



RĪGAS TEHNISKĀ  
UNIVERSITĀTE

**Katerīna Morozova**

# **INTEGRĒTA GRAVITĀCIJAS LAUKA UN ĢEOĪDA NOTEIKŠANA, IZMANTOJOT ZENĪTKAMERAS UN GRAVIMETRISKO MĒRĪJUMU DATUS, BALSTOTIES UZ *SCH* MODELĒŠANAS PRINCIPU**

Promocijas darba kopsavilkums



RTU Izdevniecība  
Rīga 2022

**RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE**

Būvniecības inženierzinātņu fakultāte  
Ģeomātikas katedra

**Katerīna Morozova**

Doktora studiju programmas “Būvzinātne” doktorante

**INTEGRĒTA GRAVITĀCIJAS LAUKA UN  
ĢEOĪDA NOTEIKŠANA, IZMANTOJOT  
ZENĪTKAMERAS UN GRAVIMETRISKO  
MĒRĪJUMU DATUS, BALSTOTIES UZ *SCH*  
MODELĒŠANAS PRINCIPU**

**Promocijas darba kopsavilkums**

Zinātniskie vadītāji:

profesors *Dr. -ing.*

*REINER JÄGER,*

profesors *Dr. phys.*

JĀNIS BALODIS,

asociētais profesors *Dr. sc. ing.*

JĀNIS KAMINSKIS

RTU Izdevniecība

Rīga 2022

Morozova K. Integrēta gravitācijas lauka un ģeoida noteikšana, izmantojot zenītkameras un gravimetrisko mērījumu datus, balstoties uz *SCH* modelēšanas principu. Promocijas darba kopsavilkums. – Rīga: RTU Izdevniecība, 2022. – 37 lpp.

Iespiests saskaņā ar promocijas padomes “RTU P-06” 2022. gada 20. maija lēmumu, protokols Nr. P-3 (20.05.22).

Promocijas darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu darbības programmas “Izaugsme un nodarbinātība” 8.2.2. specifiskā atbalsta mērķa “Stiprināt augstākās izglītības institūciju akadēmisko personālu stratēģiskās specializācijas jomās” projektā Nr. 8.2.2.0/18/A/017 “Rīgas Tehniskās universitātes un Banku augstskolas doktorantu un akadēmiskā personāla stiprināšana stratēģiskās specializācijas jomās”, kā arī ar RTU Būvniecības inženierzinātņu fakultātes piešķirto doktorantūras pētniecības granta finansiālu atbalstu un *ERASMUS+* stipendiju.



NACIONĀLAIS  
ATTĪSTĪBAS  
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA  
Eiropas Reģionālās  
attīstības fonds



Erasmus+

IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

<https://doi.org/10.7250/9789934228162>  
ISBN 978-9934-22-816-2 (pdf)

# PROMOCIJAS DARBS IZVIRZĪTS ZINĀTNES DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI RĪGAS TEHNISKAJĀ UNIVERSITĀTĒ

Promocijas darbs zinātnes doktora (*Ph. D.*) grāda iegūšanai tiek publiski aizstāvēts 2022. gada 23. septembrī plkst. 14.15 Rīgas Tehniskās universitātes Būvniecības inženierzinātņu fakultātē, Ķīpsalas ielā 6A, 552./554. telpā.

## OFICIĀLIE RECENZENTI

Profesors *Dr. sc. ing.* Leonīds Pakrastiņš,  
Rīgas Tehniskā universitāte

Asociētais profesors *Ph. D. Harli Jürgenson*,  
Igaunijas Dzīvības zinātņu universitāte, Igaunija

Asociētais profesors *Dr. Romuald Obuchovski*,  
Viļņas Ģedemina tehniskā universitāte, Lietuva

## APSTIPRINĀJUMS

Apstiprinu, ka esmu izstrādājusi šo promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai Rīgas Tehniskajā universitātē zinātnes doktora (*Ph. D.*) grāda iegūšanai. Promocijas darbs zinātniskā grāda iegūšanai nav iesniegts nevienā citā universitātē.

Katerīna Morozova ..... (paraksts)

Datums: .....

Promocijas darbs ir uzrakstīts angļu valodā, tajā ir ievads, piecas nodaļas, secinājumi, literatūras saraksts, 39 attēli, septiņas tabulas, kopā 104 lappuses. Literatūras sarakstā ir 114 nosaukumu.

## SATURS

DARBA VISPĀRĒJS RAKSTUROJUMS .....	5
Tēmas aktualitāte un pētījuma problēmas nostādne .....	5
Darba mērķis.....	6
Darba uzdevumi .....	6
Pētījuma zinātniskā novitāte .....	7
Promocijas darba praktiskais nozīmīgums.....	7
Pētīšanas metodika.....	8
Pētījuma teorētiskā un metodoloģiskā bāze.....	9
Pētījuma diapazons un iegūto rezultātu lietojuma robežas .....	9
Aizstāvēšanai izvirzītie darba rezultāti .....	9
Promocijas darba saturs un apjoms.....	10
PĒTĪJUMA REZULTĀTU APROBĀCIJA .....	11
Zinātniskās publikācijas.....	11
Ziņojumi starptautiskās zinātniskajās konferencēs.....	12
PROMOCIJAS DARBA SATURS .....	15
1. ZEMES GRAVITĀCIJAS LAUKS .....	15
2. DIGITĀLĀ ZENĪTKAMERA.....	15
3. METODES KVAZIĢEOĪDA NOTEIKŠANAI.....	20
Ģeoīda noteikšana ar <i>DFHRS</i> v. 4.3 .....	20
Ģeoīda noteikšana ar <i>DFHRS</i> v. 5.0 .....	21
<i>DFHRS</i> v. 5.1. programmatūras izstrāde .....	21
Ģeoīda noteikšana, balstoties uz Stoksa tuvinājumu .....	24
4. SFĒRISKĀS HARMONIKAS UN GLOBĀLIE MODEĻI.....	26
Sfēriskās harmonikas .....	26
Dati un misijas globālo ģeopotenciālo modeļu izstrādei .....	27
5. TESTI UN ANALĪZE.....	27
GALVENIE SECINĀJUMI.....	33
PROMOCIJAS DARBA LITERATŪRAS ATSAUCES.....	34

## DARBA VISPĀRĒJS RAKSTUROJUMS

### Tēmas aktualitāte un pētījuma problēmas nostādne

Galvenie teorētiskie darbi ģeoīda noteikšanai, izmantojot gravimetriskus mērījumus, pieder Stoksam (1849), kurš pierādīja, ka, lai teorētiski pētītu Zemes virsmu, ir svarīgi noteikt gravitācijas potenciālu uz tās, kā arī to, ka ekvipotenciāla virsma var būt ne tikai elipsoidālā, bet tai var būt arī brīva forma. Pēc Stoksa teorijas, visām masām jābūt zem ekvipotenciālas virsmas, ko viņš nosauca par “ģeoīdu”. Tomēr gravimetriskie mērījumi tiek veikti uz fiziskās Zemes virsmas, kas nesakrīt ar ģeoīdu. Galvenais uzdevums bija iekļaut korekcijas uzmērītām gravimetriskām vērtībām, kas nobīdītu visas masas zem jūras līmeņa, tajā pašā laikā nemainot ekvipotenciālo virsmu, un tādējādi gravimetriskie mērījumi būtu attiecināmi jūras līmenim (ģeoīdam). Šī problēma plaši diskutēta zinātniskā literatūrā un ir saukta par Zemes regularizācijas problēmu. Tika pierādīts, ka veiksmīgai Zemes regularizēšanai ir nepieciešams zināt iekšējas Zemes struktūras.

1945. gadā Krievijas zinātnieks M. S. Molodenskijs pierādīja, ka visi regularizēšanas iespējamie risinājumi ir līdzīgi, taču stingri nerisina problēmu, un piedāvāja jaunu risinājumu precīzai Zemes noteikšanai. Pēc viņa teorijas, augstumi (kopš tiem laikiem tiek izmantots termins “normālais augstums”) tiek noteikti nevis uz ģeoīda, bet uz citas virsmas, kas ir tuvu ģeoīdam, tomēr nav ekvipotenciāla, un nosauca to par kvaziģeoīdu.

Pirmais kvaziģeoīda modelis tika izstrādāts 1998. gadā (Kaminskis, 2010), un šī modeļa precizitāte bija 6–8 cm. *LV'98* kvaziģeoīda aprēķinam tika izmantoti dažāda tipa dati: altimetrijas dati, kas tika veikti ar *ERS-1* satelītu, ~ 500 gravimetriskie lauka dati, ~ 12000 digitizētie gravimetriskie dati no PSRS laika katalogiem. 2014. gadā Latvija nomainīja normālo augstumu sistēmu, pārejot no *BAS-77* augstumu sistēmas uz *LAS-2000.5*, līdz ar to jauna modeļa izveide bija acīmredzama, un Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra (LĢIA) izstrādāja jaunu kvaziģeoīda modeli *LV'14*, balstoties uz noņemšanas-atjaunošanas tehnoloģiju, kas ir implementēta *GRAVSOF*T programmatūrā. Par ievades datiem tika izmantoti 4886 relatīvie gravimetriskie dati, 84 savietotie punkti, brīva gaisa anomālijas modelis *DTU13*, *DTM* modelis un *GOGRA02s* globālais ģeopotenciālais modelis. Tas ir vienīgais nacionālais kvaziģeoīds, kas pārklāj visu Latvijas teritoriju, tomēr *LV'14* modeļa precizitāte ir tikai 3–4 cm. Protams, šī modeļa precizitāte vairs nav pietiekama, jo pašlaik ir pieejamas jaunas tehnoloģijas, piemēram, Galileo

pozicionēšanas sistēma, kas tiek izmantota arī Latvijā, līdz ar to *GNSS* precizitāte ir uzlabota. Vairākas valstis jau ir sasniegušas līdz 1 cm augstas precizitātes kvaziģeoīda modeļus, piemēram, (*Ellmann* u. c., 2019), (*Farahani* u. c., 2017) utt., taču Latvijas gadījumā nav pietiekams gravimetrisko mērījumu skaits. Ar digitālās zenītkameras izstrādi kļuva iespējams izmantot vertikālas nolieces kvaziģeoīda uzlabošanai, kombinējot tos ar gravitācijas lauka mērījumiem, izmantojot promocijas darba gaitā izstrādāto oriģinālo metodiku. Šis risinājums, kas ļauj kombinēt ģeometriskos datus kopā ar fizikāliem datiem, vēl nekad netika izmantots, un tā ir promocijas darba galvenā novitāte.

### **Darba mērķis**

Mūsdienās, kad plaši tiek izmantotas *GNSS* tehnoloģijas, augstās precizitātes (~ 1 cm) kvaziģeoīda modelis ir ļoti svarīgs un aktuāls uzdevums, jo tas ļauj veikt normālo augstumu (vai ortomētrisko augstumu) noteikšanu pa tiešo no elipsoidāla augstuma, ko ļauj noteikt *GNSS*, un, protams, šī metode ir daudz ātrāka, vieglāka un ērtāka ģeodēzistiem un mēriekiem, salīdzinot ar nivelēšanu. Promocijas darba galvenais mērķis ir izstrādāt jaunu risinājumu reģionālā gravitācijas lauka un kvaziģeoīda noteikšanai sfērisko segmenta harmoniku modelēšanas ietvaros, izmantojot visus pieejamos datus: *GNSS*/nivelēšanas punktus, gravimetriskos datus un vertikālas nolieces. Precīzs kvaziģeoīda modelis tiek izmantots būvniecībā, ceļu un tiltu būvniecībā, inženierģeodēzijā, topogrāfijā utt., kur svarīgi iegūt precīzu normālo augstumu.

### **Darba uzdevumi**

Promocijas darbam ir vairāki galvenie uzdevumi.

- Izstrādāt jauno risinājumu kvaziģeoīda un gravitācijas lauka noteikšanai, izmantojot gravimetriskos datus, vertikālas nolieces un savietotos punktus; integrētās ģeodēzijas ietvaros implementēt šo risinājumu *DFHRS* programmatūrā, izmantojot sfērisko segmenta harmoniku modelēšanas metodi.
- Aprakstīt jauno metodiku vertikālo nolieču noteikšanai un datu apstrādei, izmantojot izstrādāto *GGI* programmatūru un sniegt rezultātus.
- Veikt novērtējumu vertikāles nolieču mērījumiem un to saderību ar globāliem modeļiem.

- Izpētīt dažādas metodes gravitācijas lauka un kvaziģeoīda noteikšanai, salīdzināt starp modelēšanas metodes un definēt secinājumus.
- Analizēt sasniegtos rezultātus, kā testa piemēru izmantojot Latvijas teritoriju, apkopot secinājumus un izveidot promocijas darba kopsavilkumu.

### **Pētījuma zinātniskā novitāte**

- Pastāv dažādas tehnoloģijas gravitācijas lauka un kvaziģeoīda noteikšanai, taču pārsvarā tās balstās uz relatīvajiem gravimetriskajiem datiem. Paplašināta un uzlabota *DFHRS* metode ļauj aprēķināt augstuma atbalsta sistēmu, izmantojot *GNSS* metodes, un integrēta tuvīnājuma ietvaros ir iespējams izmantot gan gravimetriskos mērījumus, gan vertikālās nolieces, veicot modelēšanu ar sfēriskām segmenta harmonikām.
- Digitāla zenītkamera *VESTA* ļauj noteikt vertikālās nolieces vērtības. Šis instruments ir unikāls, jo patlaban līdzīgi ir tikai pieci instrumenti pasaulē (piemēram, Šveicē, Vācijā, Ķīnā un Turcijā). *VESTA* priekšrocība, salīdzinot ar citām kamerām, ir tās precizitāte – ~0,1 loka sek., un instrumenta salīdzinoši nelielais svars, kas to padara ļoti ērtu novērojumu veikšanai. Promocijas darbā izstrādāta vertikālo nolieču mērījumu tehnoloģija un veikta datu apstrāde. Pirmo reizi Latvijas teritorijā tika uzmērītas vertikāles nolieces, un tās izmantotas kvaziģeoīda noteikšanai.
- Iepriekš aprakstītā tehnoloģija ļauj aprēķināt 1 cm precizitātes kvaziģeoīda modeli Latvijas teritorijai. Šis risinājums ir aktuāls ne tikai Latvijas teritorijai, bet jebkurai valstij vai atsevišķai teritorijai, it īpaši kalnainās vietās, kur vertikālo nolieču vērtības ir daudz lielākas, līdz ar to tām ir lielāka ietekme.
- Iegūtie rezultāti un to analīze ir unikāla, jo līdzīgs pētījums, kombinējot gravimetriskos datus kopā ar vertikālām noliecēm, līdz šim nav realizēts.

### **Promocijas darba praktiskais nozīmīgums**

Jaunā izstrādātā metode ļauj aprēķināt augstas precizitātes kvaziģeoīda modeli, ko var plaši izmantot būvniecībā, ceļu un tiltu būvniecībā, ģeodēzijā un citās līdzīgās jomās, un ļauj noteikt normālo augstumu jeb augstumu virs jūras līmeņa, izmantojot *GNSS* tehnoloģijas, nevis veicot



nivelēšanas darbus, kas ir dārgs un laikietilpīgs process. Pēc Latvijas Republikas Ministra kabineta noteikumiem lietotāji var izmantot jebkuru kvaziġeoīda modeli, kura precizitāte ir augstāka nekā *LV'14* modelim. Tas nozīmē, ka izstrādāto kvaziġeoīda modeli var izmantot valsts līmenī un tas var būt noderīgs ne tikai zinātniskiem, bet arī praktiskiem mērķiem.

Šī metode var būt ļoti noderīga kalnu teritorijās vai arī reģionos, kur 1. klases nivelēšanas tīkls nav pietiekami sabiezināts, piemēram, Mongolijā (Ulanbatora), kur tika viena 1. klases nivelēšanas līnija iet caur pilsētu, kas nenodrošina poligonu adekvātai izlīdzināšanai. Šajā gadījumā būtu vērtīgi veikt mērījumus ar digitālo zenītkameru, pirmkārt, neatkarīgi pārbaudot nivelēšanas datus, otrkārt, nokļājot reģionu ar pietiekamu novērojumu skaitu.

### **Pētīšanas metodika**

Promocijas darba izstrādes procesā izmantotas šādas pētījumu metodes:

- a) monogrāfiskā jeb aprakstošā pētījumu metode – izmantota problēmas izpētei un raksturošanai, apkopojot informāciju un pamatojoties uz literatūras avotiem;
- b) skaitliskā metode – izmantota četru stundu *GNSS* datu apstrādei *IGS14* sistēmā un ġeodēzisko koordinātu iegūšanai, transformējot *2017.0* epohā (*Bernese GNSS* programmatūra v. 5.2); zvaigžņu attēlu apstrāde vertikālo nolieču noteikšanai (programmatūra izstrādāta Ģeodēzijas un ġeoinformātikas institūtā), kvaziġeoīda noteikšana, izmantojot vertikālas nolieces (*DFHRS* programmatūra v. 4.3);
- c) implementācijas metode – izmantota jauno globālo ġeopotenciālo modeļu pievienošanai programmatūrā, programmatūras uzlabošanai ar vertikālām noliecēm, kļūdu labošanai (*Visual Studio* vide 2012, programmēšanas valoda *C++*);
- d) matemātiskā statistika – izmantota kvaziġeoīda novērtēšanai (*R* programmatūra, *Microsoft Excel*, *MatLab*);
- e) grafiskā metode – izmantota mērījumu plānošanai, novērojumu atspoguļošanai kartē, vizualizējot starpības starp dažādiem kvaziġeoīda modeļiem, vizualizējot vertikālo nolieču starpības ar atvasinātiem no globāliem ġeopotenciāliem modeļiem (*GMT* programmatūra v. 5.x, *MicroStation V8i*, *Microsoft Excel*).

## Pētījuma teorētiskā un metodoloģiskā bāze

Veiktie pētījumi balstās šādās zinātņu nozarēs un apakšnozarēs:

- fiziskā ģeodēzija un ģeofizika;
- augstākā ģeodēzija;
- astronomiskā ģeodēzija;
- matemātika;
- datorzinātnes un programminženierija;
- matemātiskā statistika.

## Pētījuma diapazons un iegūto rezultātu lietojuma robežas

Promocijas darba izstrādes laikā tika veikti 414 vertikālo nolieču mērījumi, homogēni nokļājot visu Latvijas teritoriju, 325 četru stundu *GNSS* novērojumi tika iegūti un apstrādāti ar Bernese *GNSS* programmatūru v. 5.2. Iegūtie dati tika izmantoti 1 cm precizitātes kvaziģeoīda modeļa izstrādei Latvijas teritorijā. *DFHRS* programmatūras izstrādāta metodoloģija ļauj uzlabot kvaziģeoīda modeli (salīdzinot ar *LV14*, kura precizitāte ir vērtēta ar 3–4 cm). Kvaziģeoīds izstrādāts, izmantojot dažādas datu kopas, piedāvājot trīs risinājumus. Rezultāti liecina, ka labākais rezultāts iegūts, papildus izmantojot vertikālo nolieču novērojumus kvaziģeoīda noteikšanai.

## Aizstāvēšanai izvirzītie darba rezultāti

Promocijas darba izstrādes gaitā definēti šādi secinājumi:

- pirmo reizi Latvijas teritorijai aprēķināts 1 cm precizitātes kvaziģeoīda modelis, kā papildu mērījumus izmantojot vertikāles nolieces;
- papildināta *C++ DFHRS* programmatūra, kas ļauj izmantot vertikāles nolieces kvaziģeoīda un gravitācijas lauka noteikšanai;
- izstrādāta jauna metodoloģija kvaziģeoīda noteikšanai, kas balstās sfēriskās segmenta harmonikās un ļauj izmantot gan gravimetriskos, gan vertikāles nolieces mērījumus;
- izstrādātā metodoloģija salīdzināta ar citām metodēm, novērtējuma rezultāti apkopoti un atspoguļoti promocijas darbā.

### **Promocijas darba saturs un apjoms**

Promocijas darbs ir patstāvīgs zinātnisks pētījums. Promocijas darba kopsavilkumā ir anotācija, ievaddaļa, piecas nodaļas, galvenie secinājumi un izmantotās literatūras saraksts ar 39 avotiem. Darbā iekļauti 38 attēli, 111 formulas un septiņas tabulas. Kopsavilkuma kopējais apjoms ir 37 lappuses. Kopsavilkums uzrakstīts angļu un latviešu valodā.

## PĒTĪJUMA REZULTĀTU APROBĀCIJA

### Zinātniskās publikācijas

- 1) **Morozova, K.**, Jäger, R., Zarins, A., Balodis, J., Varna, I., Silabriedis, G., 2021. Evaluation of quasi-geoid model based on astrogeodetic observations: case of Latvia. In: *Journal of Applied Geodesy* <https://doi.org/10.1515/jag-2021-0030> (SCOPUS, WoS).
- 2) Kenyeres, A., Belet, J. G., Bruyninx, C., Caporali, A., de Doncker, F., Droscak, B., Duret, A., Franke, P., Georgiev, I., Bingley, R., Huisman, L., Jivall, L., Khoda, O., Kollo, K., Kurt, A., I., Lahtinen, S., Legrand, J., Magyar, B., Mesmaker, D., **Morozova, K.**, Nagl, J., Ozdemir, S., Papanikolaou, X., Parseliunas, E., Stangl, G., Ryczywolski, M., Tangen, O. B., Valdes, M., Zurutuza, J., Weber, M. Regional integration of long-term national dense GNSS network solutions In: *GPS Solutions* (2019) 23: 122. <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0902-7> (SCOPUS, WoS).
- 3) Balodis, J., Varna, I., Haritonova, D., **Morozova, K.** Coordinate Analysis of Latvian CORS Stations. *Baltic Journal of Modern Computing* Vol. 7, N 4 (2019), p. 513–524. DOI: 10.22364/bjmc.2019.7.4.05 (SCOPUS, WoS).
- 4) **Morozova, K.**, Jäger, R., Balodis, J., Silabriedis, G., Kaminskis, J., Kalinka, M., Balodis, K., Mitrofanovs, I. Preliminary results on quasi-geoid for Western part of Latvia using Digital-Zenith Camera and DFHRS V.4.3 Software. *Piecejams: Geophysica* 54 (1), 61–68, NKG General Assembly, Helsinki, Somija, 3.–6. septembris, 2019 (SCOPUS).
- 5) **Morozova, K.**, Jaeger, R., Saandar, M., Silabriedis, G., Balodis, J., Kaminskis, J. Ulaanbaatar qgeoid computation, parameter estimation and optimization concepts for gravity field determination. *International Scientific Congress Interexpo «GEO-Siberia2018»*, Novosibirska, Krievija, 25.–27. aprīlis, 2018 (e-library).
- 6) Balodis, J., **Morozova, K.**, Reiniks, M., Normand, M. Normal Heights for GNSS Reference Station Antennas. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, Vol. 251, 1.–6.lpp. ISSN 1757-8981. e-ISSN 1757-899X. *Piecejams:* doi:10.1088/1757-899X/251/1/012063 (SCOPUS, WoS).
- 7) **Morozova, K.**, Balodis, J., Jäger, R., Zariņš, A., Rubāns, A. Digital Zenith Camera's Results and Its Use in DFHRS v.4.3 Software for Quasi-geoid Determination. No: 2017 *Baltic Geodetic Congress (BGC Geomatics)*, Gdańska, Polija 22.–25. jūnijs, 2017.

- Piscataway: IEEE, 2017, 174.–178. lpp. ISBN 978-1-5090-6041-2. e-ISBN 978-1-5090-6040-5. Pieejams: doi:10.1109/BGC.Gemomatics.2017.74 (SCOPUS, WoS, IEEE).
- 8) **Morozova, K.**, Jaeger, R., Balodis, J., Kaminskis, J. Software Development and Its Description for Geoid Determination Based on Spherical-Cap-Harmonics Modelling Using Digital-Zenith Camera and Gravimetric Measurements Hybrid Data. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, Vol. 251, 1.–10. lpp. ISSN 1757-8981. e-ISSN 1757-899X. Pieejams: doi:10.1088/1757-899X/251/1/012065 (SCOPUS, WoS).
  - 9) Balodis, J., **Morozova, K.**, Silabriedis, G., Jaeger, R., Kaelber, S., Haritonova, D., Janpaule, I., Kaminskis, J. Case Study: One Centimeter Precision Regional Quasi-Geoid. *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT)*, 2016, Vol. 5, Iss. 1, 66.–75. lpp. ISSN 2319-5967.
  - 10) Haritonova, D., Balodis, J., Janpaule, I., **Morozova, K.** Earth's Surface Displacements from the GPS Time Series. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (MSE)*, 2015, Vol. 96, Iss. 1, 1.–8. lpp. ISSN 1757-8981. e-ISSN 1757-899X (SCOPUS, WoS).
  - 11) Balodis, J., Silabriedis, G., Haritonova, D., Kaļinka, M., Janpaule, I., **Morozova, K.**, Jumare, I., Mitrofanovs, I., Zvirgzds, J., Kaminskis, J., Liepiņš, I. Development of the One Centimeter Accuracy Geoid Model of Latvia for GNSS Measurements. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2015, Vol. 96, Iss. 1, 012037.–012037. lpp. ISSN 1757-8981. e-ISSN 1757-899X. Pieejams: doi:10.1088/1757-899X/96/1/012037 (SCOPUS, WoS).
  - 12) Balodis, J., **Morozova, K.**, Silabriedis, G., Mitrofanovs, I., Balodis, K., Baltmane, I., Kaļinka, M., Jumare, I. Changing the National Height System and GEOID Model in Latvia. *Geodesy and Cartography*, 2016, Vol. 42, Iss. 1, 20.–24. lpp. ISSN 2029-6991. Pieejams: doi:10.3846/20296991.2016.1168009 (SCOPUS).

#### **Ziņojumi starptautiskās zinātniskās konferencēs**

- 1) Morozova, K., Silabriedis, G., Zarins, A., Balodis, J., Jaeger, R. The Digital Zenith Camera as an additional technique for quasi-geoid determination. *EGU General Assembly Sharing Geoscience Online*, 4.–8. maijs, 2020 (prezentācija).

- 2) Morozova, K., Silabriedis, G., Zarins, A., Balodis, J., Rubans, R., Haritonova, D., Varna, I., Mitrofanovs, I., Cekule, M., Baltmane, I., Jumare, I., Balodis, K. Научные исследования и актуальные проекты института Геодезии и Геоинформатики Латвийского Университета. *Студенческая неделя науки МИИГАуК 2020*, Maskava, Krievija, 3.–10. aprīlis, 2020 (prezentācija).
- 3) Morozova, K. The digital zenith camera as an additional technique for the studies of mass distribution beneath the Earth. *NKG Science Week*, Reikjavīka, Īslande, 9.–11. marts, 2020 (prezentācija).
- 4) Morozova, K., Zarins, A., Silabriedis, G., Balodis, J., Jäger, R. Digital Zenith Camera for Vertical Deflection Determination: on the Way to 1 cm Precise Quasi-Geoid Model for Latvia. *AGU Fall Meeting 2019*, Sanfrancisko, Amerikas Savienotās Valstis, 9.–13. decembris, 2019 (posteris).
- 5) Morozova, K., Zarins, A., Silabriedis, G., Rubans, A. Digital Zenith Camera VESTA and its observations' application for the improvement of Latvian Quasi-geoid model. *International Symposium ISAG2019*, Stambula, Turcija, 7.–9. novembris, 2019 (prezentācija).
- 6) Morozova, K., Jaeger, R., Silabriedis, G. QGeoid Computation of Western Part of Latvia, Parameter Estimation and Optimization Concepts for Gravity Field Determination. *Geodetic Week and InterGEO 2018 exhibition*, Frankfurte pie Mainas, Vācija, 16.–18. oktobris, 2018 (posteris).
- 7) Morozova, K. Preliminary results on Quasi-geoid of Latvia using vertical deflection observations. *International Symposium Gravity, Geoid and Height Systems 2 "GRAVITY FIELD OF THE EARTH"*, Kopenhāgena, Dānija, 17.–21. septembris, 2018 (posteris).
- 8) Morozova, K. The use of Digital zenith camera for q-geoid determination *General Assembly of the Nordic Geodetic Commission „Geodesy in a dynamic world"*, Helsinki, Somija, 3.–6. septembris 2018 (posteris).
- 9) Morozova, K. Gravity Field and Quasi-Geoid Determination based on a Zenith Camera as Intelligent System for Vertical Deflection Determination. *BW-CAR-Forschungstag*, Štutgarte, Vācija, 25. jūlijs, 2018 (posteris).
- 10) Morozova, K., Jaeger, R., Saandar, M., Silabriedis, G., Balodis, J., Kaminskis, J. Ulaanbaatar qgeoid computation, parameter estimation and optimization concepts for

- gravity field determination. *The XIV International Exhibition and Scientific Congress "Interexpo GEO-Siberia 2018"*, Novosibirska, Krievija, 25.–27. aprīlis, 2018 (prezentācija).
- 11) Morozova, K., Jaeger, R., Balodis, J., Kaminskis, J. Calculations of Qgeoid of Latvia including DoV. *NKG Working Group of Geoid and Height Systems*, Helsinki, Somija, 12.–13. marts, 2018 (prezentācija).
  - 12) Morozova, K., Balodis, J., Jäger, R., Zarins, A., Rubans, A. Digital Zenith Camera's Results and Its Use in DFHRS v.4.3 Software for Quasi-geoid Determination. *Baltic Geodetic Congress (Geomatics)*, Gdaņska, Polija, 22.–25. jūnijs, 2017 (prezentācija).
  - 13) Morozova, K., Jaeger, R., Balodis, J., Kaminskis, J. Software Development and Its Description for Geoid Determination Based on Spherical-Cap-Harmonics Modelling Using Digital-Zenith Camera and Gravimetric Measurements Hybrid Data. *3rd International Conference "Innovative Materials, Structures and Technologies"*, Rīga, Latvija, 27.–29. septembris, 2017 (posteris).
  - 14) Morozova, K. Computation of qgeoid model using DFHBF 4.0 Software. *XII International Geoid School*, Ulanbatora, Mongolija, 6.–10. jūnijs, 2016 (prezentācija).

## PROMOCIJAS DARBA SATURS

Promocijas darba ievadā formulēta tēmas aktualitāte, zinātniskā novitāte, sniegts promocijas darba mērķis un uzdevumi tā sasniegšanai, kā arī darba praktiskais nozīmīgums.

### 1. ZEMES GRAVITĀCIJAS LAUKS

Ārējam gravitācijas laukam ir fundamentālā loma ģeodēzijā. Zemes formu ietekmē gravitācijas lauks, un lielākā daļa ģeodēzisko novērojumu attiecas uz gravitāciju. Līdz ar to novērojumu modelēšanai ir nepieciešamas zināšanas par gravitācijas lauku. Turklāt gravitācijas lauka analīze sniedz informāciju par zemes iekšējo struktūru; tādā veidā ģeodēzija sniedz savu ieguldījumu ģeofizikā (Torge, 2001). Pirmajā nodaļā izskatīti potenciāla pamati, gravimetrisko vērtību noteikšanas metodes, kā arī apskatītas augstuma sistēmas un tās atšķirības.

### 2. DIGITĀLĀ ZENĪTKAMERA

Digitālā zenītkamera (2.1. att.) ir portatīvais astrometriskais instruments vertikāles nolieces mērījumiem – leņķiskā starpība starp gravitācijas virzienu un normāli pret atskaites elipsoīdu – un var tikt izmantots kvaziģeoida uzlabošanai, Zemes garozas kustības monitoringam vai ģeoloģisko struktūru īpašību noteikšanai. Pasaulē pastāv tikai dažas zināmas zenītkameras, piemēram, *TZK2-D* vai *DIADEM* (Hirt u. c., 2005; Hirt u. c., 2010a; 2010b), taču atšķirībā no citām kamerām zenītkamera *VESTA* (*VErtical by STArs*) ir portatīva un ērtāka lauka novērojumiem. Šobrīd kameras izstrādes sistēma ir pabeigta, un vairāk par 400 mērījumiem ir veikti Latvijas teritorijā. Zenītkamera tika izstrādāta Latvijas Universitātes Ģeodēzijas un ģeoinformātikas institūtā. Šajā nodaļā aprakstīta zenītkameras konstrukcija, vertikāles nolieces noteikšanas princips, apstrādes procedūra un apstrādes režīmi. Kvaziģeoida modelis Rīgas teritorijai tika aprēķināts, izmantojot vertikāles nolieces mērījumus, lai uzlabotu modeli ar astroģeodēzisko tehnoloģiju.

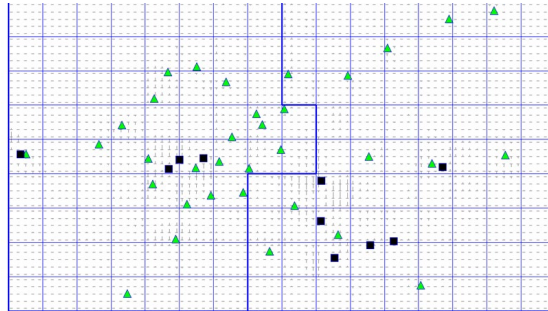




2.1. att. Digitālā zenītkamera *VESTA* (*VERTical by STARS*).

Šie novērojumi tika iesākti 2016. gadā un turpinājās līdz pat 2020. gadam, lai homogēni noklātu visu Latvijas teritoriju. *GNSS* novērojumus daļēji nodrošināja Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra (LĢIA). Tika veiktas četru stundu garas novērojumu sesijas, datu apstrādei izmantojot *GGI* pieejamo zinātnisko programmatūru *Bernese GNSS software v 5.2* (Dach u. c., 2015).

Papildus lauka datu novērojumiem no izstrādātās zenīta kameras un *GNSS*/nivelēšanas punktiem kvaziģeoīda dati  $\zeta$  un vertikālās novirzes dati ( $\eta$ ,  $\xi$ ) tika atvasināti no *EGM2008* un *EIGEN6C4* ģeopotenciāla modeļiem <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/> (Ince u. c., 2019). Abi modeļi ir vienādas pakāpes un kārtas  $n = m = 2159$ . *DFHRS* režģa elementu (plānās zilās līnijas) un nogabalu laukumu (biezās zilās līnijas) grafiskais attēlojums un novērojumu dati (savietotie punkti un vertikāles nolieces) redzami 2.2. attēlā.



2.2. att. Novērojumi Rīgas reģionā (zaļie trijstūri – savietotie GNSS/nivelēšanas punkti, melnie kvadrāti – vertikāles nolieces).

Dažādi aprēķinu rezultāti redzami 2.3., 2.4. un 2.5. attēlā. 2.3. attēls parāda kvaziģeoīda modeļu atšķirības, balstoties *EGM2008* un *EIGEN6C4* ģeopotenciāla modeļos. Pārsvārā atšķirību amplitūda kvaziģeoīda augstumos variējas no  $-1$  cm līdz  $+1$  cm. Starpība Rīgas ziemeļos var sasniegt līdz pat  $3$  cm. 2.4. attēlā redzama vertikāles nolieču, kas atvasinātos no *EGM2008*, izmantošana un to ietekmi uz kvaziģeoīda modeli. Starpības variējas no  $-3$  cm līdz  $+3$  cm. 2.5. attēlā redzama starpība starp vertikāles nolieču novērojumiem no zenītkameras un bez šiem novērojumiem. Novērojumu atšķirības variējas no  $-7$  cm līdz pat  $+5$  cm, kas pierāda šo novērojumu būtisko ietekmi kvaziģeoīda noteikšanā. Vertikāles nolieces standartnovirze ziemeļu-dienvidu ( $\xi$ ) komponentei ir  $0,09$  loka sekundes, rietumu-austumu ( $\eta$ ) komponentei  $-0,14$  loka sekundes. Pārējie statistikas rezultāti apkopoti 1. tabulā.

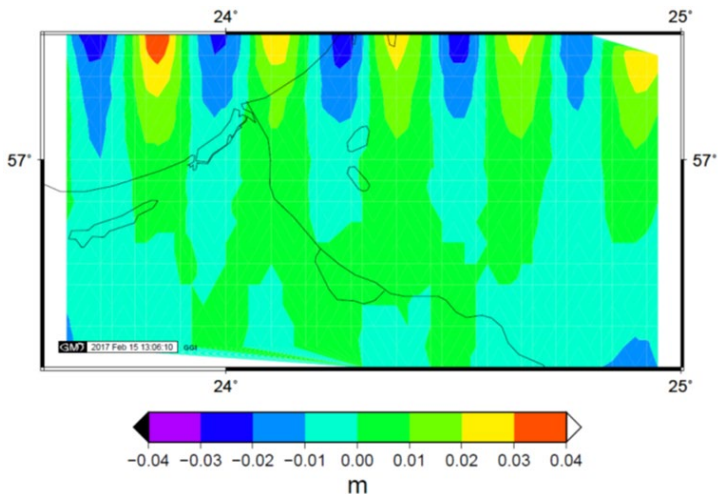
1. tabula

Vertikāles nolieces novērojumu statistika

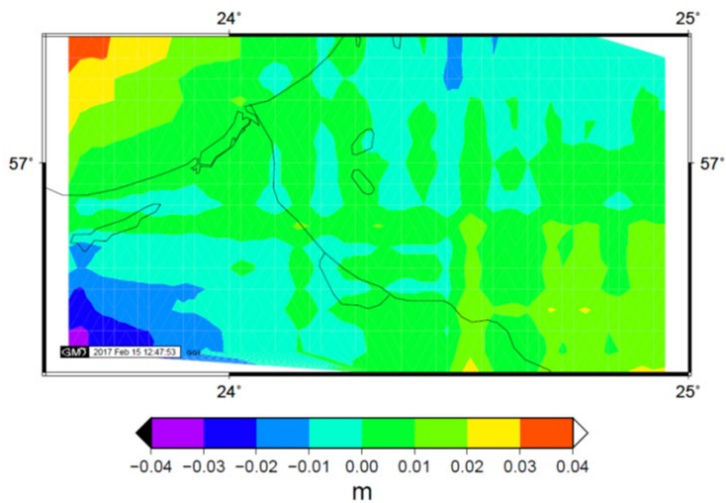
	<b>Vid.</b>	<b>RMS</b>	<b>Min.</b>	<b>Maks.</b>
$\xi$	0,072	0,09	-0,100	0,162
$\eta$	0,091	0,14	-0,311	0,226

Aprēķini, kas balstās uz vertikāles nolieču mērījumiem, pierāda veiksmīgu zenītkameras izmantošanu un instrumenta gatavību tālākai novērojumu vākšanai. Aprēķini, izmantojot *DFHRS*

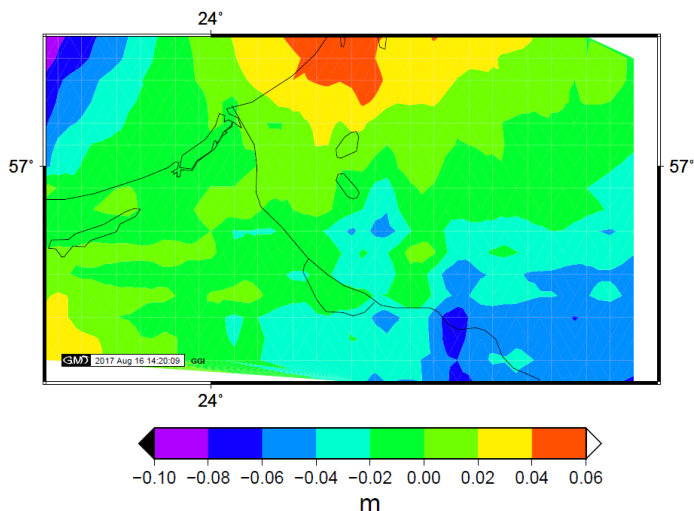
programmatūru, jāva veiktu papildu kontroli un programmatūras pārbaudi datu apstrādes ietvaros.



2.3. att. Kvaziģeoida modeļu starpības Rīgas reģionam starp *EGM2008* un *EIGEN6C4* ģeopotenciāla modeļiem.



2.4. att. Starpības starp atvasinātiem no *EGM2008* vertikāles noliecēm un bez šo datu izmantošanas.



2.5. att. Zenītkameras mērījumu datu ietekme uz kvaziģeoīdu.

Standartnovirzes, izmantojot dažādu datu kopas, apkopotas 2. tabulā. Risinājumu standartnovirzes atšķirība starp *EGM2008* (Pavlis u. c., 2008a, 2008b) un *EIGEN6C4* (Förste u. c., 2014) ir vienāda ar 0,0001 m. Tas ir skaidrots ar to, ka Latvijas teritorijai tika izmantoti vieni un tie paši dati, modelējot šos globālos modeļus. Vertikāles nolieces izmantošana no zenītkameras uzlabo standartnovirzi dubultā, kas liecina par labvēlīgu tendenci kvaziģeoīda uzlabošanai Latvijas teritorijai, kā arī zenītkameras ilgtspējību.

2. tabula

Dažādi risinājumi kvaziģeoīda noteikšanai Rīgas reģionam

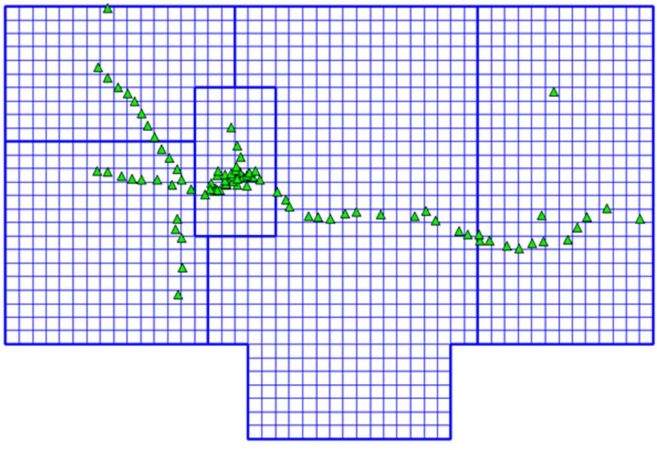
<i>Used data</i>	<i>Standard deviation (m)</i>
<i>EGM2008 model + observations from digital zenith camera</i>	0,0050
<i>EGM2008 model</i>	0,0109
<i>EIGEN6C4 model</i>	0,0110
<i>EGM2008 model with derived vertical deflections</i>	0,0127

### 3. METODES KVAZIĢEOĪDA NOTEIKŠANAI

Šajā nodaļā aplūkotas dažas metodes kvaziģeoīda noteikšanai, kā arī *DFHRS* programmatūras izstrādes stadijas un jaunā *DFHRS* metode, kas ļauj izmantot gan vertikāles nolieces, gan gravimetriskos datus. Izskatīti kvaziģeoīda noteikšanas piemēri un sniegti rezultāti par Ulanbatoras un Rīgas pilsētām. Lai salīdzinātu *DFHRS* metodi ar “klasisko” *GRAVSOFT* programmatūru, tika izmantots Rīgas reģions, sniedzot salīdzinājuma rezultātus.

#### Ģeoīda noteikšana ar *DFHRS v. 4.3*

Lai aprēķinātu 1–3 cm precizitātes *DFHRS\_DB* Ulanbatorai, tika izmantoti 94 savietotie punkti (elipsoidālie augstumi  $h$  un normālie augstumi  $H$  Baltijas augstumu sistēmā – *BAS-77*) un *EGM2008* (Pavlis u. c., 2008a; Pavlis u. c., 2008b) ģeopotenciāla dati.



3.1. att. *DFHRS* aprēķināšanas dizains: režģa elementi – plānās zilās līnijas, nogabalu laukumi – biežās zilās līnijas, savietotie punkti – zaļie trijstūri.

Tika izvēlēts  $5 \times 5$  režģa elementa laukums. Kopējais režģu elementu skaits – 1536. Kopējais nogabalu laukumu skaits – pieci (3.1. att.). Vienā nogabala laukumā obligāti jābūt četriem savietotiem punktiem. Punkti šajā reģionā nav homogēni izvietoti, tādēļ laukuma nogabali nav atspoguļoti aptuveni vienāda izmēra, bet atkarībā no punktu lokācijas. Ģeoīda parametru

noteikšanai tika izmantotas trīs novirzes un trīs rotācijas. Tika izmantotas arī papildu atvasinātas vertikāles nolieces no EGM2008.

Rezultātā tika aprēķināta *DFHRS\_DB* datubāze, balstoties uz EGM2008 modeli un 88 savietotiem punktiem (seši punkti aprēķinātos iekļauti netika lielās nesaistes dēļ). Savietoto punktu precizitāte ir vērtējama ar 1,0 cm, līdz ar to kvaziġeoīds Ulanbatorai novērtēts ar 1–3 cm precizitāti ārpus savietoto punktu nivelēšanas līnijas. *DFHRS\_DB* datubāze izmantota, lai atvasinātu ġeoīda augstumus, tādējādi normālie augstumi  $H$  un 3D *GNSS* pozīcijas  $(B, L, h)$  vai  $(X, Y, Z)$  izmantoti, lai piesaistītu ġeoīda režģi *BAS-77* sistēmai. Būtu lietderīgi – it īpaši uz ġeoīda robežām – papildus izmantot vertikāles nolieces mērījumus no zenītkameras (Zarins u. c., 2016), (Morozova u. c., 2017), kas ļautu definēt ġeoīda precizitāti ar 1–3 cm visai teritorijai.

### **Ģeoīda noteikšana ar *DFHRS v. 5.0***

*DFHRS 5.0* programmatūra ļauj papildus apstrādāt arī gravimetriskos datus (Younis, 2013). Integrētas izlīdzināšanas tuvinājuma matemātiskais modelis *DFHRS v.5.0* programmatūras parametrizē gravitācijas potenciālu  $W$  reģionālā sfērisko segmentu harmoniku (SSH) reprezentācijā, proti, ar SSH koeficientiem  $(C'_{nm}, S'_{nm})$ . Par novērojumu ievaddatiem harmonikas koeficienti  $(C_{nm}, S_{nm})$  no globāliem modeļiem, piemēram, *EGM2008* tiek izmantoti, piesaistot pie reģionāliem SSH koeficientiem  $(C'_{nm}, S'_{nm})$ . Papildu novērojumi, kas tiek izmantoti izlīdzināšanā pēc mazāko kvadrātu metodes, ir gravimetriskie dati  $g(B, L, h)$  un savietotie punkti  $(B, L, h | H)$ . Augstuma atskaites virsmas (AAV) rezultāti ir aprēķināti no SH parametriem  $p = (C'_{nm}, S'_{nm})$  un  $W(C'_{nm}, S'_{nm})$ , ņemot vērā Brunsas teorēmu, proti, kvaziġeoīdu. Kvaziġeoīds var tikt transformēts ġeoīda  $N$  modelim. Kvaziġeoīda un ġeoīda augstumu rezultāti var tikt atkārtoti piesaistīti AAV, kas ir atspoguļoti ar iepriekš minētiem polinoma parametriem  $p$  vai tradicionālo AAV režģi.

### ***DFHRS v. 5.1* programmatūras izstrāde**

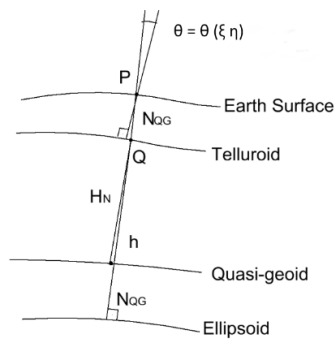
Nākamais programmatūras izstrādes solis ir, izmantojot SSH kā nesējfunkciju *DFHRS v. 5.1* versijā **integrēt (implementēt)** ne tikai gravimetriskos mērījumus, bet arī vertikāles nolieces no digitālām zenītkamerām, kā arī pārējos datu tipus. SSH priekšrocība atšķirībā no SH ir tāda, ka ir

nepieciešams mazāk parametru, lai aprēķinātu lokālo reģionu, nevis rēķinot visu sfēru (Younis u. c., 2011), (Younis, 2013).

Sākuma punkts kvaziģeoīda noteikšanai, balstoties uz Molodenska teorēmu, kas implementēts DFHRS tuvinājumā un v. 5.0. programmatūrā, ir:

$$T_P = (V(r, \alpha, \theta | C'_{nm}, S'_{nm}) + Z(x, y, z) - U(\beta, \alpha, u))_P \quad (3.1)$$

$$N_{QG} = \frac{(V + Z - U)_P}{\gamma_Q} = \frac{T_P}{\gamma_Q} \quad (3.2)$$



3.2. att. Vertikāles noliece punktā P (autore).

Saskaņā ar iepriekšminēto Molodenska kvaziģeoīda teoriju un Brunsas teorēmu, ir ar zenītkameru uzmērītas vertikāles nolieces virsmas punktā P, kas attiecas uz teluroīda punktu Q (3.2. att.):

$$\xi_P = \varphi_{astr,P} - B \quad (3.3 a)$$

$$\eta_P = (\alpha_{astr,P} - L) \times \cos B. \quad (3.3 b)$$

Sākot ar kvaziģeoīda formulu un ieviešot ar potenciālo modeli saistīto  $T_P$ , tiek iegūta vertikāles noliece Zemes virsmas punktā P.

$$\begin{aligned}
\xi_P &= -\frac{dN_{QG}}{ds_{North}} = -\frac{\partial N_{QG}}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial s_N} = -\frac{\partial B}{\partial s} \frac{\partial N_{QG}}{\partial B} = \frac{-1}{(M+h)} \frac{1}{\gamma_Q} \frac{\partial}{\partial B} T_P \\
&= \frac{-1}{\gamma_Q(M+h)} \left( \frac{\partial T}{\partial B} \right)_P + \delta\xi_{norm.curv.} = \\
&= -\frac{-1}{\gamma_{Q_j} \cdot (M_j + h_j)} \cdot \left( \frac{\partial T(C_{n(k),m}, S_{n(k),m})}{\partial B_j} \right)_{P_j} + \delta\xi_{norm.curv.}
\end{aligned} \tag{3.4 a}$$

$$\begin{aligned}
\eta_P &= -\frac{dN_{QG}}{ds_{East}} = -\frac{\partial L}{\partial s} \frac{\partial N_{QG}}{\partial L} = \frac{-1}{(N+h)\cos B} \frac{1}{\gamma_Q} \frac{\partial}{\partial L} T_P \\
&= \frac{-1}{\gamma_Q(N+h)\cos B} \left( \frac{\partial T}{\partial L} \right)_P = \\
&= \frac{-1}{\gamma_{Q_j} \cdot (N_j + h_j) \cdot \cos B_j} \cdot \left( \frac{\partial T(C_{n(k),m}, S_{n(k),m})}{\partial L_j} \right)_{P_j},
\end{aligned} \tag{3.4 b}$$

$\delta\xi_{norm.curv.}$  ir starpība starp Helmerta un Molodenska noliecēm normālas svērtieniskās līklīnijas dēļ (Jekeli, 1999).

Iepriekšminētajai  $T_P$  diferencēšanai elipsoidālā platuma  $B$  un garuma  $L$  virzienā ir jākonvertē četrās dažādās koordinātu sistēmās: risinājumam vispirms tiek apvienota vietējā SSH sistēma un sfēriskā sistēma:

$$r = r \tag{3.5 a}$$

$$\tan\alpha = \frac{\cos\varphi\sin(\lambda - \lambda_0)}{\sin\varphi\cos\varphi_0 - \cos\varphi\sin\varphi_0\cos(\lambda - \lambda_0)} \tag{3.5 b}$$

$$\cos\theta = \sin\varphi\sin\varphi_0 - \cos\varphi\cos\varphi_0\cos(\lambda - \lambda_0) \tag{3.5 c}$$

Pārējām trīs sistēmām  $P$  punkta pozīcijai kopsaucis ir Dekarta 3D koordinātas  $(x, y, z)$  (Jäger, R. 2002-2022):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\cos\varphi\cos\lambda \\ r\cos\varphi\sin\lambda \\ r\sin\varphi \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N(B) + h)\cos(B)\cos(L) \\ (N(B) + h)\cos(B)\sin(L) \\ \left( \frac{b^2}{a^2}N(B) + h \right) \sin(B) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$



$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \sqrt{1 + \varepsilon^2/u^2} \cos\beta \cos\lambda \\ u \sqrt{1 + \varepsilon^2/u^2} \cos\beta \sin\lambda \\ u \sin\beta \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Ar 3.5. a, b, c, 3.6., 3.7. un 3.8. vienādojumiem un kopējo sasaisti ar  $(x, y, z)$  ir konsekvence ģeorefcenē, un ir iespējams atvasināt  $\left(\frac{\partial T}{\partial B}\right)_p$  (3.3. a) un  $\left(\frac{\partial T}{\partial L}\right)_p$  (3.3. b), lietojot ķēdes principu 3.5. a, b, c–3.8. formulām.

Vertikāles nolieces tagad parametrizējas *DFHRS* v. 5.1. kā sfērisko segmenta harmoniku nesējfunkcija un attiecīgi  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$  koeficienti polinomiālo koeficientu vietā, ko izmanto *DFHRS* v. 4.3. versijā. *DFHRS* v. 5.1. var arī iekļaut gravimetriskos mērījumus atšķirībā no *DFHRS* v. 4.3. No gala potenciāla, kas aprēķināts un izlīdzināts pēc mazāko kvadrātu metodes, kvaziģeoīdu var aprēķināt vēlreiz, izmantojot 3.1. un 3.2. formulu ģeoīdu savukārt var aprēķināt, izmantojot 3.9. formulu:

$$N_G = N_{QG} + \frac{\bar{g} - \bar{Y}}{\bar{Y}} H \quad (3.9)$$

### Ģeoīda noteikšana, balstoties uz Stoksa tuvinājumu

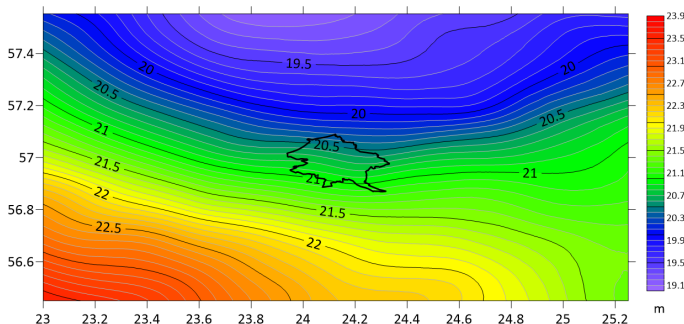
*GRAVSOFT*, kam pamatā ir Stoksa tuvinājums, ir Fortrānā uzrakstīta programmatūra reģionāla vai lokāla anomālijas gravitācijas potenciāla noteikšanai un balstās 3D mazāko kvadrātu kolokācijas metodē, ko izstrādāja (*Krarup*, 1969; *Moritz*, 1972). Programmatūrā ir implementēta arī noņemšanas-aprēķināšanas-atjaunošanas metode (*Hofmann-Wellenhof* un *Moritz*, 2006) tā, lai gravitācijas variācijas ārpus aprēķināšanas reģiona tiek ņemtas vērā, atņemot GGM ietekmi un lai statistiskā homogenizācija ir panākta, izdzēšot topogrāfisko īsviļņu ietekmi (*Tscherning*, 2008).

Rīgas reģiona kvaziģeoīds tika aprēķināts, izmantojot iepriekš minēto metodi vadīta maģistra darba ietvaros (*Pahtusovs*, 2021). Lai aprēķinātu Rīgas kvaziģeoīdu, tika izmantotas vairākas datu kopas.

1. Brīva gaisa anomālijas, ko sniedza LĢIA reģionam 56° 45' 00"–57° 15' 00" garumā un 23° 30' 00"–24° 45' 00" platumā.
2. Zemes gravitācijas ģeopotenciālais modelis *EGM2008*.
3. Digitālais reljefa modelis *DTM*, ko izstrādāja LĢIA.

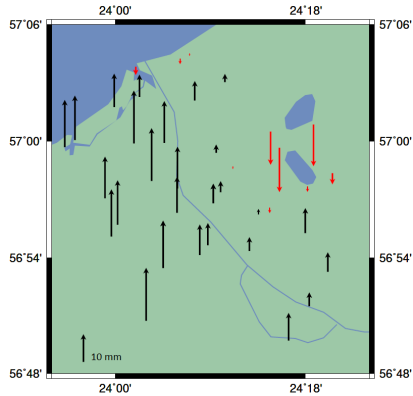
- 15 GNSS/nivelēšanas punkti Rīgas administratīvajai teritorijai un tās tuvumā, seši GNSS pēcapstrādātie punkti, lai pārbaudītu modeli.

Izmantojot *GRAVSOFT* programmatūru, Rīgas kvaziģeoīda modelis *RĪGA'20* tika aprēķināts ar  $1\sigma$  (68 %) ticamības standartnovirzi 6 mm. Lai pārbaudītu kvaziģeoīda modeli, tika izmantoti seši GNSS pēcapstrādātie punkti (elipsoidālie augstumi), un rezultātā tika iegūtas normālo augstumu starpības diapazonā no  $-0,015$  m līdz  $-0,007$  m, ar vidējo starpību  $-0,002$  m.



3.2. att. Kvaziģeoīda modelis Rīgas reģionam, kas aprēķināts ar *GRAVSOFT* programmatūru (Pahtusovs, 2021).

Kvaziģeoīda modelis tika pārbaudīts RTK (reāla laika kinematika) režīmā, un rezultātā normālo augstumu starpības, izmantojot *LatPos* sistēmu (Zvirgzds, 2007; Zvirgzds, 2012), variējas no  $-0,014$  m līdz  $0,026$  m ar vidējo starpību  $0,008$  m, savukārt *EUPOS-Rīga* (Balodis u. c., 2009) gadījumā starpības variējas no  $-0,023$  m līdz  $0,0027$  m ar vidējo starpību  $0,005$  m. *RĪGA'20* tika salīdzināts ar *LU\_GGI'20* kvaziģeoīda modeli 40 savietotos GNSS/nivelēšanas punktos. Vizuālās starpības redzamas 3.3. attēlā.



3.3. att. *RĪGA'20* un *LU\_GGI'20* salīdzinājums *GNSS*/nīvelēšanas punktos (autore). Starpības variējas no  $-0,016$  m līdz  $0,019$  m, un vidēja starpība ir vienāda ar  $0,006$  m. Kā var redzēt 3.3. attēlā, atšķirību vairākums ir pozitīvs, kas liecina par to, ka *RĪGA'20* kvaziģeoīda modelis ir vidēji augstāks, īpaši to var labi redzēt Daugavas kreisajā krastā.

#### 4. SFĒRISKĀS HARMONIKAS UN GLOBĀLIE MODEĻI

Šī nodaļa veltīta anomālā potenciāla globālo modeļu konstruēšanai. Tās pamatā ir saīsinātas sfērisko vai elipsoidālo harmoniku sērijas. Šīs funkcijas ir svarīgas fizikālajā ģeodēzijā, un tās matemātiskās īpašības ir svarīgas visiem, kas nodarbojas ar gravitācijas lauka noteikšanu (*Pavlis* u. c., *Barnes* u. c., 2020).

##### Sfēriskās harmonikas

Sfēriskās harmonikas ir Laplasa vienādojuma ortogonāla risinājumu kopa, kas attēlota sfēriska koordinātu sistēmā (*Hobson*, 1931; *Freedon*, 1985; *Hofmann-Wellenhof* un *Moritz*, 2005). Tādējādi katrs harmonikas potenciāls, t. i., kas apmierina Laplasa vienādojumu, var tikt izvērsti sfēriskās harmonikās, ko var aprēķināt, piemēram, izmantojot *MATLAB* (*Bucha* un *Janak*, 2013; *Trauth*, 2006).

Vienādojums, kas attiecas uz ģeopotenciāla telpisko un spektrālo domēnu, ir šāds:

$$W_a(r, \lambda, \varphi) = \frac{GM}{r} \sum_{l=0}^{l_{max}} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R}{r}\right)^l P_{lm}(\sin\varphi) \cdot (C_{lm}^W \cos m\lambda + S_{lm}^W \sin m\lambda), \quad (4.1)$$

kur:

$r, \lambda, \varphi$  – aprēķināmā punkta sfēriskās ģeocentriskās koordinātas (rādiuss, garums, platumš);

$R$  – atskaites rādiuss;

$GM$  – Zemes gravitācijas konstante un masa;

$l, m$  – sfēriskās harmonikas pakāpe un kārtā;

$P_{lm}$  – pilnīgi normalizētas Ležandra funkcijas;

$C_{lm}^W, S_{lm}^W$  – Stoksa koeficienti (pilnīgi normalizēti).

Formula reprezentē Zemes gravitācijas lauku ar precizitāti, kas ir atkarīga no koeficientu  $C_{lm}^W, S_{lm}^W$  precizitātes, un telpisko izšķirtspēju, kas ir atkarīga no maksimālās pakāpes  $l_{max}$ .

### **Dati un misijas globālo ģeopotenciālo modeļu izstrādei**

GGM izstrāde balstās satelītu risinājumos vai risinājumos, kas apvieno gan satelītu, gan lauka mērījumus, un tie tiek atspoguļoti sfērisko harmoniku paplašinājumā (Torge, 2001). Lai izstrādātu augstākās pakāpes kombinētos modeļus (Pavlis, 1997), ir pieejami trīs gravimetriskās informācijas veidi.

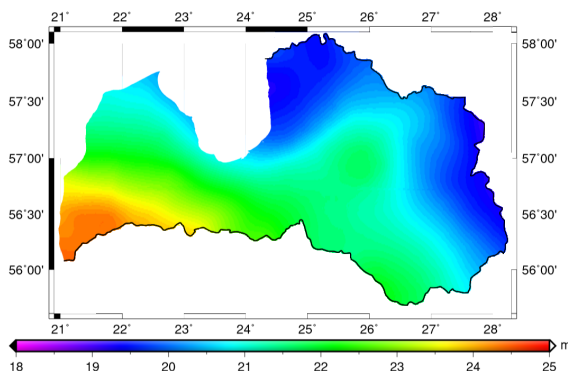
1. Satelītu orbītas perturbāciju analīzes rezultātā iegūtā informācija, kas nepieciešama precīzai modeļa zemās pakāpes daļas noteikšanai.
2. Lai atrisinātu gravitācijas lauka gan garo, gan īso viļņu garumu īpašības, tiek izmantoti aerogravimetriskie dati. Tomēr tie prasa globālu pārklājumu ar blīviem un augstas precizitātes gravimetriskiem datiem.
3. Satelīta altimetrijas dati (Eshagh, 2021) ļauj veikt uzlabotu lauka kartēšanu virs okeāniem gan precizitātes, gan izšķirtspējas ziņā.

## **5. TESTI UN ANALĪZE**

Tika sagatavoti trīs kvaziģeoīda risinājumi Latvijas teritorijai, izmantojot dažādas datu kopas: globālo ģeopotenciālo modeļi *EGM2008* (Pavlis u. c., 2008a; Pavlis u. c., 2008b; Pavlis u. c., 2012) un *GNSS/nivelēšanas* punktus; *EGM2008*, *GNSS/nivelēšanas* punktus un digitālās zenītkameras vertikāles nolieces; *EGM2008*, papildus izmantojot vertikāles nolieces atvasinājumus, *GNSS/nivelēšanas* punktus un zenītkameras vertikāles nolieces. Trīs risinājumu rezultāti apkopotā 3. tabulā.

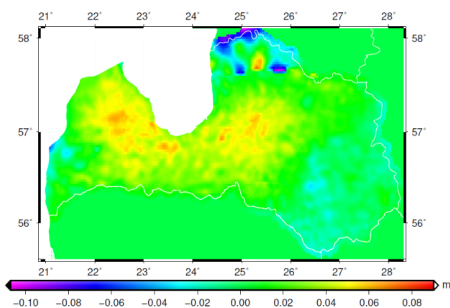
Trīs risinājumu statistiskie rezultāti kvaziġeoīda modeļa novērtēšanai (m)

<i>Data set</i>	<i>SD</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>	<i>Mean</i>
<i>GNSS/levelling points + VD derivatives from EGM2008 + observed VD by DZC</i>	0,006	-0,012	0,012	0,000
<i>EGM2008 (without VD) + GNSS/levelling points + VD by DZC</i>	0,017	-0,068	0,074	0,001
<i>EGM2008 (without VD) + GNSS/levelling points</i>	0,038	-0,106	0,246	0,006

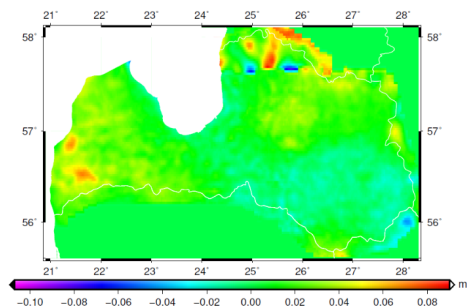


5.1. att.LU\_GGI'20 kvaziġeoīda modelis (autore).

Izstrādātais kvaziġeoīda modelis redzams 5.1. attēlā. Aprēķinātais kvaziġeoīds (A risinājums) tika salīdzināts ar Latvijas nacionālo kvaziġeoīda modeli *LV'14* (LĢIA mājaslapa) un *NKG2015* modeli (Ågren u. c., 2016), ko izstrādāja Ziemeļvalstu ģeodēziskā komiteja *NKG*.



5.2. att. *LU\_GGI'20* un *LV'14* kvaziġeoīdu salīdzinājums (autore).



5.3. att. *LU\_GGI'20* un *NKG2015* kvaziġeoīdu salīdzinājums (autore).

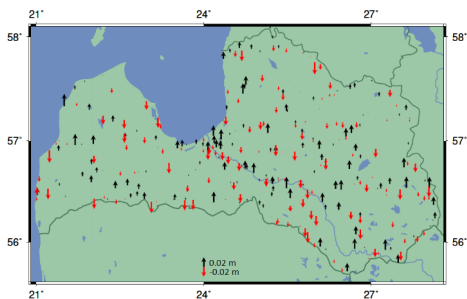
*LU\_GGI'20* un *LV'14* salīdzinājums redzams 5.2. attēlā. Starpība starp *LU\_GGI'20* un *NKG2015* – 5.3. attēlā. Vidējās starpības un standarta novirzes apkopotas 4. tabulā.

4. tabula

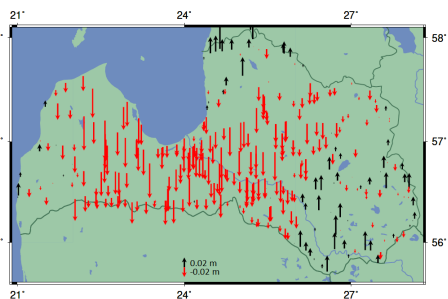
*LU\_GGI'20* kvaziġeoīda salīdzinājums ar *LV'14* un *NKG2015* modeļiem

	<i>Min.</i>	<i>Maks.</i>	<i>Vid.</i>	<i>Std. n.</i>
<i>LV'14</i>	-0,098	0,073	0,009	0,020
<i>NKG2015</i>	-0,065	0,086	0,008	0,017

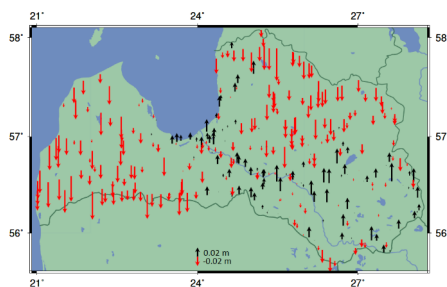
Kvaziġeoīda augstumu salīdzinājums ar starpību starp ģeodēziskiem augstumiem (h) un normāliem augstumiem no LĢIA datubāzes redzams 5.4. attēlā (*LU\_GGI20* kvaziġeoīdam), 5.5. attēlā (*LV'14* kvaziġeoīdam) un 5.6. attēlā (*NKG2015* kvaziġeoīdam). Šīs atšķirības apkopotas 5. tabulā.



5.4. att. Starpības starp *LU\_GGI20* kvaziģeoīda augstumiem un *h-H* vērtībām no LĢIA datubāzes (autore).



5.5. att. Starpības starp *LV'14* kvaziģeoīda augstumiem un *h-H* vērtībām no LĢIA datubāzes (autore).



5.6. att. Starpības starp *NKG2015* kvaziģeoīda augstumiem un *h-H* vērtībām no LĢIA datubāzes (autore).

5. tabula

Kvaziģeoīdu salīdzinājums ar *h-H* vērtībām no LĢIA datubāzes (m)

	<i>Min.</i>	<i>Maks.</i>	<i>Vid.</i>	<i>Std. n.</i>
<i>LU_GGI20</i>	-0,026	0,025	0,000	0,012
<i>LV'14</i>	-0,081	0,082	-0,017	0,026
<i>NKG2015</i>	-0,070	0,040	-0,010	0,021

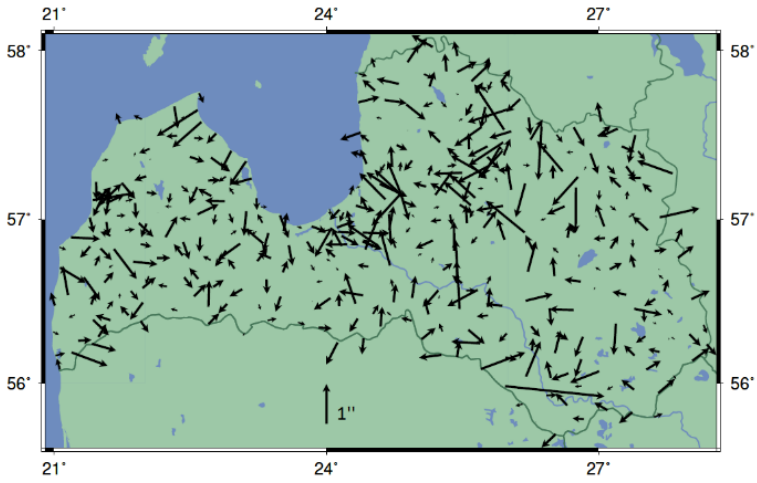
Zenītkameras lauka vertikāles nolieces mērījumi tika salīdzināti ar vertikāles noliecēm, atvasinātiem no globāliem ģeopotenciāliem modeļiem (4. tab.), piemēram, *GGMplus* (Hirt u. c., 2013) un *EGM2008* (Pavlis u. c., 2008), un no aprēķinātā *LU\_GGI'20* kvaziģeoīda. Rezultāti parāda labāku saderību ar *GGMplus* modeli, novērtējot standartnovirzi: 0,314 un 0,307 loka sekundes  $\xi$  un  $\eta$  komponentēm, salīdzinot ar 0,346 un 0,358 loka sekundēm  $\xi$  un  $\eta$  komponentēm *EGM2008* modelim. Saderība ar lauka vertikāles noliecēm atvasinātiem no *LU\_GGI'20* ir krietni labāka: standartnovirze ir 0,055 un 0,046 loka sek  $\xi$  un  $\eta$  komponentēm. Parējā statistika apkopota 6. tabulā. Lauka vertikāles nolieces mērījumu salīdzinājums ar *EGM2008* un *GGMplus* modeli redzams 5.7. un 5.8. attēlā.

6. tabula

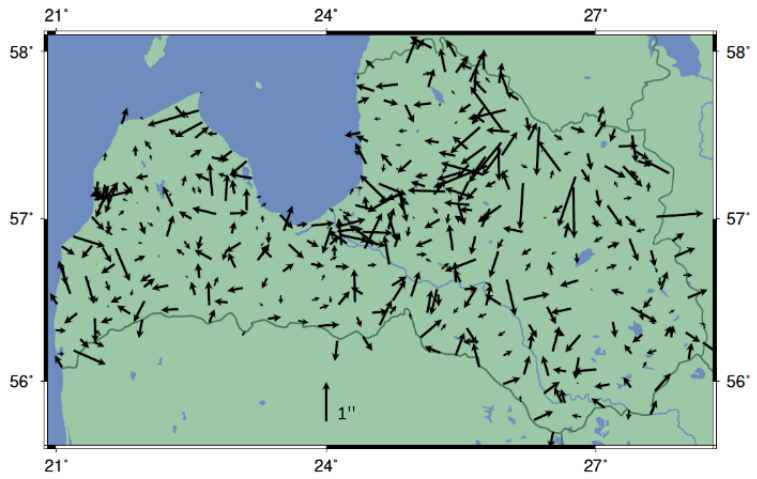
Lauka vertikāles nolieces mērījumu salīdzinājums ar globāliem *GGMs* un *LU\_GGI'20*  
(loka sek)

	<i>Min.</i>		<i>Maks.</i>		<i>Vid.</i>		<i>Std. n.</i>	
	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$
<b><i>LU_GGI'20</i></b>	-0,348	-0,190	0,216	0,162	0,007	-0,002	0,055	0,046
<b><i>GGMplus</i></b>	-1,300	-1,370	1,105	1,194	0,008	-0,025	0,314	0,307
<b><i>EGM2008</i></b>	-1,351	-1,031	1,747	2,509	0,013	-0,024	0,346	0,358





5.7. att. Vertikāles nolīču salīdzinājums ar nolīcēm, kas atvasinātas no *EGM2008* (autore).



5.8. att. Vertikāles nolīču salīdzinājums ar nolīcēm, kas atvasinātas no *GGMplus* (autore).

## GALVENIE SECINĀJUMI

- 1) Uzlabojot metodoloģiju un programmatūru, var secināt, ka:
  - a) vertikālo nolieču izmantošana kvaziģeoīda noteikšanai būtiski uzlabo to precizitāti: iegūtā precizitāte ir vienāda ar 0,017 m, salīdzinot ar 0,038 m, kad vertikālas nolieces aprēķinā izmantotas netika;
  - b) novērojumu nesaistu standartnovirze pēc izlīdzināšanas, izmantojot gan vertikālas nolieces no digitālas zenītkameras, gan atvasinātās no *GPMs*, ir vienāda ar 0,006 m;
  - c) vertikālas nolieces no zenītkameras labi sader ar izstrādāto kvaziģeoīda modeli, un standartnovirzes  $\xi$  un  $\eta$  komponentei ir vienādas ar 0,055 un 0,046 loka sekundēm;
  - d) *LU\_GGI* kvaziģeoīda modelis nedaudz labāk sakrīt ar *NKG2015* kvaziģeoīda modeli: vidējā starpība ir vienāda ar 0,008 m, salīdzinot ar *LV'14* modeli, kur šī starpība ir vienāda ar 0,009 m;
  - e) kvaziģeoīda augstumi tika salīdzināti ar *GNSS*/nivelēšanas augstumiem: standartnovirze ir vienāda ar 0,012 m ar minimālām un maksimālām starpībām – 0,026 m un 0,025 m attiecīgi;
- 2) uzmērītie un apstrādātie 414 vertikālo nolieču novērojumi labi sader ar globāliem ģeopotenciāliem modeļiem:
  - a) būtiska atšķirība starp *GGMplus* un *EGM2008* netika atrasta: 0,314 loka sek un 0,346 loka sek  $\xi$  komponentei; 0,307 loka sek un 0,358 loka sek  $\eta$  komponentei attiecīgi;
  - b) vidējās starpības ir vienādas ar 0,008 loka sek un 0,013 loka sek  $\xi$  komponentei, un – 0,025 loka sek un –0,024 loka sek  $\eta$  komponentei attiecīgi;
- 3) izmantotā metodoloģija salīdzināta ar *GRAVSOF*T algoritmiem, kas balstās kolokācijas noņemšanas-atjaunošanas metodē. Tika salīdzināts Rīgas reģions, un vidējās starpības starp *LU\_GGI20* kvaziģeoīdu un *GNSS*/nivelēšanas punktiem ir vienādas ar 0,017 m, salīdzinot ar *RIGA'20* kvaziģeoīdu, kas tika rēķināts ar *GRAVSOF*T programmatūru, ir vienāda ar 0,022 m, kas pierāda, ka uzlabotā metodoloģija, izmantojot vertikālas nolieces, ļauj precīzāk aprēķināt kvaziģeoīda modeli.

## PROMOCIJAS DARBA LITERATŪRAS ATSAUCES

1. Ågren, J., Strykowski, G., Bilker-Koivula, M., Omang, O., Märdla, S., Forsberg, R., Ellmann, A., Oja, T., Liepins, I., Parseliunas, E., Kaminskis, J., Sjöberg, L., and Valsson, G. (2016). The NKG2015 gravimetric geoid model for the Nordic-Baltic region. 10.13140/RG.2.2.20765.20969.
2. Balodis, J., Silabriedis, G., Caunite, M., Janpaule, I., Balodis, K., Rubans, A., Aleksejenko, I., Otto, R., Ratkus, B., Reiniks, M., Mitrofanovs, I., Plotnikovs, S., Zvirgzds, J. (2009) EUPOS®-RIGA NETWORK ELEVATION ANALYSES. International Symposium on Global Navigation Satellite Systems. Space-Based and Ground-Based Augmentation Systems and Applications. Berlin. Germany. 30 November – 2nd December 2009; Conference Proceedings. Senate Department for Urban Development. Berlin. Germany 2010; Publication ISBN 978-3-938373-93-4.
3. Barnes, D., Barnes, D., Beale, J., Small, H., and Ingalls, S. (2020): Introducing EGM2020, EGU General Assembly 2020, Online, 4–8 May 2020, EGU2020-9884, <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-9884>, 2020.
4. Bucha, B., and Janák, J. (2013). A MATLAB-based graphical user interface program for computing functionals of the geopotential up to ultra-high degrees and orders. *Computers & Geosciences*. 56. 186–196. 10.1016/j.cageo.2013.03.012.
5. Dach, R., S. Lutz, P. Walser, P. Fridez (Eds); (2015): Bernese GNSS Software Version 5.2. User manual, Astronomical Institute, University of Bern, Bern Open Publishing. DOI: 10.7892/boris.72297; ISBN: 978-3-906813-05-9.
6. Ellmann, A., Märdla, S., and Tõnis, O. (2019) “The 5 mm geoid model for Estonia computed by the least squares modified Stokes’s formula”, *Survey Review*, DOI: 10.1080/00396265.2019.1583848.
7. Eshagh, M. (2021) *Satellite Gravimetry and the Solid Earth*, Chapter 2 – Satellite gravimetry observables, Elsevier, Pages 45–90, ISBN 9780128169360, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-816936-0.00002-5>.
8. Farahani, H., Klees, R., and Slobbe, D. (2017) “Data requirements for a 5-mm quasi-geoid in the Netherlands”. *Studia Geophysica et Geodaetica*. 10.1007/s11200-016-0171-7.

9. Förste, C., Bruinsma, S. L., Abrikosov, O., Lemoine, J.-M., Marty, J. C., Flechtner, F., Balmino, G., Barthelmes, F., Biancale, R. (2014): EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2015.1>.
10. Freedon, W., (1985). Computation of spherical harmonics and approximation by spherical harmonic expansions, Report / Department of Geodetic Science and Surveying, the Ohio State University; 362, Ohio.
11. Hirt C., Reese B., Enslin H. (2005) "On the Accuracy of Vertical Deflection Measurements Using the High-Precision Digital Zenith Camera System TZK2-D". In: Jekeli C., Bastos L., Fernandes J. (eds) Gravity, Geoid and Space Missions. International Association of Geodesy Symposia, vol 129. Springer, Berlin, Heidelberg, DOI: [https://doi.org/10.1007/3-540-26932-0\\_34](https://doi.org/10.1007/3-540-26932-0_34).
12. Hirt, C., Bürki, B., Guillaume, S., and Featherstone, W. (2010a) "Digital Zenith Cameras – State-of-the-Art Astrogeodetic Technology for Australian Geodesy," Proceedings FIG International Congress, Sydney, Australia.
13. Hirt, C., Bürki, B., Somieski, A., and Seeber, G. (2010b). "Modern Determination of vertical deflections using digital zenith cameras," Journal Surveying Engineering 136(1), Feb 2010, 1-12. DOI: 10.1061/\_ASCE\_SU.1943-5428.0000009.
14. Hirt, C., Claessens, S., Fecher, T., Kuhn, M., Pail, R., and Rexer, M. (2013). "New ultra-high resolution picture of Earth's gravity field". Geophysical Research Letters. 40. 10.1002/grl.50838.
15. Hobson, E. W., (1931). The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics, Cambridge University Press, Cambridge.
16. Hofmann-Wellenhof, B. and Moritz, H., (2005). Physical geodesy, Wien [et al.]: Springer, 2005.
17. Hofmann-Wellenhof, B., and Moritz, H. (2006) Physical Geodesy, second edi. Springer Wien NewYork, Austria.
18. Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., Schuh, H. (2019): ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services and future plans. – Earth System Science Data, 11, pp. 647–674, DOI: <http://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019>. (accessed 1 February, 2022).

19. Jäger, R. (2002-2022) Satellite Geodesy. International Masterprogramme Geomatics (MSc). Lecture Notes. Karlsruhe University of Applied Sciences.
20. Jekeli, C. (1999) "An analysis of vertical deflections derived from high-degree spherical harmonic models", *Journal of Geodesy*, vol. **73**, pp 10–22.
21. Kaminskis, J. (2010) "Latvijas ģeoīda modelis un tā attīstība". Doctoral Thesis Riga: [RTU], 2010. 150 p. (in Latvian).
22. Krarup, T., (1969). A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy. Publication No. 4, Danish Geodetic Institute, Copenhagen. 80 pages.
23. LĢIA mājaslapa: <https://www.lgia.gov.lv/en/latvian-quasi-geoid-model>.
24. Moritz, H., (1972). Advanced least-squares Methods. Report no. 175, Department of Geodetic Science, Ohio State University. 132 pages.
25. Morozova, K., Balodis, J., Jäger, R., Zariņš, A., and Rubāns, A. (2017) "Digital Zenith Camera's Results and Its Use in DFHRS v.4.3 Software for Quasi-geoid Determination" From: 2017 Baltic Geodetic Congress (BGC Geomatics), Poland, Gdansk, 22.–25. June, 2017. Piscataway: IEEE, 2017, 174.–178. lpp. ISBN 978-1-5090-6041-2. e-ISBN 978-1-5090-6040-5. Available from: doi:10.1109/BGC.Geomatics.2017.74.
26. Pahtusovs, M. (2021) "Lokālā kvaziģeoīda modeļa izveidošana". Master's Thesis Riga: [RTU], 2021. 121 p. (in Latvian).
27. Pavlis, N. K. (1997) Development and Applications of Geopotential Models, Second International School for the Determination and use of the Geoid, Rio de Janeiro, Brazil, 1997
28. Pavlis, N. K., Factor, J. K., and Holmes, S. (2006) "Terrain-Related Gravimetric Quantities Computed for the Next EGM".
29. Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., and Factor, J. K. (2008a): An Earth Gravitational model to degree 2160: EGM2008, *General Assembly of the European Geosciences Union*, Vienna, Austria.
30. Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C. and Factor, J. K. (2008b). EGM2008: An overview of its development and evaluation. 23–27 June, 2008: National Geospatial-Intelligence Agency, USA, presented at conference: Gravity, Geoid and Earth Observation 2008, Chania, Crete, Greece.

31. Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., and Factor, J. K. (2012), The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008), *J. Geophys. Res.*, 117, B04406, doi:10.1029/2011JB008916.
32. Torge, W. (2001) *Geodesy: Third completely revised and extended edition*, Walter de Gruyter, Berlin, New-York.
33. Trauth M. H., (2006) *MATLAB® Recipes for Earth Sciences* Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006.
34. Tscherning, C.C. (2008) *Geoid determination by 3D least-squares collocation*, 2008
35. Younis, G., Jäger, R., and Becker, M. (2011) "Transformation of global spherical harmonic models of the gravity field to a local adjusted spherical cap harmonic model," *Arabian Journal of Geosciences*. DOI 10.1007/s12517-011-0352-1.
36. Younis, G. (2013) "Regional Gravity Field Modeling with Adjusted Spherical Cap Harmonics in an Integrated Approach," *Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt* (39), Darmstadt, Germany, ISBN978-3-935631-28-0.
37. Zariņš, A., Rubans, A., and Silabriedis, G. (2016) "Digital zenith camera of the University of Latvia," *Geodesy and Cartography*, 42:4, pp. 129–135. <http://dx.doi.org/10.3846/20296991.2016.1268434>.
38. Zvirgzds, J. (2007). *Geodetic measurements using GPS base station system LatPos*. Geomatics 11, RTU, Riga: 81–89.
39. Zvirgzds, J. (2012). *Rational system LatPos*, PhD Thesis, Riga Technical university, Department of Geomatics, Riga, 2012, 264 p.



**Katerīna Morozova** dzimusi 1987. gada 18. novembrī Rīgā. Rīgas Tehniskajā universitātē (RTU) ieguvusi bakalaura grādu ģeomātikā un inženiera kvalifikāciju ģeodēzijā un kartogrāfijā (2012) un maģistra grādu ģeomātikā (2014). Kopš 2015. gada strādā Latvijas Universitātes Ģeodēzijas un ģeoinformātikas institūtā, ieņemot pētnieces amatu. Kopš 2017. gada strādā RTU Būvniecības inženierzinātņu fakultātes Ģeomātikas katedrā, ieņemot asistentes amatu. Šobrīd ir Izglītības un zinātnes ministrijas Augstākās izglītības, zinātnes un inovāciju departamenta nozares eksperte (RIS3). 2016. gadā stažējās Vācijā, Karlsrūes Lietišķo zinātņu universitātē. Zinātniskās intereses saistītas ar gravitācijas lauku un ģeoīda modelēšanu, GNSS datu apstrādi un atskaites sistēmām.