sevis radīt spēku, kas to iekustinātu. Vajadzīgs vismaz vēl viens ķermenis (kurš attiecībā pret mašinu ir ārējs), kura pretdarbība iekustinātu mašinu.

[1] Tāpēc atbalsta pretspiediena horizontalo komponenti bieži sauc par *vilcēju* berzi, lai atšķirtu no *bremzējošās* berzes.

Šo divu pretēji vērsto spēku vienlaicīga rašanās — saskaņā ar otru likumu — nozīmē, ka šie abi ķermeņi, kas savstarpēji iedarbojas, uzrāda vienādas, bet pretēji vērstas kustības daudzuma maiņas.

Piemēram, ja laiva kustas uz priekšu, tad zem airu spiediena ūdens kustas atpakaļ. Ja vilciens sāk kustēties, tas izdara uz sliedēm, tāpat arī uz dzelzceļa uzbērumu un kopā ar to uz visu zemes lodi grūdienu pretējā virzienā. Saprotams, ka Zemes masas lieluma dēļ paātrinājums, ko tā iegūst, ir gaužām niecīgs, ja to salīdzina ar paātrinājumu, ko šai savstarpējā iedarbībā iegūst vilciens.

29. §. Statiskā un dinamiskā spēku izpausme. Teoretiskā mechanikā bieži iedomājas, ka spēks pielikts vai nu materialam punktam, vai absoluti cietam ķermenim (ar absoluti cietu saprot tādu iedomātu ķermeni, kas nemaz nav saspiežams un kura forma arī nemainās). Tādā vienkāršojumā spēka vienīgā izpausme ir tā dinamiskā iedarbība, t. i., spēka dotais paātrinājums. Ja kādam ķermenim nav paātrinājuma, tad secina, ka uz šo ķermeni spēks neiedarbojas. No plašāka fizikala viedokļa šāda vienkāršota pieeja ne arvien izrādās piemērota. Uz kaut kādu ķermeni, kas gul uz platformas, iedarbojas divi līdzsvarojoši spēki: smaguma spēks un tam vienlīdzīgais, bet pretēji vērstais atbalsta pretspiediens. Šie spēki *saspiež* ķermeņa vielu, un tās stāvoklis atšķiras no stāvokļa, kāds būtu, ja uz ķermeni neiedarbotos nekādi spēki. Lai izmantotu teoretiskās mechanikas slēdzienus, pētījot ķermeņa iekšienē esošo spiedi vai stiepi, kas radusies divu vienlīdzīgu, bet pretēji vērstu spēku līdzsvarošanās rezultatā, ķermenis jāuzlūko par materialo punktu kopu; lai to varētu izdarīt, vajadzīgas sevišķas hipotezes par ķermeņa uzbūvi.

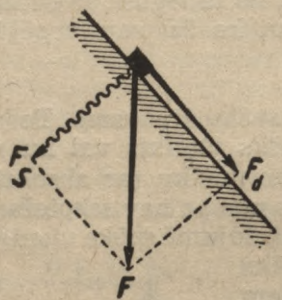


37. zīm. Svara statiskā (F_s) un dinamiskā (F_d) izpausme («svara zaudējums», krītot ar paātrinājumu).

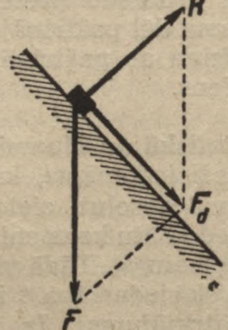
Ja būtu tikai absoluti cieti ķermeņi un materialo punktu sistemas, tad varētu uzskatīt spēku par masas reizinājumu ar paātrinājumu (neievērojot spēka statisko iedarbību); tomēr šāds uzskats dod mechanikai tikai tīri matematisku vienkāršojumu. No fizikas viedokļa šāda paņēmiena lietošanā jābūt uzmanīgam.

Pēc Ņutona izpratnes spēks var izpausties divējādi: *dinamiski,* dodot ķermenim paātrinājumu, un *statiski,* liekot ķermenim izdarīt spiedienu uz citiem ķermeņiem, kas traucē aplūkojamā ķermeņa kustību. Lai paskaidrotu šādas spēka izpratnes atšķirību no tādas, kurā ievēro tikai dinamisko iedarbību, aplūkosim no abiem viedokļiem dažus vienkāršus kustības piemērus.

Kāds ķermenis ir nolikts uz platformas, kuru satur virve (37. zīm.). Ķermenim ir pielikts tā smaguma spēks P. Kad plat-



38. zīm. Spēka F statiskā (F_s) un dinamiskā (F_d) komponente.



39. zīm. Dzinējspēks F_d ir ķermenim pielikto spēku — spēka F un atbalsta reakcijas R — rezultējošais spēks.

forma nekustīga vai arī tad, kad platformu nolaiž ar pastāvīgu ātrumu (bez paātrinājuma), viss ķermenim pieliktais smaguma spēks statiski izpaužas spiedienā, ko tas izdara uz platformu. Ja virvi palaiž tā, lai platforma varētu krist ar paātrinājumu, tad smaguma spēks pa daļai izpaužas dinamiski, dodot ķermenim paātrinājumu j, pārējā spēka daļa izpaužas ķermeņa statiskā spiedienā uz platformu: $F_s = P - mj$. Tātad šai gadījumā ķermenis spiež uz platformu ar mazāku spēku nekā tad, ja ķermeni nolaiž vienmērīgi. No tā novērotāja viedokļa, kas satur virvi, ķermenis, ko nolaiž ar paātrinājumu, «zaudē svarā» jo vairāk, jo ar lielāku paātrinājumu tas krīt. Ja ķermenis krīt kopā ar platformu «brīvi» (t. i., ja tam ir pilns paātrinājums g, ko ķermenim spēj dot smaguma spēks, kas viss izpaužas dinamiski), tad tas neizdarīs nekāda spiediena uz platformu un virve nemaz nebūs sastiepta.

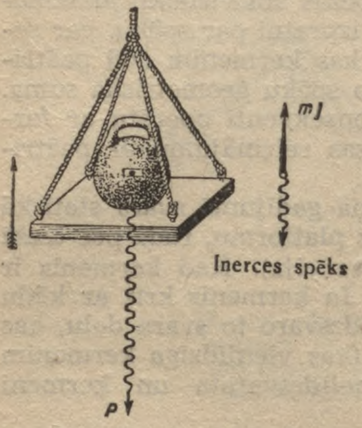
Šo pašu «nebrīvi» krītošā ķermeņa piemēru var izskaidrot arī citādi. Var spriest tā: smaguma spēks dod ķermenim paātrinājumu g, kas vērsts *lejup*. Kad virve piepūlēta ar pilnu ķermeņa svaru, tad platformas spiediens uz ķermeni dod tam paātrinājumu g, kas vērsts *augšup*. Ķermeņa paātrinājumu ģeometriskā suma ir nulle; tātad ķermenis nekustas. Ja ķermenis krīt ar paātrinājumu j, bet ne g, tad tas nozīmē, ka ar platformas spiedienu ķermenis ieguvis paātrinājumu augšup $(g—j)$ un virves stiepes spēks ir $P — mj$. Ķermenis kritīs ar paātrinājumu g, kad platforma neizdarīs uz to spiedienu, t. i., kad virve nebūs piepūlēta.

Parasto mechanikas uzdevumu robežās abi viedokļi matemātiski ir līdzvērtīgi. Ievērojot Ņutona izpratni par spēku, var secināt, ka «dzinējspēks», t. i., spēks, kas ķermenim dod paātrinājumu, arvien ir ķermenim pielikto spēku ģeometriskā suma. Un tas ir viss, kas vajadzīgs, lai konsekventi operētu ar formalu priekšstatu par spēku kā masas reizinājumu ar paātrinājumu.

Aplūkotajā nebrīvi krītoša ķermeņa gadījumā svara statiskā izpausme, t. i., ķermeņa spiediens uz platformu, rada pēc trešā likuma platformas pretspiedienu (*reakciju*). Kad ķermenis ir nekustīgs, reakcija līdzsvaro svaru. Ja ķermenis krīt ar kādu paātrinājumu, platformas reakcija līdzsvaro to svara daļu, kas izpaužas statiski. Pārējā svara daļa (kas vienlīdzīga ķermenim pielikto spēku kopspēkam) paliek nelīdzsvarota un ķermeni paātrina.

Iedomāsimies, ka uz gluži līdzenas slīpas plaknes uzlikts kāds ķermenis. Svara ģeometriskā komponente, kas perpendikulara pret slīpo plakni, statiski izpaužas spiedienā, ko ķermenis izdara pret plakni. Svara otrā komponente, kas paralela plaknes virzienam, izpaužas dinamiski: tā ķermeni paātrina (38. zīm.). Iegaumēsim, ka šai zīmējumā, kā arī pārējos šā paragrafa zīmējumos, līkumotā bulta attēlo statisko spēka izpausmi: tā ir spēka **F** ģeometriskā komponente, *kas pielikta ķermenim*, bet tā ir arī spēks, ko *ķermenis attīsta* un *kas pielikts atbalstam*; dinamiskā komponente ir pielikta tikai aplūkojamam ķermenim. Spēka statiskā izpausme rada lielumā vienlīdzīgu, bet virzienā pretēju atbalsta reakciju. Ķermenis kustēsies divu tam pielikto spēku — svara un reakcijas (39. zīm.) — kopspēka iedarbībā, bet šis rezultējošais spēks arī ir tas spēks, ko apzīmējam par aplūkojamā ķermeņa spēka dinamisko izpausmi.

30. §. Inerces spēki. Centrifugalais spēks. Inerces spēki izpaužas statiski spiedienā, kādu ķermenis, kurš attīsta inerces spēkus, izdara uz otru ķermeni, kas ir par cēloni pirmā ķermeņa kustības stāvokļa maiņai. Ķermenis, ko paātrināti ceļ augšup, izdara inerces spēka iedarbībā uz platformu papildspiedienu (40. zīm.). Novērotājam, kas velk virvi, izliekas, ka ķermenis jo vairāk «palielinās svarā», jo lielāks ir celšanas paātrinājums. Gumijas bumba, kas sviesta pret sienu, izdara ar inerces spēku uz sienu spiedienu. Ja mums labi būtu zināmi vielas sīkāko daļiņu savstarpējās iedarbības likumi un ja mēs kādā laika momentā nofotografētu visu sitienā pret sienu saspiestās gumijas bumbas apvalka daļiņu sakārtojumu, tad pārliecinātos, ka spiediens, ko izdara gumijas bumba pret sienu, ir to elastisko spēku rezultats, kas radušies sakarā ar gumijas bumbas daļiņu normalā sakārtojuma traucējumu triecienā pret sienu. Viena ķermeņa spiediens uz otru ķermeni arvien ir vai nu vielas daļiņu elastiskās pārvietošanās rezultats, vai arī molekularo triecienu rezultats.



40. zīm. «Ieguvums svarā» rodas no inerces spēka, ja ķermeni ceļ ar paātrinājumu.

Lai kāds arī būtu tā spēka «mechanisms», ar kuru viens ķermenis spiež uz otru vai arī velk otru sev līdz, mēs to saucam par inerces spēku, ja šis spēks r a d i e s, pateicoties tam, ka kāds no savstarpējā iedarbībā esošiem ķermeņiem ir mainījis savu kustības stāvokli. Tātad vienu un to pašu fizikalu parādību mechanikā nosaucam, atkarībā no rašanās, vienā gadījumā par inerces spēku un otrā — par statisku spēku izpausmi. Piemēram, par virvi, kuras vienā galā piesiets atsvars, bet kuras otru galu turam rokā un griežam šo atsvaru pa aploci, mēs sakām, ka virvi izstiepj centrifugalais inerces spēks. Šī spēka fizikalā izpausme ir tāda pati, it kā šo virvi stieptu kāds statisks spēks.

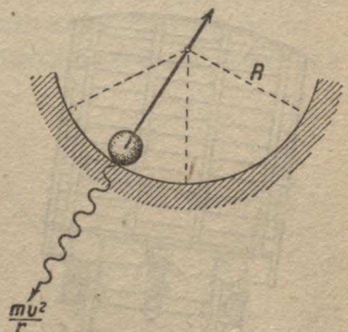
Kad spiediens vai vilkšana, ko izdara kādi ķermeņi, piespiež kādu kustīgu ķermeni novērsties no taisnvirziena ceļa, mēs sakām, ka *ķermenis, kas novirzās no taisnvirziena ceļa, attīsta centrifugalo inerces spēku;* šis spēks ir vērsts pret centripetalo spēku, ar kuru ķermeņi, kas izsauc trajektorijas izliekumu, spiež uz kustīgo ķermeni vai to velk (41. zīm.). Pēc darbības un pretdarbības vienlīdzības likuma šie divi spēki skaitliski arvien ir vienlīdzīgi; tādēļ centrifugalo inerces spēku (27. §) izsaka formula

$$F_r = \frac{mv^2}{R} \qquad (16)$$

vai arī

$$F_r = m\omega^2 R. \qquad (17)$$

Centripetalais spēks arvien ir vērsts uz liekuma centru un ir pielikts kustīgam ķermenim. Centrifugalā spēka lielums ir vienlīdzīgs centripetalā spēka lielumam, bet pretēji vērsts, t. i. no liekuma centra uz trajektorijas izliekumu, un *pielikts ķermeņiem, kas izsauc kustīgā ķermeņa trajektorijas izliekumu.*

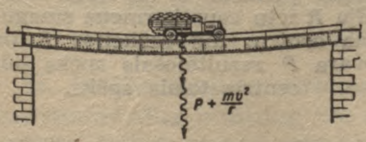


41. zīm. Centripetalais spēks iet caur liekuma centru. Centrifugalais spēks ir vērsts pretēji un pielikts atbalstam.

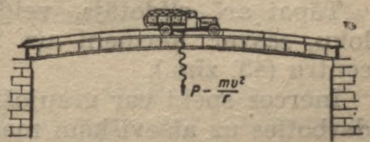
Izturīgā diegā piekārta masiva lode piepūlē diegu miera stāvoklī ar spēku P; bet, ja lodi iešūpo, tad tā piepūlē diegu ar spēku F, kas ir lielāks nekā lodes svars par lielumu, ko attīsta lodes centrifugalie inerces spēki:

$$F = P + \frac{mv^2}{r}.$$

Automobilis, braukdams pa tiltu, kas nedaudz ieliecas no automobiļa svara, spiež uz tiltu ar spēku, kas pārsniedz automobiļa svaru par centrifugalā inerces spēka lielumu (42. zīm.). Tādēļ automobiļa spiediens uz ieliekta tilta ir jo lielāks (ja citi



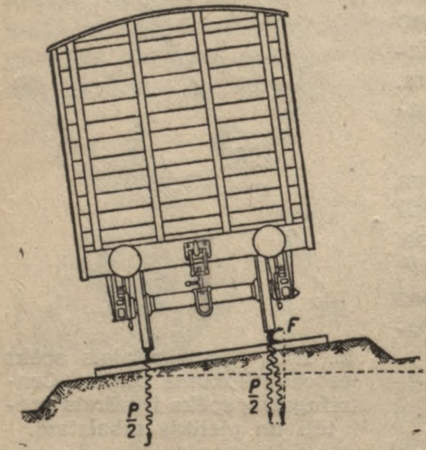
42. zīm. Braucot pa ieliektu tiltu, automobilis spiež uz tiltu ar spēku, kas lielāks par tā svaru.



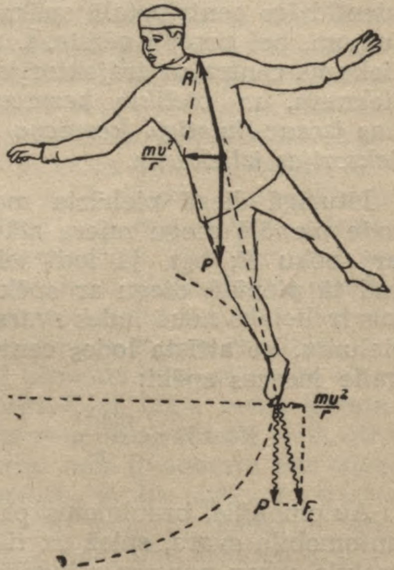
43. zīm. Braucot pa izliektu tiltu, automobilis spiež uz tiltu ar spēku, kas mazāks par tā svaru.

noteikumi nemainās), jo lielāks ir automobiļa kustības ātrums. Lai izvairītos no centrifugalo spēku iedarbības, tiltus parasti taisa nedaudz izliektus (43. zīm.). Šai gadījumā mašīnu svars, kuras ātri kustas pa tiltu, pa daļai izpaužas dinamiski, dodot mašīnām centripetalo paātrinājumu, kas vērsts lejup. Tādēļ ātri braucošu mašīnu spiediens uz izliekta tilta ir mazāks nekā mašīnu svars.

Ceļa līkumos dzelzceļa vagonu vai tramvaja riteņi izdara uz ārējo sliedi horizontalu spiedienu, pateicoties vagonu attīstītam centrifugalam inerces spēkam. Lai vagoni neapgāztos, vagona rezultējošam spiedienam jāatrodas starp sliedēm. Spiediena kopspēkam, ko veido vagona svars un centrifugalais spēks, jābūt perpendikularam pret sliedes virsmu; tādēļ ceļa līkumos



44. zīm. Līkumā ārējo sliedi liek augstāk nekā iekšējo.



45. zīm. Slidotājs, veidojot loku, pagāž ķermeni tā, lai ledus reakcija *R* ietu caur ķermeņa smaguma centru; tad reakcijas *R* un svara *P* rezultējošais spēks būs centripetalais spēks.

ārējo sliedi liek nedaudz augstāk par iekšējo (44. zīm.).

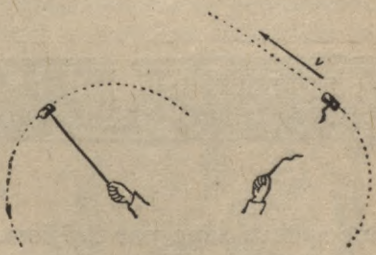
Tāpat arī slidotājs, veidojot loku, sasver ķermeni uz loka centru (45. zīm.).

Inerces spēki var graujoši iedarboties uz atsevišķām mašinu daļām. Ja ritenis uzdzīts uz ass tā, ka visa riteņa masa sadalīta simetriski attiecībā pret griešanās asi, tad centrifugalie inerces spēki, ko attīsta atsevišķas riteņa daļiņas, līdzsvarojas uz griešanās ass un izpaužas tikai riteņa vielas elastiskā piepūlējumā. Pie ļoti lieliem ātrumiem šāds piepūlējums riteni var pārplēst. Bet ja riteņa masa attiecībā pret griešanās asi ir sadalīta nesimetriski, tad jau pie ne visai lieliem ātrumiem centrifugalie inerces spēki, kas šai gadījumā nelīdzsvarojas uz ass, var izsaukt ass lūzumu.

Lokomotives riteņi ar nesimetriski sadalītiem inerces spēkiem var radīt pat vairāku tonnu lielu vienpusīgu spiedienu uz asi. Šādā gadījumā, ritenim griežoties, spiediens uz sliedēm gan pieaug (ja nelīdzsvarotais centrifugalo spēku kopspēks vērsts lejup), gan arī samazinās (ja tas vērsts augšup), un sliede atrodas it kā zem smaga vesera sitieniem.

Kad projektē kādu jaunu mašinu, tad sīki aprēķina inerces spēkus, kas var rasties mašinas darbā dažādos apstākļos. Pret nelīdzsvarotu inerces spēku izpausmi ir jācīnās ar precizu masu sadalījumu un kustību saskaņošanu atsevišķās mašinas daļās.

Bet inerces spēkiem, sevišķi centrifugaliem spēkiem, technikā ir arī plaši un daudzpusīgi pielietojumi (veseru darbs, centrifugalās mašinas, centrifugas utt.).


46. zīm.

Jāatzīmē, ka termins «centrifugalais spēks» nav visai izdevīgs; tas pavedina uz nepareizu šā spēka izpratni. Termins «centrifugalais spēks» liek domāt par tādu kustību, kas vērsta no griešanās centra pa radiusu. Kaut gan centrifugalais spēks arī darbojas no centra pa radiusu, tomēr *šis spēks nekādas kustības šādā virzienā neizsauc* un nav arī spējīgs izsaukt, jo šis spēks ir pielikts saitēm[1]. Ja saites, kas notur ķermeni nemainīgā atstatumā no centra, pēkšņi pārtrūkst (piemēram, pārtrūkst aukla, pie kuras piesiets akmens, ko griežam pa aploci, 46. zīm.), tad šis ķermenis, kas kustējās pa aploci, attālināsies no aploces centra ne pa radiusu, bet pa aploces pieskari, jo inerces spēka iedarbībā ķermenis patur to ātruma virzienu, kāds tam bija saites pārtrūkšanas momentā.

31. §. Mechaniskā sistema. Iekšējie un ārējie spēki. Vairākus materialus punktus, ko aplūko kopā, sauc par *mechanisku sistemu* (jēdzieni par materialo punktu un mechanisko sistemu bija paskaidroti I nodaļas 2. §; tur bija sacīts, ka tie ir nosacīti jēdzieni).

Vilciens (lokomotive, tenderis, vagoni), Saules sistema (Saule un planetas), atoms (atoma kodols un elektroni, kuri ap to griežas), katra mašina, kaut kāds ķermenis, ja to aplūko kā daļiņu kopu utt. — visi tie ir mechaniskas sistemas.

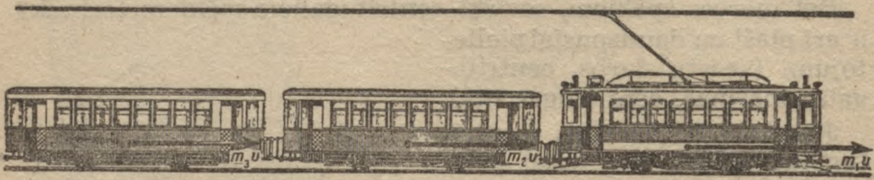
Uz katru mechaniskās sistemas ķermeni (uz katru sistemas materialo punktu) darbojas divējādas izcelšanās spēki.

---

[1] Par saitēm mechanikā sauc tos kustības brīvības ierobežojumus, kādi pastāv attiecībā uz aplūkojamiem ķermeņiem. Piemēram, attiecībā pret riteņa loku spieķi ir saites; sliedes ir saites attiecībā pret vilcienu visumā utt.

Pirmkārt, katrs ķermenis savstarpēji iedarbojas ar citiem sistemas ķermeņiem (vagons ar citiem vagoniem, Saule ar planetām; mašinas daļas — savā starpā); tādus savstarpējas iedarbības spēkus sauc par sistemas *iekšējiem* spēkiem.

Otrkārt, mechaniskās sistemas ķermeņi (materialie punkti) ir pakļauti arī citu, sistemai nepiederošu ķermeņu iedarbībai; tā-



47. zīm.

dus spēkus sauc par *ārējiem*. Attiecībā pret vilcienu tādi spēki ir: smaguma spēks, «vilcēja berze», bremzējošā berze, gaisa pretestība.

Jēdzieni: «iekšējie» un «ārējie» spēki ir relativi. Piemēram, iedarbības spēki starp atomiem, kas veido molekulu, ir ārēji attiecībā pret katru no šiem atomiem kā atsevišķu sistemu. Bet šie spēki top par iekšējiem, ja visu molekulu aplūkojam kā vienotu sistemu.

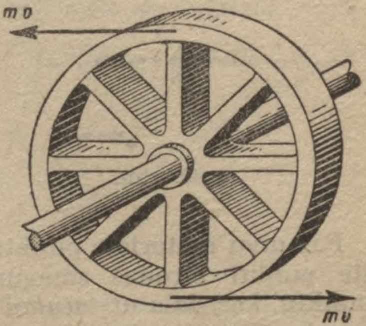
Pēc trešā likuma, ja kāds ķermenis A darbojas uz ķermeni B ar kādu spēku, tad arī ķermenis B darbojas uz ķermeni A ar vienlīdzīgu, bet pretēji vērstu spēku. Tādēļ *visi* mechaniskās sistemas iekšējie spēki pa pāriem ir vienlīdzīgi un pretēji. Spēks, ar kādu vilcienā viens vagons velk otru, ir vienlīdzīgs spēkam, ar kuru otrs aiztur pirmo. Ja ģeometriski saskaitīsim visus iekšējos spēkus, kas pielikti visiem kādas sistemas ķermeņiem, tad jebkuru divu savstarpēji iedarbīgo ķermeņu spēku suma ir nulle; *tādēļ katras mechaniskās sistemas iekšējo spēku ģeometriskā suma ir nulle.*

Saprotams, ka trešais likums attiecināms arī uz ārējiem spēkiem, bet, ģeometriski saskaitot ārējos spēkus, kas iedarbojas uz kādu mechanisku sistemu, nedrīkstam šai sumā ietilpināt pretdarbības spēkus, jo tie pielikti ķermeņiem, kas nepieder sistemai. Tādēļ to ārējo spēku suma, kas iedarbojas uz sistemu, vispārējā gadījumā nav nulle.

22. paragrafā jau bija runa par ķermeņa kustības daudzuma vektoru. *Ar mechaniskās sistemas kustības daudzumu saprot visu sistemā ietilpstošo ķermeņu kustības daudzumu ģeometrisko sumu.*

47. zīmējumā redzam triju tramvaja vagonu sastāva kustības daudzuma noteikšanu; motorvagona kustības daudzums ir lielāks nekā piekabināto, jo tam ir lielāka masa.

Ir iespējams gadījums, kad visi sistemas ķermeņi atrodas kustībā, bet sistemas kopīgais kustības daudzums ir nulle. Par tāda gadījuma piemēru var noderēt spara rata griešanās ap nekustīgu asi (48. zīm.); jebkuras divas spara rata daļiņas, kas simetriski novietotas attiecībā pret griešanās asi, griežas pretējos virzienos, un tādēļ šo daļiņu kustības daudzuma ģeometriskā suma ir nulle. Ja visa spara rata masa ir sadalīta simetriski attiecībā pret griešanās asi, tad, ģeometriski saskaitot visu spara rata daļiņu kustību daudzumus, sumā iegūsim nulli. Fizikali tas nozīmē, ka spara rats nepārvietojas; ja tas veltos līdzīgi ritenim, tad tā kustības daudzums nebūtu nulle. Katra mechaniskās sistemas atsevišķa ķermeņa kustību nosaka visi kā ārējie, tā arī iekšējie spēki, kas uz šo ķermeni iedarbojas. Bet sistemu visumā, kā turpmāk redzēsim, ietekmē tikai ārējie spēki.



48. zīm.

32. §. Masu centrs. Mēs jau ne vienreiz vien esam lietojuši izteicienu «sistemas kustība visumā». Šo izteicienu vajag precizēt. Ar sistemas kustību visumā saprot sistemas «masu centra» pārvietošanu.

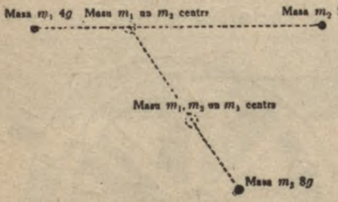
No elementarā fizikas kursa ir zināms jēdziens par ķermeņa smaguma centru. Ja saka, ka lodes smaguma centrs atrodas lodes ģeometriskajā centrā vai ka trīsstūra smaguma centrs atrodas medianu krustpunktā, tad ar to grib izteikt domu, ka jebkurā lodes vai trīsstūra plaknes stāvoklī attiecībā pret Zemi ķermeņa visu daļiņu svara kopspēks (ķermeņa svars) darbojas pa vertikalu taisni, kas lodei arvien iet caur centru, bet trīsstūrim caur medianu krustpunktu.

Ja gribam, lai ķermenis jebkurā stāvoklī atrastos līdzsvarā, tad vajag svaru līdzsvarojošo spēku pielikt ķermeņa smaguma centrā.

Jēdzienu par smaguma centru var vispārināt uz vairāku ķermeņu kopu (uz ķermeņu sistemu). Tāds vispārinājums ir gluži dabisks: pietiek iedomāties, ka visi ķermeņi savienoti savstarpēji ar cietiem, bet viegliem (it kā «nesveramiem») stieņiem.

Šādi savienoti ķermeņi izveidos ķermeni, kura smaguma centru sauc par kopīgo smaguma centru (*sistemas smaguma centru*). Ar jēdzienu *deformējamās masas smaguma centrs* (piemēram, šķidruma) mēs saprotam tāda cieta ķermeņa smaguma centru, ko tas veidotu, ja acumirklī sacietētu dotajā stāvoklī.

Atsevišķā gadījumā, ja doti divi materialie punkti, tad to smaguma centrs atrodas uz taisnes, kas savieno šos punktus un dala atstatumu starp šiem punktiem apgriezti proporcionali to masām.



49. zīm.

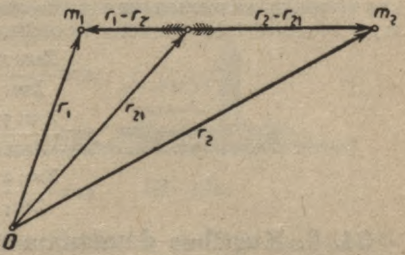
Vispār par smaguma centru var runāt tikai tad, ja ķermeņi atrodas uz Zemes virsmas; pretējā gadījumā pats svara jēdziens zaudē noteiktību. Bet katra ķermeņa neatņemama īpašība ir tā masa. Tādēļ vispārīgāks un svarīgāks ir jēdziens par masu centru.

Par divu materialo punktu *masu centru,* neatkarīgi no tā, vai šie punkti atrodas smaguma spēka iedarbībā vai ne, sauc punktu, *kas dala atstatumu starp šiem punktiem apgriezti proporcionali to masām.* Triju materialo punktu masu centrs dala atstatumu starp kādu divu punktu masu centru un trešo materialo punktu apgriezti proporcionali pirmo divu masu sumai pret trešo masu (49. zīm.). Tāda pati ir pāreja no trim materialiem punktiem uz četriem un vispār uz jebkuru punktu skaitu. Tātad Zemes virsū kāda ķermeņa smaguma centrs tai pašā laikā ir arī šā ķermeņa masas centrs.

No definicijas izriet, ka materialo punktu masu centrs atrodas kaut kur s t a r p t i e m, bet nekad nevar atrasties ārpus sferas, kurā atrodas visas dotās masas.

Nosaukums «masu centrs» saprotams šādā prātojumā: iedomāsimies, ka starp visām ķermeņa daļiņām, kas veido sistemu, darbojas bezgalīgi ar laiku pieaugoši pievilkšanās spēki. Pēc trešā likuma savstarpējie iedarbības spēki, kas pielikti diviem materialiem punktiem, ir skaitliski vienlīdzīgi. Tuvinoties šo spēku iedarbībā, ja tos netraucē, abi materialie punkti kustēsies saskaņā ar otro Ņutona likumu ar paātrinājumiem, kas ir apgriezti proporcionali to masām; tādā pašā attiecībā atradīsies to noietie ceļa gabali līdz sastapšanās vietai (ja sākuma ātrums ir nulle), t. i., materialie punkti sastapsies masu centrā. Pievienojot diviem materialiem punktiem trešo, trim — ceturto, utt., iegūsim to pašu rezultatu jebkurai mechaniskai sistemai. Tātad — *mechaniskās sistemas masu centrs ir punkts, ap kuru kā ļoti blīvu sferisku ķermeni sakrātos visa sistemas masa, ja starp sistemas materialiem punktiem darbotos ar laiku bezgalīgi pieaugoši pievilkšanās spēki.*

33. §. Masu centra koordinatas. Lai noteiktu masu centra koordinatas, rīkosimies tā: vilksim no koordinatu sākuma punkta radiusus-vektorus $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \ldots$, kas norāda materialo punktu $m_1, m_2, m_3 \ldots$ atrašanās vietas. Pēc definicijas, kas dota iepriekšējā paragrafā, divu materialo punktu, piemēram, m_1 un m_2, masu centrs dala atstatumu starp šiem diviem punktiem apgriezti proporcionali to masām. Radiusu-vektoru, kas norāda divu masu m_1 un m_2 centra atrašanās vietu, apzīmēsim ar $\mathbf{r}_{21}$ (50. zīm.). Redzams, ka šo divu masu centra atstatums no materialā punkta m_1 ir vienlīdzīgs ģeometriskai vektoru starpībai $(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{21})$. Analoģiski tā paša masu centra atstatums no otrā materialā punkta m_2 ir $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_{21})$. Vektori $(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{21})$ un $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_{21})$ ir vērsti pa vienu taisni, bet uz dažādām pusēm: pirmais no masu centra uz materialā punkta m_1 pusi, bet otrs uz materialo punktu m_2. Lai ar vektoriem, kas atrodas uz vienas taisnes, varētu rīkoties kā ar aritmetiskiem lielumiem, kas izteic nogriežņu garumus, šiem vektoriem jābūt vērstiem uz vienu pusi. Tādēļ vienu no abiem aplūkojamiem vektoriem $(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{21})$ un $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_{21})$ ņemsim ar pretēju zīmi; tad jēdzienu par masu centra definiciju, ko izteicām vārdos, var uzrakstīt tā:



50. zīm. Paskaidrojums masu centra noteikšanai.

$$\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{21}}{\mathbf{r}_{21} - \mathbf{r}_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Tad

$$m_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{21}) = m_2(\mathbf{r}_{21} - \mathbf{r}_2)$$

jeb

$$m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{r}_{21}.$$

Tagad aplūkosim trešo materialo punktu m_3; radiusu-vektoru, kas norāda tā atrašanās vietu, apzīmēsim ar $\mathbf{r}_3$, bet radiusu-vektoru, kas norāda triju punktu m_1, m_2 un m_3 masu centru atrašanās vietu, apzīmēsim ar $\mathbf{r}_{321}$. Šā masu centra atstatumu no materialā punkta m_3 nosaka vektors $(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_{321})$, bet tā atstatumu no punkta m_1 un m_2 masu centra nosaka vektors $(\mathbf{r}_{21} - \mathbf{r}_{321})$. Šie vektori atrodas uz vienas taisnes, bet to virzieni ir pretēji. Ņemam vienu ar pretējo zīmi, lai varētu ar tiem rīkoties kā ar aritmetiskiem lielumiem, un rakstām proporciju, kas nosaka triju masu centru atrašanās vietu:

$$\frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_{321}}{\mathbf{r}_{321} - \mathbf{r}_{21}} = \frac{m_1 + m_2}{m_3}.$$

Tad

$$m_3(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_{321}) = (m_1 + m_2)(\mathbf{r}_{321} - \mathbf{r}_{21})$$

jeb

$$(m_1 + m_2)\mathbf{r}_{21} + m_3\mathbf{r}_3 = (m_1 + m_2 + m_2)\mathbf{r}_{321}.$$

Savienojot šo vienādojumu ar iepriekš dabūto vienādojumu, kurā izteikts $\mathbf{r}_{21}$, iegūstam:

$$m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 + m_3 \mathbf{r}_3 = (m_1 + m_2 + m_3)\, \mathbf{r}_{321}.$$

Saprotams, ka, ņemot ceturto, piekto un visus pārējos mechaniskās sistemas materialos punktus, iegūsim analoģiskus vienādojumus radiussam-vektoram r, kas vilkts no koordinatu sākuma līdz sistemas masu centram:

$$\mathbf{r} = \frac{\Sigma m_i \mathbf{r}_i}{\Sigma m_i}. \tag{18}$$

Šeit zīme Σ norāda, ka sumēšana attiecināta uz visiem sistemas materialiem punktiem (Σm_i ir sistemas kopējā masa).

Projecējot visus radiusus-vektorus $\mathbf{r}_i$ un $\mathbf{r}$ uz koordinatu asīm, iegūstam viena vektoru vienādojuma (18) vietā trīs skalarus vienādojumus, kas nosaka sistemas x, y, z masu centra koordinatas ar sistemas x_i, y_i, z_i materialo punktu koordinatām:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}, \\ y &= \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}, \\ z &= \frac{\Sigma m_i z_i}{\Sigma m_i}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

34. §. Kustības daudzuma nezūdamības likums. Uzrakstīsim vienādojumu, kas izsaka otro Ņutona likumu katram mechaniskās sistemas ķermenim. Dotam ķermenim pielikto sistemas iekšējo spēku rezultējošo spēku apzīmēsim ar vektoru $\mathbf{f}$, bet pielikto ārējo spēku rezultējošo — ar vektoru $\mathbf{F}$:

$$\frac{d(m_1 \mathbf{v}_1)}{dt} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{F}_1$$

$$\frac{d(m_2 \mathbf{v}_2)}{dt} = \mathbf{f}_2 + \mathbf{F}_2$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{d(m_n \mathbf{v}_n)}{dt} = \mathbf{f}_n + \mathbf{F}_n.$$

Saskaitīsim (pēc daudzstūra likuma) vektorus, kas atrodas šo vienādojumu kreisās un labajās pusēs:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \ldots + m_n \mathbf{v}_n) = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \ldots + \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots$$

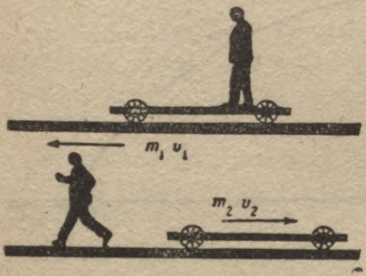
Iekšējo spēku suma, kas atrodas vienādojuma labajā pusē

$$\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \ldots + \mathbf{f}_n$$

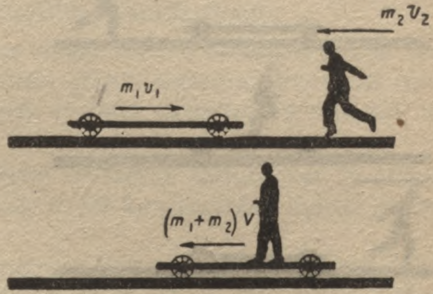
ir nulle, jo šie spēki lieluma ziņā pa pāriem ir vienlīdzīgi un pretēji vērsti. Paliek pāri tikai ārējie spēki. Tādēļ iegūstam:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \ldots + m_n \mathbf{v}_n) = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n \tag{20}$$

Sistemas kustības daudzuma ģeometriskā maiņa, kas notiek bezgalīgi mazā laika sprīdī, dalīta ar šo laika sprīdi, ir vienlīdzīga ar to ārējo spēku ģeometrisko sumu, kuri darbojas uz sistemu. Citiem vārdiem: sistemas kustības daudzuma lielums un virziens mainās ar laiku atkarībā no ārējiem spēkiem, kas darbojas uz sistemu. Iekšējie spēki nevar mainīt sistemas kopējo kustības daudzumu.



51. zīm.



52. zīm.

Kustības daudzuma nezūdamības likums ir viens no svarīgākiem fizikas likumiem. Minēsim dažus piemērus, kas paskaidro šo likumu.

Kad cilvēks, kas iepriekš mierīgi stāvēja uz ratiņiem, lec uz priekšu, tad ratiņi virzās atpakaļ; tātad kustības daudzuma kopsuma, kura bija nulle, arī paliek nulle (51. zīm.):

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = 0.$$

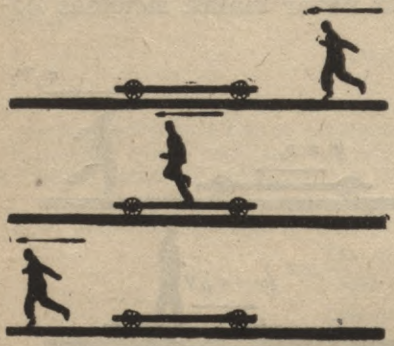
Ja cilvēks skrienot uzlec uz viegliem ratiņiem, kas viņam lēni brauc pretī, tad, palikdams uz ratiņiem, cilvēks kopā ar tiem kustēsies skriešanas virzienā ar tādu pašu kustības daudzumu, kāda bija sākumā cilvēka un ratiņu kustības daudzumu ģeometriskā suma (52. zīm.):

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2)\,\mathbf{v}.$$

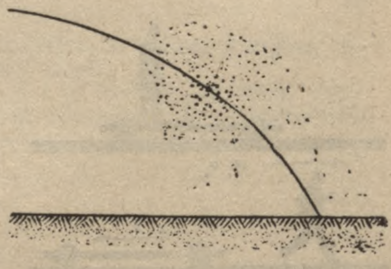
Ja cilvēks pārskries pār nekustīgiem ratiņiem, nesamazinot savas kustības ātrumu, tad ratiņi paliks nekustīgi stāvot (53. zīm.).

Kad šrapnelis eksplodē, šķembas lido uz visām pusēm, bet nekad nelido visas lejup vai visas augšup no šrapneļa trajektorijas. Šķembu kustības daudzumu ģeometriskā suma pēc eksplozijas paliek tāda pati, kāds bija šrapneļa kustības daudzums pirms eksplozijas. Šrapneļa šķembu masu centrs, kad šķembas lido uz visām pusēm, turpina kustēties pa trajektoriju, pa kuru šrapnelis būtu turpinājis kustēties, ja eksplozija nebūtu notikusi (54. zīm.).

Sistemas kustības daudzums (jeb masu centra kustības daudzums) nav atkarīgs no iekšējiem spēkiem. Bet iekšējie spēki



53. zīm.



54. zīm.

var radīt sistemas ķermeņu savstarpīgu kustību. Tādā gadījumā divu ķermeņu ātrumu maiņas iekšējo spēku iedarbībā ir apgriezti proporcionalas to masām un pretēji vērstas.

Piemēram, ja cilvēks nolec no viegliem ratiņiem, tad tie ar lielu ātrumu ripo atpakaļ, bet, ja ratiņi ir smagi, tad tie kustas lēni. Abas šīs kustības izraisa iekšējo spēku darbība; tādu iekšējo spēku izpausmi sauc par *atsitienu*. Ja, uz slidām stāvot, sviež uz priekšu kādu smagu priekšmetu, tad sviedējs neizbēgami paslīdēs atpakaļ, bet lēni, jo sviedēja masa ir samērā liela. Izšaujot no lielgabala, kas nav nekustīgi nostiprināts (t. i., nav ārējas pretdarbības), tas atgrūžas atpakaļ.

Ar atsitienu izskaidrojams raķetes lidojums: eksplozijā raķete (iekšējie spēki) izgrūž ārā gāzes; izgrūztās gāzes un raķete attālinās pretējos virzienos no to kopīgā masu centra. Pēdējā laikā technikā izdara mēģinājumus, lai praksē varētu izmantot raķešu dzinējus (automobilis-raķete, drezina-raķete).

35. §. Masu centra kustības teorema. Spēku pāra iedarbība uz ķermeni. No kustības daudzuma nezūdamības likuma izriet svarīgs secinājums par sistemas masas centra kustību.

Pieņemsim, ka ārējo spēku nav un ka sistemas iekšienē darbojas ar laiku bezgalīgi pieaugoši sistemas daļiņu un ķermeņu savstarpējās pievilkšanās spēki. Tad, turpinot kopīgu kustību pēc inerces, sistemas visas materialās daļiņas vienā laikā tuvosies un to sastapšanās punkts ir masu centrs (32. §). Turpmāk daļiņas kustēsies kopā kā viens ķermenis, kura masa ir

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n,$$

bet, tā kā ārējo spēku nav, tad sistemas kustības daudzums mainīties nevarēja un visu savienoto masu kopīgās kustības ātrumam $\mathbf{v}$ jāapmierina noteikums:

$$M\mathbf{v} = \text{sistemas kustības daudzumam.}$$

Ja iedomājamies, ka sistemas masu centrā ir koncentrēta visa sistemas masa, tad masu centram jābūt sistemas kustības daudzuma nesējam. Šim slēdzienam ir liela principiala nozīme, un to formulē tā:

Mechaniskas sistemas kopīgais kustības daudzums ir tikpat liels kā sistemai, kurai visa masa it kā koncentrēta masas centrā un kustas ar to kopā.

Tādēļ sistemas kustības daudzumu sauc arī par tās masu centra kustības daudzumu. Sistemas kustības daudzuma vienlīdzību ar masu centra kustības daudzumu matemātiski izsaka ar formulu:

$$M\mathbf{v} = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + \ldots + m_n\mathbf{v}_n, \qquad (21)$$

kur M ir visas sistemas masa; $\mathbf{v}$ — masu centra kustības ātrums; $m_1, m_2, \ldots, m_n$ — atsevišķo ķermeņu (vai materialo punktu) masas; $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ — to ātrumi.

Aizstājot vienādojumā (20) sistemas ķermeņu kustības daudzumu ģeometrisko sumu ar masu centra kustības daudzuma vektoru, iegūst:

$$\frac{d(M\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n. \qquad (22)$$

Šis jaunais vienādojums ir tāds pats kā tas vienādojums, kas izsaka otro Ņutona likumu ķermenim ar masu M, kas kustas spēka

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n$$

iedarbībā.

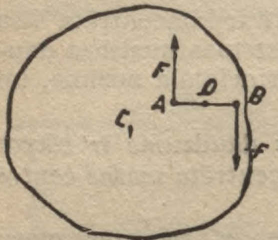
No teiktā var taisīt šādu slēdzienu:

Mechaniskās sistemas masu centrs kustas tā, it kā šai centrā būtu koncentrēta visas sistemas masa un uz to iedarbotos spēks, kas ir visu ārējo spēku (kas pielikti sistemas ķermeņiem) ģeometriskā suma.

Šo teoremu sauc par *masu centra kustības likumu.*

Atsevišķā gadījumā, kad nav ārējo spēku vai kad to ģeometriskā suma ir nulle, sistemas masu centrs kustas kā izolēts ķermenis, t. i., vienmērīgi taisnā virzienā, vai arī paliek mierā.

No spēku darbības neatkarības (24. §) izriet, ka masu centra kustības teoremu var pielietot jebkurā atsevišķā kustības virzienā. Matemātiski tas izpaužas tai faktā, ka vektoru vienādojums (22) ir līdzvērtīgs trim skalariem vienādojumiem, kas izteic vektoru projekcijas uz trim savstarpēji perpendikularām asīm:



55. zīm. Lai kā arī ķermenim būtu pielikts spēku pāris, tas griež ķermeni ap asi, kas iet caur masas centru.

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}(Mv_x)&=F_{1x}+F_{2x}+\ldots+F_{nx};\\ \frac{d}{dt}(Mv_y)&=F_{1y}+F_{2y}+\ldots+F_{ny};\\ \frac{d}{dt}(Mv_z)&=F_{1z}+F_{2z}+\ldots+F_{nz}.\end{aligned}\right\}\quad(23)$$

Ievērojot spēku darbības neatkarības principu un pētījot masas centra kustību kaut kādā virzienā, piemēram, x ass virzienā, varam aplūkot šo kustību tā, it kā divu citu asu virzienā nekāda kustība nenotiktu.

Tiem piemēriem, kuri bija minēti iepriekšējā paragrafā, lai paskaidrotu kustības daudzuma nezūdamības likumu, un kuri tai pašā laikā arī apstiprina teoremu par masas centra kustību (masas centra nekustība atsitienos, masas centra kustība šrapneļa eksplozijā), pievienosim vēl vienu ievērojamu piemēru.

Iedomāsimies, ka uz cietu ķermeni, kas atradies miera stāvoklī, sāk darboties divi skaitliski vienlīdzīgi, bet pretēji vērsti paraleli spēki (t. s. «spēku pāris»). Kā ķermenis kustēsies? No pirmā acu uzmetiena liekas, ka ķermenis sāks griezties ap punktu D vidū starp spēku pāra pielikšanas punktiem (55. zīm.). Bet šis slēdziens ir kļūdains (šādu kļūdu bieži izdara, atrisinot uzdevumus). Pielikto ārējo spēku **F** un —**F** ģeometriskā suma ir nulle. Tātad masas centra kustība nemainīsies. Tas bija miera stāvoklī un arī paliks miera stāvoklī. Ķermenis griezīsies ap nekustīgo masas centru C.

Ja platdibenes laivas vidū iekrauj smagus akmeņus, kas ievērojami pārsniedz mūsu ķermeņa svaru un, sēžot laivas priekšgalā vai pakaļgalā — vienalga kur, sāk ar vienu airi airēt uz priekšu, bet ar otru atpakaļ, tad laiva griezīsies ap savu vidu (ap masas centru). Ja akmeņus pārnes uz priekšgalu, tad masas centrs un arī griešanās centrs pārvietosies uz priekšgalu. Un beidzot, ja akmeņus noliek pakaļgalā, tad laiva griezīsies ap masas centru, kas pārvietots laivas pakaļgalā.

36. §. Spēka impulss. Kustības daudzums kā impulss. Ja spēks, kas iedarbojas uz materialo punktu, ir pastāvīgs kā lielumā, tā virzienā, tad ar jēdzienu *spēka impulss* saprot spēka reizinājumu ar iedarbības laiku. Vispārīgā gadījumā, kad spēka lielums un virziens nav pastāvīgi, visu spēka iedarbības laiku sadala tik mazos laika sprīžos, lai katra šāda sprīža robežās varētu ar spēka maiņu nerēķināties. Spēka reizinājumu ar bezgalīgi mazu darbības laiku sauc par *elementaro spēka impulsu.* Elementarais impulss ir bezgalīgi mazs vektors $\mathbf{F}dt$, kam ir darbīgā spēka virziens. *Sumarais impulss* ir elementaro spēka impulsu ģeometriskā suma.

Pēc otrā mechanikas likuma

$$\mathbf{F}dt = d(m\mathbf{v}).$$

Tātad, lietojot jēdzienu par spēka impulsu, otro mechanikas likumu var formulēt tā: *kustības daudzuma maiņa jebkurā bezgalīgi mazā laika sprīdī ir vienlīdzīga spēka elementaram impulsam.*

Iedomāsimies, ka ikvienam laika sprīdim esam uzrakstījuši otrā mechanikas likuma vienādojumu tādā formā, kā to minējām. Saskaitīsim visus šos vektoru vienādojumus, t. i., konstruēsim divus daudzstūrus; viena daudzstūra malas ir elementarie impulsi, bet otra daudzstūra malas ir kustības daudzuma bezgalīgi mazas maiņas. Acīm redzot visu vektoru $d(m\mathbf{v})$ ģeometriskā suma (t. i., mala, kas noslēdz no šiem vektoriem konstruēto daudzstūri) nav nekas cits kā materialā punkta kustības daudzuma pieaugums aplūkojamā laika sprīdī t. No otras puses — kustības daudzuma sumarais pieaugums laikā t ir vienlīdzīgs ģeometriskai starpībai starp kustības daudzumu, kāds ir materialam punktam laika t beigās, un kustības daudzumu, kāds bija materialam punktam sākuma momentā. Tātad:

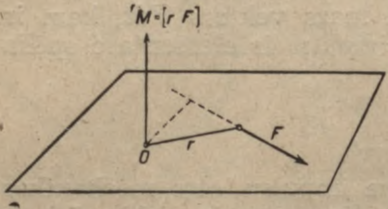
$$\text{spēka impulss} = \Sigma\, \mathbf{F}dt = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1. \qquad (24)$$

Šeit Σ ir sumas zīme, bet, tā kā aiz šīs zīmes ir vektors, tad Σ šai gadījumā apzīmē ģeometrisku sumu.

Ja sākuma momentā materialais punkts atradies mierā ($\mathbf{v}_1 = 0$), tad kustības daudzums, ko materialais punkts iegūst laikā t, ir vienlīdzīgs spēka impulsam. Tādēļ lieluma $m\mathbf{v}$ apzīmēšanai paraleli terminam «kustības daudzums» lieto arī terminu *impulss.*

Paplašinātā nozīmē vārdā «impulss» ietilpina jēdzienu par triecienu, ierosinošo cēloni. Spēka impulsa jēdzienu bieži lieto, kad analizē īslaicīgu vai «acumirklīgu» spēku iedarbību. Nosaucot lielumu $m\mathbf{v}$ par impulsu, izteic, ka lielums $m\mathbf{v}$ norāda tā trieciena intensitati un virzienu, kas jādod materialam punktam m, lai to «acumirklī» no miera stāvokļa ievadītu kustībā ar ātrumu $\mathbf{v}$. Var arī teikt, ka ar lielumu $m\mathbf{v}$ mērī triecienu, ko radītu materialais punkts, ja to «acumirklī» nobremzētu līdz miera stāvoklim.

37. §. Spēka moments. Analizējot mechaniskās sistemas kustību, pārliecinājāmies, ka iekšējie spēki nevar izsaukt vai mainīt sistemas masu centra kustību. Turpmāk mums atliek vēl aplūkot šādu jautājumu: vai iekšējie sistemas spēki nevar izsaukt vai mainīt visu sistemas masu griešanos ap centru? Lai izpētītu šo jautājumu, kā arī lai atrisinātu daudzus citus dinamikas un statikas uzdevumus (sevišķi uzdevumus, kas attiecas uz cietu ķermeņu griešanos un līdzsvaru), ir izdevīgi ņemt palīgā jēdzienu par spēka momentu.



56. zīm. Spēka moments.

Par *spēka* **F** *momentu* **M** attiecībā pret kādu punktu O sauc v e k t o r u, kas skaitliski vienlīdzīgs *spēka lieluma reizinājumam ar stateņa garumu,* kas vilkts no punkta O pret taisni, pa kuru darbojas spēks **F**. Spēka momenta vektors ir vērsts perpendikulari pret plakni, kurā atrodas spēks un punkts O. Par vektora pozitivo virzienu skaita to virzienu, no kurienes spēks attiecībā pret punktu O redzams kustamies pulksteņa rādītāja griešanās virzienā. Novilksim no punkta O radiusu-vektoru $\mathbf{r}$, kas rāda spēka pielikšanas punkta F stāvokli. Šā radiusa-vektora projekcija uz virzienu, kas ir perpendikulars spēka vektora virzienam, ir vienlīdzīga stateņa garumam, kas vilkts no O pret spēka iedarbības līniju (56. zīm.). Nav grūti izprast, ka spēka moments skaitliski ir vienlīdzīgs $Fr \sin(\mathbf{r}, \mathbf{F})$. Atcerēsimies, kas teikts 14. paragrafa beigās par vektorialo reizinājumu. Redzam, ka *spēka moments* M *ir vektorialais reizinājums, ko iegūst, ja radiusu-vektoru, kas rāda spēka pielikšanas punktu, reizina ar spēku:*

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r} \,.\, \mathbf{F}]. \tag{25}$$

[Nodaļās, kas veltītas mechaniskai spēka un enerģijas pārnešanai, kā arī cietu ķermeņu dinamikai un statikai, sīkāk aplūkosim spēka momenta īpašības un paskaidrosim ar piemēriem jēdzienu par šo lielumu.]

38. §. Kustības daudzuma moments. Griešanās impulss. Analoģiski spēka momentam arī *kustības daudzuma moments* **L** *(impulsa moments* jeb *griešanās impulss) ir radiusa-vektora,* kas norāda materialā punkta acumirklīgo stāvokli, *vektorialais reizinājums ar kustības daudzumu:*

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r} \,.\, m\mathbf{v}]. \tag{26}$$

Tas nozīmē, ka skaitliski kustības daudzuma moments attiecībā pret punktu O ir vienlīdzīgs kustības daudzuma reizinājumam ar stateņa garumu, kas vilkts no punkta O pret taisni, kura ir ātruma vektora turpinājums. Vektors $\mathbf{L}$ ir perpendikulars pret plakni, kurā atrodas ātruma vektors un punkts O, un vērsts tā, ka, skatoties no vektora gala, kustība attiecībā pret O notiek pulksteņa rādītāja griešanās virzienā (57. zīm.).

Pieņemsim, ka vienādojums (26) attiecas uz laika momentu t. Pēc bezgalīgi maza laika sprīža dt materialais punkts pārvietosies vietā, kuras radiuss-vektors ir $\mathbf{r}+d\mathbf{r}$; kustības daudzums kļūs vienlīdzīgs $m\mathbf{v}+d(m\mathbf{v})$; kustības daudzuma moments būs $\mathbf{L}+d\mathbf{L}$:

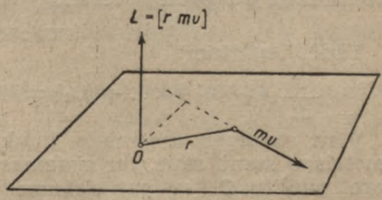
$$\mathbf{L}+d\mathbf{L}=[(\mathbf{r}+d\mathbf{r})\,(m\mathbf{v}+d\,(m\mathbf{v})].$$

Ievērojot, ka distributivais likums ir pareizs arī attiecībā uz vektorialu reizinājumu un atņemot no tikko uzrakstītā vienādojuma vienādojumu (26), iegūst:

$$d\,\mathbf{L}=[d\mathbf{r}\,.\,m\mathbf{v}]+[\mathbf{r}\,.\,d\,(m\mathbf{v})].$$

Atmetam šeit vektoru $[d\mathbf{r}\,.\,d(m\mathbf{v})]$, kas ir bezgalīgi mazs, salīdzinot to ar citiem saskaitāmiem (tas ir otras kārtas bezgalīgi mazs lielums — divu bezgalīgi mazu lielumu reizinājums).

Vektorialais reizinājums $[d\mathbf{r}\,.\,m\mathbf{v}]$ ir nulle, jo, kā zināms (5. un 6. §), ātrumam — un tātad arī kustības daudzumam $m\mathbf{v}$ — ir tāds pats virziens, kāds ir radiusa-vektora ģeometriskam pieaugumam $d\mathbf{r}$, vai, citiem vārdiem, leņķis starp vektoriem $d\mathbf{r}$ un $m\mathbf{v}$ ir nulle; $\sin 0^0 = 0$, tātad minētais vektorialais reizinājums ir nulle. Tādēļ



57. zīm. Kustības daudzuma moments.

$$d\mathbf{L}=[\mathbf{r}\,.\,d(m\mathbf{v})].$$

Izdalot šā vektoru vienādojuma abas puses ar dt, iegūst:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt}=\left[\mathbf{r}\,.\,\frac{d\,(m\mathbf{v})}{dt}\right].$$

Lietojot otro mechanikas likumu un atceroties spēka $\mathbf{F}$ radītā momenta $\mathbf{M}$ definiciju, iegūto vienādojumu var pārrakstīt:

$$\mathbf{M}=\frac{d\mathbf{L}}{dt}. \tag{27}$$

Šis ievērojamais vienādojums nosaka to pašu attiecību starp spēka momentu un kustības daudzuma momenta maiņu, kāda pēc otrā mechanikas likuma ir starp spēku un kustības daudzuma maiņu.

Kustības daudzuma momenta ģeometriskā maiņa, kas noris bezgalīgi mazā laika sprīdī, dalīta ar šo laika sprīdi, sakrīt lielumā un virzienā ar dzinējspēka momentu.

39. §. **Kustības daudzuma momenta nezūdamības likums.** Pievērsīsimies atkal mechaniskās sistemas kustības analizei. Sistemas dažādos materialos punktus atšķirsim ar indeksiem 1, 2, 3 utt. Ārējo spēku

momentus apzīmēsim ar $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3 \ldots$, iekšējo spēku momentus ar $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$. Katram sistemas materialam punktam uzrakstīsim vienādojumu (27):

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\mathbf{L}_1}{dt} &= \mu_1 + \mathbf{M}_1; \\ \frac{d\mathbf{L}_2}{dt} &= \mu_2 + \mathbf{M}_2; \\ &\ldots\ldots \\ \frac{d\mathbf{L}_n}{dt} &= \mu_n + \mathbf{M}_n. \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Saskaitīsim visus šos vienādojumus (vienādojumu vektorus sumēsim pēc daudzstūra likuma). Visu iekšējo spēku momentu ģeometriskā suma ir nulle, jo pēc trešā mechanikas likuma jebkuram iekšējam spēkam var atrast tam vienlīdzīgu, bet pretēji vērstu spēku (darbība un pretdarbība); vienādu, bet pretēji vērstu spēku momenti arī ir skaitliski vienlīdzīgi un pretēji vērsti:

$$\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n = 0.$$

Tādēļ iegūstam:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \ldots + \mathbf{L}_n) = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \ldots + \mathbf{M}_n. \tag{28}$$

Visu sistemas materialo punktu kustības daudzuma momentu ģeometrisko sumu sauc par *sistemas kustības daudzuma momentu* attiecībā pret punktu O (vai par *sistemas griešanās impulsu*). Momentu, ko dabū, ģeometriski sumējot visu to ārējo spēku momentus, kuri pielikti sistemas materialiem punktiem, sauc par *ārējo spēku rezultējošo momentu* (iekšējo spēku rezultējošais moments, kā iepriekš jau paskaidrots, arvien ir nulle).

Tātad redzam, ka *sistemas kustības daudzuma momenta (sistemas griešanās impulsa) ģeometriskā maiņa, kas noris bezgalīgi mazā laika sprīdī, dalīta ar šo laika sprīdi, kā lielumā, tā arī virzienā sakrīt ar ārējo spēku rezultējošo momentu.* Tas nozīmē, ka *iekšējie spēki nevar mainīt ne sistemas kustības daudzuma momenta lielumu, ne arī virzienu.* Brīva sistema, t. i., tāda sistema, kas neatrodas ārējo spēku iedarbībā, kustas tā, ka nemainīgs paliek ne tikai sistemas kustības daudzums, bet arī kustības daudzuma moments attiecībā pret jebkuru nekustīgu punktu.

Sistemas kustības daudzuma momenta lielums un virziens, vispār ņemot, ir atkarīgs no punkta O stāvokļa, attiecībā pret kuru ņem momentus (tas arī saprotams, jo momentos kā reizinātāji ir radiusi-vektori, kuru sākums atrodas punktā O). Kad punkts O, attiecībā pret kuru ņem momentus, ir sistemas masu centrs, tad brīvas (vai, citiem vārdiem, izolētas) sistemas kustības daudzuma momenta virzienu sauc par *nemainīgo asi,* bet plakni, kas ir perpendikulara pret kustības daudzuma momentu, sauc par *sistemas nemainīgo plakni.*

Piemērus, kas noskaidro kustības daudzuma momenta nezūdamības likumu, aplūkosim vēlāk (83. §) sakarā ar šā likuma izmantošanu. Atzīmēsim, ka kustības daudzuma nezūdamības likumu bieži sauc par *laukumu likumu,* ko paskaidrosim 72. paragrafā.

40. §. Darbs un enerģija. Jauda. Mūsu priekšstats par darbu ir tāpat iegūts ikdienišķos novērojumos kā priekšstats par spēku. Ikdienišķā dzīvē vārdiem «darbs», «enerģija», «spēks» ir plašāks, bet mazāk noteikts jēdziens nekā fizikā. Fizikā starp jēdzieniem darbs un spēks ir nodibināta šāda sakarība:

darbu mērī ar lielumu, kuru dabū, reizinot spēku, kas darbojas pārvietošanas virzienā, ar spēka pielikšanas punkta pārvietojumu.

Darbs **A**, ko veic spēks **F** uz ceļa *s*, ja spēka virziens veido ar pārvietošanas virzienu leņķi α, ir skaitliski

$$A = F \cos\alpha . s. \qquad (29)$$

Spēks, kas vērsts perpendikulari pret pārvietojumu ($\alpha = 90^0$, $\cos\alpha = 0$), neizdara darbu; tādā gadījumā spēka sadalīšana tangencialā un centripetalā komponentē (27. §) iegūst sevišķu jēgu. Centripetalā spēka iedarbība izpaužas tikai kustības virziena maiņā, bet tangencialais spēks veic darbu, kas izpaužas vai nu kustības ātruma palielināšanā, vai arī pretestības jeb berzes spēku pārvarēšanā.

Par ķermeni (vai ķermeņu sistemu), kas var veikt noteiktu darbu A, saka, ka šim ķermenim (vai sistemai) ir *enerģija* $U = A$.

Mechanikā izšķir kinetisko un potencialo enerģiju. *Kinetiskā* enerģija E ir ķermeņa mechaniskās kustības enerģija, kuru mērī ar darbu, ko ķermenis spēj veikt, ja to bremzē līdz apstādināšanai. *Potencialā* enerģija ir apslēptu kustības formu enerģija, kuru mērī ar darbu, ko ķermenis var veikt, kad to, nemainot ātrumu, pārvieto no viena stāvokļa telpā citā stāvoklī (piemēram, smaguma potencialā enerģija).

Kinetisko enerģiju bieži apzīmē ar ļoti neizdevīgu terminu «dzīvais spēks». Potencialo enerģiju citādi sauc par *savstarpējās iedarbības enerģiju* (kāda ķermeņa smaguma potencialā enerģija ir ķermeņa un Zemes savstarpējās iedarbības enerģija. Pasaules gravitacijas potencialā enerģija ir aplūkojamo masu savstarpējās iedarbības enerģija).

Katru kustības formu raksturo noteikts enerģijas veids. Kad mēs pētījam siltumkustību, tad mums ir darīšana ar *iekšējo* enerģiju. Mācībā par elektrību un magnetismu sastopamies ar *elektrisko* enerģiju un *magnetisko* enerģiju.

Ņutona laikā nebija noteikta priekšstata par enerģiju. Tas radās tikai pagājušā gadsimta vidū, kad eksperimentali pierādīja *siltuma* un *darba ekvivalenci*, t. i., siltuma un darba savstarpēju pārveidošanu, saglabājot nemainīgu attiecību starp patērētā darba daudzumu un iegūto siltumu. Mūsu dienās priekšstats par enerģiju ir fizikas pamats, un ievērojama daļa no fizikas māca par dažādo enerģijas veidu savstarpējās pārveidošanās likumiem.

Enerģija tāpat kā masa nav iznīcināma un nav radāma. Šis enerģijas nezūdamības likums valda pār visiem fizikas likumiem. Ļoti daudzām mechaniskām kustībām šo likumu var atvasināt no Ņutona likumiem, bet visu aptverošā izpratnē fizika to pieņem kā principu, kas ir neatkarīgs no Ņutona likumiem un kas ir eksperimentali pamatots.

Attiecībā pret enerģiju darbs un siltums jāuzlūko par enerģijas pārnešanas veidiem, enerģijai pārejot no viena ķermeņa uz otru.

Enerģija ir iespējamā, bet vēl nerealizētā darba «krājums». Atšķirībā no tā, darba jēdzienu savieno ar priekšstatu par spēka[1] pielikšanas punkta pārvietošanas *procesu*. Ja kāds ķermenis veic darbu, tad šā ķermeņa enerģija samazinās, bet arvien ir kāds otrs ķermenis, kas patērē pirmā ķermeņa atdoto (pret otro ķermeni vērsto) darbu, un tādēļ otra ķermeņa enerģija pieaug. «Darbs ir kustības formas maiņa, ja to aplūko no kvantitatīvās puses . . . Kustības formas maiņa arvien ir process, kas noris vismaz divu ķermeņu starpā . . .» (Engelss)[2].

Šeit pieminētie jautājumi tiks sīkāk iztirzāti nodaļā, kas veltīta termodinamikai.

Par *jaudu* N sauc darba attiecību pret laika sprīdi, kurā šis darbs veikts:

$$N=\frac{A}{t}\ \text{vai, pareizāk,}\ N=\frac{\delta A}{dt}. \tag{30}$$

Kad darbu veic vienmērīgi, t. i., vienlīdzīgos daudzumos jebkurā mazā laika posmā dt, tad jaudu mērī ar darbu, kas veikts 1 sekundē.

41. §. Elementardarbs un darba integrals. Tāda spēka darbu, kas darbojas pārvietošanas virzienā vai zem nemainīga leņķa pret šo virzienu, var attēlot ar taisnstūra laukumu, kura viena mala ir ceļa garums, bet otra ir spēka projekcijas lielums uz ceļu. Ja, pārvietojot spēka pielikšanas punktu, spēka lielums vai leņķis, ko veido spēks ar pārvietošanas virzienu, mainās,

---

1 Jautājumiem, kurus iztirzā mechanika, minētā enerģijas jēdziena definicija ir pietiekama. Bet, pārejot no mechanisko kustību pētīšanas uz citu kustības formu noskaidrošanu, enerģijas jēdziena definicija, kā norāda termodinamika, jāpaplašina: enerģiju mērī ar tā darba un siltuma sumu, ko ķermenis var atdot: $U=A+Q$.

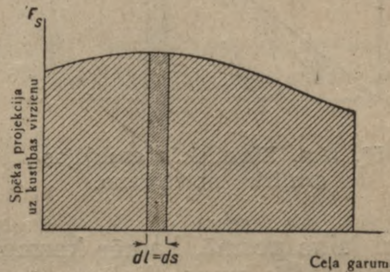
2 „Диалектика природы“, Партиздат, 1933. g., 126. un 151. lpp.

tad grafiski darbu var aprēķināt tā, kā 58. zīmējumā parādīts. Šeit uz abscisu ass ir atlikts ceļa garums l, bet uz ordinatu ass ir atlikta spēka F_s projekcija uz pārvietojuma virzienu. Bezgalīgi mazam ceļa garumam dl, kad spēka pielikšanas punkts veic pārvietojumu, ko nosaka vektors ds ($ds = dl$), *elementardarbu* dA saskaņā ar definiciju izsaka formula:

$$dA = F \cos(\mathbf{F}, ds) \,.\, ds. \tag{31}$$

58. zīmējumā dA ir attēlots kā bezgalīgi šaura vertikala sloksnīte, kuras platums $ds = dl$ un augstums $F_s = F \cos(\mathbf{F}, ds)$. Visu darbu ceļa gabalā l grafiski izteic laukums zem līknes: $F_s = f(l)$; zīmējumā šis laukums ir iesvītrots. Tāda veida bezgalīgi mazu lielumu sumu $\Sigma f(l) \,.\, dl$ analizē sauc par *integralu* un apzīmē ar zīmi $\int$, aizstājot ar to simbolu Σ. Tādēļ mainīgā spēka darbu analitiski var izteikt ar formulu:

$$A = \int F \cos(\mathbf{F}, ds) \,.\, ds. \tag{32}$$



58. zīm. **Spēku diagrama. Ele**mentardarbs — biežāk iesvītrotais taisnstūris. Darba integrals — viss iesvītrotais laukums.

Spēku **F** var uzlūkot par triju vektoru ģeometrisku sumu; šiem vektoriem ir spēka komponentu X, Y, Z algebriskais lielums, un tie vērsti koordinatu asu virzienos. Tādēļ spēka **F** darbam pie pārvietojuma ds jābūt vienlīdzīgam spēka komponentu darbu sumai pie tāda paša pārvietojuma ds. Tas dod iespēju izmantot elementardarba aprēķināšanai ne tikai formulu (31), bet vēl šādu formulu:

$$dA = X \cos(\mathbf{x}, ds) \,.\, ds + Y \cos(\mathbf{y}, ds) \,.\, ds + Z \cos(\mathbf{z}, ds) \,.\, ds.$$

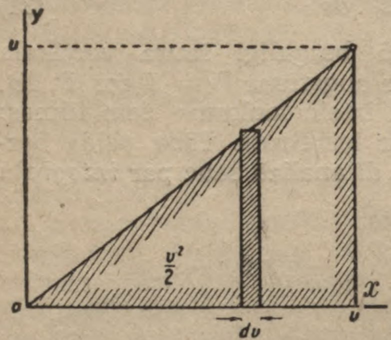
Šeit reizinātāji pie spēka komponentēm nav nekas cits kā elementarā pārvietojuma projekcijas uz koordinatu asīm: $ds \,.\, \cos(\mathbf{x}, ds) = dx$ utt. Tātad:

$$dA = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz. \tag{33}$$

Darba kopsumu var izteikt ar integralu

$$A = \int (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz). \tag{34}$$

42. §. Kinetiskās enerģijas teorema. Inerces spēks, ko attīsta kāds kustīgs ķermenis, kad šo ķermeni bremzē, veic darbu, lai pārvarētu kustības pretestību. Inerces spēks, kas darbojas *kustības virzienā* ($\cos\alpha = 1$), skaitliski ir vienlīdzīgs $-m\frac{dv}{dt}$. Bezgalīgi mazā laika sprīdī, kad bremzējamais ķermenis, pārvarot kustības pretestību, pārvietojas par atstatumu ds, *inerces spēks*, ko ķermenis attīsta, *veic darbu*



59. zīm. Kinetiskās enerģijas grafiska noteikšana.

$$\delta A = -m\frac{dv}{dt}\,.\,ds,$$

jeb (izdarot šādu pārveidojumu:

$$\frac{dv}{dt}.ds = dv\,.\,\frac{ds}{dt} = dv\,.\,v)$$

$$\delta A = -mv\,.\,dv$$

(lai gan labajā pusē stāv minusa zīme, tomēr dA ir pozitivs lielums, jo bremzējot $dv<0$). Ķermeņa kinetiskā enerģija, ķermenim kustoties ar ātrumu v, ir to darbu suma, ko veic inerces spēks ķermeņa bremzēšanā līdz tā apstāšanās brīdim (t. i., tai laika posmā, kamēr ķermeņa ātrums samazinās no v līdz nullei). Šīs sumas lielumu aprēķināsim grafiski[1].

Attēlosim ātruma skaitlisko vērtību ar nogriežņa garumu, kas atlikts uz abscisu ass, un ar t ā d a p a š a garuma otru nogriezni, ko atliek uz otras ass OY, kas veido ar pirmo taisnu leņķi (59. zīm.). Saprotams, ka reizinājuma $v\,.\,dv$ skaitlisko vērtību izteiks ļoti mazas vertikalas sloksnītes laukums, kuras augstums ir v un platums dv (iedomāsimies, ka lielums dv ir pozitivs, tad dA formulā minusa zīme jāaizstāj ar plusa zīmi: $dA = mv\,.\,dv$). Dažādos laika momentos bremzējamam ķermenim ir dažāds ātruma skaitliskais lielums, un tāpat dažāds skaitlisks lielums ir arī ātruma maiņai dv, kas notiek kādā noteiktā laika sprīdī dt. Tādēļ arī inerces spēka darbs viena un tā paša laika sprīža dažādos momentos ir nevienāds (mūsu diagramā laukumiem, kuri attēlo reizinājumu $v\,.\,dv$, ir dažāds augstums un nevienāds platums). Saskaitot darbu, ko veic inerces spēks visā bremzēšanas laikā, varam ņemt aiz iekavām

[1] Integrējot šo sumu var dabūt tieši:

$$E = \Sigma\delta A = -\int_v^0 mv\,dv = \frac{mv^2}{2}.$$

masas lielumu m, kas ietilpst katrā elementardarba izteiksmē. Kas attiecas uz reizinājumu $v \,.\, dv$ sumu, tad viegli izprast, ka to dabūsim mūsu diagramā kā koplaukumu, sumējot visus atsevišķos laukumus, kuri līdzīgi tam laukumam, kāds redzams iesvītrots 59. zīmējumā; šis laukums tātad būs $\frac{v^2}{2}$. Tādā kārtā iegūstam kinetiskās enerģijas teoremu.

Darbs, ko var veikt kustīgs ķermenis, ja to nobremzē, nav atkarīgs ne no kustības trajektorijas, ne arī no tā, kā (ar kādu ātrumu un kādā veidā) izdarīta nobremzēšana. Šis darbs — kas ir ķermeņa kinetiskā enerģija — ir vienlīdzīgs masas un ātruma kvadrata reizinājuma pusei[1]:

$$E = \frac{mv^2}{2}. \qquad (35)$$

Jau no iepriekš izteiktā prātojuma var secināt, ka *sistemas kinetiskā enerģija vienlīdzīga sistemas ķermeņu (vai materialo punktu) kinetisko enerģiju sumai:*

$$E = \Sigma \frac{mv^2}{2}. \qquad (36)$$

43. §. Potencialā enerģija. Mēs teicām, ka potencialo enerģiju mērī ar darbu, ko ķermenis spēj veikt, ja to pārvieto no dotā stāvokļa citā stāvoklī. No tā var secināt, ka potencialā enerģija ir lielums, kuram tikai tad ir noteikta fizikala jēga, ja ir norādīti divi savā starpā salīdzināmi ķermeņa stāvokļi. Piemēram, no elementarā fizikas kursa ir zināms, ka smaguma potencialo enerģiju mērī ar ķermeņa svara un pacelšanas augstuma reizinājumu: $\Pi = Ph$. Ja kādā vietā, kas atrodas 10 m virs jūras līmeņa, paceļam kādu ķermeni 1 m no Zemes virsmas, tad attiecībā pret jūras līmeni šā ķermeņa smaguma potencialā enerģija, saprotams, ir 11 reizes lielāka nekā attiecībā pret Zemes virsmu dotajā vietā. Tā paša ķermeņa potencialā enerģija attiecībā pret kāda kalna virsotni, protams, ir negativs lielums (pārvietojot ķermeni augšup, darbu nevar iegūt, bet, tieši otrādi, šāda pārvietošana ir saistīta ar darba patēriņu).

Fizikā ir pieņemts potencialo enerģiju aplūkot attiecībā pret savstarpēji iedarbojošos ķermeņu tādu stāvokli, kad šie ķermeņi

---

[1] Priekšstats par kinetisko enerģiju jau redzams Leibnica darbos (1686. g.), kad viņš lietoja terminu «dzīvais spēks» reizinājuma mv^2 apzīmēšanai. Vēlāk, ievērojot Koriolisa ieteikumu, par dzīvo spēku sāka saukt lielumu $\frac{1}{2}mv^2$.

ir bezgalīgi attālināti viens no otra. Tādā aplūkojumā divu (vai daudzu) ķermeņu savstarpējās pievilkšanās potenciālā enerģija arvien ir negativs lielums, jo pāreja no viena dotā ķermeņu stāvokļa tādā stāvoklī, kad tie ir bezgalīgi attālināti viens no otra, nedod darbu, bet, otrādi, prasa darbu, ar ko pārvarēt ķermeņu starpā pastāvošo pievilkšanos. Pretstats tam ir atgrūšanās enerģija, kas ir pozitivs lielums.

Zinot ķermeņu savstarpējās iedarbības likumu, t. i., zinot, kā mainās ar atstatumu savstarpējās iedarbības spēks, arvien var aprēķināt ķermeņu potencialo enerģiju jebkuram dotam ķermeņu novietojumam (lai to izdarītu, jāaprēķina darbs, ko veic savstarpējās iedarbības spēki, kad pārvieto aplūkojamos ķermeņus no ieņemtajiem stāvokļiem uz bezgalīgi lielu attālumu vienu no otra). Turpmāk mums bieži nāksies izdarīt šādus aprēķinus. Darbu, ko veic savstarpējās iedarbības spēki, var pielīdzināt potencialai enerģijai tikai tais gadījumos, kad darbs, ko veic savstarpējās iedarbības spēki, nav atkarīgs no trajektoriju veida, pa kurām ķermeņi, kas savstarpēji iedarbojas, tiek pārvietoti no sākuma stāvokļa beigu stāvoklī. Nepieciešams, lai darbs būtu viennozīmīgi noteikts ar ķermeņa sākuma un beigu stāvokli; citiem vārdiem, lai kādā ceļā arī notiktu ķermeņa pārvietošana no sākuma stāvokļa beigu stāvoklī, darbam jābūt vienādam.

Piemēram, smaguma spēka darbs nav atkarīgs no pārvietošanas ceļa. Patiešām, ja P ir ķermeņa svars, tad pēc formulas (32) smaguma spēka darbs ir

$$A = \int P \,.\cos \alpha \; ds,$$

kur α ir leņķis, ko veido elementarais pārvietojums ds ar vertikalu taisni. Apzīmēsim ķermeņa augstumu virs jūras līmeņa ar h. Tad $ds \,.\cos \alpha = dh$ (60. zīm.). Tālāk, tā kā smaguma spēks ir nemainīgs (kad pacelšanās augstums nav visai liels), varam P ņemt aiz integrala zīmes kā visu saskaitāmo kopīgu reizinātāju. Tad zem integrala zīmes paliek augstuma bezgalīgi mazs pieaugums dh, kas novērojams ķermeņa pārvietojumā ds pa jebkuru trajektoriju. Protams, ka visu šo bezgalīgi mazo augstuma maiņu algebriskā suma $\int dh$, lai arī pa kādu trajektoriju mēs būtu pārvietojuši ķermeni no jūras līmeņa līdz augstumam h, arvien ir vienlīdzīga h:

$$\Pi_2 - \Pi_1 = A = P \,.\, h.$$

Tātad redzam, ka smaguma spēka darbs nav atkarīgs no pārvietošanas ceļa.

No potencialās enerģijas jēdziena definicijas kā darba «krājuma», ko sistema var veikt uz sistemas ķermeņu stāvokļa maiņas rēķina, izriet, ka, *veicot* darbu, sistemas potenciālā enerģija *samazinās*. Tādēļ gadījumos, kad darbs nav atkarīgs no ceļa formas, vienojoties apzīmēt ar dA darbu, ko veic sistemas spēki (bet nevis to, kas jāpatērē pret sistemas spēkiem), dabūsim:

$$dA = -d\Pi, \tag{37}$$

kur Π ir sistemas potenciālā enerģija.

44. §. Enerģijas nezūdamības likums konservativās sistemās. Savstarpējās iedarbības spēkus, kuru darbs neatkarājas no ķermeņu ceļa formas, sauc par *konservativiem spēkiem* (no latiņu vārda «conservare», kas nozīmē «saglabāt»). Šim nosaukumam ir tāda jēga: mechaniskās sistemās, kurās darbojas tikai konservativie spēki (*konservativās sistemās*), kinetiskās un potencialās enerģijas suma arvien ir nemainīga. Citiem vārdiem, konservativai sistemai kustoties, kinetiskā enerģija var pārveidoties tikai potenciālā enerģijā vai arī potenciālā kinetiskajā, bet ne kaut kādā citā enerģijas veidā. Tātad konservativā sistema ir tādas sistemas piemērs, kurā kustība vienmēr patur mechaniskās kustības veidu un nepārveidojas komplicētāku formu kustībā. Īstenībā visās mechaniskās sistemās kopā ar konservativiem spēkiem darbojas arī nekonservativie spēki (piemēram, berze). Nedrīkst aizmirst, ka potenciālā enerģija nav nekas cits kā apslēptas kustības formas, kas ir komplicētākas nekā mechaniskā kustība. Tādēļ uz mechaniskās enerģijas nezūdamības likumu konservativās sistemās jāraugās kā uz tādu īstenības abstrakciju, kas ir ērta aprēķinos. Šim likumam nav tādas filozofiskas nozīmes kā universalajam (termodinamikas) enerģijas nezūdamības likumam, kas norāda uz visu enerģijas veidu pārvēršanas iespējamību vienu otrā.

Likumu par enerģijas nezūdamību konservativās sistemās var izvest no Ņutona likumiem. Ņemsim kustības vienādojumus (3):

$$X = m\frac{dv_x}{dt},$$

$$Y = m\frac{dv_y}{dt},$$

$$Z = m\frac{dv_z}{dt}.$$

Uzrakstīsim šos vienādojumus visiem mechaniskās sistemas materialiem punktiem. Pirmo vienādojumu, kas domāts pirmajam materialam punktam, pareizināsim ar dx_1, pirmo vienādojumu, kas domāts otram materialam punktam, pareizināsim ar dx_2 utt.; katru otro vienādojumu pareizināsim attiecīgi ar dy_1, dy_2 utt; katru trešo — ar dz_1, dz_2 utt. Saskaitot visus vienādojumus, dabūsim:

$$\sum(X_1dx_1+Y_1dy_1+Z_1dz_1)=\sum m_1\left(\frac{dv_{x,1}}{dt}dx_1+\frac{dv_{y,1}}{dt}dy_1+\frac{dv_{z,1}}{dt}dz_1\right).$$

Σ šeit nozīmē, ka ņemta uzrakstīto izteiksmju suma visiem materialiem punktiem. Katru locekli, kas atrodas labajā pusē, pārveidosim šādā veidā:

$$\frac{dv_{x,1}}{dt}dx_1=dv_{x,1}.\frac{dx1}{dt}=v_{x,1}.dv_{x,1}.$$

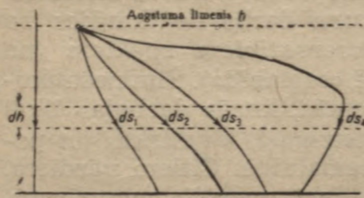
Šis reizinājums ir lieluma $\frac{v_{x,1}^2}{2}$ diferencials. Ņemot to vērā un ievērojot, ka

$$v_{x,1}^2+v_{y,1}^2+v_{z,1}^2=v_1^2,$$

iepriekšējo vienādojumu var pārrakstīt:

$$\sum(X_1dx_1+Y_1dy_1+Z_1dz_1)=$$

$$=\sum d\left(\frac{m_1v_1^2}{2}\right).$$



60. zīm. Pierādījums par smaguma spēka darba neatkarību no pārvietošanas ceļa. Elementaro pārvietojumu ds_1, ds_2, ds_3, ds_4 projekcijas uz vertikalo virzienu ir vienlīdzīgas dh.

[Masas m_1, m_2 utt. uzskatām par nemainīgām, tādēļ lielumus $m_1d\left(\frac{v_1^2}{2}\right)$ aizstājam ar $d\left(\frac{mv_1^2}{2}\right)$. Ja kustības laikā masas mainās, tad jāņem vienādojums (1), kur zem diferenciala zīmes ir kustības daudzums, bet ne ātrums; sk. 23. §.]

Uzrakstītā vienādojuma labajā pusē ir sistemas kinetiskās enerģijas maiņa laikā dt. Tādēļ vienādojuma labo pusi var apzīmēt ar dE, kur E ir sistemas kinetiskā enerģija. Vienādojuma kreisajā pusē ir darbs dA, ko veic visi sistemas materialie punkti laikā dt. Ja visi sistemas spēki ir konservativi, tad darbu viennozīmīgi izteic materialo punktu stāvoklis pirms un pēc pārvietošanas laikā dt; tādēļ šo darbu var izteikt kā potencialās enerģijas samazināšanos pēc vienādojuma (37). Tādēļ konservativām sistemām uzrakstīto vienādojumu var pārveidot:

$$-d\Pi=dE$$

jeb

$$dE+d\Pi=0,$$

jeb arī tā:

$$d(E+\Pi)=0.$$

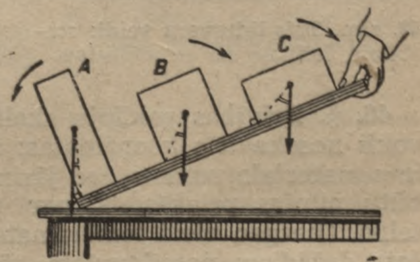
Konservativās sistemas kinetiskās un potencialās enerģijas sumas maiņa jebkurā bezgalīgi mazā laika sprīdī dt un tātad arī jebkurā galīgā laika sprīdī ir nulle. Citiem vārdiem *konservativās sistemas pilnā enerģija (kinetiskās un potencialās enerģijas suma), sistemai kustoties, paliek nemainīga:*

$$E+\Pi=\text{const.} \tag{38}$$

Piemēram, kāda ķermeņa smaguma potencialā enerģija, ja šis ķermenis krīt, samazinās par tik, par cik pieaug ķermeņa

kinetiskā enerģija. Ja ķermeni sviež augšup, tā potenciālā enerģija — ķermenim paceļoties — pieaug par lielumu, kas vienlīdzīgs kinetiskās enerģijas samazinājumam. Augšup sviesta ķermeņa pacelšanās apstājas, kad visa kinetiskā enerģija ir pārvērtusies potenciālā enerģijā. Katrā svārsta svārstībā, kad svārsts sasniedz vislielāko novirzi, visa svārsta kinetiskā enerģija pārvēršas potenciālā enerģijā. Brīvā svārstībā svārsta kopējā enerģija visos stāvokļos ir vienāda. Svārsta kustību rimšana, tāpat arī tas, ka no gaisā sviestā ķermeņa kinetiskās enerģijas viena daļa ir zudusi, kad tas ir noslīdējis līdz sākuma līmenim, izskaidrojama ar berzes spēka iedarbību; tādēļ arī neviena mechaniskā sistema īstenībā nav pilnīgi konservativa. Tomēr tādas sistemas kā, piemēram, Saules sistemu (planetu kustību ap Sauli) var ar ļoti lielu precizitates pakāpi uzlūkot par konservatīvām sistemām (sk. IV nodaļā).

45. §. Teorema par potenciālās enerģijas minimumu. Konservatīvās sistemas līdzsvars. Pieņemsim, ka dota kāda materialo punktu vai ķermeņu sistema, kurā tie savstarpēji viens uz otru iedarbojas un kaut kā pārvietojas viens attiecībā pret otru. Pieņemsim arī, ka nekādi ārēji spēki uz sistemu nedarbojas. Tāpat pieņemsim, ka sistemā nenotiek mechaniskās enerģijas pārvēršanās kādā citā enerģijas veidā, t. i., ka sistema ir konservativa. Tad pēc enerģijas nezūdamības likuma sistemas kopējai enerģijai (kinetiskā enerģija E un potenciālā enerģija Π) jāpaliek nemainīgai:



61. zīm. Ja caur smaguma centru novilktā vertikalā taisne neiet caur atbalsta laukumu, tad iespējams zemāks smaguma centra stāvoklis.

$$E + \Pi = \text{const.}$$

Kinetiskā enerģija arvien ir *pozitivs* lielums. Tādēļ, ja sākuma momentā visi ķermeņi mūsu aplūkojamā sistemā bija *nekustīgi,* tad kustība var rasties tikai pateicoties tam, ka potenciālā enerģija samazinās un potenciālās enerģijas zudums ir vienlīdzīgs radītai kinetiskai enerģijai. Ja sākuma momentā potenciālā enerģija bija *minimala* (kas notiek, ja jebkura ķermeņu pārvietošana jaunā stāvoklī izsauc potenciālās enerģijas palielināšanos), tad, protams, nevar notikt kinetiskās enerģijas pieaugums, un kustība, kuras sākuma momentā nebija, nekad neradīsies; sistema *paliks stabilā (drošā) līdzsvarā,* no kura to var izkustināt tikai ārējo spēku iedarbība.

Tātad *izolēta konservativa sistema paliek stabilā līdzsvarā (tās visi materialie punkti ir nekustīgi), ja šīs sistemas potenciālā enerģija ir minimala.*

Atsevišķā gadījumā, kad mums ir kāds atsevišķs ķermenis, kas atrodas smaguma spēka iedarbībā, varam apgalvot, ka stabilam līdzsvara stāvoklim šai gadījumā atbildīs *viszemākais* ķermeņa *smaguma centra stāvoklis,* jo pretējā gadījumā smaguma potenciālā enerģija nebūtu minimalā (61. un 62. zīm.).

62. zīm. Trīs līdzsvara veidi: stabilais, labilais un nenoteiktais.

Var iedomāties arī nedrošu (nestabilu, labilu) līdzsvara stāvokli, kad potenciālā enerģija ir maksimala; tāpat var iedomāties *nenoteikta līdzsvara* stāvokli, kad potenciālā enerģija ir vienāda vairākiem blakusstāvokļiem (62. zīm.).

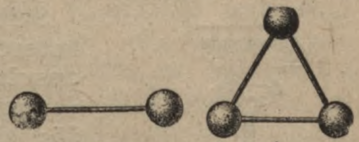
46. §. Brīvības pakāpju skaits. Kāda materialā punkta stāvokli nosaka trīs koordinatas: x, y, z. Ja mechaniskā sistemā ir n materialo punktu, tad jāzina šo punktu $3n$ koordinatas, lai būtu pilnīgs priekšstats par mechaniskās sistemas stāvokli telpā. Diezgan bieži tomēr materialo punktu kustība ir ierobežota dažādiem noteikumiem, tādēļ arī ne visas koordinatas ir neatkarīgas. Zinot daļu no koordinatām, citas var uzzināt no noteikumiem, kas ierobežo materialo punktu kustības brīvību. *Neatkarīgo* koordinatu skaitu, kas nosaka mechaniskās sistemas stāvokli (t. i., materialo punktu stāvokli), sauc par sistemas *brīvības pakāpju skaitu.*

Saprotams, ka materialam punktam, kura kustība *nav* ierobežota ne ar kādiem noteikumiem, ir *trīs* brīvības pakāpes. Ja materialā punkta kustība ir tā ierobežota, ka punkts var pārvietoties tikai pa kādu virsmu:

$$f(x, y, z) = 0,$$

tad pietiek zināt divas punkta koordinatas, lai varētu aprēķināt trešo koordinatu; tādēļ materialam punktam, kam jākustas *pa virsmu,* ir *divas* brīvības pakāpes. Bet, ja materialā punkta kustība ir tā ierobežota, ka tas var kustēties tikai pa līniju [bet līniju arvien var uzlūkot par divu virsmu krustošanās vietu: $f_1(x, y, z) = 0$ un $f_2(x, y, z) = 0$], tad šai gadījumā materialam punktam ir *viena* brīvības pakāpe. Zinot vienu punkta koordinatu, pārējās divas var aprēķināt pēc līnijas vienādojumiem.

Cēloņi, kas nosaka materialo punktu kustības brīvības ierobežojumus, var būt ļoti dažādi. Piemēram, kustību dažu ķermeņu starpā, kurus uzlūkojam par materialiem punktiem, var ierobežot viegli, bet cieti stienīši, kas saista šos ķermeņus, vai arī lokani, nestiepjami diegi u. c. Visus tādus līdzekļus, ar kuriem ierobežojam kustības brīvību, mechanikā sauc par *saitēm*. Dažus saites piemērus mēs jau aplūkojām, kad runājām par inerces spēkiem, kuri arvien ir pielikti saitēm (30. §). Kā piemērs saitei, kas materialam punktam liek kustēties pa virsmu, var noderēt masivas lodes piekāršana locīklā ar vieglu, stingru stienīti. Šāds svārsts var kustēties jebkurā plaknē, bet svārsta masas centrs kustēsies pa sferas virsmu. Ja to pašu lodi pakar divos stingros stienīšos, tad tā var svārstīties tikai vienā plaknē; lodes masas centrs kustēsies pa līniju.



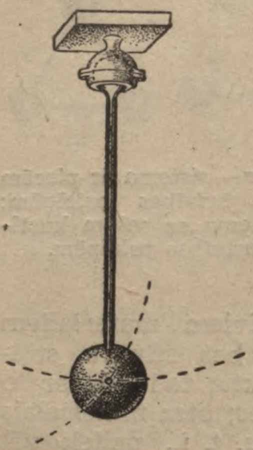
a b

63. zīm. *a* — sistema ar piecām kustības brīvības pakāpēm; *b* — sistema ar sešām kustības brīvības pakāpēm.

Aprēķināsim, cik brīvības pakāpju ir diviem materialiem punktiem, kas savienoti ar ļoti vieglu, bet stingru stienīti (63. zīm.). Ja nostiprināsim vienu punktu, tad līdz ar to mēs atņemsim sistemai trīs brīvības pakāpes; otrs materialais punkts tad varēs kustēties pa sferas virsmu, t. i., paliek vēl divas brīvības pakāpes. Tātad diviem *materialiem punktiem, kas savienoti ar stingru stienīti, ir piecas brīvības pakāpes.*

Pieņemsim, ka sistemā ir trīs materialie punkti, kas savā starpā ir savienoti ar trim stingriem stienīšiem. Nostiprinot vienu materialo punktu, sistemai atņemam trīs brīvības pakāpes; nostiprinot otru punktu, atņemam vēl divas brīvības pakāpes. Trešais materialais punkts var tad griezties pa aploci ap stienīti, kas saista divus pirmos punktus, t. i., paliek vēl viena brīvības pakāpe. Brīvības pakāpju skaits tad ir: $3 + 2 + 1 = 6$. Ja sistema sastāv no četru vai lielāka materialo punktu skaita, kas pa pāriem cits ar citu savienoti stingriem stienīšiem, tad, nostiprinot jebkurus trīs punktus, pārējo materialo punktu kustība nav vairs iespējama. Tātad *trim vai vairāk materialiem punktiem, kas savā starpā savienoti ar stingriem stienīšiem, ir sešas brīvības pakāpes.*

47. §. Saites spēku darbs. Spēkus, kas, pateicoties saitei, pielikti materialiem punktiem, sauksim par *saites reakcijām* vai vienkārši par *saites spēkiem*. Līdz šim mēs saites spēkus neizdalījām no citiem spēkiem. Kopā ar citām savstarpējām iedarbībām materialo punktu starpā spēki, kurus pārnes un attīsta saites, bieži ir sistemas iekšējie spēki. Tomēr, ja sistemas kustības ierobežošanas cēlonis ir ķermeņi, kurus vēlamies aplūkot kā ārējus, tad tādas saites reakcijas, protams, mums jāuzlūko par ārējiem spēkiem. Piemēram, svārstiem, kas attēloti 64. un 65. zīmējumā, saites reakcijas ir ārējie spēki. Vilcienam sliežu reakcijas arī ir ārējie spēki, bet vagonu buferu un sakabinājumu reakcijas ir iekšējie spēki.



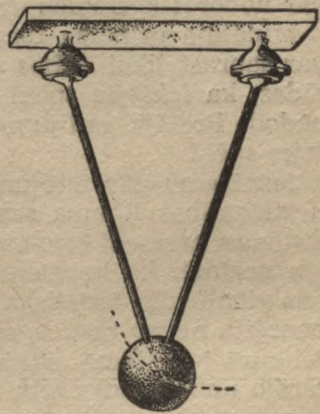
64. zīm. Materialā punkta kustība pa virsmu: divas brīvības pakāpes.

Saites spēku iedalīšanu sevišķā spēku kategorijā nenosaka kaut kādi principiali apsvērumi, bet vēlēšanās vienkāršot uzdevumu atrisināšanu. Pat samērā vienkāršās sistemās saites spēku aprēķināšana dažreiz ir diezgan grūta. Bet saites spēki, ierobežojot sistemas kustības brīvību, neizrāda tomēr tik lielu ietekmi uz sistemas kustību kā citi spēki, jo, kā tūlīt redzēsim, *saites spēku sumarais darbs ir nulle*. Saites spēki — vai nu tie ir iekšējie, vai ārējie spēki — nevar tieši mainīt ne sistemas kinetisko, ne potencialo enerģiju. Saites spēki var ietekmēt kinetiskās un potencialās enerģijas savstarpējo pārveidošanos tikai netieši, izveidojot kustības ierobežojumus (piemēram, ja svārsta masivā lode, kas redzama 64. zīmējumā, nekarātos pie stienīša, tad lode nokristu un lodes smaguma potencialā enerģija sāktu pārvērsties kinetiskā. Stienīša reakcija aiztur lodi, lai tā nenokristu, un svārsta vienīgā kustības iespēja ir svārstīšanās).

Lai pierādītu, ka saites spēku sumarais darbs ir nulle, spriežam tā: pieņemsim, ka ir kāda mechaniska sistema, kuras kustības brīvību ierobežo dažas saites. Iedomāsimies jebkuru materialo punktu sakārtojumu, ko saites atļauj. Iedomāsimies arī, ka uz sistemas materialiem punktiem neiedarbojas nekādi citi spēki, izņemot saites spēkus. Iekustināsim sistemas materialos punktus kaut kurā virzienā un atļausim tiem kustēties inerces un saites spēku iedarbībā. Mūsu materialā sistema ir tāds mechanisms, kuram, kā jau teikts, nav potencialās enerģijas un kurā, izņemot saites spēkus, nav nekādu citu spēku; tādēļ kinetiskā enerģija šai mechanismā nevar pārveidoties cita veida enerģijā. Tātad šāda mechanisma kinetiskai enerģijai, ņemot vērā enerģijas nezūdamības likumu, jāpaliek nemainīgai. Ja saites spēku sumarais darbs nebūtu nulle, tad kinetiskai enerģijai vajadzētu mainīties par šā darba lielumu. Tātad saites spēku sumarais darbs ir nulle, lai kāda arī būtu tā materialo punktu kustība, ko saites pieļauj. No teiktā iegūst formulu:

$$\sum (R_{x_1}, \delta x_1 + R_{y_1}, \delta y_1 + R_{z_1}, \delta z_1) = 0. \qquad (39)$$

R_x, R_y, R_z šeit ir tā spēka komponentes, ar kādu saites darbojas uz materialo punktu; cipari, kas pierakstīti indeksiem x, y, z, apzīmē materialos punktus. Lielumi $\delta x, \delta y, \delta z$ ir materialā punkta koordinatu bezgalīgi mazas maiņas, kad notiek tāda punkta pārvietošanās, ko pieļauj saite (ar δs pieņemts apzīmēt jebkuru *šķietamo* jeb *virtualo* pārvietojumu, bet ds apzīmē faktisko pārvietojumu).



65. zīm. Materialā punkta kustība pa līniju: viena brīvības pakāpe.

Iepriekšējais formulas (39) pamatojums rāda, ka šī formula (39) ir pareiza par tik, par cik saites realizācija ir ideala; piemēram, stieņos un diegos, kas saites realizē, nedrīkst notikt mechaniskās enerģijas «izklaidēšana», t. i., tās pārveidošana elastisko deformaciju enerģijā un molekularās siltumkustības enerģijā.

Teorema par saites spēku sumarā darba vienlīdzību nullei ievērojami vienkāršo statikas un dinamikas uzdevumu atrisināšanas metodes.

48. §. Iespējamo (virtualo) pārvietojumu princips. Statikas jautājumus noskaidro dažādiem paņēmieniem, bet vispārīgākā un vienkāršākā statikas uzdevumu atrisināšanas metode ir iespējamo pārvietojumu principa pielietošana.

Šo metodi lietoja jau Galilejs; tās nozīmi saprata Johans Bernuli (1717. g.), bet pilnīgu attīstību tā sasniedza vēlāk Lagranža darbos (1788. g.).

Kā jau iepriekšējā paragrafā bija teikts, par *iespējamo pārvietojumu* sauc *bezgalīgi mazu* ķermeņa vai materialā punkta *pārvietojumu, ko pieļauj sistemas saites,* t. i., ko atļauj tie kustības brīvības ierobežojumi, kādi pastāv attiecībā uz šo sistemu veidojošiem ķermeņiem. Piemēram, uzdevuma noteikumā var būt aizrādīts, ka ķermenim pārvietojuma laikā jāpaliek uz kādas virsmas. Tad iespējamā pārvietošanās šai gadījumā notiek pa minēto virsmu. Vispār ar iespējamiem pārvietojumiem saprot tikai pārvietojumus, kas nav pretrunā ar aplūkojamā uzdevuma noteikumiem un kas ir bezgalīgi mazi.

Iespējamo (virtualo) pārvietojumu principa saturs ir šāds: *Nepieciešamais un pietiekamais līdzsvara noteikums ir tas, ka visu sistemas ķermeņiem pielikto spēku darbu sumai katrā iespējamā sistemas pārvietojumā jābūt vienlīdzīgai nullei vai mazākai par nulli.*

Pārvietojumos, kurus atļauj «aizturētājas» (divpusīgās) saites, darbu sumai jābūt nullei; pārvietojumos, kurus pieļauj «neaizturētājas» (vienpusīgās) saites, darbu sumai jābūt mazākai par nulli vai vienlīdzīgai nullei. Kā piemērs otram gadījumam var noderēt ķermenis uz kādas virsmas.

Minētajā principa formulējumā ar vārdiem «pieliktie spēki» var saprast tikai *ārējos* spēkus tad, ja saites ķermeņu starpā ir tādas, ka *iekšējie* spēki nekādā iespējamā pārvietojumā darba nedod. Pretējā gadījumā jāievēro ne tikai ārējie, bet arī iekšējie spēki.

Iespējamo pārvietojumu principu var uzlūkot par enerģijas nezūdamības likuma sekām. Tiešām, ja sākuma momentā visi sistemas ķermeņi bijuši nekustīgi, bet vēlāk sākuši kustēties, tad tas nozīmē, ka ķermeņiem pieliktie spēki ir izdarījuši darbu, kas vienlīdzīgs kinetiskai enerģijai, kura radusies. Bet kinetiskā enerģija nevar rasties, un tādēļ sistema atradīsies līdzsvarā, ja jebkurā iespējamā pārvietojumā visu ķermeņiem pielikto spēku (ārējo un iekšējo) darbs ir nulle vai mazāks par nulli.

Ja visi sistemas ķermeņi atrodas tikai iekšējo spēku iedarbībā, tad iespējamo pārvietojumu princips dod, kā tas viegli saskatāms, potencialās enerģijas teoremu (45. §).

Kad ķermeņi, kas veido sistemu, ir savienoti ar absoluti cietiem stieņiem vai sastieptiem, neizstiepjamiem diegiem, tad, lietojot iespējamo pārvietojumu principu, nav jāaplūko «saites spēki» (spiedes un stiepes spēki, ko pārnes saites, kā arī saites reakcijas), jo, kā tas bija pierādīts iepriekšējā paragrafā, šo spēku sumarais darbs jebkurā pārvietojumā arvien ir nulle. Šī iespēja ignorēt stingras (nedeformējamas) saites spēkus ļoti atvieglo daudzu statikas uzdevumu atrisināšanu, atļaujot iespējamo pārvietojumu principa lietošanā apmierināties tikai ar ārējo spēku un berzes spēku aplūkošanu.

Atmetot saites spēku darbu, kurš, ņemot to priekš visiem materialiem punktiem, kopsumā ir nulle, un paturot pielikto spēku komponentēm iepriekšējos apzīmējumus X, Y, Z, iespējamo pārvietojumu principu var analitiski izteikt šādā formulā:

$$\Sigma(X_1\delta_{x\,1}+Y_1\delta_{y\,1}+Z_1\delta_{z\,1})\leqslant 0. \qquad (40)$$

Šeit, kā jau iepriekš minēts, vienlīdzības zīme attiecināma uz gadījumu, kad ir «aizturētājas» (divpusīgās) saites, bet, kad ir «neaizturētājas» (vienpusīgās) saites, tad tāpat kā vienlīdzības zīme var būt arī nevienlīdzības zīme.

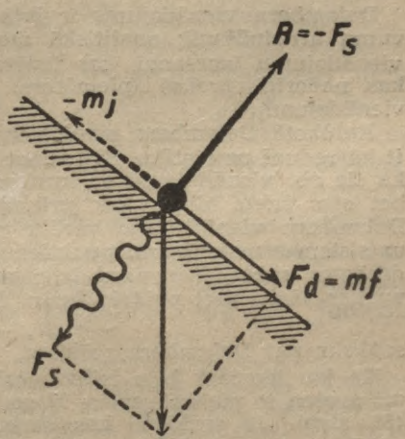
Vienādojums (40) ir pats vispārīgākais līdzsvara vienādojums.

Iespējamo pārvietojumu princips bija noteikts jau sen pirms tam, kad bija uzzināts un vispār atzīts enerģijas nezūdamības likums; tādēļ savā laikā bija ieteikti vairāki šā principa pareizības pierādījumi, kas pakļauj šo principu citiem eksperimentali pamatotiem noteikumiem. Tādus pierādījumus ir izstrādājuši A m p e r s, K o š i, L a g r a n ž s, F u r j ē, P u a s o n s u. c.

Turpmāk mēs izmantosim iespējamo pārvietojumu principu vienkāršāko mechanismu līdzsvara noteikumu aprēķinos un dažu statikas teoremu pierādījumos.

49. §. Dalambera princips. Dinamikas uzdevumu atrisināšanā, kā to rādījis Dalambers, mākslīgi var izmantot statikas metodes. Tāda dinamikas uzdevumu vienkāršošana iespējama tādējādi, ka kopā ar spēkiem, kas sistemā *faktiski* darbojas, aplūko arī dažus *fiktivus*, t. i., neesošus, iedomātus spēkus. To dara šādā veidā:

Iedomāsimies, ka materialais punkts, kura masa m, atrodas pielikta spēka **F**, piemēram, smaguma spēka (66. zīm.), iedarbībā. Šis spēks, kas pielikts materialam punktam, pa daļai (komponente $\mathbf{F}_d$) izpaužas dinamiski, radot paātrinājumu $m\mathbf{j}$, pa daļai (komponente $\mathbf{F}_s$) izpaužas statiski spiedienā, ko materialais punkts izdara uz saiti, vai stiepes piepūlē, ko tas rada saitēs. Pieliktā spēka komponenti $\mathbf{F}_s$, kas izpaužas statiski, Dalambers sauc par *zaudēto spēku,* jo spēka šī ģeometriskā daļa, kas pielikta materialam punktam, neietekmē materialā punkta paātrinājumu un tādā nozīmē to var saukt par «pazaudētu». Pēc trešā Ņutona likuma, ja materialais punkts darbojas uz saitēm ar spēku $\mathbf{F}_s$, tad arī saites darbojas uz materialo punktu ar vienlīdzīgu, bet pretēji vērstu spēku **R**. Spēku **R** sauc par *saites reakciju.* Tātad no vienas



66. zīm. $\mathbf{F}_s$ — zaudētais spēks (-m$\mathbf{j}$) — Dalambera spēks.

puses varam teikt, ka paātrinājumu $\mathbf{j}$ rada pieliktā spēka dinamiskā komponente:

$$\mathbf{F}_d = m\mathbf{j};$$

no otras puses varam teikt, ka to pašu paātrinājumu $\mathbf{j}$ rada visi spēki, kas darbojas uz materialo punktu. Bet uz materialo punktu darbojas viss pieliktais spēks $\mathbf{F}$ un arī saites reakcija $\mathbf{R}$, tādēļ

$$\mathbf{F} + \mathbf{R} = m\mathbf{j}.$$

Redzam, ka *pieliktā spēka dinamiskā komponente ir pieliktā spēka un saites reakciju rezultējošais spēks.*

Pēdējo vienādojumu var rakstīt arī tā:

$$\mathbf{F} - m\mathbf{j} = \mathbf{R}.$$

Iedomāsimies, ka tādi vienādojumi uzrakstīti visiem materialiem punktiem. Pareizināsim katru šo vienādojumu ar šķietamo elementaro materialā punkta pārvietojumu un ar tā leņķa kosinusu, ko veido pārvietojuma virziens un saites reakcijas virziens. Saskaitām visus materialiem punktiem uzrakstītos vienādojumus. Labajā pusē iegūsim saites spēku sumaro darbu, kas, kā jau pierādīts 47. paragrafā, ir nulle. Tātad arī vienādojuma kreisās puses locekļu suma ir nulle. Tādā kārtā iegūstam Dalambera vienādojumu; ja darba izteiksmei lieto spēku komponentes (33. formula), tad šo vienādojumu var uzrakstīt tā:

$$\sum\left[\left(X_1 - m_1\frac{d^2x_1}{dt^2}\right)\delta x_1 + \left(Y_1 - m_1\frac{d^2y_1}{dt^2}\right)\delta y_1 + \left(Z_1 - m_1\frac{d^2z_1}{dt^2}\right)\delta z_1\right] = 0. \quad (41)$$

Šeit δx_1, δy_1, δz_1, δx_2 utt. ir jebkuru *iespējamo* pārvietojumu komponentes, t. i., tādu pārvietojumu komponentes, ko pieļauj sistemas saites.

Dalambera vienādojums ir ērts līdzeklis dinamikas praktisko uzdevumu atrisināšanā; analitiskā mechanikā tas noder par pamatu citu vienādojumu izvešanai, kas ievērojami ar savu vispārīgo raksturu un kas noderīgi praksē (piemēram, Lagranža pirmā un otra veida vienādojumi).

Aplūkotā Dalambera metode ir formulēta kā princips, kas dinamiku it kā reducē uz statiku. Salīdzinot vienādojumus (40) un (41), var redzēt, ka šie abi vienādojumi, no kuriem viens ir statikas pamatvienādojums, bet otrs izteic dinamikas principus, daudzējādā ziņā ir analoģiski. Dalambera vienādojumu varētu pielīdzināt statikas vienādojumam, ja uz sistemas materialiem punktiem — bez faktiski pieliktiem spēkiem — darbotos spēki, kas vienlīdzīgi masas reizinājumam ar paātrinājumu un kas vērsti pret paātrinājumu. Šos īstenībā neesošos, fiktivos spēkus:

$$-m_1\mathbf{j}_1,\ -m_2\mathbf{j}_2 \text{ utt.}$$

sauksim par *Dalambera spēkiem.*

Kā jau iepriekš bija teikts, pieliktā spēka $\mathbf{F}$ dinamiskā komponente $m\mathbf{j}$ arvien ir pieliktā spēka $\mathbf{F}$ un saites reakcijas $\mathbf{R}$ ģeometriskā suma (66. zīm.). Ja spēkiem, kas darbojas uz materialo punktu, pievienotu vēl Dalambera spēku, kas vienlīdzīgs $m\mathbf{j}$, bet ir pretēji vērsts, tad spēku $\mathbf{F}$ un $\mathbf{R}$ ietekme būtu novērsta un punktiem vajadzētu kustēties ar inerci vai palikt mierā:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{R}_1 + (-m_1\mathbf{j}_1) = 0.$$

Tādēļ var teikt, ka mechaniskas sistemas kustības gadījumā *Dalambera spēku pievienošana spēkiem, kas reali darbojas, ļauj nosacīti pieņemt, ka visi spēki sistemā ir līdzsvaroti.*

Dažās grāmatās Dalambera spēkus sauc par Dalambera inerces spēkiem jeb vienkārši par inerces spēkiem. Mēs lietosim terminu «inerces spēks» tikai Ņutona izpratnē, t. i., reali spēka $m_1 j_1$ apzīmēšanai, kas pauž *pretdarbību*, ko izdara ķermenis m_1, kad saites vai citi ķermeņi maina tā kustības stāvokli. Saprotams, ka inerces spēks Ņutona izpratnē atšķiras no Dalambera spēka, un proti: 1) inerces spēks ir reals spēks, bet Dalambera spēks ir izdomājums; 2) inerces spēks vērsts paātrinājuma virzienā, bet Dalambera — pret paātrinājuma virzienu; 3) inerces spēks $m_1 j_1$ ir pielikts saitēm vai citiem ķermeņiem, bet ne ķermenim m_1, turpretim Dalambera spēku iedomājas pieliktu ķermenim m_1.

Tātad no Ņutona viedokļa Dalambera spēki ne tikai nav inerces spēki, bet tie vispār nemaz neeksistē un nav nekas vairāk kā fikcija, izdoma, kurai neatbilst nekāda realitate. Relativitates teorijā inerces jēdzienam ir dots cits izskaidrojums nekā Ņutona mechanikā. Tas arī saprotams, jo relativitates teorijā citādi aplūko jautājumu par lielumu *realitati*. Tur par realitati runā novērošanas izpratnē; bet viss novērojamais ir stipri atkarīgs no novērošanas paņēmiena. Ja Ņutona mechanika atšķir patieso uzskatu par lietām no iespējamās lietu uztveres, tad relativitates teorijai visi iespējamie uztvērumi, kas izturējuši noteiktu matematisku pārbaudi, ir vienlīdz patiesi, jo tie visi no relativista viedokļa vienādi atbilst realitatei. *Absoluto objektivo* realitati, kas nav atkarīga no novērošanas paņēmiena, relativitates teorija neatzīst. Ja Ņutona mechanikā spēks (piemēram, smaguma spēks) ir objektiva realitate, bet Dalambera spēki ir fikcija, izdomājums, tad relativitates teorijā kā smaguma spēku, tā arī Dalambera spēku uzlūko par vienlīdz nosacītiem jēdzieniem.

50. §. Absolutā un techniskā mēru sistema[1]. Masas un spēka mērīšanai bieži lieto vienības, kurām vienāds nosaukums, piemēram, kilograms (1 kg masas un 1 kg spēka). Kilograms ir 1 litra (l) ūdens masa pie 4^0C. Kad vārdu «kilograms» lieto *spēka* vienības apzīmēšanai, tad ar to saprot spēku, ar kuru masa 1 kg, pateicoties Zemes pievilkšanai, spiež uz atbalstu, kas atrodas jūras līmeņa augstumā uz 45^0 ģeografiskā platuma.

Lietojot vienu un to pašu terminu, lai apzīmētu divas dažādas vienības — masas vienību un spēka vienību — rodas lielas neērtības. Lai izvairītos no kļūmēm, kurās viegli var nokļūt, lietojot terminu «kilograms» (vai arī «grams») divējādā nozīmē, jānoskaidro tie apstākļi, kas var aprēķinos būt par jucekļu iemesliem.

[1] Decimalo metrisko mēru sistemu vispirms ieveda Francijā 1795. g. Pēc 80 gadiem (1875. g. 20. maijā) šī sistema pēc Starptautisko mēru un svaru konvencijas lēmuma ieguva starptautisku atzinumu un vēlākos gados šos mērus vairākas valstis sāka lietot kā likumīgus valsts mērus. Par pamata vienībām ir pieņemti rūpīgi izgatavotie metra un kilograma prototipi, kas glabājas Starptautiskā mēru un svaru birojā Sevrā (Francijā). *Metrs* saskaņā ar definiciju ir atstatums starp divām uz minētā prototipa atzīmētām svītriņām pie 0^0C. *Kilograms* ir attiecīgā prototipa masa, bet *litrs* ir 1 kilograma tīra ūdens tilpums; ūdens ņemts, kad gaisa spiediens ir viena atmosfera un kad ūdens temperatura atbilst lielākajam ūdens blīvumam. Vēlākos mērījumos ir konstatēts, ka 1 litrs pārsniedz 1000 cm^3 par 0,027 cm^3.

Saskaņā ar Ņutona mechanikas otro likumu paātrinājums j, ko masa m iegūst spēka F iedarbībā, ir proporcionals spēka lielumam un apgriezti proporcionals masas lielumam:

$$j = C\frac{F}{m};$$

šeit C ir proporcionalitates koeficients, kas atkarīgs no izvēlētajām lielumu j, F un m mērīšanas vienībām. Arvien izvēlas tādas vienības, lai šo proporcionalitates koeficientu nevajadzētu rakstīt, t. i., lai $C = 1$. *Fizikā* ir pieņemts garumu mērīt ar centimetriem (cm), laiku ar sekundēm (sec) un masu ar gramiem (g). Šādu vienību sistemu sauc par *mēra vienību absoluto sistemu* jeb par CGS[1] sistemu. Termins «absolutā» nav izdevīgs, jo šo vienību sistema ir noteikta savstarpēji vienojoties, un izvēlētās vienības nav tādi lielumi, kuru izvēli noteiktu to sevišķā fizikalā nozīme. Minētajā CGS sistemā ātruma vienība ir $1\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, paātrinājuma vienība ir $1\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Ievietojot iepriekšējā formulā $C = 1$, redzam, ka *CGS sistemā spēka vienībai jābūt tādam spēkam, kura iedarbībā masa* 1 g *iegūst paātrinājumu* $1\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Šādu spēku sauc par *dinu.*

Mēģinājumos ir konstatēts, ka tukšā telpā visi ķermeņi krīt ar vienu un to pašu paātrinājumu $g \approx 980\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Jūras līmeņa augstumā un 45^0 platuma joslā šis paātrinājums, ko izsauc smaguma spēks, ir $g = 980{,}665\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Masa 1 g, kas atrodas spēka 1 dins iedarbībā, iegūst paātrinājumu tikai $1\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Saprotams, ka smaguma spēks, kas pielikts katram masas gramam, ir tik reizes lielāks nekā dins, cik reizes paātrinājums g, ko izsauc smaguma spēks, ir lielāks nekā $1\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Tātad 1 g *masas svars virs jūras līmeņa 45^0 platuma joslā ir 980,665 dini.* Turpat 1 kg masas svars ir 980 665 dini, t. i., gandrīz miljons dinu (megadins = 10^6 dinu). Spēku, kas vienlīdzīgs 1 kg masas svaram jūras līmeņa augstumā 45^0 platuma joslā, apzīmē: 1 kG. Tātad

$$1\ \text{kG} = 980\ 665\ \text{diniem.}$$

---

[1] Centimetra-grama-sekundes sistema.

Technikā garumu bieži mērī ar metriem, laiku ar sekundēm, bet par spēka vienību pieņem 1 kG (kilogramspēks); to sauc par *technisko mēru sistemu* un saīsināti apzīmē MkGS[1]. *Ātruma* vienība šai sistemā ir $1\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, bet *paātrinājuma* vienība $1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Lai otrajā mechanikas likumā proporcionalitates koeficients būtu 1, *lietojot technisko mēru sistemu, par masas vienību jāņem tāda masa, kura* 1 kG *spēka iedarbībā iegūst paātrinājumu* $1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Smaguma spēka iedarbībā 1 kg masas iegūst, kā jau bija teikts, paātrinājumu $9{,}8\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Iedomāsimies, ka uz ideali līdzenas horizontalas virsmas atrodas ķermenis, kura masa ir 1 kg. Ja uz šo ķermeni iedarbosimies horizontalā virzienā (piemēram, grūdīsim to) ar spēku 1 kG, t. i., ar spēku, kas vienlīdzīgs ķermeņa svaram, tad šis ķermenis slīdēs pa horizontalo virsmu ar paātrinājumu, kas skaitliski būtu tāds pats kā paātrinājums, kāds tam būtu, ja tas kristu smaguma spēka iedarbībā, t. i., ar paātrinājumu $9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Lai 1 kG spēka iedarbībā ķermenis iegūtu paātrinājumu, kas vienlīdzīgs tikai $1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, tad ķermenim jābūt masivākam. Pieņemsim, ka uz horizontali līdzenas virsmas atrodas ķermenis, kura masa ir 9,8 kg; uz šo ķermeni iedarbojas spēks 1 kG, un tādēļ tas slīdēs ar paātrinājumu, kas vienlīdzīgs $1\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. Redzam, ka *techniskā sistemā par masas vienību jābūt tādai masai, kas vienlīdzīga 9,8* kg. Dažreiz šo masas vienību saīsināti sauc par «techmasu».

Lai vieglāk varētu teikto atminēt un brīvi orientēties mēru izvēlē, arvien jāpatur prātā sakarība, kāda ir svara un masas starpā. Pieņemsim, ka m nozīmē kāda ķermeņa masu, bet P ir tā svars vietā, kur brīvā kritiena paātrinājums ir g. Pēc otrā mechanikas likuma:

$$P = mg.$$

Lai varētu izmantot absoluto mēru sistemu, svarīga ir šāda sakarība:

$$P\ (\text{dinos}) = g\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}\right) \cdot m\ (\text{g}). \tag{a}$$

[1] Metra-kilogramspēka-sekundes sistema.

Lai izmantotu technisko mēru sistemu, jāievēro šāda sakarība: masa

$$m \text{ (izteikta techniskās masas vienībās)} = \frac{P(\text{kG})}{g\left(\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\right)}. \qquad \text{(b)}$$

Lietojot absoluto mēru sistemu, enerģija ir jāizsaka ergos; *ergs ir darbs, ko veic 1* dins *1* cm *garā ceļā.* Tātad, izmantojot potencialās enerģijas formulu $\Pi = Ph$ un lietojot absoluto mēru sistemu, ķermeņa svars P jāizteic dinos [formula (a)]. Piemēram, tāda ķermeņa potencialā enerģija, kas sver 1 kG, uz katru pacēluma metru ir $0{,}98 \cdot 10^6 \cdot 100 = 9{,}8 \cdot 10^7$ ergi $=$ $= 9{,}8$ džouli[1]. Technisko mēru sistemā to pašu lielumu izsaka ar vienu *kilogrammetru:*

$$1 \text{ kilogrammetrs} = 9{,}8 \text{ džouli.}$$

Absolutās mēru sistemas lietošana ir saistīta ar to neērtību, ka spēki, kas uzdevumā bieži ir doti kilogramos, noteikti jāizteic dinos. Techniskās mēru sistemas lietošana saistīta ar citu neērtību: masa jāizsaka techniskās masas vienībās. Aprēķināsim, piemēram, cik liela ir (ergos un kilogrammetros) kinetiskā enerģija 2 kilogramiem masas, kas kustas ar ātrumu 1 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

Absolutās vienībās tā ir $\frac{2\,000 \cdot 100^2}{2} = 10^7$ ergi $=$ 1 džouls.

Techniskās vienībās: $\frac{2 . 1^2}{9{,}8 . 2} = \frac{1}{9{,}8}$ kilogrammetri.

Ja aprēķinu grib izdarīt *absolutā* mēru sistemā, tad smaguma potencialās enerģijas formulu un kinetiskās enerģijas formulu vajag rakstīt tā:

$$\Pi = mg \cdot h; \quad E = \frac{mv^2}{2};$$

masa m ir izteikta gramos, g ir $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, h izteikts centimetros, v ir $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$; lielumi Π un E tad ir izteikti **e r g o s.**

Ja aprēķinu grib izdarīt *techniskā* mēru sistemā, tad potencialās un kinetiskās enerģijas formulas raksta bez masas simbola:

---

[1] 1 džouls ir vienlīdzīgs 10 miljoniem ergu.

$$\Pi = P \, . \, h; \; E = \frac{Pv^2}{2g};$$

svars P izteikts kG, h — metros, g izteikts $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ un v izteikts $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$; lielumi Π un E tad ir izteikti k i l o g r a m m e t r o s.

Technikā grams un centimetrs ir par daudz mazas mērvienības. Techniskās mēru sistemas lietošana savukārt savienota ar neērtu termina «kilograms» divnozīmību (kilograms — spēks un kilograms — masa). Tas ierosināja pieņemt jaunu vienību sistemu, analoģisku absolutai sistemai, bet tikai ar lielākām garuma un masas vienībām. Par g a r u m a vienību ir izvēlēts *metrs,* bet par m a s a s vienību — *tonna* (1000 kg $= 10^6$ g). MTS sistema (metrs-tonna-sekunde) pieņemta PSR Savienībā 1927. g. saskaņā ar Tautsaimniecības Augstākās Padomes prezidija lēmumu (septiņus gadus agrāk to pieņēma Francijā).

MTS sistemā, tāpat kā vecajā techniskajā sistemā, ā t r u m a vienība ir $1\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ un p a ā t r i n ā j u m a vienība $1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$. S p ē k a vienība ir *stens,* t. i., spēks, kas 1 t masas dod paātrinājumu $1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

$$1 \text{ stens} = 10^8 \text{ dini.}$$

E n e r ģ i j a s vienība MTS sistemā ir darbs, ko veic 1 stens 1 m garā ceļā; ievērojot, ka 1 stens ir vienlīdzīgs 100 miljoniem dinu, viegli aptvert, ka 1 stena darbs 1 m garā ceļā ir vienlīdzīgs 10^{10} ergiem $= 1000$ džouliem. Tātad MTS sistemā enerģijas vienība ir k i l o d ž o u l s.

Lietojot MTS sistemu, visās mechanikas formulās, piem., formulās

$$\Pi = mg \, . \, h; \; E = \frac{mv^2}{2},$$

masa m ir jāizsaka tonnās, g jāizsaka $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, h jāizsaka m un v ir jāizsaka $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Tad spēki, piemēram, $P = mg$, ir izteikti s t e n o s, bet darbs un enerģija, piemēram Π un E, tad ir izteikti k i l o d ž o u l o s.

Jaudas vienība visās mēru sistemās ir jauda, kas vienlīdzīga enerģijas vienībai 1 sekundē, proti: absolutā mēru sistemā jaudas vienība ir 1 ergs 1 sekundē; techniskā mēru sistemā 1 kilogrammetrs 1 sekundē; MTS sistemā 1 kilodžouls 1 sekundē (šo pēdējo jaudas vienību sauc par *kilovatu*; 1 vats = 1 džoulam 1 sekundē). Bez minētām jaudas vienībām lieto arī *zirgspēju:*

1 zirgspēja = 75 kilogrammetriem sekundē = 0,736 kilovata.

Spēka momenta, spēka impulsa, kā arī kustības daudzuma un kustības daudzuma momenta vienības ir to lielumu vienību reizinājumi, kas minētajos jēdzienos ietilpst par reizinātājiem. Piemēram, absolutā mēru sistemā spēka momenta vienība ir moments, kura spēks ir 1 dins, bet pleca garums 1 cm.

51. §. Mechanisko lielumu dimensija. Ar vārdu «dimensija» saprot kāda lieluma mērīšanas vienības izteiksmi atkarībā no mēru pamatvienībām. Piemēram, ja garuma vienību palielina n reizes, tad tilpums, kuru tagad ņem par vienību, ir n^3 reizes lielāks nekā iepriekšējā tilpuma vienība; šai sakarībā saka, ka tilpuma dimensija ir garuma kubs. Ja garuma vienību palielina n reizes un laika vienību palielina m reizes, tad ātrums, kuru tagad vajadzēs ņemt par ātruma vienību, ir $\frac{n}{m}$ reizes lielāks nekā iepriekšējais ātrums. Lai to definētu īsāk, saka, ka ātruma dimensija ir garuma un laika attiecība.

Lielumu dimensiju mēdz apzīmēt divējādi.

Pirmais paņēmiens (ar nosaukumiem) ir šāds: rakstot kāda lieluma dimensiju, norāda mēru pamatvienību nosaukumus; piemēram, tilpuma dimensija ir cm^3 («centimetrs kubā»); ātruma dimensija ir $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$ («centimetrs dalīts ar sekundi»).

Lieluma nosaukums	Dimensija	
	Simboliskais pieraksts	Ar CGS sistemas nosaukumiem
Laiks	T	sec
Masa	M	g
Garums	L	cm
Laukums	L^2	cm^2
Tilpums	L^3	cm^3
Ātrums	$\frac{L}{T}$ jeb LT^{-1}	$\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$

Lieluma nosaukums	Dimensija	
	Simboliskais pieraksts	Ar CGS sistemas nosaukumiem
Paātrinājums	$\frac{L}{T^2}$ jeb LT^{-2}	$\frac{cm}{sec^2}$
Spēks	$\frac{ML}{T^2}$ jeb MLT^{-2}	$\frac{g \cdot cm}{sec^2}$
Kustības daudzums un spēka impulss	$\frac{ML}{T}$ jeb MLT^{-1}	$\frac{g \cdot cm}{sec}$
Darbs un enerģija	$\frac{ML^2}{T^2}$ jeb ML^2T^{-2}	$\frac{g \cdot cm^2}{sec^2}$
Jauda	$\frac{ML^2}{T^3}$ jeb ML^2T^{-3}	$\frac{g \cdot cm^2}{sec^3}$
Leņķa ātrums	$\frac{1}{T^1}$ jeb T^{-1}	$\frac{1}{sec}$
Leņķa paātrinājums	$\frac{1}{T^2}$ jeb T^{-2}	$\frac{1}{sec^2}$
Spēka moments	$\frac{ML^2}{T^2}$ jeb ML^2T^{-2}	$\frac{g \cdot cm^2}{sec^2}$
Kustības daudzuma moments	$\frac{ML^2}{T}$ jeb ML^2T^{-1}	$\frac{g \cdot cm^2}{sec}$

Dažu mērīšanas vienību apzīmējums Vissavienības standartos[1] (OST 7132, OST 5859, OST 6052)

Sekunde	sek	Gramspēks	*G*
Minute	*min*	Kilogramspēks	*kG*
Stunda	*st*	Kilogrammetrs	*kGm*
Grams	*g*	Džouls	*dž*
Kilograms	*kg*	Kilodžouls	*kdž*
Metrs	*m*	Kilogrammetrs sekundē	$\frac{kGm}{sec}$
Centimetrs	*cm*		
Milimetrs	*mm*	Vats	*wt*
Kilometrs	*km*	Kilovats	*kwt*
Litrs	*l*	Zirgspēja	*ZS*

Otrā paņēmienā (ar simboliem) kāda lieluma dimensiju pieraksta ar pieņemtiem apzīmējumiem mēru pamatvienībām. Bieži lieto šādus simbolus: garuma vienību apzīmē ar *L*, laika

[1] Nosauktie standarti atļauj lietot arī citus apzīmējumus kopā ar tiem, kas minēti šai tabulā.

vienību ar T, masas vienību ar M. Tad tilpuma dimensija ir L^3 («garuma kubs»); ātruma dimensija $\frac{L}{T}$ jeb arī LT^{-1} («garuma attiecība pret laiku»). Tādu simbolisku pierakstu lasa parasti saīsināti, piemēram, «garuma kubs», bet saprot, ka tas ir «garuma *vienības* kubs». Lai lielumu dimensiju simbolus nesajauktu ar pašu lielumu apzīmējumiem, ir pieņemts simbolisko pierakstu likt kvadratiekavās; piemēram, paātrinājuma dimensiju raksta tā: $\left[\frac{L}{T^2}\right]$ jeb $[LT^{-2}]$.

Dažos gadījumos dimensiju simboliskam pierakstam ir priekšrocības, salīdzinot to ar nosaukumu pierakstu, jo simboliskā pierakstā paliek atklāts jautājums, kādi lielumi ņemti par mēru pamatvienībām (piemēram, centimetrs vai metrs, vai arī kilometrs; L var apzīmēt jebkuru garuma vienību; tāpat arī T un M var apzīmēt jebkuras laika un masas vienības).

Simboliskais dimensiju pieraksts ir ērts, ja jāpārbauda formulas: *visu formulas locekļu dimensijām arvien jābūt vienādām*, jo saskaitīt vai atņemt un salīdzināt var tikai vienāda nosaukuma skaitļus (no 5 cm nevar atņemt 2 g).

Dažos gadījumos, salīdzinot lielumu dimensijas, var secināt dažus slēdzienus par to, kāda ir šo lielumu funkcionalā sakarība. Ar tādiem tā sauktās «kvalitativās analizes» piemēriem mums būs darīšanas turpmāk.

III NODAĻA

Spēku un enerģijas mechaniskā pārnešana

52. §. Enerģijas pārnešana. Mechanikā izšķir četrus enerģijas pārnešanas veidus: vilkšanu, triecienu, konvekciju un viļņveidīgu pārnešanu. *Vilkšana* un *trieciens* no techniskā viedokļa ir ievērojamākie enerģijas pārnešanas veidi; liels skaits dažādo mašīnu kalpo enerģijas pārnešanai ar vilkšanu vai triecienu; šos abus enerģijas pārnešanas veidus šinī nodaļā aplūkosim diezgan sīki, analizējot vienkāršākos mechanismus.

Enerģijas pārnešanu ar vielu sauc par *konvekciju.* Jebkura ķermeņa kustība ar noteiktu ātrumu (ne bezgalīgi mazu) ir šā ķermeņa kinetiskās enerģijas konvekcija. Piemēram, var sacīt, ka lodes lidojums ir lodes kinetiskās enerģijas konvekcija. Jebkuru enerģijas veidu var pārnest konvekcijas ceļā. Piemēram, elektrizēta ķermeņa pārvietošana ir elektriskās enerģijas konvekcija. Granatas lidojums ir tās ķimiskās enerģijas konvekcija, kas atrodas granatas spārgstvielās. Kurināmā transports ir kurināmā ķimiskās enerģijas konvekcija. Hidrauliskās mašīnas un arī mašīnas, kuras darbina saspiests gaiss (tādu mašīnu uzbūve paskaidrota VII nodaļā), var uzlūkot par piemēru, kur techniski izmanto konvekciju.

Elastiskas deformacijas viļņu izplatīšanās cietā, šķidrā un gāzveidīgā vidē jeb, citiem vārdiem, *viļņveidīgā mechaniskā enerģijas pārnešana* ļoti bieži novērojama dabas parādībās, bet technikā tāda veida enerģijas pārnešanu, salīdzinot ar citiem enerģijas pārnešanas veidiem, izlieto maz. Šo parādību grupu aplūkosim nodaļās, kas veltītas elastības teorijai un svārstību mācībai, kā arī nodaļā, kas veltīta akustikai (par elektriskās enerģijas viļņveidīgo pārnešanu, kas ir radiotechnikas pamats, kā arī par citiem *elektriskās* enerģijas pārnešanas veidiem, būs runa kursa otrā sējumā).

Ierīces, kas domātas viena veida enerģijas pārvēršanai citā veidā, kā arī enerģijas pārnešanai un darba veikšanai, sauc par *mašinām.* Visas mašinas var iedalīt divās klasēs: dzinējmašinās un darba mašinās. *Dzinējmašinas* pārvērš vienu enerģijas veidu otrā (piemēram, kurināmā enerģiju — kinetiskā enerģijā). *Darba mašinas* pārnes enerģiju, novirzot to uz ķermeņiem, kuri jāpārvieto vai jāapstrādā. Darba mašinas, ar kurām pārvieto kravas, sauc par *transportmašinām* (tītuves, trices, celtņi, ekskavatori u. c.). Darba mašinas, ar kurām apstrādā iežus, metalus, koku un citus materialus un priekšmetus, sauc par *pārveidotājām mašinām* (atskaldāmie veseri, zāģi, preses, darbagaldi u. c.).

Kad pētī kādas mašinas uzbūvi (skeletu) un pievērš galveno vērību tam, kā dažu mašinas elementu kustība nosaka pārējo mašinas elementu kustību un kā noris to spēku pārvēršana un pārnešana, kas pielikti atsevišķiem mašinas elementiem, tad tā ir mašinas *mechanisma* pētīšana. Citiem vārdiem runājot, mechanisms ir visu mašinas s a i š u kombinējums, t. i., visu to ierīču kombinējums, kuras ierobežo mašinas atsevišķo elementu kustību. Mechanisma blakusdaļas, kuru kustības ir dažādas, sauc par *mechanisma locekļiem.*

Mašinu vairumam ir pa vienai kustības brīvības pakāpei. Kāda atsevišķa mechanisma locekļa kustība stingri nosaka visu pārējo mechanisma locekļu kustību. Ir mašinas, kurām ir divas un trīs brīvības pakāpes.

Attiecību starp derīgā darba daudzumu, ko mašina veic, un mašinai pievadītās enerģijas daudzumu sauc par *mašinas lietderības koeficientu.* Tā kā daļa no enerģijas, ko pievada mašinai, neizbēgami iet zudumā, pateicoties mašinas berzei, un tā kā daļa no enerģijas pazūd kaut kādu mašinas nepilnību vai īpatnību dēļ, tad katras mašinas lietderības koeficients ir mazāks par vienu.

Ne vienmēr berze ir kustībai k a i t ī g a pretestība, kas pazemina lietderības koeficientu; dažreiz berze ir n e p i e c i e š a m a mašinas darbībā. Piemēram, lokomotive nevarētu pavilkt vagonus, ja starp lokomotives riteņu lokiem un sliedēm nebūtu berzes (28. §). Kā turpmāk redzēsim, berzei ir ievērojama nozīme mechaniskā spēku pārnešanā.

53. §. **Mechaniskā spēku pārnešana.** Lai gan teoretiskā mechanikā mechanisko spēku pārnešanu aplūko kā elementaru parādību, tomēr īstenībā mechaniskā spēku pārnešana ir diezgan sarežģīta parādība, kuras pamatā ir vielas sīkāko daļiņu — molekulu — savstarpējā iedarbība, kas vēl nebūt nav pilnīgi izpētīta. Ja, piemēram, ar kaut kādu spēku velkam aiz viena gala cietu (teiksim, tērauda) stieni, kura otram galam cieši pie-

stiprināts kāds svars (piemēram, pielodēts atsvars), tad stienis pārnes spēku saskaņā ar molekularo koheziju. Parādības *(elastiskos spraigumus)*, kas pavada šāda veida mechaniskā spēka pārnešanu, pētī elastības teorija un cieto ķermeņu uzbūves teorija. Tagad ir neapšaubāmi pierādīts, ka molekularās kohezijas spēku pamatā ir elektrība. Tādas pašas dabas acīm redzot ir arī pirmā veida mechaniskā spēka pārnešana — elastiskais spraigums.

Teoretiskā mechanikā, sevišķi statikā, spēku, kas pielikts cietam ķermenim, vienkāršības dēļ aplūko kā *slīdošu* vektoru, t. i., kā vektoru, kura sākums var būt jebkurš punkts, kas atrodas cietā ķermeņa iekšienē un gul uz taisnes, pa kuru spēks darbojas. Šai uzskatā par spēku kā slīdošu vektoru, neieejot sīkumos, formali ir atspoguļots tas fakts, ka elastiskais spraigums materialā darbojas spēka virzienā. Jautājumu par to, ka materiala elastiskā piepūle ir sevišķs vielas stāvoklis, kas atkarīgs no noteiktām pārmaiņām molekularā uzbūvē, teoretiskās mechanikas daļa — statika — atstāj bez paskaidrojuma (formalā attieksme pret parādību būtību neizdevīgi šķir statiku no Ņutona dinamikas).

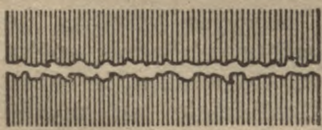
Elastiskais spraigums nav vienīgais mechanisko spēku pārnešanas veids. Ne mazāk svarīgs ir arī otrs mechanisko spēku pārnešanas veids — *berze*. Berze tāpat kā elastiskais spraigums ir ļoti sarežģīta molekulara parādība.

Berze var izpausties statiski, ja divu saskarošos ķermeņu gadījumā tā līdzsvaro spēku, ko mēs pieliekam vienam no ķermeņiem, lai to stumtu pa otra virsmu. Piemēram, lai izkustinātu no vietas kādu priekšmetu, kas atrodas uz horizontalas virsmas, šis priekšmets jāgrūž ar spēku, kura horizontalā komponente pārsniedz berzes spēku. Dinamiskā berze izpaužas pie divu saskarošos ķermeņu relativas kustības un izrāda šai kustībai pretestību. Abos gadījumos berzes spēks, kas pielikts ķermeņu saskaršanās virsmas elementam, ir vērsts tangenciali šim virsmas elementam. Vienlīdzīgie un pretēji vērstie berzes spēki iedarbojas uz katru no tiem ķermeņiem, kuri saskaras. Ja grāmatu, kas atrodas uz galda, piespiežam ar pirkstu un, virzot roku horizontali, stumjam grāmatu pa galda virsmu, tad pirksta gala berze pret grāmatu neļauj pirkstam slīdēt pa grāmatas vāku vai, ja slīdēšana novērojama, tad berze to palēnina. Bet vienlīdzīgais un pretēji (t. i., rokas kustības virzienā) vērstais berzes spēks darbojas uz grāmatu un bīda to pa galda virsmu. Tā ar berzes palīdzību var pārnest spēku, kas ir vērsts tangenciali saskarošos ķermeņu virsmai.

Berzes mechanismu un likumus sīkāk paskaidrosim turpmāk; šeit berzi pieminam tikai, lai atzīmētu berzes nozīmi mehaniskā spēku pārnešanā. Spēka pārnešanai ar berzi ir liela nozīme ikdienišķās parādībās un technikā (ja nebūtu berzes, priekšmeti izslīdētu mums no rokām; nebūtu iespējama ne iešana, ne braukšana ratos, automobiļos, vilcienos; daudzas mašinas izrādītos nederīgas savu uzdevumu veikšanai). Technikā ierīci spēku pārnešanai ar berzi sauc par berzes jeb frikcijas pārvadu.

Vēl varētu aizrādīt uz mechanisko spēku pārnešanas trešo veidu, tas ir uz *mechanisko sakabināšanu*. Parastais un uzskatāmākais piemērs ir ķēdes gredzens uz kāša; ja velkam kāsi, tad vilkšanas spēks pāriet uz ķēdi un no tās uz priekšmetu, kam ķēde piestiprināta. Pēc būtības spēka pārnešana šeit notiek ar ķēdes un kāša elastisko spraigumu; tātad nekā jauna, salīdzinot to ar pirmo spēka pārnešanas veidu, mechaniskajā sakabināšanā nav. Sarežģītākos mechaniskās sakabināšanas piemēros (zobrati, gliemežpārvadi u. c.) spēka pārnešana notiek vienā laikā ar elastisko spraigumu un berzi. Vispārīgi «mechaniskās sakabināšanas spēks» ir perpendikulari ķermeņu saskaršanās virsmai vērstā spiediena un tangenciali vērstā berzes spēka rezultējošais spēks.

54. §. Berze. Izšķir divus berzes veidus: *slīdes berzi* un *rites berzi*. Kamanu slieču slīdēšana pa sniegu, slidu — uz ledus, naža vai cirvja — gar koku — ir slīdes berze. Kad ripo vagona, automobiļa, velosipeda ritenis, kad veļam apaļus baļķus un mucas pa zemi — tad rodas rites berze. Riteņa ass berze rumbā ir slīdes berze, jo, ritenim griežoties, rumbas virsma slīd pa ass virsmu.



67. zīm. Virsmu saķeršanās, kas ir berzes galvenais cēlonis.

Vispirms aplūkosim slīdes berzi. Galvenais slīdes berzes rašanās cēlonis ir saskarošos priekšmetu *makro-* un *mikrogrumbuļainums*. 67. zīmējumā palielināti attēlotas divu saskarošos virsmu bedrītes un izcilnīši, kas pa daļai ieiet viens otrā (makrogrumbuļainums). Vienai virsmai kustoties gar otru, izcilnīši atsitas viens pret otru un lūst; berzes virsmu vielas sasmalcinās jeb, kā saka, *disperģējas*. Tā rodas zināms spēks, kas kavē kustību un kas vienmēr ir vērsts pret kustību. Nav tādu cietu ķermeņu, kuru virsma būtu ideali gluda, tādēļ darbs, ko patērē berzes spēku pārvarēšanai, tiek izlietots arī lielākā vai mazākā daudzumā saskarošos ķermeņu virskārtas disperģēšanai. Ievērojama daļa no šā virsmas disperģēšanas darba tiek patērēta berzes ķermeņu sasildīšanai; siltums rodas, pa virsmu slīdošām sasmalcinātām daļiņām vienai pret otru atsitoties un elastisko spraigumu enerģijai pārvēršoties siltumkustības molekularā enerģijā.

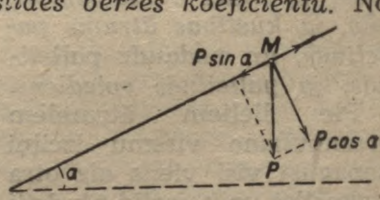
Berzes spēka otru daļu nosaka virsmas mikrogrumbuļainums, t. i., tādi virsmas grumbuļi, kuru lielums tuvojas molekulu izmēriem. Cietos kristaliskas strukturas ķermeņos molekulas ir sakārtotas noteiktā kārtībā. Tā kā starp molekulām ir atstarpes, tad arī kristala spoguļskaldne (t. i., virsma, kura ir tik gluda, ka atspoguļo gaismu kā spogulis) ir mikrogrumbuļaina. Vienas kristala spoguļskaldnes slīdēšana pa otru var būt saistīta ar «molekularo disperģēšanu», t. i., molekulu dabiskā sakārtojuma traucēšanu, atraujot dažas molekulas un pārbīdot tās citā vietā. Arī neievērojot kristala skaldņu molekularās uzbūves sagraušanu, viena kristala slīdēšanai pa otra kristala spoguļskaldni, pateicoties mikrogrumbuļiem, jāizsauc kristala elementaro daļiņu (molekulu, atomu) svārstīšanās kustības vai, pareizāk sakot, jāpastiprina jau esošās molekulu svārstības, t. i., jāsasilda kristals. Jo gludākas ir virsmas, jo vairākos punktos tās saskaras, ja tās saspiež kopā; tādēļ būtu nepareizi, ja mēs domātu, ka mikrogrumbuļi mazāk ietekmē berzes lielumu nekā makrogrumbuļi.

Slīdes berzes likumus noteica K u l o n s. Ja berzes spēku apzīmē ar F, bet spēku, ar kādu berzes virsmas spiež vienu pret otru, apzīmē ar P[1], tad

$$F = k_{\text{slīd}}\, P, \qquad (1)$$

t. i., *berzes spēks ir tieši proporcionals spēkam, kas saspiež virsmas.* Šeit $k_{\text{slīd}}$ (ko bieži apzīmē tikai ar k) ir proporcionalitates koeficients, ko sauc par *slīdes berzes koeficientu.* No formulas redzams, ka slīdes berzes koeficients ir nenosaukts skaitlis.

Vienkāršākais berzes koeficienta mērīšanas paņēmiens ir tā plaknes slīpuma noteikšana, pie kura ķermenis smaguma spēka ietekmē sāk slīdēt pa plakni. Uz slīpas plaknes novietotā ķermeņa smaguma spēku P sadalīsim divās komponen-



68. zīm. Berzes leņķa noteikšana.

[1] Ļoti bieži spēks, kas virsmas saspiež kopā, ir svars.

tēs: paraleli slīpai plaknei un perpendikulari tai (68. zīm.). Ja leņķis, ko veido slīpā plakne ar horizontu, ir α, tad pirmā komponente ir $P \sin \alpha$, bet otra — $P \cos \alpha$. Berzes spēku dabūsim, ja spēku, kas ķermeni spiež pie slīpās plaknes, reizināsim ar berzes koeficientu, t. i., berzes spēks būs $kP \cos \alpha$. Ja berzes spēks ir lielāks par dzinējspēku $P \sin \alpha$, tad ķermenis paliek nekustīgs. Ja plaknes slīpuma leņķi α palielina, tad palielinās dzinējspēks $P \sin \alpha$, bet berzes spēks $k \,.\, P \cos \alpha$ samazinās; pie zināma slīpuma leņķa α ķermenis sāk vienmērīgi slīdēt lejup. Šai gadījumā

$$P \sin \alpha = k \,.\, P \cos \alpha,$$

no kurienes

$$k = \operatorname{tg} \alpha. \qquad (2)$$

Leņķi, pie kura sākas ķermeņa vienmērīga slīdēšana (smaguma spēka iedarbībā) pa slīpo plakni, sauc par *berzes leņķi*. Berzes koeficients ir vienlīdzīgs berzes leņķa tangensam.

Tabulā atzīmēti dažu materialu *slīdes berzes koeficienti.*

Daudzos gadījumos novērojams, ka neviendabīgu virsmu savstarpējā berze ir mazāka nekā viendabīgu. To bieži izmanto technikā, lai vajadzības gadījumā samazinātu berzi. Piemēram, gultņu ieliktņus gatavo no cita metala nekā rēdzes (vārpstu daļas, kas griežas gultnī). Berzes lielumu ietekmē arī berzes virsmu cietība: jo cietākas virsmas, jo zemāka berze; pulksteņu mechanismu gultņus izgatavo no ļoti cietiem akmeņiem (piemēram, no achatiem vai dimantiem).

Slīdes berzes koeficients	k
Tērauds pa tēraudu	0,17
„ „ ķetu . . .	0,17
Dzelzs pa dzelzi . . .	0,3
„ „ misiņu . . .	0,2
„ „ ķetu vai bronzu	0,18
Bronza „ „	0,22
Misiņš „ „	0,16
Ozols pa ozolu, ‖ šķiedrām	0,4
Ozols pa ozolu, ⊥ šķiedrām	0,2
Ādas siksna pa koku .	0,4
„ „ „ ķetu .	0,28
Ķieģelis pa ķieģeli . .	0,7
Tērauds pa ledu . . .	0,02
„ „ cietu zemi	0,2—0,4
„ „ irdenu zemi . . .	0,4—0,8
Gumija (riepa) pa cietu zemi	0,4—0,6
Koks (sliece) pa ledu .	0,035

K u l o n s domāja, ka berzes koeficients ir pastāvīgs lielums un nav atkarīgs ne no kustības ātruma, ne no spiediena lieluma, ne no berzes virsmu laukuma. Eksperimentali pētījumi tomēr rāda, ka *slīdes berze samazinās, ja kustības ātrums palielinās, un nedaudz palielinās, ja palielinās spiediens.*

Pie lieliem ātrumiem grumbuļaino virsmu izciļņi nepagūst visi viens aiz otra aizķerties un neieslīd tik dziļi bedrītēs (salīdzināsim ratu lēnu kustību, kad riteņi rit no vienas bruģa bedrītes otrā, ar ātru kustību, kad riteņi pārlec šīm bedrītēm). Lai raksturotu berzes atkarību no ātruma, minēsim kā piemēru tērauda riteņu bremzēšanu ar ķeta klučiem. Ja vilciena ātrums ir 100 km stundā, tad berze ir 4 reizes mazāka nekā tad, ja vilciena ātrums ir 10 km stundā, un 5 reizes mazāka nekā vilcienam uzsākot kustību. Apstādinot tramvaja vagonu, kad ātrums samazinās, bremzes kluču berze pret riteņiem stipri pieaug un bremzēšana kļūst straujāka; tādēļ, lai izvairītos no grūdieniem, bremzi pirms vagona galīgas apturēšanas pakāpeniski izslēdz.

Berzes koeficienta atkarība no spiediena novērojama tikai pie lieliem spiedieniem. Piemēram, dzelzij pa dzelzi berzes koeficients, ja spiediens nepārsniedz $18 \frac{kG}{cm^2}$ ir, kā jau tabulā norādīts, 0,34; ja spiediens ir $36 \frac{kG}{cm^2}$, tad berzes koeficients ir 0,41 (kad spiediens $39 \frac{kG}{cm^2}$, tad jau bojājas dzelzs berzes virsmas).

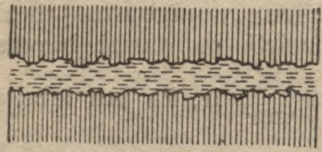
Misiņa-ķeta berzes koeficients		Tērauda-ķeta berzes koeficients	
Virsmas spiediens	Berzes koeficients	Virsmas spiediens	Berzes koeficients
$9 \frac{kG}{cm^2}$	0,16	$9 \frac{kG}{cm^2}$	0,17
13 „	0,23	13 „	0,3
47 „	0,23	47 „	0,4
57 „	0,27		

(Pie lielākiem spiedieniem bojājas ķeta virsma.)

Viss teiktais attiecas uz *sauso berzi*, kad berzes virsmas netiek *eļļotas*. Ir zināms, ka eļļošana stipri samazina berzi (caurmērā 8—10 reizes). Berzes samazināšanās iemesls ir tas, ka eļļa piepilda berzes virsmu nelīdzenumus un novietojas plānā kārtā starp tām, tā ka virsmas it kā nesaskaras viena ar otru (69. zīm.); šai gadījumā viena gar otru slīd šķidruma kārtas.

Tādā kārtā divu cietu virsmu tiešo berzi mēs aizstājam ar berzi šķidrumā, ko sauc par *iekšējo berzi*. Dažādiem šķidrumiem ir dažāda iekšējā berze. Piemēram, ja salīdzināšanai ņem ūdeni, tad izrādās, ka eterī iekšējā berze ir 5 reizes mazāka nekā ūdenī, smēreļļās 80 reizes lielāka, un glicerinā pie 3^0 tā ir

2500 reizes lielāka nekā ūdenī. Šķidrumus, kuriem ir liela iekšējā berze, sauc par *viskoziem*. Liekas, ka ūdenim vajadzētu būt idealai smērvielai, jo tam maza viskozitate. Kādēļ tad par smērvielām ņem eļļas, kuru viskozitate 100 reizes lielāka nekā ūdenim? To izskaidro tā: eļļošanai noder tikai tāds šķidrums, ko nevar izspiest no mazās atstarpes starp berzes virsmām; tādēļ šķidrumam, ko lieto eļļošanai, jābūt pietiekami viskozam. Tomēr, braucot ar kamaņām pa sniegu, ūdens izrādās par ļoti labu smērvielu, jo izspiestā ūdens vietā zem sliecēm arvien rodas jauns ūdens.



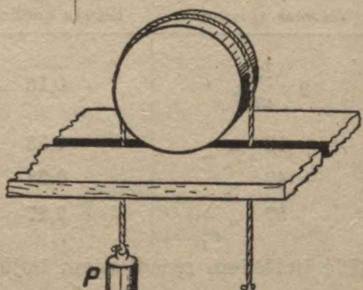
69. zīm. Eļļa atdala berzes virsmas vienu no otras.

Dažādo faktoru ietekmi uz berzi pie eļļošanas ir izpētījis N. P. Petrovs; viņš noskaidrojis, ka berzes spēks ir tieši proporcionals ātrumam un virsmas lielumam, bet apgriezti proporcionals eļļas kārtas biezumam un atkarīgs no tās fizikalām īpašībām.

Tagad aplūkosim *rites berzi*. Ja cilindriskam rullītim, kas novietots uz diviem horizontaliem dēlīšiem, pārliek auklu ar galā piesietiem atsvariem P un Q, tad pie noteiktas Q un P starpības $(Q - P)$ var panākt to, ka rullītis vienmērīgi kustas. Saprotams, ka tādā gadījumā berze F ir vienlīdzīga dzinējspēkam $Q - P$ (70. zīm.). Kulons atrada, ka rites berze ir

$$F = k_{\text{rit}} \cdot \frac{P}{r}, \qquad (3)$$

kur P ir spēks, kas rullīti spiež pie atbalsta, r ir rullīša radiuss, k_{rit} ir rites berzes koeficients.



70. zīm. Atsvaru Q un svara P starpību līdzsvaro rites berzes spēks.

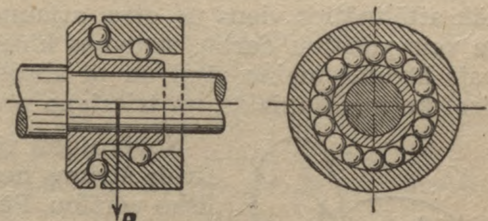
Tātad *rites berze ir tieši proporcionala spiedes spēkam un apgriezti proporcionala rullīša radiusam.*

Lai arī cik ciets būtu atbalsts un rullītis, tiem tomēr nedaudz jāmaina sava forma — jādeformējas; un jo lielāks ir rullīša spiediens uz atbalstu, jo lielākai jābūt deformacijai. No otras puses atkal, jo lielāks rullīša radiuss, jo mazāk tas sajutīs nelīdzenumus, kā tas redzams 71. zīmējumā.

Rites berze ir ievērojami mazāka nekā slīdes berze. Tādēļ arī tik bieži lieto lodīšu gultņus, kuros ass slīdes berze rumbā tiek aizstāta ar lodīšu vai cilindru rites berzi (72. zīm.).

Formulā (3) redzams, ka rites berzes koeficients ir nosaukts skaitlis un ir izteikts garuma vienībās, piemēram, centimetros. Sekojošā tabulā atzīmēti daži *rites berzes koeficienti* (centimetros).

71. zīm. Lielo riteņu rites berze ir mazāka nekā mazo.



72. zīm. Lodīšu gultnis (garengriezums un šķērsgriezums).

Ritenis ar tērauda loku pa tērauda sliedi	0,05
Ķeta ritenis pa tērauda sliedi	0,12
Koka veltnis pa koku	0,16
Ritenis ar dzelzs loku pa šoseju	4,1

Parastam slīdes gultnim berze uz rēdzes virsmas (par rēdzi sauc to vārpstas daļu, kas griežas nekustīgajā gultnī), normali eļļojot, ir

$$F \approx 0{,}08\ P,$$

kur P ir rēdzes slodze (berzes moments ap rēdzes asi ir $F \cdot r$, kur r ir rēdzes radiuss).

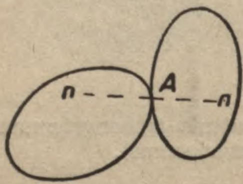
Lodīšu gultnī berzes spēks uz rēdzes virsmu ir apmēram 50 reizes mazāks nekā parastā gultnī; tā vērtība ir

$$F \approx 0{,}0015\ P.$$

Visiem zināms, cik kaitīga ir berze kā bremzējošs spēks. No 1500 miljoniem t akmeņogļu, ko katru gadu pasaulē sadedzina, ap 50 miljonus t patērē kaitīgās berzes darbības pārvarēšanai.

55. §. Trieciens. Par triecienu sauc ķermeņa kustības stāvokļa pēkšņu maiņu, ja tas saduras ar otru ķermeni. Trieciena laikā abiem ķermeņiem mainās forma (notiek deformacija). Trieciena būtība ir šāda: sadurošos ķermeņu relativās kustības kinetiskā enerģija uz īsu laiku pārvēršas elastiskās deformacijas enerģijā un — vairāk vai mazāk — molekularās kustības enerģijā; trieciena rezultatā notiek enerģijas pārnešana vai vispārīgi tiek pārkārtots enerģijas sadalījums pa ķermeņiem, kas saduras.

Trieciena procesu var sadalīt divās fazēs. Pirmajā fazē noris ķermeņu tuvināšanās; abi ķermeņi veic darbu pret reakcijas spēkiem. To kopīgā kinetiskā enerģija samazinās; relativais ātrums (kas saskaršanās momentā nav nulle, jo citādi nebūtu trieciena) samazinās līdz nullei. Tad sākas otra faze: ķermeņi sāk attālināties viens no otra, atjaunojot savu formu. Reakcija te veic pozitivu darbu, sistemas kinetiskā enerģija aug, relativais ātrums maina zīmi un tā absolutais lielums pieaug; beidzot ķermeņi atdalās, un trieciena process izbeidzas.



73. zīm. Trieciena līnija *nn*.

Novērojumi rāda, ka pēc trieciena relativais ātrums nesasniedz savu agrāko skaitlisko vērtību. Pēc Ņutona likuma attiecība, ko dabū, dalot pret saskarvirsmu perpendikularās relativā ātruma komponentes skaitlisko vērtību pēc trieciena ar tās vērtību pirms trieciena, ir fizikala konstante, kas raksturo sadūrušos ķermeņu darbu un kas nav atkarīga no ķermeņu masas un relativā ātruma lieluma. Šo konstanti sauc par *restaurēšanas koeficientu*. Konstantes skaitliskā vērtība ir starp 0 un 1:

$$0 \leq \varepsilon \leq 1.$$

Ja ķermeņiem, kuri saduras, $\varepsilon = 0$, tad tādus ķermeņus sauc par *absoluti neelastīgiem*. Tādiem ķermeņiem viss trieciena process sastāv tikai no pirmās fazes: kad panākta maksimalā ķermeņu tuvināšanās, formas restaurēšana nenotiek, turpmāk abi ķermeņi kustas kā viens vesels. Izrādās, ka šai procesā ir zudusi daļa no kinetiskās enerģijas, kas izlietota deformēšanas darbā.

74. zīm. Ložu taisnais, centralais trieciens.

Ja $\varepsilon = 1$, tad ķermeņi, kas saduras, ir *absoluti elastīgi*; šai gadījumā formas maiņa, kas notikusi pirmā fazē, pilnīgi likvidējas otrā fazē; relativais ātrums sasniedz iepriekšējo skaitlisko vērtību; sistemas kinetiskā enerģija pilnīgi restaurējas.

Īstenībā koeficienta ε vērtība visiem ķermeņiem ir starp 0 un 1. Mēģinājumi rāda, ka ziloņkauls un tērauds atrodas diezgan tuvu ķermeņiem, kuriem ir absoluta elastība, bet svins ir tuvs absoluti neelastīgiem ķermeņiem. Tādēļ aprēķini, kas izdarīti absoluti elastīgu un neelastīgu ķermeņu triecieniem, bieži vien ar lielu precizitati attēlo parādības norisi.

Taisni *nn*, kas iet caur ķermeņu saskaršanās punktu *A* (73. zīm.) un ir perpendikulara pret saskaršanās virsmu, sauc par *trieciena līniju.*

Ja trieciena līnija iet caur abu ķermeņu smaguma centriem, tad triecienu sauc par *centralu.* (Homogenu ložu trieciens vienmēr ir centrals.)

Ja pirms trieciena abi ķermeņi kustējušies trieciena līnijas virzienā, tad triecienu sauc par *taisnu*; pretējā gadījumā par *slīpu.*

Aplūkosim taisnu centralu triecienu (74. zīm.). Apzīmēsim sadurošos ķermeņu masas ar m_1 un m_2, ķermeņu ātrumus pirms trieciena ar v_1 un v_2[1], bet to ātrumus pēc trieciena ar v'_1un v'_2. Pēc kustības daudzuma nezūdamības likuma (34. §) var rakstīt:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2.$$

Tas nozīmē, ka *ķermeņu kustības daudzuma suma pēc trieciena ir vienlīdzīga ar kustības daudzumu sumu pirms trieciena.*

(Triecienā abi ķermeņi izveido vienu sistemu, uz kuru darbojas tikai iekšējie spēki, un tādēļ kopējais kustības daudzums nemainās.)

Absoluti neelastīgu ķermeņu trieciens ($\varepsilon = 0$). Kā jau iepriekš aizrādīts, viss trieciena process šai gadījumā izbeidzas ar pirmo fazi, abi ķermeņi pēc trieciena kustas kā viens vesels ar vienu un to pašu ātrumu. Apzīmējot šo abiem ķermeņiem kopīgo ātrumu ar *u*, pēc kustības daudzuma nezūdamības likuma dabū:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u + m_2 u,$$

no kurienes:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \tag{4}$$

Tā kā neelastīgi ķermeņi triecienā deformējas un šī deformacija neizzūd, tad daļa no kinetiskās enerģijas iet zudumā: tā tiek patērēta deformēšanas darbā. Līdz triecienam kinetiskās enerģijas daudzums bija $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$, bet pēc trieciena $\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}$ jeb, ievietojot *u* nozīmi no formulas (4),

$$\frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

[1] Ātrumus un kustības daudzumus uzlūkosim par pozitiviem, ja tie vērsti uz kādu noteiktu pusi (piemēram, pa labi), bet par negativiem, ja tie vērsti uz pretējo pusi.

Tātad kinetiskās enerģijas zudums jeb *deformēšanas darbs* ir

$$E - E_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2. \tag{5}$$

Aplūkosim sīkāk deformēšanas darbu gadījumā, kas biežāk sastopams praksē, proti, kad kāds ķermenis — piemēram, pirmais — pirms trieciena ir nekustīgs. Triecienu izdarošā ķermeņa kinetiskā enerģija ir $E = \frac{m_2 v_2^2}{2}$; kinetiskās enerģijas zudumu jeb deformēšanas darbu dabū no formulas (5), liekot tanī $v_1 = 0$:

$$E - E_0 = E \frac{m_1}{m_1 + m_2};$$

tātad

$$E_0 = E \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Praksē triecienu lieto divējādiem darbiem. Pirmā veida darbos maina ķermeņu formu (deformacija), piemēram, metalu kalšanā, blietēšanā, spiešanā, ķermeņu sadrupināšanā u. c. No atzīmētām formulām redzams, ka šādā gadījumā ir izdevīgi, ja nekustīgā ķermeņa masa (m_1) ir lielāka nekā triecēja ķermeņa masa (m_2); tad $E - E_0 > E_0$ (tādēļ arī, starp citu, laktas taisa pēc iespējas masivākas).

Otra veida darbos pēc trieciena notiek ķermeņu pārvietošana un pretestību pārvarēšana, piemēram, pāļu dzīšana zemē, naglu un ķīļu sišana u. c. Šai gadījumā ir izdevīgi, lai nekustīgā ķermeņa masa, salīdzinot to ar triecēja ķermeņa masu, būtu maza (piemēram, vesera masai jābūt daudz lielākai par naglas masu, pāļdziņa zveltņa masai — lielākai par pāļa masu).

Absoluti elastīgu ķermeņu trieciens ($\varepsilon = 1$). Elastīgiem ķermeņiem saduroties, trieciena pirmās fazes beigās, ko varētu saukt par *saspiešanas fazi*, abu ķermeņu ātrumi — tāpat kā neelastiskā triecienā — iegūst vienādas vērtības. Tātad pirmā ķermeņa ātruma maiņa (algebriskais pieaugums) ir $(u - v_1)$, bet otra $(u - v_2)$. Tā kā otras fazes (*restaurēšanas fazes*) laikā ķermeņu savstarpējo reakciju impulsi būs tādi paši kā pirmās fazes laikā, jo ķermeņi ir absoluti elastīgi un tiem pilnīgi izzūd deformacija, tad arī ķermeņu ātrumu maiņa (algebriskie pieaugumi) otras fazes laikā būs tāda pati kā pirmās fazes laikā. Tādēļ pirmā ķermeņa pilnais ātruma pieaugums trieciena beigās būs $2(u - v_1)$, bet otra ķermeņa ātruma pieaugums būs $2(u - v_2)$; pēc trieciena ķermeņu ātrumi būs:

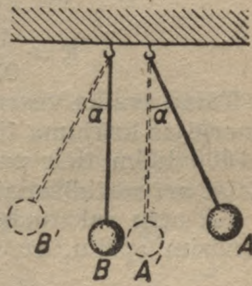
$v'_1 = v_1 + 2(u - v_2) = 2u - v_1$; $v'_2 = v_2 + 2(u - v_2) = 2u - v_2$.

Ievietojot u vietā tā nozīmi no formulas (4), iegūst:

$$v'_1 = \frac{2m_2v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}; \quad v'_2 = \frac{2m_1v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}. \qquad (6)$$

Aplūkosim divus konkretus gadījumus:

Ja ķermeņu masas vienlīdzīgas ($m_1 = m_2$), tad no formulas (6) var secināt: $v'_1 = v_2$, $v'_2 = v_1$, t. i., abi ķermeņi pēc trieciena apmainās saviem ātrumiem. Gadījumā, ja viens ķermenis pirms trieciena atradies miera stāvoklī, tad pēc trieciena kustīgais ķermenis apstāsies, bet ķermenis, kas dabūja triecienu, kustēsies ar triecēja ķermeņa ātrumu. Piemēram, ja divas elastīgas lodītes A un B (75. zīm.) iekar vienāda garuma diedziņos un vienu lodīti, piemēram, A, pavelk sānis no vertikalā stāvokļa par leņķi α, tad krītot šī lodīte atsitīsies pret otru lodīti B un apstāsies, bet lodīte B atvirzīsies par tādu pašu leņķi α.



75. zīm. Vienādas elastīgas lodes triecienā apmainās ātrumiem.

Ja masas nav vienlīdzīgas un viena bija pirms trieciena mierā ($m_1 > m_2$; $v_1 = 0$), tad no formulas (6) iegūst:

$$v'_1 = \frac{2m_2v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v'_2 = -v_2 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}.$$

Ja masa m_1 ir nesalīdzināmi lielāka nekā m_2, tad, pieņemot, ka $m_1 = \infty$, iegūst: $v_1 = 0$; $v'_2 = -v_2$, t. i., nekustīgais lielais ķermenis pēc trieciena paliek mierā, bet mazais ķermenis, kas triecās pret lielo, atlec no tā pretējā virzienā ar sākuma ātrumu.

Ja, lietojot formulu (6), aprēķina abu ķermeņu kinetisko enerģiju pēc trieciena, t. i., $\frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}$, tad iegūst: $\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$.

Tātad *absoluti elastiskā* triecienā sistemas kinetiskā enerģija *paliek nemainīga* ($E = E_0$).

Minētos trieciena likumus bieži lieto dažādu uzdevumu atrisināšanai. Aplūkosim divus raksturīgus piemērus.

Tvaika veseris, kura svars 12 t, krīt uz laktas ar ātrumu $5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$; laktas svars kopā ar kaļamo dzelzs gabalu ir 250 t.

Aprēķināsim vesera veicamo darbu dzelzs izplāšanā un enerģiju, kas zūd, pamatu satricinot. Aprēķinam varam izmantot formulu (5). Tvaika vesera sitienu pret kaļamās dzelzs gabalu, kas atrodas uz laktas, var pieņemt par neelastisku triecienu. Neelastiskā triecienā zūd daļa no kinetiskās enerģijas; zudušā enerģija šai gadījumā tiek patērēta kaļamā dzelzs gabala izplāšanai, kas ir tvaika vesera lietderīgais darbs, un ķermeņa sasildīšanai. Pārējā kinetiskās enerģijas daļa tiek patērēta pamata satricināšanai.

Formulas (5) pirmo indeksu attiecināsim uz laktu un dzelzs gabalu, bet otru — uz tvaika veseri:

$$m_2 = 12\,000 \text{ kg}; \; v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}};$$

$$m_1 = 250\,000 \text{ kg}; \; v_1 = 0.$$

Lai uzzinātu darbu kilogrammetros, darbs, kas izteikts džoulos, jādala ar brīvās krišanas paātrinājumu $g = 9{,}81$;

$$E - E_0 = \frac{12 \,.\, 250 \,.\, 25}{9{,}81 \,.\, 2 \,.\, 262} \,.\, 10^3 \text{ kGm} = 14\,600 \text{ kGm};$$

$$E = \frac{12 \,.\, 25}{9{,}81 \,.\, 2} \,.\, 10 \text{ kGm} = 15\,300 \text{ kGm}.$$

Tātad tvaika veseris neproduktivi patērē no kopīgā kinetiskās enerģijas krājuma tikai 700 kGm pamatu satricināšanai, pārējie 14 600 kGm tiek patērēti kaļamā dzelzs gabala izplāšanai (pa daļai arī sasildīšanai).

Kā otru raksturīgu piemēru ņemsim tenisa raketu un aprēķināsim spēku, ar kādu jāsatur rakets, lai atsistu gumijas bumbu, kuras svars 100 g un ātrums $9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ja pieņem, ka bumba, atsitoties pret raketu zem taisna leņķa pret tās plakni, lido atpakaļ ar tādu pašu ātrumu un ka trieciena laiks ir $\frac{1}{20}$ sec. Tā kā trieciena laiks ir zināms, tad, uzzinot spēka impulsu, varam noteikt meklējamo spēka F vērtību, ar kuru jāsatur rakets trieciena laikā. Bet spēka impulss ir vienlīdzīgs kustības daudzuma maiņai, un, tā kā mēs triecienu atzīstam par ideali elastisku un pieņemam, ka bumbas kustība ir vērsta perpendikulari raketa plaknei, tad kustības daudzuma maiņa ir 2 mv (pirms trieciena ātrums bija v, pēc trieciena $-v$).

Tātad:

$$F = \frac{2mv}{t} \text{ dini} = \frac{2mv}{gt} \text{ g}.$$

Ja $m = 100$ g; $v = 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$; $t = \frac{1}{20}$ sec, tad $F = 4$ kG.

Protams, ja raketa kustība ir vērsta pret bumbu, tad spēks, ar kādu jāsatur raketa trieciena laikā, izrādīsies daudz mazāks, jo bumbas kustības daudzuma maiņa tiks kompensēta ar raketa kustības daudzuma maiņu trieciena laikā. Tādēļ tenisa spēle ar viegliem raketiem ir tikpat nogurdinoša kā ar pārāk smagiem raketiem, kas gan ir izdevīgi trieciena laikā, bet nogurdina triecienu starplaikā.

Tādu ķermeņu triecienu likumus, kas nav pilnīgi elastīgi, izved tāpat kā iepriekšējos, ņemot vērā restaurēšanas koeficientu. Restaurēšanas koeficientu visvienkāršāk var noteikt, ja novēro lodītes atlēkšanu, kad tā krīt uz horizontalu plakni.

Pieņemsim, ka elastīga lodīte krīt no augstuma h uz elastīgu horizontalu plakni (76. zīm.). Lodītes ātrumu tai momentā, kad tā pieskaras plaknei, var uzzināt no formulas $v = \sqrt{2gh}$. Pēc trieciena tā atlec uz augšu par h', kas mazāks nekā h. Attiecīgo lodītes ātrumu v' pēc trieciena uzzina no formulas $v' = \sqrt{2gh'}$.

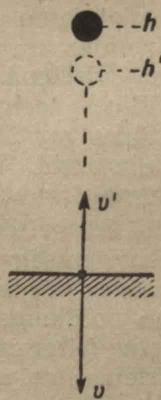
Tad

$$\varepsilon = \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}}.$$

Ziloņkaulam un rūdītam tēraudam restaurēšanas koeficients ε ir tuvs 1; svinam ε ir mazs daļskaitlis.

Ja aprēķinā ievēro arī restaurēšanas koeficientu, tad var iegūt formulas ne visai elastīgu ķermeņu trieciena gadījumam.

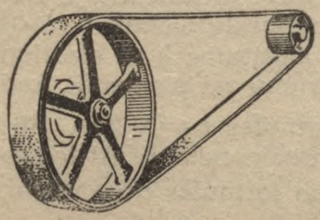
Jo mazāks restaurēšanas koeficients, jo lielāka kinetiskās enerģijas daļa pazūd, ķermeņiem saduroties; tā pārvēršas molekularās siltumkustības enerģijā. Ja ķermeņi nav absoluti elastīgi, tad to trieciens, kā domājams, arvien ir saistīts ar kaut kādu ķermeņa «iekšēju dispergēšanu», t. i., ar to kristaliņu sasmalcināšanu, no kuriem veidoti cietie ķermeņi. Tātad trieciena parādība savā ziņā ir līdzīga berzes parādībai, jo abos gadījumos — kā triecienā, tā arī pie berzes — daļa no makroskopisko ķermeņu mechaniskās kustības enerģijas pārvēršas molekularās kustības un savstarpējās iedarbības enerģijā, t. i., notiek, kā saka, *mechaniskās enerģijas izklaidēšana*. Trieciena un berzes līdzību Engelss uzskatāmi izteicis šādos vārdos: «Berzi var uzlūkot par rindu mazu triecienu, kas noris viens pēc otra un viens otram blakus; triecienu var uzlūkot par vienā vietā un vienā



76. zīm. Restaurēšanas koeficienta noteikšana pēc lodītes atlēciena.

momentā koncentrētu berzi. Berze ir chronisks trieciens, bet trieciens ir strauja berze.» (Engelss, «Dabas dialektika».[1])

56. §. Vilces spēks. Par vilci sauc vairāk vai mazāk vienmērīgu ķermeņa kustības stāvokļa maiņu, ko izraisa otra ķermeņa attīstītais spēks, kas uz pirmo ķermeni tiek pārnests mechaniski, t. i., ar starpķermeņu elastisko spraigumu vai berzi. Lai gan ikdienas dzīvē, runājot par vilci, domā, ka dzinējs ķermenis «velk sev līdz» dzenamo ķermeni, tomēr, ievērojot teikto par vilces jēdziena izpratni, var secināt, ka dzinēja un dzītā ķermeņa savstarpējam stāvoklim nav sevišķas nozīmes; piemēram, ir vienalga, vai lokomotive piekabināta vagonu priekšgalā un tos velk, vai tā atrodas vilciena astē un vagonus stumj — abos gadījumos vilcienu pārvieto lokomotives vilces spēks. Vilces jēdzienam pretī nostāda «rāviena» jēdzienu; rāviena būtība ir trieciens, kurā reizē ar dzīto un dzinēju ķermeni piedalās arī starpķermeņi, kas spēku pārnes mechaniski.



77. zīm. Siksnas pārvads.

Pēc būtības vilce ir spēka un enerģijas mechaniskā pārnešana; viens ķermenis attīsta spēku un ar vilci pārnes enerģiju uz citu ķermeni. Spēka pielikšanas punkts pārvietojas kopā ar pārvietojamo ķermeni. Darbs, kas vienlīdzīgs spēka lieluma reizinājumam ar tā pielikšanas punkta pārvietojumu spēka darbības virzienā, nosaka vilcē pārnesto enerģiju.

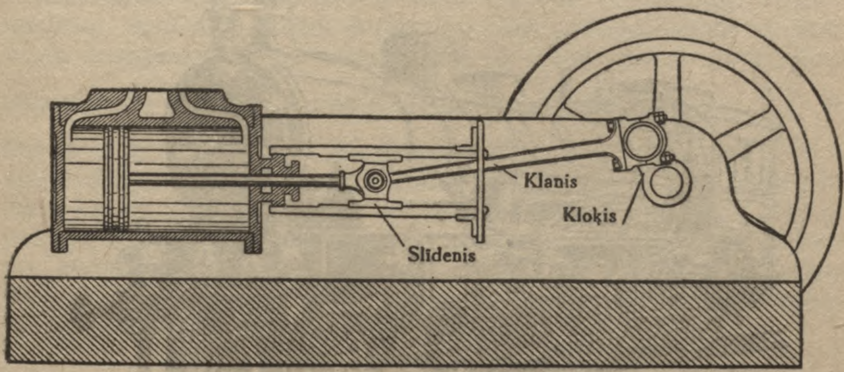
Vilcei technikā ir noteicoša nozīme. Vilces realizēšanai dažādos apstākļos un dažādiem nolūkiem ir paredzēti daudzi mechanismi. Dažus no šiem mechanismiem aplūkosim vēlāk (sviras, trices, tītuves, celšanas skrūves u. c.).

Tā kā griešanās kustība no techniskā viedokļa ir visparocīgākais mašīnu kustības veids, tad *vilci bieži lieto, lai vienas mašīnas vārpstas griešanos pārnestu uz otras mašīnas vārpstu.* Šim nolūkam, kā zināms, uz mašīnu vārpstām uzmontē skriemeļus (riteņus ar gludu loka ārpusi); uz divu saistāmo mašīnu skriemeļiem stingri uzstiepj *siksnu,* kuras gali sašūti kopā («bezgalīgā» siksna; 77. zīm.). Šai gadījumā spēku pārnes siksnas elastiskais spraigums un berze starp siksnu un skriemeli. Vilces paveids ir arī *frikcijas* (berzes) *pārvads*: uz mašīnas vārpstas ir piestiprināts *skritulis* (ritenis), kuru ar noteiktu

[1] Энгельс, Диалектика природы, 1933, 160. lpp.

spēku piespiež otram skritulim, kas atrodas uz citas mašinas vārpstas. Kad griežas pirmās mašinas vārpsta, tad berze skritulu starpā griež arī otrās mašinas vārpstu. Līdzīgam nolūkam, kā zināms, lieto arī zobratus, ķēdes pārnesumus un citus mechanismus.

Par vilces piemēru, kur turpu-atpakaļ kustība tiek pārveidota griešanās kustībā, var noderēt tvaikmašinas (78. zīm.) *kloķa-klaņa mechanisms*. Slīdenis atdarina tvaikmašinas virzuļa kustību un bīda klani, kura viens gals uzmaukts uz slīdeņa rēdzes (tapas), bet otrs — uz kloķa tapas. Dilstošo daļu ērtākai apmai-



78. zīm. Kloķa-klaņa mechanisms.

ņai lieto ieliktņus, ar kuriem klaņa gali cieši aptver kā slīdeņa rēdzi, tā arī kloķa tapu. Lai samazinātu berzi šais locīklās, kurās klanis savienots ar slīdeni un kloķi, tās labi jāeļļo.

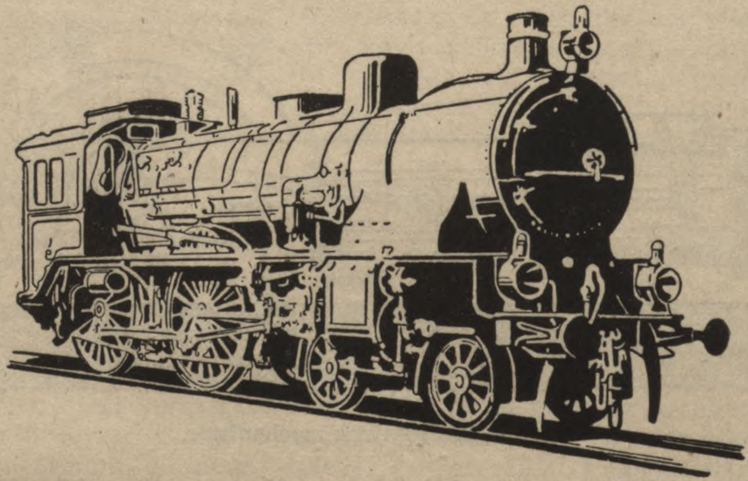
Tādās mašinās kā a u t o m o b i ļ o s, t r a k t o r o s, l o k o m o t i v ē s *vilci rada šo mašinu dzinēja un zemes savstarpējā iedarbība*. 29. paragrafā (39. zīm.) bija paskaidrots, ka šādos gadījumos dzinējspēks («vilces spēks») ir berze, kas neļauj riteņiem slīdēt pa ceļa vai sliežu virsmu. Šo berzi dažreiz sauc par *dzinējberzi*; tā ir pielikta riteņa lokam un darbojas pretēji relatīvās slīdes virzienam, t. i., riteņu braukšanas virzienā.

Dzinējberzes spēks ir proporcionals spēkam, ar kādu dzinēja grieztie lokomotives riteņi piespiesti sliedēm, t. i., proporcionals tai lokomotives svara daļai, kas gulstas uz dzinējriteņiem; tas ir tā saucamais *lokomotives sakabes svars* P_0 (79. zīm.). Ja k ir slīdes berzes koeficients starp lokomotives riteņu riepām un sliedēm, tad lokomotives vilces spēks ir:

$$F = k_{slīd} P_0$$

(vilces spēka aprēķinos slīdes berzes koeficientu *k* starp dzinējriteņu un ceļa virsmu bieži sauc par *sakabes koeficientu*).

Pa tērauda sliedēm lokomotives riteņu tērauda riepu slīdes berzes koeficients ir apmēram $^1/_6$. Tādēļ lokomotives vilces spēks ir viena sestdaļa no lokomotives sakabes svara. Traktoriem, kas pārvietojas pa parastiem ceļiem, riteņu slīdes berzes koeficients uz ceļa var mainīties no $^1/_5$ līdz $^4/_5$, tādēļ traktora vilces spēks atkarībā no ceļa un riteņu virsmas veida ir viena, divas, trīs un pat četras piektdaļas no traktora svara.



79. zīm. Lokomotive ar divām dzinējriteņu asīm; lokomotives sakabes svars aptuveni ir puse no tās kopējā svara.

Zirga vilces spēks vidēji ir vienlīdzīgs 0,1 no zirga svara un nepārsniedz $^1/_5$ no viņa svara. Zirgs sver apm. 400 kg, tādēļ zirga vilces spēks normali ir ap 40 kg un maksimali ap 80 kg.

Vezuma braukšanas pretestība pa vidēja labuma ar akmeņiem bruģētu ceļu, ja riteņu caurmērs parastais un asis normali eļļotas, ir aptuveni $^1/_{20}$ no vezuma svara. Tātad pa horizontalu šoseju zirgs normali var pavilkt vezumu, kura svars 20 reizes lielāks par zirga vilces spēku, t. i., 2 reizes smagāku nekā zirga svars (kravas svars kamanās var būt 3 reizes lielāks par zirga svaru).

Ja vilciena kustības ātrums ir 20—40 $\frac{km}{st}$, tad braukšanas pretestību (ieskaitot asu berzi pie normalas eļļošanas) var pieņemt aptuveni par $^1/_{300}$ no vilciena svara. Tātad pa horizontalu ceļu lokomotive var vilkt vilcienu, kura svars 300 reizes lielāks par lokomotives vilces spēku; bet, tā kā lokomotives vilces spēks ir apmēram $^{1}/_{6}$ no lokomotives sakabes svara, tad vilciena svars (ieskaitot lokomotivi) šai gadījumā var 50 reizes pārsniegt lokomotives sakabes svaru. Dzelzceļu līniju cenšas būvēt pēc iespējas horizontalu, jo pat pie neliela — pusgrada — kāpuma (tādu kāpumu bieži sastop dzelzceļu maģistralēs) lokomotive var vilkt tikai tādu sastāvu, kura svars ir aptuveni 20 reizes lielāks nekā lokomotives sakabes svars (piemēram, «*E*» serijas lokomotive, kura sver 80 t, var vilkt 1500 t smagu sastāvu).

Pretestība, ko ceļa kāpums rada vilciena vienmērīgā ātruma kustībai, sastāv no divām daļām: no rites pretestības un vilciena svara komponentes uz ceļa. Reizē ar rites berzi ievērojami izpaužas arī berze asīs. Pēc Kulona likuma rites berze ir $\frac{k_{\text{rit}}}{R} \cdot P$, kur k_{rit} ir rites berzes koeficients, R ir riteņa radiuss un P ir vilciena svars (3. formula). Slīdes berzes spēks asīs (gultņos), pārnests uz riteņa loku, ir tik reizes mazāks, cik reizes riteņa radiuss R lielāks par ass (rēdzes) radiusu r. Pieskaitot rites berzei slīdes berzi (asīs), kas pie citiem vienādiem apstākļiem tāpat ir proporcionala vilciena svaram, dabū, ka vilciena braukšanas pretestība, ko izsauc berze, ir

$$\left(\frac{k_{\text{rit}}}{R} + \frac{k_{\text{slīd}}r}{R}\right) \cdot P;$$

šeit $k_{\text{slīd}}$ ir vidējs slīdes berzes koeficients normali eļļotās asīs pie vidēja kustības ātruma. Lielumu, kas atrodas iekavās, sauc par *braukšanas pretestības koeficientu* un apzīmē ar k_{br} (vilces aprēķinos, kur sīki ievēroti visi berzes un triecienu zudumi, analoģisku lielumu sauc par *īpatnējo braukšanas pretestību* un bieži apzīmē ar w^0).

Ja ceļa kāpuma leņķis, izteikts radianos, ir α, tad vilciena svara komponente uz ceļa ir $P \cdot \sin\alpha$ un, ja kāpuma leņķis ir mazs, tad aptuveni $P \cdot \alpha$. Tātad vilciena kopējā braukšanas pretestība pie vienmērīga ātruma ir vienlīdzīga $(k_{\text{br}} + \alpha) \cdot P$.

Lokomotives vilces spēkam jāpārvar šī pretestība. Tādēļ

$$(k_{\text{br}} + \alpha) \cdot P \leq k_{\text{slīd}} \cdot P_0.$$

No šīs formulas aprēķinām vilciena maksimalo svaru P atkarībā no lokomotives sakabes svara P_0:

$$P = \frac{k_{\text{slīd}} \cdot P_0}{k_{\text{br}} + \alpha}. \qquad (7)$$

Šī formula var noderēt arī robežsvara noteikšanai automobilim ar pilnu kravu, traktoram, zirga vezumam utt. Ja vilcējs ir zirgs, tad formulas labās puses skaitītājs, kā jau minēts, ir vienlīdzīgs 0,1 no zirga svara; citos gadījumos P_0 ir mašinas sakabes svars, t. i., svars uz dzinējriteņiem.

Ja ceļa kāpumi ir lieli, tad α vietā (7. formula) jāatstāj $\sin \alpha$ (ceļa kāpumu pieņemts mērīt «tūkstošdaļās», t. i., norādīt, cik liels ir α radiana tūkstošdaļās; vispār pieņemtais vienas tūkstošdaļas apzīmējums ir 1‰). Parasti dzelzceļu maģistraļu kāpumi nepārsniedz 8—9‰; pieveddzelzceļu atzarojumu kāpumi sniedzas dažreiz līdz 40‰.

Dažu vielu slīdes berzes koeficienta skaitliskās vērtības tika minētas 54. paragrafā; tur norādīti arī k_{rit} un $k_{slīd}$ lielumi (parastiem un lodīšu gultņiem).

Sekojošā tabulā ir uzrādīti *braukšanas pretestības koeficienti satiksmes līdzekļiem uz dažādiem ceļiem* (ja riteņu radiuss ir parastais, asis normali eļļotas un braukšanas ātrums attiecīgi neliels):

Vagoniem uz dzelzceļa sliedēm	0,003—0,005
Tramvajam pa ielu dzelzceļa sliedēm	0,005—0,007
Ratiem ar dzelzs riepām pa asfaltētu ceļu	0,015
„ „ gumijas „ „ asfaltētu ceļu	0,025
„ „ dzelzs „ „ labu koka bruģi	0,018
„ „ „ „ „ labu šoseju	0,023
„ „ „ „ „ sliktu šoseju	0,03—0,05
„ „ „ „ „ labu akmeņu bruģi . . .	0,03
„ „ „ „ „ sliktu akmeņu bruģi . . .	0,04—0,06
„ „ „ „ „ labu lielceļu	0,08—0,16
„ „ „ „ „ irdenām smiltīm	0,15—0,3

57. §. Vienkāršie mechanismi. Vispār zināms, cik dažādi un bieži arī komplicēti ir mechanismi, kas paātrina, atvieglina un aizstāj cilvēka darbu. Tomēr visi, pat sarežģītākie, mechanismi ir samērā neliela daudzuma vienkāršāko mechanismu kombinējums. Līdz ar ierīcēm, kas noder enerģijas veidu pārvēršanai, vienkāršie mechanismi ir visu mašinu pamats. Atsevišķi izdalīt un sīki izpētīt vienkāršākos mechanismus, no kuriem kā no pamatelementiem varētu uzbūvēt komplicētākus mechanismus, ir jau senatnē centies Archimeds. XV gadsimta beigās un XVI gadsimta sākumā šo pašu mērķi mēģināja sasniegt Leonardo da Vinči un vēlāk — Galilejs. No cita viedokļa šo uzdevumu — vienkāršāko mechanismu izdalīšanu un izpētīšanu — atrisināja pagājušā gadsimta beigās Relo, ko skaita par modernās mechanismu teorijas dibinātāju.

Leonardo da Vinči laikā mechanismu izgatavošanas māksla bija sasniegusi jau diezgan augstu līmeni (Leonardo da Vinči dzīves aprakstos ir norādījumi, ka šis ģenialais mākslinieks un zinātnieks pratis izgatavot ļoti komplicētus automatus). Galilejs centās reducēt visus mechanismus uz pieciem vienkāršākiem mechanismiem: *sviru, trīsi, grieztuvi, ķīli* un *skrūvi*.

Šie elementarie mechanismi tiešām ir daudzu komplicētāku mechanismu svarīgākās sastāvdaļas. Minētie elementarie mechanismi un to kombinējums noteic «spēka iegūšanu», t. i., mechanismam pielikto spēku pārnešanas un pārveidošanas likumus. Bet mechanismu uzdevums ir ne tikai spēku pārveidošana pie spēka mechaniskās pārnešanas, bet arī pārveidot kaut kāda viena veida kustību (piemēram, turpu-atpakaļ kustību) citā kustībā (piemēram, griešanās kustībā). Tādēļ Galileja ideja neaptver visu šo jautājumu.

Relo (modernās mechanismu kinematikas pamatlicējs) ieveda jebkura mechanisma sadalīšanu t. s. kinematiskos pāros. Par *kinematisko pāri* vispār sauc divu ķermeņu kopu, kas savstarpēji ierobežo kustību; katru šo ķermeni sauc par *pāra locekli*. Izšķir zemākos un augstākos kinematiskos pārus; ar *zemākiem* pāriem saprot tādus, kuru locekļi saskaras pa kādu virsmu, bet ar *augstākiem* — tādus, kuru locekļi saskaras pa kādu līniju vai punktā.

Formali ņemot, Relo kinematiskā mechanismu klasifikacija ir sakarīgāka nekā Galileja, tomēr kinematiskā klasifikacija neatrisina uzdevumu par mechanisma racionalu sadalīšanu tādos elementos, kuri ne tikai no kinematikas viedokļa, bet arī no dinamikas viedokļa — kam vēl lielāka nozīme — būtu *svarīgākie* elementi un tādā nozīmē tiešām būtu katra sarežģītāka mechanisma uzbūves pamatelementi. Acīm redzot jācenšas atrast kādu vēl nezināmu minēto pieeju kombinaciju. Ņemot to vērā, turpmākajos paragrafos analizēsim vienkāršākos Galileja mechanismus un pēc tam aplūkosim galvenos kinematiskos pārus.

58. §. Svira. Par sviru sauc cietu ķermeni, kas var griezties ap nekustīgu asi. Aplūkosim taisnlīnijas sviru AB, kuras ass ir O (80. zīm.). Uz sviras galiem A un B darbojas zem leņķa α un β spēki F_1 un F_2. Dosim svirai virtualu pārvietojumu, proti, pagriezīsim to par bezgalīgi mazu leņķi $\delta\varphi$. Tad punkts A iegūs pārvietojumu $AA_1 = AO\,.\,\delta\varphi$, bet punkts B — pārvietojumu $BB_1 = BO\,.\,\delta\varphi$, pie kam leņķis, ko veido spēks F_1 ar pārvietojumu AA_1, ir $90^0 + \alpha$, bet leņķis, ko veido spēks F_2 ar pārvietojumu BB_1, ir $90^0 - \beta$.

Ievērojot iespējamo pārvietojumu principu, pielikto spēku darbu sumai pie jebkuras iespējamās pārvietošanas jābūt līdzsvara gadījumā vienlīdzīgai ar nulli:

$$F_1 . AO \cos(90^0 + \alpha) . \delta\varphi + F_2 . BO \cos(90^0 - \beta) . \delta\varphi = 0.$$

Bet

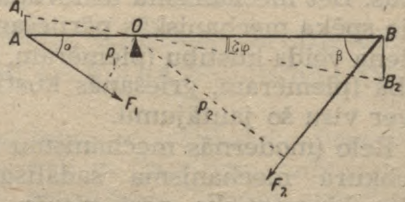
$$\cos(90^0 + \alpha) = -\sin\alpha \text{ un } \cos(90^0 - \beta) = \sin\beta,$$

tātad

$$-F_1 . AO \sin\alpha + F_2 . BO \sin\beta = 0.$$

Novilksim no punkta O stateņus p_1 un p_2 pret spēku F_1 un F_2 virzieniem; ievērosim, ka $p_1 = AO \sin\alpha$ un $p_2 = BO \sin\beta$. Tādēļ sviras līdzsvara noteikumu var uzrakstīt:

$$F_1 . p_1 = F_2 . p_2. \quad (3)$$

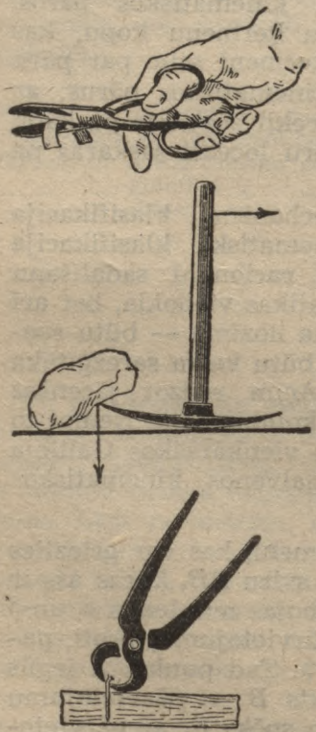


80. zīm.

Kā kreisā, tā arī labā puse šai vienādojumā izteic spēka reizinājumu ar tā mazāko atstatumu no griešanās ass, t. i., tās skaitliski ir vienlīdzīgas spēku momentam attiecībā pret griešanās punktu (stateņi p_1 un p_2 ir spēku pleci). Tātad *sviras līdzsvara noteikums nosaka, ka divu spēku momentiem, kas griež sviru pretējos virzienos, jābūt vienlīdzīgiem.*

Spēku momentus, kas griež uz vienu pusi (pulksteņa rādītāja kustības virzienā), pieņem par pozitiviem, bet spēku momentus, kas to griež uz otru pusi (pretēji pulksteņa rādītāja kustībai), pieņem par negativiem; tādēļ sviras līdzsvara noteikumu var formulēt tā: *līdzsvara stāvoklī spēku momentu sumai attiecībā pret griešanās punktu jābūt nullei.*

Sviru parasti lieto tad, kad ar spēku, kas pielikts sviras vienā galā, jāpārvar lielāks spēks, kas pielikts sviras otrā galā. Acīm redzams, ka ar sviru var pārvarēt jo lielāku spēku, jo garāks ir darbīgā spēka plecs, salīdzinot ar pārvaramā spēka plecu. Nav grūti saprast, ka viss, kas teikts par pirmā veida sviru



81. zīm. Pirmā veida sviras piemēri.

(kad griešanās punkts atrodas starp darbīgā spēka pielikšanas punktu un pretestības spēka pielikšanas punktu), ir attiecināms arī uz otrā un trešā veida sviru (kad griešanās punkts atrodas aiz pretestības spēka pielikšanas punkta vai aiz tā spēka pielikšanas punkta, ar kuru mēs iedarbojamies uz sviru; 81., 82., 83., 84. zīm). Viegli saprast arī to: cik daudz mēs ar sviru «iegūstam» spēka lielumā, tik daudz mēs «zaudējam» pieliktā spēka punkta pārvietošanas garumā. Tādēļ svira, tāpat kā citi mechanismi, darba daudzumu nepalielina.

82. zīm. Otrā veida sviras piemērs.

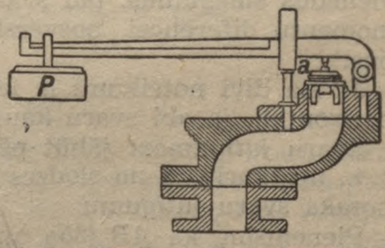
83. zīm. Trešā veida sviras piemērs.

Sviru iedalījums trijos veidos ir ērts tikai taisnlīniju svirām, kad griešanās punkts atrodas uz taisnes, kas iet caur spēku pielikšanas punktu.

Bieži lieto sviras, kurām ir taisnleņķa, šaurleņķa vai platleņķa veids; tad griešanās punkts atrodas vai nu leņķa virsotnē, vai arī kādā citā punktā uz leņķa malas.

Šādos gadījumos griešanās punktu var projecēt uz taisni, kas savieno spēku pielikšanas punktus. Ja griešanās punkta projekcija atrodas starp spēku pielikšanas punktiem, tad tā ir pirmā veida svira, bet, ja griešanās punkta projekcija atrodas uz vienu vai otru pusi no spēku pielikšanas punktiem, tad tā ir otrā vai trešā veida svira. Minētais likums par spēku momentu vienlīdzību ir pareizs jebkuram sviras veidam.

59. §. Sviras svari. Svarīgs sviras lietošanas veids ir sviras svari, kurus lieto dažādu ķermeņu masu salīdzināšanai. Neapstājoties pie visiem zināmās sviras svaru uzbūves, aplūkosim divas galvenās labu svaru īpašības: *pareizību* un *jutīgumu.*



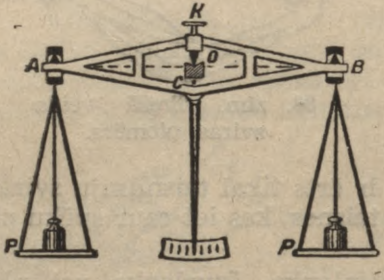
84. zīm. Tvaika katla automatiskā drošības vārstuļa svira (kad tvaika spiediens katlā pārmērīgi pieaug, tvaiks paceļ vārstuli *a*, kas ir piespiests tvaika kanalim ar spēku, kuru regulē ar atsvara *P* plecu).

Lai svari būtu p a r e i z i, jābūt izpildītiem šādiem noteikumiem:

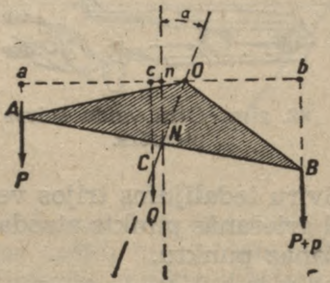
Abiem svaru kārts pleciem jābūt vienlīdzīgiem. Vissvarīgākā prasība ir, lai abu prizmu šķautnes, kas tur svaru kausus, būtu precizi paralelas ar tās prizmas šķautni, uz kuras balstās svaru kārts; pretējā gadījumā īstais plecu garums var būt dažāds atkarībā no kravas novietojuma uz svaru kausiem.

Svaru kārts smaguma centram jāatrodas uz vertikalas taisnes, kas iet caur svaru kārts atbalsta punktu, un tam jābūt zemākam par atbalsta punktu, jo tas ir stabila līdzsvara noteikums.

Patiešām, ja smaguma centrs ir augstāk nekā atbalsta punkts, tad svaru kārts ir labilā līdzsvara stāvoklī un pie mazākā no-



85a. zīm.



85b. zīm. Paskaidrojums pie svaru jutīguma (leņķis α) analizes.

virziena no horizontalā stāvokļa kārts apgāzīsies, pateicoties tās pašsvaram. Ja smaguma centrs sakrīt ar atbalsta punktu, tad svaru kārts ir indiferentā līdzsvara stāvoklī, tātad ir līdzsvarā pie jebkura slīpuma stāvokļa. Ja uz svaru kausiem novieto nevienādus smagumus, tad svaru kārts, pateicoties šo smagumu momentu diferencei, nosvērsies par 90^0 uz lielākā smaguma pusi[1].

Ja šie divi noteikumi ir ievēroti, tad svaru kārts nostājas horizontali, ja abi svaru kausi tukši vai abi vienādi noslogoti.

Svaru *jutīgumam* jābūt pēc iespējas lielam un pastāvīgam, t. i., neatkarīgam no slodzes lieluma. Aplūkosim faktorus, kas nosaka svaru jutīgumu.

Pieņemsim, ka AB (85a. un 85b. zīm.) ir vienādplecu svaru kārts, kas var griezties ap asi O; A un B apzīmē prizmu vir-

[1] Šeit domāts parastais gadījums, kad kausu piekāršanas punkti un kārts atbalsta punkts ir uz vienas taisnes (85a. zīm.). Redzam, ka rezultējošā slodze $2P$ arvien iet caur atbalsta punktu O, neietekmējot svaru kārts stāvokli.

sējās šķautnes, uz kurām uzkārti svaru kausi. Pieņemsim, ka katra kausa svars kopā ar slodzi ir P. Punkts C ir svaru kārts smaguma centrs.

Punktam C ir pielikts svaru kārts spēks Q. 85b. zīmējums schematiski attēlo svaru kārts stāvokli, kad uz labā svaru kausa uzlikts pārsvars p. Leņķis α rāda svaru kārts nosvēršanos pārsvara p iedarbības dēļ. Šis leņķis α raksturo *svaru jutību*.

Slēdziena vispārināšanai pieņemsim, ka svaru kausu piekāršanas punktu savstarpējā atstatuma viduspunkts (punkts N — 85b. zīmējumā) nesakrīt ar griešanās asi (85a. un 85b. zīmējumā punkts O).

Lai svaru kārts, kas atrodas spēku P, $P+p$ un Q ietekmē, būtu līdzsvarā, nepieciešams, lai visu spēku momentu suma attiecībā pret griešanās asi O būtu nulle. Lai aprēķinātu plecus, caur punktu O jāvelk horizontala taisne un jāturpina spēku darbības taisnes, kamēr tās krustojas ar šo taisni. Aprēķina vienkāršošanai jāievēro, ka abus spēkus P, kuri pielikti punktos A un B, mēs varam aizstāt ar vienu spēku $2P$, kas darbojas svaru kārts viduspunktā N.

Tad var uzrakstīt momentu vienādojumu šādā veidā:

$$Q \,.\, Oc + 2P \,.\, On = p \,.\, Ob.$$

Apzīmējot:

$$ON = h, \qquad OC = l, \qquad AN = BN = L,$$

uzzinām:

$$On = h \,.\, \sin\alpha, \; Oc = l \,.\, \sin\alpha, \; Ob = nb - On = L \,.\, \cos\alpha - h \,.\, \sin\alpha.$$

Pēc ievietošanas vienādojumam ir šāds veids:

$$Q \,.\, l \,.\, \sin\alpha + 2P \,.\, h \,.\, \sin\alpha = p \,.\, L \,.\, \cos\alpha - p \,.\, h \,.\, \sin\alpha,$$

jeb

$$[(2P + p)\, h + Q \,.\, l] \,.\, \sin\alpha = p \,.\, L \,.\, \cos\alpha,$$

no kurienes

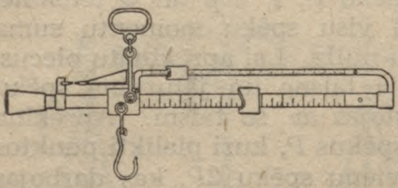
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{pL}{(2P+p)\, h + Q.l}. \tag{9}$$

No formulas (9) redzam: ja h nav nulle, t. i., ja svaru kārts atbalsta punkts neatrodas uz taisnes, kura iet caur kausu piekāršanas punktiem, tad jutība ļoti stipri ir atkarīga no kopējās slodzes $2P$. Lai jutība nebūtu atkarīga no slodzes, tad h jābūt nullei, t. i., kausu piekāršanas punktiem A un B un atbalsta punktam O jābūt uz vienas taisnes (85a. zīm.). Tādā gadījumā formulai (9) ir šāds veids:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{p}{l} \cdot \frac{L}{Q}. \tag{10}$$

Tātad svaru jutība palielinās, ja svaru kārts smaguma centra atstatums l no griešanās ass samazinās un svaru kārts garuma L attiecība pret tās svaru palielinās.

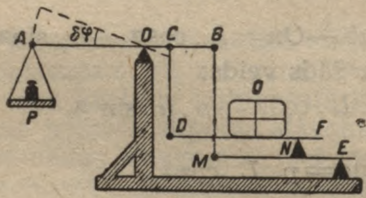
Praksē izdevīgāk ir gatavot svarus ar īsām un vieglām svaru kārtīm (svaru kārts L garuma palielināšana prasa attiecīgu izturības palielinājumu, un tādēļ svaru kārts svars Q jāpalielina vairāk, nekā palielinās tās garums, kālab attiecība $\frac{L}{Q}$ samazinās). Lai varētu regulēt lielumu l, svaru kārtij ir pievienota skrūve K (85a. zīm.) ar uzgriezni, kuru skrūvējot var mainīt svaru jutību.



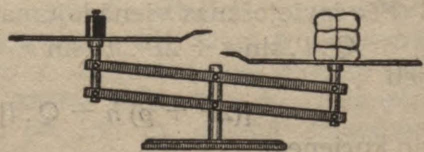
86. zīm. Bezmēns.

Jāpiezīmē, ka, ja nenoslogotos svaros prizmas A, B un O atrodas uz vienas taisnes, tad noslogotos tomēr notiek — kaut arī visai maza — svaru kārts saliekšana un punkti A un B tad ir zemāki nekā atbalsta punkts O; tādēļ svaru jutība atkarājas arī no slodzes (9. formula).

Praksē par svaru jutības mēru pieņem to pārsvara lielumu, kas dotajā kopīgajā slodzē izsauc noteiktu kārts nosvēršanos, kas vienlīdzīga, piemēram, vienam skalas iedalījumam. Uz labā-



87. zīm. Decimalsvaru schema.



88. zīm. Robervala svaru schema.

kiem sviras svariem 1 kg kravu var nosvērt ar pareizību līdz 0,01 mg (viena miljonā daļa no procenta).

Precizā svēršanā nenovēro svaru kārts līdzsvara stāvokli, jo labos svaros tāds stāvoklis iestājas tikai pēc ļoti daudzām svārstībām, bet novēro pašas svārstības. Tādēļ ievērojama nozīme svaru lietošanā ir svārstību ilgumam, kuru periodam jābūt ne visai lielam. Palielinot svaru jutību ar svaru kārts smaguma centra un griešanās ass atstatuma l samazināšanu un svaru kārts garuma L palielināšanu, palielinām svārstību periodu. Tas atkal dod priekšroku īsai svaru kārtij: zaudējot nedaudz svaru jutībā, iegūstam svēršanas ātrumā, kam ir svarīga nozīme precizu rezultatu iegūšanā.

Neprecizai — aptuvenai — preču svēršanai bieži lieto bezmēnu (86. zīm.), lielu kravu svēršanai lieto decimalsvarus (87. zīm.), ātrai nelielu priekšmetu svēršanai — Robervala (88. zīm.) un Beranžē svarus.

Decimalsvaru uzbūve redzama 87. zīmējumā. Lai kravas Q iedarbība nebūtu atkarīga no tās stāvokļa uz platformas DF, platformai nolaižoties jāpaliek visu laiku sev paralelai. Lai šādu stāvokli uzturētu, jābūt ieturētai šādai attiecībai:

$$\frac{OB}{OC}=\frac{ME}{NE}=n.$$

Ja punkts C un arī D pazeminās par a, tad punkts B pazeminās par na un punkts M arī nolaižas par na, bet punkts N — par a. Tātad abi platformas gali D un N pazeminās vienādi.

Attiecību $\frac{AO}{CO}$ apzīmēsim ar K (ja $K=10$, tad svarus sauc par decimalsvariem, ja $K=100$, tad — par simtdaļu svariem) un aprēķināsim spēku P un Q attiecību līdzsvara gadījumā, izmantojot iespējamo pārvietojumu principu. Pielīdzinām nullei to darbu sumu, ko izdara spēki P un Q, ja svira AC nosveras par bezgalīgi mazu leņķi $\delta\varphi$ (kravas Q pārvietošanās ir tāda pati kā punkta C pārvietošanās):

$$-P\,.\,AO\,.\,\delta\varphi+Q\,.\,OC\,.\,\delta\varphi=0$$

jeb

$$-P\,.\,AO+Q\,.\,OC=0,$$

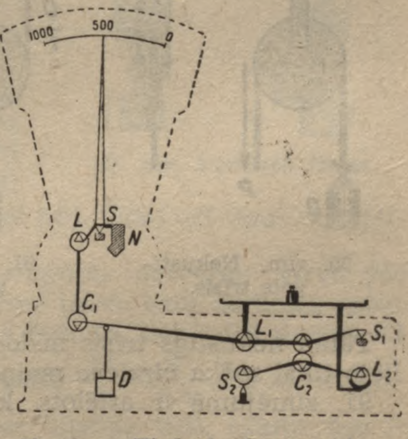
tādēļ

$$\frac{Q}{P}=\frac{AO}{OC}=K.$$

Tātad decimalsvaros jālieto atsvari, kas 10 reizes vieglāki nekā krava, bet simtdaļu svaros — kas 100 reizes vieglāki.

Robervala svaros (88. zīm.) slodzes darbības neatkarību no slodzes atrašanās vietas uz kausiem panāk ar tādu stieņu sistemu, ka svaru kausi var pārvietoties tikai paši sev paraleli.

Pēdējā laikā ļoti plaši lieto tirdzniecības svarus ar skalu;

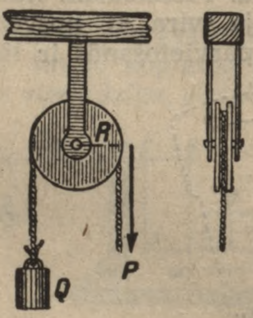


89. zīm. Tirdzniecības svari ar ciparnieku. Schema. S, S_1, S_2 — atbalstu prizmas; L, L_1, L_2 — kravas cēlējas prizmas; C_1, C_2 — savienotājas prizmas; LSN — svaru kārts ar pretsvaru; D — gaisa bremze.

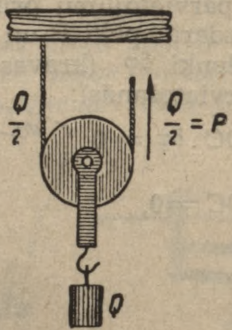
tiem ir priekšrocība, ka, lietojot tos svēršanā, nav jālieto atsvari. Šie svari ir divu sviras svaru kombinējums; 89. zīmējums paskaidro šo svaru uzbūvi. Uzkravas svaru mērī ar spēku, ar kādu svaru kauss pazeminoties spiež uz prizmu C_1; šā spēka lielumu nosaka leņķis, par kādu nosveras svaru kārts ar pretsvaru N. Gaisa bremze D pārtrauc svaru kausu svārstību, lai ātri varētu noteikt svaru pēc rādītāja stāvokļa uz skalas. S, S_1 un S_2 ir atbalstu prizmas; L, L_1 un L_2 ir kravas cēlēja prizmas; C_1 un C_2 ir savienotājas prizmas; LSN ir svaru kārts ar pretsvaru.

60. §. Trīsis un trīšu sistemas. Trīsis ir plakans, apaļš disks ar rievu visapkārt; diska centrā ir ass, ap kuru tas griežas. Ja trīša aptvere ir piestiprināta, tad tādu trīsi sauc par *nekustīgu*. Dzinējspēks P un ceļamā krava Q darbojas uz virves galiem, kas pārlikta pār trīša rievu (90. zīm.). Trīsi var uzlūkot par vienādplecu sviru; tādēļ līdzsvara noteikumu iegūst, pielīdzinot P un Q momentus:

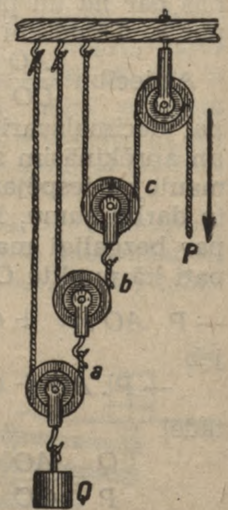
$$P \, . \, R = Q \, . \, R \text{ jeb } P = Q.$$



90. zīm. Nekustīgais trīsis.



91. zīm. Kustīgais trīsis.



92. zīm. Archimeda trice.

Tātad nekustīgs trīsis nedod nekāda spēka ieguvuma, un to lieto tikai *spēka virziena* maiņai.

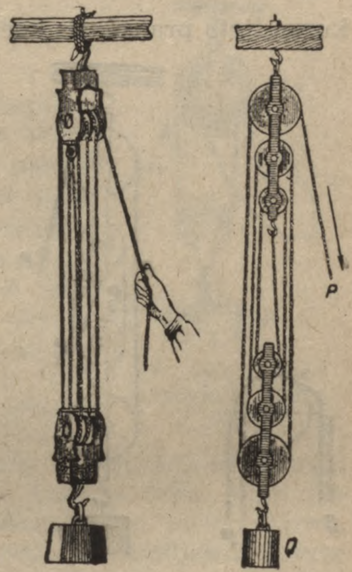
91. zīmējumā ir attēlots kustīgais trīsis. Tā kā slodze Q karājas divās virvēs, tad katra virve velk ar spēku $\frac{Q}{2}$; tātad spēks, kas pielikts virves brīvajam galam un tur slodzi Q, ir:

$$P = \frac{Q}{2}.$$

Lai iegūtu vēl lielāku spēku, lieto trīšu sistemu, kurā ir vairāki kustīgie trīši, kas savienoti ar vienu vai vairākiem nekustīgiem trīšiem. Šādas trīšu sistemas sauc par *polispastiem* jeb *tricēm*. Aplūkosim dažas trices. Archimeda trice sastāv no vairākiem kustīgiem un viena nekustīga trīša (92. zīm.). Katru kustīgo trīsi tur atsevišķa virve, kuras viens gals piestiprināts nekustīgi, bet otrs piesiets nākamā trīša aptverei. Augšējā kustīgā trīša virves brīvais gals ir pārlikts nekustīgajam trīsim.

Aplūkosim sakarību starp spēku P, kas pielikts brīvajam virves galam, un slodzi Q, neievērojot pašu trīšu svaru un kaitīgās pretestības. Virvē a saskaņā ar brīvā trīša īpašībām darbojas spēks $\frac{Q}{2}$, virvē b spēks $\frac{Q}{2.2}=\frac{Q}{2^2}$; virvē c darbojas spēks $\frac{Q}{2^2.2}=\frac{Q}{2^3}$, kas vienlīdzīgs spēkam P. No teiktā var secināt, ka tricē ar n kustīgiem trīšiem

$$P=\frac{Q}{2^n}. \tag{11}$$



93. zīm. Parastās trices.

93. zīmējumā attēlotas parastās trices, kurās ir trīs kustīgi un trīs nekustīgi trīši, kas piestiprināti divās atsevišķās aptverēs. Parasti visus kustīgos trīšus uzmauc vienai asij, tāpat arī visus nekustīgos trīšus.

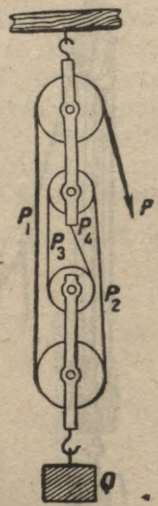
Virves viens gals ir piesiets augšējai aptverei; virve pēc kārtas aptver visus trīšus; uz virves brīvo galu darbojas spēks P. Tā kā slogs Q karājas virves 6 posmos, tad katrā posmā, kā arī virves brīvajā galā, darbojas spēks $\frac{Q}{6}=\frac{Q}{2.3}$. Tā kā virvju posmu skaits ir divreiz lielāks par kustīgo trīšu skaitu, tad P var aprēķināt jebkuram kustīgo trīšu skaitam n:

$$P=\frac{Q}{2n}. \tag{12}$$

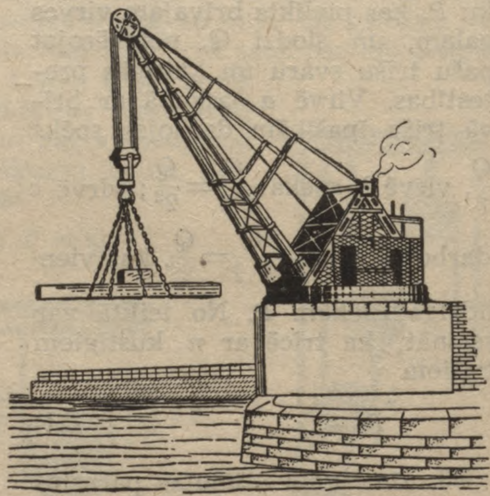
Izvedot formulas (11) un (12), mēs neievērojām berzi trīša asī un pretestību, ko izsauc virves locīšana. Nepilnīgas lokanības dēļ virves uzskrejošā daļa pieskaras trīša aplocei nedaudz augstāk par horizontalā diametra galu, bet noskrejošā virves daļa atdalās no trīša aploces nedaudz zemāk par tā paša diametra otru galu (94. zīm.). Tādēļ kravas Q plecs nedaudz palielinās, bet spēka P plecs nedaudz samazinās.

Pateicoties virves nepilnīgai lokānībai un ass berzei, spēks P, kas jāpieliek kravas Q pacelšanai, ir lielāks nekā kravas svars. Attiecību $\frac{Q}{P}=\eta$ sauc par *trīša lietderības koeficientu*. Trīšiem, kurus lieto praksē, šis koeficients ir apmēram $^3/_4$ jeb $75^0/_0$.

94. zīm. Kā iedarbojas virves stīvums.



95. zīm. Paskaidrojums pie trices aprēķina.



96. zīm. Grozāmais celtnis. Trices virve (trose) uztinas uz spoles, ko griež celtņa tvaikmašina (vai elektromotors). Celtņa platforma un dzinējs griežas uz rullīšiem ap vertikalu asi.

Aplūkosim trices darbību, ņemot vērā trici veidojošo trīšu lietderības koeficientu. Pieņemsim, ka uz ārējo brīvo virves galu (95. zīm.) darbojas spēks P, kam jāpaceļ krava Q. Pieņemot, ka trīšu lietderības koeficients ir η, uzzinām, ka piepūle, ko pirmā virves posmā izsauc spēks P, ir $P_1=P.\eta$; otrā virves posmā $P_2=P_1.\eta=P.\eta^2$; trešā posmā $P_3=P.\eta^3$ un pēdējā $P_4=P.\eta^4$. Ja lieto trici, kurā ir n virves posmu, tad piepūle n-tā posmā ir $P_n=P.\eta^n$. Tā kā krava Q vienlīdzīga visu virves posmu spēku sumai, tad

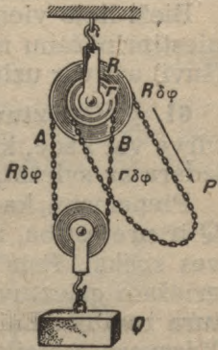
$$Q=P_1+P_2+\ldots+P_n=P.\eta+P.\eta^2+\ldots+P.\eta^n=P\,\frac{1-\eta^n}{1-\eta},$$

tātad

$$Q = P\frac{\eta}{1-\eta}(1-\eta^n). \tag{13}$$

Šī formula rāda, ka ar virves posmu skaita n palielināšanos spēka P darbība nepieaug proporcionali posmu skaitam, bet daudz lēnāk. Ja lietderības koeficients $\eta = \frac{3}{4}$, tad var lietot trīšu, cik vēlas, tomēr spēka darbību var palielināt tikai 3 kārtīgi. Un tiešām, ja n ir ļoti liels skaitlis, tad η^n ir aptuveni nulle un

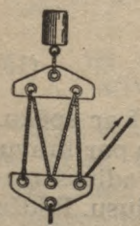
$$Q = P\frac{\eta}{1-\eta} = P\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}} = 3\,P.$$



97. zīm. Diferencialā ķēdes trice.

Tā kā, pateicoties berzei un virves nepilnīgai lokanībai, spēka ieguvums ar trīšu skaita palielināšanu pieaug ļoti lēnām, tad parasti trices izgatavo tikai ar 2 vai 3 pāriem trīšu.

Trices ļoti bieži lieto ceļamos un grozāmos celtņos (96. zīm.) un vispār celšanas un vilkšanas ierīcēs. Bieži vien virves vietā lieto ķēdi un trīšus aizstāj ar zobratiem vai arī izgatavo trīšus ar robiņiem, kas neļauj ķēdei slīdēt. Tāda uzbūve, piemēram, ir diferencialai kēdes tricei (97. zīm.). Tā ir pagatavota no diviem dažāda caurmēra trīšiem, kas viens otram piestiprināti un piekārti nekustīgai aptverei, un no viena kustīga trīša, kura aptverei piestiprināts kāsis; kāsim piekar kravu. Noslēgta ķēde, kā tas redzams zīmējumā, aptver visus trīšus (to rievā ir izciļņi, kas neļauj ķēdei slīdēt); ja velk aiz ķēdes brīvās cilpas, kas nāk no lielā nekustīgā trīša, tad ķēde tīsies uz lielā trīša un ritināsies nost no mazā trīša un krava celsies uz augšu.


98. zīm. Vienkāršota trice.

Pieņemsim, ka divkāršais trīsis ir pagriezies pulksteņa rādītāja kustības virzienā par leņķi $\delta\varphi$. Tad spēka P pielikšanas punkts pārvietojas spēka virzienā par $R\,.\,\delta\varphi$, un tādēļ spēks P veic darbu $P\,.\,R\,.\,\delta\varphi$. Kad divkāršais trīsis pagriezīsies par leņķi $\delta\varphi$, ķēde A sāks uztīties un saīsināsies par $R\,.\,\delta\varphi$, ķēde B sāks notīties un pagarināsies par $r\,.\,\delta\varphi$; tātad cilpa, uz kuras karājas krava Q, visumā *saīsināsies* par $(R-r)\,.\,\delta\varphi$, un kravas svara pārvarēšanai patērēs darbu $\frac{1}{2}Q\,(R-r)\,.\,\delta\varphi$ (darbu sumā tā būs ar minusa zīmi). Pēc iespējamo pārvietojumu principa iegūst:

$$P \,.\, R \,.\, \delta\varphi - \frac{1}{2} Q (R-r)\, \delta\varphi = 0$$

jeb

$$P = Q \frac{R-r}{2R}. \qquad (14)$$

Nekustīgo trīšu radiusu attiecību parasti ņem no $^7/_8$ līdz $^{14}/_{15}$, un tātad dzinējspēks ir no $^1/_{16}$ līdz $^1/_{30}$ no ceļamās kravas.

Bieži lieto vienkāršotās trices bez trīšiem (98. zīm.). Brezenta piestiprināšanu metala stienim (99. zīm.) un parasto drēbju vīli (šuvi) arī var uzlūkot par trices principa pielietojumu.

61. §. Grieztuve. Grieztuve ir resna vārpsta, ap kuru tinas virve vai ķēde, kas velk kravu; vārpstas griešanu visvienkāršāk izdara ar svirām, kas savienotas ar vārpstu (100. un 101. zīm.).

Pieņemsim, ka r ir vārpstas radiuss, Q ir pretestība, ko pārvar virve (virves spēks), P ir spēks, ar kādu mēs griežam grieztuvi, L ir vārpstas roktura radiuss. Lai uzzinātu grieztuves līdzsvara noteikumu, iedomāsimies, ka vārpsta pagriezta par bezgalīgi mazu leņķi $\delta\alpha$. Pielikto spēku darbu sumai jābūt nullei:

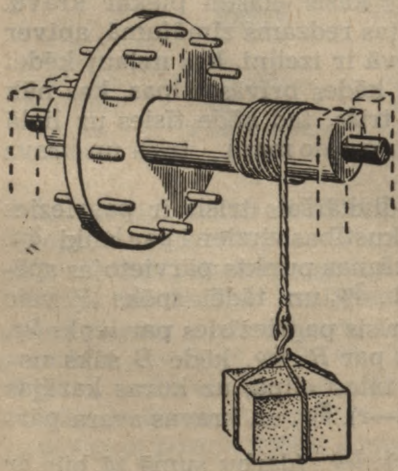
99. zīm.

$$P \,.\, L\delta\alpha - Q \,.\, r\,\delta\alpha = 0.$$

no kurienes

$$P = \frac{r}{L} Q, \qquad (15)$$

t. i., grieztuve jāgriež ar spēku, kas tik reizes mazāks par kravu, cik reizes vārpstas radiuss mazāks par roktura radiusu. Rēdžu berze un virves vai ķēdes stīvums ievērojami samazina spēka ieguvumu, ko dod grieztuve. Vārpstas radiusa samazināšanu, kas būtu vēlama, traucē tas, ka tieva vārpsta var viegli pārlūzt; tas pats iemesls traucē arī roktura pārmērīgu pagarināšanu (roktura aizstāšana ar ļoti lielu riteni ir savienota ar grieztuves svara palielināšanu un berzes pieaugumu).



100. zīm. Grieztuve.

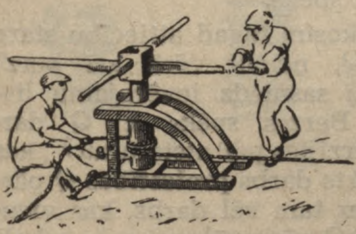
Minēto trūkumu nav t. s. diferencialai grieztuvei (ķiniešu grieztuve), kas attēlota 102. zīmējumā. Šeit sloga svars vienādi sadalās uz abiem virves galiem; ceļot slogu, viens virves gals tinas no vārpstas, kurai mazāks radiuss, bet otrs virves gals uztinas vārpstai, kurai lielāks radiuss. Ja pagrieziena leņķis $\delta\alpha$ ir bezgalīgi mazs, tad darbu suma ir nulle:

$$P \cdot L\delta\alpha + \frac{Q}{2}r\delta\alpha - \frac{Q}{2}R \cdot \delta\alpha = 0;$$

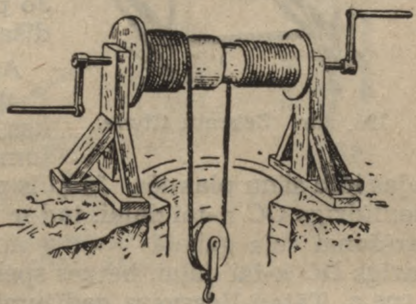
tātad

$$P = \frac{R - r}{2L}Q. \qquad (16)$$

Ja lieto ķiniešu grieztuvi, tad *spēka ieguvums ir pretēji proporcionals grieztuves vārpstu radiusu starpībai*, kuru var pataisīt tik mazu, cik vēlas, un iegūt spēka pieaugumu tik lielu, cik vēlas.



101. zīm. Vertikala grieztuve (špils).



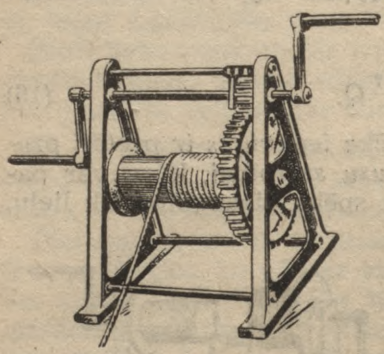
102. zīm. Ķiniešu grieztuve.

Bieži lieto grieztuves-tītuves ar zobratiem, kas atrodas uz ass, ko griež rokturis, un uz vārpstas, uz kuras uztinas virve (103. zīm.). Tītuves, ar kurām pārvieto lielas kravas, griež tvaikmašinas vai elektromotori.

62. §. Ķīlis. Ķīlis ir visu skaldītāju un griezēju instrumentu nepieciešamā daļa (cirvji, naži, kalti u. c.); to bieži lieto mašinu daļu savienošanai un arī ķermeņu saspiešanai.

Ķīlim ir trīsstūra prizmas veids (104. zīm.), kuras viens divplakņu kakts ir ievērojami smailāks nekā divi pārējie; to sauc par *smailo kaktu*, bet šķautni *C* sauc par ķīļa asumu jeb asmeni. Skaldne *AB* ir ķīļa galva, bet skaldnes *AC* un *BC* ir ķīļa sāni jeb vaigi. Ķīli var uzlūkot par divām slīpām plaknēm, kas savienotas ar pamatiem.

Aplūkosim ķīļa līdzsvaru, ja uz ķīli darbojas dzinējspēks *P* un pretestības spēki *Q, Q*. Pieņemsim, ka ķīlis ir pārvietojies par bezgalīgi mazu atstatumu λ spēka P virzienā un ka šis pārvietojums ir n-tā daļa no OC. Tad spēka Q pielikšanas punkts būs pārvietojies šā spēka virzienā par n-to daļu no OD; tā kā $\frac{OD}{OC} = \sin\alpha$, tad spēka Q pielikšanas punkts ir atbīdīts par atstatumu $\lambda \sin\alpha$. Pēc iespējamo pārvietojumu principa iegūst:



103. zīm. Zobratu tītuve.

$$P \cdot \lambda - 2\,Q \cdot \lambda \sin\alpha = 0,$$

no kurienes

$$\frac{P}{Q} = 2\sin\alpha = \frac{AB}{BC}. \qquad (17)$$

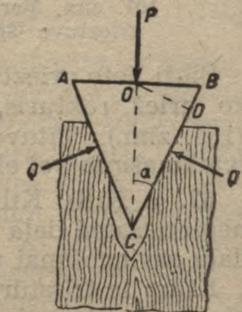
Tātad *dzinējspēks attiecas pret pretestību tāpat kā ķīļa galvas platums pret ķīļa sānu garumu.* Jo plānāks ķīlis, jo lielāks tā skaldīšanas spēks.

Aplūkosim tagad attiecību starp P un Q, ņemot vērā arī berzi, kas ķīlī sasniedz ievērojamu lielumu. Berzes spēks $k \cdot Q$ darbojas ķīļa sānu plaknēs. Ja ķīlis pavirzījies par atstatumu λ, kas vienlīdzīgs OC n-tai daļai, tad ir veikts darbs pretestības Q pārvarēšanai ceļa gabalā $\lambda \sin\alpha$ un bez tam vēl darbs, kas vienlīdzīgs DC n-tai daļai, berzes spēka kQ pārvarēšanai ceļa gabalā $\lambda \cos\alpha$. Tātad līdzsvara gadījumā

$$P \cdot \lambda - 2Q \cdot \lambda \sin\alpha - 2kQ \cdot \lambda \cos\alpha = 0,$$

un

$$P = 2Q\,(\sin\alpha + k\cos\alpha). \qquad (18)$$



104. zīm. Ķīlis.

Šī formula iegūst citu izskatu, ja ķīlis pārvietojas nevis uz priekšu kā tikko aplūkotajā gadījumā, bet gan atpakaļ, t. i., kad sānu spiediens izgrūž to ārā. Tādā gadījumā

$$P = 2Q\,(\sin\alpha - k\cos\alpha). \qquad (19)$$

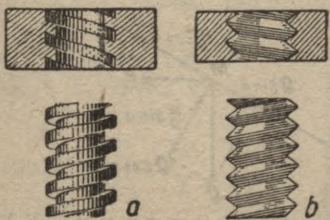
Pieņemot, ka $P = 0$ (noturētājs spēks ir nulle), iegūst:

$$\sin\alpha = k\cos\alpha \text{ jeb } \mathrm{tg}\,\alpha = k.$$

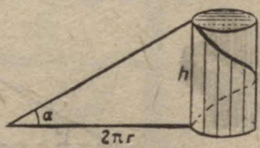
Tas nozīmē: ja $\mathrm{tg}\,\alpha \leq k$, tad iedzītu ķīli, ko nekāds spēks netur, nevar izspiest ārā nekādi sānu spiedieni Q, jo berzes spēki to noturēs uz vietas.

Berze ķīlī ir ievērojams lielums, kas vairākkārt pārsniedz spēka P lielumu. Tādēļ, piemēram, plāns cirvis viegli iespiežas kokā, bet, no otras puses, stipri tur iesprūst; malkas skaldīšanai noderīgāks ir smags cirvis ar lielāku smailes leņķi.

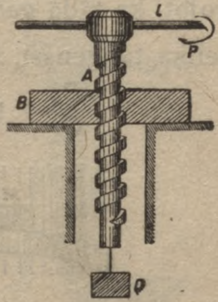
63. §. Skrūve. Skrūve ir cilindrisks stienis, kurā iegrieztas vītnes. Vītnes šķērsgriezums (profils) ir taisnstūris vai trīsstūris (105. zīm.) atkarībā no skrūves uzdevuma. Uzgrieznis ir prizmatisks ķermenis ar cilindrisku caurumu, kura sienās iegrieztas gluži tādas pašas taisnstūra vai trīsstūra vītnes kā skrūvei. Uzgrieznis kustas pa skrūves vītni vai arī otrādi — skrūve kustas



105. zīm.



106. zīm. Vītnes līnijas notinums; h — vītnes kāpe.



107. zīm.

pa uzgriežņa vītni kā ķermenis pa slīpu plakni. 106. zīmējumā redzam skrūves līnijas notinumu; h ir *vītnes augstums* jeb *kāpe*, r — skrūves radiuss, α — vītnes slīpuma leņķis, kura

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{2\pi r}.$$

Pieņemsim, ka ar skrūvi A, kas griežas nekustīgā uzgrieznī B, ceļam kravu Q, griežot rokturi ar spēku P (107. zīm.). Noteiksim attiecību starp P un Q.

Pieņemsim, ka skrūve ir pagriezusies par bezgalīgi mazu leņķi $\delta\varphi$. Tad spēks P veiks darbu, pārvietojoties par $l \,.\, \delta\varphi$, un krava Q nedaudz pacelsies. Ja skrūve veiktu vienu apgriezienu, t. i., pagrieztos par leņķi 2π, tad krava Q paceltos par h; bet, tā kā skrūve pagriezusies par leņķi $\delta\varphi$, tad krava pacelsies par

$h \,.\, \frac{\delta\varphi}{2\pi}$; tiks veikts darbs $Q\,\frac{h}{2\pi}\delta\varphi$, pārvarot kravas svaru.

Pēc iespējamo pārvietojumu principa

$$P\,.\,l\,\delta\varphi - Q\,\frac{h}{2\pi}\delta\varphi = 0,$$

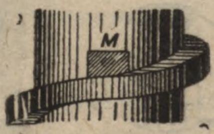
no kurienes

$$\frac{P}{Q} = \frac{h}{2\pi l}. \tag{20}$$

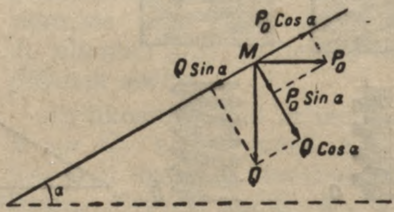
Tātad *dzinējspēks attiecas pret pretestību (kravas svaru) tāpat kā vītnes kāpe pret tās aploces garumu, ko veido roktura gals.*

Apzīmējot ar P_0 spēku, kas pielikts skrūves aplocei, un ievērojot, ka tādā gadījumā $l = r$, $\frac{h}{2\pi l} = \frac{h}{2\pi r} = \operatorname{tg}\alpha$ (vītnes slīpuma leņķa tangenss), iegūstam:

$$\frac{P_0}{Q} = \operatorname{tg}\alpha.$$



108. zīm.



109. zīm.

Formulas izvedot, neņēmām vērā berzi skrūves un uzgriežņa starpā, kas patiesībā ir ļoti liela. Noteiksim attiecību starp P un Q, ņemot vērā berzes spēkus. Tā kā berzes pretestība nav atkarīga no saskarošos virsmu lieluma, tad varam iedomāties, ka visa slodze koncentrēta kādā ķermenī M, kas slīd pa vienu vītni (108. zīm.). Citiem vārdiem, varam aplūkot kāda ķermeņa kustību, kura svars ir Q, šim ķermenim pārvietojoties pa slīpu plakni zem leņķa α (109. zīm.).

Pieņemsim, ka P_0, kā jau minēts, ir spēks, kas darbojas uz skrūves aploci. Sadalīsim spēkus Q un P_0 komponentēs: redzam, ka normalais spiediens vienlīdzīgs sumai: $Q\cos\alpha + P_0\sin\alpha$, un tādēļ berzes spēks ir $k(Q\cos\alpha + P_0\sin\alpha)$.

Pagriezīsim skrūvi par bezgalīgi mazu gabalu, tad punkts M pārvietosies par kādu bezgalīgi mazu gabalu λ uz augšu pa slīpo plakni. Šai pārvietojumā darbu, ko veic P_0, Q un berzes spēks, attiecīgi varēs izteikt: $P_0\cos\alpha\,.\,\lambda$, $-Q\sin\alpha\,.\,\lambda$ un $-k(Q\cos\alpha + P_0\sin\alpha)\,.\,\lambda$. Tātad līdzsvara noteikums iegūs šādu veidu:

$$P_0\cos\alpha\,.\,\lambda - Q\sin\alpha\,.\,\lambda - k(Q\cos\alpha + P_0\sin\alpha)\lambda = 0,$$

tāpēc

$$P_0 = Q\frac{\sin\alpha + k\cos\alpha}{\cos\alpha - k\sin\alpha}.$$

Ievietojot še berzes koeficienta k vietā vienlīdzīgu lielumu tg φ, kur φ ir berzes leņķis, iegūst:

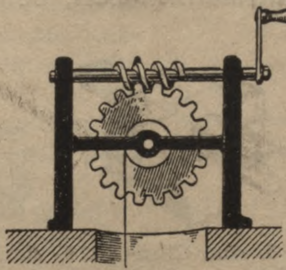
$$P_0 = Q\,\mathrm{tg}\,(\alpha + \varphi). \tag{21}$$

Ja skrūve griežas spēka Q, t. i., skrūves ass virzienā, tad, spriežot analoģiski, iegūst:

$$P_0 = Q\,\mathrm{tg}(\alpha - \varphi). \tag{22}$$

Līdz šim mēs aplūkojām spēku P_0, kas darbojas uz skrūvi pa tās aploci, t. i., spēku, kura plecs ir r. Apzīmējot, tāpat kā iepriekš, ar P spēku, kas darbojas roktura galā, t. i., kura plecs ir l, un ņemot vērā proporciju $\frac{P}{P_0} = \frac{r}{l}$, dabūsim:

$$P = Q\frac{r}{l}\,\mathrm{tg}\,(\alpha \pm \varphi). \tag{23}$$



110. zīm. Gliemežpārvads.

111. zīm. Celšanas skrūve (domkrats).

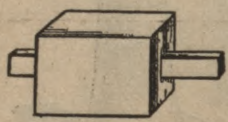
No formulas (21) redzams, ka ar skrūvēm tāpat kā ar tricēm spēka ieguvi nevar kāpināt patvaļīgi augsti (lietojot skrūves ar ļoti mazu kāpi), jo ar α bezgalīgu samazināšanos tg $(\alpha + \varphi) = $ tg φ (kaut kāds galīgs lielums). Tādēļ ar leņķa α samazināšanu ātri samazinās arī skrūves lietderības koeficients (derīgā darba attiecība pret patērēto darbu); piemēram, ja leņķis $\alpha = 20^0$, 3^0 un 1^0, tad lietderības koeficienti (ja berzes koeficients $k = 0{,}1$) attiecīgi ir: 0,8; 0,34 un 0,15.

No formulas (22) redzam: ja $\alpha = \varphi$, tad $P_0 = 0$, t. i., ja vītnes slīpuma leņķis ir vienlīdzīgs berzes leņķim (vai par to mazāks), tad skrūve neatskrūvēsies, t. i., turēsies savā vietā vienīgi ar berzes spēku pret uzgriezni. Ieeļļotās metala skrūvēs berzes koeficients $k = 0{,}1$, kas atbilst berzes leņķim $\approx 6^0$. Tātad skrūvi, kas tiek aksiali slogota, var «izspiest» no uzgriežņa tikai tad, kad vītnes slīpuma leņķis ir lielāks par 6^0 (neeļļotām skrūvēm $k = 0{,}18$ un $\varphi = 10^0$). Skrūvēm, kuras lieto praksē, slīpuma leņķi vienmēr ņem mazāku, apmēram 2—4^0 lielu; tad skrūve pati nevar izskrūvēties no uzgriežņa.

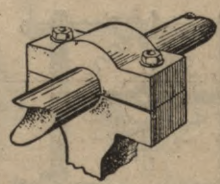
Iegaumēsim, ka skrūvēm ar trīsstūra vītni berze ir daudz lielāka nekā skrūvēm ar taisnstūra vītni; tādēļ pirmās visvairāk lieto, lai savienotu daļas, bet otrās lieto spēka pārnešanai un kustības pārveidošanai.

Skrūves lietošanas veidi ir ļoti dažādi un daudzējādi. Skrūves lieto: spēka pārnešanai un kustības pārveidošanai — gliemežpārvads (110. zīm.); smaguma celšanai — celšanas skrūve (domkrats) (111. zīm.); ķermeņu saspiešanai — skrūvju spiede; mašīnu daļu un konstrukciju savienošanai — bultas; dažāda veida nostiprināšanai — skrūvspīles utt.

64. §. Kinemātiskie pāri. Jau 57. paragrafā bija teikts, ka tādu divu ķermeņu kopu, kas savstarpēji ierobežo viens otra kustību, sauc par *kinemātisku pāri*, bet pašus ķermeņus par



112. zīm. Prizmatiskais pāris.



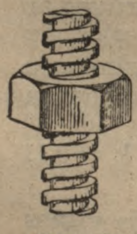
113. zīm. Cilindriskais pāris.

114. zīm. Griešanās pāris.

115. zīm. Lodes locīkla.

pāra locekļiem. Dažus kinemātiskos pārus ļoti bieži lieto mehānismos. Nosauksim galvenos.

Ja ir vajadzīgs, lai kāds mehānisma loceklis kustētos taisnā virzienā, tad lieto *taisnvirziena prizmatisko pāri,* kas attēlots 112. zīmējumā un kas sastāv no slīdeņa un virzītāja ķermeņa. Tā kā slīdenis, kam ir taisnstūra šķērsgriezums, nevar griezties virzītāja ķermeņa caurumā, tad tādam pārim ir viena brīvības pakāpe.



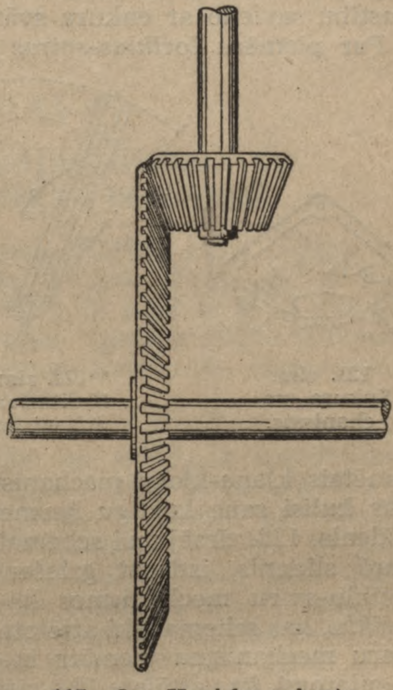
116. zīm. Skrūves pāris.

Ja mehānisma loceklim jākustas ne tikai taisnā virzienā, bet arī jāgriežas ap asi, kas sakrīt ar taisnvirziena kustību, tad lieto *cilindrisku pāri,* kas sastāv no slīdeņa, kam cilindra forma, un virzītāja ķermeņa ar apaļu caurumu (113. zīm.). Cilindriskam slīdenim, kā redzams, ir divas brīvības pakāpes: tas var kustēties taisnā virzienā un griezties.

Ja kāda mehānisma locekļa kustību vajag ierobežot ar griešanos vai svārstīšanos, tad lieto *griešanās pāri,* kas sastāv no rēdzes (vārpstas daļa) un gultņa (114. zīm.). Griešanās pāri, ja tas ļauj tikai svārstīties, bet neļauj izdarīt pilnu apgriezienu, sauc par *locīklu* (šarnīru).

Kad jānodrošina mechanisma locekļa svārstīšanās divās perpendikularās plaknēs, tad lieto *lodes locīklu* (115. zīm.). Un beidzot, kā jau minēts, bieži lieto *skrūves pāri* (116. zīm.).

Ja griešanās kustība vienā plaknē jāpārveido griešanās kustībā otrā plaknē, tad pie maziem ātrumiem lieto *gliemežpārvadu* (kas ir skrūves un zobrata kombinējums, kā tas bija parādīts 110. zīm.), bet izturīgāks un lieliem ātrumiem noderīgāks ir *konisko zobratu pāris* (117. zīm.).

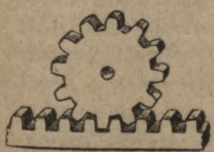


117. zīm. Konisko zobratu pārvads.

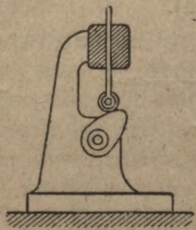
Taisnvirziena turpu-atpakaļ kustību pārveido griešanās kustībā (vai otrādi) ar klaņa-kloķa mechanismu (125. lpp.), kas sastāv no taisnvirziena prizmatiskā pāra (slīdeņa), griešanās pāra (tā loceklis ir kloķis) un no divām locīklām — klaņa galiem.

Griešanās kustības pārveidošanu nepārtrauktā taisnvirziena kustībā (un otrādi) var izdarīt ar grieztuvi vai ar *zobratu* un *zobstieni* (118. zīm.).

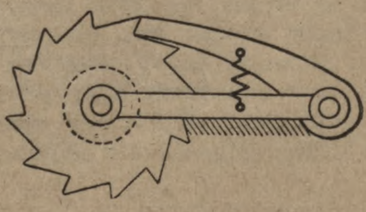
Komplicētākos mechanismos kā sastāvdaļas ļoti bieži lieto *izciļņu mechanismus un locīklu-sviru* mechanismus. Par *izcilni* vispār sauc tādu kustīgu ķermeni, kas kustina citu pa izciļņa virsmu slīdošu ķermeni. Kā piemērs vienkāršam izciļņa mechanismam var noderēt griešanās pāra kombinacija ar izcilni un



118. zīm. Zobrats un zobstienis.



119. zīm. Izciļņu mechanisms.

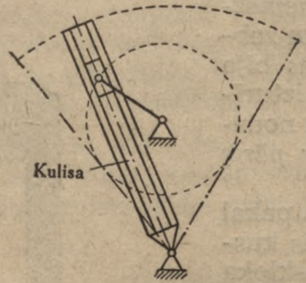


120. zīm. Sprūdrata mechanisms.

taisnvirziena pāri (119. zīm.). Izciļņa mechanisma paveids ir *sprūdrata mechanisms,* kas atļauj ar to saistītai kinematiskai sistemai kustēties tikai vienā virzienā, bet atpakaļ kustēties neļauj (120. zīm.), un *enkura mechanisms,* kas zobrata griešanās kustību savieno ar enkura svārstību kustību (121. zīm.).

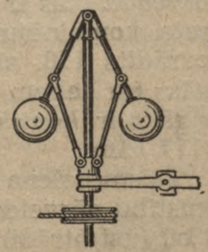
Par piemēru *locīklas-sviras* mechanismam var noderēt jau

121. zīm.
Enkura mechanisms.



122. zīm.
Kulisas mechanisms.

123. zīm.
Huka locīkla.



124. zīm.
Vata regulators.

minētais klaņa-kloķa mechanisms un arī kulises mechanisms. Par *kulisi* sauc kustīgu ķermeni ar rievu, kurā var kustēties slīdenis. 122. zīmējumā schematiski attēlots kulises mechanisms, kurā slīdenis, izdarot griešanās kustību, šūpo kulisi. Bieži locīklu-sviru mechanismos kā ievērojamu locekli lieto *Huka locīklu,* kas schematiski attēlota 123. zīmējumā. Svarīgs locīklu-sviru mechanisma piemērs ir *centrifugalais regulators* (Vata regulators), kas attēlots 124. zīmējumā. Vertikalo regulatora asi griež mašinas vārpsta; ja mašinas gaita kļūst pārāk ātra, tad pieaugošais inerces centrifugalais spēks, ko attīsta masivās lodes un kas darbojas uz paralelogramu, paceļ uzmavu, kura atrodas paralelograma apakšējā virsotnē, un ar sviru un aizbīdni automatiski regulē mašinas gaitu (piem., tvaikmašinās šī ierīce regulē tvaika ieplūšanu cilindrā).

IV NODAĻA

Pasaules gravitacijas likums un debesu mechanikas elementi

65. §. Ņutona gravitacijas likums. Kā jau otrās nodaļas sākumā minēts, Ņutons varēja izveidot dinamiku, jo viņš pareizi saprata *masu* kā inerces mēru un reizē ar to kā gravitacijas avotu un objektu. Šāda masas izpratne atļāva Ņutonam apvienot lietišķo mechaniku ar debesu mechaniku, pamatojoties uz vienotiem zinātniskiem principiem.

Ņutona laikā astronomijā iestājās straujš attīstības periods, ko izsauca Kopernika mācība un teleskopa izgudrošana. Teleskopu astronomiskos novērojumos sāka lietot Galilejs un Keplers. Galilejs sāka lietot pulksteni ar svārstu, kas palielināja laika mērīšanas precizitati. Ticho Brahe (Keplera skolotājs), kas bija pazīstams ar savu lielo darba mīlestību, noteica gada ilgumu ar pareizību līdz 1 sekundei un pat jau bez teleskopa izdarīja daudzus augstas kvalitates novērojumus. Keplers pēc gandrīz divdesmit gadu ilgiem aprēķiniem, ko viņš veltīja planetu redzamo pārvietojumu analizei, noteica planetu pareizās kustības likumus. Visi šie astronomijas pirmie panākumi ir saistīti ar Kopernika mācības uzvaru un sagatavoja auglīgu zemi Ņutona pasaules gravitacijas likuma atklāšanai. Pasaules gravitacijas likums savukārt deva vēl spēcīgāku ierosmi turpmākai astronomijas attīstībai. Šis likums ir šāds:

Ikkuru divu materialu daļiņu starpā darbojas savstarpējās pievilkšanās spēks, kas ir proporcionals abu daļiņu masām (citiem vārdiem, ir proporcionals šo masu reizinājumam) *un apgriezti proporcionals šo daļiņu savstarpējā atstatuma kvadratam.* Ja m un m' ir divu daļiņu masas, kas atrodas atstatumā r viena no otras, tad šo daļiņu savstarpējās pievilkšanās spēku P izsaka formula:

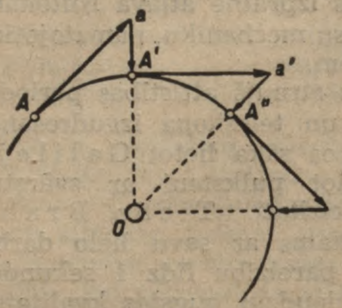
$$F = f\frac{mm'}{r^2}, \qquad (1)$$

kur f ir konstants lielums, kura skaitliskā vērtība ir atkarīga no to vienību izvēles, kādās izteikti formulā ņemtie lielumi. Lielumu f sauc par *gravitacijas*[1] *konstanti*. Ja masas m un m' izteiktas gramos, bet atstatums r — centimetros, tad

$$f = 6{,}670 . 10^{-8}$$

(1 g masas pievelk 1 g masas 1 cm atstatumā ar $6{,}67 . 10^{-8}$ dinu spēku). Gravitacijas konstante f ir noteikta eksperimentali; kā tas izdarīts, par to paskaidrots nākamajā paragrafā.

Katru akmens daļiņu, kas atrodas Zemes virsū, pievelk zemes lodes pārējās daļiņas. Visu šo spēku kopspēks nosaka akmens *svaru* attiecībā pret Zemi. Tāpat arī katru Mēness daļiņu pievelk katra Zemes daļiņa; visu šo spēku kopspēks ir Mēness un Zemes gravitacijas spēks. Šis spēks arī notur Mēnesi pie Zemes; ja šis spēks uzreiz pazustu, tad Mēness attālinātos no Zemes pa taisni, kas ir Mēness orbitas pieskare.



125. zīm.

Mēness kustību ap Zemi var uzlūkot par divu neatkarīgu kustību sumu, ko dabū, saskaitot: 1) inerces kustību, kuras iedarbībā Mēnesim vajadzētu aiziet projām no Zemes pa līniju Aa, kas ir Mēness orbitas pieskare (125. zīm.); 2) Mēness «krišanu» uz Zemi, ko izsauc gravitacija. Tai laika sprīdī, kurā Mēnesim inerces kustībā vajadzētu pārvietoties no punkta A uz punktu a, Mēness, pateicoties «krišanai», tuvojas Zemei par tādu pašu attālumu aA', par kādu tas šai laikā būtu varējis attālināties no Zemes. Rezultatā Mēness noiet ceļu AA', bet nākošajā laika sprīdī ceļu $A'A''$ utt., t. i., Mēness kustas ap Zemi pa aploci (aptuveni).

Analoģiski arī Zemes un Saules gravitacijas mijiedarbības spēks notur Zemi tās orbitā, Zemei kustoties ap Sauli. Tas pats sakāms arī par visām pārējām planetām un to pavadoņiem. Gravitacijas savstarpējā iedarbība starp zvaigznēm (starp atsevišķām debesu ķermeņu sistemām, kas līdzīgas mūsu Saules sistemai), ievērojot milzīgo attālumu no vienas zvaigznes līdz otrai, nav tik liela, lai viegli varētu konstatēt tās ietekmi uz zvaigžņu kustību.

Gravitacijas spēku divu ķermeņu starpā dabū kā pievilkšanās spēku r e z u l t ē j o š o, ņemot tos spēkus, kas darbojas starp

---

[1] No latiņu vārda *gravito* — p i e v e l k o s.

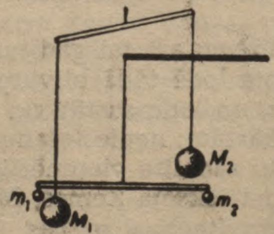
visām pa pāriem ņemtām daļiņām, no kurām sastāv šie ķermeņi; rezultējošā spēka aprēķināšana dažreiz rada lielas grūtības. Matematiskā fizikā ir izstrādāti paņēmieni, ar kuriem ātri atrisina līdzīgus uzdevumus (šo paņēmienu pamatā ir «potenciala teorija», kam liela nozīme matematiskā fizikā, un integralrēķinu lietošana). Dažos vienkāršos gadījumos gravitacijas rezultējošo spēku var viegli noteikt. Piemēram, divas lodes (ja katrā lodē viela ir vienmērīgi sadalīta) pievelk viena otru tā, it kā visa to masa būtu sakopota centros. Tātad šai gadījumā rezultējošo spēku var aprēķināt pēc formulas (1), pieņemot, ka m un m' nav atsevišķu daļiņu masa, no kā veidota ložu viela, bet katras lodes visa masa, un pieņemot, ka r ir atstatums starp ložu centriem.

Šī aprēķina vienkāršošana nav kļūdaina arī tai gadījumā, ja lodes (vai arī abu ložu) viela sakārtota lodē tādā blīvumā, kas mainās ar atstatumu no lodes centra, un lode sastāv no vairākām koncentriskām dažāda blīvuma kārtām; nepieciešams tikai, lai katrā koncentriskā kārtā viela būtu sadalīta vienmērīgi. Šai prasībai, kā domājams, aptuveni atbilst iekšējā Zemes, Mēness, Saules un planetu uzbūve. Tādēļ gravitacijas spēkus debesu ķermeņu starpā var aprēķināt tieši pēc formulas (1).

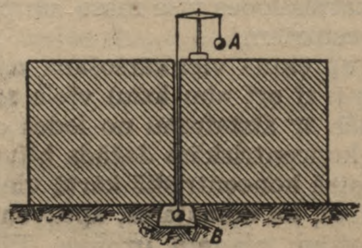
66. §. Gravitacijas konstantes eksperimentala noteikšana. Lai aprēķinos izmantotu gravitacijas likumu, jāzina gravitacijas konstantes f lielums, kas ir proporcionalitates koeficients formulā (1). Lai to uzzinātu, kaut vienreiz precizi jāizmērī gravitacijas spēks kādu divu zināmu masu m un m' starpā, piemēram, divu ložu starpā, kas atrodas precizi izmērītā atstatumā r viena no otras. Ja tāda mērīšana izdarīta, tad pēc formulas (1) var viegli aprēķināt gravitacijas konstanti f, ievietojot formulā eksperimentali uzzinātās lielumu m, m', r un F vērtības.

Gravitacijas konstanti pirmoreiz noteica Kevendišs 1798. g. Kevendišs izmērīja gravitacijas spēku divu svina ložu starpā ar aparatu, ko sauc par *vērpes svariem*; aparata galvenā daļa ir schematiski attēlota 126. zīmējumā. Kastē, kas novietota uz stabila pamata un kas aizsargāta no temperaturas svārstībām, pie vākā iestiprinātas grozāmas ass piestiprināts horizontals stienis. Šā stieņa galos piekārtas divas masivas svina lodes M_1 un M_2. Otra stieņa galos piekārtas vēl divas masivas svina lodītes m_1 un m_2. Griežot asi ar stienīti, kam piekārtas smagās lodes, varēja novērot, ka ar smago ložu tuvošanos vieglajām lodītēm vieglo lodīšu stienītis pagriežas par kādu leņķi pret smagajām lodēm. Iepriekš izmērījis pretestību, ko izrādīja savērpšanai diegs, kurā karājas stienis ar vieglajām lodītēm, Kevendišs pēc savērpšanās leņķa varēja aprēķināt kopējo gravitacijas spēku $2F$ starp lodēm M_1 un m_1 un starp lodēm M_2 un m_2. Precizi noteikt atstatumu starp ložu centriem nebija grūti. Kevendiša aprēķinātās gravitacijas konstantes lielums atšķirās no vēlāko mēģinājumu aprēķiniem tikai par 1%.

Pēc Žoli idejas 1898. g. Richarcs lietoja citu paņēmienu, lai aprēķinātu gravitacijas konstanti. Richarca mēģinājumu schema ir parādīta 127. zīmējumā. Svaru kārts galos piekārtas divas lodes A un B, kurām ir (ja ieskaita arī diegus, ar kuriem tās piekārtas) vienādas masas. Šīm lodēm vajadzēja vienai otru līdzsvarot, bet lode A atradās virs masivas svina



126. zīm. Kevendiša vērpes svari gravitacijas konstantes noteikšanai.



127. zīm. Richarca mēģinājumu schema gravitacijas konstantes noteikšanai.

plates, kas svēra 100 t; tā ar savu pievilkšanu palielināja lodes A svaru. Otra lode B atradās zem svina plates, kas ar savu pievilkšanu atkal pamazināja par tikpat daudz šīs lodes svaru; tādēļ svaru kārts noliecās uz lodes A pusi. Ievērojot svaru kārts noliekšanās leņķi, var spriest par gravitacijas spēku starp lodēm un svina plati. Šis gravitacijas konstantes noteikšanas paņēmiens uzskatāms par visprecizāko.

Uzzināts, ka (CGS vienībās):

$$f = 6{,}670 \, . \, 10^{-8}.$$

67. §. Svara un brīvās krišanas paātrinājuma atkarība no augstuma un vietas ģeografiskā platuma. Kā zināms, svars ir spēks, ar kuru ķermenis, no Zemes pievilkts, spiež uz atbalstu.

Pēc otrā mechanikas likuma ķermeņa svars P ir saistīts ar brīvās krišanas paātrinājumu g un šā ķermeņa masu m šādā sakarībā:

$$P = mg. \tag{2}$$

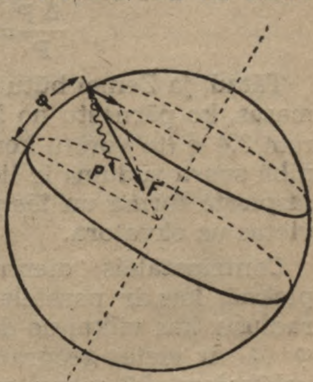
Visu ķermeņa daļiņu Zemes pievilkšanas spēku rezultējošais ir ķermeņa svars. Tādēļ katra ķermeņa svaram jābūt proporcionalam šā ķermeņa masai, kā tas īstenībā arī ir. Ja neievēro Zemes diennakts griešanās ietekmi, tad saskaņā ar Ņutona gravitacijas likumu svaru nosaka formula:

$$P = f\frac{Mm}{R^2}, \tag{3}$$

kur f ir gravitacijas konstante, bet R — ķermeņa atstatums no Zemes centra. Formula (3) rāda, ka ķermeņa svars samazinās, attālinoties no Zemes virsmas. Zemes radiuss vidēji ir 6371 km, tādēļ, paceļoties par 1 km, svars samazinās attiecībā $\left(\frac{6371}{6371+1}\right)^2 = 1 - \frac{2}{6371}$, t. i., par 0,00032 no sava lieluma. Tā kā Zemes garoza blīvuma ziņā nav viendabīga, tad vietās, kur Zemes garozas dziļumā atrodas blīvāki ieži, smaguma spēks ir nedaudz lielāks nekā vietās (tai pašā ģeografiskā platumā), kuru zemes slāņus veido mazāk blīvi ieži. Kalnu masivi noliec svērteni uz kalnu pusi.

Salīdzinot vienādojumus (2) un (3), iegūst brīvās krišanas paātrinājuma izteiksmi, kurā nav ievērota Zemes griešanās ietekme:

$$g = f\frac{M}{R^2}. \tag{4}$$



128. zīm.

Ievērojot Zemes diennakts griešanos, varam teikt par kādu ķermeni, kas atrodas Zemes virsū mierā, ka šim ķermenim nav paātrinājuma. Un tiešām, ja ķermenis piedalās Zemes diennakts apgriezienā, tad tam ar doto vietu ir kopīgs centripetalais paātrinājums j_r, kas atrodas ekvatoram paralelā plaknē un vērsts pret griešanās asi (128. zīm.). Spēks $\mathbf{F}$, ar kuru Zeme pievelk kādu ķermeni, kas nekustīgi atrodas Zemes virsū, pa daļai izpaužas statiski spiedienā $\mathbf{P}$, ar kādu ķermenis spiež uz atbalstu (šo komponenti sauc par «svaru» $\mathbf{F} = \mathbf{P}$); spēka $\mathbf{F}$ otra ģeometriskā komponente $\mathbf{F}_d$ izpaužas dinamiski, dodot ķermenim centripetalo paātrinājumu, kas to iesaista Zemes diennakts griešanā. Uz ekvatora šis paātrinājums ir vislielākais; uz poliem tas ir nulle. Tādēļ, ja kādu ķermeni pārnestu no pola uz ekvatoru, tas mazliet «zaudētu svarā».

Ja Zemei būtu preciza lodes forma, tad svara zudums uz ekvatora būtu

$$\Delta P = F_d = \frac{mv^2}{R},$$

kur v ir aploces ātrums uz ekvatora. Pieņemsim, ka T ir sekunžu skaits diennaktī, tad

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

un

$$\Delta P = 4\pi^2 R \frac{m}{T^2}.$$

Ievērojot to, ka $P = mg$, var uzzināt relativo svara zudumu:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{4\pi^2 R}{gT^2} = 0,0034.$$

Tātad, ja Zemei būtu preciza lodes forma, tad katrs kilograms masas, ko pārnestu no Zemes pola uz ekvatoru, zaudētu apmēram 3,4 g (to varētu konstatēt, sverot ar atsperu svariem). Īstenībā svara zudums ir lielāks (apm. $5^1/_3$ g), jo Zemei ir nedaudz saspiesta forma un tās poli atrodas tuvāk Zemes centram nekā vietas uz ekvatora.

Centripetalais diennakts griešanās paātrinājums atrodas plaknē, kas ir paralela ekvatoram (128. zīm.); tā virziens ar radiusu, kas vilkts no dotās vietas uz Zemes centru, veido leņķi φ (φ ir vietas ģeografiskais platums). Centripetalo spēku $\mathbf{F}_d$ uzlūkojam kā vienu gravitacijas spēka $\mathbf{F}$ komponenti, svaru $\mathbf{P}$ — kā otru tā paša spēka $\mathbf{F}$ ģeometrisko komponenti. Tātad *svērteņa līnijas* virziens visām vietām, izņemot ekvatoru un polus, nesakrīt ar taisnes virzienu, kas vilkta uz Zemes centru. Leņķis starp tiem tomēr ir mazs, jo gravitacijas spēka centripetalā komponente ir maza, salīdzinot to ar svaru.

Zemes saspiedums, kas radies no Zemes diennakts griešanās, ir tāds, ka svērteņa līnija (bet ne taisne, kas vilkta uz Zemes centru) visās vietās ir perpendikulara pret Zemes virsmu. Zemes forma ir *rotacijas elipsoids*; Zemes diametrs, kas sakrīt ar griešanās asi, ir par $^1/_{297}$ mazāks nekā tās ekvatorialais diametrs.

Zemes elipsoida izmēri, kas 1924. g., starptautiski vienojoties, atzīti par visprecizākiem, ir šādi (kilometros):

ekvatorialais radiuss . . .	**6378,4**
polarais radiuss	**6356,9**
vidējais radiuss *R*	**6371,2**

(vidējais radiuss ir tādas lodes radiuss, kuras tilpums vienlīdzīgs zemes elipsoida tilpumam).

Lai aprēķinātu brīvās krišanas paātrinājumu g atkarībā no vietas ģeografiskā platuma φ un lai noteiktu ķermeņa svaru uz jūras līmeņa ($P = mg$), Starptautiskais ģeodezijas kongress 1930. g. pieņēma šādu formulu:

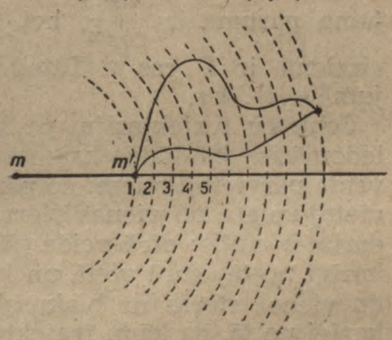
$$g = 978{,}049\ (1 + 0{,}005288 \sin^2\varphi - 0{,}000006 \sin^2 2\varphi).$$

Brīvās krišanas paātrinājumam dažādos ģeografiskos platumos (jūras līmeņa augstumā) ir šādas vērtības:

Platums φ	0^0	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0	90^0
Paātrinājums g	978,05	978,20	978,65	979,34	980,18	981,08	981,92	982,61	983,06	983,22

Uz 45^0 platuma («normalais paātrinājums») $g = 980{,}665 \dfrac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$.

68. §. Gravitacijas potencialā enerģija. Ķermeņu (vai to daļiņu) gravitacijas potencialo enerģiju nosaka darbs, ko veic savstarpējās iedarbības spēki, ja ķermeņu (vai to daļiņu) — kas viens otru pievelk — sistemu sadala, t. i., ja ķermeņus (vai to daļiņas) attālina bezgalīgi tālu vienu no otra. Sadalot ķermeņu (kas savstarpēji pievelkas) sistemu, paši gravitacijas spēki nepadara nekādu darbu, bet gan otrādi, jāpatērē darbs šo spēku pārvarēšanai; tādēļ gravitacijas potencialā enerģija ir negatīvs lielums.



129. zīm. Gravitacijas darbs nav atkarīgs no pārvietošanas ceļa veida.

Aprēķināsim, kam ir vienlīdzīga divu daļiņu savstarpējās iedarbības potencialā enerģija, ja daļiņu masas ir m un m' un ja to savstarpējais atstatums ir r. Pēc Ņutona likuma šīs daļiņas pievelkas viena otrai ar spēku

$$F = f\,\frac{mm'}{r^2}.$$

Mums jāaprēķina darbs, kas vajadzīgs, lai daļiņas attālinātu vienu no otras bezgalīgi tālu. Vispirms parādīsim, ka šis darbs nav atkarīgs no ceļa, pa kuru vienu daļiņu attālina no otras.

Pieņemsim, ka viena daļiņa, piemēram, m, paliek nekustīga; iedomāsimies, ka ap šo nekustīgo daļiņu kā centru novilkts bezgalīgi daudz sferu, kuru radiusi, sākot ar r, pakāpeniski pieaug līdz bezgalībai (129. zīm.). Lai kāda arī būtu trajektorijas forma, pa kuru daļiņu m' attālina no m, pievilkšanas spēks visu laiku ir vērsts radiali pret m. Daļiņas m' pārvietošanas darbs pa kaut kādu sferu, kuras centrā atrodas m, ir nulle, jo pievilkšanās spēks šai gadījumā ir perpendikulars pret ceļu. Darbs gravitacijas spēku pārvarēšanai jāpatērē tikai tad, kad mēs daļiņu m' pārvietojam no vienas sferas uz otru, kurai lielāks radiuss.

Visos stāvokļos uz sferas daļiņu m' pievelk daļiņa m, kas atrodas sferas centrā, ar vienu un to pašu spēku. Koncentriskās sferas ir visur vienādā atstatumā viena no otras; tādēļ saprotams, ka daļiņas pārvietošanas darbs no vienas sferas otrā nav atkarīgs no tā radiusa virziena, pa kuru pārvietojam daļiņu m'. Pieņemsim, ka mazākais atstatums starp divām blakussferām ir Δr; daļiņas m' pārvietošanas darbs no vienas sferas otrā pa kaut kādu radiusu ir $F . \Delta r$. Ja daļiņu m' pārvietojam ne pa radiusu, bet novirzoties par leņķi α no radiusa, tad pārvietojuma garums ir $\frac{\Delta r}{\cos\alpha}$, bet spēks, kas darbojas pārvietojuma virzienā, ir $F . \cos\alpha$. Tātad pārvietojuma darbs arī šai gadījumā ir $F . \Delta r$.

Jebkuru trajektoriju, pa kuru attālina daļiņu m' no m, var iedomāties kā tādu, kas sastāv no bezgalīgi maziem divējāda veida pārvietojumiem: no pārvietojumiem pa sferām un no pārvietojumiem no vienas sferas otrā. Pirmā veida pārvietojumu darbs ir nulle; otrā veida pārvietojumu darbs ir vienāds neatkarīgi no tā, kurā vietā un kādā virzienā izdarām pārvietošanu no vienas sferas uz blakussferu. No teiktā secinām, ka, neatkarīgi no tā, pa kādu trajektoriju mēs pārvietosim daļiņu m' no viena stāvokļa otrā attiecībā pret m, pievilkšanas (vai pret pievilkšanu vērstais) darbs visām trajektorijām būs vienāds.

Minētais darbs ir atkarīgs tikai no sākuma un beigu atstatuma starp daļiņām, bet nav atkarīgs no ceļa, pa kuru daļiņas pārvietojas no viena stāvokļa otrā. Kad daļiņas tuvojas, pievilkšanās spēks veic darbu; kad daļiņas attālinās viena no otras, tad darbs jāpatērē pievilkšanās spēka pārvarēšanai (t. i., darbs ir negativs). Ja pārvietojuma rezultatā daļiņu savstarpējais atstatums ir tāds pats kā sākumā, tad darbs, ko veic pievilkšanās spēks dažos ceļa posmos (daļiņām tuvojoties), ir vienlīdzīgs darbam, kas jāpatērē pievilkšanās spēka pārvarēšanai pārējos ceļa posmos (daļiņām attālinoties vienai no otras); šai gadījumā pievilkšanās spēka sumarais darbs (algebriski) ir nulle.

Savstarpējās iedarbības spēkus, kuru darbs, kā jau 44. paragrafā teikts, nav atkarīgs no pārvietošanās ceļa, sauc par *konservativiem spēkiem*. Redzam, ka pasaules gravitacija ir konservativs spēks.

Tātad, lai aprēķinātu daļiņu m un m' savstarpējās iedarbības potencialo enerģiju, varam izvēlēties jebkuru trajektoriju, kas novada daļiņu m' bezgalībā. Pieņemsim, ka daļiņa m' attālinās no m pa taisni, kas savieno šo daļiņu sākuma stāvokļus; šim nolūkam vajadzīgais darbs, t. i., potenciālā enerģija ar minus zīmi, izveidos sumu:

$$-\Pi = \sum_{r=0}^{r=\infty} f \cdot \frac{mm'}{r^2} \Delta r,$$

kur r dažādos sumas locekļos ir ar pakāpeniski pieaugošu vērtību, sumas blakuslocekļi ir ļoti tuvi viens otram un kopīgais locekļu skaits (ja $\Delta r = dr$) ir bezgalīgi liels. Kā jau minēts (41. §), šāda veida sumu sauc par integralu:

$$\Pi = -\int_0^\infty f \cdot \frac{mm'}{r^2} dr.$$

Dabūto sumu var aprēķināt arī bez integrēšanas. Darbs, kas ir jāpatērē daļiņas m' pārvietošanai par mazu atstatumu $\Delta r = r_2 - r_1$ (129. zīm.), ir vienlīdzīgs gravitacijas spēka vidējās vērtības reizinājumam ar pārvietojuma garumu. Norādītajā pārvietojumā pievilkšanās spēks samazinās no lieluma

$$f \frac{mm'}{r_1^2} \text{ līdz lielumam } f \frac{mm'}{r_2^2};$$

vidēji gravitacijas spēku posmā Δr var uzlūkot par $f \dfrac{mm'}{r_1 r_2}$, tātad darbu var uzrakstīt tā:

$$f \frac{mm'}{r_1 r_2}(r_2 - r_1) = fmm'\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Analoģiski darbs, ko patērē mazā pārvietojumā $r_3 - r_2$, ir

$$fmm'\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)$$

utt. Tātad, ja ņemam visu šo darbu sumu, tad visi starplocekļi šai summā saīsināsies. Paliks tikai pirmais un pēdējais loceklis; bet, ja $r = \infty$, tad pēdējais loceklis ir nulle. Tātad

$$-\Pi = \sum_{r=0}^{r=\infty} f \frac{mm'}{r^2} \Delta r = f \frac{mm'}{r},$$

tādēļ

$$\Pi = -f \frac{mm'}{r}. \tag{5}$$

Divu daļiņu gravitacijas potenciālā enerģija ir apgriezti proporcionala daļiņu savstarpējam atstatumam.

Pieņemsim, ka dotā sistema sastāv no kaut kāda daļiņu skaita. Spēks, kas darbojas uz jebkuru daļiņu no pārējām daļiņām, vektoriali sumējas no aplūkojamās daļiņas gravitacijas spēkiem pret visām citām daļiņām. Šai gadījumā izdevīgāk ir aplūkot ne rezultējošo spēku, bet atsevišķās komponentes. Redzams, ka darbs, kas jāpatērē, lai aizvadītu kādu daļiņu bezgalībā, ir to darbu algebriska suma, ko šī daļiņa patērē, lai pārvarētu gravitacijas spēku attiecībā pret katru no pārējām daļiņām. Tātad kādas daļiņas m potencialo enerģiju attiecībā pret daļiņu sistemu var izteikt ar formulu

$$\Pi = -\sum f \frac{mm_i}{r_i}, \tag{6}$$

kur locekļu skaits zem sumas zīmes ir sistemas pārējo daļiņu skaits, m ir aplūkojamās daļiņas masa, kurai aprēķina potencialo enerģiju, m_i — jebkuras citas daļiņas masa, r_i — atstatums no aplūkojamās daļiņas līdz daļiņai m. Lielumus f un m, kā kopīgus sumas visiem locekļiem, var ņemt aiz sumas zīmes; sakarā ar to formulu (6) var uzrakstīt:

$$\Pi = -fm \sum \frac{m_i}{r_i}. \tag{6'}$$

Kā jau minēts 65. paragrafā, viendabīgas lodes pievelkas tā, it kā visa to masa atrastos lodes centrā. Tādēļ formulas (5) un (6) var lietot lodesveidīgu ķermeņu gravitacijas potenciālās enerģijas aprēķināšanai; šai gadījumā r ir atstatums starp ložu centriem. Šīs formulas starp citu var lietot arī planetu gravitacijas potenciālās enerģijas aprēķināšanai attiecībā pret Sauli.

Potencialo enerģiju kādam ķermenim m, kas atrodas uz Zemes virsmas, arī var izteikt ar formulu (5):

$$\Pi = -f \frac{M \cdot m}{R},$$

kur M ir Zemes masa un R — Zemes radiuss.

Ja kādu ķermeni no Zemes virsmas paceļ augstumā h virs jūras līmeņa, tad ķermeņa potenciālā enerģija, paliekot negativa, skaitliski samazinās (minētās formulas saucējs palielinās: R vietā ir $R + h$). Ja kāds negativs lielums skaitliski samazinās, tas nozīmē, ka algebriski tas palielinās (—2 ir lielāks nekā —3). Ja pacelšanas augstums, salīdzinot ar Zemes radiusu, ir mazs, tad paceļamā ķermeņa potenciālās enerģijas pieaugums ir — kā par to viegli var pārliecināties — vienlīdzīgs svara reizinājumam ar pacēluma augstumu. Tiešām:

$$\Delta \Pi = -f\frac{Mm}{R+h} - \left(-f\frac{Mm}{R}\right) = f\frac{Mm}{R} \cdot \frac{h}{R+h},$$

tādēļ, ja h, salīdzinot ar R, ir mazs, tad

$$\Delta \Pi \approx f\frac{Mm}{R^2}h = P \cdot h,$$

kur P ir ķermeņa svars.

69. §. Gravitacijas lauks. Gravitacijas potencials. Kas ir pasaules gravitacijas cēlonis? Šim jautājumam līdz mūsu dienām nav vēl tādas atbildes, kuru varētu uzlūkot par vispār pieņemtu.

Pēc Ņutona gandrīz pusotra gadsimta[1] valdīja uzskats, ka pasaules gravitacija ir kaut kāds «materijas iedzimts spēks», kas bez apkārtējās vides starpniecības iedarbojas visos attālumos acumirklī. Šis metafiziskais uzskats, ko vēlāk visi atmeta, ir pazīstams kā «actio in distans» teorija (teorija par iedarbību attālumā). Ņutons pats nebija šāda uzskata piekritējs, bet, atturēdamies no gravitacijas cēloņu izskaidrošanas, viņš netieši sekmēja šo uzskatu fizikā. Piekrītot tā laika valdošiem uzskatiem, Ņutons sava darba noslēgumā, prātodams par dievu, izteicās: «Gravitacijas spēka cēloņus es līdz šim nevarēju izdibināt no faktiem, bet hipotezes es nevēlos izgudrot». Šis izteiciens ilgu laiku bija par devizi visiem, kas nevēlējās apspriest fizikas principialos filozofiskos jautājumus. Jāatzīmē tomēr, ka Ņutons turpat paskaidro hipotezes jēdzienu, kā viņš to saprot: «viss, kas neizriet no faktiem». Tagad par h i p o t e z i apzīmē tādus pieņēmumus par parādību cēloņiem un būtību, kas vairāk vai mazāk pārliecinoši noskaidroti novērojumos un eksperimentos.

Fakti nav apstiprinājuši daudzās un dažādos laikos ieteiktās hipotezes par gravitacijas cēloņiem. Pēdējā laikā uzmanību no

---

[1] Līdz F a r a d e j a pētījumiem, kuri parādīja vides nozīmi elektriskā mijiedarbībā.

šīs problemas pētīšanas novērsa Einšteina uzskats par gravitaciju kā pašas telpas ģeometrisku īpašību izpausmi (šāds gravitacijas traktējums tiek apskatīts teoretiskās fizikas kursos nodalījumā par vispārīgo relativitates teoriju).

Neapspriežot pagaidām detaļas jautājumā par gravitacijas cēloņiem un tai pašā laikā kā metafizisku noteikti atmetot uzskatu par iedarbību attālumā, pieņemsim, ka gravitacija ir saistīta ar mums nezināmas vides sevišķu stāvokli (ar kaut kādām apslēptām kustībām šai vidē, kas piepilda pasaules telpu) vai — kā Einšteins saka — ar pašas tās telpas sevišķām īpašībām, kurā ir pievelkošās masas. Norādītajā izpratnē, t. i., pieņemot sevišķu vides stāvokli vai telpas sevišķas īpašības, fizikā lieto priekšstatu par *dinamisko lauku*. Vektoru analizē par dinamisku lauku sauc telpas daļu, kur izpaužas tādi vai citādi iedarbības spēki. Pievilkšanās dinamisko lauku citādi sauc par *gravitacijas lauku* jeb vienkārši par *pievilkšanās lauku*.

Pamatlielumi, kas raksturo dinamisko lauku, ir lauka stiprums un potencials. Par gravitacijas lauka *stiprumu* sauc spēku $\frac{F}{m}$, kas iedarbojas uz 1 g masas. Lai katram šā lauka punktam varētu piedēvēt noteiktu lauka stipruma vektoru, minētā 1 g masa jāiedomājas kā «punktveidīga masa», t. i., kā masa, kas ieņem pavisam mazu tilpumu. Gravitacijas lauka stiprumam ir spēka un masas dalījuma dimensija, tātad paātrinājuma dimensija.

Par dinamiskā lauka *potencialu* vispār sauc darbu, kas jāpatērē, lai masas vienību (vai lādiņa vienību, ja ir elektriskais lauks) pārvietotu no bezgalības, kur lauka nav, lauka aplūkojamā punktā. Saskaņā ar to par gravitacijas lauka kaut kāda punkta potencialu V sauksim darbu, kas jāpatērē, lai 1 g masas pārvietotu no bezgalības, kur lauka nav, lauka aplūkojamā punktā. Atgādināsim, ka, lai gan potencialās enerģijas definicijā bija runa par pretēju pārvietošanu no aplūkojamā punkta bezgalībā, tomēr tur bija teikts tikai par darbu, ko var iegūt tādā pārvietojumā, bet ne par darba patēriņu. Tātad gravitacijas potencials ir vienlīdzīgs 1 g punktveidīgas masas potencialai enerģijai, ja masa novietota lauka aplūkojamā punktā[1].

[1] Potenciala jēdzienu noteica L a g r a n ž s (1777. g.) un izlietoja G r i n s (1828. g.); terminu «potencials» sāka lietot G a u s s (1836. g.). Daudzi autori par gravitacijas potencialu sauc lielumu, kas skaitliski definēts, kā tekstā norādījām, bet kas ņemts ar pretēju zīmi. Mēs nepieturamies pie šīs tradicijas, jo ar to rodas nesaskaņa starp jēdzienu par gravitacijas potencialu un elektriskā lauka potencialu.

Gravitacijas potencialam ir enerģijas un masas dalījuma dimensija, t. i., ātruma kvadrata dimensija. Tādēļ gravitacijas potenciala vienību apzīmē: $1 \frac{\text{ergs}}{\text{g}}$ vai arī $1 \left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)^2$.

Acīm redzams, ka gravitacijas potencials (tāpat kā gravitacijas potencialā enerģija) arvien ir negativs. Gravitacijas spēki arvien cenšas tuvināt kādu attālinātu masu tām masām, kuras veido gravitacijas lauku; tādēļ 1 g masas pārvietošanai no bezgalības uz lauka aplūkojamo punktu nav jāpatērē darbs, bet gan otrādi: tādā pārvietošanā darbu var iegūt.

Tā kā gravitacijas potencials arvien ir negativs, tad skaidrs, ka algebriski gravitacijas potencials kādā lauka punktā ir jo mazāks (bet skaitliski — aritmetiski — jo lielāks), jo lielāks darbs jāpatērē, lai no dotā lauka punkta, ja tur atrastos 1 g masas, pārvietotu šo masas gramu bezgalībā, kur lauka nav. Pārvietojot kādu masu no gravitacijas lauka bezgalībā, palielinām šīs masas potencialu no kāda negativa lieluma līdz nullei. Vispār, masas pārvietošana virzienā, kas sakrīt ar potenciala algebriskā pieauguma virzienu, prasa darba patēriņu (aritmetiski potencials tad samazinās). Bet, ja masu pārvieto potenciala algebriska samazinājuma virzienā (kad aritmetiski tas palielinās), tad iegūstam darbu.

Ja kādā lauka punktā potencials ir V_1, bet kādā citā punktā V_2, tad darbs, kas jāpatērē, lai 1 g masas pārvietotu no pirmā punkta otrā, ir potenciala pieaugums $V_2 - V_1$. Lai pārvietotu masu m, jāveic darbs, kas ir vienlīdzīgs masas reizinājumam ar potenciala pieaugumu.

Pārvietojot masu m potenciala samazināšanās virzienā, iegūstam darbu A, ko veic gravitacijas spēki:

$$A = m(V_1 - V_2). \qquad (7)$$

Ja kādā lauka punktā potencials ir V_1, tad acīm redzot masai m, kas novietota šai lauka punktā, potenciala enerģija ir tik reizes lielāka nekā V_1, cik reizes masa m ir lielāka nekā 1 g, t. i., vienlīdzīga potenciala reizinājumam ar masu:

$$\Pi = mV. \qquad (8)$$

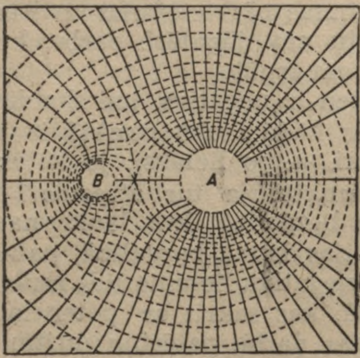
Salīdzinot šo vienādojumu ar vienādojumu (5), redzam, ka gravitacijas laukā, ko veido punktveidīga masa m, potencialu attālumā r no šīs masas nosaka formula

$$V = -f\frac{m}{r}. \qquad (9)$$

Pēc vienādojuma (6′) gravitacijas laukā, ko veido kaut kā sakārtotu punktveidīgu masu sistema, potencialu nosaka ar formulu:

$$V = -f \sum \frac{m_i}{r_i}, \qquad (10)$$

kur locekļu skaits zem sumas zīmes ir vienlīdzīgs visu to masu skaitam, kuras veido gravitacijas lauku, bet r_i ir atstatums no lauka punkta, kurā aprēķina potencialu, līdz kādai no minētām masām.



130. zīm. Divu ložu gravitacijas lauks. Raustītās līnijas norāda ekvipotencialo virsmu šķērsgriezumus. Nepārtrauktās līnijas norāda lauka spraiguma virzienu. Lielās lodes masa četrreiz lielāka par mazās lodes masu.

Virsmu, kuras visos punktos ir vienāds potencials, sauc par *līmeņa virsmu*, vai, citādi, par *ekvipotencialo virsmu.* Saprotams, ka gravitacijas laukā, ko veido punktveidīga masa, ekvipotencialām virsmām ir koncentrisku sferu forma.

Lode, kas sastāv no sferiskām kārtām, kurās blīvums ir vienāds, pievelk ārējo ķermeni tā, it kā visa lodes masa būtu sakopota lodes centrā. Tādēļ smaguma spēka potencialu Zemes virsū nosaka formula:

$$|V| = -f \frac{M}{R},$$

kur M ir Zemes masa ($M \approx 6 \cdot 10^{21}$ t) un R — Zemes radiuss ($R = 6371$ km). Smaguma spēka potenciala absolutais lielums izteic darbu, kas būtu jāpatērē, lai 1 g masas aizsviestu no Zemes virsmas pasaules telpā:

$$V = 6394 \text{ kGm}.$$

Tālāk (73. §) tiks aprēķināts minimalais ātrums, kas nepieciešams pie izšaušanas lodei, lai tā uz visiem laikiem atstātu Zemi. Ja neievēro gaisa pretestību, šim ātrumam jābūt $11{,}2 \frac{\text{km}}{\text{sec}}$. Aprēķins rāda, ka gaisa pretestības pārvarēšanai tādā lidošanas ātrumā uz katru masas gramu jāpatērē darbs, kura lielums ir aptuveni 1700 kGm. Tātad, lai no Zemes virsmas varētu aizsviest pasaules telpā 1 g masas, vajadzētu pavisam patērēt ap 8000 kGm, t. i., tādu pašu darbu, kāds vajadzīgs, lai no Zemes virsmas paceltu 8 t smagu kravu 1 m augstumā.

70. §. Dažas teoremas par gravitacijas potencialu. No potenciala jēdziena definicijas ir saprotams, ka punktveidīgas masas pārvietošana pa lauka ekvipotencialo virsmu nav saistīta ne ar darba patēriņu, ne ar tā iegūšanu. Tādēļ var secināt, ka *lauka stipruma vektors visos lauka punktos ir vērsts perpendikulari pret līmeņa virsmu* (pretējā gadījumā lauka stipruma projekcija uz kādu elementaru pārvietojumu pa līmeņa virsmu nebūtu nulle, un tādēļ arī pārvietojuma darbs pa līmeņa virsmu nebūtu nulle).

130. zīmējumā ir parādīts divu masivu ložu veidotā gravitacijas lauka līmeņa virsmu sakārtojums, kā arī šā lauka stipruma vektoru virzieni.

Zinot potenciala vērtību visos gravitacijas lauka punktos, nav grūti aprēķināt lauka stiprumu. Patiešām, iedomāsimies, ka caur lauka punktu, kas mūs interesē, ir novilkta ekvipotenciala virsma $V_1 =$ const. Vilksim blakus otru potencialu virsmu $V_2 = V + dV =$ const, kur potencials par bezgalīgi mazu lielumu mazāks ($dV < 0$). Pieņemsim, ka no aplūkojamā punkta otrā ekvipotencialā virsma atrodas atstatumā ds (mērījot to perpendikulari pirmajai virsmai). Lauka stiprums ir spēks, kas darbojas uz 1 g lielu punktveidīgu masu, kas novietota aplūkojamā lauka punktā, bet potenciala kritums ($V_1 - V_2$) ir darbs, ko veic gravitacija, pārvietojot 1 g masas; tātad

$$\frac{F}{m}\,ds = -dV$$

jeb

$$\frac{F}{m} = -\frac{dV}{ds}. \tag{11}$$

Potenciala atvasinājumu pēc pārvietojuma (līmeņa virsmai perpendikularā virzienā) sauc par *potenciala gradientu*[1]. Potenciala gradientu uzlūko par vektoru, kas vērsts uz potenciala

[1] Vārds *gradients* ir atvasināts no latiņu *gradior* — staigāju, eju. Jēdzienu *gradients* var lietot katra lieluma apzīmēšanai, kas atkarīgs no punkta stāvokļa telpā (piemēram, var runāt par blīvuma gradientu, ja ķermeņa blīvums visos punktos nav vienāds, par temperaturas gradientu, ja ķermenis visos punktos nav vienādi sasildīts utt.). Ar lieluma φ gradientu saprot robežu, uz kuru tiecas attiecība $\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$, ja Δl bezgalīgi samazinās; Δl nozīmē mazu pārvietojumu lieluma φ vislielākā pieauguma virzienā, bet $\Delta\varphi$ nozīmē lieluma φ maiņu, ko novēro šai pārvietojumā; φ gradients virzienā $l =$ robežai $\left[\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}\right]_{\Delta l \to 0}$. Citiem vārdiem, ar gradientu saprot *lieluma maiņas telpisko ātrumu* (bet ne šā lieluma maiņas ātrumu laikā).

vislielākā pieauguma pusi. Redzam, ka *lauka stiprums skaitliski ir vienlīdzīgs potenciala gradientam, bet vērsts uz to pusi, kas pretēja potenciala gradientam,* t. i., potenciala samazināšanās virzienā.

Ja pārvietojumā pa stateni pret līmeņa virsmu potenciala maiņa notiktu vienmērīgi, tad lauka stiprums būtu vienlīdzīgs potenciala kritumam uz 1 cm.

Par stiprumu dažādos lauka punktos var spriest pēc tā, cik tuvu atrodas viena otrai līmeņa virsmas, kuru potencials atšķiras par potenciala vienību, t. i., par 1 $\frac{\text{erg}}{\text{g}}$. Tiešām, ja formulā (9) ņem $\Delta V = 1 \frac{\text{erg}}{\text{g}}$, tad redzam, ka *lauka stiprums dažādos lauka punktos ir apgriezti proporcionals līmeņa virsmu atstatumam* Δs, *ja līmeņu virsmas atšķiras par potenciala vienību* (130. zīm.).

Ja lauka stiprumam visos punktos ir viens un tas pats virziens un vienāds lielums, tad tādu lauku sauc par viendabīgu (homogenu). Citiem vārdiem, viendabīgs ir tāds lauks, kurā potenciala gradientam viscaur ir vienāda vērtība un vienāds virziens. Zemes virsmas tuvumā gravitacijas lauks ir aptuveni viendabīgs.

Lauka un potenciala teoriju sīki iztirzā teoretiskā fizikā. Saskaņots un stingrs šo jautājumu apgaismojums prasa vektoru analizes un integralrēķinu (tilpumu integralu, virsmu un līniju integralu) plašu lietošanu. Kaut gan dažas no zemāk minētām potencialteorijas teoremām iespējams pierādīt, lietojot tikai elementaro matematiku, tomēr tādi pierādījumi ir mākslīgi un smagi (tādēļ mēs šos pierādījumus te nedosim).

1. Kā jau 69. paragrafā minēts, vienāda blīvuma *sferiska kārta — kā arī vienāda blīvuma lode — izveido gravitacijas lauku, kas visos ārējos punktos ir tāds, it kā visa masa būtu sakopota sferiskās kārtas vai lodes centrā.*

2. Dobumā, ko ietver plāna, vienāda blīvuma sferiska kārta, potencials visur ir vienāds un tā lielums ir

$$V = -f\frac{M}{R} = \text{const}, \tag{12}$$

kur M ir sferiskās kārtas masa, R — sferiskās kārtas radiuss. *Gravitacijas lauka stiprums dobumā, ko ietver sferiska kārta, ir nulle* (uz masu, kas novietota sferiskās kārtas iekšienē, nekāds spēks neiedarbojas).

3. Vienāda blīvuma *lodes iekšienē* potencials samazinās, pār-

vietojoties no lodes virsmas uz centru; uz lodes virsmas potencials ir

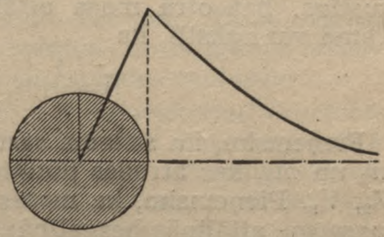
$$V_{(R)} = -f\frac{M}{R},$$

kur M ir lodes sumarā masa, R — lodes radiuss. Nonākot lodes centrā, potencials samazinās par minētā lieluma pusi, t. i., lodes centrā potencials ir

$$V_{(0)} = -\frac{3}{2}f\frac{M}{R}.$$

Kaut kādā vienāda blīvuma lodes iekšējā punktā, kas atrodas atstatumā r no lodes centra, gravitacijas potencialu izsaka formula:

$$V_{(r)} = -\frac{3}{2}\frac{M}{R}\left(1 - \frac{r^2}{3R^2}\right). \quad (13)$$



131. zīm. Gravitacijas lauka spraiguma lielums dažādos atstatumos no viendabīgas masivas lodes centra (ordinatas mērogs pieņemts brīvi).

Gravitacijas lauka stiprums vienāda blīvuma lodes iekšienē ir vērsts uz centru un to izsaka šāda formula:

$$\frac{F}{m} = \frac{Mr}{R^3}. \quad (14)$$

Tātad *katru lodes daļiņu pievelk lodes centrs ar spēku, kas ir proporcionals daļiņas atstatumam no lodes centra* (131. zīm.).

71. §. Daļiņu sistemas potencialā enerģija (sistemas potencials). Formulas (6) un (9) nosaka savstarpējās iedarbības potencialo enerģiju vienai sistemas daļiņai ar pārējām sistemas daļiņām. Lai aprēķinātu visas sistemas potencialo enerģiju, jānosaka darbs, kas vajadzīgs, lai sistemas daļiņas (vienu pēc otras) aizvadītu bezgalībā.

Pieņemsim, ka sistema sastāv no divām masām (daļiņām) m_1 un m_2, kas novietotas punktos A_1 un A_2, kur potenciali ir attiecīgi vienlīdzīgi V_1 un V_2; punktā A_2, kur atrodas masa m_2, potencialu rada masa m_1, bet potencialu V_2 rada masa m_2. Šo divu masu savstarpējās iedarbības potencialo enerģiju var aprēķināt pēc diviem paņēmieniem. Varam iedomāties, ka otrā masa paliek nekustīga, bet pirmā attālinās no tās. Atrodoties spēku iedarbībā, kas rodas no otras nekustīgās masas, un pārvietojoties no vietas, kur potencials ir V_1, uz vietu, kas atrodas tik tālu no otras masas, ka tur lauka potencials ir nulle, pirmā masa var veikt darbu[1] m_1V_1. Kad pirmā masa ir bezgalīgi

[1] Mēs šeit runājam par «darba veikšanu» algebriskā nozīmē. Kā jau zinām, m_1V_1 ir negativs lielums, jo masas attālināšanai no gravitacijas lauka ir jāpatērē darbs.

lielā attālumā no otrās masas, tad saprotams, ka otru masu var pārvietot, kā grib, nepatērējot šai pārvietojumā nekāda darba. Tātad darbs m_1V_1, ko dabū, ja pirmo masu attālina, ir divu masu savstarpējās iedarbības potenciālā enerģija: $\Pi = m_1V_1$. Bet mēs tāpat varējām iedomāties, ka pirmā masa paliek nekustīga, bet otrā masa attālinās. Tad iegūtu, ka $\Pi = m_2V_2$. Tātad var rakstīt, ka

$$\Pi = \frac{1}{2}(m_1V_1 + m_2V_2).$$

Pieņemsim, ka sistema sastāv no trim masām (daļiņām) m_1, m_2 un m_3, kas atrodas punktos, kur attiecīgie potenciali ir V_1, V_2, V_3. Pieņemsim, ka masas m_1 un m_2 paliek nekustīgas, bet masa m_3 attālinās bezgalībā; sakarā ar to ir veikts (algebriskā nozīmē) darbs m_3V_3. Tiem lauka punktiem, kuros novietotas palikušās masas, tagad, kad trešās masas nav, potencialus apzīmēsim ar V_1' un V_2'; kā jau parādīts, divu pārējo masu savstarpējās iedarbības potenciālā enerģija ir

$$\frac{1}{2}(m_1V_1' + m_2V_2').$$

Tātad

$$\Pi = \frac{1}{2}(m_1V_1' + m_2V_2') + m_3V_3.$$

Tagad aprēķināsim pēc cita paņēmiena visu triju masu savstarpējās iedarbības potencialo enerģiju. Pieņemsim, ka masa m_3 paliek nekustīga, bet attālinās pirmās divas masas tā, ka to savstarpējais stāvoklis paliek nemainīgs. Šai kustībā tiks paveikts darbs $m_1(V_1 - V_1') + m_2(V_2 - V_2')$. Pievienojot šeit divu attālināmo masu savstarpējās iedarbības potencialo enerģiju, dabūsim, ka

$$\Pi = \frac{1}{2}(m_1V_1' + m_2V_2') + m_1(V_1 - V_1') + m_2(V_2 - V_2').$$

Darot to pašu, ko gadījumā ar divām masām, t. i., saskaitot abas iegūtās Π izteiksmes un dalot iegūto rezultatu uz pusēm, iegūstam (pēc saīsināšanas):

$$\Pi = \frac{1}{2}(m_1V_1 + m_2V_2 + m_3V_3).$$

Minēto paņēmienu bez grūtībām var lietot, ja dotas četras, piecas un vispār masas jebkurā skaitā:

$$\Pi = \frac{1}{2}\sum mV. \tag{15}$$

Izmantojot integralrēķinus, formulu (15) var izlietot «nepārtraukta ķermeņa» potenciala aprēķinos.

Vienāda blīvuma lodei aprēķins dod:

$$\Pi = -\frac{3}{5} f \frac{M^2}{R}, \tag{16}$$

kur M ir kopējā lodes masa, R — lodes radiuss. Tātad darbs, kuru var veikt gravitacija, ja lode veidojas no bezgalīgi izklaidētas materijas, ir apgriezti proporcionals lodes radiusam.

Formula (16) noderēja par pamatu t. s. *kontrakcijas*[1] *hipotezei* par Saules un zvaigžņu kvēli. Pēc Kanta un Laplasa vispirms izteiktās un Helmholca tālāk attīstītās domas Saule un planetas ir izveidojušās no izklaidētas materijas, kas pakāpeniski kļuvusi aizvien blīvāka. Ja vielai, no kuras izveidojās Saules sistema, sākumā bija zema temperatura un tā bija ļoti izklaidēta, tad pakāpeniski, pateicoties gravitacijai, savelkoties ap Saules sistemas masas centru, šai vielai vajadzēja sakarst no gravitacijas potencialās enerģijas pārvēršanās molekulu siltumkustības enerģijā (gravitacijas potencialā enerģija algebriski samazinās, ja viela kļūst blīvāka). Iespējams, ka Saules vielas blīvuma pieaugums turpinās arī tagad. Pēc kontrakcijas hipotezes Saules enerģijas izstarošanu kompensē pakāpeniska Saules saspiešanās.

Zinot Saules masu un radiusu, pēc formulas (16) var aprēķināt, kādam daudzumam gravitacijas potencialās enerģijas jāpārveidojas daļiņu kustības enerģijā un staru enerģijā visā Saules izveidošanās un pastāvēšanas laikā. Izrādās, ka Saules masas katram gramam vajadzēja atdot 120 miljonu džoulu enerģijas. Ja Saules enerģijas izstarošanu kompensētu Saules saraušanās, tad pēc vairāk nekā pusotra tūkstoša gadiem Saules radiusam vajadzētu samazināties apmēram par vienu desmittūkstošdaļu no sava lieluma (katru gadu Saules radiusam vajadzētu samazināties par 36 m). Sākumā Saules izstarošana katrā ziņā bija intensivāka. Aprēķini rāda, ka, ja Saules izstarošanu kompensētu tikai (vai lielāko daļu) saraušanās, tad Saulei vajadzētu atdzist un nodzist pēc ne vairāk kā 20 miljoniem gadu, skaitot no tās izcelšanās. Bet daudzi fakti norāda, ka zvaigžņu, piemēram, Saules, spīdēšanas ilgums ir nesalīdzināmi lielāks; to mērī biljoniem (10^{12}) gadu. Tādēļ ir atzīts, ka tikai neievērojamai daļai no tās enerģijas, ko izstaro Saule, var būt tāda izcelšanās, kas izskaidrojama ar kontrakcijas hipotezi.

---

[1] No latiņu vārda *contractio* — saspiešana.

72. §. **Keplera likumi par planetu kustību.** Kā jau 65. paragrafā minēts, Ņutons atklāja gravitacijas likumu, pamatojoties uz planetu kustības likumiem, ko bija izstrādājis Keplers. Keplers strādāja ap 20 gadu, kamēr aprēķināja planetu īstās kustības debess telpā, ņemot vērā redzamās planetu pārvietošanās. 1609. gadā Keplers publicēja pirmos divus likumus, bet 1619. g. — trešo.

1. Laukumu likums. *Radiuss-vektors, kas vilkts no Saules uz planetu, vienādos laika posmos pāriet vienādus laukumus.*

2. Orbitu likums. *Katra planeta kustas pa elipsi, kuras vienā fokusā atrodas Saule.*

3. Apgriešanās laika likums. *Divu planetu apgriešanās laiku kvadratu attiecība ir tāda pati kā to elipšu lielo pusasu kubu attiecība, pa kurām kustas planetas.*

Ņutons parādīja, ka ar šiem likumiem (neizdarot nekādus papildpieņēmumus) var noteikti aprēķināt, ka Saule pievelk planetas proporcionali to masām un apgriezti proporcionali attālumu kvadratiem no Saules. Ņutons tālāk parādīja, ka tiem pašiem Keplera likumiem ir padoti arī Jupitera un Saturna pavadoņi, kas kustas ap šīm planetām. No tā Ņutons secināja, ka gravitacijas likumam ir vispārēja nozīme. Vispārinājis Keplera likumus gravitacijas likumā, Ņutons to pārbaudīja, aprēķinot kometu kustības un Mēness kustību ap Zemi, ko komplicē Saules iedarbība uz Mēnesi.

Ja planetas kustētos pa aploci, bet ne pa elipsi, tad pietiktu trešā Keplera likuma, lai varētu spriest, ka planetas pievelkas Saulei apgriezti proporcionali attāluma kvadratam no Saules. Ja divu planetu orbitu radiusus apzīmē ar r_1 un r_2, planetu aploces ātrumus ar v_1 un v_2, centripetalos paātrinājumus ar j_1 un j_2, apgriešanās laikus ar T_1 un T_2, centripetalos spēkus ar F_1 un F_2, tad

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1},$$

$$j_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2}$$

un analoģiskas sakarības arī lielumiem v_2 un j_2.

Tātad

$$\frac{j_1}{j_2} = \frac{\left(\frac{F_1}{m_1}\right)}{\left(\frac{F_2}{m_2}\right)} = \frac{r_1}{T_1^2} : \frac{r_2}{T_2^2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2.$$

Trešais Keplera likums nosaka, ka divu planetu apgriešanās laiku kvadrati attiecas kā to attālumu kubi:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3.$$

Tādēļ

$$\frac{\left(\frac{F_1}{m_1}\right)}{\left(\frac{F_2}{m_2}\right)} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

un

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{r_1^2} : \frac{m_2}{r_2^2}.$$

Un apgriezti: no Ņutona likuma var iegūt visus trīs Keplera likumus.

132. zīm. Sektorialais ātrums.

Kas attiecas uz Keplera pirmo likumu par laukumiem, tad, ievērojot Saules sistemu visumā, gravitacijas spēki starp planetām un Sauli ir iekšējie spēki, un Keplera pirmo likumu var dabūt kā secinājumu no kustības daudzuma momenta nezūdamības likuma (39. §). Ņemsim tādu orientēšanās sistemu, kas saistīta ar Sauli, un novietosim koordinatu sākuma punktu Saules centrā. Saules sistemas kustības daudzuma moments attiecībā pret Saules centru ir ģeometriska suma, kas sastāv no Saules griešanās impulsa, planetu kustības daudzuma momentiem, griežoties ap Sauli, un impulsiem, kas rodas, planetām griežoties ap savu asi. Pirmajā tuvinājumā neievēro ietekmi, kādu vienas planetas gravitacija atstāj uz otras planetas kustību, kā arī ietekmi, ko planetu sakārtojums var izdarīt uz Saules un planetu griešanās ātrumu ap to asīm. Gravitacija planetu starpā ir visai maza, salīdzinot ar planetu gravitaciju attiecībā pret Sauli, jo Saules masa 750 reizes lielāka par visu planetu kopējo masu. Tādēļ gravitacija planetu starpā maz ietekmē planetu griešanos ap Sauli un, nemainot visumā planetu kustību, izpaužas tikai dažos sīkumos, kurus aplūko sevišķa debesu mechanikas nozare, kas saucas «perturbaciju teorija».

No teiktā varam secināt, ka pastāvīgs ir ne tikai Saules sistemas kustības daudzuma sumarais moments, bet ka aptuveni pastāvīgs ir arī šīs ģeometriskās sumas katrs atsevišķs loceklis. Tātad, ja m ir kādas planetas masa, r — tās attālums no Saules centra un v — ātrums, ar kādu planeta riņķo ap Sauli, tad

$$[\mathbf{r} \,.\, m\mathbf{v}] = \text{const}$$

un tātad

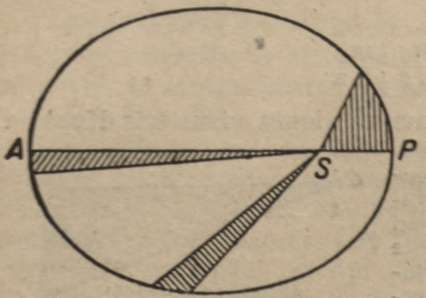
$$rv \sin(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = C = \text{const}. \qquad (17)$$

Nav grūti izprast, ka šīs formulas kreisā puse ir laukums, ko veido 1 sekundē radiuss-vektors, vilkts no Saules centra līdz punktam, kas nosaka planetas stāvokli uz orbitas (132. zīm.). Minēto laukumu sauc par planetas kustības *sektorialo ātrumu*.

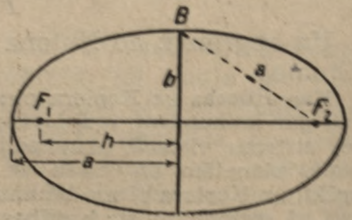
Vienādojumā (17) lielumu $v \sin(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ var uzlūkot par ātruma projekciju uz pieskari pret liekuma riņķi, tādēļ lielumus $v \sin(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ var aizstāt ar leņķa ātruma $\frac{d\varphi}{dt}$ un radiusa-vektora r reizinājumu.

Tādēļ vienādojumu (17) var pārrakstīt:

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = C = \text{const.} \quad (18)$$



133. zīm. Planetas riņķo ap Sauli tā, ka taisne, kas vilkta no Saules uz planetu, vienādos laika sprīžos veido vienlīdzīgus laukumus. Punkts P ir perihelijs, punkts A — afelijs.



134. zīm. Elipses ekscentrība $e = \frac{h}{a}$.

Vienādojums (18) izsaka pirmo Keplera likumu, kuru var izteikt vārdos: *planetas kustības sektorialais ātrums ir pastāvīgs lielums.* Saskaņā ar otro Keplera likumu planetas kustas pa elipsēm, kuru vienā fokusā atrodas Saule. Tādēļ, planetai griežoties ap Sauli, planetas attālums no Saules mainās. Orbitas punktu, kas atrodas vistuvāk Saulei, sauc par *periheliju*, bet diametrali pretējo orbitas punktu, kas ir vistālāk no Saules, sauc par *afeliju*. No vienādojuma (18) redzams, ka planetai vislielākais kustības ātrums ir perihelijā, bet vismazākais — afelijā.

133. zīmējums grafiski paskaidro Keplera laukumu likumu. Tomēr jāievēro, ka planetu eliptiskās orbitas īstenībā daudz mazāk atšķiras no aplocēm nekā elipse, kas redzama 133. zīmējumā. Par elipses formu spriež pēc tās ekscentrības e, ar kuru saprot fokalā attāluma h (fokusa attālums no elipses centra) attiecību pret lielo pusasi a (134 zīm.):

$$e = \frac{h}{a}.$$

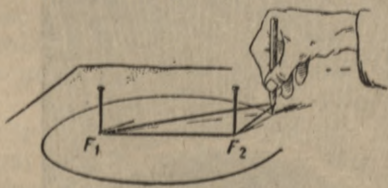
135. zīmējumā ir paskaidrots vienkāršākais elipses uzzīmēšanas paņēmiens. Nav grūti saprast, ka, novelkot no elipses mazās pusass virsotnes B aploci ar radiusu, kura garums vienlīdzīgs lielai pusasij a, dabūsim divus punktus, kur šī aploce krustosies ar lielo asi (punkti F_1 un F_2 134. zīmējumā); tie ir elipses fokusi. No šīs konstrukcijas izriet:

$$h = ae = \sqrt{a^2 - b^2},$$

tātad

$$b = a\sqrt{1 - e^2}.$$

Ja salīdzina planetu orbitas, tad vislielākās ekscentrības ir: Plutonam, kas ir visattālākā planeta no Saules ($e = 0{,}248$), Merkuram, kas ir Saulei tuvākā planeta ($e = 0{,}206$), un Marsam ($e = 0{,}093$). 136. zīmējumā attēlota Marsa eliptiskā orbita. Salīdzināšanai tai pašā zīmējumā ir uzvilkta arī aploce ar radiusu, kas vienlīdzīgs lielajai pusasij (mērogā 2:10[13]); abu līko līniju atšķirība izpaužas tikai līniju resnumā, kas radies, šīm divām līkām līnijām — elipsei un aplocei — saplūstot kopā.

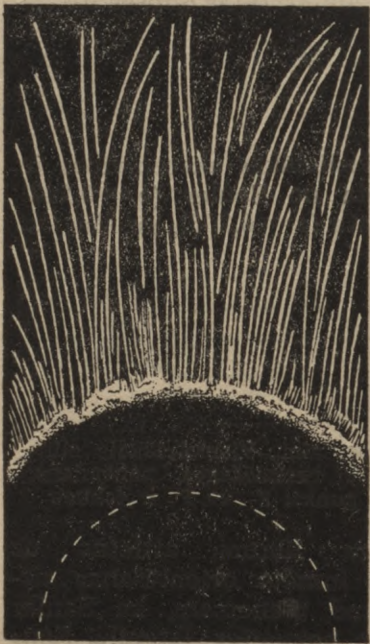


135. zīm. Vienkāršākais elipses uzzīmēšanas paņēmiens; punkti F_1 un F_2 ir fokusi.

136. zīm. Marsa eliptiskā orbita. Iekšējā līnija ir elipse, ārējā — aploce.

Keplera likumi attiecas uz iepriekš minēto orientēšanas sistemu, kad pieņemam, ka Saules centrs ir nekustīgs. Īstenībā Saules centrs griežas pa elipsi ap Saules sistemas masu centru. Ja Saules sistemas masu centru pieņem par nekustīgu, tad planetas apgriešanās arī noris pa elipsi, kuras fokusā atrodas Saules sistemas masu centrs. Tātad Keplera likums par planetu orbitu eliptiskumu ir pareizs planetām ne tikai, kad tās griežas ap Sauli, bet arī, kad tās griežas ap Saules sistemas masu centru. Bet Keplera laukumu likums ir pareizs tikai planetu kustībai ap Saules centru, bet nav pareizs planetu kustībai ap Saules sistemas masu centru.

Saules masa un izmēri ir tik lieli (137. un 138. zīm.), ka Saules sistemas masu centrs ir attālināts no Saules centra par attālumu, kas tikai 2,15 reizes pārsniedz Saules radiusu (Saules radiuss ir 695 000 km; Saules centra attālums no Saules sistemas masu centra ir ap 1 486 000 km).



137. zīm. Saules šķērsgriezums. Raustītā līnija ir Mēness orbita; punkts apakšā ir Zeme. Saules tilpums ir 1 300 000 reizes lielāks nekā Zemes tilpums.

Precizu otrā un trešā Keplera likuma atvasināšanu no gravitacijas likuma apskata teoretiskās fizikas un debesu mechanikas kursā. Tad izrādās, ka kustība gravitacijas spēku iedarbībā iespējama ne tikai pa elipsi un aploci, bet arī pa parabolu un pa hiperbolu, t. i., pa jebkuru konisku šķēlumu (139. zīm.). Piemēram, dažas kometas (kas nepieder Saules sistemai, bet pa laikam iekļūst šai sistemā) pārvietojas ap Sauli pa hiperbolu.

Kas attiecas uz trešo Keplera likumu, tad šā likuma precizs atvasinājums no gravitacijas likuma rāda, ka Keplera likums nav gluži pareizs. Proti, pēc Keplera trešā likuma orbitas lielās pusass kuba a^3 attiecībai pret apgriešanās laika kvadratu T^2 jābūt lielumam, kas ir visām planetām vienāds. Īstenībā šo attiecību var uzlūkot par vienādu par tik, par cik ir iespējams neievērot planetas masu m, salīdzinot to ar Saules masu M; precizi ir:

$$\frac{a^3}{T^2} = f \cdot \frac{M}{4\pi^2}\left(1 + \frac{m}{M}\right). \qquad (19)$$

73. §. Orbitas formas atkarība no sākuma ātruma. Ja ķermenis m kustas gravitacijas iedarbībā ap M pa riņķveidīgu orbitu, tad gravitacijas spēks pilnīgi izpaužas kā centripetalais spēks:

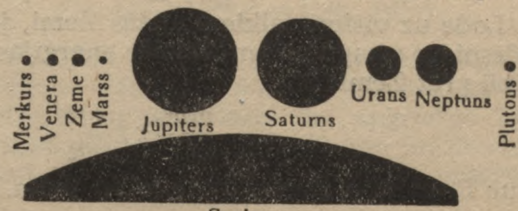
$$f\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r};$$

tādēļ

$$v = \pm\sqrt{f\frac{M}{r}}. \qquad (20)$$

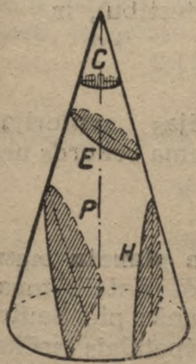
Pievērsīsimies 140. zīmējumam un iedomāsimies, ka punktā F atrodas pievilcējs ķermenis M, bet punktā O ķermenis m, kas ieguvis kādu ātrumu v virzienā, kas ir perpendikulars pret radiusu-vektoru FO.

Ja ķermenim m sākuma ātrums punktā O ir nulle ($v = 0$), tad šis ķermenis krīt uz ķermeni M pa taisni.



138. zīm. Saules un planetu relativie izmēri.

Ja ķermenim, kas atrodas punktā O, ir ātrums v, kura virziens ir perpendikulars pret radiusu-vektoru, un ja šis ātrums ir mazāks nekā tas, kas pēc formulas (20) atbilst riņķveidīgai orbitai, tad ķermenis m kustēsies pa elipsi ap M un punkts O būs šīs elipses afelijs.



139. zīm. Koniskie šķēlumi: C — aploce; E — elipse; P — parabola (šķēluma plakne ir paralela kādai veidotājai); H — hiperbola.

Ja ātrums v ir lielāks par ātrumu, kas atbilst riņķveidīgai orbitai, arī tad ķermenis m kustēsies pa elipsi ap M, bet punkts O tagad būs šīs elipses perihelijs; jo lielāks ātrums v, jo lielāka ir orbitas ekscentrība.

Tālākais sākuma ātruma v palielinājums liks ķermenim kustēties pa parabolu (ekscentrība ir vienlīdzīga 1) un beidzot pa hiperbolu (ekscentrība lielāka par 1). Ja ķermeņa m sākuma ātrums būtu bezgalīgi liels, tad ķermenis kustētos pa taisni, kas ir perpendikulara pret radiusu-vektoru.

Vienādojumu (20) var lietot, lai aprēķinātu sākuma ātrumu, kas būtu jādod lodei, lai horizontalā šāvienā lode pārvērstos par Zemes pavadoni (ja tās kustība notiktu bezgaisa telpā). Šai gadījumā M ir Zemes masa, $r = R$ — Zemes radiuss. Ņemot vērā, ka $f\frac{M}{R^2} = g$ (kur g ir brīvās krišanas paātrinājums Zemes virsū) un ka $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, bet $R = 6378$ km, iegūst, ka

$$v = \sqrt{gR} = 7{,}9\ \frac{\text{km}}{\text{sec}}$$

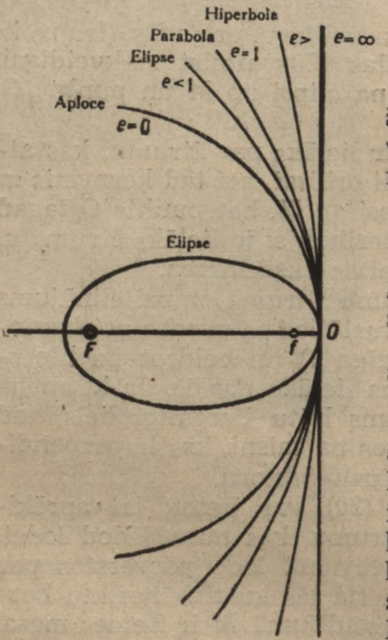
(šo formulu var iegūt vēl vienkāršāk no noteikuma, ka lodei, kas pārvērtusies par Zemes pavadoni un griežas pa aploci netālu no Zemes virsmas, centripetalais paātrinājums ir smaguma spēka paātrinājums: $\frac{v^2}{R} = g$).

Lode uz visiem laikiem atstās Zemi, ja tās kinetiskā enerģija pārsniegs smaguma potencialās enerģijas absoluto lielumu attiecībā pret Zemi:

$$\frac{mv^2}{2} \geqq f\frac{mM}{R},$$

kur R un M ir Zemes radiuss un masa. Ievietojot šai izteiksmē brīvās krišanas paātrinājumu $g = f\frac{M}{R^2}$, dabū:

$$\frac{mv^2}{2} \geqq mg \cdot R.$$



140. zīm. Trajektorijas formas atkarībā no sākuma ātruma.

No tā var secināt, ka mazākais ātrums, kas jādod lodei, lai tā uz visiem laikiem atstātu Zemi (ja neievēro gaisa pretestību), ir

$$v = \sqrt{2gR} = 11{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{sec}}$$

(modernās tālšāvējas artilerijas šāviņa sākuma ātruma rekords nesasniedz $2\frac{\text{km}}{\text{sec}}$).

74. §. Saules un planetu masu aprēķināšana. Zinot noteikumus, ka Zemes pievilkšanās pie Saules izpaužas kā centripetalais spēks, kas Zemi notur tās orbitā (vienkāršības dēļ Zemes orbitu uzlūkosim par aploci), var aprēķināt Saules masu M:

$$f\frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}.$$

Šeit m ir Zemes masa, r — vidējais attālums starp Zemi un Sauli. Apzīmējot gada ilgumu sekundēs ar T, dabū

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

Tātad:

$$f\frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

ievietojot f, T un r skaitliskās vērtības ($r = 149\,500\,000$ km $=$ $= 149{,}5 \,.\, 10^{11}$ cm), dabūsim Saules masu:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{f\,.\,T^2} = 1{,}98 \,.\, 10^{33}\,\mathrm{g} = 1{,}98 \,.\, 10^{27}\,\mathrm{t}.$$

To pašu formulu var izmantot jebkuras planetas masas aprēķināšanai, kurai ir pavadonis. Šai gadījumā r ir vidējais pavadoņa attālums no planetas, T ir laiks, kurā tas apgriežas ap planetu, M — planetas masa. Zinot Mēness attālumu no Zemes un sekunžu skaitu mēnesī, pēc minētā paņēmiena var noteikt Zemes masu.

Zemes masu var arī aprēķināt, pielīdzinot kāda ķermeņa svaru šā ķermeņa pievilkšanās spēkam Zemei, atņemot no pēdējā dinamisko komponenti, kura ķermenim, kas piedalās Zemes diennakts griešanās kustībā, dod attiecīgo centripetalo paātrinājumu (67. §). Šā labojuma nepieciešamība atkrīt, ja Zemes masas aprēķināšanā lietojam to smaguma paātrinājumu, kas novērojams uz Zemes poliem ($g' = 983{,}22$). Apzīmējot tad ar R vidējo Zemes radiusu ($R = 6371{,}2$ km) un ar M — Zemes masu, iegūstam:

$$f\frac{mM}{R^2} = mg',$$

un Zemes masa tad ir

$$M = \frac{R^2\,.\,g}{f} = 5{,}98 \,.\, 10^{27}\,\mathrm{g} = 5{,}98 \,.\, 10^{21}\,\mathrm{t}.$$

Ja zemes lodes vidējo blīvumu apzīmē ar ρ_{vid}, tad $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \,.\, \rho_{\text{vid}}$. Vidējais zemes lodes blīvums tad ir $5{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Zemes virskārtu mineraliežu vidējais blīvums ir aptuveni $2{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Tātad zemes lodes kodola blīvumam ievērojami jāpārsniedz $5{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$.

Zemes blīvuma pētījumus dažādos dziļumos sāka Ležandrs, un tos ir turpinājuši daudzi zinātnieki. Pēc Gutenberga un Haalka (1924. g.) slēdzieniem Zemes blīvums dažādos dziļumos ir aptuveni šāds:

Zemes lodes centrā (6370 km dziļumā)	10—11 g/cm³
3000 km dziļumā	6— 9 „
1200 „ „	4— 5 „
60 „ „	3,1—3,6 „
Virsējā kārtā	2,5 „

Pilnīga teorija par planetu kustību, ko aplūko debesu mechanika, dod iespēju aprēķināt planetas masu, novērojot to iedarbību, ko dotā planeta izdara uz kādas citas planetas kustību. Pagājušā gadsimta sākumā bija pazīstamas šādas planetas: Merkurs, Venera, Zeme, Marss, Jupiters, Saturns, Urans. Tika novērots, ka Urana kustībā ir kaut kādas «anomalijas», kas norādīja, ka aiz Urana atrodas kāda nenovērota planeta, kas ietekmē Urana kustību. 1845. g. franču zinātnieks Leverjē un neatkarīgi no viņa anglis Adamss, pētījot Urana kustības, aprēķināja tās planetas masu un atrašanās vietu, kuru neviens vēl nebija novērojis. Tikai pēc tam šo planetu atrada debesu telpā tai vietā, kas bija noteikta aprēķinos; šo planetu nosauca par Neptunu.

Astronoms Lovels 1914. g. analoģiski noteica, ka ir vēl viena planeta, kas atrodas tālāk no Saules nekā Neptuns. Tikai 1930. g. šo planetu atrada un nosauca par Plutonu.

Zemāk ievietotā tabulā ir ziņas par 9 lielākām Saules sistemas planetām.

Ziņas par lielām planetām

Planeta	Attālums no Saules (km)	Apgriešanās laiks ap Sauli (gados)	Planetas masa, salīdzināt ar Zemes masu[1]	Planetas tilpums, salīdzinot ar Zemes tilpumu	Planetas radiuss (ekvatoriālais) (km)	Planetas vielas vidējais blīvums	Brīvās krišanas paātrinājums uz planetas virsmas, salīdzinot to ar paātrinājumu uz Zemes.
Merkurs	58 000 000	0,241	0,036	0,05	2 421	≈ 4	0,26
Venera	108 000 000	0,615	0,815	0,88	6 096	5,21	0,90
Zeme .	149 450 000	1	1	1	6 378	5,53	1
Marss .	228 000 000	1,881	0,106	0,15	3 392	3,93	0,38
Jupiters	778 000 000	11,862	314	1312	66 618	1,32	2,64
Saturns	1 425 000 000	29,485	94,0	763	54 050	0,69	1,13
Urans .	2 869 000 000	84,015	14,4	59	24 850	1,36	0,96
Neptuns	4 496 000 000	164,788	17,0	72	27 000	1,30	0,98
Plutons	5 897 000 000	247,697	0,94	—	—	—	—

Bez minētām lielām planetām ir zināmas vēl ap 1300 ļoti mazas planetas, kuras sauc par asteroidiem (jeb planetoidiem). To orbitas visumā atrodas starp Marsa un Jupitera orbitām.

[1] Par vienību ir ņemta Zemes un Mēness masa kopā: to kopmasa ir 329 390 reizes mazāka nekā Saules masa. Zemes masa bez Mēness ir 334 340 reizes mazāka nekā Saules masa.

V NODAĻA

Cieto ķermeņu statika un dinamika

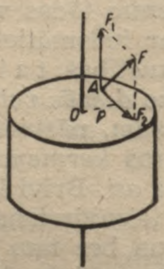
75. §. Cieto ķermeņu taisnvirziena un griešanās kustība. Mechanikā par cietu ķermeni sauc materialo punktu kopu, kurā savstarpējais daļiņu stāvoklis ir nemainīgs. Mechanikas pamatlikumi nosaka atsevišķā materialā punkta kustību. Lai pilnīgi varētu noteikt tāda ķermeņa kustību, kurš nav ciets un kura daļiņas nav pakļautas noteikumam par daļiņu savstarpējā sakārtojuma absolutu nemainīgumu, vajadzētu zināt spēkus, kas pielikti katrai daļiņai atsevišķi. Cietam ķermenim tādas vajadzības nav. Šai gadījumā jebkuru kustību var iedomāties kā tādu, kas iegūta, apvienojot divas elementaras kustības: taisnvirziena kustību, *pie kuras ikviena līnija, ko domās velkam ķermeņa iekšpusē un kas savienota ar tā daļiņām, pārvietojas sev paraleli,* un griešanās kustību, pie kuras *ķermeņa ikviens punkts veido aploci ap noteiktu griešanās asi.* Brīvi izvēlētās kustības sadalīšana divās kustībās — taisnvirziena un griešanās — uzdevumu ievērojami vienkāršo un bez tam ļauj formulēt cietu ķermeņu griešanās kustību likumus tā, ka katrs no šiem likumiem ir analoģisks kādam no mechanikas elementarajiem likumiem.

Taisnvirziena kustībā, kā viegli saprast, ķermeņa visu punktu trajektorijas ir paralelas viena otrai, bet punktu ātrumi vienādi. Tādēļ pietiek, ja zinām viena punkta kustību, lai viegli varētu noteikt visa ķermeņa stāvokli telpā jebkurā laika momentā. Ķermenis kustas taisnvirzienā tā, it kā visa ķermeņa masa būtu koncentrēta masas centrā. Kā piemērs taisnvirziena kustībai var noderēt: ķermeņa brīvā krišana smaguma spēka iedarbībā, virzuļa kustība cilindrā u. c.

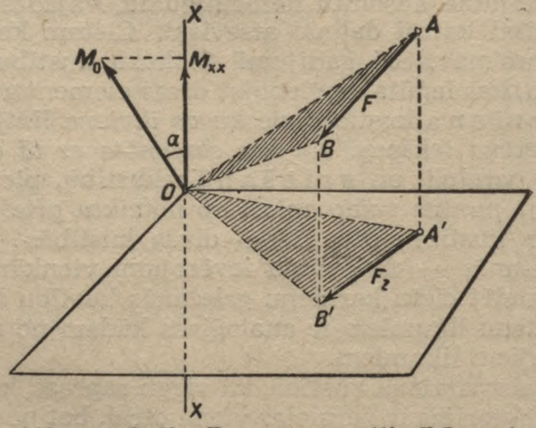
Griešanās kustības raksturošanai jāņem palīgā jēdziens par leņķa ātrumu un leņķa paātrinājumu, kuri ir vienādi visām ķermeņa daļiņām jebkurā momentā. Sakarā ar daļiņu savstarpējā stāvokļa nemainīgumu linearie ātrumi un linearie paātrinājumi ir proporcionali daļiņu attālumam no griešanās ass. Tas norāda uz to ievērojamo nozīmi, kāda ir cietā ķermeņa griešanās kustības dinamikā daļiņu atstatumam no griešanās ass: atstatums r no griešanās ass slēptā veidā ieiet visos griešanās kustības vienādojumos. Atklāti atstatums neparādās šais vienādojumos, bet tas atrodas tais lielumos, kas tur aizstāj spēka un masas jēdzienu. Griešanās kustību dinamikā spēku un masu vietā aplūko spēku un inerces momentus.

Jēdziena «spēka moments» formalā definicija ir jau dota, un to mēs lietojām mechanikas pamatlikumu iztirzājumā (37. un 39. §). Vēsturiski priekšstats par spēka momentu radās un ieguva konkretu raksturu cietu ķermeņu statikā un dinamikā; šeit spilgti parādās momentu jēdziena derīgums un nepieciešamība.

76. §. Spēka moments attiecībā pret griešanās asi. Vispārīga priekšstata vietā par spēka momentu *attiecībā pret punktu* (37. §) cietu ķermeņu statikā un dinamikā bieži lieto spēka momenta jēdzienus *attiecībā pret griešanās asi.*



141. zīm. Spēka **F** moments attiecībā pret asi ir skaitliski vienlīdzīgs $F_2 \cdot p$.



142. zīm. Spēka **F** momentu attiecībā pret asi xx dabū, ja spēka momentu, kas ņemts pret jebkuru punktu uz ass, projecē uz šo asi.

Pieņemsim, ka ķermenis, piemēram, cilindrs, var griezties ap asi, kas iet caur punktu O, un pieņemsim, ka punktā A tam ir pielikts spēks **F** (141. zīm.). Sadalīsim spēku **F** divās savstarpēji perpendikularās komponentēs tā, lai viena komponente F_1 būtu paralela asij, bet otra — F_2 atrastos plaknē, kas ir perpendikulara asij. Komponente F_2 ir dotā spēka **F** projekcija uz šo plakni. Pirmā komponente F_1 nevar dot nekāda griešanās efekta (ja ass nebūtu nostiprināta, tad šis spēks varētu izsaukt ķermeņa slīdēšanu gar asi). Tikai otra komponente F_2 rada griešanos un izpaužas reizinājumā $F_2 . p$, kur p ir statenis, kas novilkts no punkta O pret spēka $\mathbf{F}$ projekciju F_2.

Tādēļ *par spēka momentu attiecībā pret asi sauc reizinājumu, ko dabū, reizinot spēka projekciju (uz plakni, kas perpendikulara asij) ar īsāko atstatumu starp spēku un asi.*

Spēka momentu attiecībā pret asi uzlūko par vektoru, kas vērsts ass virzienā uz to pusi, no kurienes redzams, ka spēka virziens sakrīt ar pulksteņa rādītāja kustības virzienu.

Viegli pierādīt, ka *spēka moments attiecībā pret kādu asi ir vienlīdzīgs tāda vektora projekcijai uz šo asi, kurš attēlo spēka momentu pret jebkuru punktu uz šīs ass.* Aplūkosim 142. zīmējumu. Šai zīmējumā spēka $\mathbf{F}$ momentu attiecībā pret asi xx attēlo vektors $\mathbf{M}_{xx}$, bet tā paša spēka moments attiecībā pret punktu O uz xx ass ir attēlots ar vektoru $\mathbf{M}_0$. Katrs no šiem momentiem ir skaitliski divreiz lielāks par iesvītroto trīsstūru laukumiem: $M_0 = 2\,\triangle OAB$; $M_{xx} = 2\triangle\, OA'B'$. Vektori, kas attēlo šos momentus, ir perpendikulari pret attiecīgo trīsstūru plaknēm. Redzams, ka trīsstūra $OA'B'$ laukumu var uzlūkot par trīsstūra OAB laukuma projekciju, un tātad spēka $\mathbf{F}$ momentu $\mathbf{M}_{xx}$ attiecībā pret xx asi var uzlūkot par vektora $\mathbf{M}_0$ projekciju uz xx asi, kur $\mathbf{M}_0$ attēlo spēka momentu attiecībā pret punktu O. Punkta O stāvokli uz xx ass mēs izvēlējāmies brīvi, tādēļ sākumā minētā teorema ir pierādīta.

77. §. Spēku pāra moments. Aplūkosim divus paralelus spēkus F_1 un F_2 (143. zīm.), kas vērsti pretējos virzienos. Šo spēku rezultējošo R un tā pielikšanas punktu O, kā zināms, nosaka sakarība:

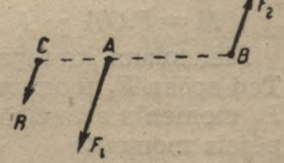
$$R = F_1 - F_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}.$$

Pēdējo proporciju var uzrakstīt tā:

$$\frac{F_1 - F_2}{F_2} = \frac{BC - AC}{AC} \quad \text{jeb} \quad \frac{R}{F_2} = \frac{AB}{AC},$$

tādēļ

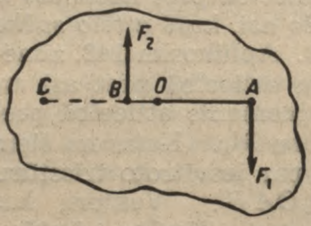
$$AC = \frac{F_2 . AB}{R}.$$



143. zīm.

Ja paralelie spēki ir vienlīdzīgi un vērsti pretējos virzienos, t. i., ja $F_1 = F_2$, tad $R = 0$ un $AC = \infty$, t. i., rezultējošā spēka pielikšanas punkts ir bezgalībā un pats rezultējošais ir nulle. Praktiski tas nozīmē, ka tādus divus spēkus nevar aizstāt ar vienu rezultējošo. Šie spēki nevar izsaukt nekādu ķermeņa taisnvirziena kustību, tie var izpausties tikai ķermeņa rotacijā ap kādu asi, kas ir perpendikulara pret plakni, kurā abi spēki atrodas.

Šie spēki ir vienlīdzīgi un pretēji vērsti, un tādēļ jebkurā ķermeņa pārvietošanā taisnā virzienā (kad ķermenis pārvietojas pats sev paraleli) tie veic darbu, kas sumā ir nulle. Tādēļ šie spēki nevar dot ķermenim taisnvirziena kustības kinetisko enerģiju un tātad nevar ierosināt kustību. Bet rotacijā šo spēku sumarais darbs nav nulle, un tādēļ tie var likt ķermenim griezties.



144. zīm. Spēku pāris.

Tātad divi vienlīdzīgi paraleli spēki, kas pretēji vērsti (*spēku pāris* jeb, kā bieži saka — «pāris»), ir pavisam sevišķs dinamisks elements, ko nevar izteikt vienā spēkā.

Izpētīsim spēku pāra darbību. Pieņemsim, ka cietam ķermenim ir pielikti punktos A un B divi vienlīdzīgi paraleli un pretēji vērsti spēki F_1 un F_2. Punktus A un B izvēlēsimies tā, lai nogrieznis AB būtu perpendikulars pret spēku virzienu (to vienmēr var izdarīt, pārvietojot spēku pielikšanas punktus spēku darbības virzienā). Nosauksim $AB = p$ par pāra *plecu* (144. zīm.). Tas ir īsākais atstatums starp pāra spēku darbības virzieniem.

Novilksim griešanās asi perpendikulari zīmējuma plaknei caur punktu O. Tad spēka F_1 moments attiecībā pret asi O ir vienlīdzīgs $F \,.\, OA$ (pieņemam, ka $F_1 = F_2 = F$), bet spēka F_2 moments attiecībā pret to pašu asi ir $F \,.\, OB$. Kopējais abu spēku moments ir

$$M = F.OA + F\,.\,OB = F\,(OA + OB) = F\,.\,AB = F\,.\,p.$$

Pieņemsim, ka tagad griešanās ass atrodas kaut kur punktā C. Tad spēka F_1 moments attiecībā pret asi C ir $F\,.\,AC$, bet spēka F_2 moments attiecībā pret to pašu asi ir $F\,.\,CB$. Abu spēku kopējais moments

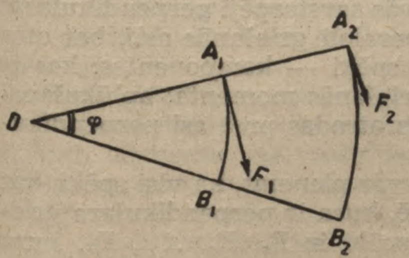
$$M = F\,.\,AC - F\,.\,CB = F\,(AC - CB) = F\,.\,AB = F\,.\,p.$$

Vispārīgāku gadījumu, kad punkts C neatrodas uz līnijas AB, var reducēt uz iepriekšējo gadījumu, jo pielikšanas punktu spēkam, kas darbojas uz cietu ķermeni, var iedomāties jebkurā vietā uz taisnes, pa kuru spēks darbojas; tātad punktu C un punktus A un B (spēku pāra pielikšanas punktus) arvien var uzlūkot par tādiem, kas atrodas uz vienas taisnes.

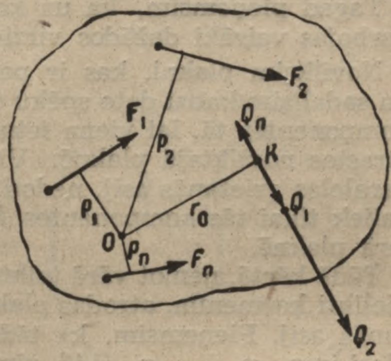
Tātad *spēku pāra griešanas efektu nosaka spēka un pleca reizinājums.* Šo reizinājumu sauc par *spēku pāra momentu;* spēku pāra momentu uzlūko par vektoru, kas ir perpendikulars pret spēku pāra plakni un vērsts uz to pusi, no kurienes redzams, ka griešanās sakrīt ar pulksteņa rādītāja kustības virzienu.

Ja divi spēki, kas veido spēku pāri, darbojas uz brīvu cietu ķermeni, tad šie spēki, neatkarīgi no tā, kur tie būtu pielikti, griež ķermeni ap asi, kas iet caur ķermeņa masas centru un ir perpendikulara spēku pāra plaknei. Patiešām, to spēku ģeometriskā suma, kuri veido pāri, ir nulle, tādēļ ķermeņa masas centram jāpaliek mierā (tas bija paskaidrots 35. §; 55. zīm.).

78. §. Spēku momentu teorema. Variņjona teorema. Priekšstats par vienlīdzīgiem spēkiem, kas dominē taisnvirziena



145. zīm. Ekvivalentie spēki.



146. zīm. Variņjona teoremas grafiskais paskaidrojums.

kustību dinamikā, dod vietu jēdzienam par ekvivalentiem spēkiem griešanās kustību dinamikā. Par *ekvivalentiem spēkiem sauc tādus spēkus, kas,* darbodamies uz ķermeņa atsevišķiem materialiem punktiem, kuri atrodas dažādā attālumā no griešanās ass, *veic vienlīdzīgu darbu, ja šos punktus novirza pa vienu un to pašu leņķi attiecībā pret griešanās asi.*

Aplūkosim, kādi ir tie noteikumi, kam padoti ekvivalentie spēki. Pieņemsim, ka cietā ķermeņa divi punkti A_1 un A_2 (145. zīm.) ir novirzīti par vienu un to pašu leņķi φ attiecībā pret griešanās asi O un ka uz punktiem A_1 un A_2 darbojas ekvivalenti spēki F_1 un F_2. Punktu atstatumus no griešanās ass apzīmēsim attiecīgi ar r_1 un r_2. Novirzot punktu A_1 par leņķi φ, tas noies ceļu $A_1B_1 = \varphi \cdot r_1$ un spēka F_1 darbs būs izsakāms ar reizinājumu $F_1 . \varphi . r_1$. Punkta A_2 noietais ceļš attiecīgi ir $\varphi . r_2$, un spēka F_2 darbs ir izsakāms ar reizinājumu $F_2 . \varphi . r_2$.

Pēc ekvivalences jēdziena definicijas ekvivalentiem spēkiem jāveic vienāds darbs, ja spēku pielikšanas punktus novirza par vienu un to pašu leņķi. Tādēļ var rakstīt:

$$F_1 . \varphi . r_1 = F_2 . \varphi . r_2$$

jeb

$$F_1 . r_1 = F_2 . r_2. \tag{1}$$

Bet $F_1 . r_1$ ir spēka F_1 moments attiecībā pret griešanās asi O, un $F_2 . r_2$ ir spēka F_2 moments attiecībā pret to pašu asi. To ievērojot, teikto var ietvert šādā teoremā:

Divi spēki ir ekvivalenti griešanās izpratnē, ja to momenti ir vienlīdzīgi.

Tagad pieņemsim, ka uz ķermeni, kas griežas ap kādu asi, darbojas vairāki dažādos virzienos vērsti spēki.

Novilksim plakni, kas ir perpendikulara pret griešanās asi, un sadalīsim katru doto spēku divās savstarpēji perpendikularās komponentēs tā, lai viena ietu paraleli griešanās asij, bet otra atrastos novilktajā plaknē. Visi spēki — komponentes, kas ir paralelas griešanās asij, nedod griešanās momenta; aplūkošanai paliek tikai tās komponentes, kas atrodas pret asi perpendikularā plaknē.

Tādā kārtā, ņemot vērā teikto, var pieņemt, ka visi spēki, kas pielikti ķermenim, atrodas plaknē, kura ir perpendikulara griešanās asij. Pieņemsim, ka tādi spēki ir $F_1, F_2, \ldots, F_n$, kuru pleci ir $p_1, p_2, \ldots, p_n$ (146. zīm.).

Ievērojot ekvivalento spēku teoremu, varam katru no šiem spēkiem F aizstāt ar citu spēku Q, kura brīvi izvēlētā pleca r_0 garums vienlīdzīgs, piemēram, garuma vienībai. Tad iegūstam spēkus $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$, kas pielikti vienam un tam pašam punktam K un vērsti pa kādu taisni uz vienu vai otru pusi atkarībā no attiecīgā momenta zīmes (iegaumēsim, ka spēku momentus, kas griež pulksteņa rādītāja kustības virzienā, sauc par pozitiviem, bet spēku momentus, kas griež pretējā virzienā — par negativiem).

Šos spēkus Q var aprēķināt no šādām sakarībām, kas izsaka ekvivalences noteikumus:

$$F_1 . p_1 = Q_1 . r_0; \quad F_2 . p_2 = Q_2 . r_0, \ldots, F_n . p_n = Q_n . r_0,$$

bet rezultējošais spēks vienlīdzīgs to algebriskai sumai:

$$R = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n.$$

Uzzināsim tagad šim rezultējošam spēkam momentu M jeb visu doto spēku F_1, F_2, ..., F_n rezultējošo momentu. Ievērojot, ka spēka R plecs ir r_0, iegūstam:

$$M = R \, . \, r_0 = (Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n) r_0 =$$
$$= F_1 \, . \, p_1 + F_2 \, . \, p_2 + \ldots + F_n \, . \, p_n$$

jeb

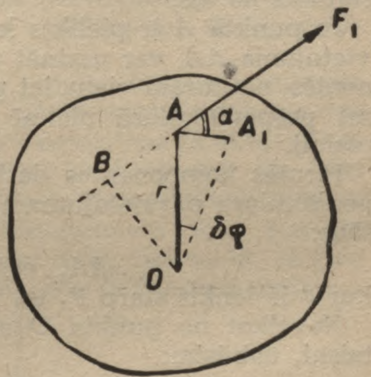
$$M = \Sigma \, F \, . \, p, \qquad (2)$$

kur Σ nozīmē algebrisku sumu.

Tātad *vairāku spēku rezultējošais moments vienlīdzīgs atsevišķo spēku momentu algebriskai sumai.* Šo apgalvojumu sauc par *Variņjona teoremu.*

79. §. Brīva cieta ķermeņa līdzsvara noteikumi. Katru brīva cieta ķermeņa pārvietojumu var uzlūkot par taisnvirziena kustību un griešanās kustību ap asi. Jebkuru taisnvirziena kustību var savukārt sadalīt trijās taisnvirziena kustībās paraleli trim koordinatu asīm x, y, z, bet griešanos ap jebkuru asi var sadalīt trīs griešanās kustībās ap koordinatu asīm.

Tātad cieta ķermeņa bezgalīgi mazu pārvietojumu var aizstāt ar sešiem elementariem pārvietojumiem: ar trim taisnvirziena pārvietojumiem koordinatu asu virzienā un ar trim pagriezieniem ap koordinatu asīm. Šie seši iespējamie pārvietojumi nav reducējami, tos nevar savstarpēji aizstāt, tie ir neatkarīgi; brīvam cietam ķermenim ir sešas brīvības pakāpes.



147. zīm. Cieta ķermeņa līdzsvara noteikumu grafiskais paskaidrojums.

Pēc iespējamo pārvietojumu principa līdzsvaram nepieciešamais un pietiekamais noteikums prasa, lai visu pielikto spēku darbu suma katrā iespējamā pārvietojumā būtu nulle. Tātad iegūsim tik vienādojumu, cik neatkarīgu iespējamu pārvietojumu var būt dotajam ķermenim jeb cik tam ir brīvības pakāpju. Šos vienādojumus iegūsim, ja aplūkosim atsevišķi katru no minētiem 6 pārvietojumiem.

Ņemsim taisnvirziena pārvietojumu, kas ir paralels x asij un kurā visi ķermeņa punkti pārvietojas par lielumu δx. Ja spēka projekciju uz x ass apzīmē ar X, tad šā spēka darbs minētajā pārvietojumā ir

$$X \, . \, \delta x.$$

Saskaitot visu pielikto spēku darbus un apzīmējot sumu ar zīmi Σ, iegūstam (pēc iespējamo pārvietojumu principa):

$$\Sigma (X \,.\, \delta x) = 0$$

jeb, atdalot kopīgo reizinātāju,

$$\delta x \,.\, \Sigma X = 0,$$

tādēļ

$$\Sigma X = 0,$$

t. i., visu spēku projekciju sumai uz x ass jābūt nullei. Līdzīgus vienādojumus iegūsim arī y un z asīm, t. i.,

$$\Sigma Y = 0, \; \Sigma Z = 0.$$

Aplūkosim tagad griešanās pārvietojumu ap kādu asi O (147. zīm.). Šai gadījumā jebkurš ķermeņa punkts A gūs pārvietojumu AA_1, kas atradīsies plaknē, kura ir perpendikulara pret asi O; pārvietojums vienlīdzīgs $\delta\varphi \,.\, r$, kur $\delta\varphi$ ir ķermeņa bezgalīgi mazs pagrieziena leņķis ap asi O, bet r — punkta atstatums no ass.

Ja punktā A ir pielikts kāds spēks F, tad tā darbu pie pārvietojuma AA_1 var uzzināt tā: sadalīsim spēku **F** divās komponentēs, no kurām viena iet paraleli asij O, bet otra atrodas pret asi perpendikularā plaknē un ir spēka **F** projekcija uz šo plakni.

Pirmās komponentes darbs ir nulle, jo komponente ir perpendikulara pārvietojumam AA_1. Otras komponentes darbs ir šāds:

$$F_1 \,.\, AA_1 \,.\, \cos\alpha = F_1 \,.\, \delta\varphi \,.\, r \,.\, \cos\alpha,$$

kur α ir leņķis starp F_1 un pārvietojumu AA_1.

Novelkot no punkta O stateni OB pret spēka F_1 darbības taisni, dabūsim:

$$OB = r \,.\, \cos\alpha,$$

un darba izteiksme būs šāda:

$$F_1 \,.\, OB \,.\, \delta\varphi.$$

Bet $F_1 \,.\, OB$, t. i., spēka **F** projekcija uz plakni, kas perpendikulara asij, reizināta ar īsāko atstatumu starp spēku F un asi O, ir spēka moments attiecībā pret asi O. Apzīmēsim to ar M. Tātad *griešanas spēka F darbs vienlīdzīgs spēka momenta (attiecībā pret griešanās asi) reizinājumam ar leņķa pārvietojumu.*

Uzrakstot šādas izteiksmes visu spēku darbiem, saskaitot tās un pielīdzinot to sumu (pēc iespējamo pārvietojumu principa) nullei, iegūst:

$$\Sigma M \,.\, \delta\varphi = 0$$

jeb, ņemot aiz iekavām kopīgo reizinātāju $\delta\varphi$,

$$\delta\varphi \,.\, \Sigma M = 0,$$

no kurienes

$$\Sigma M = 0,$$

t. i., visu spēku momentu sumai attiecībā pret asi O jābūt vienlīdzīgai ar nulli. Šo noteikumu var lietot visām trim griešanās kustībām ap koordinatu asīm x, y un z.

Tādā kārtā mums ir šādi seši brīva cieta ķermeņa līdzsvara noteikumi:

$$\left.\begin{array}{ll} \Sigma X = 0; & \Sigma M_{xx} = 0; \\ \Sigma Y = 0; & \Sigma M_{yy} = 0; \\ \Sigma Z = 0; & \Sigma M_{zz} = 0; \end{array}\right\} \quad (3)$$

t. i., *visu spēku projekciju sumai uz katru koordinatu asi jābūt nullei, un to pašu spēku momentu sumai attiecībā pret šīm koordinatu asīm arī jābūt nullei.*

80. §. Nebrīva cieta ķermeņa līdzsvara noteikumi. Par nebrīvu cietu ķermeni sauc tādu, kura pārvietošanas brīvība ir ierobežota ar kādiem noteikumiem. Aplūkosim divus gadījumus.

1. *Ķermenis, kam viens nekustīgs punkts.* Tādam ķermenim nav iespējams nekāds taisnvirziena pārvietojums, bet tas var griezties ap jebkuru asi, kas iet caur nekustīgo punktu. Griešanos ap jebkuru asi var sadalīt trijos pagriezienos ap trim koordinatu asīm; tie ir trīs iespējamie neatkarīgie pārvietojumi, ko saite atļauj. Katrā no šiem pārvietojumiem visu pielikto spēku darbu sumai jābūt vienlīdzīgai ar nulli. Bet no tā, kā mēs redzējām iepriekšējā paragrafā, izriet trīs šādi noteikumi:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma M_{xx} = 0; \\ \Sigma M_{yy} = 0; \\ \Sigma M_{zz} = 0; \end{array}\right\} \quad (4)$$

t. i., *lai ķermenis, kuram ir kāds nekustīgs punkts, atrastos līdzsvarā, visu spēku momentu sumai attiecībā pret katru koordinatu asi jābūt vienlīdzīgai ar nulli.*

2. *Ķermenis, kam divi nekustīgi punkti* (jeb kam nostiprināta griešanās ass). Vienīgais iespējamais pārvietojums šādam ķermenim ir griešanās ap asi, kas iet caur šiem punktiem. Tādēļ ķermeņa līdzsvaram, kura griešanās ass ir nostiprināta, visu spēku momentu sumai attiecībā pret griešanās asi jābūt vienlīdzīgai ar nulli:

$$\Sigma M = 0. \quad (5)$$

81. §. Teorema par inerces momentiem. Ja taisnvirziena kustību dinamikā aplūko vienlīdzīgas masas, tad griešanās kustību dinamikā to vietu aizstāj ekvivalentas masas. *Par ekvivalentām* *sauc tādas masas, kuras iegūst vienādus leņķa paātrinājumus, ja uz tām darbojas ekvivalenti griešanās spēki.*

Aplūkosim masu ekvivalences noteikumu. Pieņemsim, ka masas m_1 un m_2 (148. zīm.), kuru atstatumi no griešanās ass ir r_1 un r_2, atrodas ekvivalentu (t. i., tādu, kam vienlīdzīgi momenti) spēku F_1 un F_2 iedarbībā un iegūst vienādu leņķa paātrinājumu ε. Apzīmēsim masas m_1 linearo paātrinājumu ar j_{τ_1} un masas m_2 linearo paātrinājumu — ar j_{τ_2}; ņemot vērā spēka izteiksmi (masas reizinājumu ar paātrinājumu), iegūstam:

148. zīm. Inerces momentu teoremas paskaidrojums.

$$F_1 = m_1 \cdot j_{\tau_1},$$
$$F_2 = m_2 \cdot j_{\tau_2};$$

tā kā $j_{\tau_1} = \varepsilon \cdot r_1$ un $j_{\tau_2} = \varepsilon \cdot r_2$ (9. §), tad spēku izteiksmes iegūs šādu veidu:

$$F_1 = m_1 \cdot \varepsilon \cdot r_1,$$
$$F_2 = m_2 \cdot \varepsilon \cdot r_2.$$

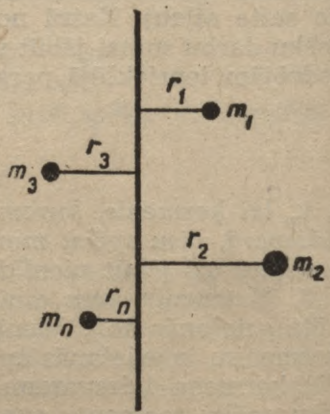
Pēc noteikuma spēki F_1 un F_2 ir ekvivalenti, tādēļ

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2;$$

ievietojot F_1 un F_2 vērtības iegūtajās izteiksmēs un saīsinot ar ε, dabūsim masu ekvivalences noteikumu:

$$m_1 \cdot r_1^2 = m_2 \cdot r_2^2. \qquad (6)$$

Kā redzams, griešanās kustībā svarīga nozīme ir lielumam, ko nosaka masas reizinājums ar tās atstatuma kvadratu no griešanās ass. Šis lielums nosaka ķermeņa inerci attiecībā pret griešanās kustību. To sauc par *inerces momentu.* Inerces momentu pieņemts apzīmēt ar burtu I.



149. zīm. Inerces momenta aprēķina paskaidrojums.

Tātad masu ekvivalences noteikumu var izteikt tā: *divas masas griešanās izpratnē ir ekvivalentas, ja to inerces momenti vienlīdzīgi.*

Lietojot šo ekvivalences noteikumu, kādu masu m, kas atrodas no griešanās ass atstatumā r, var aizstāt ar tai ekvivalentu masu μ, kas atrodas no tās pašas ass kādā brīvi izvēlētā atstatumā r_0; šo masu μ var noteikt no sakarības:

$$I = m \cdot r^2 = \mu \cdot r_0^2.$$

Izvēloties r_0 vienlīdzīgu kādai garuma vienībai, redzam, ka kādas masas m inerces moments skaitliski vienlīdzīgs griešanās izpratnē ekvivalentai masai μ, kas atrodas garuma vienības atstatumā no griešanās ass ($I = \mu . l^2$).

Pieņemsim, ka jāuzzina inerces moments sistemai, kas sastāv no n nemainīgi savienotām masām $m_1, m_2, \ldots, m_n$ (149. zīm.), kuras griežas ap vienu un to pašu asi un atrodas no tās attālumos $r_1, r_2, \ldots, r_n$.

Aizstājot šīs masas ar masām $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$, kas tām ekvivalentas un atrodas no griešanās ass atstatumā r_0, iegūst:

$$\mu_1 r_0^2 = m_1 r_1^2;\ \mu_2 r_0^2 = m_2 r_2^2, \ldots, \ldots, \mu_n r_0^2 = m_n r_n^2.$$

Masa μ, kas vienlīdzīga sumai $\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n$ un atrodas attālumā r_0, ir griešanās izpratnē ekvivalenta visām masām, kas sastāda aplūkojamo sistemu. Tātad dotās sistemas inerces moments vienlīdzīgs masas μ inerces momentam:

$$I = \mu . r_0^2 = (\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n) . r_0^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2$$

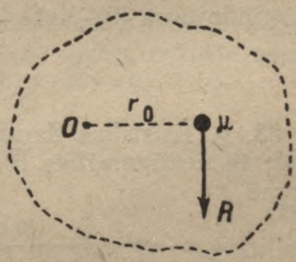
jeb

$$I = \sum_1^n m r^2 \text{ [1]}. \tag{7}$$

No mr^2 formulā redzams, ka inerces momenta vienība ir 1 g . cm², t. i., tādas masas inerces moments, kas griešanās izpratnē ir ekvivalenta masai 1 g un atrodas 1 cm atstatumā no griešanās ass.

82. §. Griešanās kustību dinamikas pamatvienādojums. Ja kādam ķermenim, kas var griezties ap nekustīgu asi, pielikti vairāki griešanās spēki $F_1, F_2, \ldots, F_n$, kuru pleci ir $p_1, p_2, \ldots, p_n$, tad, saskaņā ar iepriekšējo, visu šo spēku kopu var aizstāt ar vienu ekvivalentu spēku R, kuram ir brīvi izraudzīts plecs r_0 un kuru var noteikt no šādas sakarības:

$$R r_0 = \Sigma F . p.$$



150. zīm.

Tāpat arī ķermeņa atsevišķu daļiņu masas var aizstāt ar ekvivalentu masu μ, kas atrodas tādā pašā atstatumā r_0 no griešanās ass kā spēks R un ko var noteikt no sakarības:

$$\mu . r_0^2 = \Sigma m r^2.$$

[1] Ja materialo punktu galīgā skaita n vietā mums ir nepārtraukts ķermenis, tad to var sadalīt elementarās masās dm; galīga skaita saskaitāmo suma pāriet bezgalīgi liela skaita saskaitāmo sumā, un inerces momentu tad izteiks integrals:

$$I = \int r^2 . dm.$$

Tātad izrādās, ka kaut kāds spēks R darbojas uz masu μ (150. zīm.), un pēc otrā mechanikas likuma paātrinājumu j^{τ} var uzzināt no sakarības:

$$R = \mu . j_{\tau}.$$

Pareizinot šīs vienlīdzības abas puses ar r_0, to var pārveidot:

$$R . r_0 = \mu . r_0^2 . \frac{j_{\tau}}{r_0}.$$

Bet $\frac{j_{\tau}}{r_0}$ ir leņķa paātrinājums ε; $R . r_0$, kas vienlīdzīgs ar $F . p$, nav nekas cits kā rezultējošais moments **M**, bet $\mu . r_0^2$, kas vienlīdzīgs ar $\Sigma\, mr^2$, ir inerces moments I. Tādēļ var rakstīt:

$$\mathbf{M} = I . \varepsilon, \tag{8}$$

t. i., *spēku rezultējošais moments attiecībā pret griešanās asi vienlīdzīgs inerces momenta reizinājumam ar leņķa paātrinājumu.*

Tā kā $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$, tad vienādojumu (8) var pārrakstīt:

$$\mathbf{M} = I \frac{d\omega}{dt}. \tag{9}$$

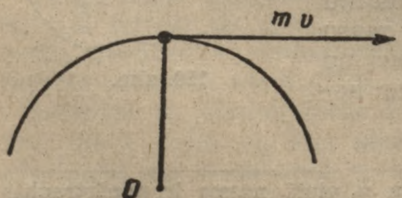
Izvedot šo griešanās kustību dinamikas pamatvienādojumu, pieņēmām, ka ķermeņa inerces moments paliek visu griešanās laiku nemainīgs (masu atstatums no griešanās ass nemainās).

Ja mēs ņemtu vērā, ka inerces moments var mainīties, tad vienādojuma (9) vietā iegūtu šādu vienādojumu:

$$\mathbf{M} = \frac{d(I\omega)}{dt}. \tag{10}$$

83. §. Kustības daudzuma moments attiecībā pret griešanās asi; tā nezūdamības likums. Griešanās kustības pamatvienādojumā

$$\mathbf{M} = \frac{d(I\omega)}{dt}$$



151. zīm.

figurē lielums $I\omega$. Noskaidrosim šā lieluma fizikalo jēgu. Griešanās kustībā ķermeņa katra daļiņa, kuras masa ir m, veido aploci; pieņemsim, ka aploces radiuss ir r un daļiņas aploces ātrums ir v (151. zīm.). Reizinājums $m . v$ ir daļiņas kustības daudzums. Daļiņas kustības daudzuma reizinājums ar daļiņas īsāko atstatumu no kādas ass, t. i., lielums mvr, ir *kustības daudzuma moments* **L** *attiecībā pret asi.* Kustības daudzuma momentu attiecībā pret asi uzlūko par vektoru, kas vērsts ass virzienā uz to pusi, no kurienes kustība redzama pulksteņa rādītāja kustības virzienā.

Aizstājot 142. zīmējumā vektorus $\mathbf{F}$ un $\mathbf{F}_2$ ar vektoru $m\mathbf{v}$ un tā projekciju uz plakni (mv), bet vektorus $\mathbf{M}_0$ un $\mathbf{M}_{xx}$ — ar vektoriem $\mathbf{L}_0$ un $\mathbf{L}_{xx}$, viegli pierādīt (atkārtojot 76. § teikto), ka *kustības daudzuma moments attiecībā pret asi vienlīdzīgs kustības daudzuma momenta projekcijai uz šo asi, ja šis kustības daudzuma moments ņemts pret jebkuru punktu, kas atrodas uz šīs ass* (38. §).

Ņemot visu daļiņu (kas veido rotējošo ķermeni) kustības daudzuma momentu sumu, iegūst visa dotā ķermeņa kustības daudzuma momentu:

$$\mathbf{L} = \Sigma mv \,.\, r = \Sigma m . \omega r \,.\, r = \Sigma m \omega r^2$$

jeb, ņemot aiz sumas zīmes visiem punktiem kopīgo reizinātāju ω un ievērojot, ka Σmr^2 ir inerces moments I, iegūst:

$$L = \omega \Sigma mr^2 = I\omega. \tag{11}$$

Tātad *ķermeņa kustības daudzuma moments attiecībā pret griešanās asi vienlīdzīgs inerces momenta reizinājumam ar leņķa ātrumu.*

Ņemsim pamatvienādojumu

$$\mathbf{M} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$$

un aplūkosim atsevišķo gadījumu, kad uz ķermeni nedarbojas nekādi ārējie spēki vai arī tie ir tādi, ka šo spēku rezultējošais attiecībā pret griešanās asi nedod momentu ($M = 0$). Tad

$$d(I\omega) = \mathbf{M} \,.\, dt = 0.$$

Bet, ja lieluma $I\omega$ maiņa ir nulle, tad pašam lielumam $I\omega$ jābūt pastāvīgam:

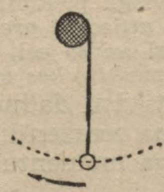
$$\mathbf{L} = I\omega = \text{const.} \tag{12}$$

Tātad, *ja uz ķermeni nedarbojas ārēji spēki* (vai to rezultējošais moments attiecībā pret griešanās asi ir nulle), *tad ķermeņa kustības daudzuma moments attiecībā pret griešanās asi paliek nemainīgs.* Šo likumu sauc par kustības daudzuma momenta (attiecībā pret griešanās asi) nezūdamības likumu. Saprotams, ka šis likums ir tiešs secinājums (izdevīgs pārfrazējums) agrāk pierādītam (II nodaļā, 39. §) likumam par kustības daudzuma momenta (attiecībā pret punktu) nezūdamības likumu.

Atzīmēsim dažus piemērus, kas ilustrē kustības daudzuma momenta nezūdamības likumu.

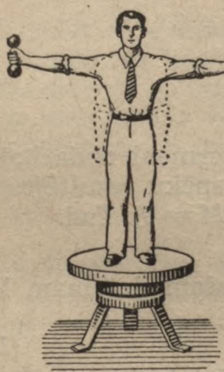
Vingrotājs, izdarot salto mortale lēcienu (152. zīm.), piespiež rokas un kājas rumpim. Ar to viņš samazina savu inerces momentu; bet, tā kā reizinājumam $I\omega$ jāpaliek nemainīgam, tad

152. zīm. Salto mortale.



153. zīm.

leņķa ātrums ω pieaug un vingrotājs īsajā laika sprīdī, kamēr tas atrodas gaisā, pagūst izdarīt pilnu apgriezienu.



154. zīm. Cilvēka (kas stāv uz soliņa) griešanās paātrinās, ja viņš nolaiž rokas; griešanās palēninās, ja viņš rokas paceļ.

155. zīm. Ja izdara kustību ar rokām uz vienu pusi, tad kājas kopā ar soliņa augšējo platformu pagriežas uz pretējo pusi.

156. zīm. Ja virs galvas paceļ velosipeda riteni un sāk to griezt, tad griezējs kopā ar platformu sāks griezties pretējā virzienā.

Diegu, kuram piekārta lodīte, tin uz nūjas (153. zīm.); diega garumam samazinoties, samazinās arī lodītes inerces moments, un tādēļ pieaug leņķa ātrums. Vairākus interesantus mēģinājumus var izdarīt, ja nostājas uz platformas, kas griežas lodīšu gultnī. 154., 155. un 156. zīmējumā attēloti daži šādi mēģinājumi.

84. §. Griešanās kustības kinetiskā enerģija. Ja ķermenis kustas taisnā virzienā, tad visiem ķermeņa punktiem ir viens un tas pats ātrums v. Kādas ķermeņa daļiņas (kuras masa ir m_i) kinetiskā enerģija ir $\frac{m_i v^2}{2}$, bet visa ķermeņa kinetiskā enerģija E ir šādu izteiksmju suma, t. i.,

$$E = \sum \frac{m_i v^2}{2}.$$

Ņemot kopīgo reizinātāju $\frac{v^2}{2}$ aiz sumas zīmes, iegūst:

$$E = \frac{v^2}{2} \sum m_i = \frac{m v^2}{2},$$

kur $\Sigma m_i = m$ ir dotā ķermeņa masa. Tātad taisnvirziena kustībā ķermeņa kinetiskai enerģijai ir tāda pati izteiksme kā materialā punkta kinetiskai enerģijai.

Ja ķermenis griežas ap kādu asi, tad punktu aploces ātrumi ir proporcionali šo punktu atstatumiem no griešanās ass:

$$v_i = \omega . r_1,$$

kur ω ir leņķa ātrums.

Ņemsim visu rotējošā ķermeņa daļiņu kinetiskās enerģijas sumu:

$$E = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum \frac{m_i . \omega^2 r_i^2}{2}.$$

Ņemsim visu daļiņu kopīgo reizinātāju $\frac{\omega^2}{2}$ aiz sumas zīmes:

$$E = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i . r_i^2,$$

kur $\Sigma m_i . r_i^2$ nav nekas cits kā inerces moments I. Tātad rotējošā ķermeņa kinetisko enerģiju izteic šāda formula:

$$E = \frac{I \omega^2}{2}. \tag{13}$$

Šī formula atšķiras no tās formulas, kas nosaka ķermeņa kinetisko enerģiju taisnvirziena kustībā, ar to, ka te ķermeņa masas m vietā ir inerces moments I un ātruma v vietā ir leņķa ātrums ω.

Rotējošā spara rata lielo kinetisko enerģiju izmanto technikā, lai nodrošinātu mašinai vienmērīgu gaitu strauji svārstīgā slodzē. Lai sākumā iekustinātu spara ratu, kam liels inerces moments, mašinai jāpatērē ievērojams darbs, bet toties, pēkšņi palielinot slodzi, mašina neapstājas, bet turpina strādāt uz spara rata kinetiskās enerģijas krājuma rēķina.

Sevišķi masivus spara ratus lieto velmēšanas iekārtās, kuras dzen elektromotors. Lūk, viena tāda spara rata apraksts: «Rata diametrs ir 3,5 m, un tas sver 41 t. Pie normalā ātruma $600 \frac{\text{apgr}}{\text{min}}$ šā rata kinetiskās enerģijas krājums ir tāds, ka velmēšanas momentā rats dod mašinai 20 000 ZS lielu jaudu. Berze gultņos ir samazināta līdz minimumam, lietojot spiediena eļļošanu; lai novērstu inerces centrifugalspēku kaitīgo darbību, ritenis ir līdzsvarots tā, ka 30 g svars, kas piestiprināts riteņa lokam, spēj to jau iekustināt».

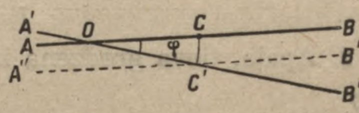
Salīdzinot pēdējo triju paragrafu un 9. § vienādojumus ar taisnvirziena kustības likumiem, viegli ievērot, ka formulas, kas izsaka griešanās kustību ap nekustīgu asi, ir analoģiskas ar taisnvirziena kustības formulām.

Sekojošā tabulā ir salīdzināti pamatlielumi un vienādojumi, kas nosaka šīs kustības.

Taisnvirziena kustība		Griešanās kustība (ap nekustīgu asi)	
masa	m	I	. inerces moments
ceļš	s	φ	. pagrieziena leņķis
ātrums	$v=\frac{ds}{dt}$	$\omega=\frac{d\varphi}{dt}$	. . . leņķa ātrums
paātrinājums . . .	$j=\frac{dv}{dt}$	$\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}$	leņķa paātrinājums
kustības daudzums .	mv	$I\omega$	kustības daudzuma moments
spēks	F	M	. . spēka moments
pamatvienādojums .	$\left\{\begin{array}{l} F=mj \\ F=\frac{d(mv)}{dt} \end{array}\right.$	$\left.\begin{array}{l} M=I\varepsilon \\ M=\frac{d(I\omega)}{dt} \end{array}\right\}$	. pamatvienādojums
darbs	$F.s$	$M\varphi$	. . . . . darbs
kinetiskā enerģija .	$\frac{mv^2}{2}$	$\frac{I\omega^2}{2}$	. kinetiskā enerģija

85. §. Dažu ķermeņu inerces momenti. Aplūkosim inerces momenta atkarību no griešanās ass stāvokļa.

Pieņemsim, ka stienītis AB (157. zīm.), kura smaguma centrs ir punkts C, griežas ar leņķa ātrumu ω ap asi O, kas ir perpendikulara zīmējuma plaknei. Pieņemsim, ka kādā laika posmā stienis pārvietojas no stāvokļa AB stāvoklī $A'B'$ un smaguma centrs izveido loku CC'. Šo stieņa pārvietojumu var uzlūkot par tādu, pie kura stienis vispirms pārvietojas taisnā virzienā (paliekot sev paralels) stāvoklī $A''B''$ un pēc tam pagriežas ap C' stāvoklī $A'B'$. Apzīmēsim OC (smaguma centra attālumu no griešanās ass) ar a, un leņķi BOB' ar φ. Stienim pārvietojoties no stāvokļa AB stāvoklī $A''B''$, katra daļiņa stienī pārvietojas tāpat kā smaguma centrs, t. i., pārvietojums vienlīdzīgs CC' jeb $a\varphi$. Lai uzzinātu stieņa īsto kustību, varam iedomāties, ka abas kustības noris vienā laikā. Ievērojot to, stieņa kinetisko enerģiju (ja stieņa griešanās leņķa ātrums ap asi, kas iet caur O, ir ω) var sadalīt divās daļās. Pirmā daļa ir stieņa taisnvirziena kustības kinetiskā enerģija, pie kam visiem stieņa punktiem ir viens un tas pats ātrums. Stieņa kāda punkta ātrums, proti, punkta C ātrums, mums ir zināms: tas ir $a\,.\,\omega$,



157. zīm.

tātad šī kinetiskās enerģijas daļa ir $\frac{1}{2}m(a\omega)^2$, kur m ir stieņa masa. Kinetiskās enerģijas otra daļa ir stieņa griešanās kustības kinetiskā enerģija, kas rodas, stienim griežoties ar leņķa ātrumu ω ap smaguma centru C. Tā ir $\frac{1}{2}I_c\omega^2$, kur I_c ir stieņa inerces moments attiecībā pret asi, kas iet caur smaguma centru un ir paralela asij, kas iet caur O. Pieņemsim tagad, ka I ir stieņa inerces moments attiecībā pret asi, kas iet caur O; aplūkojot stieņa kustību kā griešanos ap asi O, varam apgalvot, ka stieņa kinetiskā enerģija ir $\frac{1}{2}I\omega^2$. Tādēļ

$$\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}I_c\omega^2+\frac{1}{2}ma^2\omega^2.$$

Saīsinot visus vienādojuma locekļus ar $\frac{\omega^2}{2}$, dabū

$$I=I_c+ma^2. \qquad (14)$$

Tātad *inerces moments attiecībā pret jebkuru griešanās asi vienlīdzīgs inerces momentam attiecībā pret asi, kas paralela dotai asij un iet caur smaguma centru, plus ķermeņa masas* *reizinājumam ar kvadratā ņemtu ķermeņa smaguma centra atstatumu no griešanās ass.*

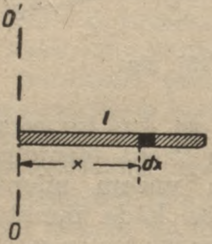
Ķermeņu inerces momentu aprēķināšanai lieto integrālrēķinus[1].

Minētos aprēķinus šeit neizdarot, atzīmēsim dažu ķermeņu inerces momentu vērtības (pieņem, ka katram ņemtajam ķermenim visās vietās ir vienāds blīvums).

1. Taisna, tieva *stieņa* inerces moments attiecībā pret asi, kas ir perpendikulara pret stieni un iet caur tā galu (158. zīm.):

$$I = \frac{1}{3} ml^2. \tag{15}$$

2. Apaļa, tieva gredzena inerces moments attiecībā pret asi,



158. zīm.

159. zīm.

160. zīm.

161. zīm.

162. zīm.

kas iet caur gredzena centru un ir perpendikulara pret tā plakni (159. zīm.):

$$I = mr^2. \tag{16}$$

3. Apaļa *diska* (vai *cilindra*) inerces moments attiecībā pret asi, kas iet caur tā centru un ir perpendikulara plaknei (p o l a r a i s diska inerces moments; 160. zīm.):

$$I = \frac{1}{2} mr^2. \tag{17}$$

---

[1] Lai gūtu priekšstatu par šādu aprēķinu gaitu, aprēķināsim stieņa inerces momentu attiecībā pret stienim perpendikularu asi (158. zīm.). Pieņemsim, ka q ir stieņa šķērsgriezums, bet ρ ir blīvums. Ņemsim elementari mazu stieņa daļu, kuras garums ir dx un kura atrodas atstatumā x no griešanās ass. Tad daļiņas masa ir $dm = q \, . \, dx \, . \, \rho$. Tā kā daļiņa atrodas attālumā x no griešanās ass, tad tās inerces moments ir $dI = q \, . \, dx \, . \, \rho \, . \, x^2$. Integrējot robežās no nulles līdz l,

$$I = \int_0^l q \, . \, \rho \, . \, x^2 dx = q \, . \, \rho \int_0^l x^2 dx = q \, . \, \rho \left[\frac{1}{3} x^3\right]_0^l = \frac{1}{3} q \, . \, \rho l^3,$$

bet, tā kā $q \, . \, \rho \, . \, l$ ir visa stieņa masa m, tad $I = \frac{1}{3} ml^2$.

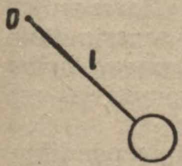
Plāna, apaļa diska inerces moments attiecībā pret asi, kas sakrīt ar tā diametru (ekvatorialais diska inerces moments; 161. zīm.):

$$I = \tfrac{1}{4}\, mr^2. \tag{18}$$

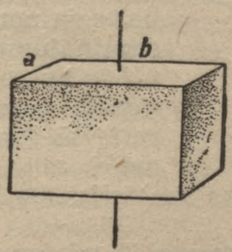
4. *Lodes* inerces moments attiecībā pret asi, kas sakrīt ar tās diametru (162. zīm.):

$$I = \tfrac{2}{5}\, mr^2. \tag{19}$$

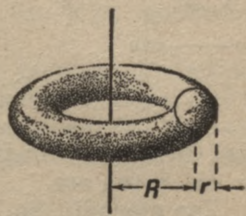
Noteiksim inerces momentu lodei attiecībā pret asi, kas iet caur punktu O, ja lodes masa ir m un radiuss r un ja tā piekārta punktā O diegā, kura garums ir l («fizikalais svārsts»,



163. zīm.



164. zīm.



165. zīm.

163. zīm.). Tā kā lodes inerces moments attiecībā pret diametru jeb — citiem vārdiem — attiecībā pret asi, kas iet caur smaguma centru, ir $\frac{2}{5}\, mr^2$, bet atstatums starp asīm šai gadījumā ir $l + r$, tad — ņemot vērā formulu (14) — meklējamais inerces moments ir

$$I = \tfrac{2}{5}\, mr^2 + m(l + r)^2. \tag{20}$$

5. *Plānas sferiskas kārtas (čaulas)* (kuras radiuss ir r) inerces moments attiecībā pret asi, kas iet caur centru:

$$I = \tfrac{2}{3}\, mr^2. \tag{21}$$

Biezas sferiskas kārtas (čaulas) (*tukšas lodes*, kuras ārējais radiuss ir R un iekšējais radiuss r) inerces moments attiecībā pret asi, kas iet caur centru:

$$I = \tfrac{2}{5}\, m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}. \tag{22}$$

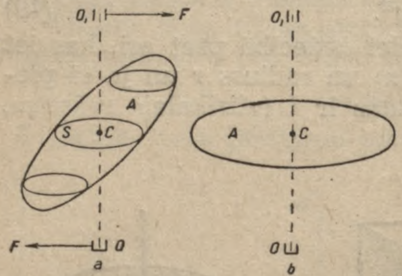
6. *Taisnstūru paralelepipeda* inerces moments attiecībā pret simetrijas asi (164. zīm.):

$$I = \tfrac{1}{12}\, m(a^2 + b^2). \tag{23}$$

7. *Gredzena (tora)* inerces moments (165. zīm.):

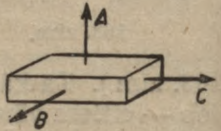
$$I = m(R^2 + \tfrac{3}{4} r^2). \tag{24}$$

86. §. Brīvās asis. Ja ķermenis A griežas ap asi OO_1, kas iet caur ķermeņa smaguma centru C (166*a*. zīm.), tad centripetalos spēkus, kuri nepieciešami to ķermeņa daļu griešanai, kas atrodas virs un zem vidējā šķērsgriezuma, var izsaukt tikai gultņu O un O_1 spiediens uz asi. Tādēļ arī ass izdarīs spiedienu uz gultņiem. Ja ķermenim ļauj pagriezties ap horizontalu asi, tad tas ieņems stāvokli, kāds redzams 166. zīmējumā *b*, kur visi centripetalie spēki līdzsvarojas un uz asi OO_1 nedarbojas nekādi spēki. Tādā gadījumā augšējais gultnis ir pavisam lieks; ja noņemsim augšējo nostiprinājumu, tad ass stāvoklī nekas negrozīsies. Tādu *asi, attiecībā pret kuru līdzsvarojas rotējošā ķermeņa centripetalie spēki, sauc par ķermeņa brīvo asi*. Ja ķermenim ir pilnīgas simetrijas ass, tas šī simetrijas ass ir arī brīvā ass.



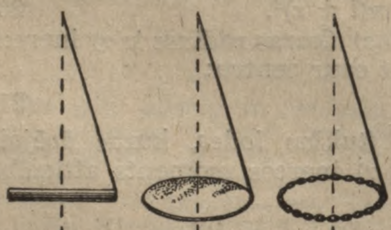
166. zīm.

Var pierādīt, ka *katrā ķermenī ir trīs savstarpēji perpendikularas brīvās asis*. Piemēram, kārbiņai, kas attēlota 167. zīmējumā, brīvās asis ir trīs savstarpēji perpendikularas taisnes A, B un C, kas iet caur kārbiņas smaguma centru. Lielākais inerces moments ir attiecībā pret A asi, mazākais pret C asi, bet vidēja vērtība inerces momentam ir attiecībā pret B asi.



167. zīm.

Pieņemsim, ka ķermenis griežas ap kādu brīvo asi bez ārējo spēku pielikšanas. Attiecībā pret griešanās stabilitati nav vienalga, kura brīvā ass ir ņemta par griešanās asi. Mēģinājumi un teorija rāda, ka griešanās ap asīm, kurām ir vislielākais un vismazākais inerces moments, izrādās stabila, bet griešanās ap asi ar vidēju inerces momentu — nestabila.



168. zīm. Brīvās asis: *a* — nūjiņa; *b* — kartona ripa; *c* — ķēdīte.

Ja kārbiņu sviež uz augšu, liekot tai griezties ap asi A vai C, griešanās notiek vienmērīgi bez šūpošanās. Bet, ja mēģina kārbiņu griezt ap asi B, tad griešanās arvien beidzas ar šūpošanos.

Aplūkosim dažus vienkāršus mēģinājumus, no kuriem var gūt uzskatāmu priekšstatu par brīvām griešanās asīm.

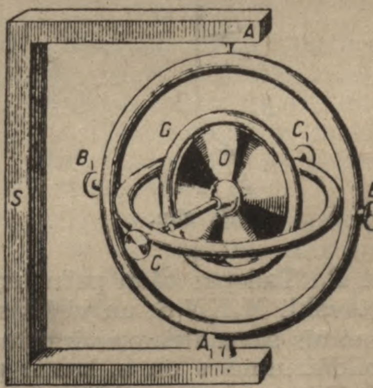
Ja nūjiņu vienā galā piekar diegā un diega otru galu ar centrifugalo mašinu vai pirkstiem ātri griež (168*a*. zīm.), tad nūjiņa griežas horizontalā plaknē ap vertikalu asi, kas ir perpendikulara pret nūjiņu un iet caur tās viduspunktu. Tā ir brīvā griešanās ass, bet nūjiņas inerces moments tādā ass stāvoklī ir maksimals.

Tāpat horizontalā plaknē griezīsies smags gredzens vai bieza kartona ripa, kas pakārta aiz malas (168*b*. zīm.).

Ja tādam pašam mēģinājumam ņem ķēdīti, kuras gali savienoti, tad tā sakārtojas horizontala gredzena veidā (168*c*. zīm.) un izturas tā, it kā tā būtu elastīgs ciets ķermenis. Arī tad, ja diegu ar ķēdīti strauji kustina uz augšu un leju, gredzens paliek horizontalā plaknē.

Jēdzienam par brīvo griešanās asi liela nozīme technikā. Rotējošām mašinas daļām jāliek griezties ap to brīvajām asīm vai, kā saka, tās labi jācentrē, jo citādi spiedienam uz asi, sevišķi pie lieliem ātrumiem, var būt kaitīgas sekas, kas var beigties ar mašinas salaušanu.

87. §. Žiroskops. Par žiroskopu sauc cietu ķermeni, kas ar lielu leņķa ātrumu griežas ap kādu asi, kura vispārīgā gadījumā maina savu stāvokli kā telpā, tā arī pašā ķermenī. Parasti žiroskops ir ciets, homogens rotacijas ķermenis, kura smaguma centrs atrodas uz ģeometriskās ass. Technikā lieto žiroskopu, kas izveidots kā ripa ar masivu loku.



169. zīm. Žiroskops kardana iekarē.

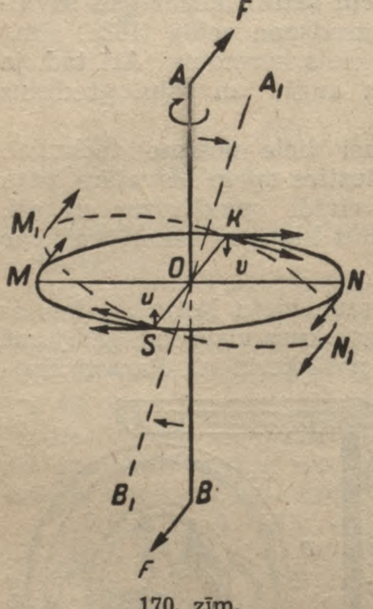
Galvenais jautājums žiroskopa teorijā ir sakarības noteikšana starp ārējiem spēkiem, kas darbojas uz žiroskopu, tā ass stāvokļa maiņu un inerces spēkiem, kas pie tam attīstās.

Ja žiroskopam liek griezties ap tā simetrijas (brīvo) asi, tad tas cenšas paturēt savas ass virzienu telpā nemainīgu; žiroskops ir jo stabilāks, jo lielāks tā leņķa ātrums un jo lielāks ir žiroskopa inerces moments attiecībā pret griešanās asi.

To var parādīt, piemēram, ar B o n e n b e r g e r a žiroskopa ierīci (169. zīm.). Šeit realizēta t. s. *kardana iekare*. Statīvā *S* ap asi AA_1 var griesties ārējais gredzens, kura iekšpusē ap asi BB_1, kas perpendikulara pret asi AA_1, var griezties otrs gredzens. Šā gredzena iekšpusē ap asi CC_1, kas ir perpendikulara pret asi BB_1, griežas žiroskops O.

Tādā iekārtojumā žiroskopa ass var brīvi ieņemt jebkuru virzienu telpā.

Ja žiroskopu ar aukliņu sāk ātri griezt ap simetrijas asi, tad šīs ass virziens paliek nemainīgs, lai kā arī grozītos stativa S stāvoklis.



170. zīm.

Ja rotējošam žiroskopam pieliek spēku pāri, kas cenšas to pagriezt ap asi, kas ir perpendikulara žiroskopa griešanās asij, tad žiroskops pagriezīsies, bet tikai ap trešo asi, kas perpendikulara pirmajām divām asīm. Aplūkosim šo pirmajā acu uzmetienā pārsteidzošo parādību un noskaidrosim šīs parādības cēloņus.

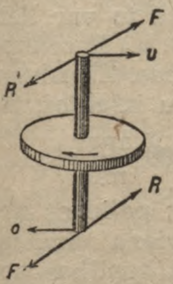
Pieņemsim, ka AB (170. zīm.) ir žiroskopa ass, bet aploce $MKNS$ ir ar asi AB saistīta gredzena schematisks attēls. Ja žiroskops griežas pulksteņa rādītāja kustības virzienā, skatoties no ass gala A, tad aploces $MKNS$ punktu ātrumi vērsti aploces pieskaru virzienā, kā tas parādīts zīmējumā.

Noskaidrosim, kādi spēki jāpieliek, lai žiroskopa ass AB pagrieztos pa ļoti mazu leņķi, pārejot no stāvokļa AB stāvoklī A_1B_1. Tad par tādu pašu leņķi pagriezīsies arī aploce, ieņemot stāvokli M_1KN_1S, un visi tās punkti, izņemot punktus M un N, mainīs savu ātrumu virzienus. Punkti K un S iegūs dažus papildātrumus v un u, kas ir paraleli asij AB. Pusaploces MSN dažādo punktu papildātrumi ir paraleli ar u, un to lielums svārstās no 0 līdz u. Tāpat arī pusaploces MKN punktu papildātrumi ir paraleli ar v un to lielumi svārstās no 0 līdz v. Lai ierosinātu šos papildātrumus, jāpieliek pusaploces MSN punktiem spēki, kas ir paraleli ar OA, bet pusaploces MKN punktiem jāpieliek spēki, kas ir paraleli ar OB. Visu šo spēku kopu var aizstāt ar kādu spēku pāri, kura asij ir ON virziens. Divus spēkus F, kas veido šo pāri, var pielikt kādiem žiroskopa punktiem, piemēram, tā ass galiem A un B.

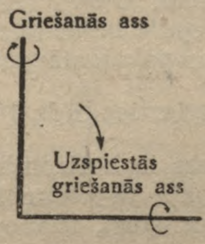
Tādējādi nonākam pie šāda slēdziena: lai grieztu žiroskopa asi AB ap kādu tai perpendikularu asi KS, žiroskopam jāpieliek moments, kurš to grieztu ap asi MN, kas ir perpendikulara pirmajām divām asīm.

Un otrādi, ja žiroskopam pieliek griezes momentu, kurš griež to ap kādu asi, kas ir perpendikulara žiroskopa griešanās asij, tad žiroskops griežas ap trešo asi, kas perpendikulara divām pirmajām asīm.

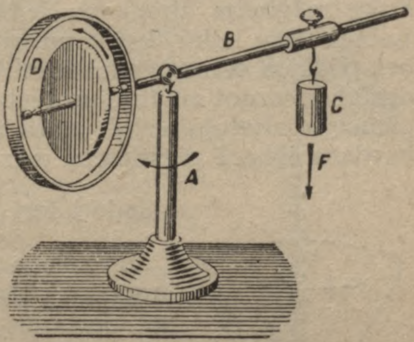
Griežoties žiroskopa ass izdara spiedienu uz atbalstiem (vai



171. zīm.



172. zīm.



173. zīm.

uz gultņiem, kuros tā ielikta), kas vienlīdzīgs pieliktiem spēkiem F. Attīstās t. s. *žiroskopiskie spēki,* pie kam žiroskopiskais moments ir vienlīdzīgs, bet pretējs pielikto spēku momentam.

171. zīmējumā ir schematiski attēlots žiroskops; bulta norāda tā griešanās virzienu; F ir aktivie spēki, kurus pieliekam žiroskopam; v ir pārvietojuma virziens; R ir žiroskopa spēki.

No iepriekš teiktā izriet šāds vispārīgs noteikums: *žiroskops cenšas nostādīt savu griešanās asi tā, lai ass veidotu iespējami mazāku leņķi ar piespiedu griešanās asi un lai abas rotacijas notiktu vienā un tai pašā virzienā* (172. zīm.).

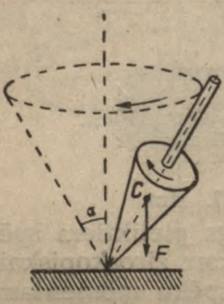
Žiroskopa ass tieksme sakrist ar papildgriešanās asi ir žiroskopa darbības pamatlikums.

Šis noteikums turpmāk palīdzēs dažos gadījumos noteikt žiroskopa ass pagriešanās virzienu, citos atkal — žiroskopa spēku virzienu[1].

[1] Pirmajā gadījumā par piespiedu griešanās asi jāpieņem virziens, kas ir perpendikulars pret FI, bet otrā gadījumā — virziens, kas ir perpendikulars pret vv. Par pozitivo ass galu pieņem to, no kura griešanās liekas notiekam pulksteņa rādītāja kustības virzienā.

Visu iepriekš teikto eksperimentali var parādīt ar F e s e l a žiroskopu (173. zīm.). Uz stativa A ar locīklu ir piestiprināts stienītis B, kas var griezties kā vertikalā, tā arī horizontalā plaknē. Uz stienīša B viena gala atrodas pārbīdāms svars C, bet uz otra gala — gredzens, kurā ielikts rotējošais disks D. Kad svars C līdzsvaro disku, tad ierīces daļas patur doto stāvokli, kaut arī disks grieztos. Ja svars ir lielāks un tas ar spēku F cenšas pagriezt sistemu vertikalā plaknē uz leju, tad sistema sāk griezties horizontalā plaknē tādā virzienā, kā tas ar bultu norādīts (saskaņā ar iepriekš minēto noteikumu).

88. §. Žiroskopa lietošana. Žiroskopu izgudroja F u k o 1852. g. Fuko mēģināja žiroskopu izmantot Zemes griešanās pierādījumam. Ilgu laiku žiroskopu uzlūkoja par interesantu rotaļlietu, bet pēdējos četros gadu desmitos noskaidrojās, ka to var lietderīgi izmantot zinātnē un technikā. O b r i (1898. g.) žiroskopa principu izlietoja *ierīcē, ar ko regulē mīnu kustības.* Žiroskopu kardana iekarē piestiprina mīnas pakaļgalā; mīnu izšaujot, tas sāk ļoti ātri griezties $\left(\text{līdz } 10\,000 \frac{\text{apgr}}{\text{min}}\right)$.



174. zīm.

Žiroskopa ass ir horizontala; paliekot nemainīgā stāvoklī, tā patur šāviena virzienu un darbojas uz stūri, izlabojot kustības novirzienu.

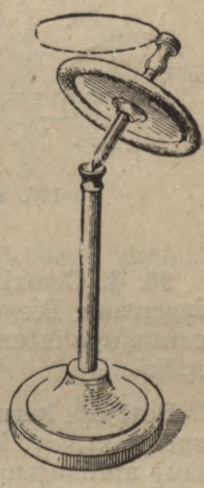
Viens no svarīgākiem žiroskopa lietošanas veidiem ir *žiroskopiskie stabilizatori,* kuru uzdevums ir nestabilas sistemas novadīt stabila līdzsvara stāvoklī vai uzlabot jau esošo līdzsvaru. Š l i k s 1905. g. ieteica izmantot žiroskopu kuģu šūpošanās samazināšanai. Tādus žiroskopiskus kuģu stabilizatorus konstruēja S p e r i; tos ierīko okeanu tvaikoņos. Ir konstruēti stabilizatori arī viensliežu dzelzceļiem; masivs, ātri rotējošs žiroskops atrodas viensliežu dzelzceļa vagonā un neļauj vagonam apgāzties. Žiroskopisko stabilizatoru rotoru svars ir no 1—100 t un vēl vairāk.

A n š i c s konstruēja *žiroskopisko kompasu,* kuru plaši lieto sevišķi kara flotē. Anšica žirokompass ir ātri rotējošs vilciņš $\left(\text{trijfazu maiņstrāvas motors, kam } 25\,000 \frac{\text{apgr}}{\text{min}}\right)$, kas uz sevišķa pludiņa peld traukā ar dzīvsudrabu un kura ass ir meridiana plaknē. Šai gadījumā ārējā griešanās momenta avots ir Zemes diennakts griešanās ap tās asi. Zemes griešanās iedarbībā žiroskopa griešanās ass cenšas virzienā sakrist ar Zemes griešanās asi; bet, tā kā Zemes griešanās iedarbojas uz žiroskopu nepārtraukti, tad žiroskopa ass beidzot arī ietur šo stāvokli, t. i., nostājas gar meridianu un turpina tajā palikt tāpat kā parastā magnetadata.

Neskatoties uz to, ka traucējumu novēršana, ko izsauc kuģu šūpošanās, ir saistīta ar konstruktivām grūtībām, žirokompasi ar panākumiem aizstāj magnetkompasus, kuru rādījumus stipri vien sagroza kuģu dzelzs daļu un elektrisko ierīču ietekme.

Pēc žiroskopa principa pagatavo instrumentus, kas rāda vietas platumu, un izgatavo arī aparatus, kas atļauj noteikt horizontalo plaknes stāvokli — *mākslīgo horizontu*. Žiroskopa mākslīgajam horizontam ir sevišķi ievērojama nozīme aeroplanu lidojumos naktī un miglā.

89. §. Precesija. Aplūkosim vēl vilciņa kustību, kas attēlota 174. un 175. zīmējumā. Smaguma spēka iedarbībā vilciņš lēni krīt; pateicoties smaguma spēka griešanās momentam, vilciņa ass veido riņķa konusa virsmu. Vilciņa ass kustību sauc par *precesiju* un ass veidoto konusu par *precesijas konusu*. Abas kustības — vilciņa griešanās ap simetrijas asi un šīs ass precesijas kustība — noris uz vienu un to pašu pusi. Vilciņa kustības raksturs nav grūti izprotams, ja izmanto iepriekš noskaidroto noteikumu: patiešām, piespiedu griešanās ass tai momentā, kas attēlots 174. zīmējumā, ir vērsta perpendikulari pret zīmējuma plakni. Vilciņa griešanās ass tiecas kļūt tai paralela; bet, tā kā ass apakšējais gals ir nekustīgs, tad virsējais gals kustas perpendikulari pret zīmējuma plakni virzienā uz novērotāju.



175. zīm. Vilciņš, kas griežas slīpā stāvoklī, negāžas; vilciņa ass veido konusu.

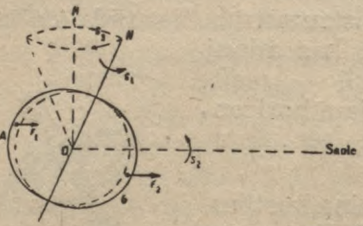
Ja precesijas leņķis α patur vienu un to pašu lielumu, tad precesiju sauc par *precizu*. Aprakstīto ass kustību parasti pavada precesijas leņķa niecīgas periodiskas maiņas; tādu kustību sauc par *nutaciju*.

Interesants precesijas kustības gadījums ir Zemes ass kustība.

Tā kā Zeme nav īsta lode, bet nedaudz saspiests rotacijas elipsoids, tad Saules pievilkšana dod rezultējošo spēku, kas neiet caur Zemes masas centru (kā tas notiktu lodes gadījumā). Daļas B (176. zīm.), kas tuvāk Saulei, tiek vairāk pievilktas nekā daļas

A, un tādēļ spēku F_1 un F_2 rezultējošais neiet caur masu centru (punktu O) un izveido attiecībā pret to griešanās momentu, kas cenšas pagriezt Zemi virzienā, ko norāda bulta S_2.

Ja Zeme negrieztos, tad tās ass ON neizbēgami sakristu ar OK virzienu (statenis pret Zemes orbitas plakni), un šai gadījumā spēku F_1 un F_2 rezultējošais ietu caur punktu O. Bet, Zemei griežoties, tās ass veido procesijas konusu virzienā, ko rāda bulta S_3; to var viegli konstatēt, ja lieto iepriekšējo noteikumu.



176. zīm.

Zemes ass precesijas kustība noris ļoti lēni: pilnu konusu tā izveido apmēram 25 800 gados. Analoģiski Saulei darbojas arī Mēness; bet tas ir daudz tuvāk Zemei, un tādēļ Mēness nozīme precesijā ir daudz ievērojamāka nekā Saules nozīme. Tā kā Saules un Mēness precesijas spēki pastāvīgi maina savu lielumu, tad precesijas parādība ir ļoti komplicēta.

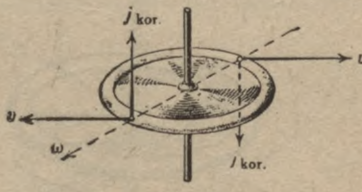
90. §. Centrifugalo un pagrieziena (Koriolisa) inerces spēku izpausme. Pie cietu ķermeņu griešanās kustības novērojami *centrifugalie* un dažos gadījumos tā saucamie *Koriolisa inerces spēki.*

Rotējošā ķermeņa katra daļiņa m_1 attīsta centrifugalu inerces spēku $m_1\omega^2 r$, kas pielikts ķermeņa blakusdaļiņām, kuras neļauj aplūkojamai daļiņai attālināties no griešanās ass. Tādēļ rotējošā cietā ķermeņa viela atrodas piepūlētā stāvoklī: inerces spēki, kas vērsti pa radiusu no centra, tiecas atraut vielas ārējās kārtas no iekšējām. Ja vielas izturība nav pietiekoša, tad pie liela griešanās ātruma centrifugalie inerces spēki sagrauj ķermeni, saraujot to daļās. Lai izvairītos no tādām avarijām, visas tādas daļas mašinā, kas ātri griežas (rotorus) un ātri skrejošus spara ratus izgatavo no visizturīgākiem metaliem (parasti tērauda).

Par centrifugalo inerces spēku lielumu mašinu rotējošās daļās var spriest no šādiem piemēriem. Speri žiroskopa rotors, kas domāts liela tvaikoņa šūpošanās samazināšanai, sver 110 t, un tā diametrs ir 4 m; rotors apgriežas 900 reizes minutē. Pie minētā apgriezienu skaita centrifugalais spēks, ko attīsta jebkura masa, kas atrodas uz rotora loka, 2000 reizes lielāka par šīs masas svaru. Anšica žirokompasa rotors, kura diametrs ir 12 cm un kas sver 2,5 kG, apgriežas 20 000 reizes minutē. Centrifugalais spēks, ko attīsta kāda masa uz rotora loka, ir 25 000 reizes lielāks par šīs masas svaru.

Vairāki piemēri, kuros izpaužas centrifugalais inerces spēks, ir jau aplūkoti 30. paragrafā.

Katrs inerces spēks ir ķermeņa reakcija, kas pielikta saitēm un kas rodas tad, kad ķermenis, pateicoties saitēm, tiek paātrināts. Starp citu, ja ķermenis iegūst pagrieziena (Koriolisa) paātrinājumu (kura rašanos aplūkojām 14. §), tad ķermenis attīsta *pagrieziena (Koriolisa) inerces spēku*, kas vienlīdzīgs ķermeņa masas reizinājumam ar Koriolisa paātrinājumu, vērsts pretēji Koriolisa paātrinājumam un pielikts saitēm.

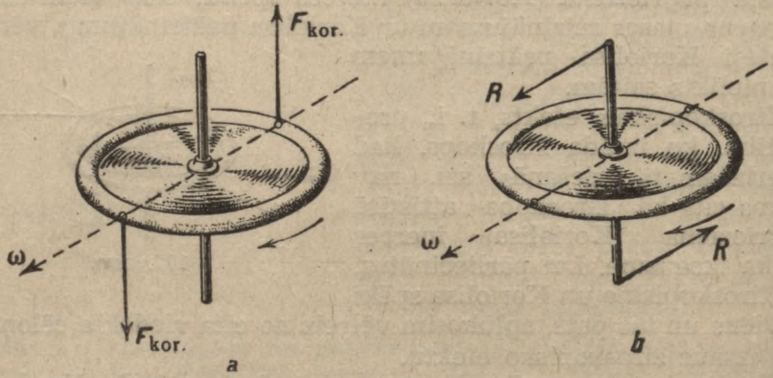


177. zīm.

Žiroskopiskais efekts, t. i., pretestība, ko izrāda žiroskops, kad pagriežam tā griešanās asi, nav nekas cits kā žiroskopa attīstītā pagrieziena (Koriolisa) inerces spēka izpausme. Lai pārliecinātos, ka žiroskopiskie un Koriolisa spēki ir viens un tas pats, aplūkosim vēlreiz no cita viedokļa cēloņus, kas izsauc žiroskopisko efektu.

Pieņemsim, ka novērotājs tur rokās ātri rotējoša žiroskopa asi (ass gultņus) un pagriežoties maina žiroskopa ass stāvokli telpā, bet nemaina attiecībā pret žiroskopu sava ķermeņa un roku stāvokli. Ņemsim koordinatu sistemu, kas saistīta ar minēto novērotāju. Attiecībā pret astronomisko inercialo koordinatu sistemu minētā koordinatu sistema ir kustīga; pārnešanas kustība šai gadījumā ir novērotāja pagrieziens. Pieņemsim, ka novērotājs pagriežas ar leņķa ātrumu ω. 177. zīmējumā ass, ap kuru pagriežas kopā žiroskops, novērotājs un orientēšanas kustīgā sistema, attēlota ar raustītu bultu un apzīmēta ar ω. Žiroskopa leņķa ātrumu apzīmēsim ar ω', bet žiroskopa kādas daļiņas aploces ātrumu apzīmēsim ar $v = \omega' r$ (kur r ir daļiņas atstatums no žiroskopa ass). Skaidrs, ka v šai gadījumā apzīmē relativās kustības ātrumu (pirmajā nodaļā mēs šo relativās kustības ātrumu apzīmējām ar w). Saskaņā ar 14. paragrafā teikto, Koriolisa paātrinājums ir vērsts perpendikulari pret orientēšanas kustīgās sistemas pagrieziena asi un perpendikulari pret relativo ātrumu uz to pusi, no kurienes pārvietojums no pagrieziena ass uz relativā ātruma vektoru redzams sakrītam ar pulksteņa rādītāja kustības virzienu. Tātad to daļiņu Koriolisa paātrinājums j_{kor}, kas atrodas uz pagrieziena ass, ir vērsts tā, kā tas redzams 177. zīmējumā. Minēto daļiņu attīstītā Koriolisa inerces spēka virziens parādīts

178*a*. zīmējumā. Tā kā Koriolisa paātrinājums ir proporcionals kustīgās sistemas pagrieziena ass un relativā ātruma virziena veidotā leņķa sinusam, tad acīm redzot žiroskopa dažādo daļiņu Koriolisa paātrinājumam ir dažāds lielums. Tām daļiņām, kurām aploces ātrums dotajā momentā ir paralels pagrieziena asij, j_{kor} ir nulle. Ja ievēro žiroskopa simetriju, tad saprotams, ka visu žiroskopa daļiņu attīstīto Koriolisa inerces spēku suma dod spēku pāri, kas orientēts tāpat kā to daļiņu



178. zīm.

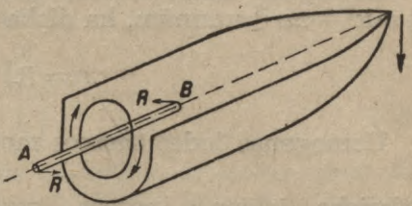
inerces spēki, kuras atrodas uz pagrieziena ass (178*a*. zīm.) Šis spēku pāris ir tā reakcija, ar kādu žiroskopa ass darbojas uz novērotāja rokām, kurš cenšas pagriezt žiroskopu (178*b*. zīm.).

179. zīm.

Zemei diennaktī griežoties, Koriolisa inerces spēki ietekmē kustības Zemes virsū. Zemes diennakts griešanos, kas noris no rietumiem uz austrumiem, var attēlot kā leņķa ātruma vektoru, kas vērsts Zemes ass virzienā no ziemeļpola uz dienvidpolu. Ja kāds ķermenis kustas ziemeļpuslodē pa meridianu no pola uz ekvatoru, tad šā ķermeņa Koriolisa paātrinājums vērsts pieskares virzienā pret Zemes virsmu uz austrumiem, un tātad Koriolisa inerces spēks, ko attīsta ķermenis, ir vērsts uz rietumiem (179. zīm.). Koriolisa inerces spēks, ko attīsta upe, kas tek no pola uz ekvatoru, ir pielikts upes rietumkrastam, kurš ar laiku izskalojas un tādēļ parasti ir augstāks nekā austrumu krasts.

Viegli saprast, ka dienvidpuslodē Koriolisa paātrinājums ķermenim, kas kustas no pola uz ekvatoru, ir vērsts uz to pašu pusi kā ziemeļpuslodē, t. i., uz austrumiem, bet Koriolisa inerces spēks — uz rietumiem.

Ar teikto izskaidrojams *pasatu vēju* virziens. Pie ekvatora sasildītā gaisa strāvas paceļas augšā un nopiūst uz poliem. Atmosferas apakšējā kārtā aukstais gaiss plūst no poliem uz ekvatoru. Gaisa apakšējā plūdumā Koriolisa inerces spēki rada spiedienu, kas novirza gaisa strāvas no meridiana uz rietumiem; tādēļ, tuvojoties tropiem, vējš iegūst pastāvīgu virzienu: ziemeļpuslodē no ziemeļaustrumiem, bet dienvidpuslodē no dienvidaustrumiem uz rietumiem.



180. zīm.

Koriolisa inerces spēkiem un it īpaši žiroskopiskiem spēkiem ir zināma nozīme visās technikas nozarēs, kur ir ātri rotējoši diski, riteņi, spararati utt. Dzelzceļu nozarē žiroskopiskie spēki izpaužas ceļu pagriezienos, palielinot riteņu vertikalo spiedienu uz ārējo sliedi un samazinot spiedienu uz iekšējo. Arī velosipeda kustībā žiroskopiskiem spēkiem ir liela nozīme, proti: rotējošo riteņu reaktivais moments veicina velosipeda stabilitati.

Dzinēji kuģos var izsaukt ievērojamus reaktivus momentus kā kuģa šūpošanās, tā arī kursa mainīšanas laikā. 180. zīmējumā ir redzams kuģa griezums, kur līdztekus korpusam novietota turbina *AB*. Kuģim šūpojoties garenvirzienā, turbinas ass maina savu stāvokli. Sakarā ar to rodas ass spiedieni uz gultņiem, kas var sasniegt ievērojamu lielumu. 180. zīmējumā redzams gadījums, kad kuģa priekšgals noliecas uz leju. Kad tas paceļas, spiedieni vērsti pretējos virzienos. Līdzīgas parādības novērojam arī aeroplana lidojumā, kur žiroskopu aizstāj propeleris un motors. Ja propeleris griežas pulksteņa rādītāja kustības virzienā (skatoties no lidotāja), tad pagriezienā pa labi iegūst reaktivo momentu, kas noliec aeroplana priekšējo daļu uz leju, bet pagriezienā pa kreisi — uz augšu. Jāatzīmē, ka, mainot lidojuma augstumu, aeroplans attiecīgi pagriežas ap vertikalo asi.

91. §. Ķermeņa ritēšana pa plakni. Inerces radiuss. Lai izpētītu tādu ķermeņu ritēšanu kā stīpa, disks, lode, ritenis, jāņem palīgā jēdziens par inerces radiusu. Par riteņa, diska, lodes utt. *inerces radiusu* r_i sauc noteiktas stīpas radiusu, proti, tādas stīpas radiusu, kurai ir tāda pati masa m un tāds pats inerces moments I, kāds ir aplūkojamam ķermenim (domāts inerces moments attiecībā pret pilnīgās simetrijas asi).

Stīpas inerces moments attiecībā pret asi, kas ir perpendikulara pret stīpas plakni un iet caur tās centru, vienlīdzīgs mr_i^2. Tātad saskaņā ar definiciju *jebkura ķermeņa inerces radiuss* r_i *ir saistīts ar ķermeņa masu* m *un inerces momentu* I *šādā sakarībā:*

$$I = mr_i^2. \tag{25}$$

Homogena diska inerces moments ir $\frac{1}{2}mR^2$. No sakarības: $\frac{1}{2}mR^2 = mr_i^2$ uzzinām, ka diska inerces radiuss

$$r_i = R\sqrt{\frac{1}{2}}. \tag{26}$$

Homogenas lodes inerces moments ir $\frac{2}{5}mR^2$, bet plāna sferiska slāņa inerces moments $\frac{2}{3}mR^2$. No sakarības $\frac{2}{5}mR^2 = mr_i^2$ uzzinām, ka *homogenas* lodes inerces radiuss

$$r_i = R\sqrt{\frac{2}{5}}, \tag{27}$$

un analoģiski tukšas *plānsienu lodes* inerces radiuss

$$r_i = R\sqrt{\frac{2}{3}}. \tag{28}$$

Riteņa inerces radiusu, ja riteņa masa ir m un inerces moments ir I, nosaka (no sakarības $I = mr_i^2$) formula:

$$r_i = \sqrt{\frac{I}{m}}. \tag{29}$$

Aplūkosim, kā pa plakni bez slīdēšanas ritoša ķermeņa griešanās enerģija ir saistīta ar tā paša ķermeņa taisnvirziena kustības enerģiju.

Ritoša ķermeņa taisnvirziena kustības enerģija ir $\frac{mv^2}{2}$, kur m ir ķermeņa masa un v ir taisnvirziena ātrums. Pieņemsim, ka ω apzīmē ritoša ķermeņa leņķa ātrumu, bet R — ķermeņa radiusu. Viegli izprast, ka ķermeņa taisnvirziena kustības ātrums, ķermenim ritot bez slīdēšanas, vienlīdzīgs ķermeņa aploces ātrumam punktos, kuros ķermenis saskaras ar plakni (laikā t, kad ķermenis veic vienu apgriezienu $\omega t = 2\pi$, ķermeņa smaguma centrs pārvietojas par attālumu $2\pi R$; tādēļ $v = \frac{2\pi R}{t} = \omega R$). Tātad:

$$E_{\text{taisnv}} = \frac{m\omega^2 R^2}{2}.$$

Griešanās enerģija

$$E_{\text{gr}} = \frac{I\omega^2}{2},$$

bet, tā kā inerces moments $I = mr_i$, kur r_i ir ķermeņa inerces radiuss, tad

$$E_{\text{gr}} = \frac{m\omega^2 r_i^2}{2};$$

tādēļ

$$\frac{E_{\text{gr}}}{E_{\text{taisnv}}} = \left(\frac{r_i}{R}\right)^2. \tag{30}$$

Tātad *ritoša ķermeņa griešanās enerģijas attiecība pret tā taisnvirziena kustības enerģiju vienlīdzīga ķermeņa inerces radiusa un ķermeņa īstā radiusa attiecības kvadratam.*

Izlietojot formulas (26), (27) un (28), dabūsim, ka:

a) ritošas stīpas (tāpat arī tukša plānsienu cilindra) griešanās kustības enerģija vienlīdzīga taisnvirziena kustības enerģijai;

b) homogena ritoša diska (tāpat arī masiva cilindra) griešanās enerģija vienlīdzīga pusei no taisnvirziena kustības enerģijas;

c) homogenas ritošas lodes griešanās enerģija ir $\frac{2}{5}$ no taisnvirziena kustības enerģijas;

d) tukšas plānsienu ritošas lodes griešanās enerģija ir $\frac{2}{3}$ no taisnvirziena kustības enerģijas.

No formulas (30) redzams, ka ritoša ķermeņa pilna enerģija arvien ir:

$$E_{\text{taisnv}} + E_{\text{gr}} = \frac{mv^2}{2}\left[1 + \left(\frac{r_i}{R}\right)^2\right]. \tag{31}$$

Atrisinot dažādus uzdevumus par ķermeņu ritēšanu, iepriekšējās formulas ievērojami vienkāršo aprēķinus.

Kā piemēru aplūkosim jautājumu par laiku, kurā ķermeņi norit pa slīpu plakni, un parādīsim, ka ķermeņu rites ātrums no noteiktas slīpas plaknes nav atkarīgs ne no masas, ne arī no ķermeņa radiusa un to nosaka vienīgi ķermeņa ģeometriskā forma.

Pieņemsim, ka ķermenis, ritot pa slīpo plakni smaguma spēka iedarbībā, paguvis laika sprīdī t' noiet ceļu l. Apzīmēsim leņķi, ko slīpā plakne veido ar horizontu, ar ϑ; ķermeņa vertikalais pārvietojums laika sprīdī t' ir $l \sin \vartheta$, un smaguma spēka darbs šai laika sprīdī sasniegs vērtību $mg\, l \sin \vartheta$. Ja ķermeņa sākuma ātrums bijis nulle, tad acīm redzot jebkurā laika momentā ķermeņa kinetiskā enerģija būs vienlīdzīga smaguma spēka darbam:

$$E_{\text{taisnv}} + E_{\text{gr}} = \frac{mv^2}{2}\left[1 + \left(\frac{r_i}{R}\right)^2\right] = mgl \sin \vartheta.$$

Pēc formulas varam uzzināt taisnvirziena kustības ātrumu tai laika momentā, kad ķermenis, ritēdams pa slīpo plakni, ir nogājis ceļu l:

$$v = \sqrt{\frac{2gl \sin \vartheta}{1 + \left(\frac{r_i}{R}\right)^2}}.$$

Ķermeņa inerces radiusa r_i attiecību pret ģeometrisko radiusu R nosaka tikai ķermeņa ģeometriskā forma. Kā iepriekš parādīts, $\left(\frac{r_i}{R}\right)^2$ stīpai ir 1, homogenam diskam un masivam cilindram $\frac{1}{2}$, homogenai lodei $\frac{2}{5}$, tukšai plānsienu lodei $\frac{2}{3}$. Tātad, salīdzinot dažādu ķermeņu rites ātrumus pa kādu slīpu plakni, redzam, ka šie ātrumi nav atkarīgi ne no ķermeņa masas, ne arī no izmēriem; piemēram, dažāda izmēra un dažāda blīvuma homogenu ložu rites ātrums ir $\sqrt{\frac{2}{1+\frac{2}{5}}}$, t. i., 1,19 reizes lielāks (bet rites laiks tik reizes mazāks) nekā jebkura radiusa stīpai.

VI NODAĻA

Elastības teorijas pamatjēdzieni

92. §. Huka likums. Ārējie spēki *deformē* ķermeni. Par deformaciju sauc ķermeņa daļiņu savstarpējo pārvietošanos vai arī ķermeņa daļiņu savstarpējā vidējā atstatuma maiņu. Lai konstatētu deformaciju, domās sadala cieto ķermeni atsevišķās «šķiedrās» vai «kārtās». Dažreiz deformacijas novērošanai uz ķermeņa virsmas zīmē tīkliņu, spriežot par ķermeņa deformacijām pēc tām pārmaiņām, kas līdz ar to notiek uz ķermeņa virsmas uzzīmētā tīkliņā.

Izšķir šādas svarīgākās deformacijas: *vispusīgu spiedi un vispusīgu stiepi; spiedi un stiepi garenvirzienā; bīdi; vērpi; lieci; ļodzi.* Šīs deformacijas, tāpat kā jebkuras citas, var reducēt uz *divām pamatdeformacijām — stiepi un spiedi garenvirzienā,* kas notiek vienlaicīgi dažādos virzienos. Kā turpmāk redzēsim, pie lieces stieņa izliektā malā šķiedras tiek stieptas, bet ieliektā malā šķiedras tiek spiestas. Pie bīdes ķermenis vienlaicīgi tiek spiests un stiepts divos savstarpēji perpendikularos virzienos.

Ja, ārējo spēku iedarbībai izbeidzoties, deformacija izzūd, tad ķermenis ir *elastīgs;* ja turpretim novērojama «paliekoša» deformacija, tad ķermenis ir *plastisks.* Elastības pakāpi mērī ar attiecību starp darbu, ko veiktu ķermenis, ja to pakāpeniski atslogotu no deformējošiem spēkiem, un to darbu, kas patērēts, ķermeni deformējot.

Plašākā nozīmē ar elastību vispār saprot ķermeņa tieksmi atjaunot tilpumu, ko ārējie spēki uz laiku mainījuši, vai arī atjaunot uz laiku zaudēto formu. Izšķir tilpuma elastību un formas elastību. *Tilpuma elastība* ir universala īpašība, kas piemīt visiem ķermeņiem, ieskaitot šķidrumus un gāzes; gāzu atšķirība no šķidrumiem ir tā, ka to tilpuma elastība ir vienpusīga; gāzes pretojas saspiešanai, bet nepretojas izplešanai. *Formas elastība* piemīt daudziem cietiem ķermeņiem Ķermenis ir plastisks, ja tā formas elastība ir vāja.

Viens un tas pats ķermenis atkarībā no ārējiem apstākļiem — temperaturas un spiediena — var būt elastīgs vai plastisks.

Tādi ķermeņi kā tērauds, gumija, koks parastos apstākļos — ir elastīgi. Svins, mitri māli, vasks — plastiski. Bet zem vairāku tūkstošu atmosferu spiediena vai pie augstas temperaturas tērauds kļūst tikpat plastisks kā svins; turpretim svins, sasaldēts šķidrā gaisā, iegūst visas elastīga materiala īpašības. Deformacijas lielumu novērtē ar attiecību ε starp ķermeņa izmēra maiņu Δx un ķermeņa sākuma izmēru x:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x}.$$

Nenosaukto skaitli ε, kas norāda, par kādu daļu ķermeņa izmēri palielinājušies vai samazinājušies, sauc par *relativo deformaciju.*

Pie vispusīgas stiepes vai spiedes x nozīmē tilpumu V, bet Δx nozīmē tilpuma pieaugumu vai samazinājumu ΔV, ko izsauc deformacija $\left(\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}\right)$. Pie garenvirziena stiepes vai spiedes x nozīmē garumu l (182. zīm.). Pie bīdes deformaciju novērtē ar bīdes leņķi Θ (183. zīm.).

Ja elastiski deformētu ķermeni domās sadala divās daļās, tad viena daļa darbojas uz otru ar spēkiem, kas sadalīti pa visu šķērsgriezuma laukumu. Šos spēkus sauc par *iekšējiem elastiskiem spēkiem.* Ārējos spēkus, kas darbojas uz deformētu ķermeni, līdzsvaro iekšējie elastiskie spēki. Elastisko spēku lielums un virziens atkarīgs no deformacijas veida. Ķermenis pretosies ārējām iedarbībām tik ilgi, kamēr iekšējo spēku intensitate nepārsniedz zināmu robežu, kad ķermenis vai nu zaudē elastiskās īpašības, vai salūst.

Elastisko spēku intensitati raksturo ar tā spēka lielumu, kas darbojas uz šķērsgriezuma laukuma v i e n ī b u, ņemot šķērsgriezumu vai nu perpendikulari, vai tangenciali attiecībā pret ārējiem (darbīgiem) spēkiem. Šos lielumus sauc par deformētā ķermeņa *normalo* vai *tangencialo spraigumu.* Ja piepūļu sadalījums ir vienmērīgs, tad, lai noteiktu spraigumu p, spēks F jādala ar tā šķērsgriezuma laukumu S, kurā spēks vienmērīgi sadalīts:

$$p = \frac{F}{S}. \tag{1}$$

Angļu fiziķis Roberts Huks jau XVII gs. konstatēja, ka *deformēta ķermeņa spraigums proporcionals relativai deformacijai:*

$$p = K\frac{\Delta x}{x}. \tag{2}$$

Koeficientu K sauc par elastības moduli.

Huka likums pareizs tikai līdz zināmai robežai. Ja spraigums sasniedzis noteiktu lielumu, tad starp spraigumu un deformaciju vairs nav proporcionalitates. Šo spraiguma lielumu sauc par *proporcionalitates robežu* (P_p).

Pie nedaudz lielāka spraiguma, ko sauc par *elastības robežu* (P_r), ķermenis zaudē savas elastiskās īpašības; ārējo spēku darbībai izbeidzoties, ķermeņa forma pilnīgi vairs neatjaunojas; rodas t. s. *paliekošā deformacija*.

Kad spraigums ir lielāks par zināmu lielumu, ko sauc par *tecēšanas robežu* (P_s), tad ķermenis turpina deformēties arī pie nepalielinātas slodzes.

Spraigumu, pie kura materials sagrūst, sauc par *stiprības robežu* (R).

93. §. Spiediena un spraiguma mēru vienības. Lai novērstu ķermeņa deformaciju, ko izsauc kāds spēks, jāzina ne tikai spēka lielums, bet arī tās virsmas laukums, pa kuru šis spēks sadalīts. Spēku, kas darbojas uz laukuma vienību, vispārīgi sauc par *spraigumu;* ja spēks vērsts perpendikulāri virsmai, tad šai gadījumā spēku, kas darbojas uz laukuma vienību, sauc par *spiedienu.*

Spiediens, tāpat kā jebkurš spēks, var rasties tikai divu ķermeņu savstarpējās iedarbības rezultatā. Piemēram, trauka sienu spiediens uz šķidrumu ir tikpat liels, cik šķidruma spiediens uz trauka sienām, tikai pretēji vērsts. Šķidruma molekulas viegli kustas, tādēļ mierīgā šķidrumā nevar rasties spēks, kas tangencials šķidrumā novietotā ķermeņa virsmai vai trauka sienu virsmai. Spēks, ar kādu šķidrums spiež uz ķermeni, kas ar to saskaras, vienmēr perpendikulars saskares virsmai.

Dažreiz spiediens ir sadalīts pa virsmu vienmērīgi. Lai šādā gadījumā aprēķinātu spiedienu p, spēks F, kas darbojas uz doto virsmu, jāizdala ar šīs virsmas laukumu S.

Kad spēki nevienmērīgi sadalīti pa ķermeņa virsmu, tad ņem vai nu vidējo spiedienu uz šo virsmu, vai norāda spiedienu virsmas dažādos punktos. Ja runā par spiedienu vai spraigumu kādā punktā, tad ar jēdzienu «punkts» nosacīti saprot elementari mazu virsmas laukumu dS. Tā kā izdalītās virsmas laukumiņš ir bezgalīgi mazs, tad var pieņemt, ka spēks dF, kas darbojas uz šo laukumiņu, sadalās vienmērīgi pa laukumiņu dS. Tādēļ ar spiedienu un spraigumu virsmas punktā saprot attiecību:

$$p = \frac{dF}{dS}. \tag{3}$$

Tiek lietotas dažādas vienības spiediena[1] mērīšanai. Absolutā CGS sistemā spēka vienība ir 1 dins un laukuma vienība 1 cm^2, tādēļ spiediena vienība ir $1 \frac{din}{cm^2}$ t. s. *barijs*[2]. 1 miljonu bariju sauc par *baru;* 0,001 bara sauc par *milibaru* — 1 mb. Technikā par spiediena vienību bieži lieto arī 1 kG/m^2.

Par spiediena vienību lieto arī fizikalo un technisko atmosferu. *Fizikalā (normalā) atmosfera* ir spiediens, ko ar savu svaru izdara 760 mm augsts dzīvsudraba stabs. Nav grūti aprēķināt[3], ka fizikalā atmosfera $\approx 76.13{,}6 = 1033 \frac{G}{cm^2} = 1{,}033 \frac{kG}{cm^2}$. Par *technisko atmosferu* sauc spiedienu 1 kG uz 1 cm^2.

Citas vienības spiediena mērīšanai parādītas sekojošā tabulā.

Spiediena mēru vienības

1 bars[4] = 10^6 bariju = megadins uz 1 cm^2 = 0,987 normalās atmosferas = 750,1 mm dzīvsudraba staba spiediens = 1,020 techniskās atmosferas.

1 milibars = 10^3 bariju = 1000 dinu uz 1 cm^2 = 0,75 mm dzīvsudraba staba spiediens

1 barijs = 10^{-6} baru = 1 dins uz 1 cm^2

1 pjezs = 1 stens uz 1 m^2 = 1,02 kilogramspēka uz 1 dm^2 = 0,01 bara = 0,00987 normalās atmosferas = 7,50 mm dzīvsudraba staba spiediens = 0,0102 techniskās atmosferas = 102 mm ūdens staba.

Normalā atmosfera = 760 mm dzīvsudraba staba spiediens = 1,033 techniskās atmosferas = 10330 kilogramspēku spiediens uz 1 m^2 = 101,3 pjezu = 1,013 baru = 1013 milibaru.

1 techniskā atmosfera = 1 kilogramspēka spiediens uz 1 cm^2 = 10000 kilogramspēku spiediens uz 1 m^2 = 0,968 normalās atmosferas = = 735,6 mm dzīvsudraba staba spiediens = 10 m ūdens staba spiediens = = 98 pjezi = 0,98 baru = 980 milibaru.

---

[1] Spiediena dimensija: $[p] = \left[\frac{F}{S}\right] = \frac{ML}{T^2L^2} = MT^{-2}L^{-1}$.

[2] no grieķu *báros* — s m a g u m s.

[3] Normalā atmosfera ir 76 cm augsta vertikala dzīvsudraba staba spiediens, ja dzīvsudraba blīvums pie 0^0C ir 13,5951 $\frac{g}{cm^3}$, un brīvās krišanas paātrinājums ir 980,665 $\frac{cm}{sec^2}$ (45^0 platumā, jūras līmeņa augstumā).

[4] Tabula sastādīta pēc «OST 6052» pirmā izdevuma. «OST 6052» otrā izdevumā ir pārlabojums, pēc kura ar jēdzienu b a r s saprot spiedienu

1 kilogramspēks uz 1 mm² = 100 techniskās atmosferas = 9800 pjezi = 98 bari.

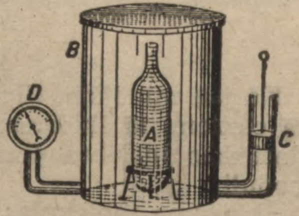
1 kilogramspēks uz 1 m² = 0,0001 techniskās atmosferas = 98 bariji = = 1 mm ūdens staba.

1 milimetrs dzīvsudraba staba = 0,001316 normalās atmosferas = = 1333 bariju = 1,360 gramspēka uz 1 cm² = 0,1333 pjezu = 0,0136 m ūdens staba = 1,333 milibaru = **1 tors.**

1 metrs ūdens staba = 0,1 kilogramspēka uz 1 cm².

---

94. §. Tilpuma elastības modulis. Saspiežamība. Ķermenis tiek vispusīgi spiests vai stiepts tai gadījumā, kad uz ķermeņa virsmu no visām pusēm iedarbojas vienāda spraiguma p spēki. Tas pats spraigums darbosies uz jebkuru virsmu, ko iedomāsimies ņemtu ķermeņa iekšpusē. Spraiguma p dalījumu ar ķermeņa tilpuma relatīvās maiņas absoluto lielumu sauc par *vispusīgās tilpuma elastības moduli:*



181. zīm. Aparats šķidruma saspiežamības pētīšanai.

$$K = \frac{p}{\left|\frac{\Delta V}{V}\right|}. \qquad (4)$$

Ja $\frac{\Delta V}{V} = 1$, tad $K = p$. Tātad, ja ķermeņa elastiskās īpašības paliktu nemainīgas pie jebkura vispusīgas stiepes lieluma, tad vispusīgās stiepes spraigums p, ja tas būtu vienlīdzīgs elastības modulim K, palielinātu ķermeņa tilpumu 2 reizes. Visiem ķermeņiem šis spraigums daudzkārt lielāks par stiprības robežu, tādēļ ķermenis sabrūk daudz ātrāk, vēl pirms tā tilpums ir palielinājies 2 reizes.

Viegli pierādīt, ka *tilpuma relatīvais palielinājums (vai samazinājums)* $\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}$ *ir trīs reizes lielāks par ķermeņa linearo*

---

1 dins uz 1 cm². Tādā kārtā jaunajā OST izdevumā ar vārdu b a r s saprot to, ko pirmā izdevumā sauca par b a r i j u. Spiediens $10^6 \frac{\text{din}}{\text{cm}^2}$, ko OST pirmajā izdevumā sauca par b a r u, jaunajā izdevumā ir bez nosaukuma. Meteoroloģijā arī vēl tagad sinoptiskajās kartēs spiedienu izteic m i l i b a r o s pēc OST pirmā izdevuma. Tātad m i l i b a r s, ko lieto meteoroloģijā, ir $10^3 \frac{\text{din}}{\text{cm}^2}$ = 0,75 mm Hg un tas atbilst 1000 b a r i e m pēc jaunā OST izdevuma.

Akustikā ar b a r u saprot lielumu, kas atbilst OST jaunajam izdevumam.

izmēru relativo palielināšanos (vai samazināšanos). Pieņemsim, ka uz kubu, kura mala ir l, darbojas vispusīga stiepe. Kuba katra šķautne tad pagarinās par Δl. Galīgais kuba tilpums ir $(l + \Delta l)^3$, bet tilpuma relativais palielinājums:

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{(l + \Delta l)^3 - l^3}{l^3} = 3\frac{\Delta l}{l} + 3\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3.$$

Šā vienādojuma labās puses divus pēdējos locekļus var neņemt vērā, jo lielums $\frac{\Delta l}{l}$ ir ļoti mazs, tādēļ

$$\frac{\Delta V}{V} \approx 3\frac{\Delta l}{l}. \tag{5}$$

Kā jau minējām, tilpuma elastība piemīt visiem ķermeņiem: kā cietiem, tā šķidriem un gāzveidīgiem. Šķidrumu un gāzu elastiskās īpašības pilnīgi var raksturot ar tilpuma elastības moduli.

Šķidruma molekulas atrodas tik ātrā siltuma kustībā, ka kristaliskos ķermeņos novērojamais regularais molekulu sakārtojums telpā šķidrumos ir izjaukts. Tomēr šķidruma blīvums maz atšķiras no tās pašas vielas cieta ķermeņa blīvuma, tādēļ *molekularās mijiedarbības spēki šķidrumos gandrīz tikpat lieli kā cietos ķermeņos*. Pateicoties molekulu kustīgumam, šķidrums ļoti maz pretojas tādai ārējai iedarbībai, kas maina tā formu. Bet, pateicoties tiem spēkiem, kas saista kustīgās molekulas, šķidrums izrāda sevišķi lielu pretestību iedarbībai, kas cenšas mainīt tā tilpumu. Lai stādītos sev priekšā, cik liela ir šķidruma spiedes pretestība, iedomāsimies, ka 1 m garā cilindrā, kura šķērsgriezums ir 1 cm^2, ieliets ūdens; ja uz virzuli, kas no virspuses noslēdz ūdens stabu, spiež ar 220 kG lielu spēku, tad ūdens staba garums samazinās tikai par 1 cm. Noņemot slodzi, kas šķidrumu saspieda, šķidruma tilpums ieņems sākuma stāvokli.

Šķidruma tilpuma elastības modulis jāmērī tādos apstākļos, lai būtu izslēgta tā trauka izplešanās, kurā atrodas šķidrums. Tādēļ pētījamo šķidrumu ievieto traukā *A* (181. zīm.), kas izbeidzas ar graduētu caurulīti; trauks *A* atrodas lielā traukā *B*, kas savienots ar gaisa sūkni *C*. Sūknis iespiež traukā *B* gaisu, kas spiež uz šķidrumu traukā *A*, samazinot šķidruma tilpumu. Novērojot šķidruma līmeņa pazemināšanos graduētā caurulītē un atzīmējot manometra *D* rādīto spiedienu, nosaka šķidruma tilpuma elastības moduli.

Lielumu $\left(\frac{1}{K}\right)$, kas ir tilpuma elastības moduļa apgrieztais lielums, sauc par *saspiežamības koeficientu* jeb par *saspiežamību.*

Saspiežamības koeficienta (tāpat kā elastības moduļa) skaitliskā vērtība ir atkarīga no tā, kādās mērvienībās mērīts spiediens. Spiedienu visbiežāk mērī atmosferās; tad saspiežamības koeficients $\frac{1}{K}$ ir skaitlis, kas rāda, par kādu sākuma lieluma daļu samazinās ķermeņa tilpums, ja spiedienu palielina par 1 at; tieši tāda nozīme ir zemāk atzīmētajām dažu šķidrumu (pie istabas temperaturas) saspiežamības koeficientu skaitliskām vērtībām.

Dažu šķidrumu saspiežamības koeficienti

Dzīvsudrabs	0,000 0039	Terpentins	0,000 079
Glicerins	0,000 025	Toluols	0,000 079
Ūdens	0,000 046	Benzols	0,000 088
Broms	0,000 058	Sērogleklis	0,000 089
Olīveļļa	0,000 063	Spirts	0,000 110
Petroleja	0,000 077	Eteris	0,000 183

95. §. Junga modulis un Puasona koeficients. Pie gareniskas stiepes (182. zīm.) stiepjošie spēki F ir vienmērīgi sadalīti pārbaudāmā parauga šķērsgriezuma laukumā S, tāpēc spraigumu p nosakām vienkārši ar dalīšanu: $p=\frac{F}{S}$.

Spraiguma p attiecību pret relativo pagarinājumu $\frac{\Delta l}{l}$ sauc par *elastības moduli* jeb *Junga moduli E:*

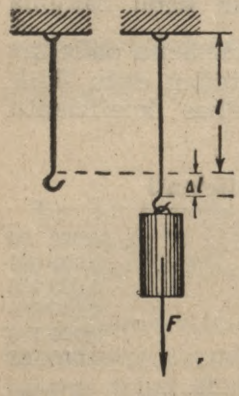
$$E=\frac{p}{\left|\frac{\Delta l}{l}\right|}. \tag{6}$$

Ievietojot $p=\frac{F}{S}$, iegūst:

$$\Delta l=\frac{Fl}{ES}. \tag{7}$$

Pagarinājums tieši proporcionals darbīgam spēkam un parauga sākuma garumam, bet apgriezti proporcionals dotā materiala Junga modulim un parauga šķērsgriezuma laukumam.

Ja $\frac{\Delta l}{l}=1$, tad $E=p=\frac{F}{S}$; tātad Junga modulis ir tāda slodze, kas, darbodamās uz paraugu, kura šķērsgriezuma laukums $S=1$, palielinātu parauga garumu 2 reizes, ja materiala elastiskās īpašības nemainītos. Vienīgi kaučuks var izturēt tādu slodzi. Visi pārējie materiali sabrūk daudz ātrāk, vēl pirms spraigums sasniedzis Junga moduļa lielumu. Junga moduļa lielumi dažādiem materialiem parādīti 522. lappusē ievietotā tabulā. Vienam un tam pašam materialam lielums E atkarīgs no piemaisījumiem un apstrādāšanas veida. Kristaliem un šķiedrainām vielām E lielums atkarīgs no stiepes virziena. Ķermeni, kura elastiskās īpašības vienādas visos tā virzienos, sauc par *izotropu*, pretējā gadījumā to sauc par *anizotropu*.



182. zīm. Stiepes deformacija.

Kad slodze stieni pagarinājusi, var novērot, ka pēc zināma laika sprīža pagarinājums pats no sevis, nepalielinot slodzi, nedaudz pieaug. Kad slodze noņemta, var novērot, ka pat ķermeņa elastības robežās vajadzīgs zināms laika sprīdis, lai deformacija pilnīgi pazustu. Šo parādību sauc par *elastisko pēcdarbību*. Elastiskās pēcdarbības lielums metalos pie tiem spraigumiem, ar kādiem jāsastopas technikā, ir niecīgs. Parasti elastiskā pēcdarbība ir jo mazāka, jo homogenāks materials.

Stiepjot stieni, tā šķērsgriezuma laukums samazinās (notiek kontrakcija). Šķērskontrakcijas $\frac{\Delta d}{d}$ attiecību pret relativo pagarinājumu $\frac{\Delta l}{l}$ sauc par *Puasona koeficientu* μ (*d* stieņa caurmērs). Tātad šķērskontrakcija vienlīdzīga relativā pagarinājuma reizinājumam ar Puasona koeficientu:

$$\frac{\Delta d}{d} = \mu \frac{\Delta l}{l}. \tag{8}$$

Zinot μ, var spriest par stieņa tilpuma maiņu, ja stiepe notiek proporcionalitates robežās.

96. §. Bīdes modulis. Bīde ir tāda deformacija, kurā visas ķermeņa kārtas, kas paralelas dotai plaknei, neizliecoties un nemainot izmērus, pārvietojas viena otrai paraleli (183. zīm.). Nogriezni $\Delta x = AA'$ sauc par *absoluto bīdi*, leņķi Θ — par *bīdes leņķi*. Ja bīdes leņķis Θ mazs (un izteikts radianos), tad

$$\Theta = \operatorname{tg}\Theta = \frac{\Delta x}{x}, \tag{9}$$

tāpēc leņķi Θ bieži sauc par *relativo bīdi*.

Parasti bīdi rada divi spēku pāri, kas darbojas, kā tas parādīts 183. zīmējumā, deformētā ķermeņa pretējās skaldņēs.

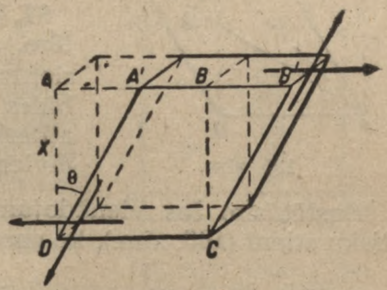
Saskaņā ar Huka likumu, relativai bīdei Θ jābūt proporcionalai tangencialam spraigumam $T=\frac{F}{S}$:

$$T=G\Theta. \tag{10}$$

Koeficientu G sauc par *bīdes moduli.*

183. zīmējumā skaidri redzams, ka visas deformējamā parauga kārtas, kas paralelas AC, saīsinās šai virzienā, bet kārtas, kas paralelas BD, pagarinās BD virzienā.

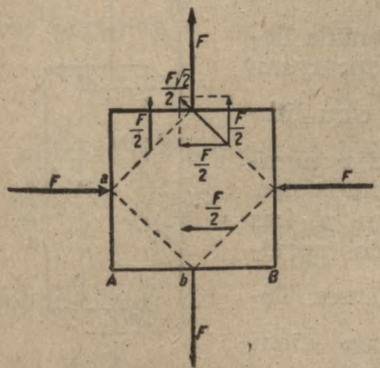
Bīdi var radīt ar vienlaicīgu spiedi diagonales AC virzienā un stiepi diagonalei perpendikularā virzienā BD.



183. zīm. Bīdes deformacija.

Par to var pārliecināties, aplūkojot 184. zīmējumā kubu, ko iedomājamies izdalītu (raustītā līnija) no taisnstūra parauga, kuru spiež un stiepj divos savstarpēji perpendikularos virzienos. Paraugam pagarinoties, uz kubu darbosies bīde; bīdes tangencialais spraigums T, kā tas tai pašā zīmējumā redzams, līdzināsies ārējo spiedes un stiepes spēku spraigumam p:

$$T=\frac{F\sqrt{2}}{2}:\frac{S\sqrt{2}}{2}=\frac{F}{S}=p. \tag{11}$$



184. zīm. Laukums $AB=S$.

Laukums $ab=\frac{S\cdot\sqrt{2}}{2}$.

Viegli pierādīt, ka *ķermeņa relativais pagarinājums vai saīsinājums spiedes vai stiepes spēku darbības virzienā vienlīdzīgs pusei no relatīvās bīdes, kas veido 45° leņķi ar šiem spēkiem:*

$$\frac{\Delta l}{l}=\frac{\Theta}{2}. \tag{12}$$

Tiešām, ja bīde nav liela, tad var pieņemt, ka $\sphericalangle CC'O=45°$ (185. zīm.); $\triangle COC'$ ir vienādsānu taisnleņķa trīsstūris.

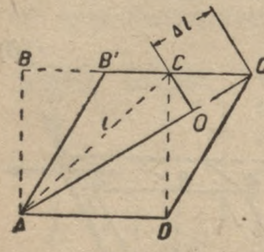
No tā var secināt:

$$OC'=\frac{CC'}{\sqrt{2}}.$$

Tālāk:

$$AC = CD\sqrt{2}.$$

Tātad relativais pagarinājums AC virzienā ir



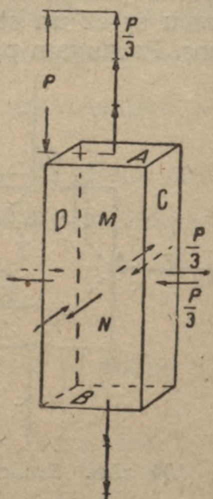
185. zīm.

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{OC'}{AC} = \frac{CC'}{\sqrt{2}CD\sqrt{2}} = \frac{\Theta}{2}.$$

97. §. Sakarība starp elastības konstantēm.

Junga modulis E, Puasona koeficients μ, tilpuma elastības modulis K un bīdes modulis G nav viens no otra neatkarīgi. Tie saistīti savā starpā ar diviem vienādojumiem.

Sastādīsim šos vienādojumus. Iedomāsimies taisnu prizmatisku stieni (186. zīm.), ko gareniski stiepj spēki, kuru spraigums ir p. Stieņa relativais pagarinājums $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{E}$. Stienī darbojas šķērskontrakcija, kas vienlīdzīga relativā pagarinājuma reizinājumam ar Puasona koeficientu: $\frac{\Delta d}{d} = \mu\varepsilon$. Iedomāsimies, ka uz stieņa katras sānvirsmas darbojas ik pa divi vienāda lieluma, bet pretēji virzīti spēki, kuru spraigumi ir $\frac{p}{3}$. Skaidrs, ka šie spēki viens otru līdzsvaros un nekādas jaunas deformacijas neradīs, tādēļ sākuma deformacija nemainīsies. Sadalīsim stieņa stiepes spraigumu p, kas darbojas stieņa galos, trijos vienādos spraigumos $\frac{p}{3}$, kas darbojas uz vienas taisnes. Tagad varam pēc patikas sagrupēt uz stieni darbojošos spēkus.

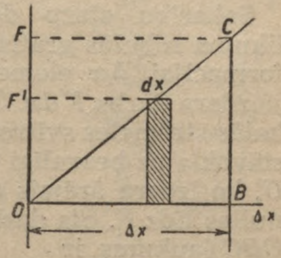


186. zīm.

Stiepes spraigumi $\frac{p}{3}$, kas darbojas uz visām stieņa skaldnēm, izsauks relativu tilpuma pieaugumu $\frac{\Delta V}{V} = \frac{p}{3K}$, kas ekvivalents vispusīgam relativam pagarinājumam $\frac{p}{9K}$ (94. §).

Stiepes spraigumi $\frac{p}{3}$, kas darbojas uz skaldnēm A un B, kopā ar spiedes spraigumiem, kas darbojas uz skaldnēm C un D, radīs bīdi $\Theta = \frac{p}{3G}$ (45^0 leņķī ar stieņa asi), kas ekvivalenta divi reizes mazākam relativam pagarinājumam stieņa ass virzienā

un tikpat lielai šķērskontrakcijai $\frac{p}{6G}$.



187. zīm. Deformēšanas darba grafika.

Gluži tāpat palikušie stiepes spraigumi, kas darbojas uz stieņa augšējo un apakšējo pamatni, kopā ar spiedes spraigumiem, kas darbojas uz divām atlikušām sānu skaldnēm N un M, radīs bīdi, kas ekvivalenta relativam pagarinājumam $\frac{p}{6G}$ ass virzienā un tikpat lielai šķērskonstrukcijai.

Tātad kopējais relativais pagarinājums

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{9K} + \frac{p}{6G} + \frac{p}{6G} = \frac{p}{E},$$

no kurienes

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{9K} + \frac{1}{3G}. \tag{13}$$

Šķērskontrakcija $\frac{\Delta d}{d}$, kas perpendikulara skaldnēm C un D vai M un N, ir

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\mu p}{E} = \frac{p}{6G} - \frac{p}{9K},$$

no kurienes

$$\frac{\mu}{E} = \frac{1}{6G} - \frac{1}{9K}. \tag{14}$$

Vienādojumu (13) lieto, lai aprēķinātu vispusīgās tilpuma elastības moduli K, zinot mēģinājumos viegli nosakāmo Junga moduli E un bīdes moduli G.

Saskaitot vienādojumus (13) un (14), iegūst vienādojumu, kas noder Puasona koeficienta aprēķināšanai:

$$\frac{1}{E}(1 + \mu) = \frac{1}{2G}$$

jeb:

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1. \tag{15}$$

98. §. Deformētā ķermeņa enerģija. Ķermeņa elastiskā deformacijā ārējo spēku darbs pārvēršas deformētā ķermeņa potenciālā enerģijā.

Sakarību starp deformaciju un darbojošos spēku Huka likuma robežās grafiski attēlo taisne (187. zīm.). Piešķirsim deformacijai Δx elementari mazu pieaugumu dx; šim nolūkam jāizdara darbs $F'dx$. Šis darbs 187. zīmējumā parādīts kā vertikalās strēmeles svītrotais laukums. Pakāpeniski pārejot no kāda stāvokļa uz bezgalīgi tuvu stāvokli, varam aprēķināt visu darbu U, ko izdara ārējais deformējošais spēks, mainoties lielumā no nulles līdz F. Šis darbs, kas 187. zīmējumā attēlots kā trīsstūra OBC laukums, ir

$$U = \frac{F \Delta x}{2}. \tag{16}$$

Šeit F — deformējošais spēks, bet Δx — spēka radītā (jebkura veida) deformacija. Lietojot šo formulu, viegli aprēķināt potencialās enerģijas lielumu jebkuram deformacijas gadījumam.

Gareniskai stiepei ($\Delta x = \Delta l$), ņemot vērā formulu

$$F = E \frac{\Delta l}{l} S,$$

iegūstam

$$U = \frac{E \cdot S}{l} \frac{\Delta l^2}{2}. \tag{17}$$

Lai iegūtu rezultatu, kas nav atkarīgs no stienīša izmēriem, aprēķināsim enerģiju izstieptā ķermeņa tilpuma vienībai:

$$\frac{U}{Sl} = u = E \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2. \tag{18}$$

Ņemot vērā, ka pēc Huka likuma (6. formula) spraigumu p, ko rada deformacija, saista ar Junga moduli sakarība $p = E \frac{\Delta l}{l}$, formulu (18) var pārrakstīt tā:

$$u = \frac{p^2}{2E}. \tag{19}$$

99. §. Vērpe. Par vērpi sauc deformaciju, kas rodas stienī, kura viens gals nekustīgi nostiprināts, bet uz kura otru galu darbojas spēku pāris, kura plakne perpendikulara stieņa asij.

Mēģinājumi rāda: ja vērpjošais spēku pāris nav pārsniedzis zināmu robežu, vērpes leņķis φ, t. i., leņķis, par kādu pagriezies stieņa kustīgā gala šķērsgriezums attiecībā pret nekustīgā gala šķērsgriezumu, ir tieši proporcionals spēku pāra momentam un stieņa garumam, bet apgriezti proporcionals t. s. *stieņa šķērsgriezuma laukuma polāram momentam* I_p

$$\varphi = \frac{Ml}{GI_p}, \tag{20}$$

kur G — bīdes modulis.

Šo formulu var iegūt teoretiski prātojot, iegaumējot, ka vērpjamā stieņa elementi pakļauti bīdei.

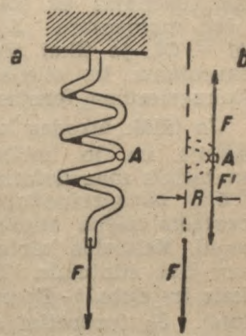
Cilindriskiem stieņiem

$$I_p = \frac{\pi r^4}{2},$$

kur r — šķērsgriezuma laukuma radiuss; dažiem šķērsgriezumiem I_p lielumi atzīmēti 224. lpp. ievietotā tabulā.

Savērptā ķermeņa enerģija ir

$$U = \frac{M\varphi}{2}, \tag{21}$$



188. zīm.

šeit M — vērpes moments, bet φ vērpes leņķis. Ievietojot šai formulā M vērtību no formulas (20) un izsakot M ar φ, bet pēc tam otrādi — izsakot φ ar M, dabū divas savērptā ķermeņa enerģijas formulas:

$$U = \frac{GI_p}{l} \cdot \frac{\varphi^2}{2};$$

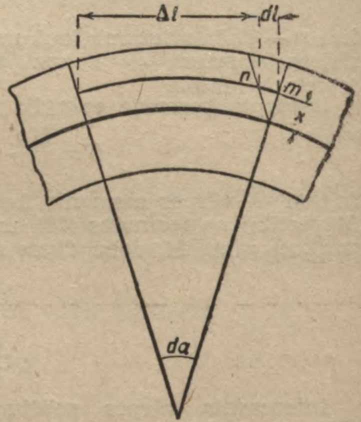
$$U = \frac{l}{GI_p} \cdot \frac{M^2}{2}.$$

Interesants vērpes gadījums ir cilindriskas atsperes deformacija (188. zīm.); šīs atsperes viens gals iestiprināts nekustīgi, bet otru galu stiepj spēks F. Par to, ka šeit tiešām notiek vērpe, viegli pārliecināties, aplūkojot spēkus, kas darbojas uz patvaļīgi izvēlētu atsperes šķērsgriezumu, piemēram, griezumā A. Uz atsperes apakšējo galu darbojas vienīgi spēks F. Līdzsvars nezudīs, ja griezumā A pieliksim divus pretēji vērstus spēkus F' un F, kur katrs no viņiem vienlīdzīgs spēkam, kas stiepj atsperi. Tagad atsperes apakšējās daļas darbību pret augšējo noteiks vispirms spēks F' un, otrkārt, spēku pāris, kura moments ir FR, ja R — atsperes radiuss. Tangencialie spraigumi, kurus rada spēks F', ir mazi; tos katrā ziņā var neņemt vērā, salīdzinot ar spēku pāra FR izsauktiem spraigumiem. Vērpes leņķi φ, ko izsauc spēku pāris FR, var aprēķināt ar formulu (20).

100. §. Liece. Liece raksturīga ar to, ka stieņa šķērsgriezumi, kas sākumā ir paraleli, tiek pagriezti viens pret otru un stieņa ass izliecas. Liece rodas tad, kad uz stieni, kas iestiprināts vienā vai vairākos punktos, darbojas spēks, kurš pielikts zināmā atstatumā no iestiprinājuma punkta (189a. zīm.). Stieņa kārtas izliektās malas pusē pagarinās, ieliektās malas pusē — saspiežas, turpretim kārta, ko sauc par *neitralo* kārtu, paliek nedeformējusies. Ja stienis izgatavots no elastīga materiala, tad izliektās un izstieptās kārtas centīsies saīsināties, turpretim ieliektās, saspiestās kārtas centīsies pagarināties un stienī radīsies elastiski spēki, kuri saskaņā ar Huka likumu ir jo lielāki. Jo lielāka ir kārtas deformacija, t. i., jo lielāks ir atstatums x no aplūkojamās kārtas līdz neitralai kārtai (189. zīm.). Tādēļ uz stieņa šķērsgriezumu darbojas spēku pāris, kura moments ir visu elementaro spēku dF radīto momentu $x \cdot dF$ suma; šie spēki dF ir elastiskie spēki, kas darbojas uz katru šķērsgriezuma elementarlaukumu. Šā spēku pāra momentam $\Sigma x dF$ jābūt vienlīdzīgam ar lieces spēka momentu $M = Ql$, jo tikai tādā gadījumā stienis paliks līdzsvarā. Tūlīt kļūst saprotams, ka stieņa spēja pretoties liecei lielā mērā atkarājas no šķērsgriezuma formas.

Jo tālāk atrodas kāda kārta no neitralās kārtas, jo lielāka ir deformacija un jo lielāks ir spraigums šajā kārtā. Ap neitralo kārtu materials maz deformējas, un tajā rodas tikai neievērojami spraigumi. Tādēļ *visizdevīgākais ir gadījums, kad gandrīz viss materials ir koncentrēts stieņa augšējā un apakšējā malā.* Neitralās kārtas plaknē biezums var būt minimals. Tādēļ visizdevīgākais ir *dubult-T profils* (tabula 224. lpp.). Ja turpretim stienim jāpretojas liecei visos virzienos vienādi, tad visizdevīgākā ir *caurules* forma.

189. zīm. Lieces deformacija.



190. zīm.

Lidmašinu ķermeņiem, velosipedu un motociklu rāmjiem, daudzu augu stiebriem un dzīvnieku kauliem ir caurules forma.

Aplūkosim izliektā stieņa elementu. Liekuma radiusu apzīmēsim ar r. Kādas aplūkojamās kārtas atstatumu no neitralās kārtas apzīmēsim ar x. No šīs kārtas izdalītā gabaliņa sākuma garumu apzīmēsim ar Δl un pieņemsim, ka gabaliņa pagarinājums dl būs mn. 190. zīmējumā redzams, ka $mn = x d\alpha$ un $\Delta l = r d\alpha$. Kārtas relativais pagarinājums

$$\varepsilon = \frac{dl}{\Delta l} = \frac{x d\alpha}{r d\alpha} = \frac{x}{r}.$$

Spraigums, kas radies kārtā, vienlīdzīgs Junga moduļa E reizinājumam ar relativo pagarinājumu:

$$p = E\frac{\Delta l}{dl} = E\frac{x}{r}.$$

Iezīmēsim stieņa šķērsgriezuma laukumā elementaru laukumiņu dS, atstatumā x no neitralās kārtas (189b. zīm.). Spēks dF, kas darbojas uz šo laukumiņu, ir

$$dF = p \, . \, dS.$$

Šā spēka moments:

$$dM = xpdS = E \frac{x^2}{r} dS.$$

Lai stienis atrastos līdzsvarā, visu elementaro iekšējo elastisko spēku rezultējošam momentam jābūt vienlīdzīgam ar ārējā liecošā spēka Q momentu M; spēka Q pielikšanas punkts atrodas no aplūkojamā elementa atstatumā l ($M = Ql$; 189a. zīm.);

$$M = \sum dM = Ql = \sum E \frac{x^2}{r} dS = \frac{E}{r} \sum x^2 dS$$

jeb

$$M = \frac{E}{r} I, \tag{22}$$

kur:

$$I = \sum x^2 dS.$$

Sumu (integralu) $I = \sum x^2 dS$, kas aprēķināta visam šķērsgriezuma laukumam, sauc par *šķērsgriezuma inerces momentu I*. I lielums atkarīgs no šķērsgriezuma formas un izmēriem. Visbiežāk lietojamo šķērsgriezumu inerces momenti atzīmēti tabulā šā paragrafa beigās.

Iegūtā formula viegli atļauj aprēķināt sijas liekuma radiusu r atstatumā l no ārējā liecošā spēka Q pielikšanas punkta; šim nolūkam jāzina sijas materiala Junga modulis E un sijas šķērsgriezuma inerces moments. Ievietojot M vietā Ql, iegūstam:

$$r = \frac{EI}{Ql}. \tag{23}$$

Atceroties, ka $p = E \frac{x}{r}$, un izslēdzot no šīs un iepriekšējās formulas (23) liekuma radiusu r, dabūjam vienādojumu, pēc kura var aprēķināt spraigumu p kārtā, kas atrodas atstatumā x no neitralās kārtas:

$$p = \frac{Qlx}{I} = \frac{Mx}{I}.$$

Vislielākie spraigumi ir kārtās, kas atrodas vistālāk no neitralās kārtas. Ja h — sijas šķērsgriezuma augstums, tad $x_{max} = \frac{h}{2}$, un tātad spraigums no neitralās kārtas vistālākā kārtā ir

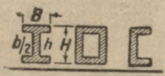
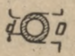
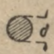
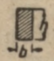
$$p_{max} = \frac{Mh}{2I}.$$

Nosaucot izteiksmi $I : \frac{h}{2}$ par *sijas pretestības momentu W*, iegūst:

$$p_{max} = \frac{M}{W}, \tag{24}$$

spraigums kārtā, kas atrodas vistālāk no neitralās kārtas, vienlīdzīgs lieces momenta M un sijas šķērsgriezuma pretestības momenta W dalījumam. Ja šis spraigums pārsniegs izturības robežu, stienis salūzīs. Visvairāk lietoto šķērsgriezumu pretestības momenti doti apakšējā tabulā. Zinot tā materiala stiprību, no kura pagatavota sija, kā arī sijas pretestības momentu, viegli noteikt vislielāko lieces momentu, ko sija var izturēt.

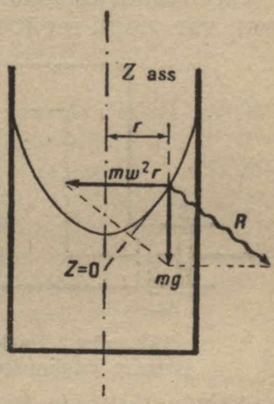
Pretestības un inerces momenti

Šķērsgriezuma forma	Šķērsgriezuma inerces moments	Pretestības moments	Polarais inerces moments
	$I=\frac{BH^3-bh^3}{12}$	$W=\frac{BH^3-bh^3}{6H}$	
	$I=\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$W=\frac{\pi}{32}\frac{(D^4-d^4)}{D}$	$I_p=\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)$
	$I=\frac{\pi}{64}\cdot d^4$	$W=\frac{\pi}{32}d^3$	$I_p=\frac{\pi}{32}d^4$
	$I=\frac{bh^3}{11}$	$W=\frac{bh^2}{6}$	$I_p=\frac{1}{36}\cdot\frac{b^3h^3}{b^2+h^2}$

VII NODAĻA

Hidrostatika un aerostatika

101. §. Paskala likums un teoremas par šķidruma spiedienu uz trauka sienām un dibenu. Šķidrumam ir ļoti maza formas elastība, bet ļoti liela tilpuma elastība. Techniskos aprēķinos šķidrumu uzskata par absoluti nesaspiežamu. Hidromechanikas likumi ir ļoti vienkārši, sevišķi attiecībā uz tā saucamiem *idealiem šķidrumiem.* Pieņem, ka idealiem šķidrumiem ir šādas īpašības: 1) tie nav viskozi, un 2) tie ir absoluti nesaspiežami.



191. zīm.

Pateicoties šķidruma daļiņu kustīgumam, šķidrums var atrasties līdzsvarā tikai tad, ja spēki, kas uz to iedarbojas, ir virzīti perpendikulari šķidruma virsmai. Tādēļ šķidruma virsma nelielā traukā ir horizontala. Lielu ūdens platību — jūru un okeanu — virsma ir perpendikulara Zemes pievilkšanas spēka virzienam, un tādēļ tai ir elipsoida forma.

Cilindriskā traukā ielieta šķidruma virsmai, ja trauku griež ap tā asi, ir rotacijas paraboloida forma.

Rotējoša šķidruma katras daļiņas svars mg izpaužas dinamiski kā centripetals spēks $m\omega^2 r$ un statiski kā spiediens R, ar ko aplūkojamā daļiņa iedarbojas uz citām šķidruma daļiņām. Šeit m ir daļiņas masa, r — daļiņas atstatums no griešanās ass un ω — leņķa ātrums (191. zīm.). Šķidruma virsmai jābūt perpendikularai pret R. No 191. zīmējuma redzams, ka

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{z} = \frac{dr}{dz} = \frac{mg}{m\omega^2 r}$$

jeb

$$\frac{g}{\omega^2} dz = r dr.$$

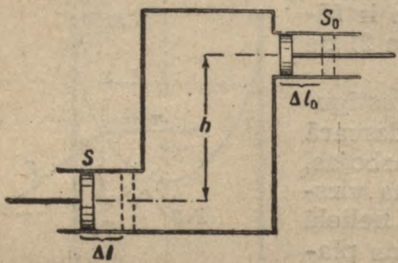
Šāda sakarība starp dz un dr atbilst parabolas vienādojumam:

$$\frac{2g}{\omega^2}z = r^2 + C.$$

Pateicoties šķidruma daļiņu kustīgumam, *ārējais spiediens uz šķidrumu izplatās uz visām pusēm vienmērīgi.* Šo likumu sauc par Paskala likumu. Iedomāsimies šķidrumu traukā, ko noslēdz divi virzuļi, kuru laukumi ir S un S_0. Uz virzuļiem darbojas spēki F un F_0 (192. zīm.). Visa sistema atrodas līdzsvarā. Tā kā spiedieniem p, kurus rada virzuļi, jābūt vienlīdzīgiem, tad var rakstīt:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F_0}{S_0} \text{ jeb } \frac{F}{F_0} = \frac{S}{S_0}. \qquad (1)$$

Šķidrumu statikas pamatteoremas, piemēram, Paskala likumu, var viegli iegūt no enerģijas nezūdamības likuma. Ar šķidrumu piepildītā traukā (192. zīm.), kam divi virzuļi, kuru laukumi ir S un S_0, atstatums starp šo laukumu smaguma centriem (vertikalā virzienā) ir h. Spiediens uz apakšējo virzuli ir p un uz augšējo — p_0. Visa sistema atrodas līdzsvarā. Pavirzīsim pirmo virzuli uz priekšu par ļoti mazu gabaliņu Δl. Zināms šķidruma daudzums $S \cdot \Delta l$ ieies cilindrā un pabīdīs otro virzuli par gabalu Δl_0. Pēc enerģijas nezūdamības likuma pirmā virzuļa darbam $pS\Delta l$, atņemot no tā otrā virzuļa darbu $p_0S_0\Delta l_0$, jābūt vienlīdzīgam ar augstumā h paceltā šķidruma (tā tilpums $S_0\Delta l_0$) potencialo enerģiju:



192. zīm. Paskala likuma paskaidrojums.

$$pS\Delta l - p_0S_0\Delta l_0 = \rho g S_0 \Delta l_0 h$$

(šeit ρ šķidruma tilpuma vienības masa un g — brīvās krišanas paātrinājums).

Izdalot vienlīdzības katru locekli ar vienlīdzīgiem tilpumiem $S\Delta l$ un $S_0\Delta l_0$, dabūjam, ka

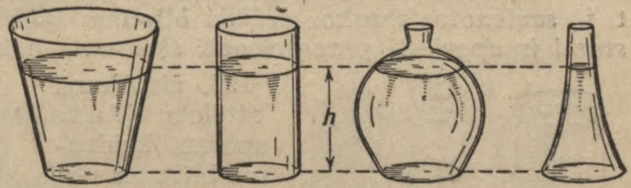
$$p = p_0 + \rho g h. \qquad (2)$$

Šis vienādojums ir pats par sevi saprotams. Tas norāda uz to, ka *miera stāvoklī esoša šķidruma spiediens dziļumā h pārsniedz spiedienu šķidruma virspusē par šķidruma stabiņa svaru, kura augstums ir h un šķērsgriezuma laukums 1* cm^2 (193. zīm.).

Tā kā spiediens šķidrumā ar iegremdēšanas dziļumu pakāpeniski pieaug, tad *vidējais spiediens uz trauka sānu virsmu vienlīdzīgs šķidruma īpatnējā svara reizinājumam ar trauka sānu virsmas smaguma centra atstatumu līdz šķidruma brīvajam līmenim.*

No Paskala likuma varam tieši secināt: *spiediens uz trauka dibenu nav atkarīgs no trauka formas.* Šo apgalvojumu, kas

193. zīm. Uz laukuma A darbojas papildspiediens, kas vienlīdzīgs ar ūdens staba h svaru.



194. zīm. Spēks, ar kādu šķidrums spiež uz zīmējumā attēloto trauku dibeniem, ir vienāds (līmeņu augstumi vienādi un pamatlaukumi vienlieli).

pirmā acumirklī liekas pārsteidzošs, dažreiz sauc par *hidrostatisko paradoksu.* Ir skaidrs, ka spēku, ar kādu šķidrums spiež uz trauka dibenu, vienmēr dabūsim, reizinot šķidruma spiedienu trauka dibenā ar dibena laukumu (194. zīm.). Cilindriskā traukā spēks, ar kādu šķidrums spiež uz trauka dibenu, vienlīdzīgs šķidruma svaram (ārējais atmosferas spiediens uz trauka dibenu no apakšas un uz brīvo šķidruma virsmu no augšas gandrīz izlīdzinās). Traukā, kura šķērsgriezuma laukums uz augšu palielinās, spēks, ar kādu šķidrums spiež uz trauka dibenu, ir mazāks par traukā ielietā šķidruma svaru; diference ir vienlīdzīga tā spēka vertikalai komponentei, ar kādu šķidrums spiež pret trauka sienām. Otrādi, traukā, kura šķērsgriezuma laukums uz augšu samazinās, šķidrums spiež uz dibenu ar spēku, kas lielāks par traukā ielietā šķidruma svaru; arī šai gadījumā diference ir tā spēka vertikalā komponente, ar kādu šķidrums spiež pret trauka sienām, bet vērsta augšup.

No Paskala likuma un formulas (2) ir skaidrs, ka *savienotos traukos šķidrums nostājas vienādā līmenī* (195. zīm.).

Apvidū ar ieplakas formu, kur ir irdena grunts kārta (oļi, smilts, grants), kas ieslēgta starp divām ūdeni necaurlaidīgām māla kārtām, nokrišņi nokļūst zemē un uzkrājas irdenā slānī. Ja zemā vietā izdara urbšanu līdz ūdens slānim, tad ūdens celsies uz augšu un var pat izplūst ar stipru strūklu no urbuma. Šādas akas sauc par *arteziskām.*

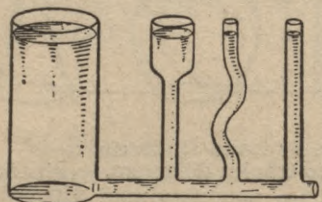
Ja savienotos traukos ielieti dažāda blīvuma ρ_1 un δ_2 šķidrumi, kas nesajaucas, tad pēc Paskala likuma un formulas (2) līdzsvara stāvoklī šķidrumu stabu augstumiem h_1 un h_2 jābūt tādiem, lai būtu spēkā vienlīdzība:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2,$$

no kurienes

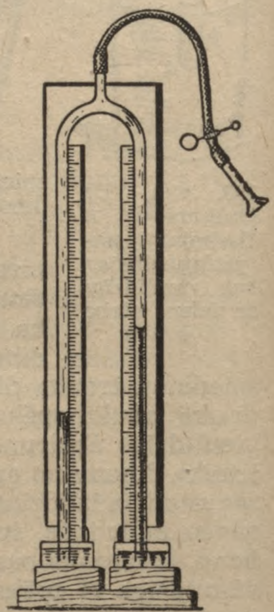
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \tag{3}$$

t. i., *savienotos traukos dažāda blīvuma šķidrumu stabu augstumi ir apgriezti proporcionāli šķidrumu blīvumiem.*



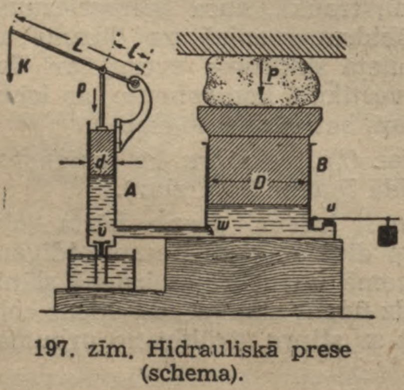
195. zīm. Savienotos traukos šķidrums nostājas vienā līmenī.

196. zīmējumā attēlots Vata aparats šķidruma blīvuma noteikšanai; šim nolūkam nezināma blīvuma šķidrumu salīdzina ar zināma blīvuma šķidrumu: ūdeni vai dzīvsudrabu.



196. zīm. Vata aparats šķidrumu blīvuma salīdzināšanai. Caur gumijas cauruli izsūknē gaisu.

102. §. Hidrauliskā prese un hidrauliskais akumulators. 197. un 198. zīmējumā attēlotās hidrauliskās preses darbība pamatojas uz Paskala likuma. Divi cilindri, viens ar mazu, otrs ar lielu caurmēru, savienoti ar cauruli un piepildīti ar ūdeni vai eļļu. Mazajam cilindram A ir virzulis, ar kuru šķidrumu iespiež lielajā cilindrā B. Pa vārstuli v šķidrumu iesūc mazajā cilindrā, vārstulis w kavē šķidruma atpakaļtecēšanu. Drošības vārstulis u atveras tai momentā, kad spiediens lielajā cilindrā pārsniedz robežu, ko nosaka atsvars uz sviras, kas piespiež vārstuli u.

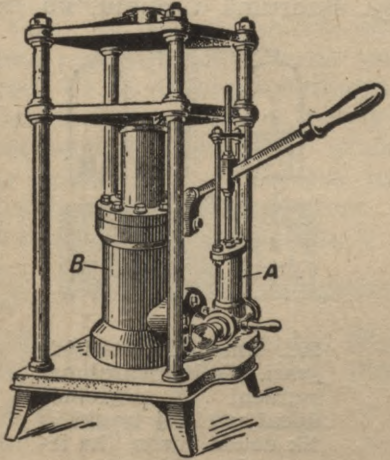


197. zīm. Hidrauliskā prese (schema).

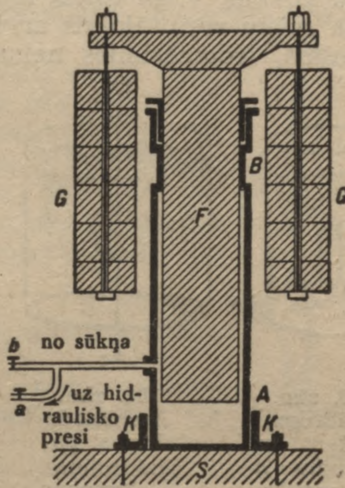
Pēc Paskala likuma spēki, kas darbojas uz lielā un mazā cilindra virzuļiem, attiecas viens pret otru kā virzuļu laukumi, tātad kā diametru kvadrati:

$$\frac{P}{p}=\frac{S}{s}=\frac{D^2}{d^2}. \tag{4}$$

Spiedienu caurulēs var palielināt līdz 500 at un vairāk, tādēļ ar hidraulisko presi var iegūt ievērojamus spēkus — līdz 14—15 tūkstošiem t. Saprotams, ka, jo vairāk iegūstam spēkā, jo vairāk



198. zīm. Hidrauliskā prese.



199. zīm. Hidrauliskais akumulators.

zaudējam noietā ceļa gabalā: lielais virzulis noiet ceļa gabalu, kas tik reizes mazāks par mazā virzuļa ceļa gabalu, cik reizes tā laukums lielāks.

Hidraulisko presi lieto visdažādākās technikas nozarēs. Metalapstrādāšanas rūpniecībā hidrauliskās preses lieto lieliem kalumiem un izgatavojot dzelzs vai tērauda priekšmetus ar biezām sienām.

Uz Paskala likuma pamatojas arī hidrauliskā akumulatora darbība, kuru lieto šķidruma pastāvīga spiediena uzturēšanai caurulēs, kas baro hidrauliskās mašīnas.

Akumulatora uzbūve parādīta 199. zīmējumā. Cilindrs *A* piestiprināts ar savienotāju uzmavu pamatam *S*. Cilindrā kustas virzulis *F*, kam piestiprināta platforma, kas noslogota ar kravu *G* — tās ir kastes ar dzelzs lūžņiem vai ķeta plāksnēm. Lai šķidrums neizsūktos, noblīvēšanai paredzēta ādas uzmava *B*.

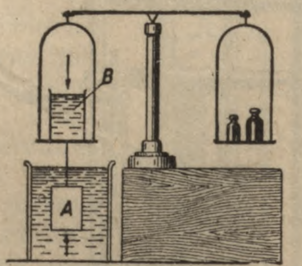
Akumulatoru «uzpilda», paceļot virzuli un slogus. To panāk, iespiežot akumulatorā ūdeni ar sūkni, ko darbina tvaiks vai elektrība. No akumulatora ūdeni pievada mašinām.

103. §. Archimeda likums. Archimeds bija pirmais, kas vairāk nekā pirms 2150 gadiem konstatēja, ka šķidrumā iegremdētais ķermenis it kā zaudē no sava svara tik, cik sver ķermeņa izspiestais šķidrums.

«Svara zudumu» izskaidro tā, ka šķidrumā iegremdēta ķermeņa virsmas visas vietas izjūt šķidruma spiedienu; visu spiediena spēku rezultējošais arvien ir vērsts vertikali uz augšu. Patiešām, iedomāsimies nekustīgā šķidrumā tilpumu, ko no-

200. zīm. Šķidrums spiež uz laukumu A no apakšas stiprāk nekā uz laukumu B no augšas. Spiedienu starpība vērsta uz augšu un vienlīdzīga ar šķidruma stabiņa AB svaru.

201. zīm. Archimeda likuma paskaidrojums. G—ķermeņa svars, P — celšanas spēks, kas vienlīdzīgs ķermeņa izspiestā šķidruma svaram.



202. zīm. Hidrostatiskie svari. Pēc līdzsvarošanas ķermeni A iegremdē ūdenī un ielej traukā B tik daudz ūdens, ka iestājas līdzsvars.

robežo kāda virsma; pieņemsim, ka šķidrums, kas atrodas tilpuma iekšpusē, pēkšņi sacietē, paturot to pašu blīvumu. Acīm redzot šķidruma sacietēšana netraucētu līdzsvaru, tāpēc šķidruma kopējais spiediens uz kaut kādu noslēgtu virsmu, kas atrodas šķidrumā, pēc lieluma vienlīdzīgs virsmas ierobežotā šķidruma svaram un darbojas tam pretējā virzienā. Tātad *uz šķidrumā iegremdētu ķermeni darbojas celšanas spēks, kas vienlīdzīgs ķermeņa izspiestā šķidruma svaram* (200. un 201. zīm.).

Ķermeņa svars un ceļošais spēks darbojas viens otram pretī: ja pārsvarā ir svars, ķermenis grimst dibenā, ja pārsvarā ir ceļošais spēks, tad ķermenis ceļas uz augšu. Ķermenis grimst šķidrumā, ja ķermeņa blīvums ir lielāks par šķidruma blīvumu.

Ķermenis uzpeld, ja tā blīvums ir mazāks par šķidruma blīvumu, kurā tas iegremdēts. Ja ķermenim un šķidrumam, kurā ķermenis iegremdēts, ir vienādi blīvumi, tad ceļošais spēks ir vienlīdzīgs ar svaru un ķermenis «karājas» šķidrumā jebkurā augstumā.

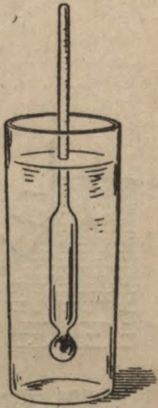
Uz Archimeda likuma pamatojas viens no vienkāršākiem cietu ķermeņu *īpatnējā svara* (1 cm^3 svara) noteikšanas paņēmieniem: pārbaudāmo ķermeni vispirms nosver gaisā, pēc tam, iegremdējot to ūdenī, nosver otru reizi. Aprēķinot «svara zudumu», var precizi noteikt pārbaudāmā ķermeņa tilpumu (202. zīm.).

Viens un tas pats peldošs ķermenis vieglā šķidrumā iegrimst dziļāk nekā smagā (blīvākā) šķidrumā. Uz šā Archimeda likuma secinājuma pamatojas šķidrumu blīvuma noteikšana ar *areometru;* areometrs ir pludiņš ar graduētu caurulīti, kuras iedaļas rāda areometra iegrimšanas dziļumu šķidrumā (203. zīm.). Dažreiz areometrus graduē blīvuma absolutās vienībās, t. i.,

$\frac{g}{cm^3}$, bet visbiežāk lieto pieņemtu blīvuma skalu, piemēram, Bomē gradus (Bomē gradus apzīmē: °Bé). Pārrēķināšanu no pieņemtās skalas uz $\frac{g}{cm^3}$ izdara pēc formulas:

$$\rho = \frac{N}{N + n},$$

kur n — skaitlis, kas rāda, cik areometra iedaļas iegrimušas šķidrumā (šķidrumiem, kas blīvāki par ūdeni, n ir ar minusa zīmi un norāda, par cik dalījumiem areometrs pacēlies augstāk nekā tad, kad tas būtu iegremdēts ūdenī); dažādu konstrukciju areometriem skaitlis N ir dažāda lieluma: Bomē sistemas areometriem $N = 146{,}78$, Beka sistemas areometriem $N = 170$, Briksa sistemas areometriem $N = 400$ (pie $+ 17{,}5^0$).



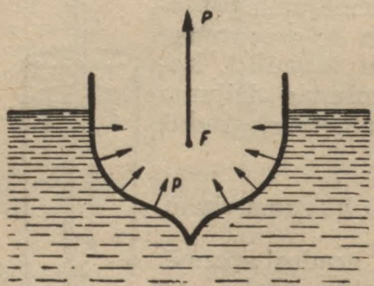
203. zīm. Areometrs — ierīce šķidrumu īpatnējā svara noteikšanai.

104. §. Kuģa peldamība un stabilitate. Kuģa svars ir vienlīdzīgs ar tā izspiestā ūdens tilpuma svaru. Šo tilpumu sauc par kuģa ūdensizspaidu; tas raksturo kuģa spēju noturēties virs ūdens pie noteiktas iegrimes («peldamības» mēraukla). Kuģa izspiestā ūdens tilpumam jābūt pastāvīgam dažādos kuģa stāvokļos.

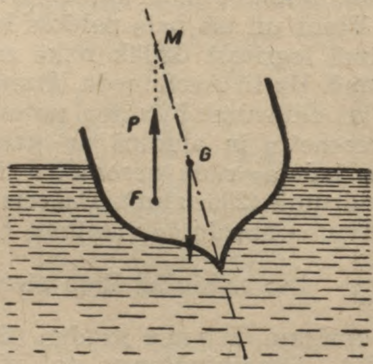
Ceļošais spēks sadalīts pa visu kuģa apakšūdens daļu (204.

zīm.). Uz katru elementari mazu kuģa virsmas apakšūdens daļu darbojas elementars ceļošais spēks. Visu šo spēku rezultējošais P ir kuģa celšanas spēks jeb *peldamība*. Šā rezultējošā spēka pielikšanas punktu (204. zīm. punkts F) sauc par *spiediena centru* vai, kā krievu literaturā pieņemts, par *lieluma centru*. Spiediena centrs sakrīt ar izspiestā šķidruma smaguma centru. Dažādos kuģa stāvokļos tā izspiestā šķidruma smaguma centrs, citiem vārdiem, spiediena centrs — punkts F — pārvietojas (205. zīm.).

Lai kuģis būtu stabils jeb, kā mēdz teikt, noturīgs, tad kuģa spiediena centram un smaguma centram jāatrodas uz vienas vertikalas taisnes. Kuģa noturības raksturošanai lieto jēdzienu



204. zīm. Kuģa peldspēja.



205. zīm. F — spiediena centrs; G — kuģa smaguma centrs; M — metacentrs.

— *metacentrs*. Metacentrs ir divu līniju krustošanās punkts; viena līnija ir taisne, kas iet caur kuģa smaguma centru un caur spiediena centra sākuma stāvokli (kad kuģa ķermenis nav sasvēries), otra līnija ir vertikala taisne, kas iet caur spiediena centru, kuģim sasveroties (205. zīm. metacentrs ir punkts M). Ja metacentrs atrodas virs smaguma centra, kā to rāda 205. zīmējums, tad kuģa svars un ceļošais spēks pie kuģa sasvēršanās veido spēku pāri, kas atgriež kuģi sākuma stāvoklī. Šā spēku pāra moments ir proporcionals metacentra M atstatumam no smaguma centra G; tādēļ pieņem, ka metacentra atstatums no smaguma centra (nogrieznis MG) ir kuģa *noturības* mērs.

105. §. Boila likums. Gāzes blīvums pie normala spiediena ir dažas simt vai pat tūkstoš reizes mazāks par šķidruma blīvumu, no kura gāze radusies. Tas nozīmē, ka normalos apstākļos gāzes molekulu vidējie atstatumi desmitām reizes pārsniedz atstatumus starp šķidruma molekulām. Tādēļ molekularie spēki gāzēs izpaužas stipri mazāk nekā šķidrumos.

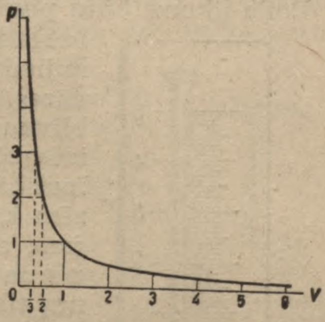
Pateicoties molekulu siltumkustībai, gāze piepilda visu tai pieejamo tilpumu. Gāzes aizņemto tilpumu var vairākkārt samazināt ārējais spiediens. Mēģinājums rāda, ka *gāzes tilpums pie nemainīgas temperaturas ir apgriezti proporcionals spiedienam.* Citiem vārdiem, mēģinājumi rāda, ka ārējā spēka izsauktā gāzes saspiešana rada tādu gāzes pretestības pieaugumu saspiešanai, ka gāzes tilpuma V reizinājums ar spiedienu p paliek konstants, ja tikai gāzes temperatura nemainās:

$$pV = \text{const}. \qquad (5)$$

206. zīm. Boila likuma paskaidrojums.

Kad gāzei ļauj izplesties, tad (pie nemainīgas temperaturas) gāzes spiediens samazinās tik reizes, cik reizes pieaug gāzes ieņemtais tilpums.

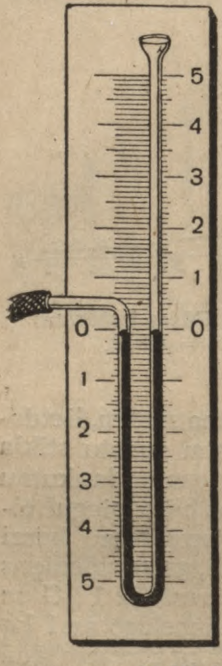
Minēto likumību pirmais novērojis T a u n l i j s, 1662. gadā ar mēģinājumu pierādījis B o i l s un vēlāk 1676. gadā M a r i o t s. Parasti šo likumu sauc par *Boila likumu,* dažreiz arī par *Boila un Mariota likumu.*



207. zīm. Gāzes izoterma: pv = const.

Lai uzskatāmāk attēlotu Boila likuma saturu, lietderīgi izdarīt šādu mēģinājumu. Ņemsim augstu stikla cilindru ar 1 cm² lielu iekšējo šķērsgriezuma laukumu un ievadīsim tanī gaisu necaurlaidīgu virzuli, kas blīvi piegul cilindra sieniņām, bet var pārvietoties ar iespējami mazu berzi (206. zīm.). Kad virzulis atrodas cilindra augšgalā, gaisa spiediens cilindrā ir vienu atmosferu liels, kas nedaudz pārsniedz 1 kG uz 1 cm². Tādēļ saskaņā ar Boila likumu virzulis jānoslogo ar 1 kg atsvaru, lai virzulis nonāktu līdz cilindra vidum. 3 kg atsvars (tādā gadījumā gaisa spiediens cilindrā ir $4 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$) piespiedīs virzuli nolaisties vēl par $^1/_4$ no cilindra garuma zemāk, utt. Cilindrā gaisa spiediens, kas šai gadījumā vienlīdzīgs atsvara smagumam plus $1 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ atmosferas spiediena, pieaug saskaņā ar Boila likumu n reizes, ja gāze aizņem $\frac{1}{n}$ daļu no sava sākuma tilpuma. Ja sāksim samazināt virzuļa slodzi, tad gāze sāks izplesties un, kad visa slodze būs noņemta, gāze ieņems sākuma tilpumu. Sakarību starp gāzes spiedienu un tilpumu pie nemainīgas temperaturas var attēlot grafiski, atliekot uz abscisu ass gāzes ieņemto tilpumu, bet uz ordinatu ass — gāzes spiedienu. Iegūtā līkne, kas attēlo vienādojumu (5), ir vienādsānu hiperbola (207. zīm.), kuras viens zars tiecas sakrist ar ordinatu asi, ja tilpums tiecas uz nulli, bet otrs zars tiecas sakrist ar abscisu asi, ja tilpums tiecas uz bezgalību. Šādu grafiku sauc par *gāzes stāvokļa diagramu*, bet hiperbolu, kas attēlo Boila likumu, par *gāzes izotermu.*

Boila likums būtu pilnīgi precizs, ja gāzes molekulas būtu bezgalīgi mazas un to starpā nebūtu nekādu mijiedarbības spēku. Tomēr šādas «idealas» gāzes patiesībā nav. Jo mazāks ir gāzes blīvums, jo mazāki ir gāzes molekulu mijiedarbības spēki un jo vairāk gāze ar savām īpašībām tuvojas idealai gāzei. Tādām gāzēm kā gaisam, ūdeņradim, skābeklim, helijam, slāpeklim atkāpšanās no Boila likuma pie ne visai lieliem spiedieniem (līdz 30—50 at) nav tik liela, lai tā techniskos aprēķinos būtu jāņem vērā.

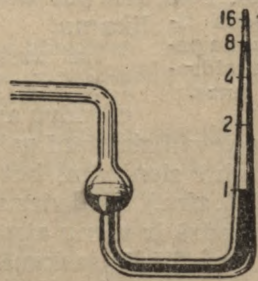


208. zīm. Vaļējais manometrs.

106. §. Manometri un barometri. Aparati spiediena mērīšanai pazīstami jau no skolas kursa, tādēļ šeit tos aprakstīsim konspektivi.

Šķidrumu un gāzu spiedienu mērī ar m a n o m e t r u.

Vaļējais šķidruma manometrs (208. zīm.) izveidots no U-veidīgas caurules, kas piepildīta ar kādu maz gaistošu šķidrumu. Viens caurules gals savienots ar rezervuaru, kura spiedienu grib mērīt, otrs gals — ar atmosferu. Pēc šķidrumu līmeņu starpības abos caurules galos var spriest par mērījamā spiediena lielumu.



209. zīm. Slēgtais šķidruma manometrs.

Lai izmērītu lielus spiedienus, lieto *slēgtu šķidruma manometru* (209. zīm.), ko veido U-veidīga caurule, kas vienā galā aizkausēta. Vaļējo caurules galu savieno ar rezervuaru, kura spiediens jāmērī. Slēgtajā caurules galā ir gaiss, kam sākumā ir atmosferas spiediens. Šis gaiss tiek saspiests, un pēc gaisa tilpuma samazināšanās var spriest par mērījamā spiediena lielumu: ja gaiss izrādīsies saspiests 2 reizes, spiediens ir 2 at, ja trīs reizes — 3 at utt.

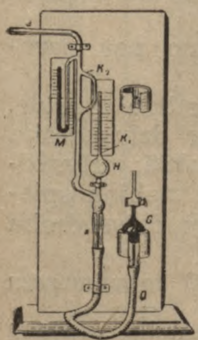
Metala manometru (210. zīm.) veido izliekta metala caurulīte, kas vienā galā aizlodēta; otru caurulītes galu savieno ar rezervuaru, kura spiediens jāmērī. Caurulītē ieplūstošās gāzes vai šķidruma ietekmē caurulīte cenšas iztaisnoties. Caurulītes gals savienots ar rādītāju, kas uz skalas norāda spiediena lielumu. Metala manometrus lieto galvenokārt lielu spiedienu mērīšanai (piem., mērījot stipri saspiesta gaisa spiedienu vai tvaika spiedienu tvaika katlos).

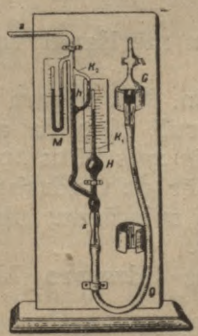
Ļoti mazu spiedienu mērīšanai lieto komplicētākus aparatus. Telpu, ko ieņem gāze, kuras spiediens mazāks par atmosferas spiedienu, sauc par *vakuumu*. Izšķir *augstu vakuumu,* kur spiediens mazāks par 0,0001 mm Hg, *zemu vakuumu,* — kur spiediens lielāks par 0,01 mm Hg, un *vidēju vakuumu* — ar spiedienu no 0,0001 līdz 0,01 mm Hg.

210. zīm. Metala manometrs.

Augsta vakuuma spiediena mērīšanai bieži lieto *Mak-Leoda manometru.* Šai manometrā izretināto gāzi, kuras spiedienu grib izmērīt, stipri saspiež; ar noteiktu kompresijas pakāpi saspiestās gāzes spiedienu mērī pēc slēgta manometra principa.

Mak-Leoda manometra uzbūve G e d e s izveidojumā attēlota 211. un 212. zīmējumā. Šajos zīmējumos parādīta stikla cauruļu sistema, kuras viens gals *a* savienots ar telpu, kurā mērī spiedienu; otru galu *x* gumijas caurule *Q* savieno ar dzīvsudrabu pildītu stikla tvertni *G*. Manometra cauruļu *M* un K_1 augšgali aizkausēti. Mērījot spiedienu, tvertni *G* ar dzīvsudrabu vispirms nolaiž 211. zīmējumā parādītā stāvoklī un pēc tam paceļ 212. zīmējumā parādītā stāvoklī. Nolaižot tvertni *G* uz leju, dzīvsudrabs izplūst no caurulēm un balona *H* (211. zīm.); balonu *H* kā arī cauruli K_1 piepilda gāze, kuras spiediens *p* jāmērī. Ap-


211. zīm. Mak-Leoda manometrs (pēc Gedes).


212. zīm.

zīmēsim balona H un caurules K_1 tilpumu ar V. Kad tvertne G pacelta (212. zīm.), dzīvsudrabs pa cauruļu sistemu ceļas uz augšu un saspiež gāzi, kas atrodas balonā H un caurulē K_1, līdz tilpumam v. Pēc gāzes saspiešanas spiedienu caurulē K_1 nosaka pēc dzīvsudraba līmeņu starpības h caurulēs K_1 un K_2, lietojot skalu m; gāzes spiedienu virs dzīvsudraba caurulē K_2, t. i., vakuumā, var neņemt vērā, salīdzinot ar gāzes spiedienu virs dzīvsudraba caurulē K_1. Pēc Boila likuma:

$$pV = hv,$$

no kurienes

$$p = h\frac{v}{V}.$$

Tātad, mērījot spiedienu h caurulē K_1 un zinot tilpumus V un v, var aprēķināt spiedienu vakuumā. Skalas m iedaļas var iezīmēt tā, ka tās tieši norāda meklējamo vakuuma spiedienu.

Lai Mak-Leoda manometrs precizi rādītu vakuuma spiedienu, nepieciešams, lai caurulītes K_1 un K_2 būtu ar vienlīdzīgiem iekšējiem caurmēriem [tilpumam V jābūt daudzkārt lielākam par tilpumu v, tādēļ caurulīšu K_1 un K_2 iekšējie caurmēri ir ļoti mazi; tās ir tā saucamās kapilarās caurulītes, kurās šķidruma līmeņa augstums līdzsvara stāvoklī ir atkarīgs no kapilarā caurmēra (iemesls tiks paskaidrots XIII nodaļā); kapilarās parādības neietekmē manometra nolasījumu, ja caurulīšu K_1 un K_2 caurmēri ir vienlīdzīgi].

Ar Mak-Leoda manometru var mērīt spiedienus, kuru lielums ir apmēram dzīvsudraba staba milimetra viena miljonā daļa.

Aparatus atmosferas spiediena mērīšanai sauc par barometriem.

Dzīvsudraba barometram ir apm. 90 cm gara stikla caurule, kuras viens gals aizkausēts. Cauruli piepilda ar dzīvsudrabu un apgriež tā, lai caurules vaļējais gals būtu apakšā; dzīvsudrabs noslīdēs tik zemu, līdz kamēr dzīvsudraba stabiņa spiediens būs vienāds ar atmosferas spiedienu; virs dzīvsudraba radīsies telpa — *Toričeli tukšums.*

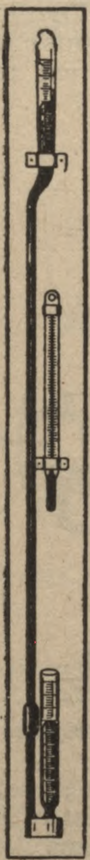
Normalais atmosferas spiediens līdzsvaro 760 mm augstu dzīvsudraba stabiņu, kas ir [1] $76 \cdot 13{,}595 = 1033{,}3 \ \frac{G}{cm^2} = 1013$ milibaru.

---

[1] Dzīvsudraba īpatnējais svars ir $13{,}5951 \frac{G}{cm^3}$.

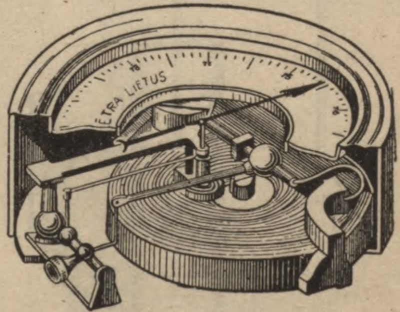
Atmosferas spiediens, atkarībā no laika apstākļiem, mainās nelielās robežās (par dažiem dzīvsudraba stabiņa centimetriem), tāpēc laboratoriju un meteoroloģiskā dienesta barometriem iedaļas paredz tikai skalas daļai ap 76 cm.

Preciziem barometriskiem nolasījumiem paredz temperaturas korekturu, jo dzīvsudraba blīvums un skalas garums pie sasilšanas mainās. Termometru parasti novieto uz paša barometra.



213. zīm. Dzīvsudraba barometrs (trauks ar sifonu).

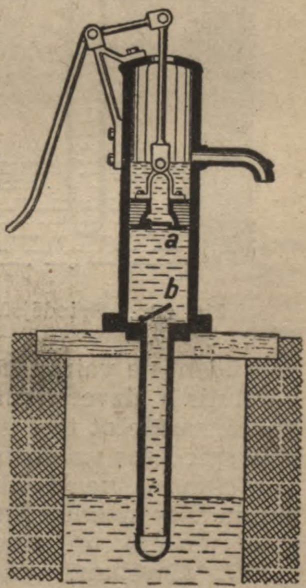
Metala barometrs-aneroids ir metala kārba ar elastīgu vāku, no kuras izsūknēts gaiss. Vāku satur stingra atspere, jo citādi to iespiestu atmosferas spiediens. Spiedienam mainoties, vāks vai nu ieliecas vai izliecas un ar sviru sistemu iedarbina rādītāju, kura gals pārvietojas pa skalu ar iedaļām; iedaļas atzīmētas, salīdzinot aneroida nolasījumus ar dzīvsudraba barometra nolasījumiem.



214. zīm. Metala barometrs (aneroids).

107. §. Ūdens sūkņi. Sūcējsūkņi ir senu laiku izgudrojums. Tos lietoja jau Aristoteļa laikā, t. i., vairāk nekā 3 gadsimtus pirms mūsu eras.

215. zīmējums attēlo jau no elementarā kursa pazīstamo vienkāršā *sūcējsūkņa* konstrukciju. Virzulim paceļoties uz augšu, vārstulis *b* atveras (vārstulis *a* paliek slēgts) un ūdens tiek iesūknēts pa cauruli cilindrā, kurā spiediens, virzulim paceļoties, pazeminās zem atmosferas spiediena. Virzuli spie-

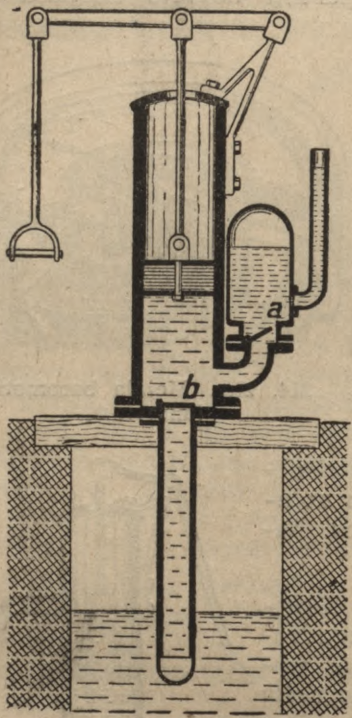


215. zīm. Sūcējsūknis.

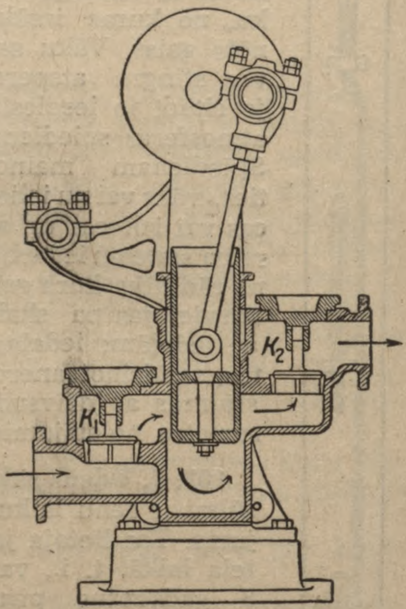
žot uz leju, ūdens spiediens atver vārstuli *a*, bet vārstulis *b* aizveras; ūdens nokļūst telpā virs virzuļa un, virzulim atkal ceļoties uz augšu, izplūst pa sānu cauruli.

Šāds sūknis, tāpat kā visi sūcējsūkņi, nevar uzsūknēt ūdeni no dziļuma, kas lielāks par 10 m, jo atmosferas spiediens līdzsvaro tikai 10 m augstu ūdens stabu.

216. zīmējumā redzama *spiedējsūkņa* konstrukcija. Virzulim ceļoties uz augšu, šis sūknis strādā kā sūcējsūknis un var pa-



216. zīm. Spiedējsūknis.



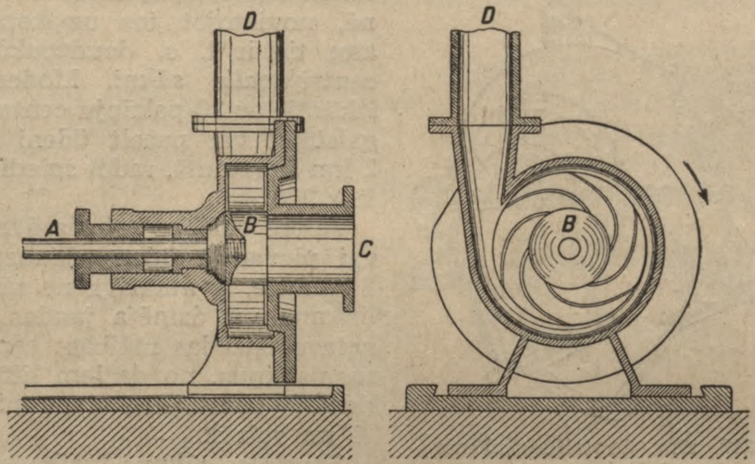
217. zīm. Virzuļa ūdenssūknis.

celt ūdeni ne vairāk kā no 10 m dziļuma. Virzulim ejot uz leju, vārstulis *b* aizveras un atveras *a*, pa kuru ūdens nokļūst rezervuārā, saspiežot tajā gaisu, kas atrodas virs ūdens līmeņa. Virzuļa spiediens uz ūdeni, kas vienlīdzīgs ar gaisa spiedienu metala cilindrā, paceļ ūdeni sānu caurulē. Ūdens pacelšanas augstumu virs spiedējsūkņa līmeņa nosaka spēks, ar kādu virzuli spiež uz leju, un sūkņa konstrukcijas izturība.

217. zīmējumā griezumā redzama ar elektromotoru vai tvaika mašīnu darbināma ūdenssūkņa konstrukcija. Kloķa un klaņa mechanisms, kas saistīts ar mašīnas vārpstu, dzen vir-

zuli uz priekšu un atpakaļ. Virzulim ceļoties uz augšu, ūdens tiek iesūkts kreisajā caurulē pa pacelto vārstuli K_1; virzulim ejot uz leju, vārstulis K_1 aizveras, aizsprostojot ūdenim atpakaļceļu, bet vārstuli K_2 ūdens spiediens paceļ uz augšu un ūdens tiek iespiests labajā caurulē.

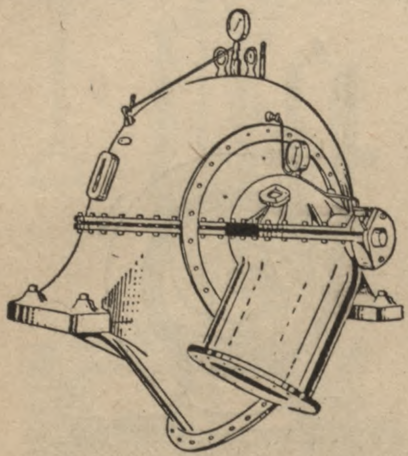
Pēdējā laikā plaši pielieto *centrifugalos ūdenssūkņus*, kuriem ir vairākas priekšrocības, salīdzinot ar virzuļsūkņiem. Lai gan šā sūkņa darbības principu aplūko hidrodinamika, centrifugalsūkņa uzbūvē nav grūti orientēties arī, nezinot



218. zīm. Centrifugalais ūdenssūknis (pa kreisi — garengriezums, pa labi — šķērsgriezums).

hidromechanikas likumus. Centrifugalsūkņa uzbūve redzama 218. zīmējumā; pa kreisi parādīts vertikalais aksialais griezums, bet pa labi — sūkņa griezums perpendikulari asij *A*. Cilindriskā apvalkā uz ass *A* nostiprināts ritenis *B* ar izliektām lāpstiņām. Ritenim *B* griežoties (218. zīm.) pulksteņa rādītāja kustības virzienā, lāpstiņas satver ūdeni, kas piepilda cilindrisko apvalku, un iesaista ūdeni rotacijas kustībā, izsviežot ūdeni spiedcaurulē *D*, kas tangenciali pieslēdzas apvalkam. Tas samazina spiedienu pie sūkņa ass, kur atmosferas spiediens iespiež pa cauruli *C* no jauna ūdeni. 219. zīmējumā redzams centrifugalsūkņa ārējais izskats. Sūknim ir divi metala manometri, viens no tiem rāda paaugstināto spiedienu, ar kādu ūdens ieplūst spiedcaurulē, otrais — pazemināto spiedienu sūkņa ass telpā.

Centrifugalsūkņu lielā priekšrocība, salīdzinot ar virzuļsūkņiem, ir tā, ka pirmajiem nav neviena vārstuļa. Spēcīgs centrifugalsūknis neaizsērējot var iesūknēt kopā ar ūdeni arī netīrumus un sīkus akmentiņus. Lieljaudas centrifugalsūkņu lāpstiņu veltņu apgriezienu skaits ir no 1 līdz 3 tūkstošiem vienā minutē. Šādi sūkņi var pacelt ūdeni spiedcaurulē no 40—80 m augstumā. Lai paceltu ūdeni vēl augstāk, kas nepieciešams, izsūknējot ūdeni no šachtām vai spiežot ūdeni pa ūdensvadiem uz augstāku vietu, vairākus centrifugalsūkņus savieno virknē, novietojot tos uz kopējas ass; tie ir t. s. *daudzpakāpju centrifugalie sūkņi.* Modernās iekārtās ar 20-pakāpju centrifugalsūkni var pacelt ūdeni līdz 2 km augstumā, radot spiedienu līdz 200 at.



219. zīm. Centrifugalsūknis (ārējais skats).

Sūkņu ražība, t. i., izsūknētā vai pievadītā ūdens daudzums 1 minutē, ir atkarīga no sūkņa lieluma un dzinēja jaudas. Izgatavo dažādas ražības centrifugalsūkņus: no dažiem litriem līdz 300 tūkst. litru vienā minutē un vairāk.

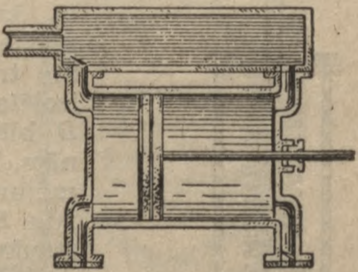
Specialos sūkņus tvaika katlu barošanai ar ūdeni (inžektorus) aplūkosim 115. §.

108. §. Gaisa sūkņi. Lai mainītu gāzes statisko spiedienu kādā rezervuarā, lieto dažādu konstrukciju gaisa sūkņus. Ar sūkni gāzi var no rezervuara aizvadīt (jeb kā saka «izsūknēt»), var arī ievadīt, «iespiest» rezervuarā. Pirmā gadījumā rezervuarā rodas vakuums, otrā — paaugstināts gāzes spiediens. Tādēļ sūkņus iedala gaisa vakuuma sūkņos un gaisa spiedējsūkņos. Pēdējos sauc arī par pūtējiem un, ja tie paaugstina gāzes spiedienu līdz 4 un vairāk atmosferām, par kompresoriem.

Pūtēju un kompresoru uzbūves princips līdzīgs ūdens virzuļsūkņu principam (sk. 217. zīm.). Kloķa-klaņa mechanisms darbina virzuli ātrā kustībā turp un atpakaļ. Tikai šai gadījumā cilindra un virzuļa caurmērs ir daudz lielāks nekā ūdens sūkņos. Vārstuļi ir gludi noslīpētas, plānas tērauda plāksnītes, ko piespiež atsperes. Parasti kompresors ir «dubultdarbības mašina», t. i., virzulis iesūc un saspiež gaisu abās virzuļa pusēs (220. zīm.).

Technikā saspiesto gaisu izlieto daudzējādi. Saspiesto gaisu lieto dažādu darbarīku un mašinu, piem., atskaldāmo veseru, akmens urbjammašinu utt., darbināšanai. Darbarīkus un mašinas, kas darbināmi ar saspiestu gaisu, sauc par *pneimatiskiem*. Pneimatiskiem darbarīkiem un mašinām lieto līdz 5 at un bieži pat līdz 10—12 at saspiestu gaisu.

Gaisa iedzīšanai krāsnīs lieto līdz 2,5 at saspiestu gaisu. Jaunākā tipa pūtēju mašinām, kuras lieto mūsu rūpnīcās, cilindra caurmērs pārsniedz 3 m un virzuļa gājiens ir 1,5 m; šīs mašinas dod domeņu krāsnīm saspiestu gaisu līdz $1800 \frac{m^3}{min}$.

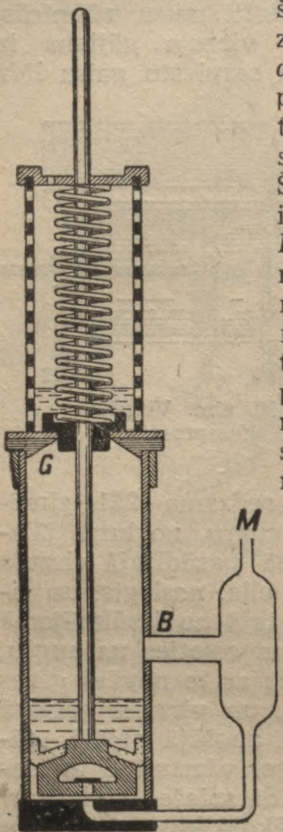

220. zīm. Virzuļa kompresors.

Pūtējas mašinas lieto arī ventilacijai, nosūcot vai iespiežot gaisu. Raktuvju vēdināšanas mašinas nodrošina gaisa apmaiņu līdz 12 000 m^3 vienā minutē.

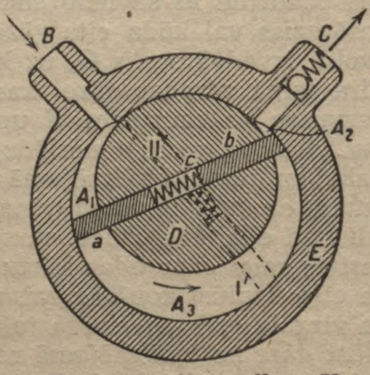
Lietojot virzuļsūkni kā vakuumsūkni, rūpīgi jāizolē no atmosferas gaisa cilindra telpa, kad tajā iesūknē gāzi no vakuuma. Šim nolūkam lieto biezu eļļu, ko prāvā kārtā uzlej uz izvadvārstuļa. Eļļas virzuļsūkņa schema gāzes nosūknēšanai redzama 221. zīmējumā. Caurule *M* savieno sūkni ar rezervuaru, no kura jāizsūknē gaiss vai kāda cita gāze. Zīmējumā parādītajā virzuļa stāvoklī izvadvārstulis *G*, uz kura uzlieta eļļa, noslēgts, un cilindra telpā atrodas gāze, kas ieplūdusi tajā no izsūknējamā rezervuara pa caurulēm *M* un *B*. Virzulim ceļoties uz augšu, eļļas kārta uz virzuļa noslēdz caurumu *B*; ar to novērš gāzes atpakaļieplūšanu izsūknējamā rezervuarā, un virzulis saspiež cilindrā esošo gāzi. Kad virzulis nonācis augšējā galējā stāvoklī, tad eļļa, kas uzlieta virs virzuļa, atver vārstuli *G* un saspiestais gaiss caur eļļas kārtu pūslīšu veidā spiežas laukā; arī daļa eļļas izplūst kopā ar gaisu. Virzuļa nākošā kustībā uz leju virs virzuļa rodas retināta telpa, kurā pa cauruli *B* no jauna ieplūst gāze no izsūknējamā rezervuara. Apakšējā caurule, kas izbeidzas zem virzuļa, ierīkota, lai virzulis nepieliptu cilindra dibenam.

Virzuļsūkni vakuuma iegūšanai pirmais lietoja G e r i k e (XVII gs.). Tādēļ arī jaunlaiku eļļas virzuļsūkņus gaisa izsūknēšanai bieži sauc par *Gerikes sūkņiem*. Bieži divus Gerikes sūkņus savieno virknē tā, lai viens sūknis gāzi no vakuuma sūknē rezervuarā ar pazeminātu gāzes spiedienu *(priekšvakuumā)*, bet otrs sūknis izsūknē gāzi no priekšvakuuma atmosferā. Šāda divu Gerikes sūkņa kombinacija dod iespēju izsūknēt gaisu līdz 0,05 mm Hg spiediena.

Modernāki ir *rotacijas eļļas sūkņi*. Šāda sūkņa galvenās daļas schema parādīta 222. zīmējumā. Masivs cilindrs D griežas ap savu asi, visu laiku piespiežoties cilindriskā dobuma augšējai sienai. Cilindra D diametralā izgriezuma galos iestiprinātas divas lāpstiņas a un b, starp kurām atrodas atspere, kas piespiež lāpstiņas cilindriskās telpas sienām tā, ka šī telpa izrādās sadalīta trijās savstarpēji izolētās kamerās A_1, A_2 un A_3. Šīs trīs kameras savstarpēji pilnīgi tiek izolētas, lāpstiņām a un b un cilindram D blīvi piespiežoties dobtā cilindra sienām, kas pārklātas ar eļļas kārtu. 222. zīmējumā parādītajā lāpstiņu stāvoklī caurule B savieno kameru A_1 ar izsūknējamo trauku. Cilindram D griežoties pretēji pulksteņa rādītāja kustības virzienam, kameras A_1 tilpums pieaug un tanī tiek iesūknēta gāze no izsūknējamā trauka. Kamerās A_2 un A_3 jau atrodas gāze, kas tur tika iesūkta, kad katra no šīm kamerām bija



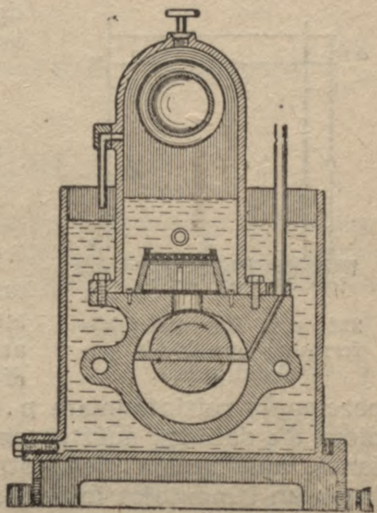
221. zīm. Eļļas virzuļsūknis gāzes izsūknēšanai. Schema.



222. zīm. Rotacijas eļļas sūkņa darbīgās daļas schema.

savienota ar cauruli B. Cilindram griežoties pretēji pulksteņa rādītāja virzienam, zīmējumā parādītā momentā kameras A_2 tilpums samazinās, kameras gāze tiek saspiesta un, paceļot vieglo lodīšu vārstuli, caur eļļas kārtu pa cauruli C tiek izspiesta atmosferā vai priekšvakuumā.

Jaunākos *Pfeifera rotacijas eļļas sūkņos* visa sūkņa strādājošā daļa ir ievietota metala kārbā, kas piepildīta ar eļļu (223. zīm.); lodīšu vārstulis šeit ir aizstāts ar plākšņu vārstuli. Šādus sūkņus PSR Savienībā izgatavo rūpnīca «Svetlana» Ļeņingradā un Elektrorūpnīca Maskavā. Ar šādu sūkni var iegūt retinājumu līdz spiedienam, kāds ir dzīvsudraba staba milimetra dažām tūkstošdaļām. Ar trīs virknē savienotiem sūkņiem spiedienu var pazemināt līdz $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ mm Hg.



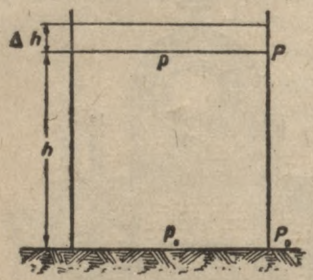
223. zīm. Pfeifera rotacijas eļļas sūkņa schema.

Lielāka vakuuma iegūšanai lieto tā saucamos *molekularos vakuuma sūkņus (Gedes un Lengmira sūkņi)*, kuru uzbūve tiks paskaidrota turpmāk.

109. §. Barometriskā formula. Zemi ietver gaisa apvalks — atmosfera; gaiss neaizplūst pasaules telpā, jo tam pretojas gravitacijas spēki: lai atstātu Zemes lodi, gaisa molekulām, kas atrodas uz atmosferas augšējās robežas, jāattīsta ātrums, kas lielāks par 10 $\frac{\text{km}}{\text{sec}}$, bet gaisa molekulu siltumkustības vidējais ātrums ievērojami mazāks par šo lielumu.

Līdzīgi šķidruma kārtai atmosferas svars spiež uz katru tanī esošu ķermeni. Zinot, ka jūras līmeņa augstumā atmosferas normalspiediens $p = 760$ mm Hg $= 1{,}033 \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ un ka pie šā spiediena un 0^0C temperaturas gaisa blīvums ir $1{,}293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, varētu aprēķināt atmosferas biezumu, ja vien gaisa blīvums visur būtu viens un tas pats. Bet pēc Boiļa likuma gaisa blīvums ir tieši proporcionals spiedienam; jo augstāk paceļamies, jo plānāka kļūst gaisa augšējā kārta, jo mazāks ir šīs kārtas spiediens, tādēļ ar pacelšanās augstumu gaisa blīvums samazinās.

Pieņemsim, ka Zemes virsū gaisa spiediens ir p_0 un blīvums — ρ_0, bet augstumā h — spiediens p un blīvums ρ (224. zīm.). Augstumam mainoties par zināmu lielumu Δh, spiediens mainīsies (samazināsies) par lielumu Δp. Ja kārta Δh ir tik plāna, ka gaisa blīvumu tanī var uzlūkot par nemainīgu, tad $dp = g\rho dh$. Šeit ρ ir gaisa blīvums augstumā h; pēc Boila likuma



224. zīm. Barometriskās formulas grafiskais paskaidrojums.

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}.$$

Tātad

$$dp = -g\rho_0 \frac{p}{p_0} dh. \qquad (6)$$

Šis vienādojums rāda, ka spiediena samazinājums nav proporcionals augstuma pieaugumam; jo lielāks augstums, jo lēnāk samazinās spiediens (vienādojuma labā puse proporcionala reizinājumam $p \,.\, dh$, bet šis reizinājums pie vienādiem dh dažādos augstumos ir dažāds sakarā ar p samazināšanos, augstumam pieaugot). Pamatojoties uz iegūto vienādojumu un izmantojot integralrēķinus, var pierādīt[1], ka spiediens mainās atkarībā no augstuma saskaņā ar šādu formulu:

$$\ln \frac{p}{p_0} = -g \frac{\rho_0 h}{p_0}. \qquad (7)$$

Šeit ln apzīmē naturalo logaritmu, t. i., logaritmu ar bazi $e = 2{,}7183\ldots$ (parastos logaritmus pie bazes 10 šinī grāmatā apzīmēsim ar zīmi log).

Tā kā skaitļa (šai gadījumā lieluma $\frac{p}{p_0}$) logaritms ir kā-

---

[1] Izdalīsim vienādojuma (6) abas puses ar p. Iegaumēsim, ka, $\frac{dp}{p} = d \ln p$, kur ln ir naturalo logaritmu zīme. Integrēsim tagad iegūto vienādojumu robežās no jūras līmeņa ($h = 0$) līdz augstumam h un attiecīgi no spiediena $p = p_0$ līdz p:

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -g \frac{\rho_0}{p_0} \int_{0}^{h} dh.$$

Dabūsim, ka

$$\ln \frac{p}{p_0} = -g \frac{\rho_0 h}{p_0}.$$

pinātājs, ar ko jākāpina baze, lai iegūtu doto skaitli, tad formulu (7) var pārrakstīt šādi:

$$\frac{p}{p_0} = e^{-g\frac{\rho_0 h}{p_0}}. \tag{8}$$

Tā kā $g\rho_0 = 1{,}293\ \frac{\text{kG}}{\text{m}^3}$ un $p_0 = 1{,}0333\ \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2} = 10333\ \frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$, atrodam, ka

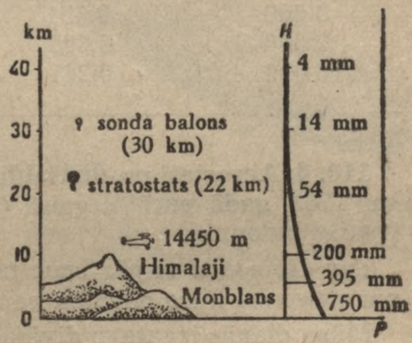
$$-g\frac{\rho_0 h}{p_0} = -0{,}000125\ h,$$

pie kam augstums h jāmērī metros. Ja vienosimies izteikt augstumu h kilometros, tad koeficients pie h jāpalielina 1000 reizes. Tādējādi nonākam pie šāda barometriskā likuma par atmosferas gaisa spiediena samazināšanos atkarībā no augstuma:

$$p = p_0 e^{-0{,}125h}; \tag{9}$$

šeit h izteikts kilometros, bet p ir spiediens augstumā h (km) un p_0 — spiediens virs jūras līmeņa, mērīti brīvi izvēlētās, bet vienādās vienībās.

Spiediena samazināšanās atkarībā no augstuma grafiski attēlota 225. zīmējumā.



225. zīm. Atmosferas spiediens atkarībā no augstuma.

Barometrisko formulu bieži lieto ģeodezijā, aviacijā un meteoroloģijā.

Barometriskā formula būtu preciza, ja gaisa temperatura visos augstumos būtu viena un tā pati. Patiesībā atmosferā siltuma līdzsvara nav: gaisa temperatura pazeminās, augstumam pieaugot. Tādēļ gaisa blīvuma maiņu atkarībā no augstuma ietekmē ne tikai augstāko atmosferas slāņu svara samazināšanās, bet arī gaisa temperaturas pazemināšanās. Šī gaisa temperaturas pazemināšanās, attālinoties no Zemes virsmas, zemes lodes katrā vietā ir dažāda.

Daudzās valstīs, to skaitā arī PSR Savienībā, par salīdzināšanas pamatu pieņemta standarta atmosfera, ko aprēķina, pieņemot, ka spiediens virs jūras līmeņa pie 15°C ir 1013 milibaras = 760 mm Hg un ka temperaturas pazemināšanās ik uz katriem 1000 m augstuma ir 6,5°C.

Sakarība starp standartatmosferu, augstumu, spiedienu, blīvumu un temperaturu parādīta tabulā:

Standartatmosfera

Augstums m	Spiedienu attiecība $\frac{p}{p_0}$	Blīvumu attiecība $\frac{\rho}{\rho_0}$	Temperatura °C
0	1	1	15
1 000	0,887	0,907	8,5
2 000	0,784	0,822	2
3 000	0,692	0,742	—4,5
4 000	0,608	0,669	—11
5 000	0,533	0,601	—17,5
6 000	0,465	0,538	—24
7 000	0,405	0,481	—30,5
8 000	0,351	0,428	—37
9 000	0,303	0,381	—43
10 000	0,261	0,337	—50

110. §. Aerostati un dirižabļi. Brāļi Mongolfjē bija pirmie, kas 1783. gadā pacēlās gaisā (atmosferā) ar primitivu aerostatu («gaisa balonu»).

Par *aerostatu* vispār sauc nevadāmu lidaparatu, kas vieglāks par gaisu un kura darbība pamatojas uz Archimeda likuma.

Mūsu dienās izgatavo divējāda veida aerostatus: 1) *brīvas gaitas* — *sferiskos,* kurus lieto lidotāju (dirižablistu) sagatavošanai augstlidojumiem atmosferas pētīšanai un sporta nolūkos, un 2) *piesaistītos* — *pūķus* (226. zīm.), kurus izlieto kara laikā kā nekustīgus novērošanas punktus.

Aerostatu *celšanas spēks* rodas tāpēc, ka aerostata apvalkā ieslēgtā gāze ir vieglāka nekā tādas pašas temperaturas un spiediena gaiss. Pieņemsim, ka d ir 1 m^3 «lidgāzes» svars un d_{gaiss} ir 1 m^3 gaisa svars. Tad lidgāzes katra kubmetra celšanas spēks gaisā ir $f = d_{gaiss} - d$. Ja aerostata tilpums ir V, tad aerostata celšanas spēks ir

$$F = V\,(d_{gaiss} - d). \tag{10}$$

Aerostata brīvais (atlikuma) celšanas spēks $F_{brīv} = F - Q$, kur Q — apvalka, iekārtas un aerostata pārējā balasta kopsvars. Šis spēks spiež aerostatu pacelties no zemes.

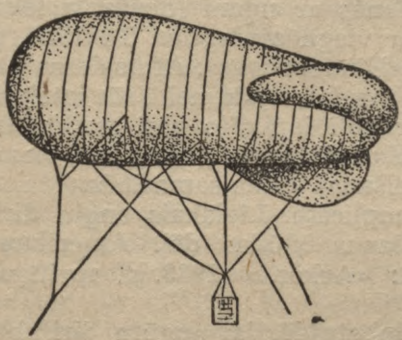
Aerostatu uzpildīšanai parasti lieto vienu no šīm gāzēm:

ūdeņradis $d = 0{,}0896\ \frac{kG}{m^3}$, $f = 1{,}2\ \frac{kG}{m^3}$;

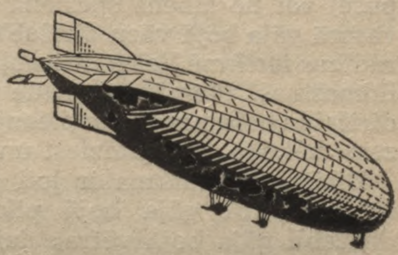
helijs $d = 0{,}18\ \frac{kG}{m^3}$, $f = 1{,}1\ \frac{kG}{m^3}$;

deggāze $d =$ no $0{,}45$ līdz $0{,}67\ \frac{kG}{m^3}$, $f =$ no $0{,}62$ līdz $0{,}84\ \frac{kG}{m^3}$.

Ceļoties augšup, spiediens uz aerostata apvalku samazinās, aerostata gāze izplešas un daļa no tās izplūst pa sferiskā aero-



226. zīm. Piesaistītais (pūķa) aerostats.



227. zīm. Dirižablis. Redzamas augstuma stūres un stabilizatori (novietoti horizontāli) un sānu stūres (novietotas vertikāli).

stata piedēkli (apendiksu); aerostata celšanas spēks, augstumam pieaugot, samazinās. Ir tomēr vienkārša ierīce, kas uztur nemainīgu aerostata celšanas spēku, gan tikai nelielam pacelšanās augstumam. Ierīce ir šāda: aerostata iekšpusē novieto b a l o n e t u, t. i., maisu ar gaisu; aerostatam ceļoties un lidgāzei izplešoties, gaiss pakāpeniski tiek izspiests. Ar balonetiem parasti apgādāti pūķu aerostati.

Aerostatus ar hermetiski slēgtu gondolu, kas domāti augstāko atmosferu slāņu — stratosferas — pētīšanai, sauc par *stratostatiem*. 1933. g. septembrī padomju lidotāji P r o k o f j e v s, B i r n b a u m s un G o d u n o v s sasniedza tā laika pacelšanās augstuma pasaules rekordu ar stratostatu «CCCP», paceļoties 19 km augstumā. 1934. g. 30. janvarī U s i s k i n s, V a s e n k o un F e d o s e j e n k o stratostatā «Osoaviachim» pacēlās vēl augstāk (apm. 22 km). Šis lidojums beidzās ar stratostata avariju un lidotāju traģisku nāvi.

Aerostats lido vēja virzienā un, iekļuvis stiprā gaisa straumē, var nolidot ievērojamus attālumus. Aerostatu var arī vadīt, uzstādot tanī motoru ar propeleri. Tādiem aerostatiem piešķir pludlīnijas formu (227. zīm.). Vadāmos aerostatus sauc par *dirižabļiem*.

Dirižabļus iedala trīs grupās: 1) m ī k s t o s, kuru apvalks patur noteiktu formu, pateicoties iepildītās gāzes spiedienam, 2) p u s c i e t o s, kurus atbalsta ietvars (rāmis), neļaujot apvalkam saliekties šķērsvirzienā, un beidzot 3) c i e t o s, kuriem ir stingrs, vieglu metala kopņu skelets, apvilkts ar lakotu kokvilnas audumu.

Dirižabļus pilda ar ūdeņradi vai hēliju. Ar ūdeņradi pildīts dirižablis no neuzmanīgas rīkošanās ar uguni (dirižabļa iekšpusē) vai no zibens spēriena var viegli aizdegties. Tā 1937. g. vasarā gāja bojā vācu dirižablis «Hindenburgs». Atmosferas parādības ietekmē lielos dirižabļus daudz vairāk, nekā tās ietekmē lidmašinas. Piemēram, saule dirižiblī iepildīto gāzi sasilda un dirižabļa celšanas spēks pieaug. Kad dirižablis nonāk ēnā, piem., zem mākoņa, gāze atdziest un celšanas spēks samazinās.

Dirižabļa vadīšana ir ļoti komplicēta. Lielākais angļu dirižablis K-101 gāja bojā pilotēšanas kļūdas dēļ. Amerikaņu dirižabļi gāja bojā vētras laikā: «Arkons» 1933. g. aprilī un «Mekons» 1935. g. februarī.

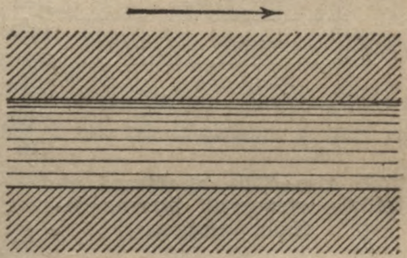
Padomju Savienībā plānveidīgi strādā, lai apgūtu dirižabļu būvēšanas un vadīšanas techniku.

VIII NODAĻA

Hidrodinamika un aerodinamika

111. §. Šķidrumu un gāzu viskozitate (iekšējā berze). Par viskozitati sauc šķidrumu un gāzu īpašību pretoties viņu daļiņu savstarpējai pārvietošanai.

Nerunājot par cietiem ķermeņiem, visus pārējos var iedalīt trijās grupās: 1) šķidrumos ar lielu viskozitati, 2) šķidrumos ar mazu viskozitati un 3) gāzēs. Šīs grupas pāriet viena otrā un starp tām no mechanikas viedokļa nav iespējams novilkt stingras robežas.

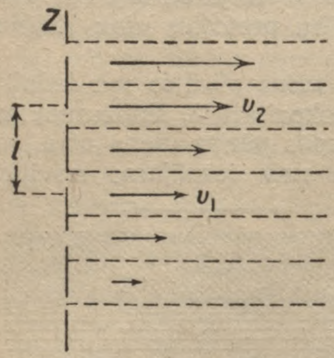


228a. zīm. Šķidrumu iekšējā berze.

Galvenā atšķirība starp viskoziem šķidrumiem (piemēram, sīrups, kurpnieku piķis, sasildīts asfalts) un cietiem ķermeņiem izpaužas to dažādās spējās pretoties ārējām iedarbībām, kas cenšas mainīt to formu. Cietu ķermeņu deformacija, kā zināms, ir proporcionala tā spēka lielumam, kas darbojas uz ķermeni (Huka likums), turpretim viskoza šķidruma deformacija ir atkarīga ne tik daudz no spēka lieluma, cik no spēka iedarbības i l g u m a. Pietiekami lielā laika sprīdī pat ļoti mazs spēks var izdarīt lielu viskoza šķidruma deformaciju: asfalts lēni iztek pa mucas caurumu, korķis, kas apliets ar piķi, pēc kāda laika uzpeld virspusē, smilšu graudiņš, kas uzkritis sīrupam, lēni grimst un sasniedz trauka dibenu.

Lai noteiktu viskozitates lielumu, izdarīsim šādu mēģinājumu: ņemsim divas plāksnītes, kas saslapinātas ar kādu šķidrumu (228a. zīm.), un pārvietosim augšējo plāksnīti pret apakšējo bultas norādītā virzienā. Šķidruma kārtas, kas tieši pieskaras šīm plāksnītēm, pielīp tām. Apakšējai plāksnītei pielipušā šķidruma kārta paliek uz vietas, visas pārējās kārtas pārvietojas, slīd viena gar otru ar ātrumu, kas ir jo lielāks, jo lielāks ir šo kārtu atstatums no apakšējās kārtas. Šķidruma viskozitate izpaužas tādējādi, ka rodas spēks, kas kavē šķidruma kārtu un tātad arī plāksnīšu savstarpējo pārvietošanos.

Ja novelkam z asi perpendikulari kārtām (tātad arī kārtu kustības ātrumiem), tad kārtu ātruma v atvasināto $\frac{dv}{dz}$ sauc par *ātruma gradientu*[1]. Ja kārtu ātrums vienmērīgi pieaug, palielinoties koordinatai z, tad ātruma gradients ir pastāvīgs visai šķidruma vai gāzes masai un to var izteikt ar attiecību $\frac{v_2-v_1}{l}$,



228b. zīm. 228a. zīmējumā attēlotās straumes ātrums dažādos punktos.

kur v_1 un v_2 ir kaut kādu divu plānu kārtiņu pārvietošanās ātrumi un l — kārtiņu savstarpējais atstatums (228b. zīm.).

Kā šķidrumi tā arī gāzes pretojas minētai kustībai; šo pretestību sauc par *viskozo pretestību*, viskozitati vai *iekšējo berzi*. Šķidrumu viskozitate daudz lielāka par gāzu viskozitati. Savukārt medus, glicerina, riciņeļļas viskozitate ir daudz lielāka par ūdens vai spirta viskozitati. Ņutons noteica viskozitates mechanisko pamatlikumu: viskozitates spēks F, kas jāpārvar, lai divas šķidruma vai gāzes blakuskārtas slīdētu viena gar otru, ir proporcionals kārtu laukumam S un ātruma gradientam $\frac{dv}{dz}$.

Apzīmējot ar η proporcionalitates koeficientu, dabū:

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dz}, \tag{1}$$

kur η ir *viskozitates koeficients* jeb *iekšējās berzes koeficients* (apgriezto lielumu $\frac{1}{\eta}$ sauc par *tecēšanas koeficientu*).

Spēku F var uzlūkot par daudzu spēku sumu, kas katrs darbojas «slīdēšanas plaknes» elementarā laukumiņā dS (par slīdēšanas plakni sauc divu vienu pret otru slīdošu kārtu kopējo robežu S); spēka F virziens pretējs tās kārtas relativā ātruma virzienam, kurai spēks pielikts. Tāpēc viskozitates spēks cenšas

[1] Jēdziens *gradients* tika paskaidrots 163. lpp.

apturēt to no divām blakuskārtām, kura kustas ātrāk, un paātrināt to, kura kustas lēnāk (analoģiski, kā tas notiek pie cietu ķermeņu slīdes berzes).

Ir zināms, ka starp mašinas elementiem, kas beržas, ievada vienu vai otru smērvielu (parasti šķidru). Rodas plāna šķidruma kārtiņa, kas ar savām virsmām pielīp abiem mašinas elementiem, starp kuriem smērviela ievadīta; viegli izprast, ka, elementiem savstarpēji pārvietojoties, smērvielas kārtā rodas relativas kustības, kas līdzīgas aprakstītām. Tā kā šķidrumu viskozā pretestība ir daudz mazāka par cietu ķermeņu berzes slīdes pretestību, tad eļļošana samazina mechaniskās pretestības mašinā.

Minēsim mēģinājumu, kas uzskatāmi ilustrē gāzveidīgas vides viskozitati. Nostiprina nelielu cilindrisku trauku tā, lai tas varētu griezties ap savu asi; trauka iekšpusē iekar diegā otru, mazāku trauciņu tā, lai to no pirmā trauka šķirtu no visām pusēm gaisa kārta. Griežot ārējo trauku, sāks griezties arī iekšējais. Šeit gaisa kārta, kas pielipusi ārējā trauka virsmai, ar viskozitates spēku iedarbojas uz blakuskārtu un rauj to sev līdz, otrā kārta — trešo, utt.; beidzot gaisa kārta, kas pielipusi iekšējā trauka ārējai virsmai, aizrauj šo trauku.

Viskozitates koeficients[1] rāda, cik dinu lielam jābūt spēkam, lai šķidruma kārtā, kuras biezums 1 cm un laukums 1 cm^2, šis spēks pārvietotu kārtas augšējo virsmu pret apakšējo ar 1 $\frac{cm}{sec}$ lielu ātrumu. Viskozitates vienību 1 $\frac{din \, . \, sec}{cm^2}$ jeb 1 $\frac{g}{cm \, . \, sec}$ sauc par *puazu*[2].

Dažādu vielu viskozitates koeficienti, kā to rāda pētījumi, svārstās plašās robežās un ir atkarīgi no temperaturas. Zemāk atzīmēti dažu šķidru un gāzveidīgu vielu viskozitates koeficienti.

Parādības, kas saistītas ar viskozitati un saspiežamību, stipri apgrūtina šķidrumu un gāzu kustības pētīšanu. Lai iegūtu skaidrību diezgan komplicētā gāzu un šķidrumu kustībā, ieteicams sākumā neņemt vērā tās komplikacijas, ko izsauc viskozitate un saspiežamība.

---

[1] Pēc Ņutona formulas viegli var noteikt viskozitates koeficienta dimensiju:

$$[\eta] = \left[\frac{f\Delta l}{s\Delta v}\right] = \frac{ML}{T^2} \cdot \frac{L}{L^2} \cdot \frac{T}{L} = ML^{-1} \, T^{-1} \, .$$

[2] Par godu franču fiziologam un fiziķim Puazejam, kas pirmais izdarīja precizus pētījumus par viskozitates ietekmi uz šķidruma tecēšanu kapilarā caurulē.

Viela	Viskozitates koeficients pie 18°C puazos
Ricinella	12
Glicerins	11
Spirts	0,017
Ūdens	0,0106
Ēteris	0,0026
Skābeklis	0,0003
Gaiss	0,00018
Ūdeņradis	0,000088

Kā iepriekšējās nodaļas sākumā bija aizrādīts, iedomātu šķidrumu, kas absoluti nav saspiežams un nav viskozs, sauc par *idealu šķidrumu*. Ciktāl dažādām vielām viskozitate un saspiežamības īpašības nav vienādi stipri izteiktas, var acīm redzot gadīties, ka vienā gadījumā šo īpašību izpausme ir svarīga, citos gadījumos — mazsvarīga. Redzēsim, ka pat viegli saspiežamas gāzes pie ne visai lieliem kustības ātrumiem izturas attiecībā pret cietu ķermeni, kas kustas gāzē, līdzīgi nesaspiežamam šķidrumam.

112. §. Šķidruma tecēšana. Potenciālā, laminarā un turbulentā tecēšana. Hidrodinamika pētī, pirmkārt, šķidruma kustības likumus, otrkārt, spēkus, ar kādiem tekošs šķidrums darbojas uz tajā ievietotiem ķermeņiem. Šo spēku izcelšanās cēlonis var būt vai nu viskozitate, vai to šķidruma daļiņu inerce, kuras ir spiestas mainīt kustības virzienu, apejot ķermeni, kas novietots to ceļā. Šo spēku (viskozitates un inerces spēku) lielums un virziens ir atkarīgs tikai no šķidruma un tajā esošā ķermeņa *relatīvās* pārvietošanās.

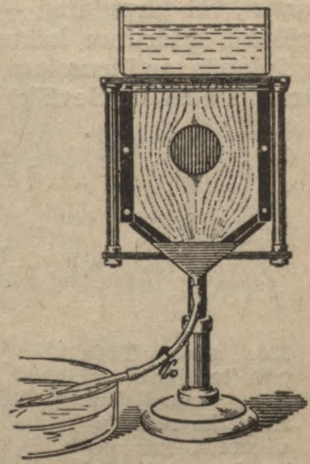
Lai noteiktu spēkus, kādus rada šķidro masu inerce, jāzina atsevišķo šķidruma daļiņu trajektorijas un ātrumi pirms un pēc ķermeņa ievietošanas straumē. Šķidrumu daļiņu ātrums plūsmas dažādos posmos ir dažāda lieluma. Lai iegūtu pilnīgu priekšstatu par ātruma virzienu katrā straumes punktā, zīmējumā, kas attēlo straumi, novelk līnijas, kuru virzieni katrā punktā sakrīt ar ātruma virzienu — šīs līnijas sauc par straumes līnijām[1]. Straumes līnijas novelk tā, lai to biežums parādītu noteiktā mērogā ātruma lielumu vienā vai otrā plūsmas posmā.

Ja tecēšana nostabilizējusies, šķidruma ātrumi dažādos plūsmas punktos ir laikā nemainīgi. Šai gadījumā straumes līnijas

[1] Analoģiski ar *spēka līnijām* attēlo lauka stipruma vektoru virzienu elektriskā, magnetiskā vai gravitacijas lauka jebkurā punktā.

sakrīt ar šķidruma atsevišķo daļiņu trajektorijām. Plūsmas daļu, ko no visām pusēm ierobežo straumes līnijas, sauc par *straumes caurulīti.*

Straumes līnijas var padarīt redzamas, ja šķidrumam piejauc aluminija bronzas pulveri vai ievada šķidrumā krāsas strūklu. 229. zīmējumā attēlota ierīce straumes līniju novērošanai. Ierīce ir plakans stikla trauks, kas augšpusē pāriet rezervuarā, ko vertikalā sieniņa dala uz pusēm. Rezervuara vienu pusi piepilda ar tīru, otru ar krāsotu ūdeni. Mazi caurumiņi savieno rezervuara abas puses ar trauka iekšējo telpu. Rezervuara priekšējās daļas caurumiņi pārbīdīti pret rezervuara pakaļējās daļas caurumiņiem par caurumiņu atstatuma pusi. Krāsota un tīra ūdens strūkliņas pamīšus ietek plakanā stikla traukā un dod skaidru ainu par šķidruma straumes līnijām.



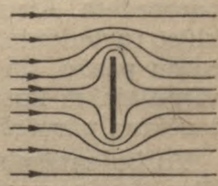
229. zīm. Aparats straumes līniju novērošanai.

230. zīmējumā schematiski parādītas straumes līnijas, kas rodas, aptekot apaļu cilindru.

Novērojot augstāk aprādītā veidā straumes līnijas, var ievērot, ka šķidruma tecēšanas raksturs ir stipri atkarīgs no trauka sienu tuvuma. Berzes spēki un plūsmas forma ietekmē ātrumu sakārtojumu sienu tuvumā. Attālāk no trauka sienām ātrumu sakārtojumu nosaka vienīgi plūsmas forma. Nosauksim pirmo, sarežģītāko gadījumu par *tecēšanu ar berzi,* otru — par *brīvo tecēšanu.*

230. zīm. Straumes līnijas.

231. un 232. zīmējumā parādītas straumes līnijas brīvā nostabilizētā plūsmā, kas plūst ap plānu, straumes virzienam perpendikularu plāksnīti. 231. zīmējumā attēlota aina, ko redz novērotājs, kas nekustīgs attiecībā pret plāksnīti: šķidruma daļiņas, sastopot plāksnīti, novirzās no sākuma ceļa; šķidruma strūklas, aptverot no abām pusēm plāksnīti, noslēdzas aiz tās. 232. zīmējumā attēlota aina, ko redz novērotājs, kas nekustīgs

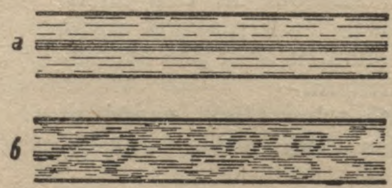


231. zīm. Šķidruma tecēšana, ja šķidrums plūst ap šķidrumā ievietotu plāksnīti. Aina, ko redz novērotājs, kas nekustīgs attiecībā pret plāksnīti.

attiecībā pret šķidrumu un kam garām pārvietojas plāksnīte: šķidruma daļiņas, ko kustīgā plāksnīte aizsviež uz sāniem, apiet plāksnītes malas un tiecas telpā, kas atbrīvojusies aiz plāksnītes. Šai gadījumā straumes līnijas ļoti līdzīgas spēka līnijām, kādas uzrāda plakans vadītājs, kas no vienas puses lādēts ar pozitivo, no otras puses — ar negativo elektrību. Pateicoties šādai analoģijai, ko matemātiski var viegli paplašināt un padziļināt — *brīvo nostabilizējušos tecēšanu sauc par potencialo tecēšanu.*

Tecēšana ar berzi ir vai nu kārtaina — *laminara*[1], vai virpuļaina — *turbulenta*[2]. Laminarā tecēšanā šķidrumu kārtas slīd viena gar otru bez griešanās, ar ātrumiem, kas pieaug, attālinoties no trauka sienām. Sevišķi ērti novērot laminaro tecē-

232. zīm. Tāda pati tecēšana kā 231. zīmējumā. Aina, ko redz novērotājs, kas nekustīgs attiecībā pret šķidrumu.



233. zīm. Laminara (a) un turbulenta (b) tecēšana caur kapilaru caurulīti.

234. zīm. Modelis, kas noder, lai paskaidrotu turbulento tecēšanu caurulē.

šanu tievā stikla caurulītē (233a. zīm.). Kamēr straume ir kārtaina (laminara), krāsas strūkliņa, kas ielaista caurulītē, ir asi norobežota. Ātrumam pieaugot, iestājas moments, kad straume kļūst turbulenta: izteiktā robeža starp tīro un nokrāsoto šķidrumu pazūd, un visa caurulīte tiek piepildīta ar neregularām, virpuļainām kustībām (233b. zīm.). Ātrumu, pie kura laminarā tecēšana pārvēršas turbulentā, sauc par *kritisko ātrumu.*

Turbulentā plūsmā šķidruma daļiņas vairs neslīd gar caurulītes sienām un viena gar otru, bet sāk rotēt. Precizāku priekšstatu par turbulentu kustību var iegūt tā. Iedomāsimies, ka caurulē blīvi novietots apaļš gumijas gredzens, kurā ievadīts stienis (234. zīm.). Bīdot stieni caurulē, gredzens velsies bez slīdes, pārvietojoties ar ātrumu, kas vienlīdzīgs pusei no stieņa

[1] No latiņu nosaukuma *lamina* — plāksnīte.
[2] No latiņu nosaukuma *turbulentus* — nemierīgs.

ātruma. Šķidruma turbulentai kustībai gar cauruli ir tāds pat raksturs: šķidruma saduršanās vietās ar cauruli rodas virpuļu gredzeni, kas «veļas» pa cauruli.

113. §. Bernuli vienādojums. Pētīsim šķidruma tecēšanu straumes caurulē. Straumes caurules šķērsgriezums dažādās vietās var būt nevienāds, un sakarā ar to mainās tecēšanas ātrums. Šķidruma strūkla nekur nepārtrūkst. Pamatojoties uz šo strūklas nepārtrauktības noteikumu, nav grūti pierādīt, ka *nesaspiežama un neviskoza šķidruma ātruma reizinājums ar caurules šķērsgriezuma laukumu ir konstants lielums.*

Šķidruma tilpumam, kas 1 sec ieplūst straumes caurules vienā galā, jābūt vienlīdzīgam ar šķidruma tilpumu, kas izplūst no pretējā gala, jo šķidruma daļiņu kustību attēlo straumes līnijas un tādēļ šķidrums nevar tecēt caur caurules sānu virsmu; šķidrums netiek caurulē aiztur̄ēts, un tā blīvums ir konstants.

235. zīm. Caur straumes caurules dažādiem šķērsgriezumiem vienādos laika sprīžos iztek vienādi šķidruma tilpumi.

Iedomāsimies kādu nodalītu straumes caurules daļu (235. zīm.) un apzīmēsim nodalītās daļas šķērsgriezuma laukumus vienā un otrā galā ar S_1 un S_2; šķidruma ātrumi šais šķērsgriezumos ir v_1 un v_2. Aplūkojamā straumes caurules daļā 1 sekundē ieplūdīs šķidrums, kura tilpums ir v_1S_1; no pretējā gala 1 sekundē iztecēs šķidrums, kura tilpums ir v_2S_2. Pamatojoties uz agrāk sacīto,

$$v_1S_1 = v_2S_2.$$

Šis vienādojums ir pareizs jebkuriem diviem straumes caurules šķērsgriezumiem; tātad, saskaņā ar izteikto teoremu, visos caurules šķērsgriezumos

$$vS = \text{const}. \qquad (2)$$

Sašaurinātā caurules daļā šķidruma ātrums ir lielāks nekā pārējā plūsmā. Nokļūstot straumes caurules sašaurinātā daļā, šķidrums kustas paātrināti; tātad uz šķidrumu, kas ieplūst sašaurinātā straumes caurules daļā, iedarbojas zināms spēks no tā šķidruma, kas atrodas caurules platākā daļā.

Acīm redzot šis spēks rodas sakarā ar spiedienu starpību caurules platajā un šaurajā daļā. Spēks vērsts caurules šaurākās daļas virzienā; tātad spiediens caurules platākā daļā ir lielāks nekā šaurākā. Citiem vārdiem, *straumes caurules sašaurinājuma vietās ir pazemināts spiediens.*

Iedomāsimies kādu straumes caurules daļu (236. zīm.). Šķidruma masa m laika sprīdī Δt ieplūst šīs caurules daļas vienā galā, kur šķērsgriezuma laukums ir S_1. Tecēšanas ātrumu šai caurules vietā apzīmēsim ar v_1 un spiedienu — ar p_1.

Tai pašā laika sprīdī Δt caur straumes caurules daļas otro galu, kur šķērsgriezuma laukums ir S_2, šķidruma ātrums ir v_2 un spiediens p_2, izplūst tā pati šķidruma masa m. Nostabilizētā (stacionarā) tecējumā aplūkojamā caurules daļā nav nedz enerģijas uzkrāšanas, nedz izlietošanas. Tātad enerģijai, ko izvada laika sprīdī Δt caur šķērsgriezumu S_1, jābūt vienlīdzīgai ar enerģiju, ko tai pašā laika sprīdī izvada caur šķērsgriezumu S_2. Laika sprīdī Δt caur šķērsgriezumu S_1 izplūst šķidruma masa m.

236. zīm. Bernuli vienādojuma pierādījuma paskaidrojums.

Tās kinetiskā enerģija ir $\frac{mv_1^2}{2}$ un potenciālā smaguma enerģija — mgh_1 (g ir Zemes pievilkšanas spēka paātrinājums un h_1 — šķērsgriezuma laukuma S_1 smaguma centra augstums virs kāda līmeņa, piemēram, jūras līmeņa). Tātad laika sprīdī Δt caur šķērsgriezumu S_1 konvekcijas[1] ceļā tiek pārvadīta enerģija

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Tomēr bez enerģijas pārnešanas konvekcijas ceļā šai gadījumā vēl notiek enerģijas pārnešana ar vilkšanu, un proti: šķidrums, kas atrodas aizmugurē, padara darbu, pārvietojot šķidrumu, kas atrodas tam priekšā. Enerģija, ko vilkšana laika sprīdī Δt izvada caur šķērsgriezumu S_1, vienlīdzīga acīm redzot ar darbu, ko padara laika sprīdī Δt šķidrums, kas atrodas aiz šķērsgriezuma S_1, t. i., ir vienlīdzīga spēka p_1S_1 reizinājumam ar ceļa gabalu $v_1 \Delta t$. Tātad enerģija, ko laika sprīdī Δt izvada caur šķērsgriezumu S_1, ir triju saskaitāmo suma:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1S_1v_1\Delta t.$$

Tāda paša veida saskaitāmie ir arī enerģijai, kas laika sprīdī Δt tiek izvadīta caur šķērsgriezumu S_2. Tā kā aplūkojamā caurules daļā enerģija ne uzkrājas, ne arī tiek patērēta, tad acīm redzot ir jāpastāv vienlīdzībai:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1S_1v_1\,\Delta t = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2S_2v_2\,\Delta t.$$

---

[1] Skat. 52. §.

Saskaņā ar strūklas nepārtrauktības noteikumu šķidruma tilpums, kas ieplūst caurulē laika sprīdī Δt, t. i., $S_1 v_1 \Delta t$, ir vienlīdzīgs ar šķidruma tilpumu, kas izplūst tai pašā laika sprīdī no straumes caurules: $S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$. Izdalīsim iepriekšējā vienādojuma abas puses ar šiem vienādiem tilpumiem, ņemot vērā, ka šķidruma masa, dalīta ar tās tilpumu: $\frac{m}{Sv\Delta}$, ir šķidruma blīvums ρ. Iegūstam B e r n u l i v i e n ā d o j u m u:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g h_2. \tag{3}$$

Šai vienādojumā spiediens p izteikts vienībās $\frac{\text{din}}{\text{cm}^2}$; augstums h — centimetros, blīvums ρ — $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ un ātrums v — $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$;

$$g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

Techniskā sistemā spiedienu p izteic $\frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$ vai ūdens staba milimetros, augstumu h — metros, blīvumu ρ — masas techniskās vienībās, kas dalītas ar m^3 (šim nolūkam ρ, kas izteikts $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, dala ar 9,81)[1]; ātrumu v izteic $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ un $g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$.

Ja šķidrums plūst horizontalā virzienā, tad šķidruma potenciālā enerģija nemainās un Bernuli vienādojums vienkāršojas:

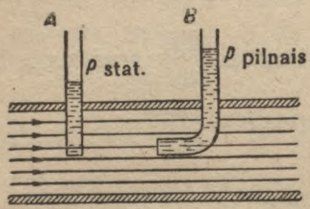
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Spiediens p ir *statiskais* spiediens. Lielumu $\frac{\rho v^2}{2}$, kuram, kā viegli pārliecināties, arī ir spiediena dimensija, sauc par *dinamisko* spiedienu. Redzam, ka, *šķidrumam horizontali plūstot, statiskā un dinamiskā spiediena suma ir pastāvīgs lielums.* Šo sumu sauc par *pilnu spiedienu.*

[1] Iegaumēsim, ka simbols kG apzīmē spēka kilogramu, atšķirībā no kg, kas apzīmē masas kilogramu. Pēc definicijas masas techniskā vienība ir tāda masa, kas iegūst paātrinājumu $1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, ja uz to iedarbojas 1 kG liels spēks. Šī masa 9,81 reizes pārsniedz 1 kg masu. Tā tad, lai izteiktu blīvumu ρ masas techniskās vienībās uz 1 m^3, vajag ρ, kas izteikts $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, izdalīt ar 9,81 (50. §).

Principā *statiskais spiediens jāmērī ar manometru, kas nekustīgs attiecībā pret tekošo šķidrumu.*

Praksē manometru novieto tā, lai cauruma plakne atrastos, kā tas parādīts 237. zīmējumā *A* — paraleli straumes līnijām. *Pilnu spiedienu* mērī ar manometru, kura caurums novietots perpendikulari straumes līniju virzienam. Nokļūstot caurumā, šķidrums «zaudē» savu ātrumu; dinamiskais spiediens šai caurulē ir nulle; palikušais statiskais spiediens ir tekoša šķidruma statiskā un dinamiskā spiediena suma; tātad manometrs rādīs pilnu spiedienu (237. zīm. *B*). Zīmējumā attēloto ierīci sauc par *Pito cauruli.* 237. zīmējumā attēlotās manometra caurules *A* un *B* var aizstāt ar caurulēm, kas savieno tekošo šķidrumu ar metala manometru.



237. zīm. *A* — lai izmērītu statisko spiedienu, manometra caurules galu novieto paraleli straumes līnijām. *B* — lai izmērītu pilnu spiedienu, manometra caurules galu novieto perpendikulari straumes līnijām (Pito caurule).

Bernuli vienādojumu izvedām, pieņemot, ka tekoša šķidruma kinetiskās enerģijas un smaguma potenciālās enerģijas suma ir nemainīga. Patiesībā minētās enerģijas zināmu daļu patērē darbs, kas vērsts pret berzes spēkiem. Tādēļ šķidrums sasilst un šķidruma siltumkustības molekulārā enerģija, kuru mēs uzlūkojām par konstantu un tādēļ neņēmām vērā, pieaug. Tāpat pieņēmām, ka šķidruma daļiņas neizplūst caur straumes caurules sānvirsmu. Patiesībā siltumkustība traucē šķidruma tecēšanu noteiktās straumes līnijās.

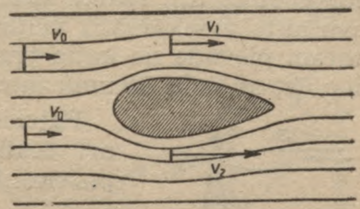
Tādēļ ļoti viskoziem šķidrumiem Bernuli vienādojumu nevar lietot. Tādiem šķidrumiem kā ūdenim, tāpat arī gaisam, Bernuli vienādojums praktiski ir pietiekami precizs.

114. §. Bernuli teoremas attiecināšana uz visu plūsmu. Mēs pierādījām Bernuli teoremu vienai straumes caurulei. Bet tā ir pareiza jebkuriem diviem potencialas plūsmas punktiem. Aplūkosim, piemēram, horizontalu plūsmu, kas plūst ap cilindrisku ķermeni, kura ass perpendikulara zīmējuma plaknei (238. zīm.). Pietiekami lielā atstatumā no cilindra straumes līnijām un tātad arī straumes caurulēm ir tāds pats veids kā netraucētā plūsmā.

Netraucētas plūsmas (238. zīm.) ikvienā punktā ātruma v_0 un spiediena p_0 lielumi nemainās. Aplūkosim, kā tas redzams zīmējumā, divās dažādās straumes caurulēs ik pa divi brīvi izvēlētus šķērsgriezumus; no tiem vienu ņemam tik tālu no cilindra, lai varētu neņemt vērā cilindra radīto traucējumu, bet otru ņemsim cilindra virsmas tuvumā. Rakstām katrai caurulei Bernuli vienādojumu:

$$\frac{\rho v_0^2}{2} + p_0 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1,$$

$$\frac{\rho v_0^2}{2} + p_0 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2,$$



238. zīm. Bernuli teoremu var lietot nostabilizētas straumes jebkuriem diviem punktiem.

kur v_0 un p_0 — ātrums un spiediens netraucētā straumē, bet v_1 un v_2, p_1 un p_2 — ātrumi un spiedieni divās caurulēs cilindra tuvumā. Divi lielumi, kas vienlīdzīgi vienam un tam pašam trešam lielumam, vienlīdzīgi savā starpā. Tādēļ

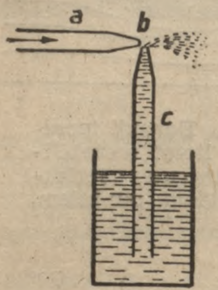
$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2},$$

kas pierāda Bernuli vienādojuma pareizību plūsmas diviem brīvi izvēlētiem punktiem.

Pierādīdami, ka Bernuli vienādojumu var attiecināt uz visu plūsmu, mēs pieņēmām, ka netraucētās plūsmas dažādos punktos ir vienādi ne tikai ātrumi, bet arī statiskie spiedieni. Šis noteikums neder šķidrumiem, kuriem ir svars; spiediens pieaug līdz ar dziļumu. Aero- un hidrodinamiskos (bet ne statiskos) aprēķinos minētam apstāklim nav praktiskas nozīmes, jo dirižabļu, aeroplanu un zemūdeņu izmēri pieļauj dinamiskos aprēķinos neņemt vērā spiediena maiņu ar dziļumu, bet pieņemt zināmu vidēju spiedienu, ko ar pietiekamu precizitati var uzskatīt par konstantu visā ķermeņu augstumā.

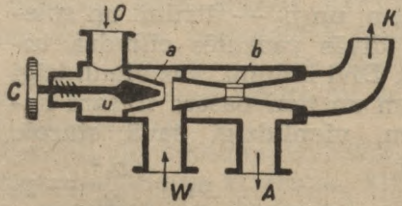
115. §. Aparati, kuru darbība izskaidrojama ar Bernuli vienādojumu (inžektori, ūdensstrūklu sūkņi, karburatori). Statiskā un dinamiskā spiediena suma ir konstants lielums, tādēļ statiskais spiediens strūklā vienmēr ir mazāks nekā nekustīgā šķidrumā; pie lieliem ātrumiem tas var kļūt pat negativs. Šai gadījumā šķidrums, kas tek pa caurules sašaurināto daļu, tiks vispusīgi stiepts, bet, tā kā šķidruma izturība pret pārraušanu ir liela (195. §), tad negativais spiediens var sasniegt ievērojamu lielumu. Ja nekustīgā šķidrumā spiediens vienlīdzīgs atmosferas spiedienam, tad spiediens strūklā ir mazāks par atmosferas spiedienu. Strūkla sāks iesūkt. Šī parādība ir daudzu aparatu, piemēram, inžektora, ūdensstrūklas sūkņu, karburatora, kā arī visiem pazīstamā pulverizatora (239. zīm.), darbības pamatā. Caurulē *a* iepūš gaisu. Gaisa strūkla, izskrienot caur sprauslu *(b)*, iesūc pa cauruli *c* ūdeni un izsmidzina to.

Par *inžektoru* sauc tvaika strūklas sūkni lokomotivju, kuģu, lokomobiļu utt. tvaika katlu barošanai ar ūdeni. 240. zīmējumā parādīts vienkāršākā veida inžektors. Caur īscauruli *O* inžektoram pievada no katla tvaiku, kas, izskrienot caur sprauslu *u*, ieplūst ar lielu ātrumu jaucējā *a*.



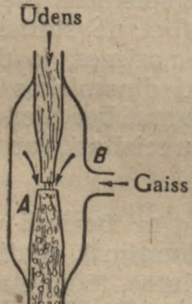
239. zīm. Pulverizators.

Pateicoties strūklas sūkšanas darbībai kā arī tvaika kondensacijai, jaucējā spiediens pazeminās; tajā no inžektora kārbas ieplūst



240. zīm. Inžektors.

ūdens pa cauruli *W*. No jaucēja ūdens strūkla ar lielu ātrumu ieskrien paplašinātā difuzorā *K* un zaudē savu ātrumu; spiediens difuzorā tādēļ strauji ceļas un pārsniedz spiedienu katlā, tādēļ paceļas pretspiediena vārstulis un ūdens nokļūst katlā. Starp jaucēju un difuzoru atstāj spraugu *b*, caur kuru, inžektoru iedarbinot, izplūst liekais ūdens un tvaiks. Inžektora iedarbināšanai vajag mazāk tvaika nekā turpmākajā pilna darba gaitā, tādēļ sprauslai ir paredzēta regulēšanas ierīce *C*.



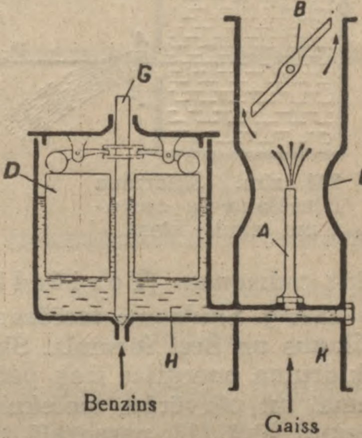
241. zīm. Ūdensstrūklas sūknis.

Pēc tā paša principa strādā lokomotives konuss, radot stipru velkmi skurstenī.

Ūdensstrūklu sūkņu darbības pamatā ir ūdensstrūklas sūkšanas spēja. Šo sūkņu darbības princips paskaidrots 241. zīmējumā. Ūdensstrūkla, kas izplūst no sprauslas, rada rezervuarā *A* retinājumu. Caurule *B* pievienota rezervuaram, no kura jāizsūknē gaiss.

Ūdensstrūklu sūkņus lieto kā gaisa sūkņus tvaika turbinu kondensacijas iekārtās, laboratorijās utt. Kā ūdens, tā arī tvaika strūklu sūkņi ir ļoti droši darbā, tikai to lietderības koeficients ir ļoti mazs, tādēļ šos sūkņus lieto tais gadījumos, kad ir liels tvaika (izlietotā tvaika) vai ūdens daudzums, kuru kaut kādu iemeslu dēļ nevar lietderīgāk izmantot.

Par *karburatoru* sauc aparatu, kas baro iekšdedzes benzina motoru ar degvielas un gaisa maisījumu. Karburatora konstrukcija redzama 242. zīmējumā. Motora cilindrs iesūc ārējo gaisu pa cauruli K. Caurules sašaurinātā daļā — difuzorā L — rodas pazemināts spiediens un benzins no pludiņu kameras H, kurā ir atmosferas spiediens, caur kalibrētu caurulīti (žikleru) A ieplūst difuzorā un iztvaiko caurplūstošā gaisā. Lai benzins no žiklera neiztecētu pats, pludiņu telpā ir pludiņš D, ar kuru savienota adata G, kas aiztur benzina iekļūšanu no tvertnes, ja benzina līmenis paceļas virs žiklera cauruma. Droseļa vārstulis B regulē gaisa ātrumu un līdz ar to arī motorā ieplūstošā benzina daudzumu.

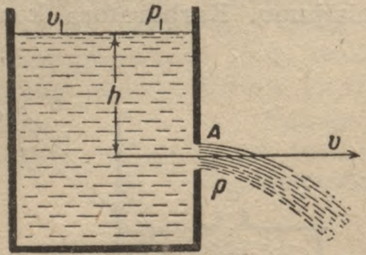


242. zīm. Karburators.

116. §. Šķidruma iztecēšana pa caurumu. Toričeli formula. Izmantojot Bernuli teoremu, var viegli noteikt, ar kādu ātrumu šķidrums iztecēs pa trauka sānu caurumu, vai nu pateicoties pašsvaram, vai arī pastāvīgam spiedienam, kas darbojas uz tā virsmu. 243. zīmējumā attēlots šķidrums, kas ar ātrumu v iztek pa caurumu A, kura šķērsgriezuma laukums ir S. Var pieņemt, ka spiediens šķidruma strūklā ir vienlīdzīgs atmosferas spiedienam p. Spiedienu uz šķidruma brīvo virsmu apzīmēsim ar p_1; tai gadījumā, kad trauks ir vaļējs vai telpa virs brīvās virsmas saskaras ar atmosferas gaisu, $p_1 = p$. Šķidruma līmeņa krišanās ātrumu traukā apzīmēsim ar v_1. Ņemsim straumes cauruli, kuras viens šķērsgriezums ir trauka līmeniskais šķērsgriezums tieši zem brīvās šķidruma virsmas, t. i., augstumā h virs cauruma, bet otrs šķērsgriezums ir strūklas šķērsgriezums ārpus trauka. Uzrakstīsim šiem straumes caurules diviem šķērsgriezumiem Bernuli vienādojumu:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h = p + \frac{\rho v^2}{2}.$$

Ja šķidruma brīvās virsmas laukums ir liels, salīdzinot ar cauruma laukumu, tad šķidruma līmeņa pazemināšanās ātrumu v_1 var aptuveni pieņemt vienlīdzīgu nullei, un, ja šķidrums iztek tikai pateicoties pašsvaram ($p_1 = p$), tad



243. zīm. Šķidruma iztecēšana pa caurumu trauka sienā.

$$\rho g h = \frac{\rho v^2}{2},$$

no kurienes

$$v = \sqrt{2gh}. \qquad (4)$$

Salīdzinot šo formulu ar vienādojumu (7), kas iztirzāts 25. paragrafā, redzam, ka *ātrums v, ar kādu šķidrums izplūst, ir vienāds ar to ātrumu, kādu iegūtu šķidruma daļiņa, krītot no brīvā (augšējā) līmeņa līdz caurumam* (Toričeli teorema).

117. §. Šķidruma tecēšana caurulē un vaļējā gultnē. Puazeja likums un Šezi formula. Šķidrumam tekot pa cauruli, daļa no šķidruma enerģijas tiek patērēta berzes spēka darba pārvarēšanai un pārvēršas molekularā siltumkustības enerģijā. Tādēļ, ņemot vērā 113. paragrafā teikto, var rakstīt:

$$\left(\frac{mv_1^2}{2} + p_1 S_1 v_1 \Delta t + mgh_1\right) - \left(\frac{mv_2^2}{2} + p_2 S_2 v_2 \Delta t + mgh_2\right) =$$

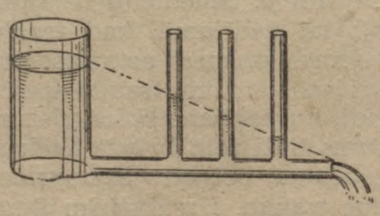
$=$ berzes darbam laika sprīdī Δt.

Izdalot abas daļas ar tilpumu $S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$, dabū:

$$\left(\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g h_1\right) - \left(\frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g h_2\right) = C, \qquad (5)$$

kas izteic berzes darbu tilpuma vienībā sekundē.

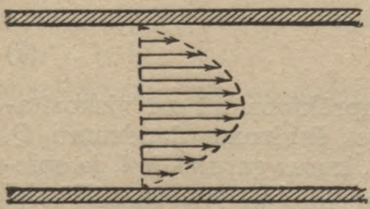
Ja šķidruma tecēšanas ātrums ir vienāds visā caurules garumā un caurule novietota horizontali, tad statiskam spiedienam jāsamazinās, jo šai gadījumā $p_1 - p_2 = C$. Spiediena samazināšanos var novērot ar 244. zīmējumā attēloto aparatu. Jo tievāka caurule un jo lielāka ir šķidruma viskozitate, jo lielāks ir berzes darbs un jo ātrāk spiediens pazeminās. Spiediena pazemināšanās ūdensvada cau-



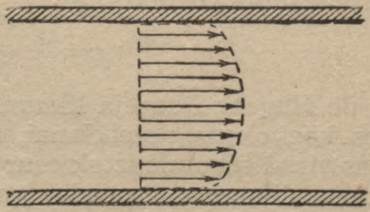
244. zīm. Šķidruma tecēšana pa cauruli. Berzes dēļ spiediens caurules galā mazāks nekā sākumā.

rulēs, attālinoties no ūdensvada stacijas, var izskaidrot ar berzi caurulēs.

Ja šķidrums stacionarā tecējumā tek pa horizontalu cauruli, kuras šķērsgriezumi viscaur vienādi, tad vislielākais ātrums ir tajos straumes šķērsgriezuma punktos, kas atrodas vistālāk no caurules sienas. Plāna šķidruma kārta, kas tieši piegul caurules sienai, ir nekustīga. 245. zīmējumā parādīts, kā sakārtoti ātrumi caurulē, ja straume ir laminara. Ja caurules radiuss ir r, tad



245. zīm. Ātrumu parabolisks sakārtojums caurulē laminara tecējuma gadījumā.



246. zīm. Ātrumu sakārtojums caurulē turbulenta tecējuma gadījumā.

ātrums v_x atstatumā x no caurules šķērsgriezuma laukuma centra ir

$$v_x = K(r^2 - x^2), \tag{6}$$

kur K ir proporcionalitates koeficients, kas atkarīgs no spiediena krituma uz caurules garuma vienību un no šķidruma viskozitates $\left(K = \frac{1}{4} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{1}{\eta}\right)$. Minētais vienādojums ir parabolas vienādojums, kas 245. zīmējumā parādīta ar raustītu līniju; mēdz teikt, ka *laminarās tecēšanas ātrumi caurulē sakārtojas pēc parabolas likuma.*

Turbulentā tecējumā (246. zīm.) tecēšanas ātrums, kā rāda pētījumi, ir aptuveni proporcionals sienas atstatuma septītās pakāpes saknei:

$$v_x = K' \sqrt[7]{r - x}$$

(nelīdzenām sienām saknes pakāpes rādītājs ir mazāks, piemēram, seši vai pieci). Ļoti plāna šķidruma kārtiņa, kas tieši pieklaujas sienai, arī turbulentas straumes gadījumā ir nekustīga; plānā blakuskārtiņā šķidruma tecēšana ir laminara.

Praktiski svarīgs ir šķidruma vidējais tecēšanas ātrums v caurulē. Acīm redzot šķidruma daudzums Q, kas izplūst 1 sec caur caurules šķērsgriezuma laukumu S, vienlīdzīgs tecēšanas vidējā ātruma reizinājumam ar šķērsgriezuma laukumu:

$$Q = vS.$$

Eksperimentali pētījot šķidrumu tecēšanas ātrumu caurulēs, H a g e n s (1839. g.) un neatkarīgi no viņa P u a z e j s (1841. g.) noteica, ka *šķidruma laminara tecējuma vidējais ātrums caurulē ir proporcionals spiediena kritumam uz caurules garuma vienību, caurules radiusa kvadratam un apgriezti proporcionals viskozitates koeficientam:*

$$v = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{r^2}{8\eta}. \tag{7}$$

Šo Hagena-Puazeja likumu lieto aprēķinos, kā arī viskozitates koeficienta noteikšanai, novērojot šķidruma daudzumu Q, kas vienā sekundē iztek caur cauruli, kuras garums ir l, ja spiedienu diference caurules galos $(p_1 - p_2)$ ir pastāvīga. Tā kā $Q = vS$ un apaļai caurulei $S = \pi r^2$, tad Hagena-Puazeja likumu var uzrakstīt tā:

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{\pi r^4}{8\eta}. \tag{8}$$

Tātad saskaņā ar Puazeja likumu caur cauruli vienas sekundes laikā iztecējušā šķidruma daudzums, citos vienādos apstākļos, ir *proporcionals caurules radiusa ceturtai pakāpei.*

Turbulentai straumei tecēšanas ātrums ir proporcionals nevis spiediena krituma pirmai pakāpei, bet gan kvadratsaknei no spiediena krituma:

$$v = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{2r}{\lambda\rho}}. \tag{9}$$

Šī ir Š e z i f o r m u l a. Lielumu λ, kas ietilpst Šezi formulā, sauc par *šķidruma tecēšanas pretestības koeficientu*[1].

Šezi formula lietojama jebkura šķērsgriezuma caurulēm, kā arī atklātām gultnēm; šai gadījumā caurules radiuss r Šezi formulā jāaizstāj ar tā saucamo *hidraulisko radiusu* r_h, kas ir straumes šķērsgriezuma laukuma attiecība pret «saslapināmo perimetru» (atklātai straumei brīvās virsmas platumu neieskaita saslapināmā perimetrā).

[1] Lielumu λ sauc par pretestības koeficientu tādēļ, ka, ja Šezi formulu lieto spiediena krituma aprēķināšanai, tad pārrakstītā Šezi formulā λ ir koeficients. Patiešām, no formulas (9) var secināt:

$$\frac{p_1 - p_2}{l} = \lambda \frac{\rho v^2}{2r}.$$

Techniskos aprēķinos Šezi formulu parasti raksta tā:

$$v = C\sqrt{r_h . i};$$

šeit i ir gultnes kritums: $i = \frac{h_1 - h_2}{l}$ [spiediena krišanos gultnes virzienā un kritumu saista viegli saprotama sakarība

$$p_1 - p_2 = \rho g (h_1 - h_2)].$$

Atklātās gultnēs ar gludām akmens sienām, ja ūdens dziļums ir no pusmetra līdz dažiem metriem, $C \approx 80 \frac{m^{\frac{1}{2}}}{sec}$; gultnēm ar zemes sienām $C \approx$ no 30 līdz 50 $\frac{m^{\frac{1}{2}}}{sec}$.

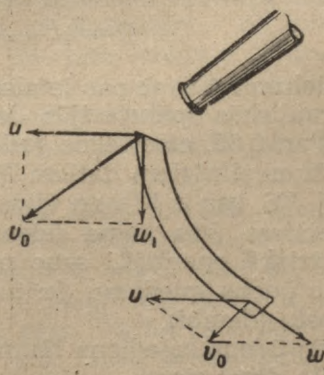
Lai nebūtu jārīkojas ar diviem dažādiem šķidrumu tecēšanas likumiem caurulē, (Puazeja likumu un Šezi formulu), Šezi formulu dažreiz lieto ne tikai turbulentai, bet arī laminarai straumei. Tas ir pieļaujams, ja pieņem, ka laminarai straumei tecēšanas pretestības koeficients ir

$$\lambda = \frac{16\eta}{\rho r v}$$

(nav grūti pārliecināties, ka, ievietojot šo izteiksmi Šezi formulā, pēdējā pārveidojas Puazeja likumā). Tātad laminarai straumei pretestības koeficients samazinās ar ātruma pieaugumu; turbulentai straumei λ nav atkarīgs no ātruma.

118. §. Hidrauliskā enerģija. Tekoša šķidruma enerģiju visvienkāršāk izmantot, novietojot tā ceļā izliektu plāksnīti. Šķidrums, atsizdamies pret plāksnīti, to pārvietos, zaudējot pats daļu no sava ātruma. Šķidruma enerģiju saņems plāksnīte.

247. zīmējumā attēlota tāda plāksnīte, pret kuru ar absoluto ātrumu v_0 triecas ūdens strūkla un pēc trieciena noplūst pa plāksnīti ar relativu ātrumu w_1. Strūklas ietekmē plāksnīte kustas ar pārneses ātrumu u. Ūdens absolutais ātrums v_0 acīm redzot vienlīdzīgs ātrumu u un w_1 ģeometriskai sumai. Noskrienot pa plāksnīti, ūdens notek no tās apakšējā gala ar samazinātu relativo ātrumu w_2.



247. zīm. Šķidruma ātrums v_0, šķidrumam atsitoties pret plāksnīti, samazinās. Plāksnīte sāk kustēties ar ātrumu u.

Noplūstošā ūdens absolutais ātrums v'_0, kas vienlīdzīgs ātrumu u un w_2 sumai, ievērojami mazāks par sākuma ātrumu v_0. Ja no plāksnītes 1 sekundē noplūst šķidruma masa m, tad enerģija E, ko ik sekundi ūdens atdod plāksnītei, ir vienlīdzīga kinetiskai enerģijai, ko šķidrums šai laikā zaudējis:

$$E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0'^2}{2}. \tag{10}$$

Atdotā enerģija ir maksimala tad, kad plāksnītes kustības ātrums vienlīdzīgs pusei no šķidruma ātruma. Patiešām, ja plāksnīte ir nekustīga, tad spiediens uz to ir maksimals; bet, tā kā plāksnīte nepārvietojas, tad tā nekādu darbu neizdarīs. Bet, ja plāksnīte kustas ar šķidruma ātrumu, tad hidrodinamiskais spiediens uz to ir nulle: darbs atkal ir nulle. Darbu dabū, reizinot spēku ar pārvietojumu, tādēļ:

Darbs, ko veic plāksnīte, ir maksimals tad, kad plāksnīte kustas ar vidēju ātrumu, kas vienlīdzīgs pusei no straumes ātruma.

119. §. Hidrauliskās spēkstacijas. Dabisko ūdens plūsmu (ūdenskritumu, upju un tml.) enerģiju var izmantot, lietojot augšminēto principu. Ja Q m³ ūdens krīt no augstuma H vienā sekundē, tad no šādas straumes var 1 sec teoretiski iegūt darbu

$1000\,Q\,H\;\frac{\text{kGm}}{\text{sec}}$ jeb jaudu

$$P_{max} = \frac{1000\,HQ}{75}\ \text{ZS}.$$

Par teoretiski aprēķināto mazāka ir patiesā jauda

$$P = \eta P_{max} = \eta\frac{1000\,HQ}{75}\ \text{ZS}. \tag{11}$$

Lielumu η sauc par ietaises *lietderības koeficientu*. Modernās hidrauliskās spēkstacijās lietderības koeficients svārstās starp 0,75 un 0,85, atsevišķos gadījumos sasniedzot 0,95.

Pēc nepilnīgiem datiem PSRS ūdens enerģijas krājumi ir 65 milj. ZS, kas ir 9% no visas pasaules «balto ogļu» krājumiem.

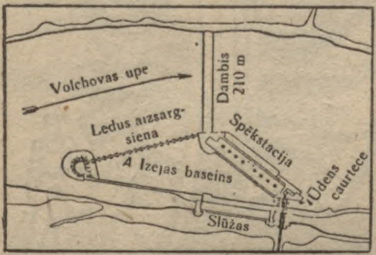
Ietaises, kas kalpo ūdens plūsmas enerģijas pārveidošanai elektriskā enerģijā, sauc par hidroelektrostacijām. Nepieciešamo ūdens spiedienu (krituma augstumu) iegūst, ierīkojot aizsprostu (dambi).

Pēc ūdens spiediena lieluma un būvju rakstura hidrostacijas iedala divos tipos:

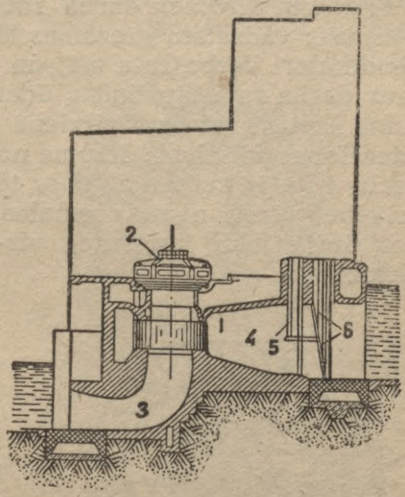
1) Zemspiediena (upju tipa) stacijas ar spiedienu līdz 20 m, kuras ceļ uz maza krituma, līdzenumā tekošām upēm. Šo staciju raksturīgā īpašība ir tā, ka aizsprosts atrodas tuvu spēk-

stacijai (248. zīm.). Ūdens caur ledus aizsargsienu nokļūst (249. zīm.) ieejas baseinā *6*, no turienes caur aizsargrežģiem *5* nonāk turbīnu pievadkamerā *4* un tālāk pie turbīnām *1*. Ūdens pārpalikumu novada caur ūdenscaurtecēm, kas iekārtotas ar vairogveidīgiem, skrituļu vai segmentu aizvariem.

2) Vidējā spiediena (līdz 50 m) un augstspiediena (virs 50 m) spēkstacijas, kurām raksturīgs tas, ka ūdenim, pirms tas nokļūst turbīnās, jāplūst pa caurulēm vai kanāliem ar vai bez spiediena.



248. zīm. Volchovas hidroelektriskās stacijas plāns (schema).



249. zīm. Volchovas hidroelektriskā stacija (šķērsgriezumā): 1 — turbīna, 2 — ģenerators, 3 — sūcējcaurule, 4 — pievadkamera, 5 — aizvari, 6 — režģis.

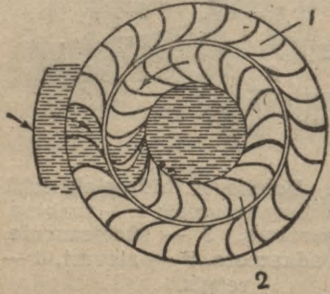
120. §. Frensisa, Kaplana un Peltona turbīnas. Jebkura ūdensdzinēja galvenā daļa ir darba rats ar lāpstiņām, uz kurām iedarbojoties, ūdens griež ratu. Ja pie tam izmanto šķidruma kustības enerģiju (118. §), tad dzinēju sauc par *ūdens turbīnu*. Ja izmanto tikai ūdens svaru — *par ūdens ratu.*

Jaunbūvējamās un ekspluatējamās turbīnas iedala *spiediena* un *brīvas strūklas* turbīnās.

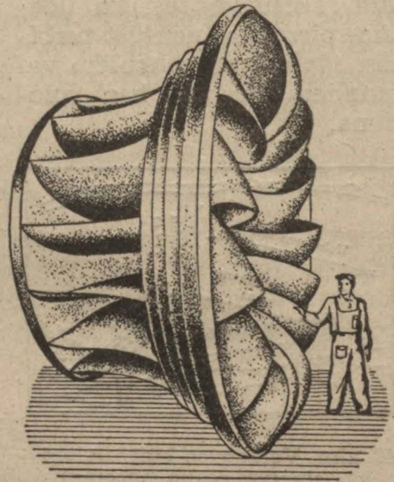
Spiediena turbīnu darbības princips (249. un 250. zīm.) ir šāds: ūdens nokļūst pievadkamerā *4* zem liela spiediena, bet ar mazu ātrumu. Izejot caur pievadkameras šauro daļu un *vadratu*, ūdens sasniedz lielu ātrumu; tā potenciālā enerģija pārveidojas kinetiskā, ko saņem darba rats. Darba rata lāpstiņas jāizveido tā, lai ūdens, plūstot gar tām, zaudētu iespējami lielāku daļu no sava ātruma (250. zīm.). Sūcējcaurule (249. zīm.), paplašinoties izejas virzienā, samazina no turbīnas izplūstošā ūdens ātrumu. No sūcējcaurules ūdens izplūst pie atmosferas spiediena ar ātrumu, kas aptuveni vienlīdzīgs ātrumam, ar kādu ūdens ieplūda pievadkamerā. Tātad spiediena turbinas izmanto visu augšējā līmeņa ūdens masas potencialo enerģiju.

Pēc darba rata veida spiediena turbinas iedala Frensisa un Kaplana turbinās.

Frensisa turbinas darba rats (251. zīm.) novietots vadrata iekšpusē; vadratam grozāmas lāpstiņas, kas novirza ūdeni perpendikulari darba rata asij un tangenciali tā lāpstiņām. Izejot caur darba rata lāpstiņām, ūdens ar ievērojami samazinātu ātrumu izplūst rata ass virzienā un nokļūst sūcējcaurulē. Ūdens iztecēšanas relativais ātrums no darba rata ir perpendikulars tā asij, bet vērsts nevis normales, bet ārējā loka tangentes virzienā.



250. zīm. 1 — turbinas vadrats, 2 — darba rats.



251. zīm. Frensisa turbinas darba rats.

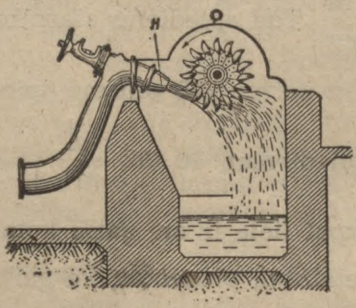
Frensisa turbinas ir ļoti izplatītas. Tās lieto visdažādākiem kritumiem (no 0,5 līdz 250 m). To lietderības koeficients sasniedz 94,5%, bet jauda līdz 90 000 ZS (Dņeprogesā).

252. zīm. Kaplana turbinas darba rats ar grozāmām lāpstiņām.

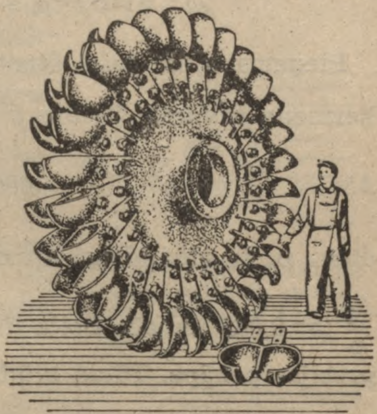
Lai izmantotu *lielus ūdens daudzumus pie maza krituma,* lieto *Kaplana turbinas* un *propeleru turbinas,* kuru darba rats ārēji atgādina kuģa skrūvi (252. zīm.). Kaplana turbinas izgatavo ar grozāmām lāpstiņām, kas atļauj pie jebkura ūdens daudzuma nostādīt lāpstiņas visizdevīgākā stāvoklī un līdz ar to palielināt turbinas lietderības koeficientu.

Sviras VES iekārtota ar 37 200 ZS jaudas Kaplana turbinām ar 11 m kritumu un 75 $\frac{\text{apgr}}{\text{min}}$.

Parasti turbinas sajūdz tieši ar maiņstrāvas ģeneratoriem, tādēļ ir nepieciešami uzturēt turbinas apgriezienu skaitu nemainīgu pie dažādām ģeneratora slodzēm un dažādiem ūdens spiedieniem. To panāk, regulējot ūdens ieplūšanu turbinā; tam nolūkam virziena ratus apgādā ar kustīgām lāpstiņām, kuras grozot, maina turbinā ieplūstošā ūdens daudzumu. Lāpstiņas regulē vai nu ar roku, vai ar automatiem, kas darbojas pēc Vata regulatora principa.



253. zīm. Peltona turbinas schema.



254. zīm. Peltona turbinas darba rats.

Pie maziem ūdens daudzumiem un lieliem kritumiem lieto *b r ī v a s   s t r ū k l a s Peltona turbinas* (253. zīm.). Ūdens caur sprauslu H, kuras iekšpusē atrodas adata, kas regulē ūdens padevi, nokļūst darba ratā, kura lāpstiņas (254. zīm.) ir sadalītas divās daļās ar tā saucamo nazi. Nokļūstot uz lāpstiņas, rata lokam gandrīz tangenciālā virzienā, ūdens strūkla tiek pāršķelta ar nazi un novirzīta uz abām pusēm; ūdens zaudē ātrumu un atdod ratam savu kinetisko enerģiju, darbinot turbinu.

Peltona turbinas lieto pie 100 m un lielākiem kritumiem. To jauda sasniedz 20 000 ZS un apgriezienu skaits 200 vienā minutē. Šīs turbinas izmanto tikai daļu no ūdens krituma starp augšējo līmeni un ieeju darba ratā; pie lieliem kritumiem šim zudumam nav nozīmes.

121. §. Bernuli teoremas lietošana gaisa kustībai. Gaisa kustība daudzējādi ir līdzīga neviskoza šķidruma tecēšanai. Gaisa īpatnība salīdzinājumā ar šķidrumiem ir tā lielāka saspiežamība. Ievērojot šo īpatnību un atkārtojot tos prātojumus, kādus izdarījām 114. paragrafā, izvedot Bernuli vienādojumu, var dabūt pārveidotu Bernuli vienādojumu, kurā gaisa saspiežamība jau paredzēta. Izrādās tomēr, ka gadījumos, kad ātrumi nav visai lieli, nav praktiskas vajadzības pēc šādas Bernuli vienādojuma precizēšanas. Patiešām, pieņemsim, ka gaisa tecēšanu traucē kaut kāds ķermenis. Gaisa ātrumu ķermeņa tuvumā apzīmēsim ar v, bet attālāk no tā — ar v_0. Saskaņā ar Bernuli teoremu spiedienu starpība Δp, ko rada ātrumu starpība, ir

$$\Delta p = p_0 - p = \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2). \tag{12}$$

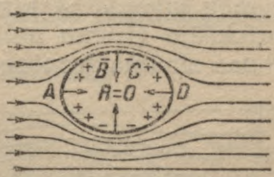
Pieņemsim, ka gaisa ātrums tālāk no ķermeņa ir $v_0 = 0$, bet ķermeņa tuvumā ātrums $v = 100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Tad spiedienu starpība $\Delta p = \frac{\rho v^2}{2} = \frac{0,13 \cdot 100^2}{2} = 650 \frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$. Ja netraucētā plūsmā spiediens p_0 ir vienlīdzīgs atmosferas spiedienam $10\,333 \frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$, tad $\frac{\Delta p}{p} = 0,063$ un pēc Boila likuma tikpat liela ir arī gaisa kompresijas pakāpe. Tātad kļūda, ko pielaižam, pieņemot, ka gaiss nav saspiežams, ir tikai 6%. Ātrums $100 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ir tas pats, kas ātrums $360 \frac{\text{km}}{\text{st}}$. Tātad redzam, ka *daudzos aptuvenos aprēķinos, piemēram, aprēķinot lidmašinas kustību, gaisa saspiežamību var neievērot un lietot Bernuli vienādojuma vienkāršāko formu.* Saprotams, ka balistikas uzdevumos (mācībā par šāviņu lidošanu), kur ātrumi sasniedz $900 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, gaisa saspiežamība ir jāņem vērā.

Aerodinamikas galvenais uzdevums ir to spēku izpētīšana, kuri iedarbojas uz gaisā lidojošiem ķermeņiem. Šos spēkus sauc par *aerodinamiskiem spēkiem.*

122. §. Eilera paradokss. Jau agrāk (112. §) tika norādīts, ka spēki, kas darbojas uz ķermeni šķidruma vai gāzes straumē, ir vai nu viskozitates spēki, vai inerces spēki. Attiecībā uz viskozitates spēkiem teorija labi saskan ar mēģinājumiem: ne visai lielu ātrumu gadījumā pretestība ķermeņa kustībai viskozā šķidrumā, kā to prasa Ņutona likums (123. §), ir proporcionala ķermeņa lineariem izmēriem, kustības ātrumam un šķidruma viskozitatei.

Bet ķermeņa kustība neviskozā šķidrumā (255. zīm.) nerada straumē nekādas pārmaiņas: šķidruma daļiņu ātrumi zināmā atstatumā aiz ķermeņa ir tādi paši kā pirms tā, šķidruma kustības daudzums nemainās, tātad ķermeņa kustības daudzumam arī jāpaliek nemainīgam. Tātad no šķidruma uz ķermeni nedrīkst darboties nekādi inerces spēki. Tādā kārtā nonākam pie paradoksala slēdziena, kas ir pretrunā ikdienas pieredzei: *neviskozā šķidrumā ķermenis, kuru aptver straumes līnijas, pārvietojas bez pretestības* (E i l e r a p a r a d o k s s).

Paskaidrosim tuvāk minētā paradoksa būtību. Sastopoties ar ķermeņa virsmu punktā *A* (255. zīm.), šķidruma daļiņas ir spiestas mainīt savu sākuma taisnvirziena kustību uz līkumainu. Sakarā ar to šķidruma daļiņas iedarbojas uz ķermeņa virsmu ar zināmu spēku, tādēļ telpā *AB* spiediens uz ķermeņa virsmu palielinās. 255. zīmējumā paaugstinātā spiediena vietas apzīmētas ar plusa zīmi. Posmā *BC* šķidruma daļiņu virziens atkal mainās: tagad šķidruma daļiņas cenšas ar inerci atiet no ķermeņa. Šinī posmā spiediens pazeminās. Pazeminātā spiediena vietas 255. zīmējumā apzīmētas ar minusa zīmi. Posmā *CD* šķidruma



255. zīm. Ķermenis, ko aptver straumes līnijas, kustas neviskozā šķidrumā bez pretestības.

256. zīm. a) Plūsma, kas tikko sāk plūst ap cilindru. Virpuļu vēl nav.

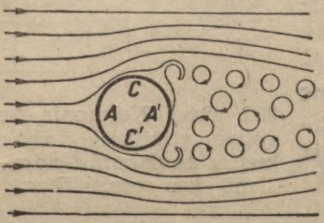
b) Plūsma, kas īsu brīdi plūst ap cilindru. Izveidojušies divi virzuļi

c) Plūsma, kas ilgāku laiku plūst ap cilindru. Virpuļi atraujas, un plūsma tos aiznes.

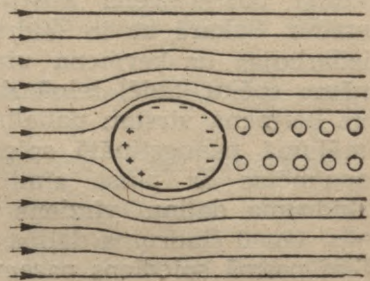
daļiņas spiež atkal uz ķermeņa virsmu. Analoģisks spēku sakārtojums ir arī uz ķermeņa apakšējās virsmas. Acīm redzot sakarā ar spiedienu simetrisku sakārtojumu rezultējošais spēks ir nulle.

123. §. Frontalā pretestība. Ņutona formula. Kopējo pretestību, ko šķidrums vai gāze, pateicoties savai inercei un viskozitatei, rada ķermeņu kustībai, sauc par *frontalo pretestību.*

Kā iepriekšējā paragrafā paskaidrots, ķermenim neviskozā šķidrumā nevajadzētu sastapt pretestību savā kustībā. Eksperiments tomēr rāda, ka pie lieliem ātrumiem frontalā pretestība ir liela pat maz viskozās gāzēs. Acīm redzot frontalās pretestības rašanās galvenais iemesls jāmeklē kustības ainas komplikacijā, kas zināmā mērā saistīta ar iekšējo berzi. Lietas būtību paskaidro 256., 257. un 258. zīmējums; tie attēlo straumes, kas plūst gar dažādas formas ķermeņiem. Redzam, ka kustība nav līdzīga tai, kas parādīta 255. zīmējumā. Straumes līnijas šeit nenoslēdzas aiz ķermeņa; vide (šķidrums vai gaiss) aiz ķermeņa nonāk *virpuļainā* kustībā. Šai gadījumā spiedienu uz ķermeņa priekšējo virsmu nelīdzsvaro spiediens uz aizmugures virsmu: rodas zināma frontala pretestība Q.



257. zīm.



258. zīm. Ķermenis, kas ievietots reala šķidruma vai gāzes plūsmā, izjūt pretestību kustībai; aiz ķermeņa rodas virpuļi, un spiediens uz priekšējo virsmu paliek nelīdzsvarots.

Virpuļu rašanās cēlonis ir iekšējā berze. Ķermeņa virsmai vistuvākā šķidruma vai gāzes plānā kārta pielīp ķermenim jeb, kā saka, tiek no ķermeņa adsorbēta un tādēļ nekustas. Nekustīgās kārtas biezums ir ļoti mazs, tas salīdzināms ar molekulas caurmēru. Tuvākās šķidruma vai gāzes kārtas kustas ar ātrumiem, kas pakāpeniski pieaug, attālinoties no ķermeņa virsmas; kārta, kas atrodas tikai dažus milimetrus no ķermeņa virsmas, pārvietojas gandrīz ar tādu pašu ātrumu, ar kādu pārvietojas attālāk esošās brīvās plūsmas kārtas.

257. zīmējumā parādīts, kā noris kustība zonā, kas tieši piegul cilindra virsmai. Punktos A un A' spiediens sasniedz maksimalo lielumu. Punktos C un C' spiediens ir minimals. Spiedienu starpības ietekmē šķidrums virsmas tuvumā pārvietojas no paaugstinātā spiediena uz pazeminātā spiediena vietām. Tādēļ posmā $A'C$ šķidrums pārvietojas pretēji straumes virzienam un punkta C tuvumā saduras ar šķidrumu, kas plūst gar posmu AC. Viena otrai pretim traucošās šķidruma kārtas saduroties rada virpuļus. Atrāvušies virpuļi izveido aiz ķermeņa *virpuļu ceļu* jeb *virpuļu segu* (258. zīm.).

Sakarā ar virpuļu rašanos spiediens uz ķermeņa priekšējo virsmu netiek līdzsvarots, jo spiediens uz ķermeņa aizmugures virsmu ir mazāks.

Tādēļ *vienmēr, kad ķermeņa kustību šķidrumā vai gāzē pavada virpuļu rašanās, ķermenis sastopas ar frontalu pretestību, kuras pārvarēšanai jāpatērē darbs.* Šis darbs pārvēršas virpuļu kinetiskā enerģijā. Pateicoties viskozitatei, virpuļi pakāpeniski sabrūk, un tādēļ darbs, kas patērēts frontalās pretestības pārvarēšanai, gala rezultatā pārvēršas vides daļiņu chaotiskās (siltuma) kustības enerģijā.

Frontalo pretestību var aprēķināt pēc formulas[1]:

$$Q = C_x \rho S v^2, \tag{13}$$

kur ρ — vides blīvums, S — laukums, kādu dabūjam, projecējot ķermeni uz plakni, kas perpendikulara netraucētas straumes ātrumam, v — netraucētas straumes ātrums un C_x= skaitlisks koeficients, kas ir dažāds dažādas formas ķermeņiem. C_x sauc par *frontalās pretestības koeficientu.*

Formulu (13) deva jau Ņ u t o n s. Ņemot vērā, ka virpuļu radītā frontalā pretestība rodas vides inerces rezultatā, augšminēto formulu var iegūt, prātojot šādi (ne visai eksakti): ķermenis, kas pārvietojas šķidrumā, atspiež no sava ceļa katrā sekundē šķidruma masu, kas vienlīdzīga šķidruma blīvuma ρ rei-

---

[1] Minēto formulu var iegūt ar dimensiju metodi, prātojot tā. Pieņemam, ka frontalā pretestība kaut kā atkarīga no šķidruma blīvuma, kustības ātruma un no ķermeņa izmēriem un formas. Pieņemsim (tas ir pareizi tikai ne visai maziem un ne visai lieliem ātrumiem), ka:

$$Q = C_x \rho^x S^y v^z,$$

kur x, y un z ir kaut kādi mums nezināmi pozitivi vai negativi, veseli vai daļu kāpinātāji, bet C — nenosaukts skaitlis (koeficients). Apzīmējot garuma vienību ar L, masas vienību ar M un laika vienību ar T un atceroties spēka Q, blīvuma ρ, laukuma S un ātruma v dimensijas, un iegaumējot, ka formulas kreisās puses dimensijai jābūt tādai pašai kā labās puses dimensijai, varam rakstīt:

$$\frac{ML}{T^2} = \left(\frac{M}{L^3}\right)^x \cdot \left(L^2\right)^y \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^z.$$

Šo attiecību var pārrakstīt tā:

$$MLT^{-2} = M^x L^{2y-3x+z} T^{-z}.$$

Skaitļiem x, y un z jābūt tādiem, lai vienības M, L un T vienādojuma kreisajā pusē un labajā pusē būtu ar vienādiem kāpinātājiem. Tas dod trīs vienādojumus:

lieluma M kāpinātāju vienlīdzība dod: $1 = x$;
lieluma L kāpinātāju vienlīdzība dod: $1 = 2y - 3x + 2z$;
lieluma T kāpinātāju vienlīdzība dod: $-2 = -z$.

No šejienes: $x = 1$; $z = 2$; $y = 1$.

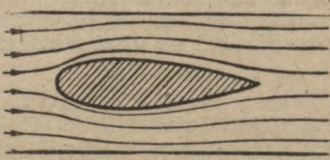
Tātad: $Q = C\rho S v^2$.

zinājumam ar tilpumu Sv. Pieņemot, ka visas atspiestā šķidruma daļiņas iegūst ātrumu, kas proporcionals ķermeņa kustības vidējam ātrumam v, atspiestais šķidrums iegūst katrā sekundē kustības daudzumu, kas proporcionals $\rho\ Sv^2$; saskaņā ar darbības un pretdarbības vienādības likumu, šķidrums pretojas ķermenim ar spēku, kas vienlīdzīgs šķidruma kustības daudzuma pieaugumam vienā sekundē, t. i., ar spēku, kas proporcionals $\rho\ Sv^2$.

Ka proporcionalitates koeficientam C_x, kas ietilpst formulā (13) — frontalās pretestības koeficientam — jābūt atkarīgam no ķermeņa formas, tas kļūst skaidrs, ja ņem vērā, ka ķermeņa forma var veicināt vai, otrādi, apgrūtināt virpuļu rašanos. Ja ķermenim ir pludlīnijas forma, tad spiedienu starpība dažādos tā virsmas posmos, ko rada ātrumu starpība, ir neievērojama; šķidruma kārtu pretējā kustība virsmas tuvumā ir vāja; strūklas pārtrūkšanas un šķidruma virpuļošanas gandrīz nebūs, ķermeņa pretestība kustībai būs neliela. Ja turpretim ķermenim ir asas šķautnes, piemēram, plakanai plāksnītei, kas novietota perpendikulari straumei, tad spiedienu starpības, kas rodas no ātruma maiņas, šķidrumam plūstot gar asiem stūriem, ir lielas, radīsies daudz virpuļu un frontalā pretestība būs liela.

259. zīm. Dažādi ķermeņi ar vienādu frontalo pretestību.

259. zīmējumā parādīti dažāda izmēra un formas ķermeņi, kuriem ir viena un tā pati pretestība. Vislabākā pludlīnijas forma ir izstieptā, pilienveidīgā — tāda, kādā gatavo visus modernos dirižabļus. Šādas formas ķermenis gandrīz nemaz nerada plūsmā virpuļus (260. zīm.); šāda ķermeņa kustības pretestību rada galvenokārt berzes spēki.



260. zīm. Pludlīnijas formas priekšmets.

124. §. Reinoldsa skaitļi. Kinematiskā viskozitate. Mēģinājumi rāda, ka Ņutona formulu

$$Q = C_x\, \rho\, Sv^2$$

frontalās pretestības noteikšanai var lietot tikai zināmās ātruma lieluma robežās.

Pie maziem ātrumiem (gaisā līdz $1 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$) frontalā pretestība ir proporcionala nevis ātruma kvadratam, bet gan *pirmai* pakāpei. Pie maziem ātrumiem frontalās pretestības rašanās iemesls ir nevis virpuļi, bet vides viskozitates tieša izpausme. Citiem vārdiem, pie maziem ātrumiem inerces spēki ir mazi, salīdzinot ar iekšējās berzes spēkiem.

Pie lieliem ātrumiem (tuvu skaņas ātrumam) frontalā pretestība pieaug, domājams, proporcionali ātruma *kubam*. Ķermenim kustoties ar ātrumu, kas lielāks par skaņas ātrumu, atkal ir pareizs ātruma kvadrata likums.

Tātad redzam, ka, lietojot formulu

$$Q = C_x \rho S v^2$$

dažādiem kustības ātrumiem, pretestības koeficients C_x jāuzlūko par vides viskozitates koeficienta η, vides blīvuma ρ, kustības ātruma v un ķermeņa linearo izmēru l funkciju. Var eksakti pierādīt, ka pretestības koeficients C_x atkarīgs tikai no attiecības $\frac{\rho l v}{\eta}$ skaitliskā lieluma. Kādēļ tas tā, nav grūti saprast: pretestības koeficients C_x ir nenosaukts skaitlis, tādēļ C_x funkcionalā atkarība no lielumiem η, ρ, l, v jānoved pie tādas šo lielumu kombinacijas, kas ir nenosaukts skaitlis. Nav grūti pārliecināties, ka attiecība $\frac{\rho l v}{\eta}$ tieši ir nenosaukts skaitlis. Šo attiecību sauc par *Reinoldsa skaitli*. Tātad *frontalās pretestības koeficients ir* līdz šim vēl nepilnīgi noskaidrota *Reinoldsa skaitļa funkcija:*

$$C_x = f\,(R), \text{ kur } R = \frac{\rho l v}{\eta}. \qquad (14)$$

Viskozitates koeficienta attiecību pret vides blīvumu, t. i. $\frac{\eta}{\rho}$ sauc par *kinematisko* viskozitati[1] un apzīmē ar ν:

$$\frac{\eta}{\rho} = \nu. \qquad (15)$$

Kā formula (9) rāda, kāda noteikta ķermeņa kustība dažādos šķidrumos ar noteiktu ātrumu rada vienādu frontalo pretestību, ja ir vienādas šķidrumu kinematiskās viskozitates ν. Citiem vārdiem, vides viskozitates koeficienta η n-kārtīga samazināšana, samazinot arī vides blīvumu n-kārtīgi, negroza fron-

[1] Kinematiskās viskozitates dimensija $\frac{L^2}{T}$.

talās pretestības lielumu. Tādēļ Reinoldsa skaitļus parasti izteic nevis ar viskozitates koeficientu η, bet gan kinematisko viskozitati ν:

$$R = \frac{lv}{\nu}. \tag{16}$$

Zemāk ievietotā tabulā parādīti daži kinematiskās viskozitates lielumi $\frac{cm^2}{sec}$:

	ν
Ūdens pie 0° . . .	0,0178
„ „ 20° . . .	0,010
„ „ 50° . . .	0,0056
„ „ 100° . . .	0,0030
Gaiss pie 0° un 1 at	0,133
Gaiss pie 100° un 1 at	0,245
Gaiss pie 0° un 7,6 mm Hg	13,3
Glicerins pie 20° . . .	6,8
Dzīvsudrabs pie 0° . .	0,00125
Dzīvsudrabs pie 100° .	0,00091

Tā kā kinematiskās viskozitates izteiksmē vides blīvums ir saucējā, tad gaisam ir lielāka kinematiskā viskozitate nekā ūdenim. Izretinātam gaisam pie spiediena 7,6 mm Hg (un 0°) kinematiskā viskozitate ir divas reizes lielāka nekā glicerinam.

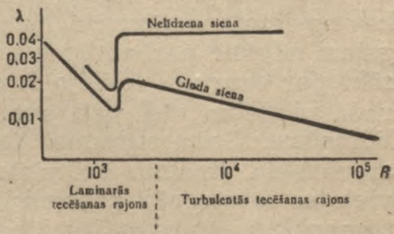
Formula (16) rāda, ka ķermenim, kas kustas ar ātrumu v, Reinoldsa skaitlis samazinās, ja palielinās kinematiskā viskozitate. Ja Reinoldsa skaitlis nav liels, tad, kā to rāda teorija, frontalā pretestībā berzes spēki ir lielāki nekā vides inerces spēki. Otrādi, liels Reinoldsa skaitlis (kas pie citiem vienādiem skaitļiem ir novērojams mazas kinematiskas viskozitates gadījumā) — norāda, ka vides inerces spēki ir lielāki par berzes spēkiem.

Gaisa lielā kinematiskā viskozitate un attiecīgi mazais (salīdzinot ar ūdeni) Reinoldsa skaitlis norāda, ka gaisa nelielā blīvuma dēļ gaisa inerce frontalā pretestībā sāk iegūt pārsvaru pār berzi tad, ja ātrums ir ievērojami lielāks nekā kustoties ūdenī. Piemēram, dirižabļa lidojumā frontalo pretestību rada galvenokārt berze; ja gaisa vietā būtu ūdens, inerces spēku nozīme frontalā pretestībā stipri pieaugtu, salīdzinot ar berzi (inerces spēki pieaugtu proporcionali blīvumam, t. i., aptuveni 1000 kārtīgi, kamēr ūdens viskozitate tikai 100 kārtīgi pārsniedz gaisa viskozitati).

Frontalās pretestības koeficienta atkarība no Reinoldsa skaitļa, par nožēlošanu, ir sarežģīta, un dažādas formas ķermeņiem tā ir dažāda. Neraugoties uz to, teoretiskie prātojumi un eksperimentalie pētījumi uzskatāmi ir parādījuši, ka Reinoldsa skaitļu lietošana aerodinamisku un hidrodinamisku aprēķinu praksē šos aprēķinus ievērojami vienkāršo. Sevišķi svarīgs

Reinoldsa skaitlis ir tāpēc, ka pie noteikta šā skaitļa lieluma iestājas krasa frontalās pretestības maiņa, kas norāda, ka radikali ir mainījusies straumē pārvietojamā ķermeņa aptecēšanas aina.

Reinoldsa skaitļi ir svarīgi arī netraucētas šķidruma plūsmas raksturošanā. Piemēram, teorija rāda, ka tā saucamais šķidruma tecēšanas *kritiskais ātrums* caurulē vai kanalī (t. i., tas ātrums, kad mierīga laminara straume pēkšņi pārvēršas turbulentā straumē, 112. §) atbilst noteiktam Reinoldsa skaitlim. Visiem šķidrumiem un gāzēm, lai kāds arī būtu to blīvums un viskozitate, laminarās straumes pārvēršanai turbulentā jānotiek pie viena un tā paša Reinoldsa skaitļa. Mēģinājumi apstiprina šo slēdzienu; tomēr lietu sarežģī tas, ka laminaras straumes pārvēršanos turbulentā diezgan stipri ietekmē ieejas cauruma forma, pa kuru šķidrums ieplūst caurulē vai kanalī. Vislielākais



261. zīm. Šķidruma tecēšanas (caurulē) pretestības koeficienta atkarība no Reinoldsa skaitļiem.

Reinoldsa skaitlis $R = \frac{rv}{\nu}$ (kur r — caurules radiuss, ν — kinematiskā viskozitate un v — tecēšanas ātrums), pie kura gludā caurulē vēl iespējama laminarā tecēšana, ir apmēram 20 000. Ja ieejas caurums nenodrošina šķidruma mierīgu ieplūšanu caurulē, bet gan izveidots tā, lai veicinātu turbulenci, tad laminarā straume pārvērtīsies turbulentā jau tad, kad Reinoldsa skaitlis ir aptuveni 1000—2000.

261. zīmējumā parādīts, kādā atkarībā no Reinoldsa skaitļa ir pretestības koeficients λ jebkuram caurulē plūstošam šķidrumam (117. §).

Reinoldsa skaitļus lieto laboratorijā, atveidojot upju tecēšanu, gaisa plūsmu ap lidojošu lidmašīnu u. tml. Lai ar laboratorijas modeļiem iegūtu pareizu ainu par upes tecēšanu vai lidmašīnas lidošanu gaisa straumē, nepieciešami eksperimentēt ar modeļu straumi, ko raksturo tas pats Reinoldsa skaitlis, kas raksturo atveidojamo straumi. Bez tam modeļa straumei, saprotams, jābūt ģ e o m e t r i s k i l ī d z ī g a i atveidojamai straumei un arī ķermeņiem, kas rada traucējumus šais straumēs, jābūt ģeometriski līdzīgiem atveidotiem ķermeņiem. Bet arī tad, kad ģeometriskā līdzība ir pilnīga, kustības attēls un izpētījamie pretestības koeficienti var izrādīties dažādi, ja Reinoldsa skaitļi ir dažādi. Lai Reinoldsa skaitlis nemainītos, kad straumes izmērus samazina n reizes, vajag n reizes palielināt ātrumu vai doto vidi aizstāt ar citu, kuras kinematiskā viskozitate būtu n reizes mazāka (visu to var secināt no 16. formulas).

Kustīgu ķermeņu, (piemēram, lidmašinas) strāvošanu ar gaisu laboratorijas pētījumos izdara ar ģeometriski līdzīgiem ķermeņu modeļiem aerodinamiskās caurulēs. Vienkāršākā *aerodinamiskā caurule* ir cilindrs, caur kuru dzen gaisu ar ventilatoru, kas novietots vienā caurules galā; caurules iekšpusē tuvu otram galam novieto pārbaudāmo modeli, kura izmēri vairākkārt mazāki par caurules iekšējo izmēru. Aerodinamiskai caurulei jārada modelim tādi paši apstākļi, kādos atrodas gaisā lidojoša lidmašina. Gaisa straumei jāplūst pret dažādām modeļa daļām ar vienādu ātrumu. Arī visām gaisa straumes strūklām jāpārvietojas savstarpēji paraleli: straumē nedrīkst būt virpuļu. Lai to panāktu, caurules izveido īpatnēji.

«Tiešas darbības» aerodinamiskās caurulēs gaisu iesūc no telpas, kurā novietota caurule, dzen caur cauruli, pūšot uz modeli un izvada otrā galā ar ventilatoru laukā. «Slēgta tipa» caurulēs darba laikā cirkulē viens un tas pats gaisa daudzums.

Augšā minētais noteikums, ka Reinoldsa skaitļiem jābūt vienlīdzīgiem, rada lielas grūtības aerodinamisko mērījumu technikā: jo mazāki ir pētījamā modeļa izmēri, jo lielākam jābūt pie citādi vienādiem apstākļiem gaisa straumes ātrumam v, bet, ja ātrumi lielāki par 400 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, nedrīkst, kā jau tika aizrādīts, gaisu uzlūkot par nesaspiežamu. Moderno iznīcinātāju ātrums sasniedz 500 $\frac{\text{km}}{\text{st}}$ (apmēram 140 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$), tādēļ, izmēģinot gaisa straumē trīs reizes mazāku šāda lidaparata modeli, mēģinājumus vajadzētu izdarīt pie gaisa ātruma, kas lielāks par 400 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Tādus ātrumus laboratorijas iekārtās nevar sasniegt, tādēļ dod priekšroku mēģinājumiem ar gandrīz dabiska lieluma lidmašinu modeļiem; tādēļ lidmašinas pārbauda pa daļām, būvējot lielu izmēru aerodinamiskas caurules.

Upju tecēšanas un kuģu aptecēšanas ainu hidrodinamiskie pētījumi ar modeļiem nerada sevišķu grūtību, jo šai gadījumā nav nekādu grūtību, lai nodrošinātu vienādus Reinoldsa skaitļus.

125. §. Viskozitates pretestība. Stoksa likums. Šķidruma vai gaisa plūsmā novietots ķermenis ir pakļauts ne vien ar virpuļu izcelšanos saistītiem pretestības spēkiem, kurus noteic galvenokārt vides inerce un kuri tikai netieši saistīti ar viskozitati, bet arī tiešiem viskozitates spēkiem. Ja ātrumi ir mazi un vides viskozitate pietiekami liela (arī pie sevišķi maziem Reinoldsa skaitļiem), viskozitates tiešā ietekme ir lielāka par vides inerces ietekmi. Ja var neņemt vērā inerces spēkus, salīdzinot ar iekšējās berzes spēkiem, tad frontalo pretestību, ko šai gadījumā sauc par *viskozitates pretestību,* nosaka Stoksa likums.

Viskozitates pretestība ir proporcionala vides viskozitates koeficienta reizinājumam ar ķermeņa lineariem izmēriem un kustības ātruma pirmo pakāpi[1]. Lodveidīgiem ķermeņiem viskozitates pretestība ir

$$Q = 6\,\pi\eta\, rv. \tag{17}$$

Šeit, kā parasts, η — viskozitates koeficients, v — ātrums, r — ķermeņa radiuss.

Stoksa formulai ir svarīga nozīme. Starp citu, Stoksa formulu lieto ķermeņa vienmērīgas brīvas krišanas ātruma aprēķināšanai viskozā vidē. Acīm redzot vienmērīgā krišana ir novērojama tai gadījumā, kad kustības pretestība vienlīdzīga ar ķermeņa šķietamo svaru vidē (ko dabū, no ķermeņa patiesā svara $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g$, kur ρ_1 = ķermeņa blīvums, atņemot celšanas spēku: $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g$, kur ρ_2 — vides blīvums):

$$6\pi\eta r v_{\text{const}} = \frac{4}{3}\pi r^3 g\,(\rho_1 - \rho_2).$$

Ķermeņa vienmērīgas krišanas ātrums viskozā vidē ir

$$v_{\text{const}} = \frac{2}{9}\,\frac{\rho_1 - \rho_2}{\eta}\, g r^2. \tag{18}$$

Tātad ķermeņa vienmērīgas krišanas ātrums viskozā vidē ir jo mazāks, jo lielāka ir vides viskozitate un jo mazāki ir ķermeņa izmēri.

---

[1] Līdzīgi formulai (13) šo likumu var pierādīt pēc dimensiju metodes, ja pieņem, ka pie maziem ātrumiem lielāka ietekme ir vides viskozitates koeficientam nekā vides blīvumam:

$$Q = K\eta^x S^y v^z,$$

kur K — nenosaukts koeficients. Prātojot tā kā 273. lappuses piezīmē, dabū: $x = z = 1$, bet $y = \frac{1}{2}$.

Bieži formulu (18) lieto, lai aprēķinātu pilieniņu vai putekļīšu radiusus, novērojot to vienmērīgas krišanas ātrumus gaisā vai šķidrumā. Viegli izprast, ka

$$r=\sqrt{\frac{9\eta v_{\text{const}}}{2(\rho_1-\rho_2)g}}. \qquad (19)$$

Ja formulā (18) ievietotu gaisa viskozitati un blīvumu normalos apstākļos, tad ūdens pilieniņu vienmērīgas krišanas ātruma aprēķināšanai gaisā iegūst šādu sakarību:

$$v_{\text{const}}=1{,}3\,.\,10^6\,.\,r^2,$$

kur r izteikts centimetros, bet v $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

Stoksa likums ir pareizs tādos gadījumos, kad Reinoldsa skaitlis ir mazs, salīdzinot ar vienu, piemēram, vienlīdzīgs $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ vai ir vēl mazāks.

Reinoldsa skaitlis $R=\frac{2r\,v}{\nu}$ — pie dotās kinematiskās viskozitates nozīmes — ir mazs, ja mazi ir ķermeņa izmēri un kustības ātrums. Gaisa kinematiskā viskozitate ν normalos apstākļos ir aptuveni $\frac{1}{10}$. Tādēļ kustībai atmosferas gaisā Stoksa likums ir relativi pareizs, ja ķermeņa radiusa reizinājums ar ātrumu (izteikts centimetros un $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$) nepārsniedz apmēram $\frac{1}{100}$; jo mazāks šis reizinājums $r\,.\,v$, jo labāk attaisnojas Stoksa likums. Ūdens kinematiskā viskozitate ir aptuveni $\frac{1}{100}$; tādēļ kustībai ūdenī Stoksa likums ir relativi pareizs, ja reizinājums $r.v$ nepārsniedz $\frac{1}{1000}$.

Salīdzināsim Stoksa formulu (17) ar Ņutona formulu (13), kas ir vispārīgāka:

$$Q=6\pi\eta r v=C_x\rho S v^2$$

Lodes šķērsgriezuma laukums $S=\pi r^2$. Redzam, ka, lietojot Ņutona formulu (pie maziem Reinoldsa skaitļiem) viskozitates pretestības aprēķināšanai, frontalās pretestības koeficients C_x jāpieņem (pēc Stoksa)

$$C_x=\frac{6\eta}{\rho r v}.$$

Parasti šā vienādojuma labo pusi izsaka ar Reinoldsa skaitli $R = \frac{2rv}{\nu} = \frac{2\rho rv}{\eta}$. Tad

$$C_x = \frac{12}{R}. \qquad (20)$$

Tātad, ja neatkāpjas no Ņutona formulas, tad Stoksa likums jāformulē tā (aizstājot 17. vienādojumu ar 13.):

Ja Reinoldsa skaitlis, salīdzinot ar vienu, ir mazs, tad frontalā pretestība ir viskozitates pretestība; šinī gadījumā frontalās pretestības koeficients ir apgriezti proporcionals Reinoldsa skaitlim R un lodei tas ir $\frac{12}{R}$.

Ja Reinoldsa skaitlis nav pietiekami mazs, tad līdz ar viskozo pretestību jāņem vērā arī pretestība, kas rodas vides inerces dēļ. Ja Reinoldsa skaitlis ir tuvu vienam, lieto Ozena formulu:

$$C_x = \frac{12}{R}\left(1 + \frac{3}{16}R\right). \qquad (21)$$

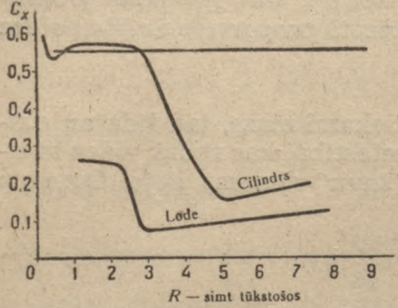
126. §. Frontalās pretestības koeficienta atkarība no Reinoldsa skaitļa un ķermeņa formas. Kā tika norādīts iepriekšējā paragrafā, frontalās pretestības koeficientu C_x Ņutona formulā nosaka Stoksa likums (15. formula), ja Reinoldsa skaitlis ir mazāks par vienu, un Ozena formula (21. formula), ja Reinoldsa skaitlis apmēram viens.

Reinoldsa skaitlim pieaugot, frontalā pretestībā galvenā loma ir vides inercei; ja Reinoldsa skaitlis ir liels (ap tūkstoti), tad iekšējo berzes spēku tiešo izpausmi var neņemt vērā, salīdzinot ar spēkiem, kurus rada virpuļi; šie beidzamie spēki tomēr, kā redzējām (123. §), netieši saistīti ar berzi.

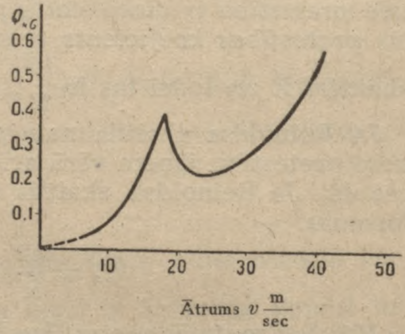
Ja Reinoldsa skaitlis ir mazs, salīdzinot ar vienu, tad, tam pieaugot, frontalās pretestības koeficients C_x pēc Stoksa likuma samazinās. Reinoldsa skaitlim tālāk pieaugot, frontalās pretestības koeficienta samazināšanās aizvien vairāk palēninās vides inerces dēļ. Ja Reinoldsa skaitļa lielums ir starp tūkstošiem un desmitiem tūkstošu, frontalās pretestības koeficients ir gandrīz pastāvīgs (saprotams, ka dažādas formas ķermeņiem tas ir dažāda lieluma).

Reinoldsa skaitlim sasniedzot noteiktu lielumu (lodei pie R no 200 000—300 000; cilindram pie R no 400 000—500 000), pēkšņi iestājas frontalās pretestības koeficienta krasa samazināšanās. Frontalās pretestības koeficients samazinās 3, 4 un 5 kārtīgi un pēc tam, palielinoties Reinoldsa skaitlim, atkal paliek gandrīz konstants (262. zīm.). Frontalā pretestība visumā arī strauji samazinās (263. zīm.). Minēto parādību sauc par *krizi*.

Krize saistīta ar šķidruma (vai gāzes) tecēšanas rakstura strauju maiņu tai kārtā, kas piegul kustīgā ķermeņa virsmai. Aplūkosim atkal 256., 257. un 258. zīmējumu. Šajos zīmējumos parādīts, ka «virpuļi notrūkst» kustīgās lodes noteiktā vietā.



262. zīm. Frontalās pretestības koeficienta C_x atkarība no Reinoldsa skaitļa diskam, cilindram un lodei.



263. zīm. Lodes frontalā pretestība kā funkcija no kustības ātruma gaisā.

Pie 18—23 $\frac{m}{sec}$ novērojama krize.

Līdz virpuļu notrūkšanas vietai lodes aptecēšana attēlota minētos zīmējumos kā laminara. Strāvojums, kas līdz virpuļu notrūkšanai bija laminars, pie krizes pārvēršas turbulentā; sakarā ar to virpuļu notrūkšanas vieta pārvietojas atpakaļ un frontalā pretestība krasi samazinās.

Viss, kas veicina sākumā laminarā tecējuma pārvēršanos turbulentā, ietekmē arī krizes sākšanos. Piemēram, virsmas nelīdzenums, nelieli, asi izciļņi uz virsmas u. tml. var paātrināt krizes iestāšanos, un tā iestāsies jau pie mazākiem Reinoldsa skaitļiem.

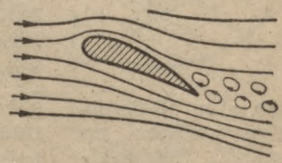
Virpuļu notrūkšanas vieta un radušos virpuļu lielums atkarīgs no ķermeņa formas (pie citiem vienādiem apstākļiem). Jo tālāk virpuļu notrūkšanas vieta aizmugurē, jo mazāka ir frontalā pretestība. Kā jau minējām, vislabākā ķermeņa pludlīnijas forma ir cigarveidīga, kāda ir moderniem dirižabļiem.

Apakšējā tabulā doti dažu ķermeņu frontalās pretestības koeficienti C_x (Reinoldsa skaitļiem ap 100 000—200 000).

Kvadratveidīga plāksnīte, kas perpendikulara plūsmas virzienam . . . . , , , , , , ,	0,64
Ripa, kas perpendikulara plūsmas virzienam	0,56
Lode . . . . , ,	0,25
Elipsoids, kura lielā ass sakrīt ar plūsmas virzienu	0,035
Plūdlīnijas formas ķermenis (cigarveidīgs, ar smailu pakaļgalu), kura garums 4 reizes lielāks par caurmēru; ķermeņa ass sakrīt ar plūsmas virzienu	0,013

127. §. Lidmašinas spārna celšanas spēks. Lidmašinu jeb aeroplanu pietiekami labi pazīst tagad ikkatrs. Neapstājoties pie ārējā izskata aprakstīšanas, šeit paskaidrosim tā atsevišķu elementu nozīmi un uzbūvi, galvenokārt apskatot lidmašinas spārna nozīmi.

Spārna šķērsgriezumam ir raksturīga forma — t. s. *Žukovska profils* (264. zīm.).



264. zīm. Virpuļu sega aiz nesējas virsmas.

Spārnam pārvietojoties gaisā, uz spārnu iedarbojas celšanas spēks un frontalā pretestība. Kā noskaidrots 123. §, spēki, kas darbojas uz ķermeni gaisa plūsmā, var rasties tikai kā kustīgā ķermeņa un tā radīto plūsmas virpuļu savstarpējas iedarbības rezultats. Tātad kā spārna celšanas spēks, tā arī frontalā pretestība rodas spārna un tā kustības izsauktās virpuļsistemas savstarpējas iedarbības rezultatā. Izšķir trīs virpuļsistemas:

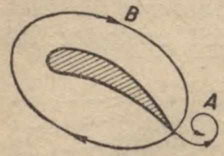
265a. zīm. Gaisa ātrums pie spārna pakaļējās malas ir ļoti liels (zīmējumā parādīts ar plūsmas līniju sablīvējumu).

265b. zīm. Kustības sākumā pie pakaļējās malas rodas «ieskriešanās virpulis».

1. *Virpuļu sega*, kas rodas aiz spārna, kā arī aiz jebkura cita ķermeņa. Šī virpuļu sega un viskozitates spēki rada daļu no spārna frontalās pretestības — tā saucamo p r o f i l a p r e t e s t ī b u Q_p. Šie virpuļi redzami 264. zīmējumā.

2. Gar spārna aso pakaļējo malu plūstošas straumes ātrums

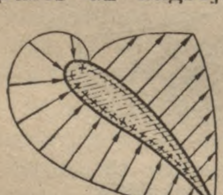
ir ļoti liels (265a. zīm.), tādēļ lidmašīnas kustības sākumā tur rodas lielas jaudas virpulis — t. s. *ieskriešanās virpulis A*, ko aizrauj straume; pēc tam pie spārna pakaļējās malas rodas strūklu notrūkšanas punkts (265b. zīm.). Tā kā noslēgtā sistemā (spārns-gaiss) griešanās momentam jābūt pastāvīgam, tad *ap spārnu rodas riņķveidīga (noslēgta) straume B* (gaisa «cirkulacija»), kuras griešanās moments ir vienāds ar pārpalikuma vai ieskriešanās virpuļa *A* griešanās momentu (266. zīm.). Šī cirkulacijas strāva sumējas ar gaisa strāvu, kas plūst pret spārnu; rezultātā *gaisa ātrums virs spārna ir lielāks nekā zem spārna* (267. zīm.). Pēc Bernuli teoremas spiediens ir lielāks tur, kur mazāks ātrums. Tādēļ *zem spārna rodas paaugstināta spiediena, virs spārna — pazemināta spiediena josla;* spārns iegūst zināmu **celšanas spēku** *P*. 268. zīmējumā attēlots paaugstināta un pazemināta spiediena sakārtojums uz spārna. No šā zīmējuma redzams, ka celšanas spēks rodas ne tik daudz no spiediena uz spārna apakšējo daļu, cik no gaisa sūcējiedarbības uz spārna augšējo daļu.



266. zīm. Riņķveidīga tecēšana ap spārnu (piesaistītais virpulis).

3. Cirkulacija ap spārnu — nesošais virpulis — nebeidzas spārna galos, bet noplūst no tiem. Pateicoties samazinātam spiedienam virs spārna, gaiss pārvietojas, kā tas parādīts 269. zīmējumā, no spārna apakšējās puses uz augšējo. Šī gaisa plūsma, sumējoties ar virpuli, kas noplūst no spārna gala, rada aiz spārna tā saucamās virpuļa «ūsas» jeb *virpuļu grīstes*. Darbs, ko patērē šo virpuļu radīšanai, ir iemesls papildu pretestībai Q_i, ko sauc par **induktīvo pretestību** (270. zīm.). Induktīvā pretestība ir jo mazāka, jo lielāka ir spārna garuma attiecība pret tā platumu; šo attiecību sauc par spārna pagarinājumu.

267. zīm. Cirkulacijas straumes sumēšanās ar pretstraumi. Gaisa ātrums, kas proporcionāls straumes līniju biežumam, ir lielāks virs spārna nekā zem spārna.



268. zīm. Spiediena sakārtojums pa nesējvirsmu.

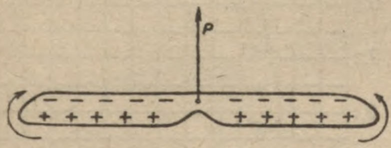
Celšanas spēks un frontalā pretestība, kā to rāda eksperimenti un teorija, ir proporcionali kustības ātruma *v* kvadratam, lidmašinas nesējvirsmas laukumam S un gaisa blīvumam ρ:

$$P = C_y \rho S v^2; \qquad (22)$$

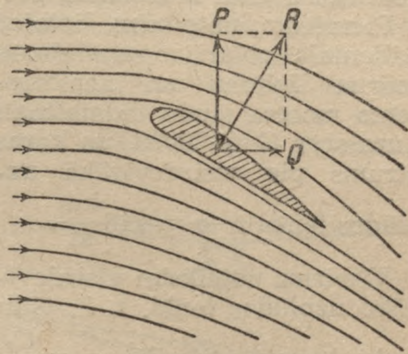
šeit P ir celšanas spēks, bet C_y sauc par celšanas spēka koeficientu. Spārna profilā un induktivā pretestība kopā ir frontalā pretestība Q:

$$Q = Q_p + Q_i = C_x \rho S v^2. \qquad (23)$$

C_x ir spārna frontalās pretestības koeficients. Koeficientu C_x un C_y lielumi ir atkarīgi no spārna formas un no spārna



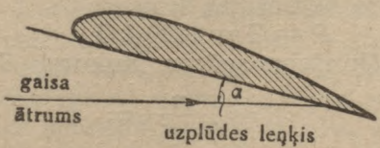
269. zīm. Pateicoties spiedienu starpībai, gaiss pārvietojas no spārna apakšējās virsmas uz augšējo.



270. zīm. Normalspēks sadalās celšanas spēkā P un induktivās pretestības spēkā.

stāvokļa attiecībā pret plūsmu — uzplūdes leņķa. Par *uzplūdes leņķi* sauc leņķi α starp spārna chordu un plūsmas virzienu (271. zīm.).

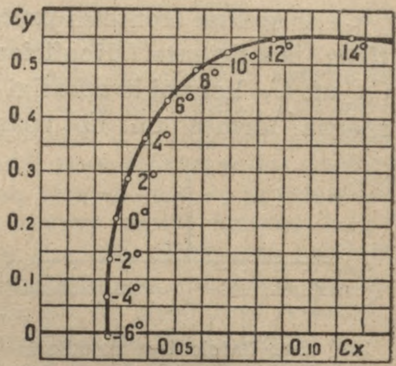
Teoretiski pretestības koeficientu C_x un celšanas spēka koeficientu C_y dažādas formas spārniem var aprēķināt ar pietiekami lielu precizitati pēc formulām, kuras devuši Žukovskis, Prandtls un Čaplīgins. Koeficientus C_x un C_y aprēķina eksperimentali aerodinamiskās laboratorijās. Šim nolūkam novieto spārna modeli aerodinamiskās caurules gaisa straumē. Mēģinājuma rezultatus mēdz attēlot grafiski tā saucamo *Lilientala polaru* veidā (272. zīm.), x-ass virzienā atliek frontalās pretestības koeficientu C_x, y-ass virzienā celšanas spēka koeficientu C_y. Līknes punktu ordinatas nosaka celšanas spēka un frontalās pretestības koeficientus pie dažādiem uzplūdes leņķiem. Zinot kādam spārnam Lilientala polari un zinot lidmašinas ātrumu, var aprēķināt celšanas spēku, fron-



271. zīm. Leņķi starp spārna chordu un straumes virzienu sauc par uzplūdes leņķi.

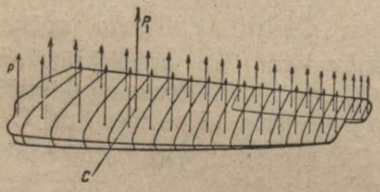
talo pretestību, kā arī uzplūdes leņķi α, pie kura attiecība $\varepsilon = \frac{C_y}{C_x}$ — «spārna kvalitate» ir vislielākā. Šim nolūkam no koordinatu sākuma jānovelk pieskare Lilientala polarei. 272. zīmējumā C_x un C_y ir frontalās pretestības un celšanas spēka koeficienti visai lidmašinai, bet nevis vienam spārnam.

Piemēram, noteiksim, lietojot Lilientala polari, nepieciešamo spārna lielumu un nepieciešamo motora jaudu lidmašinai, kura sver $G = 4000$ kG un kuras ātrums pie visizdevīgākā uzplūdes leņķa ir $v = 216 \frac{\text{km}}{\text{st}}$.



272. zīm. Lilientala polare.

Vispirms noteiksim visizdevīgāko uzplūdes leņķi, t. i., tādu leņķi, kuram attiecība $\frac{P}{Q} = \frac{C_y}{C_x}$ ir vislielākā. Šim nolūkam vilksim no koordinatu sākuma pieskari Lilientala polarei. Pieskares punkts, kā zināms, atbilst maksimalai attiecībai $\frac{C_y}{C_x}$.



273. zīm. Uz katru nesējvirsmas elementu darbojas elementars celšanas spēks p. Šo spēku rezultējošo P_l sauc par pilnu celšanas spēku, pielikšanas punktu C — par spiediena centru.

Mūsu piemērā šis leņķa lielums ir starp 4^0 un 6^0, un šim punktam atbilstošie koeficienti C_x un C_y ir 0,04 un 0,37. Ņemot vērā, ka celšanas spēkam jālīdzsvaro lidmašinas svars

$$P = G = 4000 \text{ kG},$$

aprēķināsim spārna laukumu S

$$S = \frac{p}{C_y \rho v^2} =$$

$$= \frac{4000}{0{,}37 \cdot 0{,}13 \cdot 60^2} = 23 \text{ m}^2.$$

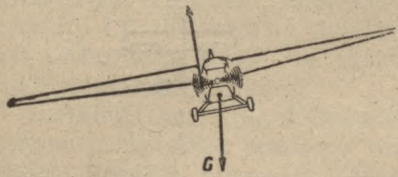
Zinot nepieciešamo spārnu laukumu, aprēķinām lidmašinas pretestību Q:

$$Q = C_x \rho S v^2 = 0{,}04 \cdot 0{,}013 \cdot 23 \cdot 60^2 = 432 \text{ kG}.$$

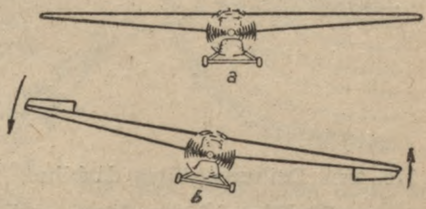
Motora jaudai jābūt vismaz tik lielai, lai tas katru sekundi veiktu darbu, kas vienlīdzīgs spēka Q reizinājumam ar lidmašinas ātrumu v; tātad motora teoretiskā jauda zirgspējās ir

$$N = \frac{Qv}{75} = \frac{432.60}{75} \approx 345 \text{ ZS.}$$

128. §. Lidmašinas stabilitate gaisā. Planēšana. Viens no vissarežģītākiem aviacijas teorijas jautājumiem ir jautājums par lidmašinas stabilitati gaisā. Lidmašinai pašai jāatgriežas stabilā kustībā pēc tam, kad tā novirzījusies no šā stāvokļa par nelielu leņķi. Lidmašinai jābūt ar vadīšanas ierīcēm, kas atļauj lidotājam atgriezt lidmašinu stabilā stāvoklī, ja kaut kāda iemesla dēļ lidmašina tiek tik stipri novirzīta no šā stāvokļa, ka pašizlīdzināšanās nav iespējama.



274. zīm. Nosvērušos spārna uzplūdes leņķis palielinās, spārna celšanas spēks pieaug, un radies spēku pāris (celšanas spēks — svars) izlīdzina lidmašinu.



275. zīm. Gaisa spiediens uz eleroniem nosver vai izlīdzina lidmašinu.

Lidmašinas stabilitate pirmā kārtā atkarīga no smaguma centra un celšanas spēka pielikšanas punkta savstarpējā stāvokļa.

Celšanas spēks sadalīts pa visu lidmašinas spārnu virsmu: uz katru spārna elementu darbojas elementars celšanas spēks (273. zīm.). Visi šie celšanas spēki savā starpā paraleli. To kopspēks abiem spārniem ir lidmašinas pilnais celšanas spēks, bet šā kopspēka pielikšanas punkts — *spiediena centrs.*

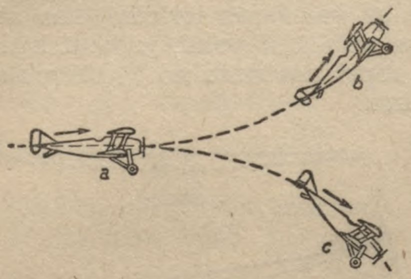
Lidmašinas stabilai kustībai gaisā nepieciešams, lai smaguma centrs un spiediena centrs atrastos uz vienas vertikalas taisnes. Jāņem vērā, ka *spiediena centra stāvoklis nav pastāvīgs. Tas atkarīgs no uzplūdes leņķa un lidmašinas sānsveres.* Lidmašinas spārnus izveido tā[1], lai, lidmašinai nosveroties no normalā stāvokļa, rastos spēku pāris, kas lidmašinu atgriež izejas stāvoklī.

Ja sānsveres leņķis ir liels, tad lidotājs ņem palīgā *eleronus*

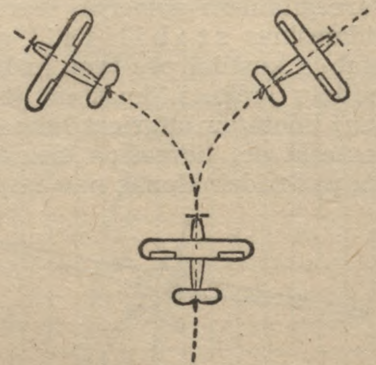
[1] Šim nolūkam lidmašinas spārnu galus nedaudz atloka uz augšu. Pie mazas sānsveres nosvērušās spārna uzplūdes leņķis, kā viegli saprotams, palielinās, tādēļ pieaug šā spārna celšanas spēks. Paceltā spārna uzplūdes leņķis samazinās — šā spārna celšanas spēks arī samazinās; rezultatā abu spārnu celšanas spēku kopspēka pielikšanas punkts — spiediena centrs — pārvietojas tā spārna virzienā, kurš ir nosvēries un rodas spēku pāris, kas izlīdzina lidmašinu (274. zīm.).

— papildplāksnes spārnu galos — un mākslīgi palielina nosvērušās spārna uzplūdes leņķi, nolaižot spārna eleronu. Paceltā spārna elerons tai pašā laikā paceļas. Gaisa spiediens uz eleroniem rada spēku pāri, kas lidmašinu atgriež izejas stāvoklī (275. zīm.).

Gareniskās stabilitates uzturēšanai lieto stabilizatoru



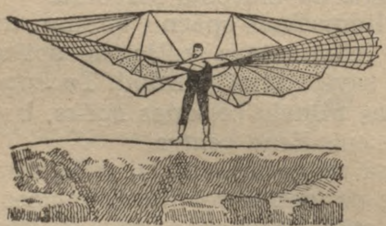
276. zīm. Dziļuma stūres darbība.



277. zīm. Virziena stūres darbība.

— nesējplāksni lidmašinas astē. Astei paceļoties vai nolaižoties, gaisa spiediens uz stabilizatoru atgriež lidmašinu izejas stāvoklī.

Stabilizatora gals izveidots kustināms, un to lieto kā dziļuma stūri, kuru pēc vēlēšanās var nolaist vai pacelt, tādējādi regulējot lidmašinas lidojuma virzienu vertikalā plaknē (276. zīm.). Lidojuma virzienu horizontalā plaknē regulē ar virziena stūri un ķīli, kuru darbība paskaidrotu 277. zīmējumā.

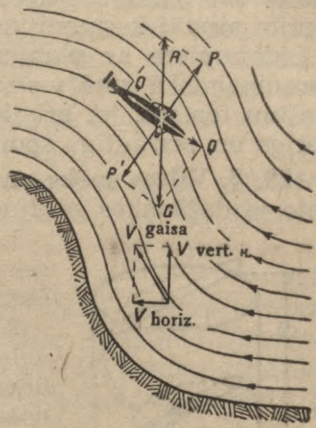


278. zīm. Otto Lilientala pirmais planieris.

Lidmašinas spārna celšanas spēku rada virzes kustība, ko lidmašinai dod motora dzīts propeleris. Bet var arī lidot ar lidmašinu bez motora. Tādu lidošanu sauc par *planēšanu*, bet bezmotora lidmašinu par planieri (278. zīm.). Planiera uzbūve un vadīšana principā ne ar ko neatšķiras no lidmašinas uzbūves un vadīšanas. Lai uzsāktu

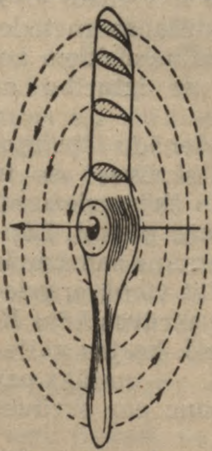
Ja sānsveres leņķis ir liels, tad nosvērušos spārna celšanas spēks iziet caur maksimumu pie apmēram 18^0 liela leņķa un tad sāk samazināties; radītais spēku pāra moments vairs neatgriezīs lidmašinu izejas stāvoklī. Šai gadījumā lidmašinas izlīdzināšana notiek, kā tekstā paskaidrots, ar eleronu palīdzību.

lidošanu, planierim ir jāieskrienas. Planiera ieskriešanās notiek pret vēju līdzīgi pūķim. Planieri nostāda uzkalna vai kalna virsotnē vai nogāzē tieši pret vēju, lidotājs ieņem savu vietu, starta komandas 3—4 cilvēki tur planieri aiz astes koka, viens vai divi pie katra spārna, bet 6—8 cilvēki izstiepj resnu gumijas grīsti (virvi), velkot aiz 2 virvēm, kas piestiprinātas kāsim planiera priekšgalā. Kad grīste pietiekami izstiepta, planiera turētāji pēc komandas to atlaiž, un planieris izstieptās gumijas ietekmē, noskrējis 10—12 metru, paceļas gaisā. Gumijas grīste šai momentā pati nomaucas no kāša.



279. zīm. Spēki, kas darbojas uz planieri vienmērīgā lidojumā. Svaru G līdzsvaro celšanas spēka P un frontalās pretestības spēka Q rezultējošais R.

Iestādot mazu planēšanas leņķi, nedaudz nolaižot planiera priekšgalu, lidotājs notur to līdzsvarā ar stūrēm un eleroniem, un planieris slīd pa slīpu plakni — «planē» uz ieleju. Spēki, kas darbojas uz planieri lidošanas laikā, parādīti 279. zīmējumā.


280. zīm. Gaisa skrūve (propeleris).

Ja planieris sastop kāpjošas gaisa strāvas — šādas strāvas gandrīz vienmēr ir vējainā laikā kalnu nogāzēs — un gaisa celšanās ātruma vertikalā komponente ir lielāka par planiera nolaišanās ātruma vertikalo komponenti, tad planieris var lidot, nesamazinot augstumu, vai arī celties augšup (lidināties). Šādā veidā, lidojot ar planieri, pārsniegts 4000 m augstums.

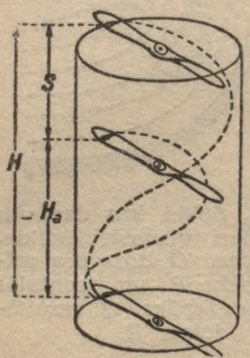
Lai varētu lidināties, tad planiera vertikalam ātrumam jābūt niecīgam, bet tas iespējams tikai tādā gadījumā, kad planēšanas leņķis ir mazs. Tad ir maza arī lidmašinas smaguma komponente Q', bet tas iespējams tikai tad, kad frontalā pretestība Q ir maza, jo pretējā gadījumā spēki, kas darbojas uz planieri, viens otru nelīdzsvaros. Šim nolūkam planieri izveido visizdevīgākā aerodinamiskā formā: ņem garus spārnus, lai samazinātu induktivo pretestību, un, lai samazinātu planiera minimalo lidošanas ātrumu, ņem tik lielu spārnu laukumu, ka slodze uz 1 m^2 nepārsniedz 15—17 kG.

Pateicoties mazajam pacelšanās un nosēšanās ātrumam, planieris var iztikt bez aerodinamiski neizdevīgās šasijas, ko planierim aizstāj ķermenī viens pa pusei apslēpts ritenis vai slēpe.

Lidojumiem ar planieriem ir sevišķi liela nozīme, nosakot aerodinamiskā ziņā visizdevīgākās un lidojumā stabilākās lidmašinu formas, kā arī lidotāju sagatavošanā. Planēšana ir arī derīgs un aizrautīgs sporta veids.

129. §. Vilces spēks un propelera jauda. Propeleri jeb skrūvi lieto visdažādākos gadījumos. Ir šādi skrūvju tipi:

1. Dzenskrūve — skrūve, ko lieto vilces spēka iegūšanai lidmašinās, dirižabļos (280. zīm.) un kuģos.
2. Ģeneratora skrūve — vēja dzinējs vai propelerturbinas darba rats; tos lieto ūdens vai gaisa plūsmas enerģijas pārveidošanai mechaniskā darbā.
3. Ventilators — skrūve, ko lieto gaisa plūsmas radīšanai.
4. Anemometrs — skrūve, ko lieto plūsmas ātruma noteikšanai atkarībā no griešanās ātruma.



281. zīm. Skrūves kāpe *H*, solis H_a un slīde *S*.

Skrūves teorijas pamati ir vienādi visos gadījumos, bet to projektēšanas metodes ir dažādas, jo blakus aerodinamiskiem apsvērumiem ir jārēķinās ar izturību un robežizmēriem.

Normalai skrūvei ir zināms skaits (2—3—4) vienādu lāpstiņu, kuru šķērsgriezumam zināmā atstatumā no skrūves ass ir spārna profilam līdzīga forma (280. zīm.). Šo šķērsgriezumu chordas ir nosvērušās par leņķi Θ pret griešanās plakni. Lāpstas iestādījuma leņķis un relativais profila biezums samazinās virzienā uz lāpstas galu. Ceļu, kuru skrūve noiet vienā apgriezienā, kustoties vidē kā cietā ķermenī, sauc par skrūves *kāpi H*. Propeleris darbojas vidē, kas padodas, tādēļ ceļš, ko tas patiesībā noiet vienā apgriezienā — skrūves *solis* H_a — mazāks par kāpi (281. zīm.). Starpību starp kāpi un soli sauc par skrūves *slīdi:* $S = H - H_a$.

Gaisa skrūves vilkšana rodas tā, ka *skrūve savirpuļo zināmu gaisa masu un atsviež to atpakaļ. Skrūves vilkšanas spēks vienāds ar gaisa kustības daudzuma maiņu 1 sekundē.* Skrūves darbības rezultātā skrūves priekšā rodas pazemināts spiediens, skrūves aizmugurē — paaugstināts spiediens, un gaiss, ko iesūc skrūves priekšējā daļa un atgrūž tās pakaļējā daļa, pusi no papildātruma iegūst propelera priekšā un pusi aiz tā.

Ja ātrums gaisam, kas plūst ap skrūvi, ir $V+v$, kur V — skrūves virzes kustības ātrums un v — papildātruma puse, kuru skrūve dod gaisam, un ja skrūves radiuss ir r, tad 1 sekundē skrūves atsviestā gaisa masa $m=\pi r^2 \rho (V+v)$, bet skrūves vilkšanas spēks F (ko nosaka gaisa kustības daudzuma maiņa):

$$F=2mv=2\pi r^2 \rho (V+v)v. \tag{24}$$

Jaudu, ko patērē skrūve, nosaka, reizinot skrūves vilkšanas spēku F ar ceļa gabalu, ko skrūve noiet 1 sec, t. i., ar skrūves kustības ātrumu attiecībā pret gaisu:

$$N=F(V+v). \tag{25}$$

Šīs jaudas daļu FV, t. s. lietderīgo jaudu, patērē skrūves virzes kustībai, daļu Fv — zaudēto jaudu — izlieto atsviestā gaisa kinetiskās enerģijas radīšanai. Derīgās jaudas attiecību pret patērēto jaudu sauc par skrūves lietderības koeficientu η:

$$\eta=\frac{FV}{F(V+v)}=\frac{V}{V+v}.$$

Citādi patērēto jaudu var izteikt kā skrūves griešanos bremzētāja spēku pāra momenta M reizinājumu ar skrūves leņķa ātrumu; tad

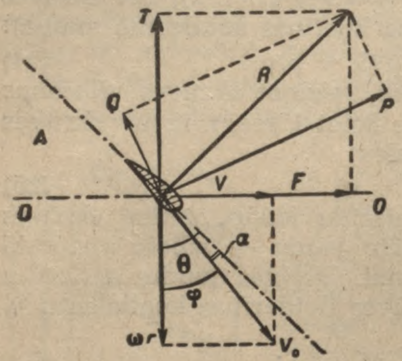
$$\eta=\frac{FV}{M\omega}.$$

Nav grūti saprast, ka skrūves vilkšanas spēks ir vislielākais tad, kad skrūve darbojas, stāvot uz vietas ($V=0$; slīde S vienāda ar kāpi H). Vilkšanas spēks ir nulle tad, kad gaisa ātrums aiz skrūves un tās priekšā ir viens un tas pats ($v=0$, slīde $S=0$). Abos minētos gadījumos lietderības koeficients $\eta=0$. Pie šā slēdziena var nonākt arī tieši, izejot no uzrakstītām formulām.

Aprakstītā «idealās» skrūves teorijā nav ievērota gaisa virpuļainā kustība, tādēļ skrūvju aerodinamisko izmēģinājumu dati nedaudz atšķiras no lielumiem, kas iegūti ar augšminētām formulām.

Lai iegūtu noteiktu vilkšanas spēku, skrūvei jāatsviež vai nu liela gaisa masa $M=\pi R^2\rho\ (V+v_1)$ ar mazu ātrumu v_1, vai maza gaisa masa $m=\pi r^2 \rho\ (V+v_2)$ ar lielu ātrumu v_2. Viegli izprast, ka pirmā gadījumā kinetiskā enerģija $\frac{Mv_1^2}{2}$, kuru iegūst atsviestais gaiss, ir mazāka nekā kinetiskā enerģija $\frac{mv_2^2}{2}$ otrā gadījumā, tādēļ izdevīgāk lietot liela izmēra un lielas kāpes skrūves

Skrūves darbs atkarīgs arī no lāpstiņas formas. Aplūkosim 282. zīmējumā spēkus, kas darbojas uz lāpstiņas elementu. Šeit V — skrūves virzes kustības ātrums, ωr — aploces ātrums, V_0 — rezultējošais ātrums un φ — leņķis starp rezultējošo ātrumu un rotacijas plakni (asi, ap kuru griežas skrūve, attēlo taisne OO′). Lāpstiņas uzplūdes leņķis α vienlīdzīgs ar iestādījuma leņķa Θ un leņķa φ starpību: $\alpha = \Theta - \varphi$. Lāpstiņas elements rada, līdzīgi nesējvirsmai, celšanas spēku P un pretestību Q, kuru virziens ir attiecīgi perpendikulars un paralels gaisa strāvas ātrumam. Šos spēkus var sadalīt vilkšanas spēkā F un skrūves bremzes spēkā T. Lai varētu griezt propeleri, jāpārvar bremzes spēka moments. Vilkšanas spēks ir vislielākais un bremzes spēks vismazākais tad, kad uzplūdes leņķis ir visizdevīgākais: $\alpha = 4^0$. Bet aploces ātrums ωr palielinās virzienā uz propelera galu, leņķis φ samazinās, un, lai leņķis α paliktu viens un tas pats, iestādījuma leņķim Θ arī jāsamazinās virzienā uz lāpstas galu.



282. zīm. Spēki, kas darbojas uz skrūves spārnu: P — celšanas spēks, Q — pretestība, F — vilces spēks, T — bremzēšanas spēks, V — lidmašinas virzes kustības ātrums, ωr — skrūves spārna aploces ātrums, θ — iestādījuma leņķis, φ — leņķis starp spārna kustības patieso virzienu un griešanās plakni, α — uzplūdes leņķis.

Tai gadījumā, kad lidmašinas ātrums ir pārāk liels, skrūve vienā apgriezienā var noiet attālumu, kas lielāks par kāpi (negativa slīdēšana). Lāpstas uzplūdes leņķis kļūst negativs un skrūve darbojas sākumā kā bremze, bet pēc tam kā vējdzirnavu spārns. Ar šādu gadījumu sastopamies vēja dzinēja vai propelerturbinas darbā.

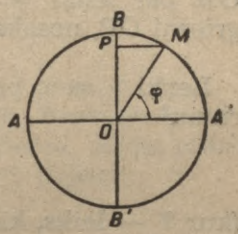
No visa sacītā varam secināt: no aerodinamikas viedokļa visizdevīgākā ir ar lielu ātrumu rotējoša skrūve, kurai liels caurmērs, šaura lāpsta un liels iestādījuma leņķis. Bet izturības apsvērumi neļauj gaisa skrūvju izgatavošanā iet šai virzienā pārāk tālu.

Skrūves vilkšanas spēku dažos lidaparatos izmanto kā celšanas spēku. Šādus aparatus sauc par *helikopteriem*. Ir konstruēti daudzi šāda veida helikopteri, bet līdz šim ekspluatacijai derīgu konstrukciju vēl nav.

IX NODAĻA

Mācība par svārstībām un viļņiem

130. §. Harmoniska svārstība. Ikdienišķā dzīvē un technikā mēs ik uz soļa sastopamies ar svārstību kustībām: sienas pulksteņa svārsts periodiski svārstās ap vertikalo stāvokli, ātri rotējošas turbinas pamats vibrē galvenās vārpstas apgriezienu taktī, dzelzceļa vagona virsbūve šūpojas uz mīkstām atsperēm, riteņiem ritot pāri sliežu sadures vietai, utt.



283. zīm.

Daudzos gadījumos dažādām svārstīgām kustībām ir kopēja pazīme: pastāv zināms stabils stāvoklis, kurā svārstības izdarošais ķermenis atrodas pirms un pēc svārstībām un kurā tas var atrasties nenoteikti ilgu laiku, kamēr ārējs spēks to neizkustina no stabilā stāvokļa. Svārstam stabils ir vertikalais stāvoklis; mašinas pamatam un uz atsperēm atbalstītam vagonam stabils ir stāvoklis, kas atbilst zināmai pastāvīgai deformacijai, ko nosaka mašinas vai vagona svars.

Katrreiz, kad ķermeni izkustina no stabilā stāvokļa, rodas spēks, kas cenšas ķermeni atgriezt sākuma stāvoklī. Šāda spēka rašanās var būt dažāda. Piemēram, kad miera stāvoklī esošu svārstu novirza no vertikalā stāvokļa un pēc tam to atlaiž, tad spēks, kas svārstu atgriež sākuma stāvoklī, ir smaguma spēks; kad trieciena ietekmē sliežu sadurē vagona virsbūve padodas uz leju, saliecot atsperi, tad elastiski deformēto, ar atsperes skavu savilkto tērauda slokšņu reakcija ir spēks, kas to atgriež sākuma stāvoklī.

Atgriešanas spēka esamība vēl nav pietiekošs iemesls, lai rastos svārstību kustība. Tiešām, ja pēc sākuma novirzes no vertikalā stāvokļa svārsts atgrieztos šai stāvoklī un ar to nobeigtu savu kustību, tad nebūtu svārstīšanās procesa, kuru raksturo svārsta pārmaiņus novirzīšanās gan uz vienu, gan uz otru pusi no vertikalā stāvokļa. Acīm redzams, ka svārstību kustībā bez atgriezēja spēka jābūt vēl citam faktoram, kas neļauj svārstīgam ķermenim pēkšņi apstāties tai ķermeņa ceļa punktā, kas atbilst stabilam stāvoklim. Šis faktors daudzos gadījumos ir svārstīgā ķermeņa *inerce*.

Svārstību kustībai ir sevišķi vienkāršs raksturs tai gadījumā, kad *atgriezējs spēks pieaug proporcionāli* svārstošā ķermeņa *novirzei* no līdzsvara stāvokļa. Sākumā aplūkosim šādu gadījumu tīri kinematiski (t. i., neievērosim uz ķermeni darbojošos spēkus un aprobežosimies vienīgi ar kustības ārējo aprakstu).

Iedomāsimies punktu M (283. zīm.), kas kustas pa aploci ar radiusu a ar pastāvīgu leņķa ātrumu ω, un aplūkosim šā punkta *projekcijas* P kustību uz diametra BB'. Vienosimies punkta M kustību sākt skaitīt no sākuma punkta A', bet punkta P kustību no O; novirzi uz augšu no punkta O pieņemsim par pozitivu, bet novirzi uz leju no punkta O — par negativu. Pieņemsim, ka laika momentā t radiuss OM pagriezies no sākuma stāvokļa OA' par leņķi φ; tad punkta P novirzi x, kas vienāda ar nogriezni OP, nosaka vienkārša izteiksme:

$$x = a \sin \varphi.$$

Leņķi φ sauc par punkta P *svārstības fazi*[1]; zinot leņķa ātrumu[2]

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

(kur T — laiks, kādā punkts M apiet visu aploci, bet 2π — aploces loka garums, izteikts leņķa vienībās), nav grūti noteikt fazi φ:

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t.$$

Ievietojot šo nozīmi x izteiksmē, dabūjam punkta P kustības vienādojumu par diametru BB':

$$x = a \sin \omega t = a \sin \frac{2\pi}{T} t. \tag{1}$$

Kustība, ko izteic vienādojums (1), ir svārstību kustība; tiešām, kad punkts M vienmērīgi kustas pa aploci, tad punkta projekcija uz diametru izdara turpu atpakaļ kustību, periodiski izejot caur punktu O, kuru vienojāmies saukt par sākuma punktu. Ja aplūkotu punkta M projekcijas kustību pa diametru AA', tad analoģiski iegūtu vienādojumu:

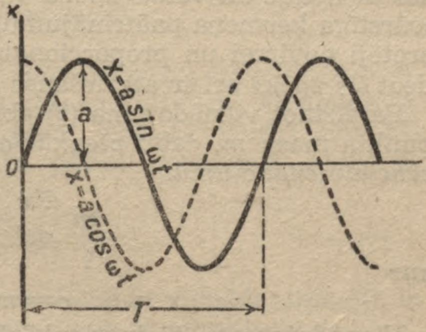
$$x = a \cos \omega t = a \cos \frac{2\pi}{T} t. \tag{1'}$$

[1] No grieķu *phasis* — parādīšanās.

[2] Turpmāk (attiecībā uz svārstību kustību) mēs, kā tas pieņemts, lielumu ω sauksim nevis par leņķa ātrumu, bet par leņķa vai riņķa frekvenci.

Kustību svārstības raksturs, ko izteic vienādojumi (1) un (1′) kļūs sevišķi skaidri redzams, ja tās attēlosim grafiski, kā tas izdarīts 284. zīmējumā.

Svārstību kustību, ko izteic sinusa vai kosinusa funkcija, sauc par vienkāršu harmonisku svārstību[1]; to pilnīgi raksturo šādas pazīmes:



284. zīm.

1. *Amplituda*[2], — vislielākais novirzes atstatums a no sākuma stāvokļa.

2. *Svārstību periods* T, t. i., laiks, kurā svārstošais punkts (vai ķermenis) veic svārstības kustības pilnu ciklu, novirzoties vispirms uz vienu, tad uz otru pusi no sākuma stāvokļa un atkal atgriežoties tanī. Svārstību perioda vietā var lietot tā frekvenci ν, kas ir pilnu svārstību skaits vienā sekundē. Frekvences vienību — vienu svārstību 1 sek — sauc par *hercu.* Acīm redzot periods un frekvence ir savstarpēji apgriezti lielumi:

$$T=\frac{1}{\nu}; \quad \nu=\frac{1}{T}. \tag{2}$$

Vienādojumi (1) un (1′) ierosina pieņemt vēl vienu lielumu ω, ko vienvērtīgi nosaka dotais periods vai frekvence:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu. \tag{3}$$

Lietojot šo lielumu, ko sauc par *leņķa frekvenci,* ir iespējams vienkāršot daudzu formulu rakstību, kuras attiecas uz svārstību kustībām. Acīm redzot ω ir *pilnu svārstību skaits* 2π *sekundēs.*

Aplūkosim spēkus, kuru ietekmē var rasties vienkārša harmoniska svārstība. Šim nolūkam, izlietojot vienādojumu (1), noteiksim vispirms harmoniski svārstīgā punkta ātrumu v un paātrinājumu j:

$$v=\frac{dx}{dt}=\omega a \cos\omega t; \tag{4}$$

$$j=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 a \sin\omega t=-\omega^2 x. \tag{5}$$

[1] No grieķu *harmoso* — s a k ā r t o t.
[2] No latiņu *amplitudo* — p l a t u m s.

Pēdējā izteiksme norāda, ka katrā dotā laika momentā *paātrinājums j proporcionals punkta novirzei x* no sākuma stāvokļa; minusa zīme rāda, ka paātrinājums vienmēr ir vērsts pretēji novirzei. Mēs zinām, ka paātrinājums ir proporcionals spēkam, kas to izsauc un vērsts spēka virzienā: tātad spēks, kas nosaka svārstīga ķermeņa paātrinājumu, vērsts, tāpat kā paātrinājums, pretēji novirzei un proporcionals novirzes lielumam. Acīm redzot šis spēks arī ir atgriešanas spēks.

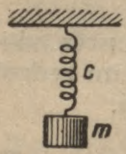
Pareizinot vienādojuma (5) abas puses ar svārstošā materialā punkta masu m, dabū *vienkāršas harmoniskas svārstības diferencialvienādojumu:*

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-cx, \tag{6}$$

kur

$$c=m\omega^2. \tag{6'}$$

Vienādojumam (6) ir vienkārša fizikala jēga: tā kreisā puse ir svārstošā punkta masas reizinājums ar to paātrinājumu; šis lielums saskaņā ar Ņutona otro likumu nosaka atgriešanas spēku $-cx$, kas darbojas uz punktu.



285. zīm.

Tādēļ vienādojums (6) izteic otro mechanikas likumu attiecībā pret materialo punktu, ko saista ar līdzsvara stāvokli spēks, kas proporcionals novirzei. Otrādi, pastāvot atgriešanas spēkam, kas proporcionals ķermeņa novirzei, ķermenis izdarīs vienkāršas harmoniskas svārstības, kuras noteic vienādojumi (1) un (1').

Pēc ārējā izskata un izveidojuma **svārstīgās sistemas** (t. i., tādi savstarpēji saistītu ķermeņu sakopojumi, kuri spēj izdarīt svārstību kustību), ir ļoti dažādas. Aplūkosim vienkāršāko svārstīgo sistemu: atsvaru, kura masa ir m un kas piekārts diezgan stingrā spiralatsperē (285. zīm.); kad atsvars novirzīts no līdzsvara stāvokļa, atspere darbojas uz atsvaru ar spēku F, kas proporcionals novirzei x un vērsts pretēji x virzienam:

$$F=-cx$$

(vienkāršības dēļ neņemam vērā nelielo atsperes izstiepšanos, ko rada atsvara svars). Proporcionalitates reizinātāju c, kurš nosaka tā spēka lielumu, kas rada novirzes vienību, sauc par *atgriešanas spēka koeficientu.*

Masa m, izvirzīta no līdzsvara stāvokļa, sāk ap šo stāvokli vienkārši harmoniski svārstīties; ja nav iekšējās berzes un gaisa pretestības, tad šādas svārstības turpināsies nenoteikti ilgi. Enerģija, kas sistemai pievadīta sākuma triecienā, periodiski pārveidosies: elastiski deformētas atsperes potenciālā enerģija pāries kustīgā atsvara kinetiskā enerģijā un otrādi. Saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu kinetiskās un potenciālās enerģijas suma[1] paliks pastāvīga:

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{2} + \frac{cx^2}{2} = \text{const.}$$

Tai momentā, kad atsvars iziet caur līdzsvara stāvokli ($x = 0$), visa sistemas enerģija ir kinetiskā enerģija un ātrumam ir maksimalā vērtība v_{max} ; turpretim jebkurā galējā stāvoklī ($x = \pm a$) visa sistemas enerģija pāriet potenciālā enerģijā. Tādēļ

$$\varepsilon = \frac{mv^2_{max}}{2} = \frac{ca^2}{2}. \qquad (7)$$

Bet ātruma maksimalā vērtība, saskaņā ar vienādojumu (4), ir svārstību leņķa frekvences ω reizinājums ar amplitudu a:

$$v_{max} = \omega a.$$

Ievietojot šo izteiksmi iepriekšējā vienādojumā, iegūstam saskaņā ar vienādojumu (6'):

$$m\omega^2 = c.$$

No šejienes nosakām leņķa frekvenci:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, \qquad (8)$$

t. i., *harmonisku svārstību leņķa frekvence vienlīdzīga ar kvadratsakni no atgriešanas spēka koeficienta, kas dalīts ar ķermeņa masu.*

Vienādojums (8) dod iespēju noteikt svārstības frekvenci un periodu:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{m}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}. \qquad (9)$$

Svārstību enerģijai no izteiksmēm (7), (8) un (9) dabū šādas formulas:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m\omega^2a^2,$$

$$\varepsilon = 2\pi^2 m\nu^2a^2, \qquad (10)$$

[1] Pēc vispārējās formulas 98. paragrafā elastiskas novirzes potenciālā enerģija (deformacija) ir

$$\frac{Fx}{2} = \frac{cx^2}{2}.$$

t. i., *harmonisko svārstību enerģija proporcionala amplitudas kvadratam un svārstošā ķermeņa masai.*

131. §. Svārsta mazu svārstību periods. Aplūkosim kā piemēru vienkāršu svārstu — nelielu ķermeni ar masu m, kas piekārts neizstiepjamā diegā, kura garums ir l; pieņemsim, ka svārsta novirzes ir tik mazas, ka tās var mērīt ar stateņu garumu, kas vilkti no svārsta smaguma centra pret taisni, kas sakrīt ar diega vertikalo stāvokli.

Smaguma spēka mg (g — brīvās krišanas paātrinājums), komponente, kas ir perpendikulara diegam un vērsta pret sākuma (vertikalo) stāvokli (286. zīm.), būs atgriešanas spēks; komponenti, kas vērsta diega virzienā, līdzsvaro diega reakcija. 286. zīmējumā redzams, ka mūs interesējošā (svārsta svara)

286. zīm.

komponente ir $mg \sin \varphi$, bet, tā kā $\sin \varphi = \frac{x}{l}$, tad atgriešanas spēku nosaka izteiksme:

$$F = -\frac{mg}{l} x,$$

un tāpēc atgriešanas spēka koeficients ir $\frac{mg}{l}$.

No vispārīgās formulas (8) nosakām svārsta svārstību periodu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (11)$$

Formula (11) rāda, ka *svārsta svārstību periods nav atkarīgs no tā masas.* Šis slēdziens pirmā acu uzmetienā izliekas neparasts. Tomēr, ja atceramies, ka atgriešanas spēks, ko nosaka svārsta svars, ir proporcionals tā masai, tad sapratīsim, kādēļ lielums m beigu rezultatā pazūd.

Līdz šim esam aplūkojuši tādas svārstības, kur svārstīgais ķermenis kustas pa taisnu līniju. Bet jau piemērā ar svārstu, stingri ņemot, vajadzēja ievērot, ka masas m smaguma centrs kustas nevis pa taisni, bet pa riņķa loku ar radiusu l. Tikai aprobežojoties ar mazām svārstībām, varēja loka gabalu aizstāt ar taisnes nogriezni un novirzes mērīt nevis uz loka, bet uz stateņa, kurš vilkts pret vertikalu taisni, kas iet caur piekāršanas punktu. Pie maziem svārsta atvēzieniem kļūda, kas saistās ar šādu aizstāšanu, nepārsniedz dažas procenta daļas.

Daudzos gadījumos, piemēram, parastā kabatas pulkstenī, svārsts izdara nevis virzes, bet r o t a c i j a s kustību. Šīm svārstībām pieskaita tā saucamās *vērpes svārstības.* Vienkāršākā sistema, kas spēj izdarīt vērpes svārstības, ir asij piestiprināts disks, kam piestiprināta atspere tā, ka diska pagriešanai pretojas atgriešanas spēks, ko sauc par atsperes savērpšanu. Pieņemsim, ka I ir diska inerces moments pret asi, bet M — atgriešanas spēka moments, kas proporcionals diska pagrieziena leņķim φ : $M = D\,\varphi$. Šādas svārstīgas sistemas svārstību periodam der formula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}, \tag{12}$$

kura analoģiska formulai (9) ar to starpību, ka masas vietā ir inerces moments, bet atgriešanas spēka koeficienta vietā — atgriešanas momenta koeficients. Formulu (12) var iegūt, prātojot līdzīgi tam, kā to darījām, nosakot formulu (9).

No harmonisko vērpes svārstību vienādojuma:

$$\varphi = \varphi_{max} \sin\frac{2\pi}{T}t$$

nosakām, ka diska leņķa ātrums ir:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varphi_{max} \cdot \frac{2\pi}{T}\cos\frac{2\pi}{T}t.$$

Vislielāko leņķa ātrumu disks iegūst momentā, kad tas iet caur līdzsvara stāvokli:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{max} = \varphi_{max} \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

Šai momentā diskā griešanās kinetiskā enerģija ir (84. §):

$$\frac{1}{2}I\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2_{max} = \frac{1}{2}I\varphi^2_{max}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.$$

Pagrieziena leņķim φ atsperes savērpšanas potenciālā enerģija ir

$$\frac{M\varphi}{2} = \frac{D\varphi^2}{2}.$$

Pēc enerģijās nezūdamības likuma atsperes griešanas potenciālā enerģija momentā, kad disks pagriezies par leņķi φ_{max}, ir vienāda ar diska griešanās kinetisko enerģiju. diskam ejot caur līdzsvara stāvokli. Tādēļ:

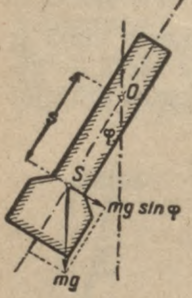
$$\frac{1}{2}D\varphi^2_{max} = \frac{1}{2}I\varphi^2_{max}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2,$$

no kurienes

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}.$$

Svārsts, kuru aplūkojām šā paragrafa sākumā, ir punktveidīga masa, kas pakārta diegā bez svara. Bet realais svārsts (kuru atšķirībā no iepriekš aplūkotā «matematiskā svārsta» nosauksim par *fizisko svārstu)* ir zināma svara ķermenis, kurš pakārts punktā, kas nesakrīt ar smaguma centru. Fiziskā svārsta svārstību periodu var uzzināt pēc formulas (12).

Apzīmēsim kā līdz šim ar I svārsta inerces momentu attiecībā pret tā griešanās asi[1] un ar D — atgriešanas momenta koeficientu. Tālāk, pieņemsim, ka s ir ķermeņa smaguma centra atstatums no griešanās ass (287. zīm.). Atgriešanas spēks, kas rodas, svārstam pagriežoties par leņķi φ, ir $mg \sin \varphi$, bet tā moments $M = mg \sin\varphi \cdot s$. Ja svārsta atvēzieni nav lieli, tad var pieņemt: $\sin \varphi = \varphi$, tādēļ



287. zīm.

$$M = D\varphi = mgs\,\varphi.$$

$$D = mgs.$$

Izlietojot tagad formulu (12), uzzinām:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}, \qquad (13)$$

kur $l' = \frac{I}{ms}$. Lielumu l' sauc par *fiziskā svārsta reducēto garumu*. Šā termina jēga ir tā, ka matematiskam svārstam, kura garums ir vienlīdzīgs fiziskā svārsta reducētam garumam, būs tāds pats periods.

132. §. Svārstību interference. Vienāda virziena un vienāda perioda svārstību saskaitīšana. Materialais punkts var vienlaicīgi piedalīties vairākās harmoniskās svārstībās. Punkta novirzi kaut kādā laika momentā nosaka to novirzienu ģeometriskā (vektorialā) suma, kurus punkts iegūst, piedaloties katrā svārstību kustībā atsevišķi. Ja punkts vienlaicīgi piedalās vairākās svārstībās, tad rezultējošā kustība ir salikta kustība, tomēr praksē sastopamo gadījumu vairumā šī rezultējošā kustība arī ir svārstība. Tātad var runāt par vairāku svārstību saskaitīšanu vienā rezultējošā svārstībā.

Aplūkosim dažus šādas svārstību saskaitīšanas piemērus.

Pieņemsim, vispirms, ka jāsaskaita divas svārstību kustības, kas noris vienā un tai pašā virzienā, pie tam novirzes, kuras punkts iegūst katrā svārstībā, sumējas acīm redzot algebriski. Pieņemsim tālāk, ka abas svārstības notiek ar vienu un to pašu leņķa frekvenci ω (t. i., ar vienu un to pašu periodu), bet da-

[1] Atgādināsim (85. §), ka, ja I_s ir svārsta inerces moments attiecībā pret asi, kura iet caur tā smaguma centru, tad inerces momentu attiecībā pret griešanās asi O nosaka vienādojums:

$$I = I_s + ms^2,$$

kur s ir smaguma centra atstatums no griešanās ass.

žādām sākuma fazēm φ_1 un φ_2. Uzrakstīsim saskaņā ar formulu (1) un (3) svārstību kustību vienādojumus šādā veidā:

$$x_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$x_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Rezultējošo novirzi var noteikt šai gadījumā kā novirzes x_1 un x_2 algebrisku sumu:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(\omega t + \varphi_2) =$$
$$= a_1 \sin \omega t \cos\varphi_1 + a_1 \cos \omega t \sin\varphi_1 +$$
$$+ a_2 \sin \omega t \cos \varphi_2 + a_2 \cos \omega t \sin \varphi_2$$

jeb

$$x = (a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2) \sin\omega t + (a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2) \cos\omega t.$$

Šo vienādojumu var vienkāršot, ņemot lielumus a un φ, kurus nosaka vienlīdzības:

$$a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2 = a \cos \varphi,$$
$$a_1 \sin\varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2 = a \sin \varphi. \qquad (14)$$

Tad

$$x = a \cos \varphi \sin\omega t + a \sin \varphi \cos\omega t$$

jeb

$$x = x_1 + x_2 = a \sin(\omega t + \varphi). \qquad (15)$$

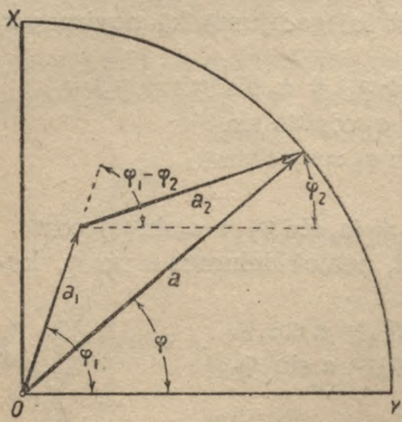
Tātad redzam, ka, saskaitot viena un tā paša perioda divas harmoniskas svārstības, rodas tāda paša perioda harmoniska svārstība. Šīs rezultējošās svārstības amplitudu un sākuma fazi nosaka vienādojumi (14), no kuriem dabūsim, ka

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2},$$
$$a = +\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}. \qquad (16)$$

Aplūkoto harmonisko svārstību saskaitīšanu, kur svārstībām ir vienāda frekvence un vienāda virziena novirzes, sauc par *svārstību interferenci*. Svārstību interferencei iegūtās formulas var ģeometriski interpretēt ar *vektoru diagramu* (288. zīm.). Novilksim no koordinatu sākuma ar leņķi φ_1 pret asi OY vektoru, kura lielums vienlīdzīgs pirmās svārstības amplitudai a_1. No šā vektora gala punkta vilksim ar leņķi φ_2 pret asi OY vektoru, kura lielums vienlīdzīgs otrās svārstības amplitudai a_2. Abu aplūkoto vektoru ģeometriskā suma ir vektors, kura lielums parāda rezultējošās svārstības amplitudu, bet virziens — šīs svārstības fazi. Tiešām, ja projecēsim visus trīs vektorus vispirms uz OY asi un pēc tam uz OX asi, tad iegūsim vienādojumus (14).

Kā redzējām (10. formula), harmoniskas svārstības enerģija ir proporcionala amplitudas kvadratam, tādēļ rezultējošās svārstības enerģija tikai tai gadījumā ir vienlīdzīga saskaitāmo svārstību enerģiju sumai, ja

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2.$$



288. zīm. Divu vienādas frekvences svārstību saskaitīšanas vektoru diagrama.

Tāda sakarība starp rezultējošās svārstības amplitudu un saskaitāmo svārstību amplitudām ir vietā, kā to rāda formula (16), tikai tad, kad saskaitāmo svārstību fazes atšķiras viena no otras par lielumu $\frac{\pi}{2}$ vai par $3\frac{\pi}{2}$, vai vispārīgi par lielumu $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, kur n ir nulle vai kāds vesels skaitlis.

Kad fazu starpība $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ vai vispārīgi $(2n+1)\pi$, tad saka, ka svārstības notiek *pretējās fazēs*. Tiešām, šādā gadījumā

$$|a| = |a_1 - a_2|.$$

Ja saskaitāmo svārstību fazes ir pretējas un amplitudas vienādas ($a_1 = a_2$), tad, svārstības saskaitot, dabū 0 ($a = 0$).

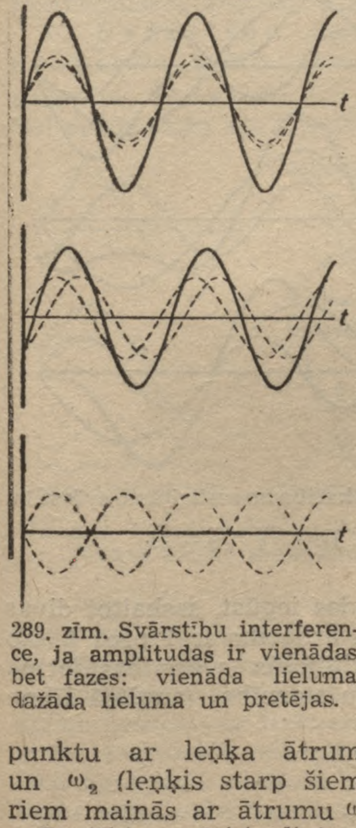
Kad fazu starpība $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ vai vispārīgi $2n\pi$, kur n ir jebkurš vesels skaitlis, tad saka, ka svārstības *sakrīt fazē*. Šai gadījumā no formulas (16) var secināt, ka:

$$a = a_1 + a_2.$$

Kad fazes sakrīt un amplitudas ir vienādas ($a_1 = a_2$), tad rezultējošās svārstības amplituda ir 2 reizes lielāka par katras saskaitāmās svārstības amplitudu un tātad rezultējošās svārstības enerģija ir 4 reizes lielāka par katras saskaitāmās svārstības enerģiju.

289. zīmējumā parādīti trīs svārstību interferences gadījumi, kur svārstībām ir vienāda amplituda, bet dažādas fazes (rezultējošās svārstības sinusoida konstruēta, algebriski sumējot saskaitāmo sinusoidu ordinatas).

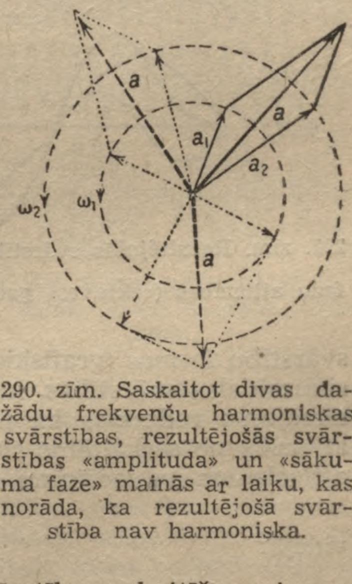
133. §. Vienāda virziena, bet dažādu periodu svārstību saskaitīšana. Ja saskaitāmo svārstību periodi ir dažādi, tad rezultējošā svārstība vispār ņemot nav harmoniska. Lai noskaidrotu, kāda ir dotā gadījumā materialā punkta rezultējošā kustība, vēlreiz aplūkosim vektoru diagramu. Bet, tā kā tagad saskaitāmo svārstību frekvence ir dažāda, tad vektoru diagramu tādā veidā, kāda tā attēlota 288. zīmējumā, var lietot tikai laika sākuma momentā $t = 0$. Ja vēlamies konstruēt vektoru diagramu kādam citam laika momentam, leņķi φ_1, φ_2 un φ jāaizvieto ar leņķiem $\omega_1 t + \varphi_1$, $\omega_2 t + \varphi_2$ un $\omega t + \varphi$. Tā kā dotā gadījumā $\omega_1 = \omega_2$, tad leņķis starp vektoriem, kuri attēlo saskaitāmo svārstību amplitudas, proti, leņķis $(\omega_1 - \omega_2) t + (\varphi_1 - \varphi_2)$, būs lielums, kas mainās ar laiku. Tātad, ja gribētu rezultējošo svārstību izteikt sekojošas funkcijas veidā:



289. zīm. Svārstību interference, ja amplitudas ir vienādas, bet fazes: vienāda lieluma, dažāda lieluma un pretējas.

$$x = x_1 + x_2 = a \sin(\omega t + \varphi),$$

tad «amplituda» a un «sākuma faze» φ jāuzlūko par lielumiem, kas mainās ar laiku (290. zīm). Kā ar laiku mainās lielumi a un φ, par to var gūt priekšstatu, ja iedomāsimies, ka vektori a_1 un a_2 griežas ap koordinatu sākuma

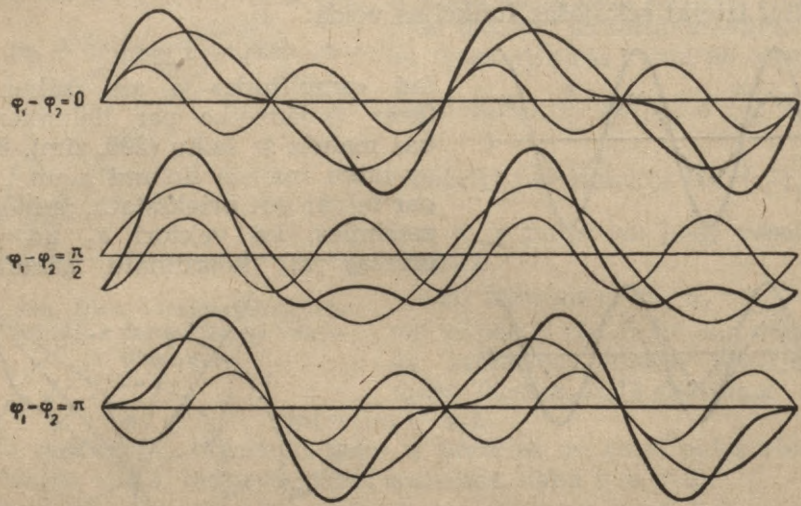


290. zīm. Saskaitot divas dažādu frekvenču harmoniskas svārstības, rezultējošās svārstības «amplituda» un «sākuma faze» mainās ar laiku, kas norāda, ka rezultējošā svārstība nav harmoniska.

punktu ar leņķa ātrumiem ω_1 un ω_2 (leņķis starp šiem vektoriem mainās ar ātrumu $\omega_1 - \omega_2$).

Sevišķi svarīgi ir divi gadījumi: svārstību saskaitīšana, ja periodu attiecība ir vesels skaitlis, un tādu svārstību saskaitīšana, kuru periodi ļoti maz atšķiras viens no otra.

A. Svārstību saskaitīšana, ja periodu attiecība ir vesels skaitlis. Jebkuru svārstību vispirms raksturo svārstības *forma*; ar svārstības formu saprot grafisku sakarību starp novirzi x un laiku t, kā tas redzams 284. un 289. zīmējumā. Nav grūti pārliecināties, ka harmonisku svārstību (sinusoidu un kosinusoidu) saskaitīšana dod rezultējošu svārstību, kuras forma stipri atkarīga no tā, kāda ir saskaitāmo svārstību periodu un fazu attiecība. Lai noteiktu rezultējošās svārstības formu, visvienkāršākais paņēmiens ir šāds: x, t grafikā algebriski sumē saskaitāmām svārstībām atbilstošo līkņu ordinatas. 291. zīmējumā ar treknākām līnijām parādītas



291. zīm. Rezultējošās svārstības formas atkarība no saskaitāmo svārstību fazu attiecības («oktavas» gadījumam, t. i. kad $T_1 : T_2 = \frac{1}{2}$).

svārstību formas (grafiskie attēli), kādas iegūst, saskaitot divas sinusoidalas svārstības, kuru periodu attiecība ir 1 pret 2. No zīmējuma redzams, kā mainās rezultējošās svārstības forma atkarībā no saskaitāmo svārstību fazu starpības (augšējā līkne attiecināma uz gadījumu, kad

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0;$$

vidējā:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2};$$

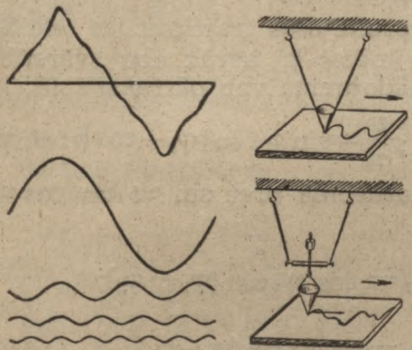
apakšējā:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi).$$

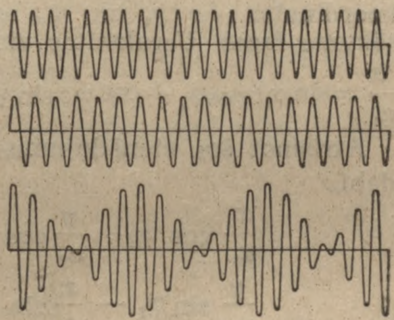
Saskaņā ar teoremu, ko pierādījis Furjē, jebkuras formas svārstību ar periodu T var attēlot kā harmonisku svārstību sumu ar svārstību periodiem T; $\frac{T}{2}$; $\frac{T}{3}$; $\frac{T}{4}$ utt. Šādas periodiskas funkcijas sadalīšanu sinusoidalās funkcijās sauc par *harmonisko analīzi.* 292. zīmējumā attēlota trīsstūrainas periodiskas funkcijas sadalīšana četrās sinusoidās ar periodiem T; $\frac{T}{3}$; $\frac{T}{5}$ un $\frac{T}{7}$.

Zinot periodiskās funkcijas $x = f(t)$ formu, vienmēr var pēc Furjē izstrādātās metodes aprēķināt to sinusoidu amplitudas un fazes, kuras sumējot, dabū doto funkciju (Furjē metodi iztirzā matemātiskās analizes kursā).

B. Svārstību saskaitīšana, ja periodi maz atšķiras viens no otra (pulsacijas). Kad saskaitāmo svārstību frekvences ω_1 un ω_2 maz atšķiras viena no otras, tad dažos laika sprīžos svārstības gandrīz sakrīt fazē un šai



292. zīm. Trīsstūrainas līknes sadalīšana četrās sinusoidās.



293. zīm. Pulsacijas apakšējā līkne attēlo divu augšējo līkņu sumu.

laikā tās «viena otru pastiprina». Citos laika sprīžos svārstības ir gandrīz fazē pretējas, un tad tās «viena otru vājina». Tādi rezultējošās svārstības pastiprinājumi un vājinājumi seko viens otram pamīšus ar frekvenci, kas vienlīdzīga ar saskaitāmo svārstību frekvenču starpību. Šo parādību sauc par *pulsaciju.* 293. zīmējumā attēlota pulsaciju rašanās, saskaitot divas vienādu amplitudu harmoniskas svārstības, kuru periodi attiecas kā 7:6.

Līknes, kas raksturo vienkāršu un saliktu svārstību formu, var novērot ar 292. zīmējumā parādītiem aparatiem. Traucinā, kas pakārts diegā, ieber smalkas smiltis, traucinam svārstoties, smiltis izbirst, un uz dēļa, kuru pārvieto ar vienmērīgu ātrumu, rodas līkne, kas raksturo svārstību formu. Apakšējā no tiem diviem aparatiem, kas parādīti 292. zīmējumā, trauciņš un no tā birstošās smiltis var vienlaicīgi izdarīt divas svārstības; lai regulētu trauciņa svārstību periodu attiecībā pret diegos pakārto horizontalo stieni, ņem vertikalu skrūvi ar masivu uzgriezni, ko var uzskrūvēt augstāk vai zemāk.

134. §. Savstarpēji perpendikularu svārstību saskaitīšana. Aplūkosim divu vienāda perioda harmonisku svārstību saskaitīšanu, ja svārstības notiek divos savstarpēji perpendikularos virzienos. Šim nolūkam koordinatu sākuma punktu novietosim svārstīgā punkta izejas stāvoklī un koordinatu asis novilksim tā, lai svārstību kustības notiktu asu virzienā. Tad svārstību kustību vienādojumus var uzrakstīt tādā veidā:

$$x = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$y = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Novirzes x un y ir punkta rezultējošās trajektorijas tekošās koordinatas. Ar φ_1 un φ_2 apzīmētas kā agrāk abu svārstību sākuma fazes. Uzrakstītos vienādojumus var pārrakstīt tā:

$$\frac{x}{a_1} = \sin\omega t \cos\varphi_1 + \cos\omega t \sin\varphi_1; \quad \frac{y}{a_2} = \sin\omega t \cos\varphi_2 + \cos\omega t \sin\varphi_2.$$

Atrisinot šos vienādojumus attiecībā pret $\sin\omega t$ un $\cos\omega t$, dabū:

$$\frac{x}{a_1}\cos\varphi_2 - \frac{y}{a_2}\cos\varphi_1 = \cos\omega t \sin(\varphi_1 - \varphi_2);$$
$$\frac{y}{a_2}\sin\varphi_1 - \frac{x}{a_1}\sin\varphi_2 = \sin\omega t \sin(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Paceļot kvadratā un saskaitot, no vienādojumiem izslēgsim laiku:

$$\left(\frac{x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_2}\right)^2 - \frac{2xy}{a_1 a_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (17)$$

Iegūtais vienādojums ir elipses vienādojums; elipses centrs sakrīt ar koordinatu sākumu. Tātad, vienlaicīgi svārstoties divās savstarpēji perpendikularās svārstībās, punkta rezultējošai kustībai ir eliptiskas trajektorijas veids. Šīs elipses forma atkarīga no svārstību fazu starpības; atsevišķos gadījumos elipse var pārvērsties taisnē.

Pieņemsim, ka $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, tad vienādojumam (17) ir šāds veids:

$$\left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2}\right)^2 = 0,$$

no kurienes

$$x = \frac{a_1}{a_2} y.$$

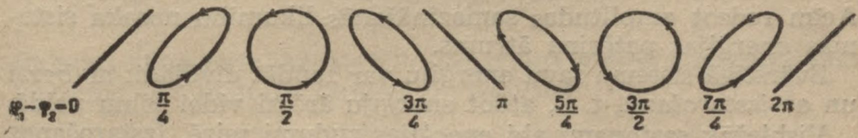
Pieņemsim, ka $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$; tad no vienādojuma (17) iegūstam:

$$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{a_2} = 0,$$

t. i.,

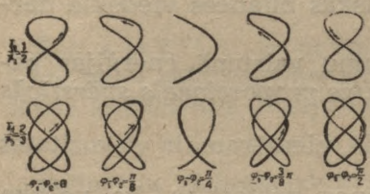
$$x = -\frac{a_1}{a_2} y.$$

Abos gadījumos iegūstam taisnes vienādojumu.

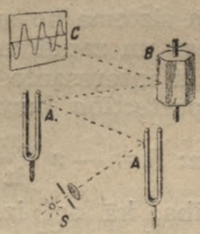


294. zīm. Fazu starpības iespaids uz rezultējošo trajektoriju, saskaitot savstarpēji perpendikularas svārstības, kurām vienāds periods un vienāda amplituda.

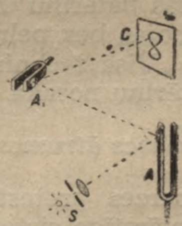
Ja fazu starpība ir $\frac{\pi}{2}$ vai $\frac{3\pi}{2}$ un svārstību amplitudas ir vien-



295. zīm. Lisažu figuras.



296a. zīm. Vienāda virziena svārstību saskaitīšanas demonstrējums.



296b. zīm. Savstarpēji perpendikularu svārstību saskaitīšanas demonstrējums.

līdzīgas ($a_1 = a_2 = a$), tad rezultējošā kustība notiek pa aploci. Tiešām, vienādojums (17) minētā gadījumā dod:

$$x^2 + y^2 = a^2,$$

t. i., iegūstam vienādojumu aplocei, kuras radiuss ir a (294. zīm.).

Daudz sarežģītākas trajektorijas iegūstam tais gadījumos, kad saskaitāmo svārstību periodi nav vienādi. Atkarībā no saskaitāmo svārstību periodu amplitudu un sākuma fazu attiecībām, rezultējošās kustības trajektorijas ir sarežģītas līknes, kas pazīstamas ar nosaukumu **L i s a ž u f i g u r a s** (par godu franču fiziķim, kas tās izpētījis). 295. zīmējumā parādītas dažas no šīm figurām. Lisažu demonstrēja svārstību saskaitīšanu ar gaismas plankumiņu, ko atstaroja divu svārstīgu toņdakšu kājiņas. Šis svārstību saskaitīšanas demonstrējuma paņēmiens attēlots 296a. un 296b. zīmējumā (ja 296a. zīmējumā attēlotā gadījumā rotējošo sešstūra prizmas spoguli B aizstātu ar ekranu, tad «rezultējošas trajektorijas» attēls būtu vertikala svītriņa).

135. §. Rimstošas svārstības. Ja pastāv pretestība kustībai, tad svārstīgā sistema daļu enerģijas nepārtraukti atdod videi. Enerģija ir proporcionala amplitudas kvadratam, tādēļ, samazinoties sistemas enerģijai, samazinās arī svārstību amplituda. Acīm redzot amplitudas samazināšanās likumību nosaka sistemas enerģijas patēriņa ātrums.

Svārstīgā sistema savu enerģiju var zaudēt divējādi: ar *berzi* un ar *izstarošanu*, t. i., atdot enerģiju ārējai videi viļņu veidā. Visbiežāk sastopami abi enerģijas zudumi reizē. Izstarošanas enerģija parasti ir lietderīgs patēriņš (daudzu svārstīgu sistemu uzdevums); enerģijas patēriņš berzē ir nelietderīgs zudums.

Ja vēlamies uzturēt sistemas svārstības ilgāku laiku, sistemai jāpievada enerģija no ārienes; tad mākslīgi uzturēto svārstību amplituda iegūst tādu vērtību, ka pievadītā enerģija kompensē tās patēriņu un sistema no enerģetiskās bilances viedokļa darbojas bez peļņas un zaudējuma.

Visā techniski interesanto gadījumu vairumā enerģijas patēriņu nosaka *pretestība, kuras lielums proporcionals svārstīgās masas ātrumam:* $R = -r\,\frac{dx}{dt}$[1]. Tāda, piemēram, ir viskozitates berzes pretestība, kā arī izstarošanas pretestība, ko nosaka svārstīgo sistemu ietverošās vides reakcija. Pastāvot tādai pretestībai, svārstību diferencialvienādojums ir sarežģītāks vienādojums nekā (6). Acīm redzot šai gadījumā svārstīgā punkta paātrinājumu katrā laika momentā nosaka ne tikai atgriešanas spēks $-cx$, bet arī pretestība $-r\frac{dx}{dt}$. Tā kā punkta masas reizinājumam ar tās paātrinājumu jābūt vienlīdzīgam ar punktā darbojošos spēku sumu, tad iegūstam šādu diferencialvienādojumu:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -r\frac{dx}{dt} - cx. \qquad (18)$$

[1] Minusa zīme nozīmē, ka pretestība R samazina kustības ātrumu $\frac{dx}{dt}$.

Šim vienādojumam vairs neatbilst vienkāršu harmonisku svārstību formula, kuras raksturo, kā jau zinām, pastāvīga amplituda. Tieši otrādi, enerģijas patēriņa dēļ svārstību amplitudai ar laiku jāsamazinās. Svārstības, kuru amplituda samazinās, sauc par *rimstošām (dziestošām)* svārstībām. Tātad vienādojums (18) ir rimstošu svārstību diferencialvienādojums.

Rimstošu svārstību formulu iegūsim, pieņemot, ka svārstību amplituda samazinās jo lēnāk, jo mazāka tā kļūst. Šis pieņēmums nozīmē, ka amplitudas maiņas ātrums $\frac{da}{dt}$ ir proporcionals pašai amplitudai, t. i.:

$$\frac{da}{dt} = -\delta a$$

(minusa zīme rāda, ka amplitudas maiņa notiek samazināšanās virzienā). Ar mainīgo separaciju dabūsim:

$$\frac{da}{a} = -\delta\, dt,$$

jeb, integrējot,

$$\ln a = -\delta t + C.$$

Pieņemot, ka $C = \ln a_0$, rakstām:

$$a = a_0 e^{-\delta t}.$$

Šeit $e = 2,71\ldots$ ir naturalo logaritmu baze, bet a_0 — amplituda laika sākuma momentā ($t = 0$). Lielumu δ sauc par *rimšanas koeficientu.* Rimstošas svārstību kustības vienādojums ir:

$$x = a_0 e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{19}$$

Ievietojot diferencialvienādojumā (18) funkciju (19) un tās atvasinātās pēc laika, var noteikt rimšanas koeficientu δ un leņķa frekvences (biežuma) ω lielumu:

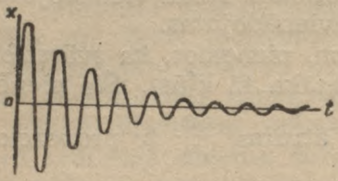
$$\delta = \frac{r}{2m}, \tag{20}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}. \tag{21}$$

297. zīmējumā redzam vienādojuma (19) grafiku.

Kā no formulas (21) redzams, svārstību frekvence, pastāvot rimšanai, samazinās. Tomēr gandrīz visos praktiskos gadījumos šī samazināšanās ir ļoti niecīga.

Pēc formulas, kas izteic likumu par svārstību amplitudas samazināšanos, var pārliecināties, ka attiecība starp amplitudām, kuras atdalītas viena no otras ar viena perioda (T) intervalu, paliek konstanta visā rimšanas procesā. Tiešām, svārstību amplitudas, kas viena no otras atdalītas ar viena perioda intervalu, var izteikt tā:



297. zīm.

$$a_1 = a_0 e^{-\delta t}; \quad a_2 = a_0 e^{-\delta(t+T)}.$$

Šo amplitudu attiecība ir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_0 e^{-\delta t}}{a_0 e^{-\delta(t+T)}} = \frac{1}{e^{-\delta T}} = e^{\delta T}.$$

Par rimšanas mērauklu bieži pieņem šīs attiecības naturalā logaritma lielumu Δ:

$$\Delta = \delta T. \qquad (22)$$

Šo lielumu sauc par *logaritmisko dekrementu* rimšanas periodā.

136. §. Pašsvārstības un uzspiestās svārstības. Sistema, ko ierosinājis sākuma trieciens un kas pēc tam atstāta brīva, izdara, kā iepriekš redzējām, rimstošas svārstības ar noteiktu frekvenci, kas atkarīga vienīgi no pašas sistemas īpašībām: no svārstošās masas, atgriešanas spēka un pretestības. Šīs svārstības sauc par *brīvām svārstībām*, bet to frekvenci — par brīvo svārstību frekvenci. Izpaliekot rimšanai, šīs svārstības sauc par *pašsvārstībām* un to frekvenci — par *pašfrekvenci*. Piemēram, klavieru stīga, ko, nospiežot kauliņu, ierosina veserīša sitiens, izdara pašsvārstības, izplatot skaņu, kuru mēs saucam par stīgas paštoni, ja neņem vērā nelielo rimšanu.

Tomēr veselā rindā gadījumu lieta ir citāda: svārstīgā sistema svārstās no zināma ā r ē j ā spēka iedarbības, kura darbs periodiski kompensē berzes un izstarošanas enerģijas zudumu; pie tam svārstību frekvence acīm redzot ir atkarīga ne no pašas sistemas īpašībām, bet no tā spēka maiņas frekvences, kura darbības ietekmē sistema izdara savas svārstības. Šai gadījumā mums jau ir darīšana nevis ar brīvām, bet *uzspiestām svārstībām*, ar svārstībām, kuras uzspiestas mūsu sistemai, pateicoties ārējo spēku iedarbībai.

Kā tādas sistemas piemēru, kas veic uzspiestas svārstības, var ņemt virzuļmašinas pamatu. Periodisku spēku iedarbībā, kas rodas lielu masu turp un atpakaļ kustībā, mašinas pamats dreb un vibrē ar frekvenci, kas vienlīdzīga galvenās vārpstas apgriezienu skaitam jeb, citiem vārdiem, virzuļa svārstību frekvencei. Gluži tāpat skaļruņa membrana, kas saistīta ar elektromagneta mechanismu, uzspiesti svārstās ar frekvenci, ko nosaka tās maiņstrāvas periodu skaits, kas plūst caur elektromagneta spoli.

Sistemai pieliktais ārējais periodiskais spēks veic divējādus uzdevumus: no vienas puses, iešūpo sistemu, dod tai zināmu enerģijas krājumu, no otras puses — šā spēka darbs papildina patērēto enerģiju, tādējādi uzturot svārstību kustību.

Sistema, ko vada ārējais spēks, svārstās ar tādu frekvenci, ar kādu darbojas šis ārējais spēks. Tomēr uzspiestās svārstības ar uzspiestu frekvenci nostabilizējas ne uzreiz. Pirmajā mirklī sistema saņem zināmu triecienu (sākuma novirzi), kas spiež sistemu izdarīt bez uzspiestām arī vēl brīvās svārstības. Tātad vismaz procesa sākuma stadijā sistema izdara brīvās svārstības, kuras pārklāj uzspiestās svārstības. Ja rimšanas koeficients nav liels, tad brīvo svārstību frekvenci ω_0 var aprēķināt pēc formulas (8):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}},$$

un b r ī v o svārstību vienādojums ir:

$$x_1 = a_0 e^{-\delta t} \sin \omega_0 t.$$

Pieņemsim, ka ārējais spēks mainās laikā pēc sinusa likuma:

$$P = P_0 \sin \omega t$$

ar leņķa frekvenci ω, tad u z s p i e s t o svārstību vienādojums ir:

$$x_2 = A \sin (\omega t - \psi). \tag{23}$$

Lielums ψ norāda, ka *sistemas svārstības seko spēka svārstībām ar zināmu nosebošanos,* t. i., starp tām ir fazu starpība ψ. Tā kā ar laiku brīvo svārstību amplituda samazināsies, tad pēc kāda neliela starplaika (ko sauc par režima nodibināšanās periodu) brīvās svārstības izbeigsies praktiski pavisam un paliks vienīgi uzspiestās svārstības, kuras noteic vienādojums (23).

137. §. Uzspiesto svārstību rezonance un amplituda. No kā ir atkarīga uzspiesto svārstību amplituda A? Kāpēc svārstīgā kustība atpaliek fazē no spēka, kas to izsauc, un cik liela ir fazu starpība ψ?

Lai atbildētu uz šiem jautājumiem, aplūkosim tuvāk, kā no periodiska ierosinātāja spēka iedarbības rodas svārstību kustības.

Pieņemsim, ka laika sākuma momentā svārstīgā sistema atrodas miera stāvoklī un ierosinātājs spēks P ir nulle. No šā momenta spēks sāks darboties, izdarot pozitivu darbu un novirzot svārstīgo masu arvien tālāk un tālāk no stabilā stāvokļa. Pēc zināma laika sprīža, kas vienāds ar spēka maiņas perioda ceturtdaļu, novirze un sistemai pievadītais ārējais spēks sasniedz maksimumu. Tagad ārējais spēks sāk samazināties, tai pašā laikā atgriešanas spēks velk masu atpakaļ stabilā stāvoklī. Ja ārējā spēka nebūtu, tad pēc laika sprīža, kas vienāds ar sistemas pašsvārstību perioda ceturtdaļu, masa no jauna atgrieztos sākuma stāvoklī. Bet patiesībā spēks, kaut arī samazinādamies, turpina darboties, tikai tagad tas b r e m z ē masas kustību, t. i., izdara negativu darbu. Pie tam svārstīgās masas kustība palēninās, sistemas svārstības a t p a l i e k no spēka svārstībām jeb, citiem vārdiem, s p ē k s a i z s t e i d z a s novirzei priekšā.

Tagad pievērsīsimies vienam ļoti ievērojam atsevišķam gadījumam: pieņemsim, ka *spēka maiņas frekvence* ω *sakrīt ar sistemas pašsvārstību frekvenci* ω_0 un zināmā laika momentā spēks aizsteidzies novirzei priekšā tieši par ceturtdaļperiodu. Lai konkretizētu mūsu prātojumus, pieņemsim, ka svārstību kustība risinās pa horizontalu līniju un ka aplūkojamā laika momentā svārstīgā masa atrodas malējā kreisajā stāvoklī. Ja *spēks aizsteidzies novirzei par ceturtdaļperiodu priekšā,* tad tas šai momentā, tikko izgājis caur nulles stāvokli, darbojas virzienā pa labi, bīdot masu stabilā stāvokļa virzienā, un veicina atgriešanās spēku. Masai izejot caur nulles stāvokli, ārējais spēks sasniedz maksimumu un pēc tam sāk mazināties lieluma ziņā, paturot tomēr savu virzienu un tātad veicinot masas pārvietošanos uz malējo labējo stāvokli. Kad masa nokļūst līdz šim galējam stāvoklim, tad spēks atkal pārvēršas nullē un pēc tam, papildinot atgriešanas spēku, sāk bīdīt masu atpakaļ. Tā kā frekvences ω un ω_0 ir vienādas, tad ceturtdaļperioda lielā aizsteigšanās, kas vienreiz jau iestājusies, pastāvēs arī turpmāk un ārējā spēka darbs aplūkojamā gadījumā vienmēr ir pozitivs. Tātad šinī gadījumā enerģijas pieplūdums sistemā ir maksimals, un tādēļ svārstību amplituda iegūs dotajos apstākļos vislielāko iespējamo vērtību. Šo gadījumu sauc par r e z o n a n c i[1]; rezonances noteikums acīm redzot ir pašsvārstību frekvences un uzspiesto svārstību frekvences vienādība.

Ja frekvences ω un ω_0 nav vienādas, tad zināmā uzspiesto svārstību perioda daļā spēka veiktais darbs ir negativs; tātad sistemu apgādā ar enerģiju mazākā daudzumā un svārstību amplituda attiecīgi samazinās. Tad spēks aizsteigsies novirzei

[1] No latiņu *resono* — a t s a u c o s.

priekšā nevis vairs par ceturtdaļperiodu, bet par kādu citu lielumu, kas vai nu lielāks, vai mazāks par perioda ceturtdaļu.

Protams, lai kāda arī būtu sakarība starp pašsvārstību frekvenci un uzspiesto svārstību frekvenci, svārstību amplitudas pieaugšana ir ierobežota ar to, ka, amplitudai palielinoties, palielinās arī svārstību ātrums, ar ātruma palielināšanos pieaug arī pretestība R, tātad ar amplitudas pieaugumu svārstīgā sistema sāk intensivāk zaudēt enerģiju.

Tātad amplituda katrreiz pilnīgi automatiski iegūst tādu lielumu, ka pievadītā enerģija tieši kompensē tās zudumu, ko izsauc berze un izstarošana.

Tagad matemātiski aprēķināsim uzspiesto svārstību amplitudas lielumu.

Vienkāršības dēļ pieņemsim sākumā, ka *rimšanas nav* ($\delta=0$). Tad uz sistemu darbojas divi spēki: atgriešanas spēks $F=-cx$ un ārējais spēks $P=P_0 \sin\omega t$.

Pielīdzinot šo spēku sumu svārstīgās masas reizinājumam ar tās paātrinājumu, kura lielums, kā tas izriet no funkcijas (23) divkāršas diferencēšanas, ir $\omega^2 x$, dabūjam vienādojumu:

$$-m\omega^2 x = P_0 \sin\omega t - cx,$$

no kurienes

$$x=\frac{P_0}{c-m\omega^2}\sin\omega t$$

jeb, dalot skaitītāju un saucēju ar m,

$$x=\frac{\frac{P_0}{m}}{\omega_0^2-\omega^2}\sin\omega t \tag{24}$$

(jo $\frac{c}{m}=\omega_0^2$). Izteiksme (24) rāda, ka uzspiesto svārstību amplituda

$$A=\frac{\frac{P_0}{m}}{\omega_0^2-\omega^2} \tag{24'}$$

ir atkarīga no pašsvārstību un uzspiesto svārstību frekvenču starpības; ja ω tuvojas ω_0, tad amplituda pieaug bezgalīgi, jo, ja nebūtu rimšanas, tad sistemas enerģija rezonances gadījumā ($\omega=\omega_0$) nepārtraukti pieaugtu. Pats par sevi saprotams, ka praktiski amplituda bezgalīgi pieaugt nevar, jo katrai realai svārstīgai sistemai arvien ir zināma rimšana.

Analoģisks aprēķins, ko izdara, *ņemot vērā rimšanu, kas pro-*

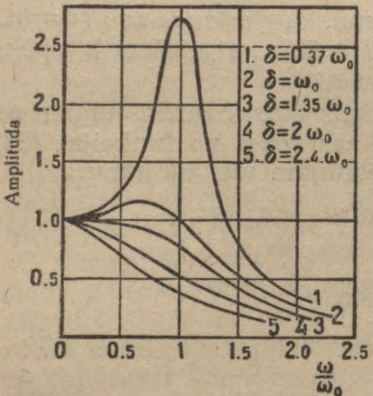
porcionala ātrumam, dod sarežģītāku uzspiesto svārstību amplitudas izteiksmi, no kuras formulu (24) iegūst kā atsevišķu gadījumu:

$$A = \frac{\frac{P_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega}}. \tag{25}$$

No šīs izteiksmes uzzinām rezonances amplitudu:

$$A_{rez} = \frac{\frac{P_0}{m}}{2\delta\omega_1}, \tag{25'}$$

kur ω_1 ir brīvo svārstību frekvence.



298. zīm.

Jāatzīmē, *ka rimšanas dēļ rezonance iestājas pie tādas uzspiesto svārstību frekvences, kas ir mazāka par pašsvārstību frekvenci un brīvo svārstību frekvenci.* Starpība starp šīm trim frekvencēm ir jo mazāka, jo mazāka ir rimšana.

298. zīmējumā redzams, ka uzspiesto svārstību amplituda ir atkarīga no uzspiestās un pašsvārstību frekvences savstarpējās attiecības; dažādās līknes šai zīmējumā atbilst dažādiem rimšanas koeficienta δ lielumiem. Redzam, ka, jo mazāka ir rimšana, jo lielāka kļūst amplituda, tuvojoties rezonancei.

138. §. Rotējošas vārpstas kritiskais ātrums. Daudzos gadījumos rezonance var kļūt par bīstamu parādību, kuras sekas ir svārstīgās sistemas sagrūšana, amplitudēm pārmērīgi pieaugot.

Jau pirmos ātras gaitas mašinu attīstības gados noskaidrojās, ka nemierīgā vārpstu gaita, kas apdraud tās, ir novērojama pie noteikta apgriezienu skaita. Tieši šis apstāklis deva iemeslu meklēt notikušo vārpstu lūzumu cēloni rezonances parādībā. Jēdzienu par kritisko ātrumu vai par kritisko apgriezienu skaitu noteica vispirms mēģinājumu ceļā, un tikai vēlāk mašinbūvniecības attīstības gaitā tas ieguva kvalitativu un kvantitativu izskaidrojumu.

Lai varētu saprast, kā notiek rotējošu vārpstu rezonances svārstības, iedomājamies turbinas rotoru (rotējošo daļu) kā asi ar tai piestiprinātu disku. Lai cik precizi arī būtu pagatavots disks, lai cik labi tas arī būtu centrēts uz ass, nenovēršamās apstrādāšanas kļūdas var būt par iemeslu tam, ka griešanās ass neiet caur diska smaguma centru. Tādēļ ļoti daudzos gadījumos vārpstai piestiprinātam diskam ir zināma «svara» e k s c e n t r ī b a[1], ko nosaka atstatums e starp diska smaguma centru un griešanās asi. Acīm redzot, diskam griežoties, šī ekscentrība rada centrifugalo spēku, kas centīsies izliekt vārpstu. Tādēļ disks griezīsies, kā tas schematiski parādīts 299. zīmējumā, ap izliektu asi. Apzīmējot ar y vārpstas n o k a r i (izliekumu) un pieņemot, ka visa diska masa koncentrēta tā smaguma centrā, varam rakstīt centrifugalam spēkam parasto izteiksmi:

$$Z = m\omega^2(y + e),$$

kur m — diska masa, ω — diska leņķa ātrums. Centrifugalais spēks Z ir vienāds ar elastiski deformētās vārpstas reakciju F, kas pie neliela izliekuma ir proporcionala nokarei:

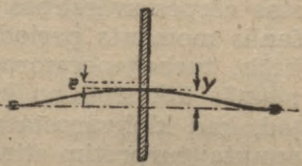
$$F = cy.$$

Tā kā $Z = F$, tad

$$m\omega^2 (y + e) = cy,$$

no kurienes

$$y = \frac{e}{\frac{c}{m\omega^2} - 1}. \qquad (26)$$



299. zīm.

Acīm redzot, ja $\frac{c}{m\omega^2} = 1$, t. i., ja

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, \qquad (27)$$

tad nokarei, teoretiski spriežot, bezgalīgi jāpieaug un vārpstai pat pie bezgalīgi zemas ekscentrības jāsalūst. Salīdzinot izteiksmi (27) ar formulu (8), redzams, ka šai gadījumā leņķa ātrums ir vienāds ar elastīgās vārpstas un tai piestiprinātā diska pašsvārstību frekvenci, t. i., graujošās piepūles tiešām rodas, pateicoties rezonancei. Leņķa ātrumu, ko nosaka pēc formulas (27), sauc par *kritisko*; tam atbilst kritiskais apgriezienu skaits minutē:

$$n_{krit} = \frac{60\omega}{2\pi} \approx 10\sqrt{\frac{c}{m}}. \qquad (28)$$

Vārpstai griežoties, centrifugalais spēks periodiski maina savu virzienu attiecībā pret vārpstas asi un tādēļ darbojas kā svār-

[1] No latiņu *ex* — ā r p u s un *centrum* — c e n t r ē j u m s, c e n t r s.

stīga slodze. Pie kritiskā apgriezienu skaita spēka virziena maiņas frekvence sakrīt ar vārpstas pašsvārstību frekvenci un amplitudas pieaugums rezonancē var sagraut mašinu.

Jāatzīmē, ka modernās tvaika turbinas apmierinoši strādā pie tāda vārpstas apgriezienu skaita minutē, kas vairākkārtīgi pārsniedz kritisko apgriezienu skaitu[1]. Jau pēc tam kad šāda turbina bija konstruēta, izrādījās, ka ātra pāreja pāri kritiskā ātruma robežai — tik ātra, ka vārpstas nespēj iesvārstīties — garantē, ka, ātrumam vēl pieaugot, avarija nenotiek. To var izskaidrot tā, ka ārpus kritiskā ātruma robežas rezonance vairs nevar notikt. Vārpstai ekscentriski piestiprinātā riteņa smaguma centrs pats nosaka griešanās (ģeometrisko) asi un stabili noturas uz šīs ass; vārpsta griežas, nedaudz izliekusies.

Bez aplūkotām vārpstu lieces svārstībām daudzos gadījumos vārpstas griešanās ir saistīta arī ar v ē r p e s svārstībām. Vārpstas vērpes svārstības rodas, kad uz vārpstu darbojošais griešanās moments periodiski laikā mainās, piemēram, virzuļmašinās, turboģeneratoros utt. Virzuļmašinās griešanās moments mainās atkarībā no kloķa stāvokļa: maksimalais moments ir tad, kad kloķvārpsta pagriezusies apmēram 90^0 no stinguma punkta; turpretim stinguma punktos griešanās moments ir nulle, jo spiediens uz virzuli darbojas tikai kā spiedes vai stiepes spēks. Turboģeneratoros rodas periodisks pretdarbīgs griešanās moments, ko rada elektrisko spēku reakcija.

Šais gadījumos kritisko apgriezienu skaitu nosaka rotējošās sistemas vērpes pašsvārstību frekvence.

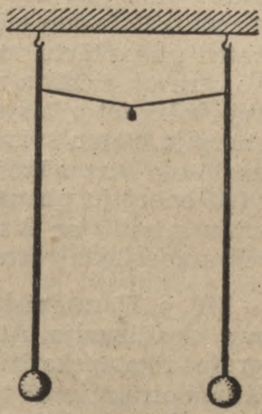
139. §. Saistītās svārstības. Svārstīgu sistemu starpā var nodibināt «saiti», kuras rezultatā sistemu svārstības ir zināmā mērā savstarpēji saskaņotas. Šai gadījumā svārstības sauc par *saistītām*. Piemēram noder svārstības, ko izdara divi 300. zīmējumā attēlotie svārsti; katrs parādītais svārsts ir auklā pakārts smagums; abu svārstu auklas savienotas ar trešo auklu, kuras vidū piekārts neliels atsvars. Ja vienu no abiem minētiem svār-

---

[1] Turbinas ekonomiskais lietderības koeficients sasniedz maksimumu tad, kad turbinas rata aploces ātrums ir $\frac{1}{2}$ no tvaika vai ūdensstrūklas ātruma (119.§). Krītoša ūdens ātrums pat pie ievērojama spiediena ir samērā mazs, bet tvaika izplūšanas ātrums pie 15—20 at spiediena ir apmēram $1 \frac{km}{sec}$, t. i., 1,5 reizes pārsniedz lodes ātrumu. Vēlēdamies konstruēt turbinu ar normalu lietderības koeficientu, L a v a l's pirmais sāka technikā lietot vārpstas, kas vienā minutē apgriežas 20 000 reizes (parasto 100—150 reižu vietā).

stiem izkustināsim no līdzsvara stāvokļa un ļausim tam svārstīties, tad arī otrs svārsts drīz sāks svārstīties.

Saistītām sistemām piemīt šāda ievērojama vispārīga īpašība: *pateicoties saitei, saistītu sistemu svārstību frekvences nedaudz atšķiras no tām frekvencēm, kas būtu katrai sistemai, ja saites starp tām nebūtu*; pie tam katra no šām divām saistītām sistemām izdara svārstības, kas ir divu dažādu frekvenču svārstību suma; tādēļ *divu saistītu sistemu gadījumā katras sistemas svārstībām ir «pulsaciju» raksturs*. Pulsacijām ir jo mazāks periods, jo «stiprāka» saite (pie citiem līdzīgiem apstākļiem).

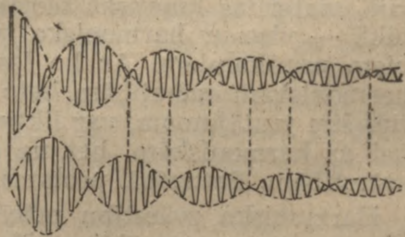


300. zīm. Saistīti svārsti.

Ja savā starpā nesaistītu pašsvārstību frekvences ir ν_1 un ν_2, tad, saistot tās, pirmā sistema izdarīs svārstību kustību, kas ir divu svārstību suma, kuru frekvences ir ν_1' un ν_2'. Analoģisku kustību, kas arī būs divu svārstību suma ar tām pašām frekvencēm ν_1' un ν_2', izdarīs arī otra sistema. Šīs abām saistītām sistemām kopīgās svārstību frekvences ν_1' un ν_2' sauc par saistīto svārstību *normalfrekvencēm*. Saistīto svārstību mazākā frekvence vienmēr ir mazāka par katru pašsvārstību frekvenci; saistīto svārstību lielākā frekvence vienmēr lielāka par katru pašsvārstību frekvenci. Tātad

$$|\nu_1' - \nu_2'| > |\nu_1 - \nu_2|$$

(vertikalās svītras norāda, ka jāņem frekvenču starpību absolutās vērtības).



301. zīm. Divu saistītu sistemu svārstību grafika.

Viss sacītais ir pareizs arī tai gadījumā, kad sistemu pašsvārstību frekvences ir vienādas. Katra šāda sistema, ja tā ir saistīta, izdara svārstību, kas ir divu svārstību suma; viena svārstību frekvence ir mazāka, bet otra lielāka par pašsvārstību frekvenci. Abu sistemu svārstībām ir pulsaciju raksturs; pirmās sistemas pulsacijas aizsteidzas otras sistemas pulsacijām priekšā par pulsaciju perioda ceturtdaļu; tā ir rezonances iedarbība (301. zīm.). Tādēļ svārstību enerģija it kā «staigās» no pirmās sistemas uz otru un atpakaļ ar pulsaciju frekvenci.

Piemēram, ja ņem svārstus, kas attēloti 300. zīmējumā, ar vienādiem smagumiem un vienādiem auklu garumiem (lai to pašsvārstību frekvences būtu vienādas), tad var novērot, ka pirmā svārsta svārstības, ierosinot otra svārsta svārstības, sāk norimt un pirmais svārsts apstājas tad, kad otrā svārsta amplituda sasniegusi maksimumu; pēc tam otrs svārsts sāk iešūpot pirmo utt. Ja šim mēģinājumam ņemtu smagumus ar 1 kg masu katru un pakārtu tos 2 m garās auklās 0,5 m atstatumā vienu no otra un saistītu auklas ar 0,7 m garu auklu, kurai vidū piestiprināts 50 g atsvariņš, tad pirmais svārsts atdotu visu savu enerģiju otram svārstam pēc apmēram 10 svārstieniem un pats apstātos; turpmākos 10 svārstienos otrais svārsts atdotu visu savu enerģiju pirmajam svārstam utt. Ja atsvariņu starp svārstiem aizstās ar 2 reizes lielākas masas atsvariņu (100 g), tad visas enerģijas pārnešana notiks ik pēc 5 svārstieniem.

140. §. Harmonisko svārstību teorijas nozīme. Svārstīgo sistemu klasifikacija. Autosvārstības. Šīs nodaļas iepriekšējos paragrafos tika apskatīti mechanisko svārstību vienkāršākie piemēri. Kursa otrā sējumā tiks iztirzāta mācība par elektriskām svārstībām. Daži jautājumi, kuri attiecas uz mācību par svārstībām, tiks aplūkoti akustikai un optikai veltītās nodaļās. Visbiežāk lietosim harmonisko svārstību teoriju.

Harmonisko svārstību teorijai fizikā ir sevišķi liela nozīme. Mācība par harmoniskām svārstībām kā sarkans pavediens iet cauri gandrīz visām fizikas nodaļām: elastības teorijā tā cieši saistīta ar Huka likumu, no elastības teorijas tā nokļūst visās celtniecības un mašinbūvniecības technikas nozarēs; akustika un fizikalā optika eksistē, pateicoties šai teorijai; elektrības teorijā, materijas kinetiskā teorijā, atomu teorijā, debesu mechanikā — viscaur harmonisko svārstību teoriju lieto ar ļoti labiem panākumiem. Ar ko izskaidrojams tas, ka mācību par harmoniskām svārstībām lieto tik vispusīgi? Paviršī pieskaroties šim jautājumam, var likties, ka daba tiešām piesātināta tikai ar harmoniskām, bet ne ar kādām citām komplicētākām svārstībām. Patiesībā, protams, tā nebūt nav.

Harmonisko svārstību mācības ievērojamā loma izskaidrojama ar diviem apstākļiem. Harmoniskās svārstības — tā ir kustība, ko rada spēks, kas pieaug proporcionali deformacijas lielumam (vai, vispārinot, kas pieaug proporcionali spēka pielikšanas punkta atstatumam no līdzsvara stāvokļa). Lai kāda arī patiesībā būtu spēka atkarība no deformacijas lieluma, šo atkarību arvien iespējams izteikt ar Teilora bezgalīgo rindu; šīs rindas pirmais loceklis ir kvazi elastiskais spēks (t. i., spēks, kas pieaug proporcionali deformacijas lielumam), pārējie rindas locekļi ir proporcionali pakāpeniski pieaugošām deformacijas pakāpēm. Ja deformacija ir maza, tad rindas augstākos locekļus var atmest — tas ir harmoniskās svārstības gadījums. Pie lielām deformacijām jāievēro rindas otrais, trešais un turpmākie locekļi (šai gadījumā svārstības ir *anharmoniskas*). Pieaugot deformacijai (pieaugot arī amplitudai), svārstību kustība parasti arvien vairāk un vairāk novirzās no harmoniskās svārstības. Bet arī šai gadījumā katru reizi, kad spēka pielikšanas punkts tuvojas līdzsvara stāvoklim, pakāpeniski samazinās Teilora rindas augstāko locekļu ietekme, un līdzsvara stāvokļa tuvumā kustību nosaka vienīgi kvazi elastiskais spēks. Tādēļ harmonisko svārstību kustību teorija ir pirmais un nepieciešamais līdzeklis daudzu periodisku procesu izpētīšanā.

Otrs apstāklis, kas padara harmonisko svārstību teoriju par ļoti svarīgu dažādās fizikas nozarēs, ir tas, ka daudzas svārstību sistemas, ja ārēji uz tām periodiski iedarbojas, «atsaucas» (rezonē) uz harmoniskām svārstībām, kuru frekvence tuva sistemas pašsvārstību frekvencei. Tādēļ, ja ārējā periodiskā iedarbība uz sistemu nav harmoniska, bet tai ir kāda cita komplicētāka forma, tad pēc Furjē teoremas šī periodiskā iedarbība jāsadala harmoniskās sastāvdaļās.

Minētā īpašība «atsaukties» (rezonēt) uz harmoniskām svārstībām piemīt visām tādām svārstību sistemām, kuru īpašības nav atkarīgas no procesiem, kas notiek sistemā; tādēļ sistemas īpašības var raksturot ar dažiem pastāvīgiem lielumiem (pašsvārstību frekvenci, rimšanas logaritmisko dekrementu utl.); tādas sistemas sauc par *linearām*, atšķirībā no nelinearām sistemām. *Nelinearām* sistemām pieskaitāmas visas svārstīgās sistemas, kuru īpašības atkarīgas no procesiem, kas notiek sistemā, kādēļ šo sistemu īpašības nevar raksturot ar pastāvīgiem lielumiem.

Ja svārstīgā sistema ir izolēta vai atrodas ārējā ietekmē, kas nemainās ar laiku, tad saka, ka sistema ir *autonoma*. Ja ārējā iedarbība uz sistemu ir atkarīga no laika, tad sistemu sauc par *neautonomu*.

No e n e r ģ e t i s k ā viedokļa visas svārstīgās sistemas iedala trijās klasēs: *konservativā, disipativā*[1] un *autosvārstību*. Svārstīgās sistemas, kurās nenotiek enerģijas «zudumi», pateicoties berzei un izstarošanai, vai kaut kādi citi enerģijas zudumi, sauc par *konservativām*. Ja sistemā ir berze, notiek izstarošana vai citi enerģijas zudumi, tad sistemu sauc par *disipativu*. Disipa-

[1] No franču *dissipation* — i z k l i e d ē š a n a.

tivās sistemas, kurās ir enerģijas avoti (krājumi), ar kuriem enerģijas «zudumus» var pietiekami ilgi aizpildīt, sauc par *autosvārstību* sistemām. Acīm redzot autosvārstību sistemām sevišķi liela praktiska nozīme.

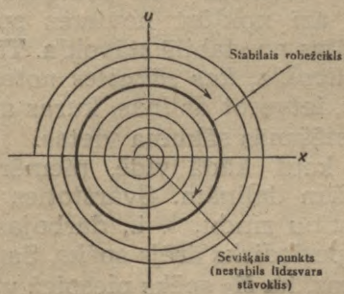
Par autosvārstību sistemas piemēru var noderēt pulkstenis un vispār mechanismi, kuros zināmi enerģijas krājumi pakāpeniski pārveidojas svārstību enerģijā.

Raksturīga to svārstību īpašība, kuras var notikt autonomās konservatīvās sistemās, ir tā, ka svārstību amplitudu nosaka *sākuma noteikumi* — svārstību sākuma enerģija; tā kā enerģijas «zudumu» šeit nav, tad šīs svārstības ir nerimstošas. Autonomā disipatīvā sistemā svārstības notiek rimstot. Šai gadījumā svārstību amplitudu nosaka sākuma noteikumi un rimšanas ātrums.

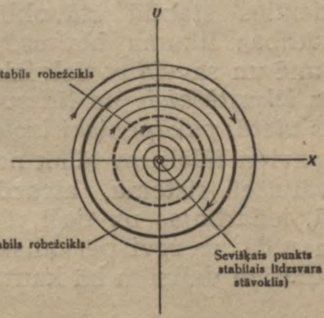
Tāpat kā autonomā konservatīvā sistemā, arī autonomā autosvārstību sistemā var notikt nerimstošas svārstības; tās sauc par *autosvārstībām.* Atšķirībā no konservatīvās sistemas pašsvārstībām autosvārstību raksturīgā īpašība ir tā, ka to amplituda nav atkarīga vai ir tikai netieši atkarīga no sākuma noteikumiem un to nosaka pašas sistemas īpašības. Lai kāda arī būtu svārstību sākuma amplituda, pastāvot enerģijas zudumiem šīs svārstības kļūst stacionaras (t. i., rimstošas un nepieaugošas) tad, ja amplituda sasniedz lielumu, pie kura enerģijas zudumi, ko izsauc berze, izstarošana u. c., tiks kompensēti (bez iztrūkuma un bez pārpalikuma) ar enerģijas pieplūdumu no sistemas iekšējiem enerģijas avotiem.

Lai rastos šādi amplitudu lielumi, pie kuriem berzes un izstarošanas zudumi tiek precizi kompensēti, un lai sistema no «blakus» svārstībām pati brīvi nonāktu pie stacionarām svārstībām, dažādu svārstību rimšanām jābūt nevienādām, tādēļ tām autosvārstību sistemām, kuras spēj ieturēt stabilu autosvārstību režimu, piemīt raksturīga īpašība — tām jāuzrāda *«mainīga» berze (kas nav vienāda dažādām svārstībām), «mainīga» pretestība* vai kaut kādas ierīces, kuru darbība līdzvērtīga «mainīgai» pretestībai (pulkstenī šāda ierīce ir enkura mechanisms, sk. 64. §); visas šādas sistemas ir n e l i n e a r a s.

Autosvārstību sistemu īpašību raksturošanai bieži lieto grafisko metodi, ko pamatojis P u a n k a r ē. Paskaidrosim šo metodi vienkāršākā piemērā, kur autosvārstības izdara materialais punkts, kas kustas pa taisnes nogriezni. Svārstību vienādojums var būt vairāk vai mazāk komplicēts atkarībā no mechanisma uzbūves, kas saista enerģijas avotu ar svārstīgo materialo punktu. Pēc svārstību vienādojuma nosaka sakarību starp novirzi x un ātrumu, kāds var būt materialam punktam, ja novirzes lielums ir x. Ja šo sakarību grafiski attēlo diagramā, kur uz abscisu ass atliktas novirzes x, bet uz ordinatu ass — ātruma $v = \frac{dx}{dt}$ lielumi, tad iegūst līknes, kuras pārskatāmi raksturo autosvārstību sistemas īpašības, piemēram, vienkāršākā gadījumā iegūst diagramu, kāda redzama 302a. zīmējumā. Šeit līknes $v = f(x)$ spiralveidīgi uztinas uz aploces. Šādā diagramā jebkuru noslēgtu līkni (kas attēlo ātruma atkarību no novirzes)



302a. zīm. Autosvārstību «vieglais režims».



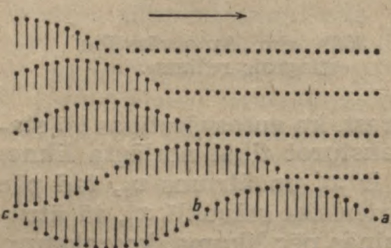
302b. zīm. Autosvārstību «stingrais režims».

sauc par robežciklu. Nav grūti saprast, ka autosvārstības kā stacionaru periodisku procesu var raksturot tikai noslēgta līkne: ja kādā momentā punkta novirze ir x_1 un ātrums v_1, tad pēc vienas svārstības, kad punkts atgriezīsies stāvoklī x_1, tā ātrumam atkal jābūt v_1. Ja ātrums mainās pēc likuma, ko raksturo nenoslēgta līkne, tad materialā punkta atgriešanās stāvoklī x_1 dod citu ātruma vērtību, kas vairs nav vienāda ar v_1, bet gan ir lielāka vai mazāka, kas atbilst svārstības rimšanai vai pieaugšanai. Var teikt, ka diagramā (v, x) katrai autosvārstībai atbilst zināma noslēgta līkne — robežcikls. 302a. zīmējums noder gadījumam, kad autosvārstība ir stabila: šeit ārējās un iekšējās līknes noved pie robežcikla; tātad, ja izrādīsies, ka punkta ātrums pie novirzes x_1 nav v_1 (kur v_1 ir robežcikla ordinata pie abscisas x_1), tad pēc zināma svārstību skaita ātrums pie novirzes x_1 sasniegs lielumu v_1. 302a. zīmējums tālāk parāda, ka pat niecīga iekustināšana ir pietiekoša, lai, svārstībām pašām par sevi pieaugot, iestātos stacionara svārstību kustība, ko raksturo robežcikls; šādā nozīmē runā par *autosvārstību pašierosmi.*

302b. zīmējumā redzama diagrama, kas rāda gadījumu, kur pašierosmes nav: autosvārstību ierosināšanai materialam punktam jādod trieciens, kas to izvirza ārpus nestabilā cikla, kuru attēlo raustītā līnija.

141. §. Viļņu process. Viļņu vienādojums. Svārstīgā sistema var atdot enerģiju apkārtējai videi. Šī enerģijas atdošana iespējama tādēļ, ka vides daļiņas pašas ir miniaturas svārstīgas sistemas. Vides molekulas saistītas viena ar otru ar spēkiem, kuru likumi zināmās robežās līdzīgi elastisko spēku likumiem; ja kāda daļiņa izrādīsies izkustināta no līdzsvara stāvokļa, tad spēki, kas uz to iedarbojas no kaimiņu daļiņām, piespiedīs to no jauna atgriezties stabilā stāvoklī. Pēc darbības un pretdarbības vienādības likuma blakusdaļiņas arī nokļūst novirzes spēku ietekmē un savukārt tiek izkustinātas no stabilā stāvokļa. Tātad *katra izkustēšanās no līdzsvara stāvokļa, kas sākusies noteiktā vides vietā, pakāpeniski izplatīsies,* ietverot daļiņas, kuras atrodas arvien tālāk un tālāk no izkustēšanās sākuma vietas.

Svārstīgā sistema, atrazdamās kaut kādā vidē, piemēram, gaisā, iedarbojas uz tieši piegulošām daļiņām. Svārstoties sistema rada ap sevi periodisku kustību rindu, t. i., darbojas uz piegulošām daļiņām kā kaut kāds periodisks ārējs spēks. Saprotams, ka šis spēks piespiež vides daļiņas svārstīties ar ierosinātāju spēku frekvenci, un svārstību process, pateicoties daļiņu iedarbībai, izplatīsies pa vidi ar kādu galīgu ātrumu, par kura lielumu runāsim tālāk.



303. zīm. Vides daļiņu novirzes pie šķērssvārstību izplatīšanās piecos dažādos laika momentos.

Acīm redzams, ka vides daļiņa, kura atrodas attālumā y no kustības sākuma vietas, sāks svārstīties tikai tad, kad līdz tai nonāks svārstību process, kas izplatās vidē. Apzīmēsim *svārstību procesa izplatīšanās ātrumu* ar u. Svārstību process nonāks līdz aplūkotai daļiņai pēc laika sprīža

$$\tau = \frac{y}{u}.$$

Ja sistemas svārstības izsaka vienādojums:

$$x = a \sin \omega t,$$

tad aplūkotās daļiņas svārstības notiks pēc tā paša sinusoidu likuma, bet ar nosebošanos τ laika ziņā; tātad varam rakstīt daļiņai šādu vienādojumu:

$$x' = A \sin \omega (t - \tau) = A \sin \omega \left(t - \frac{y}{u}\right). \tag{29}$$

Šis vienādojums nosaka daļiņas x' novirzi kā funkciju no laika un atstatuma līdz sākuma punktam. Ja tomēr vienā laikā jāaplūko punkti uz taisnes, kura novilkta caur sākuma punktu, tad, ņemot dažādas y vērtības, varam pēc vienādojuma (29) noskaidrot, kā novirzes sadalītas gar izvēlēto taisni. Šai gadījumā x' uzlūkojam par viena paša y funkciju (ja $t = \text{const}$). 303. zīmējums paskaidro, kā sākas un kā notiek svārstību kustības pārnešana vidē, kad vides daļiņas svārstās perpendikulari kustības pārnešanas virzienam. Redzam, ka šis process ir periodisks ne tikai laikā, bet arī telpā. Tā kā parādība ir līdzīga ar vienu no tās atsevišķiem gadījumiem (proti, ar viļņiem uz ūdens virsmas), tad šo procesu sauc par *viļņu procesu*, bet kustību, kas izplatās vidē periodiski (vai arī acumirklīgi) sauc par *vilni*. Vienādojums (29) ir *viļņu vienādojums* un raksturo tādus viļņus, kuri izplatās pozitivās x ass virzienā.

Lai skaidrāk parādītu, ka vienādojums (29) izteic procesu, kas periodisks laikā un telpā («viļņi»), varam rīkoties tā.

Apskatot vispirms procesa norisi kādā noteiktā vides punktā ($y = \text{const}$), varam iedomāties koordinatu sākumu tieši šajā punktā; tad $y = 0$ un vienādojumam (29) ir šāds veids:

$$x' = A \sin \omega t.$$

Šis vienādojums ir izvēlētās daļiņas svārstību vienādojums vidē; tas nosaka viļņu procesa periodiskumu laikā.

Interesējoties par noviržu sadalījumu telpā kādā noteiktā momentā ($t = \text{const}$), varam izvēlēties tieši šo momentu par sākuma momentu, t. i., pieņemt, ka $t = 0$; tad

$$x' = A \sin \omega \frac{y}{u} = A \sin \frac{2\pi}{uT} y.$$

Ar izteiksmi

$$\lambda = uT, \tag{30}$$

ievedot lielumu λ, varam pārrakstīt vienādojumu šādā veidā:

$$x' = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} y.$$

Pēdējais vienādojums izsaka procesa telpisko periodiskumu. Vienādojumā lielumam λ ir vienkārša fizikala nozīme. Tā kā T ir svārstību periods, bet u ir svārstību izplatīšanās ātrums, tad reizinājums uT acīm redzot nosaka atstatumu, kurā izplatās svārstību process viena perioda laikā. Tātad divas daļiņas, kas atdalītas viena no otras ar intervalu $\lambda = uT$, svārstās ar vienu un to pašu *fazi;* abas daļiņas iziet caur nulles stāvokli vienā laikā. Lielumu λ sauc par viļņa garumu.

Svarīgi iegaumēt, ka kustīgais vilnis neaizrauj sev līdz vides daļiņas; tās tikai svārstās ap līdzsvara stāvokli. Stāvošā ūdenī iesviesta skaidiņa svārstās tikai uz augšu un uz leju, paliekot tai pašā virsmas vietā. Viļņa ātrums u nav materialo daļiņu kustības ātrums — tas ir tā impulsa izplatīšanās ātrums, kas izsauc daļiņu novirzīšanos.

Pavirši aplūkojot liekas neskaidri, kāpēc *vilnis izplatās tikai vienā virzienā,* bet ne divos pretējos virzienos. Lai noskaidrotu atsevišķā viļņa vienpusīgās izplatīšanās iemeslus, vēlreiz pievērsīsimies 303. zīmējumam. Šajā zīmējumā attēlotas kaut kādas vides daļas punktu novirzes dažādos momentos. Ja vides daļiņas novirzītu tā, kā tas parādīts 303. zīmējuma apakšējā rindā, un ja sākuma momentā visas novirzītās daļiņas būtu bijušas n e k u s t ī g a s, bet pēc tam tām ļautu kustēties līdzsvara stāvokļa virzienā, tad tāda vides deformacija sāktu viļņveidīgi izplatīties kā pa labi, tā arī pa kreisi. *Kustīgā* («skrejošā») vilnī apstākļi tomēr ir citādi: šeit visām novirzītām daļiņām, izņemot tās, kuru novirzes ir maksimalas, jebkurā aplūkojamā momentā ir z i n ā m s k u s t ī b a s ā t r u m s virzienā uz līdzsvara stāvokli vai tam pretējā virzienā. Daļiņa a, kas atrodas viļņa priekšā, ir nekustīga; tai priekšā esošo daļiņu novirze aizraus daļiņu a uz augšu. Daļiņa b viļņa vidū, kustoties no augšas uz leju, aplūkojamā momentā ir nonākusi līdzsvara stāvoklī un pēc inerces kustēsies uz leju (blakusdaļiņu iedarbība uz daļiņu b kompensēsies, jo priekšējās daļiņas velk to uz augšu, bet pakaļējās — ar tikpat lielu spēku uz leju). Kas attiecas uz daļiņu c viļņa galā, tad tās ātrums vērsts pretēji blakusdaļiņu iedarbības virzienam. Tiešām, daļiņa c bija novirzīta uz leju un pirms aplūkojamā momenta kustējās uz augšu, pārvarot blakusdaļiņu iedarbību, kuras centās to vilkt uz leju. Sakarā ar to daļiņa c nonāk aplūkojamā momentā līdzsvara stāvoklī, zaudējot kustības ātrumu un turpmāk paliek miera stāvoklī, ja pirmajam vilnim neseko citi viļņi.

142. §. Viļņu veidi. Vidē izplatošos viļņu veids lielā mērā ir atkarīgs no vides elastiskām īpašībām. Lai noskaidrotu šīs atkarības raksturu, iedomāsimies vidi sadalītu plānās kārtās, kas savā starpā saskaras un ir perpendikularas viļņa izplatīšanās virzienam. Aplūkosim divus specialus gadījumus.

Vispirms izvēlēsimies vidi, kuras elastiskās īpašības ir tādas, ka, pārbīdot divas paralelas blakuskārtas, atgriešanas spēku resp. spraigumu, kas pretojas bīdei, nav. Turpretim, mēģinot tuvināt divas blakuskārtas vai attālināt tās vienu no otras, rodas atgriešanas spēki, kas pretojas spiedes vai stiepes deformacijai. Viļņveidīgās kustības nosaka daļiņu elastiskā mijiedarbība (daļiņu svārstības notiek atgriešanas spēku virzienā), tādēļ aplūkojamā vidē iespējami tikai tādi viļņi, kuros daļiņu svārstības sakrīt ar viļņu izplatīšanās virzienu, vai, precizāk, vidē, kurā nav bīdes spraigumu, vilnis var izplatīties tikai daļiņu svārstības kustības virzienā. Tādus viļņus sauc par *garenviļņiem* (longitudinaliem viļņiem), jo materialo daļiņu kustības notiek viļņa garenvirzienā.

Garenviļņi rodas šķidrās un gāzveidīgās vidēs, jo šķidrumi un gāzes praktiski ir brīvas no bīdes spraigumiem. Šie viļņi izveido viens otram sekojošu *sablīvējumu* un *retinājumu* virkni; jēdziens viļņa garums še nozīmē atstatumu starp diviem blakus sablīvējumiem vai retinājumiem (304a. zīm.). Garenviļņu tipisks piemērs ir skaņu viļņi šķidrumos un gāzēs. Garenviļņi var, protams, izplatīties arī cietās vielās.

Pievēršoties otram specialam gadījumam, izvēlēsimies vidi ar bīdes elastību; tāda vide ir jebkurš ciets ķermenis.

Acīm redzams, ka bīdes deformacija cietā ķermenī radīs vilni, kas izplatīsies perpendikulari daļiņu pārvietošanās virzienam. Viļņus, kuros svārstības notiek perpendikulari svārstību izplatīšanās virzienam, sauc par *šķērsviļņiem* (transversaliem viļņiem, 304b. zīm.).

304. zīm. a) garenviļņi
b) šķērsviļņi
c) virsmas viļņi
d) uzpūstie viļņi

Kā redzējām, šķidrās un gāzveidīgās vidēs šķērsviļņi nevar rasties, cietos ķermeņos tie izplatās kopā ar garenviļņiem. Izteiktā šķērsvilnī vides sablīvējumu un retinājumu nav.

Garenviļņi ir tilpuma deformacijas viļņi; šķērsviļņi turpretim ir bīdes deformacijas viļņi.

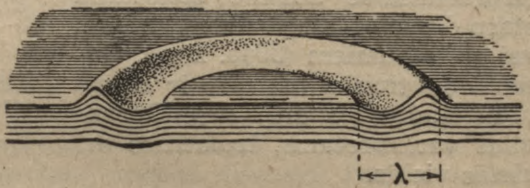
Norādīsim šeit uz diviem techniski interesantiem šķērsviļņu piemēriem — uz viļņiem, kas virzās gar izstieptu stīgu, un uz vērpes viļņiem, kas rodas, pārmaiņus savērpjot un atvērpjot gara stieņa brīvo, neiestiprināto galu.

Daļiņu garen- un šķērssvārstības vidē, kurā viļņi var izplatīties, ir viļņu procesa atsevišķi gadījumi. Eksistē arī citi viļņi, kur svārstību kustība rodas vienā laikā garenvirziena un šķērsvirziena pārvietojumu rezultatā.

Iedomāsimies, ka esam ar veseri iesituši pa apaļa stieņa galu; no trieciena pa stieni sāks skriet vilnis; daļiņu novirzes ir gareniskas tikai stieņa ass virzienā; tuvojoties stieņa virspusei, daļiņas izdarīs šķērssvārstības ar pieaugošām amplitudām (304d. zīm.). Šādus viļņus var saukt par *uzpūstiem viļņiem*; tie rodas šķidrumos (pat gāzēs), kas ieslēgti caurulēs ar elastīgām sienām. Uzpūstais vilnis var rasties tikai tad, ja ir iespējama daļiņu pārvietošanās perpendikulari virsmai.

Otrs ļoti interesants viļņveidīgas kustības piemērs ir virsmas viļņi (304c. zīm.), piemēram, visiem pazīstamie viļņi uz ūdens virsmas, kurus vienmēr lieto viļņveidīgas kustības demonstrējumiem fizikā. Tomēr jāatzīmē, ka virsmas viļņu likumi ir

305a. zīm. Viļņojoša šķidruma daļiņas kustas pa riņķveidīgām trajektorijām.



305b. zīm. Viļņa profils uz ūdens virsmas.

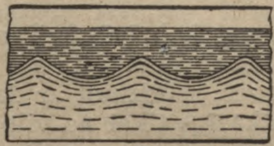
daudz sarežģītāki nekā citu viļņu likumi. Pirmkārt, to daļiņu svārstību trajektorijas, kuras piedalās virsmas viļņa izplatīšanā, nepavisam nav taisnvirziena; daļiņas pārvietojas pa noslēgtām riņķa un eliptiskām orbitām (305a. zīm.). Otrkārt, vienkāršie sinusoidalie viļņi var pastāvēt uz virsmas tikai pie amplitudām, kas mazas, salīdzinot ar viļņa garumu; tādi, piemēram, ir jūras paisuma viļņi, kuru garums sasniedz simtiem kilometru. Turpretim parastiem viļņiem, piemēram, kuģa viļņiem vai viļņiem no mesta akmens, ir profils, kas krasi atšķiras no sinusoidas: tam ir gari, lēzeni iedobumi un īsas, asas smailes (305b. zīm.). Lielas amplitudas virsmas vilnis aizrauj sev līdz svārstīgās daļiņas, kas šai gadījumā veido nevis riņķveidīgas, bet daudz sarežģītākas trajektorijas. Tieši tādēļ lieli viļņi izmet krastā viļņos peldošos priekšmetus.

Viļņi rodas ne tikai uz brīvas šķidruma virsmas, bet vispār uz divu šķidrumu, piemēram, eļļas un ūdens vai sāls- un saldūdens, robežvirsmas, kā arī uz divu dažāda blīvuma gāzu difuzijas robežvirsmas.

305c. zīmējumā redzami viļņi uz eļļas un ūdens robežvirsmas; brīvā eļļas virsma šai gadījumā ir gandrīz nekustīga.

Viļņu rašanās uz sāls- un saldūdens robežvirsmas izskaidro interesantu parādību — t. s. «mirušo ūdeni», kuru var novērot netālu no upju ietekām, sevišķi Skandinavijas fjordos. Kuģi pēkšņi apstājas tāpēc, ka tie, nokļūdami uz sāls- un saldūdens robežvirsmas, rada tajā no virspuses neredzamu vilni.

Uz virsmas, kas norobežo divus atmosferas slāņus, kuru blīvums, pateicoties temperaturas nevienādībai, ir dažāds, arī nereti rodas viļņi, kas kustas ar ļoti mazu ātrumu un kļūst manāmi tikai sakarā ar ūdens tvaika periodisku kondensēšanos, kad šis tvaiks viļņu galotnēs tiek pacelts vēsākos atmosferas slāņos un izveido tur t. s. «viļņveidīgos» mākoņus. Vilnis, kas izplatās no zemestrīces centra, arī ir virsmas viļņa atsevišķs gadījums.



305c. zīm. Viļņi uz eļļas un ūdens robežvirsmas.

143. §. Viļņu ātrums. Lai varētu ar agrāk uzrakstītiem vienādojumiem (141. §) izpētīt viļņu procesu, jāzina viļņu izplatīšanās ātrums u, kas atkarīgs no vides īpašībām. Blīvākā vidē (un tātad inertākā) viļņi izplatās lēnāk nekā mazāk blīvā vidē; elastīgākā vidē — ātrāk nekā mazāk elastīgā vidē.

Aprēķini dod šādu rezultatu: garenviļņu (304a. zīm.) izplatīšanās ātrums ir

$$u_{\parallel}=\sqrt{\frac{K}{\rho}}, \tag{31}$$

bet šķērsviļņu (304b. zīm.) ātrums

$$u_{\perp}=\sqrt{\frac{G}{\rho}}, \tag{32}$$

kur K — tilpuma elastības modulis (kad tilpuma maiņa notiek bez siltuma pievadīšanas vai novadīšanas), G — bīdes modulis, ρ — vides blīvums.

Cietos ķermeņos garenviļņi izplatās ātrāk par šķērsviļņiem, jo visbiežāk tilpuma elastības modulis ir ievērojami lielāks par bīdes moduli, piemēram, dzelzij $u_{\parallel}=4300\,\frac{\text{m}}{\text{sek}}$, $u_{\perp}=2550\,\frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

Viļņu izplatīšanās ātrums uz šķidruma virsmas atkarīgs no sakarības starp šķidruma dziļumu un viļņa garumu. Vispārīgā gadījumā viļņu izplatīšanās ātrums izsakāms ar diezgan sarežģītu formulu. Bet tām viļņu kategorijām, kuru viļņa garums ir ļoti liels vai, otrādi, ļoti mazs, salīdzinot ar šķidruma dziļumu, minētā formula stipri vienkāršojas.

P a i s u m a viļņiem, kuri rodas kopējā Saules un Mēness pievilkšanas rezultātā, viļņu garums sasniedz vairākus simtus kilometru, tātad ir ievērojami liels, salīdzinot ar jūras dziļumu. Tādēļ paisuma viļņu izplatīšanās ātrums v praktiski atkarīgs tikai no jūras dziļuma h un nosakāms pēc formulas:

$$u = \sqrt{gh}, \tag{33}$$

kur g ir brīvās krišanas paātrinājums.

Parastiem j ū r a s viļņiem turpretim viļņu garums ir ļoti mazs, salīdzinot ar dziļumu. Tādēļ šo viļņu izplatīšanās ātrums atkarīgs tikai no viļņa garuma un nosakāms pēc formulas:

$$u = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}, \tag{34}$$

kur λ ir viļņa garums.

Sevišķi īso t. s. k a p i l a r o viļņu gadījumā galvenā nozīme ir nevis smaguma spēkam, bet gan daļiņu pievilkšanās spēkiem. Kapilaro viļņu izplatīšanās ātrums nosakāms pēc formulas:

$$u = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}, \tag{35}$$

kur σ ir virsmas spraigums (196. §), ρ — šķidruma blīvums.

Uzrakstītās formulas rāda, ka šķērs- un garenviļņu gadījumā (kā arī uzpūstiem un vērpes viļņiem) viļņu procesa ātrums nav atkarīgs no viļņa garuma. Citādi tas ir pie jūras viļņiem. Redzam (par to nav grūti pārliecināties novērojumā), ka jūras viļņa ātrums ir jo lielāks, jo garāks ir vilnis; garie viļņi panāk, paceļ īsos viļņus un aizsteidzas tiem garām. Kapilarā viļņa ātrums turpretim jo lielāks, jo īsāks ir vilnis.

Viļņu izplatīšanās ātruma maiņu atkarībā no viļņa garuma sauc par *dispersiju*[1]. Ar gaismas izplatīšanos saistīto viļņu procesu raksturo skaidri izteikta ātruma atkarība no frekvences — gaismas dispersija.

144. §. Viļņu superpozicijas un interferences princips. Ļoti bieži vidē vienā laikā izplatās nevis viens, bet vairāki viļņu procesi; tā tas ir, piemēram, gadījumā, kad vairākas svārstīgas sistemas vienā laikā izstaro viļņus. Katra vides daļiņa, kas nokļūst tādā komplicētā *viļņu laukā*[2], izdara rezultējošu svārstību kustību, kura rodas, noteiktā veidā sumējoties tām svārstībām, ko radījis katrs viļņu process.

Vides daļiņu rezultējošā novirze jebkurā laika momentā ir to noviržu ģeometriskā suma, ko saskaitāmie svārstību procesi

[1] No latiņu *dispergo* — i z k l i e d ē j u.
[2] Par viļņu lauku sauc telpas daļu, kurā notiek viļņveidīgs process.

rada katrs atsevišķi. Tātad katrs no vienā laikā pastāvošiem viļņu procesiem izplatās vidē tā, it kā neviens cits vienlaicīgs process nepastāvētu. Šeit formulēto svārstību un viļņu saskaitīšanas likumu parasti sauc par *superpozicijas principu*[1] (viļņu un svārstību procesu n e a t k a r ī g u pārklāšanos).

Neatkarīgas svārstību saskaitīšanas svarīgu piemēru dod skaņas viļņi, kas izplatās no vairākiem skaņas avotiem. Klausoties orķestra spēlē vai kora dziedāšanā, varam, koncentrējot uzmanību, atšķirt katru atsevišķu instrumentu un katru atsevišķu balsi. Ja superpozicijas princips būtu nepareizs un saskaitāmās svārstības neturpinātu pastāvēt rezultējošā kopējā procesā, tad runa un muzika kļūtu neiespējama.

Iedomāsimies divus viļņu procesus, kas ar vienādu frekvenci un vienādu daļiņu pārbīdes virzienu izplatās caur vienu un to pašu vides punktu; ja abu procesu izplatīšanās ātrumi ir vienādi un paši procesi līdzīgi viens otram, tad izraudzītā vides punktā abiem procesiem ar p a s t ā v ī g a f a z u s t a r p ī b a.

Fizikali visi šie noteikumi izpildīti tai gadījumā, kad *abu viļņu seriju avots ir viena un tā pati svārstīgā sistema.* Bet no viena avota divas viļņu serijas var iegūt, kaut vai izmantojot bez tiešā viļņa arī vēl atstaroto vilni.

Acīm redzams, ka aplūkojamā vides punkta svārstību kustība atkarāsies no fazu starpības starp abiem līdz punktam nonākušiem svārstību procesiem. Piemēram, ja fazu starpība ir nulle ($\varphi_1 - \varphi_2 = 0$) un saskaitāmo svārstību amplitudas ir vienādas, tad punkta rezultējošai kustībai ir dubultota amplituda. Ja fazu starpība ir perioda puse ($\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{T}{2}$), tad divas saskaitāmās novirzes ir katrā momentā vienādas pēc lieluma, bet pretējas pēc virziena un to suma vienmēr ir nulle, t. i., daļiņa, kura vienā laikā piedalās abos procesos, paliks nekustīga. Ja fazu starpībai cits lielums, tad punkts svārstīsies ar lielāku vai mazāku amplitudu, kuras lielums atkarībā no fazu starpības mainīsies intervalā no nulles līdz katras svārstības divkāršai amplitudai. Kad divu saskaitāmo svārstību amplitudas nav vienādas, tad parādība pēc būtības noris tādā pašā veidā: maksimalā rezultējošā amplituda (ja $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$) būs izsakāma kā amplitudu suma, bet minimalā (ja $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{T}{2}$) — kā amplitudu starpība.

Kā jau minējām 132. paragrafā, šāda vairāku svārstību saskaitīšana, pie kuras šīs svārstības vai nu p a s t i p r i n a, vai

---

[1] No latiņu *super* — v i r s un *positio* — s t ā v o k l i s.

p a v ā j i n a viena otru, tiek saukta par *interferenci*[1]. Viļņu interferences eksistēšanas noteikumi ir — vienāda frekvence, vienāds daļiņu pārbīdes virziens un konstanta fazu starpība, t. i., fizikali — interferējošo svārstību k o p ī g a i s a v o t s (tā saucamā viļņu *koherence*[2]).

Divu (vispārējā gadījumā vairāku) viļņu interferences jautājuma matemātiskā iztirzāšana dod mums jau pazīstamās svārstību saskaitīšanas formulas. Šeit aprobežosimies tikai ar vienkāršāko gadījumu, kad divu interferējošu viļņu svārstību kustība notiek vienā un tai pašā virzienā. Pieņemsim, ka ω ir abu viļņu leņķa frekvence un a_1, a_2 — to amplitudas; tad punktā, kas atrodas no abu viļņu sākuma punktiem atstatumos y_1, y_2, sumējas divas svārstības:

$$x_1 = a_1 \sin \omega \left(t - \frac{y_1}{u}\right),$$

$$x_2 = a_2 \sin \omega \left(t - \frac{y_2}{u}\right).$$

Ievietojot šajos vienādojumos svārstību sākuma fazes

$$\varphi_1 = -\frac{\omega}{u} y_1 \text{ un } \varphi_2 = -\frac{\omega}{u} y_2,$$

pārrakstīsim svārstības kustību vienādojumus mums jau pazīstamā formā:

$$x_1 = a_1 \sin (\omega t + \varphi_1),$$

$$x_2 = a_2 \sin (\omega t + \varphi_2).$$

Saskaitot šīs svārstības (133. §), iegūstam rezultējošo svārstību ar amplitudu

$$a = +\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2)},$$

bet, tā kā

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\omega}{u}(y_2 - y_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(y_2 - y_1),$$

tad

$$a = +\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \frac{2\pi d}{\lambda}}, \tag{36}$$

kur

$$d = y_2 - y_1$$

ir interferējošo viļņu *gājiena diference.*

Formula (36) atļauj konstatēt šādu interesantu parādību:

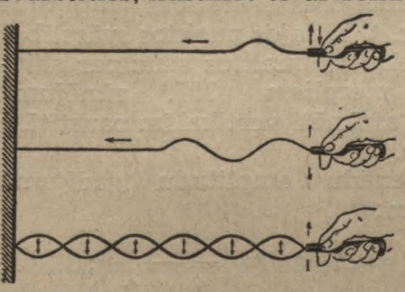
---

[1] No franču vārda *interferer* — i e j a u k t i e s.
[2] No latiņu vārda *cohaerere* — a t r a s t i e s s a k a r ā.

svārstību amplituda interferējošo viļņu laukā mainās no punkta uz punktu atkarībā no lieluma d maiņas. Pie tam mainās arī svārstību enerģija, dažās vietās pieaugdama uz viļņa lauka citu vietu rēķina. Saskaņā ar enerģijas nezūdamības likumu šī enerģijas pārkārtošanās notiek bez kopējā enerģijas krājuma maiņas.

Interferences parādību var labi novērot pie gaismas stariem. Ja tiešā un atstarotā stara gājienu diferencei ir noteikts lielums, tad stari, krītot uz vienu un to pašu ekrana punktu, var viens otru «nodzēst». Šis pārsteidzošais efekts ir izskaidrojams ar viļņu interferenci, un tas kopā ar daudzām citām parādībām liecina par gaismas izplatīšanās procesa viļņveidīgo dabu. Jāatzīmē tikai, ka gaismas viļņi nav elastisko deformaciju viļņi — tie ir elektromagnetiskie viļņi.

145. §. Stāvviļņi. Interferenci var novērot kaut vai piemērā ar virvi, kuras viens gals piesiets, bet kuras otram galam liek svārstīties, kustinot to ar roku. Vilnis, kas skrien pa virvi, reflektējas no iestiprinātā gala un kustas pretējā virzienā (306. zīm.). Abi viļņi — tiešais un reflektētais — interferē viens ar otru; tie virves punkti, kuros tiešā un reflektētā viļņa fazu starpība ir nulle, svārstīsies ar maksimalo amplitudu, bet tie punkti, kuros fazu starpība vienāda ar pusperiodu, paliks miera stāvoklī. Tādu vilni sauc par *stāvvilni*, jo vienkāršākā gadījumā, kad svārstību amplitudas tiešā un reflektētā vilnī ir vienādas, enerģija nepārvietojas telpā, tāpēc ka vienādi tās daudzumi kustas pretējos virzienos.



306. zīm. Stāvviļņa rašanās.

Stāvviļņi ir: galos iestiprinātu stīgu svārstības, membranu svārstības, gaisa stabu svārstības caurulēs (piemēram, ērģelēs), gaisa skaņu svārstības slēgtās telpās utt. Grafiski stāvviļņa rašanās paskaidrota 307. zīmējumā.

Uzrakstīsim stāvviļņa vienādojumu. Visvienkāršākā gadījumā, kad amplitudas ir vienādas, tiešā viļņa vienādojums ir:

$$x_1 = A \sin \omega \left(t - \frac{y}{u}\right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right),$$

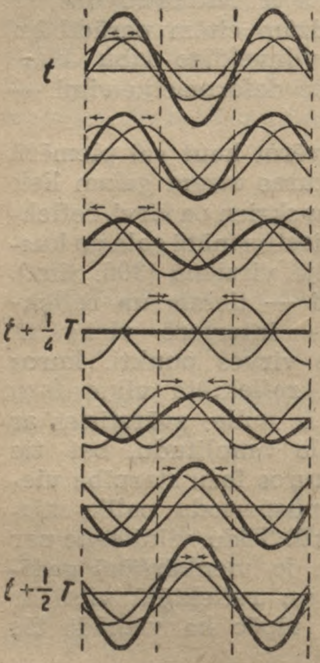
bet reflektētā viļņa vienādojums:

$$x_2 = A \sin \omega \left(t + \frac{y}{u}\right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Rezultējošā novirze ir abu komponentu x_1 un x_2 suma:

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos \frac{2\pi y}{\lambda} \sin \omega t. \tag{37}$$

No pēdējās formulas redzam, ka rezultējošai svārstībai ir tā pati frekvence ω, bet tās amplituda mainās no punkta uz punktu. Visos tajos punktos, kuru atstatums no viļņu avota (vai no jebkura punkta, kurā fazes sakrīt) ir vienāds ar viļņa ceturtdaļu pāru skaitu (t. i., jebkuram veselam pusviļņu skaitam), svārstības notiek ar dubultotu amplitudu; šos punktus sauc par stāvviļņu *blīzumiem*. Turpretim visos punktos, kuros y vienāds ar viļņu ceturtdaļu nepāra skaitu, rezultējošās svārstības amplituda ir nulle, t. i., šajos punktos svārstības nenotiek; šos punktus sauc par stāvviļņa *mezgliem*. 307. zīmējumā mezgli atzīmēti vertikalām raustītām līnijām.



307. zīm. Resno līniju ordinatas attēlo daļiņu novirzi stāvvilnī kādā laika momentā. Tiešais un atstarotais vilnis parādīts ar tievām līnijām.

Nevienādu amplitudu gadījumā dabūsim:

$$x_1 = A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right);$$

$$x_2 = A_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{y}{\lambda}\right);$$

$$x = x_1 + x_2 = (A_2 + A_1) \cos \frac{2\pi y}{\lambda}\cdot$$

$$\cdot \sin \omega t + (A_2 - A_1) \sin \frac{2\pi y}{\lambda} \cos \omega t. \tag{38}$$

Redzam, ka viļņa blīzumos rezultējošā amplituda vienlīdzīga abu komponentu amplitudu sumai, bet mezglos — to starpībai.

146. §. Viļņu grupas ātrums. Viļņu process ir enerģijas pārnešanas process telpā; enerģijas pārnešana notiek pateicoties tam, ka elastiskas deformacijas impulss tiek pārvietots no vides vienas vietas uz otru. Varētu tādēļ likties, ka enerģijas pārnešanas ātrumam jābūt vienādam ar viļņu izplatīšanās ātrumu. Patiesībā šāda vienlīdzība ne vienmēr pastāv. Kā tūlīt redzēsim, enerģija pārvietojas ar viļņa ātrumu tikai tad, ja nav dispersijas vai ja ir tikai viena viļņu rinda ar kādu noteiktu frekvenci.

Iedomāsimies, ka vidē vienā laikā un vienā virzienā izplatās daudzas viļņu rindas, kuru viļņu frekvences ir dažādas; iedomāsimies vēl, ka viļņu ātrums ir atkarīgs no frekvences, t. i., ka pastāv dispersija. Pateicoties tam, ka dažāda garuma viļņiem ir nevienāds izplatīšanās ātrums, šie viļņi pienāks kādā viļņu lauka punktā, vispār ņemot, ar dažādām fazēm un katrā dotā momentā mūsu izraudzītā punkta rezultējošā novirze atkarāsies no atsevišķo svārstību fazu attiecības. Ja šīs fazes ir ļoti dažādas, tad rezultējošā svārstība ir neliela. Var tomēr gadīties arī tā, ka atsevišķo svārstību fazes dotā punktā un dotā momentā atradīsies tuvu viena otrai; tad interferences rezultātā visas svārstības sumēsies rezultējošā svārstībā ar vislielāko iespējamo amplitudu. Tad enerģijas blīvums dotā vides punktā ir acīm redzot maksimals. Bet nākamā momentā fazu attiecība neizbēgami mainīsies, un tādēļ samazināsies arī enerģijas blīvums šai punktā. Nosauksim punktu ar vislielāko enerģijas blīvumu par viļņu grupas *enerģijas centru.* Acīm redzot, atsevišķo svārstību fazu attiecībām nepārtraukti mainoties, enerģijas centrs pārvietosies telpā.

Noteiksim enerģijas centra pārvietošanās ātrumu. Šim nolūkam pieņemsim, ka kādā momentā t enerģijas centrs atrodas punktā ar ordinatu y. Novirzi, kas atbilst katrai atsevišķai svārstībai, var noteikt ar viļņa vienādojumu:

$$x = A \sin \varphi,$$

kur faze

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{y}{u} \right).$$

Tā kā enerģijas centrā visu frekvenču svārstību fazes sakrīt, tad šeit faze nav atkarīga no frekvences un tādēļ fazes atvasinātā pēc frekvences ir nulle:

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = t - y \frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u}\right) = 0.$$

No tā uzzinām, ka

$$y = \frac{1}{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u}\right)} t = vt \,. \tag{39}$$

Tātad redzam, ka y ir atkarīgs no laika. Pēc formulas (39) ir skaidrs, ka enerģijas centrs pārvietojas telpā ar ātrumu v, pie kam:

$$v = \frac{1}{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u}\right)} = \frac{u^2}{u - \omega \frac{du}{d\omega}}. \tag{40}$$

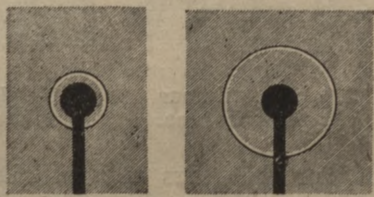
v ir enerģijas pārvietošanās ātrums; šo ātrumu sauc par grupas ātrumu.

Nav grūti saskatīt, ka, ja dispersijas nav, tad $\frac{du}{d\omega} = 0$ un $v = u$, t. i., šai gadījumā grupas ātrums ir vienāds ar viļņa ātrumu.

X NODAĻA

Akustika

147. §. Skaņa kā fizikala parādība. Skaņas viļņu izplatīšanās. Specifiskā sajūta, kuru uztveram kā skaņu, rodas elastīgas vides — galvenokārt gaisa — svārstību kustības iedarbības rezultātā uz cilvēka dzirdes aparatu. Vides svārstības tiek ierosinātas no skaņu avota, un tās, izplatoties vidē, nokļūst līdz uztvērējam aparatam — mūsu ausij. Tādēļ ļoti lielā dzirdamo skaņu dažādība ir reducējama uz svārstību procesiem, kas atšķiras viens no otra ar frekvenci un amplitudu. Nav jāsajauc divas vienas un tās pašas parādības puses: skaņa kā fizikals process ir svārstību kustības atsevišķs gadījums; kā psichiski fizioloģiska parādība skaņa ir zināma specifiska izjūta, kuras rašanās mechanisms tagad diezgan sīki izpētīts.



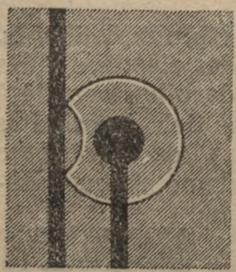
308. zīm. Skaņas viļņa attēls divos laika momentos.

Runājot par parādības fizikalo pusi, mēs skaņu raksturojam ar tās i n t e n s i t a t i (stiprumu), tās s a s t ā v u un ar to saistīto svārstību procesu f r e k v e n c i; ja ievēro skaņas izjūtas, runājam ar skaņas s k a ļ u m u, t e m b r u un a u g s t u m u.

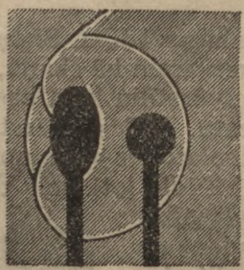
Kā jau bija sacīts 142. paragrafā, cietos ķermeņos skaņa var izplatīties kā garen- tā arī šķērssvārstībās. Par cik šķidrumiem un gāzēm nav bīdes elastības, acīm redzams, ka gāzveidīgā un šķidrā vidē skaņa var izplatīties tikai kā *garensvārstības*. Gāzēs un šķidrumos skaņas viļņi veidojas kā viens otram sekojoši vides sablīvējumi un retinājumi, kas attālinās no skaņas avota ar katrai videi raksturīgu noteiktu ātrumu. *Skaņas viļņa virsma* ir to vides daļiņu ģeometriskā vieta, kurām ir vienāda svārstību faze. Skaņu viļņu virsmas var novilkt, piemēram, tā, lai starp blakusviļņu virsmām atrastos sablīvējuma un retinājuma kārtas. Virzienu, kas perpendikulars viļņa virsmai, sauc par *staru*.

Skaņu viļņus gāzveidīgā vidē var nofotografēt. Šim nolūkam aiz skaņas avota novieto foto plati, uz kuru no priekšpuses virza elektriskās dzirksteles radīto gaismas kūlīti, lai gaismas pēkšņā uzliesmojumā šie stari kristu uz foto plati, ejot cauri gaisam, kas aptver skaņas avotu (F o l i metode). 308.—311. zīmējumā redzam pēc minētā paņēmiena iegūtās skaņu viļņu fotografijas. Skaņas avots bija nošķirts no foto plates ar nelielu ekranu uz atbalsta.

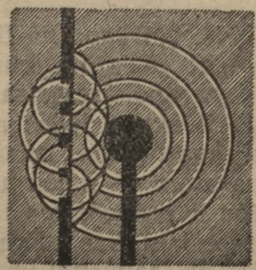
308a. zīmējumā redzams, ka skaņas vilnis tikko parādījies aiz ekrana; 308b. zīmējumā tas pats vilnis uzņemts otrreiz pēc



309. zīm. Skaņas viļņa atstarošana.



310. zīm. Skaņas viļņa laušana.



311. zīm. Skaņas viļņa difrakcija.

dažām sekundes tūkstošdaļām. Viļņa virsma šai gadījumā ir sferiska. Fotografijā viļņa attēls redzams kā aploce, kuras radiuss ar laiku palielinās.

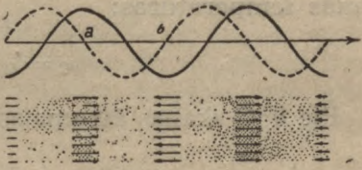
309. zīmējumā parādīta sferiska skaņas viļņa fotografija, ja vilnis tiek *atstarots* no plakanas sieniņas. Šeit jāievēro tas, ka viļņa atstarotā daļa it kā nāk no punkta, kas atrodas aiz atstarotājas virsmas tādā pašā atstatumā no atstarotājas virsmas kā skaņas avots. Kā zināms, ar skaņu viļņu atstarošanu izskaidrojama *atbalss.*

310. zīmējumā redzam, kā mainās viļņa virsma, skaņas vilnim izejot caur lēcveidīgu maisiņu ar ūdeņradi. Skaņas viļņa virsmas maiņa rodas kā skaņas staru laušanas (refrakcijas) sekas: viļņa izplatīšanās virziens mainās uz robežvirsmas starp divām vidēm, ja vidēs viļņu ātrumi ir dažādi.

311. zīmējuma foto attēlā redzami skaņas viļņi, kuru izplatīšanās ceļā novietots ekrans ar četrām spraugām. Izejot caur spraugām, viļņi apliecas ap ekranu. Šādu parādību, kad viļņi apliecas ap šķēršļiem, sauc par *difrakciju.*

Skaņas viļņu izplatīšanās, atstarošanas, laušanas un difrakcijas likumus var atvasināt no *Heigensa principa,* pēc kura katru svārstīgo vides daļiņu var uzlūkot par jaunu viļņu centru (avotu); visu šo viļņu interference dod dabā novērojamo vilni (Heigensa principa lietošanas paņēmieni tiks paskaidroti II sējumā gaismas viļņu piemērā).

Skaņas viļņi nes sev līdz zināmu kustības daudzumu un tādēļ spiež uz ceļā sastaptiem šķēršļiem. Šā fakta paskaidrošanai pievērsīsimies 312. zīmējumam. Šai zīmējumā ar raustītu līniju parādīta vides daļiņu novirzes sinusoida zināmā momentā, ja vidē izplatās garenviļņi. Šo daļiņu ātrumus aplūkojamā momentā attēlo kosinusoida — vai sinusoida, kas aizsteidzas novirzes sinusoidai par perioda ceturtdaļu priekšā (312. zīmējumā — nepārtraukta līnija). Nav grūti saprast, ka vides **sablīvējumus** varēs novērot tur, kur dotā momentā daļiņu novirze ir nulle vai tai tuvu un kur ātrums ir vērsts viļņu izplatīšanās virzienā[1]. Un otrādi, vides retinājumi būs novērojami tur, kur daļiņu novirze arī ir nulle vai tuvu tai, bet kur daļiņu ātrums vērsts pretēji viļņu izplatīšanās virzienam. Tātad sablīvējumos daļiņas kustas uz priekšu, retinājumos — atpakaļ. Sablīvētās kārtās daļiņu skaits ir lielāks nekā retinājumos. Tādēļ skaņu garenviļņos jebkurā momentā daļiņu skaits, kas virzās uz priekšu, nedaudz pārsniedz daļiņu skaitu, kas kustas atpakaļ. Sakarā ar to skaņas vilnis nes sev līdz zināmu kustības daudzumu, kas parādās spiedienā, ko skaņas viļņi izdara uz sastaptiem šķēršļiem. *Skaņas spiedienu* eksperimentali izpētīja Ļebedevs.



312. zīm. Skaņas vilnim izplatoties, sablīvējumos daļiņas kustas uz priekšu.

148. §. Skaņas ātrums. Skaņas ātrumu teoretiski nosaka pēc Laplasa formulas (145. §, 31. formula):

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \tag{1}$$

kur K — tilpuma elastības modulis (kad saspiešana notiek bez siltuma pievadīšanas un novadīšanas), ρ — blīvums.

Ja ķermeni spiež pie konstantas ķermeņa temperaturas, tad elastības modulis ir mazāks nekā tad, kad spiešanu izdara bez siltuma pievadīšanas un novadīšanas. Šīs divas tilpuma elastī-

[1] Novirzes sinusoida, kas attēlota 312. zīmējumā, rāda, ka vides daļiņas, kuras atrodas pa kreisi no a, novirzītas pa labi, turpretim tās, kas atrodas pa labi no a — pa kreisi, t. i., viena otrai pretim. Vides daļiņas, kas atrodas pa kreisi no b, novirzītas pa kreisi, kas pa labi no b — pa labi, t. i., šeit, pateicoties novirzei, daļiņas būs attālinātas viena no otras.

bas moduļa vērtības, kā to pierāda termodinamika, attiecas savā starpā tā, kā ķermeņa siltumietilpība pie konstanta spiediena attiecas pret siltumietilpību pie konstanta tilpuma.

Tilpuma elastības izotermiskais modulis gāzēm (ne visai saspiestām) ir vienāds ar gāzes spiedienu p. Ja, nemainot temperaturu, gāzi saspiež (palielina tās blīvumu) n reizes, tad arī gāzes spiediens pieaug n reizes. Tātad no Laplasa formulas dabū, ka skaņas ātrums gāzē nav atkarīgs no gāzes blīvuma.

No gāzu likumiem un Laplasa formulas var secināt, ka skaņas ātrums gāzēs ir proporcionals kvadratsaknei no gāzes absolutās temperaturas:

$$c = c_0 \sqrt{\frac{T}{273,16}}. \qquad (2)$$

Pie 0^0 C skaņas ātrums sausā gaisā ir

$$c_0 = 332 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Pie vidējām temperaturām un vidēja mitruma skaņas ātrums gaisā ir 340 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Skaņas ātrums ūdeņradī pie 0^0 C ir 1280 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

Ūdenī skaņas ātrums ir 1450 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, stiklā — 5600 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, dzelzī — 4900 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Jāatzīmē, ka triecienveidīgiem skaņas viļņiem, kurus rada šāviens vai sprādziens, kustības sākumā ir ātrums, kas ievērojami pārsniedz skaņas normalo ātrumu dotajā vidē. Triecienveidīgs skaņas vilnis gaisā, ko radījis stiprs sprādziens, sasniedz skaņas avota tuvumā ātrumu, kas trīs reizes lielāks par normalu skaņas ātrumu gaisā, bet jau dažu desmit metru atstatumā no sprādziena vietas izplatīšanās ātrums samazinās līdz normalam lielumam.

149. §. Skaņas lauks. Virsspiediens plakanā vilnī. Sferiskie viļņi. Telpu, kurā novērojamas skaņas svārstības, sauc par skaņas lauku. Skaņas lauks ir vienvērtīgi noteikts, ja katrā punktā un katrā momentā varam izmērīt vai aprēķināt jebkuru lielumu, kas raksturo svārstību procesu. Šos lielumus var izraudzīties dažādi. Aplūkojot skaņas garenviļņus šķidrumā vai gāzē, varam izvēlēties kādu no šādiem lielumiem:

1) vides svārstīgās daļiņas *novirzi*, t. i., vektoru, kas raksturo daļiņas pārvietojumu no līdzsvara stāvokļa;

2) daļiņas svārstību kustības acumirklīgo *ātrumu*;

3) *virsspiedienu* skaņas lauka dotajā punktā, t. i., starpību starp acumirklīgo un vidējo spiediena vērtību kaut kādā nelielā šķidruma vai gāzes nodalījumā;

4) vides *virsblīvumu*, t. i., starpību starp vides blīvuma acumirklīgo vērtību skaņas lauka dotajā punktā un vides blīvuma normalo vērtību, ja skaņas viļņi vidi netraucē.

Viena vai otra lieluma izvēle, vispārīgi ņemot, ir patvaļīga, tomēr praktiskas ērtības labā parasti izrauga lielumus, kurus visvieglāk izmērīt. Tādi lielumi ir: daļiņu svārstību kustību ātrums un virsspiediens.

Virsspiediens, tāpat kā vides virsblīvums, katrā skaņas lauka punktā ar laiku mainās pēc tā paša likuma kā daļiņu novirze, iegūstot gan pozitivu, gan negativu vērtību. Spiediens, ko skaņas viļņi izdara uz sastaptiem šķēršļiem (147. §), ir atkarīgs no virsspiediena a m p l i t u d a s.

Skaņas vilnim, kas izplatās vidē, ir dažāda forma atkarībā no skaņas avota izmēriem un formas, kā arī no konfiguracijas un apkārtējās telpas. Techniski interesantākos gadījumos skaņas avotu (izstarotāju) veido svārstīga virsma, piemēram, telefona membrana vai skaļruņa difuzors. Ja tāds skaņas avots izstaro skaņas viļņus atklātā telpā, tad viļņa forma galvenokārt ir atkarīga no izstarotāja relativiem izmēriem; izstarotājs, kura izmēri ir lieli, salīdzinot ar skaņas viļņu garumu, izstaro skaņas enerģiju tikai vienā virzienā, proti, savas svārstību kustības virzienā. Turpretim izstarotājs, kas ir mazs, salīdzinot ar viļņa garumu, izstaro skaņas enerģiju visos virzienos. Viļņu frontes forma abos gadījumos ir dažāda.

Aplūkosim vispirms pirmo gadījumu. Iedomāsimies cietu, plakanu virsmu, kas pietiekami liela (salīdzinot ar viļņa garumu) un kas izdara svārstību kustību savas normales virzienā. Virzoties uz priekšu, tāda virsma radīs sev priekšā sablīvējumu, kas vides elastības dēļ izplatīsies izstarotāja pārbīdes virzienā. Virzoties atpakaļ, izstarotājs atstāj aiz sevis retinājumu, kas tālāk vidē pārvietosies aiz sākuma sablīvējuma. Pie ilgstošas izstarotāja svārstīšanās novērosim abās pusēs no tā skaņas vilni, ko raksturo tas, ka visas vides daļiņas, kas atrodas vienādos atstatumos no izstarotājas virsmas (atstatumu mērī virsmas normales virzienā), izdara sinfazas svārstības (t. i., tādas, kuru fazes sakrīt) ar vienādu amplitudu. Šādu vilni sauc par *plakanu*. Visvienkāršākā plakanā viļņa vienādojums jau pazīstams (141. §); uzrakstīsim to šādā veidā:

$$\xi = a \sin \omega \left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{3}$$

Šai vienādojumā ir šādi apzīmējumi: ξ — vides daļiņas novirze, a — daļiņas svārstības amplituda, ω — svārstību leņķa frekvence, t. i., svārstību skaits 2π sek, t — laiks, x — daļiņas atstatums no izstarotājas virsmas, mērījot atstatumu virsmas normales virzienā, c — skaņas ātrums.

Pēc vienādojuma (3) nav grūti aprēķināt vides daļiņu svārstību kustības ātrumu plakanā skaņas vilnī: šo ātrumu acīm redzot dabū, diferencējot novirzi ξ pēc laika; apzīmējot, kā to bieži dara, atvasināto pēc laika ar punktu virs burta, var rakstīt:

$$\dot{\xi}=\frac{d\xi}{dt}=\omega a \cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right). \tag{4}$$

Virsspiediens plakanā vilnī mainās līdz ar ātrumu:

$$p=p_0 \cos\omega\left(t-\frac{x}{c}\right). \tag{5}$$

Aprēķini rāda, ka virsspiediena amplituda p_0 ir vienlīdzīga daļiņu ātruma amplitudas (ωa) reizinājumam ar vides vidējo blīvumu ρ un skaņas ātrumu c:

$$p_0=c\rho\cdot\omega a. \tag{6}$$

Salīdzinot vienādojumus (4) un (5) un ņemot vērā vienādojumu (6), redzam, ka plakanu viļņu laukā jebkurā laika momentā attiecība starp virsspiedienu un daļiņu ātrumu atkarīga tikai no vides īpašībām:

$$\frac{p}{\dot{\xi}}=c\rho. \tag{7}$$

Lielumu, kas atrodas šā vienādojuma labajā pusē (vides vidējā blīvuma reizinājums ar skaņas ātrumu), sauc par *vides akustisko pretestību.*

Tātad jebkurā plakanu viļņu lauka punktā jebkurā laika momentā *virsspiediens ir vienlīdzīgs daļiņu ātruma reizinājumam ar vides akustisko pretestību.*

Aplūkojot plakano vilni, jāatzīmē šāds svarīgs apstāklis. No vienādojumiem (3), (4) un (7) redzams, ka amplitudas novirzei (a), ātrumam (ωa) un virsspiedienam ($c\rho\omega a$) nemainās ar atstatumu no skaņas avota. Tas tādēļ, ka skaņas enerģija pārvietojas tikai vienā virzienā, neizplūstot uz visām pusēm. Patiesībā tomēr apstākļi ir mazliet citādi, jo, pateicoties iekšējai berzei starp vides daļiņām, skaņas svārstību enerģijas zināma daļa pārvēršas vides daļiņu molekularā siltumkustības enerģijā, tādēļ svārstību amplituda ar atstatumu samazinās (tomēr parasti šī samazināšanās ir neliela).

Tagad aplūkosim *sferisko* viļņu gadījumu. Ja izstarotājas virsmas izmēri kļūst mazi, salīdzinot ar viļņa garumu, viļņu fronte ievērojami izliecas. Tas notiek tādēļ, ka svārstību enerģija izplatās no izstarotāja visos virzienos.

Parādību vislabāk var izprast šādā vienkāršā piemērā. Iedomāsimies, ka uz ūdens nokritis garš baļķis. Radušies viļņi izplatās paralelās rindās baļķa abās pusēs. Citādi ir tai gadījumā, kad ūdenī iesviests neliels akmens; tad viļņi izplatās koncentriskos riņķos. Salīdzinot ar viena uz ūdens virsmas izsauktā viļņa garumu, baļķis ir liels; no baļķa izejošās paralelās viļņu rindas izveido uzskatāmu plakano viļņu modeli. Turpretim akmenim ir nelieli izmēri: no tā iekrišanas vietas izejošie riņķi rada sferisko viļņu modeli. Nav grūti saprast, ka, sferiskam vilnim izplatoties, viļņa frontes virsma pieaug līdz ar tās radiusa kvadratu. Ja skaņas avota jauda ir pastāvīga, tad enerģija, kas izplūst caur katru sferiskas virsmas kvadratcentimetru, ja virsmas radiuss r, ir apgriezti proporcionala r^2. Tā kā svārstību enerģija ir proporcionala amplitudas kvadratam (130. §), tad skaidrs, ka svārstību amplitudai sferiskā vilnī jāsamazinās proporcionali atstatumam no skaņas avota. Sferiska viļņa vienādojums ir:

$$\xi = \frac{a}{r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c}\right). \tag{8}$$

Daļiņu ātruma un virsspiediena aprēķināšana sferiskā vilnī rāda, ka nelielā atstatumā no izstarotāja spiediens aizsteidzas ātrumam priekšā par kaut kādu fazes leņķi, kas atkarīgs kā no viļņa garuma, tā arī no atstatuma līdz izstarotājam.

150. §. Skaņas stiprums. Par skaņas stiprumu kustīgā vilnī (ne stāvvilnī) sauc *enerģijas daudzumu, kas katru sekundi plūst caur* 1 cm² *lielu laukumu, kas perpendikulars viļņa izplatīšanās virzienam.*

Skaņas stiprumu mērī vienībās $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \,.\, \text{sec}}$ vai desmit reizes lielākās vienībās, proti, $\frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2}$, kur μW — mikrovats (vata miljonā daļa).

Aprēķini rāda, ka skaņas intensitate I vienlīdzīga attiecībai starp virsspiediena amplitudas kvadratu un dubultotu vides akustisko pretestību:

$$I = \frac{p_0^2}{2c\rho}. \tag{9}$$

Šī formula pareiza kā plakaniem, tā arī sferiskiem viļņiem. Plakanu viļņu skaņas stiprums nedrīkst mainīties ar atstatumu, ja neievēro zudumus, kas saistīti ar iekšējo berzi. Sferisku viļņu gadījumā novirzes, daļiņu ātruma un virsspiediena amplitudas samazinās proporcionali atstatumam no skaņas avota. Tātad sferisku viļņu skaņas stiprums samazinās apgriezti proporcionali atstatuma kvadratam no skaņas avota.

Skaņas stipruma mērīšanai parasti lieto mikrofonus, kuru uzbūve tiks aplūkota šā kursa otrā sējumā, nodaļā par elektroakustiku. Skaņas stipruma mērīšanai lieto arī *Releja disku* — nelielu, plānu disku (izgatavotu no 2—3 simtdaļas mm biezas vizlas plāksnītes) 2—5 mm caurmērā; disks pakārts ļoti tievā diegā. Skaņas viļņu laukā uz disku darbojas spēku pāris, kura moments proporcionals skaņas stiprumam un nav atkarīgs no skaņas frekvences. Šis spēku pāris cenšas pagriezt disku tā, lai tā plakne būtu perpendikulara skaņas viļņu izplatīšanās virzienam. Parasti Releja disku pakar skaņas laukā zem 45^0 leņķa pret viļņu izplatīšanās virzienu un skaņas stiprumu mērī, nosakot diska pagrieziena leņķi.

Skaņas stipruma aprēķināšanai var mērīt arī spiedienu P, ko skaņas viļņi izdara uz cietu sienu. Šis spiediens proporcionals skaņas stiprumam:

$$P = \frac{\varkappa + 1}{2c} I;$$

$\varkappa$ — attiecība starp vides siltumietilpību pie pastāvīga spiediena un siltumietilpību pie pastāvīga tilpuma, c — skaņas ātrums.

Salīdzinot uzrakstīto formulu ar formulu (9), redzam, ka spiediens, ko skaņu viļņi izdara uz cietu sienu, ir proporcionals virsspiediena amplitudas kvadratam un apgriezti proporcionals vides blīvumam.

Skaņas stipruma definicija, kas dota šā paragrafa sākumā, stāvviļņiem zaudē savu nozīmi. Patiešām, ja tiešā un atstarotā viļņa spiediena amplitudas ir vienādas, tad caur viļņa asij perpendikularu laukumiņu plūst pretējos virzienos vienādi enerģijas daudzumi. Tādēļ enerģijas rezultējošā plūsma caur laukumiņu ir nulle. Šai gadījumā skaņas intensitati raksturo *skaņas enerģijas blīvums*, t. i., enerģijas daudzums skaņas lauka 1 cm^3.

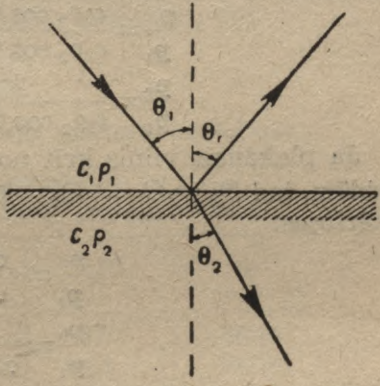
Lai aprēķinātu skaņas enerģijas blīvumu plakana viļņa laukā, iedomāsimies cilindru, kura šķērsgriezuma laukums ir 1 cm^2, bet cilindra garuma skaitliskā vērtība vienlīdzīga skaņas ātrumam c; pieņemsim, ka cilindra ass sakrīt ar viļņa izplatīšanās virzienu. Kopējais enerģijas daudzums, kas atrodas cilindrā, ir skaitliski vienāds ar skaņas intensitati I. No otras puses, cilindra tilpuma skaitliskā vērtība ir c (šķērsgriezuma laukums ir 1 cm^2), tādēļ skaņas enerģijas blīvums E ir

$$E = \frac{I}{c}. \tag{10}$$

151. §. Skaņas intensitate atstarotā skaņas vilnī. Atstarošanas un caurspiešanās koeficients. Skaņas viļņu atstarošanas un laušanas likumi ir līdzīgi gaismas atstarošanas un laušanas likumiem. Skaņas vilnim atstarojoties, leņķis, ko veido viļņa virziens ar normali pret atstarotāju virsmu (krišanas leņķis), ir vienāds ar leņķi, kuru veido atstarotā viļņa virziens ar to pašu normali (atstarošanas leņķis). Tālāk krišanas leņķis un laušanas leņķis (skaņas vilnim pārejot no vienas vides otrā) ir savā starpā saistīti ar attiecību (313. zīm.):

$$\frac{\sin \Theta_1}{\sin \Theta_2} = \frac{c_1}{c_2}, \tag{11}$$

kur c_1 un c_2 ir skaņas ātrumi pirmā un otrā vidē.



313. zīm.

Robežvirsma starp divām vidēm pieder vienā laikā kā vienai, tā otrai videi. Tātad robežvirsmas virsspiediena lielumam jābūt vienam un tam pašam neatkarīgi no tā, pie kādas vides pieskaita robežvirsmu. Pieskaitot robežvirsmu pirmai videi, virsspiediens ir suma: $p_1 + p_r$, kur p_1 — virsspiediens krītošā vilnī, bet p_r — virsspiediens atstarotā vilnī. Pieskaitot robežvirsmu otrai videi, apzīmēsim spiedienu ar p_2 (virsspiediens vilnī, kas iekļuvis otrā vidē). Uz robežvirsmas saskaņā ar sacīto jābūt spēkā šādam vienādojumam:

$$p_1 + p_r = p_2.$$

Analoģisks vienādojums ir pareizs arī attiecībā uz ātruma projekcijām, ja daļiņu svārstību kustības ātrumu projecējam uz atstarojošās virsmas normali:

$$\dot{\xi}_1 \cos \Theta_1 + \dot{\xi}_r \cos \Theta_1 = \dot{\xi}_2 \cos \Theta_2$$

(jo $\Theta_r = \Theta_1$; 313. zīm.).

Plakanā vilnī virsspiediens un svārstību ātrums sakrīt fazē, bet atstarotā vilnī virsspiediena un ātruma fazes ir pretējas. [Ja otrās vides akustiskā pretestība ($c\rho$) ir lielāka par pirmās vides pretestību, tad pie atstarošanas notiek daļiņu svārstību ātruma fazes maiņa par lielumu π («zaudē pusvilni»); turpretim virsspiediena faze nemainās. Ja otrai videi ir mazāka akustiskā pretestība nekā pirmai, tad pie atstarošanas svārstību ātruma faze nemainās, bet notiek virsspiediena «pusviļņa zudums».] Tādēļ krītošiem un otrā vidē nokļuvušiem viļņiem pēc formulas (7):

$$p_1 = c_1 \rho_1 \dot{\xi}_1 \quad \text{un} \quad p_2 = c_2 \rho_2 \dot{\xi}_2,$$

bet atstarotam vilnim

$$p_r = -c_1 \rho_1 \dot{\xi}_1.$$

No augšā uzrakstīto vienādojumu kopas nav grūti uzzināt, kāda ir attiecība starp virsspiedieniem atstarotos un caurgājušos viļņos un virsspiedienu krītošā vilnī:

$$\frac{p_r}{p_1} = \frac{c_2\rho_2 \cos\Theta_1 - c_1\rho_1 \cos\Theta_2}{c_2\rho_2 \cos\Theta_1 + c_1\rho_1 \cos\Theta_2};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2c_2\rho_2 \cos\Theta_1}{c_2\rho_2 \cos\Theta_1 + c_1\rho_1 \cos\Theta_1}.$$

Ja plakanais vilnis krīt normāli uz robežvirsmu starp abām vidēm, tad $\Theta_1 = \Theta_r = \Theta_2 = 0$ un uzrakstītie vienādojumi vienkāršojas:

$$\frac{p_r}{p_1} = \frac{c_2\rho_2 - c_1\rho_1}{c_2\rho_2 + c_1\rho_1};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2c_2\rho_2}{c_2\rho_2 + c_1\rho_1}.$$

Pēc minētām formulām var aprēķināt skaņas *atstarošanas un caurspiešanās koeficientus,* t. i., attiecību starp atstarotā vai caurgājušā viļņa skaņas stiprumu un krītošā viļņa skaņas stiprumu. Šim nolūkam var lietot formulu (9), kas nosaka skaņas intensitati un virsspiediena amplitudu skaņas vilnī. Atstarošanas koeficientam iegūstam:

$$\alpha = \frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{p_r}{p_1}\right)^2 = \frac{(c_2\rho_2 \cos\Theta_1 - c_1\rho_1 \cos\Theta_2)^2}{(c_2\rho_2 \cos\Theta_1 + c_1\rho_1 \cos\Theta_2)^2}, \tag{12}$$

bet caurspiešanās koeficientam:

$$\beta = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = \frac{4\rho_1 c_1 \rho_2 c_2 \cos^2\Theta_1}{(c_2\rho_2 \cos\Theta_1 + c_1\rho_1 \cos\Theta_2)^2}. \tag{13}$$

Tātad, ja I_1 ir skaņas intensitate pirmā vidē, tad pie viļņa normalās krišanas uz robežvirsmu skaņas intensitate I_2 otrā vidē ir

$$I_2 = \beta I_1,$$

kur

$$\beta = 4 \frac{\frac{c_1\rho_1}{c_2\rho_2}}{\left(\frac{c_1\rho_1}{c_2\rho_2}+1\right)^2}.$$

No tā redzams, ka, jo vairāk atšķiras vides akustiskās pretestības ($c_1\rho_1$ un $c_2\rho_2$) viena no otras, jo mazāka skaņas enerģijas daļa nokļūst caur abu vidu robežvirsmu. Nav grūti saprast, ka, ja otras vides akustiskā pretestība ir ļoti liela, salīdzinot to ar pirmās vides akustisko pretestību, tad

$$\beta \approx 4 \frac{c_1\rho_1}{c_2\rho_2};$$

ja turpretim otras vides akustiskā pretestība ir ļoti maza, salīdzinot to ar pirmās vides akustisko pretestību, tad

$$\beta \approx 4 \frac{c_2\rho_2}{c_1\rho_1}.$$

Zemāk dota dažu vielu akustiskās pretestības tabula.

Akustiskā pretestība $c\rho$

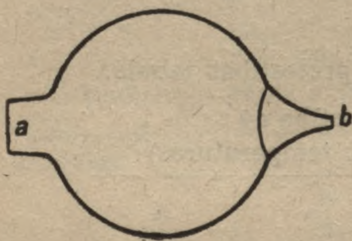
(MTS sistemā pie 15—20°C temperaturas)

Materials	c	ρ	$c\rho$
Dzelzs	5100	7,8	40000
Svins	1300	11,3	14700
Betons	2200	2,2	4840
Koks	5000	0,5	2500
Ūdens	1440	1,0	1440
Korķis	430	0,3	129
Gumija	60	1,0	60
Gaiss	340	0,0013	0,44

Lai spriestu par skaņas necaurlaidību caur divu vidu robežvirsmu, svarīgi ievērot, ka, ja viena no šīm vidēm ir plāna kārta — viegla šķērssieniņa, tad var izrādīties, ka skaņas caurlaišana var notikt ar šīs sieniņas kā lielas membranas elastiskām svārstībām.

Atmosferas gaisa atsevišķās kārtas, pateicoties nevienādam temperaturas stāvoklim, var būt ar dažādām akustiskām pretestībām; no šādu gaisa slāņu robežvirsmas notiek skaņas atstarošana. Ar to izskaidrojams, ka skaņas dzirdamības attālums atmosferā pakļauts stiprām svārstībām. Dzirdamības attālums atkarībā no gaisa viendabības pakāpes var mainīties 10 un vairākkārtīgi. Laika apstākļi (lietus, sniegs, migla) neietekmē gaisa skaņas caurlaišanas spēju. Skaidrā dienā un biezas miglas laikā dzirdamība var būt vienāda. Un otrādi, dienās, kad laika apstākļi liekas vienādi, gaisa skaņas caurlaidība var izrādīties dažāda, ja gaisa slāņu viendabība nepastāv.

152. §. Skaņas frekvence un sastāvs. Stāvviļņi caurulēs un stīgās. Vides harmonisku skaņas svārstību gadījumā skaņas augstuma sajūta objektivi atbilst svārstību *frekvencei*. Ja skaņas svārstības nav harmoniskas, tad pēc Furjē teoremas šādas svārstības var izteikt kā tādu harmonisku svārstību sumu, kuru frekvences ir kādas frekvences daudzkārtņi. Šai gadījumā harmoniskas svārstības komponenti, ko raksturo vismazākā frekvence ν, sauc par *pamattoni*, bet visas pārējās par *virstoņiem* (pirmā virstoņa frekvence ir 2ν, otra — 3ν utt.).

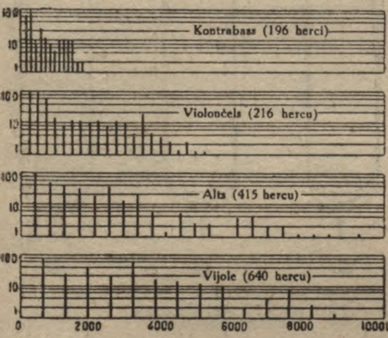


314. zīm. Helmholca rezonators.

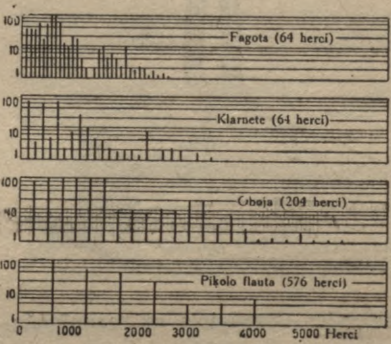
Akustiskā rezonance dod iespēju mēģinājumu ceļā analizēt komplicētas formas neharmoniskas skaņas svārstības, t. i., noteikt pamattoņa frekvenci un virstoņu relativo stiprumu. Tādai skaņas analizei noder *Helmholca rezonatoru* komplekts, ko veido dažāda izmēra tukšas stikla vai misiņa lodes (314. zīm.), kurām ir katrai pa divi caurumi: viens (a), pa kuru gaisa svārstības nokļūst lodes iekšpusē, un otrs mazs caurums (b), kuru eksperimentētājs ievieto ausī. Jebkuras formas skaņa ierosina Helmholca rezonatorā gaisa pašsvārstības, kuru frekvenci nosaka gaisa tilpums, kas ieslēgts rezonatorā. Bet šīs gaisa pašsvārstības tikai tad iegūst lielu amplitudu un dod stipras skaņas sajūtu, kad to frekvence ir tuva pamattoņa vai arī kāda stipra tās skaņas virstoņa frekvencei, kas šīs svārstības ierosina. Tādējādi, klausoties kādu skaņu un pieliekot pie auss vienu pēc otra dažādus Helmholca rezonatorus, kuru frekvences zināmas, nav grūti noteikt izpētījamās skaņas pamattoņa frekvences, kā arī to virstoņu frekvences, kuriem ir vislielākā amplituda.

Precizākai skaņas analizei lieto elektroakustiskus aparatus, kuros skaņas svārstības pārveidojas tādas pašas formas elektriskās svārstībās un šīs elektriskās svārstības tiek sadalītas harmoniskās komponentēs.

Skaņas analizes rezultatus bieži attēlo grafiski *akustiskā spektra* veidā: uz abscisu ass atliek frekvences, uz ordinatu ass — harmonisko komponentu (pamat- un virstoņu) relativos stiprumus, kas izteikti procentos no visintensivākās komponentes stipruma; ordinatām parasti lieto logaritmisko mērogu. 315a. un 315b. zīmējumā parādīti dažu muzikas instrumentu skaņu akustiskie spektri (analizējamās skaņas pamattoņa frekvence parādīta iekavās uz katra spektra blakus instrumenta nosaukumam). Vertikalo svītru stāvoklis norāda analizējamās skaņas harmonisko komponentu frekvences, bet šo svītru augstumi — komponentu relativo stiprumu. No parādītiem spektriem redzams, cik komplicēta ir katra skaņa, ko rada muzikas instru-



315a. zīm. Akustiskie spektri.



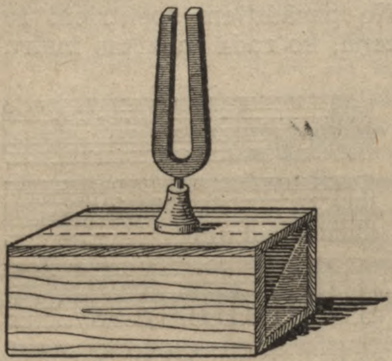
315b. zīm. Akustiskie spektri.

ments. Tādas komplicētas skaņas pamattoņa frekvenci uztveram kā skaņas augstumu, bet virstoņu stiprums un skaits nosaka skaņas *tembru*.

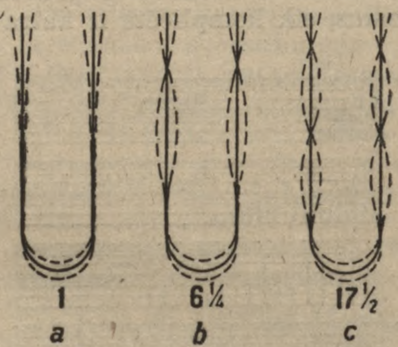
«Vistīrāko» skaņu (t. i., skaņu ar vājiem un nedaudziem virstoņiem) var dabūt ar toņdakšu (kamertoni) (316. zīm.), ja ar vijoles lociņu uzmanīgi velk gar toņdakšas zaru brīvajiem galiem. Lai šo skaņu skaidri sadzirdētu, toņdakšu piestiprina rezonējošai kastītei, kuras viens gals ir vaļā (kastītes garumam jābūt vienādam ar ceturto daļu no tā viļņu garuma, kāds ir toņdakšas pamattonim gaisā). Toņdakšas *zari* vibrē tā, ka rodas stāvvilnis, kas parādīts 317a. zīmējumā ar raustītu līniju. Šo svārstību, kas atbilst pamattonim, pārklāj svārstības, kas rada papildtoņus; redzami izceļas tās harmoniskās svārstības, kuru frekvences $6\frac{1}{4}$ un $17\frac{1}{2}$ reizes pārsniedz pamattoņa frekvenci.

Ja ar vijoles lociņu velk gar toņdakšas zariem nedaudz zem to vidus, tad pārsvarā ir 317b. zīm. parādītā svārstība. Šai gadījumā toņdakša izplata sevišķi tīru pirmo papildtoni, kura frekvence $6\frac{1}{4}$ reizes lielāka par pamattoņa frekvenci.

Pamattoņa frekvence skaņai, kādu izplata pūšamie muzikas instrumenti (piemēram, flauta, klarnete, fagots u. c.) atkarīga no gaisa staba garuma, kura rezonances svārstības pastiprina caurulē radīto skaņu. Šai gaisa stabā rodas skaņas stāvviļņi, un,



316. zīm. Toņdakša ar rezonējošu kastīti.

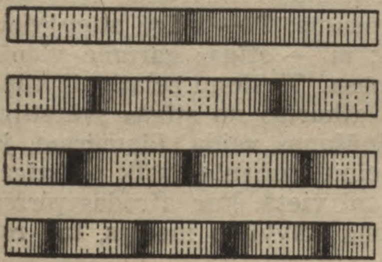


317. zīm.

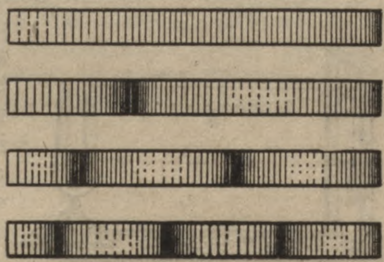
ja caurulei ir abi gali vaļā, tad caurules galos radīsies stāvviļņa blīzumi; ja, turpretim caurulei ir vaļā tikai viens gals, tad pie vaļējā gala radīsies blīzums, bet pie slēgtā — mezgls. Jebkurā stāvvilnī atstatumi starp blīzumiem vienmēr vienlīdzīgi pusei no viļņa garuma, tādēļ skaņas pamattonim, kuru ar rezonanci pastiprina caurule, kas v a ļ ē j a abos galos, viļņa garums ir vienlīdzīgs *divkāršam caurules garumam.* Vienā laikā ar šo pamatsvārstību caurulē, kuras abi gali ir vaļā, var svārstīties *visas virstoņu frekvences* (318a. un 318b. zīm.).

Ja caurule vienā galā ir s l ē g t a, tad skaņas pamattonim, kuru pastiprina šīs caurules rezonance, viļņa garums vienlīdzīgs *četrkārtīgam caurules garumam* (šai gadījumā, kā jau minējām, pie caurules vaļējā gala izveidojas blīzums, bet pie slēgtā — mezgls; atstatums starp blīzumu un mezglu ir ceturtdaļviļņa garumā). Salīdzinot 318b. zīmējumu ar 318a. zīmējumu, nav grūti saprast, ka caurulei, kuras viens gals ir slēgts, pamattoņa un virstoņu svārstību skaits attiecas kā 1:3:5:7 utt., t. i., *pārskaitļa virstoņu nav* (tiešām, ja pārgriezīsim 318a. zīmējumu vertikali uz pusēm un atmetīsim figuras, kurās caurules vidū ir blīzums, bet ne mezgls, tad iegūsim attēlus no visiem iespējamiem stāvviļņiem caurulē, kas vienā galā slēgta, t. i., dabūsim 318b. zīmējumu).

Skaņas frekvences, kādas rada stīga, atkarīgas no stīgas garuma, masas un uzvilkšanas stipruma, kā arī no stīgas svārstību ierosināšanas veida. Skaņas pamattonis un virstoņi, kurus izplata stīga, atbilst stīgas šķērssvārstību stāvviļņiem. Stāvviļņus stīgās izpētījis M e l d e (1860. g.), kura mēģinājumu schema



318a. zīm. Gaisa svārstības caurulē, kurai abi gali vaļā.



318b. zīm. Gaisa svārstības caurulē, kurai viens gals vaļā.

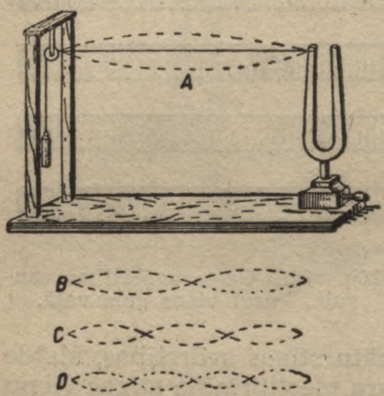
parādīta 319. zīmējumā. Lai ierosinātu stīgas svārstības, Melde lietoja toņdakšu, pie kuras viena zara piestiprināja stīgas vienu galu, bet otru stīgas galu pāri trīša skritulim noslogoja ar atsvaru. Norādītais svārstību ierosināšanas paņēmiens ir interesants tai ziņā, ka šai gadījumā gareniskie impulsi, kurus toņdakša dod stīgai, rada tajā šķērssvārstības. Tas ir t. s. *svārstību parametriskais ierosinājums* (no vārda «parametrs» — lielums; svārstīgās toņdakšas iedarbība uz stīgu izpaužas periodiskā stīgas uzstiepšanas stipruma maiņā).

Meldes mēģinājumā stīgas svārstību stāvviļņi rodas un ir spilgti izteikti, pastāvot noteiktai attiecībai starp toņdakšas svārstību skaitu un stīgas šķērssvārstību pašfrekvenci. Šo rezonances gadījumu sauc par *parametrisko rezonanci*; tā novērojama, kad ārējas iedarbības frekvences (toņdakšas frekvence) attiecība pret sistemas (stīgas) pašsvārstību frekvenci ir vesels skaitlis. Stīgas šķērssvārstību pašfrekvence ir proporcionala kvadratsaknei no stīgas uzstiepšanas spēka. Atkārtojot Meldes mēģinājumu, nav grūti uzmeklēt tādu atsvaru, kas uzstiepj stīgu tā, lai stīgas pašsvārstību frekvence būtu 2 reizes mazāka par toņdakšas svārstību frekvenci; tad izveidojas stāvvilnis, kas redzams 319. zīm. *A*. Ņemot 4 reizes vieglāku atsvaru, rodas mezgls stīgas vidū (319. zīm. *B*); ja samazina atsvara svaru 9, 16, 25 utt. reizes, tad mezglu skaits katrreiz pieaug par vienu.

Stīgu svārstību likumus noteica M e r s e n s (1636. g.). Šos likumus vispārināja T e i l o r s (1713. g.) teorētiski izvestā formulā

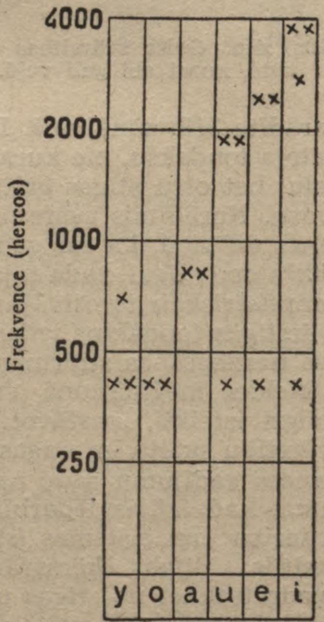
$$\nu_i = \frac{1 + n_i}{2L}\sqrt{\frac{T}{m}}; \tag{14}$$

ja $n_i = 0$, tad ν_0 nozīmē stīgas pamattoņa frekvenci, ja $n_i = 1$, 2, 3, 4 utt., tad ν_i nozīmē attiecīgā virstoņa frekvenci; L — stīgas garums; T — stīgu stiepjošais spēks; m — stīgas garuma vienības masa. Virstoņu relativais stiprums atkarīgs no stīgas svārstību ierosināšanas veida. Piemēram, ja ar lociņu uzmanīgi velk pa stīgas vidu tai vietā, kur atrodas pirmā virstoņa stāvviļņa mezgls, tad rodas skaņa, kas gandrīz vairs nesatur pirmo virstoni.



319. zīm. Meldes eksperiments.

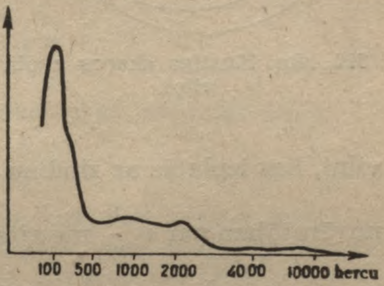
153. §. Runas un trokšņu skaņu frekvences. Balss saišķi izstaro r u n a s s k a ņ a s, kuru svārtībām ir ļoti komplicēts raksturs. Pateicoties rīkles dobuma un galvenokārt mutes dobuma rezonances īpašībām, saišķu izstarotās skaņas raksturs stipri mainās: atsevišķas komponentes, kuru frekvences tuvojas rezonances dobumu pašsvārstību frekvencēm, pastiprinās, un tieši uz tām arī koncentrējas izstarotās skaņas maksimalā enerģija. Tā kā dobuma pašsvārstību frekvenci nosaka tā izmēri un forma, tad acīm redzot maksimali pastipri-



320. zīm. Frekvenču diapazoni, kas raksturīgi patskaņiem (patskaņu f o r m a n t e s).

nāmo komponentu stāvokli nosaka forma, kāda tiek dota mutes dobumam, izrunājot vienu vai otru runas skaņu.

No ikdienišķās pieredzes zinām, ka katrai runas skaņai atbilst attiecīga mutes dobuma forma, ko nosaka mēles un lūpu stāvoklis, tātad *katrai runas skaņai atbilst viena vai vairākas raksturīgās frekvences vietas*; frekvences atrodas rezonējošo dobumu pašsvārstību frekvenču tuvumā. Tieši šī skaņas enerģijas koncentrēšana noteiktās frekvenču vietās (patskaņiem ļoti šaurās) arī dod iespēju atšķirt vienu runas skaņu no otras. Šīs katrai runas skaņai raksturīgās frekvenču vietas sauc par *formantēm*. Atsevišķu patskaņu formantu stāvokļi (pēc vācu datiem) ir parādīti 320. zīmējumā; ar diviem krustiņiem apzīmētas pamatformantes (galvenās formantes), ar vienu krustiņu apzīmētas otrās šķiras formantes, kuras izteic galvenokārt tembra individualās īpatnības.

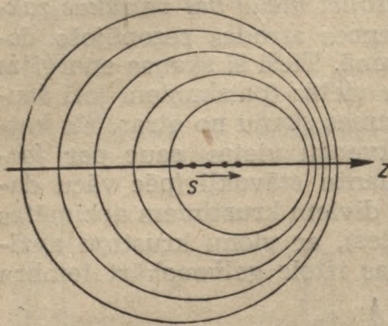


321. zīm.

Līdzskaņi, kuri pēc savas dabas drīzāk tuvināmi trokšņiem, arī raksturojami ar formantēm. Tomēr šeit formantu vietas ir p l a š ā k a s nekā patskaņiem un aptver ievērojami plašāku frekvenču diapozonu. Jāpiezīmē, ka atsevišķu patskaņu radīšanas procesā ņem dalību ne tikai balss saišķi vien, bet arī rezonances dobumi; piemēram, izrunājot līdzskani *s*, gaisa strūkla tiek spiesta starp mēli un zobiem; tas arī nosaka tā svilpjošo raksturu. Dažiem līdzskaņiem formantes atrodas ļoti augstu frekvenču robežās (piemēram, līdzskaņa *s* spektrs izplatās līdz 13 000 herciem).

Atšķirībā no muzikalām skaņām, par kurām vienmēr var konstatēt, ka tās sastāv no harmoniskām svārstībām, trokšņi ir skaņas, ko nosaka procesi ar laikā mainīgām frekvencēm un amplitudām. Kā iepriekšējā paragrafā paskaidrots, muzikalām skaņām raksturīgs ir linears akustiskais spektrs. Ja troksni mēģina sadalīt harmoniskās svārstībās, tad var konstatēt visu frekvenču svārstības, pat līdz 13 000—14 000 hercu augstas frekvences. 321. zīmējumā parādīts, piemēram, Bunzena degļa trokšņa spektrs.

154. §. Doplera parādība. Stāvot uz dzelzceļa stacijas perona, kam garām traucas vilciens, viegli ievērot lokomotives svilpiena toņa pazemināšanos, kas liecina par skaņas frekvences samazināšanos. Toņa maiņa novērojama tai momentā, kad lokomotive, nonākusi līdz novērotājam, sāk attālināties. Aprakstītās t. s. Doplera parādības cēlonis ir šāds: ja novērotājam tuvojas kāds skaņas viļņu avots, tad novērotāju šķeļ lielāks viļņu skaits sekundē nekā tad, kad svārstību avots attālinās. Rezultatā novērotājs uztver lielāku svārstību skaitu sekundē, kad skaņas avots tam tuvojas, un mazāku — kad attālinās.



322. zīm. Kustīga skaņas avota viļņi.

Pieņemsim, ka **s k a ņ a s a v o t s** S **v i r z ā s** uz novērotāju (322. zīm.) ar ātrumu $v \frac{m}{sec}$. Skaņas avots raida skaņas svārstības ar frekvenci ν. Tātad $\frac{1}{\nu}$ sec laikā avots S noraida vienu vilni, kas izplatās ar zināmu ātrumu c. Laikā $\frac{1}{\nu}$ avots S tuvojas novērotājam par $v\frac{1}{\nu}$ metriem. Tātad nākošā viļņa gals, kas nāk no skaņas avota pēc $\frac{1}{\nu}$ sekundes, atrodas (telpā) no iepriekšējā viļņa gala nevis atstatumā $\lambda = \frac{c}{\nu}$ (viļņa garums), kā tas būtu nekustīga skaņas avota gadījumā, bet gan mazākā:

$$\lambda' = \frac{c}{\nu} - \frac{v}{\nu} = \frac{c - v}{\nu}.$$

Tādēļ novērotājs uztver skaņu ar mazāku viļņa garumu λ'. Atbilstošā frekvence ir

$$\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{\nu}{1 - \frac{v}{c}}. \tag{15}$$

Ja skaņas avots attālinās ar ātrumu v, tad analoģiski viegli var pierādīt, ka frekvence, ko uztver novērotājs, ir

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{v}{c}}. \tag{15'}$$

Ja aplūko n o v ē r o t ā j a k u s t ī b u skaņas avota virzienā, tad, biežāk «sastopoties» ar viļņu virsotnēm, uztveramo svārstību frekvence palielinās.

Ja pieņemsim, ka novērotājs kustas skaņas avota virzienā ar ātrumu $v \frac{m}{sec}$, tad skaņas ātrums attiecībā pret novērotāju ir $c+v$ un gar novērotāju vienā laika vienībā paiet ν' viļņu, pie kam, kā parasti,

$$\nu' = \frac{c+v}{\lambda};$$

no otras puses

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

tādēļ

$$\nu' = \nu\left(1 + \frac{v}{c}\right). \tag{16}$$

Novērotājam attālinoties no skaņas avota, attiecīgi dabū:

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{v}{c}\right). \tag{16'}$$

Beidzot, vispārīgais gadījums būs tad, kad skaņas avots un novērotājs abi pārvietojas attiecībā pret vidi. Tad, pakāpeniski lietojot dabūtās formulas, var iegūt pārveidotās frekvences izteiksmi.

Visas formulas, kas attiecas uz minētiem gadījumiem, kļūst identiskas, ja v ir mazs. Proti:

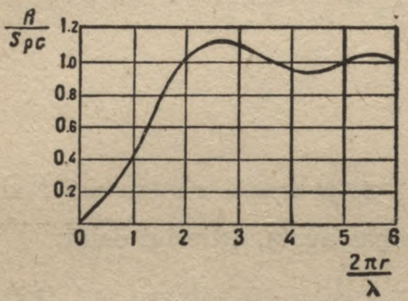
$$\nu' = \nu\left(1 \pm \frac{v}{c}\right), \tag{17}$$

kur minusa zīme nozīmē novērotāja un skaņas avota attālināšanos, bet plusa zīme — tuvošanos ar ātrumu v.

155. §. Akustisko izstarotāju jauda. Izstarošanas pretestība. Rupori. Viens no svarīgākiem uzdevumiem, kas jāveic skaņas teorijai, ir akustisko izstarotāju jaudas aprēķināšana. Kad svārstošs ķermenis — izstarotājs — atdod ārējai videi skaņas enerģiju, šis ķermenis izdara darbu pret *skaņas lauka reakciju* P, t. i., pret spēkiem, kuri rodas no virsspiediena izstarotajā vilnī (149. §) un kuri bremzē izstarotāja svārstīšanos. Lauka reakcija ir mainīgs lielums un mainās pēc tā paša likuma kā virsspiediens izstarojamos viļņos. Svarīga nozīme ir jautājumam par fazu starpību starp lauka reakciju P un izstarotāja svārstību kustības ātrumu $\dot{\xi}$. Pieņemsim, ka šī fazu starpība nav nulle, bet ka lauka reakcija aizsteidzas ātrumam par leņķi φ priekšā:

$$P = P_0 \sin \omega t;$$
$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_0 \sin (\omega t - \varphi).$$

Aprēķini rāda[1], ka norādītā vispārīgā gadījumā skaņas enerģija, kas katru sekundi tiek izstarota (izstarotāja akustiskā jauda), vienlīdzīga *pusei no izstarotāja svārstību kustības ātruma amplitudas reizinājuma ar skaņas lauka reakcijas amplitudu un ar* cos φ:



323. zīm.

$$N = \frac{\dot{\xi}_0 P_0}{2} \cos \varphi. \tag{18}$$

No uzrakstītās formulas redzams, ka fazu starpībai starp lauka reakciju un izstarotāja svārstību kustības ātrumu ir ļoti svarīga nozīme: jo mazāks fazes leņķis φ, jo lielāka ir tā izstarotāja akustiskā jauda, kas svārstās ar doto ātruma amplitudu. Lauka reakcijas amplitudas attiecību pret izstarotāja svārstību kustības ātruma amplitudu, reizinātu ar cos φ, sauc par *izstarošanas pretestību R*:

$$R = \frac{P_0}{\dot{\xi}_0} \cos \varphi. \tag{19}$$

Viegli pārliecināties, ka izstarotāja akustiskā jauda, kas izteikta ar izstarošanas pretestību, nosakāma pēc formulas:

$$N = \frac{\dot{\xi}_0^2}{2} R, \tag{20}$$

---

[1] Darbs, ko padara izstarotāja virsma laikā dt, ir

$$dA = P \dot{\xi} dt.$$

Jaudu, ko izstarotājs atdod skaņas laukam (t. i., to enerģiju, kas ik sekundi tiek patērēta skaņas viļņu radīšanai), nosaka darba integrala vidējā vērtība noteiktā laika sprīdī, piemēram, svārstību periodā T; tādēļ izstarotāja akustisko jaudu varam uzrakstīt tā:

$$N = \frac{1}{T} \int_0^T P \dot{\xi}\, dt = \frac{P_0 \dot{\xi}_0}{T} \int_0^T \sin \omega t \,.\, \sin (\omega t - \varphi)\, dt = \frac{P_0 \dot{\xi}_0}{2} \cos \varphi.$$

Iegūtā izteiksme ir analoģiska tai, kādu iegūst maiņstrāvas jaudai ķēdē, kurā elektrodzinējspēks aizsteidzas strāvai priekšā par leņķi φ (II sēj. IX nod.).

t. i., *izstarotāja akustiskā jauda vienlīdzīga pusei no ātruma amplitudas kvadrata reizinājuma ar izstarošanas pretestību.*

Kad izstarotāja izmēri ir ļoti lieli, salīdzinot ar viļņa garumu, tad tas izstaro plakanu vilni, kurā virsspiediens un ātrums sakrīt fazē (149. §). Sakarā ar to lauka reakcija un izstarotāja ātrums arī sakrīt fazē. Šai, t. i., plakanu viļņu izstarošanas, gadījumā izstarošanas pretestība vienlīdzīga ar izstarotāja laukumu S, kas reizināts ar vides akustisko pretestību:

$$R = c\rho_0 S. \tag{21}$$

Bet ja izstarotājs, salīdzinot ar viļņa garumu, ir mazs, tad tas izplata sferisku vilni, kurā spiediens un ātrums nesakrīt fazē. Pie tam, kā to rāda formula (19), izstarošanas pretestība ir jo mazāka, jo tuvāk leņķis φ leņķim $\frac{\pi}{2}$ un līdz ar to izstarotāja akustiskā jauda ir maza.

Piemēram, 323. zīmējumā attēlota stingra, plakana diska izstarošanas pretestība atkarībā no diska relatīviem izmēriem, ja disks svārstās bezgalīgi lielā vides izplatījumā. No līknes redzams, ka tad, kad diska radiuss r ir liels samērā ar viļņa garumu, izstarošanas pretestība gandrīz sakrīt ar lielumu, kas dots formulā (21) (attiecība $\frac{R}{c\rho_0 S}$ ir tuvu vienam). Turpretim mazam diskam izstarošanas pretestība ātri samazinās, viļņa garumam palielinoties. Līknes krītošo daļu, kas raksturo izstarošanas pretestību sferiskiem viļņiem, var diezgan precizi izteikt ar tuvinātu formulu:

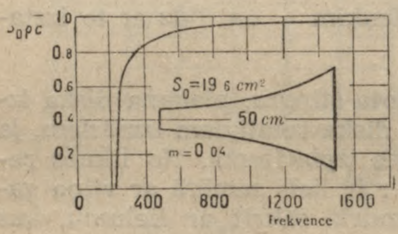
$$R = \frac{\rho_0}{2\pi c}\,\omega^2 S^2. \tag{22}$$

Tātad, ja izstarotāja (plakana svārstīga diska) izmēri ir doti, tad formula (21) izteic izstarošanas pretestību augstām frekvencēm (īsiem viļņiem), bet formula (22) — zemām frekvencēm (gariem viļņiem). Jo mazāki ir izstarotāja izmēri, jo augstākas ir frekvences, pie kurām var sākt lietot formulu (21), un jo plašāks ir tas frekvenču diapazons, kurām izstarošanas pretestību aprēķina pēc formulas (22), t. i., jo plašāks ir frekvenču diapazons, kurām izstarošanas pretestība un tātad arī izstarotāja akustiskā jauda ir mazi.

Akustikas lietošana technikā bieži prasa, lai izstarotājam būtu vienāda jauda augsto, vidējo un zemo frekvenču joslās (šāda īpašība nepieciešama patafona membranai un skaļruņa difuzoram). Bet, ja izstarotāja izmēri ir mazi, tad pie dotām svārstības amplitudām ir gan apmierinoša augsto toņu izstarošanas jauda, bet zemo toņu izstarošanas jauda ir ļoti maza.

No sacītā kļūst skaidrs, ka maza izmēra izstarotāji nav izdevīgi. Tomēr jāiegaumē, ka liela izmēra izstarotājiem ir tā neērtība, ka to masa ir liela un tādēļ, lai iegūtu vajadzīgās amplitudas svārstības, nepieciešams pielikt ļoti lielus spēkus. Tālab no tehniskā viedokļa ir vēlams nostādīt maza izmēra izstarotāju visizdevīgākos akustiskā režima apstākļos.

Šo uzdevumu var atrisināt ar specialu ierīci, kas savieno izstarotāju ar atklātu telpu, un proti, ar *ruporu*. Rupors ir pakāpeniski paplašināta caurule, kuras šaurajā galā (kaklā) svārstās izstarotājs. Rupora stingrās sieniņas neļauj skaņas viļņiem «izplesties» uz visām pusēm. Tātad viļņa fronte patur vairāk vai mazāk plakanu formu, tādēļ fazes leņķis starp spiedienu un ātrumu ir tuvs nullei un var lietot formulu (21) ne tikai augsto, bet arī zemo frekvenču diapazonā. Sakarā ar to izstarošana caur ruporu ir lielāka nekā bez rupora. Skaņas vilnis nokļūst atklātā telpā rupora galā, kura izmēriem jābūt pietiekami lieliem (salīdzinot ar viļņa maksimalo garumu). Šeit viļņa frontei ir pietiekami liels laukums, lai izslēgtu viļņa «izplešanās» iespēju.



324. zīm. Eksponencialais rupors.

Nav grūti atrisināt arī jautājumu par optimalo formu, kāda jāpiešķir ruporam, lai vislabāk nodrošinātu viļņa frontes plakano formu. Acīm redzot viļņa «izplešanās» iespēju nosaka rupora paplašināšanas straujums, citiem vārdiem — rupora šķērsgriezuma maiņas ātrums (atkarībā no atstatuma līdz sākuma šķērsgriezumam). Dabiska ir prasība, lai rupora šķērsgriezums pieaugtu jo lēnāk, jo mazāks ir viļņa frontes laukums aplūkojamā vietā ruporā. Šim nolūkam nepieciešams, lai rupora šķērsgriezuma pieaugšanas ātrums $\frac{dS}{dx}$ būtu katrā vietā proporcionals šķērsgriezuma laukumam S; noteikums

$$\frac{dS}{dx}=mS$$

(m — proporcionalitates koeficients) tūlīt dod rupora optimalās formas vienādojumu. Separējot mainīgos lielumus, iegūstam:

$$\frac{dS}{S}=mdx,$$

jeb integrējot:

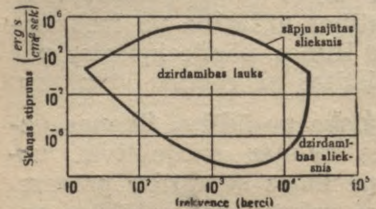
$$S = S_0 e^{mx}. \tag{23}$$

Šeit S_0 ir integrēšanas konstante, kas nosaka rupora sākuma šķērsgriezumu; e — naturalo logaritmu baze, ko sauc par paplašināšanās koeficientu.

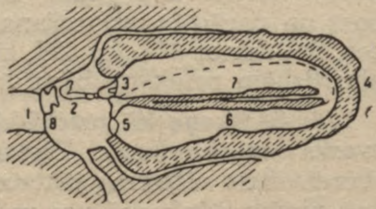
Ruporus, kuru formu nosaka vienādojums (23), sauc par *eksponencialruporiem.* 324. zīmējumā attēlots eksponencialrupors un parādīta izstarošanas pretestības atkarība no frekvences. Salīdzinot 323. un 324. zīmējumu līknes, pārliecināmies par akustiskām priekšrocībām, kādas saistītas ar ruporu lietošanu.

156. §. Skaņa kā psichiski fizioloģiska parādība. Skaņas uztveres mechanisms. Pievērsīsimies skaņas subjektivai uztverei. Šeit vispirms jāatzīmē, ka ne katrs svārstību process, kas nonāk līdz ausij, var radīt skaņas sajutu: šim nolūkam nepieciešami, lai procesa frekvence un skaņas stiprums neizietu ārpus zināmām (tiesa, diezgan plašām) robežām. Frekvences apakšējā robeža ir apm. 20 svārstību 1 sekundē (20 herci), augšējā robeža atrodas starp 16 000 un 20 000 herciem. Šīs robežas visiem cilvēkiem nav vienādas un ir pakļautas individualām svārstībām, kuras atsevišķos gadījumos ir diezgan ievērojamas. Frekvenci, kas atrodas norādīto robežu iekšpusē, sauc par *skaņu frekvenci.* Līdzīgas robežas pastāv arī auss uztveramo skaņu stiprumam. Lai skaņu frekvences vilnis radītu skaņas izjūtu, nepieciešams, lai skaņas stiprums pārsniegtu kaut kādu zināmu minimalu lielumu, ko sauc par *dzirdamības slieksni.* Skaņu, kuras stiprums ir zem dzirdamības sliekšņa, auss neuztver, jo skaņa ir par vāju. No otras puses, ļoti stipras skaņas (simti tūkstošu $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2\text{sec}}$) arī neizjūt kā skaņu, tās rada sāpju sajūtu un spiedienu ausī. Skaņas stipruma maksimalo lielumu, ko pārsniedzot, jau rodas sāpes, sauc par *sāpju sajūtas slieksni.*

Abu sliekšņu — kā dzirdamības, tā arī sāpju sliekšņa — lielumi ir dažādi dažādās frekvenču joslās. Auss ir visjutīgāka vidējo frekvenču diapazonā (1000—3000 hercu): dzirdamības robeža šeit ir $10^{-8}\ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2\text{sec}}$. Pie tāda skaņas stipruma gaisa daļiņu svārstību amplitudas lielums ir aptuveni 10^{-10} cm, t. i., simt reizes mazāks par molekulu diametru. Zemo un augsto frekvenču joslā dzirdamības slieksnis atrodas daudz augstāk, t. i., auss ir daudz nejutīgāka pret zemiem un augstiem toņiem. Sāpju sajūtas slieksnis visaugstāks ir vidējo frekvenču joslā, nedaudz samazinoties kā uz zemāko, tā arī uz augstāko frekvenču pusi. 325. zīmējumā attēlotas līknes, kas rāda abu slieksņu atkarību no frekvences. Augšējā līkne attiecas uz sāpju slieksni, apakšējā — uz dzirdamības slieksni. Acīm redzams, ka josla, kas atrodas starp abām līknēm, nosaka visu ausīm uztveramo skaņu frekvenču un stiprumu diapazonu, tādēļ šo joslu sauc par d z i r d a m ī b a s l a u k u.



325. zīm.



326. zīm. Dzirdes aparata schema.

Auss ir skaņas uztveršanas aparats, kas darbojas ļoti plašā frekvenču un amplitudu diapazonā. Lielais dzirdamības lauka platums (jāiegaumē, ka 325. zīm. koordinatu asis telpas ekonomijas dēļ konstruētas logaritmiskā mērogā) ir saistīts ar diezgan sarežģītu dzirdes aparata uzbūvi. Ierobežosimies šeit ar stipri v i e n k ā r š o t a s schemas aprakstu (326. zīm.).

Skaņas vilnis, nonākot līdz ārējai ausij, nokļūst ārējā dzirdes kanalī *(1)*, kura galā atrodas *bungādiņa (8)*. Skaņas viļņa periodiski mainīgā spiediena ietekmē bungādiņa svārstās, izdarot uzspiestas svārstības ar uztveramās skaņas frekvenci. Bungādiņas svārstības ar saistītu kauliņu sistemu *(2)* — veserīti, laktiņu un kāpslīti, kas darbojas kā svira, tiek pārnestas uz t. s. ovalo lodziņu *(3)*, kas noslēdz auss labirinta iekšējo dobumu. Auss labirints tai daļā, kurā atrodas pret mechanisku kairinājumu jutīgie dzirdes nerva galiņi, ir piepildīts ar gandrīz nesaspiežamu šķidrumu — *endolimfu;* endolimfa pārnes ovalā lodziņa svārstības uz apaļo lodziņu *(5)* un savā kustībā liek svārstīties t. s. *pamatmembranas (6)* noteiktām daļām. Pamatmembrana ir galvenā un interesantākā dzirdes organa daļa; to veido dažāda garuma šķiedras (kopskaitā vairāki tūkstoši), no kurām katra noskaņota uz kādu noteiktu toni. Kaut ko līdzīgu veido arī uzstiepto stīgu sistema klavierēs: katrai stīgai ir sava pašsvārstību frekvence, un, ja līdz stīgām nonākošā skaņas vilnī atrodas svārstības ar tādu pašu frekvenci, tad attiecīgā stīga sāk svārstīties (rezonance). Tāpat arī endolimfas kustības iešūpo pamatmembranā tās šķiedras, kas noskaņotas uz uztveramo skaņas viļņu frekvencēm. Sakarā ar to nervu gali (t. s. matu šūniņas) pieskaras paraleli gulošai *tektorialai membranai* (7) un rada specifisku nervu kairinājumu.

Šeit aprakstīto skaņas uztveršanas mechanisma ainu pagājušā gadsimtā izstrādāja H e l m h o l c s (dzirdes rezonances teorija). Helmholca teorija sastapa veselu rindu iebildumu un, lai tos novērstu, vairākkārt tika izvirzītas citas dzirdamības teorijas. Tomēr, neraugoties uz dažām diezgan ievērojamām grūtībām, rezonances teorija savā tagadējā formā labāk par visām citām ir saskaņojama ar tiem datiem, kādus ieguvusi dzirdes organa anatomija un fizioloģija; jādomā, ka savā pamatā tā ir pareiza, lai gan varbūt arī ne visai pilnīgi attēlo patieso parādību.

Sakarā ar aprakstīto skaņu uztveršanas mechanismu kļūst saprotams, ka auss spēj atšķirt saliktas skaņas (piemēram, akorda) atsevišķas komponentes. Redzes organam — acij — uztverot dažādu frekvenču svārstības vienā laikā (piemēram, saliktu krāsu), pretstatā ausij, nav spektra aparata īpašību: tā nesadala saliktu svārstību vienkāršās sastāvdaļās. Turpretim dzirdes organs analizē svārstību procesu, izvēršot to vienkāršu harmonisku svārstību spektrā; tādēļ no fizikalā viedokļa auss ir rezonatoru komplekts ar skaidri izteiktu selekcijas spēju.

157. §. Skaņas skaļums. Skaņas intensitatei atbilst skaņas skaļuma izjūta. Saprotams, ka skaņas intensitate un skaļums nav vienādi jēdzieni. Skaņas intensitate objektivi raksturo fizikalo procesu neatkarīgi no tā, vai klausītājs to uztver vai ne; skaļums turpretim ir tīri subjektiva īpašība; tādēļ, stingri ņemot, kvantitates mērogu uz to nevar attiecināt. Tomēr, ja mēs novietosim vienas un tās pašas skaņas skaļumus rindā, kura pieaug tai pašā virzienā kā skaņas stiprums, un vadīsimies no auss uztvertām skaļuma pieauguma pakāpēm (skaņas stiprumam nepārtraukti pieaugot), tad varēsim konstatēt, ka skaņas skaļums pieaug ievērojami lēnāk par stiprumu. Saskaņā ar pazīstamo V e b e r a-F e c h n e r a psichiski fizikalo l i k u m u auss, tāpat kā citi maņu organi, novērtē ārējā kairinājuma intensitati logaritmiskā mērogā: *sajutas stipruma pieaugums proporcionals divu salīdzināmo kairinājumu enerģiju attiecības logaritmam.*

Izvēloties skaļumu skalu, jāievēro šis logaritmiskais likums. Vienosimies, ka uz dzirdamības sliekšņa skaļums ir nulle; pēc Vebera-Fechnera likuma skaņas skaļums ir proporcionals skaņas stipruma I un tās pašas skaņas dzirdamības sliekšņa stipruma I_0 attiecības logaritmam:

$$L = k \lg \frac{I}{I_0}. \tag{24}$$

Šajā vienlīdzībā L ir nenosaukts lielums, kas raksturo skaņas skaļumu, ja skaņas stiprums ir I; k — proporcionalitates koeficients. Lielumu L parasti sauc par *skaņas līmeni.*

Proporcionalitates koeficientu k, vispārīgi ņemot, var izvēlēties pilnīgi brīvi. Ja pieņem, ka tā lielums ir viens, tad skaņas līmenis tiks izteikts vienībās, ko sauc par b e l i e m:

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \text{ belu.}$$

Praksē izrādījies visizdevīgāk lietot vienības, kas 10 reizes mazākas; šīs vienības sauc par d e c i b e l i e m. Koeficients k formulā (24) tagad acīm redzot ir 10:

$$L' = 10 \lg \frac{I}{I_0} \text{ decibelu.} \qquad (24')$$

Lai iegūtu konkretāku jēdzienu par decibelu, jāiegaumē, ka minimalais skaļuma pieaugums, kādu uztver cilvēka auss, ir aptuveni vienu decibelu liels. Zemāk ievietotā tabula dod iespēju orientēties dažādu skaņu skaļuma līmeņa lielumos.

Jāiegaumē, ka dzirdamības sliekšņa tuvumā Vebera-Fechnera likums zaudē savu spēku, tādēļ ļoti vāju skaņu skaļuma līmenis nedod kvantitativu jēdzienu par to subjektivo skaļumu.

Dažādu skaņu līmeņi[1]

Skaņa	Līmenis decibelos	Skaņas stiprums $\frac{\text{ergi}}{\text{cm}^2 \text{ sek}}$	Efektivais spiediens barijos
Tikko sadzirdama	0	1.10^{-6}	$6{,}4\ .10^{-3}$
Klusi čuksti 1,5 m atstatumā . . .	10	1.10^{-5}	$2{,}04.10^{-2}$
Pulksteņa tikšķēšana	20	1.10^{-4}	$6{,}4\ .10^{-2}$
Soļi uz mīksta paklāja 3—4 m atstatumā	30	1.10^{-3}	$2{,}04.10^{-1}$
Klusa saruna	40	1.10^{-2}	$6{,}4\ .10^{-1}$
Glāzes vibrēšana apm. 1 m atstatumā	50	1.10^{-1}	2,04
Vidēji skaļa runa	60	1	6,4
Dzīva kustība uz ielas	70	1.10^{1}	$2{,}04.10^{1}$
Kliedziens	80	1.10^{2}	$6{,}4\ .10^{1}$
Troksnis tipogr. spiestuvē	90	1.10^{3}	$2{,}04.10^{2}$
Liela orķestra fortissimo	100	1.10^{4}	$6{,}4\ .10^{2}$
Lidmašinas motora troksnis 3 m atstatumā	110	1.10^{5}	$2{,}04.10^{3}$
Sāpju sajūtu rašanās	120	1.10^{6}	$6{,}4\ .10^{3}$

[1] Skaitļi ailēs «Skaņas stiprums» un «efektivais spiediens» aprēķināti skaņu vidējo frekvenču joslām (ap 1000 hercu), un tiem ir orientēšanas raksturs.

Pēc skaņas nevienādā skaļuma, uztverot augstas frekvences skaņu ar labo un kreiso ausi, smadzeņu dzirdes centrā rodas priekšstats par pienākošo skaņu viļņu virzienu (tas ir t. s. *binauralais efekts).* Zemas frekvences skaņām binauralo efektu rada ar labo un kreiso ausi uztverto skaņu fazu starpību izjūta. Ja pie vienas auss skaņa pienāk par 3.10^{-5} sec ātrāk vai vēlāk nekā pie otras auss, tad to jau var izjust un to novērtējam kā skaņas avota novirzīšanos par apm. 3^0 no taisnes, kas «tieši pretim» novērotājam.

158. §. Skaņas augstums. Muzikalie intervali. Kā jau sacīts, skaņu svārstību (sinusoidalas formas) frekvencei atbilst skaņas augstuma sajūta. Saliktu nesinusoidalu svārstību gadījumā skaņas augstumu auss novērtē pēc pamattoņa augstuma (pamattoņa periods sakrīt ar analizējamās skaņas periodu). Virstoņi, pat ja to relativais stiprums ir liels, maz ietekmē skaņas augstuma izjūtu.

Auss nespēj novērtēt skaņas augstumu, ja skanēšanas ilgums ir mazāks par $\frac{1}{20}$ sec. Šai laika sprīdī, kas nepieciešams skaņas augstuma novērtēšanai, viszemākie mums uztveramie toņi veiks 1—2 svārstības, bet visaugstākie dzirdamie toņi — līdz 1000 svārstību.

Ja divi frekvenču ziņā tuvi toņi skan vienā laikā, to augstumus var atsevišķi sadzirdēt, ja šo skaņu frekvenču relativā starpība pārsniedz 2—3%:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} \approx 0{,}02.$$

Mazākas frekvenču starpības gadījumā ir dzirdama viena vidēja augstuma kopskaņa.

Ja vienā laikā skan viens otram tuvi toņi, tad rodas *pulsacijas* (ātri viens otram sekojoši skaņas vājinājumi un pastiprinājumi), kuri sevišķi nepatīkami dzirdei, ja sitienu skaits ir 33 vienā sekundē.

Ja vienā laikā skan divi toņi ar lielu skaņas stiprumu (tāpat kā ķermeņu svārstību kustībā divu periodisku lielas amplitudas spēku iedarbībā, kad nepastāv vairs proporcionalitate starp novirzi un darbīgiem spēkiem), tad parastie svārstību saskaitīšanas likumi (133. §) kļūst sarežģītāki. Šai gadījumā, kā to parādījis H e l m h o l c s, divu periodisku piespiedēju spēku kopējā darbība, kuru frekvences ir ν_1 un ν_2, dod tādas formas rezultējošo svārstību, ko var uzskatīt par sastāvošu no četrām harmoniskām svārstībām ar frekvenqēm: ν_1, ν_2, $\nu_1 - \nu_2$ un $\nu_1 + \nu_2$. Divas pēdējās svārstības sauc par diferences un sumas *kombinētām svārstībām*. Kombinētās svārstības var rasties mūsu dzirdes aparatā (sakarā ar novirzīšanos no proporcionalitates starp kāpslīša novirzi un audu elastiskiem spēkiem). Diferences kombinētie toņi parasti ir skaidri sadzirdami, bet, kas attiecas uz sumas kombinētiem toņiem, tad tie tikko sadzirdami.

Muzikā svarīgs ir nevis absolutais, bet relativais skaņas augstums. Sastādot toņu muzikalo secību — sastādot melodiju, tāpat arī saskaņojot vienā laikā muzikalus toņus — toņu harmonijās, lieto galvenokārt tādus frekvenču intervalus ($\Delta\nu$), pie kuriem skaņu frekvenču attiecības $\frac{\nu_1}{\nu_2}$, $\frac{\nu_2}{\nu_3}$ utt. izteicamas kā daļas $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ utt. Ikvienam šādam *muzikalam intervalam*, ko nosaka skaņu frekvenču attiecība, ir dots noteikts nosaukums:

Muzikalo intervalu nosaukumi	Frekvenču attiecība
Unisons (prima)	1 : 1
Oktava	1 : 2
Kvinta	2 : 3
Kvarta	3 : 4
Lielā terca	4 : 5
Mazā terca	5 : 6
Duodecima	1 : 3
Lielā seksta	3 : 5

Šeit minētiem visdaiļskanīgākiem intervaliem ir kopējs nosaukums — *konsonances*[1]. Lieto arī mazāk daiļskanīgus intervalus — *disonances*[2].

Katru intervalu, kas mazāks par mazo pustoni, sauc par komu, bet parasti ar komu saprot intervalu 80:81.

Muzikalo intervalu nosaukumi	Frekvenču attiecība
Lielā sekunda (lielais tonis) . .	8 : 9
Mazā sekunda (mazais tonis). . .	9 : 10
Lielā septima	8 : 15
Mazā septima	5 : 9
Lielais pustonis	15 : 16
Mazais pustonis . . . . ,	24 : 25

[1] No latiņu vārda *consonare* — saskanēt.
[2] No latiņu vārda *dissonare* — nesaskanēt.

Uzmanību pievērš fakts, ka muzikā nelieto intervalus, kurus nosaka daļas, kas satur skaitli 7. Šis skaitlis it kā atšķir konsonances no disonancēm (daļās, kas nosaka konsonances, skaitītājā un saucējā ir skaitļi, kas mazāki par 7).

Toņu rindu, kur divi blakustoņi veido oktavu, sajūt kā tādu toņu rindu, kurā toņi ir vienādos atstatumos augstuma ziņā. Tātad toņu frekvenču ģeometriskā progresija atbilst toņu augstuma subjektivā novērtējuma aritmetiskai progresijai.

Konsonances pilnība acīm redzot stāv sakarā ar toņu skaitu, kas kopējs abām skaņām. Piemēram, ņemsim divas skaņas ar frekvencēm 200 un 400 hercu, kas veido oktavu, un uzrakstīsim 5 zemāko virstoņu frekvences:

200	**400**
400	800
600	1200
800	1600
1000	2000
1200	2400

Redzam, ka divām skaņām, kas veido oktavu, no 5 zemākiem virstoņiem 2 virstoņi ir kopīgi un bez tam augstākās skaņas pamattonis sakrīt ar zemākās skaņas pirmo virstoni.

Disonance ir jo nedaiļskanīgāka, jo vairāk ir pulsaciju (ar frekvenci no 10—15 hercu), sakarā ar skaņu virstoņu un kombinēto toņu kombinacijām. Ņemsim, piemēram, drusku «izskaņotu» oktavu: divas skaņas ar frekvencēm 200 un 410 hercu:

200		**410**
400	10	820
600	20	1230
800		1640
1000	30	2050
1200		2460

Redzam, ka šai gadījumā notiek pulsacijas ar frekvencēm 10, 20 un 30 hercu. Blakus tam norādīto skaņu pamattoņi dod diferences kombinēto toni ar frekvenci 210, kura kombinacija ar zemākās skaņas pamattoni tāpat dod pulsaciju ar 10 hercu frekvenci.

Triju un vairāku skaņu savienojumu sauc par *akordu*. Daiļskanīgāko akordu — *mažora trīsskani* — iegūst, kad pamattoņa frekvences atbilst attiecībai 4:5:6. Šā akorda atkārtojumi ir *dabiskās mažora gammas* pamatā:

do re mi fa sol la si do_1

8 : 9	9 : 10	15 : 16	8 : 9	9 : 10	8 : 9	15 : 16
lielais tonis	mazais tonis	pustonis	lielais tonis	mazais tonis	lielais tonis	pustonis

Patiešām, nav grūti ievērot, ka ar šādiem intervaliem skaņu frekvences: do-mi-sol, tāpat arī sol-si-re un fa-la-do_1 attiecas kā skaitļi 4:5:6 $\left(\text{piemēram: } \frac{\nu_{do}}{\nu_{mi}} = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}\right)$.

327. zīm. Klavieru gamma (nošu apzīmējumi).

Mažora trīsskanis ir skaņas (ar kādu frekvenci ν) savienojums ar tās lielo tercu $\left(\frac{5}{4}\nu\right)$ un kvintu $\left(\frac{3}{2}\nu\right)$: $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \mathbf{4 : 5 : 6}$.

Tāpat ļoti daiļskanīgs ir *minora trīsskanis*, kas ir skaņas (ar kādu frekvenci ν) savienojums ar tās mazo tercu $\left(\frac{6}{5}\nu\right)$ un kvintu $\left(\frac{3}{2}\nu\right)$: $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2} = \mathbf{10 : 12 : 15}$.

No minora akorda atkārtojumiem konstruēta *dabiskā minora gamma:*

do re mi♭ fa sol la♭ si♭ do_1

8 : 9	15 : 16	9 : 10	8 : 9	15 : 16	8 : 9	9 : 10
lielais tonis	pustonis	mazais tonis	lielais tonis	pustonis	lielais tonis	mazais tonis

(zīmi ♭ sauc par *bemolu*, un tā nozīmē skaņas augstuma pazemināšanu par pustoni, t. i., attiecībā $\frac{16}{15}$. Skaņas toņa paaugstināšanu par pustoni apzīmē ar ♯ — *diezu*). Ar norādītiem intervaliem starp gammas skaņām rodas minora trīsskaņi:

do — mi $\flat$ — sol, tāpat sol — si$\flat$ — re_1 un fa — la$\flat$— do_1 (piemēram: $\frac{\nu_{do}}{\nu_{mi\flat}} = \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = \frac{10}{12}$). Blakus šai minora gammai, ko muzikā, sastādot melodijas, lieto kā «krītošu» gammu, lieto arī «kāpjošu» minora gammu, kura atšķiras no mažora gammas vienīgi ar skaņas mi apmaiņu pret mi $\flat$. Harmonijā lieto minora gammu, kas atšķiras no mažora gammas ar šādu skaņu aizstājumu: mi ar mi$\flat$ un la ar la$\flat$ (bet si ņem bez bemola).

Kā no augstāk minētām mažora un minora gammu schemām redzams, intervali starp blakusskaņām šajās naturalās gammās nav vienādi. Tas rada lielas neērtības, kuras novērš ar to, ka, ziedojot absoluto muzikalo tīrskanību, lieto t. s. *temperēto gammu*, kas oktavā satur 12 savā starpā vienādus intervalus tā, ka katras blakusskaņas frekvence pārsniedz iepriekšējās skaņas frekvenci $\sqrt[12]{2} = 1{,}05946$ reizes. Temperētas gammas schema parādīta 327. zīmējumā. Svarīgākās konsonances temperētā gammā gandrīz netiek pārkāptas: unisons un oktava, protams, paliek negrozīti; kvartu un kvintu temperētā gammā izteic kā attiecību starp vienu un $2^{\frac{5}{12}} = 1{,}3348$ resp. 1 un $2^{\frac{7}{12}} = 1{,}4983$, turpretim naturalās gammās kvartu un kvintu izteic attiecība $\frac{4}{3} = 1{,}3333$ un $\frac{3}{2} = 1{,}5000$.

Saskaņā ar starptautisku vienošanos (1885. g.) skaņas la_3 frekvence (la — vijoles otrā stīga) pieņemta 435 hercu liela. Zemāk dota tabula citām naturalās un temperētās gammas skaņām:

Skaņas nosaukums (nošu apzīmējums)	Frekvence	
	naturalā gammā	temperētā gammā
do_3	261	258,652
re_3	$293\frac{5}{8}$	290,327
mi_3	$326\frac{1}{4}$	325,881
fa_3	348	345,259
sol_3	$391\frac{1}{2}$	387,541
la_3	435	435
si_3	$489\frac{3}{8}$	488,271
do_4	522	517,305

159. §. Skaņas tembrs. Kā jau agrāk minēts (152. §), skaņas tembrs ir atkarīgs no virstoņu skaita un to relativā stipruma. Svarīgs objektivs tembra raksturojums ir akustiskais skaņas spektrs (315. zīm.).

Agrāk jau norādījām, ka viena un tā paša muzikas instrumenta virstoņu relativais stiprums atkarīgs no skaņas ierosināšanas paņēmiena. Tā, piemēram, stīgas radīto skaņas tembru var mainīt plašās robežās, izceļot vienus vai otrus virstoņus (šim nolūkam, ierosinot skaņu, ar lociņu vajag vilkt tur, kur atrodas dotā virstoņa stāvviļņu blīzums).

Stīgu instrumentu skaņas tembrs ir stipri atkarīgs no instrumenta dažādo elementu (bieži koka elementu) uzbūves un īpašībām, jo, pateicoties rezonancei, tiek izcelts viens vai otrs virstonis.

Jaunākie pētījumi rāda, ka skaņas tembru nenosaka virstoņu skaits un relativais stiprums vien, bet arī raksturīgie skaņas pieaugšanas un mainīguma procesi. Š t u m p f a (1926. g.) un citu pētnieku mēģinājumos konstatēts, ka gadījumā, ja izslēdz skaņas veidošanas sākuma stadiju (ja uzsāk klausīšanos, kad kādas skaņas skanēšana kļūst stacionara), tad skaņas tembrs izliekas citāds; šai gadījumā dažādu muzikas instrumentu radītās skaņas ir tik līdzīgas tembra ziņā, ka pat piedzīvojuši muziķi bieži kļūdās, nosakot instrumentu pēc skaņas tembra.

Stīgu instrumentos katras skaņas pieaugšanas ilgums ir apm. $\frac{1}{10}$ sek. Šai skanēšanas sākuma stadijā skaņa ir nestacionara ne tikai amplitudas ziņā, bet mainās arī raksturīgais skaņas frekvenču sastāvs. Pirmā skaņas pieaugšanas momentā pārsvarā augstie virstoņi (ar 3000—5000 hercu frekvencēm), un tikai norādītās skaņas pieaugšanas stadijas beigās virstoņi kļūst relativi vājāki par pamattoni. Skaņas pieaugšanas procesu uztveram kopā ar sekojošo stacionaro toni (skanēšanu), un sajūta, kas bija radusies no sākuma stadijas, uzglabājas kā kaut kāda skaņas nokrāsa. Labu instrumentu skaņas pieaugšanas stadija rada patīkama tembra sajūtu; stingri stacionara skaņa, ko noklausās bez pieaugšanas sākuma stadijas, atstāj monotonu iespaidu un ir mazāk patīkama. Klavieru skaņas tembrs ievērojami mainās atkarībā no ātruma, ar kādu uzsit taustiņam (kas zināmā mērā atkarājas no piesitiena stipruma).

Pūšamos instrumentos pa lielākai daļai skaņas pieaugšanas stadija mazāk ietekmē skaņas tembru nekā stīgu instrumentos. To pa daļai var izskaidrot ar to, ka daudziem pūšamiem instrumentiem skaņas pieaugšanas stadija ir ļoti īsa: obojai $\frac{1}{100}$ sek, klarnetei — $\frac{1}{20}$ sec. Flautai tomēr skaņas pieaugšanas process ir relativi ilgs (2—3 desmitdaļas sec) un tas ievērojami kuplina flautas skaņu tembru.

Lai novērtētu balss muzikalās īpašības, labs balss tembrs nav mazāk svarīgs kā balss stiprums. Kas attiecas uz balss stiprumu, tad labs dziedātājs atšķirībā no vāja var ar vienādu stiprumu nodziedāt jebkuru toni kādā diezgan plašā frekvenču diapazonā. Parastais trūkums, kam ir sakars ar balss stiprumu, ir tas, ka pat labi dziedātāji nodzied sava reģistra zemos toņus klusi un nevar vājināt relativi pārmērīgi augsto toņu skaļumu.

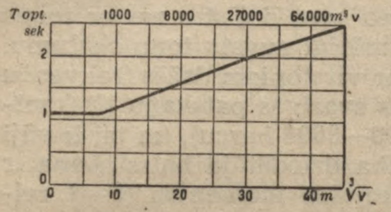
Laba dziedātāja balss ir bagāta ar virstoņiem dažās frekvenču joslās (tajās frekvenču joslās, kuras svarīgas patskaņu tīrskanīgai izrunai: 500—1000 hercu un 2000—3000 hercu), un tai ir vāji virstoņi citās frekvenču joslās. Laba dziedātāja balss skaņa ir nestacionara: viens otram ātri sekojošos momentos (6—7 reizes sek) akustiskais spēks mainās tā, ka sākumā tiek pasvītroti vieni virstoņi, pēc tam citi. Labiem dziedātājiem šī vibracija, kas kuplina tembru, maz atsaucas uz skaļumu, kas paliek vienmērīgs. Vājās balsīs vibracijas ir mazāk izteiktas, tām ir nenormala frekvence, un tās tiek pavadītas ar lēcienveidīgām, ausij nepatīkamām skaļuma maiņām.

160. §. Telpu akustika. Slēgtās telpās radīto skaņu izplatīšanās procesu pētīšana ir nepieciešama, projektējot auditorijas, teatrus, koncerta zāles u. tml. ar labām akustiskām īpašībām, kā arī izlabojot tādu telpu akustikas defektus, kas būvētas, neizdarot iepriekšēju akustikas aprēķinu. Technikas nozari, kas nodarbojas ar minētiem jautājumiem, sauc par telpu akustiku.

Slēgtās telpās noritošu akustisko procesu pamatīpatnība ir skaņas vairākkārtīgā atstarošanās no ierobežojošām virsmām (sienām, griestiem). Vidēja lieluma telpā skaņas vilnis atstarojas dažas simt reizes, pirms tā enerģija samazinās līdz dzirdamības slieksnim. Lielās telpās pietiekami stipru skaņu var dzirdēt dažas desmit sekundes pēc skaņas avota izslēgšanas, tādēļ ka pastāv atstaroti viļņi, kas kustas visdažādākos virzienos. Ir pilnīgi skaidrs, ka tāda pakāpeniska skaņas vājināšana, no vienas puses raugoties, ir izdevīga, jo skaņa pastiprinās uz atstaroto viļņu enerģijas rēķina; no otras puses tomēr pārāk gausa vājināšana var ievērojami pasliktināt sakarīgu priekšnesuma (runas, muzikas) uztveri, tādēļ, ka katra sakarīga konteksta jauna daļa (piemēram, katrs jauns runas balsiens) tiek pārklāta ar vēl neizskanējušām iepriekšējām daļām. Jau no šiem paviršiem prātojumiem vien ir saprotams, ka, lai iegūtu labu dzirdamību, auditorijas izskanēšanas laikam jābūt noteiktā optimalā lielumā.

Izskanēšanas laika un tā optimalā lieluma aprēķināšana un eksperimentalā noteikšana ir slēgtu telpu akustikas pamatā.

Pieņemsim, ka laika sākuma momentā ($t = 0$) skaņas enerģijas blīvums E telpā (t. i., tā enerģija, kas atrodas tilpuma vienībā) ir E_0. Ar katru atstarošanos daļa no enerģijas iet absorbcijas dēļ zudumā; apzīmējot ar α *absorbcijas koeficienta* lielumu (t. i., attiecību starp absorbēto un krītošo enerģiju), bet ar n — atstarojumu skaitu 1 sec, konstatējam, ka bezgalīgi mazā laika sprīdī dt enerģijas blīvums pazeminās par lielumu $E\alpha ndt$, t. i.:



328. zīm. Dažāda tilpuma telpu optimalā reverberacija.

$$dE = -\alpha E n\, dt.$$

Separējot mainīgos lielumus un integrējot, dabūjam:

$$E = E_0 e^{-\alpha n t}. \tag{25}$$

Varbūtības teorijas metodes ļauj aprēķināt skaņas viļņa atstarojumu skaitu 1 sekundē, pieņemot, ka viļņi izplatās visdažādākos virzienos, t. i., ka enerģijas blīvums visos telpas punktos ir vienāds. Šāds aprēķins dod:

$$n = \frac{cS}{4V}$$

(c — skaņas ātrums, S — tās virsmas laukums, kas ierobežo tilpumu V). Ievietojot šo rezultatu formulā (25), varam rakstīt, ka

$$E = E_0 e^{-\frac{c\alpha S}{4V} t}. \tag{26}$$

Ja izskanēšanas laiku nosakām kā laiku, kurā skaņas enerģijas blīvums samazinās līdz dzirdamības slieksnim, tad pārliecināmies, ka tas atkarīgs ne tikai no telpas īpašībām vien, bet arī no skaņas enerģijas sākuma blīvuma. Lai auditoriju akustisko īpašību aprēķinos būtu noteiktība, tad ir pieņemts (pilnīgi konvencionali) aprēķināt to *laiku, kurā skaņas enerģija samazinās līdz vienai miljonai daļai no tās sākuma vērtības* ($10^{-6}E_0$) *jeb par 60 decibeliem.* Šo laiku sauc par standartreverberacijas laiku vai vienkārši par *reverberaciju.* Reverberaciju (T) nav grūti aprēķināt no vienādojuma (26); ievietojot $\frac{E}{E^0}=10^{-6}$, $t=T$ un $c=340\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, uzzinām:

$$T=0{,}163\frac{V}{\alpha S}.$$

Ja virsmas ir ar dažādām absorbcijām, tad αS vietā jāievieto $\sum\alpha_k S_k=\alpha_1 S_1+\alpha_2 S_2+\ldots$, un iegūst šādu aprēķina formulu:

$$T=0{,}163\frac{V}{\sum\alpha_k S_k}. \tag{27}$$

Iegaumēsim vēl šādu svarīgu apstākli: absorbcijas koeficientu α_k lielumi stipri mainās ar frekvenci, tādēļ dažādu frekvenču skaņām ir dažāda reverberacija. Parasti reverberaciju mērī pie 512 hercu frekvences. Apakšējā tabulā dotas dažas absorbcijas koeficienta α vērtības pie 512 hercu frekvences.

Absorbcijas koeficienti

	α		α		α
Atvērts logs	1,00	Kaļķa apmetums uz koka sienas	0,034	Tūba (2,5 cm bieza 8 cm atstatumā no sienas)	0,78
Apmesta ķieģeļu siena	0,025	Linolejs	0,12	Parkets	0,06
Parasta biezuma stikls	0,027	Paklājs	0,20	Betons	0,015

Reverberacijas optimalā vērtība, kad sadzirdamība ir vislabākā, vairākkārt ir eksperimentali noteikta. Mazās telpās (tilpums nepārsniedz 350 m³) optimalā reverberacija ir 1,06 sec. Tilpumam palielinoties, optimalā reverberacija pieaug proporcionali $\sqrt[3]{V}$, kā tas redzams 328. zīmējumā.

Jautājums par dzīvojamo un darba telpu pasargāšanu no ārējiem trokšņiem pēdējos gados ieguvis lielu nozīmi sakarā ar ielas trokšņa līmeņa ievērojamu pieaugumu lielās pilsētās. Pietiek norādīt, ka pēc amerikaņu pētnieku domām visstiprākais no jebkad dzirdētiem trokšņiem izmērīts divu Ņujorkas ielu krustojumā, kur galvenais trokšņa avots izrādījās gaisa dzelzceļš. Ielas trokšņa skaļuma līmenis lielās pilsētās vidēji nepārsniedz 70—75 decibelus.

Pamatfaktors, kas nosaka kādas šķērssienas, sienas, griestu u. tml. skaņas caurlaidību, ir akustiskā pretestība (ρc). Pārejot no vienas vides otrā, skaņa atstarojas jo labāk, jo lielāka ir otrās vides akustiskā pretestība, salīdzinot ar pirmās vides akustisko pretestību (151. §, 12. formula). Tādēļ aizsardzībai pret skaņu, kas plūst pa gaisu, nepieciešams lietot materialus ar lielu akustisku pretestību (akmens, betons); aizsardzībai pret skaņu, kas nokļūst caur zemi (vispār caur cietu vidi), vislabāk lietot starpsienas ar gaisa šķīrējkārtām. Skaņai ejot caur sienu, liela nozīme sienas svārstībām: skaņas viļņu ietekmē siena svārstās kā membrana, izstarojot skaņu tās sargātā telpā. No šā viedokļa vislabāk izolē masivas sienas, kuru svars uz virsmas laukuma vienību ir liels.

Protams, pamatuzdevums cīņā pret trokšņiem ir novērst to izcelšanās iemeslus: laba mašinu amortizacija (novēršot svārstību pārnešanu), pilsētas transporta ritošā sastāva lietderīga konstrukcija utt.

161. §. Ultraskaņa. Agrāk redzējām (156. §), ka dzirdamības diapazons ietver svārstības ar frekvenci no 20 līdz apmēram 20 000 herciem; svārstības šais frekvenču robežās, iedarbodamās uz auss bungādiņu, rada skaņas sajūtu. Tomēr arī ārpus norādītām robežām var pastāvēt svārstību procesi, kuri fizikali ne ar ko neatšķiras no skaņas svārstībām un viļņiem. Tādi procesi ir nedzirdamās skaņas.

Pēdējā laikā ļoti pamatīgi izpētītas skaņas svārstības un viļņi, kurus raksturo ļoti lielas frekvences, desmitus un simtus tūkstošu hercu lielas. Šādas svārstības un viļņus sauc par *ultraskaņu.*

Relativi nelielas frekvences ultraskaņu var iegūt ar *Galtona svilpi,* miniaturu ērģeļu stabuli, ko iedarbina, pūšot gaisa strūklu. Samazinot ar virzulīti skanošā gaisa staba garumu, var panākt, ka svilpes tonis, pakāpeniski paaugstinādamies, beidzot kļūst nedzirdams; svilpes izstarotais vilnis pāriet ultraskaņas frekvenču joslā. Ar Galtona svilpi un citām līdzīgām ierīcēm tomēr neizdodas dabūt kaut cik intensivu ultraskaņu; no vienas puses tas izskaidrojams ar šādu izstarotāju mazo jaudu, no otras puses ar to svarīgo apstākli, ka gaisā augstas frekvences svārstības ļoti ātri norimst.

Ar pjezoelektrisku parādību atklāšanu un lieljaudas augstfrekvences ģeneratoru izveidošanu radusies iespēja iegūt ļoti lielas intensitates ultraskaņas svārstības. Lai noskaidrotu ultraskaņas ierosināšanas paņēmienu, nepieciešams īsumā iepazīties ar pjezoelektrisko parādību būtību (par tām sīkāk pastāstīts šā kursa otrā sējumā).

Ja no kvarca (SiO_2) kristala kādā noteiktā virzienā pret kristala skaldnēm izgriež plāksnīti un pievieno plāksnītes platajām skaldnēm mainīgu elektrisko spriegumu, lietojot metala ietveres, tad plāksnīte svārstīsies. Tas notiek tādēļ, ka, pievadot kvarca plāksnītes pretgulošām skaldnēm pretēju zīmju elektrības lādiņus, plāksnīte saraujas vai izplešas *(pjezoelektriskais efekts)*. Metala ietverēs iespīlētās kvarca plāksnītes svārstības kļūst sevišķi intensivas tad, kad pievienotā maiņsprieguma frekvence vienāda ar plāksnītes pašsvārstību frekvenci (rezonances svārstības). Izvēloties attiecīgi plāksnītes izmērus un pievadītā sprieguma frekvenci, var iegūt ļoti stipras ultraskaņas frekvenču svārstības.

Praktiski šim nolūkam kvarca plāksnīti ar metala ietverēm iegremdē eļļā un, pievadot ietverēm elektrības maiņspriegumu, liek plāksnītei svārstīties. Eļļā izplatīsies spēcīgi ultraskaņas viļņi.

Ultraskaņas viļņus raksturo ļoti interesantas fizikalas un fizioloģiskas parādības. Piemēram, ultraskaņas iedarbībā izveidojas ļoti sīkgraudainas emulsijas. Iegremdējot eļļā, kurā izplatās ultraskaņas viļņi, mēģinājumu stobriņu ar ūdeni un dzīvsudrabu, var novērot, ka ūdens pakāpeniski kļūst tumšāks, jo dzīvsudrabs sadalās ļoti sīkās daļiņās, kas suspendētas ūdenī. Eļļā iegremdētam termometram nedrīkst ar roku pieskarties; stikla ultraskaņas svārstību dēļ roka apdeg, neskatoties uz to, ka termometrs rāda ļoti nelielu temperaturu. Dzīvi radījumi (zivis, vardes), kurus apstaro ar ultraskaņu, iet bojā dažu minušu laikā. Pati eļļa, kurā tiek ierosināta ultraskaņa, it kā vārās, izšļācoties strūklas veidā virs kvarca plāksnītes.

Ultraskaņu tagad lieto arī technikā; norādīsim, piemēram, uz *akustisko signalizaciju* zem ūdens un uz akustisko dziļuma mērīšanu *(echolots)*. Ultraskaņu izlietot šiem mērķiem ir izdevīgi tādēļ, ka pie ļoti īsiem viļņiem enerģiju var izstarot šaurā virzītā kūlītī.

Modernie pjezokvarca ultraskaņas izstarotāji dod iespēju iegūt diezgan lielas jaudas[1] dažādu frekvenču ultraskaņu — no dažiem desmit tūkstošiem hercu līdz dažiem desmit miljoniem hercu; lieto pat vēl augstāku frekvenču izstarotājus (šai gadījumā pjezokvarca plāksnīšu svārstības ierosina nevis uz to pamatfrekvenci, bet uz virstoņiem, vai kvarca vietā lieto turmalina plāksnītes, kuru pamatfrekvenci izdevies paaugstināt līdz 200.10^6 hercu).

Konstatēts, ka gāzu caurlaidība dažādu frekvenču ultraskaņai ir ļoti nevienāda: gāze dažreiz simtkārt vairāk absorbē kādu noteiktas frekvenču joslas ultraskaņu nekā kādas citas

[1] Desmiti vatu uz 1 cm^2.

frekvenču joslas ultraskaņu. Šeit izpaužas ultraskaņas periodiska sakrišana ar dažu starpmolekularu procesu realizēšanās laiku (kas ir ļoti īss); šo procesu pētīšana radījusi sevišķu akustikas nodaļu — *kvantu akustiku.*

Ultraskaņu, kuru izlieto apakšūdens signalizacijā, gaiss absorbē 1000 reizes stiprāk nekā ūdens.

Konstatēts, ka lielas intensitates ultraskaņa jūtami ietekmē ķermeņu kristalizacijas raksturu un paātrina dažas ķimiskas reakcijas.

No bioloģiskām parādībām, kuras rodas ultraskaņas ietekmē, sevišķi interesanta ir dažu augu ražības pieaugšana, ja augu sēklas apstaro ar ultraskaņu.

Zināmas sekmes sasniegtas ultraskaņas lietošanā metala izstrādājumu defektu (tukšumu un strukturas nevienādības) noteikšanai. Šim nolūkam metala izstrādājumu pārklāj ar eļļas kārtu un novieto to ultraskaņas viļņu izplatīšanās ceļā. Bojājumi un plaisas metala iekšienē rada daļēju ultraskaņas viļņu atstarošanu un izklaidēšanu, ko var novērot pēc eļļas kārtas svārstīšanās uz metala virsmas. Tādas ierīces sauc par *ultraskaņas defektoskopiem.*

Kad pietiekami spēcīga ultraskaņa izplatās šķidrumā, tā blīvuma maiņa viļņa virzienā ir tik ievērojama, ka atsaucas uz šķidruma optiskām īpašībām; priekš gaismas kūlīša, kas izspiežas cauri šķidrumam perpendikulari ultraskaņas viļņu izplatīšanās virzienam, šķidrums ir neviendabīgs (kā režģis). Izrādījās, ka šo parādību var izmantot ļoti interesantu un derīgu aparatu, proti, *ultraskaņas gaismas modulatoru* jeb gaismas releju konstruēšanai. Sīkāk par to runāsim otrā sējumā (optikā).

II DAĻA

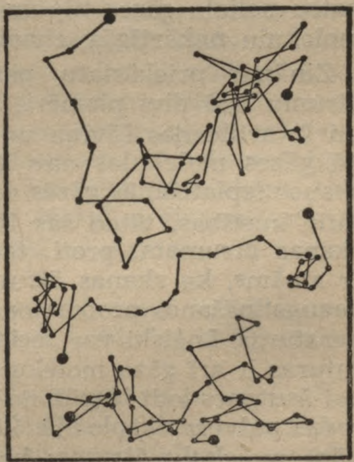
MOLEKULARĀ FIZIKA UN TERMODINAMIKA

XI NODAĻA

Molekularā siltumkustība

162. §. Molekularās siltumkustības veids. Jebkura ķermeņa vissīkākās daļiņas — molekulas — nav miera stāvoklī, bet ārkārtīgi ātri kustas. Šai kustībai ir chaotisks, t. i., nekārtīgs raksturs; tā paātrinās, ja ķermeņa temperatura paaugstinās.

Dažos gadījumos šīs kustības izpaušanos var novērot mikroskopā. Ja ūdenim piemaisa mikroskopiskas cietas vielas daļiņas vai ļoti sīkus eļļas pilieniņus (ko var dabūt, ja ūdenim pielej drusku piena) un šāda maisījuma pilienu novieto starp mikroskopa priekšmeta stikliņu un segstikliņu, tad, palielinot pilienu dažas simt reizes, novērojama raksturīga parādība: katra cietas vai šķidras vielas daļiņa, kas peld ūdenī, lēkā no vienas puses uz otru, it kā to kaut kas triektu vai tā atlēktu no kāda neredzama šķēršļa. Jo sīkākas ir vielas daļiņas, jo ātrāki šo daļiņu lēcieni. Ja salīdzina divu kaimiņos esošu daļiņu lēcienu lielumus vai to virzienus, tad šo divu daļiņu kustībā nevar novērot nekā kopēja — tā ir chaotiska, nekārtīga. Šo parādību sauc par *Brauna kustību* (329. zīm.); tā nosaukta angļu botaniķa Brauna vārdā, kas to atradis (1827. g.). Brauna kustības cēlonis ir tas, ka šķidrumā suspendētās vielas daļiņa pastāvīgi saņem triecienus no apkārtējām šķidruma molekulām. Triecieni dod rezultējošo spēku, un daļiņa kustas šā rezultējošā spēka virzienā. Ja būtu iespējams molekulas saredzēt, tad to kustība izveidotu ainu, kas atgādinātu



329. zīm. Daļiņu Brauna kustības ceļš pēc katrām 30 sek.

Brauna kustību. Molekulu diametrs apmēram 1000 reizes mazāks nekā Brauna daļiņu diametrs; molekulu kustība ir daudz ātrāka nekā Brauna daļiņu kustība.

Gāzveidīgos, šķidros un kristaliskos ķermeņos molekulu kustībai ir ļoti nevienāds raksturs. Šīs nevienādības iemesls ir tas, ka pievilkšanās spēki, kas darbojas tuvu stāvošu molekulu starpā, izpaužas ar dažādu intensitati atkarībā no vielas dažādiem agregatstāvokļiem[1]. Pievilkšanās spēki ir jo intensivāki, jo ķermeņi blīvāki, t. i., jo mazāks ikvienas molekulas vidējais atstatums no kaimiņu molekulām.

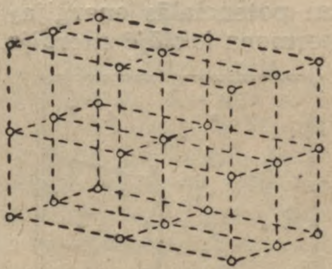
Gāzēs molekulas caurmērā atrodas visattālāk viena no otras. Gadījumā, ja gāze pietiekami izretināta, var teikt, ka molekulas neizrāda gandrīz nekādus savstarpējas pievilkšanās spēkus. Tādēļ še katras molekulas kustība noris pēc inerces, molekulas smaguma centrs kustas taisnā virzienā un vienmērīgi[2]; taisno virzienu un vienmērīgumu izjauc tikai vai nu molekulu savstarpējā sadursanās, vai to atsišanās pret trauka sienām, kurā gāze atrodas. Ikvienā dotajā momentā vienādam molekulu skaitam ir virzes ātrumi, kas vērsti brīvi izvēlētas taisnes virzienā; — var teikt, ka *molekulu kustībā sevišķas priekšrocības nav nevienam virzienam.* Šis noteikums attiecas uz katru nelielu gāzes tilpumu, ko domās ņemam atsevišķi. Tā ir molekulu nekārtīgās, chaotiskās kustības galvenā pazīme.

Zināmu priekšstatu par gāzu molekulu virzes kustības ātrumu dod divi piemēri: 1) skaņas izplatīšanās ātrums gāzēs un 2) artilerijas šāviņa un šautenes lodes sākuma ātrums. Tā kā gāzes molekulas nav gandrīz viena ar otru saistītas, tad skaņas izplatīšanās gāzēs acīm redzot ir tieši atkarīga no molekulu kustības, tātad šās kustības ātrumam jāatbilst apmēram skaņas ātrumam, proti, tam jābūt daži simti metru sekundē. Ir zināms, ka skaņas ātrums gāzēs palielinās ar temperaturas paaugstināšanos proporcionali kvadratsaknei no absolutās temperaturas. Loģiski var secināt, ka tāda pati atkarība no temperaturas ir arī gāzu molekulu virzes ātrumam. Lielgabala šāviņu vai šautenes lodi izgrūž no stobra gāzu molekulu spiediens, kas rodas pulvera eksplozijā. Šāviņš vai lode savu ātrumu dabū no gāzu molekulu ātruma; bet, tā kā šāviņa vai lodes ātrums ir daži simti metru sekundē, tad arī molekulu virzes ātrumam jābūt apmēram tādam pašam.

[1] No latiņu valodas *aggrego* — pievienoju.
[2] Smaguma spēka iedarbībai ir visai niecīga ietekme uz molekulas kustības maiņu. Molekulām var būt ne tikai taisnvirziena, bet arī rotacijas kustība.

Ar molekularo kustību viegli un vienkārši izskaidrojamas daudzas parādības, kas noris gāzēs: gāzes spiediens, gāzes spēja neierobežoti izplesties, d i f u z i j a[1] — vienas gāzes izplatīšanās otrā u. c. Sakarā ar difuziju var rasties jautājums: kāpēc vienas gāzes izplatīšanās otrā gāzē notiek samērā lēni, lai gan molekulu kustības ātrums ir liels? Atbilde: tāpēc, ka katrai molekulai savā ceļa jāiztur ļoti daudz sadursmju ar citām molekulām; tādā kārtā katra molekula vairāk «mīdās uz vietas», nekā kustas uz priekšu.

Jau agrāk aizrādīts, ka gāzē atsevišķu molekulu kustībā nav nekādas kārtības. Nav nekādas kārtības arī molekulu izvietojumā telpā aplūkojamā momentā. Citāds stāvoklis ir cietos (kristaliskos) ķermeņos: lai gan arī še atsevišķas molekulas kustas nekārtībā, tomēr ir zināma kārtība molekulu izvietojumam telpā, proti: te katra molekula it kā svārstās, izveidodama kaut kādu komplicētu trajektoriju ap centru, kuram ir noteikts stāvoklis telpā — ap kādu «vidējo stāvokli». Visi kristala molekulu vidējie stāvokļi sakārtoti regularās rindās paraleli trim koordinatu asīm (vispārīgā gadījumā slīpleņķa koordinatu asīm), izveidojot t. s. *telpas* (jeb *kristalisko*) *režģi* (330. zīm.). Dažiem kristaliem telpas režģa mezglos ir novietotas molekulas («molekularie režģi»); citiem kristaliem, kā, piemēram, dimantam, ir telpas režģa mezglos atomi («homeopolarie režģi»); daudziem kristaliem, kā, piemēram, vārāmai sālij, telpas režģa mezglus aizņem i o n i, t. i., atomi vai atomu grupas, kas lādēti ar pozitivu vai negativu elektrību («heteropolarie režģi»).



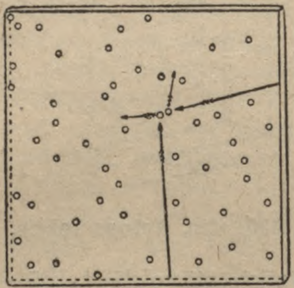
330. zīm. Telpas režģis.

Šķidruma molekularā struktura vēl nav pilnīgi izpētīta, tomēr tik daudz var teikt, ka šī struktura ir kaut kas vidējs starp gāzes un kristala strukturu.

Pateicoties molekularai kustībai (virzes un rotacijas kustībai), ikvienam ķermenim ir molekulari kinetiskās enerģijas krājums. Ciktāl molekulu starpā darbojas pievilkšanās un atgrūšanās spēki, šai enerģijai vēl pievienojas molekulari potenciālās enerģijas krājums. Ķermenī atomi izveido svārstību kustības ap dažiem centriem; tādā gadījumā svārstību kustības kinetiskā un potenciālā enerģija dod vēl vienu ķermeņa enerģijas krājuma komponenti. Šī krājuma pārējās komponentes

[1] No latiņu valodas *diffusio* — i z p l a t ī š a n ā s.

ir: «ķimiskā enerģija» — enerģija, kas atrodas molekulās un izpaužas atomu vai ionu savstarpējā iedarbībā; atomu iekšējā enerģija, kā arī enerģija, kas atrodas atomu centralajos kodolos (kodolu iekšējā enerģija). Un beidzot atomu izstarošanas spēja norāda, ka telpa, kas atrodas ķermenī, ir pildīta ar staru enerģiju. Staru enerģijas daudzums ir visai mazs, tomēr šai enerģijai ievērojama nozīme, jo tā uztur ķermeņa atsevišķo daļu starpā «siltuma līdzsvaru». Visu daļiņu (molekulu, atomu, kā arī atoma sastāvdaļu — elektronu, atoma kodolu) kinetiskās un potencialās enerģijas daudzums kopā ar staru enerģiju ir ķermeņa *iekšējā enerģija.*



331. zīm. Molekulu attēls plānā normala blīvuma gāzes kārtiņā (palielināts apmēram miljonu reizes).

Pie pašreizējā zinātnes un technikas līmeņa praktiski lielākā nozīme ir kustības enerģijai, kā arī molekulu un atomu mijiedarbības enerģijai. Tādēļ šās nodaļas formulās nav locekļa, kas atbilst atomu iekšējai enerģijai.

Lai raksturotu molekularās kustības gāzē, minēsim dažus piemērus, kas attiecas uz gaisu pie $0^{\circ}C$ un atmosferas spiediena.

Katrā cm^3 gaisa (kā arī jebkuras citas gāzes) «normalos» apstākļos ir $2{,}7 . 10^{19}$ molekulu. Ja visas šīs molekulas būtu sakārtotas vienmērīgi $1\ cm^3$ tilpumā, tad katra molekula no šā tilpuma aizņemtu kubu, kura šķautnes garums nedaudz mazāks par $3 . 10^{-7}$ cm. Gaisa molekulas vidējais virzes ātrums normalos apstākļos ir apm. $450\ \frac{m}{sec}$. Molekulas diametrs ir apm. divas līdz trīs simtmiljonās daļas cm ($3 . 10^{-8}$ cm). Vienas sekundes laikā katra gaisa molekula normalos apstākļos saduras ar citām molekulām apm. 7,5 miljardus reizes, tādēļ molekulas «lidojums» t. i., vidējais ceļa garums, ko tā veic starp divām sadursmēm, ir ļoti mazs; tas acīm redzot būs vienlīdzīgs dalījumam

$$\frac{450\ m}{7{,}5 . 10^9} = 6 . 10^{-6}\ cm = \frac{1}{16}\ mikrona.$$

331. zīmējumā parādīts it kā molekulu momentuzņēmums: molekulas atrodas ļoti plānā gāzes kārtiņā, kurai ir plāna paralelepipeda forma; zīmējuma linearie izmēri, salīdzinot ar īstenību, ir palielināti apmēram miljonu reizes. Zīmējumā ir parā-

dīta divu molekulu sadursme; bultas norāda molekulu ātrumu virzienus pirms un pēc to sadursmes.

Lai pareizi izprastu molekulari kinetisko teoriju, ir nepieciešami uzskatāmi stādīties priekšā minētos skaitļus. Lai gūtu jēdzienu par to, cik mazas ir molekulas un cik liels ir to skaits katrā kubcentimetrā gaisa, Viljams Kruks ieteic iedomāties šādu mēģinājumu.

Ņemsim 1 cm^3 tilpuma hermetiski aizkausētu stikla trauciņu — ampuliņu. Pieņemsim, ka šī ampuliņa ir pilnīgi tukša, tātad nesatur nemaz gaisa. Ar kaut kādu paņēmienu (piem., ar indukcijas dzirksteli) ampuliņas sānos izveidosim ļoti mazu caurumiņu, proti, tādu, pa kuru katrā sekundē var iekļūt ampuliņā 100 miljonu gaisa molekulu. Jautājums: cik ilgā laikā ampuliņa piepildīsies ar gaisu līdz tā normalajam blīvumam ($2{,}7 \cdot 10^{19}$ molekulu vienā cm^3), ja ampuliņas pildīšanās turpināsies visu laiku minētajā tempā? Aprēķins rāda, ka tāds moments būtu jāgaida 9000 gadu[1]. Visu šo milzu laiku gaisa spiediens ampuliņā (saskaņā ar pieņemto noteikumu) vienmērīgi pieaugtu, palielinoties par 1 dzīvsudraba staba mm ik pa 12 gadiem.

Edsers aizrāda: ja ņemtu tik daudz ķieģeļu, cik molekulu atrodas 1 cm^3 gaisa normalos apstākļos, tad ar visiem tiem, cieti kopā saliktiem, varētu noklāt zemes lodes cietzemi ar 120 m biezu kārtu, t. i., 4 reizes augstāku par 7 stāvu māju.

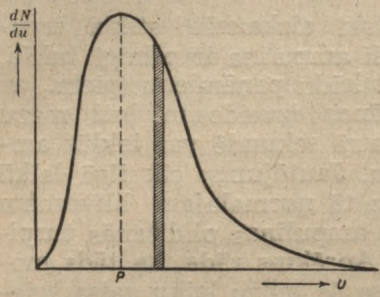
Atzīmēsim vēl vienu šā skaitļa ilustraciju. Ņemsim mazu ūdens pilienu, kura tilpums ir tikai $\frac{1}{12}$ mm^3 (ūdens molekulu skaits tādā pilienā ir apmēram vienlīdzīgs ar gaisa molekulu skaitu 1 cm^3 normalos apstākļos). Iedomāsimies, ka mums ir izdevies apzīmēt visas ūdens molekulas, kas atrodas šai pilienā. Pieņemsim, ka šis piliens ir nokritis Melnā jūrā, un nogaidīsim, līdz viss piliena ūdens būs sajaucies ar šīs dziļās jūras ūdeni (vidējais dziļums apm. 1 km, ūdens virsmas laukums ap 400 tūkst. km^2). Ja tagad pasmeltu spaini ūdens no Melnās jūras jebkurā vietā un jebkurā dziļumā, tad izrādītos, ka katrā spainī ūdens atrastos 100 apzīmēto molekulu.

163. §. Maksvela likums par molekularo ātrumu sadalījumu gāzē. Iepriekš jau vairākkārt pasvītrots, ka molekulu kustība ir nekārtīga jeb chaotiska. Britu ģenialais fiziķis Maksvels tomēr ir konstatējis noteiktu likumu, kam padoti dotās gāzveidīgās vielas molekulu ātrumi (pieņemot, ka šīs gāzes molekulas visas vienādas un ka temperatura visās gāzes vietās ir

[1] Gadā ir $3{,}15 \cdot 10^7$ sec: $\frac{2{,}7 \cdot 10^{19}}{100 \cdot 10^6 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7} = 9000$ gadu.

viena un tā pati). Šis likums izteikts 332. zīmējumā līknes veidā.

Uz abscisu ass atliek dažādās ātruma vērtības, kādas iespējamas atsevišķai gāzes molekulai — no nulles līdz kādam maksimalam lielumam, bet uz ordinatu ass atliek molekulu skaitu, kuru ātrumu vērtība atbilst attiecīgai abscisai[1]. Šo molekulu skaits paliek nemainīts, bet sastāvs visu laiku mainās, tāpēc ka molekulas saduras savā starpā un ar katru sadursmi šo molekulu ātrumi krasi mainās.



332. zīm. Maksvela likums par molekulu ātrumu sadalījumu.

Grafika norāda (sk. arī ātrumu sadalījumu tabulu):

1) molekulu skaits, kam mazs ātrums, ir ļoti neliels, salīdzinot ar visu gāzes molekulu skaitu;

2) tāpat arī ļoti maz ir tādu molekulu, kam ātrumi ir ļoti lieli;

3) viena ātruma vērtība ir sastopama visbiežāk, to sauc par *visvarbūtīgāko ātrumu* P; šim lielumam atbilst ātruma sakārtojuma līknes maksimums;

4) visu molekulu lielam procentam ātrumi ne visai atšķiras no visvarbūtīgākā ātruma, tāpēc dažos vienkāršākos orientēšanās aprēķinos var pieņemt, ka visām molekulām ir viens un tas pats ātrums.

Slāpekļa molekulu ātrumu sadalījums pēc Maksvela likuma (pie istabas temperaturas)

Ātrumu diapazons $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$	Molekulu skaits, kuru ātrums ietilpst minētā diapazonā, izteikts procentos no kopējā molekulu skaita
$0<u<100$	1
$100<u<300$	25
$300<u<500$	42
$500<u<700$	24
$700<u<900$	7
$900<u$	1

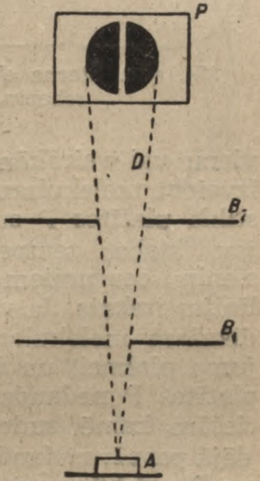
[1] Ja u un $u + du$ ir abscisas vērtības, kas ļoti tuvas viena otrai, bet $\frac{dN}{du}$ ir attiecīgā ordinatas vērtība, tad $\frac{dN}{du} \cdot du = dN$ (grafikas elementarās strēmeles laukums) ir molekulu skaits, kam ātrumi ir robežās no u līdz $u + du$.

Maksvela likumu par molekulu ātrumu sadalījumu analitiski var izteikt ar šādu formulu:

$$dN = N \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{u}{\rho}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{u}{\rho}\right)^2} \cdot d\left(\frac{u}{\rho}\right); \quad (1)$$

N še apzīmē dotās gāzes masas molekulu skaitu; dN — molekulu skaitu, kuru ātrums atrodas starp robežām u un $u + du$; ρ apzīmē molekulu visvarbūtīgāko ātrumu.

Molekulu ātrumu sadalījuma likums ir tipisks s t a t i s t i s k a likuma piemērs. Šāda veida likumos izsaka apgalvojumus, kuriem ir liela varbūtība, bet tos tomēr nevar uzskatīt par absoluti pareiziem. Statistisks raksturs ir katrai parādībai, kas noris daudzu individu vidē. Maksvels bija pirmais, kas sāka lietot statistisko metodi fizikā; tagad šī metode ir viena no fizikas pamatmetodēm.



333. zīm. Molekularie stari.

Ir nepieciešami pasvītrot, ka Maksvela likums attiecas stingri tikai uz tādu gadījumu, kur ķermenis atrodas makroskopiskā miera stāvoklī[1].

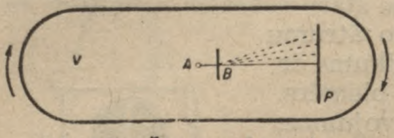
Pēdējos 25 gados ir izdomāti tādi mēģinājumi, kas dod iespēju tieši novērot gāzu molekulu kustību un izmērīt šīs kustības ātrumu.

Ja no trauka, kas piepildīts ar gāzi, caur mazu caurumiņu izskrien molekulas gluži tukšā telpā, tad to kustība ir taisnvirziena un vienmērīga. Šīs kustības gaitu var fiksēt šādā veidā (D i n u a j e 1911. g.; 333. zīm.): gluži tukšā telpā novieto molekulu avotu A (Dinuaje pētījumos tas bija natrija gabaliņš, kas tukšā telpā iztvaikoja); B_1 un B_2 ir divas šķērssieniņas ar apaļiem caurumiem, kas izveido konusveidīgu telpu, kas piepildīta ar lidojošām molekulām. Ja molekulas tiešām izplatās taisnā virzienā, tad uz ekrana P vajag rasties natrija nosēdumam (sūbei), kuram riņķa forma. Tas tā arī ir novērojams. Ja molekularā kūlīša ceļā novieto kādu šķērsli (piemēram, stiepli

[1] Termins m a k r o s k o p i s k s (grieķu *macros* — l i e l s) ir pretstats terminam m i k r o s k o p i s k s. Ja kustību vai miera stāvokli sauc par makroskopisku, tas nozīmē, ka runā par lielāka apjoma materijas kustību vai miera stāvokli, t. i., apjomu, kurā ļoti daudz molekulu. Nekārtīgā molekulu kustība netraucē makroskopisko miera stāvokli.

D), tad uz ekrana redzama šā šķēršļa ēna (zīmējumā ekrans *P* parādīts, pagriezts pa 90^0 no sava īstā stāvokļa).

Sevišķi interesanti bija pārbaudīt, vai molekularā kūlīša ātrums sakrīt ar teoretiski aprēķināto ātruma nozīmi. Attiecīgu pētījumu izdarīja Šterns (1920. g.). Pētījuma ideja attēlota 334. zīmējumā: *V* ir trauks, kurā panākts vislielākais iespējamais retinājums. Traukā ir molekulu avots *A* (apsudrabota platina stieplīte, kuru karsē ar elektrisko strāvu). Sudraba tvaika molekulas ar vidējo ātrumu, kas atbilst stieples temperaturai, aizlido pa taisnām trajektorijām apkārtējā telpā. Ar vienu vai vairākām šķērssienām *B*, kurās ir caurumiņi, var izveidot molekularu kūlīti, kas arvien paplašinās un atstāj uz stikla platītes *P* sudraba nosēdumu sūbi (sudraba molekulām jau istabas temperaturā ir īpašība pielipt stiklam). Šķērssieniņu caurumiem ir tāda forma, lai plankumam būtu taisnas līnijas izskats. Ja visai ierīcei liek griezties ap asi, kas perpendikulara molekularam kūlītim (un perpendikulara arī zīmējuma plaknei) un iet caur *A*, tad sudraba plankums uz stikla platītes *P* nedaudz nobīdīsies pretēji griešanās virzienam. Un tiešām, kamēr sudraba molekulas lido no *A* līdz platītei *P*, pēdējā paspēj nedaudz novirzīties, un pēdas, ko molekulas iezīmē uz *P*, arī būs novirzītas atbilstoši molekulu ātrumam.



334. zīm. Šterna eksperimenta schema.

Pieņemsim, ka l ir atstatums no *A* līdz *P*; laiks, kurā molekula nolido no *A* līdz *P*, ja tās ātrums ir u, ir $t=\frac{l}{u}$. Ja ierīces apgriezienu skaits sekundē ir ν, tad ceļš, ko platīte veic laikā t, ir

$$s=2\pi l\,.\,\nu t=2\pi\frac{l^2\nu}{u}.$$

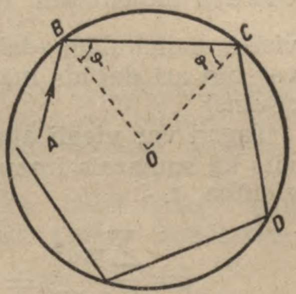
Ja $\nu=50\ \mathrm{sec}^{-1}$, $l=10$ cm, $u=500\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$, tad $s\approx 6$ mm.

Tā kā molekulu ātrumi sadalās pēc Maksvela likuma, tad s vērtībām arī ir zināms «sadalījums», kura rezultātā plankums izrādās nedaudz izplūdis. Varētu arī otrādi — no nosēduma (sūbes) biezuma aprēķināt likumu par molekularo ātrumu sadalījumu.

164. §. Gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojums. Sastādīsim pamatvienādojumu, kas izteic sakaru starp gāzes spiedienu p, tās tilpumu v un molekulu virzes kustības kinetisko enerģiju E.

Vienkāršības dēļ pieņemsim, ka apvalkam, kurā atrodas gāze, ir lodes forma ar radiusu R; vienādojuma galīgais formulējums tomēr ir pareizs neatkarīgi no tā, kāda ir apvalka forma un ir pareizs arī tad, ja apvalka nemaz nav.

Pieņemsim, ka aplūkojamā gāze ir tiktāl izretināta vai tās molekulas ir tik mazas, ka molekulas saduras samērā reti un katra molekula var vairākas reizes atsisties pret apvalka sienu, pirms tā saduras ar otru molekulu. (Arī šā pieņēmuma nolūks ir vienkāršot iztirzājumu; to varēja arī nedarīt, un galā būtu tas pats rezultats, tikai to mēs panāktu ar komplicētākiem aprēķiniem.)



335. zīm. Gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojuma paskaidrojums.

Kas attiecas uz pašām sadursmēm, tad pieņemsim, ka tās notiek saskaņā ar pilnīgi elastīgu ložu triecienu likumiem.

Aplūkosim kādas molekulas kustību traukā. Pieņemsim, ka molekulas masa ir m un ātrums u. Tā kustas pa līniju AB un punktā B atsitas pret sienu. 335. zīmējumā redzams lodes veidīga trauka šķērsgriezums, kas iet caur trauka centru O un caur līniju AB. Viegli iedomāties, ka aplūkojamā molekula kustēsies visu laiku šā šķērsgriezuma plaknē, kamēr nesadursies ar otru molekulu, ka tās ceļš ir vienlīdzīgās chordas BC, CD utt., ka molekulas trieciens pret sieniņām un atlēcieni no sieniņām veidos viena un tā paša lieluma leņķi φ.

Mūsu uzdevums ir aprēķināt gāzes spiedienu p, t. i., spēku, ar kādu molekulas iedarbojas ar saviem triecieniem uz apvalka laukuma vienību. Vispirms noteiksim impulsu, ko dabū molekula katrā sadursmē ar apvalku. Šis impulss ir vienlīdzīgs molekulas kustības daudzuma pieaugumam, bet tā kā, molekulai atsitoties pret sieniņu, mainās tikai kustības daudzuma normalā komponente, tad minētais impulss ir vienlīdzīgs starpībai: $mu \cos \varphi - (-mu \cos \varphi) = 2\,mu \cos \varphi$. Ņemot vērā Ņutona 3. likumu, tāda paša lieluma impulss ar katru triecienu pāriet no molekulas uz apvalku. Tā kā ceļš, ko molekula noiet vienā sekundē, ir u un tā kā no viena trieciena pret apvalku līdz otram molekula noiet $2R \cos \varphi$ garu ceļu (kas vienlīdzīgs chordai), tad dotās molekulas triecienu skaits vienā minutē ir

$\frac{u}{2R \cdot \cos\varphi}$, tāpēc sumarais impulss, ko apvalks 1 sec dabū no aplūkojamās molekulas, ir $2\,mu \cdot \cos\varphi \frac{u}{2R \cdot \cos\varphi} = \frac{mu^2}{R}$.

Sumarais impulss, ko dabū apvalks vienā sekundē no visām molekulām, ir $\frac{1}{R}\sum mu^2$, kur sumas zīme attiecas uz visām molekulām (dažādām molekulām ir dažādi ātrumi, tām var būt arī dažāda masa: izraudzītā gāze var būt arī gāzu maisījums).

Tagad var viegli aprēķināt gāzes spiedienu. Tas nebūs nekas cits kā sumarais impulss, ko 1 sekundē dabū apvalka laukuma vienība, t. i.

$$p = \frac{\sum mu^2}{R.4\,\pi R^2} = \frac{\sum mu^2}{4\pi R^3} = \frac{\frac{1}{3}\sum mu^2}{\frac{4}{3}\,\pi R^3} = \frac{\frac{2}{3}\sum \frac{mu^2}{2}}{\frac{4}{3}\,\pi R^3}.$$

Bet $\sum \frac{mu^2}{2}$ ir gāzes molekulu virzes kustības (kinetiskā) enerģija E, un $\frac{4}{3}\pi R^3$ ir gāzes tilpums v, tāpēc pēdējo formulu var pārveidot tā:

$$p = \frac{\frac{2}{3}E}{v}; \tag{2}$$

tas nozīmē:

gāzes spiediens ir skaitliski vienlīdzīgs divām trešdaļām no to molekulu virzes kustības enerģijas, kas atrodas vienā tilpuma vienībā. Minētais vienādojums ir gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojums. To var izteikt arī tā:

$$pv = \frac{2}{3}E, \tag{3}$$

t. i.: *gāzes spiediena reizinājums ar tās tilpumu ir vienlīdzīgs divām trešdaļām no gāzes molekulu virzes kustības enerģijas.*

Pēc šā vienādojuma var viegli aprēķināt molekulu virzes kustības ātruma lielumu. Pārveidosim vienādojumu tā:

$$pv = \frac{1}{3}\sum mu^2 = \frac{1}{3}mN.\frac{1}{N}\sum u^2 = \frac{1}{3}Mc^2,$$

kur M ir gāzes masa, bet c ir vidējais kvadratiskais ātrums, kas viegli nosakāms pēc formulas:

$$c=\sqrt{\frac{u^2_1+u^2_2+u^2_3+\ldots}{N}}. \tag{4}$$

Jāiegaumē, ka vidējais kvadratiskais ātrums c nav vienlīdzīgs *vidējam ātrumam u:*

$$u=\frac{|u_1|+|u_2|+|u_3|+\ldots}{N}. \tag{5}$$

Vidējais ātrums ir gāzes molekulu ātrumu vidējā aritmetiskā vērtība, bet vidējais kvadratiskais ātrums ir lielums, kura kvadrats ir vienlīdzīgs ar gāzu molekulu ātrumu kvadratu vidējo vērtību.

Iepriekš minētais vienādojums rāda, ka, zinot gāzes spiedienu, tilpumu un masu, var aprēķināt vidējo kvadratisko ātrumu pēc formulas

$$c=\sqrt{3\frac{pv}{M}}. \tag{6}$$

Ievērojot Maksvela likumu par ātrumu sadalījumu, var pierādīt, ka vidējais ātrums ir proporcionals vidējam kvadratiskam ātrumam, proti:

$$u=\sqrt{\frac{8}{3\pi}}\,c; \tag{7}$$

visvarbūtīgākais ātrums ρ arī proporcionals vidējam kvadratiskam ātrumam:

$$\rho=\sqrt{\frac{2}{3}}\,c. \tag{8}$$

Tā kā $3\pi>8$, tad redzams, ka vidējais kvadratiskais ātrums c nedaudz (apmēram par 8%) pārsniedz vidējo ātrumu u, un vidējais ātrums savukārt lielāks (1,22 reizes) nekā visvarbūtīgākais ātrums ρ:

$$c>u>\rho.$$

165. §. Statistiskā metode fizikā. Tā kā fiziskos ķermeņos ir ļoti daudz visai mazu daļiņu, kas turklāt atrodas ļoti ātrā kustībā, tad fiziķim tikai retos gadījumos un ar sevišķām ierīcēm iespējams novērot kādas noteiktas daļiņas (iona vai elektrona) kustību. Atskaitot šos gadījumus, visi citi jautājumi par fizisko ķermeņu sīko daļiņu (molekulu, atomu, elektronu, kvantu) kustību jāatrisina ar sevišķu matematisku metodi, ko sauc par *statistisko metodi.* Statistisko metodi vispār lieto «masveida» parādību pētīšanā, t. i., tādu parādību pētīšanā, kuras rodas no vienkāršāku, «individualu» parādību liela skaita, kur šīs individualās parādības ir līdzīgas pēc savām īpašībām un neatkarīgas (vismaz zināmā mērā) viena no otras. Piemērs tādai masu parādībai ir gāzes: mēs zinām, ka gāze sastāv no ļoti liela skaita molekulām, kas kustas neatkarīgi viena no otras; katras atsevišķas molekulas kustību var uzlūkot par individualu parādību.

Ja individualā parādība ir zināmā mērā izpētīta, tad, lietojot statistisko metodi un tās tālāko izveidojumu — vispārīgo matematisko teoriju par masveida parādībām (tā saukto varbūtību teoriju), varam noteikt arī masveida parādības likumus. Gāzu teorijā individualo parādību, t. i., atsevišķas molekulas lidojumu, pētī pēc mechanikas likumiem; tālāk, lietojot varbūtību teoriju, nosaka gāzes stāvokļa likumus, kā arī likumus par dažādām parādībām (viskozitati, siltuma vadītspēju, difuziju) gāzveidīgos ķermeņos.

Fizikalo parādību parastais pētīšanas paņēmiens ar varbūtību teoriju ir kāda notikuma tā sauktās *varbūtības* aprēķins jeb, citiem vārdiem, to iespēju skaita noteikšana, kādā dotā parādība var realizēties. Aplūkosim kādu svarīgu piemēru.

Ja gāzveidīgs ķermenis atrodas līdzsvarā neatkarīgi no ārējo spēku iedarbības, tad šīs gāzes blīvums viscaur ir vienāds; tas nozīmē: ja domās sadalām telpu, ko ieņem gāze, mazos (bet ne pārāk mazos) elementos vai šūnās, tad katrā šūnā atrodas vienāds molekulu skaits.

Iedziļinoties parādības būtībā, rodas doma, ka šim noteikumam var būt arī izņēmumi. Tiešām, «idealās» gāzes molekulas nemaz nav saistītas viena ar otru, to kustība ir pilnīgi chaotiska; tāpēc, vai nevarētu, piemēram, gadīties tā, ka traukā, kurā atrodas gāze, kāda daļa uz dažiem acumirkļiem ir tukša tai laikā, kad visas gāzes molekulas atrodas trauka pārējā daļā? Šo gadījumu pilnīgi noskaidro varbūtību teorija, pie kam prātojumu gaita ir šāda.

Pieņemam, ka gāzē ir ļoti liels molekulu skaits N un ka tilpums, ko ieņem šī gāze, ir sadalīts ievērojami lielā skaitā (m) vienādu šūnu. Pieņemsim, piemēram, ka $m = 1000$ (lai gan pareizāk būtu, ja pieņemtu, teiksim, $m = 10^{10}$). Ar vienādu varbūtību varam pieņemt, ka dotā momentā ikviena molekula var atrasties jebkurā šūniņā; tāpēc ir iespējams tāds molekulu sadalījums, ka visas molekulas atrodas vienā šūniņā. Tā kā pavisam šūniņu ir $m = 1000$, tad šādu iespējamo sadalījumu ir $m = 1000$. Bet iespējami ir arī tādi sakārtojumi, kad vienā šūniņā ir $N - 1$ molekulu, bet otrā viena molekula. Saprotams, ka ir N

dažādu veidu kā N molekulas var sakārtot šādās grupās; bet, tā kā divus priekšmetus $m = 1000$ šūniņās var sakārtot $m(m-1) = 1000 \cdot 999$ dažādos veidos, tad visu iespējamo šāda tipa sakārtojumu ir $N \cdot m(m-1) = N \cdot 1000 \cdot 999$. Analoģiski var aprēķināt arī sakārtojumu skaitu, ja vienā šūniņā atrodas $N - 2$ molekulas, bet otrā 2 molekulas, tad sakārtojumu skaits ir $\frac{N(N-1)}{1.2} \cdot 1000 \cdot 999$. Konstatējam, ka iespējamo sakārtojumu skaits palielinās, ja molekulas vienmērīgāk sadalītas pa šūniņām. Vislielākais iespējamo sakārtojumu skaits ir tad, kad molekulu skaits šūniņās būs pēc iespējas vienāds; aprēķins rāda, ka šādā gadījumā iespējamo sakārtojumu skaits, salīdzinot to ar visu pārējo sakārtojumu kopskaitu, ir ļoti liels. Bet, tā kā visi individualie sakārtojumi savā starpā vienādi iespējami, tad ir ļoti liela varbūtība, ka faktiski katrā momentā izveidosies kāds beidzamā tipa sakārtojums, t. i., tāds sakārtojums, kas atbilst vienādam gāzes blīvumam visās vietās. Varam teikt, ka tāds blīvumu sakārtojums ir «tuvs tiešamībai». Tomēr iespējami arī tādi sakārtojumi, kas novirzās no vienmērīga blīvuma noteikumiem; bet, jo lielāka šī novirzīšanās, jo mazāka ir tādu sakārtojumu izveidošanās varbūtība. Bolcmanis saka, ka gāze, kas atrodas apvalkā un padota tikai saviem impulsiem, var visa koncentrēties apvalka vienā pusē un otra puse paliks tukša, bet šāda varbūtība ir daudzreiz mazāka par tāda notikuma varbūtību, ka vienā un tai pašā dienā lielpilsētas visos namos neatkarīgi viens no otra var izcelties ugunsgrēki.

Jautājums par gāzes molekulu sakārtojumu telpā ir saviešnots ar daudz komplicētāku jautājumu par molekulu ātrumu sakārtojumu gāzē (kas atrodas līdzsvarā). Arī še ir iespējami tādi sakārtojumu tipi, kuru realizēšanās varbūtība ir visai maza, tāpēc ka to realizēšanās var notikt samērā nedaudz veidos. Kā piemēri var būt sakārtojumu tipi: 1) kad aplūkojamā momentā katras molekulas ātrums vērsts pa vienu taisnleņķa koordinatu asi; 2) kad aplūkojamā momentā visām molekulām ir vienlīdzīgs ātrums; 3) kad aplūkojamā momentā vienā telpas daļā, ko ieņem gāze, grupējas molekulas, kurām lielāki ātrumi, un tās pašas telpas otrā daļā atrodas molekulas, kurām mazāki ātrumi. No otras puses — statistiskā teorija norāda, ka ir viens tāds molekularo ātrumu sakārtojuma tips, kura varbūtība ir sevišķi liela, ja to salīdzina ar visu pārējo tipu varbūtībām, un kurš tādēļ kā likums realizējas īstenībā; tas ir tips, kurā molekulu skaitu ar tādu vai citādu ātrumu nosaka Maksvela likums; bez tam molekulas, kurām ir kāda noteikta lieluma ātrums, ir vienmērīgi sakārtotas gāzes tilpumā, un beidzot — katrā dotajā šūnā šo molekulu ātrumi ir vienmērīgi sadalīti visos virzienos. Šis ir tā saucamais *Maksvela sadalījums*, kas raksturo «molekularo chaosu».

Jāpasvītro, ka minētie secinājumi par pašu molekulu sakārtojumu un molekulu ātrumiem atbilst īstenībai tikai tai gadījumā, ja dotās gāzes molekulu ir ļoti daudz, jo tikai tad «lielo skaitļu likums», kas ir statistiskās metodes pamatā, var pilnīgi izpausties[1].

Kā atsevišķu paņēmienu, ko izmanto statistiskā metode, var minēt vidējās vērtības aprēķināšanu dažādiem lielumiem, kas pakļauti individualām svārstībām. Piemēram, iepriekšējā nodaļā apskatījām vidējo molekularo ātrumu un vienas molekulas virzes ātruma vidējo enerģiju.

166. §. Molekulu savstarpējās iedarbības hipoteze. Modeļu metode. Gāzu lielākai daļai molekulas sastāv no vairākiem atomiem. Katrā atomā ir pozitivs kodols un negativi elektroni, kas riņķo ap kodolu; viens un tas pats elektrons var atrasties gan uz vienas, gan uz otras orbitas. Atomiem savienojoties molekulās, atomu sastāvdaļas, bez šaubām, pakļautas kaut kādai pārvietošanai, kuras raksturu vēl nezinām, tādēļ vēl maz ko varam teikt par to, kā veidotas daudzu gāzu molekulas un to elementarās daļiņas. Galvenais, ko zinām, ir tas, ka molekulas ārējo daļu aizņem elektroni, bet kodoli atrodas iekšpusē. Katrreiz, kad divas vienādas molekulas cieši saskaras, starp tām sāk darboties atgrūšanās spēks, ko rada viendabīgu lādiņu savstarpējā iedarbība. Likums, kas nosaka šo lādiņu savstarpējo iedarbību vismazākos atstatumos, nav visā pilnībā zināms, un, ja ņemam vērā molekulas komplicēto uzbūvi, tad jautājums par saskarošos molekulu savstarpējās iedarbības spēku vēl vairāk sarežģījas. Bet, lai ar panākumiem pielietotu statistisko metodi kaut vai gāzēm, nepieciešami zināt, kāds likums nosaka tuvu sanākušu molekulu atgrūšanos. Zinātnei par lielu laimi

[1] Lielo skaitļu likumu formulē tā: ja ir pietiekami liels skaits neatkarīgi izdarītu mēģinājumu, tad var sagaidīt ar varbūtību, kas pēc patikas tuva pilnīgai drošībai, ka notikumu skaita attiecība pret izdarīto mēģinājumu skaitu būs pēc patikas tuva notikuma varbūtībai.

Lūk, vienkāršs piemērs, kas ilustrē šo likumu: no viendabīga materiala pagatavots kubs, kura skaldnes apzīmētas ar cipariem no 1 līdz 6. Kubu sviež uz augšu kā pagadās, un tas krīt uz galda. Varbūtība, ka kuba virsējā skaldne ir tā, kuru vēlamies (piem., uz kuras cipars 4), izsakāma ar attiecību 1:6. No otras puses: ja kubu sviež daudzas reizes, tad kuba skaldnes 4 parādīšanās («notikums») skaita attiecība pret kuba sviešanas («mēģinājums») skaitu būs 1:6.

izrādās, ka še var lietot divas hipotezes, kas gan visai primitivas, bet ar kurām tomēr pietiekami labi var noskaidrot daudzus jautājumus. Abas hipotezes bija izveidotas jau tad, kad zinātniekiem vēl nebija nekādas jēgas par molekulu komplicēto uzbūvi. Pirmo hipotezi, ko pirms 200 gadiem izteica Pēterburgas akademiķis Daniels Bernuli, vēl līdz šim laikam plaši izmanto; hipotezei ir šāds saturs: tuvu kopā sanākušas molekulas atgrūžas tā, it kā tās būtu ideali elastīgas lodītes[1]. Otra hipoteze, ko ap 1860. g. pirmais izteica Maksvels, bet vēlākā laikā ievērojami uzlaboja Čepmens, pieņem, ka molekulu savstarpējās iedarbības spēki ir apgriezti proporcionali kaut kādai molekulu atstatuma pakāpei (pēc Maksvela — piektai pakāpei). Tātad ļoti sarežģītas dabas parādības vietā, ko nav vēl iespējams zinātniski analizēt, tiek veidots konkrets priekšstats («modelis»), kas ņemts ar tādu aprēķinu, lai tā īpašības un tā izpausme plašā apjomā apmēram sakristu ar faktiem, kas novērojami eksperimentali. Jāpasvītro, ka zinātnei nebūtu iespējams iztikt bez šādiem konkretiem priekšstatiem: piemēram, ja atteiktos no priekšstata, ka molekulas ir elastīgi ķermenīši vai arī spēku centri, kas apgriezti proporcionali atstatuma n-tai pakāpei, tad būtu jāizmet no zinātnes arī visa gāzu kinetiskā teorija. Šīs hipotezes aptuveni pareizi un patiesi attēlo objektivo realitati; to pareizības kriterijs ir prakse, eksperiments.

Šādai modeļu lietošanai tomēr ir arī savi trūkumi. Ciktāl modelis ir nepilnīgs, tiktāl rezultati, kādus dabū, modeļus lietojot, ir ne visai precizi; lai tos uzlabotu, modelis jāpadara komplicētāks; tas tādā gadījumā zaudē pirmatnējo vienkāršību. Piemēram, kinetisko enerģiju, kas rodas divu molekulu sadursmē, patērē šo molekulu deformacija; kad šī deformacija sasniedz augstāko pakāpi, tad abu molekulu smaguma centri atrodas vistuvāk viens otram, un, saprotams, ka deformacija ir jo lielāka un vismazākais atstatums starp centriem jo mazāks, jo lielāks ir molekulu virzes ātrums, t. i., jo augstāka gāzes temperatura. Izrādās, ka, balstoties uz hipotezi par elastīgām lodes veidīgām molekulām, šīm lodītēm vajadzēs piedēvēt savdabīgu īpašību: to diametram jāsamazinās, ja paaugstinās gāzes temperatura (jo sadurošos molekulu vismazākais centru atstatums ir tas, ko modelī saucam par molekulas diametru). Ciktāl izmantosim jauno konkreto priekšstatu, tiktāl iegūstamie rezultati rādīs lielāku saskaņu ar mēģinājumu.

[1] No šīs hipotezes D. Bernuli, starp citu, secināja gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojumu.

Modeļu lietošanai ir vēl tas labums, ka teorija kļūst vienkāršāka matemātiskā ziņā. Piemēram, ja mēs noteikti zinātu, kā mainās divu molekulu sastāvdaļu sakārtojums, kad tās saduras, tad matemātiski noteikt visas šīs pārmaiņas būtu ļoti grūti; hipoteze par elastīgām lodītēm mūs atbrīvo no šīs grūtības. Tamlīdzīgi diezgan bieži (sevišķi orientēšanās aprēķinos) ar nodomu pieļauj teorijā nepareizus pieņēmumus, lai vienkāršotu spriešanu un ar to iegūtu, ja arī tikai aptuvenu (dažreiz pat rupji aptuvenu), tad tomēr vērtīgu rezultatu.

Kas attiecas uz hipotezi, ka molekulu sadursme noris saskaņā ar likumu par ideali elastīgām lodītēm, tad jāsaka vēl sekojošais: hipoteze ir pieņemama, ja tās noteikumi atbilst parādību vidusmēram. Kas attiecas uz atsevišķu molekulu sadursmi, tad var pieņemt, ka blakus ideali elastiskiem triecieniem, kad divas vienādas molekulas apmainās ātrumiem (*pirmā veida trieciem*), ir arī gadījumi, kad trieciens nav gluži elastisks, kad molekulu kinetiskā enerģija pa daļai pārveidojas atomu iekšējā enerģijā un sakarā ar to notiek elektronu pārsviešanās no vienām orbitām uz citām. Var gadīties, ka trieciens ir «vairāk nekā elastisks», t. i., ka molekulas kustības enerģija triecienā pieaug uz atomu iekšējās enerģijas daļējas pamazināšanās rēķina. Novērots, ka tādi trieciens, kuros molekulu kustības enerģija pārveidojas atomu iekšējā enerģijā vai atomu iekšējā enerģija pārveidojas molekulu kustības enerģijā, bieži notiek īstenībā; tos sauc par *otrā veida triecieniem.*

Gāze, kas atrodas kādā «siltuma izolētā» traukā un atstāta savā vaļā, neizrāda ne pašatdzišanas, ne arī pašsasilšanas pazīmes; gāzes spiediens un tilpums nemainās, tātad arī molekulu kustības vidējais ātrums (6. un 7. formula) paliek nemainīgs. No tā var spriest, ka otra veida triecienos molekulari kinetiskās enerģijas pārveidošanās atomu iekšējā enerģijā un otrādi caurmērā kompensē viena otru. Tāpēc daudzos gadījumos otrā veida triecienus var neievērot; hipoteze, ka visi molekulu trieciens padoti idealu ložu triecienu likumiem, lai gan tā nav pareiza, tomēr ir likumīga (bez kļūdām), ja aprēķina dažādu lielumu vidējās vērtības, kas raksturo gāzes molekularo siltumkustību.

167. §. Termodinamiskā metode. Lai gan molekulu siltumkustības virziens, molekulu ātrumi, to sadursmes, salipšana (kohezija) agregatos, agregatu eksplozija un citi šīs mikropasaules[1] notikumi ir parādības, kam gadījuma raksturs, tomēr dabā nav tādu parādību, kas nebūtu padotas kādai likumībai;

[1] Vienosimies vārdu m i k r o p a s a u l e saprast kā molekulu, atomu, elektronu utt. pasauli.

arī gadījuma rakstura notikumiem ir sava likumība, un, pirmkārt, lielo skaitļu likums. Lielos molekulu sakopojumos izlīdzinās visi gadījuma rakstura notikumi, un no mikropasaules «chaosa» likumsakarīgi rodas sakārtotā makropasaules[1] parādību norise — statistiskā likumība.

Statistiskās likumības fizikā var pētīt ar trim paņēmieniem.

Pirmais paņēmiens: iedomājas notikumu ainu, kas notiek mikropasaulē, un ar preciziem mechanikas un varbūtību teorijas likumiem uzmin — diemžēl gan ar komplicētiem aprēķiniem — kā izpaudīsies mikropasaules juceklīgums to procesu gaitā, kas pieejami tiešai novērošanai. Tas ir *statistiskās mechanikas* paņēmiens.

Otrais paņēmiens: pastāvīga teorijas un prakses saskaņošana; balstoties uz fizikas un ķimijas pētījumiem, ar minējumiem lūko sataustīt likumsakarības, kurām ir statistiska jēga; šām likumsakarībām izdomā vienkāršus «paskaidrojuma modeļus» un, pamatojoties uz šādām pagaidām izveidotām un vēl visai nepilnīgām hipotezēm, plāno jaunu pētījumu serijas, lai precizāk noteiktu agrāk uzzinātās likumības un lai atrastu jaunus faktus. Tas ir *molekularās fizikas* paņēmiens.

Trešais paņēmiens ir savdabīgs. Tas attiecas uz *termodinamiku*[2]. No lielā atziņu daudzuma, kas iegūts mēģinājumos, izvēlas tikai divas trīs — vispārbaudītākās, svarīgākās un vispārējākās pamatatziņas, un tad ar stingri loģiskiem secinājumiem, izejot no pamatatziņām, nosaka daudzas atsevišķas likumības, kuras atļauj precizi uzminēt dažādu procesu norises un visdažādāko vielu īpašības.

Vēsturiski termodinamika ir radusies to prasību rezultatā, kādas fizikai uzstādīja siltumtechnika. Bet tā jau sen ir pāraugusi minētās prasības. Lai gan jēdzieniem «siltums» un «darbs» arī tagad termodinamikā ir ievērojama nozīme, tomēr tie nekādā ziņā nenosaka termodinamikas saturu.

Termodinamika aptver visus tos fizikas un ķimijas faktus (objektus un parādības), kuri ir mikropasaulē noritošo notikumu statistiski likumsakarīgs rezultats. Tipiski to faktu piemēri, ko pētī termodinamika, ir difuzija un vispār nekārtīga vienas vielas molekulu iespiešanās citas vielas molekulu biezoknī (šķīšana, absorbcija), atdzišana un sakaršana, kas saistīta ar vielas

---

[1] Makropasaule ir to ķermeņu pasaule, kuri savu apmēru ziņā ir lieli, salīdzinot ar molekulu apmēriem.

[2] Vārds «termodinamika» atvasināts no grieķu vārdiem *therme* — siltums un *dinamis* — spēks. Ņemot vērā vārda «termodinamika» izcelšanos, tas jātulko: «zinātne par spēkiem, kas saistīti ar siltumu», bet ne par siltuma pāreju; parādības, kas saistītas ar siltuma vadīšanu un siltuma pāriešanas likumiem, neietilpst termodinamikas uzdevumos.

atsevišķo elementaro daļiņu kustības intensitates maiņu, ķimiskās reakcijas, kristalizacija, kušana, iztvaikošana utt.

Tātad termodinamikas, statistiskās mechanikas un molekulārās fizikas uzdevums ir viens un tas pats. Šīs trīs zinātnes ir radniecīgas un attīstās paraleli, bet to metodes ļoti dažādas.

Termodinamika savu saturu rod ar deduktivo metodi no dažiem fizikas likumiem, kuri ar pilnīgu drošību ir noteikti eksperimentalā ceļā. Tāpēc arī visi termodinamikas slēdzieni ir tikpat droši kā likumi, kas likti šo slēdzienu pamatā (protams, ar noteikumu, ka spriedumos nav izdarīta kāda loģiska vai aprēķina kļūda).

Pašreiz termodinamikas empiriskā baze ir divi pamat- un viens palīglikums. Termodinamika kļuva par patstāvīgu zinātni, kad atklāja abus pamatlikumus. Tāpēc mēs šos likumus sauksim par termodinamikas *pamatlikumiem*. Trešais likums (ko sauc par Nernsta siltumlikumu) ir atklāts ne visai sen un noder par pamatu tikai dažām termodinamikas papildnodaļām[1].

Pirmo un otro termodinamikas pamatlikumu var formulēt šādi:

I pamatlikums. *Enerģijas rašanās vai zušana nav iespējama.*

II pamatlikums. *Nav iespējams process, kura vienīgais rezultats būtu siltuma pārvēršana darbā.*

Formulēsim šos pamatlikumus citādi, lai tūlīt būtu redzama to nozīme technikā. Šai nolūkā pakavēsimies pie jēdziena par pirmā un otrā veida mūžīgo dzinēju (perpetuum mobile).

Dzinējs, kas spējīgs atkārtot vienu un to pašu procesu vairākas reizes un var izdarīt darbu, kas lielāks par to enerģijas daudzumu, ko dzinējs saņem no ārienes — citiem vārdiem, dzinējs, kas pats ražo enerģiju — ir pirmā veida perpetuum mobile.

Par otrā veida perpetuum mobile iedomājas siltumdzinēju, kas, atkārtodams vienu un to pašu procesu vairākas reizes, spēj pārvērst darbā visu siltumu, ko tas dabū no kāda ķermeņa vai ķermeņiem kā siltuma avotiem (kam tātad nevajadzētu citu ķermeņu, kas noderētu par darbā nepārvērstā siltuma aizvadītājiem).

Piemēram, ja būtu iespējams izgudrot tādu tvaikmašinu, kas visu siltumu, ko tā dabū no tvaika katla, bez atlikuma pārvērstu darbā un kurai tātad nebūtu vajadzīgs dzesinātājs[2] vai cits kāds ķermenis dzesinātāja vietā, tad tāda mašina būtu otrā veida perpetuum mobile.

Abas šīs mašinas no cilvēku vajadzību viedokļa ir ļoti vili-

[1] Nernsta siltumlikums nosaka ķermeņu īpašības pie ļoti zemām temperaturām.

[2] Tvaikmašinās dzesinātājs ir kondensators vai atmosferas gaiss (mazāk ekonomiskās mašinās).

nošas. Ja varētu konstruēt pirmā veida perpetuum mobile, tad cilvēcei nevajadzētu rūpēties par kurināmo, kura ķimiskā enerģija iekšdedzes motoros un tvaikmašinās pārveidojas mehaniskā enerģijā, nevajadzētu upēs ierīkot dambjus un celt spēkstacijas.

Ja tiktu konstruēts otrā veida perpetuum mobile, tad mēs iegūtu neizsmeļamus dabiskā siltuma avotus. Vienkāršs aprēķins rāda, ka ar otrā veida perpetuum mobile varētu darbināt visas pasaules fabriku mašinas, ja siltumu, kas atrodas okeanu ūdeņos, pārveidotu dzinējspēkā, un tikai pēc 1700 gadiem varētu ievērot, ka ūdens temperatura okeanos pazeminājusies par vienu simtdaļu grada.

Ir izdarīts neskaitāmi daudz mēģinājumu prepetuum mobile izgatavošanā. Tomēr tas nevienam nav izdevies. Vai tā ir nejaušība? Vai nevajadzētu šādus mēģinājumus turpināt, turpināt vēl enerģiskāk? Uz šiem jautājumiem atbild divi termodinamikas pamatlikumi:

I pamatlikums saka: *pirmā veida perpetuum mobile nav iespējams.*

II pamatlikums saka: *otrā veida perpetuum mobile nav iespējams.*

Tādi dzinēji, par kuriem šeit minēts, var eksistēt tikai mūsu fantazijā; realajā dzīvē tiem nav vietas. Mēģinājumi tādus izgatavot ir neauglīgi. Pūliņi jāvirza nevis tādā plaknē, kā šādus dzinējus pagatavot, bet gan tā, lai vispirmā kārtā izprastu, kāpēc šādi dzinēji nav iespējami.

Termodinamikas pētīšanas apjomi ir ierobežoti attiecībā pret pētījamo ķermeņu apmēriem, t. i., pētījamo ķermeņu apmēriem jābūt pietiekami lieliem, lai nodrošinātu mikropasaules nejaušo notikumu izlīdzināšanu. Šo prasību jau gan apmierina ļoti mazi ķermenīši (no mūsu viedokļa), jo vienā kniepadatas galviņā ir vairāk molekulu nekā Kaspijas jūrā ūdens spaiņu. Tomēr, ņemot vērā eksperimentalās technikas progresu (mikroskopi, ultramikroskopi utt.), ir iespējams pētīt pat tādus niecīgus vielas daudzumus, ko sastāda neliels molekulu skaits. Protams, ka katras tādas daļiņas īpašību noskaidrošanai atsevišķi statistikas likumi nav derīgi; tādām sīkām vielas daļiņām nav piemērojami termodinamikas likumi (ko atvasina no II pamatlikuma).

No daudzām daļiņām sastāvoša agregata īpašības («veselā» īpašības) nav atsevišķu molekulu īpašību (sastāvdaļu īpašību) vienkārša suma. Daļiņu skaita pieaugšanas noteiktā pakāpē agregatā rodas jauna «kvalitate»[1]. Termodinamiskie likumi (atvasināti no II pamatlikuma), kas nav piemērojami atsevišķām molekulām un ultramikroskopiskām vielas daļiņām, zināmā molekulu sakopojuma pakāpē sāk izpausties.

Tātad termodinamika pētī procesus, kas noris tikai galīga (ne elementari maza) lieluma ķermeņos.

168. §. Ķermeņa termodinamiskais stāvoklis. Statistiskā mechanikā un termodinamikā jēdzienam «ķermenis» ir cita, varētu teikt, pilnīgi pretēja nozīme, nekā to parasti saprot ģeometrijā. Kad termodinamikā vai statistikā sakām «ķermenis», tad iedomājamies priekšmetu, kura ārējais izskats, forma, krāsa mums liekas maznozīmīgi: ar šo vārdu apzīmējam *vielu, kas aizņem noteiktu tilpumu,* un nesaistām to ar redzi, kā tas ir ģeometrijā, bet drīzāk gan ar tausti.

Ar vārdu «ķermenis» saprotam ūdeni, gaisu, dzelzi, sāli, dzīvsudrabu vai citu kādu vielu, kas ņemta noteiktā tilpumā un ko raksturo zināma elastība, blīvums, sasilšanas pakāpe un citas tieši vai netieši konstatējamas, objektivi novērtējamas fizikalas pazīmes. Ja šīs pazīmes visās ķermeņa daļās ir vienādas, tad sakām, ka ķermenis *fizikali ir viendabīgs.* Ķermenis var būt fizikali neviendabīgs attiecībā pret blīvumu, elastību vai arī sasilšanas, elektrizēšanas, magnetizēšanas pakāpi utt.

Ja ķermenis ir maisījums (ne ķimisks savienojums), kurā ir vairākas vielas, tad sakām, ka tas *nav ķimiski viendabīgs,* lai cik smalks arī būtu šis maisījums, pat ja tas būtu šķīdums vai sakausējums. Piemēram, gaiss nav ķimiski viendabīgs, jo tas ir skābekļa, slāpekļa, argona un citu gāzu maisījums. Ūdens ir ķimiski viendabīgs, jo, lai gan tas sastāv no ūdeņraža un skābekļa, tomēr tie ir ķimiski savienoti un nav maisījumā.

Visas pazīmes, kas raksturo ķermeni un kurām ir objektivs mērs, kā, piemēram, blīvums, elastība, sasilšanas pakāpe, elektrizēšanas pakāpe, salikta ķermeņa dažādo vielu daudzuma procentu attiecība utt., ir *ķermeņa stāvokļa termodinamiskie parametri.* Kad mainās kaut viena šāda pazīme, pat ja arī tikai kādā ķermeņa nelielā daļā — tad saka, ka ķermeņa stāvoklis mainījies. Tātad *ķermeņa termodinamisko stāvokli* nosaka visu to pazīmju (parametru) kopojums, kuras raksturo visas ķermeņa daļas, kas kaut kādā ziņā atšķiras viena no otras. Ķer-

[1] Jēdziens «kvalitate» filozofijā nozīmē visu priekšmeta neatņemamo pamatīpašību kopību, kas šo priekšmetu atšķir no pārējiem. Pēc Hegeļa definicijas «kvalitate ir no konkretas esamības neatdalāms noteikums».

meņa stāvokli[1] var izmainīt sasildot, atdzesējot, saspiežot, mainot formu (ja ķermenis pretojas formas maiņai), iedarbojoties ar elektriskiem un magnetiskiem spēkiem utt. Dzelzs stieņa termodinamiskais stāvoklis izmainās, ja to norūda vai saliec, izstiepj vai magnetizē, vai vienkārši tā vienu galu ieliek aukstā ūdenī.

Uzstādot piemērotus noteikumus parametru mērīšanas paņēmienu un mēra vienību izvēlei, iegūstam iespēju raksturot ķermeņa stāvokli, norādot parametru skaitliskās vērtības. Lai ķermeņa stāvoklis būtu pilnīgi noteikts, jāuzrāda visu parametru skaitliskie lielumi visās ķermeņa daļās.

Ķermeņa stāvoklī izšķir līdzsvaru un nelīdzsvaru. Saka, ka ķermenis atrodas *līdzsvara stāvoklī*, ja visas ķermeni raksturojošās pazīmes (ko neietekmē ārējie procesi) visās tā daļās paliek nemainīgas nenoteikti ilgi.

Tātad ir divas prasības, kuras vienlaicīgi jāizpilda: pirmkārt, parametriem, kas raksturo ķermeņa stāvokli, jābūt nemainīgiem laikā; otrkārt, jāizpaliek procesiem (procesiem, bet ne spēkiem), kas no ārpuses varētu atbalstīt šo parametru nemainīgumu. Ja kaut viena minētā prasība nav izpildīta, tad sakām, ka ķermenis atrodas nelīdzsvara stāvoklī.

Ķermeņa stāvoklis jāsauc par nelīdzsvarotu, ja parametri mainās; par nelīdzsvarotu tas jāsauc arī tad, ja parametri paliek nemainīgi, bet ja šo nemainīgumu atbalsta kāds process no ārpuses, kas ķermeni ietekmē. Piemēram, dzelzs nūjas termodinamiskais stāvoklis, ja vienu nūjas galu karsē, bet otru atdzesē, var kļūt «stacionars» (nemainīgs), bet tas nav līdzsvara stāvoklis.

Fizikali viendabīgu ķermeni vai vairāku gluži vienāda sastāva ķermeņu kopojumu, kas atrodas vienādos līdzsvara stāvokļos, termodinamikā īsi apzīmē ar vārdu *faze*[2]. Līdz ar to pieņem, ka katrs ķermenis ir viendabīgs attiecībā pret visiem sava stāvokļa parametriem (blīvumu, elastību, temperaturu utt.).

Tātad ķermeni nosaucam par fazi, ja esam pārliecināti, ka ikvienā paņēmienā, ar kuru sadalām ķermeni nenoteikta lieluma daļās (bet ne visai sīkās), varēsim konstatēt visu daļu stāvokļa vienādību.

Ņemsim ūdeni, kurā peld ledus gabals. Šai gadījumā ir divas fazes. Ja ūdenī peld vairāki ledus gabali, jēdziens «cietā faze» jāattiecina uz visiem gabaliem kopā.

[1] Teiciena «ķermeņa termodinamiskais stāvoklis» vietā bieži lietosim «ķermeņa stāvoklis».

[2] To pašu vārdu «faze» lieto mācībā par svārstībām, bet pavisam citādā nozīmē.

Vienai un tai pašai vielai, piemēram, ūdenim, var būt vairākas cietas fazes, kas atšķiras viena no otras ar kristalisko strukturu. Pazīstamas piecas ledus modifikacijas. Mainot ledus temperaturu un palielinot tai pašā laikā spiedienu līdz vairākiem tūkstošiem un desmit tūkstošiem atmosferu, pakāpeniski var dabūt katru modifikaciju.

Ķermeņu fizikalās un ķimiskās pamatīpašības nav atkarīgas no ķermeņu lieluma (ja salīdzināšanai neņem pārāk mazas vielas daļiņas). Tādēļ termodinamikā ķermeņa kopējai masai nav izšķirīgas nozīmes; priekšstats par ķermeņa kopējo masu, kam mechanikā ir pamatnozīme, termodinamikā dod vietu priekšstatam par blīvumu.

Par ķermeņa blīvumu, kā zināms, sauc ķermeņa masas attiecību pret tā tilpumu jeb, citiem vārdiem — masu, kas atrodas tilpuma vienībā. Piemēram, dzelzs blīvums ir 7,8 $\frac{g}{cm^3}$ (pie normalas temperaturas).

Fizikā bieži jāsastopas ar ķermeņu blīvuma maiņu kā saspiešanas, sasildīšanas utt. rezultatu. Tādā gadījumā parasti pētījamā ķermeņa masa saskaņā ar eksperimenta noteikumiem paliek nemainīga un blīvums mainās tikai sakarā ar ķermeņa tilpuma maiņu. Tā kā blīvums ir ķermeņa masas attiecība pret tā tilpumu, tad blīvuma maiņu norādītos gadījumos izraisa šīs attiecības saucēja maiņa. Tādēļ ir ērtāk aplūkot nevis blīvumu, bet gan tā apgriezto lielumu, t. i., ķermeņa tilpuma attiecību pret masu. Šo lielumu, ko mērī ar tilpumu, kuru aizņem masas vienība, sauc par *īpatnējo tilpumu* un parasti apzīmē ar v. Īpatnējā tilpuma skaitliskā vērtība, kā redzams, vienlīdzīga vienam, dalītam ar blīvuma skaitlisko vērtību. Parasti īpatnējo tilpumu nosaka ar kubcentimetru skaitu, ko aizņem 1 g masas; piemēram, dzelzs īpatnējais tilpums $v = 0{,}128 \frac{cm^3}{g}$.

Bieži vielas daudzumu mērī ar grammolekulām. Grammolekula ir vielas daudzums, kurā ir tik daudz gramu, cik liels ir vielas molekulsvars[1]. Piemēram, grammolekulā ūdens ir 18 g, jo ūdens molekulsvars ir 18. «Grammolekulas» vietā pieņemts lietot vārdu *mols*. Tilpumu, ko ieņem viens mols, sauc par *mola tilpumu*.

Parasti termodinamikā pētī procesus, kas noris nekustīgos ķermeņos un nekustīgās ķermeņu sistemās. Spēkiem, kas dar-

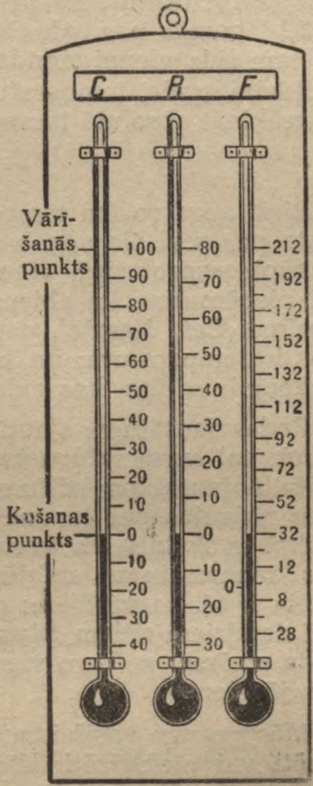
[1] Vielas molekulsvars ir vielas molekulas masas attiecība pret skābekļa atoma masas vienu sešpadsmito daļu (tātad molekulsvars ir nenosaukts skaitlis).

bojas uz nekustīgiem ķermeņiem, jālīdzsvarojas katra ķermeņa smaguma centrā. Spēku iedarbība šai gadījumā izpaužas tikai ķermeņu deformacijā. Termodinamikā un statistiskā mechanikā, kā arī elastības teorijā, ārējo spēku piepūlējumu mērī ar spēku spiedienu uz ķermeņa virsmas vienību. Spiedienu, ko ķermenis izdara uz apvalku, apzīmēsim ar p. Spiediens p ir algebrisks lielums; tas ir pozitivs, kad ķermenis ir saspiests un kad spiediens vērsts uz āru; tas ir negativs, kad ķermenis vispusīgi izstiepts un kad spēki, kas pielikti no ķermeņa puses pret ķermeni stiepjošo apvalku, vērsti uz iekšu.

169. §. Temperatura. Ievērojamākais ķermeņa stāvokļa parametrs ir temperatura (temperaturu starpība). Temperatura kā lielums eksistē, pateicoties lielo skaitļu likumam, kas pārvalda mikropasauli. Šis likums regulē siltuma parādību norisi un nosaka sevišķu līdzsvara veidu — ķermeņu *siltuma līdzsvaru*.

Par temperaturu starpību sauc ķermeņu novirzīšanās lielumu no savstarpējā siltumlīdzsvara stāvokļa. Jāizšķir empiriskā temperatura t un absolutā temperatura T.

Par *empirisko temperaturu* sauc ķermeņa novirzīšanās lielumu no siltumlīdzsvara stāvokļa ar kūstošu ledu, kas atrodas zem vienas fizikalās atmosferas spiediena. Empiriskās temperaturas mērs, kas pieņemts Starptautiskā mēru un svaru komitejā 1877. gadā, ir noteikts proporcionali ūdeņraža spiediena pieaugumam, kura tilpumu sildot (vai arī atdzesējot) uztur stingri nemainīgu[1]. Ar šo vienošanos bija noteikta tā saucamā empiriskās temperaturas *normalā skala*.



336. zīm. Celsija, Reomira un Farenheita skalas.

Par temperaturas vienību ir pieņemts 1 Celsija grads, kuru

[1] Saskaņā ar minēto pieņēmumu ņem tādu nemainīgu ūdeņraža blīvumu, lai ledus kušanas punktā ūdeņraža spiediens būtu vienlīdzīgs 1000 mm Hg.

nosaka noteikums, ka kūstošam ledum zem atmosferas spiediena pieņem temperaturu 0°C, bet verdošam ūdenim zem atmosferas spiediena — temperaturu 100°C (336. zīm.). Starpība starp absoluto temperaturu (par kuru tuvāk paskaidrots turpmāk) un empiriskās temperaturas normalskaiu vispirms ir tā, ka absoluto temperaturu skaita (arī Celsija grados) no *zemākās temperaturas*, no tā sauktās *absolutās nulles*, kas atrodas 273,16° zemāk par ledus kušanas temperaturu. Ar pareizību apmēram līdz vienai simtdaļai, bet dažos intervalos arī līdz desmitdaļai grada, temperaturu no normalās empiriskās skalas var pārrēķināt absolutā temperaturā, lietojot vienkāršu formulu[1]:

$$T \approx t + 273{,}16. \tag{9}$$

Bieži apgalvo, ka temperatura ir ķermeņa sasilšanas pakāpe. Pats par sevi šis apgalvojums nav kļūdains, ja ar «sasilšanas pakāpi» saprot tieši «temperaturu», t. i., minēto frazi uzlūko kā pieņēmumu, ka abiem terminiem ir tikai viena un tā pati nozīme. Bet, diemžēl, daudzi iedomājas, ka šī fraze paskaidro, kas ir temperatura; un turklāt ietver vēl domu, ka sasilšanas pakāpe ir sajūta, kas rodas, priekšmetam pieskaroties.

Rodas jautājums (jautājums, kas noskaidro pašas lietas būtību): vai temperaturu varētu izmērīt, ja cilvēka ķermenim nebūtu nojautas par siltuma un aukstuma sajūtu, tāpat kā tam nav nojautas par magnetiskiem un elektriskiem spēkiem? No teiktā ir skaidrs, ka to katrā ziņā varētu. Vēl vairāk, pašreizējos temperaturas mērīšanas paņēmienos nekas nemainītos. Lieta ir tā, ka vārdiem: «temperatura», «sasilšanas pakāpe», kā arī daudziem citiem, piemēram, «skaņa», «gaisma» utt., ir divējāda nozīme: ar tiem vienlaicīgi apzīmē fizioloģiskus un fizikalus jēdzienus.

Mēs neesam spējīgi sajust, vai un cik stipri ķermeņi magnetizēti vai elektrizēti. Tādēļ izteicieni «elektrizacijas pakāpe», «magnetizacijas pakāpe» nevienam neierosina un arī nevar ierosināt priekšstatu, kas būtu saistīts ar mūsu uztveres intensitati. Kad runā par temperaturu, par sasilšanas pakāpi, viegli var nokļūt šo terminu parastās tīri fizioloģiskās izpratnes varā. Tas jāņem vērā, lai nodarbībā ar fizikas jautājumiem atteiktos no temperaturas subjektivās izpratnes.

---

[1] Pie 0° un 100°C formula (9) saskaņā ar graduēšanas noteikumu ir preciza. Intervalā no 0° līdz 100°C atšķirība starp T un $t + 273{,}16$ skalām nepārsniedz 0,001°. Pie 1000°C skalu starpība ir apm. 0,1°. Pie zemām temperaturām formula (9) ir mazāk preciza; pie —200°C novirzīšanās sasniedz 0,25°.

Ja nebūtu siltumlīdzsvara fakta, tad nebūtu arī temperaturas kā fizikala lieluma. Tad ķermeņu siltumstāvoklis mums kļūtu līdzīgs šo ķermeņu smaržai un garžai, t. i., par šo stāvokli mēs spriestu, pamatojoties tikai uz siltuma un aukstuma sajūtas intensitati, tāpat kā patlaban spriežam par ķermeņa salduma vai rūgtuma pakāpi vai arī tā aromata vai smakas pakāpi utt.

Fizika apskata dažādus līdzsvara veidus, piemēram, ķermeņu līdzsvaru gravitacijas laukā, elektrisko lādiņu līdzsvaru uz vadītāja virsmas utt. Lai raksturotu ķermeņa nosvēršanās pakāpi no līdzsvara stāvokļa, lieto jēdzienu *līmeņu starpība.* Šim jēdzienam dažreiz ir ģeometriska nozīme (augstumu starpība), bet biežāk gan enerģetiska (potencialu starpība).

Jēdziens «līmeņu starpība» ir universals, bet tā konkretais saturs nav vienāds dažādos līdzsvaros. Siltumlīdzsvara gadījumā «līmeņu starpība» apzīmē temperaturu starpību. Temperaturas un potenciala starpā ir dažas līdzības pazīmes. Bet siltumlīdzsvars savā būtībā (ievērojot tā statistisko pamatu) atšķiras no citiem līdzsvara veidiem un fizikā ieņem pavisam savrupu vietu. Tādēļ analoģija starp temperaturu un potencialu ir pavirša. Visas īsti ievērojamās un interesantās temperaturas īpašības sākas tur, kur šī analoģija izbeidzas.

Minēsim dažus skaitļus, kas raksturo temperaturas intervalus, ko izmanto technikā un ko novēro dabas parādībās.

Temperaturas intervals, kas piemīt Zemes virsmai (ja ņem vērā dažādos ģeografiskos platuma gradus), samērā nav liels, apmēram 150°C, ar vienādu nosvēršanos no 0°C kā uz karstuma, tā arī uz aukstuma pusi. Temperaturas intervals, kas atrodas siltumtechnikas (pārkarsēts tvaiks) un aukstumtechnikas rīcībā, ir apm. četrreiz plašāks.

Kurināmā sadedzināšanas technika paplašina temperaturas intervalu līdz +2000°C (mitra koka liesma 1700°, petrolejas primusa liesma līdz 2000°). Dažās ķimiskās reakcijās var dabūt augstākās technikā lietojamās temperaturas: *alumotermiskā* procesā (pulverveidīga aluminija un dzelzs oksidu maisījuma sadegšana, patērējot skābekli, kas atrodas oksidos) 3000°C; *Lengmira* procesā (atomarā ūdeņraža pāreja molekularā) 4000°C.

Augstas temperaturas rekords ir temperatura 8000°C, ko L i m e r s sasniedzis ar Volta loku, kad to aizdedzināja pie 40 at spiediena. Laboratorijas apstākļos uz mirkli var dabūt vēl augstākas temperaturas, ja laiž stiprus elektriskos lādiņus (no kondensatoru baterijas) caur tievām grūti kūstoša metala stieplītēm, kuras tūlīt iztvaiko. Astrofiziķi zvaigžņu izstarojošās virsmas temperaturu rēķina 3000^0—$20\,000^0$ lielu.

Viszemākā temperatura, ko 1935. g. ieguva de-Haas Leidenes universitates kriogenā laboratorijā, ir temperatura, kas par 0,004°C atšķiras no zemāko temperaturu robežas (no absolutās temperaturas nullpunkta).

170. §. Stāvokļa vienādojums. Trīs pamatparametri: spiediens, tilpums un temperatura nav neatkarīgi viens no otra. Tie saistīti vienādojumā, ko sauc par *stāvokļa vienādojumu:*

$$f(p, v, t) = 0.$$

Funkcionalās sakarības veidu šo parametru starpā nosaka katrai dotajai vielai ar mēģinājumiem. Tas ir grūts uzdevums. Jāatzīst, ka pat tādām vielām, kurām ievērojama nozīme technikā, neskatoties uz daudzkārtīgiem laboratorijas pētījumiem, vēl līdz šim nav atrasts stāvokļa vienādojums. Tas ir noteikts tikai retinātām gāzēm un stipri aptuvenā veidā dažām saspiestām gāzēm.

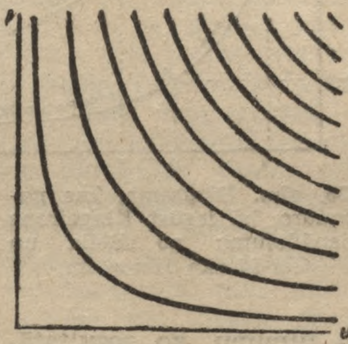
Pētījumos iegūts ļoti plašs skaitliskais materials, kas raksturo šķidru un cietu ķermeņu īpatnējā tilpuma maiņu, ja tos silda vai saspiež. Bet šo skaitļu rindās vēl nav izdevies konstatēt vienkāršu likumību.

Fizika jau sen (vairāk nekā 100 gadu) ir spraudusi uzdevumu: izejot no priekšstata par vielas uzbūvi, noteikt gāzveidīgu, šķidru un cietu ķermeņu stāvokļa vienādojumu. Šis uzdevums līdz šim vēl nav atrisināts. Bet tā praktiskā nozīme techniskos aprēķinos ir ārkārtīgi liela. Šī problema ir ļoti daudzus interesējusi. Ir vesela rinda pētījumu, ko izdarījuši izcilākie zinātnieki, bet, diemžēl, bez sevišķiem panākumiem.

Uzdevumu samērā viegli var atrisināt tikai vienā gadījumā, proti, kad atstatumi ķermeņa atsevišķo molekulu starpā ir tik lieli, ka molekulu savstarpējā iedarbība izpaužas tikai molekulu saduršanās momentā. Tāds stāvoklis ir retinātās gāzēs. Retināto gāzu stāvokļa vienādojums ir atrasts (ja gāzes temperatura nav visai zema, tad dabū Klapeirona vienādojumu, ko apskatīsim nākošajā paragrafā).

Ja gāzi saspiež (padara blīvāku) vai kondensē par šķidrumu, tad molekulu kustību ietekmē savstarpējās iedarbības spēki (trajektoriju izliekšana) un iepriekš formulētais uzdevums tā sarežģījas, ka nav iespējams tā atrisināšanu veikt līdz galam, ja nelieto apšaubāmus aprēķinu vienkāršojošus priekšnoteikumus. Nav izdevies dabūt kaut pietiekami tuvinātu jautājuma atrisinājumu (Van-der-Valsa vienādojums un citi ir neprecizi). Bez matematiskām grūtībām šeit ir arī principialas grūtības. Galvenais, vēl nav zināms likums, kas nosaka molekulu savstarpējās iedarbības spēkus (nav zināms, kā, molekulām tuvojoties, pieaug to savstarpējās pievilkšanās un atgrūšanās spēki; nav zināms arī, kādā atkarībā šie spēki ir no molekulu orientacijas un no molekulu «termiskās ierosinātības»).

Tomēr nav šaubu, ka stāvokļa vienādojuma problema kādreiz tiks atrisināta. Vērtējot šā jautājuma pašreizējo stāvokli, var domāt, ka tā atrisinājumu neatradīs ar statistiskās mechanikas un molekularās fizikas metodēm (šīs metodes, ievērojot minētās grūtības, ir izrādījušās šai gadījumā par neproduktivām), bet gan drīzāk ar termodinamikas metodēm, protams, pēc tam, kad izdosies paplašināt termodinamikas empirisko bazi, pievienojot termodinamikas diviem pamatnoteikumiem jaunas atziņas, kas gūtas eksperimentos un kas pēc būtības ir saistītas ar minēto problemu.



337. zīm. Gāzes izotermas pēc Boila likuma.

171. §. Gāzes stāvokļa vienādojuma (Klapeirona vienādojuma) izvedums no Boiļa un Gei-Lisaka likumiem. Ir zināms, ka retinātas gāzes pakļautas B o i l a un G e i - L i s a k a likumiem. Boila likums nosaka, ka, izotermiski saspiežot gāzi, tās spiediens mainās apgriezti proporcionali tilpumam. Tātad, ja $t=\text{const}$, tad

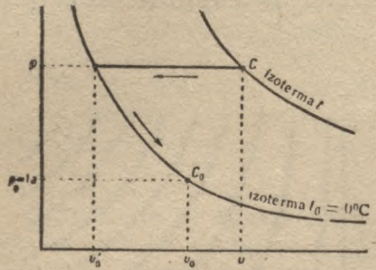
$$pv=\text{const}.$$

Saskaņā ar G e i - L i s a k a likumu gāze, ja to sasilda par 1^0C pie pastāvīga spiediena, izplešas par $\frac{1}{273,16}$ daļu no tā tilpuma, kuru tā ieņem pie 0^0C un tāda paša nemainīga spiediena.

Tātad, ja v_0' ir tilpums, ko ieņem gāze pie 0^0C temperaturas un spiediena p, bet v ir tilpums, ko ieņem gāze pie t^0C un tā paša spiediena p, tad

$$v-v_0'=\frac{v_0'}{273,16}t.$$

Vienosimies gāzes stāvokli apzīmēt ar punktu (p, v) diagramā (kaut kāda punkta koordinatas šai diagramā norāda gāzes spiediena p un 1 g vai 1 mola tilpuma skaitliskās vērtības); 337. zīmējumā parādītas tādas līnijas, kurām $pv =$ const, — tās ir gāzes izotermas[1].



338. zīm. Diagrama, kas paskaidro, kā iegūst Klapeirona vienādojumu no Boila un Gei-Lisaka likumiem.

Iedomāsimies, ka gāze ir ņemta brīvi izvēlētā stāvoklī C, kur tās temperatura ir t, spiediens p un tilpums v. Atdzesēsim gāzi līdz 0°C, nemainot spiedienu p (338. zīm.). Ņemot vērā Gei-Lisaka likumu, var rakstīt:

$$v = \frac{v_0'}{273,16}(t + 273,16).$$

Uzturot temperaturu 0°C, gāzi saspiež vai arī ļauj tai izplesties, kamēr gāzes spiediens kļūst vienlīdzīgs vienai fizikalai atmosferai. Šo spiedienu apzīmē ar p_0, bet ar v_0 tilpumu, ko rezultatā ieņem gāze (ja $p_0 = 1$ at un 0°C). Ievērojot Boila likumu,

$$pv'_0 = p_0 v_0.$$

Pareizinot pirmās vienlīdzības locekļus ar otras vienlīdzības attiecīgiem locekļiem un vienkāršojot (dalot ar v_0'), dabū:

$$pv = \frac{p_0 v_0}{273,16}(t + 273,16). \qquad (10)$$

Šis vienādojums ir pazīstams kā **K l a p e i r o n a v i e n ā d o j u m s**. Pastāvīgo lielumu $\frac{p_0 v_0}{273,16}$ sauc par *gāzu konstanti.*

172. §. Absolutā temperatura. Nepietiekami retinātas gāzes ne visai pilnīgi paklaujas Boila un Gei-Lisaka likumiem; stipri saspiestām gāzēm Klapeirona vienādojums neder. Klapeirona vienādojuma neprecizitate izskaidrojama ar to, ka gāzes molekulu starpā pastāv savstarpējās iedarbības (mijiedarbības) spēki. Šie mijiedarbības spēki traucē molekulu vienmērīgo un taisnvirziena kustību. Tilpums, ko ieņem pašas molekulas, pamazina to neaizņemto telpu, kurā molekulu kustība var notikt bez kavēkļiem.

Iedomāta gāze, kuras molekulu starpā nav nekādu savstarpējās pievilkšanās spēku, bet atgrūšanās spēki izpaužas tā, it kā atomi būtu bezgalīgi mazas, elastīgas lodītes, saucas *ideala gāze.*

[1] Šīs līnijas, kā jau iepriekš minēts, ir hiperbolas. Jo augstāka temperatura, jo lielāka vērtība ir reizinājumam pv un jo tālāk no koordinatu sākuma atrodas attiecīgā izoterma (6. vienādojums).

Ātra un veiksmīga statistiskās mechanikas attīstība parādīja, ka priekšstats par idealo gāzi ir ērts un diezgan precizs realo retināto gāzu «modelis». Pēdējā laikā tomēr noskaidrojies, ka priekšstatam par idealo gāzi nepieciešams ievērojams principials uzlabojums. Izrādās, ka gāzes īpašības ir atkarīgas no likuma, kas izteic, kā sadalīti (sakārtoti) gāzes molekulu ātrumi, kad gāze atrodas līdzsvara stāvoklī. Par *Maksvela idealo gāzi* var nosaukt gāzi, kurai Maksvela likums par ātrumu sadalījumu ir pareizs pie visām temperaturām (pēc patikas zemām vai augstām) un pie visiem gāzes blīvumiem. Ir pamats domāt, ka visās realās ne visai retinātās gāzēs, kuru temperatura ir tuva absolutai nullei, molekulu ātrumi nav sakārtoti saskaņā ar Maksvela likumu, bet pēc citiem likumiem: vienās pēc likuma, ko noteicis B o z e, citās pēc likuma, ko noteicis F e r m i. Atkarībā no atomu kodolu uzbūves lietojams vai nu Bozes vai Fermi likums; kas attiecas uz Maksvela likumu, tad uzskata, ka pie temperaturām, kas tuvas absolutai nullei, šis likums nesaskan ar īstenību. Atbilstoši trim idealās gāzes molekulu ātrumu sadalījuma likumiem, izšķiram trīs idealās gāzes paveidus: *Maksvela ideală gāze, Bozes idealā gāze* un *Fermi idealā gāze.*

Molekulu ātrumu sakārtojums pēc Bozes un Fermi likumiem tikai pie ļoti zemām temperaturām atšķiras no Maksvela sakārtojuma; pie parastās un pie augstas temperaturas visi trīs molekulu ātrumu sakārtojuma likumi praktiski sakrīt. Tātad pie parastām un augstām temperaturām visu triju idealo gāzu paveidiem jābūt ar vienādām īpašībām, bet pie ļoti zemām temperaturām to īpašības ir dažādas.

Statistiskā mechanikā pierāda, ka Klapeirona vienādojums ir precizs Maksvela idealās gāzes stāvokļa vienādojums. Tomēr, lai Klapeirona vienādojums būtu pavisam precizs idealās gāzes stāvokļa vienādojums, temperatura jāmērī ne ar ūdeņraža termometru, bet ar Maksvela idealās gāzes termometru. Lai gan tādu termometru nevar pagatavot, jo idealā gāze ir mūsu iedomu auglis, tomēr termodinamika dod iespēju aprēķināt, ko rādītu šāds termometrs, ja tas eksistētu. Temperaturu, ko termodinamiski aprēķinātu tādā veidā, lai tā sakristu ar temperaturas nolasījumu no absolutās nulles pēc iedomātā termometra, kurā ir Maksvela idealā gāze, sauc par *absoluto temperaturu* un apzīmē ar T. Ar absoluto nulli, kā jau iepriekš minēts, saprot zemo temperaturu robežu; sasniedzot absoluto nulli, Maksvela idealās gāzes spiediens kļūst nulle, lai kāds arī būtu dzesināmās gāzes nemainīgais tilpums.

173. §. Avogadro likums un universalā gāzu konstante. Kā jau minēts, par grammolekulu, grammolu (saīsināti g-mols) vai vienkārši molu sauc vielas daudzumu, kurā tik daudz gramu, cik liels šīs vielas molekulsvars (piemēram, skābekļa grammols ir 32 g skābekļa).

Tā kā ikvienas gāzes mols pie 0^0C un $p=1$ at ieņem tilpumu, kas vienlīdzīgs 22,41 l, tad gāzes konstantes skaitliskai vērtībai $\frac{p_0 v_0}{273,16}$ visām gāzēm, kas ņemtas 1 grammolekulas daudzumā, jābūt vienādai neatkarīgi no gāzes ķimiskā sastāva.

Viena mola gāzes konstanti parasti apzīmē ar R un sauc par *universalo gāzu konstanti:*

$$R=\frac{p_0 v_0}{273,16}, \text{ kur } p_0=1 \text{ at un } v_0=22,41 \text{ l.}$$

Ja tilpumā v (protams, arī v_0) ir ne 1 mols gāzes, bet ν molu, tad

$$pv=\nu RT. \tag{11}$$

Universalās gāzes konstantes skaitliskā vērtība ir atkarīga no vienībām, kādās mērīti Klapeirona vienādojuma kreisās puses lielumi p un v. Piemēram, ja spiedienu mērī ar $\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ un tilpumu ar cm^3, tad $p_0=1,033\ \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$ un $v_0=22\,410\ \text{cm}^3$, tad

$$R=\frac{1,033\ .\ 22\,410}{273,16}=84,80\ \frac{\text{kilogramcentimetrs}}{\text{grads . g-mols}}.$$

Turpmāk minētas gāzu konstantes vērtības, kas izteiktas dažādās bieži lietojamās vienībās.

Kad gāzu konstante ietilpst formulā, kuras visi locekļi izteikti enerģijas kaloriju vienībās (222. §), tad arī gāzu konstantei jābūt izteiktai kalorijās; aptuveni $R\approx 2\frac{\text{kal}}{\text{grads . }g\text{-mols}}$, precizāk:

$$R=\mathbf{1{,}987}\ \frac{\text{kal}}{\text{grads . g-mols}}.$$

Pieņemsim, ka m_0 ir skābekļa atoma masa gramos, m ir kādas vielas molekulas masa, M ir šīs vielas molekulsvars: $M=\frac{m}{\frac{1}{16}m_0}$. Redzam, ka molekulu skaits N, kas atrodas kādas vielas molā, ir

$$N=\frac{M}{m}=\frac{16}{m_0}.$$

t. i., ikvienas vielas molā ir viens un tas pats molekulu skaits, kas starp citu norāda, cik reizes skābekļa atoma masa mazāka par 16 g, un kas vispār norāda, cik reizes kādas vielas molekulas masa ir mazāka par šīs vielas molu. Šis skaitlis ir **6,06 . 10^{23}**; to sauc par *Avogadro skaitli.*

Spiediena vienības	Gāzes tilpuma vienības	„Normalais" spiediens p_0, kas izteikts pirmās ailes vienībās	1 g-mola gāzes tilpums v_0 normalos apstākļos, otrās ailes vienībās	Universalās gāzu konstantes skaitliskā vērtība $R=\frac{p_0 v_0}{273,16}$
$\frac{\text{dins}}{\text{cm}^2}$	cm^3	1 013 250	21 410	$8,315 \cdot 10^7 \frac{\text{ergs}}{\text{grads . g-mols}}$
$\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$	cm^3	1,0333	22 410	$84,80 \frac{\text{kilogramcentimetrs}}{\text{grads.g-mols}}$
$\frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$	m^3	10 333	0,02241	$0,848 \frac{\text{kilogrammetrs}}{\text{grads . g-mols}}$
at	cm^3	1	21 410	$82,06 \frac{\text{atmosfera . cm}^3}{\text{grads . g-mols}}$
at	1	1	22,41	$0,08206 \frac{\text{litratmosfera}}{\text{grads . g-mols}}$
dzīvsudraba staba mm	cm^3	760	21 410	$6,237.10^4 \frac{\text{mm dzīvs. cm}^3}{\text{grads . g-mols}}$

Avogadro likums (kurš līdzīgi citiem gāzu likumiem ir precizs idealām gāzēm un aptuvens realām gāzēm) nosaka, ka *divu gāzu vienādos tilpumos ir vienlīdzīgs molekulu skaits, ja šīm gāzēm ir vienāda temperatura un vienāds spiediens.*

No tā var secināt, ka pie noteiktas temperaturas un noteikta spiediena *jebkuras gāzes mols ieņem vienu un to pašu tilpumu.* Piemēram, ja temperatura ir 0°C un spiediens 760 mm, tad jebkuras gāzes 1 g-mols ieņem **22,41** l.

174. §. Absolutās temperaturas molekulari kinetiskā izpratne. Kā jau norādīts 164. §, idealā gāze pakļaujas kinetiskās teorijas pamatvienādojumam. Šis vienādojums 1 g-molam ir:

$$pv=\frac{2}{3}E.$$

Šeit

$$E=\frac{1}{2}\sum mu^2$$

ir to molekulu virzes kustības enerģija, kas atrodas 1 g-molā gāzes.

No otras puses — idealā gāze pakļaujas Klapeirona vienādojumam:

$$pv=RT.$$

Salīdzinot abus vienādojumus, dabū:

$$E = \frac{3}{2} RT.$$

Izdalīsim vienlīdzības abas puses ar molekulu skaitu, kas atrodas 1 g-molā, t. i., ar $N = 6{,}06 \,.\, 10^{23}$; tad kreisajā pusē iegūsim vienas molekulas vidējo virzes kustības enerģiju

$$\frac{E}{N} = \frac{3}{2} kT, \tag{12}$$

kur

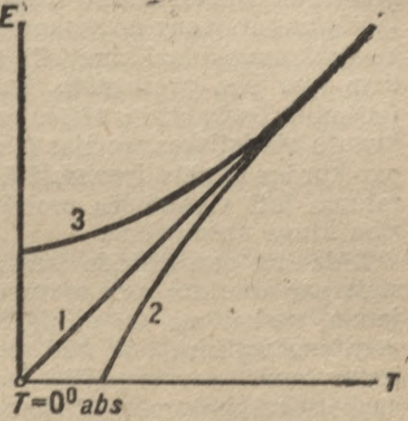
$$k = \frac{R}{N} = 1{,}371 \,.\, 10^{-16} \frac{\text{ergs}}{\text{grads . g-mols}}.$$

Proporcionalitates koeficientu k, kas ir universalā gāzes konstante, «attiecināta pret vienu molekulu», sauc par *Bolcmaņa konstanti.*

Redzam, ka absolutā temperatura T atšķiras no *Maksvela idealās gāzes* vienas molekulas vidējās virzes kustības enerģijas tikai ar pastāvīgo reizinātāju k. No teiktā redzams, ka proporcionalitates koeficients k paliek viens un tas pats kā vienatomu, tā arī daudzatomu gāzēm. Var teikt, ka absolutās temperaturas mērs ir Maksvela idealās gāzes molekulas vidējā virzes kustības enerģija.

No sacītā rodas uzskatāms priekšstats par absolutās temperaturas nulli. Absolutā nulle (kas atbilst —273,16°C) ir temperatura, pie kuras izbeidzas Maksvela idealās gāzes molekulu virzes kustība.

Izvedot gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojumu, mēs iztikām bez pieņēmumiem par molekulu ātrumu sakārtojuma likumību. Tādēļ vienādojums $pv = \frac{2}{3} E$ noder visiem trim 172. § minētiem idealās gāzes paveidiem: Maksvela, Bozes un Fermi. Vienādojums $pv = \frac{2}{3} E$ noder idealām gāzēm līdz viszemākām temperaturām, pat līdz absolutai nullei. Kas attiecas uz Klapeirona vienādojumu, tad tas ir pareizs absolutās nulles tuvumā tikai Maksvela idealai gāzei, bet ne Bozes vai Fermi idealai gāzei. Statistiskā mechanikā pierāda, ka pie ātrumu sakārtojuma pēc Bozes likuma absolutās nulles tuvumā (ja gāzi atdzesē, nemainot tilpumu) idealās gāzes spiediens pazeminās ātrāk, nekā pazeminās gāzes temperatura, un ir nulle pie temperaturas, kas atšķiras no absolutās nulles ($pv < RT$). Fermi idealai gāzei ir pretēja īpašība: absolutās nulles tuvumā (ja gāzi atdzesē, nemainot tilpumu) spiediens pazeminās lēnāk, nekā pazeminās temperatura ($pv > RT$), un pie absolutās nulles gāzei ir vēl kaut kāds spiediens, kas ir apgriezti proporcionals īpatnējam tilpumam $\frac{5}{3}$ pakāpē, bet nav nulle. Stāvokļu iecirkni, kurā izpaužas Maksvela, Bozes un Fermi idealo gāzu dažādās īpašības, sauc par *gāzes izviršanas (deģeneracijas) iecirkni.*



339. zīm. Idealās gāzes molekulu virzes kustības enerģijas atkarība no absolutās temperaturas: pēc Maksvela (1), pēc Bozes (2) un pēc Fermi (3).

Tiešu eksperimentu, ar ko varētu apstiprināt Bozes un Fermi statistiskās teorijas, nav, bet valda pārliecība, ka tās ir pareizas: pirmā ir pareiza attiecībā uz daudzām retinātām gāzēm, bet otra — uz dažām citām retinātām gāzēm un sevišķi uz elektronu gāzi, par ko būs runa turpmāk.

Tā kā izviršanas iecirknī Bozes un Fermi gāzes nepakļaujas Klapeirona vienādojumam (Klapeirona vienādojumu aizstāj ļoti sarežģīts stāvokļa vienādojums), bet kinetiskās teorijas pamatvienādojums $pv = \frac{2}{3}E$ paliek pareizs, tad redzams, ka izviršanas iecirknī Bozes un Fermi gāzes molekulu virzes kustības enerģija nav proporcionala absolutai temperaturai (339. zīm.). Bozes idealās gāzes molekulu virzes kustība izbeidzas pirms kā temperatura pazeminājusies līdz absolutai nullei; turpretim Fermi gāzes molekulas patur virzes kustības enerģiju arī pie absolutās nulles (to sauc par *nulles enerģiju*; tā ir apgriezti proporcionala īpatnējam tilpumam $\frac{2}{3}$ pakāpē).

Absolutā temperatura molekulari kinetiskā izpratnē ir lielums, ar ko mērī molekulu virzes kustības vidējo enerģiju; šāda izpratne savā laikā bija ļoti produktiva, un vēsturiski tai piekrita liela loma teoretiskās fizikas izveidošanā. Tomēr, kā redzams, absolutās temperaturas molekulari kinetiskā izpratne pat retinātu gāzu gadījumā ir pieņemama tikai ar daudzām ierunām; šķidros un cietos ķermeņos šis jautājums, kā to redzēsim, ir vēl komplicētāks.

175. §. Absolutās temperaturas termodinamiskais traktējums. Absolutā temperatura ir tik svarīgs lielums, ka nevar samierināties ne ar kādām neprecizitatēm šā lieluma traktējumā.

Kamēr nebija kvantu teorijas, jautājums par absolutās temperaturas fizikalo būtību izlikās diezgan vienkāršs, bet tagad šis jautājums ir viens no viskomplicētākiem. Kad noskaidrojās, ka klasiskā molekulari kinetiskā teorija ir pretrunā ar dažiem faktiem (par šīm pretrunām, kas visvairāk attiecas uz siltumietilpību, paskaidrots tālāk) un kad sakarā ar to radās jaunas kvantu statistiskas teorijas (starp citu, Bozes un Fermi teorijas, par kurām minēts iepriekšējā paragrafā), tad absolutās temperaturas ļoti vienkāršās molekulari kinetiskās izpratnes pareizība kļuva apšaubāma.

Līdz šim gan nekāds jauns «uzskatāmi molekulars» priekšstats par absoluto temperaturu vēl nav izveidots. Iespējams, ka jauno, uzskatāmo un pilnīgāko priekšstatu par absoluto temperaturu iegūsim tad, kad būsim labāk izpētījuši vielas un izstarošanas savstarpējās iedarbības mechanismu (turpmāk apskatīsim izstarošanas pamatlikumu — Stefana-Bolcmaņa likumu, saskaņā ar kuru enerģija, ko izstaro absoluti melns ķermenis, ir proporcionala T ceturtai pakāpei).

Tā kā tagadējā laikā absolutās temperaturas molekulari kinetiskā izpratne ir satricināta, tad sevišķu nozīmi iegūst absolutās temperaturas termodinamiskais traktējums, kurš gan ir nevainojami pareizs, bet kuram, diemžēl, trūkst uzskatāmības.

Pats jautājuma nostatījums par attiecības uzmeklēšanu starp absoluto temperaturu un idealās gāzes molekulu kustības enerģiju (339. zīm.) norāda, ka *ar absolutās temperaturas jēdzienu jāsaprot lielums, kas ņemts neatkarīgi no mūsu priekšstatiem par idealo gāzi.*

Vispirms Viljams Tomsons (Kelvins) 1848. g., *ņemot vērā otro termodinamikas pamatlikumu,* pamatoja jēdzienu par absoluto temperaturu un norādīja, kā šo lielumu var izmērīt bez gāzu termometra. Šo metodi izveidoja Klauzijs. Neielaižoties sīkumos, kurus šeit iztirzāt nav iespējams, atzīmēsim tikai, ka pareiza absolutās temperaturas izpratne iegūstama ar lielām grūtībām. Jāievēro, ka absolutās temperaturas jēdziens cieši saistās ar otru ne mazāk svarīgu jēdzienu «entropija» (par ko runāsim vēlāk), kas tikpat grūti apgūstams. Stingri zinātniska pieeja ir šāda: iepriekš jānoskaidro otrā pamatlikuma būtība un tad uz tā pamata, neizmantojot gāzu likumus, jānosaka entropijas jēdziens. Tālāk jāparāda, ka *entropijas jēdziens, saistīts ar priekšstatu par absoluto temperaturu,* un jāpaskaidro, kā šo lielumu var mērīt bez gāzu termometra un kāpēc (ja temperatura nav visai zema) tas aptuveni vienlīdzīgs gāzu temperaturai, kas skaitīta no absolutās nulles; priekšstats par absoluto nulli jādod, neizmantojot gāzes molekulari kinetisko ainu.

Ar vajadzīgo zinātnisko noteiktību un vispārīgumu norādītā virzienā Kelvina un Klauzija metodi pārstrādāja vēlākie autori. Izdomā līdzīgi, bet ar citādu spriešanas paņēmienu šos jēdzienus par entropiju un absoluto temperaturu pamatoja Karateodori 1909. g. un K. A. Putilovs 1937. g. Jāsaka, ka jautājuma komplicētības dēļ to nevar iztirzāt ne tikvien vispārīgā fizikas kursā, bet to nevar izdarīt arī parastajos augstskolu termodinamikas kursos.

176. §. Siltuma līdzsvars un enerģijas sakārtojums pa brīvības pakāpēm. Tā kā kaut kādu divu ķermeņu temperaturas starpība ir šo ķermeņu novirzīšanās mērs no to savstarpējā siltuma līdzsvara stāvokļa, tad redzam, ka uzskatāmā molekulari kinetiskā siltuma līdzsvara izpratne cieši saistīta ar molekulari kinetisko temperaturas izpratni. Ja izslēdz ļoti zemo temperaturu novadu, kur klasiskā teorija nav lietojama (un atstāj neievērotas dažas principialas grūtības statistiskā mechanikā), tad, kā pierādījis Maksvels, *ķermeņu siltuma līdzsvars ir tāds stāvoklis, kad šajos ķermeņos vienlīdzīgas ir enerģijas, kas vidēji atbilst molekulu kustības vienai brīvības pakāpei.*

Atgādināsim, ka ar brīvības pakāpju skaitu saprot neatkarīgo kustību skaitu (jeb koordinatu skaitu, kas nosaka ķermeņa vai molekulas stāvokli telpā). Vienatomu gāzēs, t. i., tādās, kuru molekulas satur tikai vienu atomu (argons, helijs, metalu tvaiki), katrai molekulai ir trīs neatkarīgas kustības paraleli trim savstarpēji perpendikularām koordinatu asīm; tātad tai ir trīs brīvības pakāpes. Divatomu gāzes molekulai (ūdeņradis H_2, slāpeklis N_2, skābeklis O_2, oglekļa oksids CO u. c.), ir piecas brīvības pakāpes, jo bez trim virzes kustībām tai ir vēl divas rotacijas (griešanās) kustības ap divām savstarpēji perpendikularām asīm, kuras veido taisnu leņķi ar līniju, kas savieno abus atomus. Divatomu molekulas rotēšana ap minēto līniju nav jāņem vērā. Formali tā nav jāņem vērā tāpēc, ka, rotējot ap šo asi, kas ir simetrijas ass, telpā nemainās molekulas stāvoklis, ko nosaka tās ģeometriskais apveids. No fizikas viedokļa tā nav jāievēro tāpēc, ka, pateicoties mazam inerces momentam, molekulas enerģija rotacijas kustībā ap asi ir maza. To pašu iemeslu dēļ vienatoma gāzes molekulas brīvības pakāpju skaita noteikšanā neievēro tās rotacijas kustību.

Trīsatomu gāzes molekulām (ja visu triju atomu centri neatrodas uz taisnes) ir sešas brīvības pakāpes: trīs virzes kustības pakāpes un trīs rotacijas kustības pakāpes. Sešas brīvības pakāpes ir katrai molekulai, kurai ir vairāk par trim atomiem.

Ja divatomu vai vispār daudzatomu molekula lido ar sevišķi lielu ātrumu, tad sadursanās momentā tā var saņemt stipru triecienu, kura rezultatā molekulu veidojošie atomi sāk svārstīties ap saviem vidējiem stāvokļiem. Sakarā ar to rodas jaunas brīvības pakāpes. Saprotams, ka ar temperaturas paaugstināšanos molekulu skaits, kuras dabūjušas šādas papildu brīvības pakāpes, palielināsies.

M a k s v e l a likums par vienmērīgu enerģijas sadalījumu pa brīvības pakāpēm saka: *katrai brīvības pakāpei (neatkarīgi no kustības rakstura un neatkarīgi no vielas ķimiskā sastāva) piekrīt caurmērā pilnīgi noteikta enerģija* ε, *kas proporcionala ķermeņa absolutai temperaturai.* Šīs proporcionalitates koeficients ir puse no Bolcmaņa konstantes. Tātad:

$$\varepsilon=\frac{1}{2}kT. \tag{13}$$

Tā kā ikvienai gāzei ir trīs virzes kustības brīvības pakāpes, tad no Maksvela likuma var secināt, ka jebkuras gāzes molekulas vidējā virzes kustības enerģija ir vienlīdzīga $\frac{3}{2}kT$. Šo rezultatu ieguvām 174. §, izlietojot gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojumu un gāzu likumus.

Apzīmējot ar i molekulas brīvības pakāpju skaitu, dabū: vienatomu gāzei $i=3$, divatomu $i=5$ un trīsatomu gāzei $i=6$. Ņemot vērā Maksvela likumu, viegli var dabūt izteiksmi, kas izteic 1 g-mola gāzes molekulari kinetisko enerģiju E (ievērojot molekulu rotacijas enerģiju):

$$E=Ni\frac{1}{2}kT=\frac{i}{2}NkT=\frac{i}{2}RT;$$

R ir universalā gāzes konstante.

Ja enerģiju mērīsim kalorijās, tad jāpieņem, ka $R\approx 2$, un tad dabūsim:

$$E=iT\,\frac{\text{kal}}{\text{g-mols}}. \tag{14}$$

Realās gāzes iekšējā enerģija visumā sastādās no molekulari kinetiskās un molekulari potencialās enerģijas. Pieņem, ka molekulu savstarpējā iedarbība gāzēs neietekmē molekulu kustības brīvības pakāpju skaitu, un tāpēc formulu (14) lieto ne tikvien retinātām, bet arī saspiestām gāzēm; molekulari potencialo enerģiju tādā gadījumā aprēķina ar dažādām aptuvenām formulām.

Paaugstinot gāzes temperaturu, molekulu iekšienē rodas atomu svārstības (vibracijas). Šai gadījumā, ja lieto Maksvela likumu, jāņem vērā, ka brīvības pakāpju skaits palielinās. Zinot molekulas uzbūvi un ievērojot iespējamās atomu svārstības molekulās, varētu saskaitīt arī papildus radušās vibracijas brīvības pakāpes. Jautājums tomēr sarežģījas, jo molekularās atomu svārstības rodas pie kādas noteiktas temperaturas ne visās molekulās uzreiz, bet pakāpeniski: vispirms nelielā molekulu skaitā, bet ar temperaturas pieaugšanu arvien lielākā molekulu skaitā.

Molekularā kustība šķidrumos vēl nav tik labi noskaidrota, lai varētu dot noteiktus slēdzienus par šķidrumu molekulu brīvības pakāpju skaitu. Katrā ziņā šķidrumoś nedrīkst ignorēt molekulu savstarpējās iedarbības ietekmi uz molekulu kustību.

Cietos ķermeņos molekulas svārstās. Lai precizi noteiktu materialā punkta taisnvirziena svārstīšanos, jānorāda divas koordinatas: viena nosaka svārstību centra stāvokli uz trajektorijas (taisnes), otra nosaka svārstīgā punkta atstatumu no centra. Tādēļ materialam punktam, kas svārstās taisnā virzienā, ir divas brīvības pakāpes. Harmoniskā svārstību kustībā kinetiskās enerģijas vidējā (laika ziņā) vērtība vienlīdzīga potenciālās enerģijas vidējai vērtībai. Sakarā ar to konvencionali saka, ka harmoniskā svārstībā vienas brīvības pakāpes enerģija ir potenciala, bet otras brīvības pakāpes enerģija ir kinetiska.

Daudzos cietos (kristaliskos) ķermeņos katrs atoms svārstās patstāvīgi un izdara vienā laikā trīs taisnvirziena svārstības ap trim savstarpēji perpendikularām asīm. No tā var secināt, ka katram cieta ķermeņa atomam ir sešas brīvības pakāpes ($i = 6$). Pēc vienmērīgā enerģijas sakārtojuma likuma atomu svārstības enerģija, kas atrodas cietas vielas 1 gramatomā[1], ir izsakāma ar formulu:

$$U = iT \frac{\text{kal}}{\text{g-atoms}}. \qquad (15)$$

Puse no šīs enerģijas ir molekulari kinetiskā enerģija. Jāpiezīmē tomēr, ka īstenībā atomu svārstības cietā ķermenī (tāpat kā atomu iekšējās kustības gāzu molekulās) nav harmoniskas svārstības, un tādēļ svārstību vidējā potenciālā enerģija nav

[1] Vienkāršas vielas gramatoms ir vielas daudzums, kas satur tik daudz gramu, cik liels ir dotās vielas atomsvars.

vienlīdzīga ar vidējo kinetisko enerģiju. Sakarā ar to formulas (15) vietā ir pareizāk ņemt formulu:

$$E = \frac{i}{2} T \frac{\text{kal}}{\text{g-atoms}}, \tag{16}$$

kur $i = 6$. Kas attiecas uz svārstību potencialo enerģiju, tad tā ir mazāka nekā E par lielumu, ko noteic atomu svārstību atkāpšanās no harmoniskām svārstībām.

Ja kristaliskā režģa mezglos novietoti nevis atsevišķi atomi, bet molekulas vai atomu grupas, tad ne visai augstās temperaturās katra atomu grupa svārstās kā viens vesels attiecībā pret savu līdzsvara stāvokli. Temperaturai paaugstinoties, rodas atomu svārstības atomu grupas iekšienē; brīvības pakāpju skaits i pakāpeniski pieaug.

Maksvela likumam par enerģijas vienmērīgu sadalījumu pa brīvības pakāpēm, kā mēs to redzam, ir tas ievērojamais trūkums, ka jebkura reala ķermeņa molekularo brīvības pakāpju skaits, karsējot vai atdzesējot ķermeni, līdz ar ķermeņa stāvokļa maiņu nepaliek vis konstants, bet mainās.

Ir noskaidrots, ka, pakāpeniski sildot gāzi, kura bijusi atdzesēta līdz temperaturai, kas tuva absolutai nullei, arī rotacijas brīvības pakāpes neparādās visām gāzes molekulām vienā laikā. Pie ļoti zemām temperaturām molekulu rotacija izbeidzas un visas daudzatomu gāzes paliek it kā par vienatomu gāzēm, t. i., molekulām ir tikai trīs virzes kustības brīvības pakāpes, bet nav nevienas rotacijas brīvības pakāpes. Līdzīga aina novērojama, pakāpeniski sildot ikvienu cietu ķermeni, kas bijis atdzesēts gandrīz līdz absolutai nullei. Atomu svārstību normalais brīvības pakāpju skaits (attiecībā pret līdzsvara stāvokļiem kristaliskā režģa mezglos) neparādās uzreiz. Ja lieto formulu (16), tad pie zemām temperaturām i vairs nav 6, bet mazāks par 6, un jo zemāka ķermeņa temperatura, jo mazāks ir i.

Lai brīvības pakāpju skaits nebūtu jāuzskata par mainīgu lielumu, pēdējā laikā ir pieņemts uzskatīt Maksvela likumu par enerģijas vienmērīgu sadalījumu pa brīvības pakāpēm par r o b e ž l i k u m u, kas pareizs tikai attiecībā uz tām brīvības pakāpēm, kuras, kā mēdz teikt, ir *pilnīgi ierosinātas*. Vidējo enerģiju, kas piekrīt svārstības divām brīvības pakāpēm, nosaka nevis pēc Maksvela likuma $\varepsilon = kT$, bet ar P l a n k a kvantu formulu:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} - 1}, \tag{17}$$

kur ε_0 ir konstante, kas raksturo doto svārstības kustību (lielums ε_0 ir proporcionals svārstību frekvencei; k ir Bolcmaņa konstante.

Pietiekami augstā temperaturā, kad kT ievērojami pārsniedz ε_0 un kad attiecība $\frac{\varepsilon_0}{kT}$, salīdzinot ar 1, ir mazs lielums, Planka formula, kā tas viegli izprotams, pāriet Maksvela likumā. Patiešām, tādā gadījumā

$$e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} \approx 1 + \frac{\varepsilon_0}{kT},$$

un tātad

$$\varepsilon \approx kT.$$

No Planka formulas redzams, ka enerģijas sadalījums starp «nepilnīgi ierosinātām» brīvības pakāpēm ir nevienmērīgs; pie augstas frekvences svārstībām (Planka formulas saucējs ir liels) vidēji pie temperaturas T enerģija ir mazāka nekā pie zemas frekvences svārstībām.

Kristaliskā ķermenī atomu svārstību frekvence atkarīga no kvazi elastiskā spēka, kas iedarbojas uz atomu, kas novirzīts no līdzsvara stāvokļa. Ja visi pārējie noteikumi vienādi, tad šis kvazi elastiskais spēks ir jo lielāks, jo mazāks ir atstatums starp kristaliskā režģa mezgliem. Tādēļ kristala stipra saspiešana vai izstiepšana ietekmē svārstību frekvenci un, protams, arī svārstību vidējo enerģiju. Tātad vidējā enerģija, kas pēc Planka formulas piekrīt vienai svārstībai, mainās ne tikvien atkarībā no temperaturas, bet var mainīties arī pie pastāvīgas temperaturas atkarībā no spiediena, ja tas ir sevišķi liels.

177. §. Siltuma izstarošana (Stefana un Ņutona likumi). Ķermeņa iekšējā enerģija paliek līdzsvarā tikai tad, ja ķermeņa temperatura visos punktos ir vienāda. Ja šis noteikums nav ievērots vai arī pastāv cēlonis, kas maina temperaturu kaut vai ķermeņa virspusē, tad līdzsvara vairs nebūs; notiks enerģijas pārvietošanās no vienas ķermeņa daļas uz otru. Parasti tas saistās vai nu ar enerģijas pāreju no apkārtējās vides uz aplūkojamo ķermeni, vai arī no aplūkojamā ķermeņa uz apkārtējo vidi. Minētā parādība arvien notiek šādā kārtībā: iekšējā enerģija pāriet no vietām ar augstāku temperaturu uz vietām, kur temperatura zemāka.

Aplūkosim konkretu gadījumu. Dzelzs katlu, kurā ir auksts ūdens, no ārpuses apņem kurtuves karstās gāzes. Daļu šo gāzu iekšējās enerģijas saņem katla sienas, daļu no katla sienu enerģijas savukārt saņem ūdens; ūdenī beidzot norisinās intensiva enerģijas pārnešana no vienas vietas uz otru, kas saistīta ar paša ūdens daļu kustību.

Še sastopamies ar vairākiem enerģijas pārnešanas veidiem: 1) ar «izstarošanu» (radiaciju) (tā galvenokārt notiek katla sienu sasilšana no liesmas); 2) ar «siltuma vadīšanu» (tā notiek enerģijas pāreja caur katla sienām); 3) ar konvekciju (bez konvekcijas ūdens sasilšana no katla sienām notiktu ļoti gausi). Šos trīs enerģijas pārnešanas veidus apvieno vienā jēdzienā: *enerģijas pārnešana siltuma veidā.*

Pie augstām temperaturām visu ķermeņu atomiem ir spēja stipri izstarot t. s. kvantu veidā ievērojamu daudzumu enerģijas — s t a r u e n e r ģ i j a s. Katrs *kvants* ir viļņu sistema, ko raksturo noteikta frekvence; šīs viļņu sistemas izplatīšanās telpā un iedarbība uz atomiem noris tā, it kā kvants būtu materiala daļiņa, kurai ir zināma masa. Tāda kvantu dabas divpusība (dualisms) ir to raksturīga īpatnība. Ievērojot tās īpašības, kas piemīt kvantam kā materialai daļiņai, staru enerģijas kvantu, t. i., gaismas daļiņu, sauc par *fotonu*[1].

Fotoni lido (telpā, kurā nav molekulu vai kurā to ir niecīgs daudzums, piemēram, maz saspiestā gāzē) taisnā virzienā, un to ātrums $c = 3 \,.\, 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ («gaismas ātrums»); fotona ceļš ir tas, ko optikā sauc par staru. Viena kvanta enerģijas daudzumu vienmēr izsaka formula[2]:

$$\varepsilon = h\nu, \tag{18}$$

kur ν ir kvanta frekvence, h ir tā saucamā Planka konstante. Ja ε izteic ergos, ν — hercos (t. i., svārstību skaits 1 sekundē), tad lielumam h ir ergu un sekunžu reizinājuma dimensija [lielumus, kuriem ir enerģijas un laika reizinājuma dimensija, sauc par *akcijām* (darbībām)]:

$$h = 6{,}547 \,.\, 10^{-27} \text{ ergs} \,.\, \text{sec}$$

Kvants, krītot uz kāda ķermeņa virsmu, var no tās atstaroties, bet, ja šī virsma nav «spoguļaina», tad lielāka ir varbūtība, ka kvantu uzsūc kāds ķermeņa virsmas atoms un kvants tad palielina ķermeņa iekšējo enerģijas krājumu. Parasti lielāka skaita kvantu uzsūkšana saistīta ar ķermeņa temperaturas celšanos.

Katrreiz, ja ir divi dažādu temperaturu ķermeņi, kas atrodas

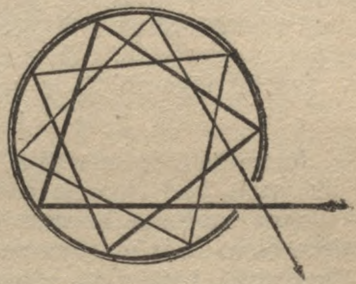
---

[1] No grieķu *phos (photos)* — g a i s m a.

[2] Tā pati formula saista Planka formulā lielumu ε_0 ar atomu svārstību frekvenci:

$$\varepsilon_0 = h\nu.$$

lielākā vai mazākā atstatumā, to starpā notiek enerģijas translacija (pārnešana) starojot; stiprāk sasildītais ķermenis zaudē enerģiju, bet vājāk sasildītais to iegūst. Tomēr nevajag domāt, ka stiprāk sasildītais ķermenis tikai zaudē enerģiju, bet vājāk sasildītais ķermenis to tikai iegūst. Patiesībā šis process ir savstarpējs; vājāk sasildītais ķermenis arī izstaro. Kvanti, kas no tā iziet, nokļūst uz stiprāk sasildītā ķermeņa, un tas tos uzsūc. Rezultatā tomēr siltākais ķermenis enerģiju zaudē, kamēr aukstākā ķermeņa enerģijas krājums pieaug.



340. zīm. Stars, kas pa mazu caurumiņu nonāk melni krāsotajā dobumā, gandrīz pilnīgi tiek uzsūkts. Tādēļ šāda dobuma izstarojuma raksturs ir tuvs absoluti melna ķermeņa izstarojumam.

Pastāv teoretiski aprēķināts un eksperimentali pierādīts ievērojams likums, kas atļauj aprēķināt enerģijas daudzumu, ko izstaro ķermenis. Šo likumu izsaka formula:

$$E = \sigma . T^4, \qquad (19)$$

kur T ir izstarojošā ķermeņa absolutā temperatura, E ir staru enerģijas daudzums (ergos), ko ķermeņa virsmas 1 cm^2 izstaro 1 sekundē, σ ir pastāvīgs lielums (Stefana konstante):

$$\sigma = 5{,}735 . 10^{-5} \frac{\text{ergs}}{\text{cm}^2 . \text{sec} . \text{grads}^4}.$$

Ja izstaroto enerģiju E mērī ne ergos, bet kalorijās, tad

$$\sigma = 1{,}36 . 10^{-12} \frac{\text{kal}}{\text{cm}^2 . \text{sec} . \text{grads}^4}.$$

Saskaņā ar formulu (19) *izstarošanas intensitate ir proporcionala absolutās temperaturas ceturtai pakāpei* — tas ir Stefana-Bolcmaņa likums.

Stefana-Bolcmaņa likums ir precizs dabas likums tikai tai gadījumā, kad izstarošanas cēlonis ir ķermeņa sasilums, bet ne cits kāds apstāklis (piemēram, elektriskā izlādēšanās), un kad izstarojošais ķermenis ir *absoluti melns* (t. i., kad ķermenis uzsūc visu staru enerģiju, kas krīt uz to no ārpuses, nekā neatstarojot un nekā nelaižot sev cauri). Kā absoluti melnā ķermeņa praktisks izveidojums var noderēt cieta apvalka iekšiene, kas nokrāsota melna (340. zīm.). Gaismas stars, kas pa mazu caurumiņu iekļūst melni krāsotajā iekštelpā, vairākas reizes atstarojas no apvalka sienām, pirms tas var iznākt ārā, bet, tā kā katrreiz atstarojas tikai daļa no stara enerģijas un otru daļu uzsūc siena, tad rezultātā gandrīz visu staru enerģiju uzsūc sienas (atcerēsimies ikdienišķu parādību: ja no tālienes dienā skatās pa atvērtu logu istabā, kurā ir tikai viens logs, tad šīs istabas telpa izliekas tumša; gandrīz melna).

Stefana likumu var izmantot arī jebkura (ne absoluti melna) ķermeņa izstarotās enerģijas aprēķināšanai. Tomēr tādā gadījumā vienādojums (19) jāpareizina ar tā saucamo *siltuma absorbcijas koeficientu* A, kas ir dažāds dažādiem ķermeņiem un (to svarīgi iegaumēt!) ir *atkarīgs no temperaturas:*

$$E = A . \sigma T^4. \qquad (20)$$

Šai formulā E ir enerģija, ko ķermeņa virsmas 1 cm^2 izstaro 1 sekundē, kad siltuma absorbcijas koeficients ķermenim ir A (absoluti melnam ķermenim $A = 1$ un $E = \varepsilon$; visiem citiem ķermeņiem A ir mazāks par vienu).

Technikā bieži lieto siltuma absorbcijas koeficienta A vidējās vērtības. Zemāk ievietotā tabulā dotas dažu ķermeņu aptuvenās siltuma absorbcijas koeficienta vērtības, kas derīgas temperaturas apjomā no 0° līdz 200°C. Metalu siltuma absorbcijas koeficients ir mazs, ja metala virsma ir svaiga (dažas simtdaļas, ja temperatura nav augsta), bet ievērojams, ja virsma oksidēta; tabulā atzīmētas oksidētu metalu virsmu A vērtības, jo praksē sastopamies tikai ar tādām.

Vidējie siltuma absorbcijas koeficienti temperaturām no 0° līdz 200°C

Metali ar oksidētu virsmu	A	Dažādas vielas	A	Būvmateriali	A
Dzelzs[1] . . .	0,9	Kvēpi	0,95	Gluds koks . .	0,8
Tērauds . .	0,8	Stikls	0,90	Gludi akmeņi .	0,4—0,7
Ķets	0,6	Ūdens	0,67	Akmens mūris .	0,9
Varš[2] . . .	0,5	Ledus	0,64	Smiltis	0,75
Cinks . . .	0,2	Papīrs	0,80	Apmetums . . .	0,8
Misiņš . . .	0,6	Vilna, zīds . . .	0,76	Krīts	0,85
Svins . . .	0,6	Kokvilnas audums	0,73	—	—
Alumīnijs	0,1	—	—	—	—
Niķelis . .	0,4	—	—	—	—

[1] Spīdīgai pulētai dzelzs virsmai A = 0,3.
[2] Spīdīgai pulētai vara virsmai A = 0,13.

Iedomāsimies divas virsmas, kas noliktas viena pret otru un kuru laukumi S ir vienlīdzīgi. Viena virsma ir stiprāk sasildīta un tās absolutā temperatura ir T, bet otra vājāk sasildīta un tās absolutā temperatura ir T_0. Ievērojot teikto, pirmā virsma laikā dt izstaro $A\sigma.\ T^4.\ S.\ dt$ ergu, bet, tā kā tai pašā laikā no otras virsmas tā dabū apmēram $A\ \sigma\ .\ T_0^4.\ S\ .\ dt$ ergu[1], tad rezultatā laikā dt pirmās virsmas zaudētās enerģijas daudzums ir

$$\delta Q = A\,.\,\sigma\,.\,(T^4 - T_0^4)\,.\,S\,.\,dt. \qquad (21)$$

Ar to pašu formulu izsaka iekšējās enerģijas patēriņu no ķermeņa virsmas, kam absolutā temperatura T un ko ieslēdz gaisa vide, kuras temperatura T_0. Šo formulu sauc par *Stefana-Bolcmaņa ķermeņa atdzišanas likumu.*

Gadījumā, kad izstarotās enerģijas plūsma ir stacionara (kas notiek, ja temperaturu T un T_0 vērtības visu laiku ir nemainīgas), formulu (21) var attiecināt arī uz galīgu laika intervalu t. Techniskos aprēķinos enerģijas patēriņu parasti izsaka Kal (1 Kal = 1000 kal), laukumu S mērī m^2, bet t apzīmē stundu (ne sekunžu) skaitu. Šais vienībās Stefana konstante ir

$$\sigma = \frac{1{,}36\,.\,10^{-12}}{1000}\,.\,100^2\,.\,60\,.\,60 = 4{,}90\,.\,10^{-8}\ \frac{\text{Kal}}{\text{m}^2\,.\,\text{stunda}\,.\,\text{grads}^4}.$$

Formulu, pēc kuras aprēķina izstarotās enerģijas stacionaro zudumu, ērtības labad parasti raksta šādā veidā:

$$Q = A\,.\,4{,}9\left[\left(\frac{T}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_0}{100}\right)^4\right].\,S\,.\,\text{t}\ \ \text{Kal} \qquad (22)$$

(t ir stundu skaits, S ir izteikts m^2).

Stefana-Bolcmaņa atdzišanas likumu var vienkāršot, ja starpība $T - T_0$ ir vienlīdzīga nelielam gradu skaitam ΔT. Tad

$$\delta Q = A.\sigma.[(T_0 + \Delta T)^4 - T_0^4]\,.\,S\,.\,dt =$$
$$= A.\sigma.\,[4T_0^3.\Delta T + 6T_0^2.(\Delta T)^2 + 4T_0.(\Delta T)^3 + (\Delta T)^4]\,.S.dt.$$

Tā kā iekavās katrs turpmākais loceklis ir ievērojami mazāks nekā iepriekšējais, tad aptuveni var rakstīt:

$$\delta Q = A.4\,\sigma T_0^3\cdot(T - T_0).\ S\,.\,dt. \qquad (23)$$

Tas ir *ķermeņa atdzišanas Ņutona likums.* Šis likums nosaka, ka pie nelielas ķermeņa un apkārtējās vides temperaturas starpības ķermeņa enerģijas zudums ir proporcionals temperaturu

---

[1] Eksaktākā aprēķinā jāņem vērā arī otras virsmas siltuma absorbcijas koeficients, jo no tā ir atkarīgs šīs virsmas izstarotās enerģijas daudzums; ja attālums virsmu starpā ir ievērojams vai to laukumi nevienādi, tad jāievēro, kāda enerģijas daļa, ko izstaro otra virsma, krīt uz pirmo virsmu.

starpībai. Ņemot vērā šo likumu, ar integrēšanu var noteikt sakarību starp ķermeņa temperaturu un laiku. Šo sakarību izteic:

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) e^{-at}, \tag{24}$$

kur T_1 ir ķermeņa sākuma temperatura; t ir laiks, kas pagājis no ķermeņa atdzišanas sākuma; a ir konstants lielums.

178. §. Siltuma vadīšana (Furjē likums). Atgriezīsimies pie iepriekšējā paragrafa sākumā minētā procesa par ķermeņa iekšējās enerģijas pāriešanu no viena ķermeņa uz otru. Gāzu liesmas, kas apņem dzelzs katlu, iekšējā enerģija pāriet uz katla sienām galvenokārt kā staru enerģija. Pa daļai šīs enerģijas pārnešana noris arī citādi. Gāzu molekulas, kurām caurmērā ir ļoti liela kinetiskā enerģija, saduras ar katla sienas molekulām un atdod tām daļu no savas enerģijas. Tātad to molekulu enerģija, kas atrodas katla sienu ārpusē, salīdzinot ar iepriekšējo, pieaug: pirmkārt — uz uzsūkto kvantu rēķina un otrkārt — uz kinetiskās enerģijas mechaniskās pārnešanas rēķina. Ar abiem veidiem, tomēr vairāk ar otru, enerģijas pārnešana turpināsies arvien tālāk un dziļāk katla sienas kārtās. Patiešām, dzelzs atoms, kas uzsūcis kvantu, pēc kāda (ļoti īsa) brīža droši vien atdos to kādam citam atomam. Bez tam iespējamas vēl atomu sadursmes savā starpā, kuru rezultatā ātrākie atomi vispār zaudēs enerģiju, bet lēnākie atomi to iegūs. Tā kā sienas ārējās virsmas temperatura ir augstāka nekā iekšējās, tad sienas iekšienē visu laiku enerģijas plūsma iet virzienā, kādā notiek temperaturas pakāpeniska pazemināšanās. Šai gadījumā minētais virziens sakritīs ar sienas normales virzienu.

Šāds pakāpenisks enerģijas pārvietošanās process sakarā ar divu ķermeņu virsmas temperaturu starpību var norisināties kā cietā vielā, tā arī šķidrā vai gāzveidīgā. Izskaidroto procesu sauc par siltuma vadīšanu. Siltuma vadīšanas parādības eksakti aprēķina, ņemot par pamatu Furjē likumu: *enerģijas daudzums* (ko parasti sauc par «siltuma daudzumu») δQ, *kurš laika elementā* dt *iet caur ķermenī ņemto laukumu* dS, *kas ir statenisks pret līniju* l, *kuras virzienā tek enerģijas plūsma — ir proporcionals laikam* dt, *laukumam* dS *un temperaturas «gradientam»* $\frac{dT}{dl}$, kur T ir temperatura[1]. Ja ar k apzīmē

[1] Temperaturas gradients ir temperaturas starpība 1 cm gara taisnes gabala galos, kas ņemts enerģijas plūsmas virzienā. Sīkāk par gradienta jēdzienu sk. 70. §.

proporcionalitates koeficientu, tad siltuma vadīšanas likumu var izteikt ar šādu formulu[1]:

$$\delta Q = k \frac{dT}{dl}.dS.dt. \tag{25}$$

Reizinātāju k sauc par *iekšējās siltuma vadīšanas koeficientu* vai vienkārši par vielas siltuma vadīšanas koeficientu. No minētās formulas redzams, ka siltuma vadīšanas koeficientu var izteikt kā kaloriju skaitu, kas laika vienībā izplūst caur aplūkojamās vielas laukuma vienību (laukums statenisks enerģijas plūsmai), ja temperaturas gradients ir vienlīdzīgs 1^0 uz garuma vienību. Vielas, kurām k vērtība ir liela, sauc par labiem siltumvadītājiem, bet tās, kurām k vērtība ir maza — par sliktiem siltumvadītājiem. Labākie vadītāji ir metali[2], sliktāki ir koks, stikls, dzīvnieku un augu audi, pavisam slikti vadītāji ir gāzes un šķidrumi (izņemot šķidrus metalus).

Tehniskos aprēķinos parasti lieto citu vienību sistemu un siltuma vadīšanas likumu stacionarai enerģijas strāvai raksta (ja temperaturas gradients laikā nemainās) šādas formulas veidā:

$$Q = K \frac{T_2 - T_1}{l} . S . t \text{ Kal.} \tag{26}$$

Šai formulā Q ir siltuma daudzums (izteikts Kal), kas t stundās izplūst caur sienu, kuras laukums S m², biezums l m un temperaturu starpība sienas pretējās pusēs ir $T_2 - T_1$.

Nav grūti izprast sekojošo: ja formulā (25) δQ izteikts Kal, temperaturas gradients mērīts grados uz 1 cm, laukums dS mērīts cm² un laiks dt izteikts sekundēs, tad šīs formulas koeficientu k ar formulas (26) koeficientu K saista attiecība:

$$k = \frac{K}{360}.$$

---

[1] Lasītājam ieteicam vērst uzmanību uz formalo analoģiju starp siltuma vadīšanas un Oma likumu: $q = k \frac{V}{l} . S . t$, kur q ir elektrības daudzums, kas laikā t izgājis caur vadu, kura garums l, šķērsgriezums S un elektrības vadītspēja k, ja potencialu starpība ir V.

[2] Metalu labo siltuma vadītspēju nosaka to brīvie elektroni. Katrs tāds elektrons, atrāvies no kāda metala atoma, ceļo starp atomiem tik ilgi, kamēr atkal ieslēdzas kādā atoma sistemā. Brīvie elektroni ir molekulari kinetiskās enerģijas pārnesēji no stiprāk sasildītām vietām uz vājāk sasildītām.

Siltuma vadīšanas koeficienti

	Dzelzs	Varš	Betons, ķieģeļu mūris	Koks	Korķis, zāģu skaidas	Ūdens, stikls	Gāzes
$K = \frac{\text{Kal}}{\text{m. st. grads}}$	40—60	260—340	0,7—1,2	0,1—0,4	0,05	0,5	0,02—0,04
$k = \frac{\text{Kal}}{\text{cm. sec. grads}}$	0,11—0,17	0,7—0,95	—	—	—	0,0014	5.10^{-5}—10^{-4}

Paragrafa sākumā minētajā piemērā sastopamies ar vēl vienu iekšējās enerģijas izplatīšanās paņēmienu.

Enerģiju, kura iet cauri katla sienām, saņem ūdens. Galvenā loma siltuma pārnešanā no stiprāk sasildītām katla sienām uz vājāk sasildīto ūdeni ir molekulu sadursmēm. Saprotams, ka vispirms palielināsies iekšējās enerģijas krājums, un tādēļ pacelsies temperatura tais ūdens kārtās, kas tieši piegul katla sienām. Temperaturas pacelšanās izsauks šo ūdens daļu izplešanos, kādēļ tās pacelsies uz augšu; brīvo vietu ieņems vēsākais ūdens, kas nāk no virspuses. Notiek ūdens c i r k u l a c i j a, kas sekmē ūdens temperaturas izlīdzināšanos. Tai pašā laikā šī temperatura pakāpeniski paaugstināsies. Iekšējās enerģijas pārnešana notiek kopā ar šķidrās vielas daļu pārvietošanos, kas kļuvušas ar iekšējo enerģiju bagātākas nekā citas daļas. Tādu iekšējās enerģijas izplatīšanās veidu sauc par *konvekciju*[1].

Iekšējās enerģijas konvekcija, protams, iespējama tikai šķidros un gāzveidīgos ķermeņos. Saprotams arī, ka konvekcija var izpausties tikai gadījumā, ja sildīšana notiek no apakšas un atdzišana no virsas (izņēmums ir ūdens, ja tā temperatura ir zem 4°C). Piemērā ar ūdeni, kuru silda katlā, daļa no iekšējās enerģijas tiek pārnesta ūdens siltuma vadīšanas ceļā, bet šis enerģijas daudzums ir ļoti niecīgs, salīdzinot ar to enerģijas daudzumu, ko pārnes konvekcija.

179. §. Difuzija (Fika likums). Iepriekšējos paragrafos apskatījām molekularās siltumkustības raksturīgākās īpatnības, siltuma līdzsvaru un procesus, kas noris, ja siltuma līdzsvars ir traucēts (izstarošana, siltuma vadīšana un konvekcija). Bet no visa tā vēl nevar iegūt pilnīgu priekšstatu par molekularo siltumkustību. Iepazīsimies ar difuziju, parādību, kas no siltuma līdzsvara jēdziena liek pievērsties termodinamiskā līdzsvara jēdzienam.

[1] Latiņu *convectio* — p a v a d ī š a n a.

Difuzija ir chaotisks molekulu kustības process, kas izpaužas, divām vielām pakāpeniski savstarpēji iespiežoties vienai otrā, ja šīs vielas robežojas viena ar otru. Vienu no pirmajiem difuzijas pētīšanas mēģinājumiem izdarīja vācu fiziķis L o š m i t s. Viņš ņēma divas stikla caurules apm. pusmetra garumā un 2,5 cm diametrā; caurulēm viens gals bija aiztaisīts. Vienu cauruli viņš piepildīja ar ogļskābo gāzi, bet otru ar ūdeņradi un nostādīja tās vertikalā stāvoklī, lai vaļējie cauruļu gali būtu salikti kopā. Caurule ar ogļskābo gāzi atradās apakšpusē (tas bija vajadzīgs tāpēc, lai abas gāzes sajauktos tikai pateicoties molekularai kustībai, bet ne gāzu smaguma dēļ). Pēc pusstundas izpētījot cauruļu saturu, izrādījās, ka virsējā caurulē no apakšējās bija nokļuvuši 37% ogļskābās gāzes.

Ja gāzes molekulas vispār nesadurtos savā starpā, tad, ievērojot to lielos ātrumus, jau niecīgā sekundes daļā molekulas noskrietu ievērojamus attālumus taisnā virzienā. Tādēļ divu gāzu sajaukšanās process, ja tās savā starpā saskaras, notiktu ļoti ātri. Lošmita mēģinājums rāda, ka īstenībā gāzu difuzija notiek ne visai ātri. Tas novērojams ikdienas parādībās: piemēram, ja vienā istabas kaktā atdalās kāda aromatiska gāze un gaiss atrodas makroskopiskā miera stāvoklī, tad paiet diezgan ilgs laiks, kamēr sajutīsim šīs gāzes smaržu istabas pretējā kaktā.

Relativi lēnais difuzijas process ir molekularo sadursmju rezultats, kurās molekula var tikt atsviesta atpakaļ uz to pusi, no kurienes tā nākusi. Sadursmju rezultatā molekula izveido ļoti sarežģītu cikcakveidīgu trajektoriju; vienā sekundē tā pa šo trajektoriju noiet vairākus simtus metru un tomēr var atrasties ne visai tālu no izejas stāvokļa. Tāpēc saprotams, ka gāzu difuzijas process noris jo lēnāk, jo lielāks sadursmju skaits sekundē jeb — citiem vārdiem — jo mazāks atstatums, kas molekulai jāveic starp divām vienotrai sekojošām sadursmēm (t. s. «brīvais ceļš»[1]). Piemēram, ūdeņraža brīvā ceļa garums pie 0^0C un 760 mm spiediena ir caurmērā vienlīdzīgs 0,000011 cm. Bet, tā kā ūdeņraža molekulas vidējais ātrums pie 0^0C ir 1692 $\frac{m}{sec}$, tad sadursmju skaits ūdeņraža molekulai 1 sekundē pie 0^0C un 760 mm spiediena ir $1692 \cdot \frac{100}{0{,}000011}$ jeb apmēram 10^{10}.

Divas gāzes, ja tās saskaras, arvien difundēs viena otrā (izņe-

[1] Protams, brīvā ceļa garums dažādām molekulām un pat vienai un tai pašai molekulai dažādos momentos ir dažāda lieluma; difuzijas procesā noteicoša nozīme piekrīt brīvā ceļa garuma vidējam lielumam.

mot gadījumu, kad tās momentani ķimiski savienojas). Par šķidrumiem bez dažām ierunām to nevar teikt. Divi šķidrumi difundēs neierobežoti viens otrā tikai tad, ja tie spējīgi savā starpā samaisīties. Tāpēc, piemēram, var novērot savstarpēju difuziju starp ūdeni un spirtu, ūdeni un eteri, petroleju un augu eļļu. Bet ir šķidrumi, kas ne visai pilnīgi samaisās savā starpā. Ja tādus šķidrumus salej kopā, tad sākumā difuzija notiek, bet, kad daļa no pirmā šķidruma izšķīdusi otrā šķidrumā un daļa no otra šķidruma izšķīdusi pirmajā šķidrumā, tad difuzija apstājas. Lai cik ilgi arī šie šķīdumi atrastos saskarē, to ķimiskais sastāvs vairs nemainās. Daži šķidrumi tik maz šķīst viens otrā, ka viena šķidruma difuzija otrā praktiski nav novērojama (piemēram, ūdens un dzīvsudrabs).

Šķidrumu difuzija sevišķi labi novērojama, ja viens šķidrums ir bezkrāsains, bet otrs nokrāsots. Var, piemēram, ņemt ūdeni un ūdenī šķīdinātu vara vitriolu. Stikla cilindru piepilda līdz pusei ar ūdeni un tad ar garkāta piltuvi cilindra dibenā ielej vara vitriola šķīdumu, kas smagāks nekā ūdens. Robeža abu šķidrumu starpā sākumā ir asa, bet vēlāk pakāpeniski izplūst; kamēr abi šķidrumi pilnīgi samaisās — paiet vairāki mēneši. No tā vērojams, ka molekulu sadursmju skaits šķidrajā vidē daudz reižu lielāks nekā gāzveidīgā. Iemesls, saprotams, ir tas, ka šķidruma tilpuma vienībā ir daudz lielāks molekulu skaits nekā gāzes tilpuma vienībā.

Difuzijas likumu šķidrā vidē (kas derīgs arī gāzveidīgai) noteica vācu fiziķis F i k s. Šo likumu izsaka formula

$$m = D\frac{c_1 - c_2}{l} S.t, \tag{27}$$

kur m ir difundējošās vielas daudzums (piemēram, vara vitriola), kas laikā t iziet caur laukumu S cm^2, perpendikularu virzienam, kurā viela pārvietojas[1]; c_1 un c_2 ir difundējošās vielas koncentracija[2] divās kārtās, kuru savstarpējais atstatums ir l; D ir *difuzijas koeficients*. Šis koeficients atkarīgs no vides sastāva, no difundējošās vielas sastāva un no apstākļiem, kādos atrodas vide un difundējošā viela (šķidrumiem no temperaturas; gāzēm — no temperaturas un blīvuma). Pie tam pieņemts, ka šķidrās vai gāzveidīgās vielas koncentracija stabā mainās vienmērīgi, t. i., $\frac{c_1 - c_2}{l} = \text{const}$, un ka

[1] Abos iepriekš minētos eksperimentos šo laukumu acīm redzot vajag iedomāties horizontalu.

[2] Dotai videi piemaisītās vielas koncentraciju mērī ar vielas daudzumu, kas atrodas tilpuma vienībā.

stabs atrodas stacionarā stāvoklī, t. i., katrā tā šķērsgriezumā koncentracija ar laiku nemainās.

Vispārīgākā veidā Fika likumu var izteikt formulā:

$$\delta m = D\frac{dc}{dl} \cdot dS \cdot dt, \tag{28}$$

t. i., *daudzums* δm, *kas laika elementā* dt *difundē caur laukumu* dS, *kas perpendikulars līnijai* l, *gar kuru noris difuzija — ir proporcionals laikam* dt, *laukumam* dS *un koncentracijas gradientam* $\frac{dc}{dl}$.

Minētās formulās var viegli saskatīt, ka difuzijas koeficients D skaitliski ir vienlīdzīgs ar difundējošās vielas daudzumu, kas laika vienībā iekļūst caur virsmas vienību, ievērojot noteikumu, ka koncentraciju starpība starp divām virsmām, kas ir viena no otras garuma vienības attālumā, ir vienlīdzīga ar 1[1].

Absoluto vienību sistemā difuzijas koeficientu D mērī ar $\frac{cm^2}{sec}$.

Dažādām gāzēm normalos apstākļos $D \approx 0{,}1$—$1\ \frac{cm^2}{sec}$, šķidrumiem $D \approx 1\ \frac{cm^2}{diena}$ (t. i., 10^4—10^5 reizes mazāks nekā gāzēm).

Salīdzinot formulu, kas izsaka Fika likumu, ar formulām, kas izteic Furje siltuma vadīšanas likumu un Oma elektriskās strāvas likumu, labi redzams, ka visi trīs likumi ir analoģiski savā starpā. Difuzijas gadījumā koncentraciju starpībai tāda pati nozīme, kāda ir temperaturu starpībai siltuma vadīšanā un potencialu starpībai elektriskās strāvas parādībās.

Savstarpēji difundēt var arī cieti ķermeņi. Beļģu zinātnieks S p r i n g s izdarīja šādu mēģinājumu: divus dažāda metala cilindrīšus, piemēram, vara un cinka, uzliek vienu uz otra. Saskaršanās virsmas cilindrīšiem labi pulētas, un tās viegli piespiež vienu otrai. Pēc kāda laika izrādās, ka saskaršanās vietās varš iekļuvis cinkā un cinks — varā.

Ja dzelzi karsē kopā ar ogli, tad ogle difundē dzelzī. Oglekļa difuziju dzelzī izmanto *cementēšanā* (kad dzelzs izstrādājumu virskārtu piesātina ar oglekli), lai pēc rūdīšanas dabūtu izstrādājumus ar cietu virskārtu, bet viskožu vidu (cementēšanu izdara, karsējot dzelzs vai tērauda izstrādājumu kvēpos, koka

[1] Nav grūti izprast, ka difuzijas koeficienta dimensija $[D]=\left[\frac{L^2}{T}\right]$.

oglē vai kokā vai arī novietojot izstrādājumu gāzveidīgā oglekļa oksidā 600^0—1000^0 temperaturā).

Cietu metalu difuzijas koeficients ir 1 000 000 reizes mazāks nekā šķidrumu difuzijas koeficients, tāpēc cietu ķermeņu difuziju sauc par «gadsimtu» procesu (tomēr cietos metalos, kas sastāv no atsevišķiem, ķimiski dažādiem graudiņiem, difuzija būtiski ietekmē metala īpašības).

180. §. Termodinamiskais līdzsvars. Ievērojot difuziju, ķermeņi, kuriem saskaršanās sākumā ķimiskais sastāvs dažāds, ar laiku iegūst tādu sastāvu, kas turpmāk vairs nemainās. Še tāpat kā dažādas temperaturas ķermeņu saskaršanās gadījumā beigu beigās («patvaļīgi») dabū kaut kādu līdzsvaru. Temperaturai izlīdzinoties, rodas siltuma līdzsvars, difuzijā (ja vienlaicīgi noris temperaturu izlīdzināšanās) rodas ķermeņu termodinamiskais līdzsvars. Par diviem vai vairākiem ķermeņiem saka, ka šie ķermeņi atrodas *termodinamiskā līdzsvarā* attiecībā pret vielu *A*, kas ir šo ķermeņu sastāvā, ja ķermeņu stāvoklis, cik ilgi vien vēlamies, nemainās, lai gan šo ķermeņu starpā ir nodrošināta siltuma apmaiņas iespēja un arī iespēja vielas *A* difuzijai (šai termodinamiskā līdzsvara jēdziena definicijai jāpieliek prasība, lai ķermeņu stāvokļa nemainīgumu laikā neuzturētu ar kādu procesu, kas ir ārējs process attiecībā pret sistemu; ja aplūkojamās ķermeņu sistemas stāvoklis nemainās, piemēram, pateicoties pastāvīgam difundējošās vielas pieplūdumam vienā sistemas daļā un tās pašas vielas aizplūdumam no otras daļas, tad tādu stāvokli sauc par *stacionaru*, bet to nevar saukt par termodinamiski līdzsvarotu).

Gadījumā, ja ir pilnīga savstarpēja ķermeņu šķīdība (šāda īpašība piemīt visām gāzēm un dažiem šķidrumiem), tad termodinamiskais līdzsvars iestājas tad, kad saskārušos ķermeņu ķimiskais sastāvs kļuvis vienāds. Vairumā gadījumu šķīdība ir ierobežota; tad termodinamiski līdzsvaroto vielas sastāvu sauc par *piesātinātu šķīdumu*. Piemēram, šķidram fenolam un ūdenim saskaroties, rodas piesātināts fenola šķīdums ūdenī (kas pie 20^0 temperaturas satur 8% fenola) un piesātināts ūdens šķīdums fenolā (kas pie 20^0 temperaturas satur apm. 28% ūdens).

Ķermeņu novirzījuma mērs no siltuma līdzsvara stāvokļa, kā zināms, ir šo ķermeņu temperaturu starpība. Ķermeņu novirzījuma mērs no termodinamiskā līdzsvara stāvokļa ir t. s. *ķimisko potencialu* starpība. Mācībai par ķimiskiem potencialiem, ko izstrādājis G i b s s, ir liela nozīme modernā termodinamikā un statistiskā mechanikā. Kopā ar temperaturu ķimiskais potencials ir ievērojamākais lielums, kas raksturo molekularo siltumkustību.

Termodinamiskais līdzsvars jāiedomājas kā statistisks līdzsvars. Piemēram, saskaroties divām šķidrām fazēm, ko dabū ūdens maisījumā ar fenolu (kur, kā minēts, vienā fazē ir pārsvars ūdenim, bet otrā — fenolam), pēc līdzsvara iestāšanās difuzija redzami vairs neparādās; īstenībā kā ūdens, tā arī fenola molekulas turpina spiesties cauri fazu robežai. Šai gadījumā difuzija turpinās, bet tā netraucē līdzsvaru, jo, cik molekulu aiziet no pirmās fazes, tikpat tai pašā laikā pienāk no otras.

Viendabīgā vielā vielas vienas daļas molekulas nepārtraukti difundē vielas otrā daļā, — tā ir *autodifuzija*. Termodinamiskais līdzsvars atbilst gadījumam, kad autodifuzija caur jebkuru virsmu uz abām pusēm ir vienāda. Pēdējā laikā autodifuzija ir izpētīta eksperimentali; šim nolūkam vielas kādā daļā ievada neliela daudzuma tās pašas vielas radioaktivas pasugas molekulas un novēro radioaktivo īpašību izplatīšanos visā vielas masā.

XII NODAĻA

Gāzu fizika

181. §. Gāzu smagums no molekulari kinetiskās teorijas viedokļa. Katrā atsevišķā momentā tikai nedaudz gāzes molekulu saskaras ar trauka sienām un dibenu. Pārējo molekulu smagums tai pašā momentā uz trauka dibenu nepāriet, jo nav savstarpējas iedarbības spēku. Rodas jautājums — kā tas var būt, ka, lai gan lielākā daļa molekulu katrā dotā momentā tieši neietekmē svaru līdzsvaru, tomēr gāzes svars ir vienlīdzīgs visu molekulu kopsvaram?

Par gāzes svaru sauc gāzes spiediena spēka pārpalikumu uz trauka dibenu, salīdzinot ar gāzes spiedienu uz trauka augšējām sienām. Spiediena pārpalikums rodas no paātrinājuma, ko molekulas iegūst, kustoties gravitacijas laukā. Vienkāršības dēļ iedomāsimies, ka kubveidīgas kastītes vidū, kuras divi pamati ir horizontali, kustas gāzes molekula. Sadalīsim molekulas ātruma vektoru trijās savstarpēji perpendikularās komponentēs: vertikalā, ko apzīmēsim ar u, un divās horizontalā plaknē novietotās. Pēdējās divas mūs neinteresē, jo tās nosaka molekulas spiedienu uz trauka sienām un gravitacijas lauks tās neietekmē. Kad molekula atsitas pret virsējo vai apakšējo sienu, molekulas ātruma vertikalā komponente maina savu zīmi (dabū pretēju zīmi). Tātad katra trieciena impulss, kas vienlīdzīgs kustības daudzuma ģeometriskai maiņai (starpībai), ir $mu-(-mu)=2mu$. Molekulas ātruma vertikalo komponenti trauka virsējās sienas tuvumā apzīmēsim ar u_1 un apakšējās sienas tuvumā — ar u_2. Molekulai vienreiz noskrienot no virsējās sienas līdz apakšējai, rodas spiediena starpība uz šīm sienām, kas vienlīdzīga $2\,mu_2 - 2\,mu_1$.

Pieņemsim, ka molekulas skrējiena ilgums no virsējās sienas līdz apakšējai ir t un n ir molekulas triecienu skaits pret katru sienu 1 sekundē. Tā kā trieciens uz katru sienu, piemēram, virsējo, notiek laika sprīdī, kas vienlīdzīgs $2t$, tad acīm redzot

$$n=\frac{1}{2t}.$$

Spiediens uz apakšējo sienu ir vienlīdzīgs $2mu_2n$, un spiediens uz augšējo sienu ir $2mu_1n$; to starpība ir

$$p_2 - p_1 = 2m\,(u_2 - u_1)\,n = m\,\frac{u_2 - u_1}{t}.$$

Ja g ir smaguma spēka paātrinājums, tad acīm redzot

$$u_2 = u_1 + gt,$$

no kurienes

$$p_2 - p_1 = mg.$$

Tātad katra gāzes molekula spiež uz trauka dibenu ar lielāku spēku nekā uz trauka augšējo sienu, un spiedienu starpība ir molekulas svars.

Minētie prātojumi izraisa šādu jautājumu: ja katra gāzes molekula kustībā no augšas uz leju iegūst kādu paātrinājumu, vai tas nenozīmē, ka gāzes temperaturas līdzsvars gravitacijas laukā tiek raksturots ar nevienādām molekulu vidējā ātruma vērtībām augšējās un apakšējās gāzes kārtās? Pirmajā brīdī var likties, ka apakšā vidējais ātrums ir lielāks nekā augšējās kārtās. Tas tomēr tā nav, jo gravitacijas lauks ietekmē ne tikai molekulu ātruma vertikalo komponenti, bet arī molekulu blīvuma sakārtojumu. Ja gāze atrodas gravitacijas laukā, tad gāzes temperaturas līdzsvara gadījumā blīvums mainās ar augstumu pēc barometriskā likuma. Tilpuma vienībā molekulu skaits, kurām ir kaut kāds ātrums u, gāzes apakšējā kārtā ir lielāks nekā virsējā. Tādēļ, kā to rāda precizs aprēķins, ātruma vidējā vērtība virsējās un apakšējās kārtās ir vienāda. Piemēram, ja kādā pilsētā zināma vecuma iedzīvotāju ir divreiz vairāk nekā tāda paša vecuma iedzīvotāju otrā pilsētā un šī pati proporcija attiecas arī uz visiem pārējiem iedzīvotāju vecumiem, tad abu pilsētu vidējais iedzīvotāju vecums tomēr ir vienāds.

Lai pareizi izprastu iepriekš skarto problemu, kuru pirmais iztirzājis Maksvels (un kura pazīstama kā *Maksvela paradokss),* jāiegaumē, ka barometriskā spiediena maiņa un idealas gāzes molekulu ātruma vertikalās komponentes maiņa, ko izsauc gravitacijas lauks, — ir viena un tā paša fakta divējādi izteiksmes veidi. Gravitacijas lauka radīto spiedienu starpību starp divām gāzes kārtām, kas novietotas horizontali viena virs otras, izraisa ātruma vertikalās komponentes maiņa, molekulām kustoties no virsējās kārtas apakšējā un no apakšējās virsējā. Tā paša iemesla dēļ apakšējās gāzes kārtas kļūst blīvākas, un tā tiek panākta arī vidējo ātrumu vienlīdzība.

Tātad redzam, ka gāzu smagumu ar vienādām tiesībām var uzskatīt vai nu par molekulu paātrinājuma sekām, molekulām kustoties uz leju, vai arī par barometrisko spiedienu starpības izpausmi.

182. §. Lielumi, kas raksturo molekularo siltumkustību gāzēs. Realām, ne visai stipri saspiestām gāzēm ir a p t u v e n i (nerunājot par ļoti zemām temperaturām) tādas pašas īpašības kā Maksvela idealai gāzei. Tādēļ tādu lielumu aprēķināšanai, kuri raksturo siltumkustību dažādās realās gāzēs, var lietot formulas, kas domātas Maksvela idealai gāzei.

Lai aprēķinātu dažādu gāzu molekulu taisnvirziena kustības *vidējo kvadratisko ātrumu* c, ņemsim iepriekšējās nodaļas formulu (12)

$$\frac{mc^2}{2}=\frac{3}{2}kT, \tag{1}$$

kur m ir molekulas masa, k — Bolcmaņa konstante. Reizināsim abas formulas puses ar Avogadro skaitli N. Ievērojot to, ka reizinājums mN ir gāzes molekulsvars, bet reizinājums kN ir vienlīdzīgs ar universalo gāzes konstanti R, aprēķinām, ka

$$c=\sqrt{3\frac{RT}{M}}. \tag{2}$$

Atomaram ūdeņradim pie 0^0C

$\left(M=1,\ R=8{,}315.10^7\ \frac{\text{ergs}}{\text{g-mols.grads}};\ T=273{,}16\right)$ dabūsim:

$$c=\sqrt{3.8{,}315.10^7.273{,}16}=2{,}6.10^5\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}=2600\frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Tātad pie 0^0C atomarā ūdeņraža daļiņu taisnvirziena kustības vidējais ātrums ir vienlīdzīgs $2600\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Pie tādas pašas temperaturas ikvienas gāzes molekulu vidējais kvadratiskais ātrums ir $\sqrt{M}$ reizes mazāks (M ir molekulsvars); piemēram, parastam molekularam ūdeņradim ($M=2$) tas ir

$$c=\frac{2600}{\sqrt{2}}=1840\frac{\text{m}}{\text{sec}};$$

skābeklim ($M=32$) $c=461\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

Vidējais aritmetiskais ātrums $\bar{u}$, kā tas minēts 164. §, ir mazāks nekā vidējais kvadratiskais ātrums apmēram par 8%:

$$\bar{u}\approx 0{,}92\ c,$$

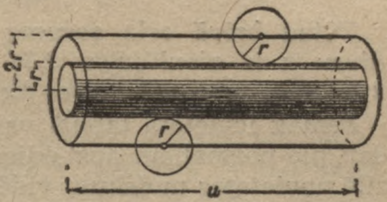
visvarbūtīgākais ātrums ρ ir vēl mazāks:

$$\rho=\sqrt{\frac{3}{2}}\,c\approx 0{,}815\ c,$$

tātad

$$\frac{m\rho^2}{2}=kT. \tag{3}$$

Siltumkustības raksturošanai gāzēs daudzos gadījumos derīgi zināt *brīvā ceļa* garumu, t. i., molekulas *brīvā ceļa vidējo garumu* starp divām sadursmēm un vienas molekulas *sadursmju vidējo skaitu* 1 sekundē.



341. zīm. Gāzes molekulas ceļa vidējā garuma aprēķina paskaidrojums.

Lai aprēķinātu ceļa vidējo garumu, spriežam tā: kustīgā molekula 1 sekundes laikā sadursies ar visām tām gāzes molekulām, kuru centri novietoti cilindriskā tilpumā, kas veidots ap molekulas ceļu un kura radiuss ir 2 reizes lielāks par molekulas radiusu (341. zīm.); šis tilpums ir vienlīdzīgs $\pi\ (2r)^2.\bar{u}$; molekulu skaits, kuru centriem jāatrodas norādītā tilpumā, ir $n\ \pi\ (2r)^2.\bar{u}$, kur n ir gāzes molekulu vidējais skaits 1 cm^3. Tātad, ja visas pārējās molekulas, izņemot aplūkojamo molekulu, būtu nekustīgas, tad vienas molekulas sadursmju vidējais skaits ν vienā sekundē ir

$$\nu=n.\pi(2r)^2.\bar{u}.$$

Īstenībā sadursmju vidējam skaitam jābūt lielākam par aprēķināto lielumu, jo, ņemot vērā apkārtējo molekulu kustību, aplūkojamā molekula saņemtu zināmu triecienu skaitu arī tai gadījumā, ja tā pati būtu palikusi izvēlētās sekundes laikā nekustīga. Precizs aprēķins rāda, ka iegūtais rezultats jāpalielina $\sqrt{2}$ reizes.

Tādēļ

$$\nu=4\sqrt{2}\,\pi\, r^2.n.\bar{u}. \tag{4}$$

Ja brīvā ceļa garumu apzīmējam ar λ, tad

$$\nu=\frac{\bar{u}}{\lambda}.$$

Salīdzinot šo formulu ar iepriekšējo formulu, redzam, ka

$$\lambda=\frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2.n}. \tag{5}$$

Ja N ir gāzes molekulu skaits, kas atrodas tilpumā v, tad acīm redzot $n=\frac{N}{v}$. Ievietojot šo izteiksmi iepriekšējā formulā n vietā un apzīmējot pašu molekulu tilpumu ar $b'\left(b'=\frac{4}{3}\pi r^3 N\right)$, dabūsim:

$$\frac{\lambda}{r}=\frac{1}{3\sqrt{2}}\cdot\frac{v}{b'}\approx 0{,}24\,\frac{v}{b'}. \tag{6}$$

Tātad *brīvā ceļa garuma* λ *attiecība pret molekulas radiusu* r *ir vienlīdzīga 0,24 no visas gāzes ieņemtā tilpuma attiecības pret pašu gāzes molekulu tilpumu.*

Zemāk ievietotā tabulā vairākām gāzēm doti daži skaitliskie dati pie normaliem apstākļiem (0°C un p=1 at). Pirmā tabulas ailē novietotas molekulu vidējā ātruma vērtības $\bar{u}$, otrā tabulas ailē ir vidējā kvadratiskā ātruma vērtības c, kam liela loma molekulari kinetiskos aprēķinos; trešā ailē norādīti brīvo ceļu lielumi — vidējie ceļa garumi, ko molekula noiet laikā starp divām sadursmēm; brīvā ceļa garums izteikts centimetra miljonās daļās. Ceturtā ailē ir triecienu skaits (miljardos), ko katra gāzes molekula caurmērā saņem 1 sekundē. Nākošajā, piektā ailē norādīts brīvā skrējiena vidējais ilgums (sekunžu miljardās daļās). Beidzamajā — sestā — ailē ir atzīmēti molekulu diametri angstremos, t. i., centimetra simtmiljonās daļās (1 Å $=10^{-8}$ cm).

Gāzes nosaukums un ķimiskā formula	Pie 0°C un 1 at spiediena					
	Molekulu vidējais ātrums $\bar{u}$ $\frac{m}{sec}$	Molekulu vidējais kvadrātiskais ātrums c $\frac{m}{sec}$	Brīvā ceļa vidējais garums 10^{-6}cm	Triecienu skaits sekundē 10^9	Brīvā skrējiena ilgums 10^{-9} sec	Molekulu diametrs 10^{-8} cm
Ūdeņradis . . . . . H_2	1692	1840	11,2	15,1	0,66	2,3
Skābeklis . . . . . O_2	425	461	6,5	6,55	1,52	2,9
Slāpeklis . . . . . . N_2	454	493	6,0	7,55	1,32	3,1
Argons . . . . Ar	381	414	6,35	6,02	1,66	2,8
Helijs . . . . He	1204	1305	18	6,9	1,47	1,9
Ogleķļa oksids . . CO	454	493	5,8	7,8	1,28	3,2
Ogļskābā gāze . CO_2	362	393	4	9,05	1,10	3,2
Ūdens tvaiks . . H_2O	566	615	4	14,1	0,71	2,6

183. §. Gāzu īpatnējās (raksturīgās) konstantes. No Boila un Gei-Lisaka likumiem, kā tas jau iepriekšējā nodaļā aizrādīts, var secināt, ka ne pārāk stipri saspiestām gāzēm par tuvīnu stāvokļa vienādojumu der Klapeirona vienādojums:

$$pv = \nu RT; \tag{7}$$

še ν ir molu skaits gāzes tilpumā v, R — gāzes universalā konstante (tabula 405. lpp.), p — spiediens, T — absolutā temperatura.

Gāzes universalās konstantes aprēķināšana (minēta 173. §) pamatojas, kā redzējām, uz Avogadro likumą, saskaņā ar kuru visām gāzēm neatkarīgi no to ķimiskā sastāva pie 0°C un $p = 1$ at tilpums ir

$$v_0 = 22{,}41\ \mathrm{l}. \tag{8}$$

Īstenībā tilpums v_0, ko normalos apstākļos ieņem 1 mols gāzes, vairumam gāzu nav gluži vienlīdzīgs ar 22,41 l (piemēram, skābeklim un slāpeklim tas ir nedaudz mazāks, bet ūdeņradim — nedaudz lielāks). Ja to ievēro aprēķinot R, tad vienā otrā gadījumā izrādās zināma nesaskaņa R lielumā dažāda ķimiska sastāva gāzēm. Tā, piemēram, skābeklim

$8{,}315 \cdot 10^7 \dfrac{\mathrm{erg}}{\mathrm{g\text{-}mols.grads}}$ vietā dabū $8{,}312 \cdot 10^7$, slāpeklim $8{,}314 \cdot$ $\cdot 10^7$, ūdeņradim $8{,}316 \cdot 10^7$. Šo atšķirību iemesls ir tas, ka visas gāzes, ņemtas parastā blīvumā, ne visai pilnīgi seko Boila un Gei-Lisaka likumiem.

Techniskos aprēķinos gāzes masu nemērī molos, bet kilogramos. Pieņemsim, ka tilpumā v ir n kg gāzes. Klapeirona vienādojumā koeficients ν apzīmē molu skaitu tilpumā v, t. i., šai gadījumā n kg gāzes. Tā kā molā ir $M \cdot$g (kur M ir gāzes molekulsvars), tad saprotams, ka 1 gramā gāzes ir $\frac{1}{M}$ daļa no mola un n kilogramos gāzes ir

$$\nu = n \frac{1000}{M} \text{ molu.}$$

Tātad techniskiem aprēķiniem Klapeirona vienādojumu var izteikt kilogramos

$$pv = n \cdot BT, \tag{9}$$

kur $B = \dfrac{1000}{M} R$.

Pastāvīgo lielumu B sauc par *gāzes īpatnējo* (vai *raksturīgo*) *konstanti.*

Bieži Klapeirona vienādojumu raksta arī šādā veidā:

$$p = B \cdot \rho T, \tag{10}$$

kur $\rho = \frac{n}{v}$ ir blīvums, ko izteic ar kilogramu skaitu 1 m^3 gāzes (nav grūti izprast, ka blīvuma skaitliskās vērtības, kas izteiktas $\frac{kg}{m^3}$, ir 1000 reizes lielākas nekā blīvuma skaitliskās vērtības, kas izteiktas $\frac{g}{cm^3}$).

Tā kā visas realās gāzes vairāk vai mazāk atkāpjas no Avogadro likuma un, pretrunā ar šo likumu, tām nav gluži vienādi 1 mola tilpumi normalos apstākļos, tad precizākiem aprēķiniem lieto gāzu īpatnējās konstantes, kuras dabū nevis no gāzu universalās konstantes, bet tieši no gāzu blīvumiem normalos apstākļos pēc formulas:

$$B = \frac{p_0 v_0}{273,16}, \qquad (11)$$

kur $p_0 = 1$ at un v_0 ir 1 kg gāzes tilpums pie vienas at spiediena un 0°C. Gāzēm, kuras pat pie neliela spiediena manāmi novirzās no Klapeirona vienādojuma, īpatnējās konstantes aprēķina pēc grafiskās ekstrapolacijas metodes.

Tabulā dotas gāzu īpatnējās konstantes B gadījumam, kad Klapeirona vienādojumā spiediens izteikts kilogramos uz 1 m^2 un tilpums kubmetros.

Viela	Ķimiskā formula	Gāzes īpatnējā konstante B $\frac{kG.m}{grads.kg}$
Gaiss	—	29,27
Ūdeņradis	H_2	422,6
Skābeklis	O_2	26,47
Slāpeklis	N_2	30,13
Slāpekļa oksids	NO	28,19
Dislāpekļa oksids	N_2O	19,20
Oglekļa oksids	CO	39,26
Oglekļa dioksids (ogļskābā gāze)	CO_2	19,14
Sēra dioksids	SO_2	13,15
Metans (purva gāze)	CH_4	52,95
Etilens	C_2H_4	30,26
Ūdens tvaiks	H_2O	47,06
Spirta tvaiks	C_2H_6O	18,42
Benzola tvaiks	C_6H_6	10,86

184. §. Gāzu maisījums. Daltona likums. Klapeirona vienādojums ir aptuveni pareizs ne tikai attiecībā uz ķimiski viendabīgām gāzēm, bet arī uz gāzu maisījumiem. Gāzes īpatnējā konstante, kā to redzējām, ir apgriezti proporcionāla gāzes molekulsvaram. Zinot gāzes ķimisko formulu, pēc atomsvaru tabulas ar vienkāršu saskaitīšanu viegli var noteikt molekulsvaru un tātad arī gramu skaitu, kādu satur 1 g-mols dotās gāzes.

Šādu saskaitīšanu tomēr var lietot tikai ķimiski viendabīgām gāzēm. Gadījumā, ja ir vairāku gāzu maisījums, var runāt tikai par vidējo molekulsvaru; šis jēdziens ķimijai pēc būtības ir svešs, bet fizikā var būt noderīgs

Par ķimiski neviendabīgas vielas (gāzu maisījuma, šķīduma, sakausējuma utt.) *vidējo molekulsvaru* sauc molekulsvaru, kāds būtu šai vielai, ja tā būtu ķimiski viendabīga un sastāvētu no molekulām, kuru masa tāda pati kā to molekulu vidējā masa, kas faktiski atrodas maisījumā.

Pieņemsim, ka 1 g maisījuma ir q_1 grama daļas kādas vielas ar molekulsvaru M_1, q_2 grama daļas otras vielas ar molekulsvaru M_2 utt. Tā kā grammolekulā ir Avogadro noteiktais molekulu skaits, tad 1 g pirmās vielas ir $\frac{N}{M_1}$ molekulu, q_1 grama daļās šīs vielas ir $\frac{q_1}{M_1}N$ molekulu; q_2 grama daļās otrās vielas ir $\frac{q_2}{M_2}N$ molekulu utt.

Tātad dotā maisījuma 1 gramā ir

$$\left(\frac{q_1}{M_1}+\frac{q_2}{M_2}+\ldots\right)N \text{ molekulu.}$$

Pieņemsim, ka M ir maisījuma vidējais molekulsvars. Ja vienā maisījuma grammolekulā ir Avogadro noteiktais molekulu skaits, tad molekulu skaits vienā maisījuma gramā ir $\frac{N}{M}$. Tātad

$$\frac{N}{M}=\left(\frac{q_1}{M_1}+\frac{q_2}{M_2}+\ldots\right)N$$

jeb

$$M=\frac{1}{\frac{q_1}{M_1}+\frac{q_2}{M_2}+\ldots}, \tag{12}$$

kur $q_1+q_2+\ldots=1$.

Pēc šīs formulas var aprēķināt vidējo molekulsvaru, ja zināms maisījuma svara sastāvs.

Piemēram, gaisā, ja ņem tā svaru, ir (apmēram) 76% slāpekļa, 23% skābekļa un 1% argona. Slāpekļa molekulsvars noapaļoti ir 28 un argona 40.

Lietojot formulu, var noteikt vidējo molekulsvaru:

$$M_{gaisa} = \frac{1}{\frac{0{,}76}{28} + \frac{0{,}23}{32} + \frac{0{,}01}{40}} = 28{,}9.$$

Tātad 1 g-mols gaisa sver 28,9 g.

Jāiegaumē: ja maisījuma vidējais molekulsvars attiecībā pret maisījuma sastāvdaļu molekulsvariem būtu vidējais aritmetiskais lielums, kas aprēķināts, ievērojot katras vielas daudzumu maisījuma sastāvā, tad formula būtu šāda:

$$M = q_1 M_1 + q_2 M_2 + \ldots q_n M_n \text{ (nepareizā formula!).}$$

Īstenībā, kā redzējām, ķimiski neviendabīga ķermeņa vidējais molekulsvars attiecībā pret maisījuma sastāvdaļu molekulsvariem ir vidējais harmoniskais lielums (protams, ievērojot attiecīgās vielas daudzumu, kas atrodas maisījumā):

$$\frac{1}{M} = \frac{q_1}{M_1} + \frac{q_2}{M_2} + \ldots + \frac{q_n}{M_n} \text{ (pareizā formula!).}$$

Pieņemsim, ka tilpumā v ir 1, 2, 3 utt. gāzu maisījums. Tā kā gāzu maisījuma spiediens p ir visu maisījuma molekulu triecienu kopējais rezultats, tad varam rakstīt:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots, \tag{13}$$

kur p_1, p_2, p_3 utt. ir spiedieni, ko izdara katras komponentes[1] molekulas atsevišķi. Šis vienādojums izteic D a l t o n a likumu: *katras komponentes spiediens ir tikpat liels, it kā aplūkojamā komponente viena pati aizņemtu visu tilpumu,* t. i., *it kā citu komponentu nemaz nebūtu.*

Spiedienus p_1, p_2, p_3 utt. sauc par *parcialiem*[2] spiedieniem.

Daltona likums ir secinājums no gāzu kinetiskās teorijas pamatvienādojuma (164. §, 2. vienādojums). Tiešām, gāzu maisījuma molekulu taisnvirziena kustības enerģija (pieņemot, ka molekulas savstarpēji neiedarbojas) ir vienlīdzīga maisījumā ietilpstošo gāzu enerģijas sumai:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots .$$

Uz visu maisījumu attiecas šāds vienādojums:

$$pv = \frac{2}{3} E.$$

[1] Komponente (latiņu valodā *compono* — s a l i e k u k o p ā) ir maisījuma ķimiski individualā sastāvdaļa.

[2] Parcialais (latiņu valodā *pars* — d a ļ a) — atsevišķais, daļējais.

Tas pats vienādojums attiecas, protams, uz katru gāzi atsevišķi; ja ņemsim katru gāzi tādā daudzumā, kādā tā ir maisījumā, līdz ar attiecīgo enerģijas vērtību E_1 vai E_2 utt. un ļausim tai ieņemt tilpumu v, tad varēsim uzrakstīt šādu vienādojumu sistemu:

$$p_1 v = \frac{2}{3} E_1,$$

$$p_2 v = \frac{2}{3} E_2,$$

utt.

Ja šos vienādojumus saskaita, izmantojot iepriekš uzrakstīto vienlīdzību par maisījumā ietilpstošo gāzu enerģijas sumu, un saīsina dabūto vienādojumu ar v, tad dabūjam Daltona likumu:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$$

185. §. Gāzu siltumietilpība. Džoula likums un Maijera vienādojums. Mēģinājumi, kurus pagājušā gadsimta četrdesmitajos gados izdarīja Džouls, Hirns un Tomsons (Kelvins), parādīja, ka gāzu iekšējā enerģija, ja gāze nav sevišķi stipri saspiesta, ir atkarīga tikai no temperaturas: $U = f(T)$. Šo mēģinājumu būtība (neskarot momentus, kas jautājumu sarežģī) ir tā, ka termiski izolētai gāzei dod iespēju izplesties tukšā telpā. Šai gadījumā gāze nepadara darbu, siltumu ne saņem, ne atdod, tāpēc tās iekšējā enerģija nemainās. Mēģinājumi rāda, ka arī gāzes temperatura šai gadījumā nemainās.

Ar tiem pašiem Džoula un Tomsona (Kelvina) mēģinājumiem noskaidrojās, ka stipri saspiestu gāzu iekšējā enerģija ir atkarīga ne tikai no temperaturas, bet arī no blīvuma: $U = f(T, v)$. Tādēļ gadījumā, ja iekšējā enerģija ir pastāvīga, gāzes blīvuma maiņa (termiski izolētas gāzes izplešanās tukšumā) ir saistīta ar temperaturas maiņu (*Džoula-Tomsona efekts*).

Tehniskos aprēķinos reālām gāzēm bieži piedēvē ideālās gāzes īpašības, t. i., vienkāršības dēļ pieņem, ka gāzes molekulu starpā nepastāv pievilkšanās spēki, bet atgrūšanās spēki parādās tikai molekulu sadursmju momentos. Pieņemot, ka molekulu sadursmes notiek pēc ideāli elastīgu ķermeņu trieciena likumiem, var teikt, ka molekulu savstarpējās iedarbības enerģija ideālā gāzē ir nulle. Tad gāzes iekšējā enerģija U ir vienlīdzīga molekulari kinetiskai enerģijai E, kuru, kā tas parādīts 176. §, var izteikt vienkāršā formulā:

$$U = E = \frac{i}{2} RT, \tag{14}$$

kur i ir gāzes molekulas brīvības pakāpju skaits. Aizrādām, ka vienatomu gāzei $i = 3$, divatomu gāzei $i = 5$, daudzatomu gāzei $i = 6$, ja neskaita atomsvārstību papildus brīvības pakāpes, kas rodas, temperaturai paaugstinoties.

Siltumietilpība C_v *pie pastāvīga tilpuma*, kā zināms, ir siltuma daudzums, kas jādod ķermenim, lai to sasildītu par 1^0, ja ķermeņa tilpums nemainās. Acīm redzot, ja gāzes tilpums nemainās, tad visa enerģija, ko dabū ideālā gāze siltuma veidā, palielina gāzes iekšējo enerģiju. Ja gāzes temperatura T paaugstinās par 1^0, tad, kā tas redzams no formulas (14), 1 g-mola iekšējā enerģija palielinās par $\frac{i}{2} R \approx i$ kalorijām. Tātad ideālās gāzes molam siltumietilpība pie pastāvīga tilpuma C_v ir

$$C_v = \frac{i}{2} R \approx i \frac{\text{kal}}{\text{grads. g-mols}}, \tag{15}$$

t. i., *ideālās gāzes siltumietilpībai* C_v — *saskaņā ar klasisko teoriju — jābūt pastāvīgam lielumam, kas nav atkarīgs no gāzes ķimiskā sastāva un kas skaitliski vienlīdzīgs* (rēķinot kalorijās uz 1 molu) *gāzes molekulu brīvības pakāpju skaitam:*

vienatomu gāzei $C_v \approx 3$ kal uz 1 g-molu,
divatomu gāzei $C_v \approx 5$ kal uz 1 g-molu,
daudzatomu gāzei $C_v \approx 6$ kal uz 1 g-molu.

Šis Maksvela teorijas secinājums ir tuvs īstenībai, ja to attiecina uz maz saspiestām gāzēm, kuru temperaturas nav pārāk zemas vai visai augstas. Pie augstām temperaturām rodas ne tikvien svārstību brīvības pakāpes, bet sākas arī gāzes disociacija[1], t. i., dažas molekulas izirst divās vai vairāk sīkākās molekulās. Siltumietilpības atkarība no temperaturas tad sarežģījas. Pie ļoti zemām temperaturām, kā teikts 176. paragrafā, likums par enerģijas vienmērīgo sakārtojumu brīvības pakāpēs nav derīgs un tātad nav derīga arī formula (15).

Ja gāzes siltumietilpība paliek nemainīga, tad, protams, siltuma daudzums, kas vajadzīgs, lai 1 molu gāzes sasildītu no absolutās nulles līdz temperaturai T, ir vienlīdzīgs $C_v T$, ja gāzes tilpumu uztur nemainīgu (šai gadījumā gāze nedara darbu un arī nepatērē darbu, tādēļ gāzes iekšējā enerģija ir vienlīdzīga visam siltumam, ko tā saņēmusi):

$$U = C_v T. \tag{16}$$

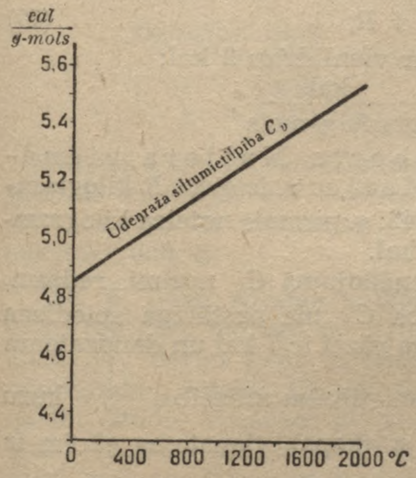
Ja aprēķinam ņem ne 1 molu, bet 1 g, tad iegūst analoģisku formulu:

$$U_{1g} = c_v T,$$

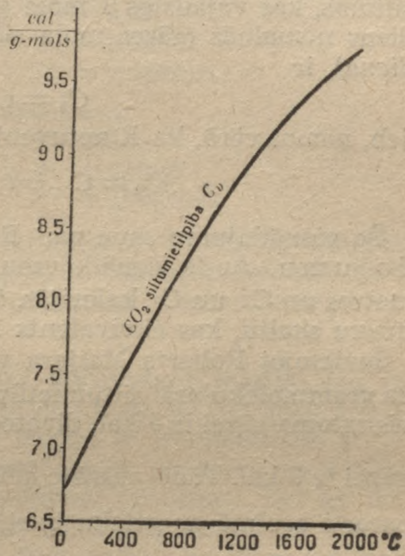
[1] Latiņu *dissociatio* — atšķiršana.

kur c_v ir «grama» (īpatnējā) siltumietilpība pie nemainīga tilpuma.

Vienādojumu (16) parasti sauc par Džoula likumu. Attiecībā pret realām gāzēm Džoula likums ir tikpat neprecizs kā Klapeirona vienādojums, bet aptuvenos aprēķinos un sevišķi techniskos aprēķinos Džoula likumu izmanto plaši, iegūstot rezultatus, kas pietiekoši labi saskan ar eksperimentaliem datiem. Ja Džoula likumu lieto augstas temperaturas joslās, tad



342. zīm. Ūdeņraža siltumietilpība atkarībā no temperaturas (pēc Partingtona un Šilinga).



343. zīm. Ogļskābās gāzes siltumietilpība atkarībā no temperaturas (pēc Partingtona un Šilinga).

jāievēro, ka pie augstām temperaturām notiek siltumietilpības C_v palielināšanās sakarā ar atomsvārstību izpaušanos un ar molekulu daļēju sairšanu atomos.

Ja, ķermeni sildot, ļauj tam izplesties, bet spiedienu uztur pastāvīgu, tad daļa no ķermenim pievadītā siltuma aiziet ķermeņa izplešanās darbā. Tāpēc siltuma daudzums, kas jādod ķermenim, lai to sasildītu izobariski par 1^0, citiem vārdiem, siltumietilpība C_p pie pastāvīga spiediena — ir lielāka nekā siltumietilpība pie C_v pastāvīga tilpuma.

Iedomāsimies, ka 1 mols gāzes atrodas cilindrā, kura augšgalu noslēdz virzulis, kas noslogots ar gāzes spiedienu līdzsvarojošu atsvaru. Sildot gāze izpletīsies un izdarīs darbu, kas vienlīdzīgs $p\ (v_2 - v_1)$. Saskaņā ar Klapeirona vienādojumu

$p(v_2 - v_1) = R\,(T_2 - T_1)$. Redzam, ka 1 mols gāzes, ko silda pie pastāvīga spiediena (lai kāds arī būtu šis spiediens), sasilstot par 1^0 ($T_2 - T_1 = 1^0$) un izplešoties, izdara darbu, kas vienlīdzīgs gāzes universalai konstantei. Šis darbs, ja to izteic siltuma vienībās, ir vienlīdzīgs 2 kal. Tas ir vienāds vienatoma, divatomu un daudzatomu gāzēm. Iekšējās enerģijas pieaugums vienam molam gāzes, ja to sasilda par 1^0, ir vienlīdzīgs C_v. Tātad siltums, kas vajadzīgs 1 mola gāzes sasildīšanai par 1^0, ja spiediens nemainās (gāzes mola *siltumietilpība pie pastāvīga spiediena)*, ir

$$C_p = C_v + R, \tag{17}$$

jeb, ņemot vērā, ka R aptuveni ir vienlīdzīgs 2 kal:

$$C_p \approx C_v + 2\ \frac{\text{kal}}{\text{grads. g-mols}}.$$

Šo vienādojumu sauc par R o b e r t a M a i j e r a v i e n ā d o j u m u. Ar šo vienādojumu M a i j e r s, izteicot R kilogrammetros un C_p un C_v kalorijās, 1842. g. pirmais noteica kilogrammetru skaitu, kas ekvivalents 1 kal.

Ievietojot Roberta Maijera vienādojumā C_v nozīmi, redzam, ka grammolekularā siltumietilpība C_p pie pastāvīga spiediena vienatoma gāzei ir 5 kal, divatomu gāzei ir 7 kal un daudzatomu gāzei ir 8 kal. Tādēļ minēto siltumietilpību attiecība $\frac{C_p}{C_v}$, kuru parasti apzīmē ar grieķu burtu $\varkappa$ (kapa), vienatoma gāzēm ir $\frac{5}{3} = 1{,}67$, divatomu gāzēm $\frac{7}{5} = 1{,}40$ un daudzatomu gāzēm $\frac{8}{6} = 1{,}33$. Siltumietilpību attiecībai $\varkappa = \frac{C_p}{C_v}$ ir ievērojama nozīme ķermeņu termodinamiskā raksturošanā.

Gāze	C_v	C_p	$\frac{C_p}{C_v}$
Vienatoma	3	5	1,67
Divatomu	5	7	1,40
Trīsatomu	6	8	1,33

Īstenībā, kā jau iepriekš minēts, gāzu siltumietilpība ar temperaturas paaugstināšanos nepaliek pastāvīga, bet pieaug (rodas iekšmolekularās atomu svārstības, bet ar tālāko temperaturas paaugstināšanos notiek daļēja molekulu sairšana — termiskā disociacija). 342. un 343. zīmējumā parādīta gāzu (ūdeņraža un ogļskābās gāzes) siltumietilpības raksturīgā maiņa.

Temperaturu robežās 0^0 — 2000^0C siltumietilpības maiņu pietiekami pareizi (kļūda līdz 1—2%) nosaka ar parabolisku funkciju:

$$C_v = C_v^0 + \alpha . t + \beta . t^2. \tag{18}$$

Ūdeņradim
$C_v^0 = 4,85$
$\alpha = 0,0007$
$\beta = 0$

Skābeklim, slāpeklim un gaisam
$C_v^0 = 4,97$
$\alpha = 0,00017$
$\beta = 0,00000031$

Ogļskābai gāzei
$C_v^0 = 6,70$
$\alpha = 0,0045$
$\beta = 0,00000102$

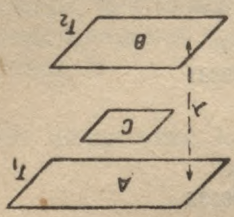
Amonjakam
$C_v^0 = 6,65$
$\alpha = 0,00465$
$\beta = 0,00000135$

Minētos gāzu siltumietilpības lielumus (C_v^0, α un β) ieteikusi speciala komisija, kas noteica gāzu siltumietilpības standartvērtības, un tās pieņemtas Vissavienības siltumtechniķu sanāksmē 1928. g.

186. §. Gāzu siltuma vadīšanas molekularā teorija. Lai izskaidrotu gāzu molekularo siltuma vadīšanu, kā arī gāzu viskozitati, ļoti derīgs gāzu kinetiskā teorijā ir vienkāršojošs paņēmiens, kuru ieteica Džouls. Iedomāsimies, ka gāzu molekulas nelido visādos virzienos un ar dažādiem ātrumiem, bet ka tām visām ir taisnvirziena kustība un vienāds ātrums, kas vienlīdzīgs vidējam ātrumam $\bar{u}$. Tālāk pieņemsim, ka visas molekulas sagrupējas 6 vienlīdzīgās plūsmās, kas kustas trijos savstarpēji perpendikularos virzienos. Ja nu iedomāsimies šai gāzē attiecīgi orientētu kubu, kura tilpums 1 cm^3, tad caur katru kuba skaldni plūdīs divas pretēja virziena molekulu plūsmas. Laika elementā dt katra plūsma pavirzīsies par $\bar{u}dt$; gāzes plūsmas tilpums, kas šai laikā iziet caur kuba skaldni, ir 1 [cm^2] $\bar{u}dt$ [cm] $= \bar{u}dt$ [cm^3]; ja gāzes blīvums ir ρ, tad katras plūsmas blīvums būs $\frac{\rho}{6}$, bet gāzes masa, ko plūsma iznes caur katru kuba skaldni laikā dt, būs $\frac{\rho \bar{u} dt}{6}$. Masa, kas 1 sekundē tiks iznesta caur skaldnes laukuma vienību, būs $\frac{\rho \bar{u}}{6}$.

Džoula paņēmiens neievēro molekulu sadursmju ietekmi, tādēļ to var izlietot tikai gadījumos, kad sadursmēm nav nozīmes. To var lietot, piemēram, tai gadījumā, kad gāzes kārta nav biezāka par molekulu brīvā ceļa vidējo garumu.

Lai noskaidrotu lielumus, no kuriem atkarīgs gāzu siltumvadīšanas koeficients, izvedīsim Furje vienādojumu (178. §), izejot no gāzu kinetiskās teorijas. Ja gāzes masas atsevišķām daļām ir dažādas temperaturas, tad molekulas no siltākās daļas (caurmērā enerģiskākas) nonāk aukstākajā daļā, bet molekulas no aukstākās daļas (caurmērā mazāk enerģiskas) iekļūst siltākā daļā; rezultatā vidējo enerģiju starpība un tātad arī temperaturu starpība izlīdzinās. Tāds ir gāzu siltumvadīšanas process. Tas tāpat kā difuzijas process noris lēnām molekulu sadursmju dēļ; tāpat kā difuzijas gadījumā ievērojama loma šeit ir molekulu brīvā ceļa vidējam lielumam un molekulu taisnvirziena ātrumam.



344. zīm.

Iedomāsimies gāzē plakni A (344. zīm.), kuras visos punktos temperatura ir T_1, un paraleli tai plakni B, kuras visos punktos temperatura ir T_2. Pieņemsim, ka atstatums starp plaknēm vienlīdzīgs molekulu brīvā ceļa vidējam garumam λ un ka T_1 ir nedaudz lielāks nekā T_2. Starp plaknēm A un B iedomāsimies tām paralelu 1 cm² lielu laukumu C. Varam pieņemt, ka telpā AB nenotiek molekulu sadursmes, un tādēļ varam izmantot Džoula paņēmieņu. Vienas sekundes laikā caur laukumu C iziet no augšas uz apakšu molekulu plūsma, kuras masa ir $\frac{\rho\bar{u}}{6}$; plūsma iziet no vietām, kur temperatura ir T_1 un nonāk vietās, kur temperatura ir T_2. Ja gāzes masa $\frac{\rho\bar{u}}{6}$ vienkārši atdzistu no temperaturas T_1 līdz T_2, tad tā siltuma veidā atdotu enerģiju, kas vienlīdzīga $\frac{1}{6}\,\rho\,\bar{u}.\,c_v\ (T_1—T_2)$, kur c_v ir gāzes īpatnējā siltumietilpība pie pastāvīga tilpuma; šai gadījumā turpretim minētais enerģijas daudzums tiek pārnests no augšas uz apakšu caur laukumu C. Pretējā plūsma, kas nes mazāk enerģiskās molekulas no apakšas uz augšu, radīs — kā tas viegli saprotams — līdzīgu efektu kā pirmā plūsma. Rezultatā caur laukuma vienību C sekundes laikā iziet siltuma daudzums.

$$\delta Q = \frac{2}{6}\cdot\rho\bar{u}c_v\,(T_1—T_2).$$

Ja salīdzināsim šo vienādojumu ar parasto Furje siltuma vadīšanas likuma izteiksmi

$$\delta Q = k\frac{(T_1 - T_2)}{\lambda},$$

kur k ir gāzes siltuma vadīšanas koeficients un $\frac{(T_1 - T_2)}{\lambda}$ ir šai gadījumā novērojamais temperaturas gradients, tad redzams:

$$k = \frac{1}{3}\rho\bar{u}c_v\lambda. \qquad (19)$$

Šis vienādojums izteic sakarību starp gāzes siltuma vadīšanas koeficientu k, tās blīvumu ρ, īpatnējo siltumietilpību c_v pie nemainīga tilpuma, molekulu virzes kustības vidējo ātrumu $\bar{u}$ un brīvā ceļa vidējo garumu λ.

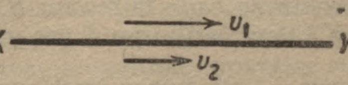
Brīvā ceļa vidējais garums λ, kā iepriekš minēts, ir proporcionals gāzes īpatnējam tilpumam, t. i., apgriezti proporcionals gāzes blīvumam ρ. Tātad saskaņā ar formulu (19) gāzes siltuma vadīšanas koeficients (zināmās robežās) nav atkarīgs no blīvuma. Vidējais ātrums pieaug proporcionali kvadratsaknei no temperaturas; gāzes siltuma vadītspēja faktiski arī pieaug līdz ar temperaturu. Tādēļ saskaņā ar formulu (19) gāzes siltuma vadīšanas koeficientam vajag palielināties nedaudz ātrāk nekā kvadratsaknei no absolutās temperaturas. Eksperimenti visumā apstiprina šos teorijas slēdzienus.

Gāzu siltumvadīšanas koeficienti pie 0°C

izteikti $\dfrac{\text{kal}}{\text{cm}^2\text{sec}\left(\dfrac{\text{grads}}{\text{cm}}\right)}$

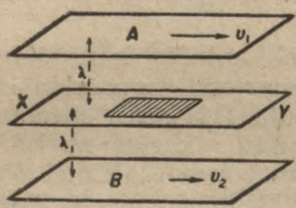
Ūdeņradis	$38{,}1.10^{-5}$
Skābeklis	$5{,}55.10^{-5}$
Slāpeklis	$5{,}45.10^{-5}$
Ogļskābā gāze	$3{,}28.10^{-5}$
Ogļekļa oksids	$5{,}15.10^{-5}$
Gaiss	$5{,}33.10^{-5}$
Ūdens tvaiks pie 100° C	$5{,}20.10^{-5}$

187. §. Gāzu viskozitates molekularā teorija. Iedomāsimies plakni XY («slīdēšanas plakni» 345. zīm.), kas atrodas plūstošas gāzes vidū tā, lai gāzes daļa, kas atrodas virs plaknes, kustētos pa-



345. zīm.

raleli plaknei tādā pašā virzienā kā gāzes daļa zem plaknes, bet dažādos ātrumos. Pieņemsim, ka virsējā daļa kustas ātrāk nekā apakšējā ($v_1 > v_2$). Tādā gadījumā virsējās daļas molekulām ir caurmērā lielāks kustības daudzums nekā apakšējās daļas molekulām. Molekulu chaotiskās kustības rezultatā zināms skaits molekulu 1 sekundes laikā iekļūs caur plakni XY no apakšējās daļas augšējā un tikpat liels molekulu skaits 1 sekundē no augšējās apakšējā. Tādēļ gāzes virsējās daļas kopīgais kustības daudzums 1 sekundes laikā mazliet samazināsies un apakšējās daļas kopīgais kustības daudzums par tādu pašu lielumu palielināsies. Ķermeņa kustības daudzuma maiņa laika vienībā ir vienlīdzīga ar spēku, kas iedarbojas uz šo ķermeni. Mēs redzam, ka aplūkojamās gāzes abas daļas iedarbojas viena uz otru ar vienādiem, pretēji vērstiem spēkiem, kas atrodas slīdēšanas plaknē XY. Spēki, kas darbojas uz apakšējo gāzes daļu, paātrina šo daļu — tie vērsti ātruma v_2 virzienā; spēki, kas darbojas uz virsējo gāzes daļu, palēnina šo daļu, jo tie vērsti pret ātrumu v_1. Še sastopamies ar iekšējās berzes spēkiem; šo spēku rašanās iemesls ir kustības daudzums, kuru pārnes molekulas, kas izskrien caur slīdēšanas plakni XY.



346. zīm.

Noteiksim gāzes viskozitates koeficienta izteiksmi. Gāzē, kas kustas, kā tas parādīts 345. zīmējumā, ņemsim slīdēšanas plakni XY (346. zīm.) un vilksim tai abās pusēs paralelas plaknes A un B, kuru atstatums no XY ir vienlīdzīgs ar molekulas brīvā ceļa vidējo garumu λ.

Pieņemsim, ka plaknes A tuvumā gāzes ātrums ir v_1, bet plaknes B tuvumā v_2, un konkreti pieņemsim, ka $v_1 > v_2$. Tātad telpā ātruma gradients ir $\frac{v_1 - v_2}{2\lambda}$. Plaknes XY tuvumā gāzes ātrums ir $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$.

Uz plaknes XY ņemsim laukumu $S = 1\ \text{cm}^2$ un, lietojot Džoula paņēmienu (kas izskaidrots iepriekšējā paragrafa sākumā), vispirms attiecībā pret telpu AXY, tad attiecībā pret telpu BXY, aprēķināsim kustības daudzumu, ko molekulas pārnes 1 sekundē caur laukumu S. Molekulu plūsma, kas kustas telpā AXY caur laukumu S (no augšas uz leju), pārnes katrā sekundē masu $\frac{1}{6}\rho\bar{u}$, kuras kustības daudzums ir $\frac{1}{6}\rho\bar{u}v_1$, bet plūsma, kas nāk no apakšas uz augšu, pārnes tai pašā laikā tādu pašu masu ar kustības daudzumu $\frac{1}{6}\cdot\rho\bar{u}\frac{1}{2}(v_1+v_2)$. Rezultātā gāzes augšējā daļa zaudē (1 sekundē uz 1 cm² laukuma) kustības daudzumu

$$\frac{\rho\bar{u}}{6}\left(v_1-\frac{v_1+v_2}{2}\right)=\frac{\rho\bar{u}}{6}\cdot\frac{v_1-v_2}{2}.$$

Šī izteiksme rāda arī tā spēka lielumu uz 1 cm², kas palēnina gāzes virsējās daļas kustību; saskaņā ar pretdarbības likumu tāds pats spēks darbojas uz apakšējo gāzes daļu un paātrina tās kustību. Izdarot līdzīgu aprēķinu telpai BXY, var noteikt, ka molekulu plūsmas kustība šai telpā veido vēl divus tādus spēkus. Vispār uz gāzes virsējās daļas katru kvadratcentimetru darbosies spēks $F=\frac{1}{6}\rho\bar{u}(v_1-v_2)$; tāds pats spēks darbosies arī uz apakšējo gāzes daļu, tikai pretējā virzienā. Ja F izteiksmi salīdzina ar Ņutona vienādojumu, kas izteic viskozitati (111. §), tad dabū:

$$F=\frac{1}{6}\cdot\rho\bar{u}(v_1-v_2)=\eta\cdot1\cdot\frac{v_1-v_2}{2\lambda},$$

no kurienes

$$\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{u}\lambda. \tag{20}$$

Kā jau minēts, reizinājums $\lambda\rho$ nav atkarīgs no gāzes blīvuma; tāpat no gāzes blīvuma nav atkarīgs gāzes molekulu vidējais ātrums $\bar{u}$. Tātad saskaņā ar formulu (20) gāzes viskozitates koeficients η arī nav atkarīgs no gāzes blīvuma (M a k s v e l a l i k u m s).

Piemērs, kurā redzama gāzes viskozitate, ir svārsta kustība gaisā; svārsta kustība pamazām palēninās. B o i l s, izdarot eksperimentus ar svārstu gaisa vidē ar dažādu blīvumu, atrada, ka svārsta kustības apstāšanās notiek vienmēr pēc viena un tā paša laika. Šāds rezultats pilnīgi saskan ar Maksvela likumu.

η neatkarība no gāzes blīvuma viegli izprotama, apskatot 346. zīmējumu. Ja gāzi izretina divreiz, tad λ palielināsies divreiz, un tādēļ arī telpu AXY un BXY tilpums palielināsies divreiz. Bet molekulu skaits tilpuma vienībā samazināsies divreiz, tātad molekulu skaits, kas caur plakni XY pārnes telpā AB kustības daudzumu, nemainīsies. Šis spriedums paliek spēkā gan tikai tik ilgi, kamēr telpas AB robežas nesasniedz apvalka sieniņas, kas ietver gāzi. Kad šis moments ir sasniegts, tad gāzes turpmākā retināšanā λ vairs nepalielināsies, tātad η samazināsies.

Uz pārāk saspiestām gāzēm (arī šķidrumiem) iepriekšējo teoriju attiecināt nevar, jo še nav lietojams jēdziens par brīvo ceļu.

Tātad gāzēs, kas nav pārāk izretinātas un nav pārāk blīvas, η ir atkarīgs tikai no temperaturas un no molekulu lieluma. Kā temperatura ietekmē η? Izteiksmē $\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{u} \lambda$ reizinātājs $\bar{u}$ pieaug ar temperaturu tāpat kā $\sqrt{T}$; reizinātājs $\rho\lambda$, kā tas redzams 182. § formulā (6), pieaug, molekulas diametram samazinoties, tātad temperaturai paaugstinoties. Rezultatā gāzu viskozitates koeficients pieaug ar temperaturu nedaudz ātrāk kā $\sqrt{T}$.

Turpretim šķidrumos η ātri samazinās līdz ar temperaturu (apmēram kā $\frac{1}{T^3}$ vai vēl ātrāk).

No teiktā var secināt, ka šķidrumos molekulu iekšējās berzes mechanisms ir principā citāds nekā gāzēs (šķidrumu iekšējās berzes teorija gan vēl nav izveidota). A. I. B a č i n s k i s noteicis, ka attiecībā pret šķidrumiem un saspiestām gāzēm Maksvela likuma vietā stājas cits likums: viskozitates koeficientu nosaka ne šķidrās vielas temperatura, bet tās īpatnējais tilpums.

Gāzes siltuma vadīšanas koeficienta formulu

$$k = \frac{1}{3} \rho \bar{u} c_v \lambda$$

salīdzinot ar izteiksmi

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{u} \lambda,$$

redzam, ka

$$k = \eta c_v.$$

Precizāks aprēķins dod izteiksmi

$$k = \varepsilon \eta c_v,$$

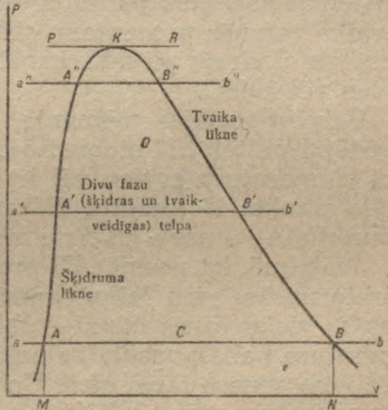
kur ε ir skaitlisks reizinātājs, kura vērtība dažādām gāzēm ir apmēram no 1,5 līdz 2,5.

Šo ievērojamo sakarību starp gāzes siltuma vadīšanas koeficientu, tās viskozitates koeficientu un īpatnējo siltumietilpību pie pastāvīga tilpuma apstiprina mērījumi. No šīs sakarības izriet, ka ar temperaturas paaugstināšanos gāzes siltuma vadīšanas koeficients palielinās ātrāk nekā viskozitates koeficients (jo c_v ar temperaturu aug).

Mēs redzējām, ka gāzēs difuzijas, viskozitates un siltuma vadīšanas parādībām ir daudz kas kopīgs. Pirmkārt, visas šīs parādības ir atkarīgas no kāda lieluma pārnešanas: difuzijas parādībās tiek pārnesta masa, siltuma vadīšanā — enerģija, viskozitates parādībā tiek pārnests kustības daudzums. Otrkārt, visās šais parādībās notiek enerģijas izkliedēšana. Treškārt, visu triju parādību mechanismā liela nozīme ir molekulu brīvā ceļa garumam λ. Ņemot vērā šo pēdējo iemeslu, λ lielumu var aprēķināt vai nu eksperimentos ar gāzu difuziju, ar siltuma vadīšanu vai ar viskozitati. Parasti šo aprēķināšanu izdara, izejot no viskozitates koeficienta, jo eksperimentali to var visvieglāk noteikt.

Ja kādai gāzei ir zināms λ, tad pēc formulas (6) var aprēķināt arī molekulas izmērus.

188. §. Piesātināti un pārkarsēti tvaiki. Pati galvenā realo gāzu atšķirība no iedomātās idealās gāzes ir tā, ka katra reālā gāze ir pārkarsēts tvaiks, citiem vārdiem sakot, reālā gāze pie attiecīgi pazeminātas temperaturas *kondensējas* — pārvēršas šķidrumā vai kristalā. Aplūkosim tvaiku rašanās procesu.



347. zīm. Tvaika rašanās procesa analizes paskaidrojums.

Pieņemsim, ka 1 kg tīra ūdens, kurā nav gaisa, ieliets plaša cilindra dibenā. Cilindrs pagatavots no vielas, kas labi vada siltumu, un to noslēdz ūdenim blīvi piegulošs virzulis. Sākumā ūdens temperatura ir 0°C un spiediens 1 at. Turpmāk spiedienu uzturēsim nemainīgu, lai aplūkojamais process būtu i z o b a r i s k s[1], t. i., lai tas norisinātos pie pastāvīga spiediena. 347. zīmējumā, kur uz abscisu ass atlikti tilpumi, bet uz ordinatu ass atlikti spiedieni, aplūkojamā ūdens kilograma sākuma stāvoklis ir attēlots ar punktu *a*, kura abscisa vienlīdzīga (tuvīni) 0,001 m^3, bet ordinata 1 at.

Sildot ūdeni, tā temperatura paaugstināsies. Sākumā ūdens tilpums nedaudz samazināsies, bet tad sāks palielināties un punkts, kas attēlo ūdens stāvokli, pārvietosies pa «izobaru» (tātad horizontali) pa labi. Beigās ūdens temperatura paceļas līdz 100°C; šai momentā ūdens tilpums ir apmēram par 4% lielāks

[1] No grieķu vārdiem *isos* — v i e n ā d s, *barys* — s m a g s.

nekā sākumā. Šis ūdens stāvoklis konvencionali[1] apzīmēts ar punktu A.

Atzīmēsim, ka siltums, ko aplūkojamā procesā iegūst ūdens, ir aptuveni $q = 100$ Kal. Daļu no šā siltuma patērē darbam, pārvarot ārējo spiedienu, bet daļa palielina ūdens iekšējās enerģijas krājumu. Pirmā daļa ir samērā ļoti maza, tādēļ var pieņemt, ka viss siltums q tiek izlietots ūdens iekšējās enerģijas palielināšanai.

Turpināsim sākto izobarisko procesu — pievadīsim ūdenim jaunu siltuma daudzumu: ūdens sāks pārvērsties tvaikā. Tilpums, ko ieņem ūdens un tvaiks, ātri pieaugs. Tvaiks īstenībā ir gāze, bet cilindrā virs ūdens būs maisījums no gāzveidīga ūdens un sīkām ūdens pilītēm, ko tvaiks aizrāvis sev līdzi (tādu maisījumu technikā sauc pat *mitru tvaiku* vai slapju tvaiku atšķirībā no *sausa tvaika*, kurā nav ūdens pilīšu). Viens šāds mūsu sistemas stāvoklis parādīts diagramā ar punktu C. Palielinoties tvaika rašanās procentam, sistemas tilpums turpina pieaugt un punkts C virzās pa labi, kamēr sistemas temperatura paliek arvien vēl 100°C.

Beidzot iestājas moments, kad viss ūdens ir iztvaikojis līdz pēdējai pilītei. Šai momentā cilindrā ir *sauss, piesātināts tvaiks,* tā temperatura arvien vēl ir 100°C. Sistemas stāvokli tagad attēlo punkts B (punktu B sauc par tvaika punktu, bet punktu A — par šķidruma punktu).

Jāatzīmē, ka posmā AB process ir ne tikai izobarisks, bet arī izotermisks: visu laiku, kamēr cilindrā atrodas vienas un tās pašas vielas divas fazes — šķidra un gāzveidīga, abu fazu temperatura paliek pastāvīga un ir vienlīdzīga «pārejas temperaturai» no vienas fazes otrā. Un tiešām, ja spiediens $p = 1$ at un temperatura $t = 100°$C, ūdens var iztvaikot (ja tam pievada siltumu) un tvaiks var kondensēties šķidrumā (ja tam atņem siltumu).

Siltuma daudzums, kas vajadzīgs 1 kg šķidruma pārvēršanai tvaikā, ir īpatnējais *apslēptais iztvaikošanas siltums*, un to apzīmē ar r; pie $t = 100°$C (ūdenim) r ir vienlīdzīgs 539 Kal. No šā daudzuma 41 Kal patērē ārējam darbam, kas saistīts ar sistemas izplešanos, pārējās 498 Kal ir 1 kg sausa 100°C karsta piesātināta tvaika iekšējās enerģijas pieaugums, salīdzinot ar tikpat karstu ūdeni.[2].

[1] Konvencionalitate šeit pastāv tai apstāklī, ka zīmējumā nav ieturēts mērogs.

[2] Šīs enerģijas lielākā daļa iegūst molekulu potencialās enerģijas veidu, kas saistās ar molekulu ievērojamu savstarpēju attālināšanos, šķidrumam pārvēršoties tvaikā.

Īpatnējā apslēptā iztvaikošanas siltuma daļu, kas palielina sistemas iekšējo enerģiju, sauc par *iekšējo* apslēpto iztvaikošanas siltumu, un to apzīmē ar burtu ρ; daļu, kas veic ārējo darbu, sauc par *ārējo* apslēpto iztvaikošanas siltumu. Šī daļa ir ekvivalenta izplešanās darbam $p(v_2-v_1)$, kur p ir piesātinātā tvaika spiediens, bet v_2 ir 1 kg tvaika un v_1 ir 1 kg šķidruma tilpums. Ja diagramu sastādītu pareizā mērogā, tad iztvaikošanas darbu $p(v_2-v_1)$ grafiski varētu izteikt ar laukumu ABNM.

Turpinot vēl tālāk izobarisko procesu un pievadot sistemai jaunu siltuma daudzumu, tvaiks no piesātināta kļūst par *pārkarsētu* (vai «nepiesātinātu»); tā temperatura pakāpeniski paaugstinās. Arī še uzņemtais siltums pa daļai palielina iekšējās enerģijas krājumu, pa daļai veic ārēju darbu. Pārkarsēšanas procesu grafiski rāda gabals *Bb*, ko var turpināt līdz patvaļīgi augstai temperaturai.

Galvenā atšķirība starp piesātinātu un pārkarsētu tvaiku ir tā, ka piesātināts tvaiks var neaprobežoti ilgu laiku atrasties «līdzsvarā» ar savu šķidrumu, bet pārkarsētam tvaikam tas nav iespējams; ja pārkarsētu tvaiku ievada telpā, kurā ir šā tvaika šķidrums pie tādas pašas temperaturas, tad šķidrums iztvaiko.

Var izdarīt arī apgrieztu procesu, kas notiek pa līniju *bBAa*. Procesa posmā *BA* tvaiks kondensēsies šķidrumā. Kondensacijas laikā sistemai pakāpeniski jāatņem siltums. Šo siltumu dabū, pazeminot sistemas iekšējās enerģijas krājumu, pa daļai arī uz tā darba rēķina, ko veic ārējais spiediens.

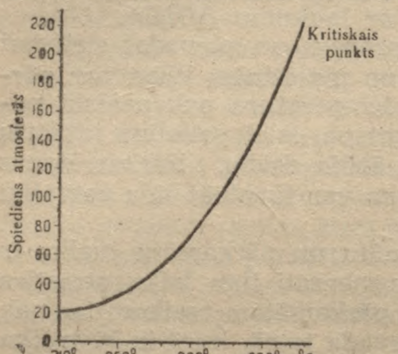
Mēs izsekojām tvaika rašanās procesam, kad spiediens $p=1$ at. Bet šis process norisinātos tāpat, ja spiediens būtu mazāks vai lielāks nekā 1 at. Arī šeit, kā jau aprakstītā gadījumā, šķidruma sākuma temperatura būtu 0^0C, bet pārējie lielumi mainītu savas vērtības. 347. zīmējumā virs izobaras *aABb* parādītas vēl divas izobaras, kas atbilst lielākiem spiedieniem.

Diagramā var novērot šādas pārmaiņas, kas notiek procesā, atkarībā no spiediena p lieluma:

1. Jo augstāk atrodas izobara, jo lielākas ir to punktu A', A'', utt. (šķidruma punktu) abscisas, kas analoģiski punktam A. Tas nozīmē: jo lielāks spiediens uz sistemu, jo šķidrums vairāk izplešas, pirms sāk vārīties. Ir saprotams, kāpēc tas notiek: lai šķidrums vārītos pie palielināta spiediena, tas jāsakarsē līdz augstākai vārīšanās temperaturai, un tāpēc tas vairāk izplešas.

2. Jo augstāk atrodas izobara, jo mazākas ir tvaika punktu (B, B', B'') abscisas Tas nozīmē, ka, spiedienam palielinoties (un tātad arī temperaturai paaugstinoties), 1 kg piesātināta tvaika aizņem arvien mazāku tilpumu (citiem vārdiem, tā blīvums palielinās).

No teiktā redzams, ka, palielinot spiedienu (un temperaturu), šķidruma punkts un tvaika punkts tuvinās viens otram un izotermas-izobaras (AB, $A'B'$, $A''B''$,...) kļūst arvien īsākas. Eksperiments rāda, ka, procesa spiedienam un temperaturai paaugstinoties, beigu beigās šķidruma un tvaika punkti sakrīt; tāda sakrišana notiek punktā K, ko sauc par *kritisko punktu*. Vielas temperaturu kritiskā punktā sauc par *kritisko temperaturu*, bet šim punktam atbilstošu spiedienu un tilpumu sauc par *kritisko spiedienu* un *kritisko tilpumu*. Katrai vielai ir savi kritiskie lielumi: ūdenim kritiskā temperatura ir 374°C, bet kritiskais spiediens ir 217 at.



348. zīm. Piesātināta ūdens tvaika spiediens kā temperaturas funkcija.

Šķidruma sakrišana kritiskā punktā nozīmē, ka *kritiskā punktā izzūd atšķirība starp šķidru un gāzveidīgu vielas stāvokli*. Ja tvaika rašanās process notiek pēc izobaras PKR, tad apslēptais iztvaikošanas siltums ir nulle. Tas ir saprotams: tā kā punktā K nav izšķirības starp šķidrumu un tvaiku, tad šeit arī nav jāpatērē siltums šķidruma pārvēršanai tvaikā.

No sacītā redzams, ka piesātināta tvaika spiediens un temperatura palielinās reizē. Līknei, kas izteic piesātinātā tvaika spiediena atkarību no temperaturas (348. zīm.), ir diezgan raksturīgs veids: kritiskā punktā K tā izbeidzas. Ir konstatēts, ka sakaru starp piesātināta tvaika temperaturu un spiedienu virs 1—2 at un tālāk līdz kritiskam punktam var izteikt ar formulu:

$$p = (a + bt)^4, \qquad (22)$$

kur a un b ir pastāvīgi lielumi.

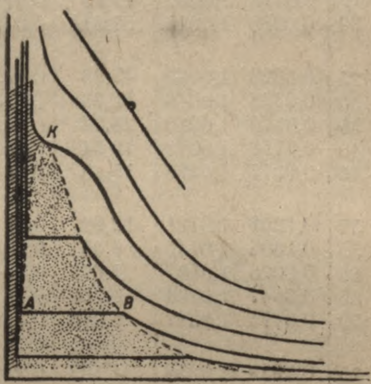
Ūdenim šī formula prasa dažus grozījumus; tomēr arī še zināmās robežās lietojama (tikai kā tuvinājums) sakarība:

$$p = \left(\frac{t}{100}\right)^4.$$

Tabulā ir norādīti pie dažādām temperaturām: piesātināta ūdens tvaika spiediens, šķidruma un tvaika īpatnējie tilpumi, ūdens iztvaikošanas siltums r, šā siltuma daļa, kas veic izplešanās darbu, un iekšējais tvaika rašanās siltums.

Visi šķidruma punkti A, A', A'' utt. līdz punktam K, to ieskaitot, izveido līkni, ko sauc par «šķidruma līkni». Tāpat visi «tvaika punkti» izveido «tvaika līkni» $KB''B'B$. Abas līknes, satiekoties kritiskā punktā K, veido *robežlīkni*. Diagramā šī līkne norobežo vielas ar dažādiem agregatstāvokļiem. Piemēram, robežlīknes iekšpusē katrā punktā C, D, utt. ir divu stāvokļu vai divu fazu — šķidras un gāzveidīgas — maisījums. Pa kreisi no šķidruma līknes vielas ir šķidras, pa labi no tvaika līknes — gāzveidīgas.

Šķidruma pāreja tvaikā un atpakaļ, kas saistīta ar pēkšņu tilpuma maiņu un siltuma uzņemšanu vai atdošanu, var norisināties tikai robežlīknes iekšpusē. Tomēr arī virs robežlīknes mēs varam iedomāties procesu, kas sākas mazā tilpumā un beidzas lielā tilpumā jeb kas sākas šķidra stāvokļa iecirknī un beidzas gāzveidīgā stāvokļa iecirknī. Protams, šī procesa norisē nekur nenotiek šķidruma pēkšņa pāreja gāzē; no tā var secināt, ka šeit pāreja notiek nepārtraukti. Šķidra un gāzveidīga stāvokļa nepārtrauktību eksperimentali konstatēja angļu fiziķis E n d r j u s s 1866. g. Pēc Endrjusa domām šādā procesā vielas stāvoklis ir tāds, ka to nevar saukt ne par šķidru, ne par gāzveidīgu.



349. zīm. Izotermas patiesais veids.

Visas 347. zīmējumā parādītās robežlīknes horizontalās chordas ir izotermas gabali. Jautāsim: kāds veids ir šo izotermu turpinājumam gāzveidīgā stāvokļa un šķidra stāvokļa rajonos?

Atbildi dod 349. zīmējums. Tvaika (vai realas gāzes) izotermas atgādina idealās gāzes hiperboliskās izotermas; šķidruma izotermas paceļas gandrīz vertikali (jo pat niecīgai šķidruma tilpuma samazināšanai vajadzīgs ievērojams spiediens). 349. zīmējumā parādīta arī kritiskā izoterma un divas izotermas, kas atbilst augstākām temperaturām nekā kritiskā.

Ūdens un tā piesātinātais tvaiks no 0° līdz 220°

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Iztvaikošanas temperatura t^0C	Spiediens p $\frac{kg}{cm^2}$	1 kg šķidruma tilpums v litros	1 kg tvaika tilpums v_x m^3	Tvaika īpatnējais svars $\frac{kg}{m^3}$	Šķidruma siltums q $\frac{Kal}{kg}$	Iztvaikošanas siltums r $\frac{Kal}{kg}$	Kopējais siltums $q+r$ $\frac{Kal}{kg}$	Ārējais iztvaikošanas siltums $p(v_x-v)\frac{Kal}{kg}$	Iekšējais iztvaikošanas siltums ρ $\frac{Kal}{kg}$
0	0,0062	1,0001	206,5	0,004843	0,00	594,8	594,8	30,4	564,4
5	0,00889	1,0000	147,1	0,006798	5.03	592,2	597,2	30,6	561,6
10	0,01252	1,0003	106,4	0 009398	10,05	589,5	599,5	31,3	558,2
15	0,0174	1,0009	77,95	0,01283	15,05	586,9	601.9	31,8	555,1
20	0,0288	1,0018	57,81	0,01730	20,05	584,3	604,3	32,3	552,0
25	0,0323	1,0029	43,38	0,02305	25,04	581,7	606,7	32,8	548.9
30	0,0433	1,0043	32,93	0,03037	30,03	579,2	609,2	33,4	545,8
35	0,0573	1,0060	25,24	0,03962	35,0	576,6	611,6	33,9	542,7
40	0,0752	1,0078	19,54	0,05118	39,9	574,0	613,9	34,4	539.6
45	0,0977	1,0098	15,28	0,06545	44,9	571,3	616,2	34,9	536,4
50	0,1258	1,0121	12,02	0,08320	49,9	568,0	618,4	35,4	533,1
55	0,1602	1,0145	9,581	0,10437	54,9	566,7	620,6	36,0	529,7
60	0,2028	1,0167	7,677	0,13026	59,9	562,9	622,8	36,5	526,4
65	0,2547	1,0198	6,200	0,16129	64,9	560,0	624,9	37,0	523,0
70	0,3175	1,0227	5,046	0,1982	69,9	557,1	627,0	37,5	519,6
75	0,3929	1,0258	4,123	0,2425	74,9	554,1	629,0	38,1	516,0
80	0,4827	1.0290	3,406	0,2936	79,9	551,1	631,0	38,6	512,5
85	0,5893	1,0324	2,835	0,3527	84,9	548.0	632,9	39.1	508,9
90	0,7148	1,0359	2,370	0,4219	88,9	545,0	634,9	39,6	505,4
95	0,8619	1,0396	1,988	0,5030	95,0	541,9	636,9	40,2	501,7
100	1,0333	1,0433	1,674	0,5974	100,0	538,7	638,7	40.7	498,0
105	1,2319	1,0473	1,420	0,7036	105,0	535,4	640,4	41,1	494,3
110	1,4608	1,0513	1,210	0.8254	110,1	532,1	642,2	41,5	490,6
115	1,7237	1,0556	1,038	0,9709	115,2	528.7	643,9	41,8	489,9
120	2,0242	1,0592	0,891	1,122	120,2	526,3	645,5	42,2	483,1
125	2,3662	1,0635	0,771	1,297	125,3	521,7	647,0	42,6	479,1
130	2,7538	1,0678	0,668	1,497	130,5	518,2	648,7	43,0	475,2
135	3,1914	1,0725	0,581	1,721	135,6	514,6	650.2	43,3	471,3
140	3,6835	1,0772	0,508	1,968	140,7	510,7	651,6	43,7	467,2
145	4,2352	1,0825	0,446	2,242	145,8	507,4	653,2	44,1	463,3
150	4,8517	1,0878	0,3926	2,547	150 9	503,8	654,7	44,5	459,3
155	5,5373	1,0936	0,3470	2,882	156,1	500,2	656,3	44,8	455,4
160	6,2886	1,0995	0,3074	3,253	161,2	496.6	657.8	45,1	451,5
165	7,1414	1,1060	0,2725	3,600	166,4	493,0	659,4	45,4	447,6
170	8,0714	1,1124	0,2431	4,114	171,6	489,4	661.0	45,7	443.7

Ūdens un tā piesātinātais tvaiks no 0^0 līdz 220^0

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Iztvaikošanas temperatura t^0C	Spiediens p $\frac{kg}{cm^2}$	1 kg šķidruma tilpums v litros	1 kg tvaika tilpums v_x m^3	Tvaika īpatnējais svars $\frac{kg}{m^3}$	Šķidruma siltums q $\frac{Kal}{kg}$	Iztvaikošanas siltums r $\frac{Kal}{kg}$	Kopējais siltums $q+r$ $\frac{Kal}{kg}$	Ārējais iztvaikošanas siltums $p(v_x-v)\frac{Kal}{kg}$	Iekšējais iztvaikošanas siltums $\rho\frac{Kal}{kg}$
175	9,0937	1,1192	0,2170	4,608	176,8	485,8	662,6	46,0	439,8
180	10,245	1,1260	0,1945	5,141	182,0	482,2	664,2	46,2	436,0
185	11,443	1,1334	0,1743	5,737	187,3	478,5	665,8	46,5	432,0
190	12,785	1,1407	0,1574	6,353	192,6	474,7	667,3	46,8	427,9
195	14,246	1,1484	0,1417	7,057	197,8	470,8	668,6	47,0	423,8
200	15,834	1,1566	0,1287	7,770	203,1	467,0	670,1	47,3	419,7
205	17,56	1,165	0,1167	8,569	208,5	462,9	671,4	47,5	415,4
210	19,43	1,173	0,1059	9,443	213,8	458,8	672,6	47,7	411,1
215	21,45	1,182	0,0963	10,38	219,2	454,6	673,8	47,8	406,8
220	23,62	1,191	0,0879	11,38	224,6	450,2	674,8	48,0	402,2

189. §. Termiskā disociacija. Saskaņā ar likumu par vienmērīgu enerģijas sakārtojumu, gāzē uz katru brīvības pakāpi enerģijas daudzums caurmērā ir vienlīdzīgs $\frac{1}{2}kT$. Gāzēs ar daudzatomu molekulām, kurām ir ne tikai taisnvirziena un rotacijas kustība, bet arī atomu svārstību kustība molekulās, šo svārstību enerģija pieaug proporcionali temperaturai. Tādēļ daudzatomu gāzē, ja temperaturu pietiekami paaugstina, daļa molekulu izrādās izārdītas, t. i., saskaldītas vienkāršākās molekulās. Piemēram, dislāpekļa tetroksida N_2O_4 molekula, temperaturai pieaugot, sadalās divās slāpekļa dioksida NO_2 molekulās. Molekulu skaita palielināšanās gāzē izpaužas gāzes blīvuma maiņā attiecībā pret standartgāzi (gaisu vai ūdeņradi).

Vielas ķimiskā sastāva maiņu, vielas molekulām izirstot vienkāršākās molekulās, vispār sauc par *disociaciju*. Ja disociaciju izraisa temperaturas paaugstināšana (kā gadījums ar N_2O_4), tad to sauc par *termisko*. Minēsim citus raksturīgus termiskās disociacijas gadījumus: ja ūdens tvaiku sakarsē apmēram līdz 1000^0C, tad ievērojams procents tvaika disociē ūdeņradī un skābeklī; sēra tvaikos, ja temperatura ir zemāka par 800^0C, sēra molekulas sastāvs ir S_6, bet pie augstākām temperaturām molekula S_6 sadalās trijās S_2 molekulās; ar elektrisko loku ir izdevies ūdeņraža divatomu molekulu H_2 saskaldīt vienatoma molekulās H (t. s. «atoma ūdeņradis»).

Nav šaubu, ka katra daudzatomu gāze, ja pietiekami paaugstina temperaturu, disociē; viena no šās disociacijas sekām ir nenormala gāzes siltumietilpības C_v palielināšanās[1].

Ja, paaugstinot gāzes temperaturu, esam panākuši tās disociaciju un pēc tam temperaturu lēnām pazemināsim līdz izejas punktam, tad izrādās, ka iepriekš sašķelto molekulu daļas pakāpeniski savienojas no jauna, t. i., gāze atgriežas savā sākotnējā stāvoklī. Tas nozīmē, ka disociacijas process ir reversibls (apgriezenisks).

Termiskai disociacijai ir pakļauti arī šķidri un cieti ķermeņi. Par klasisku piemēru otram gadījumam var noderēt ogļskābā kalcija $CaCO_3$ (krīta, marmora, kaļķa špata) disociacija, kurā rodas kalcija oksids CaO un ogļskābā gāze CO_2; šai gadījumā jāievēro sekojošais: ja vielas, kas piedalās procesā, ieliek slēgtā telpā un sakarsē virs 450°C (pie šādas temperaturas sākas ogļskābā kalcija disociacija), tad pie kādas noteiktas temperaturas sadalīšanās turpinās tikai tik ilgi, kamēr ogļskābās gāzes spiediens nesasniedz stingri noteiktu lielumu; ja pēc tam temperatura nemainās, tad gāzes spiediens paliek augstākajā līmenī, kāds bija sasniegts, un iestājas «līdzsvars». Izdalījušās gāzes spiediens ir temperaturas funkcija (augoša). Ja pie temperaturas t un spiediena p $CaCO_3$, CaO un CO_2 atrodas līdzsvarā un ja, nemainot temperaturu, iesūknēsim turpat papildus ogļskābo gāzi, tad sākumā spiediens paceļas, bet vēlāk lēnām nokrīt līdz savai izejas vērtībai p. Tas rāda, ka CO_2 daudzums, ko iesūknēja, savienojas ar CaO un dod $CaCO_3$. Šīs parādības ir analoģiskas tām, kuras noris sistemā, kas sastāv no šķidruma un gāzes.

190. §. Gāzu kondensacija. Katra gāze ir kāda šķidruma piesātināts tvaiks, un tādēļ to var pārvērst šķidrā (arī cietā) stāvoklī.

Lai kādu gāzi (ķimiski individualu) sašķidrinātu, tās temperatura jāpazemina zem kritiskās. Ja tā ir tikai nedaudz zem kritiskās temperaturas, tad gāzes sašķidrināšanai gāze vēl jāsaspiež, lai spiediens būtu nedaudz mazāks par kritisko spiedienu. Pazeminot gāzes temperaturu, samazinās arī vajadzīgais spiediens, kas izprotams no diviem iepriekšējiem zīmējumiem.

Tabulā parādītas dažādu vielu kritiskās temperaturas un

[1] Siltuma papildpatēriņam ir divi iemesli: 1) jāpatērē siltums, kas ekvivalents tam darbam, kāds jāveic, lai molekulas saskaldītu vienkāršākās molekulās, un 2) pakāpeniski pavairojas brīvības pakāpju skaits.

spiedieni; vielas sakārtotas to kritisko temperaturu[1] pazemināšanās kārtībā.

Viela		Kritiskā temperatura °C	Kritiskais spiediens at
Ūdens	H_2O	374	217
Benzols	C_6H_6	288,5	47,7
Sērogleklis	CS_2	273	76
Etilspirts	CH_6O	243	63
Etileteris . .	$C_4H_{10}O$	194	35
Slāpekļa dioksids .	NO_2	158	100
Sēra dioksids . . .	SO_2	157	78
Chlors	Cl_2	144	76
Chlormetils . .	CH_3Cl	143	66
Amonjaks	NH_3	132	112
Cians	C_2N_2	128	59
Sērūdeņradis . . .	H_2S	100	89
Chlorūdeņradis . .	HCl	51,5	82
Dislāpekļa oksids .	N_2O	36,5	71,7
Ogļskābā gāze . .	CO_2	31	73
Etilens	C_2H_4	— 9,7	51
Kriptons	Kr	— 62,5	54
Metans	CH_4	— 83	46
Slāpekļa oksids . .	NO	—94	65
Skābeklis	O_2	—118,8	50
Argons	Ar	—122,4	48
Oglekļa oksids . . .	CO	—139	35
Slāpeklis	N_2	—147	33,5
Neons	Ne	—228	26
Ūdeņradis	H_2	—240	12,85
Helijs	He	—267,9	2,2

Tabulā redzam, ka, piemēram, ogļskābo gāzi var pārvērst šķidrumā jau pie parastās temperaturas, lietojot dažu desmitu atmosferu lielu spiedienu. Lai etilenu pārvērstu šķidrā stāvoklī, to vajag atdzesēt zem — 9°,7C, bet, lai skābekli pārvērstu šķidrumā, vajadzīga temperatura zem — 118°,8C un ūdeņradim zem —240°C.

Ja, no vienas puses, gāzes sašķidrināšanai vajadzīga zema temperatura, tad, no otras puses, gāze, kas pārvērsta šķidrumā vai cietā ķermenī, ir savukārt vēl zemākas temperaturas avots. Piemēram, lai amonjaku pārvērstu šķidrumā pie istabas temperaturas, to vajag saspiest ar 7—8 at; ja spiedienu virs šķidra amonjaka samazina līdz 1 at (piemēram, novietojot to brīvā gaisā), tad tas sāk vārīties (tāpat kā ūdens, kas nolikts zem gaisa

[1] Izņemot pirmās piecas vielas, visas pārējās pie parastās temperaturas un parastā spiediena ir gāzes.

sūkņa recipienta); zaudējot iztvaikošanas siltumu, tā temperatura pazeminās līdz —33°C. Šveices fiziķis P i k t e (1877. g.) atrada zemu temperaturu iegūšanas paņēmienu: lietojot vieglāk sašķidrināmās gāzes kā aukstuma avotus, var sašķidrināt grūtāk sašķidrināmās gāzes.

XIX gadsimta beigās angļu fiziķis-ķimiķis D j u a r s un neatkarīgi no viņa arī vācu inženieris L i n d e izmantoja gāzu sašķidrināšanai *Džoula-Tomsona parādību.*

Šī parādība (par kuru minēts 185. §) būtībā ir šāda: ja gāze, kas termiski izolēta, pāriet no lielāka spiediena mazākā, tad gāzes izplešanās šādos gadījumos vispār ir savienota ar temperaturas maiņu. Pie augstas temperaturas izplešoties, gāze sakarst, bet pie zemas — atdziest. Temperaturu, kas norobežo vienu temperaturas apgabalu no otra, sauc par *inversijas*[1] *temperaturu.* Gaisa inversijas temperatura ir +248°C, slāpekļa +233°C, ūdeņraža —80°C, ja gāze izplešas, spiedienam samazinoties no 100 at līdz 1 at.

Temperaturas pazemināšanās, kas rodas, gāzēm izplešoties, var būt ļoti ievērojama. Piemēram, ja gaiss, kura temperatura —100°C un spiediens 136 at, izplešas, spiedienam samazinoties līdz 1 at, tad gaisa temperatura pazeminās par 93°, ar ko pietiek, lai tas pārvērstos šķidrumā (šķidram gaisam pie 1 at spiediena temperatura ir —190°C).

Ūdeņraža sašķidrināšanai nevar tieši izmantot Djuara-Lindes paņēmienu, jo šīs gāzes inversijas temperatura ļoti zema (—80°C); bet, ja ūdeņradi iepriekš atdzesē ar šķidru gaisu zemāk par minēto temperaturu, tad to var kondensēt pēc Lindes procesa bez sevišķām grūtībām.

Visgrūtākais uzdevums gāzu kondensēšanā bija helija pārvēršana šķidrā un cietā stāvoklī. Šķidru heliju ieguva Holandes fiziķis K a m e r l i n g s O n e s s 1908. g., kurš Leidenes universitatē noorganizēja (1890. g.) laboratoriju, kas speciali bija paredzēta zemu temperaturu iegūšanai. Oness izmantoja Piktes un Djuara-Lindes metodu sarežģītu kombinaciju.

Helija inversijas temperatura ir —258°C. Vāroties pie atmosferas spiediena, tā temperatura ir —269°C (t. i., mazliet vairāk nekā 4° virs absolutās nulles). Iztvaicējot šķidru heliju pie ļoti maza spiediena (0,013 mm), Oness ieguva temperaturu nedaudz zem 0,9°, skaitot no absolutās nulles, tomēr arī pie šīs temperaturas helijs palika vēl šķidrs. Helija pārvēršana cietā stāvoklī izdevās tikai pēc Onesa nāves viņa līdzstrādniekam K e s o m a m ne ar šķidrā helija tālāku atdzesēšanu, bet ar spiediena palielināšanu.

[1] Latiņu *inversio* — a p g r i e š a n a.

Sašķidrināts ūdeņradis un helijs ir ievērojami ar savu mazo blīvumu: šķidra ūdeņraža blīvums pie atmosferas spiediena ir $0{,}07\ \frac{g}{cm^3}$ (t. i., ūdeņradis ir 14 reizes vieglāks nekā ūdens), cieta ūdeņraža blīvums ir $0{,}08\ \frac{g}{cm^3}$, šķidra helija blīvums ir apmēram 7 reizes mazāks nekā ūdens blīvums.

Bez Piktes un Lindes gaisa sašķidrināšanas paņēmieniem lieto ar panākumiem arī vēl trešo metodi, ko izstrādājis francuzis Klods. Kloda paņēmienā zemā temperatura rodas gaisa «ārējā» darba rezultatā, kamēr Lindes paņēmienā galvenā nozīme ir «iekšējam» darbam, kas pārvar gaisa molekulu savstarpējās pievilkšanās spēku, kad palielinās atstatumi molekulu starpā.

Kloda paņēmienā lietojamās mašinas, kurās gaiss izplešoties veic ārējo darbu un tādēļ atdziest, sauc par *detanderiem*. Līdz šim lietoja tikai virzuļu detanderus, kas uzbūvē atgādina virzuļu tvaikmašinas; tās tomēr iedarbina nevis tvaiks, bet stipri saspiests gaiss (līdz 200 atmosferām). Labāk izveidotos Heilanda detanderos gaiss izplešoties veic ārēju darbu un atdziest par 150^0. Pēdējā laikā padomju zinātnieks P. L. Kapica izdarījis vairākus uzlabojumus Kloda paņēmienā, un tagad sāk lietot turbinu detanderus. Gaiss, ko saspiež tikai līdz 4—5 atmosferām, griež turbinu un, izdarot darbu, tiktāl atdziest, ka daļu gaisa (5—6%) var sašķidrināt. Kapicas turbodetandera gaisa sašķidrināšanas iekārtai ir 5 reizes mazāki izmēri nekā virzuļu detanderu iekārtai, kam tāda pati ražība.

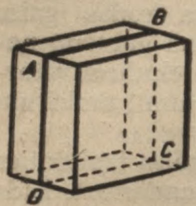
191. §. Van der Valsa vienādojums. Sastādīt precizu stāvokļa vienādojumu saspiestām gāzēm un tvaikiem ir visai sarežģīts uzdevums, kam vajadzīgs liels skaits mērījumu, pie kam parasti neizdodas dažādu tvaiku īpašības izteikt vienkāršos vienāda tipa stāvokļa vienādojumos. Ja ierobežojas tikai ar gāzu termodinamisko īpašību kvalitativo raksturojumu, tad sevišķa nozīme ir stāvokļa vienādojumam, ko 1873. g. ieteica holandiešu fiziķis Van der Valss:

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT. \qquad (23)$$

Šis vienādojums atšķiras no Klapeirona vienādojuma ar diviem labojumiem: ar *tilpuma labojumu* b un ar tā saucamo *iekšējā spiediena labojumu* $\frac{a}{v^2}$. Pēc Van der Valsa domām a un b ir pastāvīgi lielumi, kas nav atkarīgi no temperaturas, blīvuma un spiediena. Ķimiski dažādām vielām a un b ir dažādi.

Tilpuma labojums iegūst nozīmi Klapeirona vienādojumā tad, kad kopīgais tilpums, ko ieņem ķermenis, nav tik liels, lai varētu ignorēt to tilpuma daļu, ko ieņem šā ķermeņa molekulas. Pie parastā gāzu blīvuma vidējais atstatums starp molekulām ir apmēram dažas desmit reizes lielāks nekā molekulu diametrs. Tāpēc tilpuma labojumam svarīgāka nozīme ir tikai vairāk saspiestās gāzēs un šķidrumos.

Tas pats jāsaka arī par *iekšējo spiedienu* $\frac{a}{v^2}$, kas rodas molekulu savstarpējās pievilkšanās rezultatā.



350. zīm.

Kamēr gāzes molekulas atrodas viena no otras atstatumā, kas pārsniedz vienu desmitmiljono daļu no centimetra (10^{-7} cm), tikmēr to starpā gandrīz nav izmanāmi pievilkšanās spēki; bet ja, gāzi saspiežot, vidējais atstatums starp kaimiņu molekulām kļūst mazāks nekā 10^{-7} cm, tad sāk izpausties molekulu savstarpējā pievilkšanās. Aplūkosim šīs pievilkšanās efektu.

Iedomāsimies gāzē 1 cm² lielu laukumu (350. zīm. laukums *ABCD*). Ārējais spiediens *p* uz šo laukumu iedarbojas saskaņā ar Paskala likumu. Tātad perpendikulari laukumam darbojas spēks, kas skaitliski vienlīdzīgs ar *p*; bet tas vēl nav viss spēks, kas darbojas uz šo laukumu. Iedomāsimies, ka uz laukuma kā pamatnes atrodas divas taisnas prizmas, kuru augstumi ir 10^{-7} cm; molekulas, kas atrodas vienā prizmā, pievelk otras prizmas molekulas. Tādas pievilkšanās rezultatā rodas kopspēks, kas perpendikulars laukumam *ABCD* un kas palielina hidrostatisko spiedienu *p*. Iedomāsimies, ka molekulu skaits vienas prizmas tilpumā divkārt palielinājies. Saprotams, ka tādā gadījumā arī kopspēks, kas darbojas uz laukumu *ABCD*, palielināsies divkārt. Ja molekulu skaits divkāršosies ne tikai vienā, bet abās prizmās, tad kopspēkam uz laukumu *ABCD* jāpalielinās 4 kārtīgi. Tātad iekšējais spiediens, ko nosaka molekulu savstarpējā iedarbība, ir proporcionals vides blīvuma kvadratam jeb, citiem vārdiem, apgriezti proporcionals vides īpatnējā tilpuma kvadratam[1].

---

[1] Lielums $\frac{a}{v^2}$ ir spēks, kas darbojas uz 1 cm² lielu laukumu. Spēks *F*, kas darbojas uz laukumu *S*, ir vienlīdzīgs $\frac{a}{v^2}S$. Kad tilpums mainās par lielumu *dv*, tad var iedomāties, ka laukums *S* pārvietojas par *dl*, t.i., tādā atstatumā, ka $dv = Sdl$. Reizē ar to tiek padarīts darbs $Fdl = \frac{a}{v^2}Sdl = \frac{a}{v^2}dv$.

Molekulu savstarpējā pievilkšanās nosaka gāzes potenciālās enerģijas krājumu. Šīs potenciālās enerģijas matemātisko izteiksmi varam noteikt, ņemot vērā, ka iekšējā spiediena darbs vienlīdzīgs potencialās enerģijas zudumam:

$$d\Pi = \frac{a}{v^2} dv,$$

ko integrējot, dabū:

$$\Pi = -\frac{a}{v} + \text{const.}$$

Pieņemsim, ka molekulari potencialās enerģijas lielums ir nulle, ja gāzes molekulas ir bezgalīgi izkliedētas; tas nozīmē: ja $v = \infty$, tad $\Pi = 0$; tādā gadījumā katram noteiktam tilpumam molekulari potencialā enerģija Π ir negativs lielums, kas vienlīdzīgs $-\frac{a}{v}$. Tātad Van der Valss realās gāzes iekšējo enerģiju izsaka ar formulu:

$$U = C_v T - \frac{a}{v}. \qquad (24)$$

Pirmais loceklis $C_v T$ ir tāds pats kā idealās gāzes gadījumā. Tas izsaka molekulari kinetisko enerģiju (ja nav svārstībām atbilstošo brīvības pakāpju); otrs loceklis $(-\frac{a}{v})$ izsaka molekulari potencialo enerģiju.

Šķidrumos iekšējais spiediens $\frac{a}{v^2}$ sasniedz tūkstošus un pat desmitiem tūkstošus atmosferu. Iekšējā spiediena lielums atkarīgs no virsmas veida (ieliektai virsmai mazāks, bet izliektai — lielāks). Iekšējā spiediena atkarība no virsmas veida, kā par to paskaidrots nākamajā nodaļā, izskaidro dažas kapilaritates parādības. Siltums, kas jāpatērē šķidruma iztvaicēšanai, ir jo lielāks, jo lielāks šķidruma iekšējais spiediens. Nav šaubu, ka pastāv sakarība starp šķidruma iekšējo spiedienu un piesātināta tvaika spiedienu. Vispār iekšējam spiedienam ir sevišķi liela loma visdažādākās parādībās.

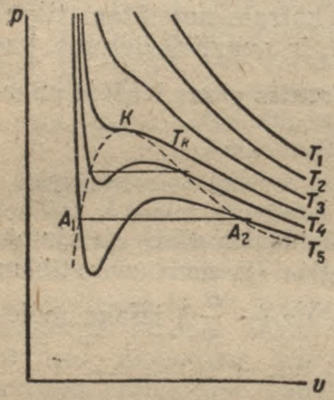
Izretinātās gāzēs (kad iekšējā spiediena labojums $\frac{a}{v^2}$ ir mazs, salīdzinot ar p, un kad b ir mazs, salīdzinot ar v) Van der Valsa vienādojums sakrīt ar Klapeirona vienādojumu. Saspiestās gāzēs Van der Valsa vienādojums attaisnojas tikai nedaudzos gadījumos; parasti tas izrādās, diemžēl, neprecizs. Apmierinoši tas izteic ogļskābās gāzes un etilena izotermas.

Ogļskābai gāzei CO_2 $a = 0{,}0139$ un $b = 0{,}00616$
Etilenam C_2H_4 $a = 0{,}00786$ un $b = 0{,}0024$
Gaisam $a = 0{,}0037$ un $b = 0{,}0026$

(Šīs a un b vērtības noder tad, ja par tilpuma vienību ņem to tilpumu, kāds gāzei ir pie 1 at spiediena un 0^0C; tad $R = \frac{1}{273{,}16} = 0{,}00369$.)

Šķidrumiem Van der Valsa vienādojums neder, tas stipri atšķiras no eksperimentu rezultatiem.

Lai panāktu saskaņu ar eksperimentu rezultatiem un tai pašā laikā saglabātu Van der Valsa vienādojuma formu, dažādos temperaturu un blīvumu intervalos jāņem dažādas a un b skaitliskās vērtības. Tātad ir jāpieņem, ka šie lielumi ir temperaturas un tilpuma funkcijas. Pamatīgi pētījumi šai jautājumā, ko izdarījis Van Lars, liecina, ka a un b atkarība no temperaturas un tilpuma ir ļoti sarežģīta, tādēļ Van der Valsa vienādojumam nav lielas praktiskas nozīmes. Vienādojuma galvenā vērtība ir tā, ka kvalitativi tas nezaudē savu jēgu arī pārejot uz šķidro agregatstāvokli.



351. zīm. Van der Valsa vienādojuma izotermas.

351. zīmējumā ir parādītas gāzes un šķidruma izotermas saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu. Pie augstām temperaturām (piemēram, izotermas T_1 un T_2) tās maz atšķiras no hiperbolām (sevišķi vietās, kur ir lieli v). Temperaturai pazeminoties (izoterma T_3), vērojama izliekšanās, kas pie kritiskās temperaturas T_k izveido punktā K izotermas infleksijas punktu — vielas kritiskā stāvokļa punktu.

Visas izotermas, kuru temperatura zemāka nekā T_k un kuras uzzīmētas saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu, ir izliektas; izliekums ir jo krasāks, jo zemāka temperatura. Izliekumam ir viļņa veids (piemēram, uz izotermas T_5 vilnis starp A_1 un A_2). Še redzama īpatnēja pretruna starp Van der Valsa vienādojumu un eksperimentaliem datiem. Pretruna ir tā, ka attiecīgām izotermām, kas zīmētas pēc eksperimentaliem datiem, viļņveidīgā gabala vietā ir taisnes nogrieznis.

Apgabals, kas 351. zīmējumā norobežots ar raustītu līniju, ir šķidruma un piesātināta tvaika līdzsvara apgabals. Kā jau iepriekš paskaidrots, šķidruma un piesātināta tvaika līdzsvara apgabalā īstās izotermas sakrīt ar izobarām (salīdz. 349. un 351. zīm.). Jājautā: kāda nozīme ir šīs vietas izotermas viļņveida izliekumam, kas uzzīmēts saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu? Van der Valss aizstāv domu, ka izotermas izliekums posmā A_1A_2 nosaka nestabilos t. s. *metastabilos* stāvokļus. Šī doma saistīta ar hipotezi, ka process, kuru attēlo teoretiskās izotermas izliekuma posms, rāda šķidruma pāreju gāzveidīgā stāvoklī *bez* vielas *slāņojuma* divās fazēs (kaut gan šāds process nav nekad novērots). Par šā uzskata daļēju apstiprinājumu noder šķidruma un tvaika metastabilais stāvoklis, kas tiešām novērots. Pētījumi rāda, ka šķidrumu var pārkarsēt pirms iztvaikošanas un pārdzesēt pirms sasalšanas. Vēl vairāk: var teikt, ka šķidrums pārvēršas tvaikā vai ledū pie dotam spiedienam atbilstošās normalās temperaturas tikai tad, kad ir nodrošināti apstākļi, kas atvieglo šo pāreju. Pretējā gadījumā vārīšanās var sākties tikai pie augstākas temperaturas un sasalšana — pie zemākas. Smilšu graudiņi, kas ir ūdenī, trauka porainība un gaiss, ko uzsūkušas trauka sienas — viss tas veicina vārīšanās procesu. No mechaniskiem piemaisījumiem rūpīgi attīrītu ūdeni zem normalā spiediena var sakarsēt līdz pat 140°C vai vēl augstāk, un tikai tad tas sāk vārīties, pie kam parādībai ir eksplozijas raksturs.

Minētais vārīšanās temperaturas paaugstinājums attiecas tikai uz vārīšanās procesa sākuma momentu; kad vārīšanās jau sākusies, temperatura strauji krīt līdz vērtībai, kas atbilst spiedienam eksperimenta laikā.

Lai saistītu metastabilo stāvokļu ideju ar Van der Valsa izotermu formu, vajag iedomāties, ka tieši T_5 izotermas tuvumā (virs tās) novilkta vesela rinda izotermu. Tā kā visas izotermas ir izliektas līdzīgi zīmējumā parādītai līnijai, tad tās acīm redzot krusto taisni A_1A_2 divās vietās punkta A_1 tuvumā. Tātad taisnes A_1A_2 punktiem A_1 tuvumā saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu vajag atbilst augstākām temperaturām nekā T_5 un punkta pārvietošanai gar šo taisni (tās sākumā) vajag nozīmēt šķidruma pārkarsēšanu.

Ievērojamākā Van der Valsa vienādojuma īpašība ir tā, ka konstantes a un b ir saistītas, kā tas turpmāk parādīts, ar kritiskā stāvokļa parametriem p_k, v_k un T_k.

Van der Valsa vienādojums attiecībā pret tilpumu v ir trešās pakāpes vienādojums. Pārveidosim to tā:

$$v^3 - \left(\frac{RT}{p} + b\right)v^2 + \frac{a}{p}v - \frac{ab}{p} = 0, \qquad \text{(A)}$$

un mola tilpumu v uzlūkosim par galveno mainīgo lielumu, bet spiedienu un temperaturu — par lielumiem, kas kopīgi ar konstantēm a un b nosaka vienādojuma (A) koeficientu skaitliskās vērtības.

Uzrakstītam vienādojumam vispārējā gadījumā ir trīs saknes (v_1, v_2, v_3), kuru vērtības atkarīgas no koeficientu vērtībām. Ja temperatura ir augstāka par kritisko, tad divas saknes ir kompleksas un tikai viena ir reala; šajā gāzveidīgo stāvokļu iecirknī katram kopīgi dotam spiediena un temperaturas vērtību pārim atbilst viena pilnīgi noteikta mola tilpuma vērtība. Grafiski tas nozīmē, ka še ikviena izoterma krusto jebkuru izobaru tikai vienā punktā.

Kā jau redzējām, zem kritiskās izotermas atrodas šķidruma un tvaika līdzsvara apgabals, kur izotermas, kas konstruētas saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu, krustojas ar līdzsvara izobarām trijos punktos. Še tātad pie attiecīgi izvēlētām temperaturas un spiediena vērtībām visas trīs saknes ir realas un dažādas. Kritiskā stāvokļa tuvumā sakņu skaitliskās vērtības maz atšķiras viena no otras, un kritiskā punktā tās sakrīt.

No algebras ir zināms, ka trešās pakāpes vienādojumu, kur augstākā locekļa koeficients ir 1, var izteikt kā reizinājumu:

$$(v-v_1) \cdot (v-v_2) \cdot (v-v_3) = 0.$$

Kritiskā stāvoklī $v_1 = v_2 = v_3 = v_k$,
tādēļ

$$(v - v_k)^3 = 0$$

jeb

$$v^3 - 3v_k v^2 + 3v_k^2 v - v_k^3 = 0. \qquad \text{(B)}$$

Vienādojums (B) ir ekvivalents ar vienādojumu, ko dabū no (A), ja pieņem, ka $T = T_k$ un $p = p_k$.

Ņemot to vērā un pielīdzinot vienu otram minētos vienādojumos lieluma v vienādo pakāpju koeficientus, dabū:

$$3v_k = \frac{RT_k}{p_k} + b;$$

$$3\,v_k^2 = \frac{a}{p_k};$$

$$v_k^3 = \frac{ab}{p_k}.$$

Atliek atrisināt šo vienādojumu sistemu attiecībā pret v_k, p_k un T_k. To izdara, dalot pēdējo vienlīdzību ar iepriekšējo (dabū v_k), ievietojot vispirms v_k otrajā vienādojumā (dabū p_k) un beidzot ievietojot dabūtās v_k un p_k vērtības pirmajā vienādojumā (dabū T_k). Atrod, ka

$$v_k = 3b;$$

$$p_k = \frac{a}{27b^2}; \tag{25}$$

$$T_k = \frac{8}{27}\frac{a}{Rb}.$$

Nav grūti pārliecināties, ka no šīm izteiksmēm izriet

$$\frac{RT_k}{p_k v_k} = \frac{8}{3} = 2{,}67. \tag{26}$$

Gāzei, kas stingri seko Klapeirona vienādojumam, šai attiecībai jābūt vienlīdzīgai ar 1. Tātad var teikt, ka saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu jebkurai vielai jāieņem kritiskā stāvoklī tilpums, kas 2,67 reizes lielāks par to tilpumu, ko tā ieņemtu pie tās pašas temperaturas un tā paša spiediena, ja tā būtu gāze, kas stingri pakļauta Boila un Gei-Lisaka likumiem. Mēģinājums neapstiprina šo slēdzienu; še, tāpat kā daudzos citos gadījumos, Van der Valsa vienādojums kvalitativi izrādās diezgan tuvs patiesībai, bet kvantitativi atšķiras no mēģinājuma rezultatiem. Aprēķini, kas izdarīti daudzām vielām, rāda, ka īstenībā

$$\frac{RT_k}{p_k v_k} \approx 3{,}7.$$

Atsevišķām vielām šī attiecība svārstās diezgan plašās robežās, kā tas redzams tabulā.

	Slāpeklis	Skābeklis	Ogļskābā gāze	Etilens	Benzols	Etilspirts	Metilspirts
$\frac{RT_k}{p_k v_k} =$	3,9	4,8	3,6	3,4	3,7	4,0	4,5

192. §. Diterici, Bertlo, Kamerlinga Onesa vienādojumi. D i t e r i c i 1899. g. ieteica nedaudz pārgrozīt Van der Valsa vienādojumu, norādot, ka ir pamats domāt, ka iekšējais spiediens vienlīdzīgs $\frac{a}{v^{\frac{5}{3}}}$, bet ne $\frac{a}{v^2}$, kā to pieņēma Van der Valss.

Viens no apsvērumiem, kas liek domāt, ka iekšējā spiediena izteiksme atbilst Van der Valsa vienādojumam, ir šāds. Lai kāds arī būtu molekulu mijiedarbības likums, vielas virskārtas spiedienam uz iekšējām kārtām jābūt proporcionalam — pirmkārt — «pievelkošo» molekulu skaitam, kas cenšas ievilkt ķermeņa iekšpusē jebkuru molekulu, kas atrodas virskārtā, t. i., proporcionalam blīvumam; un — otrkārt — tam jābūt proporcionalam «pievelkamo» molekulu skaitam, kas atrodas virskārtā, t. i., vēlreiz jābūt proporcionalam blīvumam. Tātad gala rezultatā iekšējam spiedienam jābūt proporcionalam blīvuma kvadratam vai, citiem vārdiem — apgriezti proporcionalam mola (vai īpatnējā) tilpuma kvadratam.

Diterici šai spriedumā izdarīja pārlabojumu. Vispirms viņš pievērsa uzmanību jēdzienam par tilpuma, virsmas un linearo (garuma) blīvumu. Linearais blīvums ir proporcionals molekulu skaitam līnijas virzienā un ir vienlīdzīgs kuba saknei no tilpuma blīvuma. Virsmas blīvums ir proporcionals molekulu skaitam, kas novietotas uz virsmas, un ir vienlīdzīgs kuba saknei no tilpuma blīvuma kvadrata. Diterici norādīja, ka, noskaidrojot iekšējā spiediena un blīvuma sakarību, jāpieņem, ka «pievelkošo molekulu» skaits, kas atrodas tilpuma iekšpusē, ir proporcionals tilpuma blīvumam, bet «pievelkamo molekulu» skaits, kas atrodas virskārtā, ir proporcionals virsmas, bet ne tilpuma blīvumam. Tas ir pareizi, ja ar «pievelkamo molekulu kārtu» saprot virsmas monomolekularo kārtu, t. i., kārtu, kuras biezums nepārsniedz molekulas diametru. Tāpēc iekšējam spiedienam izteiksmes $\frac{a}{v^2}$ vietā dabū $\frac{a}{v^{\frac{5}{3}}}$.

Tilpuma labojumu Van der Valsa vienādojumā Diterici nemaina un stāvokļa vienādojumu raksta:

$$\left(p + \frac{a}{v^{\frac{5}{3}}}\right)\cdot(v - b) = RT. \tag{27}$$

Izotermas, kas uzzīmētas saskaņā ar šo vienādojumu, pēc sava veida maz atšķiras no izotermām, kuras zīmētas saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu.

Spriežot tāpat kā iepriekš, rezultatā dabū šādu sakarību:

$$\frac{RT_k}{p_k v_k} = \frac{15}{4} = 3{,}75. \tag{28}$$

Kā redzējām, īstenībā šī izteiksme dažādām vielām nav vienāda, bet caurmērā tā ir tuva skaitlim, kuru dabū, lietojot Diterici vienādojumu. Šai gadījumā Diterici vienādojums dod daudz pareizāku rezultatu nekā Van der Valsa vienādojums.

Minētiem apsvērumiem par iekšējā spiediena atkarību no blīvuma ir tikai tuvināts orientējošs raksturs. Tuvāk apskatot, jautājums izrādās daudz sarežģītāks. Starp citu, ir neapšaubāmi, ka iekšējais spiediens atkarīgs ne tikai no blīvuma, bet arī no temperaturas. Ņemot vērā, ka iekšējais spiediens, temperaturai paaugstinoties, vispārīgi samazinās, D. B e r t l o ieteica šādu stāvokļa vienādojumu:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \cdot \frac{1}{T}\right)(v - b) = RT. \qquad (29)$$

Maz saspiestās gāzēs šis vienādojums labāk par visiem citiem saskan ar eksperimenta rezultatiem, bet pie stipras kompresijas un sevišķi, pārejot kondensētā stāvoklī, arī tas izrādās pavisam nepareizs.

Dažādi autori ir devuši vairāk nekā 70 stāvokļa vienādojumu.

Atzīmēsim vēl tikai vienu vienādojumu, ko ieteicis K a m e r l i n g s O n e s s un kas domāts eksperimentalo datu precizam aprakstam. Šis vienādojums ir empirisks. Empiriskiem vienādojumiem ir nepatīkama īpatnība: tie gandrīz vai katru gadu jāatjauno un jāpapildina. Eksperimenta precizitate strauji aug, tāpēc arvien rodas vajadzība labot vecās empiriskās formulas vai arī, ja šo formulu veids nav tāds, kas atļauj ar labojumiem tās precizēt, tad veco vietā vajag meklēt jaunas formulas. Kamerlinga Onesa vienādojums ir sastādīts ar tādu aprēķinu, lai arvien varētu to pārveidot tā, ka tas sakrīt ar eksperimentaliem datiem; to panāk ar vienkāršu palīglocekļu ierakstīšanu vienādojumā, nemainot tā formu. Tas ir šāds:

$$pv = A\left\{1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^4} + \frac{E}{v^6} + \frac{F}{v^8}\right\}; \qquad (30)$$

Šeit $A = RT$. Koeficientus $B, C, \ldots, F$ sauc par virialiem koeficientiem un tos raksta kā polinomus, kas sakārtoti pēc T^{-1} augošām pakāpēm:

$$B = b_1 + \frac{b_2}{T} + \frac{b_3}{T^2} + \frac{b_4}{T^3} + \frac{b_5}{T^4};$$

analoģiskas ir arī C, D, E, F izteiksmes.

Vienādojumā tātad ir 25 konstantes, kuru skaitliskos lielumus izraugās atkarībā no eksperimentaliem datiem. Kamerlinga Onesa vienādojums ir divējādā ziņā ievērojams: vienādojuma 25 konstantes uzskatāmi raksturo tagadējā eksperimenta precizitati; formulas lielais apjoms norāda uz grūtumiem, ar kādiem ir saistīta stāvokļa vienādojuma problema.

193. §. Vakuums. Ļoti izretinātu gāzu īpašības daudzējādā ziņā atšķiras no normala blīvuma gāzu īpašībām. To izskaidro tā: jo «augstāks» vakuums (108. §), jo lielāks molekulas brīvais ceļš; augstā vakuumā brīvais ceļš var izrādīties lielāks nekā vakuuma trauka linearie izmēri.

Iedomāsimies, ka divi trauki piepildīti ar gāzi un savienoti ar cauruli: pieņemsim, ka viens trauks sasildīts, bet otrs atdzesēts, un to dažādās temperaturas paliek nemainīgas. Ja gāze nav visai izretināta, tad izveidosies stacionars stāvoklis, kurā gāzes spiediens abos traukos būs vienāds un tātad [saskaņā ar Klapeirona formulu (10)] gāzes blīvumi būs apgriezti proporcionali trauku absolutām temperaturām:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{T_2}{T_1}.$$

Pie tam izrādīsies, ka caurulē, kas traukus savieno, visu laiku notiek gāzes kustība: no aukstā trauka gāze plūst siltajā traukā gar caurules sienām un, otrādi, no siltā trauka aukstajā — pa caurules vidu.

Augsta vakuuma gadījumā, kad brīvā ceļa garums ir lielāks nekā caurules diametrs, stacionarais stāvoklis izveidojas nevis saskaņā ar gāzu spiediena vienlīdzību traukos, bet gan saskaņā ar to molekulu skaita vienlīdzību, kuras 1 sekundē pārlido no viena trauka otrā. Acīm redzot no aukstā trauka 1 sekundē pārlido siltajā jo vairāk molekulu, jo lielāks gāzes blīvums aukstajā traukā un jo lielāks ir molekulu kustības vidējais ātrums. To pašu var teikt arī par molekulu skaitu, kas no sasildītā trauka pārlido aukstajā. Tātad

$$\rho_1\bar{u}_1=\rho_2\bar{u}_2,$$

un tādēļ

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1},$$

bet molekulu vidējais ātrums ir proporcionals kvadratsaknei no absolutās temperaturas, tātad

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}. \tag{31}$$

Redzam — ja brīvā ceļa garums ir liels, salīdzinot ar caurules diametru, tad stacionarais stāvoklis izveidojas, kad blīvumi ir apgriezti proporcionali absoluto temperaturu kvadratsaknēm. Šai stāvoklī spiedieni savienotos traukos nav vienādi: salīdzinot vienādojumu (31) ar Klapeirona vienādojumu $\rho=\frac{p}{RT}$, redzam, ka

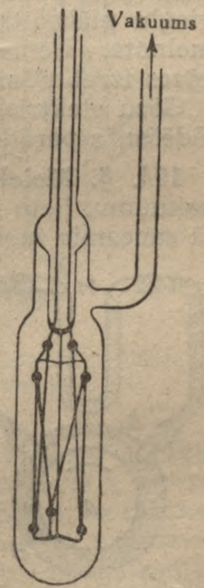
$$\frac{p_1}{p_2}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}, \tag{32}$$

t. i., sakarsētajā traukā, ja stāvoklis stacionars, spiediens lielāks nekā aukstajā traukā. Šo parādību — kad temperaturu starpības dēļ vakuumā rodas stacionara spiedienu starpība — sauc par *termisko efuziju*. Termisko efuziju sīki izpētīja Knudsens (1910. g.). Tajā gadījumā, kad brīvais ceļš ir liels, bet ne tik liels, lai uz to varētu attiecināt vienādojumu (32), Knudsens lietoja šādu formulu:

$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{3}{8}\,\frac{K}{1+\frac{2r}{\lambda}}\cdot\frac{\Delta T}{T}; \tag{33}$$

Δp ir spiedienu stacionarā starpība, kas nostabilizējusies divās caurules vietās, kuru temperaturu starpība ir ΔT; p un T ir gāzes spiediena un temperaturas vidējās vērtības caurulē; r — caurules radiuss; λ — brīvā ceļa garums; K — koeficients, kas nedaudz mainās atkarībā no attiecības $\frac{2r}{\lambda}$ un ir vienlīdzīgs $\frac{4}{3}$ ja brīvais ceļš, salīdzinot ar caurules radiusu, ir ļoti liels.

Gāzu siltuma vadītspējas koeficients, kā jau teikts 178. paragrafā, nav atkarīgs no gāzes blīvuma, ja tas mainās zināmās robežās. Bet, ja brīvā ceļa lielums tuvojas trauka izmēriem, tad, vēl vairāk samazinot gāzes blīvumu, siltuma vadītspējas koeficients samazinās. Saskaņā ar ļoti izretināto gāzu siltuma vadītspējas koeficienta atkarību no gāzes blīvuma ir izgatavots *Pirani-Hales* manometrs. Pirani-Hales manometrs (352. zīm.) līdzīgs kvēlspuldzei; to papildina novadcaurule, kas savieno manometra balonu ar vakuuma trauku. Pirani-Hales manometra metala (platina) pavedienu karsē pastāvīga stipruma elektriskā strāva; gāzi izretinot, pamazinās siltuma novadīšana tādēļ, ka pamazinās gāzes siltuma vadītspējas koeficients, tāpēc pavediena temperatura palielinās reizē ar gāzes izretināšanu balonā. Pavediena temperaturas celšanās izsauc pavediena elektriskās pretestības maiņu. Mērījot pavediena elektrisko pretestību, pēc šīs pretestības lieluma var spriest par pavediena temperaturu un spiedienu vakuumā.



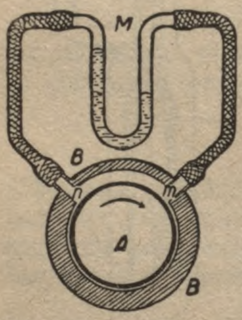
352. zīm. Pirani - Hales manometrs.

Ja traukā, kurā ir gāze, noliek dzirnaviņas ar vizlas spārniņiem, kam viena puse nokrāsota melna, un uz šīm dzirnaviņām virza gaismas kūlīti, tad dzirnaviņas griežas, ja gāze pietiekami izretināta. Šādu parādību sauc par *radiometrisko efektu.* Dzirnaviņas griežas tā, it kā gaisma atgrūstu spārniņu melnās puses. Īstenībā, kā to pierādīja Knudsens un Lorencs, dzirnaviņu griešanās izskaidrojama ne ar gaismas spiedienu[1], bet cita iemesla dēļ: nomelnotās spārniņu puses sasilst līdz augstākai temperaturai nekā nenomelnotās; gāzes molekulas, kas atsitas pret nomelnotajām virsmām, atlec ar palielinātu ātrumu un nes sev līdz lielāku kustības daudzumu nekā molekulas, kas atsitas pret nenomelnoto virsmu. Tādēļ uz nomelnoto spārniņu pusi gāzes spiediens ir lielāks nekā uz nenomelnoto. Ja gāze nav pietiekami izretināta un molekulu brīvais ceļš ir mazs, tad molekulu sadursanās savā starpā izlīdzina spiedienu uz spārniņu abām pusēm un dzirnaviņas negriežas.

Knudsena manometra uzbūves pamatā ir radiometriskais efekts. Šajā manometrā izretināto gāzu spiediena starpību nosaka pēc pavediena savērpšanās leņķa, piekarot pavedienā vieglu plāksnīti, kuras viena puse nomelnota, bet otra nenomelnota. Ņemot vērā izmērīto spiedienu starpību, aprēķina gāzes izretināšanas pakāpi.

Gāzu elektriskās un magnetiskās īpašības un elektriskās izlādēšanās parādības vakuumā apskatītas šā kursa otrā sējumā.

194. §. Molekularie un difuzijas sūkņi. Lai dabūtu augstu vakuumu, lieto sevišķas konstrukcijas sūkņus. Plaši izplatīti ir tā saucamie *molekularie sūkņi.* 353. zīmējums paskaidro molekulārā sūkņa darbības principu (molekularo sūkni izgudroja Gede 1912. gadā; tagad lieto uzlabotos Holveka molekularos sūkņus; darbības princips tiem ir tāds pats). Veltnis A griežas cilindra B dobumā. Gāzes molekulas, kas atsitas pret veltņa A virsmu paplašinātā spraugā nm, dabū papildātrumu veltņa griešanās virzienā. Izņemot vietu nm, pārējās vietās starp veltni A un cilindru B sprauga ir tik šaura, ka gāzes izsūkšanās atpakaļ no m uz n (bultas virzienā) ir apgrūtināta. Sakarā ar to gāze tiek izsviesta pa cauruli m, bet caurulē n rodas retinājums. Jo tuvāks veltņa A aploces ātrums molekulu kustības vidējam ātrumam, jo lielāku gāzes retinājumu dod sūknis.



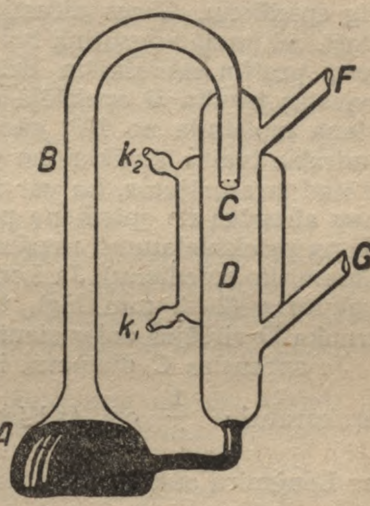
353. zīm. Molekulārā sūkņa darbības schema.

[1] Gaismas spiediens pastāv; par to būs runa optikā.

Holveka sūkņos sprauga starp veltni un cilindru ir 0,03 mm; veltnis, kura diametrs 15 cm, izdara 4000 apgriezienu minutē, izsūknēšanas ātrums (ja $p_{s\,k} = 0{,}1$ mm Hg un $p_{beigu} = 0{,}001$ mm Hg) vienlīdzīgs $2300\ \frac{cm^3}{sec}$; šis izsūknēšanas ātrums gandrīz 20 reizes pārsniedz izsūknēšanas ātrumu, ko pie tādiem pašiem $p_{sāk}$ un p_{beigu} dabū ar dzīvsudraba rotacijas sūkni.

Lai iegūtu augstu vakuumu, visu molekularā sūkņa rotējošo daļu kopā ar nekustīgo cilindru un elektromotora rotoru novieto metala kārbā, kas savienota ar priekšvakuumu. Ja spiediens priekšvakuumā ir samērā augsts, tad izsūknēšanas ātrums nav liels. Spiedienam priekšvakuumā krītoties, izsūknēšanas ātrums pieaug un sasniedz maksimumu, kad molekulas brīvais ceļš pēc sava lieluma tuvojas iesūcēju spraugu lielumam. Vislielākais retinājums, ko var dabūt ar molekularo sūkni, ir apmēram 10^{-7} mm Hg.

Vislabākie sūkņi augsta vakuuma iegūšanai ir t. s. *Lengmira difuzijas sūkņi*. 354. zīmējumā ir redzama Lengmira sūkņa schematiska uzbūve. Dzīvsudrabu, kas ieliets kolbā *A*, elektriska krāsns silda līdz vārīšanās temperaturai; dzīvsudraba tvaiks paceļas pa cauruli *B* (šī caurule aplikta ar azbestu, lai dzīvsudraba tvaiks neatdzistu) un iziet caur sprauslu *C* traukā *D*, kura sienas no ārpuses apskalo auksts ūdens (auksta ūdens piegādei un aizvadīšanai ierīkotas caurules K_1 un K_2); uz trauka *D* aukstajām sienām dzīvsudraba tvaiks kondensējas, un dzīvsudrabs pa pilienam notek trauka apakšējā daļā, kas savienota ar kolbu *A*. Traukam, kurā notiek dzīvsudraba tvaika kondensacija, ir divas novadcaurules: augšējā *F*, kura savieno trauku *D* ar izsūknējamo telpu (kurā jādabū augstais vakuums), un apakšējā *G*, kas savieno trauku *D* ar priekšvakuumu. Ja dzīvsudraba tvaika strāvas dinamiskais spiediens ir lielāks nekā gāzes spiediens priekšvakuumā, tad dzīvsudraba tvaiks, izejot no sprauslas *C*, vēdekļveidīgā strāvā izplatās lejā pa trauku



354. zīm. Lengmira sūkņa schema.

D un, kā jau minēts, kondensējas uz šā trauka aukstajām sienām. Svarīgi, ka dzīvsudraba tvaiks šai gadījumā gandrīz nemaz nenokļūst trauka D augšējā daļā, kas atrodas virs sprauslas C, un tādēļ gandrīz neiekļūst caurulē F, kas savienota ar izsūknējamo trauku. Nelielo tvaika daudzumu, kas tomēr iekļūst caurulē F, kondensē, intensivi dzesējot cauruli F.

Minētās dzīvsudraba cirkulacijas uzdevums ir šāds: gāze, kas no izsūknējamā trauka nonāk pa cauruli F trauka D virsējā daļā, nepārtraukti difundē dzīvsudraba tvaika strūklā; šī strūkla to velk sev līdzi līdz caurulei G, pa kuru gāze nokļūst priekšvakuumā, kurā kāds cits sūknis visu laiku uztur apm. 0,1 mm Hg spiedienu. Gāzes difuziju atpakaļ no priekšvakuuma augstajā vakuumā apgrūtina tvaika strūkla: gāzes molekulas atsitas pret pretim nākošajām dzīvsudraba molekulām un tiek atsviestas trauka D apakšējā daļā. Pēc Lengmira aprēķina tikai viena molekula no 10^{20} gāzes molekulām izraujas cauri dzīvsudraba tvaika strūklai no priekšvakuuma augstajā vakuumā. Tātad izretinājums, ko var iegūt ar Lengmira sūkni, praktiski nav atkarīgs no spiediena priekšvakuumā (ja tikai gāzes spiediens priekšvakuumā nepārsniedz dzīvsudraba tvaika strūklas dinamisko spiedienu). Ja Lengmira sūkni lieto pie slikta priekšvakuuma (2—3 mm Hg), tad stipri sašaurina spraugu starp trauka D virsējās daļas sieniņām un sprauslu C.

Ja sprauslas C diametrs ir 1 cm un gredzenveidīgā sprauga ap sprauslu $\frac{1}{2}$ cm, tad izsūknēšanas ātrums, ko var sasniegt ar Lengmira sūkni, ir apmēram 2000—3000 $\frac{cm^3}{sec}$.

XIII NODAĻA

Šķidrumu fizika

195. §. Šķidruma pretošanās vispusīgai stiepšanai. Šķidrumu galvenā atšķirība no gāzēm ir tā, ka šķidrumi ieņem noteiktu ierobežotu tilpumu, bet gāzes izplatās visā telpā, kas ir to rīcībā. Šķidrumu īpašību ieņemt tikai ierobežotu tilpumu nosaka divi apstākļi: 1) molekulu starpā pastāv pievilkšanās spēki, kas rada iekšējo spiedienu un noteic, kā turpmāk paskaidrots, šķidrumu pārraušanas pretestību pie vispusīgas stiepes; 2) molekulu kustības ātrums nesasniedz tādu lielumu, kas varētu pārvarēt pievilkšanās spēku darbību; tikai nelielai daļai šķidruma molekulu ir ātrums, kāds vajadzīgs, lai molekula varētu aiziet no tilpuma, ko ieņem šķidrums; ar temperaturas paaugstināšanos šādu molekulu skaits palielinās, — par to liecina augošais šķidruma iztvaikošanas ātrums.

Pretestība, ko šķidrumi izrāda, šķidruma kārtām slīdot, ir niecīga; tāpēc šķidrumu var viegli sadalīt daļās un sasmalcināt pilienos. Tomēr būtu kļūdaini tādēļ secināt, ka šķidrums jebkuros apstākļos ir ķermenis, kuram nav stiprības. Šķidrumi izrāda lielu pretestību daļiņu atraušanā (uz to parasti norāda lielais iztvaikošanas siltums). Tāpēc varam sagaidīt, ka šķidrums izrādīs ievērojamu stiprību tādā deformacijā, kur šķidruma kārtu slīdēšana ir pilnīgi neiespējama, piemēram, vispusīgās stiepšanas deformacijā. Zemāk aprakstītais eksperiments teikto apstiprina.

Izturīga kapilara caurulīte, kuras viens gals aizkausēts, piepildīta ar ūdeni, kura temperatura 28^0; atdzesējot ūdeni līdz 18^0, caurulītē ieiet pūslītis gaisa, pēc tam caurulītes vaļējais gals tiek aizkausēts. Paaugstinot temperaturu, spiediens palielinās un gaiss izšķīst ūdenī. Caurulīte izrādās piepildīta visa ar ūdeni. Atdzesējot no jauna ūdeni līdz 18^0, tas joprojām aizņem visu caurulīti; tātad ūdens padots vispusīgai stiepšanai. Redzams, ka relativā deformacija šai gadījumā ir vienlīdzīga agrākā gaisa pūslīša tilpumam, dalītam ar ūdens tilpumu. Zinot ūdens tilpuma elastības moduli, var aprēķināt ūdenī esošo spraigumu. Turpinot ūdens atdzesēšanu, kamēr tas caurulītē pārtrūkst, ir izdevies aprēķināt ūdens stiepes stiprību. Tā ir aptuveni 150 $\frac{kG}{cm^2}$, t. i., tikai 4 reizes mazāka nekā priedes koka stiepes stiprība.

196. §. Virsmas spraigums. No fizikas elementarā kursa zināmi vairāki novērojumi un eksperimenti, kas ļoti pārliecinoši pierāda, ka šķidra ķermeņa plānā virskārta atrodas sevišķā stāvoklī, kas atgādina izstieptas gumijas plēvītes stāvokli. Viens no uzskatāmākajiem eksperimentiem ir P l a t o eksperiments ar lielu eļļas pilienu.

Jāiegaumē, ka gluži tāpat kā izstiepta diega katrā punktā darbojas stiepes spēks, kas vērsts diega virzienā, tāpat arī izstieptā lentē darbojas līdzīgs spēks, kas pielikts nevis vienā punktā, bet sadalīts pa visu lentes platumu; šā spēka radīto spraigumu var mērīt ar to stiepes spēku, kas atbilst lentes 1 cm platumam. Ja ir runa ne par lenti, bet par plēvi, kura vienmērīgi izstiepta visos virzienos, tad uz katra centimetra, kas ņemts jebkurā plēves virsmas virzienā, darbosies spēks, kura lielums raksturo plēves spraigumu. Šis spēks darbojas perpendikulari 1 cm garam nogrieznim, kura punktos spēks ir pielikts; spēka virziens ir tangencials plēves virsmai. Tādu spēku, kas darbojas uz garuma vienību, sauc par *virsmas spraigumu*; virsmas spraiguma dimensija ir $\frac{dins}{cm}$ vai $\frac{ergs}{cm^2}$.

Izskaidrosim virsmas spraigumu no molekularteorijas viedokļa. Visu vielu atomi sastāv no pozitiviem un negativiem elektriskiem lādiņiem. Vienas molekulas lādiņi, iedarbojoties uz otras molekulas lādiņiem, dod zināmu sumaru efektu. Palielinoties atstatumam molekulu starpā, vienas molekulas iedarbības sumarais efekts uz otru ātri samazinās un ir nemanāms, ja atstatums sasniedz apm. 10^{-7} cm («molekularās iedarbības radiuss»).

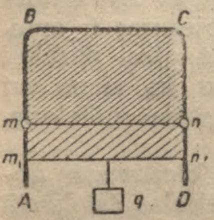
Iedomāsimies molekulu A, kas atrodas zem šķidruma virsmas dziļāk nekā 10^{-7} cm. Molekula kustas taisnā virzienā un rotē; tai pašā laikā tai apkārt no visām pusēm ir citas molekulas; molekulu iedarbība uz molekulu A izpaužas katrā dotajā momentā zināmā sumarā efektā. Tomēr rezultatā šis sumarais efekts kādā galīgā laika sprīdī (piemēram, 1 sekundē) ir gandrīz nulle, jo šai galīgajā laika sprīdī aplūkotā rotējošā molekula saņem visos virzienos gandrīz vienādu iedarbību. Pavisam citādā stāvoklī ir molekula B, kas atrodas uz šķidruma virsmas: uz tādu molekulu iedarbojas tikai tās molekulas, kas atrodas zem tās un blakus tai. Saprotams, ka galīgā laika sprīdī, ja tikai aplūkojamā molekula nenoslīd dziļāk, uz to iedarbosies spēks, kas centīsies molekulu ievilkt dziļāk, citiem vārdiem, spēks, kas ir perpendikulars šķidruma virsmai. Bet, kā jau teikts, ir tikai daži molekulas punkti, kuri var būt par to pievilkšanās spēku pielikšanas punktiem, un tāpēc virsmas molekula B ir caurmērā diezgan noteikti orientēta: pagriezta pret šķidruma masu ar to pusi, uz kuru visvairāk iedarbojas pārējās šķidruma masas pievilkšanas spēki. Tas notiek ar katru virsmas molekulu, un tātad virsējā kārtā, kuras biezums ir apm. 10^{-7} cm, molekulas ir novietotas visumā viena otrai paraleli (protams, chaotiskajā molekulu kustībā atgadās, ka viena vai otra virsmas molekula noslīd dziļāk un tās vietā stājas molekula, kas nāk no dziļuma).

Tātad redzam, ka šķidruma virskārta, kuras biezums ir apmēram 10^{-7} cm, atrodas sevišķā stāvoklī. Molekulas šai kārtā ir novietotas zināmā kārtībā, līdzīgi tai, kādā tās novietotas cietā ķermenī. Šī kārta tad arī ir tā vieta, kur darbojas virsmas spraigums. Pamatojoties uz mums zināmiem datiem, varam pat novērtēt virsmas spraiguma lielumu. Mēs zinām (191. §), ka molekulu savstarpējā pievilkšanās saspiež šķidrumu ar spēku, kas ir apmēram 1000 at vai $10^9 \frac{\text{din}}{\text{cm}^2}$ (tik liels ir iekšējais spiediens, ko aprēķina saskaņā ar Van der Valsa vienādojumu). Izdarīsim perpendikularu virskārtas griezumu un ņemsim šai griezumā taisnstūri, kura platums 10^{-7} cm un garums 1 cm. Uz šā taisnstūra laukuma, kas vienlīdzīgs 10^{-7} cm^2, molekulu savstarpējās pievilkšanās rezultatā darbosies perpendikulars spēks, kas vienlīdzīgs $10^9 \frac{\text{din}}{\text{cm}^2} \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2 = 100$ din. Šis spēks, kas aprēķināts šķidruma virsmas vienam centimetram, aptuveni atbilst virsmas spraiguma lielumam. Īstenībā virsmas spraigums, piemēram, dzīvsudrabam ir $450 \frac{\text{din}}{\text{cm}}$, ūdenim $75 \frac{\text{din}}{\text{cm}}$, etilspirtam $22 \frac{\text{din}}{\text{cm}}$ (pie istabas temperaturas). Kā redzam, iepriekšējais, aptuvenais novērtējums diezgan pareizi nosaka meklējamā lieluma vērtību.

Temperaturai paaugstinoties, virsmas spraigums pamazinās, un pie kritiskās temperaturas tas ir nulle.

Atzīmēsim vēl, ka dotā šķidruma virsmas spraiguma lielums nedaudz mainās atkarībā no tā, vai virs šķidruma atrodas tā paša šķidruma piesātināts tvaiks vai kāda cita gāze, vai arī tukša telpa. Tas izskaidrojams tā: molekulas, kas atrodas virs šķidruma, ar saviem piesitieniem it kā satrauc virsmas kārtu un izjauc tanī pareizo molekulu sakārtojumu.

197. §. Šķidruma virsmas brīvā enerģija. Stieples konturam *ABCD* (355. zīm.) mala *mn* ir viegla un kustīga; malas galos ietaisītas cilpas, tāpēc tā var slīdēt pa *AB* un *CD*. Starp *BC* un *mn* izveido šķidruma plēvīti (piemēram, no ziepju ūdens). Ja stieplei *mn* nepieliek nekādu smagumu, tad šķidruma plēvīte sāk sarauties (tāpat kā izstiepta gumijas plēvīte) un vilkt sev līdz stiepli *mn*. Šajā eksperimentā ļoti uzskatāmi izpaužas divu virsmas kārtu spraigums, kuras atrodas kā vienā, tā arī otrā plēvītes pusē[1]. Lai līdzsvarotu virsmas spraiguma spēkus, malai *mn* piekar atsvaru *q* (vislabāk, ja šo atsvaru izgatavo no vairākiem stieples āķīšiem). Ja konturu tur vertikalā stāvoklī, tad plēvītes līdzsvara noteikumam būs šāds veids:



355. zīm.

$$2\alpha l = q;$$

te α ir virsmas spraigums, l — kustīgās malas garums, αl — spēks, ar kādu kustīgo malu velk šķidruma plēvītes viena puse, $2\alpha l$ ir kopspēks, ar kuru plēvītes abas puses darbojas uz kustīgo malu, un, beidzot, q ir kustīgās malas un piekārtā atsvara smaguma spēks.

Ja spēku q mazliet palielina, tad kustīgā mala kopā ar atsvaru sāk ļoti lēnām slīdēt lejup; ļausim tai noslīdēt gabalu d līdz stāvoklim m_1n_1.

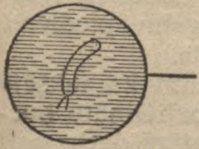
Aplūkotajā procesā smaguma spēks izdarījis darbu $qd = 2\alpha ld$; ld ir vienlīdzīgs četrstūra mnm_1n_1 laukumam, bet $2\,ld = \Delta S$ ir šķidruma virsmas pieaugums eksperimenta procesā. Redzam, ka *darbs, ko izdara ārējie spēki, kas cenšas palielināt šķidrā ķermeņa virsmu, ir vienlīdzīgs* $\alpha\Delta S$, *t. i., virsmas spraiguma reizinājumam ar virsmas laukuma pieaugumu.* Šī teorema ir vispārīga.

Ja sistema būtu tīri mechaniska, tad ārējo spēku darbība pavairotu vienīgi sistemas potencialo enerģiju. Tomēr lieta ir sa-

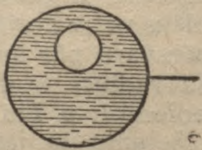
[1] Šķidruma plēvīte, atšķirībā no gumijas plēvītes, saraudamās velk stiepli *mn* ar pastāvīgu spēku.

režģītāka[1], un plēvītes enerģija, kas procesā pieauga par $\alpha \Delta S$, jāapzīmē ar sevišķu terminu — brīvā enerģija. Sistemas brīvo enerģiju nosaka tas apstāklis, ka enerģijas pieaugums ir vienlīdzīgs ārējo spēku darbam pie nemainīgas temperaturas. Un otrādi — sistemas brīvās enerģijas zaudējums nosaka darba lielumu, ko pati sistema veic izotermiskā procesā.

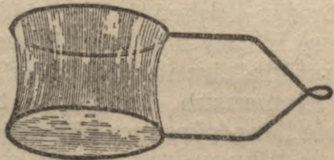
Tā kā šķidruma virsmas brīvās enerģijas pieaugumu izsaka ar $\alpha \Delta S$, tad visa virsmas brīvā enerģija ir αS. Tātad *šķidruma*



356. zīm.



357. zīm.

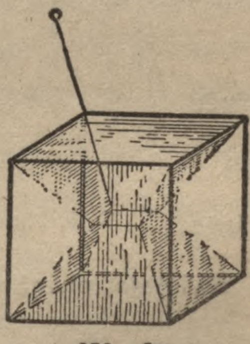


358. zīm.

virsmas brīvā enerģija ir vienlīdzīga virsmas spraiguma α reizinājumam ar virsmas laukumu S.

Termodinamikā pierāda, ka brīvā enerģija (tāpat kā mechanisko sistemu potenciālā enerģija) tiecas uz minimumu, bet brīvai enerģijai šis noteikums prasa nemainīgu temperaturu.

Šķidra ķermeņa tieksme ieņemt stāvokli, lai brīvā enerģija būtu pēc iespējas maza, redzama daudzās parādībās. Šķidri pilieni, ja tie izolēti no ārējo spēku ietekmes, iegūst lodes formu; tas tāpēc, ka lodes virsma ir vismazākā no visām vienāda tilpuma ķermeņu virsmām, un, ja S lielums ir vismazākais, tad arī αS ir vismazākais. Arī gāzes pūslīšiem šķidrumā ir lodes veids; šeit atkal novērojama minimalā virsma, kas šķidrumu norobežo no gāzes.



359. zīm.

Ja ar stikla nūjiņu deformē Plato eļļas pilienu, tad tas, atstāts savā vaļā, atkal izlīdzinās.

Pārvilksim ar ziepjūdens plēvi gredzena konturu un uzmetīsim uz šās plēves slapju zīda diedziņa cilpu (356. zīm.). Izārdot

[1] Norisi komplicē tas, ka te notiek ne tikvien mechaniskas parādības, bet arī siltuma parādības. Ja plēvīti izstieptu strauji, tad plēvīte atdzistu un α būtu mainīgs lielums. Lai no tā izvairītos, procesu izdara lēnām: plēvītes temperatura nemainās, tāpēc ka vajadzīgo siltumu plēvīte dabū no apkārtējā gaisa. Tātad šāds plēvītes izstiepšanās process ir izotermisks.

plēves daļu, kas atrodas cilpas iekšpusē (to var izdarīt, ja plēvei pieskaras ar sakarsētu stiepli), cilpa tūlīt iegūs aploces formu (357. zīm.). Še samazinās plēves laukums un līdz iespējamam minimumam samazinās brīvā enerģija.

Ieliekot ziepjūdenī dažādas stieples figuras, iegūst šķidrumu plēvīšu kopojumus ar noteiktu un ļoti skaistu ģeometrisku formu (358. un 359. zīm.).

198. §. Laplasa formula. Gumijas bumba un ziepju burbulis atrodas līdzsvarā tikai tādā gadījumā, ja gaisa spiediens iekšpusē ir (par noteiktu lielumu) lielāks nekā ārējā gaisa spiediens. Aprēķināsim iekšējā spiediena pārsvaru pār ārējo.

Pieņemsim, ka ziepju burbuļa radiuss ir R un ka iekšējā spiediena pārsvars pār ārējo spiedienu ir p. Lai palielinātu burbuļa tilpumu par bezgalīgi mazu lielumu dv, jāpatērē darbs pdv (224. §). Šis darbs palielina burbuļa virsmas brīvās enerģijas krājumu par lielumu $2\alpha\, dS$; še α ir ziepju plēvītes virsmas spraigums, S ir burbuļa iekšējās vai ārējās virsmas lielums (iekšējās un ārējās virsmas radiusu starpību vienkāršības dēļ neievēro). Tātad mums ir vienādojums:

$$pdv = 2\alpha\, dS.$$

Bet

$$v = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

tāpēc

$$dv = 4\pi R^2 dR$$

un

$$S = 4\pi R^2,$$

tāpēc

$$dS = 8\pi R dR.$$

Ievietojot pirmā vienādojumā dv un dS izteiksmes, dabū

$$p \,.\, 4\pi R^2 dR = 2\alpha 8\pi\, RdR,$$

kas dod

$$p = \frac{4\alpha}{R}.$$

Saskaņā ar pretdarbības likumu tikpat liels ir spiediens, ko burbulis izdara uz gaisu, kas atrodas burbulī.

Ja burbuļa vietā, kam ir divas virsmu plēves, aplūko pilienu, kuram ir tikai viena virsma, tad viegli pārliecināties, ka virsmas plēvīte izdara uz piliena iekšu spiedienu

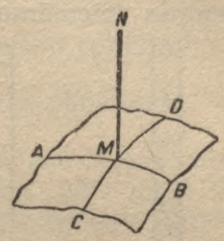
$$p = \frac{2\alpha}{R},$$

kur R ir piliena radiuss.

Šķidruma liektā virskārta vispār rada spēku, kas vērsts no virskārtas izliektās puses uz ieliekto.

Laplass devis formulu gadījumam, kad šķidruma virsmai ir jebkura forma, kādu pieļauj šķidrā stāvokļa fiziskā daba. Formulai ir šāds veids:

$$p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \qquad (1)$$



360. zīm.

kur lielumiem R_1 un R_2 ir šāda nozīme: kaut kādā punktā M uz šķidruma virsmas (360. zīm.) jāiedomājas statenis MN, caur kuru vilktas divas savā starpā perpendikularas plaknes, kas krusto šķidruma virsmu pa līknēm AMB un CMD. Šo līkņu liekuma radiusus punktā M apzīmē ar R_1 un R_2.

No Laplasa formulas redzams, ka plakanai šķidruma virsmai $p = 0$, bet lodes virsmai $p = \frac{2\alpha}{R}$, kā to jau agrāk noteicām.

Ja virsmai būtu «seglu» veids, tad līknes AMB un CMD atrastos punkta M pieskares plaknes pretējās pusēs; radiusiem R_1 un R_2 tad būtu dažādas zīmes. Ģeometrijā pierāda, ka tā sauktām minimalām virsmām, t. i., tādām, kuru laukums pie dotām konturām ir iespējami mazākais, suma $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ arvien ir nulle. Tieši tāda īpašība piemīt arī ziepju plēvītēm, ar kurām pārvilkts stieples konturs.

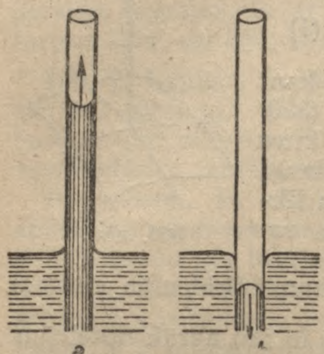
Putas ir pūslīšu kopojums, kuriem ir kopīgas sieniņas. Tādas sieniņas liekums (ko nosaka izteiksme $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$) ir proporcionals spiedienu starpībai sieniņu abās pusēs.

199. §. Kapilarā pacelšanās un nolaišanās. Ja tīras stikla nūjiņas galu ieliek tīrā ūdenī un izņem, tad nūjiņas galā paliek ūdens piliens. Redzams, ka ūdens molekulas stikla molekulām pievelkas stiprāk, nekā tās pievelkas savā starpā.

Tāpat ar vara nūjiņu var pacelt dzīvsudraba pilienu. Tādos gadījumos saka, ka šķidrums slapina cietu ķermeni.

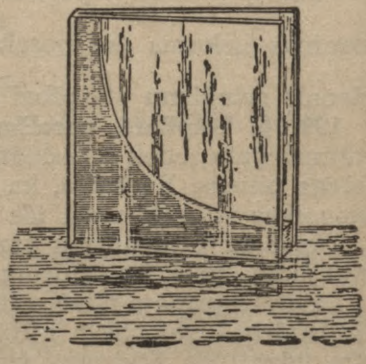
Pavisam pretējo novērosim, ja tīru stikla nūjiņu ieliksim tīrā dzīvsudrabā vai stikla nūjiņu, kas noziesta ar taukiem, ieliksim ūdenī: no šķidruma izņemtā nūjiņa nepaņem sev līdz ne pilītes šķidruma. Šādos gadījumos saka, ka šķidrums neslapina cietu ķermeni.

Ja ūdenī iegremdē tievu un tīru stikla caurulīti, tad ūdens paceļas caurulītē zināmā augstumā, pretēji smaguma spēka iedarbībai (361a. zīm.). Tievās caurulītes sauc par kapilarām[1] caurulītēm jeb kapilariem, un tāpēc šo parādību sauc par kapilaritati. Šķidrumi, kas slapina kapilarās caurulītes sieniņas, ir pakļauti kapilarai pacelšanai. Šķidrumi, kas neslapina kapilara sieniņas (piemēram, dzīvsudrabs stikla caurulītē), kā tas redzams 361b. zīmējumā, nolaižas. Kapilarā pacelšanās un nolaišanās ir jo lielāka, jo tievāki kapilari Šīs parādības viegli izskaidrojamas ar spiedienu, ko izdara šķidruma liektā virsma. Tiešām, caurulītē, ko šķidrums slapina, izveidojas «ieliekts menisks»[2]. Saskaņā ar iepriekšējo paragrafu meniska virsma rada spēku, kas vērsts no apakšas uz augšu, un notur šķidruma stabiņu caurulītē, neraugoties uz smaguma spēka iedarbību. Un otrādi, caurulītē, kuru šķidrums neslapina, izveidojas izliekts menisks; tas dod spēku, kas vērsts uz leju, un tātad pazemina šķidruma līmeni.



361. zīm. Bultas norāda spēkus, ar kādiem virskārta iedarbojas uz šķidruma stabiņu, kas atrodas zem tās.

Izteiksim sakarību starp šķidruma virsmas spraigumu α, tā blīvumu ρ, caurulītes radiusu r un caurulītē paceltā šķidruma stabiņa augstumu h. Pieņemsim, ka šķidrums «pilnīgi slapina» caurulītes sieniņas (kā ūdens stikla caurulīti), tas nozīmē, ka saskares vietā šķidruma virsma pieskaras caurulītes virsmai. Šī pieskaršanās vieta veido konturu, kura garums ir $2\pi r$. Pateicoties virsmas spraigumam, konturs rada spēku $2\pi r\alpha$; šis stabiņam pieliktais spēks līdzsvaro stabiņa smagumа spēku, kas ir vienlīdzīgs $\pi r^2 h\rho g$, kur g ir zemes pievilkšanas spēka paātrinājums.



362. zīm.

Tātad

$$2\pi r\alpha = \pi r^2 h\rho g,$$

[1] Latiņu valodā *capillus* — mats.
[2] Grieķu valodā *meniscos* — mēnessveidīgs priekšmets.

un tāpēc

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g}, \tag{2}$$

t. i., *kapilarās pacelšanās augstums ir proporcionals virsmas spraigumam un apgriezti proporcionals caurulītes radiusam un šķidruma blīvumam.*

Kapilarās pacelšanās mērīšana ir vienkāršs paņēmiens, lai noteiktu lielumu α.

362. zīmējumā parādīta šķidruma kapilarā pacelšanās starp divām plāksnītēm, kas veido divplakņu kaktu. Nav grūti izprast, ka pacelto šķidrumu augšpusē norobežo hiperbola; hiperbolas asimptotas ir divplakņu kakta šķautne un taisne, kas iet pa šķidruma līmeni traukā.

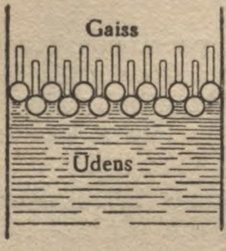
200. §. Virsmaktivās vielas. Šķidruma virsmas brīvā enerģija, kā tas paskaidrots 197. paragrafā, cenšas būt pēc iespējas mazāka. Šo brīvo enerģiju, kā redzējām, izsaka virsmas spraiguma un virsmas laukuma reizinājums. Katrs minētais reizinātājs cenšas samazināties par tik, par cik vien tas ir iespējams. Jau iepriekš minējām piemērus, kad virsma samazinās; tagad aplūkosim gadījumu, kad samazinās virsmas spraigums.

Ūdenim virsmas spraigums ir diezgan liels (apm. 70 $\frac{\text{din}}{\text{cm}}$ pie istabas temperaturas); citu šķidrumu virsmas spraigums parasti daudz mazāks (apm. 20—40 $\frac{\text{din}}{\text{cm}}$). Pieņemsim, ka ūdenim piemaisīts cits šķidrums ar mazāku virsmas spraigumu. Tad otra šķidruma molekulas aizstās ūdens molekulas virsmas plēvē, un plēve galvenokārt (varbūt arī pavisam) sastāvēs no piemaisītās vielas molekulām. Saprotams, ka tādā gadījumā brīvā enerģija ievērojami samazināsies.

Ja viela, ko šķidrumam piemaisa, samazina šķidruma virsmas spraigumu, tad to sauc par *virsmaktivu* vielu, attiecībā pret šo šķidrumu.

Parastākais virsmaktivas vielas piemērs ir ziepes. Ūdens, kurā izšķīdušas ziepes, pārklāts ar virsmas plēvi, kas visa sastāv no ziepju molekulām. Ziepju plēvītes, ar kurām var izdarīt tik daudz skaistu eksperimentu, sastāv no plānas ūdens kārtiņas, ko no abām pusēm ietver visplānākās ziepju molekulu kārtiņas; tas izskaidro šīs plēvītes izturību.

Ziepju molekula, kurai ir diezgan komplicēts ķimiskais sastāvs (piemēram, $C_{18}H_{35}KO_2$), veido garu oglekļa molekulu ķēdi, ko visā garumā aptver ūdeņraža atomi un kas vienā galā beidzas ar triju ūdeņraža atomu grupiņu, bet otrā ar skābekļa un kalija (vai natrija) atomu grupu. Abi gali attiecībā pret citiem atomiem vai molekulām izturas dažādi: ūdeņraža atomu grupiņa ir ļoti «vāja», tā neizrāda kaut cik manāmu tendenci pievilkties citiem atomiem; turpretim ķēdes skābekļa — kalija (vai natrija) gals ir ļoti «stiprs», tas enerģiski pievelkas, piemēram, pie ūdeņraža atomiem, kas ir ūdens sastāvā. Rezultātā izrādās, ka ziepju molekulas peld ūdens virsū, iegremdējot ūdenī savu «stipro» vai, kā saka, p o l a r o galu (varētu salīdzināt ar labības vārpām laukā). Ziepju plēvītes biezums ir vienlīdzīgs vienas molekulas garumam (apm. 10^{-7} cm). Tāda virsmas plēvītes uzbūve redzama 363. zīmējumā.



363. zīm. «Lengmira zedeņu žogs» šķīduma virspusē.

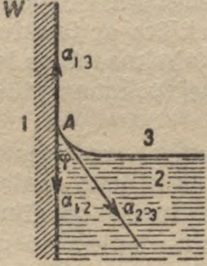
Pretēji virsmaktivām vielām daudzas vielas (cukurs, dažādi sāļi) palielina virsmas spraigumu. Ja uz tīra ūdens virsmas peld viegls pulveris, ko ūdens neslapina (talks, likopodijs), vai sērkociņa galiņš un ja tā tuvumā ūdens virsmai pieskaras ar cukura graudiņu, tad peldošie ķermenīši pievelkas cukuram, jo cukurūdenim ir lielāks virsmas spraigums nekā tīram ūdenim (ja cukura vietā pieskartos ar ziepju gabalu, tad peldošie ķermenīši «bēgtu» no tā).

Kontrasts, kas novērojams starp vielu, kura pazemina ūdens virsmas spraigumu, un vielu, kura to paaugstina, ietekmē ūdeni tādējādi, ka otrā viela, pielikta virsmaktivās vielas ūdens šķīdumam, izstumj jaunus šīs pēdējās vielas daudzumus šķidruma virspusē. Tāpēc ziepju vārīšanas technikā ziepju šķīdumam pieliek sāli, lai no tā atdalītu ziepes (šādu procesu sauc par izsālīšanu). Etileterim ir ļoti mazs virsmas spraigums (pie istabas temperaturas 16 $\frac{\text{din}}{\text{cm}}$, un tāpēc attiecībā pret ūdeni tas ir virsmaktiva viela. Ja ūdenim piemaisa pietiekami daudz etera, tad ūdens vispirms izstumj etera molekulu kārtu virspusē. Bet, tā kā etera un ūdens molekulu starpā pievilkšanās ir vāja, tad izsālīšana, lai eteri atdalītu no ūdens, nav vajadzīga: šķidrums pats sadalās divās krasi norobežotās kārtās; virsējā ir eteris ar neliela ūdens daudzuma piemaisījumu, bet apakšējā — ūdens ar neliela etera daudzuma piemaisījumu.

201. §. Malas leņķis. Pieņemsim ļoti varbūtēju iespējamību, ka arī cietiem ķermeņiem piemīt virsmas spraigums. 364. zīmējumā parādītā trauka siena *W* pagatavota no vielas *1*, ko slapina šķidrums *2*; tāpēc šķidrums pie trauka sienas ir pacelts. Pieņemsim, ka virs šķidruma atrodas gaiss *3*. Punktā *A* saskaras trīs vielas: *1*, *2* un *3*; še darbojas dažādos virzienos trīs virsmu spraigumi α_{12}, α_{13} un α_{23}. Pēdējais spraigums darbojas pa tās līnijas pieskari, pa kuru šķidruma virsma krustojas ar zīmējuma plakni, un veido ar virsmas spraigumu α_{12} leņķi φ, ko sauc par *malas leņķi*. Aplūkosim, kas jādara šķidruma daļiņai *A*, uz kuru iedarbojas minētie trīs spēki (smagumu atstājam neievērotu). α_{23} horizontalo komponenti līdzsvaro spēks, kas pievelk *A* pie sienas; vertikalā komponente, kas vienlīdzīga $\alpha_{23}\cos\varphi$, sumējas ar spēku α_{12}. Daļiņa *A* būs līdzsvarā, ja

$$\alpha_{23}\cos\varphi+\alpha_{12}=\alpha_{13}.$$

No šīs vienlīdzības var aprēķināt malas leņķi φ, zem kura šķidrums robežo ar trauka sienu:



364. zīm.

365. zīm.

$$\cos\varphi=\frac{\alpha_{13}-\alpha_{12}}{\alpha_{23}}. \qquad (3)$$

Vienādojums noder arī tam gadījumam, kad šķidrums neslapina (365. zīm.); tad leņķis φ ir plats, jo šai gadījumā $\alpha_{12}>\alpha_{13}$.

Ja šķidrums slapina, tad φ izteiksmei ir jēga tikai tad, kad tā mazāka par 1, t. i., ja $\alpha_{13}-\alpha_{12}<\alpha_{23}$.

Pretējā gadījumā nevar būt līdzsvara un šķidruma daļiņa nepārtraukti kāpj uz augšu. Tādā gadījumā saka, ka šķidrums «pilnīgi slapina» cieto ķermeni.

366. zīm. Slapinātāja šķidruma piliens.

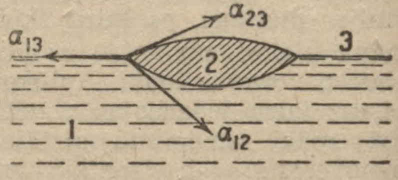
367. zīm. Neslapinātāja šķidruma piliens.

No φ izteiksmes var secināt, ka malas leņķis ir atkarīgs no vielu 1, 2 un 3 sastāva un temperaturas. Ja, piemēram, trauka malu noliek slīpi, malas leņķis nemainās. Tādējādi teorija izskaidro arī piliena formu, kas atrodas uz horizontalas plaknes. Ja cieto atbalstvirsmu šķidrums slapina, tad pilienam ir forma,

[1] Lasa: alfa viens divi.

kas attēlota 366. zīmējumā, bet ja šķidrums atbalstvirsmu neslapina, tad pilienam ir 367. zīmējumā redzamā forma, kur malas leņķis ir plats.

Ja šķidrums pilnīgi slapina atbalstvirsmu, tad piliens neizveidojas, bet šķidrums izplūst pa visu virsmu. Tas, piemēram, notiek ar ūdens pilienu uz absoluti tīras stikla plāksnītes. Parasti stikla plāksnīte ir vairāk vai mazāk pārklāta ar taukiem; šīm vietām ir zināms malas leņķis, kas neļauj pilienam tālāk izplūst.



368. zīm. Eļļas piliens ūdenī.

Ja vienā punktā sastopas gaiss ar diviem šķidrumiem, piemēram, uz eļļas piliena malas, kas peld virs ūdens (368. zīm.), tad arī šeit trīs virsmas spraigumi α_{12}, α_{13} un α_{23} veido kopspēku. Šis kopspēks ir nulle, ja neviens spraigums nav lielāks par pārējo divu spraigumu sumu. Turpretim, ja, piemēram, $\alpha_{13} > \alpha_{12} + \alpha_{23}$, tad molekulas, kas atrodas piliena malā, neierobežoti pārvietojas virsmas spraiguma α_{13} virzienā. Citiem vārdiem, piliens neierobežoti izplūst pa šķidruma l virsmu. Ja, piemēram, virs ūdens peld olivu eļļa, tad

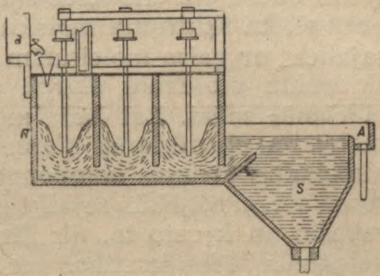
$\alpha_{13} = 73 \frac{\text{din}}{\text{cm}}$, $\alpha_{23} = 32 \frac{\text{din}}{\text{cm}}$ un $\alpha_{12} = 20 \frac{\text{din}}{\text{cm}}$. Tātad šeit virsmas spraigums uz gaisa un ūdens robežas ir lielāks nekā tie abi virsmu spraigumi kopā, kas rodas, eļļai saskaroties ar gaisu un ar ūdeni; tādēļ notiks neierobežota pilienu izplūšana. Eļļas kārtas biezums samazināsies līdz vienas molekulas izmēriem (apm. 10^{-8} cm), un tad šī kārta sāks izjukt. Ja ūdens ir netīrs, tad virsmas spraigums ir mazāks un virskārtā var palikt liels eļļas piliens pēc tam, kad virs ūdens izplatījusies ļoti plāna eļļas kārtiņa.

202. §. Flotacija. Dažādo vielu molekulu nevienādo savstarpējo pievilkšanās spēku (kas, starp citu, parādās arī nevienādā cietu ķermeņu slapināšanā ar šķidrumiem), kā arī dažādu sāļu piemaisījumu ietekmi uz šķīdinātāja virsmas spraigumu, technika izmanto flotacijas[1] procesos, kuriem liela nozīme dažādu rūdu uzlabošanā (rūdas padara bagātākas) un viena metala atdalīšanā no otra.

Flotacijas pamatschema redzama šādā eksperimentā. Ņem divas tukšas stikla lodītes, kas nedaudz smagākas nekā ūdens,

[1] No franču vārda *flotter* — peldēt.

ko tās izspiež; vienu lodīti ņem mazliet smagāku par otru. Smagākās lodītes virsmu pārklāj ar plānu ṭauku kārtiņu (pietiek, ja lodīti pavalsta starp pirkstiem). Ja šo lodīti ieliek glāzē ar ūdeni, kurā lielākā daudzumā izšķīdusi gāze (var ņemt sodas ūdeni), tad uz lodītes nosēdīsies daudz gāzes pūslīšu, kas beidzot lodīti pacels virs ūdens. Otra, vieglākā lodīte, tīri nomazgāta ar ziepēm un ielaista tai pašā ūdenī, paliek visu laiku dibenā.



369. zīm. Flotacijas aparata schema.

Praktiski flotacijas procesu izdara tā: rūdu, kas pa daļai sastāv no vērtīgiem metaliem un metalu savienojumiem ar citiem elementiem (piemēram, pirits FeS_2, svina spīdums PbS utt.), pa daļai no nevērtīgiem akmens iežiem (kaļķakmens, kvarcits utl.), samaļ pulverī (graudiņu izmēri 0,1—0,01 mm); pulveri sakuļ (ar maisekli vai saspiesta gaisa strāvu) ar ūdeni, kam pieliek nedaudz kādas eļļainas vielas, kas ūdenī nešķīst.

Kuļot maisījums uztver lielu daudzumu sīku gaisa pūslīšu, kas kopā ar šķidrajām maisījuma daļām izveido putas; šīs putas ir vienmērīgi samaisījušās ar cietajām daļiņām. Ja saputoto maisījumu atstāj mierā, tad akmens un metaliskās daļiņas izturas dažādi. Pirmās tiek labāk slapinātas no ūdens nekā no eļļas, tāpēc tās pakāpeniski nosēžas trauka dibenā. Metaliskās daļiņas tiek labāk slapinātas no eļļas nekā no ūdens; tā kā šīs daļiņas ir pārklātas ar eļļas plēvīti, tad tās stipri pieķeras gaisa pūslīšiem un kopā ar tiem pakāpeniski uzpeld virspusē, lai gan tām ir lielāks īpatnējais svars. Tādā kārtā rūdas sastāvdaļas ir atdalītas.

Ja sadalāmā rūdā ir vairāki metali, tad, vannā ieliekot nelielu daudzumu vienas vai otras ķimiskās vielas, var panākt, ka virsū uzpeldēs tikai vēlamā metala daļiņas; tādā veidā maisījumu viegli sadalīt atsevišķās daļās tā, lai katrā būtu tikai viens metals.

Flotaciju lieto arī nemetalisku vielu maisījuma sadalīšanā. Pilnīga flotacijas procesu teorija vēl nav izveidota; pie tās strādā vēl mūsu dienās. Ievērojama nozīme še piekrīt mūsu padomju zinātnieka P. A. Rebindera un viņa līdzstrādnieku darbiem. Flotacijas aparata schema parādīta 369. zīmējumā. Kamerā R pulpu (t. i., ūdenī saputotu, sasmalcinātu iezi) samaisa skrūvveidīgi maisītāji r, kas ātri griežas un uzsūc pulpā daudz gaisa; radītās putas ieiet piltuvveidīgā traukā S, kur akmens ieži var mierīgi nosēsties trauka dibenā, bet rūdas daļiņas, kas uzpeldējušas virsū, pakāpeniski iziet caur A nostādīšanas traukos. Caur a ievada eļļu un ķimiskās vielas.

203. §. Iztvaikošanas kinetika. Pieņemsim, ka brīvā gaisā atrodas ūdens vai cits kāds šķidrums, kas pamazām iztvaiko. Tas nozīmē, ka šķidruma molekulas izkļūst caur tā robežvirsmu un sajaucas ar gaisa molekulām, difundē gaisā. Bet mēs zinām, ka šķidruma molekulu starpā darbojas diezgan ievērojami pievilkšanās spēki. Lai kāda molekula A varētu izrauties no citu molekulu pievilkšanas sferas un izrauties no šķidruma, tad tai molekulas ātruma komponentei, kas ir perpendikulara šķidruma virsmai, jābūt sevišķi lielai; bet, kad molekula A tuvojas robežai un krusto to, tās ātrums ievērojami samazinās (līdzīgi lielgabala lodes kustībai vertikalā virzienā, ja grib panākt, lai lode pārvar Zemes pievilkšanas spēku un neatgriežas uz Zemi; tādā gadījumā lodei vajadzīgs ļoti liels sākuma ātrums). Tātad iztvaikošanā šķidrums zaudē savas ātrākās molekulas, tāpēc šķidruma molekulu vidējā kinetiskā enerģija, šķidrumam iztvaikojot, samazinās un šķidrums atdziest.

Teoretiskā ziņā gan svarīgāks ir tas gadījums, kad iztvaikošana notiek slēgtā telpā (kuras tilpumu gan var mainīt) un pie tam izotermiski, t. i., telpā, kurā atrodas šķidrums un virs tā gāzes atmosfera, tiek uzturēta nemainīga temperatura (no teiktā ir saprotams, ka šķidrumam būs jāpievada siltums, — tas ir tā sauktais tvaiku rašanās apslēptais siltums).

Mēs zinām (188. §), ka dotajam šķidrumam pie dotās temperaturas piesātinātā tvaika spiedienam ir noteikts lielums (šis lielums saskaņā ar Daltona likumu gandrīz nav atkarīgs no tā, vai tvaikam ir piemaisīta kāda gāze, ja tikai šī gāze neiedarbojas ķimiski uz šķidrumu un neizšķīst tanī sevišķi lielā daudzumā). Pavisam noteikts lielums pie dotās temperaturas ir arī piesātinātā tvaika blīvumam; tāpēc molekulu skaits tvaika tilpuma vienībā pie dotās temperaturas ir pilnīgi noteikts.

Ja tilpumu, kas dots šķidrumam un gāzei, nedaudz palielina (kā tas, piemēram, notiek tvaikmašinā, virzulim kustoties, kad tvaiks no katla iet cilindrā), tad sākumā tvaika molekulu skaits tilpuma vienībā nedaudz samazināsies (tvaiks mazliet attālināsies no piesātinājuma stāvokļa), bet tūlīt jauns daudzums molekulu no šķidruma pāries telpā virs tā un piesātinājuma stāvoklis atjaunosies; iestāsies šķidruma un tvaika «līdzsvars». Bet šim līdzsvaram ir īpatnējs raksturs: tas nav statisks, bet statistisks vai, kā citādi saka, kustīgs. Šeit jāievēro, ka reizē ar molekulu izraušanos no šķidruma, tvaika atmosferā notiek arī pretējs process — molekulu nokļūšana no tvaika šķidrumā. Kāda molekula *B*, kas pārāk tuvu nonākusi šķidrajai virsmai un lido visai lēni, var tikt ierauta šķidrumā, pateicoties šķidruma molekulu pievilkšanas darbībai (turpretim kāda cita molekula *C*, kas pielidojusi šķidrajai virsmai ar lielāku ātrumu, atlec saskaņā ar elastiskā trieciena likumu un netiek sagūstīta).

Jo augstāka šķidruma temperatura, jo lielāka ir molekulu vidējā kinetiskā enerģija un jo vairāk šķidrumā atradīsies tādu molekulu, kuru lielais kustības ātrums atļauj tām pārskriet šķidruma un tvaika robežu. Tādēļ saprotams, ka ar temperaturas paaugstināšanu palielinās piesātinātā tvaika spiediens un arī palielinās tā blīvums.

Ikdienas novērojumi rāda, ka dažādiem šķidrumiem ir ļoti dažāda «gaistība»: piemēram, spirts gaistošāks nekā ūdens, bet eteris gaistošāks nekā spirts. Tas izskaidrojams tā: piesātināta ūdens tvaika spiediens pie istabas temperaturas (20^0) ir tikai 17,4 mm, turpretim spirtam šis spiediens ir 44 mm un eterim 440 mm. Ja nu šķidrums pie dotās temperaturas dod daudz tvaika, tad saprotams, ka pievilkšanās spēki molekulu starpā samērā vāji; ūdens molekulu savstarpējā pievilkšanās ir liela, spirtam tā ir mazāka, bet eterim tā vēl mazāka.

Iepriekš teiktajā bija pieņemts, ka virsma, kas atdala šķidro fazi no tvaika fazes, ir plakana, tā ka molekula, kas no vienas fazes iespiežas otrā, teiksim, vertikalā virzienā, arvien patērē vienādu enerģijas daudzumu, lai pārrautu šķidruma virsmas plēvīti, neatkarīgi no tā, vai molekula pāriet no šķidruma tvaikā vai no tvaika šķidrumā. Rezultats ir citāds, ja šķidruma virsma ir ieliekta vai izliekta. Ikvienas liektās virsmas caursišana ir savienota ar dažāda lieluma darba patēriņu atkarībā no tā, vai pārsitējs spēks ir vērsts no virsmas izliektās vai ieliektās puses. Nav grūti saprast, ka otrā gadījumā vajadzīgais darbs ir daudz mazāks nekā pirmajā gadījumā[1].

Tāpēc, ja šķidro fazi ierobežo ieliekts menisks, tad molekulu pāreja no šķidruma tvaikā ir apgrūtināta, bet molekulu pāreja no tvaika šķidrumā ir atvieglināta. No teiktā var secināt,

[1] Viegli norādīt uz virkni parādību, kas apstiprina teikto. Velve iztur ļoti lielu slodzi no izliektās puses un nesabrūk· bet šo velvi var viegli sagraut, ja spēks darbojas no iekšpuses, t. i., no ieliektās puses uz izliekto. Lai sasistu olas čaumalu, mēs ar manāmu spēku sitam pret olu ar cietu priekšmetu, bet cālēns to pašu čaumalu pārlauž no iekšpuses ar savu vājo, mīksto knābīti.

ka *piesātināta tvaika spiediens uz ieliektas šķidruma virsmas ir mazāks nekā uz plakanas virsmas pie vienas un tās pašas temperaturas* un jo lielāks ir meniska ieliekums, jo vairāk pazeminās tvaika spiediens.

Ja šķidruma virsma ir *izliekta* (piemēram, ja šķidrā faze sastāv no piliena vai vairākiem vienādiem pilieniem), tad tvaika spiediens, saprotams, ir *paaugstināts*, salīdzinot to ar tvaika spiedienu uz plakanas virsmas; jo lielāks virsmas izliekums (piemēram, jo mazāks pilienu radiuss), jo lielāks ir tvaika spiediens.

Ļoti interesants ir gadījums, kad šķidrā faze sastāv no dažādu radiusu pilieniem. Tvaika spiediens uz sīkiem pilieniem ir lielāks nekā uz lieliem pilieniem, un tāpēc tvaiks ar sava spiediena spēku pārvietosies no sīkajiem pilieniem uz lielajiem. Uz lielajiem pilieniem tvaiks kondensēsies, bet uz sīkajiem izveidosies no jauna. Rezultatā lielie pilieni augs uz mazo rēķina.

Šo parādību viegli novērot, ja elpo uz auksta stikla un tad vēro (ar neapbruņotu aci vai caur lupu), kas notiek ar izveidotiem pilieniem. Analoģiska parādība notiek dabā, kad kondensējas atmosferas mitrums.

204. §. Tvaika spiediena pazemināšanās virs šķidruma un šķīdumu vārīšanās temperaturas paaugstināšanās. Ja ūdenī izšķīdina kaut kādu negaistošu cietu vai šķidru vielu un izmērī ūdens tvaika spiedienu virs šķīduma, tad izrādās, ka *tvaika spiediens virs šķīduma arvien mazāks nekā virs tīra ūdens pie tādas pašas temperaturas.*

Piemēram, ūdens tvaika spiediens virs tīra ūdens pie 70^0 ir 233,7 mm Hg; bet, ja pagatavo šķīdumu, kurā ir 100 g ūdens un 53 g cukura, tad pie 70^0 piesātināta tvaika spiediens virs šķīduma ir tikai 228 mm, t. i., par 5,1 mm mazāks nekā virs tīra ūdens.

Process norisinās tā, it kā izšķīdusī viela kavētu šķīdinātāja molekulām (piemēram, ūdens molekulām) izlidot no šķīduma gāzes atmosferā.

Vājiem šķīdumiem R a u l s noteicis šādu likumu: *tvaika spiediena pazemināšanās virs šķīduma pie dotās temperaturas ir tieši proporcionala izšķīdušās vielas molekulu skaitam, kas atrodas šķīduma tilpuma vienībā, un nav atkarīga no šo molekulu ķimiskā sastāva.*

Šo likumu bieži izsaka tā: tvaika spiediena pazemināšanās virs šķīduma pie dotās temperaturas ir proporcionala šķīduma koncentracijai un nav atkarīga no izšķīdušās vielas ķimiskā sastāva. Ar šķīduma «koncentraciju» parasti apzīmē izšķīdinātās vielas molu skaitu 1 l šķīduma. Šo pašu vājo šķīdumu likumu pilnīgāk izsaka formula:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{n}{N}, \tag{4}$$

kur p_0 ir spiediens virs tīra šķīdinātāja pie dotās temperaturas, p ir spiediens virs šķīduma pie tās pašas temperaturas, n ir izšķīdinātās vielas molu skaits šķīduma tilpuma vienībā un N ir šķīdinātāja molu skaits tai pašā tilpuma vienībā.

Tas apstāklis, ka tvaika spiediena pazemināšanās ir neatkarīga no izšķīdinātās vielas ķimiskā sastāva, ir ļoti ievērojams; šīs parādības cēlonis paskaidrots 205. paragrafā.

Minēsim parādību, kas izskaidrojama ar tvaika spiediena pazemināšanos. Ja ņem vielu, kas ūdenī šķīst lielā daudzumā, un pagatavo stipru šķīdumu, tad tvaika spiediens virs šķīduma var izrādīties mazāks nekā ūdens tvaika spiediens, kas ir gaisā. Ja tādā gadījumā šķīdumu atstāj gaisā, tad šķīdums ne tikai neiztvaiko, bet ūdens daudzums šķīdumā pat palielinās uz gaisa mitruma rēķina. Netīrīta vārāmā sāls bieži vien «izplūst», it kā pievilkdama no gaisa mitrumu. Tas izskaidrojams ar chlormagnija $MgCl_2$ piemaisījumu, kam tieši ir iepriekš minētās īpašības.

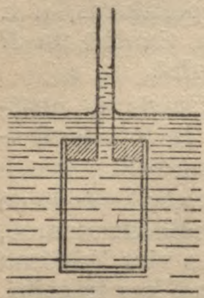
Raula likums kvalitativi ir pareizs ne tikai ūdens šķīdumiem, bet vispār jebkuru vielu šķīdumiem ikvienā šķidrumā; tomēr formula (4) ir *preciza* tikai *stipri atšķaidītu šķīdumu* gadījumos, t. i., ja šķīdumiem ir maza koncentracija. Šķīdumi, kuriem piemīt elektrības vadītspēja (elektroliti), nepakļaujas formulai (4) pat vājas koncentracijas gadījumā.

Ar tvaika spiediena pazemināšanos virs šķīduma ir saistīta šķīduma vārīšanās temperaturas paaugstināšanās. Tiešām, ja šķīdumu sasilda līdz temperaturai T, pie kuras tīrais šķīdinātājs vārītos, tad šķīdums vēl nevārās, jo tvaika spiediens virs šķīduma nav sasniedzis to lielumu, kas atbilst piesātinājumam. Lai šķīdums vārītos, temperatura jāpaaugstina līdz $T + \Delta T$. Piemēram, ja 7,5 procentīgu chlorkalija šķīdumu ūdenī sakarsē līdz 100^0, tad ūdens tvaika spiediens virs šķīduma ir tikai 734,1 mm (virs tīra ūdens tas ir 760 mm). Lai dotais šķīdums vārītos pie atmosferas spiediena, to vajag sakarsēt gandrīz līdz 101^0.

Vārīšanās temperaturas paaugstināšanās pie dotā spiediena ir tieši proporcionala izšķīdušās vielas molekulu skaitam, kas atrodas tilpuma vienībā, un nav atkarīga no izšķīdinātās vielas *ķimiskā sastāva* (šo likumu arī noteicis Rauls, un tas ir pareizs tikai vājiem šķīdumiem):

$$\Delta T = K \frac{n}{N}. \quad (5)$$

Konstante K dažādiem šķīdinātājiem ir dažāda, bet tā nav atkarīga no izšķīdušās vielas sastāva.



370. zīm.

Ar tvaika spiediena pazemināšanos virs šķīduma ir saistīta arī *šķīdumu sasalšanas temperaturas pazemināšanās* (213. §).

205. §. Osmotiskais spiediens. Ja izkaltušu, sarāvušos rozini iemet ūdenī, tad tā piebriest un iegūst lodes formu; tā saspīlēta līdzīgi gumijas bumbiņai. Ogas saturs tanī palika, bet bez tam iekšā iekļuva ūdens acīm redzot ar zināmu spiedienu. Šai gadījumā ogas apvalks ir ūdens caurlaidīga plēve, bet cukuram un citām vielām, kas atrodas ogā, tā ir mazcaurlaidīga. Tādas plēves vai starpsienas sauc par *puscaurlaidīgām.* Puscaurlaidīgas starpsienas bieži sastopamas augu un dzīvnieku valstī, kur to nozīme ir ļoti liela. Tās var izgatavot arī mākslīgi.

Pieņemsim, ka ir glāze ar puscaurlaidīgām sienām, kas laiž cauri šķīdinātāja molekulas (piemēram, ūdeni), bet pavisam nelaiž cauri izšķīdušās vielas molekulas (teiksim, cukuru); glāze aiztaisīta ar aizbāzni, kuram cauri iet stikla caurulīte. Glāzi piepilda ar cukura šķīdumu un ieliek tīrā ūdenī (370. zīm.). Ar laiku redzams, ka šķidrums caurulītē sāk celties un beidzot apstājas noteiktā līmenī. Stabiņš, kas caurulītē pacēlies, izdara zināmu spiedienu uz šķīdumu. Redzam, ka *šķīdumam, kurš atdalīts no tīrā šķīdinātāja ar starpsienu, kas izšķīdušo vielu nelaiž cauri, bet šķīdinātāju cauri laiž, jāatrodas zem kāda spiediena, lai tajā neiekļūtu jauni tīrā šķīdinātāja daudzumi.* Šo spiedienu sauc par *osmotisko*[1] *spiedienu.*

Osmotiskā spiediena mērīšana devusi ļoti interesantu rezultatu. Apzīmēsim ar π osmotisko spiedienu, ar v — šķīduma tilpumu, kurā ir 1 mols izšķīdinātās vielas, ar R — universalo gāzu konstanti un ar T — šķīduma absoluto temperaturu; tad (ja šķīdumi nav visai stipri) izrādās, ka

$$\pi v = RT. \quad (6)$$

[1] Ar terminu osmoze (grieķu val. *osmos* — grūdiens) vispār apzīmē divu šķidrumu samaisīšanas procesu, kad tie atdalīti ar starpsienu.

Šis vienādojums formali ir identisks Klapeirona vienādojumam, tādēļ:

ja izšķīdinātās vielas koncentracija ir neliela, tad tā izturas kā ideala gāze; osmotiskais spiediens π nav nekas cits kā izšķīdušās vielas parcialais spiediens; tas ir Vant Hofa[1] likums.

Teiktais atļauj uzskatāmi izskaidrot šķidruma stabiņa pacelšanos osmozes eksperimentos (370. zīm.). Izšķīdušās vielas molekulas, tāpat kā gāzes molekulas, atsitas pret šķidruma stabiņa virsmas plēvīti, kas tām ir necaurlaidīga, un atlec no tās; te rodas spēks, kas piespiež plēvīti kustēties līdzīgi virzulim uz augšu. Bet, tā kā plēvīte velk sev līdz visu stabiņu, tad beigu beigās izšķīdušās vielas molekulu spiediena spēku līdzsvaro stabiņa smagums. Ar vienādojumu $\pi v = RT$ var ērti aprēķināt jebkura šķīduma osmotisko spiedienu. Pieņemsim, piemēram, ka 1 litrā ir 0,1 g-mols izšķīdušās vielas, kas nav elektrolits (piemēram, cukurs), un temperatura ir 23°C. Tādā gadījumā v ir $10 \frac{1}{\text{g-mols}}$ un osmotiskais spiediens:

$$\pi = \frac{RT}{v} = \frac{0{,}082.300}{10} = 2{,}46 \text{ at.}$$

Redzam, ka osmotiskais spiediens nav atkarīgs ne no šķīdinātāja, ne arī no izšķīdušās vielas ķimiskā sastāva (ja šī viela nav elektrolits).

Vadoties no Vant Hofa likuma, šādā kārtā var izskaidrot tvaika spiediena pazemināšanos virs negaistošas vielas šķīduma. Izšķīdinātās vielas molekulas, atsitoties pret virsmas plēvīti un atlecot no tās, sastop šķīdinātāja molekulas, kas tām kustas pretī, t. i., plēvītes virzienā. Daļa šo molekulu būtu varējusi izrauties caur virsmas plēvīti un izlidot tvaika atmosferā, bet tās tiek atsviestas atpakaļ, pateicoties pretim nākošām izšķīdušās vielas molekulām. Tāpēc molekulu skaits tvaikā samazinās, un līdz ar to samazinās arī tvaika spiediens.

---

[1] Lai saprastu Vant Hofa likumu, ir derīgi pievērsties piemēram ar gāzu maisījumu. Gāzu maisījumu var uzlūkot par «gāzes šķīdumu gāzē». Paladija starpsiena ir slāpeklim necaurlaidīga, bet ūdeņradim caurlaidīga. Iedomāsimies slēgtu cilindru, ko paladija virzulis, kas viegli pārvietojams, sadala divās daļās: vienā virzuļa pusē atrodas slāpeklis, bet otrā ūdeņradis. Ūdeņradis iet cauri virzulim, un tāpēc virzulis sāk pārvietoties no slāpekļa puses uz ūdeņradi. Lai virzuli līdzsvarotu, tam jāpieliek slāpekļa virzienā spēks, kas vienlīdzīgs slāpekļa parcialam spiedienam (bet ūdeņradis, kuram slāpekļa atmosfera saskaņā ar Daltona likumu ir tas pats, kas tukšums — izplatīsies vienmērīgi pa visu cilindru). Ūdeņradis še atgādina šķīdinātāju, bet slāpeklis šķīstošo vielu. Spēks, kas līdzsvaro virzuli, reprezentē osmotisko spiedienu.

Tā kā tvaika spiediena pazemināšanos virs šķīduma un osmotisko spiedienu izsauc viens un tas pats cēlonis, tad starp osmotisko spiedienu un tvaika spiediena pazeminājumu jābūt kvantitativai sakarībai. Un tiešām, pētījumi rāda, ka *atšķaidītos šķīdumos tvaika spiediena relativā samazināšanās, vārīšanās temperaturas paaugstināšanās un sasalšanas punkta pazemināšanās ir tieši proporcionala osmotiskam spiedienam.*

206. §. Absorbcija. Gāzi, kas ķimiski neiedarbojas uz šķidrumu, šķidrums var uzsūkt, ja tā saskaras ar šo šķidrumu. Šādu parādību sauc par absorbciju[1].

Konkreti iedomāsimies, ka slēgta trauka dibenā atrodas ūdens, bet virs ūdens skābeklis (kā gāze). Dažas skābekļa molekulas iekļūst ūdenī un klejo starp tā molekulām. Citas skābekļa molekulas turpretim izlido no šķidruma skābekļa atmosferā, kas atrodas virs tā. Ja ūdens un skābeklis ir līdzsvarā, tad skābekļa molekulu skaits, kas laika vienībā pāriet no gāzveidīgās fazes šķidrajā, ir vienlīdzīgs molekulu skaitam, kas tai pašā laikā pāriet no šķidrās fazes gāzveidīgā fazē.

Ja skābekļa spiedienu palielina divas reizes, tad skābekļa molekulu skaits, kam izredzes tikt uzsūktām šķidrumā, palielināsies divkārtīgi (ja iepriekš uzsūkto molekulu skaits nav tik liels, lai kavētu tālāko uzsūkšanu).

No tā izriet eksperimentali konstatētais Henri likums: *ja gāzes spiediens ir neliels, tad absorbētās gāzes daudzums (pie dotās temperaturas) ir proporcionals gāzes spiedienam.*

Viegli saprast — ja Henri likums pareizs, tad absorbēto gāzes tilpumu pie katra spiediena izsaka ar vienu un to pašu skaitli, ja šķidruma daudzums un tā temperatura ir noteikti. Piemēram, 1 tilpums ūdens pie 15°C uzsūc 1 tilpumu ogļskābās gāzes, 0,03 tilpuma skābekļa, 0,014 slāpekļa utt. Šos skaitļus attiecībā pret uzsūcošā šķidruma tilpumu sauc par *absorbcijas koeficientiem.*

Tāpat kā šķidruma un tā piesātinātā tvaika sistemā temperaturas paaugstināšana veicina molekulu pāreju no šķidrās fazes tvaika fazē, tā arī šķidruma un gāzes sistemā, kurā notiek gāzes absorbcija, temperaturas paaugstināšana sekmē gāzes molekulu pāreju no šķidruma tvaika fazē; tas nozīmē, ka, temperaturai paaugstinoties, absorbcijas koeficients pamazinās. Tomēr daudzi metali ir izņēmums no šā likuma.

Ūdens spēju absorbēt ievērojamu daudzumu ogļskābās gāzes pie pazeminātas temperaturas un palielināta spiediena plaši izmanto putojošo dzērienu izgatavošanā.

[1] Latiņu vārds *absorbtio* — aprīšana, uzsūkšana.

Kā zināms, ja ūdeni pakāpeniski silda, tad no tā atdalās arvien vairāk gāzes pūslīšu; tās ir absorbcijas koeficienta samazināšanās sekas. Ar vārīšanu ūdeni var atbrīvot no visām absorbētām gāzēm.

No gāzu maisījuma šķidrums uzsūc tādu katras gāzes daudzumu, kas atbilst tās parcialam spiedienam. Tādēļ uzsūcamās ogļskābās gāzes daudzums nepieaug, ja telpā virs ūdens, ko ieņem ogļskābā gāze, iespiež, piemēram, gaisu.

Arī cietiem metaliem ir gāzu uzsūkšanas spēja. Piemēram, platins, dzelzs un citi metali baltkvēlē uzsūc ūdeņradi, bet dzelzs viegli uzsūc arī oglekļa oksidu CO; metali patur šīs gāzes arī pēc atdzišanas (šo parādību sauc par o k l u z i j u[1]).

207. §. Elektrolitiskā disociacija. Absoluti tīrs ūdens nevada elektrību. Chlorūdeņraža gāze HCl (kā vispār gāzes) arī nav elektrības vadītāja. Bet, ja ūdenī izšķīdina kādu daudzumu chlorūdeņraža gāzes, tad dabūtais šķīdums labi vada elektrību. Iepriekšējā piemērā ņemto chlorūdeņraža gāzi var aizstāt ar kādu citu vielu (cietu, šķidru vai gāzveidīgu), kas pieder plašajai tā saukto elektrolitu[2] klasei.

Par *elektrolitiem* sauc vielas (sāļus, skābes un bazes), kuras, izšķīdinot tās ūdenī, padara ūdeni par elektrības vadītāju. Strāva, ejot caur elektrolita šķīdumu, sadala elektrolitu sastāvdaļās, kas izdalās pie elektrodiem; tā ir *elektrolize.*

Mācībai par elektrolitiem ir bijusi ļoti liela loma, padziļinot mūsu zināšanas par dabu un vielas uzbūvi. Tādēļ aplūkosim dažas vēsturiskas ziņas.

Pagājušā gadsimta sākumā Riters pirmais ar galvanisko strāvu sadalīja ūdeni un noteica tā elementu — ūdeņraža un skābekļa — attiecību. 1806. g. Devi ar elektrolizi sadalīja sārmus un pirmais ieguva metalisku kaliju un natriju. Vienlaicīgi ar Devi tai pašā nozarē, eksperimentējot vairāk ar skābēm, strādāja Berceliuss un dažus gadus vēlāk Grotuss. Ievērojamus atklājumus zinātnei deva Faradejs, kas noteica precizus elektrolizes likumu. Faradeja sāktos darbus XIX gadsimta 30-os gados turpināja Daniels, bet 50-os un 60-os gados Kolraušs un Hitorfs

Lai saskaņotu elektrolizes parādības ar atomu teoriju, Devi radīja sarežģītu hipotezi. Šo hipotezi drīz atmeta. Neveiksmīga bija arī teorija, ko vēlāk izvirzīja Berceliuss.

Ievērojot to, ka strāvas tecēšana caur elektrolita šķīdumu arvien ir saistīta ar sadalīšanās reakciju, F a r a d e j s pierādīja,

[1] No latiņu vārda *occludo* — a i z s l ē d z u.
[2] Grieķu vārds *lyo* nozīmē — s a d a l u.

ka elektrolitos strāvu pārnes materialas daļiņas. Faradejs pieņēma, ka elektrolitu molekulām atšķirībā no neelektrolitu molekulām ir spēja sadalīties divās daļās no elektrodiem radušos elektrisko pievilkšanās un atgrūšanās spēku ietekmē; katra daļa sastāv no viena vai vairākiem atomiem. Šai sadalīšanās procesā (disociacijā) viena daļa uzlādējas ar pozitivo elektrību, bet otra ar tikpat lielu negativās elektrības daudzumu. Pirmo viņš nosauca par pozitivo i o n u, bet otru par negativo ionu. Elektrodu radīto spēku ietekmē pozitivie ioni virzās uz katodu, bet negativie uz anodu. Tādēļ p o z i t i v i e m ioniem deva nosaukumu *kationi* un n e g a t i v i e m — *anioni*.

Faradeja teoriju uzlaboja Daniels, kurš noskaidroja apmaiņas reakciju lomu pie elektrodiem, un Hitorfs, kurš atsevišķiem gadījumiem noteica kationa ātruma attiecību pret aniona ātrumu. Faradeja, Daniela un Hitorfa teorija daudz ko padarīja saprotamu, bet tā nespēja atrisināt dažus visai svarīgus jautājumus. Jautājumu skaits, uz kuriem Faradeja teorija nevarēja atbildēt, ar katru gadu auga, un diezgan drīz noskaidrojās, ka šī teorija dažos punktos ir nepareiza.

Nopietnākie iebildumi, kas tika vērsti pret šo teoriju, ir šādi. Pirmkārt, ja ionu rašanos tiešām nosaka molekulu sadalīšanās elektrodu radīto spēku ietekmē, tad liekas, ka visvieglāk šim procesam vajadzētu notikt tad, kad spēki, kas saista atsevišķās molekulu daļas, ir vismazākie, un visgrūtāk tad, kad šie spēki ir vislielākie. Patiesībā novērojam pretējo: par labākiem vadītājiem izrādās vielas, kuras savieno visstiprākās ķimiskās tieksmes. Otrkārt, izrādījies, ka caur elektrolitiem var plūst pat visvājākā elektriskā strāva, kas ir tiešā pretrunā ar Faradeja izskaidrojumu par molekulu sadalīšanos ionos: lai sadalītu ionos molekulas, kuru ioni saistīti stiprām ķimiskām saitēm, elektrodu potencialu starpībai jābūt diezgan lielai.

Abi iebildumi liecināja par nepieciešamību pētīt elektrolitu molekularo strukturu.

Ņemot vērā vielas uzbūves kinetisko teoriju, K l a u z i u s s XIX gadsimta 60-to gadu beigās izteica domu, ka elektrolitu molekulas, kustoties līdzīgi gāzes molekulām, pastāvīgi saduras savā starpā un līdz ar to sadalās ionos. Tātad elektrolitā jebkurā laikā ir kāds aptuveni pastāvīgs skaits brīvu ionu, kas dara iespējamu elektriskās strāvas plūsmu arī tad, ja elektrodu potencialu starpība ir ļoti maza un strāvas vadītspēja izliekas it kā ārīgi neatkarīga no ķimisko tieksmju spēkiem. Tomēr Klauziusa ieteikto elektrolizes schemu (lai gan pret to vairs nebija tādu iebildumu, kādi bija vērsti pret Daniela un Hitorfa uzlaboto Faradeja teoriju) drīz atmeta, jo izrādījās, ka arī tā ir pretrunā ar mēģinājumiem. Kolrauša darbi parādīja, ka vadītspēja, attiecināta uz šķīdumu koncentraciju, ir lielāka tad, kad šķīdumi vājāki. Bet saskaņā ar Klauziusa uzskatiem vajadzēja notikt pretējam: jo koncentrētāks šķīdums, jo vairāk jāsaduras molekulām un šķīdumā vajadzētu atrasties vairāk brīvu ionu, kas palielina šāda šķīduma elektrības vadītspēju.

Pfefers 1877. g. izmantoja Morica Traubes izgudroto puscaurlaidīgo starpsienu un izdarīja laboratorijā osmozes mēģinājumu, kurā viņš parādīja vienkāršu paņēmienu, kā izmērīt osmotisko spiedienu. Pētījot Pfefera konstatēto osmotisko spiedienu, Vant Hofam radās doma par *šķīdumu gāzu teoriju*. No Vant Hofa izveidotās teorijas viedokļa jāiedomājas, ka izšķīdušās vielas molekulas klejo šķīdinātāja molekulu starpā kā tukšā telpā un neizveido ar tām ķimiskus savienojumus. Koncentrētos šķīdumos molekulu atstarpes ir tik mazas, ka pievilkšanās spēkiem šai gadījumā manāmi jāietekmē molekulu kustība, pārvēršot to no taisnvirziena un vienmērīgas par līkumainu un nevienmērīgu. Ja šķīduma koncentracija nav liela, tad šķīduma un gāzes analoģijas pazīmēm jābūt pietiekami plašām, lai uz šķīdumu droši attiecinātu idealo gāzu likumus. Kā jau 205. paragrafā minēts, Vant Hofs parādīja, ka Klapeirona vienādojums var noderēt atšķaidīta šķīduma osmotiskā spiediena aprēķināšanai. Salīdzinot dažādu vielu šķīdumus vienā un tai pašā šķīdinātājā, Vant Hofs parādīja, ka šķīdumiem, kuriem ir vienāds osmotiskais spiediens, jābūt arī vienādam tvaika spiedienam un vienādām vārīšanās, kā arī sacietēšanas temperaturām.

Likumi, kurus noteica Vant Hofs un (eksperimentali) Rauls, atļāva izlietot laboratorijas praksē divas jaunas metodes ķermeņu molekulsvara noteikšanai: krioskopisko[1], kuras pamatā ir sasalšanas temperaturas noteikšana, un ebulioskopisko[2], kuras pamatā ir vārīšanās temperaturas noteikšana.

Areniuss izpētīja Blagdena, Ridorfa, Kopa un sevišķi Raula veiktos eksperimentalos darbus un pievērsa uzmanību parādībai, ka elektroliti daudzos gadījumos novirzās no likumiem, kuriem citi šķīdumi seko diezgan noteikti. Šis fakts par elektrolitu novirzīšanos no vispārīgiem šķīdumu likumiem bija zināms jau agrāk, bet tam nepiešķīra sevišķu teoretisku nozīmi. Areniuss salīdzināja elektrolitu osmotisko spiedienu ar to elek-

---

[1] No grieķu vārda *kryos* — aukstums un *skopeo* — skatos.
[2] No latiņu vārda *ebullire* — izvārīties un grieķu *skopeo* — skatos.

trības vadītspēju un ķimisko aktivitati. Izrādījās, ka ir noteikts paralelisms starp proporcionalitates koeficientu, ar kuru jāpareizina elektrolita molekulsvars un osmotiskais spiediens, kas aprēķināti saskaņā ar Raula-Vant Hofa formulām, lai dabūtu to īstos lielumus, un starp elektrolita ķimisko aktivitati un tā elektrības vadītspēju. Molekulsvari, ko aprēķināja ar krioskopisko metodi, nesakrita ar īstajiem molekulsvariem — pirmie arvien izrādījās mazāki nekā īstie; tādus pašus rezultatus katrā attiecīgā gadījumā deva arī ebulioskopiskā metode un osmotiskā spiediena pētījumi. Teiktais pamudināja Areniusu noteikti atmest domu, it kā eksperimentos būtu notikusi kļūda; viņš droši secināja, ka elektrolitiskiem šķīdumiem tiešām vidējais molekulsvars ir mazāks nekā vajadzīgais. Tas tātad nozīmēja, ka *daļa elektrolita molekulu atrodas iziršanas stāvoklī, disociacijā.* Salīdzinot šo slēdzienu ar elektrolitu stāvokli, kad tiem iet cauri elektriskā strāva, Areniuss konstatēja, ka Faradeja ionu teorijas sinteze ar pastāvošo šķīdumu teoriju novērš daudzas grūtības, kas saistītas ar elektrolizes un citu elektroķimisko parādību noskaidrošanu. Faradeja teorijai par klupšanas akmeni bija neskaidrība jautājumā par molekulu sadalīšanos ionos. Tagad noteikti kļuva redzams, ka ir lieki meklēt šo iemeslu elektrodu potencialu starpībā (kā to darīja Faradejs) vai molekulu sadursmē (ar ko Klauziuss centās izlabot Faradeja teoriju). Bija skaidrs, ka cēlonis meklējams pašu elektrolitu sastāvā, ka šis sastāvs ir elektrolitu īpatnība, ar ko tie atšķiras no parastajiem šķīdumiem.

Areniuss ieteica atzīt kā faktu parādību, ka starp dažiem šķīdinātājiem un elektrolitiem *ir disociējoši* (vai — kas ir tas pats — *ionizējoši*) spēki, kuru ietekmē elektrolitu molekulas sadalās ionos. Elektrolits, kura molekulas *disociē* atsevišķās daļās, tomēr nav pakļauts pilnīgai disociacijai. Kopā ar brīvajiem ioniem, kas radušies šķīdumā, tur arvien paliek kāds nesadalījies elektrolita molekulu daudzums. Ioni nepaliek miera stāvoklī, tie kustas un saduras; sadursmju rezultatā (gadījumos, kad tās notiek starp elektriski polariem ioniem) molekulas atkal restaurējas. Šo procesu sauc par m o l i z a c i j u. Šķīdumā pastāv dinamiskais līdzsvars.

Reizē ar principu, kas nosaka šķīdinātāja ionizējošo spēku darbību, Areniuss izvirzīja arī otru, ne mazāk auglīgu noteikumu: *ionu ķimiskās individualitates principu.*

Ka ioniem piemīt ķimiska individualitate, to apstiprina ļoti daudzi fakti. Pietiek norādīt, ka izšķīdušas vielas īpašības, ja šī viela ir elektrolits, parasti pavisam neatbilst neizšķīdušās vielas īpašībām, ja to ņem izolētā, nešķīdinātā stāvoklī. Piemēram, vārāmās sāls NaCl molekulas ūdens šķīdumā disociē natrija un chlora ionos. Pretēji natrija ionam, natrija atoms, pateicoties tā stiprai ķimiskai tieksmei pret hidroksila grupu (OH), nevar ūdenī pastāvēt. Vārāmās sāls šķīdums ir bez krāsas; tātad natrija ioni, kas brīvi klejo šai šķīdumā, arī ir bezkrāsaini; bet to nevar teikt par natrija atomiem. Ja tādu pašu salīdzinājumu turpina attiecībā pret garžu, smaržu, ķimisko aktivitati utt., tad var viegli parādīt, ka natrija iona fizikali ķimiskās īpašības pavisam nesakrīt ar natrija atoma īpašībām. Tāpat tīri empiriski iespējams pierādīt ionu ķimiskās individualitates principa pareizību attiecībā uz chlora, ūdeņraža, cinka un vispār uz visu pazīstamo vielu ioniem.

Ionu ķimiskās individualitates princips daudz ko padara saprotamu tais ķimijas nozarēs, kur agrāk nebija iespējams rast teoretisku izskaidrojumu. Piemēram var noderēt sāļu k o l o r i z a c i j a (krāsas maiņa). Vairumam manganskābes ($HMnO_4$) sāļu ūdens šķīdumiem ir vienāda sarkani violeta krāsa. Kā izskaidrot šo savādo parādību, ka metala krāsa šai gadījumā neietekmē sāļu krāsu? No ionu teorijas viedokļa te nav nekā nesaprotama: minēto metalu ioniem krāsas nav, bet mangan skābes atlikuma (MnO_4) ions ir nokrāsots sarkani violets. Visi sāļi, par kuriem še runa, ir ūdens šķīdumā labi elektriskās strāvas vadītāji; tātad to molekulas ir disociētas ionos, un tāpēc dabiski, ka MnO_4 iona krāsa nosaka šķīduma krāsu.

Runājot par sāļu kolorizaciju, var minēt arī citāda rakstura piemēru. Vara bromida sālim ($CuBr_2$) koncentrētā ūdens šķīdumā ir tumši sarkanbrūna krāsa, kurai nav nekā kopīga ar raksturīgo vara sāļu krāsu. Pielejot ūdeni, tumšbrūnā krāsa pamazām pārvēršas zaļā un beidzot zilā krāsā. Pēdējā ir divvērtīgā vara iona krāsa, un tā ir īpatnēja vara sāļu šķīdumu vairumam. Šai gadījumā krāsas maiņa izskaidrojama ar to, ka koncentrētā šķīdumā ne visas elektrolita molekulas bija disociētas, bet, atšķaidot to, disociēto molekulu skaits pieauga.

Reakcijās starp elektrolitiskiem šķīdumiem par reaģējošām grupām izrādās ioni. Piemēram, sērskābais varš disociē ūdens šķīdumā (Cu) un (SO_4) ionos, t. i., tais pašās grupās, kas ir pamatradikali šo sāļu ūdens šķīdumu apmaiņas reakcijās ar skābēm, metaliem un citiem sāļiem. Pētījot reakcijas elektrolitu starpā, nonākam pie ionu ķimiskās individualitates pētīšanas.

Jēdzieni: s ā l s, s k ā b e, s ā r m s, s k ā b e s s t i p r u m s utt. ir guvuši ionu teorijas ietekmē pavisam citu jēgu nekā agrāk. No ionu teorijas viedokļa par *skābi var saukt elektrolitu,* *kas ūdens šķīdumā spēj atdalīt ūdeņraža (H) ionus. Sārmu raksturo spēja veidot hidroksila (OH) ionus.* Sālis kā kationu atdala metala atomu, bet kā anionu — skābes atlikumu. Agrākais visai nenoteiktais termins par skābes un bazes «spēku» vai «kāri» tagad iegūst pilnīgu noteiktību. Skābes un sārmi ir jo «stiprāki», jo lielāka ir to tieksme disociēt ūdens šķīdumā. No tā izriet, ka stiprām skābēm un stiprām bazēm jābūt šķīdumos labākām elektrības vadītājām nekā vājām.

Par *stipriem elektrolitiem* vispār sauc vielas, kuras ūdens šķīdumā pilnīgi disociē ionos; vielas, kuru molekulas ūdens šķīdumā sadalās ionos tikai pa daļai, sauc par *vājiem elektrolitiem.*

Nav jādomā, ka ioni rodas tikai tad, kad kādas sāls kristals nokļūst ūdenī. Noskaidrots, ka daudziem cietiem ķermeņiem kristaliskā režģa mezglos nav molekulas, bet ioni. Ķimiskajās reakcijās ionu izveidošanās saistīta ar to, ka atomi apmainās elektrības lādiņiem (vissīkākiem dabā) — *elektroniem*, kas atrodas visos ķimisko elementu atomos. *Elektronu apmaiņā* vieni atomi a t d o d elektronus un pārvēršas *pozitivos* ionos, bet otri s a ņ e m elektronus un kļūst par *negatiivem* ioniem; pēc tam kā vieni, tā otri savstarpējās elektriskās pievilkšanās rezultatā izveido elektropolaro vai, kā citādi saka, *heteropolaro* molekulu. Elektronu skaitu, ko šai gadījumā kāda elementa atoms atdod vai saņem, nosaka atoma *valence* (vērtība). Piemēram, skābekļa atomi (divvērtīgs elements), savienojoties ar citu elementu atomiem, saņem arvien pa diviem elektroniem; chlora atomi (vienvērtīgs elements) saņem pa vienam elektronam; metalu atomi vienmēr elektronus atdod.

Elektronu daudzuma zaudējumu parasti apzīmē ar attiecīgu skaitu punktu pie katra dotā elementa simbola (piemēram, vienvērtīgais natrija ions — $Na^{\cdot}$, divvērtīgais vara ions $Cu^{\cdot\cdot}$). Elektronu ieguvumu apzīmē ar svītriņām (piemēram, O'', Cl''). Vara oksida molekulu apzīmē tā: $Cu^{\cdot\cdot}O''$; vara chlorida — $Cu^{\cdot\cdot}Cl'_2$, chlornatrija — $Na^{\cdot}Cl'$.

Šķīdinātāja darbība izpaužas tikai tādējādi, ka tas saliktās vielas molekulas saskalda ionos, kādi molekulā jau atrodas.

Molekulu sadalīšanās ionos noris pēc šādām schemām:

S k ā b e s disociē ūdeņraža ionos (*protoni*) un skābes atlikuma ionos. Piemēram:

$$HNO_3 \leftrightarrows H^{\cdot} + NO'_3.$$

Šai gadījumā $H^{\cdot}$ ioni h i d r a t i z ē j a s, t. i., savienojas ar ūdens molekulām un izveido saliktus («kompleksus») ionus H_3O_0, kurus sauc par *hidroksonija ioniem.* Tieši hidroksonija ioni ir «skābes» īpašību noteicēji skābju šķīdumiem, bet nevis brīvie protoni, kā agrāk domāja.

S ā r m i disociē metala ionos un *hidroksila* (ūdens atlikuma) ionos. Piemēram:

$$NaOH \rightleftarrows Na^{\cdot} + OH'.$$

S ā ļ i disociē metala un skābes atlikuma ionos. Piemēram:

$$NaNO_3 \rightleftarrows Na^{\cdot} + NO'_3.$$

Arī ū d e n s nedaudz disociē saskaņā ar vienādojumu:

$$2H_2O \rightleftarrows H_3O^{\cdot} + OH'.$$

Pamatcēlonis tik graujošai ūdens darbībai uz molekulām ir ūdens spēja vairākkārtīgi mazināt elektrostatiskā lauka stiprumu; noteiktais skaitlis, kas rāda, cik reizes samazinās šis stiprums, ir *dielektriskā konstante* (ūdenim $\varepsilon = 81$). Dielektriskās konstantes un tādēļ arī disociēšanas spēju ziņā ūdens pārspēj gandrīz visus pazīstamos šķidrumus. No tiem samērā liela dielektriskā konstante ir glicerinam, metilspirtam, etilenglikolam un vīna (etil-) spirtam. Šķidrumu vairumam dielektriskā konstante tikai nedaudz pārsniedz 1, t. i., šie šķidrumi gandrīz pavisam «neekranē» elektriskos spēkus; piemēram, benzola dielektriskā konstante ir 2,3; benzinam vēl mazāka. Tādēļ sāļi, skābes un sārmi šais šķidrumos gandrīz nemaz nešķīst un nedisociē ionos.

208. §. Disociacijas pakāpe. Ostvalda likums. Ja šķīdums ir līdzsvarā, tad molekulu skaits, kas laika vienībā izveidojas nejaušās pretēji lādētu ionu sadursmēs, ir vienlīdzīgs molekulu skaitam, kas tai pašā laika sprīdī sadalās ionos. Apzīmēsim izšķīdušās vielas molekulu skaitu tilpuma vienībā ar N. *Disociacijas pakāpi,* t. i., ionos sadalīto molekulu skaita attiecību pret izšķīdinātās vielas kopējo molekulu skaitu, apzīmēsim ar α. Molekulu skaits, kas nav sadalījies, tātad ir $(1 - \alpha)N$, pozitivo ionu skaits ir αN, un tikpat daudz arī negativo ionu (protams, tikai tai gadījumā, ja molekula disociacijā sadalās divos ionos).

Kaut kāda negativa iona sadursmes varbūtība ar kādu pozitivu ionu ir proporcionala pozitivo ionu skaitam αN. Kopīgais ionu sadursmju skaits un tātad arī molekulu skaits, kas r o d a s kādā laika vienībā, ir proporcionals: pirmkārt, varbūtībai, ka dotais negativais ions satiksies ar kādu pozitivu ionu, un, otrkārt — negativo ionu skaitam; tātad tas ir proporcionals reizinājumam $\alpha N \cdot \alpha N$. Ja proporcionalitates koeficientu apzīmē ar K_1, tad var rakstīt, ka molekulu skaits, kas rodas laika vienībā, ir vienlīdzīgs $K_1 \alpha^2 N^2$.

No otras puses turpretim redzams, ka molekulu skaits, kas laika vienībā sakarā ar šķīdinātāja ionizējošo darbību s a d a l ā s ionos, ir jo lielāks, jo lielāks ir nesadalīto molekulu skaits, ja visi citi noteikumi tādi paši. Ja šai gadījumā proporcionalitates koeficientu apzīmē ar K_2, tad var rakstīt, ka molekulu skaits, kas laika vienībā sadalās ionos, ir vienlīdzīgs:

$$K_2\,(1-\alpha)\,N,$$

Tā kā līdzsvara stāvoklī disociacijas process līdzsvarojas ar molizacijas procesu, tad

$$K_1\alpha^2N^2 = K_2\,(1-\alpha)\,N,$$

no kurienes

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha}N = \text{const.} \tag{7}$$

Šis vienādojums pazīstams kā *Ostvalda likums.*

Temperaturas ietekmi uz molizacijas un disociacijas procesu intensitati iepriekšējos prātojumos neievērojām, tādēļ uzrakstītā vienādojuma labo pusi, kuru nosaucām par konstanti, varam uzlūkot par nemainīgu lielumu tikai tādā gadījumā, ja šķīduma temperatura ir pastāvīga. Ostvalda likums tātad saista disociacijas pakāpi α ar izšķīdinātās vielas molekulu skaitu N tilpuma vienībā, t. i., ar šķīduma koncentraciju, bet tas nenosaka disociacijas pakāpes atkarību no temperaturas.

Ja Ostvalda likumā N samazinās, tad nav grūti redzēt, ka lielumam $\frac{\alpha^2}{1-\alpha}$ jāpieaug, tas nozīmē, ka skaitlim α jātuvojas 1. Tas nozīmē, ka *ar šķīduma atšķaidīšanu pieaug disociacijas pakāpe.* Robežā, kad šķīdums bezgalīgi atšķaidīts, disociacijas pakāpei jābūt 1, t. i., visām izšķīdinātās vielas molekulām jābūt disociētām ionos. Atšķaidītā šķīdumā ioni vairāk attālināti viens no otra un nedisociētu molekulu izveidošanās iespēja ir mazāka.

Ostvalda likumu var izskaidrot arī termodinamiski, pieņemot, ka izšķīdušās vielas molekulas un ioni šķīdumos savstarpēji neiedarbojas. Ja šis priekšnoteikums ir vairāk vai mazāk likumīgs attiecībā uz molekulām, tad attiecībā uz ioniem tas acīm redzot ir nepareizs. Ionu savstarpējo iedarbību var neievērot tikai gadījumā, ja šķīdums ir ļoti atšķaidīts, kad ioni atrodas pietiekamā atstatumā viens no otra. Tāpēc Ostvalda likums ir robežlikums. Šis likums attiecināms tikai uz vājiem elektrolitiem; attiecībā uz stipriem elektrolitiem, kuriem pieskaitāmi gandrīz visi sāļi, bieži pieņem, ka disociacija ir pilnīga visos atšķaidījumos.

XIV NODAĻA

Cietu ķermeņu fizika

209. §. Kristalu uzbūve. Tagad ar terminu c i e t s ķ e r m e - n i s ir pieņemts apzīmēt kristaliskus ķermeņus. Amorfos (nekristaliskos) ķermeņus — stiklu, sveķus, piķi un tml. uzlūko par pārdzesētiem šķidrumiem. Un tiešām, amorfu vielu īpašības visumā ir līdzīgas ļoti viskozu šķidrumu īpašībām; turpretim kristaliskas uzbūves ķermeņu īpašības visai atšķiras no šķidrumu īpašībām.

Šķidrumi un amorfie ķermeņi ir *izotropi,* t. i., šo ķermeņu fizikalās īpašības visos virzienos ir vienādas. Kristalisko ķermeņu galvenā atšķirība ir to *anizotropija,* t. i., kristalu fizikalās īpašības visos virzienos nav vienādas. Kristalu anizotropija, starp citu, izpaužas īpašībā, ka tos pa dažām plaknēm var viegli saskaldīt (šīs plaknes sauc par *skaldīšanas plaknēm),* bet citos virzienos kristalu bīdes izturība var būt diezgan ievērojama. Kristalam ir nevienāda elastība, ja to stiepj perpendikulari skaldnēm vai zem kāda leņķa pret tām. Kristalā ir lielākās un mazākās elastības virzieni. Kristala siltuma vadītspēja dažādos virzienos arī nav vienāda.

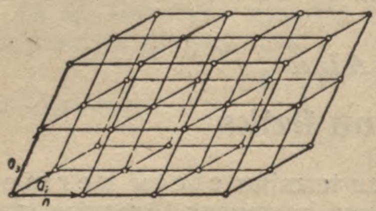
Dažiem kristaliskas strukturas ķermeņiem, piemēram, metaliem, ne vienmēr ir spilgti izteikta anizotropija. Tuvāk aplūkojot, izrādās, ka tādi ķermeņi sastāv no daudziem sīkiem kristaliem (*kristaliņiem* vai *graudiem*), kas novietoti nekārtīgi; tādus ķermeņus sauc par *polikristaliem*[1], lai atšķirtu no *monokristaliem*[2]. Velmēta metala vai vilktas stieples kristalu sagrupējumā novērojama jau zināma kārtība, un tāpēc metals ir anizotrops, lai gan tam ir polikristaliska uzbūve.

Monokristalu spilgti izteiktā anizotropija ir sekas no molekulu regulara novietojuma *kristaliskā režģa* mezglos (162. §). Kristaliskais režģis sastādās no *šūnām;* šūna ir kristaliskā režģa

[1] No grieķu vārda *poly* — d a u d z.
[2] No grieķu vārda *monos* — v i e n s, v i e n ī g a i s.

elements, no kuriem var izveidot visu kristalisko režģi, ja šūnu pārvieto paralelos stāvokļos (371. zīm.).

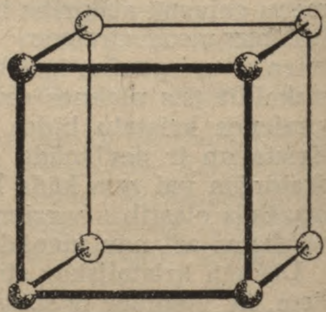
B r a v e 1848. g. izteica hipotezi, ka daļiņas kristalā ir sagrupētas noteiktā kārtībā. Krievu zinātnieks F j o d o r o v s 1881. g. sīki izpētīja visus iedomājamos kristala daļiņu telpiskos grupējumus, izejot no tā, ka telpas blīva piepildīšana ar šūnām iespējama tikai tad, ja tām ir noteikta forma. Tai pašā gadā Š e n f l i s s izstrādāja daļiņu iespējamo sagrupējumu sistematiku, ievērojot simetrijas noteikumus. Fjodorovs un Šenfliss konstatēja, ka var pastāvēt 230 dažādas «telpiskas grupas», kas apvienotas pēc simetrijas pazīmēm 32 simetrijas klasēs[1].



371. zīm. Kristalisko režģi iegūst, pārvietojot šūnu šķautnes a_1, a_2, a_3 paralelos stāvokļos.

Angļu zinātnieki V. G. un V. L. B r e g i un krievu zinātnieks G. V. V u l f s 1913.—1914. g. caurstrāvoja kristalus ar Rentgena stariem (pēc paņēmieniem, kurus ieteica L a u e un D e b a i j s) un pierādīja, ka kristalisko režģu hipoteze ir pareiza; viņi lika pamatu *rentgenografiskai strukturas analizei*, kura mūsu dienās droši ļauj runāt par daļiņu novietošanos kristalos (par rentgenografiskās strukturas analizes metodēm paskaidrots kursa otrā sējumā).

Kristalu pētīšana ar Rentgena stariem parādīja, ka daži kristalu režģu tipi dabā sastopami ļoti bieži. Trīs sevišķi bieži sastopamo režģu veidi parādīti 373., 374. un 375. zīmējumā. Režģis, kas re-

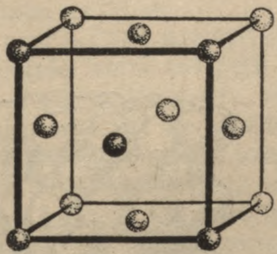


372. zīm. Vienkāršs kuba režģis.

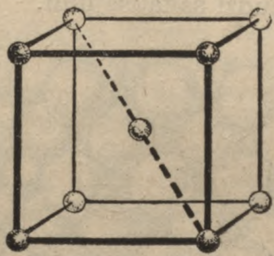
[1] Atkarībā no šūnu formas izšķir septiņas *kristalu sistemas*. Šūnas (paralelepipeda) šķautnes apzīmēsim ar a, b un c, bet leņķus starp šķautnēm ar α, β, γ. Septiņas kristalu sistemas atbilst šādām šūnu formām:

1) kubiskā	$a=b=c;$	$\alpha=\beta=\gamma=90^0$
2) tetragonalā	$a=b\neq c;$	$\alpha=\beta=\gamma=90^0$
3) rombiskā	$a\neq b\neq c;$	$\alpha=\beta=\gamma=90^0$
4) romboedriskā	$a=b=c;$	$\alpha=\beta=\gamma\neq 90^0$
5) heksagonalā	$a=b\neq c;$	$\alpha=\beta=90^0; \gamma=60^0$
6) monoklinā	$a\neq b\neq c;$	$\alpha=\gamma=90^0; \beta\neq 90^0$
7) triklinā	$a\neq b\neq c;$	$\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq 90^0$

dzams 373. zīmējumā, atšķiras no vienkārša kuba režģa (372. zīm.) ar to, ka mezgli te ir ne tikai kuba virsotnes, bet visu kuba skaldņu centri; tādēļ minēto režģi sauc par *centrēto skaldņu kuba režģi.* Gadījumā, kas parādīts 374. zīmējumā, daļiņas ir novietotas elementaro kubu virsotnēs un katra



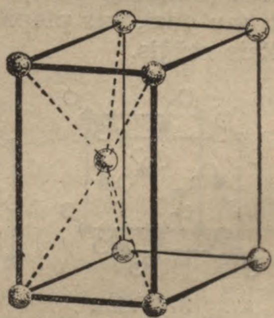
373. zīm. Centrēto skaldņu kuba režģis.



374. zīm. Centrētā kuba režģis.

kuba centrā; tas ir *centrētā kuba režģis* (citiem vārdiem to pašu režģi sauc par ***telpiski centrēto kuba režģi***). 375. zīmējumā redzams paralelepipeds, kuram daļiņas ir novietotas virsotnēs un viena daļiņa katrā paralelepipedā novietota tādas četrskaldņu piramidas virsotnē, kuras pamats ir puse no paralelepipeda apakšējās skaldnes; tas ir ***heksagonalais režģis.***

Telpiski centrētais kuba režģis un heksagonalais režģis ir ievērojami tai ziņā, ka šos abus režģus var dabūt, ja blīvi saliek lodes. Iedomāsimies, ka lodes blīvi saliktas divās kārtās; ja skatās no augšas, tad dažas spraugas ložu starpā liekas «cauras», bet zem citām atradīsies kāda apakšējās kārtas lode (tādas spraugas nosauksim par «noslēgtām»). Ja trešās kārtas lodes noliek uz noslēgtajām spraugām un turpina nākamo kārtu salikšanu pēc tāda paša principa, tad rodas telpiski centrētā kuba režģa modelis, bet ja trešās kārtas lodes liek uz caurajām spraugām un turpina virsējo kārtu salikšanu tāpat, tad dabū heksagonalā režģa modeli (376. zīm).

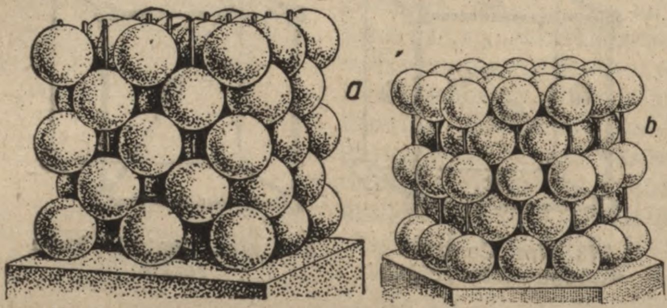


375. zīm. Heksagonalais režģis.

Centrēto skaldņu kubu režģī kristalizējas varš, sudrabs, zelts, svins, niķelis, platins, dzelzs (šo dzelzs kristalisko modifikaciju apzīmē γ —Fe), aluminijs un daudzas citas metaliskas un nemetaliskas vielas.

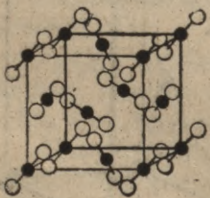
Centrēto kubu režģos kristalizējas sārmu metali (litijs, natrijs, kalijs, rubidijs, cesijs), chroms, molibdens, volframs, dzelzs (šo dzelzs modifikaciju apzīmē α—Fe), daudzi sakausējumi un daudzas citas vielas.

Heksagonalā režģī kristalizējas magnijs, cinks, daži citi metali un daudzi sakausējumi.

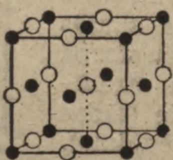


376. zīm. Divi veidi ložu blīvam sakārtojumam: *a* — centrēto kubu režģa modelis; *b* — heksagonalā režģa modelis.

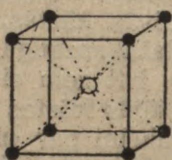
Metalu kristalisko režģu mezglos atrodas pozitivie metala ioni (kationi). Starp tiem klīst elektroni un izveido it kā *elektronu gāzi*, kas piepilda telpu, ko aizņem metala ionu kristaliskais režģis.



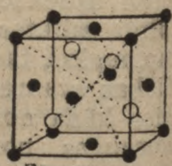
377. zīm. Ogļskābes kristalu uzbūve.



378. zīm. Vārāmās sāls NaCl režģis



379. zīm. Chlora cesija CsCl režģis.



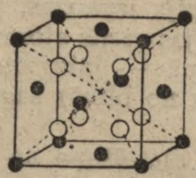
380. zīm. Cinka sulfida ZnS režģis.

Dažām vielām kristalisko režģu mezglos atrodas molekulas; tāda, piemēram, ir ogļskābes kristalu uzbūve: oglekļa atomi, kas ir ogļskābes molekulu sastāvā, izveido centrēto skaldņu kubu režģi; skābekļa atomi novietoti oglekļa atomu abās pusēs uz taisnes gabaliem, kas ieņem noteiktu stāvokli attiecībā pret elementarā kuba šķautnēm (377. zīm.).

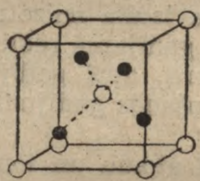
Ķimisko (neorganisko) savienojumu vairumam kristalisko režģu mezglos atrodas ioni; šāda uzbūve ir gandrīz visiem mineraliem. 378. zīmējumā redzama dabā ļoti izplatītās vārāmās sāls NaCl kristala uzbūve; natrija ioni (pieņemsim, ka tie 378. zīmējumā attēloti kā melnas lodītes) izveido centrēto skaldņu kubu režģi. Analoģiski novietoti arī chlora ioni; tātad NaCl režģis ir kombinacija no diviem it kā vienotrā ieliktiem centrēto skaldņu kuba režģiem.

Chlora cesija CsCl kristali izveidoti no diviem vienotrā ieliktiem vienkārša kuba režģiem (379. zīm.); CsCl režģi var arī uzlūkot par viena elementa, piemēram, cesija, ionu kuba režģi, kas telpiski centrēts ar otra elementa (chlora) ioniem.

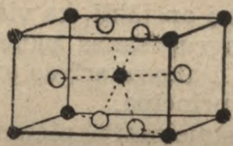
Nedaudz sarežģītāka ir cinka sulfida ZnS šūna. Še viena elementa ioni izveido centrēto skaldņu kubu; otra elementa ioni atrodas uz četrām kuba diagonalēm vienādos atstatumos no četriem tuvākiem pretējo zīmju ioniem (380. zīm.).



381. zīm. Fluorita CaF_2 režģis.



382. zīm. Kuprita Cu_2O režģis.



383. zīm Rutila TiO_2 režģis.

381., 382. un 383. zīmējumos parādīti kristalu pasaulē ļoti izplatīto fluorita CaF_2, kuprita Cu_2O un rutila TiO_2 režģu uzbūve (melnās lodītes norāda: pirmajā gadījumā kalcija ionu, otrā — vara ionu un trešajā — titana ionu stāvokli).

210. §. Jēdziens par kristaloķimiju. Agrāk domāja, ka daļiņu regularā novietojuma cēlonis kristalos atkarīgs no pašu atomu anizotropijas; domāja, ka atomu savstarpējā iedarbība stiprā mērā ir atkarīga no atomu savstarpējās orientacijas. Vēl pirms 15—20 gadiem hipoteze par «atomu spēka lauka anizotropiju» bija diezgan plaši atzīta. Tomēr izrādījās, ka galvenais iemesls molekulu sakārtojumam kristalos ir daudz vienkāršāks — tas ir *blīvākās sagrupēšanas princips.* Savstarpējās pievilkšanās ietekmē daļiņas cenšas novietoties pēc iespējas tuvāk viena otrai; bet, nonākot pārāk tuvu, sāk izpausties atgrūšanās spēki, un tādēļ katru atomu varētu uzskatīt par noteikta radiusa necaurlaidīgu lodīti. Ja daļiņas viendabīgas, tad bieži izveidojas, kā tas paskaidrots jau iepriekšējā paragrafā, lodīšu blīvākā sagrupējuma režģi (centrēto kubu un heksagonalie režģi). Visblīvākā lodīšu sagrupējumā 58% no tilpuma aizņem tukšums starp lodītēm. Ķimisko savienojumu kristalos pozitivos un negativos ionus var uzskatīt par *dažāda radiusa* lodītēm; šādā gadījumā blīvais lodīšu sagrupējums atbilst (atkarībā no pozitivo un negativo ionu radiusu attiecības) vienam vai otram kristaliskā režģa tipam. Ievērojot jaunākos datus par ionu radiusiem, norveģu zinātnieks Goldšmits pierādīja, ka, izejot no vielas ķimiskās formulas, blīvākā sagrupējuma likums atļauj teoretiski paredzēt vielas kristalisko uzbūvi.

Goldšmita un viņa priekšteču Kosela un Magnusa pētījumi radīja un īsā laikā izveidoja jaunu zinātnisku disciplīnu — kristaloķimiju. Kristaloķimijas pamatā ir uzskatāmi ģeometriski apsvērumi par to, kāda veida kristaliskos režģus var dabūt, ar vienu vai otru paņēmienu blīvi grupējot dažāda radiusa lodītes. Ionu spēka lauka anizotropija izpaužas, pirmkārt, tai apstāklī, ka vienā gadījumā realizējas viens atomu blīvas sagrupēšanas paņēmiens, otrā gadījumā — cits; otrkārt, dažos likumsakarīgas atkāpšanās gadījumos no blīvās sagrupēšanas principa.

Kristaloķimijā pieņemtā atomu un ionu aizstāšana ar nesaspiežamām lodītēm ir, protams, konvencionala, tā ir tikai atomu savstarpējās iedarbības «modelis», dinamiska rakstura parādību ģeometriskais atveids. Īstais atomu un ionu radiuss ir mazāks nekā kristaloķimijā pieņemtais. Patiesībā atomi (vai ioni) kristalā nesaskaras viens ar otru un nav nekustīgi, bet svārstās ap līdzsvara stāvokļiem kristalisko režģu mezglos. Sakarā ar kristala termisko izplešanos jādomā, ka atoma kristaloķimiskais radiuss pieaug, ja temperatura paaugstinās. Un vēl vairāk, dažos gadījumos vienam un tam pašam atomam kristaloķimijā jāpieraksta dažādi izmēri. Tas notiek tādēļ, ka atoma kristaloķimiskais radiuss ģeometriski attēlo ne tikvien kaimiņu atomu savstarpējās iedarbības efektu, bet visu atomu savstarpējās iedarbības kopefektu.

Goldšmita pētījumi parādījuši, ka kristalu fizikalās sistematikas ievērojamākā pazīme ir tuvāko daļiņu skaits, kuras atrodas ap kādu kristala daļiņu vienādā atstatumā. Šo skaitli sauc par *režģa koordinacijas skaitli* jeb *anturažu*. Lai izprastu jēdzienu «anturaža»[1], aplūkosim 373. zīmējumu, kur attēlots centrēto skaldņu kuba režģis. Iedomāsimies telpā veselu rindu šūniņu, kas saskaras savā starpā, pie kam katra šūniņa līdzīga tai, kas

[1] Franču vārds *entourage* — apkārtne, vide.

redzama 375. zīmējumā. Nav grūti iedomāties, ka šādā režģī ap katru atomu atrodas 12 vienlīdz attālinātu kaimiņu atomu; citiem vārdiem, norādīto režģi raksturo anturaža 12. Aplūkojot citu režģu zīmējumus, nav grūti pārliecināties par zemāk ievietotās anturažu tabulas pareizību:

Režģa koordinacijas skaitlis (anturaža)	Režģa tips
12	Centrēto skaldņu kuba režģis
8	Heksagonalais visblīvākais telpiski centrēta kuba chlora cesija $CsCl$ režģis
6	Vienkāršais kuba vārāmās sāls $NaCl$ režģis
4	Cinka sulfida ZnS režģis
8 un 4	Fluorita CaF_2 režģis
6 un 3	Rutila TiO_2 režģis
4 un 2	Kuprita Cu_2O režģis
3 un 1	Molekularie režģi, piemēram, CO_2 režģis

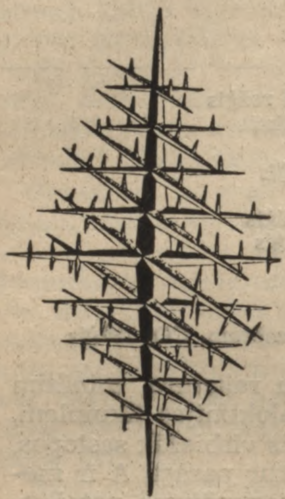
Lai izskaidrotu kristaloķimisko likumību raksturu, minēsim kā piemēru vienu no vienkāršākiem kristaloķimijas likumiem, kas skar to savienojumu tipu, ar kuru fiziķis visbiežāk sastopas, proti, binaros savienojumus: AX un AX_2 (kur parasti A ir metals, bet X ir metaloids). Ievērojot blīvā sagrupējuma noteikumus, kas pamatojas uz Magnusa ģeometriskiem aprēķiniem, Goldšmits konstatēja un daudzos piemēros pārbaudīja šādu likumību:

Ionu radiusu attiecība $\left(\frac{R_A}{R_X} \text{ vai arī } \frac{R_X}{R_A}\right)$ atrodas robežās:	Rodas režģis ar anturažu:
0,225—4,45	4
0,415—2,4	6
0,732—1,37	8
1—1	12

Piemēram, 15 savienojumiem

MgO	CaO	SrO	BaO
MgS	CaS	SrS	BaS
MgSe	CaSe	SrSe	BaSe
	CaTe	SrTe	BaTe

ionu radiusu attiecība ir robežās no 0,41 līdz 1,06. Saskaņā ar minēto likumu tas nozīmē, ka norādītajiem 15 savienojumiem jākristalizējas režģī ar anturažu 6, t. i. (sk. 503. lpp.), NaCl tipa režģī. Un tiešām, nosaukto kristalu rentgenografiskie pētījumi parādīja, ka visiem tiem ir akmens sāls struktura.



384. zīm. Ķeta dendrits.

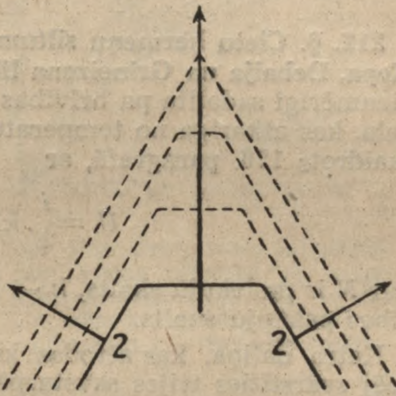
385. zīm. Sniega pārslu kolekcija. Starp daudzajām sniega pārslām reti var sastapt pilnīgi vienādas.

Iepriekš minētais likums un arī citi kristaloķimijas likumi atļauj dažus izņēmumus, kurus tomēr pa lielākai daļai var paredzēt, ja ievēro ne tikvien blīvākā sagrupējuma principu, bet arī mācību par «ionu polarizēšanās spējām» (par ko būs runa otrā sējumā).

211. §. Kristalu forma un augšana. Diezgan bieži var novērot kristalus, kuriem ir simetriska, regulara, šķautnaina forma. Visvairāk tomēr sastopami neregularas formas kristali, kuriem dažu skaldņu pārmērīga attīstība, traucējot simetriju, ir kavējusi citu skaldņu attīstību. Kristala ārējais izskats atkarīgs no augšanas apstākļiem. Tomēr, lai kāds arī būtu kristala ārējais izskats, *leņķiem starp skaldnēm arvien ir pilnīgi noteikts, dotam kristala tipam raksturīgs lielums.* Šo kristalizacijas pamatlikumu — kristala skaldņu veidoto *leņķu lieluma pastāvību* — pirmoreiz konstatēja danis Stenons 1669. g., un pēc 100 gadiem to no jauna atrada un pierādīja francuzis Rome.

Lai iegūtu kristalu regulara daudzskaldņa veidā ar normali attīstītām skaldnēm, kristalizacija jāizdara lēnām un uzmanīgi, nepārdzesējot pārāk spēji šķīdumu vai kausējumu, kurā noris kristalizacija. Ja šķidro fazi stipri pārdzesē, kristali izaug brīnišķīgi sapītu diegu vai adatu veidā (tādus kristalus sauc par *dendritiem;* 384. un 385. zīm.).

Lai šķīdumā izaudzētu lielus monokristalus ar pareizi izveidotu daudzplakņu formu, mazu kristala «dīglīti» pakar piesātinātā šķīdumā un šķīdumu ļoti lēnām iztvaicē. Ja ievēroti visi piesardzības noteikumi, lai konvekcijas strāvas nesakropļotu kristala augšanu, tad augošā monokristala forma ir atkarīga tikai no kristalizējamās vielas ķimiskā sastāva. Šai gadījumā, kā to G i b s s teoretiski pierādījis (1878. g.), audzējamais kristals iegūst tādu formu, pie kuras kristala virsmas enerģija ir minimala. Vienas un tās pašas vielas virsmas enerģijai (vai — kas ir tas pats — virsmas 1 cm^2 izveidošanas izotermiskam darbam) ir dažādas vērtības: viena vērtība atbilst kuba skaldnēm, otra — oktaedra (astoņplakņa) skaldnēm, trešā vērtība kāda cita regulara daudzplakņa skaldnēm utt. Gibss parādīja, kā ir iespējams iepriekš paredzēt līdzsvarā augošā kristala formu, ja ievēro virsmas enerģijas minimuma principu un ja ir zināmi dažādām skaldnēm atbilstošie enerģijas lielumi. Analoģiskus ieskatus par kristalu augšanu izteica arī P. K i r i (1885. g.) un krievu zinātnieks G. V. V u l f s (1895. g.); tādēļ minēto kristalu virsmas enerģijas minimuma principu bieži sauc par *Gibsa-Kiri-Vulfa principu.*



386. zīm. Kristalā vispilnīgāk izveidotas ir lēnām augošās skaldnes.

Kādas kristala skaldnes augšanas ātrums (šīs skaldnes pārvietošanās ātrums pie kristalizacijas, skaldnei paliekot paralelai sākuma stāvoklim), kā to Vulfs pierādīja, ir jo lielāks, jo lielāka šīs skaldnes virsmas enerģija. Aplūkosim 386. zīmējumu, kur nepārtrauktā līnija schematiski attēlo kristala sākuma konturu (ar lielu virsmas enerģiju skaldnei *1* un mazu skaldnēm *2*). Redzam, ka, kristalam augot, vislabāk attīstās lēnām augošās skaldnes, kuras raksturo neliela virsmas enerģija, turpretim ātri augošās skaldnes «aizaug». Ievērojot to, Vulfs ieteica šādu paņēmienu kristala normalās formas noteikšanai: «uz stateņiem, kas vilkti pret skaldnēm no viena punkta, atliek no šā punkta nogriežņus, kas proporcionali skaldņu virsmas enerģijām, un caur atlikto nogriežņu gala punktiem velk plaknes, kas perpendikularas atliktiem nogriežņiem; šīs plaknes, savstarpēji krustojoties, veidos ap punktu daudzskaldni, kas saskaņā ar Gibsa-Kiri principu norādīs kristala normalo formu».

212. §. Cietu ķermeņu siltumietilpība. Dilonga-Pti, Neimana-Kopa, Debaija un Grineizena likumi. Ja cietā ķermeņa enerģija vienmērīgi sadalīta pa brīvības pakāpēm, tad iekšējās enerģijas daļa, kas atkarīga no temperaturas, vienlīdzīga, kā tas bija paskaidrots 176. paragrafā, ar

$$U = \frac{i}{2} \cdot kNT, \tag{1}$$

kur N ir molekulu skaits, k — Bolcmaņa konstante un i — brīvības pakāpju skaits.

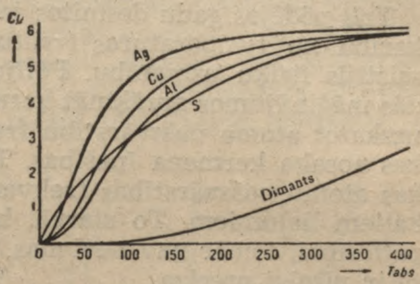
Katra daļiņa, kas atrodas kristaliskā režģa mezglu punktā, spēj svārstīties trijos savstarpēji perpendikularos virzienos. Tā kā katru svārstību raksturo divas brīvības pakāpes, tad katrai cietā ķermeņa daļiņai ir 6 brīvības pakāpes. Tādēļ jebkuras vienkāršas cietas vielas gramatoma siltumietilpībai C_v jābūt vienlīdzīgai 6 kal ($\frac{6}{2}$ $kN = 3R \approx 6$ kal), bet ķimiski saliktu cietu vielu 1 g-mola siltumietilpībai C_v jābūt vienlīdzīgai 6 n kal, kur n ir atomu skaits molekulā.

Pie parastām temperaturām vairumam ķimiski vienkāršo cieto vielu gramatoma siltumietilpība (C_v) tiešām ir tuva 6 kal. Šis fakts fiziķiem ir zināms jau vairāk nekā 100 gadu, un to sauc par Dilonga-Pti likumu.

Attiecībā uz cietiem ķimiskiem savienojumiem pastāv likums, kuru atklāja Neimans un vēlāk rūpīgi pārbaudīja Kops: cieta ķimiskā savienojuma grammolekulas siltumietilpība ir vienlīdzīga savienojuma elementu gramatomu siltumietilpības sumai. Tomēr, lai Neimana-Kopa likumu pielietotu praksē, daudzos gadījumos elementa gramatoma siltumietilpība jāņem ar tādu nozīmi, kas atšķiras no 6 kal.

Pie zemām temperaturām Dilonga-Pti un Neimana-Kopa likumi pavisam neder. Temperaturai pazeminoties, cietas vielas siltumietilpība pamazinās, un, ja temperatura tuvojas absolutai nullei, tad siltumietilpība kļūst ārkārtīgi niecīga. Tātad pie zemām temperaturām vairs neeksistē proporcionalitate starp cietā ķermeņa iekšējo enerģiju un absoluto temperaturu T.

Tādēļ pie zemām temperaturām vai nu nav spēkā princips par enerģijas vienmērīgu sadalījumu pa brīvības pakāpēm, vai arī notiek brīvības pakāpju skaita maiņa (pazemināšanās). Abas šīs varbūtības prasa klasiskās statistikas reviziju. Pirmo reviziju izdarīja E i n š t e i n s 1907. g., pamatojoties uz Planka kvantu teoriju, bet vēlāk — daudzi citi autori. Ievērojamus panākumus guva D e b a i j s, kurš starp citu konstatēja, ka pie ļoti zemām temperaturām cieta ķermeņa iekšējā enerģija (U) ir proporcionala temperaturas T (skaitot no absolutās nulles) ceturtai pakāpei, t. i.:



387. zīm. Gramatomu siltumietilpību maiņa atkarībā no temperaturas: sudrabam Ag, varam Cu, aluminijam Al, sēram S un dimantam pēc Nernsta datiem.

$$U = aT^4, \tag{2}$$

kur a ir pastāvīgs reizinātājs.

Lai aprēķinātu siltumietilpību C_v, jānosaka iekšējās enerģijas pieaugums dU pie elementari maza temperaturas pieauguma dT un jādala dU ar dT; tad dabū:

$$C_v = \frac{dU}{dT} = 4\,aT^3. \tag{3}$$

Tātad pie ļoti zemām temperaturām siltumietilpība C_v ir proporcionala absolutās temperaturas k u b a m. Te redzams, ka absolutās nulles tuvumā cietas vielas siltumietilpība ir ļoti maza, un tādēļ ar ļoti niecīgu siltuma daudzumu var panākt ievērojamu cieta ķermeņa temperaturas paaugstinājumu.

Debaija kuba likums (3. formula) pareizi nosaka siltumietilpības atkarību no temperaturas tikai tad, ja temperatura ir ļoti zema — absolutās nulles tuvumā. N e r n s t a pētījumi rādījuši, ka siltumietilpības atkarība no temperaturas ir komplicēta. 387. zīmējumā ir parādītas dažu elementu $C_v = f(T)$ līknes, kas zīmētas saskaņā ar Nernsta mēģinājumu datiem. Uz ordinatu ass ir atliktas cietu elementu gramatoma siltumietilpības vērtības (katra iedaļa uz šīs ass atbilst 1 kal); uz abscisu ass ir atliktas absolutās temperaturas. Redzam, ka tikai tad, kad absolutā temperatura sasniedz 250⁰—300⁰, t. i., tikai ap 0⁰C, gramatoma siltumietilpība tuvinās tai vērtībai (6 kal), kādai tai vajadzētu būt pie visām temperaturām, ja Maksvela likums par enerģijas vienmērīgu sadalījumu pa brīvības pakāpēm būtu spēkā pie visām temperaturām.

Trīs pēdējos gadu desmitos jautājums par siltumietilpības atkarību no temperaturas («siltumietilpības problema») sevišķi saistījis fiziķu uzmanību. Pētījumu vispārējais virziens izpaudās mēģinājumos aprēķināt ķermeņa iekšējās enerģijas lielumu, uzskatot atomu pašsvārstību frekvenci par tādu pamatlielumu, kas nosaka ķermeņa īpašības. Tika ieteiktas daudzas formulas, kas atomu pašsvārstības frekvenci ν saistīja ar dažādiem fizikaliem lielumiem. To starpā, bez šaubām, ir dažas, kas tuvas patiesībai, tomēr nav nevienas, par kuru varētu droši teikt, ka tā ir pilnīgi preciza.

Temperaturai pazeminoties, paraleli ar siltumietilpības pamazināšanos samazinās arī siltumizplešanās koeficients α $\left[\alpha=\frac{1}{v}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right),\ \text{ja } p=\text{const}\right]$; siltumietilpības attiecība pret siltumizplešanās koeficientu paliek gandrīz nemainīga:

$$\frac{C_v}{\alpha}=\text{const (nav atkarīga no } T). \tag{4}$$

Šo likumu empiriski konstatēja Grineizens.

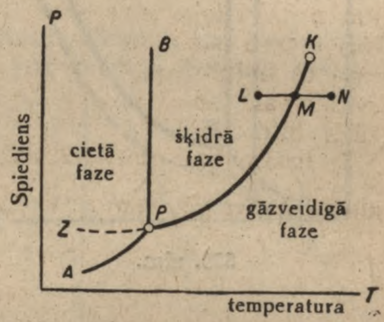
213. §. Cietu ķermeņu sublimacija. Trijpunkts. Šķīdumu kristalizacija. Nav mazums cietu kristalisku vielu, kas, brīvā gaisā atstātas, ātrāk vai lēnāk izgaist. Tādas vielas, piemēram, ir vispār pazīstamais naftalins un kampars. Tādas pašas īpašības ir ledum; tāpēc mitra veļa, ja to izkar aukstumā, sākumā apledo, bet pēc kāda laika top sausa: ledus iztvaikojis. Tvaika spiedienu virs cietām vielām naftalinam, kamparam un ledum viegli var izmērīt. No otras puses, daudzas cietas vielas neizrāda kaut cik manāmu gaistību, un šo vielu tvaika spiedienu nevar izmērīt; tomēr mums ir pamats domāt, ka molekulu vai atomu chaotiskā kustība katrā cietā vielā laiku pa laikam nonāk stāvoklī, kad viens vai otrs atoms atraujas no ķermeņa virsmas un aizlido apkārtējā gāzes atmosferā (bet dažreiz otrādi: cietais ķermenis uztver tos no šīs atmosferas).

Cietas vielas iztvaikošanu sauc par *sublimaciju*[1]. Sublimacijas likumi ir pilnīgi analoģiski šķidrumu iztvaikošanas likumiem. Sublimacijas siltums atbilst kušanas un iztvaikošanas siltumu

[1] No latiņu vārda *sublimis* — augsti paceltais.

sumai. Tāpat kā iztvaikošanas procesam atbilst pretējs process — tvaika kondensacija šķidrumā, tā arī sublimacijas procesam atbilst pretējs process — tvaika kondensacija, pārejot cietā stāvoklī.

203. paragrafā tika paskaidrots dinamiskā līdzsvara molekularais mechanisms sistemai, kas sastāv no šķidruma un tvaika. Tādas sistemas līdzsvars iespējams pie dažādām temperaturām, kuras tomēr nedrīkst pārsniegt kritisko temperaturu. Jo augstāka temperatura, jo lielāks piesātinātā tvaika spiediens un blīvums un tātad lielāks molekulu skaits, kas laika vienībā izlido caur tās virsmas laukuma vienību, kura norobežo šķidrumu no tvaika. Ja noteiktai vielai temperaturas T atliek uz abscisu ass un spiedienus p uz ordinatu ass (388. zīm.), tad dabū punktu ģeometrisko vietu — līkni PK— kas atbilst šķidruma un tvaika līdzsvaram; K ir kritiskais punkts; līkni PK sauc par *iztvaikošanas līkni.*



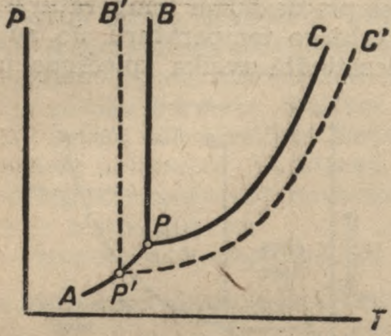
388. zīm.

Aplūkosim tās pašas vielas līdzsvaru starp cieto un šķidro fazi (arī te molekulu skaits, kas laika vienībā pāriet no cietās fazes šķidrajā, ir vienlīdzīgs molekulu skaitam, kas tai pašā laikā pāriet no šķidrās fazes cietajā). Cietās un šķidrās fazes līdzsvara punktu ģeometriskā vieta ir līkne BP, ko sauc par *kušanas līkni.* Tā iet gandrīz vertikali, jo spiediens stipri jāmaina, lai nedaudz mainītos vielas kušanas temperatura.

Iztvaikošanas un kušanas līkne noteikti satiekas viena ar otru. Sastapšanās punktu P raksturo pilnīgi noteiktas temperaturas un spiediena vērtības; tātad šis punkts atbilst līdzsvaram. Bet mūsu sistemas sastāvā šai punktā ieiet arī cietā un gāzveidīgā faze. Tas nozīmē, ka šīs divas fazes te atrodas līdzsvarā (t. i., no cietās fazes kādā laika vienībā pāriet tvaikā tikpat daudz molekulu, cik to no tvaika pāriet cietajā fazē).

Līkne AP ir *sublimacijas līkne,* t. i., to punktu ģeometriskā vieta, kas atbilst cietās un gāzveidīgās fazes līdzsvaram. Redzams, ka tai jāiet caur punktu P. Punkts P ir šo līkņu vienīgais kopējais punkts, to sauc par *trijpunktu,* jo tikai šai punktā ir triju fažu līdzsvars. Raustītā līkne PZ, kas ir iztvaikošanas līknes PK turpinājums, atbilst pārdzesēta šķidruma un tā tvaika līdzsvaram; līdzsvars te nav visai stabils.

Ja salīdzina kādas ķimiski tīras vielas trijpunkta stāvokli ar šķīduma trijpunkta stāvokli (kad tai pašā vielā šķīdinātas citas vielas), tad izrādās, ka šķīduma trijpunkts ir nobīdīts uz mazāku temperaturu un mazāku spiedienu pusi. Šis fakts ir sakarā ar tvaika spiediena pazemināšanos virs šķīduma (Raula likums, 204. §). 389. zīmējumā P ir tīrā šķīdinātāja trijpunkts; šai punktā satiekas sublimacijas līkne AP, kušanas līkne BP un iztvaikošanas līkne CP. Šķīduma iztvaikošanas līkne (t. i., šķīduma un tvaika līdzsvara līkne) ies apmēram kā $C'P'$. Tātad punktā P' tā satiksies ar sublimacijas līkni, un šis punkts P' ir šķīduma trijpunkts; šeit atradīsies līdzsvarā šķīdums, tā tvaiks un no šķīduma izsaldētais tīrais šķīdinātājs (ūdens šķīdumos — ledus[1]).



389. zīm.

No teiktā var secināt, ka šķīduma un ledus līdzsvaram atbilst līkne, kas iet caur P', t. i., kāda līkne $B'P'$. Tā kā šī līkne atrodas pa kreisi no BP, tad redzams, ka pie dotā spiediena šķīduma kušanas temperatura (vai — kas ir tas pats — šķīduma sasalšanas temperatura), salīdzinot ar tīra šķīdinātāja kušanas (sasalšanas) temperaturu, pazeminās. Tātad izšķīdinātās vielas klātbūtne it kā traucē sasalšanu (piemēram, jūras ūdens sasalst pie zemākas temperaturas nekā saldūdens).

Vājiem šķīdumiem R a u l s konstatējis šādu likumu: *šķīduma sasalšanas punkta pazeminājums ir proporcionals izšķīdušās vielas molekulu skaitam, kas atrodas šķīduma tilpuma vienībā, un nav atkarīga no šīs vielas ķimiskā sastāva.* Dzesējošu maisījumu pagatavošana pamatojas uz šķīdumu sasalšanas punkta pazemināšanos. Piemēram, sasmalcinātam ledum piemaisot vārāmo sāli, maisījuma temperaturu var pazemināt līdz — 21°.

Enerģija, kas vajadzīga kristala sublimēšanai, ir maksimala, ja temperatura sasniedz absoluto nulli. G r i n e i z e n s un B o r n s pierādījuši, ka kristaliem, kas veidoti no ioniem, sublimacijas enerģiju pie absolutās nulles var aprēķināt teoretiski,

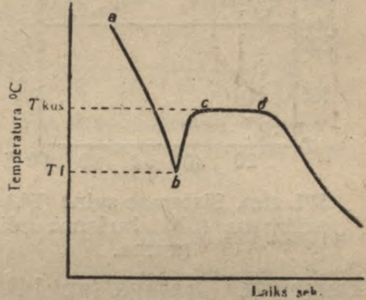
[1] Kristali, kas rodas, šķīdumiem sasalstot, pie gandrīz visiem šķīdumiem sastāv no tīra šķīdinātāja.

ja pieņem, ka divu ionu savstarpējo iedarbības enerģiju izsaka formula:

$$\Pi = \mp \frac{Q_1 Q_2}{r} + \frac{A}{r^9}. \qquad (5)$$

Pirmais loceklis te ir pretējo zīmju ionu elektriskās pievilkšanās (minusa zīme) vai vienādu zīmju ionu atgrūšanās (plusa zīme) enerģija («Kulona» enerģija); Q_1 un Q_2 ir ionu elektriskie lādiņi; r — atstatums starp ionu centriem. Otrs loceklis izsaka «ionu elektronu apvalku» savstarpējās atgrūšanās iedarbības enerģiju (II sēj., V d.).

214. §. Kušanas diagramas. Uz Raula likuma, kas paskaidrots iepriekšējā paragrafā, pamatojas ļoti svarīgā *fizikali ķimiskā sakausējumu analizes metode*. Lietojot šo metodi, izmērī kausējuma kristalizacijas temperaturu atkarībā no kausējuma sastāva un mērīšanas rezultatus grafiski attēlo kā *kušanas diagramas*.



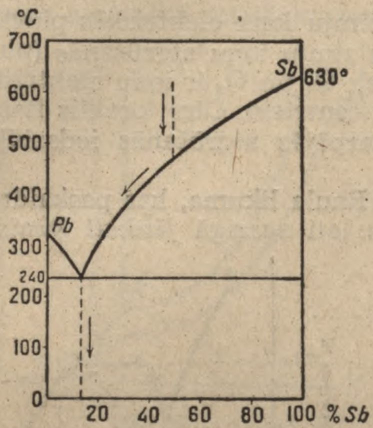
390. zīm. Sakausējuma atdzišanas līkne.

Lai izmērītu kausējuma kristalizacijas temperaturu, sakausējumu lēnām dzesējot novēro temperaturas krišanos. Šos novērojumus arī attēlo grafiski, atliekot uz abscisu ass laiku, bet uz ordinatu ass — temperaturu; dabūtās līknes sauc par *atdzišanas līknēm*. 390. zīmējumā parādīts atdzišanas līknes tipisks veids; zars *ab* atbilst šķidrā sakausējuma atdzišanai. Pie temperaturas T_{kus} vajadzēja sākties kristalizacijai, bet gandrīz vienmēr ir novērojama sakausējuma neliela pārdzesēšana (390. zīmējumā līdz temperaturai T_f). Laika momentā, kas atbilst punktam *b*, sākas kristalizacija, un temperatura ātri atgriežas pie T_{kus} līmeņa, kur pastāv tik ilgi, kamēr beidzas kristalizacija (posms *cd*).

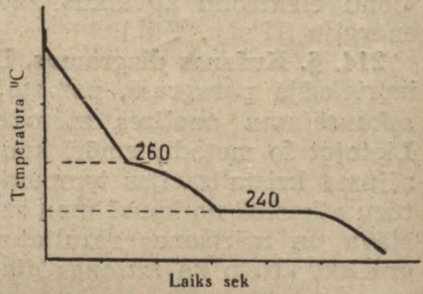
Lai konstruētu kušanas diagramu [piemēram, svina (Pb) un antimona (Sb) sistemas kušanas diagramu], dabū atdzišanas līkņu rindu dažāda sastāva sakausējumiem (tīram svinam, kausējumam ar 5% Sb, ar 10% Sb utt. līdz tīram antimonam). Uzzinātās kristalizacijas temperaturas atliek uz ordinatu ass, bet kausējuma procentualo sastāvu — uz abscisu ass.

391. zīmējumā ir parādīta svina un antimona sakausējumu kušanas diagrama. Šai diagramā redzams, ka kristalizacijas temperatura (vai kušanas temperatura) tīram svinam ir 327°C.

Antimona deva pazemina svina kristalizacijas temperaturu gandrīz proporcionali antimona koncentracijai. Tīrā antimona kristalizacijas temperatura ir 630°C. Svina deva antimonam pazemina antimona kristalizacijas temperaturu. Pie noteikta



391. zīm. Sistemas svins (Pb) — antimons (Sb) kušanas diagrama.



392. zīm. Svina un 10% antimona sakausējuma atdzišanas līkne.

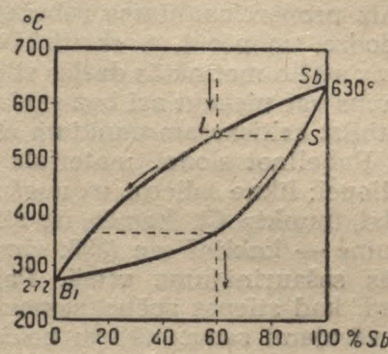
kausējuma sastāva (ap 14% Sb) svina kristalizacijas temperatura antimona klātbūtnē ir vienlīdzīga antimona kristalizacijas temperaturai svina klātbūtnē (240°C). Tāda sastāva kausējums kristalizējas sīku svina un antimona kristaliņu maisījuma veidā — tā ir tā sauktā *eitektika*[1].

392. zīmējumā parādīta svina un antimona kausējuma (10% Sb) atdzišanas līkne. Kad temperatura ir 260°C, sākas svina kristalu izkrišana un atlikušais sakausējums top bagātāks ar antimonu. Kad, svinam pakāpeniski kristalizējoties, kausējuma sastāvs atbilst eitektikai, tad kristalizējas viss sakausējums; par to liecina atdzišanas līknes taisnais posms, kur temperatura ir 240°C. Ja ņemtā sakausējumā antimona ir vairāk, nekā tas atbilst eitektikai, tad atdziestot izkrīt antimona kristaliņi un atlikušais sakausējums kļūst bagātāks ar svinu, kamēr tiek sasniegts eitektika sastāvs.

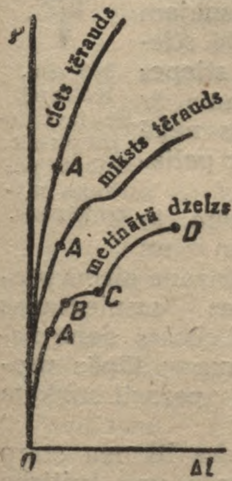
Nereti atdzesēšanā no sakausējuma izkrīt ne atsevišķo vielu kristali, kas ir sakausējuma sastāvā, bet gan kristali, kas ir uzskatāmi par metalu *cietiem šķīdumiem*. Metalu spēja izveidot cietus šķīdumus vairumā gadījumu ir ierobežota ar dažiem procentiem, bet ir arī gadījumi, kad metali cietā stāvoklī ir pil-

[1] No grieķu vārda *eu* — labi un *tektos* — izkausēts.

nīgi izšķīduši: viena metala atomi jebkurā proporcijā aizstāj otra metala atomus kristaliskā režģī. Ja šķīdība cietā stāvoklī ir pilnīga, tad kušanas diagramai ir tāds izskats, kāds parādīts 393. zīmējumā. Šeit augšējā līkne nosaka sakausējuma kristalizacijas temperaturas atkarību no sakausējuma sastāva; apakšējā līkne izteic sakarību starp kristalizacijas temperaturu un izveidojušos cieto šķīdumu sastāvu. Ja ņem, piemēram, sakausējumu, kurā 40% antimona un 60% bismuta, un šo sakausējumu lēnām dzesē, tad, ja temperatura sasniedz 530⁰, sāk izkrist kristaliņi, kas ir 8% bismuta cietais šķīdums antimonā (šā šķīduma sastāvu 393. zīmējumā nosaka punkta *S* abscisa, bet šķidrās fazes sastāvu pie tās pašas temperaturas nosaka punkta *L* abscisa). Turpinoties cietā šķīduma kristaliņu izkrišanai (cietā šķīdumā ir maz bismuta), atlikušais sakausējums kļūst bagātāks ar bismutu. Sakarā ar to kristalizacijas temperatura pazeminās; punkts, kas raksturo sakausējuma stāvokli, pārvietojas pa augšējo līkni uz leju; izkrītošo kristaliņu sastāvs, temperaturai pazeminoties, mainās atbilstoši apakšējās līknes punktu abscisām. Kad kristalizacijas temperatura pazeminās tiktāl, ka cietā šķīduma sastāvs tāds pats, kāds tas bija sakausējumam sākumā, tad viss sakausējums izkristalizējas.



393. zīm. Sistemas bismuts (Bi) — antimons (Sb) kušanas diagrama.



394. zīm. Stiepes diagrama.

215. §. Cieta ķermeņa mechanisko īpašību raksturojums pēc stiepes diagramas. Praktiski vispiemērotākais cieta ķermeņa mechanisko īpašību pētīšanas paņēmiens ir ķermeņa stiepes pārbaude un *stiepes diagramas* konstruēšana.

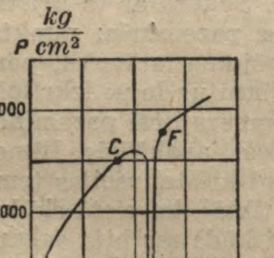
Uz ordinatu ass atliek spraigumu *p* (slodze uz parauga šķērsgriezuma laukuma vienību), uz abscisu ass — relativo pagarinājumu Δl. 394. zīmējumā attēlotas stiepes diagramas tiem materialiem, kurus visbiežāk lieto technikā:

metinātai dzelzij, mīkstam un cietam tēraudam. Visām trim līknēm ir taisns posms, kas iet ļoti stāvi pret abscisu asi un kura robežās materiali pilnīgi seko Huka likumam. Punkts A uz visām šīm līknēm atbilst *proporcionalitates robežai* P_v (92. §). Aiz proporcionalitates robežas pagarinājumi aug ātrāk nekā slodze, un pēc t. s. «kritiskā» punkta sasniegšanas (uz līknes, kas attēlo metinātās dzelzs stiepšanu, šis punkts ir B) pagarinājums var pieaugt arī bez slodzes palielināšanas. Spraigumu, kas atbilst kritiskajam punktam B, sauc par *tecēšanas robežu* P_s.

Palielinot slodzi, materials no jauna iegūst spēju pretoties stiepei: līkne saliecas uz augšu. Slodzes pieaugšana turpinās tik ilgi (punkts C), kamēr uz stienīša parādās vietējs sašaurinājums — *kakliņš mn* (395. zīm.). Tagad deformacija koncentrējas sašaurinājuma vietā. Pagarinājums turpina pieaugt arī tad, kad stiepes spēks samazinās, jo šķērsgriezuma laukums ievērojami samazinājies; beidzot punktā D notiek pārrāvums. Maksimalo slodzi, kas atbilst punktam C (394. zīm.), attiecinātu pret sākuma šķērsgriezuma laukumu, sauc par *stiprības robežu R*.

395. zīm. Kakliņš, kas izveidojas pirms stieptā parauga pārtrūkšanas.

Ja deformētam stienītim, kura spraigums pārsniedzis elastības robežu, samazina slodzi, tad notiekošās deformacijas pamazināšanos attēlo taisne, kas iet paraleli līnijas CO taisnajam posmam (396. zīm.). Ja stienīti pilnīgi atbrīvo no stiepes spēkiem, tad tā garums ir par gabalu OD lielāks nekā sākuma garums; OD ir *paliekošā deformacija*.



396. zīm. Stiepes diagrama, kas paskaidro cietināšanas parādību.

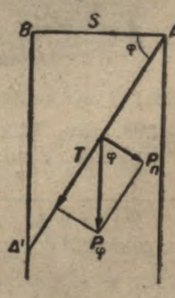
Daudziem materialiem, to skaitā arī tēraudam un dzelzij, ja stiepšanu pārtrauc pirms proporcionalitates robežas sasniegšanas (t. i., punkta A), paliekošās deformacijas lielums ir ļoti mazs; tāpēc proporcionalitates robežu parasti uzskata par elastības robežu.

Novirzīšanās no Huka likuma starp proporcionalitates robežu un kritisko punktu B lielāka ir neviendabīgiem materialiem. Jo augstvērtīgāks un viendabīgāks materials, jo tuvāk viens otram ir proporcionalitates robeža un kritiskais punkts.

Pārsniedzot kritisko punktu, materialā norisinās ievērojamas pārmaiņas. Ja stiepjamā parauga virsmu nopulē, tad, pārsniedzot elastības robežu, uz virsmas parādās līnijas, kas ar stienīša asi veido 45° leņķi; šīs līnijas sauc par **L i n d e r s a** līnijām. Lindersa līnijas parādās tūlīt pēc elastības robežas pārsniegšanas. Šo pārsniegšanu var konstatēt arī pēc stienīša temperaturas maiņas. Līdz proporcionalitates robežas pārsniegšanai (ja stiepšanu izdara «adiabatiski», t. i., bez siltuma pievadīšanas un atdošanas) stiepi pavada neliela temperaturas pazemināšanās. Paliekošās deformacijas rašanos pavada spēja temperaturas paaugstināšanās.

216. §. Cietināšanas parādība. Daudzu cietu ķermeņu (sevišķi metalu) ievērojama īpašība ir tā, ka pēc vairākkārtējām pārbaudēm šo cieto ķermeņu mechaniskās īpašības ir citādas nekā tās, kādas bija šiem ķermeņiem pirmajā pārbaudē. Cietie ķermeņi it kā patur sevī visu ar tiem izdarīto mechanisko iedarbību vēsturi. Paliekošās deformacijas (dažreiz pat ļoti mazas, acij nemanāmas) maina būtībā cietā ķermeņa mechaniskās īpašības — stiprina to.

Ārēji parādība ir šāda. Iepriekšējā paragrafā bija teikts, ka, no stiepes spēkiem atslogojot deformēto stienīti, kura spraigums pārsniedzis elastības robežu, deformacijas samazināšanos attēlo taisne, kas paralela pirmās stiepes diagramas taisnajam posmam (396. zīm.). Šis pirmais izstiepums tiek fiksēts kā stienīša pagarinājums par paliekošo deformaciju *OD*, kas savu lielumu nemaina nenoteikti ilgi pēc pilnīga atslogojuma. Ja tagad atkārto stienīša mechanisko īpašību pārbaudi, t. i., sāk stiept to no jauna un grafiski attēlo sakarību starp pagarinājumu un slodzi, tad izrādās, ka tagad proporcionalitates robežu sasniedz tikai ar ievērojami lielāku spraigumu nekā pirmajā pārbaudē: stienīša elastība ir palielinājusies. Proporcionalitates robežu tagad attēlo punkts *F* (396. zīm.). Proporcionalitates robežas iepriekšējā pārsniegšana «norūda» materialu. Šo parādību sauc par *cietināšanu*. Cietinātā metala sākuma īpašības var atgūt ar kvēlināšanu, t. i., ar metala turēšanu samērā augstā temperaturā un lēnu atdzesēšanu. Pie vienādām deformacijām cietinātā metalā rodas lielāki spraigumi nekā atkvēlinātā, un tādēļ cietināts metals sabrūk pie vājākas deformacijas nekā atkvēlinātais. Bet, ja spraigumi vienādi, tad cietinātais metals deformējas mazāk nekā atkvēlinātais. Tādēļ kaltie, velmētie, presētie metali ir elastīgāki nekā atkvēlinātie un lietie, bet toties trauslāki.



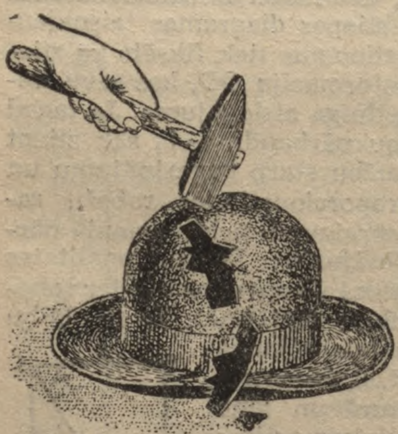
397. zīm.

Mikroskopiskie pētījumi rāda, ka daudzi cietie ķermeņi, to skaitā visi metali, sastāv no atsevišķiem ļoti sīkiem kristaliem («graudiem»), kurus dažreiz vienu no otra atdala kāda cita sastāva viela.

Šie kristali novietoti nekārtībā, un mechaniskie raksturojumi, kurus dabū pārbaudes rezultatā, nav nekas cits kā atsevišķiem, dažādos virzienos novietotiem kristaliem atbilstošie vidējie lielumi, kas mainījušies starpslāņu ietekmē. Lai noskaidrotu parasto polikristalisko materialu īpatnības, jāizpētī monokristalu mechaniskās īpašības. Anizotropijas dēļ monokristalu mechaniskās īpašības ir atkarīgas no tā, kāds ir slodzes iedarbības virziens attiecībā pret kristalu asīm.

Stiepjot monokristalu pāri kritiskam punktam, sākas *plastiskā deformacija*, t. i., atsevišķu kristala slāņu savstarpēja slīdēšana pa noteiktām plaknēm. Jāiegaumē, ka maksimalo tangencialo spraigumu plakne veido ar stiepes piepūli 45^0 lielu leņķi[1].

Sīko kristalu deformacijām (šie kristali veido parasto metala paraugu) ir tāds pats raksturs. Kad spraigums sasniedz elastības robežu, tad dažos visnelabvēlīgāk novietotos mikrokristalos sākas slīdēšana. Kad ārējos spēkus novērš, paraugs savu formu neatgūst pilnīgi, jo to mikrokristalu plastiskā deformacija, kur notikusi slīdēšana, kavē tās atgūšanu. Tādēļ paraugā paliek daži iekšējie spraigumi, jo tie elastiski deformētie mikrokristali, kas saskaras ar plastiski deformētiem kristaliem, paliek nedaudz izstiepti. Atkārtojot slogošanu, parauga tecēšana iesāksies pie lielāka spraiguma, nekā tas bija sākuma slogojumā (396. zīm., punkts *F*), jo tagad sāks slīdēt tie kristali, kas sākumā stiepšanā pāri elastības robežas spraigumam (396. zīm., punkts *C*) tikai elastīgi deformējās. Tā izskaidro cietināšanas parādību.

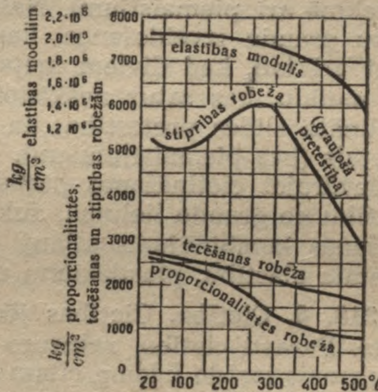


398. zīm. Mīksta platmale, iemērkta šķidrā gaisā, kļūst trausla.

[1] Pierādījums (397. zīm.). Laukums, ko dabū, šķeļot paraugu ar plakni AA', kas ar darbojošos slodzi F veido leņķi $90^0 - \varphi$, ir vienlīdzīgs $\frac{S}{\cos\varphi}$, kur S ir AB šķērsgriezuma laukums. Tādēļ stiepes spēks P_{φ}, kas

217. §. Stiprība. Saskaņā ar L u d v i k a (1928) izveidoto teoriju, ķermeņu stiprību raksturo divi lielumi: daļiņu s l ī d e s un a t r a u š a n a s p r e t e s t ī b a. *Ja daļiņu slīdes pretestība ir lielāka nekā puse no atraušanas pretestības*[2], *tad materials ir trausls: tā sagraušana notiek bez plastiskās deformacijas.* Bet, ja daļiņu slīdes pretestība ir mazāka par pusi no atraušanas pretestības, tad vispirms sāksies slīdēšana pa plaknēm, kas ar stiepes spēkiem veido 45^0 leņķi; pirms sabrukšanas notiks plastiskā deformacija.

Slīdes pretestība ir līdzīga šķidrumu viskozitatei. Tā pieaug tāpat kā viskozitate, ja pazeminās temperatura un palielinās deformacijas ātrums. Turpretim atraušanas pretestība maz atkarīga no temperaturas un deformacijas ātruma. Tādēļ, ja kāda ķermeņa slīdes pretestība pie normalas temperaturas pārsniedz 2 reizes daļiņu atraušanas pretestību un tādēļ ķermenis ir trausls, tad, temperaturai paaugstinoties, slīdes pretestība pamazinās un ķermenis top plastisks. Un otrādi, katrs plastisks ķermenis, ja pietiekoši pazemina temperaturu, top trausls, jo slīdes pretestība, temperaturai pazeminoties, pieaug un beigās pārsniedz pusi no atraušanas pretestības (398. zīm.). Svins, kas pie istabas temperaturas ir plastisks, pie šķidra gaisa temperaturas kļūst trausls.



399. zīm. Diagrama, kas attēlo tērauda mechanisko īpašību atkarību no temperaturas.

Daļiņu atraušanas pretestība,

---

darbojas uz laukuma vienību kārtā AA', ir $P_{\varphi} = \frac{F\cos\varphi}{S}$. Šā spēka normalkomponente ir $P_n = P_{\varphi}\cos\varphi = \frac{F}{S}\cos^2\varphi$. Tangencialā komponente $T = P_{\varphi}\sin\varphi = \frac{F}{S}\sin\varphi\cos\varphi = \frac{F}{2S}\sin 2\varphi$; tā sasniedz maksimalo lielumu kārtā, kas ar stiepes spēka virzienu veido 45^0 leņķi (šai kārtā spraigums, kas rada slīdēšanu, ir vienlīdzīgs pusei no stiepes spraiguma $T_{\varphi = 45^0} = \frac{F}{2S} = \frac{P}{2}$).

[2] Kāpēc slīdes pretestībai jābūt lielākai par atraušanas pretestības pusi, tas redzams no iepriekšējās piezīmes (tangencialspraigums ir divas reizes mazāks nekā stiepes spraigums).

kā jau teikts, nav atkarīga (vai precizāk — ir maz atkarīga) no deformacijas ātruma, kamēr slīdes pretestība diezgan ātri pieaug, palielinot deformacijas ātrumu; tādēļ ķermenis, kas ir plastisks attiecībā pret lēnu slodzes palielināšanu, kļūst trausls, ja deformaciju izdara ātri. Piemēram, cinks ir plastisks, ja slodzi palielina lēnām, bet ir trausls pie ātras deformēšanas.

Slīdes pretestība polikristaliskos ķermeņos, īpaši metalos, ir jo lielāka (ja visi citi noteikumi vienādi), jo mazāki graudi. Graudu palielināšana, ko var panākt, ja metalu ilgāku laiku patur pietiekoši augstā temperaturā, padara metalu plastiskāku. Ja metalu sakausējumam liek ātri kristalizēties, tad rodas sīki graudi un metals nav tik plastisks; ja sakausējumu pārmērīgi pārdzesē, tad dabū rupjgraudainu metalu. Graudu lielumu, kas rodas sakausējuma kristalizacijā, bez dzesēšanas ātruma stipri ietekmē arī piemaisījumi. Nešķīstoši piemaisījumi bieži sekmē sīku graudu izveidošanos, kas pazemina metala plastiskumu. Bet arī tad, kad diviem metaliem ir vienāda lieluma graudi, to metalu, kas satur nešķīstošus piemaisījumus, raksturo palielināta slīdes pretestība, un tādēļ tas ir trauslāks nekā tīrs metals (bez piemaisījumiem).

Ievērojot cietināšanas parādību un mechanisko īpašību atkarību no graudu lieluma, aukstas un termiskas metala apstrādāšanas kombinējums atļauj diezgan plašās robežās mainīt metala elastību, plastiskumu un stiprību.

218. §. Cietība. Cietības jēdziens vēl nav precizi noformulēts. Parasti cietību raksturo ar tās pretestības lielumu, ko ķermenis izrāda kādam citam ķermenim, kas grib tajā iespiesties ar savu smailo vai cita veida daļu, kurai ar ķermeni ir neliels saskares laukums.

Mineraloģijā ir izplatīts M o s a ieteiktais cietības noteikšanas paņēmiens, lietojot svītras metodi. Ir sastādīta «cietības skala», kurā izraudzīti 10 minerali, kas sakārtoti šādā rindā:

1. Talks	5. Apatits	9. Korunds
2. Ģipsis	6. Lauka špats	10. Dimants
3. Kaļķa špats	7. Kvarcs	
4. Fluorits	8. Topazs	

Katrs šīs skalas nākošais minerals iesvītro — ieskrāpē — iepriekšējo mineralu, ja ar pirmā aso stūri velk pa otra virsmu. Cietību apzīmē ar to mineralu kārtas numuriem, kuru starpā novietojas pārbaudāmais ķermenis. Piemēram, atzīme 5—6 (vai $5^1/_2$) nozīmē, ka pārbaudāmais ķermenis skrāpē apatitu, bet pats dabū svītru, ja pa tā virsmu velk ar lauka špata aso stūri. B r i n e l s ir ieteicis citu cietības noteikšanas paņēmienu; tā pamatā ir iespieduma laukuma mērīšana; iespieduma laukumu dabū, ja uz pētījamā ķermeņa virsmas ar 3000 kg lielu spēku spiež norūdītu tērauda lodīti, kuras diametrs ir 1 cm.

Nav grūti saprast, ka pirmās metodes lietošana cietības mērīšanai ir saistīta ar molekulu atraušanas pretestību, bet otras metodes — ar slīdes pretestību; tādēļ šo metodu rezultati nav salīdzināmi savā starpā.

Mēģinājumos, kurus izdarījis A. F. Jofe, konstatēts, ka akmenssāls monokristalu stiprība pieaug vairākkārt, ja kristalus iegremdē ūdenī. To var izskaidrot tā, ka sauso kristalu stiprību samazina daudzās sīkās, neredzamās spraudziņas («Smekalova plaisas»). Turot kristalu ūdenī, notiek šķīšanas un nosēšanās procesi, kuru rezultatā spraudziņas pazūd un kristala stiprība pieaug līdz normalam lielumam, ko var aprēķināt pēc kristalu uzbūves elektriskās teorijas.

P. A. Rebindera un viņa līdzstrādnieku pētījumi rādījuši, ka var izraudzīt tādu vielu šķīdumus, kuri, slapinot kristalu, pamazina tā cietību. Šīs vielas, iekļūstot sīkajās spraudziņās, tās nedaudz paplašina tais vietās, kur atsevišķo kristalu virsmas spraugās ir blīvi piespiestas viena otrai; tādēļ darbs, kas vajadzīgs, lai kristalu disperģētu (salauztu), samazinās.

Iespējams, ka nākotnē Jofes un Rebindera efekti, kas ir pretēji no praktiskā viedokļa, plaši tiks izmantoti technikā: Jofes efekts var noderēt materialu stiprināšanai, bet Rebindera efekts — cietu iežu urbšanas atvieglošanai un citos darbos, kas saistīti ar disperģēšanu.

219. §. Metalu nogurums. Jau sen bija novērots, ka, metalu atkārtoti slogojot un atslogojot vai uz metalu iedarbojoties mainīga virziena spēkiem, sagraušana notiek pie spraiguma, kas ievērojami (2—3 reizes) mazāks par stiprības robežu, kas noteikta parastā statiskā pārbaudē. Šo parādību nosauca par metalu *nogurumu*. Ar noguruma parādību ir jārēķinās, projektējot detaļas, kurām jāiztur mainīga virziena vai periodiski mainīga slodze, piemēram, kloķvārpstas, klaņus, virzuļu kātus u. c.

Slodzi, kas noguruma pārbaudē iedarbojas uz paraugu, periodiski maina. Maksimalo lielumu, ko spraigums paraugā sasniedz viena perioda laikā, sauc par maksimalo spraigumu jeb spraiguma amplitudu. Noguruma pārbaudes rāda, ka, jo lielāka spraiguma amplituda, jo mazāks ir spraiguma maiņu (ciklu) skaits, pie kura paraugs salūst. Ja spraiguma amplituda ir vienlīdzīga ar stiprības robežu, tad paraugs pārlūst tūlīt pēc pirmās noslogošanas. Ja spraiguma amplituda ir 60—70% no stiprības robežas, tad paraugs salūst pēc dažiem tūkstošiem ciklu. Bet, ja amplituda nepārsniedz 40—50% no stiprības robežas, tad noslogojuma ciklu skaits var būt ārkārtīgi liels (10^7) un paraugs tomēr nesalūzīs. Vislielāko spraigumu amplitudu, kādu paraugs var izturēt bezgalīgi daudz reižu, sauc par *izturības robežu pie mainīgās slodzes.*

Sakarību starp izturības robežu un citiem lielumiem, kas raksturo materialu mechaniskās īpašības, līdz šim laikam vēl nav izdevies noskaidrot. Vērpes izturības robeža parasti ir divas reizes mazāka nekā stiepes vai lieces izturības robeža.

Pētījumi ir rādījuši, ka cietināšana un pārpulēšana, ja to dara pirms noguruma pārbaudes, pazemina izturības robežu. Spraiguma maiņas frekvences palielināšana līdz 60—120 tūkst. cikliem minutē ievērojami paaugstina izturības robežu.

220. §. Svarīgāko materialu mechaniskās īpašības. Kad inženieris ar statikas un dinamikas metodēm ir noteicis spēkus, kas iedarbosies uz būvējamās celtnes atsevišķiem elementiem, tad jāizrauga attiecīgs materials šo elementu izgatavošanai. Te inženierim galvenā kārtā jāievēro divas prasības: pirmkārt, elementam, kas izgatavots no izraudzītā materiala, jābūt pietiekami izturīgam (t. i., jābūt spējīgam pretoties spēkiem, kas uz to iedarbojas, lai nesalūztu un nedabūtu paliekošas deformacijas); otrkārt, tam jābūt iespējami lētākam.

Ja elements darba procesā pakļauts elastiskām deformacijām, kā, piemēram, dzelzceļa sliede, turbinas vārpsta vai atspere, tad tas jāizgatavo no elastīga materiala. Elastīgs ir tāds materials, kuram ir liels Junga modulis un augsta elastības robeža; bez tam vēl šim materialam, kad ir sasniegta tecēšanas robeža vai iesākas sabrukšana, jāuzrāda ievērojamas maiņas garuma- un šķērsvirzienā. Ja elementam jābūt iespējami vieglam, tad tā izgatavošanai jāņem materials ar ļoti lielu pretestību, bet visai mazu īpatnējo svaru, un jāizvēlas tāda forma, kuras izgatavošanai vajadzīgs vismazāk materiala. Pēdējais noteikums sekmē arī celtnes lētumu. Sevišķi liela nozīme konstrukcijas vieglumam ir kustīgo mechanismu izgatavošanā: automobiļu, vagonu, ratu u. c., kā arī dažāda veida pārsegumos un tiltos. Izcila, izšķiroša nozīme konstrukcijas vieglumam ir lidojošo mašinu — aeroplanu un dirižabļu — būvē.

Skaitļi, kas doti biežāk lietoto materialu mechanisko īpašību tabulā (522. lpp.), rāda, ka vislabākās mechaniskās īpašības, t. i., liela elastība, stiprība un spēja izturēt ievērojamas deformacijas, ir dažādiem tēraudiem — dzelzs un oglekļa sakausējumiem, kuru īpatnējais svars arī nav visai liels. Lietojot tēraudu kā būvmaterialu, tiek atrisināta arī konstrukcijas lētuma problema, jo dzelzs ir vislētākais metals. Dārgi ir tikai augstvērtīgie tēraudi, piemēram, tabulā minētais cietais niķeļa-vanadija tērauds.

Tēraudam ir ne tikai ievērojama stiprība, bet arī liela elastība. Piemēram, tērauda paraugs pārtrūkšanas momentā dažreiz pagarinās par gabalu, kas sasniedz pat 34% no sākuma garuma. Tādēļ detaļas no tērauda var ievērojami deformēt, nebaidoties, ka tās lūzīs. Vienīgie tērauda konkurenti vieglu konstrukciju būvēs, kas pakļautas ievērojamām elastiskām deformacijām, ir aluminija sakausējumi, kuriem ir labas mechaniskās īpašības, diezgan liela elastība un pie tam ļoti mazs īpatnējais svars. Gandrīz visi tagadējo metala lidmašinu un dirižabļu elementi, izņemot dažas sevišķi stipri noslogotas motora daļas, ir pagatavoti no aluminija sakausējumiem: duraluminija vai koļčugaluminija. Tikai pašā pēdējā laikā aluminija sakausējumus lidmašinu būvniecībā sāk izspiest augstvērtīgie un nerūsošie tēraudi, jo to augstā mechaniskā kvalitate atļauj izgatavot detaļas ar tik maziem izmēriem, ka konstrukcija, kas izgatavota no nerūsoša tērauda, sver ne vairāk kā duraluminija konstrukcija, bet mechaniskās īpašības tērauda konstrukcijām labākas par duraluminija konstrukciju īpašībām.

Sevišķi ievērojama tēraudu vērtība ir spēja izturēt jebkuru mechanisku un termisku apstrādi: virpošanu, ēvelēšanu, presēšanu, kalšanu, metināšanu, rūdīšanu, liešanu.

Arī koks, ievērojot tā mazo īpatnējo svaru un lielo elastību, ir vērtīgs būvmaterials. Koka konstrukciju trūkums ir to īsais mūžs un lielie izmēri.

Gadījumā, ja konstrukcijas strādā uz spiedi, ar panākumiem var lietot tādus būvmaterialus, kuriem ir maza elastība, bet pietiekama spēja pretoties saspiešanai, piemēram, akmeni, «elektronu»[1] un ķetu (sk. tabulu). Mašinu un darbagaldu stāvus, kuriem jāiztur spiede, parasti izlej no ķeta: tam ir ne tikai ievērojama spiedes pretestība, bet to var arī labi virpot, ēvelēt un citādi mechaniski apstrādāt.

Graujošā spiedes pretestība $\frac{kG}{mm^2}$

Ķets	"Elektrons"	Granits	Kaļķakmens	Ķieģelis	Tīrs cements	Cements ar 3 daļām smilts	Priede	Ozols
							Šķiedras virzienā	
50—80	20—30	8—20	4—20	1,5—3	2,5—2,7	1,6	2,45	3,55

[1] Viegls sakausējums, kura galvenā sastāvdaļa ir magnijs.

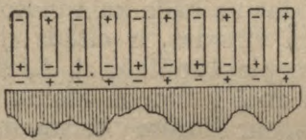
Dažu materialu mechaniskās īpašības

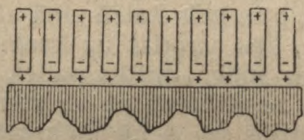
Materials un tā apstrādes veids	Junga modulis $\frac{kG}{mm^2}$	Bīdes modulis $\frac{kG}{mm^2}$	Stiprība $\frac{kG}{mm^2}$	Tecēšanas robeža $\frac{kG}{mm^2}$	Elastības robeža $\frac{kG}{mm^2}$	Noguruma robeža $\frac{kG}{mm^2}$	Pagarinājums sagraušanas momentā %	Šķērsgriezuma laukuma samazināšanās sagraušanas momentā %	Blīvums $\frac{g}{cm^3}$
Niķeļa tērauds, liets, atkvēlināts	20 000—22 000	8000—8300	65	39		34	12	14	7,84—7,85
Oglekļa tērauds, neapstrādāts stienis			53,5	34,6		28	34	58	
Tas pats, rūdīts			69,2				24	56	
„ „ atlaidināts pie 700°			58,2	40,8			33	68	
„ „ velmēts	20 000—22 000	8000—8300	48,7	32	25,7		30	59,5	7,84—7,85
„ „ stiepts ar cietināša-			96,6				3	23	
nu					57	20	33,5	53	
„ „ kalts			44,6	21,5	18,6				
Chroma-niķeļa tērauds . . .			147,5	137		80	9,5	30,5	
Tas pats, atkvēlināts			67,5	33		34	27	53	
„ „ norūdīts	20 000—22 000	8000—8300	177	170		85	11	43	7,84—7,85
Niķeļa-vanadija tērauds, eļļā rūdīts			241,3	193,2			5	8	
Tērauds, atlaidināts			97,7	72	58,3		19,5	48,5	
Dzelzs, elektrolitiska			30—44	1—36	4—7	3,8	19—42		
„ kaļamā, lieta	19 000—21 000	7700 - 8300	23—40	14,3		11	32	48	7,9
„ stiepta			55,4	51	31,6	20	17	54	
Ķets mašinbūvniecībai . . .	8000—10 500	3500	12—22			8—15			7,8
Duraluminijs			40	20		14	20		
Tas pats, auksti velmēts . .	6300— 7200	2600	62	54		15—16	3		2,7
Koļčugaluminijs, rūdīts . .			36—42		19—23	12	15—22		
Tas pats, auksti velmēts . .			45—58		35—50		4—3		
Elektrons, lietais (Mg sakaus.)			20—23	10	≈5	≈10	6—10	10—14	1,8
Varš, elektrolitiskais	11 000		16—22			3—4	50—58	65—76	8,9
Svins	500—700		1,25—1,80		0,25				11,3
Ozols šķiedru virzienā . . .	1080	800	9—10		2,5				0,7
Priede „ „ . . .	920		7—8						0,5

Ceļot ēku pamatus un sienas, uz kurām iedarbojas spiede un kur jautājumam par materiala lētumu ir liela nozīme, jo tā patēriņš ir liels, lieto akmeni, betonu, ķieģeļus un tiem līdzīgus lētus materialus ar mazu elastību un mazu siltuma vadītspēju, bet ar pietiekamu spēju pretoties sagraušanai.

Detaļas, kas darba vai montažas un ražošanas procesā ir padotas plastiskām deformacijām, piemēram, elektriskie vadi, ūdensvada caurules, aizgriežņi, dažādu mechanismu sīkās daļas u. c., pagatavojamas no plastiskiem materialiem. Plastiskumu raksturo mazs Junga modulis, zema tecēšanas robeža un pārbaudāmā parauga linearo izmēru ievērojama maiņa sagraušanas momentā. Tādas īpašības, kā tas tabulā redzams, ir dzelzij, varam un svinam.

221. §. Adsorbcija. Adsorbcijas[1] parādība izpaužas tā: ja cietu ķermeni aptver gāze (raksturīgākais gadījums), tad uz ķermeņa virsmas izveidojas ļoti plāna blīvas gāzes kārtiņa, kura


400. zīm.


401. zīm.

it kā pielīp ķermenim. Ja ķermenim ir daudz sīku poru (piemēram, koka ogle) vai ja ķermenis ir smalka pulvera veidā, tad «adsorbētās» gāzes daudzums ķermeņa masas vienībā var būt ļoti liels. Piemēram, samšita ogle uzsūc amonjaku, kura tilpums 90 reizes pārsniedz ogles tilpumu; šī ogle uzsūc 55 tilpumus sērūdeņraža un 9 tilpumus skābekļa. Svaigi pagatavota kiziļa ogle (ko lieto pulvera pagatavošanā), ja to saberž pulverī, bieži pati aizdegas. Iemesls te ir tāds: kad ogle adsorbē skābekli, molekularie pievilkšanas spēki izdara darbu un potenciālā enerģija pāriet molekulari kinetiskajā enerģijā; sakarā ar to paaugstinās temperatura, kas ir pietiekama uzliesmošanai[2].

Tā kā tikko pagatavota pulverveidīga ogle ļoti kāri adsorbē gāzes, tad to izmanto vakuumtechnikā, lai atbrīvotu vakuuma aparatus no beidzamajiem gaisa atlikumiem.

Koka ogles adsorbcijas spēja stipri pieaug, ja to sevišķi ap-

[1] No latiņu vārda *ad* — pie un *sorbeo* — uzsūcu.

[2] Tāpat izskaidrojama arī dažu putekļainu vielu, piemēram, miltu putekļu, pašaizdegšanās, ja tie lielos vairumos suspendēti gaisā (tādi gadījumi ir notikuši lielās dzirnavās).

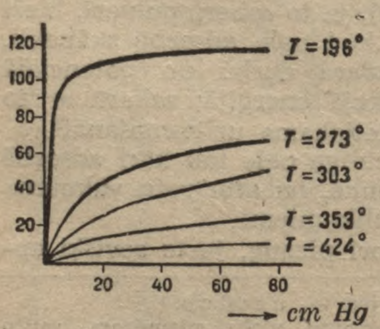
strādā, piem., stipri apdedzina ūdens tvaika klātbūtnē. Tādu ogli sauc par «aktivu», un to lieto kā technikā, tā arī militarām vajadzībām — gāzmasku izgatavošanā.

Ogle spēj adsorbēt arī šķidras un izšķīdušas vielas. Piemēram, ja caur koka ogles pulveri filtrē (vai saskalo ar to) šķidrumus, tad tos var atbrīvot no organiskām krāsvielām, piemēram, indigo, lakmusa. Organiskās vielas, kas izšķīdušas dzeramajā ūdenī, arī var adsorbēt ar ogli, bet tā ātri zaudē savu aktivitati.

Lai izskaidrotu adsorbcijas parādību, ir liktas priekšā vairākas teorijas (Lengmira, Eikena, B. V. Iļjina, Polani). Vienas tādas teorijas saturs, ko izveidojis Lengmirs un B. V. Iļjins, ir šāds.

Cieta ķermeņa molekulu rindas, kas veido ķermeņa virsmu, atrodas tāpat kā šķidrumā īpašā stāvoklī: tām vienā pusē nav kaimiņu. Katrs pozitivais elektrības lādiņš, kas atrodas kāda atoma sastāvā, ir spēka līniju avots, bet negativais ir šo līniju «noteka». Spēka līnijai, kurai vienā galā ir atoms, kas atrodas ķermenī, otrs gals katrā ziņā atrodas uz kāda kaimiņatoma. Bet atomiem, kas atrodas uz ķermeņa virsmas, ir citāds stāvoklis: šeit dažas spēka līnijas paliek «nepiesātinātas», t. i., šo līniju otrs gals nesaskaras ne ar vienu dotā ķermeņa atomu. Tādas spēka līnijas ir it kā makšķeres, ar kurām ķermenis satver apkārtējā gāzes vidē atsevišķas molekulas, (kurām katrai ir pozitivs un negativs elektrības lādiņš) un tās pievelk; notvertās molekulas nostājas tā, ka virsmas molekulas lādiņam piekļaujas notvertās molekulas pretējais lādiņš.

400. un 401. zīmējumā schematiski parādīta uz cieta ķermeņa virsmas adsorbētās gāzes kārta. Šī virskārta ir iesvītrota; zīmes + un — rāda atomu lādiņus, kas atrodas uz virsmas. 400. zīmējums atbilst tam gadījumam, kad lādiņi ar + un — zīmēm novietoti pamīšus, bet 401. zīmējums — gadījumam, kad lādiņiem viena un tā pati zīme. Vienkāršības dēļ gāzes molekulas aplūko kā «dipolus», t. i., katrai molekulai piešķir tikai divus lādiņus vai «polus».



402. zīm. Ogles — ogļskābās gāzes adsorbcijas izotermas.

Pievelkot gāzes molekulas cieta ķermeņa virsmai, elektriskie spēki izdara darbu; tā rezultatā sistemā atdalās ekvivalents siltuma daudzums. Tas ir «adsorbcijas siltums». Šis siltums ir diezgan ievērojams: tā lielums ir vairāk tūkstošu mazo kaloriju uz katru adsorbētās gāzes molu.

Ņemot par pamatu šeit norādīto elektrostatisko priekšstatu, V. V. Tarasovs izveda formulu, kas saista mola adsorbcijas siltumu ar adsorbējamās gāzes dielektrisko konstanti. Izrādās, ka, palielinoties vienam lielumam, palielinās arī otrs. Eksperimenti apstiprina tādu sakarību.

Kad cietais ķermenis atrodas pietiekami ilgu laiku gāzes atmosferā, tad starp adsorbēto un brīvo gāzi izveidojas statistiskais (kustīgais) līdzsvars. Gāzes daudzums G, ko adsorbē adsorbenta katrs īstās (efektivās) virsmas kvadratcentimetrs, ir atkarīgs no temperaturas un spiediena. Palielinot spiedienu, adsorbētās gāzes daudzums pieaug (tomēr tas pieaug lēnāk, nekā to nosaka Henri likums); paaugstinot temperaturu, adsorbētās gāzes daudzums strauji krīt (402. zīm.).

Adsorbcijas atkarība no gāzes spiediena aptuveni pakļaujas Lengmira formulai («adsorbcijas izoterma»):

$$G = G_{\infty}\frac{p}{p+b}. \tag{6}$$

No šīs formulas var secināt, ka pie ļoti maziem spiedieniem ($p \ll b$) ir spēkā Henri likums: $G = \frac{G_{\infty}}{b}p$, bet pie lieliem spiedieniem ($p \gg b$) tiek sasniegta zināma adsorbcijas robeža $G = G_{\infty} = \text{const}$.

Zinot gāzes daudzumu G, ko adsorbē 1 cm^2, var noteikt adsorbenta īsto (efektivo) virsmu. Ir uzzināts, ka 1 g ogles (ko technikā lieto adsorbcijas vajadzībām), ievērojot tās lielo porainību, efektivā virsma ir apmēram 10^5 cm^2 liela.

Polani teorija paredz adsorbētās gāzes sašķidrināšanas iespēju cieta ķermeņa mikroskopiskās porās, kur (tāpat kā kapilaros, kuru sieniņas slapina šķidrums) piesātinātā tvaika spiedienam jābūt jo mazākam, jo mazāks ir poru diametrs (199. §). Minētā *kapilarā kondensacija* ir gan iespējama (ja temperatura zemāka par kritisko), tomēr, ja gāzveidīgās fazes spiediens ir tālu no piesātinājuma, tad tā ir niecīga.

Londons (balstīdamies uz viļņu mechaniku) pierādīja, ka adsorbcijas potencials, kas raksturo spēkus, kuri pievelk cietā ķermeņa virsmai gāzes molekulas un nosaka adsorbcijas siltuma lielumu, krītas apgriezti proporcionali atstatuma trešai pakāpei no cietā ķermeņa virsmas un maz atkarīgs no temperaturas.

Gāzu adsorbcijai ir veltīti daudzi zinātniski pētījumi, bet līdz šim laikam tomēr vēl nav skaidrības par šīs nozares galveno problemu: teoriju par adsorbciju kā katalizes līdzekli (katalize ir ķimisko reakciju paātrināšana, un tai ir ļoti liela praktiska nozīme rūpniecībā).

Ja cietu ķermeni iegremdē šķīdumā, tad uz cietā ķermeņa virsmas parasti notiek izšķīdušo vielu adsorbcija; to plaši izmanto dažādos ķimiski technoloģiskos procesos. Piemēram, īpašā veidā apstrādājot, dabū ogli, kas adsorbē skābes, bet neadsorbē sārmus; tāpat var izgatavot ogli, kas adsorbē tikai sārmus. Izšķīdušu vielu adsorbcijai porainos un sīkgraudainos ķermeņos ir ievērojama teoretiska nozīme to dažādo parādību izpratnē, kas ir īpašas zinātniskas disciplinas — disperso sistemu fizikalās ķimijas — pētīšanas objekts.

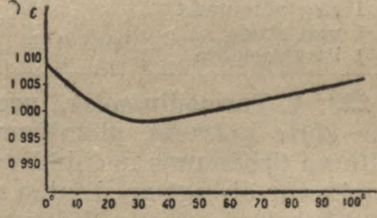
XV NODAĻA

Pirmais termodinamikas pamatlikums

222. §. Siltumenerģijas vienība — kalorija. Par siltuma daudzuma vienību pieņem siltuma daudzumu, kas 1 g ūdens sasilda par 1^0, proti, paceļ ūdens temperaturu no $19{,}5^0$ līdz $20{,}5^0$C. Šo siltuma daudzumu sauc par 20-gradu *mazo kaloriju*. 1000 reizes lielāku siltuma daudzumu, kas spēj 1 kg ūdens sasildīt par 1^0C, sauc par *lielo kaloriju*. Siltuma daudzumu, kas 1 t ūdens var sasildīt par 1^0, sauc par *termiju*.

1 termija = 1000 lielajām kalorijām = 10^6 mazajām kalorijām.

Kalorijas definēšanai pieņemts vienoties, ka ūdens sildīšanu izdara no $19{,}5^0$ līdz $20{,}5^0$C, jo siltuma daudzums, kas vajadzīgs ūdens masas vienības sasildīšanai par 1^0, atkarīgs—kā to pierādījuši daudzi pētījumi — no temperaturas (403. zīm.). Šī atkarība tomēr nav visai liela, un praktiskos aprēķinos to var arī neievērot. Parastām vajadzībām pietiekami precizi var teikt, ka n mazās kalorijas sasilda 1 g ūdens par n gradiem.



403. zīm. Ūdens siltumietilpība atkarībā no temperaturas.

Kad siltumu pārvērš darbā (piemēram, siltuma mašinās), tad arvien katra lielā kalorija dod 427 kgm darba. Darba vienību skaitu (kilogrammetru skaitu, džoulu skaitu, kilovatstundu skaitu vai citu darba vienību skaitu), kas ir ekvivalents 1 kalorijai, vispār sauc par *siltuma mechanisko ekvivalentu*. Pašreizējie precizākie mērījumi rāda, ka *mazās kalorijas mechaniskais ekvivalents ir* **4,186** *džouli*.

No tā izriet, ka lielās kalorijas mechaniskais ekvivalents, izteikts kilogrammetros, ir aptuveni vienlīdzīgs 427 kgm.

Kad darbu pārvērš siltumā, tad katra patērētā kilogrammetra darba vietā arvien izdalās apmēram $\frac{1}{427}$ lielās kalorijas siltuma. Kaloriju skaitu, kas ir ekvivalents darba vienībai (1 kgm, 1 džoulam vai citai vienībai) sauc par *darba termisko ekvivalentu*. Viena džoula termiskais ekvivalents ir **0,239** mazās kalorijas[1].

Termodinamiskos aprēķinos dažādos gadījumos jālieto dažādas enerģijas vienības.

Sakarība starp siltuma un citām enerģijas vienībām ir parādīta tabulā.

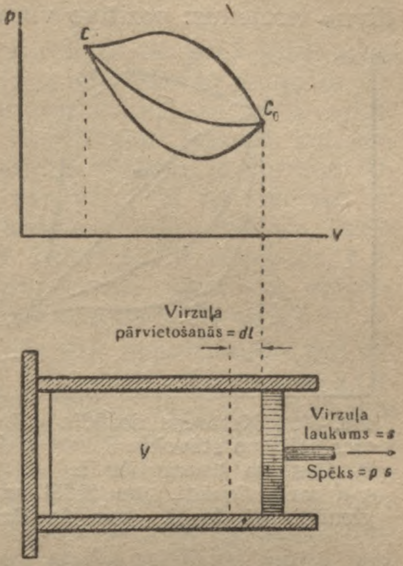
1 termija	ir ekvivalenta	4,186 megadžouliem jeb 427000 kgm
1 lielā kalorija	„ „	4,186 kilodžouliem jeb 427 kgm, jeb 5.688 zirgspējsekundēm
1 mazā kalorija	„ „	4,186 džouliem jeb 0,427 kgm
1 megadžouls	„ „	0,239 termijām
1 kilodžouls	„ „	0,239 lielajām kalorijām
1 džouls	„ „	0,239 mazajām kalorijām
1 kilovatstunda	„ „	860 lielajām kalorijām
1 vatstunda	„ „	860 mazajām kalorijām
1 kilogrammetrs	„ „	$\frac{1}{427}$ (= 0,00234) lielās kalorijas
1 zirgspējstunda	„ „	633 lielajām kalorijām
1 voltfarads	„ „	23,06 lielajām kalorijām
1 litratmosfera	„ „	24,21 mazajām kalorijām.

223. §. Termodinamiskā procesa grafiska attēlošana. Ievietosim kādu ķermeni, piemēram, gāzi, cilindrā, kas nelaiž cauri siltumu (izņēmums ir cilindra dibens, kas vada siltumu; dibenu tomēr var aizsegt ar siltumu necaurlaidīgu aizbīdni (404. zīm.). Kad ķermenis atrodas līdzsvarotā stāvoklī, slodze uz virzuļa ir vienlīdzīga gāzes spiediena p reizinājumam ar virzuļa laukumu s. Palielinot virzuļa slodzi, gāze saspiedīsies, pamazinot slodzi — gāze izpletīsies.

Tā kā cilindra dibenu, pārvietojot aizbīdni, var padarīt par siltuma vadītāju vai nevadītāju, tad pēc vēlēšanās uz gāzi var iedarboties vai nu tikai mechaniski (ar darba patēriņu vai ieguvumu), vai tikai termiski (ar siltuma pievadīšanu vai atņemšanu), vai arī vienā laikā abējādi. Vienosimies izdarīt procesu ļoti lēni, pakāpeniski mainot spiedienu un temperaturu. Tad izraudzītais ķermenis (teiksim, gāze) ies caur veselu rindu viens

[1] Siltuma mechanisko ekvivalentu un darba termisko ekvivalentu bieži uzlūko par lielumiem, kuriem ir noteikta dimensija daļskaitļa veidā. Tas nemaz nav vajadzīgs. Enerģiju var mērīt kā darba vienībās, tā siltuma vienībās. Mēs uzskatīsim, ka siltumam un darbam ir vienādas dimensijas.

otram bezgalīgi tuvu līdzsvara stāvokļu, kurus p, v diagramā attēlo punkti. Visu procesu attēlo līnija, kas savieno sākuma stāvokli C_0 ar beigu stāvokli C. Šī procesa realizēšanai ar dažādiem paņēmieniem (ar dažādām mechanisko un termisko iedarbību kombinacijām un maiņām) atbilst dažādas formas līnijas, kas iet no punkta C_0 līdz punktam C.

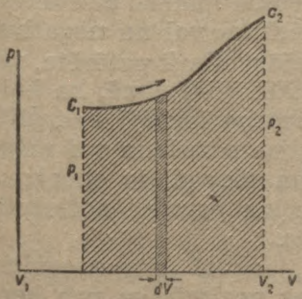


404. zīm. Elementarais izplešanās darbs $= pdv$.

224. §. Izplešanās darbs. Elementarais darbs, ko veic ķermenis (teiksim, gāze) izplešoties, ir vienlīdzīgs reizinājumam, ko dabū, ja spēku, kurš darbojas uz virzuli, t. i., lielumu $p. s$, reizina ar bezgalīgi mazu virzuļa pārvietojumu dl. Bet reizinājums sdl nav nekas cits kā gāzes tilpuma pieaugums: $sdl = dv$. Tātad elementarais darbs δA ir vienlīdzīgs spiediena p reizinājumam ar tilpuma pieaugumu:

$$\delta A = pdv; \tag{1}$$

p, v diagramā spiedienu p attēlo ordinata, tilpuma pieaugumu dv attēlo abscisas pieaugums, tāpēc elementaro darbu, ko veic ķermenis izplešoties, attēlo bezgalīgi šauras, vertikalas strēmelītes laukums (405. zīm.).



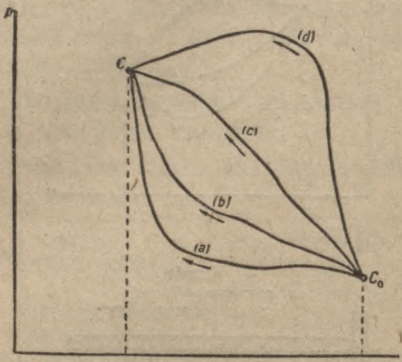
405. zīm. Darbs, ko veic ķermenis līdzsvarotā izplešanās procesā (grafisks attēls).

Visu darbu, ko veic ķermenis, izplešoties no sākuma stāvokļa C_1 tilpuma līdz dotā stāvokļa C_2 tilpumam, analitiski izsaka noteiktais integrals:

$$A = \int_1^2 pdv, \tag{2}$$

kur p ir v funkcija, kuras veids atkarīgs no «pārejas ceļa», t. i., no mechanisko un termisko iedarbību maiņas kārtības. Grafiski šo darbu nosaka laukuma lielums, kuru augšā norobežo līnija, kas attēlo ķermeņa pāreju no sākuma stāvokļa dotajā; sānos to norobežo divas ordinatas (p_1 un p_2), bet apakšā —

abscisu ass nogrieznis. Norādīto laukumu var uzskatīt par a l g e b r i s k u lielumu, ja uz līnijas, kas attēlo pārejas ceļu, izšķir divus virzienus: pozitivo virzienu uz augoša tilpuma pusi (laukums zem līnijas ir pozitivs, ķermenis izplešas un veic darbu) un negativo virzienu uz dilstoša tilpuma pusi (šai gadījumā laukumu zem līnijas uzskata par negativu, darbu patērē ķermeņa saspiešanai).



406. zīm. Ķermeņa dažādie «pārejas ceļi» no stāvokļa C_0 stāvoklī C. Laukumi zem līknēm *a, b, c, d* nav vienādi, un tādēļ nav vienādi arī darbi, kas jāpatērē pārejai $C_0 \rightarrow C$.

Pēc šiem paskaidrojumiem pietiek aplūkot 406. zīmējumu, lai redzētu, cik lielā mērā darbs ($-A$), ko patērē, lai realizētu ķermeņa pāreju no sākuma stāvokļa C_0 dotajā C_1, ir *atkarīgs no pārejas ceļa*.

Ar kalorimetriskiem mērījumiem nav grūti pārliecināties, ka arī siltuma daudzums, ko ķermenis var atdot, ir lielā mērā atkarīgs no atdzišanas ceļa.

225. §. Iekšējā enerģija ir ķermeņa stāvokļa vienvērtīga funkcija. Ņemsim kaut kādu ķermeni. Lai liktu tam pāriet no viena termodinamiskā stāvokļa otrā, vispār runājot, vajag patērēt darbu, pievadīt kādu siltuma daudzumu un tātad patērēt kaut kādu enerģiju. Atkarībā no izdarītās stāvokļa maiņas atsevišķos gadījumos šis enerģijas patēriņš var izrādīties vai nu negativs, vai vienlīdzīgs nullei. Bet, ja enerģija tiešām tikusi patērēta, vai tad var teikt, ka šī enerģija ir zudusi? Nē, jāiegaumē, ka *ķermenim pievadītā enerģija pārvēršas ķermeņa iekšējā enerģijā.* Ka šai gadījumā tiešām nenotiek enerģijas pazušana vai rašanās, bet gan tikai kaut kādas ķermenim pievadītās enerģijas pārvēršanās iekšējā enerģijā, par to liecina paralēli notiekošā ķermeņa termodinamiskā stāvokļa maiņa.

Ķermeņa iekšējā enerģija, tāpat kā jebkurš cits enerģijas veids, ir d i f e r e n c e s l i e l u m s. Tas nozīmē, ka par ķermeņa iekšējo enerģiju, kas ņemta kaut kādā stāvoklī, var runāt tikai salīdzinošā nozīmē, t. i., ja ķermeņa tagadējo stāvokli salīdzina ar ķermeņa kādu citu t. s. «sākuma» stāvokli.

Ķermeņa, kas ņemts kaut kādā stāvoklī attiecībā pret sākuma stāvokli, *iekšējo enerģiju nosaka, saskaitot darbu, kas jāpatērē, un siltumu, ko vajag pievadīt ķermenim, lai liktu tam pāriet no sākuma stāvokļa C_0 dotajā stāvoklī C.*

Protams, ka saskaitot darbs un siltums jāizsaka v i e n ā d ā s v i e n ī b ā s: vai nu mechaniskās vienībās (ergos, džoulos, kilogrammetros utt.), vai kalorijās.

Ja ķermenis pastāvīgi atrodas vienā un tai pašā līdzsvarotā stāvoklī, tad, protams, tai laikā ķermenis nekādu enerģiju nepatērē. Bet ņemsim kaut kādu ķermeni un pakļausim to vairākām mechaniskām un termiskām iedarbībām. Jājautā: vai ķermeņa iekšējā enerģija atgūs pirmatnējo vērtību, ja ķermeni atgriezīsim izejas stāvoklī? Citiem vārdiem: vai mechaniskā un termiskā apstrādāšana var atstāt ķermenī tādas «pēdas», kuras mainītu ķermeņa iekšējo enerģiju, bet citādi neizpaustos, t. i., nebūtu saistītas ar visu pārējo parametru skaitlisko vērtību maiņu, kuri raksturo ķermeņa termodinamisko stāvokli?

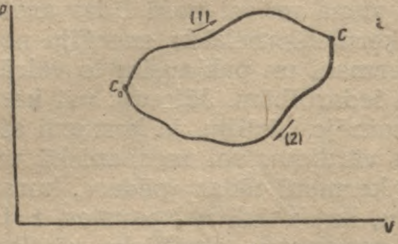
Ja c i k l a realizēšanai patērētā enerģija nebūtu nulle, tad vajadzētu teikt, ka enerģija patērēta «par velti», jo ķermeņa s t ā v o k l i s rezultātā nebūtu mainījies. Citiem vārdiem, vajadzētu atzīt, ka enerģija zudusi, vai arī vajadzētu atzīt, ka enerģija ir radusies, ja cikla realizēšanai vajadzīgā darba un siltuma patēriņa suma būtu izrādījusies negativa. Bet ne viena, ne arī otra varbūtība nav iespējama, kā to nosaka pirmais termodinamikas pamatlikums. Tātad siltuma un darba patēriņa suma jebkura termodinamiskā cikla veikšanai ir nulle. Tāpēc ķermeņa iekšējā enerģija cikla beigās atgūst savu pirmatnējo vērtību. Citādi sakot, iekšējā enerģija ir termodinamiskā stāvokļa vienvērtīga funkcija.

Ja U ir ķermeņa iekšējā enerģija un $x, y, z, \ldots$ ir parametri, kas visi kopā vienvērtīgi raksturo ķermeņa stāvokli, tad $U = f(x, y, z, \ldots)$. Šeit f ir v i e n v ē r t ī g a s funkcijas zīme. Funkcijas f veidu nevar noteikt tikai ar termodinamikas likumiem vien. Tas jānosaka eksperimentali vai arī pētījot ķermeņu molekularo strukturu.

226. §. Darba un siltuma patēriņa suma nav atkarīga no procesa gaitas. Pieņemsim, ka ķermenis no stāvokļa C_0 tiek pārvests stāvoklī C ar procesu, ko apzīmēsim ar ciparu 1, un pieņemsim, ka no stāvokļa C tas atgriežas atkal stāvoklī C_0 ar procesa palīdzību, kuru apzīmēsim ar ciparu 2 (407. zīm.). Iepriekšējā paragrafā tika paskaidrots, ka siltuma un darba patēriņa suma cikla procesā ir nulle un ka vienalga, vai procesi ir līdzsvaroti vai nav.

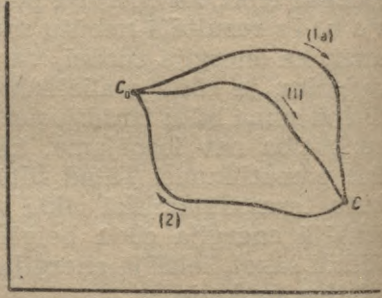
Tātad siltuma un darba k o p i e g u v u m s 2. procesā ir vienlīdzīgs siltuma un darba k o p p a t ē r i ņ a m 1. procesā.

Ievērosim tagad to, ka 1. un 2. procesu mēs izvēlējāmies pavisam patvaļīgi. Apmainīsim 1. procesu ar kādu citu, kuru apzīmēsim ar indeksu 1*a*, un tikko aplūkotā cikla vietā realizēsim šādu ciklu: $C_0 \rightleftarrows \binom{(1a)}{(2)} \rightleftarrows C$ (408. zīm.). Analoģiski iepriekš teiktajam tagad varam apgalvot, ka siltuma un darba k o p i e g u v u m s 2. procesā šai gadījumā ir vienlīdzīgs ar siltuma un darba koppatēriņu 1*a*. procesā.



407. zīm. Patērētā darba un pievadītā siltuma suma cikla procesā ir nulle.

Tāpēc varam secināt (ievērojot to, ka divi lielumi, kas vienlīdzīgi vienam un tam pašam trešajam lielumam, ir vienlīdzīgi savā starpā), ka siltuma un darba koppatēriņi 1. un 1*a*. procesā ir vienādi. Bet, tā kā mēs šos procesus ņēmām patvaļīgi, tad, savelkot sacīto, varam teikt, ka *siltuma un darba koppatēriņš vienāds visiem procesiem (līdzsvarotiem un nelīdzsvarotiem), kas pārvada ķermeni no kāda sākuma stāvokļa dotā stāvoklī*, t. i., tas neatkarājas no «pārejas ceļa».



408. zīm. Siltuma un darba koppatēriņš nav atkarīgs no «pārejas ceļa» (tas ir vienāds 1. un 1a. procesā, jo katram šim procesam tas ir vienlīdzīgs ar siltuma un darba kopieguvumu 2. procesā).

227. §. Jēdzienu «siltums» un «darbs» termodinamiskais saturs. Trim lielumiem — enerģijai, siltumam un darbam, ir vienādas dimensijas (tos var mērīt ar vienādām mēra vienībām), bet saturs šo lielumu jēdzieniem tomēr ir dažāds.

Vispirms jānovelk robeža starp jēdzienu «enerģija» no vienas puses, un jēdzieniem «siltums» un «darbs», starp kuriem ir vairāk radniecības, no otras puses.

Kad runājam par darbu, mums prātā ir p r o c e s s; kad runājam par enerģiju, mēs iedomājamies iespējama, bet vēl nerealizēta darba k r ā j u m u. Jājautā, ko termodinamikā izteic siltums — procesu vai krājumu?

Šā jautājuma atbilde ir: tikai procesu un nekādā gadījumā krājumu. Pirmais termodinamikas likums neatļauj citādi atbildēt. Tomēr agrāk valdošās siltumraža teorijas ietekmē, kas fizikā dziļi iesakņojusies, mēs bieži, lietojot vārdu «siltums», domājam pie tam kādu krājumu, bet ne procesu.

Ļoti daudzās grāmatās var sastapt apgalvojumu, ka siltums it kā ir ķermeņa molekulari kinetiskā enerģija. Siltuma identificēšanā ar molekulari kinetisko enerģiju ir apslēpta, līdz galam neizteikta pavisam maldīgā doma, ka lielākais siltuma daudzums, ko ķermenis atdziestot var atdot, it kā būtu vienlīdzīgs ķermeņa molekulu chaotiskās kustības enerģijai. Īstenībā tomēr siltuma daudzums, ko ķermenis atdod atdziestot, ir lielā mērā atkarīgs no apstākļiem, kādos noris atdzišana. Piemēram, gāzei kondensējoties, siltuma atdošana notiek galvenokārt uz ķermeņa molekulari potenciālās enerģijas pamazināšanas rēķina, bet ne uz molekulari kinetiskās enerģijas krājuma samazināšanās rēķina.

Termodinamika nepazīst nekādus «siltuma krājumus». Termodinamikā nevar būt runas par siltumu, ja nav siltuma pārnešanas procesa (līdzīgi tam, kā mechanikā nevar runāt par darbu, ja nav darbīgo spēku pielikšanas punktu pārvietošanas procesa). Jāiegaumē, ka jebkurš enerģijas veids ir ķermeņa stāvokļa vienvērtīga funkcija. Enerģija nav atkarīga no tā, pa kādu ceļu ķermenis no viena stāvokļa pāriet otrā. Darbs un siltums nav enerģijas v e i d i.

Darbs un siltums ir divas vienīgās iespējamās formas, kādās enerģija var tikt pārnesta no viena ķermeņa uz otru.

Ja tiek izdarīts kāds darbs, tad arvien ir vismaz d i v i ķermeņi: viens, kurš attīsta spēkus, kas veic darbu, un otrs, uz kuru šie spēki iedarbojas. Pirmais ķermenis, kas darbu dara, a t d o d enerģiju; otrs ķermenis, pret kuru darbs vērsts, i e g ū s t enerģiju. Pats darba process tātad ir enerģijas pārnešanas process no viena ķermeņa uz otru.

Tāpat arī, ja siltums attīstās, arvien ir vismaz divi ķermeņi: viens, kas enerģiju atdod, un otrs, kas enerģiju iegūst.

Enerģiju, kas pāriet no viena ķermeņa uz otru, atkarībā no pārejas formas, mērī ar vienu no diviem savā starpā ekvivalentiem lielumiem: vai nu ar darba, vai siltuma daudzumu.

Kāda ir kvalitatīvā atšķirība starp jēdzieniem: darbs un siltums? Siltums ir tāds enerģijas pārnešanas veids, kas satur sevī mikrofizisko procesu kopu (enerģijas apmaiņa, molekulām saduroties, gaismas kvantu izstarošana utt.). Darbs ir enerģijas pārnešanas makrofiziskā forma.

Mechanika atšķirībā no termodinamikas izšķir četrus enerģijas pārnešanas veidus: vilkšanu, triecienu, konvekciju un viļņus (52. §). Termodinamikas uzdevumu atrisināšanā šai klasifikacijai nav sevišķas nozīmes. Berze vilkšanā var būt par cēloni tam, ka enerģija daļēji tiek pārnesta siltuma veidā. Makrofizisko ķermeņu trieciena gadījumā analoģiska loma ir ķermeņu nepilnīgai elastībai. Tā enerģijas pārnešana, kas notiek chaotiskās molekulu sadursmēs, pilnīgi ietilpst siltuma jēdzienā. Konvekcija šā vārda plašākā nozīmē ir jebkura enerģijas veida pārnešana ar vielas palīdzību. Ja kaut kāda veida enerģijas konvekcija (bet tikai ne iekšējās enerģijas!) notiek ar tik lielu ķermeņu pārvietošanu, ka ir iespējams regulēt šo ķermeņu kustību, tad šis process ir raksturojams ar jēdzienu darbs; piemēram, elektrizēta ķermeņa pārvietošana no vienas elektrizēto ķermeņu sistemas otrā vai analoģiska magnetizētā ķermeņa pārvietošana utt. Bet, ja konvekcija noris stichiski, bez ārējo spēku klātbūtnes, piemēram, elektrizētu vai magnetizētu koloidalo daļiņu difuzijas gadījumā, tad tā ir siltuma pārnešana. Ķermeņa iekšējā enerģija ir vienīgais enerģijas veids, kam ir statistisks pamats, tādēļ iekšējās enerģijas konvekcija arvien jāuzlūko kā siltuma pārnešana.

Radioviļņi ir piemērs, kur enerģiju pārnes kā darbu, ko veic raidstacija, ierosinot elektrisku strāvu uztverošās stacijas antenā. Gaismas viļņi (kvanti) ir piemērs, kur enerģiju pārnes kā siltumu.

Siltums un darbs nav līdzvērtīgi enerģijas pārnešanas veidi. Tie nav līdzvērtīgi vispirms jau tāpēc, ka darbu var tieši novadīt jebkura enerģijas veida (piemēram, smaguma potenciālās enerģijas, elektriskās, magnetiskās enerģijas utt.) krājuma papildināšanai, bet siltumu tieši, bez starppārveidošanas darbā, var izlietot tikai ķermeņu iekšējās enerģijas krājuma papildināšanai. Tas, ka siltums un darbs nav līdzvērtīgi minētajā nozīmē, ir pašas šo jēdzienu definicijas sekas. Saprotams, ka tam apstāklim, ka siltums un darbs nav līdzvērtīgi, būtu mazsvarīga nozīme, ja siltumu varētu bez kaut kādiem sarežģījumiem pārvērst darbā. Bet saskaņā ar otro termodinamikas pamatlikumu *siltuma nekompensēta pāreja darbā nav iespējama*. Tātad principiālā nozīme enerģijas pārnešanas sadalīšanai divos veidos — siltumā un darbā — kas nav viens otram līdzvērtīgi, un īstā šo jēdzienu nozīme termodinamikā top saprotama tikai uz otrā pamatlikuma bazes.

Otrā termodinamikas pamatlikuma būtības un tuvāko secinājumu rūpīga noskaidrošana nav viegls darbs. Grūtību otrā pamatlikuma noskaidrošanā nebūtu, ja šis pamatlikums noteiktu, kā to dažreiz domā, spēju viena veida enerģijai pārvērsties otra veida enerģijā. Īstenībā otrais pamatlikums noteiktā veidā ierobežo viena enerģijas pārnešanas veida — siltuma — pārvēršanos otrā enerģijas pārnešanas veidā — darbā. Tāpēc otrā pamatlikuma būtības noskaidrošanai vienmēr jāaplūko kopīgi vismaz trīs ķermeņi: pirmais, kas otram atdod enerģiju siltuma veidā, un trešais, kas saņem no otrā enerģiju darba veidā. Ja vajadzīgs, lai viens no minētiem ķermeņiem (proti, otrais, tā sauktais strādājošais ķermenis) procesa beigās atgrieztos sākuma stāvoklī, tad, kā zināms, jāņem vēl ceturtais ķermenis — dzesētājs. Kāda veida enerģijas papildināšanai izlietots siltums (molekulari kinetiskai, molekulari potencialai, izstarošanas enerģijai) vai kāda veida enerģijas papildināšanai izlietots darbs, tam priekš otrā pamatlikuma noskaidrošanas un tā tuvākiem secinājumiem nav nekādas nozīmes.

Ja pavirši un vieglprātīgi apskata šo jautājumu, tad var izlikties, ka, definējot siltumu kā enerģijas pārnešanas veidu, nonākam pretrunā ar uzskatu, kas saskaņā ar E n g e l s a darbiem ir pieņemts dialektiskā materialisma sistemā. Tas tā nav; pavisam otrādi: neviena cita siltuma izpratne labāk neatbilst dialektiskajam viedoklim. (Lasot Engelsa rakstus, jāatceras, ka Engelss vēl nelietoja terminu «iekšējā enerģija», kas tagad ir vispār pieņemts; viņš lietoja vārdu «siltums», pirmkārt, lai apzīmētu lielumu Q, otrkārt, lai apzīmētu iekšējo enerģiju U un, treškārt, lai apzīmētu molekularo siltumkustību. Šo terminu diferencēšana notika vēlāk.)

Kas attiecas uz darba jēdzienu, tad izpratne par darbu kā enerģijas pārnešanas veidu ir labi redzama Engelsa «Dabas dialektikas» nodalījumā par darbu. Šai rakstā Engelss, starp citu, saka: «Darbs ir kustības veida maiņa, ja to aplūko no kvantitativās puses.»

Tā kā tai laikā termodinamisko lielumu statistiskā interpretacija vēl nebija izveidota līdz tādai pilnībai un skaidrībai kā tagad, tad dabiski, ka Engelsa rakstos maz ko atrodam tādu, kas siltumu izskaidrotu kā tādu enerģijas pārnešanas veidu, kurš atšķirībā no darba būtu salikts no mikrofizisko procesu statistiskā kopojuma. Un tomēr vajag tikai pietiekami iedziļināties Engelsa darba «Dabas dialektika» nodalījuma par siltumu divu pirmo rindkopu saturā, lai redzētu, cik tuvu Engelss jau ir šim uzskatam par siltumu. Tur, starp citu, ir teikts: «Kā redzējām, ir divi veidi, kuros pazūd mechaniskā kustība, dzīvais spēks. Pirmais ir kustības pārvēršana mechaniskā, potenciālā enerģijā, paceļot, piemēram, kaut kādu smagumu ... Mechaniskās kustības pazušanas otrs veids notiek pie berzes un triecienā... Šai gadījumā mechaniskā kustība pazūd kā tāda. To nevar pašu no sevis vairs atjaunot: process tiešā veidā nav apgriežams.» Šeit darbs ir skaidri salīdzināts ar berzes un neelastīga trieciena siltumu un ir pasvītrots, ka «mechaniskās kustības otrā veida pazušanas» īpatnība ir neapgriežamība, kas arī norāda uz šā «otrā veida» izdalīšanu pēc pazīmes, ka atšķirībā no darba šeit svarīga mikrofizisko procesu kopa. Saprotams, ka Engelss nav nejauši licis šo domu tās nodaļas sākumā, kur viņš runā par siltumu. Tādēļ jādomā, ka Engelss pats būtu formulējis siltuma definiciju tā, kā tā iepriekš izteikta, ja tai laikā būtu pietiekami noskaidroti termodinamikas statistiskie pamati.

Daži iebilst pret siltuma izpratni kā enerģijas pārnešanas sevišķu veidu (kur enerģija ir mikrofizisku procesu kopa), tomēr viņi nevar ieteikt nekādu citu siltuma definiciju, ko varētu saskaņot ar termodinamikas pamatlikumiem.

Daži, kā redzams, ir nesaprašanā par to, ka mēs ar vārdu «darbs» esam paraduši apzīmēt kā darba procesu, tā arī darba daudzumu; turpretim ar vārdu «siltums» esam paraduši apzīmēt tikai siltuma daudzumu, bet pašu enerģijas pārnešanas procesu siltuma veidā esam nosaukuši citā vārdā — «siltumapmaiņa». Šai gadījumā mēs sastopamies ar kādreiz valdošās siltumraža teorijas palieku. Piekāpjoties pret šo ieražu (kuru kultivēt tomēr nav pamata), minēto siltuma definiciju varētu, piemēram, izteikt arī tā: *darba process un «siltumprocess» no termodinamikas viedokļa ir divi vienīgi iespējamie enerģijas pārnešanas veidi, bet darba daudzums un siltuma daudzums ir minētajos veidos pārnestās enerģijas mērs.*

228. §. Pirmā termodinamikas pamatlikuma matemātiskais formulējums. Iedomāsimies kādu ķermeni. Pieņemsim, ka, iedarbojoties kaut kā uz šo ķermeni (vienalga, kā), tas pāriet no termodinamiskā stāvokļa C_1, kurā ķermeņa enerģija bija U_1, kādā jaunā stāvoklī C_2, kur tā enerģija ir U_2.

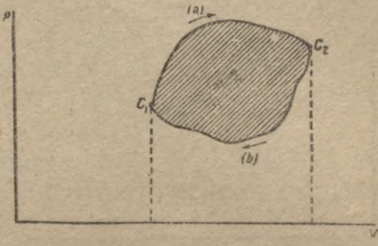
Ķermenis vai ķermeņu sistema enerģiju var iegūt tikai divos veidos: d a r b a un s i l t u m a veidā. Tātad, lai kādas arī būtu procesa konkretās īpatnības, var apgalvot, ka *sistemas pilnās enerģijas pieaugumam (U_2—U_1) noteikti jābūt vienlīdzīgam patērētā darba un sistemai pievadītā siltuma sumai.* P a t ē r ē t a darba lieluma vietā ņemsim lielumu ar pretēju zīmi, t. i., darbu, ko veic sistema. Augšminēto nosacījumu var izteikt tā: *siltums, ko piegādā sistemai, tiek izlietots sistemas enerģijas pieaugumam un darbam, ko veic sistema.*

Lai saīsinātu rakstības veidu, vienosimies kā parasti pieaugumu apzīmēt ar simbolu Δ:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Siltuma daudzumu, ko sistema iegūst pārejas procesā no stāvokļa C_1 uz stāvokli C_2, apzīmēsim ar Q; attiecīgo sistemas veikto darbu apzīmēsim ar A. Tad:

$$Q = \Delta U + A. \tag{3}$$



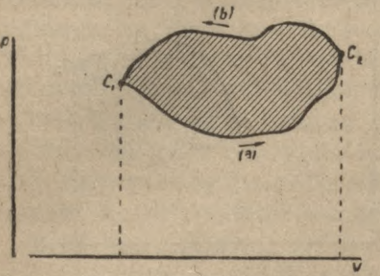
409. zīm. «Tiešais» cikls.

Saprotams, ka visi vienādojuma (3) lielumi jāizteic vienās un tais pašās enerģijas vienībās. Ja mēs gribētu siltumu Q un enerģiju U mērīt ar kalorijām, bet A ar darba daudzuma vienībām, tad 3. vienādojumā A priekšā būtu jāliek reizinātājs, kas izteic darba vienības termisko ekvivalentu; tādu rakstības veidu daudzi lieto. Tomēr praksē šādai vienādojumu rakstībai nav nekādu priekšrocību, jo iepriekš nevar pateikt, vai pēc uzdevuma būtības aprēķinus vajadzēs izdarīt kalorijās vai varbūt džoulos.

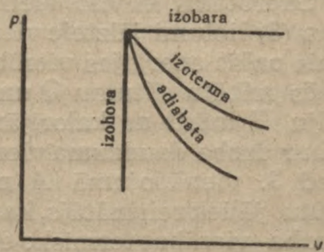
Lai formulu nesarežģītu ar liekiem apzīmējumiem, mēs darba vienības termiskā ekvivalenta un siltuma vienības mechaniskā ekvivalenta simbolus nekur nerakstām, tādā kārtā atstājot atklātu jautājumu par to, tieši kādās vienībās — kalorijās vai darba vienībās — izteikti Q, U un A. Jāiegaumē tikai, ka skaitliskos aprēķinos visiem vienādojuma locekļiem ir jāņem viena un tā pati enerģijas vienība (ja Q un U ņemti kalorijās, tad arī A jāizteic kalorijās; ja A ņemts džoulos, tad arī Q un U jāizteic džoulos utt.).

229. §. «Tiešie» un «apgrieztie» cikli. Izoprocesi. Iedomāsimies, ka ar vairākām mechaniskām un termiskām iedarbībām esam panākuši ķermeņa ciklisku procesu (termodinamisku ciklu), kas sastāv no diviem līdzsvarotiem procesiem, proti, no līdzsvarota izplešanās procesa [to apzīmēsim ar simbolu $C_1 \rightarrow (a) \rightarrow C_2$] un no līdzsvarota saspiešanas procesa, kas atgriež ķermeni sākuma stāvoklī [šo otru procesu apzīmēsim ar simbolu $C_1 \leftarrow (b) \leftarrow C_2$].

Pieņemsim, ka līnija (a), kas attēlo izplešanās procesu, ir novietota virs līnijas (b), kas attēlo saspiešanas procesu (409. zīm.). Tas nozīmē, ka darbs, ko ķermenis veic izplešoties, ir lielāks nekā tas, ko ķermenis patērē pie saspiešanas. Šos darba daudzumus attēlo laukumi, kuru starpība ir vienlīdzīga laukumam, ko ierobežo cikla $C_1 \begin{matrix} \rightarrow (a) \rightarrow \\ \leftarrow (b) \leftarrow \end{matrix} C_2$ konturs. Tā kā patērētā darba un ķermenim pievadītā siltuma suma noslēgtā cikliskā procesā ir nulle, tad *siltuma daudzums, kas patērēts cikla realizēšanai, ir* *vienlīdzīgs darbam*[1], *kas iegūts, ciklu realizējot;* šos abus ekvivalentos (vienlīdzīgos[2]) lielumus *grafiski attēlo laukums, ko ierobežo cikla konturs.*



410. zīm. «Apgrieztais» cikls.



411. zīm.

Var gadīties, ka līnija (*a*), kas attēlo izplešanās procesu, atrodas zem līnijas (*b*), kas attēlo saspiešanas procesu (410. zīm.). Tādā gadījumā laukums, ko ierobežo cikls, attēlo darbu, kas patērēts cikla realizēšanai, kā arī šim darbam ekvivalento siltuma daudzumu, kas iegūts, ciklu realizējot.

Cikli, kurus «strādājošā viela» (tvaiks vai gāze) veic *siltuma* mašinās, ir pirmā tipa; tiem izplešanās līnija atrodas virs saspiešanas līnijas, un tos sauc par *tiešiem* cikliem. Cikli, kurus «strādājošā viela» veic *dzesēšanas* mašinās, ir otra tipa; tiem izplešanās līnija atrodas zem saspiešanas līnijas, un tos sauc par *apgrieztiem* cikliem.

Vienkāršākie termodinamiskie procesi ir tādi procesi, kas notiek, vienam parametram nemainoties. Tādus procesus sauc par i z o p r o c e s i e m. Ja process noris pie pastāvīga tilpuma, tad to sauc par *izochorisku;* ja process noris pie pastāvīga spiediena, tad to sauc par *izobarisku,* un, ja process noris pie pastāvīgas temperaturas, tad to sauc par *izotermisku.*

Pie ievērojamākiem termodinamiskiem procesiem pieskaitāmi arī tādi procesi, kas notiek ķermeņa pilnīgas termiskās izolēšanas stāvoklī, t. i., bez siltuma pievadīšanas vai novadīšanas. Šos procesus sauc par *adiabatiskiem.* Sevišķi ievērojama loma termodinamikā ir ķermeņa līdzsvarotās adiabatiskās izple-

---

[1] Tas, protams, ir pareizi kā līdzsvarotos, tā arī nelīdzsvarotos ciklos.

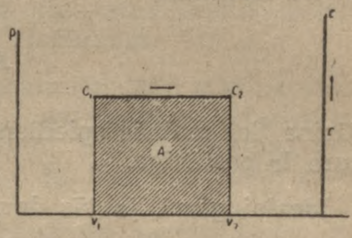
[2] Ekvivalentie siltuma un darba daudzumi ir vienlīdzīgi, ja tie mērīti ar vienām un tām pašām vienībām (teiksim, enerģijas mechaniskām vienībām). Ja pieņem, ka siltums mērīts kaloriju vienībās, bet darbs mechaniskās vienībās, tad dažreiz der paturēt vārdu «ekvivalenti», neapmainot to ar vārdu «vienlīdzīgi».

šanās (ekspansijas) vai saspiešanas (kompresijas) procesam. Līniju, kas attēlo šo procesu, sauc par a d i a b a t u (411. zīm.).

Tālāk, analizējot otrā termodinamikas pamatlikuma saturu, redzēsim, ka katram ķermenim piemīt kāds lielums, kas līdzīgi temperaturai eksistē, pateicoties molekularo un iekšmolekularo kustību juceklīgumam (chaosam). Šo lielumu sauc par entropiju. Līdzsvarotos adiabatiskos procesos tā nemainās. Tādēļ līdzsvarotos adiabatiskos procesus sauc arī par *izoentropiskiem* procesiem, bet adiabatu citādi — par i z o e n t r o p u.

230. §. Izobariskās izplešanās darbs. Mēs redzējām, ka vispārīgā gadījumā, kad, ķermenim izplešoties, mainās spiediens, darbs, ko ķermenis veic izplesdamies, jāaprēķina pēc formulas:

$$A=\int_1^2 p\,dv.$$



412. zīm. Izobariskās izplešanās darbs: $A = p\,(v_2 - v_1)$. Izochoriskam procesam $A = 0$.

Šī formula kļūst ļoti vienkārša, kad ķermeņa sildīšana un ar to savienotā izplešanās noris izobariski, t. i., pie pastāvīga spiediena. Šai gadījumā p kā pastāvīgu lielumu var ņemt aiz integrala zīmes:

$$A=p\int_1^2 dv=p(v_2-v_1). \qquad (4)$$

Darbs, ko veic ķermenis, izobariski izplešoties, ir vienlīdzīgs spiediena reizinājumam ar tilpuma pieaugumu (412. zīm.).

Šo formulu visbiežāk nākas lietot, aprēķinot darbu, ko ķermenis veic agregatstāvokļa maiņā — šķidrumiem vāroties, cietiem ķermeņiem kūstot; spiediens šai gadījumā nemainās tik ilgi, kamēr viss šķidrums nav pārvērties tvaikā vai kamēr viss cietais ķermenis nav izkusis.

Kā piemēru izobariskā darba formulas lietošanai aprēķināsim tvaika mašinas jaudu, ja mašina strādā ar nepārtrauktu pildīšanu (t. i., kas strādā, nepārtraucot tvaika ielaišanu cilindrā kaut kāda virzuļa gājiena starpstāvoklī, vai, kā saka, kas strādā bez «tvaika atraušanas»). Pieņemsim, ka tvaika spiediens katlā ir par 3 at lielāks nekā ārējā gaisa spiediens; cilindra tilpums 10 l; vārpsta apgriežas 200 reizes minutē; berzes zudumi 10%.

Lai darbu dabūtu kilogrammetros, spiedienu izteiksim $\frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$ un tilpumu kubmetros; tad 3 at $= 30\,000\ \frac{\text{kG}}{\text{m}^2}$ un $10\ \text{l} = \frac{1}{100}\ \text{m}^3$. Pēc formulas $A = p\ (v_2 - v_1)$, kur šai gadījumā $v_2 - v_1$ ir cilindra tilpums, bet p

tvaika darba spiediens, uzzinām, ka katrā virzuļa gājienā mašina veic darbu $30\,000 . \frac{1}{100}$ kGm = 300 kGm. Darbs, ko mašina veic 1 sekundē, atņemot berzes zudumus, ir $A = 0{,}9 \ . \ 300 \ . \ \frac{200}{60}$ kGm = 900 kGM. Bet darbs 1 sekundē ir jauda: $W = \frac{A}{t} = 900 \frac{\text{kGm}}{\text{sec}}$. Lai mašinas jaudu izteiktu zirgspējās, dabūtais skaitlis jādala ar 75; tātad aprēķinām, ka mašinas jauda ir 12 ZS.

231. §. Gāzes termiskās izplešanās darbs. Lai aprēķinātu ķermeņa izotermiskās izplešanās darbu pēc vispārīgās izplešanās darba formulas

$$A = \int_1^2 p dv,$$

jāzina, kā mainās spiediens atkarībā no tilpuma, ja temperatura ir pastāvīga.

Idealai gāzei, ja tās daudzums ir ν molu, $p = \nu \frac{RT}{v}$. Ievietosim šo izteiksmi iepriekš minētajā formulā un, ievērojot, ka sakarā ar procesa izotermiskumu T ir pastāvīgs lielums, ņemsim $\nu \ RT$ aiz integrala zīmes. Tad zem integrala zīmes būs naturalā logaritma[1] diferencials: $\frac{dv}{v} = d\ln v$.

Tātad idealās gāzes izotermiskais darbs ir:

$$A = \nu \ RT \ln \frac{v_2}{v_1}. \tag{5}$$

Šo formulu jo plaši lieto tuvīnos termodinamiskos aprēķinos, un tāpēc tā ir viena no svarīgākām termodinamikas formulām. Jāievēro, ka tilpumu attiecību $\frac{v_2}{v_1}$ šai formulā var aizstāt ar apgrieztu spiedienu attiecību $\frac{p_1}{p_2}$, jo uz izotermas pv = const:

$$A = \nu \ RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{6}$$

Saprotams, ka, ja vēlamies izplešanās darbu izteikt kilogrammetros, tad gāzes konstante R formulā (5) vai (6) arī jāizteic

[1] Ar zīmi ln apzīmē naturalo logaritmu (ja baze $e = 2{,}718\ldots$) atšķirībā no zīmes lg, ar ko apzīmē parastos logaritmus. Iegaumēsim, ka $\ln N = 2{,}3 \lg N$.

kilogrammetros ($R=0{,}848$ kGm); ja R ir izteikts kalorijās vai ergos, tad arī A attiecīgi būs izteikts kalorijās vai ergos.

Saskaņā ar Džoula likumu idealās gāzes iekšējā enerģija nemainās, ja to izotermiski izpleš vai saspiež. Tas nozīmē, ka *viss siltums, ko gāze saņem izotermiskās izplešanās procesā, aiziet darba veikšanai; visu darbu, ko patērē, izotermiski saspiežot gāzi, tā atdod siltuma veidā;* idealai gāzei, ja $t=$ const,

$$Q=A. \tag{7}$$

Tātad iepriekš minētās formulas var noderēt gan gāzes izotermiskā darba aprēķinam, gan arī siltuma Q aprēķinam, kas vajadzīgs gāzes izotermiskai izplešanai vai, citādi sakot, izotermiskās izplešanās «apslēptā siltuma» aprēķinam.

232. §. Puasona vienādojums. Iedomāsimies tādu mēģinājumu, kur gāze pakļauta līdzsvarotai adiabatiskai ekspansijai (izplešanās) vai kompresijai (saspiešana), t. i., bez siltuma pievadīšanas vai novadīšanas. Saprotams, ka tādā gadījumā, gāzei izplešoties, pamazināsies spiediens un, samazinoties iekšējai enerģijai, kura tiek patērēta darba veikšanai, pazemināsies gāzes temperatura. Grafiski (piemēram, p, v diagramā) šo procesu, kā tas minēts 229. paragrafa beigās, attēlo *adiabata.* Adiabatas vienādojumu idealai gāzei izstrādāja Puasons; parādīsim, kā izvedams Puasona vienādojums.

Vispārīgā gadījumā siltums Q, ko dabū ķermenis, palielina tā iekšējo enerģiju un veic darbu A. Pie bezgalīgi mazas stāvokļa maiņas $dA=pdv$ un

$$dQ=dU+pdv.$$

Tā kā idealām gāzēm $U=C_v T$, tad

$$dQ=\nu C_v dT+pdv.$$

Ja gāzes līdzsvarotā ekspansija vai kompresija noris adiabatiski, t. i., bez siltuma pievadīšanas vai novadīšanas ($dQ=0$), tad temperaturas un tilpuma maiņa pakļauta šādam vienādojumam:

$$dQ=\nu C_v\, dT+pdv=0.$$

Lai šo vienādojumu varētu integrēt, tad mainīgie lielumi jāatdala, ko viegli izdarīt, ja ievieto $p=\nu\frac{RT}{v}$ un visus locekļus dala ar T:

$$\frac{dQ}{T}=\nu C_v\frac{dT}{T}+\nu R\frac{dv}{v}=0.$$

Ņemot vērā, ka $\frac{dx}{x}$ ir x naturalā logaritma diferencials, redzam, ka uzrakstītās izteiksmes vidējo daļu var dabūt, ja, pirmkārt, diferencē funkciju:

$$S = \nu (C_v \ln T + R \ln v + a), \tag{8}$$

kur $a = \text{const}$, un, otrkārt, ja pieņem, ka *funkcija S pie līdzsvarotās adiabatiskās izplešanās vai kompresijas nemainās* ($dS=0$). Šī funkcija S ir *ideālās gāzes entropija.*

Potencējot aprēķināto T un v sakarību, gāzes vienam molam ($\nu = 1$) pie līdzsvarotas adiabatiskas ekspansijas vai kompresijas dabūsim

$$T.v^{\varkappa-1} = \text{const} = e^{\frac{S-a}{C_v}}, \tag{9}$$

kur ērtas salīdzināšanas dēļ ar turpmākajām formulām pieņemts apzīmējums

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_v}, \text{ un tātad } \varkappa - 1 = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \frac{R}{C_v}.$$

Te redzam, ka pie līdzsvarotas adiabatiskas ekspansijas temperatura samazinās apgriezti proporcionali tilpuma ($\varkappa$ —1) -ai pakāpei. Tātad vienatoma gāzes temperatura samazinās visātrāk. Tas ir tāpēc, ka pie vienādas temperaturas vienatoma gāzes iekšējās enerģijas krājums ir mazāks nekā daudzatomu gāzei.

Aprādītā sakarība starp T un v līdzsvarotā adiabatiskā procesā ir viens no Puasona vienādojumiem. Divi pārējie Puasona vienādojumi gāzes adiabatām nosaka sakarību starp p un v un starp T un p. Arī gāzes entropiju var attiecīgi izteikt kā šo parametru funkciju.

Ievietosim funkcijas S formulā (8) (zem logaritma zīmes) tilpuma vietā tā izteiksmi no Klapeirona vienādojuma: $v = \nu \frac{RT}{p}$. Logaritmējot dabūsim trīs locekļus. Pirmo locekli $R \ln \nu R$ saskaitām ar konstanti a, un apzīmējam sumu ar a_1. Otro locekli $R \ln T$ apvienojam ar vienādojuma pirmo locekli $C_v \ln T$, ņemot aiz iekavām $\ln T$, un ievērojam, ka $C_v + R = C_p$. Tad

$$S = \nu \, (C_p \ln T - R \ln p + a_1), \tag{10}$$

kur

$$a_1 = a + R \ln \nu \, R = \text{const}.$$

Potencējot dabūjam otro Puasona vienādojumu:

$$\frac{T}{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}} = \text{const} = e^{\frac{S-a_1}{C_p}}, \tag{11}$$

kur

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_v} \text{ un } \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = \frac{C_p - C_v}{C_p} = \frac{R}{C_p}.$$

Atgriežoties pie pirmās S formulas (8), liksim absolutās temperaturas vietā izteiksmi, ko dod Klapeirona vienādojums $T = \frac{pv}{\nu R}$. Logaritmējot dabūsim trīs locekļus: pirmais ir $C_v \ln p$; otro locekli $C_v \ln v$ saskaitām ar $R \ln v$, ņemam aiz iekavām $\ln v$ un ievērojam, ka $C_v + R = C_p$; trešo locekli $-C_v \ln \nu R$ saskaitām ar konstanti a un to algebrisko sumu apzīmējam ar a_2. Tādā kārtā dabūsim:

$$S = \nu\,(C_v \ln p + C_p \ln v + a_2), \tag{12}$$

kur

$$a_2 = a - C_v \ln \nu R = \text{const}.$$

Potencējot dabūjam trešo Puasona vienādojumu, kas nosaka gāzes adiabatu veidu p, v diagramai:

$$pv^{\varkappa} = \text{const} = e^{\frac{S-a_2}{C_v}}. \tag{13}$$

Tā kā arvien $\varkappa > 1$, tad, salīdzinot šo gāzes adiabatas vienādojumu ar Boila izotermu vienādojumu $pv = \text{const}$, redzam, ka p, v diagramā *adiabatas nosveras stāvāk pret tilpumu asi nekā izotermas.*

Lai ērtāk varētu lietot Puasona formulas, ievietojam tabulu, kurā norādītas lielumu $\varkappa$, $\varkappa-1$ un $\frac{\varkappa-1}{\varkappa}$ vērtības, kas Puasona formulās figurē kā kāpinātāji. Tabulas pēdējā ailē atzīmētas lieluma $\frac{1}{\varkappa-1}$ vērtības; šis lielums rāda, cik reizes gāzes 1 mola siltumietilpība lielāka par gāzu universalo konstanti[1].

	$\varkappa$	$\varkappa-1$	$\frac{\varkappa-1}{\varkappa}$	$\frac{1}{\varkappa-1}=\frac{C_v}{R}$
Vienatoma gāze	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$
Divatomu gāze	$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{2}$
Daudzatomu gāze	$\frac{8}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{6}{2}$

Puasona vienādojumu, ievērojat tā izvešanas gaitu, var izmantot tikai līdzsvarotos adiabatiskos procesos. Ātras (tātad arī

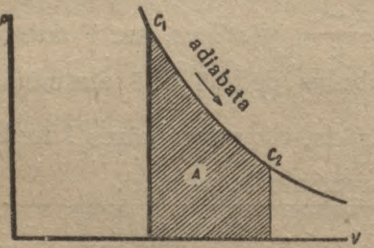
[1] Tiešām, ja Roberta Maijera vienādojuma $C_p = C_v + R$ katru locekli dala ar C_v, tad dabū: $\frac{C_p}{C_v} - 1 = \frac{R}{C_v}$ jeb $\varkappa - 1 = \frac{R}{C_v}$; tātad

$$C_v = \frac{1}{\varkappa-1} R.$$

n e l ī d z s v a r o t a s) adiabatiskas kompresijas vai ekspansijas gadījumos Puasona vienādojumu pēc būtības nevar lietot. Palielinot strauji ar triecienu slodzi virzulim, kas aiztur cilindrā gāzi, patērējam gāzes saspiešanai vairāk darba, nekā tas būtu vajadzīgs uzmanīgā, pakāpeniskā slodzes palielināšanā; sakarā ar to gāzes temperatura pieaug ātrāk, nekā to paredz Puasona vienādojums. Nelīdzsvarotā ekspansijā gāze veic mazāku darbu, nekā to spētu izdarīt, un tāpēc temperatura krītas lēnāk.

Nelīdzsvarotu (ātri notiekošu) adiabatisku procesu aprēķināšanai praksē bieži lieto formulas, kas izskata ziņā identiskas minētajām Puasona formulām, bet tikai ar to svarīgo atšķirību, ka lielumu $\varkappa$, kas Puasona formulās apzīmē siltumietilpību attiecību $\frac{C_p}{C_v}$, uzlūko par kaut kādu empirisku konstanti, kurai izvēlas tādu nozīmi, lai formulas (kuras pēc būtības šeit nevar izmantot) dotu vislabāko saskaņu ar mēģinājumu datiem.

233. §. Gāzes adiabatiskās izplešanās darbs. Kad ķermeņa saspiešana vai izplešanās notiek bez siltuma pievadīšanas vai novadīšanas (vienalga — līdzsvarotā vai nelīdzsvarotā veidā), tad ķermenis veic darbu uz iekšējās enerģijas rēķina (413. zīm.):



413. zīm. Iesvītrotais laukums attēlo iekšējās enerģijas samazinājumu: $A = U_1 - U_2$.

$$A = U_1 - U_2. \qquad (14)$$

Lai kaut vai aptuveni realizētu l ī d z s v a r o t a s adiabatiskās kompresijas vai ekspansijas noteikumus, ķermenis siltuma ziņā jāizolē no apkārtējiem ķermeņiem, ieliekot to, piemēram, cilindrā, kas pārvilkts ar «sliktu siltumvadītāju», vai labāk — ieliekot ķermeni cilindrā un pakarot šo cilindru otrā cilindrā, kuru no pirmā cilindra atdala bezgaisa telpa.

Vieglāk ir realizēt n e l ī d z s v a r o t u adiabatisku kompresiju vai ekspansiju. Ļoti ātri saspiežot, ķermenis nepagūst atdot apkārtējai videi kaut cik ievērojamu siltuma daudzumu, un tādēļ aptuveni var pieņemt, ka ļoti ātra saspiešana noris adiabatiski. Pamatojoties uz sacīto, adiabatiskā darba formulu (14) attiecina uz degoša maisījuma kompresiju iekšdedzes dzinēju cilindros.

G ā z ē m adiabatiskās ekspansijas darbu var aprēķināt pēc temperaturas krišanās. Saskaņā ar Džoula likumu ν moliem gāzes $U_1 - U_2 = \nu C_v (T_1 - T_2)$, un tātad

$$A = \nu C_v (T_1 - T_2).$$

Ja adiabatiskā ekspansija vai kompresija notiktu līdzsvaroti, tad saskaņā ar Puasona formulām, kuras paskaidrotas iepriekšējā paragrafā, vajadzētu pastāvēt šādai sakarībai starp gāzes stāvokļa parametriem procesa sākumā un beigās:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}.$$

Izmantojot šo sakarību, uzrakstīsim divas formulas, kuras bieži lieto praksē, lai aprēķinātu gāzes adiabatiskās izplešanās darbu. Šim nolūkam izteiksmē $A = \nu C_v (T_1 - T_2)$ ņemam T_1 aiz iekavām un C_v apmainām ar $\frac{R}{\varkappa - 1}$. Tālāk absoluto temperaturu attiecības $\frac{T_2}{T_1}$ vietā ņemam attiecīgu spiedienu attiecības vai apgrieztas tilpumu attiecības pakāpi. Tad dabū, ka ν moliem gāzes:

$$A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1}\right]; \tag{16}$$

$$A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right]. \tag{17}$$

Šīs formulas ir derīgas idealai gāzei, kas atrodas līdzsvarotā adiabatiskās ekspansijas ($A > 0$) vai kompresijas ($A < 0$) procesā. Praksē tās lieto realām gāzēm un aprēķina pēc tām ātras (tātad nelīdzsvarotas) adiabatiskas ekspansijas vai kompresijas darbu, ņemot konstantei $\varkappa$ tādu vērtību, kas aprēķinu saskaņo ar mēģinājuma datiem. Šīs formulas plaši lieto, piem., gāzes motoru aprēķinos.

234. §. Termoķimiskie vienādojumi. Ķimiskos procesus parasti pavada vai nu siltuma izdalīšanās, vai siltuma patērēšana. Tos procesus, kuros sistema izdala siltumu, sauc par *eksotermiskiem*[1], bet tos, kuros sistema patērē no ārpuses pievadīto siltumu, sauc par *endotermiskiem*[2].

Atkarībā no apstākļiem, kādos noris ķimiskā reakcija, paraleli ar siltuma izdalīšanos vai patēriņu sistema vienā gadījumā

[1] No grieķu vārda *exo* — ārpus.
[2] No grieķu vārda *endon* — iekšpus.

var veikt kādu darbu, citā — var izrādīties, ka jāpatērē darbs ķimiskā procesa uzturēšanai. Tais gadījumos, kad reakcijā rodas gāzveidīgi produkti, sistema ir spējīga veikt ievērojamu darbu, piemēram, pulvera eksplozijā. Daudzas reakcijas var «elektrificēt» ar galvaniskajiem elementiem; ķimiskie procesi, kas norisinās galvaniskā elementā, rada darbu, kas tiek patērēts elektriskās strāvas ražošanai. Pretējs piemērs ir elektrolizes reakcijas, kurās ķimiskie procesi prasa darbu.

Sistemas iekšējās enerģijas pamazināšanos termoķimijā nosacīti sauc par reakcijas siltuma efektu. Īstenībā iekšējās enerģijas pamazināšanās var izpausties pa daļai siltuma, pa daļai darba veidā. Kāda iekšējās enerģijas pamazinājuma daļa aiziet siltuma veidā un kāda darba veidā, tas lielā mērā atkarājas no tiem apstākļiem, kādos atrodas ķimiskā sistema. Jāiegaumē, ka lielums, ko termoķimijā pieņemts saukt par reakcijas siltuma efektu, ietver sevī abas šīs daļas: siltumu, ko sistema atdod, un darbu, ko sistema veic (darbs, protams, izteikts tādās pašās vienībās kā siltums, parasti — kalorijās).

Iekšējās enerģijas pieaugumu apzīmējam ar simbolu ΔU:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Lielums ar pretēju zīmi izsaka iekšējās enerģijas pamazināšanos; tātad reakcijas siltuma efekts ir $-\Delta U$. Termoķimiskiem vienādojumiem pieņemta šāda schema: kreisajā pusē raksta ņemto vielu iekšējo enerģiju U_1, labajā pusē — reakcijas produktu iekšējo enerģiju U_2 un reakcijas siltuma efektu $(-\Delta U)$:

$$U_1 = U_2 + (-\Delta U). \tag{18}$$

Kādas vielas 1 mola iekšējo enerģiju pie tādas temperaturas un spiediena, kādiem rakstīts termoķimiskais vienādojums, pieņemts izteikt ar vielas ķimisko formulu. Piemēram, O_2 termoķimiskā vienādojumā apzīmē 32 g skābekļa iekšējo enerģiju; CO_2 apzīmē 44 g ogļskābās gāzes iekšējo enerģiju utt. Diezgan bieži termoķimiskos vienādojumus raksta ne grammolekulās, bet kilogrammolekulās; šai gadījumā O_2 apzīmē 32 kg skābekļa iekšējo enerģiju.

Piemēram, vienādojums

$$C_{(\text{ciets})} + O_{2(\text{gāze})} = CO_{2(\text{gāze})} + 97\,000 \text{ kal}$$

rāda, ka, ja degšanas procesā 1 g-atoms (12 g) cieta oglekļa savienojas ar 1 molu (32 g) gāzveidīga skābekļa, tad rodas 1 mols (44 g) ogļskābās gāzes un izdalās 97 000 kal siltuma un darba veidā.

Daudzos gadījumos ar termoķimiskiem vienādojumiem aprēķina tādu reakciju siltuma efektu, kuros tieša siltuma efekta izmērīšana mēģinājumos kaut kādu iemeslu dēļ nav iespējama. Piemēram, mēģinājumā nevar noteikt siltuma daudzumu, kas rodas, cietam ogleklim sadegot par oglekļa oksidu CO, jo ogleklim degot arvien rodas arī kāds daudzums ogļskābās gāzes CO_2; bet ir izmērīts degšanas siltums, kas rodas, oglekļa oksidam sadegot par ogļskābo gāzi:

$$CO_{(gāze)} + \frac{1}{2} O_{2(gāze)} = CO_{2(gāze)} + 68\,000 \text{ kal.}$$

Ja šo vienādojumu atņem no iepriekš uzrakstītā vienādojuma, tad dabū tieši meklējamo degšanas siltumu, kas rodas, ogleklim sadegot par ogļskābo gāzi:

$$C_{(ciets)} + \frac{1}{2} O_{2(gāze)} = CO_{(gāze)} + 29\,000 \text{ kal.}$$

Termoķimijā parasti dara tā: eksperimentos nosaka *dažādu elementu un to savienojumu sadegšanas siltumu.* No kāda savienojuma sadegšanas siltuma atņem savienojuma elementu sadegšanas siltumu sumu; tā dabū *siltuma efektu, kas rodas, kad savienojums veidojas no elementiem.* Piemēram, vēlamies izzināt siltuma efektu, sērogleklim veidojoties no cieta oglekļa un sēra:

$$C_{(ciets)} + 2S_{(ciets)} = CS_{2(gāze)} + x \text{ kal.}$$

Lai noteiktu x, ņem termoķimiskos eksperimentos atrastos sadegšanas siltumus: 1 molam sēroglekļa, 1 g-atomam cieta oglekļa un 2 g-atomiem cieta sēra:

$$CS_{2\,(gāze)} + 3O_{2(gāze)} = CO_{2\,(gāze)} + 2SO_{2\,(gāze)} + 208\,000 \text{ kal;}$$

$$C_{(ciets)} + O_{2\,(gāze)} = CO_{2\,(gāze)} + 97\,000 \text{ kal;}$$

$$2S_{(ciets)} + 2O_{2\,(gāze)} + 2SO_{2(gāze)} + 140\,000 \text{ kal.}$$

Atņemot no pirmā vienādojuma abus pārējos jeb, citiem vārdiem, atņemot no sēroglekļa sadegšanas siltuma C un 2S sadegšanas siltumu sumu, dabū meklējamo oglekļa un sēra savienojuma reakcijas siltuma efektu:

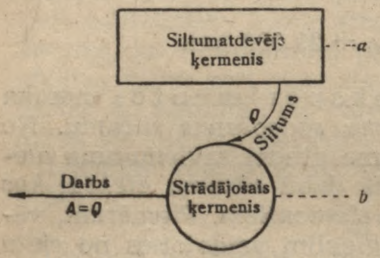
$$C_{(ciets)} + 2S_{\,(ciets)} = CS_{2\,(gāze)} - 29\,000 \text{ kal.}$$

Redzam, ka šī ir endotermiska reakcija: tai ir negativs siltuma efekts.

XVI NODAĻA

Otrais termodinamikas pamatlikums

235. §. Otrais termodinamikas pamatlikums. «Rezultati», kas pavada siltuma pāreju darbā. Otrais termodinamikas pamatlikums saka[1]: *nav iespējams tāds process, kura vienīgais rezultats būtu siltuma pārvēršana darbā.*



414. zīm. Neiespējamais siltuma pārvēršanas process darbā (schema): *a* — termodinamiskais stāvoklis mainās; *b* — termodinamiskais stāvoklis procesa beigās ir tāds pats kā sākumā.

Te sevišķa vērība jāpiegriež vārdiem «vienīgais rezultats». Šo vārdu jēga ir šāda.

Ja runā par siltuma pārvēršanu darbā, tad jābūt vismaz diviem ķermeņiem: vienam, kas enerģiju atdod siltuma veidā, ko tāpēc sauksim par s i l t u m a t d e v ē j u, un otram, kas enerģiju saņem no pirmā ķermeņa siltuma veidā, bet enerģiju atdod darba veidā, un ko tāpēc sauksim par s t r ā d ā j o š o ķ e r m e n i. Procesā, kurā siltums pārvēršas darbā, notiek, pirmkārt, siltumatdevēja ķermeņa iekšējās enerģijas samazināšanās (sakarā ar siltuma atdošanu), un tādēļ attiecīgi mainās tā termodinamiskais stāvoklis (piemēram, pazeminās temperatura), un, otrkārt, uz tā darba rēķina, ko

[1] Dažādi autori dažādi formulē otro pamatlikumu. Atzīmēsim šeit dažus formulējumus.

K a r n o: termiskās mašinas maksimalais lietderības koeficients nav atkarīgs no vidutājķermeņa un to pilnīgi nosaka temperaturu robežas, kurās mašina darbojas.

K l a u z i u s s: siltums pats no sevis nevar pāriet no auksta ķermeņa uz siltu procesā, kurā nekas netiek patērēts.

K l a u z i u s s: katras izolētas sistemas entropija tiecas uz maksimumu.

T o m s o n s (Kelvins): ķermeņa siltumu nevar pārvērst darbā, ja nedara neko citu, kā vienīgi atdzesē šo ķermeni.

O s t v a l d s: otra veida perpetuum mobile nav realizējams.

B o l c m a n s: daba cenšas pāriet no mazāk varbūtīgiem stāvokļiem vairāk varbūtīgos.

P l a n k s: nav iespējams konstruēt tādu mašinu, kas, darbodamās periodiski, nekā cita nedarītu, kā tikai celtu smagumu un dzesētu siltuma rezervuaru.

veic strādājošais ķermenis, pieaug kaut kāda veida enerģijas krājums, kas piemīt kaut kādiem ķermeņiem. Abas šīs pārmaiņas, un tikai šīs kopā ņemtas, mēs sapratīsim kā procesu, kura vienīgais rezultats ir siltuma pārvēršana darbā (414. zīm.).

Otrais pamatlikums norāda, ka process, kurā noris siltuma pāreja darbā, iespējams vienīgi tai gadījumā, ja siltuma pāreja darbā (tātad siltumatdevēja ķermeņa atdzišana) nav šā procesa vienīgais rezultats, ka jābūt vēl kaut kādiem citiem rezultatiem. Tas nozīmē, ka reizē ar siltumatdevēja ķermeņa atdzišanu katrā ziņā jānotiek vismaz vēl viena (varbūt arī vairāku) procesā iesaistīta ķermeņa termodinamiskā stāvokļa maiņai.

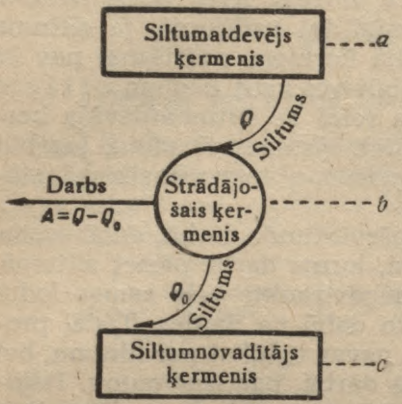
Procesi, kuros notiek siltuma pārvēršanās darbā, dabā sastopami tikpat bieži kā procesi, kuros darbs pāriet siltumā. Vēji, lieti, upes, ūdenskritumi nepārtraukti veic zemes lodes virsū darbu, patērējot siltumu, ko dabū no Saules. Tādēļ procesus, kuros darbs pāriet siltumā, nevar uzlūkot par likumu, bet procesus, kuros siltums pārvēršas darbā, par izņēmumu. Izšķirība šo divu procesu starpā, kuru nosaka otrais termodinamikas pamatlikums, nav tā domāta. Figurali izsakoties — dabai ir vienādas tieksmes realizēt kā vienu, tā arī otru procesu. Bet, kad notiek darba pārveidošana siltumā, tad no šā procesa rezultatu viedokļa norise var aprobežoties ar viena paša siltumieguvēja ķermeņa termodinamiskā stāvokļa maiņu (piemēram, sasilšana no berzes); pretēji tam *arvien, kad siltums pārveidojas darbā, reizē ar siltumatdevēja ķermeņa atdzišanu katrā ziņā notiek viena vai vairāku ķermeņu termodinamiskā stāvokļa maiņa.*

236. §. Kompensacijas jēdziens. Ievērojot teikto, saka, ka siltuma pāreja darbā iespējama tikai gadījumā, ja šo pāreju kompensē noteikta to ķermeņu termodinamiskā stāvokļa maiņa, kas piedalās šai procesā. *Nekompensēta siltuma pāreja darbā nav iespējama.*

Ar kompensaciju šeit saprot vai nu strādājošā ķermeņa stāvokļa maiņu, vai kāda trešā vai vairāku procesā iesaistītu ķermeņu stāvokļa maiņu.

Piemēram, siltumu viegli var pārvērst darbā, ja, sildot strādājošo ķermeni, ļauj tam izplesties, liekot pārvarēt uz to darbojošos spiedienu. Šai gadījumā siltuma pāreju darbā kompensē strādājošā ķermeņa tilpuma palielināšanās.

Ievērojamākais piemērs siltumtechnikā ir šāds: strādājošam ķermenim pievada siltumu un izmanto tā izplešanās darbu; pēc tam strādājošo ķermeni atgriež termodinamiskā sākuma stāvoklī. Tad vienmēr no jauna atkārto šo ciklu. Bet, lai strādājošo ķermeni atgrieztu sākuma stāvoklī, tas jāsaspiež, tātad jāpatērē darbs. Ja strādājošo ķermeni sāktu spiest pie tās pašas temperaturas, pie kuras tas izpletās, tad saspiešanā vajadzētu patērēt visu to darbu, kuru ieguva pie izplešanās, un rezultatā nekādas siltuma pārejas darbā mēs nedabūtu. Lai darbs, kas vajadzīgs saspiešanai, būtu mazāks nekā darbs, ko ieguva pie izplešanās, nepieciešams, lai saspiešanas process noritētu vismaz daļēji pie zemākas temperaturas. Tātad, saspiežot darba ķermeni, to vajag dzesināt, t. i., procesā vajag iesaistīt vēl trešo ķermeni — dzesinātāju, ko sauksim par s i l t u m n o v a d ī t ā j u ķermeni. Tādējādi veiktā cikla rezultatā, (229. § — tiešais cikls 409. zīm.) iegūsim siltuma pāreju darbā; darbā pāriet tikai daļa no tā siltuma, ko strādājošais ķermenis saņem no siltumatdevēja ķermeņa, bet pārējo siltuma daļu strādājošais ķermenis atdod siltumnovadītājam ķermenim. Šai gadījumā siltuma pāreja darbā tiek kompensēta ar siltumnovadītāja ķermeņa sasildīšanu (415. zīm.).



415. zīm. Siltuma kompensēta pārveidošana darbā:
a — termodinamiskais stāvoklis mainās;
b — termodinamiskais stāvoklis procesa beigās ir tāds pats kā sākumā;
c — termodinamiskais stāvoklis mainās.

Redzam, ka divi vienīgi iespējamie enerģijas pārnešanas veidi — siltums un darbs — nav līdzvērtīgi enerģijas pārnešanas veidi.

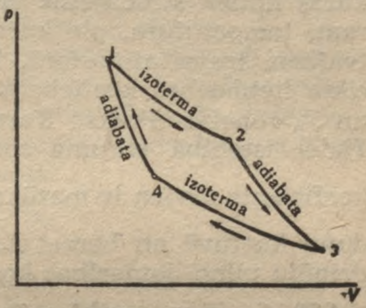
Pirmais termodinamikas pamatlikums nosaka (un tā ir šā likuma būtība), ka ir divi viens otram ekvivalenti un vienīgi iespējami enerģijas pārnešanas veidi — darbs un siltums.

Otrais termodinamikas pamatlikums nosaka (un tā ir šā likuma būtība), ka siltums ir gan darbam ekvivalents, bet nav tam līdzvērtīgs.

237. §. Siltuma mašinu lietderības koeficients. Dzinēja lietderības koeficients ir attiecība starp dzinēja veikto darbu un enerģiju, ko dzinējam darbības laikā pievada. Vai siltuma dzinējs var visu piegādāto enerģiju pārvērst darbā? Vai siltuma dzinēja lietderības koeficients var būt vienlīdzīgs 1?

Nav grūti parādīt gadījumu, kad v i s s s i l t u m s pārvēršas darbā. Idealās gāzes iekšējā enerģija ir atkarīga tikai no temperaturas; tādēļ idealās gāzes izotermiskas līdzsvarotas izplešanās gadījumā iekšējā enerģija nemainās, viss gāzei pievadītais siltums pārvēršas darbā, ko gāze veic izplešoties. Bet, ja gāzi gribētu izlietot par strādājošo ķermeni siltuma dzinējā, tad vajadzētu pēc tam, kad gāze izpletās, to atkal saspiest līdz sākuma tilpumam. Te neražīgi jāpatērē daļa darba, ko veikusi gāze. Tātad jāiesaista darba procesā trešais, siltumnovadītājs ķermenis, kas siltuma veidā saņem darbu, ko patērēja gāzes saspiešanā. Rezultatā daļa no siltuma, ko deva sildītājs, pāriet siltumnovadītājā ķermenī, un tikai atlikusī siltuma daļa (samērā neliela, kā par to turpmāk pārliecināsimies), ko devis sildītājs, tiks pārvērsta darbā.

Vienmēr, kad ar siltuma dzinēju siltumu (piemēram, akmeņogļu vai naftas sadegšanas siltumu) pārvēršam darbā, mums jāapmierinās ar šo termodinamikas «neatļautā» procesa kompensēšanu, sasildot siltumnovadītāju ķermeni. Dažos gadījumos siltumnovadītājs ķermenis ir gaiss (piemēram, izlaižot izlietoto tvaiku vai gāzi atmosferā), bet citos ūdens, kas dzesē kondensatoru, kurā izlietotais tvaiks kondensējas.



416. zīm. Karno cikls.

Tātad siltuma mašinas lietderības koeficients nekad nesasniedz vienu (1), pat tādā gadījumā ne, ja mašina būtu ideali konstruēta (bez berzes zudumiem).

Siltuma dzinējs jāpielāgo ilgstošai darbībai. Tādēļ procesiem, kas noris siltuma dzinējā, jānoslēdzas periodiski atkārtojamos ciklos. Saka, ka ciklam ir viens vai otrs veids; ar to saprot dzinēja strādājošās vielas (tvaika vai gāzes) temperaturas, tilpuma un citu pārmaiņu secības grafisku attēlu. Siltuma mašinas lietderības koeficients ir atkarīgs no cikla veida, bet visvairāk tomēr no temperaturas robežām, kurās mašinas strādājošā viela veic ciklu. Jo šaurākas šo temperaturu robežas pie noteiktas siltuma avota temperaturas, jo mazāks lietderības koeficients. Strādājošās vielas fizikalās un ķimiskās īpašības neietekmē lietderības koeficientu. Jebkurai strādājošai vielai visizdevīgākais no lietderības koeficienta viedokļa ir tas cikls, uz kuru pirmais norādīja termodinamikas nodibinātājs Sadi Karno.

K a r n o c i k l ā (416. zīm.) strādājošā viela vispirms izplešas izotermiski un tad adiabatiski (rezultātā temperatura krītas), un pēc tam tādā pašā kārtībā — vispirms izotermiski, tad adiabatiski — tiek saspiesta (rezultātā viela atgūst sākuma temperaturu un blīvumu). Termodinamiskais aprēķins (tas aplūkots nākamā paragrafā) rāda, ka, strādājot pēc Karno cikla, siltuma mašinai lietderības koeficients būtu:

$$\eta = 1 - \frac{T_0}{T}, \tag{1}$$

kur T ir absolutā temperatura, pie kuras notiek strādājošās vielas izotermiskā izplešanās (piemēram, tā tvaika temperatura, kas nonāk no katla cilindrā), un T_0 ir absolutā temperatura, pie kuras notiek strādājošās vielas izotermiskā saspiešana (piemēram, temperatura, pie kuras tvaiks kondensējas ūdenī; tātad, tvaikam izejot atmosferā, $T_0 = 100 + 273,1 = 373,1^0$K). Karno cikla lietderības koeficients ir maksimals doto temperaturu T un T_0 robežās. Praksē Karno ciklu var realizēt tikai aptuveni. Tādēļ īstenībā siltuma mašinu termodinamiskais lietderības koeficients arvien ir mazāks nekā $\frac{T - T_0}{T}$. Ievērojami siltuma zudumi kurtuvē un berzes zudumi vēl vairāk pazemina siltuma dzinēju pilno lietderības koeficientu.

238. §. Karno cikls. Termodinamikas nodibinātājs S a d i K a r n o noteica otro pamatlikumu, nodarbodamies ar problemu par siltuma mašinu lietderības koeficienta palielināšanas iespēju.

Karno saka, ka *siltuma mašinas lielākais lietderības koeficients nav atkarīgs no vidutāja ķermeņa dabas, to noteic vienīgi robežtemperaturas, starp kurām mašina darbojas.* Pierādīsim, ka minētais noteikums ir otra veida perpetuum mobile neiespējamības secinājums. Šim nolūkam aprēķināsim vispirms lietderības koeficientu tādai mašinai, kurā ideālā gāze veic ciklu, ko ierobežo divas adiabatas un divas izotermas (Karno cikls 416. zīm.).

Pirmā izotermiskā izplešanās stadijā (416. zīm. līkne *1—2*) siltuma avots atdod, bet ideālā gāze iegūst siltumu Q, kas vienlīdzīgs gāzes izplešanās darbam no tilpuma v_1 līdz tilpumam v_2:

$$Q = \nu RT \ln\frac{v_2}{v_1},$$

kur ν gāzes molu skaits mašinas cilindrā.

Otrā adiabatiskās izplešanās stadijā (416. zīm. līkne *2—3*) darbs tiek veikts uz gāzes iekšējās enerģijas samazinājuma rēķina, t. i., uz gāzes temperaturas pazemināšanās rēķina no siltumavota līmeņa līdz dzesētāja līmenim. Šeit gāze neiegūst un arī neatdod siltumu.

Tālāk idealo gāzi saspiež izotermiski no tilpuma v_3 līdz tilpumam v_4, ko nosaka dzesētāja izotermas krustošanās ar sākuma adiabatu. Šai gāzes saspiešanai (416. zīm. līkne *3—4*) jāpatērē darbs, kas, pateicoties tam, ka process ir izotermisks, viss izrādās pārvērsts siltumā Q_0, ko gāze atdod dzesētājam:

$$Q_0 = \nu RT_0 \ln\frac{v_3}{v_4}.$$

Cikls noslēdzas ar gāzes adiabatisku saspiešanu līdz sākuma tilpumam v_1; patērētais darbs šai gadījumā paaugstina gāzes temperaturu līdz sākuma vērtībai, t. i., līdz siltumavota līmenim. Cikla laikā gāze dabū siltumu Q un atdod siltumu Q_0. Tā kā cikla beigās gāze atkal nokļuvusi savā sākuma stāvoklī, tad siltumu starpība $Q—Q_0$ ir pārvērsta darbā A, ko gāze veikusi cikla laikā. Saskaņā ar definējumu lietderības koeficients ir šā darba attiecība pret siltumu, ko strādājošais ķermenis (šai gadījumā gāze) dabūjis no siltumavota:

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q}.$$

Ievērosim, ka saskaņā ar Puasona vienādojumu (232. § 9. formula) idealās gāzes adiabatu raksturo reizinājuma $T \cdot v^{\varkappa-1}$ nemainīgums.

Tilpumi v_2 un v_3 atrodas uz vienas adiabatas, un tilpums v_2 atbilst temperaturai T, bet tilpums v_3 — temperaturai T_0.

Tātad

$$T \cdot v_2^{\varkappa-1} = T_0 \cdot v_3^{\varkappa-1}.$$

Tā kā tilpumi v_1 un v_4 arī atrodas uz vienas adiabatas un atbilst tām pašām temperaturām T un T_0, tad arī tiem var uzrakstīt analoģisku vienādojumu:

$$T \cdot v_1^{\varkappa-1} = T_0 v_4^{\varkappa-1}.$$

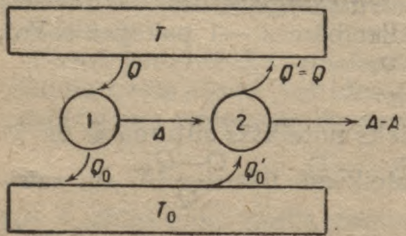
Izdalot pirmo vienādojumu ar otru (temperaturas saīsināsies) un izvelkot no abām dabūtām attiecībām $\varkappa - 1$ pakāpes sakni, uzzināsim, ka

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}.$$

Ņemot to vērā, ievietosim iepriekš noteiktās siltuma Q un Q_0 nozīmes lietderības koeficienta izteiksmē $\eta = \frac{Q - Q_0}{Q}$ un saīsināsim skaitītāju un saucēju ar vienlīdzīgiem lielumiem $\nu R \ln\frac{v_2}{v_1}$ un $\nu R \ln\frac{v_3}{v_4}$.

Tad iegūsim
$$\eta=\frac{T-T_0}{T}, \tag{1}$$
t. i., ka *Karno cikla lietderības koeficients mašinai, kas strādā ar idealo gāzi, ir vienlīdzīgs siltumavota un dzesētāja temperaturu starpības attiecībai pret siltumavota absoluto temperaturu.*

239. §. Klauziusa prātojums par divām saistītām Karno mašinām. Paraleli ar mašinu («pirmā mašina»), kurā par strādājošo ķermeni ņemta ideala gāze, ņemsim otru mašinu, kurā par darba ķermeni var būt jebkura viela, piemēram, kāds tvaiks vai šķidrums. Abām mašinām ir kopīgs siltumavots un dzesētājs. Pieņemsim, ka pirmā mašina saņem no siltumavota siltumu Q un atdod dzesētājam siltumu Q_0; tā veic darbu $A=Q-Q_0$, un tās lietderības koeficients ir
$$\eta=\frac{Q-Q_0}{Q}=\frac{T-T_0}{T}.$$
Pieņemsim, ka otras mašinas izmēri atļauj to pielāgot tādam darba režimam, lai siltums Q', ko otra mašina katrā ciklā saņem no siltumavota, būtu vienlīdzīgs tam siltumam, ko pirmā mašina saņem no siltumavota: $Q'=Q$. Ja darbs, ko šādā gadījumā otra mašina veic viena cikla laikā, ir vienlīdzīgs darbam, ko pirmā mašina padara vienā ciklā ($A'=A$), tad, protams, šo mašinu lietderības koeficienti ir vienlīdzīgi $\left(\eta'=\frac{A'}{Q'}=\eta=\frac{A}{Q}\right)$ un vienlīdzīgi arī siltumi, kurus mašinas atdod dzesinātājam (jo $A'=Q'-Q'_0$ un $A=Q-Q_0$; un, tā kā $Q'=Q$, tad no vienlīdzības $A'=A$ seko vienlīdzība $Q'_0=Q_0$). Bet pieņemsim, ka abu mašinu lietderības koeficienti nav vienlīdzīgi un tātad nav vienlīdzīgi ne darbi, kurus šīs mašinas veic vienā ciklā, ne arī siltumi, ko tās atdod dzesētājam. Pieņemsim, piemēram, ka pirmai mašinai lietderības koeficients ir lielāks nekā otrai mašinai: $\eta>\eta'$ un tātad arī $A>A'$. Tas nozīmē, ka pirmā mašina pārvērš darbā lielāku daļu no tā siltuma, ko viņa saņem no siltumavota, nekā otra mašina un tātad atdod dzesētājam mazāk siltuma nekā otra: $Q_0<Q'_0$. Darīsim tā: izlietosim to darbu, ko veic pirmā mašina, lai otrās mašinas strādājošam ķermenim liktu



417. zīm. Paskaidrojums Klauziusa prātojumam par divām saistītām Karno mašinām.

veikt Karno ciklu pretējā virzienā [šis ķermenis, izplešoties pie temperaturas T_0 ņems no dzesētāja siltumu Q_0, bet saspiests pie temperaturas T atdos siltumavotam siltumu Q (417. zīm.)].

Citiem vārdiem, izmantosim pirmo mašinu kā dzinēju un liksim otrai mašinai strādāt kā dzesēšanas mašinai, kas katrā ciklā patērē darbu A' un pārnes siltumu Q'_0 no aukstā ķermeņa uz sasildīto (šis sasildītais ķermenis, kas ir pirmās mašinas siltumavots, dabū bez siltuma Q'_0 vēl siltumu, ko dod pievadītais darbs; visa cikla laikā tas dabū siltumu $Q' = Q$). 417. zīmējumā ir attēlota divu saistītu Karno mašinu schema. Saskaņā ar noteikumu, ko pieņēmām, darbs A, ko veic pirmā mašina cikla laikā, ir lielāks nekā darbs A', ko patērē otra mašina. Tātad rezultatā abas mašinas kopā katrā ciklā veiks darbu, kas vienlīdzīgs pozitivai starpībai $A—A'$, bet dzesētājs atdos siltumu, kas ekvivalents šim darbam $A — A'$ (no pirmās mašinas dzesētājs dabū siltumu Q_0, bet atdod otrai mašinai lielāku siltuma daudzumu Q'_0, t. i., dzesētājs zaudē siltumu $Q'—Q_0$; bet $A = Q — Q_0$ un $A' = Q' — Q'_0$, un tā kā $Q=Q'$, tad $Q'_0— Q_0=A—A'$). Kas attiecas uz siltumavotu, tad tā stāvoklis nemainās, jo tas pirmajai mašinai atdod tikpat daudz siltuma, cik dabū no otras. Tātad abas mašinas kopā vienā ciklā veic darbu $A—A'$ ar to siltumu, ko tās iegūst no dzesētāja. Siltumam pārvēršoties darbā, šeit nenotiek nekāda kompensacija. Norādītais divu Karno mašinu savienojums te būtu otra veida perpetuum mobile. Esam nokļuvuši pretrunā ar otro termodinamikas pamatlikumu; tas rāda, ka mūsu pieņemtais apgalvojums par aplūkojamo mašinu lietderības koeficientu nevienlīdzību ir nepareizs. Stingri ņemot, mēs pagaidām esam tikai pārliecinājušies, ka pirmās mašinas lietderības koeficients, kurai kā strādājošais ķermenis ir ņemta idealā gāze, nevar būt lielāks (kā mēs to sākumā pieņēmām) par otrās mašinas lietderības koeficientu. Bet vai tas nevar izrādīties mazāks nekā otrai mašinai? Pieņemsim, ka tas tā ir. Tad mašinu, kurā strādājošais ķermenis ir idealā gāze, darbināsim kā dzesēšanas mašinu, bet kā dzinēju izmantosim mašinu, kurā par strādājošo ķermeni ir izraudzīta patvaļīga viela. Visi iepriekšējie prātojumi paliek tie paši, tikai otro mašinu tagad sauksim par pirmo, bet to mašinu, kas strādāja ar idealo gāzi, par otro. Mēs atkal nonāksim pretrunā ar otro pamatlikumu. Tātad *lietderības koeficients mašinai, kuras strādājošais ķermenis ir idealā gāze, nevar būt ne lielāks, ne arī mazāks par analoģiskas mašinas lietderības koeficientu, kura strādā to pašu temperaturu robežās un kurā par strādājošo ķermeni ņemta nevis idealā gāze, bet gan jebkura cita viela.*

Tātad redzam, ka Karno izteikto principu var uzlūkot par otrā veida perpetuum mobile neiespējamības sekām. Karno principam bija noteicoša loma siltumtechnikas zinātnisko pamatu attīstībā. Ievērojot šo principu, kļuva skaidrs, ka siltuma mašinu lietderības koeficienta paaugstināšana jāmeklē to temperaturu robežu paplašināšanā, starp kurām noris strādājošā ķermeņa cikls, un ka vienas strādājošās vielas apmaiņa ar otru pati par sevi nekā nevar dot. Cikla veids, vispār runājot, ietekmē lietderības koeficienta lielumu, un *Karno ciklam dotajās temperaturu robežās, salīdzinot to ar visu citu mašinu apgriezeniskiem cikliem, ir lielākais lietderības koeficients.*

Dažu ciklu veids atļauj vienus un tos pašus starptemperaturas ķermeņus izmantot vienā cikla daļā par siltumavotiem, bet otrā cikla daļā par dzesētājiem. Tāda *siltuma reģenerācija*[1] paaugstina cikla lietderības koeficientu un tuvina cikla īpašības Karno ciklam.

240. §. Reducēto siltumu suma. Aplūkosim atkal 416. zīmējumu. Augšējo un apakšējo izotermu, kas attēlota šā cikla zīmējumā, varam uzlūkot par diviem pārejas ceļiem no vienas adiabatas uz otru. Siltums, kas jāpievada ķermenim, lai to pa vienu no šiem ceļiem pārvestu no pirmā (1.) stāvokļa otrajā (2.) (piemēram, pa augšējo izotermu), nav vienlīdzīgs tam siltumam, ko vajadzētu pievadīt ķermenim, lai to pārvestu no pirmās adiabatas uz otru pa apakšējo izotermu ($Q = Q_0$).

No iepriekšējās attiecības

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T}$$

dabū

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{T_0}{T}$$

un tātad

$$\frac{Q}{T} = \frac{Q_0}{T_0}, \tag{2}$$

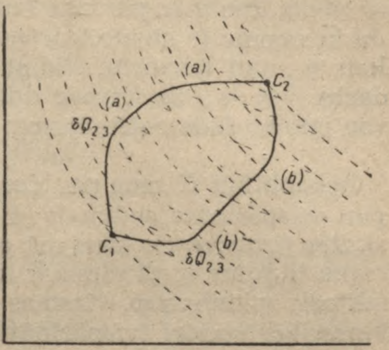
t. i., *līdzsvarotā pārejā no vienas adiabatas uz otru attiecība starp izotermisko siltumu un absoluto temperaturu, pie kuras šī pāreja notiek, ir vienāda visām izotermām* un tātad atkarīga tikai no aplūkojamo adiabatu savstarpējā atstatuma.

Izotermiskā siltuma attiecību pret absoluto temperaturu, pie

[1] Latiņu vārds *regeneratio* — a t j a u n o š a n a.

kuras siltums tiek pievadīts, sauc par *reducēto siltumu.* Saskaņā ar formulu (2) *visām izotermiskām pārejām divu adiabatu starpā ir vienādi reducētie siltumi.*

Ņemsim jebkuru ķermeni un apskatīsim kaut kādus divus tā stāvokļus C_1 un C_2. Ķermeni var pārvest no pirmā stāvokļa otrā ar dažādiem procesiem, kurus grafiski stāvokļu diagramā var attēlot ar dažādām līknēm. Salīdzināsim divus pārejas ceļus a un b (418. zīm.). Siltums, kas jāpievada ķermenim, lai to pa ceļu a pārvestu no C_1 un C_2, vispār runājot, nav vienlīdzīgs pārejas siltumam pa ceļu b: $Q^{(a)} \neq Q^{(b)}$. Šķelsim abus pārejas ceļus ar biezu adiabatu tīklu, kā tas redzams 418. zīmējumā. Aizstāsim procesus a un b ar vienotrai sekojošām izotermiskām un adiabatiskām stāvokļa maiņām; viegli iedomāties, ka pie bezgalīgi liela adiabatu skaita, kas vilktas starp C_1 un C_2, šāds aizstājums gandrīz nemaz nemainīs procesu a un b veidu. Tāpēc siltumus $Q^{(a)}$ un $Q^{(b)}$ var izteikt kā siltumu sumas izotermiskām pārejām no vienas adiabatas uz otru adiabatu:



418. zīm. Reducēto siltumu suma nav atkarīga no procesa ceļa.

$$Q^{(a)} = \delta Q^{(a)}_{1\to2} + \delta Q^{(a)}_{2\to3} + \delta Q^{(a)}_{3\to4} + \dots,$$

$$Q^{(b)} = \delta Q^{(b)}_{1\to2} + \delta Q^{(b)}_{2\to3} + \delta Q^{(b)}_{3\to4} + \dots,$$

un saskaņā ar formulu (2) visus attiecīgos šo sumu locekļus saista vienlīdzības

$$\frac{\delta Q^{(a)}_{1\to2}}{T^{(a)}} = \frac{\delta Q^{(b)}_{\to2}}{T^{(b)}},$$

$$\frac{\delta Q^{(a)}_{2\to3}}{T^{(a)}} = \frac{\delta Q^{(b)}_{2\to3}}{T^{(b)}}, \quad \text{utt.}$$

Tādēļ, lai gan $Q^{(a)} \neq Q^{(b)}$, tomēr

$$\sum \frac{\delta Q}{T} \text{ pa ceļu } a = \sum \frac{\delta Q}{T} \text{ pa ceļu } b, \tag{3}$$

t. i., atšķirībā no siltumu sumas *reducēto siltumu suma nav atkarīga no līdzsvarotā procesa ceļa.*

241. §. Entropija. Līdzsvarotas izplešanās elementarais darbs ir vienlīdzīgs spiediena reizinājumam ar tilpuma pieaugumu: $\delta A = pdv$. Vispārīgākā gadījumā ķermenis var veikt ne tikai izplešanās darbu, bet arī vēl cita veida darbus. Piemēram, lai sadalītu šķidruma pilienu sīkākos pilieniņos, jāpatērē darbs virsmas spraiguma pārvarēšanai. Šo darbu var izteikt tā: $\delta A = \sigma\, dq$, kur q ir virsmas laukums, bet σ ir virsmas spraigums. Ja ķermenis ir elektrības vadītājs, kas pielādēts līdz potenciālam φ, tad ķermeņa lādiņa e palielināšanai par de jāpatērē darbs $\delta A = \varphi\, de$. Vispār līdzsvarota procesa elementaro darbu var izteikt šāds reizinājums:

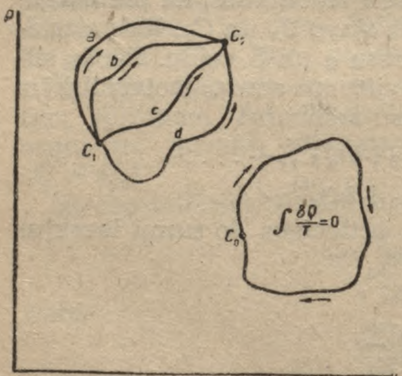
$$\delta A = H \,.\, dh.$$

Reizinātāju H sauc par *darba intensitates faktoru* (to sauc arī par «vispārināto spēku»); reizinātāju h sauc par *darba ekstensitates faktoru*[1] (to sauc arī par «vispārināto koordinatu»). Ķermeņa tilpums v, tā virsmas laukums q, lādiņš e ir ekstensitates faktori; spiediens p, virsmas spraigums σ, potencials φ ir intensitates faktori (vispārinātie spēki).

Sumarais darbs lielā mērā ir atkarīgs no «procesa ceļa»:

$$A = \int_1 H.dh.$$

Nezinot, kā notiek ķermeņa pāreja no stāvokļa C_1 stāvoklī C_2 [nezinot funkcijas $H = f(h)$ veidu], nevaram nekā teikt par ķermeņa veikto darbu A. Atkarībā no «procesa ceļa» šis darbs var būt liels vai mazs. Diagramā (H,h) to arvien attēlo laukums zem līknes $H = f(h)$, kas raksturo procesa ceļu; pa kreisi un pa labi šo laukumu norobežo ordinatas H_1 un H_2.



419. zīm. Entropija $S_2 - S_1$ vienlīdzīga reducēto siltumu sumai, kas uzzināta jebkuram līdzsvarotam pārejas ceļam $C_1 \rightarrow C_2$ (piemēram, ceļam a vai b, vai c utt.). Līdzsvarotam ciklam reducēto siltumu suma ir nulle.

Visam teiktajam ir šāds nolūks: pieņemsim, ka mūs interesē darba ekstensitates faktora pieaugums, proti, lielums dh. Šis pieaugums, kā redzams, vienlīdzīgs starpībai $h_2 - h_1$ neatkarīgi no tā, pa kādu ceļu notiek ķermeņa pāreja no stāvokļa C_1 stāvoklī C_2. Lai kāds arī

[1] Minētā formulā $\delta A = H \,.\, dh$, kā arī vispār šai paragrafā (atšķirībā no citiem paragrafiem), simbols A lietots vienā gadījumā — ķermeņa veiktā darba apzīmēšanai, citos gadījumos — patērētā darba apzīmēšanai. Sakarā ar to arī h ir ķermeņa veiktā darba ekstensitates faktors vai, citos gadījumos, patērētā darba ekstensitates faktors.

būtu procesa ceļš, sumarais pieaugums $h_2—h_1$ sastādās no elementari maziem pieaugumiem dh, kur katrs šis elementari mazais pieaugums ir ķermeņa veiktais elementarais darbs, kas dalīts ar darba intensitates faktoru H:

$$dh = \frac{\delta A}{H};$$

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 \frac{\delta A}{H}.$$

Ja mēs vienosimies attiecību $\frac{\delta A}{H}$ saukt par reducēto darbu, tad jāsaka, ka reducēto darbu suma $\int_1^2 \frac{\delta A}{H}$ nav atkarīga no procesa ceļa; jebkuram līdzsvarotam procesam, kas pārved ķermeni no stāvokļa C_1 stāvoklī C_2, reducēto darbu suma ir vienlīdzīga darba ekstensitates faktora pieaugumam.

Klauziuss pagājušā gadsimta piecdesmitajos gados, paplašinot Karno idejas par siltuma mašīnu lietderības koeficientu, konstatēja, ka *absoluto temperaturu T var uzlūkot par siltumatdošanas intensitates faktoru* un ka sakarā ar to *reducēto siltumu suma* $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ *nav atkarīga no procesa ceļa.* Šī teorema, kuru pierādīja Klauziuss, pamatodamies uz otrā pamatlikuma, un saskaņā ar kuru reducēto siltumu suma ir vienāda visiem līdzsvarotiem procesiem, kas pārved ķermeni no kāda sākuma stāvokļa C_1 stāvoklī C_2, — ir ievērojamākā termodinamikas teorema (Klauziusa teoremas pierādījumu ar dažiem vienkāršojumiem atstāstījām iepriekšējos trijos paragrafos).

Klauziuss nosauca ķermenim pievadīto reducēto siltumu sumu par *entropiju*, precizāk — par entropijas pieaugumu (419. zīm.). Entropiju ir pieņemts apzīmēt ar burtu S. Entropija tāpat kā enerģija ir diferences lielums; par ķermeņa entropiju kādā dotā stāvoklī C_2 var runāt tikai tādā nozīmē, ka šo stāvokli C_2 salīdzina ar kādu citu stāvokli C_1, kuru esam izvēlējušies par izejas (sākuma) stāvokli. Ja saka: «ķermeņa entropija stāvoklī C_2 attiecībā pret entropiju stāvoklī C_1», tad domā to pašu lielumu, par kuru citādi varētu teikt, ka tas ir «ķermeņa entropijas pieaugums, ja ķermenis no stāvokļa C_1 pāriet stāvoklī C_2»:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \qquad (4)$$

Saskaņā ar iepriekš teikto *entropija S ir siltumatdošanas ekstensitates faktors.* Visiem darba veidiem ekstensitates faktorus var mērīt tieši, un tādēļ nav vajadzības izmantot sakarību, kas nosaka darba ekstensitates faktora pieaugumu kā reducēto darbu sumu. Citādi tas ir ar entropiju. Nav tāda paņēmiena, kas ļautu entropiju mērīt tieši, tādēļ esam spiesti aprēķināt entropiju kā ķermenim pievadīto reducēto siltumu sumu.

Jāiegaumē, ka visu laiku bija runa par līdzsvarotiem procesiem. Ja process ir nelīdzsvarots, piemēram, ja ķermenis ātri sasilst vai atdziest, tad tas attiecībā pret temperaturu kļūst neviendabīgs; temperatura ķermeņa dažādās vietās nav vienāda. Lai arī tādā gadījumā varētu saglabāt jēdzienu par reducēto siltumu $\frac{\delta Q}{T}$, tad papildus vēl jāvienojas, ar kādu temperaturu jādala ķermenim pievadītais siltums.

242. §. Termodinamikas pamatvienādojums. Turpmāk parādīsim, kā priekšstatā par entropiju izpaužas otrā termodinamikas pamatlikuma būtība, tāpat kā priekšstatā par iekšējo enerģiju izpaužas pirmā pamatlikuma būtība. Izvedīsim vienādojumu, kas saista entropijas elementaro pieaugumu dS ar iekšējās enerģijas elementaro pieaugumu dU. To sauc par termodinamikas pamatvienādojumu.

No entropijas definicijas izriet, ka

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \tag{5}$$

No otras puses — saskaņā ar pirmo pamatlikumu — ķermenim pievadītais siltums δQ palielina iekšējo enerģiju dU un veic darbu δA:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Tātad

$$dS = \frac{dU + \delta A}{T}. \tag{6}$$

Tas ir termodinamikas pamatvienādojums. δA šeit nozīmē elementaro darbu, ko ķermenis veic līdzsvarotā procesā.

Ja ķermenis veic tikai viena veida darbu — izplešanās darbu, tad

$$\delta A = pdv$$

un

$$dS = \frac{dU + pdv}{T}. \tag{7}$$

No šā vienkāršā vienādojuma termodinamika iegūst daudzus secinājumus attiecībā uz sakariem, kas pastāv tādu dažādu fizikalu lielumu starpā kā: siltumietilpība, apslēptais siltums, elastības modulis, ekspansijas un kompresijas koeficienti utt. Lietojot pamatvienādojumu iztvaikošanas, kušanas, izplešanās, ķimisko reakciju utt. gadījumos, termodinamika nosaka veselu rindu likumību, piemēram, daudz tādu likumību, kas jau noskaidrotas iepriekšējās nodaļās, pamatojoties uz molekulari kinetisko teoriju.

243. §. Idealās gāzes entropija. Idealās gāzes entropiju jau aprēķinājām 232. paragrafā. Mēs uzzinājām, ka vienam molam gāzes

$$S = C_v \ln T + R \ln v + a. \qquad (8)$$

Ja ir ν molu gāzes, tad $U = \nu C_v T$, kur C_v ir grammolekularā siltumietilpība un $p = \nu \frac{RT}{v}$. Tādēļ ν molu gāzes entropija ir

$$S = \nu C_v \ln T + \nu R \ln v + \nu a.$$

ν molu gāzes entropija ir ν reizes lielāka nekā 1 mola entropija. Ievērojot to, saka, ka gāzes entropija, tāpat kā gāzes iekšējā enerģija, ir a d i t i v s lielums. Realo ķermeņu iekšējo enerģiju un entropiju parasti arī var uzlūkot par aditiviem lielumiem, izņemot gadījumus, kad gribam ievērot efektus, kas saistīti ar virsmas spraiguma spēku izpausmi.

Entropijas dimensija ir tāda pati kā siltumietilpības dimensija — enerģijas attiecība pret temperaturu, tādēļ entropijas kaloriskā vienība ir 1 $\frac{\text{kal}}{\text{grads}}$. Ievērojot to, ka fizikā un technikā vispār pieņemta temperaturas vienība ir 1^0C, apzīmējuma vienkāršības dēļ temperaturu var pieņemt par nenosauktu skaitli un izteikt kā entropiju, tā arī siltumietilpību enerģijas vienībās, vislabāk kalorijās. Lai labāk izprastu idealās gāzes entropijas formulu, pielietosim to divos atsevišķos gadījumos.

Iedomāsimies, ka 1 molu divatomu gāzes (piemēram, 22,4 l gaisa, kura temperatura 0^0C un spiediens viena atmosfera) silda no absolutās temperaturas T_1 līdz T_2, nemainot gāzes tilpumu. Entropijas pieaugums ir

$$S_2 - S_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1}, \text{ kur } C_v = 5 \text{ kal.}$$

Redzam, ka 1 mola divatomu gāzes entropija pieaug par 5 kal, ja gāzes absoluto temperaturu, izochoriski sildot, palielina 2,72 reizes (skaitlis 2,72 aptuveni ir naturalo logaritmu baze; ln 2,72 $\approx$ 1).

Pieņemsim, ka 1 mols kādas vienatoma, divatomu vai daudzatomu gāzes izotermiski izplešas no tilpuma v_1 līdz tilpumam v_2. Tad entropijas pieaugums ir

$$S_2 - S_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1}, \text{ kur } R = 2 \text{ kal.}$$

Redzam, ka 1 mola gāzes entropija pieaug katrreiz par 2 kal, kad gāzes tilpums izotermiski palielinās 2,72 reizes. Viegli aprēķināt, ka 1 mola gāzes entropijas pieaugšana par 1 kal notiek, ja tilpums izotermiski palielinās 1,65 reizes.

232. paragrafā dabūjām gāzes entropijas izteiksmi kā T un p funkciju:

$$S = C_p \ln T - R \ln p + a_1 \tag{9}$$

$$(a_1 = a + R \ln R)$$

un gāzes entropiju kā p un v funkciju:

$$S = C_v \ln p + C_p \ln v + a_2 \tag{10}$$

$$(a_2 = a - C_v \ln R).$$

244. §. Apgriežamie un neapgriežamie procesi. Īsi rezumējot otrā termodinamikas pamatlikuma būtību, var teikt, ka siltuma nekompensēta pāreja darbā nav iespējama.

No viena procesa neiespējamības — procesa, kurā notiktu siltuma nekompensēta pāreja darbā — izriet bezgalīgi daudzu procesu n e i e s p ē j a m ī b a; *nav iespējami visi tie procesi, kuros ietilpst siltuma nekompensēta pāreja darbā.*

No tā izriet visu īstenībā iespējamo procesu iedalījums divās klasēs: *apgriežamos* un *neapgriežamos* procesos.

Termini «apgriežams» un «neapgriežams» attiecināmi vienīgi uz tādiem procesiem, kuros piedalās visa i z o l ē t ā sistema kā tāda.

Par *izolētu sistemu* sauc ķermeņu kopu (ieskaitot arī mechanismus, kas uz tiem iedarbojas), kura *nekādai ārējai enerģetiskai iedarbībai nav pakļauta,* kura ir norobežota no apkārtējiem ķermeņiem ar siltuma necaurlaidīgu apvalku un kuras *pilnā enerģija tādēļ nevar ne pieaugt, ne arī pamazināties.*

Ja izolētā sistema veic kādu procesu, ko simboliski apzīmē tā:

$$A \rightarrow B$$

(no stāvokļa A sistema pāriet stāvoklī B), tad ir iespējami divi un tikai d i v i g a d ī j u m i.

Pirmkārt, var izrādīties, ka n a v i e s p ē j a m s realizēt sistemas pāreju atpakaļ no stāvokļa B stāvoklī A, neizdarot pārmaiņas apkārtējos ķermeņos, jo tādā gadījumā vajadzētu bez kompensacijas pārvērst darbā kādu siltuma daudzumu. Šai gadījumā procesu ($A \rightarrow B$), kas noris izolētā sistemā, sauc par *neapgriežamu.*

Otrkārt, var izrādīties, ka sistemas pāreja atpakaļ no B uz A i r i e s p ē j a m a bez jebkādām apkārtējo ķermeņu pārmaiņām. Tādā gadījumā procesu ($A \rightarrow B$), kas noris izolētā sistemā, sauc par *apgriežamu.*

Citiem vārdiem:

jebkurš process, kas izolēto sistemu pārved no stāvokļa A stāvoklī B, ir apgriežams *process, ja process, kura vienīgais rezultats ir sistemas atgriešana no stāvokļa B stāvoklī A,* ir iespējams;

jebkurš process, kas izolēto sistemu pārved no stāvokļa A stāvoklī B, ir neapgriežams, *ja process, kura vienīgais rezultats ir sistemas atgriešana no stāvokļa B stāvoklī A,* nav iespējams.

Vārdiem «vienīgais rezultats» šeit ir tāda pati nozīme kā otrā pamatlikuma formulējumā, t. i., noteikums, ka nenotiek nekādas termodinamiskā stāvokļa maiņas apkārtējos ķermeņos (kas neietilpst sistemā).

Tipiskākais neapgriežama procesa piemērs ir berze.

Berzes procesā — lai kādi arī būtu procesa konkretie apstākļi — tā darba rezultatā, kurā tiek pārvarēti berzes spēki, vispirms sasilst berzes virsmas un pēc tam, pateicoties siltuma pārejai, sasilst berzei pakļauto ķermeņu vielas dziļākās kārtas un tuvumā esošie ķermeņi. Tā kā siltuma apgriezta nekompensēta pārvēršana darbā nav iespējama, tad katrs process, kas notiek ar berzi, ir neapgriežams.

Otrs neapgriežama procesa tipisks piemērs ir siltuma apmaiņa pie noteiktas temperaturu starpības. Šis process nav apgriežams tāpēc, ka *nevar realizēt procesu, kura vienīgais rezultats ir siltuma atpakaļpāreja no auksta ķermeņa uz siltāku.*

Ka siltuma atpakaļpāreja no auksta ķermeņa uz siltāku nevar rasties un noritēt pati no sevis, tas šķiet pats par sevi saprotams un tieši izriet no temperaturas jēdziena. Jāiegaumē, ka mākslīgi šo procesu nekādos apstākļos bez kompensacijas realizēt nav iespējams.

Un tiešām, lai pārnestu siltumu no auksta ķermeņa uz siltāku ķermeni, neizdarot apkārtējos ķermeņos nekādas pārmaiņas, vajadzētu atņemt siltumu aukstam ķermenim (kas ir iespējams), to nekompensēti pārvērst darbā (kas nav iespējams), patērēt iegūto darbu siltā ķermeņa iekšējās enerģijas palielināšanai (kas ir iespējams). Tā kā šā procesa norisē vajadzētu notikt neiespējamai siltuma nekompensētai pārvēršanai darbā, tad viss process kā tāds nav iespējams, un tādēļ siltumatdošanas process pie galīgas temperaturu starpības ir neapgriežams.

Apskatīsim vēl vienu tipisku neapgriežama procesa piemēru — nelīdzsvarotu izplešanos.

Iedomāsimies izolētu sistemu, kas sastāv no ķermeņa (piemēram, gāzes), kurš ieslēgts termiski necaurlaidīgā cilindrā ar kustīgu virzuli. Pieņemsim, ka virzulis pats ir bez svara, bet uz tā ir svari. Ja tos pēkšņi noņemsim, tad ķermenis nelīdzsvaroti izpletīsies. Šai gadījumā ķermenis darbu nepadara, un tātad ķermeņa enerģija nemainās. Vai šis process ir apgriežams? Jautājuma saturs ir tāds: vai ir iespējams tāds process, kura vienīgais rezultats ir ķermeņa saspiešana, nemainot tā iekšējo enerģiju? Ķermeņa saspiešanai jāpatērē darbs. Lai ķermeņa iekšējā enerģija nepalielinātos, no ķermeņa jāatņem ekvivalents siltuma daudzums; un, beidzot, lai apkārtējā telpā nenotiktu nekādas pārmaiņas, vajadzētu šo ķermenim atņemto siltumu nekompensēti pārvērst darbā, kas nav iespējams. Tātad ķermeņa nelīdzsvarota izplešanās ir neapgriežama.

245. §. Līdzsvaroti un nelīdzsvaroti procesi. *Par līdzsvarotu procesu sauc tādu, kur, pirmkārt, sistema, kas veic šo procesu, iet caur rindu līdzsvarotu stāvokļu, kas nepārtraukti seko viens otram* (168. §), *un kur, otrkārt, sistema, veicot minēto procesu, dara vislielāko darbu, kuru tā spēj veikt, ejot cauri dotai nepārtrauktai līdzsvaroto stāvokļu rindai.*

Šeit kā arvien mēs runājam par «darba veikšanu» algebriskā nozīmē; var izrādīties, ka vislielākais darbs, ko sistema spēj veikt dotajos apstākļos, ir negativs lielums. Tas nozīmē, ka process nepieciešami ir saistīts ar darba patēriņu. Lai process būtu līdzsvarots, darba patēriņam jābūt minimalam.

Atzīmēsim noteikumus, kas jāievēro, lai procesa līdzsvarojums būtu garantēts.

P i r m a i s n o t e i k u m s: *nedrīkst strauji ar lielu lēcienu mainīt iedarbības gaitu,* piemēram, nedrīkst strauji mainīt spiedienu, vides temperaturu utt. Saskaņā ar šo noteikumu līdzsvarotam procesam nepieciešami jāsastādās no bezgalīgi daudzām elementarām pakāpēm.

O t r a i s n o t e i k u m s: *procesa gaitai jābūt ļoti lēnai.* Šis noteikums ir obligats tāpēc, ka katrai procesa elementarai pakāpei, kas pārved sistemu no līdzsvarota stāvokļa kādā blakus, arī līdzsvarotā, stāvoklī, vajadzīgs galīgs, bet ne elementari mazs laika sprīdis. Procesa atsevišķo pakāpju skaits ir ļoti liels, un tādēļ procesa kopīgais ilgums ir sevišķi liels.

Pieņemsim, ka dota kāda izolēta ķermeņu sistema. Tanī var norisēt rinda procesu, kuru ietekmē sistema ar laiku pāriet no stāvokļa A stāvoklī B. Var pierādīt, ka, ja arī tikai viens process sistemā noris nelīdzsvaroti, tad visumā sistemas pāreja $A \rightarrow B$ ir neapgriežama. *Apgriežamības nepieciešamais un pie-*

tiekamais noteikums ir tas, ka visiem procesiem, kas notiek sistemā, jānoris līdzsvaroti[1].

Jo mazāk līdzsvarots ir process un jo straujāk tas noris, jo lielāka ir tā neapgriežamības pakāpe. Visi dabā un technikā novērojamie procesi vienā vai otrā ziņā ir nelīdzsvaroti un tāpēc ir neapgriežami. Tomēr idealizētu apgriežamu procesu pētīšana ir svarīgs darbs, jo tas palīdz termodinamikai atklāt likumības, kuras citādi būtu grūti uzzināt.

246. §. Teorema par entropijas pieaugumu. Mēs noteicām procesa neapgriežamības pazīmi; šī pazīme ir procesa nelīdzsvarotība. Saprotams, ka šo pazīmi var izmantot tikai gadījumā, ja noteikti zināms, kā tieši noris process.

Tomēr no paša neapgriežamības jēdziena definicijas izriet, ka jautājuma atrisināšanai, vai dotais process, kas izolēto sistemu pārved no stāvokļa A stāvoklī B, ir apgriežams vai neapgriežams, nav nemaz vajadzīgs zināt, kā tieši noris šis process. Pietiek, ja tikai zina sistemas sākuma un beigu stāvokli. Salīdzinot šos stāvokļus, var noskaidrot, vai process, kura vienīgais rezultats ir sistemas atgriešana sākuma stāvoklī, ir iespējams vai nav iespējams: ja tas nav iespējams, tad process $A \rightarrow B$ nav bijis apgriežams, ja tas iespējams, tad process $A \rightarrow B$ ir bijis apgriežams.

No teiktā jāsecina, ka bez jau minētās neapgriežamības pazīmes, kas bija noteikta saskaņā ar procesa norises raksturu, jābūt vēl kādai neapgriežamības pazīmei, kuras pamatā ir izolētās sistemas beigu un sākuma stāvokļu salīdzinājums.

Procesa neapgriežamībai jāatstāj kaut kādas pēdas, kuras iezīmē sistemas ķermeņu termodinamiskā stāvokļa pārmaiņas.

Tātad ir iespēja uzzināt kvantitativu neapgriežamības mēru. Šis kvantitativais neapgriežamības mērs ir entropijas pieaugums izolētā sistemā. Izrādās (to pierāda termodinamika), ka

izolētās sistemas entropija vai nu paliek nemainīga, ja process, ko sistema veic, ir apgriežams, vai arī pieaug, ja process ir neapgriežams. Tātad izolētas sistemas entropija nekādā gadījumā nevar pamazināties.

No teiktā ir skaidrs, ka visi procesi būtu apgriežami, ja eksistētu iespēja nekompensēti pārvērst siltumu darbā. Iedomāsimies, ka izolētā sistema veic procesu $A \rightarrow B$. Dabiskais šā pro-

[1] Ievērojot to, bieži lieto terminus «apgriežams» un «neapgriežams» tur, kur pēc būtības vajadzētu lietot terminus «līdzsvarots» un «nelīdzsvarots». Tikai tādu procesu var nosaukt par apgriežamu vai neapgriežamu, kur izolēta sistema pāriet no viena stāvokļa otrā. Ja runā par neizolētu sistemu, tad, formulējot domas precizi, jālieto termini «līdzsvarots» un «nelīdzsvarots».

cesa neapgriežamības mērs ir mazākais siltuma daudzums, ko vajadzētu nekompensēti pārvērst darbā, lai veiktu procesu, kura vienīgais rezultats būtu sistemas atgriešana sākuma stāvoklī. Termodinamiska analize tomēr rāda, ka šāda siltuma minimuma aprēķināšana ir apgrūtināta. Uzdevums ievērojami vienkāršojas, ja vienojamies, ka šā siltuma minimuma noteikšanā neizmantosim siltumnovadītājus ķermeņus, kas atdzesēti zemāk par absolutās skalas 1°C. *Ar šo nosacījumu panākam to, ka siltuma minimums, ko nekompensēti vajadzētu pārvērst darbā, lai «pilnīgi apgrieztu»*[1] *procesu $A \rightarrow B$, ir vienlīdzīgs sistemas entropijai stāvoklī B attiecībā pret stāvokli A.*

Mēs aplūkojam izolētu sistemu, tātad abos stāvokļos A un B, kurus salīdzinām, sistemai ir vienāds enerģijas daudzums. Kvantitativi iekšējā enerģija nemainās. Bet vai reizē ar iekšējās enerģijas kvantitativo definiciju nevajadzētu runāt arī par iekšējās enerģijas kvalitati? Jā, vajag! Ja iekšējā enerģija kvantitativi nemainīga, kvalitativi tā var mainīties.

Siltums nav līdzvērtīgs darbam. Kā sekas tam ir iekšējās enerģijas nepilnvērtīgums, salīdzinot to ar citiem enerģijas veidiem. Atšķirībā, piemēram, no gravitacijas enerģijas, iekšējās enerģijas krājumus[2] parasti nevar visus izmantot kā darbu: kaut kāda iekšējās enerģijas daļa jāņem siltuma veidā.

Cik liela enerģijas daļa katrā ziņā tiks atdota siltuma veidā, bet ne darbā, tas atkarājas no ķermeņa termodinamiskā stāvokļa un no tām iespējām, kuras ir mūsu rīcībā, izvēloties siltumu saņemošā ķermeņa temperaturu.

Ja ķermenis novietots vidē, ar kuru tas atrodas siltuma līdzsvarā, un ja mūsu rīcībā nav ķermeņu, kam zemāka temperatura, tad *vismazākā iekšējās enerģijas daļa, kas katrā ziņā tiks atdota siltuma, bet ne darba veidā, ir vienlīdzīga ķermeņa absolutās temperaturas reizinājumam ar tā entropiju* (Helmholcs šo lielumu TS nosauca par saistīto enerģiju).

Entropija ir iekšējās enerģijas nepilnvērtīguma depreciacijas mērs. Entropijas pieaugums neapgriežamos procesos notiek tāpēc, ka procesa nelīdzsvarotība vēl vairāk samazina iekšējās enerģijas vērtību.

Atzīmēsim, ka vārdu iekšējās enerģijas «nepilnvērtības» un

---

[1] Vārdi pēdiņās «pilnīgi apgrieztu» jāsaprot kā īss apzīmējums tam, ka mēs sistemu, kurā norisinājies neapgriežams process, gribam atgriezt sākuma stāvoklī, neizdarot nekādas pārmaiņas apkārtējos ķermeņos.

[2] Jēdzienam «enerģijas krājums» pamatā ir ķermeņa dotā stāvokļa salīdzinājums ar kādu sākuma stāvokli. Iedomāsimies, ka par sākuma stāvokli ņemts tāds stāvoklis, kurā enerģija ir minimala (nedeformēta kristala stāvoklis pie absolutās nulles).

«depreciacijas» vietā bieži saka: iekšējās enerģijas «izklaidēšana», «degradacija», tās «entropiskums». Visiem šiem terminiem ir viena un tā pati nozīme.

247. §. Entropijas statistiskā jēga. Pretēji pirmajam termodinamikas pamatlikumam, otram ir statistisks pamats. Mikropasaules notikumi (molekulu sadursmes, atomu siltumražošana) ir padoti nejaušu notikumu sadalījuma likumam, t. s. lielo skaitļu likumam; tas izpaužas siltuma nepilnvērtīgumā, salīdzinot ar darbu, jeb (kas ir tas pats) neiespējamībā siltumu nekompensēti pārvērst darbā.

Otro pamatlikumu n e v a r p i e l i e t o t vienai molekulai vai mazam molekulu skaitam. Dažreiz saka, ka šādā gadījumā tas ir n e p a r e i z s. Tas tā gluži nav. Otrais pamatlikums izrādītos nepareizs, ja tanī būtu kaut kādi apgalvojumi, kas skartu atsevišķu molekulu. Bet labi redzams, ka otrais pamatlikums nekā nesaka par to, kā vajadzētu izturēties atsevišķai molekulai vai mazai molekulu grupai: tas šai gadījumā nekā neapgalvo vienkārši tādēļ, ka uz atsevišķu molekulu nevar attiecināt siltuma jēdzienu. Jēdzieniem: siltums, temperatura, entropija ir jēga tikai attiecībā uz pietiekoši lielu molekulu kopu.

Otrā pamatlikuma statistisko jēgu pilnīgi izskaidroja galvenokārt Bolcmaņa un Gibsa darbi. B o l c m a n i s nosaka, ka otrā pamatlikuma saturs, ja to aplūko no molekulari kinetiskā viedokļa, ir šāds:

«Daba tiecas no mazāk varbūtējiem stāvokļiem nokļūt vairāk varbūtējos.» Vairāk varbūtējs ir vienmērīgs molekulu sakārtojums visā ķermeņa tilpumā. Vairāk varbūtējs ir kaut kāds pilnīgi noteikts molekulu ātrumu sadalījums — t. s. Maksvela ātrumu sadalījums. Ja sistemā ir nevienmērīgs molekulu sadalījums tilpumā vai arī ātrumu sadalījums novirzās no Maksvela likuma, tad, ja ārējās iedarbības uz sistemu būs novērstas, sistemā radīsies paši no sevis procesi, kas galu galā to novedīs vairāk varbūtējā stāvoklī. No makrofiziskā viedokļa šo procesu darbība ir blīvuma, temperaturas, spiedienu, tā saucamo ķimisko potencialu utt. nolīdzināšanās.

Atkarībā no apstākļiem, kādos ķermenis atrodas, viens vai otrs ķermeņa stāvoklis ir vairāk varbūtējs. Piemēram, gravitacijas laukā visvairāk varbūtējs ir kaut kāds noteikts molekulu sakārtojums; gāzei tas ir tāds sakārtojums, kas atbilst barometriskam likumam par blīvuma maiņu.

Ja ķermenī apmainītu molekulas, t. i., kaut kādas pirmās molekulas vietā liktu otru un otrās vietā pirmo, un ja tāpat mainītu arī molekulu ātrumus, tad ķermeņa termodinamiskais stāvoklis, protams, nemainītos. Pieņemsim, ka esam saskaitījuši visus tādus molekulu pārgrupējumus, kas negroza ķermeņa termodinamisko stāvokli. Viena un tā paša ķermeņa dažādiem termodinamiskiem stāvokļiem šis skaitlis, vispār runājot, nav vienāds. Šo skaitli tad arī sauc par ķermeņa stāvokļa *termodinamisko varbūtību.*

No teiktā ir skaidrs, ka ķermeņa entropijas un stāvokļa varbūtības starpā pastāv sakars; abi šie lielumi pieaug, ja izolētā sistema pakļauta neapgriežamam procesam. Sakarību, kas pastāv šo divu lielumu starpā (gāzes gadījumā), var noteikt, pamatojoties uz entropijas un stāvokļa varbūtības vienkāršākām īpašībām. Šim nolūkam tikai jāsalīdzina, kā mainās abi šie lielumi atkarībā no vielas daudzuma, ja termodinamiskais stāvoklis nemainās. Atcerēsimies, ka gāzes entropija ir proporcionala tās daudzumam. Ņemsim zināmu gāzes tilpumu un uzmanīgi, nemainot gāzes stāvokli, sadalīsim tās tilpumu ar šķērssienu divās daļās. Saprotams, ka visas ņemtās gāzes entropija ir vienlīdzīga šo abu daļu entropiju s u m a i:

$$S = S_a + S_b.$$

Tagad jautāsim: kam ir vienlīdzīga visa ņemtās gāzes daudzuma termodinamiskā varbūtība W, ja gāzes abu daļu termodinamiskās varbūtības ir W_a un W_b? Lai pareizi atbildētu uz šo jautājumu, jāiegaumē, ka kāda kopnoteikuma varbūtība ir vienlīdzīga atsevišķo notikumu varbūtību r e i z i n ā j u m a m. Piemēram, pieņemsim, ka varbūtība ar biļeti laimēt loterijā ir P_1. Pieņemsim, ka mums ir vēl otra loterijas biļete, kuras laimēšanas varbūtība ir P_2; tad varbūtība, ka mēs ar vienu biļeti laimēsim, ir $P_1 + P_2$, bet varbūtība, ka laimēs abas biļetes vienlaicīgi, ir vienlīdzīga reizinājumam $P_1 . P_2$. Analoģiski visas ņemtās gāzes daudzuma stāvokļa varbūtība W ir vienlīdzīga abu gāzes daļu varbūtību reizinājumam:

$$W = W_a . W_b .$$

Tātad entropiju sumai atbilst termodinamisko varbūtību reizinājums. Šāds sakars starp lielumiem W un S ir tad, ja lielums S ir proporcionals lieluma W logaritmam. Tātad gāzes entropija ir proporcionala tās termodinamiskās varbūtības[1] logaritmam:

$$S = k \ln W + \text{const.} \tag{11}$$

[1] Daudzi uzskata, ka minētā formula, kas entropiju saista ar termodinamikas varbūtību, ir attiecināma ne vien uz gāzēm, bet arī uz šķidrumiem un cietiem ķermeņiem. Šā jautājuma atrisinājumu sarežģī vajadzība ņemt vērā arī virsmas spraiguma spēku izpausmi, kuru dēļ nav iespējams, piemēram, ūdens pilienu sadalīt divos pilienos tā, lai šķidruma termodinamiskais stāvoklis paliktu g l u ž i n e m a i n ī g s.

Bolcmanis parādīja, ka 1 molam proporcionalitates koeficients k ir vienlīdzīgs gāzes universalai konstantei R, dalītai ar molekulu skaitu 1 molā:

$$k = \frac{R}{N} = 1{,}371 \cdot 10^{-16}\ \frac{\text{erg}}{\text{grads}}.$$

248. §. Teoremas par termodinamiskās sistemas līdzsvaru. Process, kas norisinās izolētā sistemā, var būt apgriežams vai neapgriežams. Pirmajā gadījumā izolētās sistemas entropija paliek nemainīga, bet otrā — entropija pieaug. Tāpēc:

ja sistemas entropija sasniedz maksimumu, izolētā sistema paliek stabilā līdzsvara stāvoklī. No šā stāvokļa to var izkustināt tikai ar ārējām iedarbībām.

Ņemsim, piemēram, glāzi ūdens, kas siltuma ziņā izolēta no apkārtējās vides, un iemetīsim tur pietiekami lielu vara vitriola gabalu. Daļa vara vitriola izšķīdīs, un ūdens temperatura nedaudz pazemināsies (daudzu citu ķermeņu šķīšanu pavada turpretim temperaturas paaugstināšanās). Šķīšana apstāsies tad, kad sistemas entropija — šai gadījumā vara vitriola un tā ūdens šķīduma entropiju suma — sasniegs maksimumu.

Praksē bieži jāsastopas ar sistemām, kuras siltuma ziņā ne tikai nav izolētas no apkārtējās vides, bet, gluži otrādi, atrodas tādos apstākļos, ka, neskatoties uz sistemā norisošiem procesiem, temperatura visu laiku tiek uzturēta aptuveni konstanta.

Ja piegriezīsimies sākumā minētam piemēram, tad varam apgalvot, ka šai gadījumā (kad ūdens temperaturu uztur nemainīgu), izšķīdīs lielāks vara vitriola daudzums. Līdzsvara stāvoklis būs cits; tas neatbildīs vairs vitriola un tā ūdens šķīduma entropijas maksimumam. Protams, ka arī šai gadījumā var lietot to pašu teoremu par entropijas maksimumu, ja no jauna izpētī izolētu sistemu, kas šai gadījumā satur ne tikai glāzi ar vara vitriola šķīdumu, bet arī vidi, kurā šī glāze atrodas. Bet tas lietu sarežģī un nav vajadzīgs, jo svarīgam izotermisko procesu gadījumam termodinamika nosaka sevišķu līdzsvara kriteriju[1].

Atcerēsimies, kas par lielumu TS bija teikts 246. paragrafā. Šis lielums (Helmholca terminoloģijā — *saistītā enerģija*) ir ķermeņa iekšējās enerģijas tā daļa, ko varam iegūt tikai siltuma veidā, ja siltumu novadām pie temperaturas, kas nav zemāka par T. Pārējo iekšējās enerģijas pilnvērtīgo daļu $U - TS$ tais pašos apstākļos var dabūt darba veidā. Šo iekšējās enerģijas

[1] No grieķu vārda *kritein* — a t d a l ī t, a t r i s i n ā t (lat. *criterium*).

pilnvērtīgo daļu sauc par brīvo enerģiju un parasti apzīmē ar burtu F.

Pieņemsim, ka sistema izotermiski pāriet no stāvokļa C_1 stāvoklī C_2. Sistemas entropijas pieaugums ir vienlīdzīgs šā procesa reducētam siltumam $S_2 - S_1 = \frac{Q_{t=const}}{T}$. Te $Q_{t=const}$ ir siltums, kas pievadīts sistemai; lai atzīmētu, ka temperatura paliek nemainīga, lielumu $Q_{t=const}$ parasti sauc par apslēpto siltumu: apslēptais kušanas, iztvaikošanas utt. siltums. Apslēpto siltumu bieži apzīmē ar burtu r ($Q_{t=const} = r$). Redzam, ka izotermiskā procesa apslēptais siltums palielina iekšējās enerģijas depreciēto daļu:

$$r = T(S_2 - S_1). \tag{12}$$

Darbu, kuru sistema veic izotermiskā procesā, apzīmēsim ar $A_{t=const}$. Sistema veic darbu uz iekšējās enerģijas ($U_1 - U_2$) samazināšanas rēķina un uz sistemai pievadītā siltuma Q rēķina. Tātad: $A_{t=const} = U_1 - U_2 + TS_2 - TS_1$. Saņemot kopā šīs izteiksmes labās puses vidējos un malējos locekļus un ievērojot, ka $U_1 - TS_1$ ir brīvā enerģija F_1, kura piemīt sistemai stāvoklī C_1, un ka $U_2 - TS_2$ ir brīvā enerģija F_2 stāvoklī C_2, redzam, ka izotermiskā procesā **sistema veic darbu uz brīvās enerģijas samazināšanas rēķina**:

$$A_{t=const} = F_1 - F_2. \tag{13}$$

Piemēram, galvaniskais elements veic darbu (elektriskās strāvas darbu), kas vienlīdzīgs elementa ķimiski reaģējošo vielu brīvās enerģijas samazinājumam. Ja šķidrumu izotermiski sadala pilienos, tad patērē darbu, kas pārvar virsmas spraiguma spēkus; šis patērētais darbs ir vienlīdzīgs šķidruma brīvās enerģijas pieaugumam (197. §).

Viena no ievērojamākām termodinamikas teoremām saka: ja sistemas temperaturu un tilpumu uztur nemainīgu, tad sistemā norisinās tikai tādi procesi, kurus pavada brīvās enerģijas samazināšanās, vai arī (līdzsvarotā norisē) tādi, kas tās lielumu nemaina. *Kad eksperimenta apstākļi ir tādi, kas garantē temperaturas un tilpuma nemainīgumu, tad stabilam līdzsvara stāvoklim atbilst brīvās enerģijas minimums.*

249. §. Siltuma saturs. Svarīgs termodinamikas uzdevums ir pētīt vielas kvalitativo pārmaiņu procesus: ķermeņa pāreju no viena agregatstāvokļa otrā, ķimiskās reakcijas, vielas šķīšanu utt. Šais gadījumos izotermiskais siltums ir vielas kvalitatīvās pārvēršanās apslēptais siltums: iztvaikošanas, kušanas, šķīšanas utt. apslēptais siltums. Pieņemsim, ka šis siltums ir attiecināts uz vielas vienu molu.

Pieņemsim, ka $v_{šķ}$ ir 1 mola šķidruma tilpums pie temperaturas T un spiediena p, bet v_{tv} ir piesātināta tvaika 1 mola tilpums pie tās pašas temperaturas un spiediena. Vārīšanās process noris pie nemainīgas temperaturas un pie nemainīga spiediena. Tātad tas ir izotermisks un tai pašā laikā arī izobarisks process. Darbs, ko šai gadījumā veic sistema, ir vienlīdzīgs spiediena un tilpuma pieauguma reizinājumam:

$$A = p\,(v_{tv} - v_{šķ}).$$

Apslēptais iztvaikošanas siltums, kušanas siltums utt. — katrs šo siltumu daudzums palielina iekšējo enerģiju un veic izplešanās darbu:

$$r = (U_{tv} - U_{šķ}) + p\,(v_{v} - v_{šķ}). \quad (14)$$

Lai aprēķini būtu ērtāk izdarāmi, iekšējo enerģiju bieži apvieno ar reizinājumu pv un šo lielumu sumu nosacīti sauc par *siltuma saturu* (daži autori šo lielumu sauc par *entalpiju*). Siltuma saturu bieži apzīmē ar I:

$$I = U + pv.$$

Iztvaikošanas siltums ir piesātināta tvaika un šķidruma siltuma saturu starpība:

$$r = I_{tv} - I_{šķ}. \quad (15)$$

Analoģiskā vienlīdzība ir pareiza arī kušanas siltumam un siltumam, kas faktiski atdalās ķimiskajā reakcijā, piemēram, degšanā, ja šī reakcija noris pie nemainīga spiediena. Vārīšanās un kušana noris ne tikai izobariski, bet arī izotermiski. Tādēļ apslēpto iztvaikošanas vai kušanas siltumu var aprēķināt arī pēc formulas (12):

$$r = T\,(S_{tv} - S\quad).$$

250. §. Gibsa-Helmholca vienādojums. Izvedīsim vienādojumu, kas pēc izotermiskā procesa apslēptā siltuma lieluma r ļauj paredzēt, kā mainīsies izotermiskais darbs $A_{t=const}$, ja izotermiskais process notiks pie augstākas vai zemākas temperaturas.

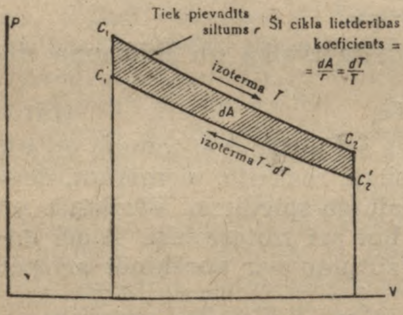
Iedomāsimies, ka kaut kāds ķermenis atrodas izotermiskā procesā pie absolutās temperaturas T un, veicot darbu $A_{t=const}$, pāriet no stāvokļa C_1 stāvoklī C_2. Novilksim caur šiem diviem galējiem stāvokļiem C_1 un C_2 izochoras (420. zīm.) un reizē ar norādīto izotermisko procesu aplūkosim analoģisku izotermisku procesu starp tām pašām izochorām, bet pie nedaudz zemākas temperaturas $T - dT$. Šai gadījumā ķermenis pāriet no stāvokļa C'_1 stāvoklī C'_2 un veic darbu, kuru var apzīmēt ar $A_{t=const} - d(A_{t=const})$.

Ja aplūkojamam ķermenim būtu jāveic cikls $C_1 \to C_2 \to C'_2$

$\to C'_1 \to C_1$, tad šā elementarā cikla[1] lietderības koeficients būtu vienlīdzīgs temperaturu starpības dT attiecībai · pret absoluto temperaturu T. Darbs, kas šai ciklā veikts, būtu vienlīdzīgs $d(A_{t=\mathrm{const}})$, bet siltuma avota pievadītais siltums būtu izotermiskā procesa apslēptais siltums $C_1 \to C_2$, kas vienlīdzīgs r. Cikla lietderības koeficients ir cikla darba, šai gadījumā $dA_{t=\mathrm{const}}$, attiecība pret siltuma avota pievadīto siltumu, proti, r. Tātad

$$\frac{d(A_{t=\mathrm{const}})}{r} = \frac{dT}{T}. \tag{16}$$

Tas ir Gibsa-Helmholca vienādojums, kas rāda, ka tad, kad izotermiskā procesa realizēšanai jāpatērē siltums ($r > 0$), izotermiskais darbs $A_{t=\mathrm{const}}$ ar temperaturas paaugstināšanos pieaug. Ja aplūkojamā izotermiskā procesa realizēšanu pavada siltuma a t d o š a n a ($r < 0$), tad izotermiskais darbs $A_{t=\mathrm{const}}$ ar temperaturas paaugstināšanos samazinās.



420. zīm. Schema Gibsa-Helmholca vienādojuma izvešanai.

Gibsa-Helmholca vienādojumu parasti raksta mazliet citādā veidā. Atcerēsimies, ka siltums, ko dabū ķermenis jebkurā procesā (arī izotermiskā), palielina iekšējo enerģiju un veic darbu: $r = (U_2 - U_1) + A_{t=\mathrm{const}}$. Ja iekšējās enerģijas p i e a u g u m a $(U_2 - U_1)$ vietā aplūkojam iekšējās enerģijas s a m a z i n ā j u m u $(U_1 - U_2)$, tad teiktais jāpārveido tā: darbs tiek izdarīts uz iekšējās enerģijas samazināšanas rēķina, un bez tam darba otra daļa, kas vienlīdzīga $A - (U_1 - U_2)$, tiek izdarīta uz ķermenim pievadītā siltuma $r = A - (U_1 - U_2)$ rēķina. Pārrakstīsim Gibsa-Helmholca vienādojumu, lai vienlīdzības kreisā pusē atrastos izotermiskā procesa apslēptais siltums r, un aizstāsim r ar ķermeņa pastrādātā darba un iekšējās enerģijas samazinājuma starpību. Tad dabūsim:

$$A_{t=\mathrm{const}} - (U_1 - U_2) = T\frac{d(A_{t=\mathrm{const}})}{dT}. \tag{17}$$

No šā bieži lietojamā Gibsa-Helmholca vienādojuma varianta redzam, ka izotermiskais darbs var būt lielāks vai mazāks par iekšējās enerģijas samazinājumu atkarībā no atvasinājuma zī-

[1] Minētais elementari mazais cikls atšķiras no Karno cikla par otrās kārtas bezgalīgi maziem lielumiem.

mes, kas ir vienlīdzības labā pusē. Jāiegaumē, ka, saskaņā ar izvedumu, lielums $d(A_{t=const})$ minētajā atvasinājumā nozīmē izotermiskā darba algebrisku palielinājumu, ko ierosina tikai temperaturas paaugstināšana par dT, bet ne kādi citi iemesli. Lielums $A_{t=const}$ ir atkarīgs no sistemas sākuma un beigu tilpuma, tādēļ, ja salīdzina izotermiskos procesus, kuru temperaturas ir $T + dT$ un T, tad abos gadījumos jāņem vienādi sākuma tilpumi un sistema jānoved līdz vienādiem beigu tilpumiem.

Atcerēsimies, ka izotermiskais darbs tiek izdarīts uz brīvās enerģijas rēķina: $A_{t=const} = F_1 - F_2$. Ja Gibsa-Helmholca vienādojumā $A_{t=const}$ vietā ņem brīvās enerģijas samazinājumu, tad dabū trešo šā ievērojamā termodinamikas vienādojuma variantu, ko arī bieži lieto:

$$(F_1 - F_2) = (U_1 - U_2) + T\,\frac{d(F_1 - F_2)}{dT}. \tag{18}$$

251. §. Klapeirona-Klauziusa vienādojums. Izlietosim Gibsa-Helmholca vienādojumu vārīšanās un kušanas procesos. Uzrakstīsim vienādojumu (16) šādā veidā:

$$r = T\,\frac{d(A_{t=const})}{dT}.$$

Šai gadījumā izotermiskais darbs $A_{t=const}$ ir tai pašā laikā arī 1 mola šķidruma tilpuma izobariskās izplešanās darbs līdz 1 mola tvaika tilpumam. Vārīšanās temperatura ir atkarīga no spiediena; spiediena palielināšana par dp paaugstina arī vārīšanās temperaturu par dT. Izplešanās darbs pieaug par lielumu $dA_{t=const} = (v_{tv} - v_{šķ}) \,.\, dp$. Ievietojot Gibsa - Helmholca vienādojumā šo $dA_{t=const}$ izteiksmi, dabū

$$r = (v_{tv} - v_{šķ}) \,.\, T\,\frac{dp}{dT}. \tag{19}$$

Šo vienādojumu sauc par par Klapeirona-Klauziusa vienādojumu. Pēc šā vienādojuma var aprēķināt iztvaikošanas siltumu. Lai to izdarītu, jāzina piesātināta tvaika spiediena atkarība no temperaturas resp. vārīšanās temperaturas atkarība no spiediena. Praksē tā arī dara: izmērī piesātināta tvaika spiedienu pie dažādām temperaturām. Tad nosaka atvasinājuma $\frac{dp}{dT}$ nozīmes dažādām temperaturām un pēc Klapeirona-Klauziusa vienādojuma uzzina, cik liels ir dažādām vārīšanās temperaturām apslēptais iztvaikošanas siltums r. Zinot r kā temperaturas funkciju, var pēc iepriekšējo paragrafu formulām

(10. un 15. formula) aprēķināt piesātinātā tvaika entropiju un siltuma saturu visdažādākām vārīšanās temperaturām.

Tādā veidā sastādītās r, S un I lielumu tabulas ūdenim, ogļskābai gāzei, amonjakam un citiem šķidrumiem jo plaši izmanto siltumtechnikā.

Klapeirona-Klauziusa vienādojumu saskaņā ar tā izvedumu var pielietot ne tikai šķidruma vārīšanās procesiem, bet arī kušanai, šķīšanai, izotermiskai reakcijai utt. Saprotams, ka tādos gadījumos vienādojuma labajā pusē jāņem starpības $(v_{tv} - v_{šķ})$ vietā attiecīgā sistemas beigu un sākuma tilpumu starpība; p un T apzīmē līdzsvara spiedienu un temperaturu (piemēram, cieta ķermeņa un tā sakausējuma līdzsvara), ja r ir kušanas apslēptais siltums.

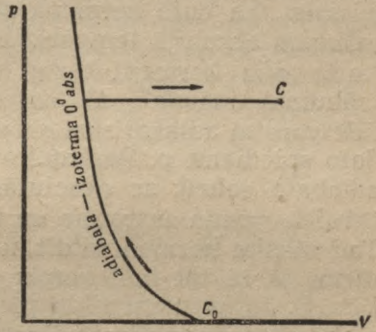
Daudzos gadījumos Klapeirona-Klauziusa vienādojumu var vienkāršot. Piemēram, ja aprēķina maz gaistošu šķidrumu apslēpto iztvaikošanas siltumu, cieta ķermeņa sublimacijas (iztvaikošanas) siltumu, maz šķīstošu vielu šķīšanas siltumu un vispār visos tais gadījumos, kad gāzveidīgās fazes blīvums ir ļoti mazs, var izdarīt šādus vienkāršojumus: pirmkārt, var neievērot kondensētās fazes mola tilpumu, salīdzinot to ar 1 mola tvaika tilpumu; tādā gadījumā vienādojuma labajā pusē tilpumu starpības vietā raksta tvaika tilpumu. Otrkārt, var pieņemt, ka piesātināta tvaika mola tilpumu minētajos gadījumos nosaka gāzes vienādojums $v_{tv} = \frac{RT}{p}$. Zinot, ka $\frac{dp}{p} = d\ln p$, dabū šādu vienkāršotu (aptuvenu) Klapeirona-Klauziusa vienādojumu, kuru ļoti plaši lieto fizikalā ķimijā:

$$r \approx RT^2 \frac{d\ln p}{dT}. \tag{20}$$

Šī aptuvenā formula ir ērta tai ziņā, ka to lietojot nav jāzina piesātinātā tvaika mola tilpums.

252. §. Nernsta siltuma likums. Iedomāsimies vēlreiz ķermeni, kas tiek līdzsvaroti saspiests cilindrā, kurš siltuma ziņā ir izolēts no apkārtējās vides. Ķermeņa temperatura pie šādas līdzsvarotas adiabatiskas saspiešanas pieaug. Kāpēc? Domājams, tāpēc, ka ķermeņa molekulas, atsitoties pret virzuli, kas kustas tām pretī, atlec ar lielāku ātrumu; tādēļ līdz ar saspiešanu palielinās ķermeņa molekulari kinetiskā enerģija. Vajag iedomāties, ka virzulis kustas bezgalīgi lēni; atsitoties pret virzuli, molekula iegūst bezgalīgi mazu ātruma pieaugumu. Bet molekula ātrāk nekā virzulis noiet zināmu atstatumu un pagūst neskaitāmi daudz reižu atsisties pret virzuli; rezultatā molekula dabū manāmu kinetiskās enerģijas pieaugumu.

Bet pieņemsim, ka sākuma momentā zem virzuļa atrodas kristals, kas atdzesēts līdz absolutai nullei. Vai šis kristals arī sasils, ja tas būs pakļauts līdzsvarotai, tātad bezgalīgi lēnai, adiabatiskai saspiešanai? Jie pie absolutās nulles molekulas ir nekustīgas (kustība atoma iekšienē šai gadījumā mūs neinteresē), tad, bezgalīgi lēnām pārvietojot virzuli, tas tikai atspiedīs molekulas, uzmanīgi pārvarot atgrūšanas spēkus, kas darbojas starp molekulām; tātad nav redzams, ka virzulis varētu ierosināt molekulās kādu svārstības kustības ātrumu[1]. Tādēļ var secināt, ka kristala līdzsvarotā adiabatiskā saspiešana, kas sākusies pie absolutās nulles, neizsauks kristala sasilšanu. Tātad nonākam pie interesanta un pirmā acu uzmetienā negaidīta slēdziena: *absolutās nulles izoterma sakrīt ar adiabatu* (421. zīm.).



421. zīm.

Mēs aplūkojām kristala saspiešanas procesu. Nav iemesla domāt, ka citā kādā līdzsvarotā procesā varētu būt kas cits. Tādēļ var izteikt šādu vairāk vispārinātu slēdzienu: ikviens līdzsvarots adiabatisks process, kas sācies pie absolutās nulles, sistemu nesasilda. Ievērojot, ka entropija jau saskaņā ar tās definiciju paliek nemainīga jebkurā līdzsvarotā adiabatiskā procesā, minēto slēdzienu var izteikt tā: pie *absolutās nulles visi līdzsvarotie procesi noris bez entropijas maiņas.* Šai apgalvojumā ir ietverta tā likuma fizikalā būtība, kuru noteica Nernsts 1906.—1911. g., bazēdamies uz ķermeņu siltumietilpības mērījumiem pie zemām temperaturām[2].

Atcerēsimies, ka entropija tāpat kā enerģija ir diferences lielums. Tai fizikala jēga ir tad, kad norādīts sākuma stāvoklis, ar kuru salīdzina doto ķermeņa stāvokli. Vienosimies tā: uz-

---

[1] Virzuļa iedarbība uz kristala daļiņām, ja virzulis pārvietojas bezgalīgi lēni, nav obligati jāuzlūko par triecienu, kas varētu sākumā nekustīgās kristala daļiņas iešūpot. Var iedomāties, ka virzulis sākuma momentā, kad tas atradās saskarē ar kristala virsmu, bija nekustīgs. Spēku, kas iekustina virzuli un līdz ar to arī kristala daļiņas, uzlūkosim par tādu, kas vienmērīgi, bezgalīgi lēni pieaug no nulles; tādā gadījumā trieciena nav.

[2] Matematiski Nernsta likumu var formulēt dažādi; viens šāds formulējums atrodas šā paragrafa beigās; tas ir entropijas aprēķināšanas vienādojums.

lūkosim kondensēto stāvokli pie absolutās nulles par sākuma stāvokli; citiem vārdiem, pieņemsim, ka kondensētam ķermenim (kristalam) pie absolutās nulles entropija ir nulle, bet par šā ķermeņa entropiju citā kādā stāvoklī iedomāsimies reducēto siltumu sumu, kas jāpievada ķermenim, lai, izejot no norādītā sākuma stāvokļa, varētu ķermeni līdzsvarotā procesā novest dotajā stāvoklī. Tā aprēķinātās entropijas vērtības bieži sauc par entropijas absolutām vērtībām.

Kā vienkāršāk aprēķināt entropiju? Visvieglāk var izmērīt ķermeņa siltumietilpību C_p pie pastāvīga spiediena. Pamatojoties uz Nernsta likuma, mēs parādīsim, ka, lai aprēķinātu entropijas absolutās vērtības, jāizmērī lieluma C_p maiņa, atkarībā no temperaturas līdz iespējami zemai temperaturai. Pieņemsim, ka doto ķermeņa stāvokli, kura entropija jāaprēķina, raksturo absolutā temperatura T un spiediens p. Iedomāsimies, ka to pašu ķermeni esam ņēmuši pie $T = 0$ un $p = 0$. Šai (sākuma) stāvoklī tā entropija $S = 0$. Pakļausim ķermeni līdzsvarotai adiabatiskai saspiešanai tik ilgi, kamēr tas sasniedz doto spiedienu p. Saskaņā ar Nernsta likumu absolutās nulles adiabata sakrīt ar absolutās nulles izotermu (421. zīm.), un tātad ķermeņa entropija un temperatura paliks joprojām nulle. Tad sāksim ķermeni sildīt, uzturot spiedienu nemainīgu, un sildīsim to tā tik ilgi, kamēr temperatura sasniegs prasīto vērtību T. Ja ķermeni silda pie pastāvīga spiediena, tad ķermeņa temperaturas paaugstināšanai par dT vajag katrreiz pievadīt siltumu $C_p\,dT$; entropija tad pieaug par $dS = \frac{C_p\,dT}{T}$. Šo lielumu suma (integrals), kas ņemta visam temperaturu intervalam no 0 līdz T, ir entropijas absolutā vērtība:

$$S = \int_0^T \frac{C_p\,dT}{T} \tag{21}$$

(integrēšanu izdara pie pastāvīga spiediena).

Svarīgākais šeit ir tas, ka entropijas absolutās vērtības aprēķināšanai jāzina, kā mainās ķermeņa siltumietilpība C_p atkarībā no temperaturas, bet nav jāzina tās atkarība no ķermeņa spiediena (vai arī no blīvuma)[1].

[1] Nernsta teorema pēc būtības pieder kvantu fizikai. Šai paragrafā izteiktais prātojums par līdzsvaroto adiabatisko saspiešanu pie absolutās nulles neiziet no klasisko uzskatu robežām, bet tomēr tas dod iespēju paredzēt Nernsta likumu. Kā izskaidrot to, ka šis tīri klasiskais iztirzājums noved tuvu pie slēdzieniem, kas īstenībā pieder kvantu fizikai? Šai sakarībā jāatzīmē vairāki apstākļi.

253. Par tā saucamo pasaules «siltuma nāvi». Diezgan bieži gadās novērot, ka eksakto zinātņu slēdzieni, kas pilnīgi pareizi tai nozarē, kurai tie paredzēti, nokļūstot filozofijā, izraisa pārdrošus, bet nepārliecinošus vispārinājumus. Piemērs tādam gadījumam ir t. s. pasaules «siltuma nāves» problema. Šai problemai daudz uzmanības veltījuši gan filozofi, gan arī fiziķi, lai gan problemas nostādne pašos pamatos ir kļūdaina.

No termodinamikas teoremas par izolētās entropijas pieaugšanu (neapgriežamos procesos) taisīja neapdomīgu slēdzienu, ka pasaules entropija tiecas uz kaut kādu maksimumu. Kad šis maksimums būs sasniegts, turpmākā entropijas pieaugšana kļūs neiespējama, visi procesi izbeigsies un pasaule noslīgs «siltuma nāves» stāvoklī. Mēs pastāvīgi novērojam, ka procesi, kas rodas paši no sevis, arvien noris temperaturu izlīdzināšanas virzienā vai arī spiedienu un citu intensitates faktoru izlīdzināšanas virzienā. Ar «siltuma nāves» stāvokli saprot tādu pasaules stāvokli, kad temperatura visās pasaules malās kļūs vienāda un kad citu intensitates faktoru sakārtojums izrādīsies tāds, ka vairs nebūs cēloņu, kas varētu ierosināt jebkādu procesu rašanos.

Ja tāds teoremas vispārinājums par entropijas pieaugšanu ir

Vispirms jāpievērš uzmanība iekšējam pretrunīgumam, kas vērojams, aplūkojot no klasiskā viedokļa skarto problemu par vielas īpašībām pie absolutās nulles. Un tiešām reizē ar izteikto prātojumu var izteikt arī citu, ievērojot klasisko likumu par enerģijas vienlīdzīgu sakārtojumu brīvības pakāpēs; šai gadījumā slēdziens ir tāds: ķermeņu siltumietilpībai jāpaliek nemainīgai līdz pat viszemākajām temperaturām, — kas runā pretim Nernsta likumam.

Tātad no diviem klasiskiem prātojumiem, kuriem, kā liekas, ir vienādi pamati, viens sakrīt ar Nernsta likumu, bet otrs runā tam pretī. Tāda iekšēja pretruna ir tipiska klasiskai teorijai tur, kur tā jāaizstāj ar kvantu teoriju.

Tālāk jāatzīmē, ka minētais prātojums par kristala līdzsvaroto adiabatisko saspiešanu ir pareizs tikai pie absolutās nulles, bet nevis pie temperaturām, kas tuvas absolutai nullei. Ja aplūko kristala adiabatisko saspiešanu, kad tā temperatura ir tuva absolutai nullei (bet nav nulle), tad jau vairs nevaram — saskaņā ar molekularo teoriju par saspiešanu — paredzēt, ka šai gadījumā spiediens temperaturu gandrīz nepaaugstinās.

Beidzot jāatzīmē vēl tas, ka mēs neievērojām nulles enerģiju. Stingri pieturoties pie klasiskiem uzskatiem, pieņēmām, ka pie absolutās nulles visi atomi atrodas miera stāvoklī, bet kvantu teorija aizrāda, ka cieti ķermeņi un, domājams, arī gāzes — atrodoties izviršanas stāvoklī, vēl satur arī pie absolutās nulles kaut kādu atlikuma enerģiju.

Neskatoties uz minētajiem apstākļiem, kas šo lietu stipri sarežģī, iepriekšējais prātojums par ķermeņu līdzsvaroto adiabatisko saspiešanu pie absolutās nulles acīm redzot tomēr ir diezgan tuvs Nernsta likuma fizikalai būtībai.

pareizs un ja pasaule ir pastāvējusi mūžīgi, tad jājautā: kāpēc tad vēl līdz šim nav sasniegts «siltuma nāves» stāvoklis? Fiziķi nevarēja dot apmierinošu atbildi; to izmantoja idealistiskās skolas filozofi, lai taisītu spekulativus slēdzienus.

Mēģināsim noskaidrot tās metodoloģiskās kļūdas būtību, no kuras radusies šī maldīgā problema par pasaules «siltuma nāvi».

Pirms izdarām kādu vispārinājumu, arvien ir jāapsver, cik pamatots ir šis vispārinājums, vai, ejot pa vispārinājumu ceļu, nepārkāpjam to robežu, kur kvantitate pāriet kvalitatē. Piemēram, teorema par entropijas pieaugšanu ir pareiza attiecībā uz lieliem un maziem ķermeņiem, bet tai nav vairs jēgas, ja to attiecina uz ļoti sīkām vielas daļiņām, kuru izmēri tuvojas molekulu izmēriem. Tādos gadījumos entropijas jēdzienam nav vairs fizikala satura. Uz tādām daļiņām nevar attiecināt otro termodinamikas pamatlikumu vienkārši tāpēc, ka tādās daļiņās zūd atšķirība starp darba un siltuma jēdzieniem.

Ja tomēr katrā ziņā gribam ekstrapolēt termodinamikas likumus uz pasauli visumā un ja šai nolūkā uzdrošināmies uzlūkot visu pasauli par izolētu termodinamisku sistemu, tad mums visādā ziņā jāievēro, ka ir iespējama ekstrapolējamo likumu un izmantojamo jēdzienu kvalitativa maiņa.

Mēģināsim paskaidrot šo domu ar salīdzinājumu. Sekojot fantazijas lidojumam, iedomāsimies, ka zvaigžņu pasauli uzlūkojam tāpat, kā uzlūkojam glāzi ūdens. Mēs nevarētu atšķirt atsevišķās zvaigznes. Zvaigžņu pasaule izliktos kā kaut kāds nepārtraukts suprakosmisks ķermenis. Ar tādu pašu tiesību un tādu pašu iemeslu dēļ, ar kādu mēs sakām, ka ūdens glāzē atrodas līdzsvarotā stāvoklī, mēs varbūt teiktu, ka suprakosmiskais ķermenis, kuru mēs novērojam, ir sasniedzis supra-entropijas maksimumu un atrodas kaut kādā supralīdzsvarotā stāvoklī. Skatoties no «virszvaigžņu termodinamikas» viedokļa, šis stāvoklis ir pasaules «siltuma nāves» stāvoklis, tāpat kā no parastās termodinamikas viedokļa ūdens līdzsvarotais stāvoklis, kurā molekulas atrodas mūžīgā kustībā, ir ūdens «siltuma nāves» stāvoklis.

Debesu ķermeņi klejo pasaules telpā līdzīgi gāzes molekulām. Pasaules dzīvē noteicēja nozīme ir debesu ķermeņu sakārtojumam izplatījumā un to ātrumu virzieniem. Ja pieņem, ka ir tāds lielums, kas pelnītu pasaules entropijas nosaukumu, tad šis lielums neapšaubāmi ir atkarīgs visvairāk no «zvaigžņu blīvuma» (zvaigžņu daudzums kosmiskajā tilpuma vienībā) un no «zvaigžņu temperaturas» (zvaigžņu kustības vidējā intensitate), bet ne no pašu zvaigžņu blīvuma un zvaigžņu temperaturas. Tāpēc — ja arī ir tāds lielums, kuru varētu nosaukt par pasaules entropiju, tad tas ir pavisam sevišķs lielums, kaut kāda supraentropija, kurai laikam nav nekā kopīga ar pasaules sastāvā ietilpstošo debesu ķermeņu sumaro makroentropiju un kura nekādā gadījumā nav tai vienlīdzīga.

Termodinamikas likums par debesu ķermeņu makroentropijas pieaugšanu nosaka to procesu virzienu, kas noris debesu ķermeņos un to virspusē. Bet šis likums nekā nevar teikt par pasaules likteni visumā. Suprakosmisko procesu norisē, kur iesaistīti zvaigžņu miljardi, pavisam nav svarīgi, kur un kad kaut kāda zvaigzne nodziest un kur zvaigzne rodas no jauna.

XVII NODAĻA

Siltumtechnikas fizikalie pamati

254. §. Kurināmais un tā siltumspēja. Mūsdienu technikas attīstība prasa milzīgu kurināmā patēriņu. No fizikas viedokļa visi kurināmā veidi ir saules enerģijas akumulatori[1], kuros uzkrāšanas procesi tomēr noris ļoti lēnām. Dabiskos kurināmos ģeoloģiskās rašanās kārtībā var sarindot tā: celuloza, kūdra, brūnogle, akmeņogle, antracits. Izveidošanās kārtībā visjaunākā ir celuloza, visvecākais ir antracits. Rūpniecībai noderīgā kurināmā lēnā izveidošanās liek siltumtechnikai tos (izņemot celulozu un kūdru) uzlūkot par neatjaunojamiem enerģijas krājumu akumulatoriem.

Ap 90% no visiem enerģijas veidiem, kurus izmanto rūpniecība, iegūst no kurināmā.

Ātrais kurināmā patēriņa pieaugums liek mūsdienu fizikai padomāt par priekšā stāvošās «kurināmā bada» problemas atrisināšanu. Pašreizējie siltumtechnikas uzdevumi ir racionala un ekonomiska kurināmā izlietošana visās rūpniecības un technikas nozarēs.

Nafta ir ne tikai ļoti vērtīgs kurināmais, tāpēc ka tai ir liela siltumspēja (10 000 Kal no 1 kg), bet arī avots, kas dod veselu rindu vērtīgu produktu: benzinu, petroleju, augstšķirīgas smēreļļas utt. Naftas krājumus vērtē uz vairāk nekā 5 miljardiem t normalkurināmā[2]. Naftas krājumu daudzuma ziņā PSRS ieņem pirmo vietu citu valstu starpā. PSRS akmeņogļu krājumi pārsniedz 880 miljardus t normalkurināmā. PSRS malkas krājumi ir 19 miljardu t, bet kūdras — 51 miljards t normalkurināmā.

Kurināmā sastāvs atkarīgs kā no kurināmā organiskām īpašībām, kas atkarīgas no ģeoloģiskā izveidošanās procesa, tā arī no kurināmā sagādes un uzglabāšanas apstākļiem.

Apzīmēsim ar burtiem C, H, O, N, S, A, W svara daudzumus,

---

[1] No latiņu vārda *accumulo* — uzkrāju.

[2] Par normalkurināmo sauc tādu kurināmo, kura 1 kg, pilnīgi sadegot, rada 7000 Kal siltuma.

kas atbilst 1 kg kurināmā esošam: ogleklim, ūdeņradim, skābeklim, slāpeklim, sēram, pelniem un ūdenim. Protams, ka

$$C+H+O+N+S+A+W=1\text{ kg}.$$

Kurināmā organiskās īpašības nosaka oglekļa (C), ūdeņraža (H), skābekļa (O) un slāpekļa (N) saturs; sumu $C+H+O+N$ sauc par kurināmā organisko daļu. Sēra (S), pelnu (A) un ūdens (W) saturs raksturo kurināmā piemaisījumus, kas lielā mērā ir atkarīgi no kurināmā iegūšanas un uzglabāšanas apstākļiem; sumu $S+A+W=B$ sauc par kurināmā balastu[1]. Degvielas pamatelementi ir ogleklis (C) un ūdeņradis (H). Kurināmā sastāvā ogleklis un ūdeņradis visvairāk ir saliktu ogļūdeņražu veidā.

Kurināmā siltumvērtību nosaka tā *siltumražība* vai t. s. kurināmā *siltumspēja*. Vienkāršas vai saliktas degvielas siltumspēja ir siltums, ko iegūst no 1 kg kurināmā (gāzveidīgam kurināmam parasti no 1 m^3), ja tas pilnīgi sadeg.

Izšķir divus siltumspējas veidus: *augstāko* (kalorimetrisko) un *zemāko* (efektivo). To dara tāpēc, ka ūdens tvaiks, kas rodas sadegšanas produktos, kondensējoties izdala iztvaikošanas siltumu. Zemākā siltumspēja ir tas siltuma daudzums, kas rodas kurināmā pilnīgā sadegšanā, bet ar noteikumu, ka sadegšanas produktu mitrums paliek tvaika stāvoklī. Tādā kārtā zemākā siltumspējā nav ieskaitīts tas siltums, kas rastos, ūdens tvaikiem kondensējoties. Augstākajā siltumspējā tas ir ievērots. Parastajās kurtuvēs aizejošām dūmgāzēm ir tik augsta temperatura, ka ūdens tvaiki nevar kondensēties. Tādēļ zemāko siltumspēju, kuru izmanto parastajos apstākļos, sauc arī par efektivo jeb derīgo siltumspēju.

1 kg ūdeņraža (H), sadegot pilnīgi skābeklī, dod 28 700 Kal (zemākā siltumspēja). Ja pieskaita vēl siltumu, ko iegūst no ūdens tvaiku kondensacijas, tad dabū 34 100 Kal (augstākā siltumspēja).

1 kg oglekļa (C), sadegot pilnīgi skābeklī, dod 8140 Kal.

Nepilnīgā sadegšanā:

1 kg oglekļa (C), sadegot skābeklī un izveidojot oglekļa oksidu (CO), dod 2440 Kal;

1 kg sēra (S), sadegot skābeklī un izveidojot SO_2, dod 2220 Kal.

Salikta kurināmā siltumspēju nosaka vai nu ar sadedzināšanu

---

[1] Sēru nosacīti pieskaita balastam tādēļ, ka tā sadegšanas produkti (SO_2) sevišķi kaitīgi iedarbojas uz metaliem un dzīviem organismiem. Vispār gan sēra klātbūtne raksturo organisko daļu.

specialos kalorimetros, vai arī aprēķinot pēc aptuvenām formulām, ja kurināmā sastāvs ir zināms.

D i l o n g s ieteica augstākās siltumspējas noteikšanai lietot šādu formulu:

$$Q_{augst} = 8140\ C + 34\,100\ (H - \frac{O}{8}) + 2500\ S\ Kal. \quad (1)$$

Formulas pamatā ir pieņēmums, ka kurināmā siltumspēja ir siltuma daudzumu suma, ko dod sastāvdaļas. Tālāk formulā vēl ir pieņemts, ka skābeklis (O), kas atrodas kurināmā, saista ūdeņraža daudzumu, kas vienlīdzīgs $\frac{O}{8}$ (jo reakcijā $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ uz 1 svara daļu skābekļa ir apmēram $\frac{1}{8}$ svara daļas ūdeņraža). Saskaņā ar Dilonga formulu šis «saistītais» ūdeņradis, kurināmam sadegot, siltuma nedod, tādēļ aprēķinā pieņem, ka siltumu dod tikai «brīvais» ūdeņradis, kura daudzums ir $(H - \frac{O}{8})$.

Lai uzzinātu zemāko siltumspēju, no augstākās jāatņem visa tā ūdens tvaika iztvaikošanas siltums, kas ir degšanas produktos. Ūdens tvaika daudzums ir 9H + W [9H dabū minētajā ūdeņraža degšanas reakcijā: H_2O sver 9 reizes vairāk nekā ņemtais ūdeņradis H; W ir ūdens tvaika daudzums degšanas produktos, kas izveidojas no kurināmā mitruma (W — balasta sastāvdaļa)]. Tad saskaņā ar Dilonga formulu efektīvā siltumspēja ir

$$Q_e = 8140\ C + 34\,100\ (H - \frac{O}{8}) + 2500\ S - 600.\ (9H + W)\ Kal. \quad (4)$$

Skaitlis 600 ir aptuveni 1 kg ūdens iztvaikošanas siltums.

Tāds pats raksturs ir arī vācu inženieru savienības formulai, kuru bieži lieto:

$$Q_{ef} = 8100\ C + 29\,000\ (H - \frac{O}{8}) + 2500\ S - 600\ W\ Kal. \quad (3)$$

Padomju Savienībā populara ir D. I. M e n d e ļ e j e v a formula:

$$Q_{ef} = 8100\ C + 30\,000\ H - 2600\ (O - S) - 600\ (9H + W)\ Kal. \quad (4)$$

Visām minētajām formulām ir empirisks raksturs, un tās noder vienīgi aptuveniem aprēķiniem. Gāzveidīgam kurināmam ir analoģiskas formulas, kur siltumspējas noteikšanai ņem tilpuma sastāvdaļas.

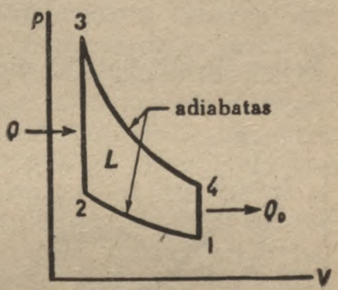
Piemērs kurināmā siltumspējas aprēķināšanai.

Pieņemsim, ka 1 kilogramā akmeņogļu pēc ķimiskās analizes datiem ir: 0,72 kg C; 0,06 kg H; 0,12 kg O; 0,02 kg S un 0,06 kg ūdens.

Saskaņā ar Vācu inženieru savienības formulu šo akmeņogļu darbīgā siltumspēja ir

$$Q = 8100 .\ 0{,}72 + 29\,000 \left(0{,}06 - \frac{0{,}12}{8}\right) + 2500 .\ 0{,}02 -$$
$$- 600 .\ 0{,}06 = 7151 \text{ Kal.}$$

255. §. Iekšdedzes dzinēji. Oto un Dizeļa cikli. Iekšdedzes dzinēju konstruktivā uzlabošana notika samērā lēnām. Sākumā iekšdedzes dzinējus izmantoja tikai mazas jaudas iekārtās; vēlāk tie iekaroja sev vadošu lomu vieglajā transportā un vairākās citās technikas nozarēs. Aviacijas panākumi sasniegti ar iekšdedzes dzinējiem. Turpmāk iekšdedzes dzinēji, konkurējot ar tvaikmašinām un turbinām, laikam gūs uzvaru dzelzceļu un jūras transportā.



422. zīm. Oto cikls.

Ekonomiski izdevīgā iekšdedzes dzinēju ideja ir tā, ka tur *pats kurināmais jeb, pareizāk, tā sadegšanas produkti tiek pārvērsti strādājošā vielā*, realizējot termodinamisko ciklu, kurā siltums pārvēršas darbā. Sākumā likās, ka šim nolūkam var izmantot tikai sevišķus ne visai lētus kurināmos — dedzināmo gāzu maisījumu ar gaisu (deggāze), bet ar laiku kļuva redzama šādas domas nepareizība, un iekšdedzes dzinēji laimīgi veica nozīmīgo ceļu no deggāzes un spirta līdz benzinam, petrolejai, naftai un beidzot līdz smagiem naftas atkritumiem.

Iekšdedzes dzinēju lietderības koeficients 2,5 reizes pārsniedz tvaikmašinu lietderības koeficientu.

Iekšdedzes dzinēju darbības principu un konstruktivo uzlabojumu gaitu vislabāk var izprast, ja iepriekš analizē tos termodinamiskos ciklus, kuru realizēšana varētu šiem dzinējiem nodrošināt lielāko lietderības koeficientu. Ievērojamākie ir Oto un Dizeļa cikli.

Oto cikls ir parādīts 422. zīmējumā (p, v) koordinatu sistemā. Gāzes sākuma stāvokli diagramā nosaka punkts *1*. Punktā *1* sākas adiabatiskā saspiešana. Pēc saspiešanas, kas beidzas punktā *2*, sākas sasilšana pie nemainīga tilpuma: gāze saņem siltumu Q. Tad no punkta *3* līdz punktam *4* gāze adiabatiski izplešas. Cikls noslēdzas ar gāzes atdzišanu pie nemainīgā tilpuma: gāze atdod siltumu Q_0.

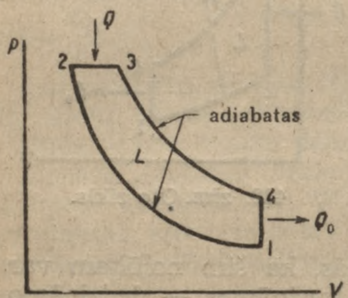
Sevišķi svarīgs šai ciklā, kā arī Dizeļa ciklā, kas tiks aplūkots tālāk, ir *strādājošā ķermeņa saspiešana pirms siltuma pievadīšanas.* Saspiešanu raksturo sākuma un beigu tilpumu attiecība, ko sauc par *saspiešanas (kompresijas) pakāpi:*

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}.$$

Aprēķins, ko viegli var izdarīt ar Klapeirona un Puasona vienādojumiem, rāda, ka Oto cikla termodinamiskais lietderības koeficients ir

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa-1}}. \qquad (5)$$

Šeit $\varkappa$ ir adiabatiskā vienādojuma kāpinātājs.



423. zīm. Dizeļa cikls.

D i z e ļ a c i k l ā (423. zīm.) pirms siltuma pievadīšanas, ko izdara pie nemainīga spiediena, arī notiek adiabatiska gāzes saspiešana (līnija *1—2*). Gāze veic darbu, izobariski izplešoties (*2—3*), bet galvenokārt turpmākajā adiabatiskās izplešanās posmā (*3—4*). Cikls beidzas ar siltuma atņemšanu, tilpumam nemainoties. Aprēķins rāda, ka Dizeļa cikla termodinamiskais lietderības koeficients ir

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa-1}} \cdot \frac{\rho^{\varkappa}-1}{\varkappa(\rho-1)}, \qquad (6)$$

kur ε ir kompresijas pakāpe $\left(\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}\right)$, bet ρ ir t. s. *iepriekšējās (izobariskās) izplešanās pakāpe*

$$\rho = \frac{v_3}{v_2}.$$

Salīdzinot Oto un Dizeļa cikla lietderības koeficientu formulas, redzam, ka katrs no šiem cikliem ir jo ekonomiskāks, jo lielāka kompresijas pakāpe ε.

Interesanti šos ciklus salīdzināt pie vienāda maksimalā spiediena, jo maksimalais spiediens pa daļai nosaka mašinas stiprības aprēķina noteikumus. Zemāk atzīmētie skaitļi rāda, ka pie vienāda maksimalā spiediena Dizeļa cikls ir ekonomiskāks par Oto ciklu:

	$p_{max} = 35$ at			$p_{max} = 50$ at		
	ε	ρ	$\eta.100$	ε	ρ	$\eta.100$
Oto cikls	8		57%	11		62%
Dizeļa cikls	13	1,5	61%	16	1,4	65%

Ja Karno ciklu realizētu to pašu temperaturu robežās, tad tam būtu nedaudz lielāks lietderības koeficients; bet procesus, kas noris iekšdedzes dzinējos, praktiski nav iespējams tā iekārtot, lai dabūtu Karno ciklu.

256. §. Iekšdedzes dzinēja realais cikls. Lai dzinēja cilindrā realizētu līdzsvarotu un termodinamiski noslēgtu procesu, kas pastāvīgi atkārtojas, sastopam faktiski nepārvaramas grūtības. Cilindra sienām un dibenam, kā arī virzulim, izplešanās un saspiešanās periodos jābūt tādiem, kas pavisam nevada siltumu, lai varētu nodrošināt šo procesu adiabatiskumu. Un — no otras puses — tais periodos, kad siltumu pievada no ārienes vai kad to atņem, cilindra sienām vajadzētu siltumu ļoti labi vadīt.

Šo idealo no līdzsvarotiem procesiem veidoto un tādēļ praksē nerealizējamo termodinamisko ciklu vietā mašinbūvniecības technika izvirzīja savus darba procesus. Lai iegūtu lielāku jaudu, vajag vai nu palielināt mašinas izmērus, vai arī samazināt laiku, kurā noris cikls. Iekšdedzes dzinējos laiku, kurā realizē ciklu, mērī ar sekundes simtdaļām. Protams, ka tādos apstākļos nav ko domāt par kaut kādu procesu līdzsvarotību. Bet, pateicoties tieši izplešanas un saspiešanas procesu ātrumam, siltuma apmaiņa starp strādājošo vielu un apkārtējo vidi nepaspēj realizēties; tas nodrošina minētiem procesiem gandrīz adiabatisku raksturu.

Iekšdedzes dzinēja vai tvaikmašinas realais cikls, kas periodiski atkārtojas, ir no termodinamiskā viedokļa nenoslēgts: izlietotā gāze vai tvaiks aiziet no mašinas, un procesa atkārtošanai pievada jaunu gāzes vai tvaika daudzumu. Īsajā laika sprīdī siltumu var aizvadīt tikai ar pašas gāzes vai tvaika izlaišanu no cilindra.

Tvaikmašinas cikls noslēdzas ārpus cilindra, jo izlietotais tvaiks, ko laiž kondensatorā (dzesinātājā) vai atmosferā, beidzot kondensējas ūdenī, kas rezultatā dabū to pašu temperaturu, kāda ir katlā ielaistam ūdenim. Drusku citādi tas ir iekšdedzes dzinējos: izlietotās un no cilindra izspiestās gāzes atdziest, bet degvielā, kas nonāk cilindrā, tās vairs nepārvēršas. Tomēr arī šai gadījumā dzinēja darbu var novērtēt tā, it kā būtu noticis ciklisks process. Degošais gāzu maisījums iekšdedzes dzinējos ir vienā un tai pašā laikā gan siltuma avots, gan arī strādājošā viela. Pēc būtības te nav ne siltumatdevēja, ne siltumieguvēja ķermeņa, bet ir tikai viens ķermenis (viela) — strādājošais gāzu maisījums; ja mēs gribētu, tad varētu atdalīt strādājošā maisījuma sadegšanas procesu no gāzveidīgo degšanas produktu izplešanās procesa. Piemēram, degvielas maisījuma sadedzināšanu varētu izdarīt kurtuvē, bet cilindru piepildīt ar iepriekš sagatavotām nesakarsētām gāzēm, kuru ķimiskais sastāvs būtu tāds pats kā kurināmā degšanas produktiem.

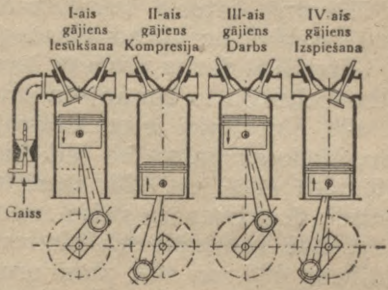
Degošo gāzu maisījumam kā siltumavotam sadegšanas process ir svarīgs. Bet, aplūkojot to pašu degošo gāzu maisījumu kā strādājošo vielu, nav jāievēro šā maisījuma ķimiskās strukturas pārmaiņas, kas notikušas sadegšanā. Un lai gan cikls, ko veic iekšdedzes dzinēja strādājošā viela, nav noslēgts ne cilindra ārpusē, ne arī iekšpusē, tomēr dzinēja ekonomiskam novērtējumam tas ir mazsvarīgi.

Lai iegūtu vislielāko lietderības koeficientu, realo ciklu vajag tuvināt Oto vai Dizeļa ciklam.

Ir divi iekšdedzes dzinēju tipi: dzinēji ar četrtaktu procesu un dzinēji ar divtaktu procesu. Šo abu tipu realo ciklu atkarībā no kurināmā piegādes paņēmiena (pareizāk — piegādes laika) cilindram var tuvināt vai nu Oto, vai Dizeļa ciklam.

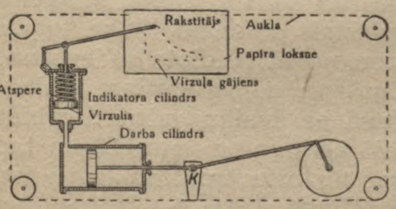
Dzinējos, kuru realais cikls ir tuvs Oto ciklam, cilindru pirms kompresijas procesa piepilda ar kurināmā un gaisa maisījumu vai arī kurināmo iešļāc cilindrā kompresijas laikā. Kompresijas beigās, kad cilindrā jānotiek uzliesmojumam, cilindrā ievadītais kurināmais jau intensivi samaisījies ar gaisu un ieguvis paaugstinātu temperaturu, tādēļ ir labi sagatavots ātrai sadegšanai. Tā sagatavotu maisījumu aizdedzina elektriskā dzirkstele, un tas deg tik ātri, ka *sadegšanas process noris gandrīz pie nemainīga tilpuma.* Lai izsargātos no degošā maisījuma priekšlaicīgas pašaizdegšanās, tais dzinējos, kas strādā pēc Oto cikla, jāapmierinās ar samērā nelielu kompresijas pakāpi ($\varepsilon = 3{,}5$ līdz 7). Lietderības koeficients šiem dzinējiem, ieskaitot visus zudumus, ir caurmērā 25% liels (tas ir «efektivais» lietderības koeficients).

Dzinējos, kas strādā pēc Dizeļa cikla, cilindru pirms kompresijas piepilda ar tīru gaisu un kurināmo iešļāc cilindrā kompresijas beigās, kad līdz 30—32 at saspiestā gaisa temperatura jau ievērojami pārsniedz strādājošā maisījuma pašaizdegšanās temperaturu. Lai pārvarētu saspiestā gaisa spiedienu, kurināmo iešļāc cilindrā ar kompresoru. Šķidrā degviela nonāk cilindrā sīki sasmidzinātā stāvoklī, pati uzliesmo un pakāpeniski sadeg *pie gandrīz nemainīga spiediena.* Lielā kompresijas pakāpe ($\varepsilon = 12$ līdz 16) nodrošina Dizeļa dzinējam diezgan augstu lietderības koeficientu. Šo dzinēju lietderības koeficients, ievērojot visus zudumus, ir apmēram 30—35% liels (efektivais lietderības koeficients). Vislielākais lietderības koeficients (līdz 37%) ir tā saucamiem bezkompresora Dizeļa motoriem, kuriem darbīgā maisījuma degšanas sākuma stadija noris gandrīz pie nemainīga tilpuma, bet turpmākā degšanas stadija noris pie nedaudz mainīga spiediena.

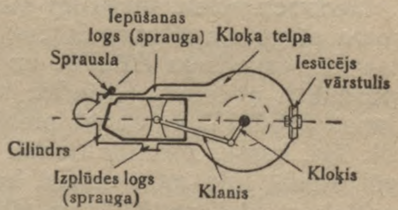


424. zīm. Četrtaktu dzinēja darbības schema.

Dzinējos ar *četrtaktu* procesu pirmajā gājienā (taktā) notiek iesūkšana (424. zīm.), otrā taktā — kompresija (422. un 423. zīmējumā līnija *1—2*)[1]. Dzinējos, kuri strādā pēc Oto cikla, cilindrā iesūc degvielas un gaisa maisījumu vai arī degvielu



425. zīm. Indikators — ierīce, kas uzzīmē cikla diagramu. Slīdenis *K* ar auklu, kas iet pāri skritulļiem, pārbīda papīra sloksni. Spiediena maiņu darba cilindrā atzīmē rakstītājs, kas savienots ar indikatora virzuli.



426. zīm. Divtaktu iekšdedzes dzinēja schema.

iešļāc kompresijas laikā. Aizdedzināšana notiek kompresijas beigās ar elektrisko dzirksteli. Dizeļa dzinējos cilindrā iesūc tīru gaisu un kompresijas beigās caur sprauslu, lietojot kompresorā saspiestu gaisu, iešļāc degvielu, kas sakarā ar saspiestā gaisa augsto temperaturu pati aizdegas un pakāpeniski sadeg pie nedaudz mainīga spiediena.

Pēc sadegšanas procesa, kas aizstāj siltuma pievadīšanas procesu (422. un 423. zīmējumā līnija *2—3*), nāk trešā takts — darba gājiens (422. un 423. zīmējumā līnija *3—4*). Darba gājiena

[1] Vienkāršības dēļ izmantojam teoretisko ciklu diagramas; patiesībā vajadzētu aplūkot indikatora diagramu (427. zīm.).

beigās atveras izplūdes ventilis un cilindrā notiek strauja spiediena pazemināšanās uz izlietotās gāzes izplūšanas rēķina (422. un 423. zīmējumā līnija *4—1*).

Nākamā, ceturtā taktā, kad izplūdes ventilis ir atvērts, virzulis izspiež no cilindra sadegšanas produktus.

Četrtaktu darba procesu ieteica 1861. g. Bodē-Rošs un pirmoreiz techniski to izmantoja savā dzinējā 1877. g. Oto.

426. zīmējumā ir paskaidrots divtaktu dzinēja uzbūves princips. Iedomāsimies, ka tad, kad virzulis atrodas kreisajā galējā stāvoklī (422. un 423. zīmējumā līnija *2—3*), dzinēja cilindrā notiek degvielas un gaisa maisījuma sadegšana. Gāzveidīgie sadegšanas produkti izplešoties pārvieto virzuli pa labi (darba gājiens, 422. un 423. zīmējumā līnija *3—4*).

Jāatzīmē, ka telpa, kurā griežas aplūkojamā dzinēja kloķis, ir hermetiski slēgta. Kad virzulis kustas pa labi, tad kloķa telpā notiek gaisa saspiešana. Noteiktā virzuļa kustēšanās momentā tā kreisā mala nonāk pie cauruma, kas atrodas cilindra sānos pie t. s. «izplūdes loga». Virzulim tālāk kustoties, izlietotās gāzes izraujas no cilindra caur šo «izplūdes logu», un spiediens cilindrā samazinās.

Nedaudz vēlāk, virzulim kustoties tai pašā virzienā, tā kreisā mala atver «izpūšanas logu»; saspiestais gaiss no kloķa telpas traucas caur logu cilindrā un izdzen no tā izlietoto sadegšanas produktu atliekas. Cilindra atbrīvošana no izlietotiem sadegšanas produktiem un tā piepildīšana ar svaigu gaisu turpinās tik ilgi, kamēr virzulis nonāk labajā «stinguma» punktā un tad vēl atceļā līdz momentam, kad tas aiztaisa izplūdes logu; tad notiek saspiešana (422. un 423. zīmējumā līnija *1—2*), kas turpinās tik ilgi, kamēr virzulis nonāk kreisajā «stinguma» punktā.

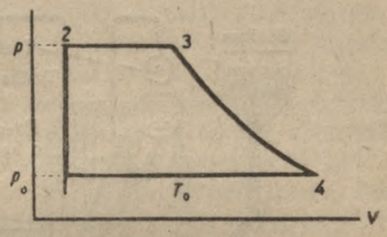
257. §. Tvaikmašinas (Renkina cikls). Tvaikmašinas ieņem vairāk nekā 150 gadus pirmo vietu rūpniecībā, un tikai tagad tās sāk atdot savu vietu tvaika turbinām un iekšdedzes dzinējiem. Tvaikmašinas ekonomijas ziņā ir ievērojami sliktākas nekā iekšdedzes dzinēji; to lietderības koeficients bieži vien ir 10—12%. Tvaikmašinu zemais lietderības koeficients nav izskaidrojams ar kādiem mašinu konstruktiviem trūkumiem, bet gan, pirmkārt, ar *mazo temperaturu robežu starpību, kurās noris tvaikmašinas cikls,* un, otrkārt, ar *neizbēgamiem siltuma zudumiem kurtuvē.*

Maksimalais lietderības koeficients, kas varētu būt kādai siltuma mašinai, nevar pārsniegt to lietderības koeficientu, kas dotās temperaturu robežās ir Karno ciklam:

$$\eta = \frac{T - T_0}{T}.$$

Tvaikmašinai T ir tvaika temperatura katlā. Ja katlā spiediens $p = 12$ at, tad $T = 460^0$. T_0 ir izlietotā tvaika kondensacijas temperatura; ja izlietoto tvaiku laiž atmosferā, tad $T_0 \approx 373^0$; ja izlietoto tvaiku laiž kondensatorā, kurā uztur spiedienu 0,1 at, tad $T_0 = 318^0$. Šādos apstākļos (ja spiediens katlā ir 12 at un ja tvaiku laiž kondensatorā) $\eta \cdot 100 = 31\%$. Tas nozīmē, ka ne vairāk par 31% siltuma, ko dabū ūdens, var pārvērst darbā. Bet tikai apmēram 70% no kurināmā sadegšanas siltuma izmanto ūdens sasildīšanā, pārējo siltumu aiznes dūmu gāzes; ap 10% ir berzes zudumi, tātad tvaikmašinas efektivais lietderības koeficients minētajos apstākļos nevar pārsniegt 20%[1]. Ja tvaika spiediens katlā ir vienlīdzīgs 9 at, tad tvaikmašinas lietderības koeficients nav lielāks par 16%.

Tādēļ saprotams, ka tvaikmašinām ekonomijas ziņā ir grūti konkurēt ar iekšdedzes dzinējiem, kuriem ir plašākas cikla temperaturas robežas un novērsti siltuma zudumi kurtuvē.



427. zīm. Renkina cikls.

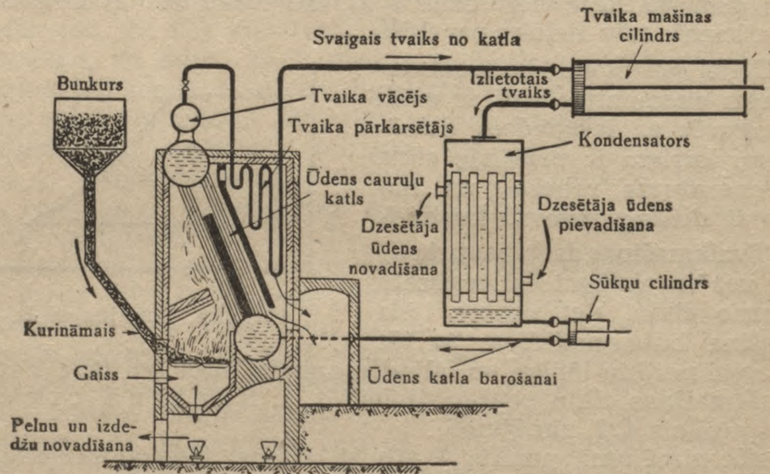
Tvaikmašinas darbības principu varētu pielāgot, lai realizētu Karno ciklu. Bet praksē tāda mašina būtu nederīga, jo tās procesi notiktu lēnām un cilindra apmēri būtu ļoti lieli. Parasti tvaikmašinas ciklu cenšas tuvināt t. s. R e n k i n a c i k l a m, kas attēlots 427. zīmējumā.

427. zīmējumā punkts *1* atbilst ūdens termodinamiskajam stāvoklim, kad tas ieplūst tvaika katlā. Līnija *1*—*2* attēlo ūdens sasilšanas procesu katlā līdz vārīšanās temperaturai T, pie spiediena p (punkts *2*). Izoterma - izobara *2*—*3* attēlo iztvaikošanas procesu; tvaiks piepilda darba cilindru un pārvieto virzuli. Darbu, ko veic virzulis, attēlo laukums, kas atrodas starp izochorām, kuras iet caur punktiem *2* un *3* un ko no augšas norobežo līnija *2*—*3*. Šo darbu sauc par p i l d ī š a n a s d a r b u. Kad daļa cilindra piepildīta ar tvaiku, tad pārtrauc tvaika pievadīšanu cilindram. To sauc par tvaika «n o c i r š a n u» (punkts *3*). Tvaika turpmākā izplešanās noris aptuveni adiabatiski, kamēr tvaika spiediens pazeminās līdz spiedienam p_0, kāds ir kondensatorā. Punkts *4* attēlo tvaika termodinamisko stāvokli kondensatorā (spiediens p_0 un temperatura T_0). Darbu, ko veic virzulis no tvaika nociršanas momenta līdz momentam, kad sākas izlietotā tvaika ielaišana kondensatorā, sauc par i z p l e -

[1] $0{,}31 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}9 \approx 0{,}2$.

šanās darbu. Šo darbu attēlo laukums, kas atrodas zem līnijas *3*—*4* un kuru pa kreisi un pa labi ierobežo izochoras, kas iet caur punktiem *3* un *4*. Cikla noslēguma stadija ir izlietotā tvaika izspiešana kondensatorā. Kondensatorā tvaiks kondensējas ūdenī, kuram tā pati temperatura kā ūdenim, kas ieplūst tvaika katlā.

Pirmais līdzeklis tvaikmašinas lietderības koeficienta paaugstināšanai ir cikla *temperaturas robežu paplašināšana*. Šim nolūkam cenšas paaugstināt ūdens vārīšanās temperaturu katlā. Parasti katlā uztur 10—16 at lielu spiedienu, kam atbilst 180^0—200^0 vārīšanās temperatura. Tagad sāk jau lietot augsta spie-



428. zīm. Tvaika iekārtas schema.

diena tvaika katlus, kuros spiediens sasniedz 60 un pat 120 at (Leflera mašinas) pie vārīšanās temperaturas 275^0 un 322^0C. Lai pazeminātu kondensacijas temperaturu, izlietoto tvaiku nelaiž atmosferā, bet kondensatorā, kurā uztur apmēram 0,1 at lielu spiedienu un kur tvaiks kondensējas ūdenī pie 45^0C, bet nevis pie 100^0C, kā tas notiktu, ja izlietoto tvaiku laistu atmosferā.

Otrs līdzeklis tvaikmašinas lietderības koeficienta paaugstināšanai ir cīņa pret *priekšlaicīgu tvaika kondensaciju cilindrā*. Cikla beigās, kad tvaiks ieplūst kondensatorā, cilindra sienas un virzulis atdziest; tādēļ, ielaižot cilindrā no katla jaunu tvaika devu, daļa no šā tvaika kondensējas ūdenī un nosēžas pilienu veidā un cilindra sienām un virzuļa iekšējās virsmas. Pēc tvaika ieplūdes pārtraukšanas turpmākajā tvaika izplešanās laikā, kas savienota ar temperaturas pazemināšanos, vēl kāda daļa tvaika kondensējas ūdenī. Tā kā tvaikmašina veic darbu tāpēc, ka tvaiks spiež uz virzuli, bet kondensētais tvaiks vairs neizdara spiedienu, tad saprotams, ka visa priekšlaicīgi kondensētā tvaika daļa ir tikpat neražīgi patērēts tvaiks kā tieši izplūdis tvaiks, kas rodas, ja virzulis nepieguļ pietiekami blīvi cilindra sienām.

Efektivākais līdzeklis pret priekšlaicīgu tvaika kondensaciju ir *tvaika pārkarsēšana*. Ceļā no katla uz cilindru tvaikam jāiet pa pārkarsētāja caurulēm, kuras apskalo kurtuves gāzes. No piesātināta stāvokļa tvaiks pārvēršas pārkarsētā; pārkarsējuma temperatura parasti ir 150^0—200^0, tādēļ, ielaižot tvaiku cilindrā tvaiks tomēr paliek pārkarsēts, lai gan tā temperatura krīt un arī izplešanās laikā cilindra sienas gandrīz neuzrāda mitrumu[1].

Lai mašinās, kuras strādā ar piesātinātu tvaiku, samazinātu priekšlaicīgu kondensaciju, cilindra ārējās sienas silda ar karstu tvaiku; šādu sildīšanas ierīci sauc par t v a i k a a p v a l k u.

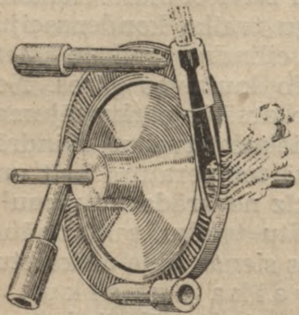
Jo plašākas ir cikla temperaturu robežas, jo krasāka ir katras jaunās tvaika devas atdzišana, kuru no katla ielaiž cilindrā. Tādēļ liela spiediena lietošana (tvaika augsta temperatura katlā) no vienas puses gan palielina cikla lietderības koeficientu, bet no otras puses palielina arī zudumus, kas saistīti ar priekšlaicīgu tvaika kondensaciju. Tas pamudina izgatavot tvaikmašinas ar vairākiem (biežāk ar diviem) cilindriem, caur kuriem tvaiks iet pakāpeniski; katrā cilindrā tvaiks izplešas un tā temperatura pakāpeniski krītas. Ar to panāk katrā cilindrā mazāku temperaturas starpību starp svaigo tvaiku, kas nāk cilindrā, un izlietoto. Tādēļ katra cilindra sienas tik stipri neatvēsina svaigo tvaiku, jo cilindra sienu temperatura pēc izlietotā tvaika izplūdes, salīdzinot ar svaigā tvaika temperaturu, nav sevišķi zema.

258. §. Tvaika turbinas. Tvaika turbinās tvaika kinetiskā enerģija pārveidojas mechaniskā darbā. Tvaiks no katla ar lielu spiedienu nonāk turbinas vadaparatos (sprauslās) (429. zīm.) un uz spiediena krišanās rēķina iegūst pie izejas no sprauslām ļoti lielu ātrumu, apmēram 1000 $\frac{m}{sec}$. Lai sprauslā norisinātos

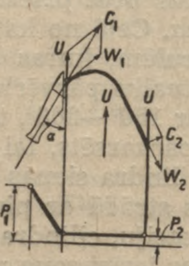
[1] Paviršī aplūkojot, var likties, ka tvaika pārkarsēšanai vajadzētu palielināt tvaikmašinas lietderības koeficientu ne tikai tāpēc, ka tādā ceļā novērš zudumus, kas saistīti ar priekšlaicīgu tvaika kondensaciju, bet arī tāpēc, ka pārkarsēšana ievērojami paplašina ciklu temperaturu robežas. Izrādās tomēr (termodinamika to atļauj paredzēt), ka cikla f o r m a mainās neizdevīgā virzienā un tādēļ cikla temperaturu robežu paplašināšana ar pārkarsēšanu būtu maz efektīga (lietderības koeficienta paaugstināšanā), ja līdz ar to neparādītos pārkarsēšanas otra svarīgā loma, ja ar pārkarsēšanu nebūtu iespējams likvidēt priekšlaicīgu kondensaciju.

pēc iespējas pilnīgāka iekšējās enerģijas pārvēršana kinetiskā enerģijā, *sprauslu izveido tā, ka tās šķērsgriezuma laukums pieaug izejas virzienā.* No vadaparatiem tvaiks nonāk turbinas darba rata lāpstiņās, spiež uz tām un griež ratu.

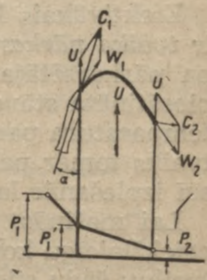
Izšķir divus turbinu veidus atkarībā no tā, kā tvaiks iedar-



429. zīm. Sprauslas un tvaika turbinas darba rats.



430. zīm. Tvaika aktivā iedarbība uz turbinas lāpstiņu.



431. zīm. Tvaika reaktivā iedarbība uz turbinas lāpstiņu.

bojas uz turbinas lāpstiņām: aktivās un reaktivās turbinas. Šo turbinu darbības principa izskaidrošanai sniegtas schemas 430. un 431. zīmējumā.

430. zīmējumā schematiski attēlota tvaika *aktivā* iedarbība uz turbinas lāpstiņām. Turbinas lāpstiņas ir piestiprinātas darba ratam (diskam), kas nostiprināts uz turbinas vārpstas. Darba rats griežas plaknē, kas perpendikulara zīmējuma plaknei; u ir rata aploces ātrums. Tvaiks ar spiedienu p_1 no katla nonāk sprauslā un, ieguvis tur paātrinājumu, samazina savu statisko spiedienu līdz p_2. Izejot no sprauslas, tvaiks ar ātrumu c_1 nonāk uz lāpstiņas; w_1 ir relativais ātrums, ar kādu tvaiks plūst gar lāpstiņu. Izliektā lāpstiņa novirza tvaika strūklu; tādēļ tvaiks spiež uz turbinas lāpstiņu ar spēku, kas vienlīdzīgs tvaika radītājam *centrbēdzes spēkam*.

Tvaika berze gar lāpstiņas virsmu nedaudz samazina tvaika relativo ātrumu. Izlietotā tvaika relativais ātrums w_2, saskaitīts ar aploces ātrumu u, dod tvaika absoluto izplūdes ātrumu c_2. Ja neskaita tvaika berzes zudumus, tad darbu, ko iegūst lāpstiņas no katra kilograma tvaika, kas plūst caur turbinas darba ratu, mērī ar tvaika kinetiskās enerģijas samazinājumu:

$$K=\left(\frac{c_1^2}{2g}-\frac{c_2^2}{2g}\right)\ \text{kGm}, \qquad (7)$$

kur c ir izteikts $\frac{m}{sec}$, bet g izteikts $\frac{m}{sec^2}$ (7)

Iztirzājamā gadījumā ir raksturīgas šādas parādības.

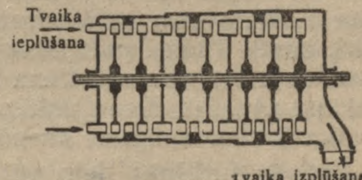
1. Tvaika iekšējās enerģijas pārveidošana kinetiskā enerģijā noris tikai nekustīgajos vadaparatos (sprauslās).

2. Tvaika spiediens, izejot no sprauslas (nonākot uz lāpstiņām), pazeminās līdz vides pretspiedienam; tvaikam plūstot gar lāpstiņu, tā spiediens nemainās.

3. Tā kā tvaika spiediens uz lāpstiņām ir nemainīgs, tad *rata lāpstiņu veidoto kanaļu ieejas un izejas šķērsgriezumu laukumi parasti ir vienādı.*

Turbinas, kas strādā pēc tvaika aktivās darbības principa, bieži sauc par vienāda spiediena turbinām.

431. zīmējumā schematiski attēlota tvaika reaktivā iedarbība uz turbinas lāpstiņām. Šai gadījumā tvaiks, izejot caur sprauslu, neizplešas pilnīgi, bet tikai daļēji. Sprauslu atstājot, tā spiediens p_1 ir lielāks nekā vides pretspiediens p'_1. Tādēļ absolutais tvaika ātrums c_1, ar kādu tvaiks nonāk uz lāpstiņas, neatbilst pilnam spiediena kritumam, bet tikai starpībai $p_1—p_1'$. Lāpstiņas ir izliektas un novietotas tā uz rata loka, ka *lāpstiņu izveidoto kanaļu šķērsgriezuma laukumi pieaug.* Tvaiks, tecēdams starp lāpstiņām, turpina izplesties, un pie izejas tā spiediens samazinājies līdz vides pretspiedienam p_2. Tātad šai gadījumā tvaika iekšējās enerģijas pārveidošana kinetiskā notiek sprauslās tikai pa daļai un izbeidzas uz turbinas rata lāpstiņu izveidotajos paplašinātos kanaļos.



432. zīm. Daudzpakāpju turbinas schema.

Tvaika relativo ātrumu (gar lāpstiņām) iegūst tāpat kā 430. zīmējuma schemā, sadalot absoluto ātrumu aploces ātruma virzienā un lāpstiņas (virsmas) pieskares virzienā. Tā kā tvaiks izplešas lāpstiņu kanaļos, tad tā relativais ātrums pieaug no w_1 līdz w_2. Tvaiks iegūst paātrinājumu un tādēļ izdara uz turbinas lāpstiņu ne tikai strūklas novirzes spiedienu, bet arī strūklas reakcijas spiedienu.

Reaktivās turbinas bieži sauc arī par pārspiediena turbinām. Lai sasniegtu vislielāko lietderības koeficientu, turbina jākonstruē tā, lai aktivo turbinu lāpstiņu aploces ātrums u būtu apmēram puse no ātruma, kāds ir tvaikam, izejot no sprauslām

(119. §), bet reaktivo turbinu aploces ātrums būtu gandrīz vienlīdzīgs izplūstošā tvaika ātrumam. Precizāk: aktivām turbinām vajag, lai $u = \frac{1}{2} c_1 \cos \alpha$, bet reaktivām $u = c_1 \cos \alpha$; ieejas leņķi α ņem pēc iespējas mazu, un tādēļ $\cos \alpha$ atšķiras no 1 tikai nedaudz.

Pat gadījumos, kad izmanto vidējus spiediena kritumus, tvaika izplūšanas absolutie ātrumi no sprauslām sasniedz $1200 \frac{m}{sec}$ (kas ir daudz vairāk nekā lodes ātrums).

Aktivās turbinas rata aploces ātrumam tātad jābūt apmēram $600 \frac{m}{sec}$. Tādam aploces ātrumam, ja darba rata caurmērs ir 1 m, atbilst 11,5 tūkst. vārpstas apgriezienu 1 minutē.

Lai samazinātu turbinas apgriezienu skaitu, nemazinot lietderības koeficientu, tvaika darbu sadala vairākās pakāpēs.

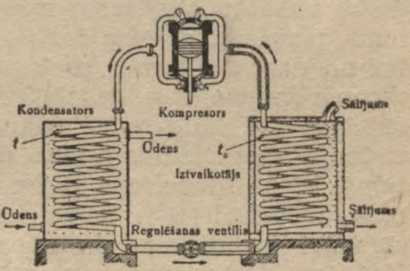
Turbinā ar vienu disku visu iekšējās enerģijas pārveidošanas procesu kinetiskā enerģijā izdara ar vienu vadaparatu rindu, kas novietoti pret darba ratu. Lietojot spiediena pakāpes, iekšējās enerģijas pārveidošanu kinetiskā sadala vairākos posmos. To izdara tā: aiz pirmās vadaparatu rindas un pirmā darba rata novieto otro vadaparatu rindu un otro darba ratu utt. (432. zīm.). Tādā daudzpakāpju turbinā katrs darba rats izlieto tikai daļu no visa spiediena krituma, nākamo daļu izlieto otra pakāpe utt. Spiediena pakāpes ieteica Parsonss; tās atļauj tvaika darbu izmantot kā pēc aktivā, tā arī reaktivā principa.

Aktivās turbinās lieto vēl citu paņēmienu turbinas apgriezienu skaita samazināšanai: tās ir ātruma pakāpes, ko ieveda Kertiss.

Ātruma pakāpēs tvaiks atdod kinetisko enerģiju ne tikai vienam darba ratam, bet vairākiem. Tvaiks, iziedams no pirmā rata darba lāpstiņām, nonāk uz nekustīgām vadlāpstiņām, kas novietotas darba ratu starpā. Šo lāpstiņu uzdevums ir mainīt tvaika tecēšanas virzienu, lai tas, nonākot uz otrā darba rata lāpstiņām, atdotu tur daļu no kinetiskās enerģijas. Aiz otrā darba rata ir atkal vadlāpstiņas utt.

259. §. «Apgriezts» cikls. Dzesēšanas mašinas. Tomsona dinamiskās apsildīšanas princips. Līdzsvarotu procesu ciklu, kura realizēšana prasa darba patēriņu, nosauc (410. zīm.) par *apgrieztu* ciklu. Iedomāsimies, ka esam likuši kādam strādājošam ķermenim, teiksim, kāda gaistoša šķidruma tvaikiem, izdarīt apgrieztu ciklu. Piemēram, regulējot tvaika spiedienu ar sūkni (kompresoru), izdarīsim šķidruma tvaiku k o n d e n s a c i j u pie augsta spiediena un attiecīgi augstas temperaturas t, bet pēc tam i z t v a i c ē s i m dabūto šķidrumu pie maza spiediena un zemas temperaturas t_0 (433. zīmējumā redzama dzesēšanas mašinas schema, kas realizē minēto ciklu). Iztvaikojot strādājošais šķidrums saņem siltumu, kas vienlīdzīgs tā iztvaikošanas apslēptam siltumam, no siltumatdevēja ķermeņa ar zemu temperaturu t_0 (433. zīmējumā — sālījums[1]), bet kondensējoties strādājošais šķidrums atdod siltumu ķermenim ar augstāku temperaturu t (433. zīmējumā — kondensatora ūdens).

Cikla rezultatā notiek cikla pāreja no mazāk sasildītā siltumatdevēja ķermeņa uz vairāk sasildīto siltumsaņēmēju ķermeni. Šī siltuma pāreja no auksta ķermeņa uz siltāku ķermeni nevar tomēr būt vienīgais cikla rezultats. Cikla realizēšanai jāpatērē darbs, kas pārvēršas siltumā un papildus sasilda siltumsaņēmēju ķermeni. Strādājošā šķidruma tvaiks, kondensējoties pie augstas temperaturas, atdod siltumsaņēmējam ķermenim lielāku siltuma daudzumu nekā tas siltums, ko saņēma strādājošais šķidrums no siltumatdevēja ķermeņa, iztvaikojot pie pazemināta spiediena. Tātad vairāk sasildītais siltumsaņēmējs ķermenis dabū siltumu, kas ir ekvivalents kompresora darbam, un vēl to siltumu, kas strādājošā šķidruma iztvaikošanā tiek atņemts mazāk sasildītam siltumatdevējam ķermenim.



433. zīm. Dzesēšanas mašinas schema.

Minēto ciklu var izmantot divām vajadzībām atbilstoši tiem diviem efektiem, kas novērojami šā cikla realizēšanā. Tā kā šai gadījumā siltumu atņem aukstam ķermenim, kurš tādēļ vēl vairāk atvēsinās, minēto apgriezto ciklu izmanto *dzesēšanas* ietaisēs (šais ietaisēs kā stradājošo šķidrumu lieto amonjaku, ogļskābo gāzi, sēra dioksidu). Otrs šā cikla efekts ir siltumsaņēmēja ķermeņa intensiva sasildīšana; šo ciklu tādēļ ar panākumiem ir iespējams izmantot apsildīšanā.

«Dinamiskās apsildīšanas» ideju izvirzīja T o m s o n s (Kelvins) 1853. g. Ilgu laiku šī ideja bija gandrīz aizmirsta, un tikai 1920. g. Maskavas fiziķis profesors V. A. M i c h e l s o n s to sīki izstrādāja. Michelsons konstatēja, ka Maskavas klimatiskos ap-

[1] Vienkāršākais sālījums ir vārāmās sāls šķīdums ūdenī; ja 100 daļās ūdens šķīdina 22,4 daļas sāls, tad tāds šķīdums sasalst pie —21,2°C.

stākļos var ieteikt tādu dinamiskās apsildīšanas sistemu, kura kurināmā patēriņa ziņā var izrādīties vairāk nekā 2 reizes izdevīgāka par parastām apsildīšanas sistemām.

Var likties paradoksali, ka te runā par telpu apsildīšanu uz tā siltuma rēķina, ko ņem no apkārtējās aukstās vides, piemēram, ārējiem ūdens krājumiem. Tomēr tas principā un arī praktiski ir iespējams un nav nemaz saistīts ar sevišķām techniskām grūtībām.

Dinamiskās apsildīšanas sistemā kurināmais nav jāsadedzina apsildīšanas krāsnīs, bet gan termiskā dzinēja kurtuvē, kura darbu izmanto dzesēšanas mašinas darbināšanai. Kurināmā siltums, pārvērsts dzinēja darbā, dzesēšanas mašinā atkal pārvēršas no darba siltumā, ko izmanto telpu apsildīšanai. Bet šim siltuma daudzumam, kas iegūts no kurināmā, dzesēšanas mašina pievieno vēl daudzreiz lielāku siltuma daudzumu, ko mašinas strādājošais šķidrums pārnes no aukstās ārējās vides apsildāmā telpā. V. A. Michelsons aprēķināja, ka, sadedzinot 1 kg akmeņogļu, 8000 Kal (tā ir labāko akmeņogļu siltumspēja) vietā dinamiskā apsildīšanas sistema var dot apsildāmai telpai 21 000 Kal.

Pāreja uz dinamiskās apsildīšanas sistemu ir tuvākās nākotnes uzdevums.

Autoru reģistrs

Priekšmetu reģistrs

SATURA RADĪTAJS

I DAĻA

MECHANIKAS FIZIKALIE PAMATI UN AKUSTIKA

I NODAĻA

MECHANISKĀ KUSTĪBA

II NODAĻA

ŅUTONA LIKUMI, DINAMIKAS UN STATIKAS ELEMENTI

III NODAĻA

SPĒKU UN ENERĢIJAS MECHANISKĀ PĀRNEŠANA

IV NODAĻA

PASAULES GRAVITACIJAS LIKUMS UN DEBESU MECHANIKAS ELEMENTI

V NODAĻA

CIETO ĶERMEŅU STATIKA UN DINAMIKA

VI NODAĻA

ELASTĪBAS TEORIJAS PAMATJĒDZIENI

VII NODAĻA

HIDROSTATIKA UN AEROSTATIKA

VIII NODAĻA

HIDRODINAMIKA UN AERODINAMIKA

IX NODAĻA

MĀCĪBA PAR SVĀRSTĪBĀM UN VIĻŅIEM

X NODAĻA

AKUSTIKA

II DAĻA

MOLEKULARĀ FIZIKA UN TERMODINAMIKA

XI NODAĻA

MOLEKULARĀ SILTUMKUSTĪBA

XII NODAĻA

GĀZU FIZIKA

XIII NODAĻA

ŠĶIDRUMU FIZIKA

XIV NODAĻA

CIETU ĶERMEŅU FIZIKA

XV NODAĻA

PIRMAIS TERMODINAMIKAS PAMATLIKUMS

XVI NODAĻA

OTRAIS TERMODINAMIKAS PAMATLIKUMS

XVII NODAĻA

SILTUMKUSTĪBAS FIZIKALIE PAMATI

Redaktors V. Detlavs
Techn. redaktors O. Kivistiks
Korektori: L. Rambeka, E. Upners

Nodota salikšanai 1947. g. 25. julijā
Parakstīta iespiešanai 1948. g. 2. septembrī
Papīra formats 61×86 cm. Metiens 4 000 eks.
38,5 iespiedloksnes. 40,7 izdevn. loksnes
41.280 burtu iespiedloksnē
JT 09946. Izdevn. Nr. 858, pasūt. Nr. 4450
Iespiesta LPT 1. tipografijā «Cīņa», Rīgā,
Blaumaņa ielā 38/40

Maksā 15 rbļ. 30 kap.

ЛАТГОСИЗДАТ — РИГА
Отпечатано в типографии ЛПТ № 1 Рига,
ул. Блауманя № 38/40.

Pamanīto kļūdu izlabojums

Lpp.	Rinda	Iespiests	Jābūt	Kas vainojams
346.	6. no apakšas	pamattoņa frekvences	pamattoņa frekvenci	korektors
484.	21. no augšas	virs šķidruma	virs šķīduma	korektors
515.	4. no augšas 5. „ „	Lindersa	Lidersa	korektors
608.	21. un 22. no augšas	tvaika spiediens virs tvaika turbinas 591	tvaika turbinas 591	spiestuve

K. A. Putilovs, Fizikas kurss I

Redaktors V. Detlavs
Techn. redaktors O. Kivistiks
Korektori: L. Rambeka, E. Upners

Nodota salikšanai 1947. g. 25. julijā
Parakstīta iespiešanai 1948. g. 2. septembrī
Papīra formats 61×86 cm. Metiens 4 000 eks.
38,5 iespiedloksnes. 40,7 izdevn. loksnes
41.280 burtu iespiedloksnē
JT 09946. Izdevn. Nr. 858, pasūt. Nr. 4450
Iespiesta LPT 1. tipografijā «Cīņa», Rīgā,
Blaumaņa ielā 38/40

Maksā 15 rbļ. 30 kap.

ЛАТГОСИЗДАТ — РИГА
Отпечатано в типографии ЛПТ № 1 Рига,
ул. Блауманя № 38/40.

Maksā 15 rbļ. 30 kap.