



LATVIJAS
UNIVERSITĀTE

Promocijas darba
kopsavilkums

Austris Akmentiņš

**SEKLAS SATVERŠANAS
MODELĒŠANA MAINĀMAS
BARJERAS KVANTU
PUNKTOS**

Rīga 2025



LATVIJAS
UNIVERSITĀTE

**EKSAKTO ZINĀTŅU UN
TEHNOLOĢIJU FAKULTĀTE**

Austris Akmentiņš

**SEKLAS SATVERŠANAS MODELĒŠANA
MAINĀMAS BARJERAS KVANTU PUNKTOS**

PROMOCIJAS DARBA KOPSAVILKUMS

Doktora grāda (*Ph. D.*) iegūšanai
fizikas un astronomijas nozarē
Apakšnozare: cietvielu fizika

Rīga 2025

Promocijas darbs izstrādāts Latvijas Universitātes Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultātē (kopš 2024. gada septembra daļa no Eksakto zinātņu un tehnoloģiju fakultātes), Fizikas nodaļā, Teorētiskās fizikas katedrā laika posmā no 2019. gada līdz 2024. gadam.

Promocijas darbs sastāv no 6 nodaļām, ieskaitot ievadu un secinājumus, un literatūras saraksta. Bez pielikumiem. Promocijas darbam ir pieejams kopsavilkums angļu un latviešu valodās, kur par galveno versiju uzskatāma angļu versija. Latviskā versija iegūta, vispirms ar mākslīgā intelekta asistentu *ChatGPT* palīdzību pārtulkojot angļisko versiju un pēc tam iegūto rezultātu rūpīgi rediģējot.

Darba forma: disertācija Fizikas un astronomijas nozarē, Cietvielu fizikas apakšnozarē.

Darba zinātniskais vadītājs: profesors, *Dr. phys.* **Vjačeslavs Kaščejevs**, Latvijas Universitāte, Latvija.

Darba recenzenti:

1. Dr. Akira Fujiwara, NTT fundamentālo pētījumu laboratorijas, Japāna;
2. Dr. Frank Hohls, Vācijas Valsts metroloģijas institūts, Vācija;
3. Dr. rer. nat. Sergejs Piskunovs, LU Cietvielu fizikas institūts.

Promocijas darba aizstāvēšana notiks Latvijas Universitātes Fizikas un astronomijas zinātņu nozares promocijas padomes atklātajā sēdē 13. jūnijā

Sēdes laiks, vieta

Disertācija un tās kopsavilkums ir pieejami Latvijas Universitātes bibliotēkā Rīgā, Kalpaka bulvārī 4.

LU Fizikas un astronomijas zinātņu nozares promocijas padomes priekšsēdētājs un sekretārs:

Priekšsēdētājs, Uldis Rogulis

Sekretārs, Sintija Siliņa

ISBN 978-9934-36-388-7

ISBN 978-9934-36-389-4 (PDF)

ANOTĀCIJA

Viens fizikālas sistēmas piemērs, kurā īstenojas vispārīgais scenārijs ar elektronu, kas tunelē ārā no potenciāla bedres cauri barjerai, ir maināmas barjeras kvantu punkts. Lai daudzos šīs sistēmas pielietojumos sasniegtu pašas ātrākās iespējamās darbības robežas, ir nepieciešams, lai tunelēšana būtu maksimāli ātra, kas neizbēgami noved kvantu punktu līdz robežai, kur tas zaudē savas satverošās īpašības. Šis vājas satveršanas režīms, kurā kvantu punkts spēj noturēt vienu elektronu tikai vienā vai pāris diskrētos stāvokļos, ir šīs doktora disertācijas uzmanības centrā. Apskatot viendimensionālu kubisko potenciālu, mēs ceram aprakstīt šādu vāji satvertu elektronu universālas īpašības, kas tos raksturotu plašā kvantu punktu eksperimentālo realizāciju klāstā.

Kubiskā potenciāla pieņēmums šeit tiek izmantots, lai modelētu viena elektrona satveršanu dinamiski modulētu kvantu punktu eksperimentos dažādos fizikālos apstākļos: 1) adiabatiska elektrona evolūcija cauri kvantu punkta lokālajiem pamatstāvokļiem, 2) ar papildu temperatūras ietekmi, 3) vai ar papildu magnētiskā lauka ietekmi. Salīdzinot modeļa prognozes ar datiem, kuros skaitīti veiksmīgi elektrona satveršanas gadījumi vai mērīta sūknētā strāva, mēs verificējam kubiskā potenciāla hipotēzi vairākām kvantu punkta realizācijām un kontroles protokolēm. Papildus mēs raksturojam eksperimentālos kvantu punktus dažādos veidos: nosakām pieejamo satvertu stāvokļu skaitu, nosakām bezdimensionālu kvantu punkta aizvēršanas ātrumu, ar kuru var novērtēt, cik tuvu elektrona dinamika ir neadiabatiskajām ierosmēm, novērtējam kvantu punkta barjeras augstumu, tunelēšanas ātrumu no tā u. c. Visbeidzot, mēs novērtējam frekvenci, kas saskaņā ar kubisko modeli ierobežo kvantu punktu ierīču darbības ātrumu un kuru būtu nepieciešams optimizēt, lai šīs ierīces padarītu ātrākas.

Atslēgvārdi: maināmas barjeras kvantu punkts, sekla satveršana, kubiskais potenciāls.

Saturs

Izmantotie latviskie tulkojumi angļiskajai terminoloģijai	v
1 Motivācija un plašāks pārskats	1
1.1 Ievads	1
1.2 Maināmas barjeras kvantu punkti	2
1.3 Maināmas barjeras kvantu punktu pielietojumi	4
1.4 Promocijas darba motivācija, tvertais redzesloks, izvirzītās tēzes un struktūra	7
Aizstāvamās tēzes	8
2 Kubiskā potenciāla modelis	10
2.1 Motivācija un galvenie lielumi un mērogi	10
2.2 Laika atkarība	13
2.3 Saistība ar Džozefsona pārejām	14
3 Adiabātiska tunelēšana no pamatstāvokļa	16
3.1 Kinētiskais vienādojums un mērogošanās sakarība	16
3.2 Mērogošanās sakarības eksperimentālā validācija	17
3.3 Tunelēšanas ātrumi no kubiskā potenciāla bedres	22
3.4 Kubiskā modeļa eksperimentālā validācija	27
4 Nenulles temperatūra	34
4.1 Termiskā izbēgšana no statiskas kubiskā potenciāla bedres	35
4.2 Lādiņa satveršana pie nenulles temperatūras	39
5 Nenulles magnētiskais lauks	44
5.1 Dimensiju redukcija	44
5.2 Salīdzinājums ar eksperimentu	46
6 Secinājumi	53
6.1 Secinājumi un plašāka ietekme	53
6.2 Turpmākie jautājumi	54
Papildus informācija	56
Literatūras saraksts	59

IZMANTOTIE LATVISKIE TULKOJUMI ANGLISKAJAI TERMINOLOĢIJAI

1. **Kvantu punkts (KP)** – quantum dot (QD)
2. **Satveršana** – confinement
3. **Satvert** – to confine
4. **Aizbēgt / izbēgt** – to escape
5. **Maināma barjera** – tuneable barrier
6. **Ar maināmām īpašībām** – tuneable
7. **Aizvars** – gate
8. **Kontakts** – lead
9. **Kodināšana** – etching
10. **Iztece** – source
11. **Notece** – drain
12. **“Pēc pieprasījuma”** – on-demand
13. **Pārejas stāvokļu teorija** – transition state theory
14. **Noslieces strāva** – bias current
15. **Sabrukšanas-kaskāžu režīms** – decay-cascade regime

1. MOTIVĀCIJA UN PLAŠĀKS PĀRSKATS

Šī ievadnodaļa sniedz nepieciešamo kontekstu, lai motivētu un saprastu šajā darbā aprakstīto zinātnisko pētījumu. Fizikālā sistēma, kas būs šīs disertācijas uzmanības centrā, būs maināmas barjeras kvantu punkts. Tādējādi apakšnodaļā 1.1 to pētniecība vispirms tiks parādīta plašākā fizikas zinātnes kontekstā. Pēc tam apakšnodaļā 1.2 maināmas barjeras kvantu punkti tiks pienācīgi definēti un aprakstīti sīkāk. Apakšnodaļā 1.3 tiks apskatīti divi to pielietojumi, kas pēc tam tiks izmantots apakšnodaļā 1.4, lai vispārīgi motivētu un aprakstītu šajā darbā prezentēto oriģinālo pētījumu.

1.1. Ievads

Pētījumi, kas aprakstīti šajā doktora darbā, ietilpst plašākā zinātnes nozarē, ko sauc par nanozinātni un nanotehnoloģijām. Šādas nozares rašanos jau 1959. gadā paredzēja leģendārais fiziķis R. P. Feinmans (R. P. Feynman) savā vizionārajā runā “There’s Plenty of Room at the Bottom” [1]. Tajā viņš apspriež iespēju sintezēt jaunas molekulas, pārvietojot atsevišķus atomus, iedvesmojas no bioloģijas, lai iztēlotos “miniaturas mašīnītes”, paredz datoru un informācijas uzglabāšanas miniaturizāciju un daudz ko citu. Lai gan nopietnāki pētījumi nanozinātnē sākās vēlāk, kopš tā laika šī nozare ir bijusi ļoti veiksmīga un aptver plašu pētījumu loku. Daži no pašreizējiem pētījumu virzieniem ir: nanomateriāli, molekulārās mašīnas, nanomēroga sensori un ierīces, fotoniskās struktūras, kvantu informācija, nanobiotehnoloģijas un vēl daudzi citi. Pētījumi, kas aprakstīti šajā darbā, lielākoties būtu klasificējami kā nanomēroga elektronisko ierīču pētniecība.

Vispārīgi **kvantu punkts (KP)** ir neliels nanometru mēroga cietvielu sistēmas reģions, kurš ir spējīgs satvert elektronus un kuros elektroniem ir diskreti enerģijas līmeņi līdzīgi kā atomos. Ir iespējamās dažādas sistēmas ar šādām īpašībām, un viens ievērojams cietvielu piemērs ir nanodaļiņu KP, par kuru pētniecību 2023. gadā tika piešķirta Nobela prēmija ķīmijā [2]. Savukārt šajā darbā apskatītajiem KP – maināmas barjeras kvantu punktiem [3] –, atšķirībā no statistiskiem, laikā nemainīgiem cietvielu reģioniem, fizikālās īpašības var tikt mainītas laikā saskaņā ar eksperimentatora izvēli.

1.2. Maināmas barjeras kvantu punkti

Šajā apakšnodaļā mēs ieviesīsim fizikālo sistēmu, kas ir šī doktora darba uzmanības centrā – maināmas barjeras kvantu punktu. Mēs aprakstīsim dažādos fizikālos mehānismus, kā elektroni tajā tiek satverti, definēsīm tā galvenos raksturlielumus un īsi pieskarsīsimies daudzdaļiņu aspektam tajā. Plašāki pārskati pieejami atsaucēs [3, 4].

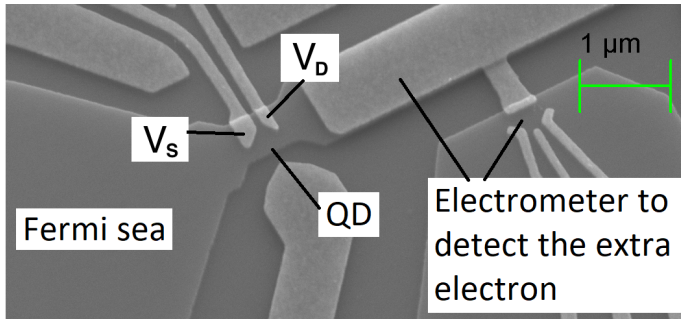
Maināmas barjeras kvantu punkti ir mākslīgi veidotas pusvadītāju ierīces, kuras var izmantot precīzai atsevišķu elektronu manipulēšanai. Attēlā 1.1a redzams piemērs gallija arsenīdā (GaAs). Lai šādu ierīci izveidotu, vispirms tiek izmantota slāņveida struktūra, kas sastāv no diviem dažādiem materiāliem. Tā rezultātā materiālu robežvirsmas apkārtne vadītspējas zonas enerģijas, visur citur virs Fermi enerģijas ϵ_F , paslīd nedzaudz zem Fermi enerģijas ϵ_F . Šī iemesla dēļ divdimensionālās robežvirsmas apkārtne parādās mobili elektroni, kuri kolektīvi izveido tā saucamo **divdimensiju elektronu gāzi (2DEG)** [5]. Tālāka satveršana – no divām dimensijām uz vienu – var tikt panākta, modificējot elektronus nesošā robežslāņa formu ķīmiskā procesā, ko sauc par kodināšanu (angl. “etching”) [6]. Visbeidzot **maināmu īpašību** (angl. “tuneable”) KP tiek izveidots kā elektrostatiskās potenciālās enerģijas bedre, izmantojot tā saucamos **aizvarus (angl. “gates”)** – metāliskus elektrodus, kuriem eksperimenta gaitā iespējams mainīt pieliktos spriegumus. Attēlā 1.1a redzami vismaz divi šādi aizvaru elektrodi, abi apzīmēti ar atbilstošajiem spriegumiem – **izteces aizvara spriegumu V_S** un **noteces aizvara spriegumu V_D** , kas attiecīgi izolē KP no izteces (angl. “source”) un noteces (angl. “drain”) elektronu rezervuāriem.

Izveidojuši kvantu punktu, mēs varam aplūkot tuvāk tā galvenās īpašības, kas ilustrētas attēlā 1.1b. KP galvenā iezīme ir tajā satvertam elektronam pieejamo kvantu stāvokļu diskrētums. Katru no šiem stāvokļiem raksturo: 1) diskrēta enerģija ϵ_n un 2) tunelēšanas ātrumu pāris $\Gamma_{n,S}$ un $\Gamma_{n,D}$, kas nosaka iespēju izkļūt no KP, tunelējot caur izteces vai noteces barjeru. Lai modelētu šo lielumu atkarību no aizvaru spriegumiem, var pieņemt divas vienkāršas sakarības: lineāru [7] enerģijām ϵ_n un eksponenciālu [8] tunelēšanas ātrumiem Γ_n . Piemēram,

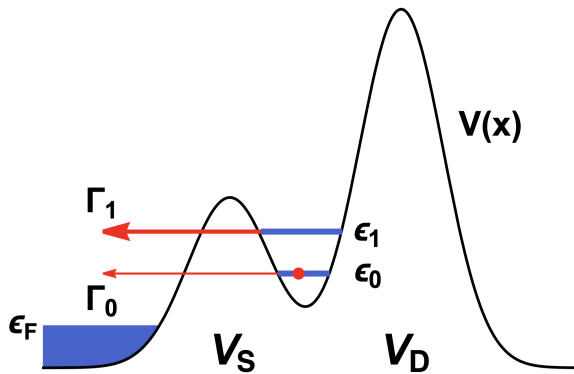
$$\Delta\epsilon_n = -\alpha_S^{(\epsilon)} \Delta V_S - \alpha_D^{(\epsilon)} \Delta V_D, \quad \alpha_i^{(\epsilon)} > 0 \quad (1.1a)$$

$$\Gamma_{n,S} = \Gamma_{n,S}(0,0) e^{-\alpha_S^{(\Gamma)} V_S - \alpha_D^{(\Gamma)} V_D} \quad \alpha_S^{(\Gamma)} < 0, \alpha_D^{(\Gamma)} > 0 \quad (1.1b)$$

Pieminot daudzdaļiņu aspektu, vispārīgajā gadījumā KP ir iespējams dažāds satverto elektronu skaits. Termiskajā līdzsvarā to lielā mērā nosaka visas sistēmas Fermi enerģija ϵ_F un temperatūra T . Ja KP satverto elektronu savstarpējās Kulona mijiedarbības enerģija ir niecīga, tad visiem KP diskrētajiem vienas daļiņas stāvokļiem aizņemtības



(a) Eksperimentāls maināmas barjeras kvantu punkts



(b) Maināmas barjeras kvantu punkta viendimensionāls modelis

Attēls 1.1: (a) Eksperimentāls gallija arsenīda – alumīnija gallija arsenīda (GaAs/AlGaAs) maināmu barjeru kvantu punkts (KP). Mobilie elektroni, kuri tiek manipulēti, veido divdimensiju slāni pie GaAs/AlGaAs robežvirsmas. Konkrētajā ierīcē šī robežvirsmā atrodas iekrāsotajā reģionā, kura apakšējā kreisā daļa ir apzīmēta kā “Fermi jūra” (Fermi jūra), kas turpinās uz augšu un pa labi, kur tas apzīmēts kā “QD” (kvantu punkts, KP), un vēl tālāk uz augšu un pa labi, kur to pārklāj elektrometra (electrometer) daļa. Izmantojot eksperimentāli maināmus spriegumus V_S un V_D , kas pielikti metāliskiem aizvaru elektrodiem (iezīmēti gaiši pelēkā krāsā), priekš mobilajiem elektroniem var izveidot KP elektrostatiskās potenciālās enerģijas bedres veidā. (b) Maināmas barjeras KP, kas modelēts, izmantojot viendimensionālu potenciālo enerģiju $V(x)$. Divi aizvaru spriegumi V_S un V_D katrs veido atbilstošu potenciāla barjeru potenciālā $V(x)$, un potenciāla bedre starp barjerām atbilst kvantu punktam. Bedrē satvertam elektronam ir pieejami vairāki diskreti stāvokļi, kur katru no tiem raksturo enerģija ϵ_n un tunelēšanas ātrums Γ_n uz izteces kontaktu (angl. “lead”). Izteces kontaktā ir elektronu Fermi jūra ar Fermi enerģiju ϵ_F .

varbūtību noteiks Fermi funkcija $f(\epsilon_n) = (1 + e^{(\epsilon_n - \epsilon_F)/k_B T})^{-1}$. Pretējā – spēcīgas Kulona mijiedarbības – gadījumā satverto elektronu skaits termiskajā līdzsvarā var būt ļoti ļoti definēts, kā arī stāvokļu ar dažādu satverto elektronu skaitu sabrukšanas ātrumi Γ var būt ar atšķirīgiem tipiskajiem mērogiem.

1.3. Maināmas barjeras kvantu punktu pielietojumi

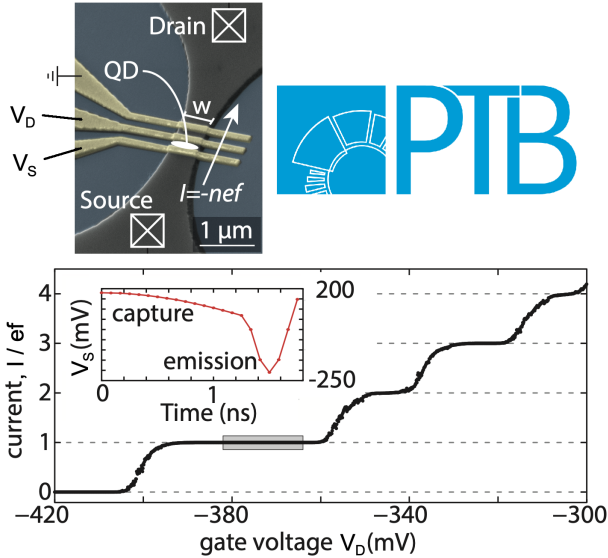
Šajā apakšnodaļā mēs apskatīsim divus maināmas barjeras kvantu punktu pielietojumus: tālāk attīstītais pielietojums ir to izmantošana metroloģijā par vienelektronu sūkņiem, lai ģenerētu ļoti precīzas references strāvas mērogos $\lesssim 10^{-10}$ A, savukārt jaunāks pielietojums ir to izmantošana par pēc pieprasījuma (angl. “on-demand”) atsevišķu elektronu avotiem jaunā cietvielu fizikas apakšjomā, ko apzīmē kā elektronu kvantu optiku. Maināmas barjeras KP var izmantot arī kvantu skaitļošanai ar spina kubitiem [9, 10, 11], tomēr šo pielietojumu mēs sīkāk neaplūkosim.

Atsevišķu elektronu sūknēšanas galvenā ideja ir savienot maināmas barjeras KPu ar diviem elektronu rezervuāriem un darbināt to periodiski ar frekvenci f tā, lai viena perioda laikā vienā fāzē KP no izteces rezervuāra satver n elektronus, bet vēlāk šie paši n elektroni tiek izvadīti noteces rezervuārā. Ja šādi manipulēto elektronu skaitu n var uzturēt stabili, tad strāva ar ļoti precīzi zināmu vērtību

$$I = nef \tag{1.2}$$

plūst caur KPu starp izteces un noteces kontaktiem. Kā process, kas var ģenerēt ļoti precīzas strāvas, šis ir ļoti vērtīgi zinātnes un tehnoloģiju jomā metroloģijā, kuras uzdevums ir nodrošināt, lai visi mērījumi globālā mērogā – no tiem, kas ir pašā zinātnes priekšgalā, līdz pat ļoti ikdienišķiem – ir savstarpēji nepretrunīgi un pēc iespējas precīzi.

Pašreiz visveiksmīgākais maināmas barjeras KPu darbināšanas mehānisms augstas precizitātes strāvu ģenerēšanai tiek dēvēts par vienparametra neadiabātisko sūknēšanu [13, 14, 15]. Tajā spriegumu starpība starp izteces un noteces kontaktiem ir nulle, un laikā tiek modulēts vienīgi izteces aizvara spriegums V_S , bet noteces aizvara spriegums V_D tiek uzturēts nemainīgs. Papildus faktori, kas uzlabo ģenerētās strāvas precizitāti, īpaši GaAs ierīcēm, ir magnētiskā lauka [16, 17, 18] un speciāli izvēlētu sprieguma impulsu $V_S(t)$ (sarkanā līkne attēla 1.2 mazajā grafikā) izmantošana [19]. Ar šo pieeju ir veikti vairāki eksperimentāli strāvas $I = ef$ demonstrējumi [4, 12, 19, 20, 21] ar metroloģiski nozīmīgām relatīvajām nenoteiktībām $10^{-7} - 10^{-6}$. Attēlā 1.2 parādīti viena konkrēta eksperimentālā darba [12] rezultāti – galvenajā grafikā redzama izmērītā strāva I atkarībā no noteces aizvara sprieguma V_D . Pie kvantētajām vienādojuma 1.2 vērtībām nef ir novērojami izteikti strāvas plato, kas uzskatāms par



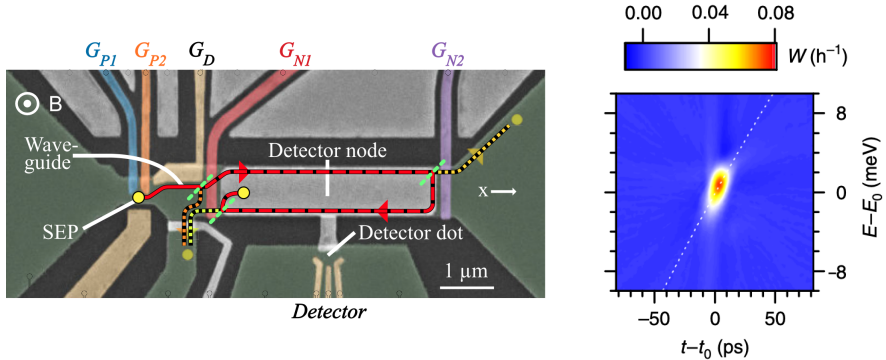
Attēls 1.2: Pielāgots no [12]. Demonstrācija sūkņa strāvai $I = ef$ ar relatīvo nenoteiktību $2 \cdot 10^{-7}$. Augšējais attēls: SEM mikrofotogrāfija ar elektronu sūkni. Elektroni plūst caur melni iekrāsoto apgabalu. KP atrodas starp diviem aizvaru elektrodiem, kas atzīmēti ar to atbilstošajiem aizvaru spriegumiem V_S un V_D . Galvenais grafiks: elektronu sūkņa ģenerētā strāva kā funkcija no laikā nemainīgā noteces aizvara sprieguma V_D . Redzami izteikti strāvas plato pie kvantētajām vērtībām $I = nef$.

spēcīgu pierādījumu tam, ka patiešām stabils elektronu skaits n tiek transportēts caur KPu vienā ciklā.

Protams, pastāv iespējas, kā uzlabot elektronu sūkņu tehnoloģiju. Piemēram, lai ar lielāku precizitāti būtu zināma eksperimentāli ģenerētās strāvas vērtība, ir veikti eksperimenti [22, 23], kuros tiešā veidā detektētas konkrētu sūkņa ciklu elektronu transporta kļūdas $n \pm 1$, $n \pm 2 \dots$ un izmērīts šo kļūdu sadalījums. Pagaidām gan šis vēl ir iespējams tikai pie zemām frekvencēm f un strāvām I . Vēl viens virziens, kurā iespējami uzlabojumi, būtu palielināt maksimālo augstas precizitātes ģenerēto strāvu, lai vienelektrona sūkņu realizētā Ampēra definīcija būtu plašāk pielietojama. Viens veids, kā šo panākt, būtu vienkārši palielināt sūkņa frekvenci f vienādojumā $I = nef$. Tomēr ir zināms [24], ka pie frekvencēm $f \lesssim 1\text{GHz}$, kas atbilst $I \lesssim 100\text{pA}$, strāvas plato $I(V_D)$ degradējas, un kvantētās strāvas relatīvā nenoteiktība palielinās. Šī novērojuma kon-

tekstā nozīmīgiem vajadzētu būt šī promocijas darba rezultātiem, jo šī darba galvenā motivācija ir šādu ierīču ātrdarbības robežas izpēte.

Pagaidām vēl salīdzinoši jauns maināmas barjeras KPu pielietojums ir to izmantošana par pēc pieprasījuma atsevišķu elektronu avotiem elektronu kvantu optikas eksperimentos. Šajā gadījumā pēc būtības tiek izmantots tas pats vienelektrona sūknis, tas tiek darbināts tāpat kā iepriekš, taču šoreiz tiek sekots līdz nanoelektroniskajā ķēdē emitētajam elektronam, lai redzētu, kas ar to notiek un kā to iespējams tālāk izmantot vai manipulēt. Tā kā ķēdē emitētie elektroni tālāk pārvietojas kā viļņi, eksperimenti ar tiem lielā mērā līdzinās kvantu optikai, kādēļ arī šie eksperimenti tiek saukti par elektronu kvantu optiku. Tomēr pastāvošo atšķirību dēļ starp elektroniem un fotoniem – dažādās apmaiņas statistikas un Kulona mijiedarbības klātbūtne / neesamība – versija ar elektroniem būtu kā eksotisks kvantu optikas režīms.



(a) Elektronu kvantu optikas eksperiments

(b) Noteiktais $W(t, E)$

Attēls 1.3: (a) Pielāgots no [25]. GaAs/AlGaAs čips, kas paredzēts elektronu kvantu optikas eksperimentiem. Atsevišķu elektronu avots apzīmēts ar dzelteni punktu visvairāk pa kreisi. Elektroniskie viļņvadi attēloti kā nepārtrauktas vai pārtrauktas sarkanās līnijas, kā arī kā punktētas līnijas. Staru dalītāji parādīti kā zaļās pārtrauktās diagonālās līnijas. Atsevišķu elektronu detektors izmanto detektora kvantu punktu, lai mērītu elektriskā lādiņa izmaiņas detektora mezglā (“detector node”). (b) Pielāgots no [26]. Tomogrāfiski rekonstruēts elektrona kvantu stāvoklis, kas piegādāts no maināmas barjeras KP atsevišķu elektronu avota. Kvantu stāvoklis attēlots ar atbilstošu Vignera kvazivairbūtību sadalījumu $W(t, E)$ laika-enerģijas plaknē.

Attēlā 1.3a, kas pielāgots no [25], parādīts pusvadītāju čips, kas

satur elektroniskos analogus visiem nepieciešamajiem kvantu optikas elementiem: 1) vienelektrona avotu kā vienelektrona sūkni, 2) viļņvadus, kas īstenoti kā kvantu Holla malas kanāli, priekš kam ir nepieciešams pietiekami spēcīgs magnētiskais lauks, 3) staru dalītājus, kas tiek realizēti kā daļēji caurlaidīgas potenciāla barjeras ar maināmām īpašībām, 4) vienelektrona detektorus, kas mēra satvertā elektriskā lādiņa izmaiņas konkrētos reģionos. Lai daudz maz būtu iespējams prognozēt iespējamus efektus eksperimentos ar šādām sistēmām, ir ļoti vērtīgi zināt, kādu kvantu stāvokli eksperimentam sākotnēji piegādā KP. Šim nolūkam ir izstrādāts pilns tomogrāfiskais protokols [27], un attēlā 1.3b, kas aizgūts no [26], kā Vīgnera kvazivārbūtību sadalījums $W(t, E)$ laika-enerģijas asīs parādīts viens šāds eksperimentam piegādāts stāvoklis. Lai gan šajā promocijas darbā tas netiks veikts, šī darba ieviestais matemātiskais modelis varētu tikt izmantots sadalījumu $W(t, E)$ modeļēšanai straujas elektronu emisijas režīmā.

1.4. Promocijas darba motivācija, tvertais redzesloks, izvirzītās tēzes un struktūra

Šī promocijas darba galvenā problemātika – viendimensionālā kubiskā potenciāla izpēte, lai aprakstītu maināmas barjeras kvantu punktus – ir motivēta maināmas barjeras kvantu punktu ierīču ātrdarbības robežā. Ātras darbības režīms var būt praktiski nozīmīgs abiem iepriekš aplūkotojumiem KPu pielietojumiem – gan vienelektrona sūknim, gan pēc pieprasījuma atsevišķu elektronu avotam. Vienelektrona sūknim ātras darbības režīms atbilst augstai sūknēšanas frekvencei f un, attiecīgi, lielai paredzētajai ģenerētajai strāvai $I = nef$. Tomēr šobrīd, palielinot sūknēšanas frekvenci virs $f \sim 1$ GHz, ģenerētās strāvas $I = ef$ precizitāte degradējas [24], un izprast, kāpēc tā notiek un vai no tā iespējams izvairīties, būtu lietderīgi metroloģiskajam vienelektrona sūkņu pielietojumam palielinātā ~ 1 nA strāvas līmenī. Savukārt pēc pieprasījuma atsevišķu elektronu avota pielietojumā ātras darbības režīms nozīmē strauju elektrona emisiju un nelielu elektrona viļņa laika platumu elektronu kvantu optikas ierīcē. Šāds mazs laika platumu potenciāli nozīmētu augstu laika izšķirtspēju elektronu kvantu optikas interferometrā, kas tiktu izmantots kā mērierīce, savukārt, kvantu skaitļošanas pielietojumos šis varētu ļaut veikt ātru informācijas apstrādi.

KPu ierīču ātras darbības režīms lielā mērā sakrīt ar seklu KPu režīmu, kurā elektroni ir satverti tikai vāji, jo, lai nepieciešamie tunelēšanas procesi notiktu pietiekami ātri, atbilstošajiem tunelēšanas ātrumiem ir jābūt pietiekami lieliem. Piemēram, šie tunelēšanas procesi varētu būt pēc pieprasījuma atsevišķa elektrona emisija no elektronu avota vai vienelektrona sūkņa elektronu satveršanas fāzes gadījumā papildus otra elektrona

emisija atpakaļ uz izteci, lai nodrošinātu vēlamo tikai viena elektrona transportu, $n = 1$.

Šajā promocijas darbā mūsu mērķis ir izpētīt seklas satveršanas režīmu, izmantojot vienkāršu teorētisku modeli. Vienkāršības labad mēs izvēlamies viendimensionālu modeli un, lai aprakstītu pašas būtiskākās satvertā elektrona īpašības, kā potenciālo enerģiju izvēlamies kubisku polinomu. Tā kā kubiskam polinomam lokāli vajadzētu būt adekvātam tuvinājumam daudziem no laika atkarīgiem viendimensionāliem potenciāliem, kuros notiek pāreja starp lokālā minimuma neesamību un esamību, tad mēs ceram ar šādu modeli aprakstīt universālas īpašības vāji satvertiem elektroniem plašā reālu eksperimentālu sistēmu diapazonā, ja vien tās darbojas pietiekami sekļā vai ātrā režīmā. Kubiskā potenciāla pieņēmums tiks izmantots, lai aprakstītu vienu satvertu elektronu, kam pieejams tikai viens vai daži stāvokļi, un modelētu vienelektrona sūkņa cikla satveršanas fāzi dažādos fizikālos apstākļos. Visos aplūkotoajos scenārijos mēs salīdzināsim modeļa paredzētās satveršanas varbūtības ar eksperimentālajiem datiem, lai vai nu apstiprinātu modeļa eksperimentālu realizāciju, vai raksturotu eksperimentālos KP, izmantojot modeļa fizikālos lielumus. Balstoties uz šī darba secinājumiem, var izvirzīt šādas aizstāvamās tēzes:

Aizstāvamās tēzes:

1. Viendimensionālais kubiskais potenciāls ir nozīmīgs modelis elektronu satveršanai seklos kvantu punktus.
2. Visi reālas sistēmas kubiskā modeļa parametri var tikt noteikti no lādiņa satveršanas eksperimentiem.
3. Viens un tas pats laika un enerģijas mērogs nosaka fizikālos ierobežojumus atsevišķa elektrona satveršanas ātrumam un precizitātei maināmas barjeras kvantu punktus.

Tagad īsumā pārskatīsim katras atsevišķās nodaļas saturu: nodaļā **2** mēs ieviesīsim viendimensionālo kubisko potenciālu un to raksturojošos fizikālos lielumus. Mēs identificēsim teorētisku frekvenču mērogu, kuru iespējams interpretēt kā ierīces ātrumu. Nodaļā **3** mēs modelēsim elektrona satveršanas pamatscenāriju, kurā elektrona stāvoklis kvantu punktā vienāds ar un adiabatiski seko lokālajam pamatstāvoklim. Šeit mēs ieviesīsim datu analīzes tehniku, kuru izmantosim visa turpmākā darba gaitā, lai dažādas elektronu satveršanas varbūtības, kas iegūtas pie dažādiem KP aizvēršanas ātrumiem, apvienotu vienā meistarlīknē.

Nodaļā 4 mēs modelēsim temperatūras efektus kubiskajā potenciālā, izmantojot pārejas stāvokļu teoriju (angl. “transition state theory”). Ar šī palīdzību būs iespējams novērtēt augstākminēto reālu ierīču ātrumu, kā arī raksturot ierīces ar jebkuru citu kubiskā modeļa lielumu. Nodaļā 5 mēs parādīsim, kā viendimensionālais kubiskais modelis var tikt izmantots arī pie nenulles magnētiskā lauka, ja vien magnētiskā vai šķērsvirziena elektrostatiskā elektrona satveršana ir stiprāka par elektrostatisko garenvirziena kubisko satveršanu. Visbeidzot, mēs noslēgsim šo darbu nodaļā 6, kurā izklāstīsim galvenos secinājumus.

2. KUBISKĀ POTENCIĀLA MODELIS

Šajā nodaļā tiks ieviests kubiskā potenciāla modelis – matemātiskais pamats seklu kvantu punktu modelēšanai, uz kura balstīsies viss turpmākais šīs disertācijas darbs. Modelis tiks motivēts apakšnodaļā 2.1, kur papildus tiks ieviesti arī galvenie tā lielumi. Apakšnodaļā 2.2 tiks aplūkota potenciāla laika atkarība, kas tiks izmantota elektronu satveršanas eksperimentu aprakstam. Šeit mēs identificēsim frekvenču mērogu, kas, mūsaprāt, būs svarīgs nākotnē, lai palielinātu kvantu punktus balstītu ierīču ātrdarbību. Visbeidzot, apakšnodaļā 2.3 tiks parādīta kubiskā modeļa saistība ar Džozefsona pārejām, kas vēlāk tiks izmantota nodaļā 4.

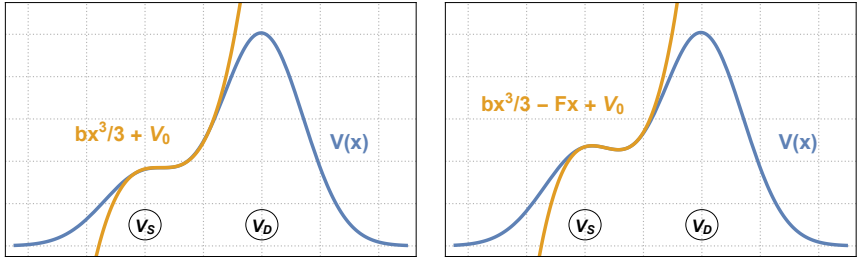
2.1. Motivācija un galvenie lielumi un mērogi

Viendimensionālie kubiskie polinomi kā potenciālā enerģija satvertai daļiņai var tikt pamatoti kā visvienkāršākais iespējamais metastabilitātes modelis, jo šie ir zemākās iespējamās kārtas polinomi, kuros ir iespējama galīga potenciāla bedre blakus atvērtam bezgalīgam reģionam. Mēs sagaidām, ka šāds modelis varētu būt fizikāli nozīmīgs scenārijos, kad sistēmu, kas pāriet starp diviem režīmiem – bez vai ar iespēju satvert elektronus –, var aprakstīt ar viendimensionālu laikā mainīgu potenciālo enerģiju $V(t, x)$. Tad, kā ilustrēts attēlā 2.1 ar diviem iespējamām secīgiem $V(t, x)$ momentuzņēmumiem, potenciāla tuvinājumam kā kubiskam polinomam vajadzētu būt piemērojamam. Šī tuvinājuma vispārīguma dēļ (lielākais pieņēmums – viendimensionalitāte, plašāku šī jautājuma analīzi skatīt šai sadaļai atbilstošajā galvenā darba sadaļā) mēs ceram ar to aprakstīt universālu uzvedību plašā reālu eksperimentālu sistēmu klāstā.

Saistībā ar kubiskā potenciāla parametrizāciju mēs uzskatīsim par fizikāli nozīmīgiem tikai divus tā parametrus, jo, izvēloties pareizus koordinātu un enerģijas atskaites līmeņus, no kvadrātiskā un konstantā polinoma locekļiem var atbrīvoties. Atlikušais trešās pakāpes loceklis satvertajai daļiņai noteiks nozīmīgu frekvenču mērogu, bet pirmās pakāpes loceklis būs būtisks potenciāla pārslēgšanai no nesatveroša uz satverošu. Tādējādi potenciālās enerģijas forma, kuru turpmāk izmantosim visā šajā disertācijā, būs

$$V(x) := bx^3/3 - Fx + V_b/2 \quad (2.1)$$

kur konstantais loceklis $V_b/2$ nodrošina, ka enerģijas atskaites līmenis, $V = 0$, atrodas potenciāla lokālajā minimumā $x = x_0$. Divi neatkarīgie fizikālie mērogi, barjeras augstums $V_b = (4/3)\sqrt{F^3/b}$ un potenciāla bedres telpiskais mērogs $x_0 = \sqrt{F/b}$, redzami attēlā 2.2a.



(a) Kvantu punkta rašanās

(b) Sekls kvantu punkts

Attēls 2.1: Kubiskā modeļa pamatideja. (a) $V(x)$ – viendimensionāls elektrostatisks potenciāls uz robežas, lai saturētu KPu – potenciāla bedri. Reģionā, kur KP tūlīt veidosies, potenciālu labi aproksimē kubiskā funkcija $V(x) \approx bx^3/3 + V_0$. (b) $V(x)$ – viendimensionāls elektrostatisks potenciāls ar iezveidojušos KPu. Kamēr potenciāla bedre nav pārāk dziļa, to joprojām var aprakstīt ar kubisku funkciju, $V(x) \approx bx^3/3 - Fx + V_0$.

Potenciālam $V(x)$ pieskaitot kinētisko enerģiju, iegūstam mūsu modeļa Hamiltoniānu

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + bx^3/3 - Fx + V_b/2 \quad (2.2)$$

Šis definē mazo svārstību frekvenci $\omega_0 = (2/m)^{1/2} (bF)^{1/4}$ ap lokālo minimumu x_0 kopā ar atbilstošo harmoniskā oscilatora enerģijas mērogu $\hbar\omega_0$, kas abi parādīti attēlā 2.2a. Aprēķinot attiecību starp barjeras augstumu V_b un harmonisko līmeņu starpību $\hbar\omega_0$

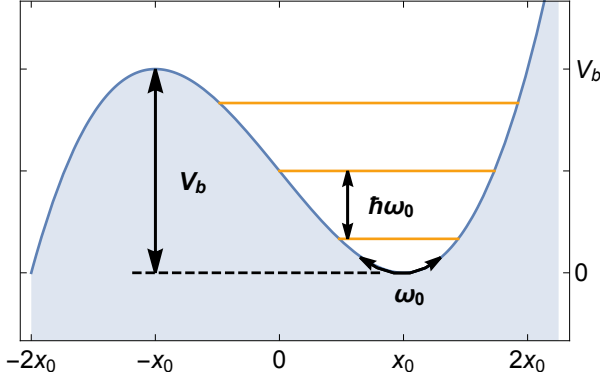
$$u := \frac{V_b}{\hbar\omega_0} = \frac{2\sqrt{2m}}{3\hbar} \frac{F^{5/4}}{b^{3/4}} \quad (2.3)$$

iegūstam bezdimensionālu kubiskā kvantu punkta dziļumu u , kas, kā ilustrēts attēlā 2.2b, vienlaikus ir arī aptuvenš KPā elektronam pieejamais diskreto satverto kvantu stāvokļu skaits. Šis bezdimensionālais lielums tiks plaši izmantots turpmāk, lai raksturotu, cik stipri daļiņa satverta kubiskajā potenciāla bedrē.

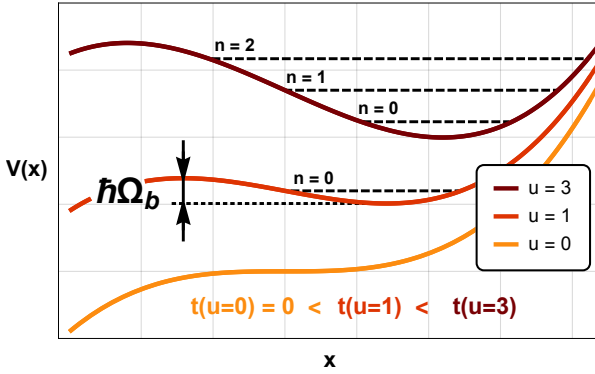
Hamiltoniāna \mathcal{H} harmoniskais oscilators potenciāla minimumā kļūst redzamāks, pārrakstot \mathcal{H} izmantojot koordināti $x := (x - x_0)\sqrt{m\omega_0/\hbar}$:

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_0 \left(-\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3\sqrt{6}u} \right) \quad (2.4)$$

Kā redzams, palielinot dziļumu u , anarmoniskais loceklis $\propto x^3$ samazinās, tādējādi u var arī tikt uzskatīts par šīs problēmas harmoniskuma parametru.



(a) Raksturīgie mērogi



(b) Modeļa dinamika

Attēls 2.2: (a) Kubiskais potenciāls $V(x)$, vien. (2.1), tā metastabilie diskretie stāvokļi harmoniskajā aproksimācijā un atbilstošie fizikālie mērogi: V_b – barjeras augstums, x_0 – potenciāla minimuma koordināte, kas vienlaikus ir arī puse no attāluma starp lokālo minimumu un maksimumu, ω_0 – mazu svārstību leņķiskā frekvence ap lokālo minimumu, $\hbar\omega_0$ – līmeņu starpība starp satvertajiem metastabilajiem enerģijas līmeņiem harmoniskajā tuvinājumā. (b) Kubiskā potenciāla $V(t, x)$ laika atkarība, modelējot (vien. (2.5)) elektrona satveršanas eksperimentu. Kubiskais KP parādās laikā $t = 0$ un pēc tam pakāpeniski kļūst dziļāks, kā rezultātā pieejamais satverto stāvokļu skaits palielinās, $u(t) = (t/t_c)^{5/4}$. Tā kā parametrs b laikā nemainās, tad procesu raksturo enerģijas mērogs $\hbar\Omega_b = \hbar(6\hbar b^2/m^3)^{1/5}$ un atbilstošais elektrona mikroskopiskās dinamikas laika mērogs Ω_b^{-1} .

2.2. Laika atkarība

Lai vēlāk aprakstītu elektronu satveršanas eksperimentus, nepieciešams ieviest laika atkarību $\mathcal{H}(t)$ izvēlētajā modeļa Hamiltoniānā, vien. (2.2). Lai aprakstītu pašus galvenos efektus pārejai starp situācijām ar neeksistējošu / eksistējošu KPu un saglabātu modeli pēc iespējas vienkāršāku, mēs atstājam trešās pakāpes koeficientu b laikā nemainīgu un apskatām lineāru atkarību lineārajam koeficientam, $F(t) = \dot{F}t$. Tādējādi,

$$\mathcal{H}(t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + bx^3/3 - \dot{F}tx + V_b(t)/2, \quad \dot{F} > 0 \quad (2.5)$$

Lai kvalitatīvi analizētu atbilstošo dinamiku, mēs izvēlamies šīs no laika atkarīgās problēmas 3 fizikālos mērogus. Priekš enerģijas mēs izvēlamies barjeras augstumu V_b un līmeņu starpību $\hbar\omega_0$ pie $u = 1$, kad abas šīs enerģijas ir vienādas. Mēs pierakstām šo enerģijas mērogu kā $\hbar\Omega_b := \hbar\omega_0 = V_b$, kur

$$\Omega_b := \omega_0(u = 1) = \left(\frac{6\hbar b^2}{m^3}\right)^{1/5} \quad (2.6)$$

Līdz ar to mēs varam izvēlēties $\mathcal{H}(t)$ telpisko mērogu kā atbilstošo harmoniskā oscilatora satveršanas mērogu $\sqrt{\hbar/m\Omega_b}$. Visbeidzot, kā raksturīgo laika mērogu mēs izvēlamies $t_c := t|_{u=1} - t|_{u=0}$, laika intervālu starp $u = 0$ un $u = 1$. Izmantojot mainīgos $t_{DL} = t/t_c$ un $x_{DL} = x\sqrt{m\Omega_b/\hbar}$, mēs varam uzrakstīt atbilstošo bezdimensionālo Šrēdingera vienādojumu

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t_{DL}} = \frac{5}{4} \frac{\omega_0}{\dot{u}} \left(-\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx_{DL}^2} + \frac{x_{DL}^3}{3\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{3} t_{DL}}{2\sqrt{2}} x_{DL} + \frac{t_{DL}^{3/2}}{2} \right) \psi \quad (2.7)$$

kurš atkarīgs no viena vienīga parametera – bezdimensionāla KPa aizvēršanas ātruma

$$\frac{\dot{u}}{\omega_0} = \frac{5}{6} \frac{m \dot{F}}{\hbar b} \quad (2.8)$$

Kvalitatīvi, attiecība \dot{u}/ω_0 salīdzina divus mikroskopiskus ātrumus: 1) ātrumu \dot{u} , ar kuru kubiskajā potenciāla bedrē parādās jauni diskritie līmeņi, – cik ātri mainās potenciāls – un 2) mazo svārstību leņķisko frekvenci ω_0 – cik ātri mainās elektrona stāvoklis. Šīs disertācijas galvenā uzmanība tiks pievērsta režīmam $\dot{u}/\omega_0 \ll 1$, kur mēs sagaidām adiabatisku elektrona stāvokļa attīstību bez pārejām starp diskretajiem stāvokļiem n . Tādējādi elektrona izkļūšana no KPa notiks tikai tunelējot, pie tam ar arvien mazākiem tunelēšanas ātrumiem $\Gamma_n(t)$, un, kvalitatīvi, izkļūšanas varbūtību noteiks reizinājums starp $\Gamma_n(t)$ un laika mērogu $t_c \sim \dot{u}^{-1}$, kurā kubiskā barjera kļūst necaurspīdīga. Palielinātos ātrumos, $\dot{u}/\omega_0 \sim 1$, mēs sagaidām, ka neadiabatisko pāreju dēļ šāds vienkāršots procesu skaidrojums vairs nebūs spēkā.

Tādējādi kvalitatīvo elektrona likteni – tas izkļūst no / tiek satverts KPā – noteiks viens vienīgs bezdimensionāls ātrums \dot{u}/ω_0 . Turpretī fizikālais laika mērogs, kurā sistēma faktiski realizēs šo uzvedību, būs proporcionāls apgrieztajai frekvences vērtībai Ω_b^{-1} , jo

$$t_c := t|_{u=1} - t|_{u=0} = \frac{5}{4} \frac{\Omega_b^{-1}}{\dot{u}/\omega_0} \quad (2.9)$$

Šeit ātruma parametrs \dot{u}/ω_0 ņem vērā dažādos iespējamus ātrumus, ar kādiem var tikt aizvērts kvantu punkts, un eksperimentā šis būtu maināms. Turpretī kopējo t_c mērogu nosaka Ω_b^{-1} , kas nebūtu maināms un tādējādi būtu ierīces parametrs. Līdz ar to mēs redzam, ka eksperimentālajām ierīcēm frekvence Ω_b var tikt interpretēta kā ierīces ātrums – jo lielāks Ω_b , jo ātrāk ierīce realizēs to pašu kubiskā modeļa Šrēdingera vienādojumu (2.7) un vienu no tā atrisinājumiem. Piemēram, metrologiskajiem elektronu sūkņiem, kas aprakstīti 1.3 apakšnodaļā, tas nozīmētu, ka elektrona satveršanas process notiktu ātrāk, tomēr joprojām bez neadiabātiskajām ierosmēm, kamēr vien bezdimensionālais ātrums \dot{u}/ω_0 būtu gana mazs. Līdzīgā veidā vienelektrona avotiem (priekš kuriem $\dot{F} < 0$ vienādojumā (2.5)), kas aprakstīti 1.3 apakšnodaļā, lielāks Ω_b nozīmētu ātrāku elektrona emisiju no kvantu punkta.

2.3. Saistība ar Džozefsona pārejām

Tagad īsumā apskatīsim, kā viendimensionālais kubiskais modelis var būt nozīmīgs arī priekš Džozefsona pārejām no supravadītāju fizikas. Vispārīnātā koordināte, ko izmanto Džozefsona pāreju aprakstam, ir plūsma $\phi(t) := \int_{-\infty}^t V(t') dt'$, kur $V(t)$ ir sprieguma kritums pārejā. Atbilstošais kanoniski saistītais mainīgais ir lādiņš q , kas uzkrāts vienā no supravadošajiem reģioniem [28]. Tipisku Džozefsona pāreju raksturo 2 parametri — kapacitāte C , kas raksturo pāreju kā vienkāršu plāksņu kondensatoru, un kritiskā strāva I_0 , kas ir maksimālā supravadamības strāva, kas iespējama pārejā.

Savienojot Džozefsona pāreju ar citiem ķēdes elementiem, tās spēja vadīt supravadamības strāvu var izzust. Šādu kvalitatīvu izmaiņu tuvumā Džozefsona pāreju var aprakstīt ar Hamiltoniānu [29]

$$\mathcal{H}_{JJ} = -\frac{\hbar^2}{2C} \frac{d^2}{d\phi^2} - \left[\frac{I_0}{2} \left(\frac{2\pi}{\phi_0} \right)^2 \frac{(\delta\phi)^3}{3} - (I_0 - I) \delta\phi \right] \quad (2.10)$$

kur eksperimentāli maināmā noslieces (angl. "bias") strāva I raksturo ārējos ķēdes elementus, $\phi_0 := \pi\hbar/e$ un $\delta\phi := \phi - \phi_0/4$. Redzams, ka šis būtībā ir kubiskā potenciāla Hamiltoniāns, vien. (2.2), vienīgi uzrakstīts mainīgajam ϕ . Tādējādi mēs varam identificēt trīs parametru atbilstības starp vien. (2.2) un vien. (2.10):

$$m \rightarrow C \quad F \rightarrow I_0 - I \quad b \rightarrow \frac{I_0}{2} \left(\frac{2\pi}{\phi_0} \right)^2 \quad (2.11)$$

Šīs atbilstības var izmantot kā aizvietošanas likumus dažādās izteiksmēs, kas ir spēkā kubiskajā modelī, lai raksturotu Džozefsona pāreju atbilstošajā režīmā. Šādā veidā mēs aprēķināsim un izmantosim tālāk kubiskā modeļa lielumus ω_0 , V_b , u un Ω_b Džozefsona pārejām no eksperimentālajiem darbiem [30, 31].

3. ADIABĀTISKA TUNELĒŠANA NO PAMATSTĀVOKĻA

Šajā nodaļā tiks modelēts šī disertācijas darba apskatītais atsevišķa elektrona satveršanas pamatscenārijs. Tā ietvaros elektrons visu laiku adiabātiski paliek tam pieejamajā lokālajā zemākās enerģijas stāvoklī – pamatstāvoklī. Apakšnodaļā 3.1, izmantojot vienkāršu kinētiskā vienādojuma modeli, tiks iegūta mērogošanās sakarība elektrona satveršanas varbūtībai atkarībā no dažādiem KP aizvēršanas ātrumiem. Šī sakarība paredz vienas vienotas meistarlīknes parādīšanos elektrona satveršanas varbūtības datus ar dažādiem KP aizvēršanas ātrumiem. Šī prognoze tiks pārbaudīta divās datu kopās apakšnodaļā 3.2, kur tiks iegūtas divas šādas meistarlīknes. Lai precīzi paredzētu to formu, apakšnodaļā 3.3 tiks aprēķināti tunelēšanas ātrumi ārā no kubiskā potenciāla bedres. Ar to palīdzību apakšnodaļā 3.4 tiks salīdzinātas eksperimentālās un kubiskā modeļa meistarlīknes un tiks iegūta lieliska sakritība, kā rezultātā būs iespējams tālāk raksturot eksperimentālos KP ar bezdimensionāliem kubiskā modeļa lielumiem.

3.1. Kinētiskais vienādojums un mērogošanās sakarība

Šī darba matemātiskais pamats, lai modelētu elektrona satveršanas varbūtību KPā, būs vienkāršais kinētiskais vienādojums

$$\frac{dP}{dt} = -\Gamma(t) \left(P(t) - f(\epsilon_0(t)) \right), \quad \Gamma > 0 \quad (3.1)$$

kas balstās uz teorētiskajiem priekšstatiem par KPu, kas tika ieviesti apakšnodaļā 1.2 un att. 1.1b. Šeit $P(t)$ ir varbūtība, ka elektrons atrodas KPā, Γ ir tunelēšanas ātrums iekšā un ārā no KPā, un $f(\epsilon_0) = (1 + e^{(\epsilon_0 - \epsilon_F)/k_B T_S})^{-1}$ ir Fermi funkcija, kas atkarīga no izteces kontakta temperatūras T_S un Fermi enerģijas ϵ_F . Visbeidzot, ϵ_0 ir KPā pamatstāvokļa enerģija. Pēc būtības vienādojums (3.1) apraksta, kā elektrona atrašanās varbūtība KPā, $P(t)$, tiecas uz termisko līdzsvaru, $P(t) = f(\epsilon_0)$.

Izmantojot kinētisko vienādojumu (3.1), var iegūt svarīgu izteiksmi, ko daudz izmantosim turpmāk šajā darbā, elektrona satveršanas varbūtībai $\langle N \rangle$ elektrona satveršanas eksperimentos. Apskatīsim nulles temperatūras gadījumu, $T_S = 0$, un sākotnēji aizņemtu KPu, $P(t < t_0) = 1$, kas iesākumā iegremdēts Fermi jūrā, $\epsilon_0(t < t_0) < \epsilon_F$. Tad brīdī $t = t_0$ KP tiek pacelts virs Fermi jūras, $\epsilon_0(t > t_0) > \epsilon_F$, un elektrons tunelē ārā no KPā ar ātrumu $\Gamma(t)$. Saskaņā ar vienādojumu (3.1) elektrona beigu satveršanas varbūtība $\langle N \rangle$ KPā ir

$$\langle N \rangle := P(t \rightarrow \infty) = e^{-\int_{t_0}^{\infty} \Gamma(t) dt} \quad (3.2)$$

Fizikāli reālistiskākā situācijā, kad temperatūra nav nulle, $T_S \neq 0$, režīmu, kurā vienādojums (3.2) joprojām uzskatāms par labu tuvinājumu, sauc par sabrukšanas-kaskāžu režīmu (angl. “decay-cascade regime”) [32]. Arī citi fizikāli atšķirīgi režīmi ir iespējami [7, 33].

Apskatīsim eksperimentāla KPa manipulāciju laikā, pieliekot izteces un noteces aizvāriem no laika atkarīgus spriegumus $V_S(t)$ un $V_D(t)$, un pēc tam atkārtosim šo pašu eksperimentu, tikai s' reizes ātrāk, $V_S(t) \rightarrow V_S(s't)$ un $V_D(t) \rightarrow V_D(s't)$. Pieņemot, ka Γ un ϵ_0 seko aizvāru spriegumiem momentāni, $\Gamma = \Gamma(V_S, V_D)$ un $\epsilon_0 = \epsilon_0(V_S, V_D)$, tunelēšanas integrālis $\int_{t_0}^{\infty} \Gamma(t) dt$ vienādojumā (3.2) samazinās s' reizes, kā rezultātā satveršanas varbūtības pirmajā un otrajā scenārijā, attiecīgi $\langle N \rangle_{s'=1}$ un $\langle N \rangle_{s'}$, ir savstarpēji saistītas ar mērogošanās sakarību

$$\langle N \rangle_{s'} = \exp\left\{-\frac{1}{s'} \int_{t_0}^{\infty} \Gamma_{s'=1}(t) dt\right\} = \langle N \rangle_{s'=1}^{1/s'} \quad (3.3)$$

Vēlāk, izmantojot šo sakarību, mēs izstrādāsim datu analīzes metodi, kas ļaus tiešā veidā salīdzināt eksperimentālas elektronu satveršanas varbūtības, kas iegūtas, izmantojot divus dažādus KP aizvēršanas ātrumus s' , un apvienot vairākas šādu datu līknes vienā līknē – meistarlīknē.

Specifiski kubiskā potenciāla modelī, vienādojumu (3.3) var pārrakstīt, neizmantojot patvaļīgi izvēlētu atskaites procesu, kam būtu definēts $s' = 1$. Kubiskā potenciāla modelī

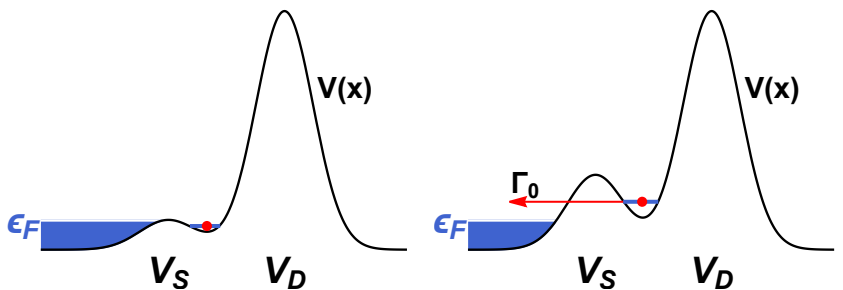
$$\langle N \rangle = \exp\left\{-\frac{\omega_0}{\dot{u}} \int_{u_0}^{\infty} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0}\right)\Big|_u du\right\} \quad (3.4)$$

Šeit $u_0 := u(t_0)$ ir kubiskā potenciāla dziļums atpakaļtunelēšanas sākumā, $t = t_0$, un s' lomu, lai raksturotu ātrāku vai lēnāku KP aizvēršanu, šajā gadījumā spēlē kubiskā potenciāla bezdimensionālais aizvēršanas ātrums \dot{u}/ω_0 .

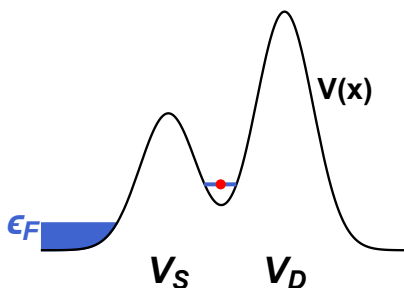
3.2. Mērogošanās sakarības eksperimentālā validācija

Šajā apakšnodaļā mēs demonstrēsim, kā mērogošanās sakarību (3.3) var izmantot elektrona satveršanas datiem, lai noteiktu dažādos eksperimentālos relatīvos KP aizvēršanas ātrumus s' tiešā KP tuvumā un apvienotu visus datu punktus ar dažādām s' vērtībām vienā līknē — meistarlīknē.

Kā eksperimentālie dati tiks analizētas divas datu kopas, redzamas att. 3.2, abas iegūtas no vienas un tās pašas ierīces, taču divās dažādās atdzesēšanas reizēs. Eksperimentālo darbību secība vienā atsevišķā elektrona satveršanas mēģinājumā ir ilustrēta att. 3.1. Attēlā 3.2a $V_S(t)$ mainās kā $\Delta V_S = -|\dot{V}_S|\Delta t$, bet attēlā 3.2b $V_S(t)$ ir viens atsevišķs sinusoidāls impulss, kuru raksturo frekvence f . Katrā atsevišķā datu kopā tiek mainīti divi eksperimentālie parametri: 1) nominālais KP aizvēršanas ātrums s ,



(a) Elektronu ielāde kvantu punktā (b) Tunelēšana ārā no kvantu punkta

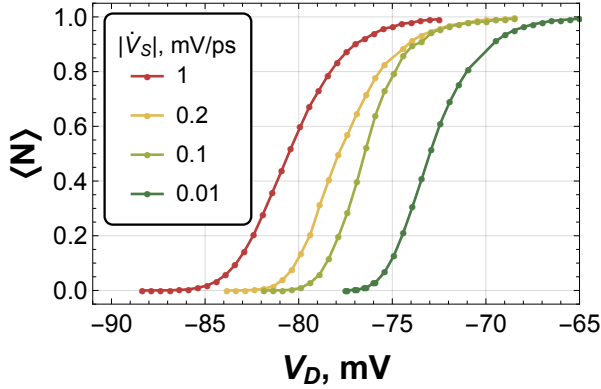


(c) Izolēts kvantu punkts. Elektronu klātbūtnes detektēšana

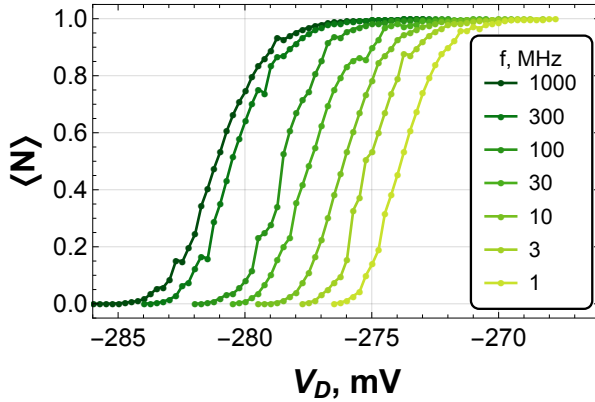
Attēls 3.1: Eksperimentālā protokola ilustrācija, 3 secīgi laika soļi. Vienīgi izteces aizvara spriegums V_S tiek mainīts laikā, noteces aizvara spriegums V_D tiek turēts nemainīgs. (a) Sākotnēji izteces barjera un KP tiek pazemināti pietiekami zemu, lai ielādētu elektronu KPā. (b) Tad izteces barjera sāk paaugstināties, un elektrons tunelē atpakaļ uz izteces neaizpildītajiem stāvokļiem ar tunelēšanas ātrumu Γ_0 . (c) Visbeidzot, kad izteces barjera ir pietiekami augsta un Γ_0 ir niecīgs, tiek veikts mērījums, lai noteiktu elektrona klātbūtni vai prombūtni KPā.

kas atbilst vai nu koeficientam $|\dot{V}_S|$ vai frekvencei f (dažādu krāsu līnijas att. 3.2), un 2) no laika neatkarīgais noteces spriegums V_D (horizontālās ass att. 3.2). Periodiski atkārtējot att. 3.1 ilustrētās darbības, tiek iegūta eksperimentāla satveršanas varbūtība $\langle N \rangle|_{V_D, i, s_j}$ parametru pārim $(V_{D, i}, s_j)$.

Eksperimenta kontekstā relatīvais KP aizvēršanas ātrums s' vienādojumā (3.3) būtu jāuztver kā lielums, kas raksturo tiešo KP apkārtni, nevis sprieguma impulsus $V_S(t)$ un $V_D(t)$, kas ieprogrammēti signāla ģeneratorā, jo pa vidu esošajos filtros un pārraides līnijās var rasties



(a) Barjeras celšanās laikā $V_S(t) = -|\dot{V}_S|t + V_S(0)$



(b) Barjeras celšanās laikā $V_S(t) \propto \sin(2\pi ft)$.

Attēls 3.2: Dati no elektronu satveršanas eksperimentiem, kā ilustrēts att. 3.1. (a) un (b) atšķiras ar $V_S(t)$ formu. Mērītais lielums $\langle N \rangle$ — elektrona satveršanas varbūtība. Eksperimentāli mainītie parametri — no laika neatkarīgais noteces aizvara spriegums V_D un KP aizvēršanas ātrums $|\dot{V}_S|$ attēlā (a) un f attēlā (b). Elektronu satveršana tiek pastiprināta, vai nu ātrāk aizverot KP vai arī pazeminot noteces barjeru (palielinot V_D), lai atpakaļtunelēšana sāktos pie augstākas izteces barjeras.

signāla izkropļojumi. Šī iemesla dēļ dažādu s_j atbilstošās s'_j vērtības var nebūt zināmas un tās jānosaka no datiem. Lai to izdarītu, var izmantot mērogošanās sakarību (3.3). Ievietojot tajā eksperimentālos datus $\langle N \rangle|_{V_D, i, s_j}$ un rakstot $\Gamma_{s'=1}(V_D, t)$, lai atzīmētu tunelēšanas ātrumu atkarību arī no V_D , var iegūt

$$\ln[-\ln\langle N \rangle_{V_D, s}] + \ln[s'(s)] = \ln\left[\int_{t_0}^{\infty} \Gamma_{s'=1}(V_D, t) dt\right] \quad (3.5)$$

Tādējādi, pabīdot katra eksperimentālā s_j atbilstošo varbūtības dubultlogaritmu $\ln[-\ln\langle N \rangle|_{V_D, i, s_j}]$ kā vienotu funkciju no V_D uz augšu par atbilstošu lielumu $\ln[s'(s_j)]$, dažādažām eksperimentālajām līknēm (katram s_j sava) vajadzētu pārklāties – vajadzētu būt novērojamam **datu kolapsam** –, jo vienādojuma (3.5) labajā pusē nav atkarības no aizvēršanas ātrumiem s vai s' . Šis ir izdarīts att. 3.3, izmantojot norādītās $s'(s_j)$ vērtības, un, kā redzams, dati patiešām izveido vienu vienotu līkni, kuru mēs saucam par **meistarlīkni** un pierakstām šādi:

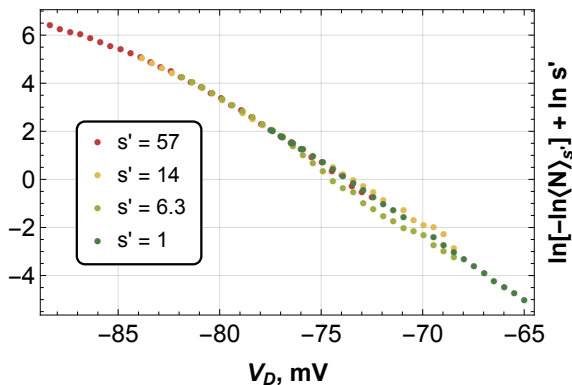
$$M(V_D) := \int_{t_0}^{\infty} \Gamma_{s'=1}(V_D, t) dt \quad (3.6)$$

Meistarlīknes skaitliskā vērtība M raksturo apstākļus elektrona satveršanas procesā, pieņemot fiksētu KP aizvēršanas ātrumu $s' = 1$.

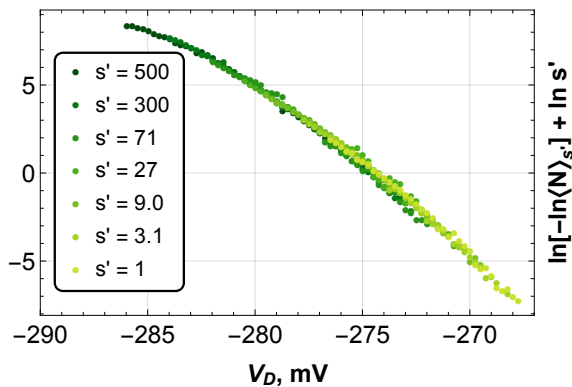
Attēlā 3.3 novēroto datu kolapsu par vienu kopīgu meistarlīkni mēs uztveram kā pierādījumu tam, ka eksperimentālā sistēma darbojusies sabrukšanas-kaskāžu režīmā, kurā ir spēkā vienādojums (3.2), kā arī pierādījumu tam, ka no laika atkarīgo tunelēšanas ātruma funkciju $\Gamma(t)$ var eksperimentāli mērot gar laika asi, $\Gamma(t) \rightarrow \Gamma(s't)$, vienkārši padodot to pašu izteces aizvara sprieguma impulsu ātrāk vai lēnāk.

Datu kolapsa procedūras izpilde ar eksperimentālām satveršanas varbūtībām $\langle N \rangle|_{V_D, i, s_j}$, kā parādīts att. 3.3, dod vairākas eksperimentāli praktiskas priekšrocības: pirmkārt, ir iespējams novērtēt relatīvos KP aizvēršanas ātrumus s'_j , kas raksturo tiešo KP apkārtni, un, otrkārt, meistarlīknes noklātais noteces aizvara sprieguma V_D diapazons ir plašāks par jebkura atsevišķa aizvēršanas ātruma s_j satveršanas varbūtību $\langle N \rangle|_{V_D, i, s_j}$ noklāto V_D diapazonu. Šis ir nozīmīgi, jo tas atļauj pētīt elektrona aizbēgšanas mehānismu plašākā parametru diapazonā.

Meistarlīknes $M(V_D)$ parādīšanās abās datu kopās motivē tās turpmāku teorētisku izpēti. Ir iespējams uzdot jautājumu – kas nosaka tās precīzu formu? Piemēram, fenomenoloģiskais modelis, kas balstīts vienādojumos (1.1a) un (1.1b) ar ϵ_0 un $\ln \Gamma$, kas ir lineāri atkarīgi no aizvaru spriegumiem, paredz lineāru $\ln M(V_D)$, kas līdz galam neatbilst att. 3.3, īpaši att. 3.3b. Šis sniedz iespēju pētīt sekus KP un elektronu satveršanas procesus tajos padziļinātāk. Priekš tam mēs izmantosim mikroskopisko viendimensionālo kubiskā potenciāla modeli, kura diskreta-



(a) Lineārs $V_S(t)$.



(b) Sinusoidāls $V_S(t)$.

Attēls 3.3: Datu kolaps par vienu vienotu meistarlīkni. Izmantojot vienādojumu (3.5) un atbilstoši iegūtus relatīvos KP aizvēršanas ātrumus $s'(s_j)$, dati, kas iegūti pie dažādiem nominālajiem aizvēršanas ātrumiem s , var tikt sabīti par vienu kopīgu līkni.

jiem stāvokļiem n atbilstošās meistarlīknes, izmantojot vien. (3.4), var rakstīt kā

$$M_n(u_0) := \int_{u_0}^{\infty} \left(\frac{\Gamma_n}{\omega_0} \right) \Big|_u du \quad (3.7)$$

3.3. Tunelēšanas ātrumi no kubiskā potenciāla bedres

Šajā apakšnodaļā, lai salīdzinātu kubisko modeli ar elektronu satveršanas datiem attēlos 3.2 un 3.3, mēs aprēķināsim kubiskā potenciāla tunelēšanas ātrumus $\Gamma_n(u)$, kas nepieciešami satveršanas varbūtību prognozēšanai ar vien. (3.4). Papildus mēs aprēķināsim arī atbilstošās rezonantās enerģijas $E_n(u)$. Priekš tam mēs izmantosim trīs dažādas metodes: asimptotiskās izteiksmes no perturbāciju teorijas, WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) tuvinājumu un kompleksās mērogošanas metodi. Ja pirmās divas metodes ir tuvinājumi, tad vērtības, kuras iegūsim ar komplekso mērogošanu, mēs uzskatīsim par precīzām un ierobežotām vienīgi ar metodes skaitlisko raksturu.

Citējot asimptotiskās izteiksmes no [34], dziļas potenciāla bedres gadījumā, $u \rightarrow \infty$, zemākās kārtas locekļi pēc $u^{-1/2}$ tunelēšanas ātrumiem $\Gamma_n(u)$ un enerģijām $E_n(u)$ ir

$$\Gamma_n^{\text{PT}}/\omega_0 = \frac{6^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \frac{432^n}{n!} u^{n+1/2} e^{-36u/5} \quad (3.8a)$$

$$E_n^{\text{PT}} = \hbar\omega_0(n + 1/2). \quad (3.8b)$$

Kā redzams, palielinoties dziļumam u , perturbatīvie tunelēšanas ātrumi Γ_n^{PT} eksponenciāli samzainās, savukārt, perturbatīvās enerģijas E_n^{PT} ir vienkārši atbilstošās harmoniskā oscilatora enerģijas.

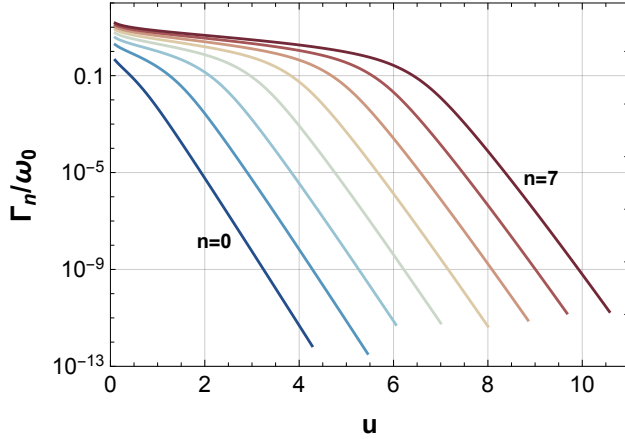
Tālāk mēs izskaidrosim, kā $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$ var tikt aprēķināti, izmantojot WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) tuvinājumu [35]. Lai to izdarītu, vispirms definēsim no enerģijas atkarīgu bezdimensionālu klasiskās fāzu telpas laukumu

$$a(E) := \frac{1}{\pi\hbar} \int_{x_2(E)}^{x_3(E)} \sqrt{2m(E - V(x))} dx \quad (3.9)$$

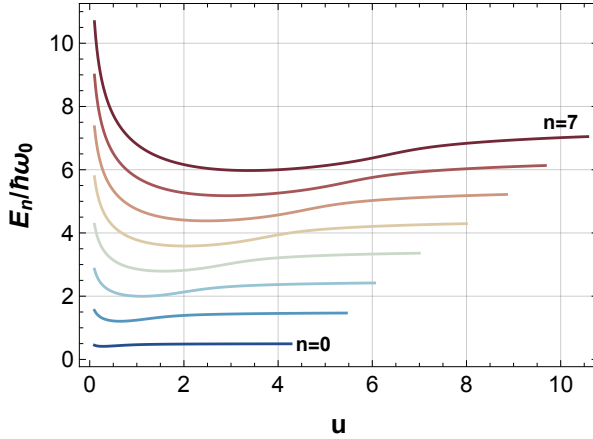
kas ir klasiskās fāzu telpas laukums $2\pi\hbar$ vienībās, kuru ietver klasiska oscilējoša trajektorija ar enerģiju E . Šeit $x_2(E)$ un $x_3(E)$ ir klasiski atļautā potenciāla bedres reģiona robežas attiecīgajai enerģijai, $V(x_{2,3}) = E$. Izmantojot šo, WKB enerģijas kvantēšanas nosacījumu iespējams uzrakstīt vienkārši kā

$$a(E_n^{\text{WKB}}) = n + 1/2 \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.10)$$

un interpretēt tā, ka katra kvantētā enerģija E_n^{WKB} ietver pusveselu klasiskās fāzu telpas laukumu $2\pi\hbar$ vienībās. Tādējādi var uzskatīt, ka katrs



(a) Tunelēšanas ātrumi $\Gamma_n(u)$.



(b) Rezonantās enerģijas $E_n(u)$.

Attēls 3.4: Kompleksās mērogošanas metodes rezultāti: aprēķinātie tunelēšanas ātrumi $\Gamma_n(u)$ un enerģijas $E_n(u)$ astoņām zemākajām rezonansēm kubiskajā potenciālā, $n = 0, 1 \dots 7$. Rezultāti parādīti dziļumiem u , kuriem tunelēšanas ātrumu Γ_n skaitliskā aprēķina relatīvā kļūda ir zemāka par 10^{-4} .

atsevišķs enerģijas stāvoklis aizņem savu fāzu telpas reģionu ar laukumu $2\pi\hbar$ – savu **fāzu telpas kvantu**.

WKB izteiksme diskrētajiem tuneļēšanas ātrumiem ir

$$\Gamma_n^{\text{WKB}} = \frac{1}{\tau(E_n^{\text{WKB}})} \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1(E_n^{\text{WKB}})}^{x_2(E_n^{\text{WKB}})} \sqrt{2m(V(x) - E_n^{\text{WKB}})} dx\right] \quad (3.11)$$

kur $\tau(E)$ ir no enerģijas atkarīgais klasisko oscilāciju periods, eksponenciālais reizinātājs ir WKB transmisijas varbūtība cauri barjerai, un $x_{1,2}$ – klasiski aizliegtā reģiona, $V(x) > E$, robežas, $V(x_{1,2}) = E$. Lai izmantotu vienādojumu (3.11), tika atrastas kubiskajam potenciālam specifiskās funkcijas $a(E)$ un $\tau(E)$,

$$a(E) = u \frac{E}{V_b} \cdot {}_2F_1\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, 2, \frac{E}{V_b}\right) \quad (3.12a)$$

$$\tau(E) = \frac{2\pi}{\omega_0} {}_2F_1\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, 1, \frac{E}{V_b}\right), \quad (3.12b)$$

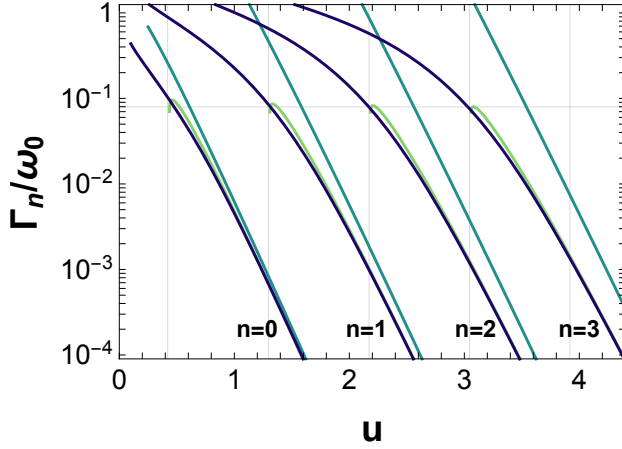
kur ${}_2F_1(\dots)$ ir hiperģeometriskā funkcija. Vienādojums (3.12a) var tikt izmantots arī priekš integrāļa vienādojumā (3.11) kubiskā potenciāla simetrijas $V(x) = V_b - V(-x)$ dēļ. Oscilāciju periods $\tau(E)$ sākas ar kvadrātiskā tuvinājuma vērtību $\tau(E = 0) = 2\pi/\omega_0$, tad pakāpeniski palielinās līdz ar E , vienlaikus paliekot robežās $2\pi/\omega_0 < \tau(E) < 3\pi/\omega_0$ gandrīz visām potenciāla bedres enerģijām, līdz beidzot pašā barjeras augšā, $E \rightarrow V_b$, tas diverģē logaritmiski kā kvadrātiskai barjerai. Fāzu telpas laukums $a(E)$, kas ir proporcionāls $\tau(E)$ integrālim, paliek tuvu kvadrātiskā tuvinājuma vērtībai uE/V_b un atšķiras no tās tikai pie visaugstākajām enerģijām. $a(E)$ maksimālā vērtība ir visa KP fāzu telpas laukuma vērtība, $a(V_b) = 18u/5\pi$.

Pēdējā metode, kas tika izmantota, lai iegūtu $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$, ir kompleksās mērogošanas metode [34, 36]. Tās ietvaros ir nepieciešams diagonalizēt bezdimensionālo ne-ermita Hamiltoniānu

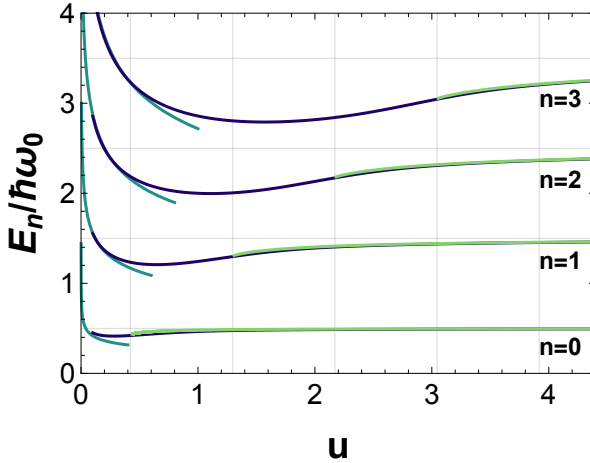
$$\frac{\mathcal{H}_\theta(u)}{\hbar\omega_0} = \frac{\hat{p}^2}{2} e^{-2i\theta} + \frac{\hat{x}^2}{2} e^{2i\theta} + \frac{\hat{x}^3}{3\sqrt{6}u} e^{3i\theta}, \quad (3.13)$$

kas sevī satur bezdimensionālo koordināti \hat{x} un impulsu \hat{p} un kas papildus atkarīgs no vēl viena parametra θ . Atrodot kompleksas īpašvērtības, kas atsevišķos θ intervālos nemainās, iegūst $(E_n/\hbar\omega_0 - i\Gamma_n/2\omega_0)$. Tas tika izdarīts, vispirms izvirzot $\mathcal{H}_\theta(u)$ kā galīgu matricu harmoniskā oscilatora bāzē un tad veicot skaitlisku diagonalizāciju. Šī aprēķina rezultāti redzami attēlā 3.4.

Trīs dažādo aprēķina metožu rezultāti salīdzināti att. 3.5. Att. 3.5a parādīti tuneļēšanas ātrumi, bet att. 3.5b – enerģijas. Tumši zilās līknes atbilst precīzajām funkcijām $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$, kas iegūtas ar kompleksās mērogošanas metodi, tumši zaļās līknes atbilst asimptotiskajām



(a) Tunelēšanas ātrumi $\Gamma_n(u)$.



(b) Rezonantās enerģijas $E_n(u)$.

Attēls 3.5: Tunelēšanas ātrumi $\Gamma_n(u)$ un enerģijas $E_n(u)$ kubiskā potenciāla rezonansēm kā funkcijas no bezdimensionālā dziļuma u . Dažādās krāsas atbilst dažādām aprēķinu metodēm: tumši zilā – precīzās funkcijas, kas iegūtas, izmantojot kompleksās mērogošanas metodes, gaiši zaļā – WKB aproksimācija un tumši zaļā – asimptotiskās izteiksmes. Vertikālās režģa līnijas norāda jaunas diskrētās enerģijas parādīšanos / izzušanu no potenciāla bedres, $E_n = V_b$. Horizontālā režģa līnija (a) norāda $2\pi\Gamma_n/\omega_0 = 1/2$, kas aptuveni interpretējams kā atbilstoši transmisijas varbūtībai $1/2$ cauri barjerai, bet (b) horizontālās režģa līnijas norāda $E_n = \hbar\omega_0(n + 1/2)$.

izteiksmēm, bet gaiši zaļās līknes – WKB aproksimācijai. Vertikālās režģa līnijas norāda dziļumus u , pie kuriem nākamā diskrētā enerģija parādās vai pazūd no potenciāla bedres, $E_n(u) = V_b$, un horizontālās režģa līnijas norāda $\Gamma_n/\omega_0 = 1/4\pi$ attēlā 3.5a, kas tiks paskaidrots vēlāk, bet attēlā 3.5b tās norāda harmoniskā oscilatora enerģijas $E_n = \hbar\omega_0(n + 1/2)$.

Pirmkārt, var novērot, ka precīzie tunelēšanas ātrumi un enerģijas saskan ar perturbāciju teorijas asimptotiskajām izteiksmēm, vien. (3.8a) un (3.8b). Attēlā 3.5a pie lieliem u tumši zilās līknes pakāpeniski tuvojas tumši zaļajām līknēm, vien. (3.8a), – tādējādi precīzie tunelēšanas ātrumi $\Gamma_n(u)$ patiešām eksponenciāli samazinās līdz ar u ar raksturīgo eksponenciālo uzvedību $e^{-36u/5}$. Līdzīgā veidā att. 3.5b pie lieliem u precīzās enerģijas $E_n(u)$ – tumši zilās līknes – tiecas uz to attiecīgajām robežvērtībām – harmoniskā oscilatora enerģijām $\hbar\omega_0(n + 1/2)$. Tomēr redzams arī tas, ka $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$ konverģence uz to lielu u asimptotiskajām izteiksmēm kļūst lēnāka, palielinoties n . Tādējādi asimptotiskās izteiksmes (3.8a) un (3.8b) būtu vēlams lietot nevis vienkārši pie lieliem dziļumiem zem barjeras (kvalitatīvi, pie lieliem $u - n$), bet gan pie lieliem dziļumiem attiecībā pret visu potenciāla bedres enerģijas diapazonu (kvalitatīvi, pie $n/u \ll 1$). Attēls 3.5b papildus parāda arī sakritību starp precīzajām un asimptotiskajām enerģijām (tumši zaļās līknes, kas nav norādītas kā formula tekstā) sekliem dziļumiem, $u \rightarrow 0$. Šajā režīmā redzamā šķietamā enerģiju diverģence saistīta tikai un vienīgi ar izzūdošo mērogojošo frekvenci $\omega_0 = u^{1/5}\Omega_b \rightarrow 0$, tā vietā funkcijas $E_n(u)/\hbar\Omega_b$ un $\Gamma_n(u)/\Omega_b$ paliek galīgas arī pie $u = 0$.

Tagad pievēršoties WKB tunelēšanas ātrumiem un enerģijām, $\Gamma_n^{WKB}(u)$ un $E_n^{WKB}(u)$, – gaiši zaļās līknes attēlā 3.5 – redzams, ka, palielinoties u , tās konverģē uz precīzajām funkcijām $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$ ātrāk nekā atbilstošās lielu u asimptotiskās izteiksmes. Tādējādi augstākiem stāvokļiem n un situācijās, kad $n/u \ll 1$ vēl neizpildās un $n \sim u$ raksturo situāciju labāk, WKB tunelēšanas ātrumu un enerģiju izmantošanai var tikt dota priekšroka salīdzinājumā ar asimptotiskajām izteiksmēm. Skatoties uz attēlu 3.5b, redzams, ka visā to eksistences diapazonā WKB enerģijas $E_n^{WKB}(u)$ pārsteidzoši labi sakrīt ar precīzajām funkcijām $E_n(u)$, kā arī jaunu rezonansu parādīšanās $E_n(u) = V_b$ (atzīmēta ar vertikālajām režģa līnijām) var tikt labi prognozēta ar WKB enerģijām. Neliela piezīme par WKB tunelēšanas ātrumiem ir to mazliet neprecīzais eksponenciālais atkarības reizinātājs lielu u robežā, piemēram, $\lim_{u \rightarrow \infty} \Gamma_0^{WKB}/\Gamma_0^{PT} = \sqrt{e/\pi} \approx 0.93$. Tomēr šī nesakritība samazinās, palielinoties n . Otrā WKB tunelēšanas ātrumu nepilnība ir to nefizikālā aiztiešanās uz 0 pašā barjeras virsotnē, $E_n \rightarrow V_b$, kas saistīts ar klasiskā oscilāciju perioda $\tau(E \rightarrow V_b)$ diverģenci.

No iepriekš aprakstītā redzams, ka pie diskrētajām enerģijām pašā

barjeras augšā, $E_n = V_b$ vai nedaudz zemāk, ne asimptotiskās izteiksmes, ne WKB tuvinājums precīzi neatspoguļo īstos tunelēšanas ātrumus $\Gamma_n(u)$. Šī iemesla dēļ kompleksās mērogošanas metodes rezultāti ir visnozīmīgākie un praktiski svarīgākie tieši šajā – izteikti neperturbatīvajā – režīmā. Vēl vairāk, aplūkojot attēlu 3.5, redzams, ka precīzie tunelēšanas ātrumi un enerģijas, iegūti izmantojot komplekso mērogošanu, sniedzas pat virs barjeras, $E_n > V_b$. Vēlāk šis tiks izmantots, aprakstot termiski pastiprinātu elektronu izbēgšanu, lai nepārtrauktā veidā sasaistītu ieguldījumus izbēgšanas ātrumā no diskrētajiem stāvokļiem zem barjeras ar ieguldījumiem no nepārtrauktā spektra virs barjeras. Lai fizikāli interpretētu režīmu $E_n \approx V_b$, var novērot, ka visiem līmeņiem, sasniedzot barjeras augšu (vertikālās režģa līnijas), to tunelēšanas ātrumi apmēram vienādi ar $\Gamma_n/\omega_0 = 1/4\pi$ (horizontālā režģa līnija attēlā 3.5a). Aptuveni interpretējot $2\pi\Gamma_n/\omega_0$ kā kvantu transmisijas varbūtību cauri barjerai, šis atbilst transmisijas varbūtībai $1/2$.

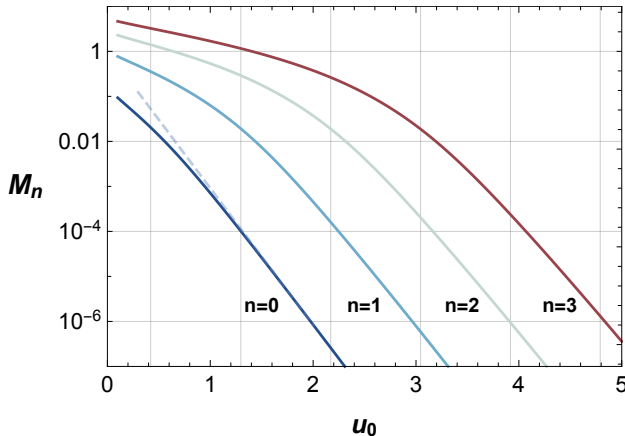
Kopumā, šajā apakšnodaļā iegūtās kubiskā potenciāla tunelēšanas ātrumu un enerģiju funkcijas $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$ būs ļoti vērtīgi rīki turpmākajās apakšnodaļās un nodaļās. Turpmāk gandrīz visi galvenie rezultāti izmantos šīs funkcijas, lietojot kompleksās mērogošanas iegūtās vērtības, kad vien tās būs pieejamas, un asimptotiskās izteiksmes (3.8a) un (3.8b) pārējos gadījumos. Šī darba loģiskajā struktūrā funkcijas $\Gamma_n(u)$ un $E_n(u)$ būs viens no tiešākajiem veidiem, kā kubiskā potenciāla pieņēmums tiek izmantots aprēķinos, jo citādi šī darba ietvaros atbilstošais Šrēdingerā vienādojums (2.7) faktiski netiek risināts.

3.4. Kubiskā modeļa eksperimentālā validācija

Šajā apakšnodaļā mēs salīdzināsim kubiskā potenciāla modeli ar iepriekš apskatītajiem elektronu satveršanas datiem, izmantojot atbilstošās meistarlīknes — att. 3.3 datiem un vien. (3.7) priekš pamatstāvokļa, $n = 0$, modelim. Abām datu kopām mēs novērosim labu sakritību, kas ļaus mums tālāk raksturot eksperimentālo sistēmu ar kubiskā modeļa lielumiem — dziļumu u_0 atpakaļtunelēšanas sākumā, $t = t_0$, un bezdimensionālo KP aizvēršanas ātrumu \dot{u}/ω_0 . Pēc tam mēs apspriedīsim novēroto sakritību kā kubiskā modeļa eksperimentālu pierādījumu un, visbeidzot, izdarīsim plašākus secinājumus visas 3 nodaļas kontekstā.

Lai veiktu salīdzinājumu starp modeli un datiem, vispirms nepieciešams iegūt kubiskā potenciāla meistarlīknes $M_n(u_0) := \int_{u_0}^{\infty} (\Gamma_n/\omega_0) du$. Tas ir ticis izdarīts zemākajām rezonansēm, skaitliski integrējot bezdimensionālo tunelēšanas ātrumu funkcijas $(\Gamma_n/\omega_0)|_u$ no apakšnodaļas 3.3 un att. 3.5a. Rezultāti parādīti att. 3.6 četrām zemākajām rezonansēm, $n = 0, 1, 2, 3$. Šajā apakšnodaļā mums būs nepieciešama tikai pamatstāvokļa meistarlīkne, taču nākamajās nodaļās mēs

izmantosim arī ierosināto stāvokļu meistarliknes. Kā redzams att. 3.6, meistarliknes kvalitatīvi ir diezgan līdzīgas to atbilstošajām tunelēšanas ātrumu funkcijām Γ_n/ω_0 : lieliem u_0 tās visas samazinās aptuveni eksponenciāli kā $e^{-36u_0/5}$, savukārt, ap un aiz $E_n \approx V_b$ tās raksturo nedaudz lēnāka eksponenciāla dilšana.



Attēls 3.6: Četras zemākās meistarliknes $M_n(u_0) = \int_{u_0} (\Gamma_n/\omega_0) du$. Uzskatāmībai uzzīmēta pārtrauktā līnija, kas padara nelielu $\ln M_0(u_0)$ nelinearitāti redzamāku. Vertikālās režģa līnijas norāda jaunas diskrētās enerģijas parādīšanos vai izzušanu no potenciāla bedres, $E_n = V_b$.

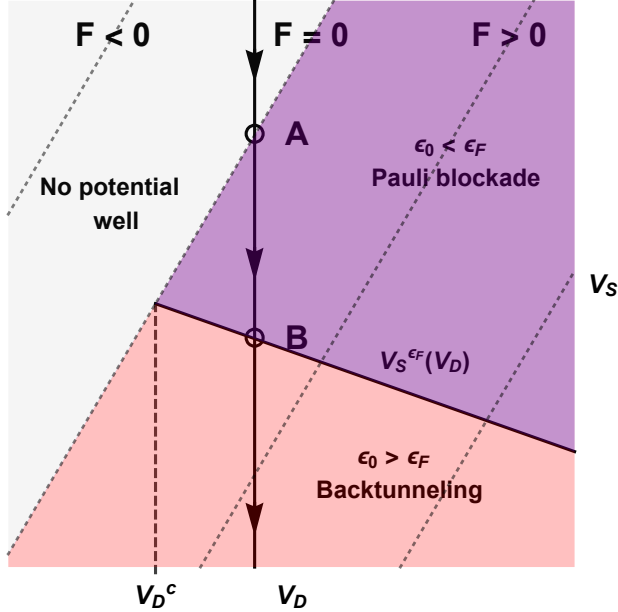
Pēdējais, kas nepieciešams, lai salīdzinātu modeli ar datiem (att. 3.3), ir sakarība $u_0(V_D)$ funkcijā $M_0(u_0)$ starp sākotnējo kubiskā potenciāla dziļumu u_0 un laikā nemainīgo eksperimentālo aizvara spriegumu V_D . Šim nolūkam mēs veicam divus linearitātes pieņēmumus: 1) kubiskā potenciāla parametri b un F ir atkarīgi no aizvaru spriegumiem sekojoši,

$$b(V_S, V_D) = b \quad (3.14a)$$

$$\Delta F(V_S, V_D) = \alpha_S^{(F)} \Delta V_S + \alpha_D^{(F)} \Delta V_D, \quad (3.14b)$$

no kā izriet laika atkarība $F(t) = \dot{F}t$ un $b(t) = \text{const}$ Hamiltoniānā $\mathcal{H}(t)$, un 2) nosacījums $\epsilon_0 = \epsilon_F$ – KP enerģijas šķērso Fermi enerģiju – izpildās uz taisnes $V_S^{\epsilon_F}(V_D)$ spriegumu kartē (V_D, V_S) , skat. att. 3.7. No šī izriet linearitāte starp $F(t_0)$ un V_D , kas, izmantojot vienādojumu (2.3), rezultējas vienādojumā

$$u_0(V_D) = [\tilde{\alpha}(V_D - V_D^0)]^{5/4}, \quad (3.15)$$

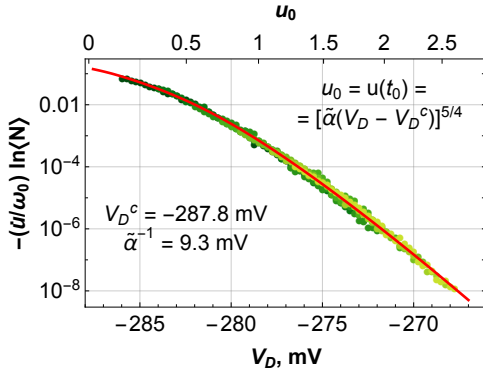


Attēls 3.7: Spriegumu karte (V_D, V_S) , kas motivē $u_0(V_D)$ pieņēmumu. $F(V_D, V_S)$, kas tiek pieņemts lineārs, ir attēlots ar isajām pārtrauktajām līnijām. Pelēkā reģionā kubiskajam potenciālam nav satverošās potenciāla bedres, jo $F < 0$. Kubisks KP pastāv violetajos un gaiši rozā reģionos, kur $F > 0$. KP enerģiju pacelšanās virs Fermi jūras, $\epsilon_0 = \epsilon_F$, tiek pieņemta uz taisnās nepārtrauktās līnijas $V_S^{\epsilon_F}(V_D)$. Vertikālā līnija ar bultiņām attēlo spriegumu atkarību no laika eksperimenta gaitā. Punkts A norāda kubiskā KP rašanos, un punkts B norāda elektrona atpakaļtuneļēšanas sākumu pie $t = t_0$. Apvienojot $F(V_D, V_S)$ un $V_S^{\epsilon_F}(V_D)$ linearitāti ar $u \propto F^{5/4}$, tiek iegūts vienādojums (3.15).

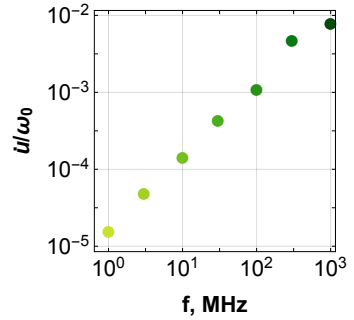
kur V_D^c un $\tilde{\alpha}^{-1}$ ir divi patvaļīgi spriegumi, kas pavisam drīz kļūs par meklējamajiem modeļa parametriem. Salīdzinot šos pieņēmumus ar iepriekšējiem darbiem [7, 8], šeit izmantoto pieeju var interpretēt kā iepriekš izmantoto $\epsilon_0(V_S, V_D)$ linearizāciju, vien. (1.1a). Taču šeit mēs vēl papildus pieņemam ārkārtīgi spēcīgu ϵ_0 atkarību no izteces aizvara sprieguma V_S , tā ka neviens cits efekts (piemēram, enerģijas līmeņa $\epsilon_0(t)$ un termiski izsmērētā Fermi pakāpiena $\epsilon_F \pm k_B T_S$ krustošanās laikā) ar šo atkarību nevar konkurēt. Turpretī attiecībā uz tunelēšanas ātrumiem Γ mēs tiešā veidā nelinearizējam $\ln \Gamma$. Tā vietā mēs vienādojumā (3.14b) linearizējam kubiskā potenciāla parametru F un pēc tam iegūstam atbilstošos tunelēšanas ātrumus $\Gamma_0(V_S, V_D)$, izmantojot rezultātus no apakšnodaļas 3.3. Kvalitatīvi šis dod eksponenciālu $\Gamma_0(V_S, V_D)$, tomēr paredz arī atkāpes no tīri eksponenciālas uzvedības pie maziem KP dziļumiem u (att. 4.6) vai plašākos u intervālos (kombinējot vienādojumus (3.8a), (2.3) un (3.14b)).

Beidzot pievērsoties salīdzinājumam starp $M_0(u_0(V_D))$ un datiem, kopā esam ieguvuši trīs meklējamus parametrus: V_D^c , $\tilde{\alpha}$ un $(\dot{u}/\omega_0)/s'$. Kritiskā noteces aizvara sprieguma V_D^c nozīme (skat. att. 3.7, vertikālo pārtraukto līniju) ir tāda, ka situācijās, kad $V_D < V_D^c$, kvantu punkta, kad tas ir izveidojies, enerģijas vienmēr būs augstākas par Fermi enerģiju ϵ_F , kā rezultātā elektronu satveršana KP kļūs ļoti neefektīva. Otrais parametrs $\tilde{\alpha}$ atbilst sprieguma mērogam $\tilde{\alpha}^{-1}$, kas, pirmkārt, nosaka eksperimentālo satveršanas varbūtības pakāpiena $\langle N \rangle = 0 \rightarrow 1$ platumu un, otrkārt, atbilst būtiskām izmaiņām kubiskā KP dziļumā u . Trešais parametrs, attiecība $(\dot{u}/\omega_0)/s'$, atbilst relatīvā KP aizvēršanas ātruma s' , kura definīcija bija atkarīga no patvaļīgi izvēlēta atskaites procesa, aizstāšanai ar kubiskā potenciāla aizvēršanas ātrumu \dot{u}/ω_0 , kam ir skaidra fizikāla mikroskopiska interpretācija. Izmantojot $(\dot{u}/\omega_0)/s'$, visus eksperimentālos punktus attēlos 3.3a vai 3.3b iespējams kopīgi pabīdīt uz augšu vai uz leju, lai tie pēc iespējas labāk sakristu ar $\ln M_0([\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4})$. Labāko parametru meklēšanas rezultāti redzami att. 3.8a un 3.8c, kur parametri tikuši izvēlēti, lai minimizētu vidējo attāluma kvadrātu starp $\ln M_0([\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4})$ no modeļa un $\ln[-s'(s_l)\ln\langle N \rangle|_{V_D, i, s_l}] + \ln[(\dot{u}/\omega_0)/s']$ no datiem. Pēc būtības šis maksimizē vizuālo sakritību starp modeli (sarkanās līknes) un datiem, kā redzams att. 3.8a un 3.8c. Mēs vērtējam iegūto sakritību kā labu un uztveram to kā pierādījumu tam, ka vienkāršais viendimensionālā kubiskā potenciāla modelis patiešām var aprakstīt eksperimentālus KP un ka pašreizējie eksperimentālie KP ir spējīgi sasniegt seklo režīmu, kuram šis modelis ir domāts.

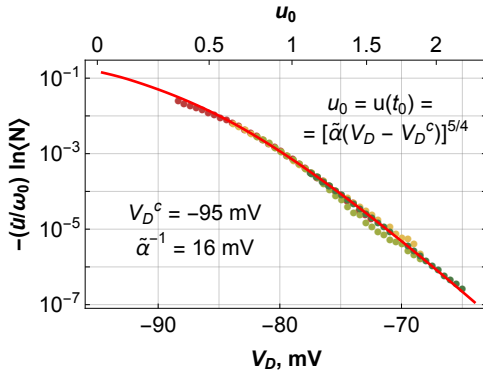
Kā modeļa parametru meklēšanas rezultātus iespējams iegūt divas vērtīgas sakarības starp eksperimentāliem un mikroskopiskiem liecumiem. Pirmkārt, tiek iegūta funkcija $u_0(V_D)$, kas katram no laika



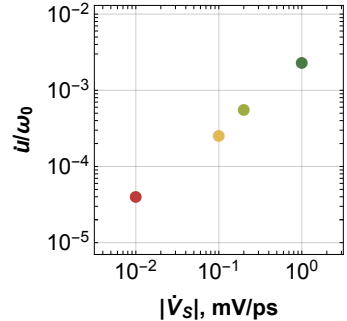
(a) Sinusoidāls $V_S(t)$.



(b) Sinusoidāls $V_S(t)$.



(c) Lineārs $V_S(t)$.



(d) Lineārs $V_S(t)$.

Attēls 3.8: (a), (c): sarkanās līknes – kubiskā potenciāla pamatstāvokļa meistarlīknes $M_0([\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4})$, kas, izmantojot labākos modeļa parametrus, pielāgotas eksperimentāli iegūtajām meistarlīkņēm no att. 3.3. (b), (d): atbilstošie iegūtie mikroskopiskie kubiskā KP aizvēršanas ātrumi \dot{u}/ω_0 katram eksperimentālajam nominālajam KP aizvēršanas ātrumam f vai $|\dot{V}_S|$. Izmantojot atrastos labākos parametrus V_D^c un $\tilde{\alpha}$, iespējams iegūt sakarību, kas ilustrēta ar augšējām / apakšējām horizontālajām asīm att. (a) un (c), starp eksperimentālo noteces aizvara spriegumu V_D un mikroskopisko dziļumu $u_0 = u(t_0)$ elektronu atpakaļtunelēšanas sākumā.

neatkarīgajam noteces aizvara spriegumam V_D piekārtu aptuveno kvantu punktā satverto kvantu stāvokļu skaitu u_0 brīdī, kad KP paceļas virs Fermi jūras, $\epsilon_0 = \epsilon_F$. No augšējām horizontālajām asīm att. 3.8a un 3.8c redzams, ka abos eksperimentos $u_0 < 3$, kas nozīmē, ka abi eksperimenti patiešām veikti seklā režīmā ar tikai dažiem diskrētiem satvertiem stāvokļiem. Otra sakarība, kuru var iegūt, salīdzinot datus ar teorētisko meistarlikni $M_0(u_0(V_D))$, ir sakarība starp eksperimentālajiem nominālajiem KP aizvēršanas ātrumiem s — vai nu frekvenci f , vai koeficientu $|\dot{V}_D|$ — un kubiskā potenciāla aizvēršanas ātrumiem \dot{u}/ω_0 . Šī sakarība ir parādīta attēlos 3.8b un 3.8d konkrēti eksperimentāli izmantotajiem nominālajiem KP aizvēršanas ātrumiem s_l . No šiem attēliem redzams, ka abi eksperimenti ir palikuši ar kubiskā potenciāla aizvēršanas ātrumu \dot{u}/ω_0 zem 10^{-2} . Tas nozīmē, ka abos eksperimentos elektrona ārējo apstākļu izmaiņu ātrums \dot{u} nav bijis pietiekami liels, lai "apsteigtu" pašu elektronu — tā mazo svārstību frekvenci ω_0 . Šis faktiski ir nepretrunīguma nosacījums šeit veiktajai analīzei, izmantojot pamatstāvokļa meistarlikni $M_0(u_0(V_D))$. Jo pie $\dot{u}/\omega_0 \sim 1$ jau varētu gaidīt, ka neadiabātiskās pārejas starp diskrētajiem kvantu stāvokļiem n kļūs būtiskas, un pieņēmums, ka elektrons no KP tunelē tikai no pamatstāvokļa, vairs nebūtu spēkā.

Īsumā pārskatīsim, kā kubiskā potenciāla pieņēmums nosaka modeļa līknes $\ln[M_0(V_D)]$ precīzo formu. Pirmkārt, kopējo $\ln[M_0(V_D)]$ formu galvenokārt nosaka sakarība $u_0(V_D) = [\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4}$. Tā tika iegūta, izmantojot divus linearitātes pieņēmumus attiecībā pret aizvaru spriegumiem V_S un V_D , taču konkrētais pakāpes rādītājs $5/4$ netika pieņemts vai atrasts, izmantojot datus, tas izriet no kubiskā modeļa vienādojuma (2.3). Otrkārt, kubiskā potenciāla pieņēmums nosaka $\ln[M_0(V_D)]$ precīzo formu caur nelielo $\ln[M_0(u_0)]$ nelinearitāti mazos KP dziļumos, $u_0 \lesssim 1$, kas redzama attēlā 3.6. Šī nelinearitāte ir tiešas sekas precīzajiem kubiskā potenciāla pamatstāvokļa tuneļēšanas ātrumiem $\Gamma_0(u)$.

Noslēdzot šo nodaļu, varam uzskaitīt tās galvenos sasniegumus:

- Esam parādījuši, ka meistarlīknes ideja, kas balstīta kinētiskā vienādojuma modelī nulles temperatūras robežā uz kontakta, var tikt praktiski izmantota, lai vienkāršotu elektronu satveršanas datu analīzi un tiešā veidā salīdzinātu satveršanas varbūtības, kuras nosaka tuneļēšanas ātrumi, kas atšķiras par vairākām lieluma kārtām. Ar empīriski iegūtās meistarlīknes palīdzību ir iespējams pētīt elektrona aizbēgšanas mehānismu paplašinātā fizikālo apstākļu diapazonā ar mazāku eksperimentālo piepūli.
- Ar datu kolapsa procedūru, ko reprezentē vien. (3.5), esam piedāvājuši praktisku metodi, lai novērtētu eksperimentāla KP atbildi uz izmaiņām nominālā ievades sprieguma izmaiņu straujuma.

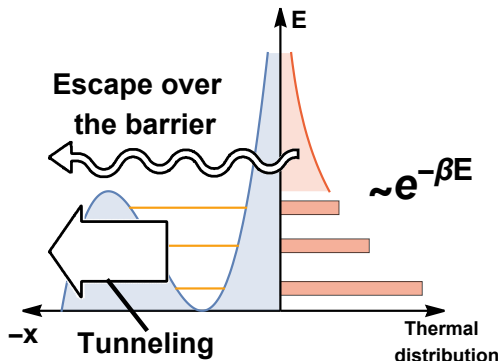
Konkrētāk, ir iespējams iegūt funkciju $s'(s)$, kas norāda, kā KP tiešo apkārtni raksturojošais aizvēršanas ātrums s' mainās līdz ar signāla generatorā iestatīto nominālo aizvēršanas ātrumu s .

- Salīdzinot eksperimentāli iegūtās meistarliknes (att. 3.3) ar kubiskā potenciāla pamatstāvokļa meistarlikni $M_0(u_0)$, esam parādījuši, kā noskaidrot modeļa mikroskopiskos lielumus u_0 un \dot{u}/ω_0 , kā arī to saistību ar atbilstošajiem eksperimentāli maināmajiem parametriem. Šo mikroskopisko informāciju iespējams izmantot, lai prognozētu maināmas barjeras kvantu punktu ierīču ātrdarbības robežas un saprastu mehānismu, kas šīs robežas nosaka. Proti, ir iespējams prognozēt no eksperimentālajiem datiem, kas ierīces darbību ietekmēs pirmais, palielinot darbības frekvenci – vai nu neadiabātiskās ierosmes, vai arī potenciāla bedres izžušana zem Fermi enerģijas.

Tādējādi mēs vērtejam viendimensionālo kubiskā potenciāla modeli kā nozīmīgu soli uz priekšu maināmas barjeras kvantu punktu ierīču modeļēšanā. Jo, salīdzinot ar šajā darbā piedāvāto, līdz šim citi veiksmīgi modeļi, piemēram, sabrukšanas-kaskāžu modelis [32] ir bijuši lielā mērā fenomenoloģiski un tie neaprasa tunelēšanas procesa mikroskopiskās detaļas. Pie šāda secinājuma viens no iespējamajiem nozīmīgiem nākotnes pētniecības virzieniem būtu pārbaudīt universalitātes hipotēzi – ka šis modelis ir pietiekami vispārīgs, lai aprakstītu daudzas dažādas eksperimentālas ierīces to seklajā režīmā. Tas nozīmētu veikt līdzīgus eksperimentus un datu analīzi, kā tas ticis aprakstīts šajā nodaļā, ar daudzām dažādām citām eksperimentālām maināmas barjeras KP ierīcēm. Tomēr šajā darbā mēs sekosim citam pētniecības virzienam – nākamajās nodaļās mēs izstrādāsim alternatīvus testus viendimensionālā kubiskā modeļa hipotēzei sarežģītākos fizikālos apstākļos – pie nenulles temperatūras un nenulles magnētiskā lauka.

4. NENULLES TEMPERATŪRA

Šī nodaļa pievērsīsies temperatūras efektiem seklos KP. Divi dažādi temperatūras režīmi ir iespējami atkarībā no tā, kurš no izbēgšanas mehānismiem, abi ilustrēti att. 4.1, ir dominējošais – kvantu tunelēšana vai termiski aktivēta klasiska izbēgšana. Apakšnodaļā 4.1 tiks apskatīts statisks kubisks KP; mēs pielāgosim idejas no pārejas stāvokļu teorijas [37] šeit apskatītajam gadījumam, kur KP ir tikai daži diskreti stāvokļi, lai formulētu izbēgšanas ātrumu $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$, kas pareizi apraksta gan abus temperatūras režīmus, gan arī pāreju starp tiem. Apakšnodaļa 4.2 pievērsīsies no laika atkarīgajam elektrona satveršanas scenārijam; mūsu modeļa prognozēs priekš satveršanas varbūtībām varēs novērot līdzīgu temperatūras uzvedību kā priekš izbēgšanas ātrumiem statistiska potenciāla gadījumā – termisko aktivāciju virs noteiktas pārejas temperatūras. Salīdzinot to ar kvalitatīvi tādu pašu uzvedību eksperimentālajos datos, mēs nonākam pie šīs nodaļas galvenajiem rezultātiem – kubiskā potenciāla enerģijas mēroga $\hbar\Omega_b$ novērtējuma un, tā rezultātā, jebkura cita kubiskā modeļa lieluma novērtējuma eksperimentālā sistēmā.



Attēls 4.1: Divi temperatūras $T = 1/k_B\beta$ ierosināti elektrona aizbēgšanas mehānismi no KP: kvantu tunelēšana ar enerģijām zem barjeras, $E < V_b$, un klasiskā izbēgšana ar enerģijām virs barjeras, $E > V_b$, ko ierosinājušas termālās fluktuācijas. Novērojot pāreju starp temperatūras režīmiem, kuros dominē viens vai otrs mehānisms, var novērtēt satverošā potenciāla enerģētiskos parametrus – līmeņu starpību $\hbar\omega_0$ vai kubiskā potenciāla enerģijas mērogu $\hbar\Omega_b$.

4.1. Termiskā izbēgšana no statistiskās kubiskā potenciāla bedres

Šajā apakšnodaļā mēs aprakstīsim izmantoto modeli no temperatūras atkarīgajam izbēgšanas ātrumam $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$ no statistiskās kubiskā potenciāla bedres. Lai pareizi savienotu ieguldījumus no tunelēšanas, $E < V_b$, un termāli izraisītās klasiskās aizbēgšanas, $E > V_b$, mēs izmantosim fāzu telpas kvanta ideju no WKB tuvinājuma. Pēc tam mēs pārbaudīsim iegūto aizbēgšanas ātrumu $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$, salīdzinot to ar zināmiem rezultātiem no klasiskās pārejas stāvokļu teorijas [37], kā arī eksperimentāliem datiem [30, 31] no supravadītāju fizikas.

Sākot izteikt mūsu izmantoto no temperatūras atkarīgo izbēgšanas ātrumu, mēs to rakstām kā no enerģijas atkarīgu izbēgšanas ātrumu $\Gamma(u, E)$ termisko vidējo vērtību,

$$\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T} = Z^{-1}(u, \beta) \int_0^\infty \Gamma(u, E) \rho(u, E) e^{-\beta E} dE \quad (4.1a)$$

$$Z(u, \beta) = \int_0^\infty \rho(u, E) e^{-\beta E} dE, \quad (4.1b)$$

kur $\rho(u, E)$ ir KP telpiskā apgabala, $x > -x_0$, stāvokļu blīvums. Tā kā mēs izmantosim kvalitatīvi atšķirīgas funkcijas $\rho(u, E)$ atšķirīgiem enerģijas intervāliem, $E < V_b$ vai $E \approx V_b$, vai $E > V_b$, mēs sadalām gan izbēgšanas ātrumu $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$, gan statistisko summu Z trīs atbilstošos locekļos:

$$\langle \Gamma \rangle_{k_B T} = \langle \Gamma \rangle_{\text{res}} + \langle \Gamma \rangle_{\text{tr}} + \langle \Gamma \rangle_{\text{cont}} \quad (4.2a)$$

$$Z = Z_{\text{res}} + Z_{\text{tr}} + Z_{\text{cont}} \quad (4.2b)$$

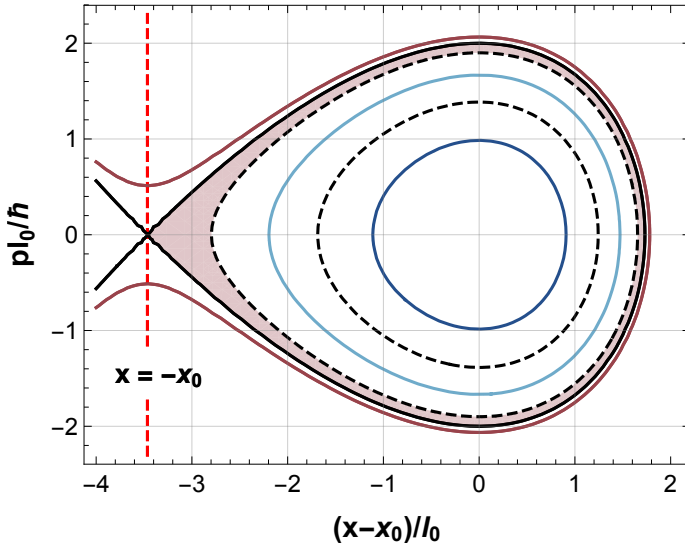
Tunelēšanas ieguldījumam, $E < V_b$, $\rho(u, E)$ ir summa ar delta funkcijām, kur katra no tām atrodas pie savas rezonantās enerģijas $E_n(u)$, skat. apakšsadaļu 3.3. Atbilstošie izbēgšanas ātrumi ir diskrētie $\Gamma_n(u)$:

$$\langle \Gamma \rangle_{\text{res}} = Z^{-1} \sum_{n=0}^{n_b-1} e^{-\beta E_n} \Gamma_n \quad (4.3a)$$

$$Z_{\text{res}} = \sum_{n=0}^{n_b-1} e^{-\beta E_n} \quad (4.3b)$$

Šeit $n_b := \lfloor a(V_b) \rfloor = \lfloor 18u/5\pi \rfloor$, tā ka summēšana tiek veikta tikai pa rezonansēm, kam KP atbilst pilns fāzu telpas kvants, skat. att. 4.2.

Ieguldījumam $\langle \Gamma \rangle_{\text{cont}}$ pie enerģijām virs barjeras, $E > V_b$, mēs priekš $\rho(E)$ tuvināti izmantojam vienādojuma (3.10) nepārtraukto versiju, $\rho(E) = \frac{da}{dE} = \frac{\tau(E)}{2\pi\hbar}$, kas joprojām pieņem vienu kvantu stāvokli uz



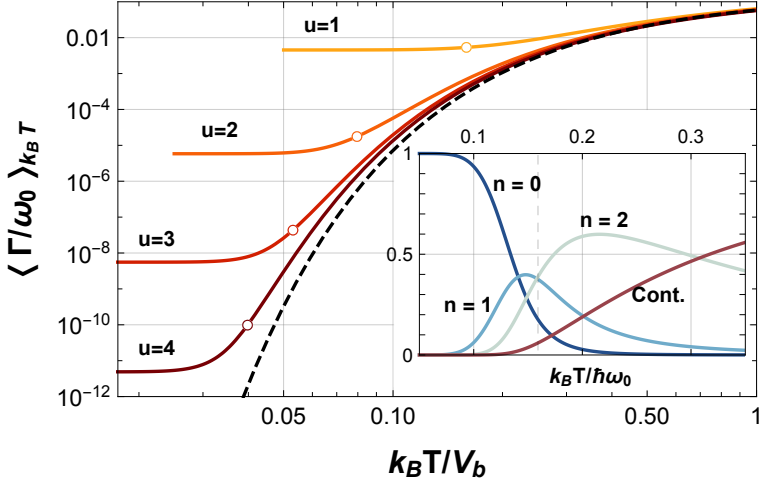
Attēls 4.2: Horizontālā un vertikālā ass – klasiskās fāzu telpas bezdimensionālas koordinātu un impulsa ass. $l_0 := \sqrt{\hbar/m\omega_0}$ ir kvantu harmoniskā oscilatora telpiskās lokalizācijas mērogs. Kubiskā potenciāla klasiski satverto fāzu telpas reģionu ietver melnā nepārtrauktā līmeņlīnija, $p^2/2m + V(x) = V_b$. Gaiši zilā, tumši zilā un tumši sarkanā līnijas – kubiskā potenciāla rezonanses enerģiju līmeņlīnijas, $p^2/2m + V(x) = E_{0,1,2}(u)$. Atbilstošos pilnos fāzu telpas kvantus (priekš $n = 0, 1$) norobežo melnās pārtrauktās līnijas. Parādītajā dziļumā $u = 2$ kubiskajā KP papildus vēl ir daļējs fāzu telpas kvants, iezīmēts gaiši sarkanā krāsā, kas atbilst $a_{n_b}(u) \neq 0$ un nākamajai rezonansei $n_b = 2$, kas vēl nav pilnībā izveidojusies.

katru fāzu telpas reģionu ar laukumu $2\pi\hbar$. Šeit izmantotais $a(E)$ ir, skatoties att. 4.2, laukums, ko ierobežo KP telpiskā robeža, $x = -x_0$, un klasiskā, brīvā trajektorija ar enerģiju E . $\tau(E)$ ir laiks, ko šāda brīva klasiska daļiņa pavada KP. Priekš $\Gamma(E)$ mēs izmantojam $\Gamma(E) = \frac{\mathcal{T}(E)}{\tau(E)}$, kur $\mathcal{T}(E) = [1 + \exp\{-2\pi(E - V_b)/\hbar\omega_0\}]^{-1}$ ir kvantu transmisijas varbūtība cauri barjerai, izmantojot tās kvadrātisko aproksimāciju. Tādējādi,

$$\langle \Gamma \rangle_{\text{cont}} = \int_{V_b}^{\infty} \mathcal{T}(E) e^{-\beta E} \frac{dE}{2\pi\hbar Z} \quad (4.4)$$

Klasiskajā robežā $\hbar\omega_0 \ll k_B T \ll V_b$ šis vienkāršojas, jo $\mathcal{T} \approx 1$ termiskajos enerģijas mērogos $k_B T$ un $Z \approx Z_{\text{res}} \approx k_B T / \hbar\omega_0$. Tādējādi

$$\langle \Gamma \rangle_{\text{cont}} \approx \Gamma_{\text{cl}} = \frac{\omega_0}{2\pi} e^{-V_b/k_B T} \quad (4.5)$$



Attēls 4.3: Krāsainās līknes, no dzeltenās līdz tumši sarkanajai, parāda aprēķinātās no temperatūras atkarīgās izbēgšanas ātruma vērtības $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$ secīgām dziļuma vērtībām $u = 1, 2, 3, 4$. Melnā pārtrauktā līkne parāda klasisko termiskās izbēgšanas ātrumu $\Gamma_{cl} = \omega_0 e^{-\beta V_b} / 2\pi$. Baltie aplīši norāda katra dziļuma pārejas temperatūru $k_B T_0 = \hbar \omega_0 / 2\pi$, kas aptuveni nodala kvantu pamatstāvokļa tunelēšanas režīmu, $\langle \Gamma \rangle_{k_B T} \approx \Gamma_0(u)$, no klasiskā termiskās izbēgšanas režīma, $\langle \Gamma \rangle_{k_B T} \approx \Gamma_{cl}$. Mazais grafiks: izbēgšanas mehānisma pāreja. Vertikālā ass – relatīvie ieguldījumi $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$ no diskrētajiem stāvokļiem, $\Gamma_n e^{-E_n/k_B T} / Z \langle \Gamma \rangle_{k_B T}$, un no nepārtrauktā spektra, $\langle \Gamma \rangle_{cont} / \langle \Gamma \rangle_{k_B T}$, gadījumā, kad kubiskajā KP ir tieši 3 rezonanses, $u = 15\pi/18$. Netālu no pārejas temperatūras, kas iezīmēta ar vertikālo pārtraukto režģa līniju, $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$ galvenais ieguldījums mainās no pamatstāvokļa, $n = 0$, caur ierosinātajiem stāvokļiem, $n = 1, 2$, uz nepārtraukto spektru.

kur otrs vienādojums ir pazīstams rezultāts klasiskajā pārejas stāvokļu teorijā [37]. Statistiskās summas Z nepārtrauktais ieguldījums Z_{cont} tiek rēķināts, izmantojot integrāļus pa klasisko fāzu telpu, papildus vēl ņemot vērā $\frac{da}{dE} dE = \frac{dx dp}{2\pi\hbar}$,

$$\begin{aligned}
 Z_{cont} &= \int_{\substack{E > V_b, \\ x > -x_0}} e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + V(x) \right)} \frac{dx dp}{2\pi\hbar} = \\
 &= \int_{x > -x_0} e^{-\beta \left(\frac{p^2}{2m} + V(x) \right)} \frac{dx dp}{2\pi\hbar} - \int_0^{V_b} \frac{da}{dE} e^{-\beta E} dE
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

kur pēdējā locekli priekš $\frac{da}{dE} = \frac{\tau(E)}{2\pi\hbar}$ tiek izmantots vien. (3.12b).

Lai pie enerģijām $E \approx V_b$ konsekventi sasaistītu abus iepriekšminētos aizbēgšanas ātruma ieguldījumus, mēs papildus iekļaujam vēl trešo locekli $\langle \Gamma \rangle_{\text{tr}}$, kas atbilst daļējam fāzu telpas kvantam, kas att. 4.2 parādīts gaiši sarkanā krāsā, un kuru neņem vērā ne $\langle \Gamma \rangle_{\text{res}}$, ne $\langle \Gamma \rangle_{\text{cont}}$. Matemātiski, $\langle \Gamma \rangle_{\text{tr}}$ tiek rakstīts līdzīgi kā atsevišķs saskaitāmais no $\langle \Gamma \rangle_{\text{res}}$, bet, ņemot vērā samazināto fāzu telpas laukumu, tas tiek pierēzināts ar samazinātu statistisko svaru $a_{n_b} < 1$, kas ir neveselā daļa no $a(V_b) = 18u/5\pi$. Tādējādi,

$$\langle \Gamma \rangle_{\text{tr}} = Z^{-1} a_{n_b}(u) e^{-\beta E_{n_b}} \Gamma_{n_b} \quad (4.7a)$$

$$Z_{\text{tr}} = a_{n_b}(u) e^{-\beta E_{n_b}} \quad (4.7b)$$

$$a_{n_b}(u) := 18u/5\pi - \lfloor 18u/5\pi \rfloor \quad (4.7c)$$

Aprēķinu rezultāti priekš $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$ parādīti un aprakstīti att. 4.3. Var norādīt, ka $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$ ir sagaidāmā uzvedība gan zemas, gan augstas temperatūras robežās, un pāreja starp šiem režīmiem notiek, kā gaidīts [38], pie pārejas temperatūras T_0 ,

$$k_B T_0 := \frac{\hbar \omega_0}{2\pi} \quad (4.8)$$

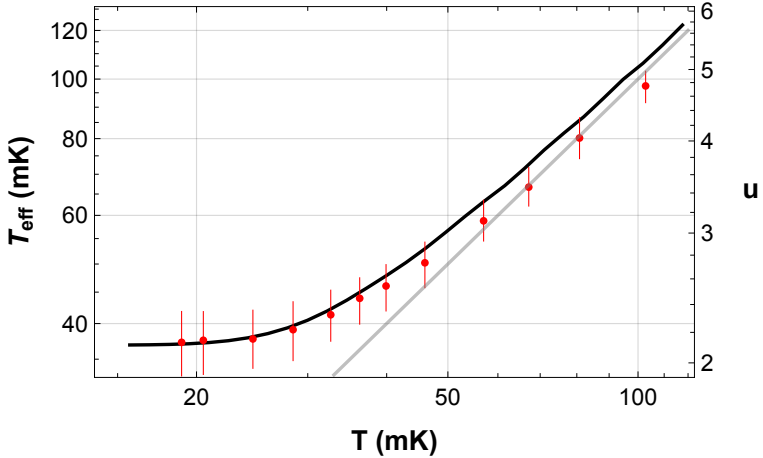
Lai validētu modeļa izbēgšanas ātrumus $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$ arī pārejas temperatūras apkārtnē, $T \approx T_0$, att. 4.4 mēs tos salīdzinām ar datiem no [30, 31], kur autori ir mērijuši Džozefsona pārejas izbēgšanas ātrumus no pārejas supravadošā nulles sprieguma stāvokļa uz tās disipatīvo nenulles sprieguma stāvokli pie dažādām temperatūrām T un noslieces strāvām I . Teorētiski šis atbilst abstraktās daļiņas, kas pārvietojas potenciālā $U(\phi)$, vien. (2.10), tunelēšanai ārā no kubiskā potenciāla bedres. Dati tikuši uzdoti efektīvās temperatūras T_{eff} formā

$$k_B T_{\text{eff}} := \frac{V_b}{-\ln(2\pi\Gamma/\omega_0)} \quad (4.9)$$

kur izbēgšanas ātrums Γ ir ticis izmērīts, bet ω_0 un V_b – aprēķināti, izmantojot kubisko potenciālu, aizvietošanas likumus (2.11) un eksperimentāli noteiktas Džozefsona pārejas parametru vērtības I_0 un C . Att. 4.4 parādītajiem datiem (sarkanie punkti) katrai fizikālajai temperatūrai T noslieces strāvas I vērtība vienmēr pielāgota tā, lai nodrošinātu $2\pi\Gamma/\omega_0 = e^{-11}$.

Att. 4.4 modeļa prognoze (melnā līkne) atbilst līmeņlīnijai $\langle \Gamma/\omega_0 \rangle_{k_B T} = e^{-11}/2\pi$ parametru plaknē $(k_B T, u)$. Tā kā tās vienīgais brīvais parametrs Ω_b ir ticis iegūts, izmantojot aizvietošanas likumus (2.11) un eksperimentāli noteiktās vērtības I_0 un C , mēs vērtējam sakritību starp modeli un datiem kā kopumā ļoti labu, tādējādi apstiprinot mūsu modeļa ātrumus $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$ arī pārejas temperatūras apkārtnē, $T \approx T_0$. Nelielo nesakritību pie augstākām temperatūrām var kvalitatīvi skaidrot ar klasisko

Kleina-Kramersa vienādojumu, kas vienādojumā (4.5) papildus paredz [37] korekcijas reizinātāju, kas samazina klasisko izbēgšanas ātrumu Γ_{cl} .



Attēls 4.4: Modeļa izbēgšanas ātrumu $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$ validācija pret datiem [30, 31] no Džozefsona pārejām. Horizontālā ass – fizikālā temperatūra T , vertikālā ass – efektīvā temperatūra $T_{\text{eff}} = -(V_b/k_B)/\ln(2\pi\Gamma/\omega_0)$. u – pārejas supravadošo stāvokļu skaits. Tā kā dati (sarkanie punkti) iegūti, nodrošinot nosacījumu $\ln(2\pi\Gamma/\omega_0) = -11$, temperatūru T_{eff} iespējams interpretēt arī vienkārši kā barjeras augstumu V_b . Melna līkne – atbilstošā prognoze, izmantojot modeļa izbēgšanas ātrumus $\langle \Gamma \rangle_{k_B T}$. Pelēka līkne, $T_{\text{eff}} = T$, – klasiskā prognoze no $\Gamma_{cl} = \omega_0 e^{-V_b/k_B T}/2\pi$.

4.2. Lādiņa satveršana pie nenulles temperatūras

Šajā apakšnodaļā mēs modelēsim elektronu satveršanas eksperimentus, ņemot vērā nenulles temperatūru kvantu punktā. Šo uzdevumu sarežģī fakts, ka satverošais potenciāls laikā nepārtraukti mainās, tāpēc termalizācijas laikam ir jāsacensas ar no laika atkarīgās problēmas raksturīgo laiku t_c . Vienkāršības labad mēs modelējam tikai divus šādas sacensības galējos gadījumus – priekš momentānas termalizācijas mēs formulējam satveršanas varbūtību $\langle N \rangle_{\text{fast}}$, bet priekš bezgalīgi lēnas termalizācijas mēs formulējam $\langle N \rangle_{\text{slow}}$. Salīdzinot šos divus modeļus ar eksperimentālajiem datiem, neviens no tiem nesniedz apmierinošu kvantitatīvu atbilstību, tomēr joprojām ir iespējams novērtēt kubiskā potenciāla enerģijas mērogu $\hbar\Omega_b$. Tas ļauj tālāk novērtēt priekš eksperimentālās

sistēmas jebkuru citu kubiskā modeļa dimensionālu raksturlielumu, kas ir pats nozīmīgākais nodaļas 4 rezultāts.

Ātras termalizācijas gadījumam mēs vienkārši aizvietojam vienādojumā (3.4) vispārīgo izbēgšanas ātrumu Γ ar termālo izbēgšanas ātrumu $\langle \Gamma(u) \rangle_{k_B T}$,

$$\langle N \rangle_{\text{fast}} = \exp \left\{ -\frac{\omega_0}{\dot{u}} \int_{u_0}^{\infty} \langle \Gamma/\omega_0 \rangle_{k_B T} du \right\} \quad (4.10)$$

Atbilstošās vērtības $-(\dot{u}/\omega_0) \ln \langle N \rangle_{\text{fast}}$ kā funkcijas no u_0 parādītas att. 4.5b kā krāsainās līknes.

Lēnas termalizācijas gadījumā $\langle N \rangle_{\text{slow}}$ temperatūra parādās tikai kā Bolcmaņa sadalījums pa sākuma nosacījumiem – vai nu eksistējošie diskrētie stāvokļi n , vai arī nepārtrauktā spektra daļa – pie $t = t_0$. Satveršanas varbūtības, kas atbilst katram no šiem gadījumiem, tiek iegūtas, diskrētajiem stāvokļiem izmantojot vienādojumu (3.4) un aizstājot Γ ar Γ_n , savukārt, nepārtrauktajai spektra daļai vienkārši izmantojot varbūtību 0, kas ir pieņemami, ja $\dot{u}/\omega_0 \ll 1$. Līdz ar to

$$\langle N \rangle_{\text{slow}} = \langle e^{-\int_{t_0}^{\infty} \Gamma_n(t) dt} \rangle_{k_B T} = \frac{1}{Z(u_0, \beta)} \sum_{n=0}^{n_b} a_n(u_0) e^{-\beta E_n(u_0)} e^{-(\omega_0/\dot{u}) M_n(u_0)} \quad (4.11)$$

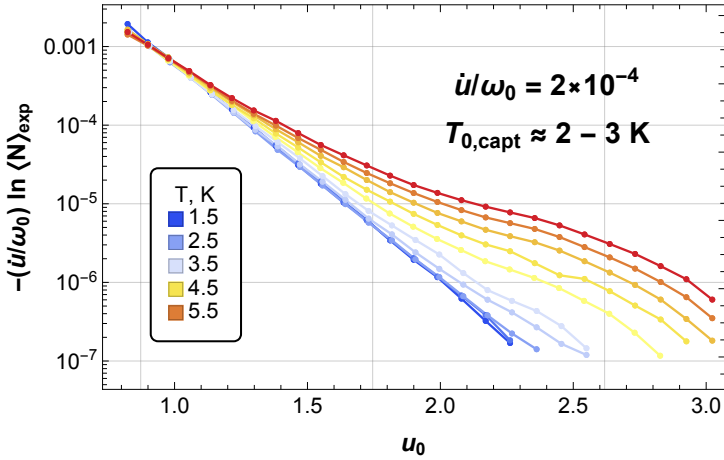
kur $Z(u_0, \beta)$ iegūst no vien. (4.2b) un $a_{n < n_b} = 1$. Atbilstošās vērtības $-(\dot{u}/\omega_0) \ln \langle N \rangle_{\text{fast}}$ kā funkcijas no u_0 parādītas att. 4.5c kā krāsainās līknes.

No abiem teorētiskajiem attēliem 4.5b un 4.5c redzams, ka neatkarīgi no pieņemtā termalizācijas ātruma termiskā aktivācija – novirzes no nulles temperatūras pamatstāvokļa tunelēšanas situācijas, kas parādīta kā melnās pārtrauktās līnijas – tiek prognozēta pie aptuveni vienas un tās pašas temperatūras $k_B T = \hbar \Omega_b / 2\pi$. Tāpēc mēs definējam elektronu satveršanas eksperimentiem savu pārejas temperatūru

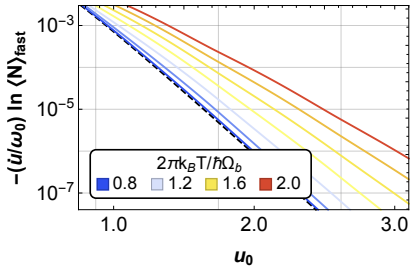
$$k_B T_{0, \text{capt}} := \hbar \Omega_b / 2\pi, \quad (4.12)$$

kuru izmantojot mēs spēsim novērtēt $\hbar \Omega_b$ datus, ja tajos būs novērojama termiskā aktivācija.

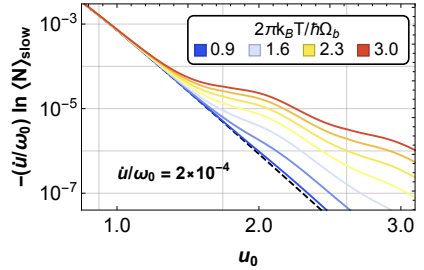
Eksperimentālie dati, ar kuriem abi modeļi tiks salīdzināti, parādīti att. 4.5a. Tie iegūti no viena no KP, kuri tika apskatīti 3 nodaļā, no tā, kas tika manipulēts ar lineāru $V_S(t)$. Visi eksperimentālie satveršanas varbūtību $\langle N \rangle_{\text{exp}}$ mērījumi veikti pie viena un tā pašā KP aizvēršanas ātruma s , kas atbilst $\dot{u}/\omega_0 \approx 2 \cdot 10^{-4}$, taču pie mainīgas temperatūras, sākot no $T = 1.5$ K un līdz pat $T = 6.0$ K. Dati attēloti ar $-(\dot{u}/\omega_0) \ln \langle N \rangle_{\text{exp}}$ uz vertikālās ass, savukārt uz horizontālās ass parādīti kubiskā modeļa dziļumi u_0 , kas iegūti, izmantojot parametrus $\tilde{\alpha}$ un V_D^c no att. 3.8c. No att. 4.5 redzams, ka ne viens, ne otrs modelis īsti nespēj atkārtot uzvedību datus



(a) No temperatūras atkarīgi satveršanas varbūtības dati $\langle N \rangle_{\text{exp}}$



(b) Ātras termalizācijas modelis $\langle N \rangle_{\text{fast}}$

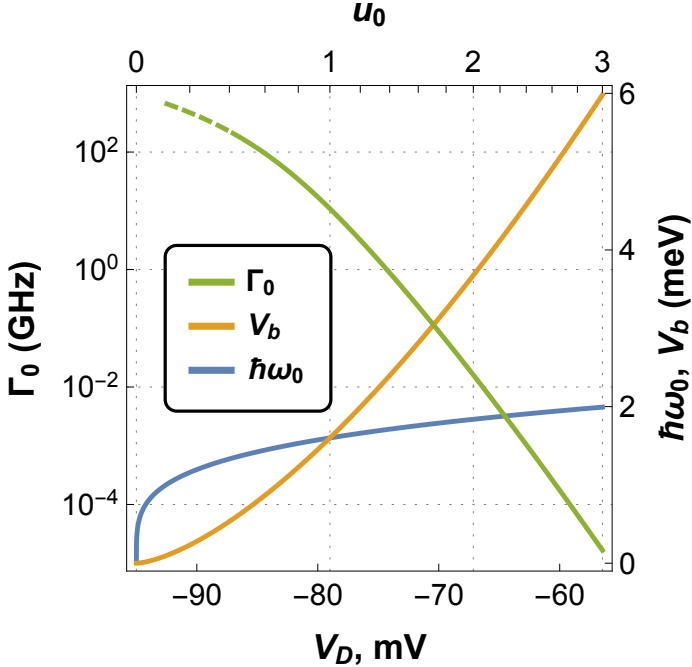


(c) Lēnas termalizācijas modelis $\langle N \rangle_{\text{slow}}$

Attēls 4.5: Eksperimentālās no temperatūras atkarīgās satveršanas varbūtības $\langle N \rangle_{\text{exp}}$ salīdzinājumā ar diviem no temperatūras atkarīgiem modeļiem, ar ātru vai lēnu termalizāciju, $\langle N \rangle_{\text{fast}}$ vai $\langle N \rangle_{\text{slow}}$. $\langle N \rangle$ parādīts kā $-(\dot{u}/\omega_0) \ln \langle N \rangle$. (a) Eksperimentālie dati. Sākotnējie dziļumi u_0 un bezdimensionālais ātrums \dot{u}/ω_0 iegūti, izmantojot rezultātus no att. 3.8c. Termiskā aktivācija novērojama sākot ar temperatūru 2 – 3 K. (b) un (c) Krāsainās līknes — no temperatūras atkarīgi rezultāti priekš, attiecīgi, $\langle N \rangle_{\text{fast}}$ un $\langle N \rangle_{\text{slow}}$. Melnās pārtrauktās līnijas – nulles temperatūras prognoze $\int_{u_0}^{\infty} (\Gamma/\omega_0) du$, kas pieņem tunelēšanu tikai no pamatstāvokļa. Abiem modeļiem novirzes no pamatstāvokļa gadījuma sākas pie temperatūras $k_B T_{0,\text{capt}} := \hbar \Omega_b / 2\pi$.

visā dziļumu diapazonā u_0 . $\langle N \rangle_{\text{fast}}$ līknes ir pārāk taisnas un vienkāršas, savukārt $\langle N \rangle_{\text{slow}}$ uzrāda papildu augšup-lejup oscilāciju vidējos dziļumos,

kas nav novērojama datos. Turklāt neviens no modeļiem neparedz temperatūras līkņu krustošanos, kas pie pašiem mazākajiem dziļumiem ir novērojama datos. Iespējamie fizikālie iemesli neatbilstībām varētu būt vismaz divi: 1) galīgs termalizācijas ātrums, kuru varētu modelēt klasiski, izmantojot Kleina-Kramersa vienādojumu [37], 2) galīga temperatūra T_S izteces kontaktā, ko joprojām būtu iespējams modelēt, izmantojot kinētisko vienādojumu (3.1).



Attēls 4.6: Eksperimentāla KP raksturojums tā seklajā režīmā, izmantojot novērtēto kubiskā modeļa enerģijas mērogu $\hbar\Omega_b$ (šeit konkrēti izmantots $\hbar\Omega_b = 1.6$ meV). Līmeņu starpība $\hbar\omega_0$, barjeras augstums V_b un pamatstāvokļa tunelēšanas ātrums Γ_0 ir zināmi katram kubiskā potenciāla dziļumam u_0 , kā arī KP izniršanas brīdī no Fermi jūras, kad sākas tunelēšana prom, katrai noteces aizvara sprieguma vērtībai V_D .

Lai gan nav tikusi novērota laba kvantitatīva atbilstība starp datiem un kādu no modeļiem, joprojām, izmantojot vien. (4.12), ir iespējams novērtēt svarīgo kubiskā potenciāla enerģijas mērogu $\hbar\Omega_b$. Datus pārejas temperatūru $T_{0, \text{capt}}$ var novērtēt kā atbilstošu diapazonam 2–3 K, kas at-

bilst $\hbar\Omega_b$ diapazonam 1.1–1.6 meV. Šis ir visnotaļ nozīmīgs rezultāts, jo, ja 3 nodaļas rezultāti ļāva noteikt tikai bezdimensionālus lielumus – dziļumu u_0 un KP aizvēršanas ātrumu \dot{u}/ω_0 , tad $\hbar\Omega_b$ ļauj raksturot eksperimentālo KP tālāk ar jebkuru dimensionālu lielumu, ko iespējams aprēķināt kubiskajā modeli. Piemēram, enerģijas līmeņu starpība un barjeras augstums, kā redzams no $\hbar\omega_0 = \hbar\Omega_b u^{1/5}$ un $V_b = \hbar\Omega_b u^{6/5}$, analizētajos datos ir ar to pašu meV mērogu kā $\hbar\Omega_b$. Abu šo enerģiju atkarība no u un V_D parādīta att. 4.6. Enerģijas mērogs $\hbar\Omega_b \sim \text{meV}$ atbilst frekvenču mērogam $\Omega_b \sim \text{THz}$ satvertā elektrona svārstībām seklaajā gareniskajā virzienā. Mērogs $\Omega_b \sim \text{THz}$ arī papildus atbilst aptuvenai augšējai robežai kubiskā pamatstāvokļa tunelēšanas ātrumiem Γ_0 , kas praksē būtu nozīmīgi kā ātruma robeža daudzos maināmas barjeras KP ierīču pielietojumos. Att. 4.6 redzams, ka Γ_0 tuvojas šai robežai režīmā, kurā KP jau ir uz izzušanas robežas, $u_0 \approx 0.5$, bet, izvēloties lielākus dziļumus u_0 starp 0.5 un 3, tunelēšanas ātrumu iespējams mainīt pa vairāk kā 6 lieluma kārtām. Visbeidzot, $\hbar\Omega_b$ ļauj arī iegūt telpisko un laika mērogius, kas izmantoti bezdimensionālajā kubiskā potenciāla Šrēdingera vienādojumā (2.7). Datim, kas analizēti šeit, raksturīgais laiks t_c starp situācijām $u = 0$ un $u = 1$ ir $t_c \sim 3 \text{ ns}$, bet harmoniskā oscilatora lokalizācijas telpiskais mērogs ir $\sqrt{\hbar/m\Omega_b} \sim 30 \text{ nm}$. Abus šos mērogius var salīdzināt ar eksperimentāli zināmiem atbilstošajiem mērogiem, lai pārbaudītu nepretrunīgumu starp modeli un eksperimentu.

5. NENULLES MAGNĒTISKAIS LAUKS

Šī nodaļa pievēršas situācijai ar konstantu nenulles magnētisko lauku, kas ir perpendikulārs divdimensionālās elektronu gāzes plaknei. Šis ir praksē nozīmīgs gadījums abām KP pielietojuma jomām no apakšnodaļas 1.3 – gan vienelektrona sūkņiem, gan arī elektronu kvantu optikai. Apakšnodaļā 5.1 tiek teorētiski parādīts, kā viendimensionālā kubiskā potenciāla modeli joprojām ir iespējams izmantot, ja ir vismaz viens elektrona satveršanas mehānisms – magnētiskais vai šķērsvirziena elektrostatisks –, kas ir spēcīgāks par elektrostatisko kubisko garenisko satveršanu. Tiek iegūts, ka būtībā vienīgā magnētiskā lauka atstātā ietekme ir elektrona masas pārmērogošana, no kā izriet arī pārējo no masas atkarīgo lielumu pārmērogošanās. Tās tiek izmantotas apakšnodaļā 5.2, lai salīdzinātu šeit apskatīto modeli ar no magnētiskā lauka atkarīgiem elektronu sūkņu datiem.

5.1. Dimensiju redukcija

Šajā apakšnodaļā mēs izskaidrosim, kā konstanta nenulles magnētiskā lauka gadījumā, kas ir perpendikulārs elektronu kustības plaknei, viendimensionālā kubiskā potenciāla modelis joprojām var tikt izmantots, ja darbojas vismaz vēl viens elektronu satveršanas mehānisms, kas ir spēcīgāks par kubisko potenciālu. Mēs noskaidrosim, ka, būtībā, vienīgā magnētiskā lauka atstātā ietekme ir elektrona masas pārmērogošana. Tas, savukārt, nozīmē vēl citu kubiskā modeļa lielumu pārmērogošanu, kas tiks izmantots nākamajā apakšnodaļā 5.2, lai salīdzinātu šo modeli ar no B lauka atkarīgiem elektronu sūkņēšanas datiem.

Apskatot elektrostatisku kubisko potenciālu $V(x)$ gareniskajā x virzienā un elektrostatisku kvadrātisku potenciālu $m\omega_y y^2/2$ šķērseniskajā y virzienā un parametrizējot B lauku caur ciklotrona frekvenci $\omega_c = eB/m$, sākotnējais Hamiltona operators Landau kalibrācijā uzrakstāms kā

$$\mathcal{H}_{2D} = \frac{(p_x - m\omega_c y)^2 + p_y^2}{2m} + \frac{m\omega_y^2 y^2}{2} + V(x) \quad (5.1)$$

Lai parādītu, ka pie nosacījuma $\omega_0 \ll \max(\omega_c, \omega_y)$ kustību gar x asi joprojām var uzskatīt par tādu, ko nosaka viendimensionāls kubiskais potenciāls, mēs veicam unitāru transformāciju Hamiltona opera-

toram $\mathcal{H}_{2D} \rightarrow \tilde{\mathcal{H}}_{2D}$,

$$\tilde{\mathcal{H}}_{2D} := e^S \mathcal{H}_{2D} e^{-S} \quad (5.2a)$$

$$S := \frac{i\omega_c p_x p_y}{m\hbar\Omega^2} \quad (5.2b)$$

$$\Omega^2 := \omega_y^2 + \omega_c^2, \quad (5.2c)$$

kur lielas frekvences Ω robežā sistēmas apraksts vienkāršosies līdz viendimensionālam.

Transformētais Hamiltona operators vienāds ar

$$\tilde{\mathcal{H}}_{2D} = \frac{p_x^2}{2(1 + \omega_c^2/\omega_y^2)m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\Omega^2 y^2}{2} + V\left(x + \frac{\omega_c}{m\Omega^2} p_y\right) \quad (5.3)$$

kur mainīgie x un y joprojām lielā mērā reprezentē fizikālās telpiskās koordinātes, jo transformācija e^{-S} izsmērē viļņu funkcijas $\psi(x, y)$ ar telpisko mērogu $(\omega_c/\omega_y + \omega_y/\omega_c)^{-1} \sqrt{\hbar/m\omega_y}$. Hamiltona operators $\tilde{\mathcal{H}}_{2D}$ joprojām satur mijiedarbību starp mainīgajiem x un y , jo, izrakstot potenciāla V kubiskā polinoma visu pakāpju saskaitāmos, parādās loceklis, kas proporcionāls $x p_y^2$, un loceklis, kas proporcionāls $x^2 p_y$. Tomēr, ja apskata situāciju, kurā kubiskā satveršana ir daudz vājāka par elektrostatisko šķērsvirziena vai magnētisko satveršanu,

$$\omega_0^2 \ll \Omega^2 = \omega_y^2 + \omega_c^2, \quad (5.4)$$

tad y kustībā dominēs harmoniskais oscilators ar līmeņu starpību $\hbar\Omega$, kas ir daudz lielāka nekā minētie mijiedarbības locekļi. Jebkuras pārejas ar mainīgu y virziena ierosinājumu skaitu n_y noīsināsies pašas dinamikas rezultātā laika mērogos Ω^{-1} , kas būs daudz īsāki par laika mērogiem $\sqrt{1 + (\omega_c/\omega_y)^2} \omega_0^{-1}$ kustībai x virzienā. Tādējādi kustību katrā Hilberta telpas apakštelpā ar noteiktu n_y var aprakstīt atsevišķi, izmantojot savu individuālu Hamiltona operatoru $\mathbb{P}_{y,n} \tilde{\mathcal{H}}_{2D} \mathbb{P}_{y,n}$, kur $\mathbb{P}_{y,n}$ projicē uz atiecīgo apakštelpu. Principā atbilstošie Hamiltona operatori kustībai x virzienā ir atkarīgi no n_y , tomēr, izmantojot nosacījumu (5.4) un apskatot tikai zemākos n_y , tie visi tuvināti vienādi ar to pašu viendimensionālo no magnētiskā lauka atkarīgo kubiskā potenciāla Hamiltona operatoru

$$\mathcal{H}(B) = \frac{p_x^2}{2(1 + \omega_c^2/\omega_y^2)m} + \frac{bx^3}{3} - Fx + V_b/2, \quad \omega_c = eB/m \quad (5.5)$$

Kā redzams, iegūtais Hamiltona operators ir gandrīz identisks sākotnējam kubiskā modeļa Hamiltona operatoram, vien. (2.2), un vienīgā atšķirība ir reizinātājs $(1 + \omega_c^2/\omega_y^2)$, kas reizina elektrona masu m . Tādējādi var uzskatīt, ka elektrons kļūst masīvāks magnētiskā lauka dēļ, un var

definēt no magnētiskā lauka atkarīgo masu $m(B)$:

$$m(B) := m\zeta^2(B) \quad (5.6a)$$

$$\zeta^2(B) := 1 + \omega_c^2(B)/\omega_y^2 = 1 + B^2/B_0^2 \quad (5.6b)$$

$$B_0 := m\omega_y/e \quad (5.6c)$$

Šeit $\zeta(B) \geq 1$ ir mērogošanas reizinātājs, bet B_0 — pārejas lauks, ap un virs kura magnētiskā lauka ietekmei vajadzētu kļūt novērojama. Tā kā B_0 ir atkarīgs no ω_y , šis varētu tikt izmantots ω_y noteikšanai eksperimentā.

Vairāki svarīgi kubiskā modeļa lielumi ir atkarīgi no masas m , kā rezultātā arī tie mērogojas B lauka ietekmē,

$$\omega_0(B) = \frac{\omega_0(0)}{\zeta(B)} \quad (5.7a)$$

$$u(B) = u(0)\zeta(B) \quad (5.7b)$$

$$\left. \frac{\dot{u}}{\omega_0} \right|_B = \left. \frac{\dot{u}}{\omega_0} \right|_{B=0} \zeta^2(B) \quad (5.7c)$$

$$\Omega_b(B) = \frac{\Omega_b(0)}{\zeta^{6/5}(B)} \quad (5.7d)$$

Nākamajā apakšnodaļā 5.2 mēs apvienosim vienādojumus (5.7b) un (5.7c) ar jau izstrādātajām idejām un datu analīzes metodēm no nodaļas 3, lai modelētu B lauka atkarību elektronu sūkņu datus. Kvalitatīvā līmenī redzams, ka vienādojums (5.7c) paredz, ka pieaugoša B lauka rezultātā pastiprināsies neadiabātiskās ierosmes efekti, kas saskan arī ar vien. (5.7d), saskaņā ar kuru samazināsies maināmas barjeras KP ierīču darbības ātrums (skat. vien. (2.9) un tā analīzi).

5.2. Salīdzinājums ar eksperimentu

Šajā apakšnodaļā mēs demonstrēsim, kā iepriekšējā apakšnodaļā 5.1 izklāstīto no magnētiskā lauka atkarīgo kubiskās satveršanas modeli var izmantot eksperimentālo datu analīzei un interpretācijai. Šim nolūkam mēs izmantosim datus [39] no vienelektrona sūkņiem, kuros novērots, ka nenulles magnētiskais lauks 1) padara asāku strāvas pakāpienu $0 \rightarrow e_f$ un 2) liek parādīties neadiabātiskajiem ierosinājumiem KP. Neskatoties uz labu sakritību starp modeļa līknēm un datiem, tomēr tiks iegūta pretruna starp modeli un eksperimentu. Šis liks apspriest iespējamās fizikālās cēloņus, kas varētu būt pretrunas pamatā, kas galu galā novedīs pie galvenajiem šīs nodaļas 5 secinājumiem.

Lai ar kubisko modeli modelētu no B lauka atkarīgos elektronu satveršanas vai ar tiem cieši saistītos elektronu sūkņēšanas eksperimentus, vienkārši atkārtoti tiks izmantots vien. (3.4) priekš pamatstāvokļa, $\Gamma = \Gamma_0$, vienīgi šoreiz izmantojot no B lauka atkarīgo dziļumu un ātrumu,

vien. (5.7b) un (5.7c):

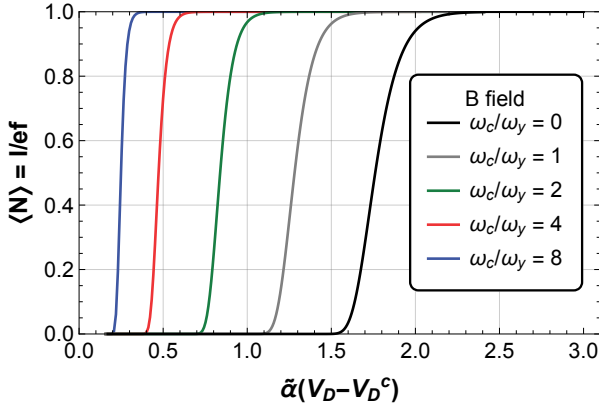
$$\langle N \rangle = \exp \left\{ - \left(\frac{\dot{u}}{\omega_0} \Big|_{B=0} \zeta^2(B) \right)^{-1} M_0 \left(\zeta(B) [\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4} \right) \right\} \quad (5.8)$$

Šeit tiek pieņemts, ka magnētiskais lauks B neietekmē ne elektrostatisko satverošo potenciālu $V(t, x)$, ne izteces Fermi līmeni ϵ_F . Papildus šeit izmantots $u_0(B = 0, V_D) = [\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4}$, vienādojums (3.15), kas, var uzskatīt, apraksta kubiskā potenciāla formu neatkarīgi no B lauka.

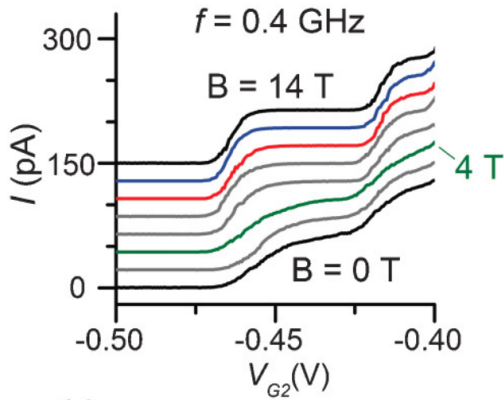
Vienādojuma (5.8) paredzētās no magnētiskā lauka B atkarīgās satveršanas varbūtības parādītas att. 5.1a kā funkcijas no bezdimensionālā noteces aizvara sprieguma $\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)$. Palielinot magnētisko lauku $B = m\omega_c/e$, novērojami divi efekti: 1) satveršanas varbūtības pakāpiena $\langle N \rangle = 0 \rightarrow 1$ nobīde uz negatīvākiem spriegumiem un 2) šī pakāpiena saasināšanās. Lai saasināšanās efektu kvalitatīvi salīdzinātu ar datiem, dots att. 5.1b. Vienādojumā (5.8) saasināšanās notiek tādēļ, ka pie visiem noteces aizvara spriegumiem V_D efektīvās masas $m(B)$ palielināšanās palielina arī sākotnēji satverto stāvokļu skaitu u_0 , kā rezultātā meistarlīknes $M_0(u_0(V_D))$ arguments $u_0(V_D) = \zeta(B) [\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)]^{5/4}$ kā funkcija no V_D kļūst stāvāks.

Kvantitatīvai modeļa un eksperimenta salīdzināšanai tiks izmantoti dati no [39], kur KP darbināts kā vienelektrona sūknis pie dažādām sūknēšanas frekvencēm f , kuras šeit tiks pieņemtas kā proporcionālas kubiskā modeļa $\dot{u}/\omega_0|_{B=0}$. Mērītais lielums ir strāva I , kas plūst caur KP, un tās saistība ar elektrona satveršanas varbūtību ir $\langle N \rangle = I/ef$. No [39] šeit tiks apskatīti satveršanas varbūtības pakāpienu platumi turienes attēlā 2(a), kā arī neadiabātiskās ierosmes līniju dati turienes attēlā 2(c). Eksperimentālā darba attēlā 2(a) dati iegūti pie sūknēšanas frekvences $f = 100$ MHz, un pirmais strāvas pakāpiens $I/ef = \langle N \rangle = 0 \rightarrow 1$ tur tiek saistīts ar viena elektrona tunelēšanu no KP pamatstāvokļa. Eksperimentālā darba attēlā 2(c) dati, kas parādīti arī šeit att. 5.2d, iegūti pie paaugstinātas sūknēšanas frekvences $f = 1$ GHz. Šie dati attēloti pēc visu pamatstāvokļa strāvas pakāpienu nobīdes uz grafika apakšējo malu, kas darīts, lai koncentrētos uz 3 blāvākiem strāvas pakāpieniem. Šie papildus pakāpieni saistīti ar neadiabātisku ierosmi uz augstākiem stāvokļiem, kas kļuvusi iespējama paaugstinātā KP darbības ātruma dēļ. Papildus pakāpienu interpretācija pēc būtības ir tāda pati kā pamatstāvokļa gadījumā – kā pāreja no nulles satveršanas varbūtības līdz pilnīgi noteiktai satveršanai –, vienīgi šajā gadījumā elektrons tunelē no ierosināta stāvokļa $n > 0$.

Lai modelētu šos datus, vispirms gan priekš pamat-, gan ierosinātajiem stāvokļiem ir nepieciešamas to strāvas pakāpienu bezdimensionālās sprieguma pozīcijas, kuras apzīmēsim ar $v_n(B, \dot{u}/\omega_0|_{B=0})$. Precīzāk, attēlā 5.1a v_n norādīs horizontālās pozīcijas $\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c)$, pie



(a) Kubiskais modelis, $\frac{\dot{u}}{\omega_0} \Big|_{B=0} = 10^{-6}$



(b) Eksperimentāli dati [16].

Attēls 5.1: No magnētiskā lauka $B = m\omega_c/e$ atkarīgā satveršanas varbūtības pakāpiena $\langle N \rangle = I/ef = 0 \rightarrow 1$ saasināšanās (a) kubiskajā modelī un (b) eksperimentālos datos [16]. Dažādas magnētiskā lauka vērtības ir attēlotas ar krāsām, atšķirīgā veidā modelim un datiem. Datim katrai secīgajai eksperimentālajai līknei magnētiskais lauks palielināts par 2 T, kā arī līknes pabīdītas vertikāli un horizontāli, lai skaidrāk parādītu strāvas pakāpienus.

kurām $\langle N \rangle_n = 1/2$, kur $\langle N \rangle_n$ tiek rēķināts pēc vien. (5.8), kurā izmantotas arī ierosināto stāvokļu meistarliknes, $M_0 \rightarrow M_n$. Tādējādi spriegumus v_n var izteikt kā

$$v_n \left(B, \frac{\dot{u}}{\omega_0} \Big|_{B=0} \right) = \left\{ \frac{1}{\zeta(B)} u_{0, \ln M_n} \left(\ln[\zeta^2(B)] + \ln \frac{\dot{u}}{\omega_0} \Big|_{B=0} + \ln(\ln 2) \right) \right\}^{4/5} \quad (5.9)$$

$$u_0 =: u_{0, \ln M_n}(\ln M_n(u_0)) \quad (5.10)$$

kur ar $u_{0, \ln M_n}(\dots)$ apzīmētas apgrieztās funkcijas sakarībām $u_0 \rightarrow \ln M_n(u_0)$.

Tālāk, mēs vēlamies kvantitatīvi novērtēt strāvas pakāpienu platumus 100 MHz datiem. Šim nolūkam mēs izmantosim sabrukšanas-kaskāžu modeļa [32] izteiksmi $I(V_D)/ef = \langle N \rangle = \exp\{-\exp\{-\alpha_{\text{dc}} V_D + \delta\}\}$, no kuras mēs interpretējam

$$\alpha_{\text{dc}}^{-1} = \left(-\frac{d}{dV_D} \ln[-\ln\langle N \rangle] \right)^{-1} \quad (5.11)$$

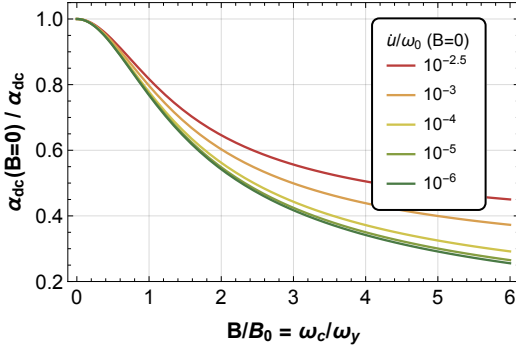
kā nepieciešamo strāvas pakāpiena platumu. Piedzenot sabrukšanas-kaskāžu modeļa izteiksmi datiem, var iegūt eksperimentālus no B lauka atkarīgus pakāpienu platumus $\alpha_{\text{dc}, \text{exp}}^{-1}(B)$, kas līdz magnētiskā lauka vērtībai $B = 4 \text{ T}$ parādīti kā melnie punkti att. 5.2b. Lai iegūtu atbilstošo modeļa prognozi, mēs izsakām $-\frac{\partial}{\partial V_D} \ln[-\ln\langle N \rangle]$ no vien. (5.8) un aprēķinām rezultātu pie $\tilde{\alpha}(V_D - V_D^c) = v_0$.

Izmantojot šo, modeļa prognozes abām datu kopām iespējams pierakstīt kā

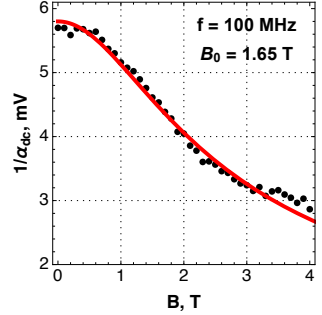
$$\alpha_{\text{dc}}^{-1}(B) = \left(\frac{5}{4} \tilde{\alpha} \zeta v_0^{1/4} \frac{\Gamma_0/\omega_0}{M_0} \Big|_{v_0^{5/4} \zeta} \right)^{-1} \quad (5.12)$$

$$\Delta V_{D,n}(B) = \tilde{\alpha}^{-1}(v_n - v_0), \quad (5.13)$$

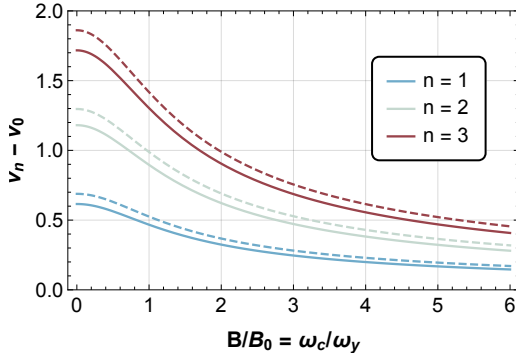
kur $\alpha_{\text{dc}}^{-1}(B)$, parādīts att. 5.2a, ir pamatstāvokļa pakāpienu platumi 100 MHz datiem, un $\Delta V_{D,n}(B)$, parādīti att. 5.2c, ir ierosinātā stāvokļa n un pamatstāvokļa strāvas pakāpienu attālumi gar sprieguma V_D asi 1 GHz datiem. Abi no B lauka atkarīgie grafiki ir papildus vēl atkarīgi no trim parametriem – magnētiskā lauka mēroga B_0 , spriegumu V_D mēroga $\tilde{\alpha}^{-1}$ un KP nulles lauka aizvēršanas ātruma $\dot{u}/\omega_0|_{B=0}$, savukārt, kritiskais spriegums V_D^c no abām attiecīgajām izteiksmēm ir pazudis. Abām datu kopām vienlaicīgi piedzītas funkcijas $\alpha_{\text{dc}}^{-1}(B)$ un $\Delta V_{D,n}(B)$ redzamas att. 5.2b un 5.2d, kur izmantotas parametru vērtības $B_0 = 1.65 \text{ T}$, $\frac{\dot{u}}{\omega_0} \Big|_{B=0}^{1 \text{ GHz}} = 10^{-17}$ un $\tilde{\alpha}^{-1} = 74 \text{ mV}$. Pie nulles lauka, $B = 0$, šim atbilstošie dziļumi u_0 ir 5.6 vai lielāki. Īpaši komentējam lielo nenoteiktību KP aizvēršanas ātrumā – $\frac{\dot{u}}{\omega_0} \Big|_{B=0}^{1 \text{ GHz}}$ starp 10^{-23} un 10^{-13} , kas saistīts ar ārkārtīgi vāju modeļa līkņu atkarību no $\dot{u}/\omega_0|_{B=0}$, īpaši pie zemākiem ātrumiem $\dot{u}/\omega_0|_{B=0}$.



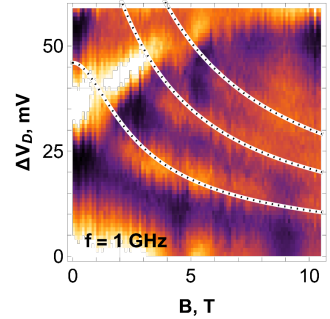
(a) Prognozētie strāvas pakāpienu platumi α_{dc}^{-1} magnētiskajā laukā



(b) Modeļa līknes no (a), piedzītas datiem



(c) Prognozētie attālumi starp ierosināto un pamatstāvokļa strāvas pakāpieniem.



(d) Modeļa līknes no (c), piedzītas datiem

Attēls 5.2: (a) un (c) – kubiskā modeļa prognozes magnētiskā lauka B atkarībai vienelektrona sūkņu datus. (b) un (d) – salīdzinājums ar datiem [39]. (a) Prognozētie pamatstāvokļa strāvas pakāpiena $I/ef = 0 \rightarrow 1$ platumi $\alpha_{\text{dc}}^{-1}(B)$. Atkarība no $\frac{\dot{u}}{\omega_0}|_{B=0}$ pie zemākiem KP aizvēršanas ātrumiem $\frac{\dot{u}}{\omega_0}|_{B=0}$ ir ļoti vāja. (b) Modeļa līknes no (a), piedzītas datiem. Eksperimentālie punkti $\alpha_{\text{dc}, \text{exp}}^{-1}(B)$ iegūti, piedzenot sabrukšanas-kaskāžu modeļa izteiksmi sūknētās strāvas datiem $I(V_D)$. (c) Prognozētie attālumi uz sprieguma ass V_D starp ierosināto stāvokļu n un pamatstāvokļa strāvas pakāpieniem. Nepārtrauktās līnijas atbilst $\frac{\dot{u}}{\omega_0}|_{B=0} = 10^{-20}$, bet pārtrauktās $\frac{\dot{u}}{\omega_0}|_{B=0} = 10^{-3}$. (d) Modeļa līknes no (c), piedzītas datiem. Gaišāki toņi datus norāda lielāku atvasinājumu $\partial I/\partial V_D$, tā parādot pamat- un ierosināto stāvokļu strāvas pakāpienu pozīcijas.

Lai gan novērojamā sakritība starp datiem un piedzītajām līknēm att. 5.2b un 5.2d izskatās pārliecinoši, diemžēl piedzītās līknes tomēr nav pilnībā saskanīgas ar eksperimentu. Tas pamatojams šādi: tā kā esam centušies panākt vienlīdz labu sakritību starp modeļa līknēm un datiem visām B lauka vērtībām, tostarp mazām, $B \rightarrow 0$, mēs faktiski esam pieņēmuši, ka nosacījums $\omega_0 \ll \Omega$ izpildās $\omega_0 \ll \omega_y$ dēļ (elektrostatiskā potenciāla bedre izstiepta gar x asi). Tādējādi, no vienādojuma (5.6c) aprēķinot $\omega_y = 4.3$ THz, varam rakstīt $\Omega_b \sim \omega_0 \ll \omega_y = 4.3$ THz un tālāk, izmantojot vien. (2.9), novērtēt no apakšas raksturīgo elektrona satveršanas laiku t_c ,

$$t_c = \frac{5}{4} \frac{\Omega_b^{-1}}{\dot{u}/\omega_0} \gg \frac{5/4}{10^{-13} \cdot 4.3 \text{ THz}} \sim 1 \text{ sec} \quad (5.14)$$

Šī ir acīmredzama pretruna ar eksperimentālo sūknēšanas frekvenci $f = 1$ GHz, jo visiem raksturīgajiem sūknēšanas vai elektrona satveršanas laika mērogiem vajadzētu būt mazākiem par atbilstošo sūknēšanas periodu 1 ns.

Tālāk apspriedīsim divus iespējamus iemeslus novērotajai pretrunai starp piedzītajām līknēm un eksperimentu un tad pāriesim pie šīs (5) nodaļas galvenajiem secinājumiem. Pirmais iespējamais neatbilstības iemesls varētu būt tāds, ka mūsu veiktās labāko parametru meklēšanas laikā netieši veiktais pieņēmums¹ $\Omega_b \ll \omega_y$ nav piemērots konkrētajai eksperimentālajai ierīcei un tā vietā $\Omega_b \sim \omega_y$ raksturo situāciju labāk, līdzīgi kā tas tika apskatīts oriģinālajā rakstā [39]. Šādā situācijā modeļa līkņu piedzišana datiem joprojām būtu jēgpilna, ja ir iespējams sasniegt pietiekami augstu magnētisko lauku, lai izpildītos nosacījums $\Omega_b \ll \omega_c$. Tad lielāka uzmanība un svars, meklējot labākos parametrus, būtu jāpiešķir augsta magnētiskā lauka datiem, kur modeļa izmantošana būtu labāk pamatota. Varētu spekulēt, ka attēla 5.2d ierosmes līnijas tik labi sakrīt ar datiem, jo tām jau izpildās $\Omega_b \ll \omega_c$, savukārt, šeit veiktās labāko parametru meklēšanas problēmas ceļas no att. 5.2b, jo tajā $\Omega_b \ll \Omega$ vēl nav spēkā. Var atzīmēt, ka, ja pieņem, ka magnētiskā lauka efekti joprojām sāk parādīties ap $\omega_c \sim \omega_y$ arī gadījumā $\Omega_b \sim \omega_y$, tad B_0 un ω_y lieluma kārtas joprojām ir noteiktas pareizi. Tādā gadījumā šeit analizētajam eksperimentam $\Omega_b \sim \omega_y \sim \text{THz}$, kas ir tas pats mērogs priekš Ω_b , kāds tika iegūts nodaļā 3 citam eksperimentam, citā GaAs/AlGaAs ierīcē.

Otrs iespējamais neatbilstības iemesls varētu būt tāds, ka viendimensionālā kubiskā potenciāla pieņēmums kā gana labs tuvinājums ir spēkā tikai pamatstāvoklim. Ierosinātajiem stāvokļiem ar augstāku enerģiju pieņēmums, ka potenciālās enerģijas funkcija ir divu viendimensionālu potenciālo enerģiju summa divos perpendikulāros virzienos, vairs

¹Sekojošajos spriedumos ω_0 vietā izmantosim Ω_b , jo elektronu satveršanas laikā Ω_b paliek nemainīgs un $\omega_0/\Omega_b = u^{1/5} \sim 1$.

nebūtu tik precīzs, kas ietekmētu gan kvantētās enerģijas, gan tuneļēšanas ātrumus. Ja šis būtu taisnība, tad viens veids, kā modelēt šo "mainīgo atdalīšanās neizpildīšanos", būtu apskatīt visus pārējos kubiskos izvirzījuma locekļus potenciālam divās dimensijās – papildus saskaitāmos x^2y , xy^2 un y^3 . Lai arī šis varētu šķist pieņemams turpmākās pētniecības virziens, būtu jāievieš vairāki jauni papildus parametri, attiecīgi, visticamāk, būtu jāveic kāds saprātīgs pieņēmums, lai samazinātu to skaitu.

Noslēdzot, šajā nodaļā esam parādījuši, kā vienkāršo viendimensionālo kubiskā potenciāla modeli iespējams izmantot, lai modelētu un analizētu maināmas barjeras kvantu punktu ierīces un to datus nenulles magnētiskajā laukā, ja kubiskais potenciāls gareniskajā virzienā ir vājāks par kvadrātisko potenciālu šķērsvirzienā, $\Omega_b \ll \omega_y$, un/vai vājāks par magnētisko satveršanu, $\Omega_b \ll \omega_c$. Šeit novērotā pretruna starp eksperimentu un piedzītajām kubiskā modeļa liknēm norāda uz nepieciešamību paplašināt fizikālo apstākļu reģionu, kurš tiek modelēts. Kopumā šķiet, ka ir nepieciešama tiešāka šķērsvirziena dinamikas un tās ietekmes uz enerģijām un tuneļēšanas ātrumiem modelēšana. No abām nupat apskatītajām iespējām, kā šķērsvirziena kustība varētu ietekmēt aizbēgšanas no KP dinamiku, vienkāršākā apskatāmā situācija būtu pieļaut aptuveni izotropisku elektrostatisko satveršanu, $\Omega_b \sim \omega_y$, jo alternatīva – garenvirziena un šķērsvirziena mainīgo atdalīšanās neizpildīšanās pie nulles magnētiskā lauka – sākotnēji nozīmētu ieviest vairākus papildus parametrus potenciālajā enerģijā. Turklāt, pat ja šeit apskatītais elektrostatisks satveršanas režīms $\Omega_b \ll \omega_y$ eksperimentāli būtu apstiprinājies, tad gadījumam $\Omega_b \sim \omega_y$ tāpat būtu nepieciešama uzmanība nākotnē. Jo, ja frekvence Ω_b tiešām tiktu nopietni uztverta kā ierīces ātrums, ko nepieciešams palielināt, tad šāda optimizācija galu galā tāpat novestu no sākotnējā režīma $\Omega_b \ll \omega_y$ pie $\Omega_b \sim \omega_y$.

6. SECINĀJUMI

6.1. Secinājumi un plašāka ietekme

Šajā promocijas darbā:

1. ir tikusi demonstrēta vienkāršā viendimensionālā kubiskā potenciāla pieņēmuma $V(t, x) = bx^3/3 - \dot{F}tx$ potenciālā lietderība, lai priekš maināmas barjeras kvantu punktu ierīču **maksimāli ātras darbības** modelētu vājas satveršanas režīmu. Sagaidāms, ka šis pieņēmums apraksta **universālu darbības režīmu**, kas ir pieejams plašam eksperimentālo realizāciju klāstam.
2. ir izskaidrots, kā **pilnībā sasaistīt** eksperimentālu kvantu punktu vājas satveršanas režīmā **ar kubisko modeli** – kā noteikt tādos lielumus kā satverto stāvokļu skaitu, barjeras augstumu, tunelēšanas ātrumus, u. tml., kā arī šo lielumu atkarību no aizvaru spriegumiem.
3. teorētiskais frekvenču mērogs $\Omega_b = (6b^2\hbar/m^3)^{1/5}$ ir identificēts kā mērogs, kas vienlaikus **ierobežo** maināmas barjeras kvantu punktu ierīču, piemēram, visprecīzāko elektronu sūkņu vai vienelektrona avotu, gan darbības ātrumu, gan noturību pret termiskajiem ierosinājumiem.

Secinājumu nr. 2 un 3 izvērstāki apskati atrodami, attiecīgi, apakšnodaļu 4.2 un 2.2 pēdējās rindkopās. Šīs apakšnodaļas atlikušajā daļā mēs padziļinātāk izvērsīsim pašu vispārīgāko secinājumu nr. 1. Mēs uzskatām, ka šajā darbā apskatītais vienkāršais viendimensionālais kubiskais modelis varētu būt ļoti noderīgs maināmas barjeras kvantu punktu ierīču tālākai attīstībai. Jo īpaši tas varētu būt noderīgs, lai raksturotu un optimizētu ierīces, kas darbojas vājas satveršanas režīmā, kurā var gaidīt, ka šis modelis būs universāli spēkā plašam eksperimentālo realizāciju klāstam. Tā kā tunelešanas ātrumi šajā režīmā tuvojas savām maksimāli iespējamajām vērtībām, mēs ceram, ka šis modelis spēs stipri palīdzēt paaugstināt šādu ierīču maksimālās ātrdarbības robežas. Šim nolūkam mēs esam identificējuši konkrētu frekvenču mērogu $\Omega_b = (6b^2\hbar/m^3)^{1/5}$ kā kritisko ierīču parametru, kas būtu jāoptimizē pretī augstākām vērtībām, lai nodrošinātu ātrāku darbību. Mēs saskatām divus iespējamus veidus, kā to panākt: 1) kubiskā potenciāla koeficients b , kas nosaka potenciāla stāvumu kvantu punkta rašanās brīdī, varētu tikt palielināts, optimizējot ierīces ģeometriju, un 2) lai samazinātu elektrona efektīvo masu m , būtu nepieciešams mainīt ierīces materiālu.

Viena no tehnoloģiju jomām, kurā šāds palielināts darbības ātrums būtu vēlams, ir elektriskās strāvas metroloģija. Pašlaik kvantu punktos balstītie vienelektrona sūkņi ir spējīgi ģenerēt strāvas diapazonā 100 fA – 100 pA ar relatīvo kļūdu $10^{-7} - 10^{-6}$. Pie palielinātām strāvām diapazonā 1 μ A – 1 mA var izmantot alternatīvu metodi strāvas ģenerēšanai – Džozefsona sprieguma standartu apvienojumā ar kvantu Holla pretestības standartu [40] –, tā sasniedzot precizitāti $\sim 10^{-8}$. Taču diapazonā starp šīm robežām, 100 pA – 1 μ A, pašlaik pieejamā precizitāte ir ievērojami zemāka un varētu tikt uzlabota. Viens no veidiem, kā šo problēmu risināt, būtu mēģināt aizvērt šo “precizitātes spraugu” no apakšas, palielinot vienelektrona sūkņu ģenerēto strāvu $I = nef$. To būtu iespējams izdarīt, palielinot sūkņēšanas frekvenci f , taču, lai nezaudētu precizitāti, būtu jānodrošina, ka transportētā elektrona dinamika spēj izsekot straujajām izmaiņām tā apkārtējā vidē. To nodrošinātu pietiekami augsta Ω_b vērtība un, attiecīgi, pietiekami zema satveršanas procesa \dot{u}/ω_0 vērtība.

Vēl viena potenciālā šī darba rezultātu pielietojumu joma varētu būt elektronu kvantu optikas eksperimenti, kas aprakstīti apakšnodaļā 1.3. Šeit izstrādātās metodes seklu kvantu punktu raksturošanai varētu tikt pielietotas tur apskatītajiem vienelektrona avotiem, lai gūtu labāku priekšstatu par sākotnējām eksperimentā emitētajām viļņu paketēm. Tas varētu ļaut precīzāk kontrolēt elektronu sākotnējo stāvokli, piemēram, palielinot tā noturību pret dekoherenci vai kompaktificējot atbilstošās sadalījuma funkcijas fāzu telpā tuvāk Heizenberga robežai. Papildus, šajā kontekstā KP ar palielinātu Ω_b varētu ļaut ar laiku izstrādāt interferometriskus sensorus ar uzlabotu laika izšķirtspēju vai kvantu datorus, kas veic aprēķinus palielinātā ātrumā.

6.2. Turpmākie jautājumi

Pašā noslēgumā īsi apskatīsim no šī darba izrietošos tālākos jautājumus, kā arī iespējamās turpmāko pētījumu virzienus.

Pirmais un nozīmīgākais jautājums ir par viendimensionālā kubiskā modeļa universālumu – cik plašs ir reālo ierīču diapazons, kuras tiešām var aprakstīt ar šo modeli? Pēc tam nākamais būtiskais jautājums būtu, kā palielināt frekvenču mērogu Ω_b , kas attiecīgajām ierīcēm ierobežotu to darbības ātrumu. Atbilde uz pirmo jautājumu – par universalitāti –, iespējams, varētu būt ļoti vērtīga, jo tā ļautu ievērojami vienkāršot turpmāko šo ierīču pētniecību – viens modelis aprakstītu ļoti daudzas ierīces un ļautu tās visas tiešā veidā savstarpēji salīdzināt. “Universalitātes robežu” apzināšana sniegtu informāciju tālākai pētniecībai par to, kāda ir plašākā ierīču klase, kurā konkrētu īpašību optimizāciju – piemēram, lai iegūtu lielāku Ω_b – varētu veikt vienādā veidā, saskaņā ar kubisko modeli. Visbeidzot, ierīču darbības universalitāte ir arī vēlama īpašība priekš elek-

tronu sūkņu metroloģiskā pielietojuma [4]. Plašāku apskatu par univer-
salitātes izpētes eksperimentālo un teorētisko metodoloģiju skatīt galvenā
darba sadaļā, kas atbilst šai sadaļai, savukārt, apskatu par Ω_b palielināšanu
un tā nozīmību – iepriekšējā sadaļā 6.1.

Citi iespējamie nākotnes pētījumu virzieni būtu:

- kubiskā modeļa pielietošana divu KP satvertu elektronu gadījumam, lai aprēķinātu otrā elektrona izbēgšanas ātrumus. Tas ļautu prognozēt svarīgu KP balstīto elektronu sūkņu ģenerēto strāvu $I(V_D)$ raksturlielumu — otrā strāvas pakāpiena $I(V_D)/ef = 1 \rightarrow 2$ pozīciju, kas kopā ar pirmo pakāpienu lielā mērā nosaka ģenerētās strāvas $I = ef$ precizitāti sūkņa pirmā plato reģionā.
- turpinot divu elektronu problēmas apskati, būtu iespējams arī pētīt potenciālās iespējas izveidot divu elektronu saistītos stāvokļus, kas kļūst iespējami spēcīgos magnētiskajos laukos [41] un kas varētu veidoties elektronu emisijas laikā no maināmas barjeras kvantu punkta. Elektronu sūkņa pielietojuma kontekstā šis varētu būt kļūdu mehānisms, kas izraisa novirzes no kvantētajām sūkņa strāvas vērtībām $I = nef$, un šī procesa izpratne varētu palīdzēt samazināt šāda veida sistemātiskās kļūdas. Savukārt, elektronu kvantu optikā šie stāvokļi varētu būt interesants veids, kā ģenerēt divelektronu sapītos stāvokļus vai pat nodrošināt noderīgu bāzi kvantu skaitļošanai.
- no laika atkarīgā Šrēdingera vienādojuma risināšana, lai iegūtu viļņu paketes, kuras elektronu kvantu optikas malas kanālā emitē kubisks kvantu punkts, kas pakāpeniski atveras. Šis, apvienojumā ar seklu kvantu punktu raksturošanas metodēm, kas aprakstītas apakšnodaļas 4.2 beigās, varētu ietekmēt eksperimentālās izvēles elektronu emisijas protokolos nākotnes elektronu kvantu optikas eksperimentos, lai iegūtu sākotnējās viļņu paketes ar vēlamajām īpašībām, kas maksimizē iecerētos efektus un eksperimentālos iznājumus,
- no laika atkarīgā Šrēdingera vienādojuma risināšana elektrona satveršanas problēmai ļautu noteikt precīzāk, pie kādiem pietiekami lieliem kvantu punkta aizvēršanas ātrumiem \dot{u}/ω_0 lomu sāk spēlēt elektrona neadiabātiskās ierosmes un šajā darbā izmantotā pamatstāvokļa tunelēšanas aproksimācija vairs nav pielietojama. Elektronu sūkņu metroloģiskā pielietojuma kontekstā sagaidāms, ka virs kāda noteikta ātruma \dot{u}/ω_0 neadiabātiskās ierosmes kļūs pietiekami spēcīgas, lai sūkņa ģenerētās strāvas precizitāte samazinātos.

PAPILDUS INFORMĀCIJA

Autora ieguldījums

Šajā promocijas darbā, ja vien nav norādīts citādi, visi zinātniskie rezultāti ir iegūti grāda kandidāta Austra Akmentiņa (Latvijas Universitāte), viņa darba vadītāja Vjačeslava Kaščejeva (Latvijas Universitāte) un viņu kolēģa Nīlsa Ubelodes (*Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB)*, Braunsveiga, Vācija) kopīga darba rezultātā. Lielākā daļa šeit aprakstītā tehniskā teorētiskā darba – aprēķini, grafiki un labāko modeļa parametru meklēšanas – ir Austra Akmentiņa veikta. Plašākā mērogā teorētisko pētījumu vadīja Vjačeslavs Kaščejevs, tā nodrošinot lielāku zinātnisko ietekmi. Eksperimentālo darbu šeit analizēto datu iegūšanai veica Nīlss Ubelode un viņa kolēģi. Sākotnējo ideju izmantot viendimensionālo kubisko potenciālu seklu kvantu punktu aprakstam izteica Pīters G. Silvestrovs (Braunsveigas Tehniskā Universitāte, Vācija).

Lai sniegtu precīzāku priekšstatu par autora ieguldījumu šajā promocijas darbā, tālāk tiek uzskaitītas sadaļas un galvenie soļi, kas lielākoties ir grāda kandidāta darba rezultāts:

- Bezdimensionālā no laika atkarīgā Hamiltoniāna analīze (2.2)
- Satveršanas varbūtības mērogošanās sakarība (3.1)
- Meistarlīknes, kas izriet no mērogošanās sakarības, ideja (3.2)
- Ievads rezonanses jēdzienā (*skatīt galveno darbu*)
- Kompleksās mērogošanas metodes pielietojums kubiskā potenciāla bedrei (3.3)
- Ideja izmantot daļējo fāzu telpas kvantu, lai savienotu diskrēto un nepārtraukto ieguldījumu termiskās aizbēgšanas ātrumā (4.1)
- Ideja, kā eksperimentālo spriegumu karti (V_S, V_D) aizpildīt ar pareizajām dziļuma u vērtībām (*skatīt galveno darbu*)
- Transformēto mainīgo x un y atdalīšanās magnētiskajā laukā detalizētā analīze (5.1)
- Magnētiskā lauka teorijas labāko parametru meklēšanas procedūra eksperimentālajos datos (5.2)
- Pretrunas pamanīšana starp magnētiskā lauka eksperimentu un piedzītājām līknēm (5.2)

Zinātniskās publikācijas

- A) A. Akmentinsh, N. Ubbelohde, V. Kashcheyevs, “Modeling shallow confinement in tunable quantum dots”. Žurnālā: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. No 16.01.2025 pieņemts publicēšanai. arXiv preprints: *arXiv:2408.04565*
- B) A. Akmentinsh, D. Reifert, T. Weimann, K. Pierz, V. Kashcheyevs, N. Ubbelohde, “Universal scaling of adiabatic tunneling out of a shallow confinement potential”, iesniegts *Physical Review Applied*, arXiv preprints: *arXiv:2301.11295*

Konferences un semināri

1. *American Physical Society (APS) March Meeting 2024*, 03.03.2024-08.03.2024, Mineapolisa, ASV. Divas prezentācijas, gan mutiska, gan plakāta, ar vienādiem nosaukumiem ”Modelling shallow confinement in tuneable quantum dots as a 1D cubic potential”. (Anotācijas pieejamas konferences tiešsaistes izsvilkumā (angl. *epitome*))
2. *Latvijas Universitātes 82. starptautiskā zinātniskā konference*, sekcija *Kvantu sensori un ierīces*, 08.02.2024, Rīga, Latvija. Mutiska prezentācija ”Characterization of shallow quantum dots using the 1D cubic potential model”.
3. *722. WE-Heraeus-Seminar / Hybrid Solid State Quantum Circuits, Sensors, and Metrology*, 13.12.2021-16.12.2021, noturēts virtuālā formātā Covid-19 pandēmijas dēļ. Plakāta prezentācija ”Charging of a shallow quantum dot”. (Anotācija pieejama (tiešsaistē) konferences anotāciju bukletā)
4. *Latvijas Universitātes 78. starptautiskā zinātniskā konference*, sekcija *Kvantiskuma priekšrocības fizikālie aspekti informācijas un mērījumu tehnoloģijās*, 29.01.2020, Rīga, Latvija. Mutiska prezentācija ”Single-electron capture in a dynamic quantum dot”.

Zinātniskie projekti

1. Projekta **Kvantu tehnoloģiju iniciatīva** (ST, FMOF) līg.Nr. 2.3.1.1.i.0/1/22/I/CFLA/001, LU reģistrācijas Nr. ESS2023/454 dalībnieks zinātniskā asistenta statusā. Realizācijas laiks: 01.02.2023 – projekts vēl nav noslēdzies. Finansētājs: Eiropas Savienība.
2. Projekta **Iespējosa pētniecība vienelektronu kvantu tehnoloģijām**, līg. Nr. lzp-2021/1-0232, LU reģistrācijas Nr. LZP2021/105 dalībnieks zinātniskā asistenta statusā. Realizācijas

laiks: 01.02.2022.–31.12.2024. Finansētājs: Latvijas Zinātnes padome.

3. Projekta **Kvantu optikas tehnoloģiju realizācija nanoelektro-niskajās ierīcēs II**, LU reģistrācijas Nr. ZD2016/AZ101 dalībnieks zinātniskā asistenta statusā. Realizācijas laiks: 01.01.2023.–30.06.2023. Finansētājs: bāzes finansējums.
4. Projekta **Kvantu optikas tehnoloģiju realizācija nanoelektro-niskajās ierīcēs**, LU reģistrācijas Nr. AAP2016/B031 dalībnieks zinātniskā asistenta statusā. Realizācijas laiks: 01.09.2020.–31.12.2022. Finansētājs: snieguma finansējums.
5. Projekta **Kvantiskuma priekšrocības fizikālie aspekti in-formācijas un mērījumu tehnoloģijās**, līg. Nr. lzp-2018/1-0173, LU reģistrācijas Nr. LZP2018/3 dalībnieks zinātniskā asistenta statusā. Realizācijas laiks: 01.10.2019.–30.09.2021. Finansētājs: Latvijas Zinātnes padome.
6. Projekta **Vienelektronu kvantu optika kvantiski pastiprinātiem mērījumiem (SEQUOIA)**, līg.Nr. 17FUN04 SEQUIA, LU reģistrācijas Nr. ZD2018/20612 dalībnieks zinātniskā asistenta statusā. Realizācijas laiks: 01.10.2019.–31.01.2022. Finansētājs: Eiropas Savienība.

Autora iepriekšējā izglītība

1. Dabaszinātņu Maģistrs Teorētiskajā un Matemātiskajā Fizikā, *Ludwig-Maximilians-Universität München (LMU)*, 01.10.2015-01.03.2019, Minhene, Vācija,
2. Dabaszinātņu Bakalaurs Fizikā, Latvijas Universitāte, 01.09.2012-03.07.2015, Rīga, Latvija

LITERATŪRAS SARAKSTS

- [1] Feynman R. P. “There’s Plenty of Room at the Bottom”. In: *Engineering and Science, Caltech* 23 (1960), pp. 22–36.
- [2] The Nobel Committee for Chemistry. *QUANTUM DOTS – SEEDS OF NANOSCIENCE Scientific Background to the Nobel Prize in Chemistry 2023*. 2023. URL: <https://www.nobelprize.org/uploads/2023/10/advanced-chemistryprize2023-3.pdf> (visited on 05/25/2024).
- [3] Bernd Kaestner and Vyacheslavs Kashcheyevs. “Non-adiabatic quantized charge pumping with tunable-barrier quantum dots: a review of current progress”. In: *Reports on Progress in Physics* 78 (2015). DOI: [10.1088/0034-4885/78/10/103901](https://doi.org/10.1088/0034-4885/78/10/103901). URL: <http://arxiv.org/abs/1412.7150><http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/78/10/103901>.
- [4] Stephen P Giblin et al. “Evidence for universality of tunable-barrier electron pumps”. In: *Metrologia* 56.4 (2019), p. 044004.
- [5] CWJ Beenakker and Henk van Houten. “Quantum transport in semiconductor nanostructures”. In: *Solid state physics*. Vol. 44. Elsevier, 1991.
- [6] T. Gerster et al. “Robust formation of quantum dots in GaAs/AlGaAs heterostructures for single-electron metrology”. In: *Metrologia* 56.1 (Feb. 2019). ISSN: 16817575. DOI: [10.1088/1681-7575/aaf4aa](https://doi.org/10.1088/1681-7575/aaf4aa).
- [7] Gento Yamahata, Nathan Johnson, and Akira Fujiwara. “Understanding the mechanism of tunable-barrier single-electron pumping: Mechanism crossover and optimal accuracy”. In: *Physical Review B* 103.24 (June 2021). ISSN: 24699969. DOI: [10.1103/PhysRevB.103.245306](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.245306).
- [8] Frank Hohls et al. “Controlling the error mechanism in a tunable-barrier nonadiabatic charge pump by dynamic gate compensation”. In: *Physical Review B* 105.20 (May 2022). ISSN: 24699969. DOI: [10.1103/PhysRevB.105.205425](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.205425).
- [9] M Veldhorst et al. “An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control-fidelity”. In: *Nature nanotechnology* 9.12 (2014), pp. 981–985.
- [10] DM Zajac et al. “Scalable gate architecture for a one-dimensional array of semiconductor spin qubits”. In: *Physical Review Applied* 6.5 (2016), p. 054013.

- [11] Takafumi Fujita et al. “Coherent shuttle of electron-spin states”. In: *npj Quantum Information* 3.1 (2017), p. 22.
- [12] Friederike Stein et al. “Validation of a quantized-current source with 0.2 ppm uncertainty”. In: *Applied Physics Letters* (June 2015). DOI: [10.1063/1.4930142](https://doi.org/10.1063/1.4930142).
- [13] B. Kaestner et al. “Single-parameter nonadiabatic quantized charge pumping”. In: *Physical Review B* 77.15 (Apr. 2008). ISSN: 10980121. DOI: [10.1103/PhysRevB.77.153301](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.153301).
- [14] Mark David Blumenthal et al. “Gigahertz quantized charge pumping”. In: *Nature Physics* 3.5 (2007), pp. 343–347.
- [15] Akira Fujiwara, Katsuhiko Nishiguchi, and Yukinori Ono. “Nanoampere charge pump by single-electron ratchet using silicon nanowire metal-oxide-semiconductor field-effect transistor”. In: *Applied Physics Letters* 92.4 (2008).
- [16] J. D. Fletcher et al. “Stabilization of single-electron pumps by high magnetic fields”. In: *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics* 86.15 (Oct. 2012). ISSN: 10980121. DOI: [10.1103/PhysRevB.86.155311](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.155311).
- [17] B Kaestner et al. “Single-parameter quantized charge pumping in high magnetic fields”. In: *Applied Physics Letters* 94.1 (2009).
- [18] SJ Wright et al. “Enhanced current quantization in high-frequency electron pumps in a perpendicular magnetic field”. In: *Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics* 78.23 (2008), p. 233311.
- [19] SP Giblin et al. “Towards a quantum representation of the ampere using single electron pumps”. In: *Nature communications* 3.1 (2012), p. 930.
- [20] Gento Yamahata et al. “Gigahertz single-electron pumping in silicon with an accuracy better than 9.2 parts in 10⁷”. In: *Applied Physics Letters* 109.1 (2016).
- [21] R Zhao et al. “Thermal-error regime in high-accuracy gigahertz single-electron pumping”. In: *Physical Review Applied* 8.4 (2017), p. 044021.
- [22] Lukas Fricke et al. “Self-referenced single-electron quantized current source”. In: *Physical Review Letters* 112.22 (2014), p. 226803.
- [23] SP Giblin et al. “High-resolution error detection in the capture process of a single-electron pump”. In: *Applied Physics Letters* 108.2 (2016).

- [24] Ye-Hwan Ahn, Changki Hong, Young-Seok Ghee, et al. “Upper frequency limit depending on potential shape in a QD-based single electron pump”. In: *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS* 122 (2017), p. 194502.
- [25] Lars Freise et al. “Trapping and counting ballistic nonequilibrium electrons”. In: *Physical Review Letters* 124.12 (2020), p. 127701.
- [26] J. D. Fletcher et al. “Continuous-Variable Tomography of Solitary Electrons”. In: *Nature communications* 10.1 (Jan. 2019). DOI: [10.1038/s41467-019-13222-1](https://doi.org/10.1038/s41467-019-13222-1). URL: <http://arxiv.org/abs/1901.10985><http://dx.doi.org/10.1038/s41467-019-13222-1>.
- [27] Elina Locane, Piet W Brouwer, and Vyacheslavs Kashcheyevs. “Time-energy filtering of single electrons in ballistic waveguides”. In: *New Journal of Physics* 21.9 (2019), p. 093042.
- [28] P. Krantz et al. “A quantum engineer’s guide to superconducting qubits”. In: *Applied Physics Reviews* 6.2 (June 2019). ISSN: 1931-9401. DOI: [10.1063/1.5089550](https://doi.org/10.1063/1.5089550).
- [29] Michel H Devoret et al. “Quantum fluctuations in electrical circuits”. In: *Les Houches, Session LXIII* 7.8 (1995), pp. 133–135.
- [30] Michel H. Devoret, John M. Martinis, and John Clarke. “Measurements of Macroscopic Quantum Tunneling out of the Zero-Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction”. In: *Physical Review Letters* 55.18 (Oct. 1985), pp. 1908–1911. ISSN: 0031-9007. DOI: [10.1103/PhysRevLett.55.1908](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.55.1908).
- [31] John M. Martinis, Michel H. Devoret, and John Clarke. “Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom: The phase difference across a Josephson junction”. In: *Physical Review B* 35.10 (Apr. 1987), pp. 4682–4698. ISSN: 0163-1829. DOI: [10.1103/PhysRevB.35.4682](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.35.4682).
- [32] Vyacheslavs Kashcheyevs and Bernd Kaestner. “Universal decay cascade model for dynamic quantum dot initialization”. In: *Physical Review Letters* 104.18 (May 2010). ISSN: 00319007. DOI: [10.1103/PhysRevLett.104.186805](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.186805).
- [33] Lukas Fricke et al. “Counting statistics for electron capture in a dynamic quantum dot”. In: *Physical Review Letters* 110.12 (2013), p. 126803.
- [34] Gabriel Alvarez. “Coupling-constant behavior of the resonances of the cubic anharmonic oscillator”. In: *Physical Review A* 37.11 (1988).
- [35] Joachim Ankerhold. “Quantum tunneling in complex systems: the semiclassical approach”. In: vol. 224. Springer, 2007, pp. 7–11.

- [36] Robert Yaris, John Bendler, and Ronald A. Lovett. “Resonance calculations for arbitrary potentials”. In: *Physical Review A* 18.5 (1978).
- [37] Ulrich Weiss. “Quantum Dissipative Systems”. In: vol. 10. WORLD SCIENTIFIC, Oct. 1999, pp. 178–184. ISBN: 978-981-281-787-7. DOI: [10.1142/4239](https://doi.org/10.1142/4239).
- [38] Joachim Ankerhold. “Quantum tunneling in complex systems: the semiclassical approach”. In: vol. 224. Springer, 2007, pp. 24–26.
- [39] M Kataoka et al. “Tunable nonadiabatic excitation in a single-electron quantum dot”. In: *Physical Review Letters* 106.12 (2011), p. 126801.
- [40] Hansjörg Scherer and Benedetta Camarota. “Quantum metrology triangle experiments: a status review”. In: *Measurement Science and Technology* 23.12 (2012), p. 124010.
- [41] RB Laughlin. “Quantized motion of three two-dimensional electrons in a strong magnetic field”. In: *Physical Review B* 27.6 (1983), p. 3383.